

Федерального государственного образовательного стандарта среднего общего образования (ФГОС) (приказ Министерства образования и науки Российской Федерации от 17.05.2012 № 413 с изменениями, внесёнными приказами Министерства образования и науки Российской Федерации от 29.12.2014 № 1645, от 31.12.2015 № 1578, от 29.06.2017 № 613, приказами Министерства просвещения Российской Федерации от 24.09.2020 № 519, от 11.12.2020 № 712) с учётом примерной основной образовательной программы среднего общего образования (одобрена решением федерального учебно-методического объединения по общему образованию (протокол от 28.06.2016 № 2/163)).

Общие указания

Экзаменационная работа конструируется, исходя из необходимости оценки того, насколько обучающиеся овладели всеми основными группами предметных результатов обучения в курсе математики средней школы. Содержание заданий охватывает все разделы курса математики средней школы.

На вступительном испытании по предмету математика абитуриент должен:

- **знать:**

терминологию, принятую в данной дисциплине, ее основные понятия и определения; формулировки аксиом, лемм, доказанных в курсе теорем; основные формулы и тождества;

- **уметь:**

1. производить (без калькулятора) арифметические действия над числами, заданными в виде обыкновенных и десятичных дробей; с требуемой точностью округлять данные числа и результаты вычислений;

2. проводить тождественные преобразования многочленов, дробей, содержащих переменные, выражений, содержащих степенные, показательные, логарифмические и тригонометрические функции;

3. решать уравнения, неравенства, системы (в том числе с параметрами) и исследовать их решения;

4. решать задачи на составление уравнений и систем уравнений;

5. пользоваться понятием производной при исследовании функций на возрастание (убывание), на экстремумы

6. изображать геометрические фигуры на чертеже; делать дополнительные построения; строить сечения, исследовать взаимное расположение фигур; применять признаки равенства, подобия фигур и их принадлежности к тому или иному виду;

7. пользоваться свойствами чисел, функций и их графиков, свойствами арифметической и геометрической прогрессий;

8. пользоваться свойствами геометрических фигур, их характерных точек, линий и частей, свойствами равенства, подобия и взаимного расположения фигур;

9. пользоваться соотношениями и формулами, содержащими модули, степени, корни, логарифмические, тригонометрические выражения, величины углов, длины, площади, объемы;

- **владеть навыками:**

1. использования геометрических представлений при решении алгебраических задач;

2. использования методов алгебры и тригонометрии при решении геометрических задач;

3. составления уравнений и неравенства на основе текстовых задач;

4. использования основ теории вероятностей для решения задач.

Структура вступительных испытаний, критерии оценивания

Вступительные испытания проводятся в форме тестирования.

На выполнение экзаменационной работы отводится 120 минут.

В работу включены задания трёх уровней сложности: базового, повышенного и высокого.

Задания базового уровня разрабатываются для оценки овладения наиболее важными планируемыми результатами и конструируются на наиболее значимых элементах содержания.

Минимальное количество баллов по математике, подтверждающее освоение выпускником программы среднего общего образования, устанавливается, исходя из требований освоения стандарта базового уровня. Использование в экзаменационной работе заданий повышенного и высокого уровней сложности позволяет оценить степень подготовленности обучающегося к продолжению образования в вузе.

Каждый вариант экзаменационной работы состоит из трех частей и включает в себя 20 заданий, различающихся формой и уровнем сложности (таблица 1).

Каждый правильно полученный ответ задания оценивается в:

А) часть 1 -3 балла

Б) часть 2 -5 баллов

В) часть 3 -7 баллов

Пример экзаменационного билета приведён в приложении.

Таблица

1

Распределение заданий экзаменационной работы по частям работы

Часть работы	Количество заданий	Максимальный балл
Часть 1	7	21
Часть 2	6	30
Часть 3	7	49
Итого:	20	100

Оценка за тестирование определяется простым суммированием баллов за правильные ответы на вопросы. В зависимости от типа вопроса ответ считается правильным, если в тестовом задании закрытой формы с выбором ответа выбран правильный ответ. Случайно выбирается для теста 20 заданий для экзамена из общей базы заданий.

При выполнении заданий разрешается пользоваться:

ручкой и листом бумаги для черновика.

Оценивание правильности выполнения заданий осуществляется с использованием специальных аппаратно-программных средств.

В экзаменационной работе контролируются элементы содержания из следующих разделов курса математики.

Раздел 1. Алгебра

Числа, корни и степени. Основы тригонометрии. Логарифмы. Преобразование выражений.

Раздел 2. Уравнения и неравенства

Уравнения. Квадратные, рациональные, иррациональные, тригонометрические, показательные и логарифмические уравнения; Равносильность уравнений, простейшие системы уравнений с двумя неизвестными; Использование свойств и графиков функций при решении уравнений. Неравенства. Квадратные, рациональные, показательные и логарифмические неравенства. Системы линейных неравенств. Равносильность неравенств, систем неравенств. Использование свойств и графиков функций при решении неравенств. Метод интервалов.

Раздел 3. Функции

Определение и график функции. Элементарное исследование функций. Монотонность функции. Промежутки возрастания и убывания. Чётность и нечётность функции. Периодичность функции. Ограниченность функции. Точки экстремума, наибольшее и наименьшее значения функции. Основные элементарные функции.

Раздел 4. Начала математического анализа

Производная. Понятие о производной функции, геометрический смысл производной. Производные суммы, разности, произведения, частного. Производные основных элементарных функций. Вторая производная и её физический смысл.

Раздел 5. Геометрия

Планиметрия. Треугольник. Параллелограмм, прямоугольник, ромб, квадрат. Трапеция. Окружность и круг. Окружность, вписанная в треугольник, и окружность, описанная около треугольника. Многоугольник. Сумма углов выпуклого многоугольника. Правильные многоугольники. Вписанная окружность и описанная окружность правильного многоугольника. Многогранники. Их вершины, грани, диагонали. Прямая и наклонная призмы; пирамиды. Правильная призма и правильная пирамида. Параллелепипеды, их виды. Тела и поверхности вращения. Цилиндр, конус, сфера, шар. Центр, диаметр, радиус сферы и шара. Плоскость, касательная к сфере. Измерение геометрических величин. Угол между прямыми в пространстве, угол между прямой и плоскостью, угол между плоскостями. Площадь треугольника, параллелограмма, трапеции, круга, сектора. Площадь поверхности конуса, цилиндра, сферы. Объём куба, прямоугольного параллелепипеда, пирамиды, призмы, цилиндра, конуса, шара.

Раздел 6. Элементы комбинаторики, статистики и теории вероятностей

Элементы комбинаторики. Поочередный и одновременный выбор. Формулы числа сочетаний и перестановок. Бином Ньютона. Элементы теории вероятностей. Определения теории вероятностей. Основные теоремы теории вероятностей.

Список рекомендуемой литературы

1	Алимов Ш.А., Колягин Ю.М., Ткачев М.В. и др. Алгебра и начала анализа. 10-11 классы: учеб. для общеобразоват. учреждений: базовый уровень // М.: Просвещение, 2017. 464 С.	электронный курс
2	Атанасян Л.С., Бутузов В.Ф., Кадомцев С.Б. и др. Геометрия. 10-11 классы: учеб. для общеобразоват. учреждений: базовый и профильный уровни // М.: Просвещение, 2018. 255 С.	электронный курс
3	Башмаков М.И. Математика: учебник для нач. и сред. проф. образования // М.: Академия, 2012.	электронный курс
4	Башмаков М.И. Математика: задачник: учеб. пособие для нач. и сред. проф. образования // М.: Академия, 2012.	электронный курс

**Демонстрационный вариант
МАТЕМАТИКА****ЧАСТЬ 1****1. Упростить выражение: $\sqrt[4]{8c^3} \cdot \sqrt[4]{2c^5}$.**

Варианты ответа:

1) $2c^2$; 2) $\sqrt[4]{4c^2}$; 3) $2c$; 4) c .**2. Дано неравенство $4^x > \frac{1}{8}$**

Сколько отрицательных целых чисел имеет решение неравенства?

Варианты ответа:

1) 1; 2) 0; 3) 2; 4) 3.

3. Вычислить: $\log_2 10 - 2 \log_2 5 + \log_2 40$.

Варианты ответа:

1) 4; 2) 2; 3) 0; 4) 3.

4. На экзамене по геометрии школьник отвечает на один вопрос из списка экзаменационных вопросов. Вероятность того, что это вопрос по теме «Подобие», равна 0,3. Вероятность того, что это вопрос по теме «Площади», равна 0,12. Вопросов, которые одновременно относятся к этим двум темам, нет. Найти вероятность того, что на экзамене школьнику достанется вопрос по одной из этих двух тем.

Варианты ответа:

1) 0,42; 2) 0,36; 3) 0,58; 4) 0,036

5. Дано неравенство $\log_2(x - 1) < 3$ **Найдите минимальное целое число, являющееся решением неравенства?**

Варианты ответа:

1) 2; 2) 9; 3) 1; 4) 8.

6. Решите уравнение:

$$\sin 4x = 1.$$

Варианты ответа:

1) $x = \frac{\pi}{8} + \frac{\pi n}{2}, n \in \mathbf{Z}$; 2) $x = 2\pi + 8\pi n, n \in \mathbf{Z}$;
3) $x = \frac{\pi}{8} + \pi n, n \in \mathbf{Z}$; 4) $x = 4\pi + 8\pi n, n \in \mathbf{Z}$.

7. Высота конуса равна 4 см, а длина образующей 5 см. Найдите диаметр основания конуса.

Варианты ответа:

- 1) 6; 2) 10; 3) 3; 4) 1.

ЧАСТЬ 2

1. Найти область определения функции: $y = \sqrt{\log_3 x - 4}$

Варианты ответа:

- 1) $[81; +\infty)$; 2) $[4; +\infty)$; 3) $(0; 81)$; 4) $(0; \frac{4}{3})$

2. Найти множество значений функции:

$$y = \cos(2x) + 2$$

Варианты ответа:

- 1) $[1; 3]$; 2) $(-\infty; +\infty)$; 3) $[-1; 1]$; 4) $[0; 4]$.

3. В правильной четырехугольной пирамиде известны длина стороны основания $2\sqrt{2}$ и длина высоты 2. Найти угол наклона бокового ребра к плоскости основания.

Варианты ответа:

- 1) 45° ; 2) 60° ; 3) 30° ; 4) $\arctg\sqrt{2}$.

4. Предприятие уменьшило выпуск продукции на 20%. На сколько процентов необходимо теперь увеличить выпуск продукции, чтобы достигнуть первоначального уровня?

Варианты ответа:

- 1) 25; 2) 20; 3) 40; 4) 50.

5. По двум параллельным железнодорожным путям в одном направлении следуют пассажирский и товарный поезда, скорости которых равны соответственно 80 км/ч и 40 км/ч. Длина товарного поезда равна 700 метрам. Найдите длину пассажирского поезда, если время, за которое он прошел мимо товарного поезда равно 3 минутам. Ответ дайте в метрах.

Варианты ответа:

- 1) 1300; 2) 1200; 3) 1100; 4) 900.

6. Найти угловой коэффициент касательной, проведенной к графику функции $f(x) = 3x + 4\ln x$ в точке с абсциссой $x_0 = 4$.

Варианты ответа:

- 1) 4; 2) 7; 3) 5; 4) 3.

ЧАСТЬ 3

1. В цилиндрический сосуд, в котором находится 6 литров воды, опущена деталь. При этом уровень жидкости в сосуде поднялся в 1,5 раза. Чему равен объем детали?

Варианты ответа:

- 1) 3; 2) 2; 3) 6; 4) 1,5.

2. Решить систему уравнений
$$\begin{cases} 2\sqrt{x} + \sqrt{y} = 10, \\ 4x - y = 20. \end{cases}$$

В ответе указать $\frac{y_0}{x_0}$, где $(x_0; y_0)$ – решение системы уравнений.

Варианты ответа:

- 1) $\frac{16}{9}$; 2) $\frac{9}{16}$; 3) $\frac{4}{3}$; 4) $\frac{3}{4}$.

3. Вычислить $\frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1}$, если x_1 и x_2 – корни уравнения

$$2x^2 - 5x - 6 = 0.$$

Варианты ответа:

- 1) $-\frac{49}{12}$; 2) $-\frac{15}{2}$; 3) $-\frac{5}{6}$; 4) $\frac{49}{4}$.

4. В торговом центре два одинаковых автомата продают кофе.

Вероятность того, что к концу дня в автомате закончится кофе, равна 0,4.

Вероятность того, что кофе закончится в обоих автоматах, равна 0,22. Найти вероятность того, что к концу дня кофе останется в обоих автоматах.

Варианты ответа:

- 1) 0,42; 2) 0,78; 3) 0,2; 4) 0,64.

5. Определить длину конечного промежутка, принадлежащего множеству решений системы неравенств
$$\begin{cases} \log_{0,5}(x + 2) > -4, \\ x^2 + 2x - 15 \geq 0. \end{cases}$$

Варианты ответа:

- 1) 11; 2) 12; 3) 10; 4) 13.

6. В шар радиусом $2\sqrt{11}$ вписана правильная треугольная призма $ABCA_1B_1C_1$. Прямая AC_1 образует с плоскостью ABB_1 угол 45° . Найти объем призмы.

Варианты ответа:

- 1) 288; 2) 144; 3) 216; 4) $16\sqrt{11}$

7. Решить неравенство:

$$2^{2\sqrt{x+0,5}} + 2^{3-2\sqrt{x+0,5}} < 6$$

Варианты ответа:

- 1) $(-0,25; 0,5)$; 2) $[0,5; 8,5)$; 3) $(-0,25; 0,5]$; 4) $(-0,5; 0,5]$.