МИНОБРНАУКИ РОССИИ

ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебно-методическому комплексу _____ С.А. Упоров

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ОРГАНИЗАЦИИ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ И ЗАДАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ

Б1.О.21 МАРКШЕЙДЕРСКОЕ ДЕЛО

Специальность
21.05.04 Горное дело

Направленность (профиль)
Технологическая безопасность и горноспасательное дело

Автор: Вахонина Ю.Х., старший преподаватель

Одобрена на заседании кафедры

Маркшейдерского дела
(название кафедры)

Зав. кафедрой _____
(подпись)

Жабко А.В.
(Фамилия И.О.)

Протокол № 1 от 22.09.2023
(Дата)

Рассмотрена методической комиссией

Горнотехнологического факультета
(название факультета)

Председатель _____
(подпись)

Колчиина Н.В.
(Фамилия И.О.)

Протокол № 2 от 20.10.2023
(Дата)

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ
Сертификат: 43D659E81F59110FB2CEBF5795FF2768
Владелец: Зубов Владимир Владимирович
Действителен: с 20.08.2025 до 13.11.2026

Екатеринбург

ВВЕДЕНИЕ

Методические рекомендации для обучающихся по освоению учебной дисциплины

В процессе изучения учебной дисциплины следует:

1. Ознакомиться с рабочей учебной программой дисциплины. Рабочая учебная программа содержит перечень тем, которые необходимо изучить, планы лекционных и практических занятий, вопросы к текущей и промежуточной аттестации, перечень основной, дополнительной литературы и ресурсов информационно-коммуникационной сети «Интернет».

2. Ознакомиться с календарно-тематическим планом самостоятельной работы обучающихся.

3. Посещать теоретические (лекционные) и практические занятия.

4. При подготовке к практическим занятиям, а также при выполнении самостоятельной работы следует использовать методические указания для обучающихся.

При подготовке к практическим занятиям требуется:

- изучить теоретический материал, используя основную и дополнительную литературу, электронные ресурсы;
- выполнить расчетно-графические работы;
- ответить на вопросы опросного списка.

Изучение дисциплины производится в тематической последовательности. Самостоятельному изучению материала, как правило, предшествует лекция. На лекции даются указания по организации самостоятельной работы, срокам сдачи заданий, порядке проведения зачета. Информацию о графике выполнения самостоятельных работ и критериях оценки учебной работы студента преподаватель сообщает на первой лекции курса.

Для организации и контроля учебной работы студентов используется проверка расчетно-графических работ, опрос, контрольная работа. Форма промежуточной аттестации: экзамен.

Организация самостоятельной работы студентов

Самостоятельная работа студентов (СРС) - обязательная и неотъемлемая часть учебной работы студента по данной учебной дисциплине. Объемы и виды трудозатрат по всем отдельным видам представлены в разделе 7. Общие планируемые затраты времени на выполнение всех видов аудиторных и внеаудиторных заданий соответствуют бюджету времени работы студентов, предусмотренному учебными планами по дисциплине в текущем семестре.

Перечни аудиторных и внеаудиторных занятий и заданий (расчетно-графические работы), вносимых в графики СРС, определяются в соответствии с программой учебной дисциплины.

Работа с книгой

Изучать курс рекомендуется по темам, предварительно ознакомившись с содержанием каждой из них по программе. При первом чтении следует стремиться к получению общего представления об излагаемых вопросах, а также отмечать трудные или неясные моменты. При повторном изучении темы необходимо освоить все теоретические положения, математические зависимости и их выводы, а также принципы составления уравнений реакций. Рекомендуется вникать в сущность того или иного вопроса, но не пытаться запомнить отдельные факты и явления. Изучение любого вопроса на уровне сущности, а не на уровне отдельных явлений способствует более глубокому и прочному усвоению материала.

Для более эффективного запоминания и усвоения изучаемого материала, полезно иметь рабочую тетрадь (можно использовать лекционный конспект) и заносить в нее формулировки законов и основных понятий химии, новые незнакомые термины и названия, формулы и уравнения реакций, математические зависимости и их выводы и т.п. Весьма целесообразно пытаться систематизировать учебный материал, проводить обобщение разнообразных фактов, сводить их в таблицы. Такая методика облегчает запоминание и уменьшает объем конспектируемого материала.

Изучая курс, полезно обращаться и к предметному указателю в конце книги. Пока тот или иной раздел не усвоен, переходить к изучению новых разделов не следует. Краткий конспект курса будет полезен при повторении материала в период подготовки к экзамену.

Изучение курса должно обязательно сопровождаться выполнением упражнений и решением задач. Решение задач - один из лучших методов прочного усвоения, проверки и закрепления теоретического материала. Этой же цели служат вопросы для самопроверки и тренировочные тесты, позволяющие контролировать степень успешности изучения учебного материала.

Консультации

Изучение дисциплины проходит под руководством преподавателя на базе делового сотрудничества. В случае затруднений, возникающих при изучении учебной дисциплины, студентам следует обращаться за консультацией к преподавателю, реализуя различные коммуникационные возможности: очные консультации (непосредственно в университете в часы приема преподавателя), заочные консультации (посредством электронной почты).

САМОСТОЯТЕЛЬНОЕ ИЗУЧЕНИЕ ТЕМ КУРСА

При самостоятельном изучении теоретического курса студентам необходимо:

самостоятельно освоить и проработать темы теоретического курса в соответствии с учебной программой дисциплины, основательно подготовить ответы на вопросы, приведенные после каждой темы.

Самостоятельно изучаемые вопросы курса в последующем включаются в экзаменационные билеты.

ПОВТОРЕНИЕ МАТЕРИЛА ЛЕКЦИЙ

Для приобретения прочных знаний и выработки навыков самостоятельной работы по учебной дисциплине «Маркшейдерское дело» необходимо повторить материал лекционных занятий, а также прочитать основную и дополнительную литературу, рекомендованную для самостоятельного изучения по данной дисциплине [1-10]. Работа с материалом должна носить системный характер.

ПОДГОТОВКА К ПРАКТИЧЕСКИМ ЗАНЯТИЯМ

Для успешной подготовки к практическим занятиям студенту невозможно ограничиться слушанием лекций. Требуется предварительная самостоятельная работа студентов по теме планируемого занятия. Не может быть и речи об эффективности занятий, если студенты предварительно не поработают над конспектом, учебником, учебным пособием, чтобы основательно овладеть теорией вопроса.

ПОДГОТОВКА К ОПРОСУ

Тема 1: Содержание и задачи дисциплины

1. Основные задачи маркшейдерского дела.
2. Основная цель маркшейдерских работ.
3. Какие особенности ведения маркшейдерских работ?
4. Какие разделы геодезии необходимо знать для изучения дисциплины?
5. Основные исторические этапы развития маркшейдерии.
6. Какова структура маркшейдерских отделов?

Тема 2: Опорные маркшейдерские сети на карьерах

1. Опорные маркшейдерские сети – цель и задачи.
2. Что является главной геометрической основой всех видов съемки горного предприятия?
3. Назовите исходные пункты для построения маркшейдерских опорных сетей.
4. Кем создаются маркшейдерские опорные сети?
5. Какие основные методы создания опорных сетей?
6. Как закрепляются центры опорных сетей?
7. Какой класс точности координат центров опорных сетей?

Тема 3: Создание съемочных маркшейдерских сетей на карьерах

1. Каковы цель и задачи съемочных маркшейдерских сетей?

2. Кем создаются съемочные сети на карьерах?
3. Назовите основные требования к созданию и реконструкции съемочных сетей?
4. Как подразделяются съемочные маркшейдерские сети?
5. От чего зависит выбор способа создания съемочных сетей?
6. Как закрепляются пункты съемочных сетей?
7. Назовите классические способы создания съемочных сетей.

Тема 4: Маркшейдерская съемка карьеров и отвалов

1. Назовите цель и задачи маркшейдерской съемки на карьерах и отвалах.
2. Какие способы съемки на карьерах и отвалах?
3. Какова периодичность съемки на карьерах и отвалах?
4. В каких масштабах выполняется маркшейдерская съемка на карьерах?
5. Каковы особенности и перспективы аэрофотограмметрической съемки карьеров?
6. Каковы особенности и перспективы наземной фотограмметрической съемки карьеров?
7. Каковы особенности и перспективы маркшейдерской съемки с использованием лазерного сканирования?

Тема 5: Маркшейдерские работы при обеспечении буровзрывных работ

1. Каковы цель и задачи маркшейдерских работ при обеспечении буровзрывных работ?
2. Назовите маркшейдерские работы до производства буровзрывных работ.
3. Какие маркшейдерские работы при производстве бурения взрывных скважин?
4. Назовите маркшейдерские работы после производства взрывных работ в карьере.
5. Какие основные задачи маркшейдера при составлении плана – проекта на буровзрывные работы?
6. Какие способы выноса в натуру взрывных скважин в карьере?
7. Какие способы маркшейдерского контроля глубины и сетки взрывных скважин?

Тема 6: Маркшейдерские работы при проходке траншей

1. Главная цель и задачи маркшейдера при проходке траншей.
2. Какие горно-графические материалы составляются для проходки траншей?
3. Методика расчета элементов параметра траншеи.
4. Способы привязки и выноса в натуру параметров траншеи.
5. Способы задания направления оси и параметров траншеи.
6. Методика расчета уклона трассы траншеи.
7. Маркшейдерский контроль проходки оси и параметров траншеи.

Тема 7: Маркшейдерские работы при дражном и гидравлическом способах разработки

1. Какими методами создаются опорные и съемочные сети на полигонах?
2. Как контролируется процесс строительства драги?
3. Как контролируется процесс добычи песков?
4. Какие способы измерения глубины черпанья драги?

5. Какие способы маркшейдерской съемки на полигонах?
6. Маркшейдерский контроль объемов добычи дражных полигонов.
7. Маркшейдерский контроль объемов добычи гидравлических полигонов.

Тема 8: Применение спутниковой геодезии на карьерах

1. Назовите основной принцип спутниковой геодезии.
2. Какие основные спутниковые системы применяются в маркшейдерии?
3. Какие в области спутниковых технологий маркшейдерских работ существуют схемы?
4. Дайте краткую характеристику навигационных спутников.
5. Что такое сегмент наземного контроля к управлению спутниковой системы?
6. Что такое технология дифференциальной GPS для определения точных координат пунктов?
7. Назовите схемы создания опорных, съемочных сетей и маркшейдерской съемки с использованием спутниковой геодезии.

Тема 9: Маркшейдерские работы при рекультивации земель на горных предприятиях

1. Основные задачи маркшейдерской службы при рекультивационных работах.
2. Методы планового съемочного обоснования для производства маркшейдерских работ.
3. Методы высотного съемочного обоснования для производства маркшейдерских работ.
4. Методы прогнозирования нарушенности земной поверхности и планирования работ.
5. Маркшейдерские работы при засыпке отработанных карьеров.
6. Маркшейдерские работы по реализации агрохимического плана.
7. Маркшейдерские работы при рекультивации породных отвалов.

Тема 10: Маркшейдерские подземные опорные сети

1. Цель и задачи маркшейдерских подземных опорных сетей.
2. Способы создания опорных подземных сетей.
3. Основные требования при создании и реконструкции подземных опорных сетей.
4. Закрепление пунктов подземных опорных сетей.
5. Методика и требования при измерении углов и длин подземных опорных сетей.
6. Методика и способы определения высотной отметки пунктов подземных опорных сетей.
7. Оценка точности определения плановых координат и высотной отметки пунктов подземных опорных сетей.

Тема 11: Маркшейдерская съемка в подземных горных выработках

1. Цель и задачи маркшейдерской съемки подземных горных выработок.
2. Способы создания и реконструкции маркшейдерских съемочных сетей.
3. Закрепление пунктов подземных съемочных сетей.
4. Методика и требования при измерении углов и длин съемочных сетей.

5. Цель и задачи маркшейдерской съемки контуров подземных горных выработок.
6. Схемы и методика производства маркшейдерской съемки контуров подземных горных выработок.
7. Камеральная обработка и оценка точности съемочных сетей и съемки контуров подземных горных выработок.

Тема 12: Геометрический способ ориентирования подземных горных выработок

1. Цель и задачи геометрического способа ориентирования.
2. Практическое значение геометрического способа ориентирования.
3. Какие способы ориентирования в зависимости от схемы вскрытия месторождения?
4. Методика и схемы ориентирования через наклонный ствол или штольню.
5. Схема ориентирования через один вертикальный ствол.
6. Схема ориентирования через два вертикальных ствола.
7. Оценка точности геометрических способов ориентирования.

Тема 13: Гироскопический способ ориентирования подземных горных выработок

1. Цель и задачи гироскопического способа ориентирования.
2. Практическое значение гироскопического способа ориентирования.
3. Какие схемы гироскопического ориентирования в зависимости от схемы вскрытия месторождения?
4. Методика и схема гироскопического ориентирования через один вертикальный ствол.
5. Методика и схема гироскопического ориентирования через два вертикальных ствола.
6. Основные понятия теории гироскопического ориентирования.
7. Схема и методика определения поправки гирокомпаса.

Тема 14: Вертикальная соединительная съемка подземных горных выработок

1. Цель и задачи вертикальной соединительной съемки.
2. Практическое значение вертикальной соединительной съемки.
3. Какие методы и схемы передачи высотной отметки в шахту?
4. Методика и схема передачи высотной отметки в шахту глубиномером ДА-2.
5. Методика и схема передачи высотной отметки в шахту шахтной лентой или рулеткой.
6. Методика и схема передачи высотной отметки в шахту светодальномером или лазерной рулеткой.
7. Оценка точности вертикальной соединительной съемки.

ПОДГОТОВКА К ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

При подготовке к *экзамену* по дисциплине «*Маркшейдерское дело*» обучающемуся рекомендуется:

Повторить пройденный материал и ответить на вопросы, используя конспект и материалы лекций. Если по каким-либо вопросам у студента недостаточно информации в лекционных материалах, то необходимо получить информацию из раздаточных материалов и/или учебников (литературы), рекомендованных для изучения дисциплины «*Маркшейдерское дело*»

Целесообразно также дополнить конспект лекций наиболее существенными и важными тезисами для рассматриваемого вопроса.

Рекомендуемая литература

1. Голубко Б.П. Часть 1. Маркшейдерские работы на карьерах и разрезах: Учебное пособие. – Екатеринбург: Изд. УГГУ, 2010. –212 с.

2.Голубко Б.П. Маркшейдерия. Решение типовых маркшейдерских задач при разработке месторождений открытым способом: Учебное пособие. – Екатеринбург: Изд. УГГУ, 2018. – 71с.

3. Маркшейдерия. Часть 1. Маркшейдерские работы на карьерах и разрезах: учебное пособие/ Б.П. Голубко, В.А. Гордеев, В.Н. Яковлев. – Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2010. – 212 с.

4. Маркшейдерское дело. Учебник для Вузов. Под ред. Д.Н.Оглоблина, Г.И. Герасименко, А.Г. Акимова и др. М.: Недра, 1981.

5. Маркшейдерия. Решение типовых маркшейдерских задач при разработке месторождений полезных ископаемых подземным способом. Учебное пособие. Б.П. Голубко, Г.В. Земских, О.С. Раева // Екатеринбург, УГГУ, 2017 – 98 с.

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебно-методическому комплексу _____ С.А. Упоров

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ОРГАНИЗАЦИИ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ И ЗАДАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ

Б1.О.24 БЕЗОПАСНОСТЬ ВЕДЕНИЯ ГОРНЫХ РАБОТ И ГОРНОСПАСАТЕЛЬНОЕ ДЕЛО

Специальность
21.05.04 Горное дело

Направленность (профиль)
Технологическая безопасность и горноспасательное дело

Одобрены на заседании кафедры	Рассмотрены методической комиссией
Безопасности горного производства	Горнотехнологического факультета
(название кафедры)	*(название факультета)*
Зав. кафедрой _____ *(подпись)*	Председатель _____ *(подпись)*
Елохин В.А.	Колчина Н.В.
(Фамилия И.О.)	*(Фамилия И.О.)*
Протокол № 1 от 20.09.2023	Протокол № 2 от 20.10.2023
(Дата)	*(Дата)*

Екатеринбург

Автор: Батанин Ф.К., старший преподаватель, Кочнева Л.В., старший преподаватель

ВВЕДЕНИЕ

Методические рекомендации для обучающихся по освоению учебной дисциплины

В процессе изучения учебной дисциплины следует:

1. Ознакомиться с рабочей учебной программой дисциплины. Рабочая учебная программа содержит перечень тем, которые необходимо изучить, планы лекционных и практических занятий, содержание дисциплины с указанием объема лекционных занятий, практических занятий и самостоятельной работы, перечень основной, дополнительной литературы и ресурсов информационно-коммуникационной сети «Интернет».

2. Ознакомиться с календарно-тематическим планом самостоятельной работы обучающихся.

3. Посещать теоретические (лекционные) и практические занятия.

4. При подготовке к практическим занятиям, а также при выполнении самостоятельной работы следует использовать методические указания для обучающихся.

При подготовке к практическим занятиям требуется:

- изучить теоретический материал, используя основную и дополнительную литературу, электронные ресурсы;
- ответить на вопросы тестов.

Изучение дисциплины производится в тематической последовательности. Самостоятельному изучению материала, как правило, предшествует лекция. На лекции даются указания по организации самостоятельной работы, срокам сдачи заданий, порядке проведения экзамена. Информацию о графике выполнения самостоятельных работ и критериях оценки учебной работы студента преподаватель сообщает на первой лекции курса.

Для организации и контроля учебной работы студентов используется проверка выполнения тестовых заданий. Форма промежуточной аттестации: экзамен.

Организация самостоятельной работы студентов

Самостоятельная работа студентов (СРС) - обязательная и неотъемлемая часть учебной работы студента по данной учебной дисциплине. Объемы и виды трудозатрат по всем отдельным видам представлены в программе. Общие планируемые затраты времени на выполнение всех видов аудиторных и внеаудиторных заданий соответствуют бюджету времени работы студентов, предусмотренному учебными планами по дисциплине в текущем семестре.

Перечни аудиторных и внеаудиторных занятий и заданий (тестов), вносимых в графики СРС, определяются в соответствии с программой учебной дисциплины.

Работа с книгой

Изучать курс рекомендуется по темам, предварительно ознакомившись с содержанием каждой из них по программе. При первом чтении следует стремиться к получению общего представления об излагаемых вопросах, а также отмечать трудные или неясные моменты. При повторном изучении темы необходимо освоить все теоретические положения. Рекомендуется вникать в сущность того или иного вопроса, но не пытаться запомнить отдельные факты и явления. Изучение любого вопроса на уровне сущности, а не на уровне отдельных явлений, способствует более глубокому и прочному усвоению материала.

Для более эффективного запоминания и усвоения изучаемого материала, полезно иметь рабочую тетрадь (использовать лекционный конспект) и заносить в нее формулировки и основные понятия, новые незнакомые термины, названия, определения и т.п. Весьма целесооб-

разно пытаться систематизировать учебный материал, проводить обобщение разнообразных фактов, сводить их в таблицы. Такая методика облегчает запоминание и уменьшает объем конспектируемого материала.

Изучая курс, полезно обращаться и к предметному указателю в конце книги. Пока тот или иной раздел не усвоен, переходить к изучению новых разделов не следует. Краткий конспект курса будет полезен при повторении материала в период подготовки к экзамену.

Изучение курса должно обязательно сопровождаться выполнением необходимых упражнений и решением задач. Решение задач - один из лучших методов прочного усвоения, проверки и закрепления теоретического материала. Этой же цели служат вопросы для самопроверки и тренировочные тесты, позволяющие контролировать степень успешности изучения учебного материала.

Консультации

Изучение дисциплины проходит под руководством преподавателя на базе делового сотрудничества. В случае затруднений, возникающих при изучении учебной дисциплины, студентам следует обращаться за консультацией к преподавателю, реализуя различные коммуникационные возможности: очные консультации (непосредственно в университете в часы приема преподавателя), заочные консультации (посредством электронной почты).

САМОСТОЯТЕЛЬНОЕ ИЗУЧЕНИЕ ТЕМ КУРСА

При самостоятельном изучении теоретического курса студентам необходимо:

самостоятельно освоить и проработать темы теоретического курса в соответствии с учебной программой дисциплины, основательно подготовить ответы на вопросы тестов по темам программы .

Самостоятельно изучаемые вопросы курса в последующем включаются в экзаменационные билеты.

ПОВТОРЕНИЕ МАТЕРИАЛА ЛЕКЦИЙ

Для приобретения прочных знаний и выработки навыков самостоятельной работы по учебной дисциплине «Безопасность ведения горных работ и горноспасательное дело» необходимо повторить материал лекционных занятий, а также прочитать основную и дополнительную литературу, рекомендованную для самостоятельного изучения по данной дисциплине. Работа с материалом должна носить системный характер.

ПОДГОТОВКА К ПРАКТИЧЕСКИМ ЗАНЯТИЯМ

Для успешной подготовки к практическим занятиям студенту невозможно ограничиться слушанием лекций. Требуется предварительная самостоятельная работа студентов по теме планируемого занятия. Студенты должны предварительно поработать над конспектом, учебником, учебным пособием, чтобы основательно овладеть теорией вопроса.

ПОДГОТОВКА К ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

При подготовке к экзамену по дисциплине «Безопасность ведения горных работ и горноспасательное дело» обучающемуся рекомендуется:

Повторить пройденный материал и ответить на вопросы, используя конспект и материалы лекций. Если по каким-либо вопросам у студента недостаточно информации в лекционных материалах, то необходимо получить информацию из раздаточных материалов и/или учебников (литературы), рекомендованных для изучения дисциплины «Безопасность ведения горных работ и горноспасательное дело»

Целесообразно также дополнить конспект лекций наиболее существенными и важными тезисами для рассматриваемого вопроса.

УЧЕБНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ПРИ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЕ И ПРИ ПОДГОТОВКЕ К ПРАКТИЧЕСКИМ ЗАНЯТИЯМ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

1. О промышленной безопасности опасных производственных объектов [Электронный ресурс]: федеральный закон от 21.07.1997 № 116-ФЗ (с доп. и изм.). - Режим доступа: ИПС «КонсультантПлюс», в локальной сети вуза.

2. Об аварийно-спасательных службах и статусе спасателя. [Электронный ресурс]: федеральный закон от 22.08.1995 № 151-ФЗ (с доп. и изм.). - Режим доступа: ИПС «Гарант», в локальной сети вуза.

3. Об утверждении Положения о профессиональных аварийно-спасательных службах, профессиональных аварийно-спасательных формированиях, выполняющих горноспасательные работы, и Правил расчета стоимости обслуживания объектов ведения горных работ профессиональными аварийно-спасательными службами, профессиональными аварийно-спасательными формированиями, выполняющими горноспасательные работы [Электронный ресурс]: постановление Правительства РФ от 27.04.2018 № 517. - Режим доступа: ИПС «Гарант», в локальной сети вуза.

4. Об утверждении Положения о ВГСЧ [Электронный ресурс]: постановление Правительства РФ от 28.01.2012 № 45 (с изм. и доп.). - Режим доступа: ИПС «Гарант», в локальной сети вуза.

5. Положение о проведении аттестации аварийно-спасательных служб, аварийно-спасательных формирований, спасателей и граждан, приобретающих статус спасателя [Электронный ресурс]: постановление Правительства РФ от 22.12.2011г. № 1091. - Режим доступа: ИПС «Гарант», в локальной сети вуза.

6. Положение о разработке планов мероприятий по локализации и ликвидации последствий аварий на опасных производственных объектах [Электронный ресурс]: постановление Правительства РФ от 15.09.2020г. № 1437. Режим доступа: ИПС «Гарант», в локальной сети вуза.

7. «Методические рекомендации о порядке составления планов ликвидации аварий при ведении работ в подземных условиях» [Электронный ресурс]:. РД 15-11-2007: приказ Ростехнадзора от 24.05.2007 № 364. - Режим доступа: ИПС «КонсультантПлюс», в локальной сети вуза

8. Об утверждении табеля технического оснащения ВГСЧ [Электронный ресурс]: приказ МЧС России от 13.12.2012. № 766. - Режим доступа: ИПС «Гарант», в локальной сети вуза.

9. Руководство по организации технического обслуживания горноспасательного оснащения ФГУП «ВГСЧ» [Электронный ресурс]:: приказ ФГУП «ВГСЧ» МЧС России от 27.05.2014г. № 375. – Режим доступа: ИПС «КонсультантПлюс», в локальной сети вуза

10. Нормативы организации ВГСЧ [Электронный ресурс]: приказ МЧС от 29.11.2012г. № 707. - Режим доступа: ИПС «Гарант», в локальной сети вуза.

11. Положение о прохождении службы в ВГСЧ [Электронный ресурс]: Приказ МЧС от 18.03.2013г. № 180. - Режим доступа: ИПС «КонсультантПлюс», в локальной сети вуза

12. Устав внутренней службы военизированных горноспасательных частей [Электронный ресурс]: Приказ МЧС от 31.10.2018г. № 484. - Режим доступа: ИПС «КонсультантПлюс», в локальной сети вуза

13. Порядок создания ВГК [Электронный ресурс]: приказ МЧС от 22.11.2013г. № 765 (с доп. и изм.). - Режим доступа: ИПС «Гарант», в локальной сети вуза.

14. Положение об условиях оплаты труда, предоставления гарантий и компенсаций работникам ВГСЧ [Электронный ресурс]: приказ МЧС от 03.11.2015г № 581. - Режим доступа: ИПС «Гарант», в локальной сети вуза.

15. Устав ВГСЧ по организации и ведению горноспасательных работ [Электронный ресурс]:. приказ МЧС России от 09.06.2017 № 251. - Режим доступа: ИПС «КонсультантПлюс», в локальной сети вуза

16. Федеральные нормы и правила в области промышленной безопасности «Правила безопасности при ведении горных работ и переработке твердых полезных ископаемых» [Электронный ресурс]: приказ Ростехнадзора от 8.12.2020 № 505. – Режим доступа: ИПС «КонсультантПлюс», в локальной сети вуза.

17. Федеральные нормы и правила в области промышленной безопасности «Инструкция по локализации и ликвидации последствий аварий на опасных производственных объектах, на которых ведутся горные работы» [Электронный ресурс]: приказ Ростехнадзора от 11.12.2020 г. № 520. - Режим доступа: ИПС «Гарант», в локальной сети вуза.

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебно-методическому комплексу
_____С. А. Упоров

МЕТОДИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ К ПРАКТИЧЕСКИМ ЗАНЯТИЯМ

Б1.О.26.01 РУССКИЙ ЯЗЫК И ДЕЛОВЫЕ КОММУНИКАЦИИ

Специальность
21.05.04 Горное дело

Направленность (профиль)
Технологическая безопасность и горноспасательное дело

Одобрена на заседании кафедры	Рассмотрена методической комиссией
Иностранных языкови деловой коммуникации	Горнотехнологического факультета
(название кафедры)	*(название факультета)*
Зав. кафедрой _____ *(подпись)*	Председатель _____ *(подпись)*
Юсупова Л.Г.	Колчина Н.В.
(Фамилия И.О.)	*(Фамилия И.О.)*
Протокол № 1 от 19.09.2023 г.	Протокол № 2 от 20.10.2023 г.
(Дата)	*(Дата)*

Екатеринбург

Автор: Меленскова Е. С., канд. филол. наук, доцент

Методические рекомендации к практическим занятиям

Значительную роль в изучении предмета выполняют практические занятия, которые призваны, прежде всего, закреплять теоретические знания, полученные в ходе лекций, ознакомления с учебной литературой, а также выполнения самостоятельных заданий. Тем самым практические занятия способствуют более качественному усвоению знаний, помогают приобрести навыки самостоятельной работы.

Приступая к подготовке к практическому занятию необходимо изучить соответствующие конспекты лекций по заданной теме, главы учебников или учебных пособий, разобрать примеры, ознакомиться с дополнительной литературой (например, словарями). Конспектирование дополнительных источников также способствует более плодотворному усвоению учебного материала. Следует обращать внимание на основные понятия и классификации, актуальные для темы практического занятия.

Записи имеют первостепенное значение для самостоятельной работы студента. Они помогают понять построение изучаемого материала, выделить основные положения и проследить их логику. Ведение записей способствует превращению чтения в активный процесс, мобилизует, наряду со зрительной, и моторную память. Следует помнить: у студента, систематически ведущего записи, создается свой индивидуальный фонд подсобных материалов для быстрого повторения прочитанного, для мобилизации накопленных знаний. Все это находит свое отражение в процессе выполнения итогового зачетного теста.

Очевидны три структурные части практического занятия: предваряющая (подготовка к занятию), непосредственно само практического занятия (обсуждение вопросов темы в группе, выполнение упражнений по теме) и завершающая часть (последующая работа студентов по устранению обнаружившихся пробелов). Не только само практическое занятие, но и предваряющая, и заключающая части его являются необходимыми звеньями целостной системы усвоения вынесенной на обсуждение темы.

Перед очередным практическим занятием целесообразно выполнить все задания, предназначенные для самостоятельного рассмотрения, изучить лекцию, соответствующую теме практического занятия. В процессе подготовки к практическому занятию закрепляются и уточняются уже известные и осваиваются новые знания. Столкнувшись в ходе подготовки с недостаточно понятными моментами темы, необходимо найти ответы самостоятельно или зафиксировать свои вопросы для постановки и уяснения их на самом практическом занятии.

В начале занятия следует задать преподавателю вопросы по материалу, вызвавшему затруднения в его понимании и освоении, поскольку всегда сначала студенты под руководством преподавателя более глубоко осмысливают теоретические положения по теме занятия.

В ходе практического занятия каждый должен опираться на свои конспекты, сделанные на лекции или по учебникам и учебным пособиям, на самостоятельно выполненные упражнения по данной теме.

В процессе подготовки к занятиям рекомендуется взаимное обсуждение материала, во время которого закрепляются знания, а также приобретается практика в изложении и разъяснении полученных знаний, развивается речь.

Значительную роль в изучении предмета выполняют практические занятия, которые призваны, прежде всего, закреплять теоретические знания, полученные в ходе прослушивания и запоминания лекционного материала, ознакомления с учебной и научной литературой, а также выполнения самостоятельных заданий. Тем самым практические занятия способствуют получению наиболее качественных знаний, помогают приобрести навыки самостоятельной работы. Планы практических занятий состоят из отдельных тем, расположенных в соответствии с рабочей программой изучаемой дисциплины. Каждая тема включает следующие элементы:

- цель проведения занятия;
- теоретические вопросы, необходимые для усвоения темы;
- задания;
- список литературы по теме для подготовки к практическому занятию.

Работа на практических занятиях направлена на:

- обобщение, систематизацию, углубление, закрепление полученных теоретических знаний по конкретным темам изучаемой дисциплины;
- формирование умений применять полученные знания на практике, реализацию единства интеллектуальной и практической деятельности;
- развитие интеллектуальных умений (например, аналитических).

В ходе занятий у студентов формируются практические умения и навыки, отраженные в РПД.

Методические материалы к практическим занятиям

ТЕМА 1. СЛОВАРИ И СПРАВОЧНИКИ ПО КУЛЬТУРЕ РЕЧИ. СИСТЕМА СЛОВАРНЫХ ПОМЕТ

Цель – вспомнить классификацию словарей и проверить у студентов умение работать с ними (лексикографическая грамотность).

Основные понятия темы:

Лексикография – раздел науки о языке, занимающийся теорией и практикой составления словарей.
Энциклопедический словарь – книга, содержащая описание научных понятий и терминов, исторических событий, характеристику персоналий из разных областей или определенной области знания.
Лингвистический словарь – книга, содержащая собрание слов (морфем, фразеологизмов и т. д.), расположенных по определённому принципу (как правило, по алфавиту), и дающая сведения об их значениях, употреблении, происхождении, переводе на другой язык и т. п.
Словарная статья – отдельный текст, посвященный языковой единице (слову, морфеме и т. п.) или их группе (лексической группе, гнезду слов и т. п.).
Помета – применяемое в словарях сокращенное указание на какие-либо характерные признаки слова или его употребления.

Задание 1. *Прочитайте и сравните словарные статьи, взятые из разных словарей. Найдите общую и различающую их дополнительную информацию. Объясните, чем вызвано различие.*

ФАЗА – **1.** В геохимии: совокупность однородных частей системы, одинаковых по термодинамическим свойствам (тем, которые не зависят от количества вещества) и отграниченных от других частей поверхностью раздела. В природных процессах минералообразования могут принимать участие газовая Ф., жидкие Ф. и твердые Ф. – металлы. Системы, состоящие из одной Ф., называются однофазными, или гомогенными (напр., раствор различных солей в воде; кристалл кварца без включений; мономинеральная горная порода); состоящие из нескольких Ф. – многофазными, или гетерогенными (напр., раствор вместе с твердым осадком; кристалл кварца с газово-жидким включением; полиминеральная порода). **2.** В исторической геологии: термин, иногда употребляющийся для обозначения времени, соответствующего длительности накопления отложений, составляющих зону как часть яруса. Термин был условно принят в этом значении VIII сессией МГК в Париже в 1900 г., но не стал общепринятым. При изучении четвертичного периода иногда фазой называют время каждого отдельного оледенения и промежутков между ними (*Геологический толковый словарь*[1]).

ФА́ЗА, -ы, *ж.* [нем. Phase < греч. phasis появление (о небесных светилах)]. **1.** Момент, отдельная стадия в ходе развития и изменения чего-н., а также само положение, форма чего-н. в данный момент; то же, что фазис. *Новая ф. в развитии общества. Луна в первой фазе.* **2.**

[1] Геологический толковый словарь [Электронный ресурс] – Режим доступа: http://www.edudic.ru/geo/

физ. Величина, характеризующая состояние какого-н. процесса в каждый момент времени. *Ф. колебания маятника. Газообразная ф. вещества.* **Фа́зовый** – относящийся к фазе (в 1-м и 2-м знач.), фазам. **3.** *эл.* Отдельная группа обмоток генератора. **Фа́зный** – относящийся к фазе, фазам. (Крысин Л. П. Толковый словарь иноязычных слов. М., 2001. С. 810).

ФА́ЗА, -ы, *ж.* **1.** Момент, отдельная стадия в ходе развития и изменения чего-н. (напр. положения планеты, формы или состояния вещества, периодического явления, общественного процесса), а также само положение, форма в этот момент (книжн.). *Первая ф. Луны. Жидкая ф. Газообразная ф. Ф. колебания маятника. Вступить в новую ф. развития.* **2.** Отдельная группа обмоток генератора (спец.). || *прил.* **фа́зовый**, -ая, -ое (к 1 знач.) *и* **фа́зный**, -ая, -ое (ко 2 знач.). ♦ **Фазовые глаголы** – в лингвистике: глаголы со значением начала, продолжения или окончания действия. (Ожегов С. И. и Шведова Н. Ю. Толковый словарь русского языка. М., 2005. С. 847).

Задание 2. *Познакомьтесь с типами помет, используемых в толковых словарях. Объясните значение всех помет, приведенных в качестве примера.*

ТИПЫ ПОМЕТ ТОЛКОВОГО СЛОВАРЯ

Типы помет	**Примеры помет**	**Значение отсутствия помет**
1. Помета, указывающая на принадлежность к функциональному стилю	*науч., газет., публиц., оф.-дел., разг., книжн.* и др.	Слово межстилевое
2. Помета, указывающая на сферу употребления слова	*обл., прост., жарг.*, *спец.* и др.	Слово общеупотребительное
3. Помета, указывающая на принадлежность к активному / пассивному запасу	*устар., ист., арх.*, *нов.* и др.	Слово принадлежит к активному запасу
4. Помета, указывающая на эмоционально-экспрессивную окраску слова	*ласк., ирон., шутл., унич., бран., пренебр., высок., неодобр.* и др.	Слово нейтральное

Задание 3. *Прочитайте словарные статьи, извлеченные из толкового словаря современного русского языка. Укажите пометы и объясните, что они означают.*

Абориге́н, -а, *м.* (книжн.) – коренной житель страны, местности. || *ж.* **абориге́нка** (разг.)

Грамоте́й, -я, *м.* (устар. и ирон.) – грамотный человек.

Деяние, -я, *ср.* (высок. и спец.) – действие, поступок, свершение.

Жена́тик, -а, *м.* (прост. шутл.) – женатый человек (обычно о молодожене).

Иждиве́нчество, -а, *ср.* (неодобр.) – стремление во всем рассчитывать не на свои силы, а на помощь других, вообще жить за чужой счет.

Карапу́з, -а, *м.* (разг. шутл.) – толстый, пухлый малыш.

Кляча, -и, *ж.* (разг. пренебр.) – плохая (обычно старая) лошадь.

Ле́нчик, -а, *м.* (спец.) – деревянная основа седла.

Мате́рщина, -ы, *ж., собират.* (прост. груб.) – неприличная брань.

Му́шка, -и, *м.* (разг. ласк.) – то же, что медведь.

Небезызве́стный, -ая, -ое; -тен, -тна (обычно ирон.) – достаточно, хорошо известный.

Неулыба, -ы, *м.* и *ж.* (обл. и прост.) – человек, который редко улыбается, неулыбчив.

Новоде́л, -а, *м.* (разг.) – здание, сооружение, построенное на месте уничтоженного, исчезнувшего и воспроизводящее его прежний внешний вид.

Нувори́ш, -а, *м.* (книжн. презр.) – богач, наживший свое состояние на социальных переменах или бедствиях, на разорении других.

Общепи́т, -а, *м.* (офиц.) – сокращение: общественное питание – отрасль народного хозяйства, занимающаяся производством и продажей готовой пищи и полуфабрикатов. || *прил.* **общепи́товский**, -ая, -ое (разг.).

Остоло́п, -а, *м.* (прост. бран.) – глупец, болван.

Отчи́зна, -ы, *ж.* (высок.) – отечество, родина.

Побо́ры, -ов. **1.** Чрезмерные, непосильные налоги или сборы (устар.). **2.** *перен*. Неофициальные сборы средств на что-нибудь (разг. неодобр.).

Предуве́домить, -млю, -мишь; -мленный; *сов.*, *кого-что* (устар. и офиц.) – заранее уведомить.

Риста́лище, -а, *ср.* (стар.) – площадь для гимнастических, конных и других состязаний, а также само такое состязание.

Сва́ра, -ы, *ж.* (прост.) – шумная перебранка, ссора.

Торга́ш, -а, *м.* **1.** То же, что торговец (устар. неодобр.). **2.** *перен*. Человек, который выше всего ставит свою выгоду, корысть, личный интерес (презр.).

Умка, -и, *м.* (обл.) – белый медведь.

Упова́ние, -а, *ср.* (книжн., часто ирон.) – то же, что надежда.

Ха́м, -а, *м.* (презр. и бран.) – грубый, наглый человек.

Задание 4. *Познакомьтесь с пометами, используемыми в орфоэпических словарях, словарях грамматических трудностей и т. п. Какие пометы указывают на императивную норму, а какие на диспозитивную? Запишите их в предложенную ниже таблицу.*

НОРМАТИВНАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА СЛОВ[2]

Словарь является не просто нормативным, а ставит своей задачей показать литературную норму во всем многообразии ее проявлений. В отличие от большинства нормативных словарей, словарь отражает и такие факты речи, которые считаются неверными с точки зрения литературной нормы. Все запретительные пометы, которые характеризуют неверные варианты, снабжаются значком «восклицательный знак» (!). В Словаре используются ясные и общедоступные способы нормативной оценки вариантов.

1. Равноправные варианты соединяются союзом *и*:

ба́рхатка *и* барха́тка;

ведёрцев *и* ведёрец.

При этом на первом месте помещается обычно традиционный вариант, более частотный в употреблении.

2. Помета «допустимо» (*и доп.*) свидетельствует о том, что оба варианта соответствуют нормам литературного языка. Естественно, что предпочтителен вариант, помещённый на первом месте. Такая помета используется, как правило, применительно к

[2] Орфоэпический словарь русского языка для школьников / Сост. О. А. Михайлова. Екатеринбург: У-Фактория, 2002. С. 6-8.

новым, входящим в норму вариантам ударения, произношения и грамматическим формам. Например:

бредо́вый *и доп.* бредово́й;

белёсый *и доп.* беле́сый;

ма́шет *и доп.* маха́ет.

3. Помета «допустимо устаревшее» (*доп. устар.*) означает, что второй вариант, хотя и находится в пределах литературной нормы, всё реже встречается в речевой практике, постепенно утрачивается, переходя в пассивный языковой фонд. Например:

ворва́лся *и доп. устар.* ворвался́

вспе́ненный, -ая, -ое, *кратк. ф.* вспе́нен, вспе́нена *и доп. устар.* вспенённый, вспенён, вспенена́

бу́до[чн]ик *и доп. устар.* бу́до[шн]ик.

4. Помета «не рекомендуется» (*не рек.*) применяется в тех случаях, когда отмеченный ею вариант в данное время не признаётся нормативным. Однако его широкое употребление в современной речи и соответствие общим тенденциям языкового развития не исключают возможности признания этого варианта литературной нормой в будущем. Например:

бало́ванный ! *не рек.* ба́лованный;

вручу́т ! *не рек.* вру́чит;

гру́фели, -ей ! *не рек.* грифеля́, -е́й.

5. Помета «не рекомендуется устаревшее» (*не рек. устар.*) означает, что снабжённый ею вариант, ныне находящийся за пределами нормы, представляет собой бывшую норму. Например:

горшо́чек, горшо́чка ! *не рек. устар.* горше́чек;

да́рит ! *не рек. устар.* дару́т.

6. Помета «неправильно» (*неправ.*) служит для предупреждения распространённых речевых ошибок. Например:

вы́боры, вы́боров ! неправ. выбора́, выборо́в;

компромету́ровать, -рую, -рует ! неправ. компроме[н]ту́ровать

Рекомендательные пометы	Запретительные пометы

ТЕМА 2. ОРФОГРАФИЧЕСКИЕ И ПУНКТУАЦИОННЫЕ НОРМЫ

Цель – повторить основные правила орфографии и пунктуации русского языка.

Основные понятия темы:

Орфографические нормы – это правила написания слов.
Пунктуационные нормы – это правила расстановки знаков препинания.

Задание 1. *Повторите правописание гласных (безударных и чередующихся) и согласных в корне слова. Перепишите текст, вставив пропущенные буквы. Расставьте знаки препинания. Объясните свой выбор.*

Я р…шил в…рнуться д…мой. Быстрыми шагами я прошел зар…сли кустов. У моих ног т…нулась р…внина а дальше ст…ной возвышался мрачный лес. Я осм…трел окрес…ность и спустился с х…лма. Высокая тр…ва на дне д…лины б…лела р…вной скат…ртью. Я вышел на опушку и пошел полем. Трудно было проб…раться по у…кой тр…пинке. Кругом р…сла высокая ро…ь. Н…чная птица промчалась и к…снулась меня св…им крылом. В т…шине глухо разд…вались мои шаги. Но вот на в…чернем небе стали заж…гаться звезды. Забл…стел серп м…л…дого мес…ца. Теперь я узнал д…рогу и предпол…гал что через час буду дома.

Задание 2. *Повторите правописание приставок. Перепишите предложения, вставив пропущенные буквы. Расставьте недостающие знаки препинания при однородных членах предложения.*

Перед самым селом п…р…езжаем речку вброд. На спуске перед церковью ра…ливается море сарафанов мужицких голосов. Народ все пр…бывает мужики в пиджаках ребятишки со свистульками, на ра…пряженных телегах сидят пр…старелые пр…езжие. Над колокольнями белеют верхи палаток, а над ними – облака, и падают вьются стрелами свищут в воздухе стрижи.

Медленно пр…бираясь в ра(с, сс)тупившейся толпе, по…ъезжаем к ограде пр…вязываем лошадей. На дощатом пр…лавке ра…ложены картинки и книги, и мещанин-пр…давец по…совывает календари и книги с з…манчивыми названиями. Всё смех и ржанье лошадей крик бабы, ругающей мужика, (с, з)ливается в один ярмарочный гул. За время работы ярмарки хочется успеть (с, з)делать многое пр…смотреть липового меда п…дешевле п…торговаться в свое удовольствие пр…купить гостинцев родным.

В обед негаданно с…бирается туча, и дождь, по…нимая пыль, барабанит по усыпанной по…солнечной шелухой дороге. Но летний дождь быстро пр…ходит, и яркая радуга, упершись в реку, широким полотенцем ра…кидывается над ярмаркой. С ярмарки народ ра…ъезжается только после обеда. (По И. Соколову-Микитову)

Задание 3. *Повторите правописание Ъ и Ь (учтите разные функции Ь). Перепишите, вставив, где необходимо, пропущенные буквы.*

Пред…юбилейное мероприятие, обжеч…ся огнем, решил удалит…ся проч…, кофе был горяч…, достан…те багаж…, чувствовать гореч… неудач…, выть по-волч…и, любител…ская кинос…емка, должность камен…щика, выйти замуж… осен…ю, береч… здоров…е, сроч…ный заказ, лечить кон…юнктивит, уловить фал…ш… в голосе, трех…этажный павил…он, заменить мед…ю, назнач…те время трех встреч…, с…еш… во время лан…ча, следить за своей реч…ю, купает…ся в реке, оформиш… пен…сию, остав…те антиквару старинную брош…, четырех…ядерный процессор, волосы до плеч…, сер…езный компан…он, умнож…те полученный резул…тат, он хорош… собой, выявить из…ян, декабр…ские морозы, с…агитировать на выборы, коротко стрич…ся, сверх…естественный об…ект, боиш…ся ос…минога, неб…ющаяся вещ…, об…емный текст п…есы, не забуд…те плащ…, невтерпеж… ждать, раз…яренный бык, разрабатывать кар…ер.

Задание 4. *Повторите правописание Н и НН в причастиях, прилагательных и образованных от них формах. Перепишите текст, вставив пропущенные буквы и расставив недостающие знаки препинания при причастных оборотах. Причастные обороты подчеркните.*

Было нестерпимо холодн…о, и даже не верилось, что днем придется жариться в раскален…ом пекле. Среди потрескавшихся от зноя пород обнаруживаются словно бы отполирован…ые плиты гранита. В этом заброшен…ом неповторимом уголке необозримой пустыни существование человека – никогда не прекращающееся сражение с природой. Палатки кочевников соседствуют с домами сложен…ыми из обожжен…ого кирпича.

Снаружи жилище покрывает сетка сплетен…ая из жесткой травы. Узор наносится и на пленку, которой палатка скрепляется изнутри.

Все палатки украшен…ы под цвет камен…ых глыб. Комнаты соединен…ы переходами из плетен…ых циновок. Все разложен…о аккуратн…о, повсюду чистота. Сбоку вышел мужчина в незаменимом традицион…ом облачении. На нем накидка казавшаяся накрахмален…ой. Бросался в глаза и меч повеш…н…ый к поясу.

Геолог подходит к карте разукрашен…ой цветными пометками. Все, что нанесен…о на нее, – плод трудн…ых поисков в горах прокален…ых солнцем. Новые месторождения открывают разведчики недр. (По Б. Фетисову)

Задание 5. *Повторите правописание НЕ и НИ с разными частями речи. Перепишите текст, вставив пропущенные буквы и раскрыв скобки.*

Нет (н…)чего лучше Невского проспекта, по крайней мере в Петербурге. Чем (н…)блестит эта улица – красавица нашей столицы! Я знаю, что (н…)один из бедных чиновных ее жителей (н…)променяет на все блага Невского проспекта. Да и кому же он (н…)приятнен? Здесь единствен…ое место, где показываются люди (н…)по(н…)обходимости, куда загнала их надобность и меркантильный интерес, об…емлющий весь Петербург. Здесь житель Петербургской или Выборгской части, (н…)сколько лет (н…)бывавший у своего приятеля в Песках или у Московской заставы, может быть уверен, что встретится с ним (н…)пр…мен…о.

Можно сказать решительно, что в это время, то есть до двенадцати часов, Невский проспект (н…)составляет (н…)(для)кого цели, он служит только средством: он постепен…о заполняется лицами, имеющими свои занятия, свои заботы, свои досады, но вовсе (н…)думающими о нем. В это время, что бы вы на себя (н…)надели, хотя бы даже вместо шляпы был картуз у вас на голове, хотя воротнички слишком высунулись из вашего галстука, – (н…)кто этого (н…)заметит. (по Н. В. Гоголю)

Задание 6. *Повторите правописание наречий и частиц. Перепишите текст, вставив пропущенные буквы и раскрыв скобки. Вставьте недостающие знаки при деепричастных оборотах. Деепричастия подпишите.*

Лето выдалось знойное и сокрушило все. Земля иссохла, прокалилась до того, что ящерицы (не)боясь (ни)кого прибегали на порог с отчаянно колотящимися глотками, лиш…(бы) куда(нибудь) спрятаться. А коршуны забирались (в)высь и (на)долго умолкали в горящем мареве.

И ребят непоседливых сморила (не)померная жара. Они прятались от нее под стенами домов выглядывая (из)редк… (от)туда на проходящие мимо них пассажирские и товарные поезда. Когда у разъезда составы сбавляли ход, детям казалось, что уж… этот(то) поезд

притормозит и остановится. Они бежали за ним (в)догонку заслоняясь ручонками от солнца и (по)детски наивно надеясь укатить из пекла.

Тяжко было смотреть, с какой завистью и печалью малыши глядели (в)след уходящим в неизвестность, (на)стеж… раскрытым вагонам. Пассажиры выглядывали из открытых окон, то(же) сходили с ума от духоты и мечтали о том, что(бы) (на)утро очутиться там, где прохладные реки и зеленые леса. Вряд(ли) они задумывались о том, что жара может задержаться… (По Ч. Айтматову)

Задание 7. *Повторите правила постановки знаков препинания в сложных предложениях. Перепишите предложения, расставив знаки препинания. Обратите особое внимание на пунктуацию при однородных и обособленных членах предложения. Подчеркните грамматические основы.*

1. Сначала соседи смеялись между собою над высокомерием Троекурова и каждый день ожидали чтоб незваные гости посетили Покровское где было им чем поживиться но наконец принуждены были с ним согласиться и сознаться что и разбойники оказывали ему непонятное уважение. (А. С. Пушкин)
2. Раза три в год Финский залив и покрывающее его серое небо нарядятся в голубой цвет и млеют любуясь друг другом и северный человек едучи из Петербурга в Петергоф не насмотрится на редкое чудо млеет в непривычном зное и все заликует дерево цветок и животное. (И. А. Гончаров)
3. Я писал вам как мы гонимые бурным ветром дрожа от холода пробежали мимо берегов Европы как в первый раз пал на нас у подошвы гор Мадейры ласковый луч солнца и заплескали голубые волны засияли синие небеса как мы жадно бросились к берегу погреться горячим дыханием земли. (И. А. Гончаров)
4. Иногда бывает что облака в беспорядке толпятся на горизонте а солнце прячась за них красит их и небо во всевозможные цвета в багряный оранжевый золотой лиловый грязно-розовый. (А. П. Чехов)
5. Направо темнели холмы налево все небо было запито багровым заревом и трудно было понять был ли то пожар или же собиралась всходить луна. (А. П. Чехов)
6. Живя здесь я реже попадался на глаза отцу и его гостям и мне казалось что если я живу не в настоящей комнате и не каждый день хожу в дом то слова отца что я сижу у него на шее звучат уже как будто не так обидно. (А. П. Чехов)
7. Он пел и от каждого звука его голоса веяло чем-то родным и необозримо широким словно знакомая степь раскрывалась перед нами уходя в бесконечную даль. (И. С. Тургенев)
8. Большая низкая лампа с непрозрачным абажуром стоящая на письменном столе горела ясно но освещала только поверхность стола да часть потолка образуя на нем дрожащее круглое пятно света в остальной комнате все было в полумраке в нем можно было разглядеть только шкаф с книгами большой диван еще кое-какую мебель. (В. Гаршин)
9. Куда ни обращаешь взор всюду как будто встречаешь быстро удаляющийся образ лета которое время от времени оборачивается назад и бросает прощальную меланхолически-задумчивую улыбку. (Д. Григорович)
10. А на него посмотришь и кажется что вся эта земная деятельность для него только лишь забава и ею занят он пока а настоящие его заботы где-то впереди куда порою устремлялись его бойкие но как бы неживые оловянного блеска глаза. (Ф. Сологуб)

11. На седом фоне тумана ближайшие сосны однотонно плоско и неясно вырисовываются своими прямыми и голыми стволами и в их неподвижности среди этой голубой тишины и среди этого холодного тумана чувствуется что-то суровое печальное и покорное. (А. И. Куприн)

ТЕМА 3. АКЦЕНТОЛОГИЧЕСКИЕ НОРМЫ

Цель – повторить характеристику русского языка, составить собственный акцентологический словарь при выполнении упражнений[3].

Основные понятия темы:

Акцентологические нормы – это правила постановки ударения в слове.
Омонимы – слова, у которых от постановки ударения зависит значение.

Задание 1. *Расставьте ударения в следующих словах. Укажите варианты постановки ударения (например, ста́ртер и стартёр):*

1) Асимметрия, блага, кулинария, столяр, добыча, плато, диоптрия, творог, средства, шофер, туфля, эксперт, кремень, страховщик, нефтепровод, маркетинг, шасси, христианин, рассредоточение, досуг, жалюзи, танцовщица, шарфы, торты, искра, бармен, вероисповедание, квартал, симметрия, диспансер, обеспечение, склады, таможня, щебень, баржа, алкоголь, индустрия, приговор, генезис, договор, свекла, бижутерия, каталог, ходатайство, километр, пережитое, хвоя, полиграфия, ортопедия, пиццерия, стюард, овен, упрочение (*имена существительные*).

2) Асбестовый, совестливый, мизерный, оптовый, мастерски, украинский, втридорога, важно, тотчас, просмотровый, завидно, правы, давнишний, стары, одновременный, красивее, красивейший, равны, семестровый, счастливо, досыта, иначе, поутру, начерно, зубчатый (*имена прилагательные и наречия*).

3) Аранжировать, заржаветь, нормировать, убыстрить, заплесневеть, новорожденный, опошлить, баловать, балованный, расклешенный, дарит, включишь, включенный, копировать, повторишь, понял, звонит, закупорить, начался, начатый, положить, положил, вручит, врученный, доложишь, облегчить, осведомиться, премировать, черпать, ободрить, пломбировать, вогнутый, вскружит, буксировать, скрещенный, разрыхлить, плодоносить, наклоненный, окислить (*глагольные формы*).

Задание 2. *Поясните, как зависит значение от постановки ударения в следующих словах (омонимах):*

Глазки, замок, рожки, выкупать, ирис, характерный, полки, хлопок, мука, вычитать, орган, видение, острота, трусить, свойство, гвоздики, бронировать, кредит, угольный, правило, провидение, полнить, лавровый, электрик.

Например: пла́чу (1 лицо ед. число от глагола «плакать») – плачу́ (1 лицо ед. число от глагола «платить»).

[3] При выполнении заданий пользуйтесь орфоэпическим словарем или словарем трудностей при постановке ударения.

Задание 3. *Прочитайте предложения, обращая внимание на постановку ударения в подчёркнутых словах. Составьте по аналогии свои предложения, использовав любые слова из* ***задания 1*** *и / или* ***2****.*

1. В последнем квартале этого года эксперты одной из фирм заключили выгодный договор на прокладку газопровода**,** за что были премированы. 2. Для обеспечения здорового образа жизни исключите из своего рациона арахис, торты и алкоголь, а включите в него творог, свеклу и щавель. 3. В мебельном отделе нашего торгового центра вы можете приобрести красивейшие кухонные гарнитуры по оптовым ценам.

ТЕМА 4. ОРФОЭПИЧЕСКИЕ НОРМЫ

Цель – повторить правила транскрибирования слов, выявить основные трудности в плане произношения, составить собственный орфоэпический словарь при выполнении упражнений[4].

Основные понятия темы:

Орфоэпические нормы – это правила произношения слов. **Транскрипция** – графическая запись того, как произносится слово (всегда в квадратных скобках).

Задание 1. *Отметьте правильное произношение сочетания ЧН в следующих словах. Распределите слова на три группы:*

[шн]	**[шн]** и **[чн]**	**[чн]**

1) Шуточный, копеечный, отличник, девичник, будничный, булочная, очечник, полуночник, нарочно, прачечная, скучно, скворечник, горчичник, Фоминична, яичница, достаточно, порядочный, горничная, Никитична, двоечник, пустячный, Ильинична, конечно, спичечный, подсвечник, Кузьминична.

2) Шапочный мастер – шапочное знакомство, сердечные капли – друг сердечный, подаренная перечница – чертова перечница.

Задание 2. *Отметьте правильное произношение согласного перед Е в следующих словах. Распределите слова на три группы:*

Твёрдое произношение	**Варианты**	**Мягкое произношение**

Автосервис, дефис, агрессия, дендрарий, бухгалтер, депрессия, гарем, термин, шинель, термос, патент, сессия, тенденция, рейд, газель, дезодорант, фанера, Одесса, академия, бизнесмен, деградация, менеджер, музей, деканат, темперамент, тезис, аксессуары, протекция, бандероль, гипотеза, детектив, кредо, бассейн, экспресс, дедукция, декада, темп, терапевт, дефицит, интервал, дебаты, рельсы, ниппель, компетентный, дезинформация, пресса, цистерна, стратегия, тренинг, сенсорный, сейф, портмоне.

[4] При выполнении заданий пользуйтесь орфоэпическим словарем или словарем трудностей произношения.

Задание 3. *Прочитайте слова, обращая внимание на произношение ударного звука, обозначенного буквой Е:*

1) Острие, поблекший, афера, хребет, оседлый, одноименный, маневренный, опека, жернов, желчь, блеклый, желоб, безнадежный, бытие, повлекший, жердочка, никчемный, гладкошерстный, гашеный, недоуменный.

2) Именительный падеж – падеж скота;

Истекший срок – истекший кровью;

Кричит как оглашенный – оглашенный приговор;

Совершенные пропорции – совершенные поступки;

Крестный ход – крестный отец.

Задание 4. *Прочитайте слова, обращая внимание на произношение выделенных согласных:*

1) Ма**сс**а, су**рр**огат, гру**пп**а, гри**пп**, те**рр**аса, а**тт**естат, ко**лл**ега, мета**лл**, су**мм**а, а**нн**отация, криста**лл**, оди**нн**адцать, и**лл**юзия, ва**нн**а, апе**лл**яция, ка**сс**а, га**лл**юцинация, не**тт**о.

2) Дро**жж**и, бу**хг**алтер, по**зж**е, во**жж**и, и**зж**арить, вы**жж**енный, пе**сч**аный, и**зж**ить, ра**зж**ать, же**стч**е, ни**зш**ий, до**жд**и, ре**зч**е, ви**зж**ать, и**зж**ога, ма**сш**таб, мо**жж**евельник, бе**зж**изненный, ра**сч**ет, съе**зж**у, прие**зж**ай.

Задание 5*. *Прочитайте следующий текст, обращая внимание на правильное произношение и постановку ударения в подчёркнутых словах:*

Примером успешного ведения бизнеса в различных отраслях экономики является деятельность фирмы «Mihail-tur». За 11 лет ее существования удалось сформировать коллектив профессионалов из высококвалифицированных менеджеров, компетентных экспертов, торговых агентов. Компании принадлежат две трети долей уставного фонда АО «Лейбл-мастер», владельца одного из крупнейших торговых центров города. Занимаясь оптовым поставкам подростковой одежды, фирма поддерживает связи с модельными агентствами, что позволяет обновлять коллекции на 15 процентов каждый квартал. С ассортиментом одежды можно познакомиться по объемному каталогу, размещенному на корпоративном интернет-сайте. Руководство фирмы заявило о намерении углубить это направление, для чего налаживаются связи с другими поставщиками, проводятся маркетинговые исследования с целью изучения конъюнктуры рынка в трех крупнейших областях региона. В планы компании входит также сосредоточение средств в области дорожного строительства. Начата подготовка к тендерным торгам, намеченным на первую декаду ноября, к участию в которых приглашаются компании, заинтересованные в строительстве современного путепровода.

ТЕМА 5. СЛОВООБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ НОРМЫ

Цель – вспомнить состав слова, научиться находить в предложениях ошибки, связанные с неверным образованием слова.

Основные понятия темы:

Словообразовательные нормы – это правила образования новых слов.

Задание 1. *Найдите в предложениях слова, в которых нарушена словообразовательная норма, запишите их. Выделите неправильно выбранную часть слова (приставку, суффикс). Исправьте допущенные ошибки.*

1. Завесьте, пожалуйста, килограмм помидоров с витрины. **2.** Студенты в очередной раз немного запоздали на лекцию. **3.** Уважаемые пассажиры, проходите по-быстрому в середину вагона или садитесь взади. **4.** Он был коренным курчанином и после учебы в Москве вернулся в родной Курск. **5.** Чтобы сдать зачет, важно завсегда посещать занятия. **6.** Одна из самых актуальных проблем современной России – это взятничество в государственных учреждениях. **7.** После концерта микрофоны со сцены надо будет перенести взад. **8.** Многие кавказские народы отличает их гостеприимчивость. **9.** Моя жизнь в этом году была наполнена заботами о заканчивании школы и поступлении в университет. **10.** Сегодня у первого курса была лекция по химии заместо высшей математики.

ТЕМА 6. ЛЕКСИЧЕСКИЕ НОРМЫ

Цель – вспомнить основные типы речевых ошибок, связанных со значением слова.

Основные понятия темы:

Лексические нормы – это правила употребления слова в точном значении, которое закрепилось в литературном языке и зафиксировано в толковых словарях.

Паронимы – это слова однокоренные, близкие по форме, но абсолютно разные по значению.

Речевая избыточность – это употребление лишних слов (тавтология, плеоназм).

Лексическая сочетаемость – это способность слова соединяться с другими словами по значению.

Жаргонизм – слово, свойственные для речи той или иной социальной, профессиональной группы людей.

Фразеологизм – устойчивое словосочетание, смысл которого не определяется значением отдельно взятых слов

Задание 1. *Объясните разницу в значении приведенных ниже паронимов. Составьте с каждым из них словосочетание, подобрав подходящее по смыслу слово.*

Осудить – обсудить, удачливый – удачный, соседний – соседский, жилой – жилищный, поступок – проступок, опечатки – отпечатки, командированный – командировочный, усвоить – освоить, эффектность – эффективность, невежа – невежда, представить – предоставить, цельный – целый, искусный – искусственный, практический – практичный; гуманный – гуманистический – гуманитарный; плодовитый – плодовый – плодотворный, экономический – экономичный – экономный.

Задание 2. *Найдите в следующих предложениях избыточные словосочетания, выпишите их. Объясните причину избыточности, указав на лишнее слово (или лишние слова).*

1. При входе в «Копирус» висит прейскурант цен на предлагаемые услуги. **2.** Уезжая из Москвы, мы купили памятные сувениры в киоске у вокзала. **3.** Для преподавателя важно то, какие взаимоотношения друг с другом сложились между студентами в группе. **4.**

Неприятно резал слух голос, доносившийся из конференц-зала. **5.** Депутату приходится встречаться со всеми социальными слоями общества.

Задание 3. *Найдите в следующих предложениях иноязычные по происхождению слова, которые употреблены в неточном значении. Запишите свой вариант исправления.*

1. Рабочий станка допустил целый ряд дефектов при изготовлении деталей. **2.** Пейзаж Екатеринбурга за последние десять лет обогатился современными постройками, хотя многие памятники архитектуры и были реконструированы до основания. **3.** В целях профилактики основное внимание уделяется ранним проявлениям, т. е. дебюту гриппа. **4.** Для окон актового зала мы долго искали гардины длиной 4 метра, а уже потом подбирали шторы в тон стен. **5.** В январе состоялся бенефис талантливого исполнителя: он впервые выступал на профессиональной сцене.

Задание 4. *Найдите в следующих предложениях нарушения правил лексической сочетаемости слов. Запишите свой вариант исправления.*

1. Грамотный руководитель должен показывать образец своим подчиненным. **2.** Нововведения сыграли важное значение в развитии горного комбината. **3.** Красочное оформление детских книг издательства «Эгмонт» должно вызвать внимание и заинтересовать покупателей. **4.** Новогодний спектакль в Театре кукол оказал на детей большое впечатление. **5.** Первую лекцию по геологии в этом году провел молодой преподаватель.

Задание 5. *Найдите в предложениях жаргонные, просторечные, разговорные слова, замените их литературным вариантом и запишите исправленный вариант.*

1. Несколько студентов до сих пор не отнесло хвостовки в деканат. **2.** В центре Екатеринбурга забабахали очередную свечку. **3.** Я считаю, что необходимо избавляться от любой нецензурщины в нашей речи. **4.** После окончания вуза мы решили замутить свой бизнес, решив, что в этом деле нам по-любому повезет. **5.** Работяги привыкли вкалывать на заводе от зари до зари.

Задание 6. *Исправьте в следующих предложениях речевые ошибки, вызванные неправильным употреблением фразеологизма.*

1. Михаил на публике говорит очень убедительно, язык у него хорошо подвязан. **2.** Туристам кинулась в глаза красота уральской природы. **3.** Его обещания рубля ломаного не стоят. **4.** Об умельцах у нас говорят: «Они в своем деле коня подковали». **5.** К сожалению, студенты редко сейчас грызут камень науки по-настоящему.

Задание 7*. *Найдите и исправьте в следующих предложениях речевые ошибки. Запишите правильный вариант.*

1. Норвежские спортсмены по-прежнему остаются нашими самыми серьезными оппонентами в биатлоне. **2.** В своей работе руководители горных предприятий руководствуются новейшей научной и методической литературой. **3.** Многодетным семьям, чтобы жить достойно, приходится искать несколько истоков доходов. **4.** Обычно мы общаемся, не придавая важности невербальным средствам коммуникации. **5.** Екатеринбургская Епархия активно распространяет душевную литературу. **6.** Продукты Черкашинского мясокомбината пользуются авторитетом у покупателей. **7.** Исправьте

ошибки в контрольной работе так, чтобы было правильно. **8.** Все места на парковке были заняты, и поэтому много машин толпилось на обочине. **9.** К маю ветераны ВОВ получили очередную добавку к пенсии. **10.** После собеседования она сказала, что на должность промоутера брали только смазливых молодых людей. **11.** В прошлом году выдался неурожайный год в плане картошки. **12.** Ребенок с рождения имитирует поведение родителей. **13.** На Неделе первокурсника нам сразу выдали студики и зачётки. **14.** Команда нашего факультета заняла первенство в смотре художественной самодеятельности. **15.** После первых же дней изнурительной работы на Севере очень хотелось вернуться назад домой.

ТЕМА 7. МОРФОЛОГИЧЕСКИЕ НОРМЫ

Цель – вспомнить правила определения рода у существительных и аббревиатур, особенности несклоняемых существительных, образования некоторых грамматических форм разных частей речи и научиться исправлять ошибки, связанные с их неверным образованием (все это с опорой на учебную литературу и словари[5]).

Основные понятия темы:

Морфологические нормы – это правила образования грамматических форм слова.

Задание 1. *Определите род у следующих существительных и аббревиатур. Подберите к ним подходящие по смыслу прилагательные (или причастия), учитывая правила синтаксического согласования.*

1) Атташе, авеню, адвокат, амплуа, ассорти, аэрозоль, белоручка, бра, безе, боа, боди, бродяга, видео, визави, врач, выскочка, гну, гуру, денди, доцент, евро, жалюзи, жюри, зануда, иваси, какаду, кантри, каре, кашне, кенгуру, киви, кимоно, колибри, коллега, колли, кольраби, кофе, крупье, кутюрье, лама, левша, манго, мартини, маэстро, меню, миледи, монпансье, недоросль, непоседа, ниндзя, пани, пари, педагог, пенальти, пенсне, пони, преподаватель, протеже, профессор, растяпа, резюме, рефери, сабо, салями, сирокко, спагетти, табу, такси, тамада, танго, толь, торнадо, турне, тюль, фламинго, фрау, хачапури, хиппи, цеце, цунами, шасси (*склоняемые и несклоняемые существительные*).

2) Айдахо, Бали, Борнео, Гоби, Дели, Калахари, Капри, Килиманджаро, Колорадо, Лимпопо, Мехико, Миссисипи, Онтарио, Сорренто, Тбилиси, Толедо, Чили (*имена собственные*).

3) АО, АТС, БАМ, бомж, ВТО, вуз, ГАЗ, ГОК, ГУМ, ДК, дот, ДСП, ДТП, жэк, колхоз, КПП, ЛДПР, МВД, МИД, НИИ, НХЛ, НЭП, общепит, ООН, ПК, полпред, СЕ, СМУ, СНГ, СССР, ТАУ, ТВ, ТРЦ, УЗТМ, ФГБОУ, ФМС, ФСБ, ЦУМ (*аббревиатуры*).

Задание 2. *Определите род у следующих сложносоставных существительных. Составьте с ними словосочетания* ***прил. + сущ.***

Диван-кровать, музей-квартира, генерал-губернатор, плащ-палатка, идея-фикс, конференц-зал, жар-птица, кафе-столовая, чудо-человек, матч-реванш, салон-парикмахерская, программа-максимум, женщина-космонавт, альфа-излучение, ракета-носитель, премьер-министр, кофе-пауза.

---

[5] При выполнении заданий пользуйтесь орфоэпическим словарем или словарем грамматических трудностей.

Задание 3. *Определите, какие фамилии при заполнении бланка письма или заявления будут склоняться, а какие нет. Обращайте внимание на пол человека. Запишите эти имена и фамилии в нужном падеже.*

Кому:

Сергей Левченко, Александр Живаго, Елена Сверчук, Анна Шевченко, Константин Ярош, Татьяна Чубинец, Вероника Лежава, Андрей Горенко, Борис Станкевич, Виталий Воробей, Ирина Шевчук, Иван Миклухо-Маклай, Виктор Доброво, Владислав Карамыш, Анна Диоп, Андрей Кожемяк, Мария Мицкевич, Петр Галаган, Маргарита Венда, Вадим Черных.

От кого:

Николай Черныш, Наталья Седых, Светлана Карась, Семен Фоменко, Лев Щерба, Сергей Соловьев-Седой, Александр Максимаджи, Екатерина Франюк, Леонид Березняк, Юлия Родных, Максим Жук, Алёна Ремесло, Николай Стрижак, Наталия Черных, Марат Ардзинба, Вера Ноздреватых, Виктория Приходько, Евгений Столпнер, Кирилл Шапиро, Станислав Горбачевич.

Задание 33. *Заполните таблицу следующими существительными, в зависимости от того, как у них образуется форма именительного падежа множественного числа.*

Окончание **–а/ –я**	Окончание **–ы/ –и**	Варианты **–а/ –я** и **–ы/ –и**

*Отдельно укажите существительные, у которых от выбора окончания в этой форме зависит значение (например, ордер**а** – «документы» и ордер**ы** – «элементы в архитектуре»).*

1) Брелок, бухгалтер, ветер, вексель, возраст, герб, год, директор, договор, жемчуг, инженер, инспектор, клин, колос, купол, лектор, медвежонок, небо, окорок, офицер, отпуск, пандус, паспорт, плинтус, почерк, прииск, прожектор, профессор, ребенок, редактор, сектор, семя, слесарь, столяр, сторож, табель, токарь, тополь, трактор, хозяин, цех, чудо, шило, шофёр, штемпель.

2) Корпус, лагерь, образ, повод, полоз, полутон, провод, пропуск, прут, тормоз, хлеб.

Задание 4. *Образуйте форму родительного падежа множественного числа от следующих существительных. Отметьте наличие вариантов (например, ла́сты – ла́ст**ов** и ла́ст□).*

Армяне, апельсины, басни, блюдца, болгары, ботинки, брызги, буряты, валенки, гардемарины, гектары, граммы, грузины, дела, деньги, джинсы, заморозки, казахи, калории, кастрюли, килограммы, клавиши, комментарии, макароны, мандарины, мечты, микроны, мокасины, носки, осетины, партизаны, перила, перипетии, петли, плечи, полотенца, поместья, помидоры, просьбы, развилки, рельсы, русла, сани, сапоги, сбои, свадьбы, сваи, свечи, серьги, солдаты, тапочки, тиски, турки, туфли, цыгане, чукчи, чулки, южане, юнги, яблоки, ясли.

Задание 5. *Раскройте скобки, заменяя цифровые обозначения словами, правильно определяя падеж числительных и существительных.*

1. Выборы в Государственную Думу состоялись в (358 округов). **2.** Появилась серия вспомогательных пособий с (5 735 чертежей). **3.** Теплоход с (657 отдыхающих) плыл вниз по Волге. **4.** За время последней экспедиции мы прошли свыше (2 580 километров). **5.** Нарушения техники безопасности были выявлены на (4 893 предприятия).

Задание 6. *Исправьте неверное употребление числительных в следующих предложениях:*

1. Лекция по философии будет прочитана для обоих студенческих групп. **2.** Мать-героиня воспитала семерых сыновей и четверых дочерей. **3.** Забор тянулся по обоим сторонам улицы и ограничивал движение. **4.** Двоих подруг она уже встретила по приезде в родной город. **5.** Главные достопримечательности Санкт-Петербурга расположены по обеим берегам Невы.

Задание 7. *Выпишите из предложений неправильно образованные грамматические формы. Запишите исправленный вариант.*

1. Всем стало понятно, что ейное предложение по реконструкции здания не будет одобрено. **2.** После второго матча наша команда оказалась в более лучшем положении. **3.** Староста пожаловалась преподавателю, что наша группа не влазиет в аудиторию 3519. **4.** Съездя в другой город, она поняла, как хорошо на родине. **5.** Ремонтники уже второй месяц не могли сменить треснутое стекло в окне. **6.** Он схватился за канат двумями руками. **7.** Хозяйка встретила гостей в бигудях и халате. **8.** Наши альпинисты покорили самые высочайшие вершины мира. **9.** Я надеялся, что к началу сессии выздоровлю. **10.** В этот раз студенты справились с заданием еще более хуже.

Задание 8. *Найдите нарушения морфологических норм. Запишите исправленный вариант предложений.*

1. Новый преподаватель кажется более образованнее. **2.** Студенческое общежитие находится в полтора километрах от здания университета. **3.** ФНС был создан как федеральный орган исполнительной власти. **4.** В магазине «Лео-строй» разнообразные варианты цветных жалюзей. **5.** Куратор совсем не интересовался ихними проблемами в учебе. **6.** МВФ выделило очередной транш в 1,5 миллиарда долларов. **7.** В столовой нельзя пользоваться лопнутыми стаканами. **8.** Эту сумму мы добавим к тысяче двести сорокам рублям. **9.** На конференцию молодых ученых пригласили самых умнейших студентов старших курсов. **10.** Вскоре Сергей Исаев стал популярной тамадой на свадьбах и других торжествах. **11.** На вновь открытое предприятие требуются бухгалтера, сторожи и инженера АСУП. **12.** Южнее Сочи находится солнечное Сухуми. **13.** На дипломную практику горный комбинат принял троих девушек с нашего курса. **14.** Мама традиционно купила пять килограмм мандарин и апельсин для праздничного новогоднего стола. **15.** Увидя раздраженное состояние преподавателя, студентка решила с ним не спорить.

ТЕМА 8. СИНТАКСИЧЕСКИЕ НОРМЫ

Цель – повторить основные правила построения словосочетаний и предложений

Основные понятия темы:

Синтаксические нормы – это правила, регулирующие порядок и связь слов в

словосочетании и предложении.

Задание 1. *Раскройте скобки, правильно определив падеж зависимого слова. При необходимости используйте предлоги. Запишите получившиеся словосочетания.*

Согласно (устав университета), точка зрения (события), благодаря (поддержка друга), анонс (предстоящие гастроли), вопреки (мнение большинства), наперекор (судьба), вклад (развитие науки), жажда (слава), заведующий (кафедра), по (возвращение) из отпуска, отзыв (курсовая работа), рецензия (новый фильм), оплачивать (проезд), свидетельствовать (необходимость перемен), доказывать (новая теория), поделиться (результаты исследования), апеллировать (здравый смысл), по (прибытие) поезда; предостеречь (опасность) – предупредить (опасность), обращать внимание (недостатки) – уделять внимание (подготовка к экзаменам), уверенность (свои силы) – вера (победа).

Задание 2. *Найдите предложения, в которых неверно употреблен деепричастный оборот. Предложите свой вариант исправления.*

*Образец: Подводя итог проделанной работы, мною был вдвинут ряд предложений по модернизации (**действие, названное деепричастием, не относится к подлежащему**).*

Варианты исправления: 1) Подводя итог проделанной работы, я выдвинул ряд предложений по модернизации. 2) Когда я подвел итог проделанной работы, мною был вдвинут ряд предложений по модернизации. 3) После подведения ряда итогов проделанной работы мною был вдвинут ряд предложений по модернизации.

1. Будучи ребенком, Дмитрия всегда интересовали вопросы, связанные с техникой. **2.** Читая произведения русской классики, меня охватывает чувство гордости за отечественную литературу. **3.** Не чувствуя ни усталости, ни голода, наш путь к вершине продолжался. **4.** Узнав эту прекрасную новость, радости студентов не было предела. **5.** Первым, слегка хромая, из автобуса вышел седой старик. **6.** Записываясь на практику, у студентов были очень ограничены возможности выбора места ее прохождения. **7.** Вспоминая родные места, мне видится наш маленький кирпичный домик в тени тополей. **8.** Глядя на ярко освещенные стены Зимнего дворца, у меня возникло желание приехать сюда еще раз. **9.** Позвонив в третий раз, он с грустью понял, что никого нет дома. **10.** Произведя ряд расчетов, задача была решена студентами в течение 15 минут.

Задание 3. *Найдите предложения, в которых неправильно согласовано подлежащее со сказуемым. Запишите исправленный вариант.*

1. Много знаменитых людей закончили наш университет. **2.** Немало средств были потрачены на восстановление полуразрушенного памятника архитектуры. **3.** Несколько важных дат будут отмечены в календаре помимо официальных государственных праздников. **4.** На собрание по поводу летней практики явились лишь 31 студент. **5.** Часть студентов не справились с итоговой контрольной работой. **6.** Множество горожан приняли участие в шествии «Бессмертного полка». **7.** Ряд важных вопросов не были решены во время последнего заседания Ученого совета. **8.** Половина участников соревнований были размещены в студенческом общежитии. **9.** Тысяча периодических изданий имеются в открытом доступе в электронной библиотеке. **10.** Газета «Екатеринбургские новости» опубликовали интересную статью о творчестве молодых поэтов и писателей Урала.

Задание 4. *Найдите нарушения синтаксических норм. Запишите исправленный вариант предложений.*

1. Согласно распоряжения ректора всем студентам и сотрудникам необходимо пройти флюорографический осмотр. **2.** Открыв дверь в аудиторию, перед моими глазами предстала странная картина. **3.** Важно изучать условия жизни человека и как они связаны с процессами, происходящими сегодня в нашем обществе. **4.** Молодежь всегда принимали участие в студенческой самодеятельности и спортивных мероприятиях. **5.** В своей новой статье автор исследует и размышляет о возможностях искусственного интеллекта. **6.** Приказ был подписан ректором университета, устанавливающий обязательное посещение занятий, и доведен до сведения сотрудников вуза, преподавателей и студентов. **7.** Несколько членов Ученого совета не присутствовали на очередном заседании. **8.** В район приехал инструктор для подготовки специалистов по борьбе с сельскохозяйственными вредителями из местных жителей. **9.** Ученики горного лицея поступают в престижные учебные заведения, родители которых гордятся их успехами в учебе. **10.** Можно было согласиться лишь с теми положениями доклада, где приводились статистические данные для подтверждения гипотезы. **11.** Сдав нормативы ГТО, большинству из нас был вручен золотой значок. **12.** Учебное пособие не только предназначено для преподавателей, а также и для студентов и аспирантов. **13.** Скоро будет заселен многоквартирный дом, выросший на глазах за несколько месяцев и который уже приняла комиссия. **14.** Нам предложили поселиться в номере-люкс новой гостиницы для туристов с видом на море. **15.** Преподаватель попросил студентов, чтобы они ему напомнили на следующем занятии, чтобы он им распечатал раздаточный материал к семинарскому занятию.

ТЕМА 9. ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА ФУНКЦИОНАЛЬНЫХ СТИЛЕЙ

Цель – повторить систему функциональных стильных стилей русского языка, научиться определять стиль текста и доказывать свою точку зрения в этом вопросе.

КОНСПЕКТ следующего материала к занятию (основные понятия выделены в тексте):

Функциональный стиль – это исторически сложившаяся и социально осознанная разновидность языка, функционирующая в определенной сфере человеческой деятельности и общения, создаваемая особенностями употребления в этой сфере языковых средств и их специфической организацией.

В основе классификации стилей лежат экстралингвистические факторы: сфера применения языка, обусловленная ею тематика и цели общения. Сферы применения языка соотносятся с видами деятельности человека, соответствующими формам общественного сознания: наука, идеология, право, искусство, религия. Выделяются стили официальной речи (книжные): **научный**, **официально-деловой**, **публицистический**, **литературно-художественный**, **церковно-религиозный**. Им противопоставлен стиль неофициальной речи – **разговорный**, экстралингвистической основой которого является сфера бытовых отношений и общения (быт как область отношений людей вне их непосредственной производственной и общественно-политической деятельности).

Сферы применения языка в значительной мере влияют на тематику и содержание высказывания. Каждая из них имеет свои актуальные темы. Например, в научной сфере обсуждаются проблемы научного познания мира, в сфере бытовых отношений – бытовые

вопросы. Однако в разных сферах может обсуждаться одна и та же тема, но цели преследуются неодинаковые, вследствие чего высказывания различаются и по содержанию, и по форме (см. **Задание 1**).

Каждый стиль обладает определёнными языковыми особенностями (прежде всего лексическими и грамматическими). Можно говорить лишь об относительной замкнутости функциональных стилей: большинство языковых средств в каждом стиле нейтральные, межстилевые. Однако ядро каждого стиля образуют присущие именно ему языковые средства с соответствующей стилистической окраской и едиными нормами употребления.

Следует отбирать слова и конструкции в соответствии с выбранным стилем, особенно в письменной речи. Употребление разностилевых языковых средств в рамках одного текста ведет к появлению стилистических ошибок. Часто встречаются ошибки, связанные с неуместным употреблением канцеляризмов, а также злоупотреблением специальными терминами в ненаучном тексте и использованием разговорной и просторечной лексики в книжных текстах (см. **Задание 2**).

Можно сделать вывод, что **стилистические нормы** – это 1) правила употребления языковых средств в соответствии с выбранным стилем и 2) правила выбора стиля, соответствующего условиям общения.

Таким образом, специфические черты каждого функционального стиля можно описать, ориентируясь на целый ряд признаков, которые обознаются как **стилеобразующие факторы**, а также на его стилевые и языковые особенности. Кроме того, каждый стиль включает в себя тексты разных жанров (см. **Задание 3**).

Функциональный стиль	Стилеобразующий фактор						Жанры
	Доминирующая языковая функция	Форма общественного сознания	Основная форма речи	Типичный вид речи	Тон речи	Тип адресата	
Научный	Сообщение	Научное сознание	Письменная	Монолог	Нейтральный	Массовый (подготовленный к восприятию научной информации)	Учебник, монография лекция, научная статья, аннотация, реферат, конспект, тезисы, курсовая работа, выпускная работа, диссертация, доклад
Официально-деловой	Сообщение / воздействие	Правовое сознание	Письменная	Монолог	Нейтральный / императивный	Массовый	Конституция, закон, приказ, указ, распоряжение, положение, регламент, заявление, автобиография, резюме, характеристика
Публицистический	Сообщение + воздействие	Идеологическое сознание	Письменная и устная	Монолог и диалог	Обусловленный содержательно	Массовый	Репортаж, интервью, очерк, дискуссионное выступление, статья, информационная заметка
Литературно-художественный	Воздействие	Эстетическое сознание	Письменная	Обусловленный родом и жанром литературы	Обусловленный эстетической задачей	Массовый (подготовленный к восприятию классических произведений)	Роман, повесть, рассказ, новелла, стихотворение, поэма, баллада
Церковно-религиозный	Воздействие	Религиозное сознание	Письменная и устная	Монолог	Обусловленный ситуативно	Массовый	Исповедь, проповедь, житие, молитва
Разговорный	Общение	Обыденное сознание	Устная	Диалог и полилог	Обусловленный ситуативно	Личный (конкретный собеседник)	Дружеская беседа, семейная беседа, бытовой спор, байка

Задание 1. *Прочитайте тексты, посвященные одной теме. Определите функционально-стилевую принадлежность текстов, опираясь на стилеобразующие факторы и языковые особенности каждого из них.*

Текст 1

Гроза – атмосферное явление, заключающееся в электрических разрядах между так называемыми кучево-дождевыми (грозовыми) облаками или между облаками и земной поверхностью, а также находящимися над ней предметами. Эти разряды – молнии – сопровождаются осадками в виде ливня, иногда с градом и сильным ветром (иногда до шквала). Гроза наблюдается в жаркую погоду при бурной конденсации водяного пара над перегретой сушей, а также в холодных воздушных массах, движущихся на более теплую подстилающую поверхность.

Текст 2

Как передает наш корреспондент, вчера над центральными районами Пензенской области прошла небывалой силы гроза. В ряде мест были повалены телеграфные столбы, порваны провода, с корнем вырваны столетние деревья. В двух деревнях возникли пожары в результате удара молнии. К этому прибавилось еще одно стихийное бедствие: ливневый дождь вызвал сильное наводнение. Нанесен значительный ущерб сельскому хозяйству. Временно было прервано железнодорожное и автомобильное сообщение между соседними районами.

Текст 3

Доводим до Вашего сведения, что вчера после полуночи над районным центром – городом Нижний Ломов и прилегающей к нему сельской местностью – пронеслась сильная гроза, продолжавшаяся около получаса. Скорость ветра достигала 30-35 метров в секунду. Причинен значительный материальный ущерб жителям деревень Ивановка, Щепилово и Вязники, исчисляемый, по предварительным данным, сотнями тысяч рублей. Имели место пожары, возникшие вследствие удара молнии. Сильно пострадало здание школы в деревне Курково, для его восстановления понадобится капитальный ремонт. Вышедшая из берегов в результате проливного дождя река Вад затопила значительную площадь. Человеческих жертв нет. Образована специальная комиссия для выяснения размеров причиненного стихийным бедствием ущерба и оказания помощи пострадавшему местному населению. О принятых мерах будет незамедлительно доложено.

Текст 4

Ты не поверишь, какая гроза прошла вчера над нами! Я человек не робкого десятка, и то испугался насмерть.

Сначала все было тихо, нормально, я уже собирался было лечь, да вдруг как сверкнет молния, бабахнет гром! И с такой силищей, что весь наш домишко задрожал. Я уже подумал, не разломалось ли небо над нами на куски, которые вот-вот обрушатся на мою несчастную голову. А потом разверзлись хляби небесные... В придачу ко всему наша безобидная речушка вздулась, распухла и ну заливать своей мутной водицей все вокруг. А совсем рядом, что называется – рукой подать, загорелась школа. И стар и млад – все повысыпали из изб, толкутся, орут, скотина ревет – вот страсти какие! Здорово я перепугался в тот час, да, слава Богу, все скоро кончилось.

Текст 5

При Крещении священник крестообразно помазывает лоб христианина святым миром, говоря: «Печать дара Духа Святаго». Впоследствии всякий раз, когда христианин осеняет себя крестным знамением, он поклоняется спасительной Страсти Господней и призывает

крестную силу, иже есть сила крестной смерти нашего Христа. Говоря: «Кресте Христов, спаси нас силою твоею», мы призываем силу крестной жертвы Господа. Поэтому крест обладает великой силой. Например, началась гроза. Сверкают молнии, и в большой железный крест на колокольне тоже может ударить молния. Однако, если стоящий под этим железным крестом христианин имеет на себе вот такой маленький крестик и говорит: «Кресте Христов, спаси мя силою твоею», то молния ему не повредит. В первом случае действуют природные законы: молния попадает в крест и сбивает его на землю. Во втором случае такой вот малюсенький крестик хранит верующего человека, призвавшего на помощь силу Креста.

Текст 6

Между далью и правым горизонтом мигнула молния, и так ярко, что осветила часть степи и место, где ясное небо граничило с чернотой. Страшная туча надвигалась не спеша, сплошной массой; на ее краю висели большие, черные лохмотья; точно такие же лохмотья, давя друг друга, громоздились на правом и на левом горизонте. Этот оборванный, разлохмаченный вид тучи придавал ей какое-то пьяное, озорническое выражение. Явственно и не глухо проворчал гром. Егорушка перекрестился и стал быстро надевать пальто.

Вдруг рванул ветер и со свистом понесся по степи, беспорядочно закружился и поднял с травою такой шум, что из-за него не было слышно ни грома, ни скрипа колес. Он дул с черной тучи, неся с собой облака пыли и запах дождя и мокрой земли. Лунный свет затуманился, стал как будто грязнее, звезды еще больше нахмурились, и видно было, как по краю дороги спешили куда-то назад облака пыли и их тени.

Чернота на небе раскрыла рот и дыхнула белым огнем; тотчас же опять загремел гром.

Дождь почему-то долго не начинался... Было страшно темно. А молнии в потемках казались белее и ослепительнее, так что глазам было больно.

Вдруг над самой головой его [Егорушки] со страшным, оглушительным треском разломалось небо; он нагнулся и притаил дыхание, ожидая, когда на его затылок и спину посыпятся обломки... Раздался новый удар, такой же сильный и ужасный. Небо уже не гремело, не грохотало, а издавало сухие, трескучие, похожие на треск сухого дерева звуки. (*А. П. Чехов. Степь*)

Задание 2. *Найдите в следующих предложениях стилистические ошибки и запишите исправленный вариант.*

1. Некоторым министрам необходимо включить мозги, чтобы до них дошло, что на прожиточный минимум люди в России могут только существовать. **2.** В статье сообщается, что левые лекарства отследят по аптекам и конфискуют. **3.** Мэр города рассказал, что в настоящее время ведется возведение двух бюджетных высоток в Пионерском поселке. **4.** Новый сотрудник редакции сумел нарыть некий компромат на верхушку министерства, но опубликовать материалы ему не дали. **5.** Директор гимназии был в ауте, когда ему сообщили, что гимназия получила-таки грант в размере 1 млн. рублей. **6.** Бытие в хрущевках и интенсивные трудовые затраты скрашивала душевная атмосфера, царившая в те годы в коллективе. **7.** Благополучие родных деревень отстаивает наш председатель, который по восемнадцать часов в сутки мотается по полям, фермам, частит по делам в Екатеринбург. **8.** Трудно понять, почему ученый допустил такую промашку в расчетах. **9.** Семь школ, которые дислоцируются в нашем районе, переполнены, поэтому некоторым детям приходится ездить за тридевять земель. **10.** Избранников народа одолевает такое количество проблем, что у некоторых уже крыша поехала.

Задание 3. *Определите, к какому стилю принадлежит каждый из предложенных текстов*[6]*. Попытайтесь обосновать свою точку зрения.*

Текст 1

В психологии и этике делового общения речь пойдет не столько об абстрактных общепсихологических категориях и принципах, сколько о профессиональных психологических и в то же время практически ориентированных знаниях, которые могут обеспечить успех той или иной деятельности. Под **деловым** понимается общение, обеспечивающее успех какого-то общего дела, создающее условия для сотрудничества людей, чтобы осуществить значимые для них цели. Деловое общение содействует установлению и развитию отношений сотрудничества и партнерства между коллегами по работе, руководителями и подчиненными, партнерами, соперниками и конкурентами. Оно предполагает такие способы достижения общих целей, которые не только не исключают, но, наоборот, предполагают также и достижение лично значимых целей, удовлетворение личных интересов.

1) разговорному	4) научному
2) художественному	5) публицистическому
3) официально-деловому	6) церковно-религиозному

Текст 2

Веруем в Единого Бога Отца Всемогущего, Творца неба и земли.

Веруем также в Иисуса Христа, Его Единородного Сына и Господа нашего, Который был зачат Духом Святым, рожден девой Марией, Который страдал во времена Понтия Пилата, был распят, умер и был погребен, сошел в царство смерти, на третий день воскрес из мертвых, вознесся на Небо и воссел одесную Всемогущего Бога Отца, откуда вернется судить живых и мертвых.

Веруем также во Святого Духа, Святую Соборную Церковь, собрание святых, в прощение грехов, воскресение мертвых и жизнь вечную.

1) разговорному	4) научному
2) художественному	5) публицистическому
3) официально-деловому	6) церковно-религиозному

Текст 3

В Горном университете прошел День открытых дверей. На площадке перед Большим актовым залом – Залом УГМК развернулся настоящий наукоград: кроме презентации различных направлений подготовки, школьников ждали специализированные мастер-классы.

Об основах робототехники будущим абитуриентам рассказывали сотрудники кафедры горных машин и комплексов и робот Герман. О далеких экспедициях и романтике походов – студенты-геологоразведчики. У стенда **Уральского геологического музея** ребята рассматривали минералы под микроскопом, а вместе с инструкторами **студенческого патриотического центра «Святогор»** учились основам безопасного обращения с оружием.

[6] Задание может быть выполнено как тестовое.

Всего на **День открытых дверей** в **Горный университет** пришли около тысячи школьников. Многие из них уже серьезно задумались о том, чтобы стать частью дружной семьи горняков.

1) разговорному	4) научному
2) художественному	5) публицистическому
3) официально-деловому	6) церковно-религиозному

Текст 4

В соответствии с Федеральным законом от 18.06.2001 N 77-ФЗ «О предупреждении распространения туберкулеза в Российской Федерации», Постановлением Правительства РФ от 25.12.2001 N 892 «О реализации Федерального закона «О предупреждении распространения туберкулеза в Российской Федерации», санитарно-эпидемиологическими правилами СП 3.1.2.3114-13 «Профилактика туберкулеза» и в целях раннего выявления заболеваний органов грудной клетки среди студентов и сотрудников университета

ПРИКАЗЫВАЮ:

Организовать с 10 апреля по 12 мая 2017 года флюорографический профилактический осмотр студентов и сотрудников университета в передвижном цифровом флюорографическом кабинете, установленном во дворе I учебного здания, с предъявлением каждым студентом и сотрудником копии полиса обязательного медицинского страхования.

1) разговорному	4) научному
2) художественному	5) публицистическому
3) официально-деловому	6) церковно-религиозному

Текст 5

Страны, которые являются участниками процесса торговли минеральным сырьем, решают разные задачи, что отражается на структуре их экономики, влияет на характер воспроизводственных процессов, порождает специфические для каждой страны проблемы. Взаимодействие экспортеров и импортеров сырья накладывает отпечаток на международные отношения, являясь причиной возникновения конфликтов, создания экономических и военно-политических союзов. Стремление к поддержанию и расширению экспорта вызывает дополнительные потребности в производстве сырья внутри страны, в развитии минерально-сырьевой базы. Импорт сырья следует рассматривать как источник удовлетворения потребностей и стимулирование развития несырьевых отраслей.

1) разговорному	4) научному
2) художественному	5) публицистическому
3) официально-деловому	6) церковно-религиозному

Текст 6

Отец наш шибко тада заболел // У него было очень больное сердце // А что такое больное сердце в те годы / это же неизлечимая болячка! Он работал у нас мастером в заводе / в формовочном цехе / где делались изделия для сталелитейного завода / для нижнетагильского // Ковшовые кирпичи / розетки / воронки всякие / сифоны / вообщем / всякая всячина // Всё было для фронта / всё для победы // Щас этого никто не понимает / особенно нынешняя молодёжь // Какие же тяжёлые дни пережило наше поколение! И не дай

вам Бог узнать / что такое война! Да даже твои родители ещё воспитывались в этом послевоенном духе // Ну да ладно / всё равно меня трудно понять…

1) разговорному	4) научному
2) художественному	5) публицистическому
3) официально-деловому	6) церковно-религиозному

Текст 7

Реклама работает на подсознательном уровне, обращается к иррациональному в природе человека. Ее влияние и глубже и сильнее, чем мы думаем, потешаясь над каким-нибудь слабоумным персонажем вроде пропагандиста бытовой техники. Кого и в чем может убедить этот шут гороховый? Оказалось – нас. Но не в том, что его товары дешевле и лучше, а совсем в другом – в преимуществе нового образа жизни.

От рекламы не требуется реализма. Задавая высокие нравственные стандарты, она порождает особое позитивное мышление. Задача рекламы состоит в том, чтобы потребитель подсознательно стремился отождествить себя с героем «коммершелз». Тогда он купит сковородку не для того, чтобы жарить яичницу, а для того, чтобы стать участником идеальной экранной жизни.

1) разговорному	4) научному
2) художественному	5) публицистическому
3) официально-деловому	6) церковно-религиозному

Текст 8

Наутро поднявшееся яркое солнце быстро съело тонкий ледок, подернувший воды, и весь теплый воздух задрожал от наполнивших его испарений отжившей земли. Зазеленела старая и вылезающая иглами молодая трава, надулись почки калины, смородины и липкой спиртовой березы, и на обсыпанной золотым светом лозине загудела выставленная облетавшаяся пчела. Залились невидимые жаворонки над бархатом зеленей и обледеневшим жнивьем, заплакали чибисы над налившимися бурою неубравшеюся водой низами и болотами, и высоко пролетели с весенним гоготаньем журавли и гуси. Заревела на выгонах облезшая, только местами еще не перелинявшая скотина, заиграли кривоногие ягнята вокруг теряющих волну блеющих матерей, побежали быстроногие ребята по просыхающим, с отпечатками босых ног тропинкам, затрещали на пруду веселые голоса баб с холстами, и застучали по дворам топоры мужиков, налаживающих сохи и бороны. Пришла настоящая весна.

1) разговорному	4) научному
2) художественному	5) публицистическому
3) официально-деловому	6) церковно-религиозному

Текст 9

К нашему большому сожалению, мы должны сообщить Вам, что партия лакокрасочных материалов, отгруженных Вами на судне «Ленинград» по контракту 27-005/40289, не соответствует по качеству нашим спецификациям, на основании которых был заключен контракт.

Согласно параграфу № 03 в договоре, мы имеем право отказаться от приемки этой партии товара. Однако, принимая во внимание наши длительные деловые отношения и то

обстоятельство, что предыдущие поставки лакокрасочных материалов в счет данного контракта были произведены в соответствии с условиями договора и надлежащего качества, мы согласны принять эту партию товара, если Вы предоставите нам скидку в 10 %.

1) разговорному	4) научному
2) художественному	5) публицистическому
3) официально-деловому	6) церковно-религиозному

Текст 10

Человек должен быть широк. Из универсализма вытекает креативность, а ЕГЭ не обеспечивает ни того, ни другого. Даже те ребята, которые прекрасно сдали тесты по выбранным предметам, далеко не всегда в состоянии объяснить, откуда взялись все эти ответы, вывести их самостоятельно. А предложение «докрутить» чуть дальше и глубже вообще ставит в тупик: «Почему вы у нас спрашиваете то, что вы нам не рассказали?» Но креативность как раз и состоит в умении давать такие ответы. Учащийся – это же не шляпа, в которую положили кролика, чтобы его же и достать. Это неинтересно.

Убрать ЕГЭ нельзя. Но если оставить все как есть, мы обречены на дальнейшее отставание в науке, в любых творческих профессиях. Поэтому необходимо уточнить функционал ЕГЭ. А для этого надо все же назвать кошку кошкой и понять, что такое образование.

1) разговорному	4) научному
2) художественному	5) публицистическому
3) официально-деловому	6) церковно-религиозному

Текст 11

На религию после революции 1917 года было наложено так называемое табу. Христианское вероисповедание и все реалии, связанные с ним, воспринимались только как культурное наследие и пережиток царского режима. Соборы и церкви были лишь памятниками архитектуры, жития святых – памятниками литературы, иконы и фрески – памятниками художественного творчества. Очень многие храмы были разрушены или применялись не по своему прямому назначению; они становились складами, конторами, монастыри превращались в тюрьмы и колонии. Люди, особенно священнослужители, преследовались за свою веру. Как следствие, лексика религиозного характера со временем стала постепенно переходить в пассивный состав языка, используясь в основном в составе фразеологизмов и афоризмов (как Бог на душу положит; как у Христа за пазухой; человек предполагает, а Бог располагает). Некоторые слова изменили свою семантику (воскресение, братия), многие приобрели в современном русском языке отрицательную окраску (вертеп).

1) разговорному	4) научному
2) художественному	5) публицистическому
3) официально-деловому	6) церковно-религиозному

ТЕМА 10. НАУЧНЫЙ СТИЛЬ

Цель – познакомиться со спецификой научного стиля, научиться определять основные стилевые и языковые особенности научных текстов.

КОНСПЕКТ следующего материала к занятию (основные понятия выделены в тексте):

Научный стиль – один из важнейших функциональных стилей литературного языка, относящийся к письменно-книжному типу речи и обслуживающий сферу науки и производства. Цель текста научного стиля может заключаться в передаче объективной информации о природе, человеке и обществе, доказательстве ее новизны, истинности или ценности.

Основные стилевые черты научного стиля:

– **объективность**, которая проявляется в изложении разных точек зрения на рассматриваемую проблемы, в отсутствии субъективных оценок при передаче содержания, в безличности языкового выражения, в сосредоточенности на предмете высказывания;

– **логичность**, которая проявляется в последовательности и непротиворечивости изложения научной теории и создается с помощью особых синтаксических конструкций (сложные предложения с придаточными причины, условия, следствия; предложения с вводными словами *во-первых, во-вторых, наконец, итак, следовательно* и др.);

– **доказательность**, которая проявляется в цепочке рассуждений, аргументации определенных положений и гипотез;

– **точность**, которая достигается благодаря использованию терминов (т. е. слов и словосочетаний, обозначающих понятия особой области знания или деятельности), однозначных слов; четким оформлением синтаксических связей;

– **обобщенность** и **отвлеченность**, которые проявляются в отборе слов (преобладание имен существительных над глаголом, общенаучные слова, имена существительные с абстрактным значением, конкретные существительные в обобщенном значении), в употреблении грамматических форм (глаголы настоящего времени во «вневременном» значении, возвратные и безличные глаголы, преобладание форм 3-го лица, форм несовершенного вида), в использовании синтаксических конструкций (неопределенно-личные предложения, страдательные обороты), в существовании авторского «мы», характерного только для научного стиля;

– **насыщенность фактической информацией**;

– **отсутствие выражения эмоций** (отсутствуют разговорные элементы, эмоционально-экспрессивная лексика, неполные конструкции и т. п.).

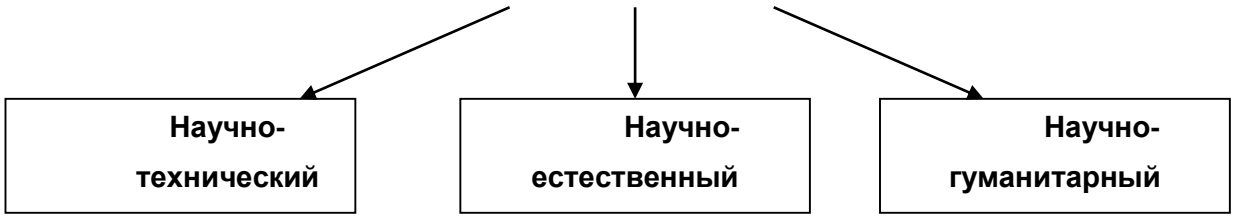
Основные языковые особенности научного стиля:

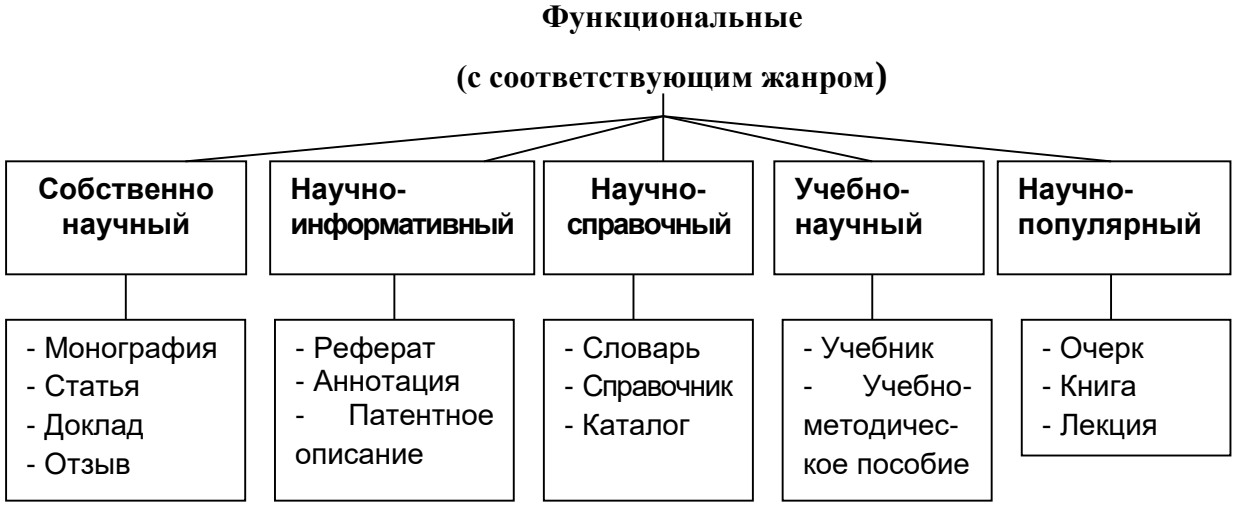
Языковые особенности	Примеры
Лексические	
1) термины	*обогащение полезных ископаемых, месторождение, осадочные породы, смешанослойный минерал, рудное тело* и др.
2) общенаучная лексика	*закон, теория, аспект, носитель, конструкция* и др.
3) книжная лексика абстрактного значения	*применение, явление, замедление, обязательство, подготовка* и др.
Морфологические	
1) частотность существительных	(Примерно 40 % существительных на единицу текста)

2) частотность форм родительного падежа существительных	*попадание в водоемы масло-смазывающих продуктов* (род. п.) *отдельных узлов* (род. п.) *механического оборудования* (род. п.) *гидротехнических сооружений* (род. п.) и т. п.
3) широкое использование существительных среднего рода	*отношение, употребление, дело, доказательство, заполнение* и др.
4) преобладание глаголов несовершенного вида настоящего времени	*равняется, оказывается, возрастает, наблюдается, составляет* и др.
5) полузнаменательные глаголы-связки	*есть, быть, являться*
6) употребление причастий и деепричастий	*подчеркнутый, обрабатываемый, соответствующий; замечая, решая, сменив* и др.
Синтаксические	
1) вводные слова и конструкции	*вероятно, возможно, таким образом; по словам ученых, по мнению большинства исследователей* и др.
2) бессубъектные конструкции	*карьер был разработан; оборудование было закуплено; проект был одобрен* и др.
3) безличные предложения	*необходимо отметить; следует подчеркнуть; можно сделать ряд выводов* и др.
4) обобщенно-личные предложения	*подчеркнем следующие положения; выделим важные особенности; отметим ряд недостатков* и др.
5) цепочки однородных членов	*Хорошие каталоги Интернета обеспечивают разнообразный дополнительный сервис: поиск по ключевым словам в базе данных, списки последних поступлений, списки наиболее интересных из них, выдачу случайной ссылки, автоматическое оповещение по электронной почте о свежих поступлениях.*
6) многокомпонентные сложные предложения с союзной связью	*Если эксперимент оправдывает надежды, то гипотеза детализируется и конкретизуется, а затем ставится новый эксперимент.*

Подстили научной речи:

Тематические





Задание 1. *Проанализируйте текст по следующей схеме:*

1. *Охарактеризуйте текст по стилеобразующим факторам научного стиля.*

2. *Докажите принадлежность текста к научному стилю с опорой на основные стилевые черты.*

3. *Определите отнесенность текста к тематическому и функциональному подстилю научного стиля.*

4. *Составьте план текста и сформулируйте главную мысль.*

5. *Выделите в тексте языковые особенности научного стиля.*

Вариант 1: ПРИКЛАДНАЯ ГЕОЛОГИЯ[7]

В геологии существует более ста различных специальностей и специализаций. Одни из них тесно связаны с химией (геохимическое направление), другие – с физикой (геофизическое направление), третьи – с биологией (палеонтологическое и палеобиологическое направления), четвертые – с математикой и кибернетикой (компьютерное моделирование геологических процессов), пятые – с астрономией и астрофизикой (космическая геология) и т. д.

В недрах Земли находятся залежи полезных ископаемых, вопросами поиска и разведки которых занимается геология. На земной поверхности протекают разнообразные геологические процессы, люди возводят здания и различные инженерные сооружения, строят транспортные магистрали. Задачей геологов является обеспечение их устойчивости и безопасного функционирования. Правильное решение этих двух основных практических задач немыслимо без глубокого знания общих закономерностей строения и развития отдельных геосфер. Раскрытие данных закономерностей и познание лежащих в их основе причин невозможны без изучения всей Земли, так как наша планета представляет собой единую природную среду и развивается так же, как и все планеты Солнечной системы.

Знание происхождения и эволюции Земли, условий образования и развития земной коры, ее строения и состава во взаимодействии с внешними оболочками – водной (гидросферой) и воздушной (атмосферой), а также с внутренними оболочками – земным ядром и мантией – составляет необходимое звено мировоззрения. Оно позволяет понять, как

[7] Геология: учебник для студ. высш. учеб. заведений / Н. В. Короновский, Н. А. Ясаманов. – 7-е изд., перераб. – М.: Издательский центр «Академия», 2011. С. 6-7.

осуществляется постепенный переход от неживого неорганического мира к органическому, как эволюционируют живые существа и вместе с ними изменяются геологические процессы.

Велико и познавательно значение геологии как науки о Земле, ее строении, происхождении и развитии. Она затрагивает проблемы происхождения и эволюции жизни и природных условий. Геология всегда стояла в центре ожесточенной борьбы научных воззрений и научных школ против религиозных предрассудков.

Практическое значение геологии огромно и разнообразно. Весь арсенал современной науки и техники основан на использовании продуктов земных недр – нефти, угля, различных металлов, строительных материалов, подземных вод и др. Воды минеральных источников используют в лечебных и бальнеологических целях. Для поисков, разведки и извлечения разнообразного минерального сырья из земных недр требуется прежде всего разработка методов обнаружения залежей полезных ископаемых, которые необходимы для промышленности, сельского хозяйства и строительства.

Среди полезных ископаемых различают рудные, или металлические, из которых добывают различные металлы, и нерудные, или неметаллические. Из последних добывают удобрения, каменную соль, серу, строительные материалы, драгоценные (алмаз, рубин, сапфир, изумруд), полудрагоценные (аметист, циркон, топаз, цитрин, нефрит, малахит и др.) и поделочные камни (яшма, кварциты и др.), а также горючие полезные ископаемые (нефть, каменный и бурый уголь, горючие сланцы, газ). Подземные воды (пресные и минеральные) также являются полезными ископаемыми. Поисками залежей подземных вод и практическим их использованием занимается специальная отрасль геологии – гидрогеология. В особые научные дисциплины выделились геология рудных и геология нерудных месторождений, геология горючих полезных ископаемых. Без знания геологического строения территории не обходится ни одно строительство промышленных и гражданских зданий, транспортных магистралей, трубопроводов и средств связи. Эта особая отрасль геологии именуется инженерной геологией. Работами, проводимыми в районах развития многолетней мерзлоты, занимается такая наука, как мерзлотоведение.

Все перечисленные специальные научные дисциплины образуют самостоятельный раздел геологии, который называется *практической*, или *прикладной*, геологией.

ВАРИАНТ 2: ГЕОЛОГИЯ И РАЗВЕДКА МЕСТОРОЖДЕНИЙ ПОЛЕЗНЫХ ИСКОПАЕМЫХ[8]

Современная мировая экономика характеризуется неуклонным ростом потребления минерального сырья, расширением круга используемых в промышленности элементов, вовлечением в производство новых типов месторождений полезных ископаемых. Укрепление и совершенствование минерально-сырьевой базы России – основная задача геологической службы.

Обеспечение ресурсами и запасами не только действующих отраслей горнодобывающей промышленности, но и ее перспективных направлений требует оперативного решения проблемы освоения новых видов полезных ископаемых. Успешное осуществление геолого-разведочных работ возможно лишь при условии постоянного совершенствования теории и методов поисков и разведок месторождений полезных

[8] Геология и разведка месторождений полезных ископаемых: учебник для студ. учреждений высш. проф. образования / [В. В. Авдонин, В. В. Мосейкин, Г. В. Ручкин и др.]; под ред. В. В. Авдонина. – М.: Издательский центр «Академия», 2011. С. 5-6.

ископаемых. Результативность геолого-разведочной отрасли определяется уровнем научных и методических разработок, степенью использования современных поисково-разведочных средств.

Научные основы поисков и разведок месторождений полезных ископаемых созданы трудами нескольких поколений отечественных геологов, среди которых в первую очередь необходимо назвать Г. Д. Ажгирея, Я. Н. Белевцева, А. Г. Бетехтина, Ю. А. Билибина, П. П. Бурова, А. Б. Каждана, В. М. Крейтера, В. А. Обручева, А. П. Прокофьева, В. И. Смирнова, С. С. Смирнова, А. А. Якжина и др.

Многими ведущими учеными были написаны замечательные учебники и методические руководства по поискам и разведкам месторождений, не утратившие своего значения до настоящего времени. Тем не менее в последние годы произошли существенные изменения в самой структуре минерально-сырьевой базы, оценке перспектив использования природных ресурсов и методов их вовлечения в промышленное использование.

В геолого-разведочной отрасли можно отметить несколько областей, в которых наблюдаются наиболее значимые изменения.

Во-первых, это касается совершенствования теории и методики поисковых работ. Во-вторых, широкое внедрение компьютерных технологий во все направления геолого-разведочного процесса качественно изменило методику подсчета запасов и оценки месторождений на всех стадиях их освоения.

Существенные изменения происходят и в методике добычных работ, в особенности в связи с требованиями экологической безопасности.

Наконец, необходимо учитывать еще одно важное обстоятельство. Наряду с неуклонно возрастающей потребностью в различных видах минерального сырья отчетливо проявляется тенденция истощения минерально-сырьевой базы, снижения открываемости новых месторождений, вовлечения в промышленное производство неблагоприятных по геологической позиции месторождений и руд более низкого качества. Эти причины стимулируют повышенный интерес к минерально-сырьевому потенциалу Мирового океана. Вследствие интенсификации научно-исследовательских и поисково-разведочных работ в океане в последние годы сложилась качественно новая ситуация – возникла необходимость решения проблем освоения минерально-сырьевых ресурсов океана в практической плоскости, что ознаменовалось интенсивными усилиями по разработке теоретических основ, методики и технических средств морских геолого-разведочных работ.

Авторский коллектив настоящего учебника постарался отразить в нем все важнейшие достижения, касающиеся поисков, разведки и эксплуатации месторождений и характеризующие современное состояние геолого-разведочной отрасли.

Вариант 3: ОСНОВЫ ГОРНОГО ДЕЛА[9]

Полезные ископаемые, располагающиеся в земной коре в пределах территории страны, образуют ее минерально-сырьевую базу. Эти природные ресурсы называют богатством недр государства.

---

[9] Городниченко В. И., Дмитриев А. П. Основы горного дела: учебник для вузов. М.: Издательство «Горная Книга», Издательство московского государственного горного университета, 2008. С. 7-8.

Добычу полезных ископаемых обеспечивают горно-добывающие отрасли промышленности, перспективы развития которых зависят прежде всего от состояния природных ресурсов. Их освоение играет важнейшую роль в развитии экономики России.

В нашей стране выявлены в промышленных концентрациях все виды минерального сырья, используемого в мировой практике.

Оценка прогнозных ресурсов, которую сегодня осуществляют в основном до глубины освоенных промышленностью недр, составляющей для твердых полезных ископаемых около 1 км, свидетельствует о том, что в России в обозримом будущем исчерпания минеральных ресурсов не предвидится, тем более что результаты исследований сверхглубоких скважин подтверждают наличие промышленных концентраций полезных компонентов на глубинах до 10 км.

По данным Министерства природных ресурсов России, в нашей стране 60–70 % запасов важнейших видов полезных ископаемых сосредоточено в ограниченном числе крупных месторождений. В настоящее время сохраняют свое значение освоенные крупные месторождения полезных ископаемых и имеют большие перспективы развития месторождения в регионах Сибири, Дальнего Востока и Севера.

В Сибири находится около 84 % разведанных запасов угля России (категории А, В, Сi), из них бурых и каменных углей примерно поровну. В этих запасах сосредоточено до 90 % коксующихся углей России и около 85 % особо ценных для коксования углей марок ГЖ, Ж, КЖ, К, ОС.

В настоящее время в Сибири, включая республику Саха, добывается около 70 % углей России. Как считают эксперты, этот показатель будет возрастать в связи с сокращением добычи угля в европейской части страны, а также на Урале и Дальнем Востоке. Можно предположить, что основная роль в обеспечении потребностей страны в углях в будущем будет принадлежать Кузбассу.

Повышение эффективности производства имеет особое значение для горно-добывающих отраслей промышленности, которые обеспечивают топливом, минеральным сырьем и материалами многие отрасли экономики страны: черную и цветную металлургию, энергетику, химическую, строительных материалов, сельское хозяйство и др.

Результаты работы горных предприятий в значительной степени определяют уровень эффективности производства во всех других отраслях, потребляющих их продукцию.

Так, в общих затратах на производство цветных металлов затраты на добычу руды составляют более 50 %. В затратах на производство электроэнергии 60–70 % составляют затраты на топливо.

Повышение эффективности горного производства должно осуществляться путем его технического перевооружения, обеспечивающего снижение затрат на производство продукции, повышение качества продукции, экономное и рациональное использование трудовых и материальных ресурсов, комплексное освоение богатства земных недр.

Задание 2. *Отредактируйте предложения таким образом, чтобы они соответствовали научному стилю, запишите исправленный вариант. Определите, с чем связаны допущенные ошибки.*

1. В своей курсовой работе я хотел бы ответить на очень актуальные в наше нелегкое время вопросы. **2.** Авторы этих статей абсолютно неправильно думают, что только их точка зрения имеет право на существование. **3.** Выводы оказались неожиданными, на первый взгляд просто сумасшедшими. **4.** Однако вначале необходимо разобраться, есть ли угроза

энергетического голода. **5.** Мне кажется, что первый способ решения проблемы более целесообразный. **6.** Стоит представить, а какой будет польза от этого изобретения. **7.** Компьютерный вирус – это сильный паразит! **8.** Современное состояние экономики, энергетики и экологии выдвигает необходимость проведения интердисциплинарных исследований. **9.** Это приводит к необходимости изыскания и выделения огромных усилий общества, чтобы противостоять результатам экологически опасных действий. **10.** В настоящее время сетевые технологии претерпевают бурное развитие. **11.** Свобода в современной России – это не столько свобода сотрудничества и доброжелательного диалога, как своевольное навязывание своего понимания свободы ради сокрушения чужой. **12.** Математическая модель включала в себя систему уравнений, описывающая течение газа около криволинейной поверхности. **13.** Земля должна рассматриваться как некая квазизамкнутая система, ресурс жизнеобеспечения которой большой, но ограничен. **14.** Изучение новых материалов дает свои плоды. **15.** Используя метод аналогий, на кафедре систем управления разработан комплекс программных средств для изучения систем путем их моделирования.

ТЕМА 11. ОФИЦИАЛЬНО-ДЕЛОВОЙ СТИЛЬ

Цель – познакомиться со спецификой официально-делового стиля, научиться определять основные стилевые и языковые особенности документов, их жанр, видеть реквизиты.

КОНСПЕКТ следующего материала к занятию (основные понятия выделены в тексте):

Официально-деловой стиль – это стиль, который обслуживает правовую и административно-общественную сферы деятельности. Он используется при написании документов, деловых бумаг и писем в государственных учреждениях, суде, а также в разных видах делового устного общения.

Среди книжных стилей официально-деловой стиль выделяется относительной устойчивостью и замкнутостью. С течением времени он, естественно, подвергается некоторым изменениям, но многие его черты: исторически сложившиеся жанры, специфическая лексика, морфология, синтаксические обороты – придают ему в целом консервативный характер.

Основные стилевые черты официально-делового стиля:

– **объективный**, **абстрагированный (неличный) характер изложения**, который проявляется в отсутствии субъективных оценок при передаче содержания, в безличности языкового выражения (отсутствуют местоименные и глагольные формы 2-го лица, ограничены – 1-го лица);

– **точность и детальность изложения**, которые не допускают каких-либо разночтений; быстрота понимания не является важной, так как заинтересованный человек в случае необходимости прочитает документ несколько раз, стремясь к полному пониманию;

– **стандартизированность**, **стереотипность изложения**, которая проявляется в том, что разнородные явления жизни в официально-деловом стиле укладываются в ограниченное количество стандартных форм (*анкета*, *справка*, *инструкция*, *заявление*, *деловое письмо* и т. д.);

– **долженствующе-предписующий характер изложения**, т. е. **волюнтативность** (выражение воли), которая в текстах выражается семантически (подбором слов) и грамматически (формы первого лица глагола – *предлагаю*, *приказываю*, *поздравляю*; формами долженствования – *надлежит*, *необходимо*, *следует*, *предлагается*);

– **отсутствие выражения эмоций и оценок** (не употребляются эмоционально-экспрессивные средства).

Эти черты находят свое выражение 1) в отборе языковых средств (лексических, морфологических и синтаксических); 2) в оформлении деловых документов.

Основные языковые особенности официально-делового стиля:

Языковые особенности	Примеры
Лексические	
1) языковые штампы (канцеляризмы, клише)	*ставить вопрос, на основании решения, по собственному желанию, по семейным обстоятельствам, входящие-исходящие документы, контроль за исполнением возложить, по истечении срока* и др.
2) профессиональная терминология	*недоимка, алиби, черный нал, теневой бизнес, жилищный найм, прокурорский надзор, единовременное пособие* и др.
3) архаизмы	*оным удостоверяю, сей документ, в надлежащем виде, во избежание* и др.
4) тяготение к использованию родовых понятий с широкой и бедной семантикой	*прибыть* (вместо *приехать, прилететь, прийти* и т. д.), *транспортное средство* (вместо *автобус, самолет, «Волга»* и т. д.), *населенный пункт* (вместо *деревня, город, село* и т. д.), *помещение (вместо: квартира, цех, ангар, вестибюль, кров, обитель, апартаменты и т. д.)*
Морфологические	
1) существительные-названия людей по признаку, обусловленному действием	*налогоплательщик, ответчик, арендатор, свидетель* и др.
2) существительные, обозначающие должности и звания в форме мужского рода	*сержант полиции Ушакова, инспектор Неверова, ответчик Прошина* и др.
3) отглагольные существительные с частицей *не-*	*нелишение, неявка, несоблюдение, непризнание* и др.
4) производные предлоги	*в связи, в течение, за счет, в силу, по мере, в отношении, на основании* и др.
5) инфинитивные конструкции	*провести осмотр, оказать помощь, доказать невиновность* и др.
6) глаголы настоящего времени в значении обычно производимого действия	*обвиняемому обеспечивается право на защиту, за неуплату взимается штраф* и др.

7) сложные слова, образованные от двух и более основ	*бракосочетание, правонарушение, налогообложение, землепользование, пассажироперевозки, дачевладелец, нетрудоспособность, работодатель, квартиросъемщик, материально-технический, осенне-зимний, ремонтно-эксплуатационный, вышеуказанный, нижепоименованный* и др.
8) нанизывание существительных с суффиксом *-ние*	*Приготовлением к преступлению признается приискание и приспособление средств или орудий или умышленное создание условий для совершения преступлений....*
9) гигантский пласт официальных наименований номенклатуре учреждений, профессий, должностей и т. п.	*Российское акционерное общество «Единая энергетическая система России», Открытое акционерное общество «Нефтяная компания «Лукойл», Всероссийский научно-исследовательский институт документоведения и архивного дела, главный научный сотрудник, заместитель командира полка по инженерной службе, главный специалист сектора делопроизводства компании, председатель Военной коллегии Верховного Суда Российской Федерации, депутат Государственной Думы РФ и др.*
10) широкое использование аббревиатур	*РФ, МИД, МЧС, ФСБ, РЖД, Сбербанк, МОК, СМИ, РПЦ, УГГУ, ЕГЭ, ОСАГО, ТРЦ, ТК, УФМС, МОУ, ФГБОУ, ГТО, ГОСТ, ФГОС, КамАЗ, Роспечать и др.*
11) употребление цепочки имен существительных в родительном падеже	*Для применения (род. п.) мер (род. п.) общественного воздействия (род. п.); в целях широкой гласности (род. п.) работы (род. п.) Министерства (род. п.) высшего образования (род. п.); результаты деятельности (род. п.) органов (род. п.) налоговой полиции (род. п.)* и др.
Синтаксические	
1) употребление простых предложений с однородными членами, причем ряды этих однородных членов могут быть весьма распространенными (до 8–10)	*Объектами общей собственности крестьянского хозяйства является имущество: земельный участок, насаждения, хозяйственные или иные постройки, мелиоративные и другие сооружения, продуктивный и рабочий скот, птица, сельскохозяйственная и иная*

	техника, оборудование, транспортные средства, инвентарь и другое имущество и др.
2) наличие пассивных конструкций	*платежи вносятся в указанное время, сроки выплат установлены на год* и др.
3) преобладание сложных предложений, в особенности сложноподчиненных, с придаточными условия	*При наличии спора о размерах причитающихся уволенному работнику сумм администрация обязана уплатить указанное в настоящей статье возмещение в том случае, если спор решен в пользу работника*.

Документ – зафиксированная на материальном носителе информация с реквизитами, позволяющими её идентифицировать.

Форма документа (схема, отражающая семантико-информативную структуру текста) предоставляет в распоряжение его составителя определенный набор **реквизитов** (необходимые элементы оформления документа) и определенную их **композицию** (последовательность и порядок их размещения в тексте). Состав реквизитов, требования к реквизитам и бланкам документов устанавливаются ГОСТом. В настоящее время это ГОСТ Р 6.30-2003 «Унифицированные системы документации. Унифицированная система организационно-распорядительной документации. Требования к оформлению документов».

	Состав реквизитов документа
1.	Государственный герб Российской Федерации
2.	Герб субъекта Российской Федерации
3.	Эмблема организации или товарный знак
4.	Код организации
5.	Основной государственный регистрационный номер юридического лица (ОГРН)
6.	Идентификационный номер налогоплательщика / код причины постановки на учет (ИНН / КПП)
7.	Код формы документа
8.	Наименование организации
9.	Справочные данные об организации
10.	Наименование вида документа (жанр документа)
11.	Дата составления документа
12.	Регистрационный номер документа
13.	Ссылка на регистрационный номер или дату документа
14.	Место составления или издания документа
15.	Адресат
16.	Гриф утверждения документа
17.	Резолюция
18.	Заголовок к тексту
19.	Отметка о контроле
20.	Текст документа
21.	Отметка о наличии приложения
22.	Подпись

23.	Гриф согласования документа
24.	Визы согласования документа
25.	Оттиск печати
26.	Отметка о заверении копии
27.	Отметка об исполнителе
28.	Отметка об исполнении документа и направлении его в дело
29.	Отметка о поступлении документа в организацию
30.	Идентификатор электронной копии документа

Состав реквизитов конкретного документа определяется его видом и назначением. К наиболее частотным реквизитам можно отнести: **адресата**, **адресанта**, **название жанра документа**, **основной текст документа**, **список приложений**, **дату** и **подпись**. Логическому делению текста способствует его рубрикация, деление на части с помощью внутренних заголовков, подзаголовков, нумерация или графически единообразное выделение всех однотипных частей.

Способы классификации документов:

1. ***По месту составления***: *внутренние* и *внешние* документы. **Внутренний** документ создаётся в рамках одной организации, где работают и составитель, и адресат текста (*приказы администрации предприятия, служебные записки, должностные инструкции* и др). **Внешние** документы предназначаются адресатам, работающим на других предприятиях (*все виды деловых писем, приказы и распоряжения вышестоящих организаций* и др.).

2. ***По содержанию***: *простые* и *сложные*. **Простые** документы посвящены решению одного вопроса (*заявление*, *объяснительная записка* и другие виды личной документации), **сложные** – двух и более (*приказы*, *письма*, *инструкции*).

3. ***По форме***: *индивидуальные* и *типовые*. **Индивидуальные** документы предполагают некоторую самостоятельность текста и элементы творческого подхода, что не исключает их стандартизованности (*отдельные виды писем, служебных и докладных записок*). **Типовые** документы строятся на базе заранее заданного текста путём видоизменения его отдельных элементов; чаще всего эти документы одинаковы для групп однородных предприятий (*штатное расписание, положение о персонале* и др.). Если в типовом документе постоянные элементы отпечатаны типографским способом, а для переменных предусмотрены пробелы, которые заполняются при его составлении, то такой документ называют **трафаретным** (*анкеты, некоторые виды справок, трудовые договоры*).

4. ***По срокам исполнения***: *срочные* и *бессрочные*. В **срочных** документах содержится указание на выполнение некоторых действий в ограниченный временной период (*распоряжения, указания* и др.). Действие **бессрочных** документов не ограничено временными рамками (*указы, законы, некоторые виды инструкций*).

5. ***По происхождению***: *служебные* и *личные*. **Служебные** документы направлены на реализацию интересов организации (*приказы, деловые письма, контракты*). **Личные** документы, как правило, отражают взаимодействие отдельного физического лица с официальными органами или другими лицами (*заявление, доверенность, расписка, объяснительная записка* и др.).

6. ***По виду оформления***: *подлинник* (подписанный и надлежащим образом оформленный экземпляр документа, составленный в первый раз), *копия* (абсолютно точно

воспроизводит подлинник, но имеет ограниченную юридическую силу, за исключением нотариально заверенных.), *дубликат* (копия, имеющая одинаковую силу с подлинником, выдающаяся в случае его утери) и *выписки* (воспроизведение только одной из частей подлинника).

7. ***По функции***: **организационные** документы, направленные на регламентацию деятельности организации или предприятия (*устав, положение, штатное расписание, положение о персонале, должностную инструкцию*), **распорядительные** документы, содержащие конкретные распоряжения (*приказы, распоряжения, указания, решения*)., **информационно-справочные** документы, документы **по персоналу предприятия** (*трудовой договор, личные карточки, учётные карточки, анкеты*), **письма**, **договоры**.

Задание 1. *Проанализируйте текст официально-делового стиля:*

1. *Укажите характеристику данного текста с точки зрения классификации документов.*

2. *Обозначьте реквизиты и композиционные элементы государственного документа.*

3. *Опишите стилевые и языковые особенности текста*[10].

Федеральный закон от 1 июня 2005 г. N 53-ФЗ
«О государственном языке Российской Федерации»

С изменениями и дополнениями от: 2 июля 2013 г., 5 мая 2014 г.
Принят Государственной Думой 20 мая 2005 года
Одобрен Советом Федерации 25 мая 2005 года

Настоящий Федеральный закон направлен на обеспечение использования государственного языка Российской Федерации на всей территории Российской Федерации, обеспечение права граждан Российской Федерации на пользование государственным языком Российской Федерации, защиту и развитие языковой культуры.

Статья 1. Русский язык как государственный язык Российской Федерации

1. В соответствии с Конституцией Российской Федерации государственным языком Российской Федерации на всей ее территории является русский язык.

2. Статус русского языка как государственного языка Российской Федерации предусматривает обязательность использования русского языка в сферах, определенных настоящим Федеральным законом, другими федеральными законами, Законом Российской Федерации от 25 октября 1991 года N 1807-I «О языках народов Российской Федерации» и иными нормативными правовыми актами Российской Федерации, его защиту и поддержку, а также обеспечение права граждан Российской Федерации на пользование государственным языком Российской Федерации.

3. Порядок утверждения норм современного русского литературного языка при его использовании в качестве государственного языка Российской Федерации, правил русской орфографии и пунктуации определяется Правительством Российской Федерации.

4. Государственный язык Российской Федерации является языком, способствующим взаимопониманию, укреплению межнациональных связей народов Российской Федерации в едином многонациональном государстве.

---

[10] Возможна работа по вариантам: 1 вариант – анализ Статьи 1; 2 вариант – анализ Статьи 3; 3 вариант – анализ статьи 4.

5. Защита и поддержка русского языка как государственного языка Российской Федерации способствуют приумножению и взаимообогащению духовной культуры народов Российской Федерации.

6. При использовании русского языка как государственного языка Российской Федерации не допускается использование слов и выражений, не соответствующих нормам современного русского литературного языка (в том числе нецензурной брани), за исключением иностранных слов, не имеющих общеупотребительных аналогов в русском языке.

7. Обязательность использования государственного языка Российской Федерации не должна толковаться как отрицание или умаление права на пользование государственными языками республик, находящихся в составе Российской Федерации, и языками народов Российской Федерации.

<…>

Статья 3. Сферы использования государственного языка Российской Федерации

1. Государственный язык Российской Федерации подлежит обязательному использованию:

1) в деятельности федеральных органов государственной власти, органов государственной власти субъектов Российской Федерации, иных государственных органов, органов местного самоуправления, организаций всех форм собственности, в том числе в деятельности по ведению делопроизводства;

2) в наименованиях федеральных органов государственной власти, органов государственной власти субъектов Российской Федерации, иных государственных органов, органов местного самоуправления, организаций всех форм собственности;

3) при подготовке и проведении выборов и референдумов;

4) в конституционном, гражданском, уголовном, административном судопроизводстве, судопроизводстве в арбитражных судах, делопроизводстве в федеральных судах, судопроизводстве и делопроизводстве у мировых судей и в других судах субъектов Российской Федерации;

5) при официальном опубликовании международных договоров Российской Федерации, а также законов и иных нормативных правовых актов;

6) во взаимоотношениях федеральных органов государственной власти, органов государственной власти субъектов Российской Федерации, иных государственных органов, органов местного самоуправления, организаций всех форм собственности и граждан Российской Федерации, иностранных граждан, лиц без гражданства, общественных объединений;

7) при написании наименований географических объектов, нанесении надписей на дорожные знаки;

8) при оформлении документов, удостоверяющих личность гражданина Российской Федерации, за исключением случаев, предусмотренных законодательством Российской Федерации, изготовлении бланков свидетельств о государственной регистрации актов гражданского состояния, оформлении документов об образовании и (или) о квалификации установленного в соответствии с Федеральным законом от 29 декабря 2012 года N 273-ФЗ «Об образовании в Российской Федерации» образца, а также других документов, оформление которых в соответствии с законодательством Российской Федерации осуществляется на государственном языке Российской Федерации, при оформлении адресов

отправителей и получателей телеграмм и почтовых отправлений, пересылаемых в пределах Российской Федерации, почтовых переводов денежных средств;

9) в продукции средств массовой информации;

9.1) при показах фильмов в кинозалах;

9.2) при публичных исполнениях произведений литературы, искусства, народного творчества посредством проведения театрально-зрелищных, культурно-просветительных, зрелищно-развлекательных мероприятий;

10) в рекламе;

11) в иных определенных федеральными законами сферах.

1.1. В сферах, указанных в пунктах 9, 9.1, 9.2 и 10 части 1 настоящей статьи, и в иных предусмотренных федеральными законами случаях наряду с государственным языком Российской Федерации могут использоваться государственные языки республик, находящихся в составе Российской Федерации, другие языки народов Российской Федерации, а в случаях, предусмотренных законодательством Российской Федерации, также иностранные языки.

<…>

Статья 4. Защита и поддержка государственного языка Российской Федерации

В целях защиты и поддержки государственного языка Российской Федерации федеральные органы государственной власти в пределах своей компетенции:

1) обеспечивают функционирование государственного языка Российской Федерации на всей территории Российской Федерации;

2) разрабатывают и принимают федеральные законы и иные нормативные правовые акты Российской Федерации, разрабатывают и реализуют направленные на защиту и поддержку государственного языка Российской Федерации соответствующие федеральные целевые программы;

3) принимают меры, направленные на обеспечение права граждан Российской Федерации на пользование государственным языком Российской Федерации;

4) принимают меры по совершенствованию системы образования и системы подготовки специалистов в области русского языка и преподавателей русского языка как иностранного языка, а также осуществляют подготовку научно-педагогических кадров для образовательных организаций с обучением на русском языке за пределами Российской Федерации;

5) содействуют изучению русского языка за пределами Российской Федерации;

6) осуществляют государственную поддержку издания словарей и грамматик русского языка;

7) осуществляют контроль за соблюдением законодательства Российской Федерации о государственном языке Российской Федерации, в том числе за использованием слов и выражений, не соответствующих нормам современного русского литературного языка, путем организации проведения независимой экспертизы;

8) принимают иные меры по защите и поддержке государственного языка Российской Федерации.

<…>

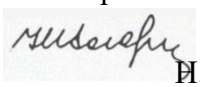
Президент Российской Федерации В. Путин

Задание 2. *Проанализируйте следующий текст*[11]*:*

1. *Обозначьте реквизиты и структурно-содержательные элементы документа.*

2. *Опишите стилевые и языковые особенности.*

3. *Имеются ли в тексте документа средства, не соответствующие требованиям официально-делового стиля? Докажите свою точку зрения.*

УТВЕРЖДАЮ:
Ректор УГГУ**,** профессор

_____ Н.П. Косарев

РЕГЛАМЕНТ
ношения форменной одежды преподавателями,
сотрудниками и студентами УГГУ

1. Общие положения

Форменная одежда УГГУ – важнейший наряду с флагом и гербом символ корпоративной чести и достоинства, принадлежности преподавателей, сотрудников и студентов к высшему учебному заведению – Уральскому государственному горному университету.

Ношение форменной одежды в установленных случаях является почетным правом и обязанностью (моральным долгом) всех преподавателей, сотрудников и студентов УГГУ, облегченных этим доверием. По решению ректора почетное право ношения форменной одежды предоставляется заслуженным выпускникам.

Отказ от форменной одежды рассматривается как пренебрежение горняцким единством и неуважение к корпоративной символике Уральского государственного горного университета.

2. Руководящий состав университета: члены Ученого совета, включая ректорат, деканов, заведующих кафедрами, представителей студенческого, ветеранского и профсоюзного актива, а также руководителя управления отделов и служб, не входящие в Ученый совет, обязаны носить форму в следующих случаях:

– на всех рабочих совещаниях, проводимых ректором, первым проректором и проректором по научной работе;
– на заседаниях Ученого совета и Президиума Ученого совета университета, ученых советах факультетов;
– на торжественных собраниях сотрудников и студентов, митингах, конференциях, проводимых по планам ректората и деканатов;
– при участии в совещаниях, конференциях, торжественных собраниях и других официальных мероприятиях, проводимых органами власти, а также политическими, общественными и научными организациями.

3. Преподаватели университета, имеющие форму, обязаны быть в форменной одежде в следующих случаях:

– во время лекционных занятий;
– при участии в собраниях студентов, преподавателей, конференциях и митингах;

[11] Текст Регламента приводится без изменений и исправлений.

– при посещениях ректората и деканатов.

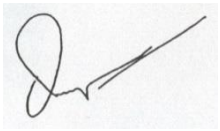
4. Сотрудники из числа административно-управленческого персонала (помощники ректора, проректоров, референты, секретари) обязаны быть в форменной одежде в следующих случаях:

– при нахождении на рабочем месте в дни проведения крупных общеуниверситетских мероприятий, при приеме делегаций, гостей и в иных случаях по распоряжению ректора;
– при участии, в том числе при орг. техническом обеспечении заседании Ученого совета и ректорских совещаний;
– при сопровождении ректора, проректоров во время официальных мероприятий вне университета.

5. Студенты – представители студенческого актива, имеющие форму, обязаны быть в форменной одежде:

– при посещении ректората, деканатов;
– на всех официальных мероприятиях, проводимых в университете;
– при участии в официальных мероприятиях, проводимых вне стен университета органами власти, политическими, общественными, научными и образовательными учреждениями.

6. По собственной инициативе студенты, сотрудники и преподаватели университета могут находиться в форменной одежде во всех случаях, если это не наносит ущерба почетному статусу формы и ее функциональному назначению.



Ученый секретарь совета, профессор О. В. Ошкордин
28.09.2005 г.

Задание 3. *Проанализируйте текст[12] с точки зрения использованных языковых средств, характерных для официально-делового стиля. Опишите средства, с помощью которых в тексте реализуется такая стилевая черта, как волюнтативность.*

Есть ли в Правилах отступления от требований официально-делового стиля? Подтвердите свою точку зрения, опираясь на текст документа.



Правила внутреннего распорядка обучающихся
в ФГБОУ ВПО «Уральский государственный горный университет»
Дата введения 01 сентября 2014 года

<…>

5. Основные права и обязанности обучающихся

[12] Текст Правил внутреннего распорядка приводится без изменений и исправлений.

5.1 Права обучающихся

Обучающиеся в университете имеют право:

– получать образование в соответствии с ГОС и ФГОС (в т. ч. актуализированными ФГОС) обучаться в пределах этих стандартов по индивидуальным учебным планам, ускоренным курсам обучения;

– бесплатно пользоваться библиотечно-информационными ресурсами, получать дополнительные (в том числе платные) образовательные услуги;

– участвовать в управлении университетом;

– свободно выражать собственные мнения и убеждения;

– выбирать факультативные (необязательные для данного направления подготовки (специальности) и элективные (избираемые в обязательном порядке) курсы, предлагаемые факультетом и кафедрой;

– участвовать в формировании содержания своего образования при условии соблюдения требований ГОС и ФГОС (в т. ч. актуализированными ФГОС) среднего профессионального и высшего образования; указанное право может быть ограничено условиями договора, заключенного между студентом и физическим или юридическим лицом, оказывающим ему содействие в получении образования и последующем трудоустройстве;

– осваивать помимо учебных дисциплин по избранным направлениям подготовки (специальностям) любые другие учебные дисциплины, преподаваемые в университете, в порядке, предусмотренном Уставом, а также преподаваемые в других высших учебных заведениях (по согласованию между их руководителями);

– определять по согласованию с деканатом и кафедрами набор дисциплин по специальности в пределах, установленных учебным планом, а также посещать дополнительно любые виды учебных занятий, проводимых в университете;

– ставить перед деканом и ректором, руководителем территориально обособленного учебного подразделения вопрос о замене преподавателей, не обеспечивающих должное качество учебного материала, нарушающих расписание занятий, иные правила организации учебно-воспитательного процесса;

– участвовать в обсуждении и решении важнейших вопросов деятельности университета и его обособленных структурных подразделений, в том числе через общественные организации и органы управления;

– бесплатно пользоваться услугами учебных, научных, лечебных и других подразделений университета в порядке, установленном Уставом;

– принимать участие во всех видах научно-исследовательских работ, конференциях, симпозиумах;

– совмещать учебу с профессиональной деятельностью и иной работой;

– представлять свои работы для публикации, в том числе в изданиях университета;

– обжаловать приказы и распоряжения администрации высшего учебного заведения в установленном законодательством РФ порядке;

– переходить с платного договорного обучения на бесплатное обучение в порядке, предусмотренном Уставом университета;

– получать от университета информацию о положении дел в сфере занятости населения и возможностях трудоустройства по специальности в соответствии с заключенными договорами и законодательством о занятости выпускников образовательных учреждений.

Обучающиеся в университете по заочной форме, выполняющие учебный план, имеют право на дополнительный оплачиваемый и не оплачиваемый отпуск по месту работы, на сокращенную рабочую неделю и на другие льготы, которые предоставляются в порядке, устанавливаемом законодательством РФ (ст. 173-176 ТК РФ).

Обучающиеся в университете имеют право на свободное посещение мероприятий, не предусмотренных учебным планом.

Обучающиеся в университете имеют право на перевод в другое образовательное учреждение, реализующее образовательную программу соответствующего уровня, при согласии этого образовательного учреждения и успешном прохождении ими аттестации.

Обучающиеся в университете по очной форме обучения имеют право на получение отсрочки от призыва на военную службу в соответствии с Федеральным законом «О воинской обязанности и военной службе».

5.2 Обязанности обучающихся

Обучающиеся в университете обязаны:

– добросовестно посещать учебные занятия, глубоко овладевать теоретическими знаниями, практическими навыками и современными методами для работы по избранной специальности;

– выполнять в установленные сроки все виды заданий, предусмотренных соответствующими учебными планами и программами обучения;

– постоянно повышать общую культуру, нравственность и физическое совершенство;

– нетерпимо относиться к недостаткам в учебно-воспитательном процессе и быту;

– бережно и аккуратно относиться к учебным и иным помещениям, оборудованию, учебным пособиям, литературе, приборам, другому имуществу университета; без соответствующего разрешения студентам запрещается выносить предметы и оборудование из лабораторий, кабинетов, аудиторий, учебных, бытовых корпусов и других помещений;

– нести материальную ответственность за ущерб, причиненный имуществу университета в соответствии с нормами действующего законодательства;

– незамедлительно сообщать в администрацию университета о возникновении ситуации, представляющей угрозу жизни и здоровью людей, сохранности имущества университета;

– соблюдать требования Устава университета, настоящие Правила и Правила проживания в общежитиях;

– поддерживать деловую репутацию, честь и престиж университета.

Обучающиеся в территориально обособленном учебном подразделении университета (филиале) помимо указанных выше правомочий пользуются правами и исполняют обязанности, предусмотренные Положением о соответствующем структурном подразделении или договорами о профессиональной подготовке, включая договоры на индивидуальную подготовку специалиста.

При неявке на занятия по уважительным причинам обучающийся ставит об этом в известность декана факультета, руководителя (уполномоченного работника) иного учебного структурного подразделения и в первый день явки на учебу представляет данные о причине неявки и документы установленного образца (справки, письма, телеграммы и т. п.), содержащие сведения оправдательного характера.

5.3 Требования к ношению формы

Обучающиеся в университете должны быть дисциплинированными и опрятными, вести себя достойно в университете, на улице, в общественном месте и в быту. В соответствии с решением Ученого совета университета от 25.06.2004 года, обучающиеся обязаны носить форменную одежду в ниже перечисленных случаях:

– на всех совещаниях, проводимых ректором, проректорами и деканами факультетов;

– на торжественных собраниях коллектива, митингах и конференциях;

– при участии в совещаниях, конференциях, торжественных собраниях и иных официальных мероприятиях, проводимых органами власти, а также общественными и научными организациями, на которых обучающиеся университета являются его представителями;

– при участии, в т. ч. организационно-техническом обеспечении заседаний Ученого совета университета и ректорских совещаний; при сопровождении ректора, проректоров во время официальных мероприятий вне университета.

– в иных случаях по распоряжению ректора.

По собственной инициативе обучающиеся университета могут находиться в форменной одежде в иных случаях, если это не наносит ущерба почетному статусу формы и её функциональному назначению.

Запрещается ношение предметов формы одежды измененных или неустановленных образцов, а также знаков различия, не предусмотренных Положением о форменной одежде.

<…>

ТЕМА 12. ОФОРМЛЕНИЕ ДЕЛОВЫХ БУМАГ

Цель – научиться оформлять основные жанры деловых бумаг.

КОНСПЕКТ следующего материала к занятию (требуется записать определение, основные реквизиты и образец):

Заявление – это документ, содержащий просьбу, предложение или жалобу какого-либо лица.

Заявление, как и большинство деловых бумаг, составляется в произвольной форме от руки или печатается на листе бумаги формата А4.

Основные реквизиты заявления:

1. Сведения об адресате (должность, фамилия, инициалы).

2. Сведения об адресате (должность, ФИО полностью, в некоторых случаях адрес или другая контактная информация).

3. Наименование жанра документа.

4. Основной текст заявления с точным изложением просьбы, предложения или жалобы.

5. Опись приложений к документу, если они имеются.

6. Дата.

7. Подпись.

Образец оформления заявления

Декану ФГиГ
проф. Талалаю А. Г.
от студента группы МПГ-20
Волкова Михаила Владимировича

Заявление

Прошу отпустить меня с занятий на 3 дня с 25 по 27 октября 2021 года в связи с участием в областных соревнованиях по футболу.

Копию справки-вызова прилагаю.

01.10.2021 г.

Доверенность – это документ, выдаваемый одним лицом (доверителем) другому лицу (доверенному) для представительства перед третьими лицами и дающий право доверенному лицу действовать от имени доверителя.

Доверенность предоставляет полномочия доверенному лицу предпринимать за доверителя какое-либо действие. В зависимости от вида полномочий различают три вида доверенности: 1) **разовая** (дает право на совершение одного конкретного действия), 2) **специальная** (дает право на совершение однородных действий), 3) **генеральная** (дает право на общее управление имуществом доверителя).

Основные реквизиты разовой доверенности:

1. Наименование жанра документа.

2. Наименование доверителя (ФИО полностью, должность, паспортные данные, адрес регистрации или проживания).

3. Наименование доверенного лица (ФИО полностью, должность, паспортные данные, адрес регистрации или проживания).

4. Формулировка доверяемой функции.

5. Дата.

6. Подпись.

Образец оформления разовой доверенности

Доверенность

Я, Зорянова Евгения Михайловна, студентка группы ВД-19 (паспорт: серия 3209 № 345177, выдан Отделом УФМС России по Свердловской области в Чкаловском районе гор. Екатеринбурга 09.06.2009 г., проживающая по адресу: г. Екатеринбург, ул. 8 марта, д. 104, кв. 190), доверяю Соловчуку Сергею Станиславовичу, студенту группы ГМО-17 (паспорт: серия 5404 № 654321, выдан Железнодорожным РУВД г. Ульяновска 13.09. 2008 г., проживающему по адресу: г. Екатеринбург, ул. Сулимова, д. 63, кв. 77), получить в кассе УГГУ мою стипендию за март 2020 года.

25.02.2020 г. 

Расписка – это документ, подтверждающий произведенное кем-либо определенное действие (получение ценных предметов).

Расписка всегда составляется от руки. Если она имеет особо важное значение, ее необходимо заверить.

Основные реквизиты расписки:

1. Наименование жанра документа.

2. Наименование лица, получившего ценности (ФИО полностью, должность, паспортные данные, адрес регистрации или проживания).

3. Наименование лица, выдавшего ценности (ФИО полностью, должность, паспортные данные, адрес регистрации или проживания).

4. Точное наименование полученных ценностей с указанием количества (цифрами и прописью).

5. Дата, до которой необходимо вернуть полученные ценности.

6. Дата.

7. Подпись.

Образец оформления расписки

Расписка

Я, Воробьева Наталия Александровна, студентка группы УП-20 (паспорт: серия 5009 № 2435672, выдан отделом УФМС Ленинского района г. Новосибирска 25.09.2009 г., проживающая по адресу: Свердловская область, г. Первоуральск, ул. Горького, д. 7, кв. 5), получила от Штиппеля Артемия Павловича, инженера кафедры ГД (паспорт: серия 6507 № 575849, выдан Отделом УФМС России по Свердловской области в Кировском районе г. Екатеринбурга 05.10.2004 г., проживающего по адресу: г. Екатеринбург, пер. Красный, д. 34, кв. 33), 10 000 (десять тысяч) рублей.

Обязуюсь вернуть указанную сумму до 31 декабря 2020 г.

07 ноября 2020 г. 

Докладная записка – это документ, информирующий адресата о сложившейся ситуации, а также содержащий выводы и предложения составителя.

Основной текст докладной записки делится на две части:

- в первой излагаются причины, послужившие поводом для ее написания;
- во второй анализируется сложившаяся ситуация, содержатся выводы и предложения о действиях, которые необходимо предпринять.

Основные реквизиты докладной записки:

1. Сведения об адресате (должность, фамилия, инициалы).

2. Наименование жанра документа.

3. Основной текст, состоящий из двух смысловых частей.

4. Опись приложений к документу, если они имеются.

5. Подпись автора документа, состоящая из трех частей (должность, собственно личная подпись и расшифровка подписи).

6. Дата.

Образец оформления докладной записки

Ректору УГГУ
проф. Душину А. В.

Докладная записка

24 декабря 2019 г. примерно в 12.30 я сдал свой пуховик в гардероб 4 учебного корпуса. Через два часа (после окончания праздничных мероприятий) я попытался получить пуховик по бирке, но его не оказалось на вешалке. Студенты, дежурившие в гардеробе в тот день, отказались объяснять, что произошло и куда пропала моя одежда.

Прошу разобраться в сложившейся ситуации и помочь с поисками пуховика.

Описание прилагается.

Студент группы ТБ-17 *Вутенко Б. Н.*

25 декабря 2019 г.

Объяснительная записка – это документ, объясняющий причины какого-либо события, факта, поступка (нарушения трудовой или учебной дисциплины, невыполнение задания, поручения и т. д.).

Основной текст объяснительной записки делится на две части:

- в первой излагаются, констатируются факты нарушения;
- во второй объясняются причины нарушения.

Основные реквизиты объяснительной записки:

1. Сведения об адресате (должность, фамилия, инициалы).

2. Наименование жанра документа.

3. Основной текст, состоящий из двух смысловых частей.

4. Опись приложений к документу, если они имеются.

5. Подпись автора документа, состоящая из трех частей (должность, собственно личная подпись и расшифровка подписи).

6. Дата.

Образец оформления объяснительной записки

Зав. кафедрой ИЯДК
доц. Юсуповой Л. Г.

Объяснительная записка

05.03.2020 г. я опоздала на практическое занятие по иностранному языку по причине транспортной аварии на перекрестке улиц Малышева и Гагарина.

Выданную транспортным предприятием справку прилагаю.

Студентка группы МЭ-19  */Вайслер Ю. М./*

07.03.2020 г.

Задание 1. *Напишите от своего имени следующие жанры деловых бумаг:*

а) заявление с просьбой продлить Вам сессию на неделю;

б) заявление с просьбой принять Вас на работу;

в) доверенность на получение Вашей стипендии в этом месяце;

г) расписку в получении Вами образцов минералов для выполнения лабораторной работы;

д) докладную записку о пропаже Ваших личных вещей из аудитории;

е) объяснительную записку о пропуске Вами занятий в течение недели;

ж) объяснительную записку о неявке на экзамен.

Задание 2. *Исправьте допущенные ошибки в оформлении и содержании следующих документов. Обратите внимание на нарушение разного типа языковых норм (орфографических, пунктуационных, лексических и грамматических). Запишите исправленный вариант.*

Текст 1

Декану УГТУ
От студента III курса очной формы обучения факультета горно технологического
Волк Василия Васильевича

заявление

В связи с отъездом на лидерские сборы очень прошу разрешить не посещать мне занятия на следующей неделе.

09.09.21 г. 

Текст 2

Ректору УГТУ
А. В. Душину

доверенность.

Я, Задорин Виктор, студент УГТУ, даю право на получение получаемой мной стипендии студенту Гудину Александру Геннадьевичу (паспорт 6509 номер 124338, ул. Мира, 90-1).

1.5.20 г. *Задорин* */Задорин В. З./*

Текст 3

Кафедре ИЯДК

расписка

Я – Пустник Валентин Тимурович, прошу выдать мне учебные пособия для практических занятий. Автор – Мясникова Юлия Марковна в размере одной штуки. Паспортные данные – серия 6102, номер 879521, УФМС России, дата рождения – 19.02.2000 года, проживаю в городе Лангепас на улице Парковая, 7.

Обязуюсь вернуть в срок.

25 сентября *Пустник*

Текст 4

Декану ГМФ
Козину Владимиру
Зиновьевичу

Докладная

Уважаемый Владимир Зиновьевич!

Сегодня я, Курпатова Вера, студентка ГМФ, оставила без присмотра свои вещи в учебной аудитории 2240. При возвращении моих вещей в аудитории не было. Я очень расстроилась.

Пропали: куртка черная кожанная, красная сумка в цветочек, белый платок.

1 октября 2021 года

Текст 5

Зав. кафедры ТТФ Волкову М. Н.
От студента Хлебникова Семена.

Объяснительная о прогуле

Я, Семен Хлебников, отсутствовал на занятиях два месяца всвязи болезни. Справку из 6 городской больницы прилогаю.

01.11.20 *Хлебников С.*

СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

Основная литература

№ п/п	*Наименование*
1	*Веселкова Т. В.* Культура устной и письменной коммуникации: учебное пособие / Т. В. Веселкова, И. С. Выходцева, Н. В. Любезнова. – Саратов: Вузовское образование, ИЦ «Наука», 2020. – 264 с. – ISBN 978-5-4487-0707-0. – Текст: электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS: [сайт]. – URL: http://www.iprbookshop.ru/94281.html
2	*Культура устной и письменной речи делового человека*: Справочник. Практикум. М.: Флинта: Наука, 2012 (и другие издания).
3	*Меленскова Е. С.* Культура речи и стилистика русского языка: учебное пособие для студентов специальностей 21.05.02 – «Прикладная геология», 21.05.03 –«Технология геологической разведки», 21.05.04 – «Горное дело». – Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2018. 87 с.
4	*Меленскова Е. С.* Русский язык делового общения: учебное пособие для студентов всех специальностей и направлений подготовки. Екатеринбург: УГГУ, 2018. 80 с.
5	*Меленскова Е. С.* Русский язык и культуре речи: учебное пособие с тестовыми заданиями для студентов специальностей 21.05.02 – «Прикладная геология», 21.05.03 – «Технология геологической разведки», 21.05.04 – «Горное дело» / Е. С. Меленскова. – Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2019. – 98 с.

Дополнительная литература

№ п/п	*Наименование*
1.	*Введенская Л. А., Павлова Л. Г., Кашаева Е. Ю.* Русский язык и культура речи: учебное пособие для вузов. Ростов-на-Дону: Феникс, 2004. – 544 с. (и другие стереотипные издания)
2.	*Введенская Л. А., Павлова Л. Г., Кашаева Е. Ю.* Русский язык и культура речи для инженеров: учебное пособие. Ростов-на-Дону: Феникс, 2003. 384 с.
3.	*Голуб И. Б.* Русский язык и культура речи: учебное пособие / И. Б. Голуб. – Москва: Логос, 2014. – 432 с. – ISBN 978-5-98704-534-3. – Текст: электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS: [сайт]. – URL: http://www.iprbookshop.ru/39711.html
4.	*Зверева Е. Н.* Русский язык и культура речи в профессиональной коммуникации: учебное пособие / Е. Н. Зверева, С. С. Хромов. – Москва: Евразийский открытый институт, 2012. – 432 с. – ISBN 978-5-374-00575-2. – Текст: электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS: [сайт]. – URL: http://www.iprbookshop.ru/14648.html
5.	*Культура научной и деловой речи*: учебное пособие для студентов-иностранцев / М. Б. Будильцева, И. Ю. Варламова, Н. С. Новикова, Н. Ю. Царёва. – Москва: Российский университет дружбы народов, 2013. – 240 с. – ISBN 978-5-209-05463-4. – Текст: электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS: [сайт]. – URL: http://www.iprbookshop.ru/22186.html

6.	*Курганская М. Я.* Деловые коммуникации: курс лекций / М. Я. Курганская. – Москва: Московский гуманитарный университет, 2013. – 121 с. – ISBN 978-5-98079-935-9. – Текст: электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS: [сайт]. – URL: http://www.iprbookshop.ru/22455.html
7.	*Лапынина Н. Н.* Русский язык и культура речи: курс лекций / Н. Н. Лапынина. – Воронеж: Воронежский государственный архитектурно-строительный университет, ЭБС АСВ, 2012. – 161 с. – ISBN 978-5-89040-431-2. – Текст: электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS: [сайт]. – URL: http://www.iprbookshop.ru/22667.html
8.	*Меленскова Е. С.* Культура речи и деловое общение: тестовые задания для студентов всех специальностей. Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2013. 78 с.
9.	*Меленскова Е. С.* Русский язык и культура речи: учебное пособие с упражнениями и контрольными работами для студентов всех специальностей очной и заочной форм обучения. Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2011. 80 с.
10.	*Меленскова Е. С.* Стилистика русского языка: учебное пособие. Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2011. 86 с.
11.	*Петрова Ю. А.* Культура и стиль делового общения: учебное пособие / Ю. А. Петрова. – Москва: ГроссМедиа, 2007. – 190 с. – ISBN 5-476-003-476. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: http://www.iprbookshop.ru/1129.html
12.	*Решетникова Е. В.* Русский язык в деловых коммуникациях: учебное пособие / Е. В. Решетникова. – Новосибирск: Сибирский государственный университет телекоммуникаций и информатики, 2018. – 99 с. – ISBN 2227-8397. – Текст: электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS: [сайт]. – URL: http://www.iprbookshop.ru/84078.html
13.	*Скворцов Л. И.* Большой толковый словарь правильной русской речи / Л. И. Скворцов. – Москва: Мир и Образование, Оникс, 2009. – 1104 с. – ISBN 978-5-94666-556-8. – Текст: электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS: [сайт]. – URL: http://www.iprbookshop.ru/14555.html
14.	*Усанова О. Г.* Культура профессионального речевого общения: учебно-методическое пособие / О. Г. Усанова. – Челябинск: Челябинский государственный институт культуры, 2008. – 93 с. – ISBN 5-94839-062-4. – Текст: электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS: [сайт]. – URL: http://www.iprbookshop.ru/56426.html
15.	*Федосюк М. Ю., Ладыженская Т. А., Михайлова О. А., Николина Н. А.* Русский язык для студентов-нефилологов: учебное пособие. М.:Флинта: Наука, 2014 (и другие стереотипные издания)

ПЕРЕЧЕНЬ РЕСУРСОВ ИНФОРМАЦИОННО-ТЕЛЕКОММУНИКАЦИОННОЙ СЕТИ «ИНТЕРНЕТ», НЕОБХОДИМЫХ ДЛЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

1. *ГОСТ 6.30-2003.* «Унифицированные системы документации. Унифицированная система организационно-распорядительной документации. Требования к оформлению документов» (электронная публикация http://docs.cntd.ru/document/1200031361).

2. *Грамота (сайт).* [Электронный ресурс] – Режим доступа: http://www.gramota.ru.
3. *Культура письменной речи (сайт)* [Электронный ресурс] – Режим доступа: http://www.gramma.ru.
4. *Русский язык*: *энциклопедия русского языка (сайт).* [Электронный ресурс] – Режим доступа: http://russkiyyazik.ru.
5. *Словари и энциклопедии по русскому языку на Академике (сайт).* [Электронный ресурс] – Режим доступа: https://dic.academic.ru.

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебно-методическому комплексу С.А. Упоров

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЕ СТУДЕНТОВ

Б1.О.26.02 УПРАВЛЕНИЕ КОЛЛЕКТИВОМ

Специальность
21.05.04 Горное дело

Направленность (профиль)
Технологическая безопасность и горноспасательное дело

Одобрены на заседании кафедры	Рассмотрены методической комиссией
Управление персоналом	Горнотехнологического факультета
(название кафедры)	*(название факультета)*
Зав. кафедрой _____ *(подпись)*	Председатель _____ *(подпись)*
Абрамов С.М.	Колчина Н.В.
(Фамилия И.О.)	*(Фамилия И.О.)*
Протокол № 1 от 10.09.2023	Протокол № 2 от 20.10.2023
(Дата)	*(Дата)*

Екатеринбург

Автор: Ветошкина Т.А., канд. филос. наук, доцент

СОДЕРЖАНИЕ

	Введение	3
1	Методические рекомендации по решению практико-ориентированных заданий	5
2	Методические рекомендации по составлению тестовых заданий	9
3	Методические рекомендации к опросу	11
4	Методические рекомендации по подготовке к практическим занятиям	13
5	Методические рекомендации по подготовке семинарским занятиям	15
6	Методические рекомендации по подготовке к сдаче экзаменов и зачетов	17
7	Заключение	19
	Список использованных источников	22

ВВЕДЕНИЕ

Самостоятельная работа студентов может рассматриваться как организационная форма обучения - система педагогических условий, обеспечивающих управление учебной деятельностью студентов по освоению знаний и умений в области учебной и научной деятельности без посторонней помощи.

Самостоятельная работа студентов проводится с целью:

- систематизации и закрепления полученных теоретических знаний и практических умений студентов;
- углубления и расширения теоретических знаний;
- формирования умений использовать нормативную, правовую, справочную документацию и специальную литературу;
- развития познавательных способностей и активности студентов: творческой инициативы, самостоятельности, ответственности и организованности;
- формирования самостоятельности мышления, способностей к саморазвитию, самосовершенствованию и самореализации;
- формирования практических (общеучебных и профессиональных) умений и навыков;
- развития исследовательских умений;
- получения навыков эффективной самостоятельной профессиональной (практической и научно-теоретической) деятельности.

В учебном процессе выделяют два вида самостоятельной работы:

- аудиторная;
- внеаудиторная.

Аудиторная самостоятельная работа по дисциплине выполняется на учебных занятиях под непосредственным руководством преподавателя и по его заданию.

Внеаудиторная самостоятельная работа - планируемая учебная, учебно-исследовательская, научно-исследовательская работа студентов, выполняемая во внеаудиторное время по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия.

Самостоятельная работа, не предусмотренная образовательной программой, учебным планом и учебно-методическими материалами, раскрывающими и конкретизирующими их содержание, осуществляется студентами инициативно, с целью реализации собственных учебных и научных интересов.

Для более эффективного выполнения самостоятельной работы по дисциплине преподаватель рекомендует студентам источники и учебно-методические пособия для работы, характеризует наиболее рациональную методику самостоятельной работы, демонстрирует ранее выполненные студентами работы и т. п.

Подразумевается несколько категорий видов самостоятельной работы студентов, значительная часть которых нашла отражения в данных методических рекомендациях:

- работа с источниками литературы и официальными документами (*использование библиотечно-информационной системы*);
- выполнение заданий для самостоятельной работы в рамках учебных дисциплин (*рефераты, эссе, домашние задания, решения практико-ориентированных заданий*);
- реализация элементов научно-педагогической практики (*разработка методических материалов, тестов, тематических портфолио*);
- реализация элементов научно-исследовательской практики (*подготовка текстов докладов, участие в исследованиях*).

Особенностью организации самостоятельной работы студентов является необходимость не только подготовиться к сдаче зачета /экзамена, но и собрать, обобщить, систематизировать, проанализировать информацию по темам дисциплины.

Технология организации самостоятельной работы студентов включает использование информационных и материально-технических ресурсов образовательного учреждения.

Самостоятельная работа может осуществляться индивидуально или группами студентов online и на занятиях в зависимости от цели, объема, конкретной тематики самостоятельной работы, уровня сложности, уровня умений студентов.

В качестве форм и методов контроля внеаудиторной самостоятельной работы студентов могут быть использованы обмен информационными файлами, семинарские занятия, тестирование, опрос, доклад, реферат, самоотчеты, контрольные работы, защита творческих работ и электронных презентаций и др.

Контроль результатов внеаудиторной самостоятельной работы студентов осуществляется в пределах времени, отведенного на обязательные учебные занятия по дисциплине.

1. Методические рекомендации по решению практико-ориентированных заданий

Практико-ориентированные задания - метод анализа ситуаций. Суть его заключается в том, что студентам предлагают осмыслить реальную жизненную ситуацию, описание которой одновременно отражает не только какую-либо практическую проблему, но и актуализирует определенный комплекс знаний, который необходимо усвоить при разрешении данной проблемы. При этом сама проблема не имеет однозначных решений.

Использование метода практико-ориентированного задания как образовательной технологии профессионально-ориентированного обучения представляет собой сложный процесс, плохо поддающийся алгоритмизации[1]. Формально можно выделить следующие этапы:

- ознакомление студентов с текстом;
- анализ практико-ориентированного задания;
- организация обсуждения практико-ориентированного задания, дискуссии, презентации;
- оценивание участников дискуссии;
- подведение итогов дискуссии.

Ознакомление студентов с текстом практико-ориентированного задания и последующий анализ практико-ориентированного задания чаще всего осуществляются за несколько дней до его обсуждения и реализуются как самостоятельная работа студентов; при этом время, отводимое на подготовку, определяется видом практико-ориентированного задания, его объемом и сложностью.

Общая схема работы с практико-ориентированное заданием на данном этапе может быть представлена следующим образом: в первую очередь следует выявить ключевые проблемы практико-ориентированного задания и понять, какие именно из представленных данных важны для решения; войти в ситуационный контекст практико-ориентированного задания, определить, кто его главные действующие лица, отобрать факты и понятия, необходимые для анализа, понять, какие трудности могут возникнуть при решении задачи; следующим этапом является выбор метода исследования.

Знакомство с небольшими практико-ориентированного заданиями и их обсуждение может быть организовано непосредственно на занятиях. Принципиально важным в этом случае является то, чтобы часть теоретического курса, на которой базируется практико-ориентированное задание, была бы прочитана и проработана студентами.

Максимальная польза из работы над практико-ориентированного заданиями будет извлечена в том случае, если аспиранты при предварительном знакомстве с ними будут придерживаться систематического подхода к их анализу, основные шаги которого представлены ниже:

1. Выпишите из соответствующих разделов учебной дисциплины ключевые идеи, для того, чтобы освежить в памяти теоретические концепции и подходы, которые Вам предстоит использовать при анализе практико-ориентированного задания.
2. Бегло прочтите практико-ориентированное задание, чтобы составить о нем общее представление.
3. Внимательно прочтите вопросы к практико-ориентированное задание и убедитесь в том, что Вы хорошо поняли, что Вас просят сделать.
4. Вновь прочтите текст практико-ориентированного задания, внимательно фиксируя все факторы или проблемы, имеющие отношение к поставленным вопросам.
5. Прикиньте, какие идеи и концепции соотносятся с проблемами, которые Вам предлагается рассмотреть при работе с практико-ориентированное заданием.

---

[1] Долгоруков А. Метод case-study как современная технология профессионально -ориентированного обучения [Электронный ресурс]. Режим доступа: //http://evolkov.net/case/case.study.html/

Организация обсуждения практико-ориентированного задания предполагает формулирование перед студентами вопросов, включение их в дискуссию. Вопросы обычно подготавливают заранее и предлагают студентам вместе с текстом практико-ориентированного задания. При разборе учебной ситуации преподаватель может занимать активную или пассивную позицию, иногда он «дирижирует» разбором, а иногда ограничивается подведением итогов дискуссии.

Организация обсуждения практико-ориентированных заданий обычно основывается на двух методах. Первый из них носит название традиционного Гарвардского метода - открытая дискуссия. Альтернативным методом является метод, связанный с индивидуальным или групповым опросом, в ходе которого аспиранты делают формальную устную оценку ситуации и предлагают анализ представленного практико-ориентированного задания, свои решения и рекомендации, т.е. делают презентацию. Этот метод позволяет некоторым студентам минимизировать их учебные усилия, поскольку каждый аспирант опрашивается один- два раза за занятие. Метод развивает у студентов коммуникативные навыки, учит их четко выражать свои мысли. Однако, этот метод менее динамичен, чем Гарвардский метод. В открытой дискуссии организация и контроль участников более сложен.

Дискуссия занимает центральное место в методе. Ее целесообразно использовать в том случае, когда аспиранты обладают значительной степенью зрелости и самостоятельности мышления, умеют аргументировать, доказывать и обосновывать свою точку зрения. Важнейшей характеристикой дискуссии является уровень ее компетентности, который складывается из компетентности ее участников. Неподготовленность студентов к дискуссии делает ее формальной, превращает в процесс вытаскивания ими информации у преподавателя, а не самостоятельное ее добывание.

Особое место в организации дискуссии при обсуждении и анализе практико-ориентированного задания принадлежит использованию метода генерации идей, получившего название «мозговой атаки» или «мозгового штурма».

Метод «мозговой атаки» или «мозгового штурма» был предложен в 30-х годах прошлого столетия А. Осборном как групповой метод решения проблем. К концу XX столетия этот метод приобрел особую популярность в практике управления и обучения не только как самостоятельный метод, но и как использование в процессе деятельности с целью усиления ее продуктивности. В процессе обучения «мозговая атака» выступает в качестве важнейшего средства развития творческой активности студентов. «Мозговая атака» включает в себя три фазы.

Первая фаза представляет собой вхождение в психологическую раскованность, отказ от стереотипности, страха показаться смешным и неудачником; достигается созданием благоприятной психологической обстановки и взаимного доверия, когда идеи теряют авторство, становятся общими. Основная задача этой фазы - успокоиться и расковаться.

Вторая фаза - это собственно атака; задача этой фазы - породить поток, лавину идей. «Мозговая атака» в этой фазе осуществляется по следующим принципам:

- есть идея, - говорю, нет идеи, - не молчу;
- поощряется самое необузданное ассоциирование, чем более дикой покажется идея, тем лучше;
- количество предложенных идей должно быть как можно большим;
- высказанные идеи разрешается заимствовать и как угодно комбинировать, а также видоизменять и улучшать;
- исключается критика, можно высказывать любые мысли без боязни, что их признают плохими, критикующих лишают слова;
- не имеют никакого значения социальные статусы участников; это абсолютная демократия и одновременно авторитаризм сумасшедшей идеи;
- все идеи записываются в протокольный список идей;

• время высказываний - не более 1-2 минут.

Третья фаза представляет собой творческий анализ идей с целью поиска конструктивного решения проблемы по следующим правилам:

- анализировать все идеи без дискриминации какой-либо из них;
- найти место идее в системе и найти систему под идею;
- не умножать сущностей без надобности;
- не должна нарушаться красота и изящество полученного результата;
- должно быть принципиально новое видение;
- ищи «жемчужину в навозе».

В методе мозговая атака применяется при возникновении у группы реальных затруднений в осмыслении ситуации, является средством повышения активности студентов. В этом смысле мозговая атака представляется не как инструмент поиска новых решений, хотя и такая ее роль не исключена, а как своеобразное «подталкивание» к познавательной активности.

Презентация, или представление результатов анализа практико-ориентированного задания, выступает очень важным аспектом метода ***case-study***. Умение публично представить интеллектуальный продукт, хорошо его рекламировать, показать его достоинства и возможные направления эффективного использования, а также выстоять под шквалом критики, является очень ценным интегральным качеством современного специалиста. Презентация оттачивает многие глубинные качества личности: волю, убежденность, целенаправленность, достоинство и т.п.; она вырабатывает навыки публичного общения, формирования своего собственного имиджа.

Публичная (устная) презентация предполагает представление решений практико-ориентированного задания группе, она максимально вырабатывает навыки публичной деятельности и участия в дискуссии. Устная презентация обладает свойством кратковременного воздействия на студентов и, поэтому, трудна для восприятия и запоминания. Степень подготовленности выступающего проявляется в спровоцированной им дискуссии: для этого необязательно делать все заявления очевидными и неопровержимыми. Такая подача материала при анализе практико-ориентированного задания может послужить началом дискуссии. При устной презентации необходимо учитывать эмоциональный настрой выступающего: отношение и эмоции говорящего вносят существенный вклад в сообщение. Одним из преимуществ публичной (устной) презентации является ее гибкость. Оратор может откликаться на изменения окружающей обстановки, адаптировать свой стиль и материал, чувствуя настроение аудитории.

Непубличная презентация менее эффектна, но обучающая роль ее весьма велика. Чаще всего непубличная презентация выступает в виде подготовки отчета по выполнению задания, при этом стимулируются такие качества, как умение подготовить текст, точно и аккуратно составить отчет, не допустить ошибки в расчетах и т.д. Подготовка письменного анализа практико-ориентированного задания аналогична подготовке устного, с той разницей, что письменные отчеты-презентации обычно более структурированы и детализированы. Основное правило письменного анализа практико-ориентированного задания заключается в том, чтобы избегать простого повторения информации из текста, информация должна быть представлена в переработанном виде. Самым важным при этом является собственный анализ представленного материала, его соответствующая интерпретация и сделанные предложения. Письменный отчет - презентация может сдаваться по истечении некоторого времени после устной презентации, что позволяет студентам более тщательно проанализировать всю информацию, полученную в ходе дискуссии.

Как письменная, так и устная презентация результатов анализа практико-ориентированного задания может быть групповая и индивидуальная. Отчет может быть индивидуальным или групповым в зависимости от сложности и объема задания. Индивидуальная презентация формирует ответственность, собранность, волю;

групповая - аналитические способности, умение обобщать материал, системно видеть проект.

Оценивание участников дискуссии является важнейшей проблемой обучения посредством метода практико-ориентированного задания. При этом выделяются следующие требования к оцениванию:

- объективность - создание условий, в которых бы максимально точно выявлялись знания обучаемых, предъявление к ним единых требований, справедливое отношение к каждому;
- обоснованность оценок - их аргументация;
- систематичность - важнейший психологический фактор, организующий и дисциплинирующий студентов, формирующий настойчивость и устремленность в достижении цели;
- всесторонность и оптимальность.

Оценивание участников дискуссии предполагает оценивание не столько набора определенных знаний, сколько умения студентов анализировать конкретную ситуацию, принимать решение, логически мыслить.

Следует отметить, что оценивается содержательная активность студента в дискуссии или публичной (устной) презентации, которая включает в себя следующие составляющие:

- выступление, которое характеризует попытку серьезного предварительного
- анализа (правильность предложений, подготовленность,
- аргументированность и т.д.);
- обращение внимания на определенный круг вопросов, которые требуют углубленного обсуждения;
- владение категориальным аппаратом, стремление давать определения, выявлять содержание понятий;
- демонстрация умения логически мыслить, если точки зрения, высказанные раньше, подытоживаются и приводят к логическим выводам;
- предложение альтернатив, которые раньше оставались без внимания;
- предложение определенного плана действий или плана воплощения решения;
- определение существенных элементов, которые должны учитываться при анализе практико-ориентированного задания;
- заметное участие в обработке количественных данных, проведении расчетов;
- подведение итогов обсуждения.

При оценивании анализа практико-ориентированного задания, данного студентами при непубличной (письменной) презентации учитывается:

- формулировка и анализ большинства проблем, имеющихся в практико-ориентированное задание;
- формулировка собственных выводов на основании информации о практико-ориентированное задание, которые отличаются от выводов других студентов;
- демонстрация адекватных аналитических методов для обработки информации;
- соответствие приведенных в итоге анализа аргументов ранее выявленным проблемам, сделанным выводам, оценкам и использованным аналитическим методам.

2. Методические рекомендации по составлению тестовых заданий

Требования к составлению тестовых заданий

Тестовое задание (ТЗ) - варьирующаяся по элементам содержания и по трудности единица контрольного материала, сформулированная в утвердительной форме предложения с неизвестным. Подстановка правильного ответа вместо неизвестного компонента превращает задание в истинное высказывание, подстановка неправильного ответа приводит к образованию ложного высказывания, что свидетельствует о незнании студентом данного учебного материала.

Для правильного составления ТЗ необходимо выполнить следующие *требования*:

1. Содержание каждого ТЗ должно охватывать какую-либо одну смысловую единицу, то есть должно оценивать что-то одно.

2. Ориентация ТЗ на получение *однозначного* заключения.

3. Формулировка содержания ТЗ в виде свернутых кратких суждений. Рекомендуемое количество слов в задании не более 15. В тексте не должно быть преднамеренных подсказок и сленга, а также оценочных суждений автора ТЗ. Формулировка ТЗ должна быть в повествовательной форме (не в форме вопроса). По возможности, текст ТЗ не должен содержать сложноподчиненные конструкции, повелительного наклонения («выберите», «вычислите», «укажите» и т.д). Специфический признак (ключевое слово) выносится в начало ТЗ. Не рекомендуется начинать ТЗ с предлога, союза, частицы.

4. Соблюдение единого стиля оформления ТЗ.

Требования к формам ТЗ

ТЗ может быть представлено в одной из четырех стандартизованных форм:

- закрытой (с выбором одного или нескольких заключений);
- открытой;
- на установление правильной последовательности;
- на установление соответствия.

Выбор формы ТЗ зависит от того, какой вид знаний следует проверить. Так, для оценки фактологических знаний (знаний конкретных фактов, названий, имён, дат, понятий) лучше использовать тестовые задания закрытой или открытой формы.

Ассоциативных знаний (знаний о взаимосвязи определений и фактов, авторов и их теорий, сущности и явления, о соотношении между различными предметами, законами, датами) - заданий на установление соответствия. Процессуальных знаний (знаний правильной последовательности различных действий, процессов) - заданий на определение правильной последовательности.

Тестовое задание закрытой формы

Если к заданиям даются готовые ответы на выбор (обычно один правильный и остальные неправильные), то такие задания называются заданиями с выбором одного правильного ответа или с единичным выбором.

При использовании этой формы следует руководствоваться правилом: в каждом задании с выбором одного правильного ответа правильный ответ должен быть.

Помимо этого, бывают задания с выбором нескольких правильных ответов или с множественным выбором. Подобная форма заданий не допускает наличия в общем перечне ответов следующих вариантов: «все ответы верны» или «нет правильного ответа».

Вариантов выбора (дистракторов) должно быть не менее 4 и не более 7. Если дистракторов мало, то возрастает вероятность угадывания правильного ответа, если слишком много, то делает задание громоздким. Кроме того, дистракторы в большом

количестве часто бывают неоднородными, и тестируемый сразу исключает их, что также способствует угадыванию.

Дистракторы должны быть приблизительно одной длины. Не допускается наличие повторяющихся фраз (слов) в дистракторах.

Тестовое задание открытой формы

В заданиях открытой формы готовые ответы с выбором не даются. Требуется сформулированное самим тестируемым заключение. Задания открытой формы имеют вид неполного утверждения, в котором отсутствует один или несколько ключевых элементов. В качестве ключевых элементов могут быть: число, буква, слово или словосочетание. При формулировке задания на месте ключевого элемента, необходимо поставить прочерк или многоточие. Утверждение превращается в истинное высказывание, если ответ правильный и в ложное высказывание, если ответ неправильный. Необходимо предусмотреть наличие всех возможных вариантов правильного ответа и отразить их в ключе, поскольку отклонения от эталона (правильного ответа) могут быть зафиксированы проверяющим как неверные.

Тестовые задания на установление правильной последовательности

Такое задание состоит из однородных элементов некоторой группы и четкой формулировки критерия упорядочения этих элементов.

Задание начинается со слова: «Последовательность».

Тестовые задания на установление соответствия

Такое задание состоит из двух групп элементов и четкой формулировки критерия выбора соответствия между ними.

Соответствие устанавливается по принципу 1:1 (одному элементу первой группы соответствует только один элемент второй группы) или 1:М (одному элементу первой группы соответствуют М элементов второй группы). Внутри каждой группы элементы должны быть однородными. Количество элементов второй группы должно превышать количество элементов первой группы. Максимальное количество элементов второй группы должно быть не более 10, первой группы - не менее 2.

Задание начинается со слова: «Соответствие». Номера и буквы используются как идентификаторы (метки) элементов. Арабские цифры являются идентификаторами первой группы, заглавные буквы русского алфавита - второй. Номера и буквы отделяются от содержания столбцов круглой скобкой.

3. Методические указания по подготовке к опросу

Самостоятельная работа обучающихся включает подготовку к устному или письменному опросу на семинарских занятиях. Для этого обучающийся изучает лекции, основную и дополнительную литературу, публикации, информацию из Интернет-ресурсов. Темы и вопросы к семинарским занятиям, вопросы для самоконтроля приведены в методических указаниях по разделам и доводятся до обучающихся заранее.

Письменный опрос

В соответствии с технологической картой письменный опрос является одной из форм текущего контроля успеваемости студента по данной дисциплине. При подготовке к письменному опросу студент должен внимательно изучает лекции, основную и дополнительную литературу, публикации, информацию из Интернет-ресурсов. Темы и вопросы к семинарским занятиям, вопросы для самоконтроля приведены в методических указаниях по разделам и доводятся до обучающихся заранее.

При изучении материала студент должен убедиться, что хорошо понимает основную терминологию темы, умеет ее использовать в нужном контексте. Желательно составить краткий конспект ответа на предполагаемые вопросы письменной работы, чтобы убедиться в том, что студент владеет материалом и может аргументировано, логично и грамотно письменно изложить ответ на вопрос. Следует обратить особое внимание на написание профессиональных терминов, чтобы избегать грамматических ошибок в работе. При изучении новой для студента терминологии рекомендуется изготовить карточки, которые содержат новый термин и его расшифровку, что значительно облегчит работу над материалом.

Устный опрос

Целью устного собеседования являются обобщение и закрепление изученного курса. Студентам предлагаются для освещения сквозные концептуальные проблемы. При подготовке следует использовать лекционный материал и учебную литературу. Для более глубокого постижения курса и более основательной подготовки рекомендуется познакомиться с указанной дополнительной литературой. Готовясь к семинару, студент должен, прежде всего, ознакомиться с общим планом семинарского занятия. Следует внимательно прочесть свой конспект лекции по изучаемой теме и рекомендуемую к теме семинара литературу. С незнакомыми терминами и понятиями следует ознакомиться в предлагаемом глоссарии, словаре или энциклопедии [2].

Критерии качества устного ответа.

1. Правильность ответа по содержанию.
2. Полнота и глубина ответа.
3. Сознательность ответа (учитывается понимание излагаемого материала).
4. Логика изложения материала (учитывается умение строить целостный, последовательный рассказ, грамотно пользоваться профессиональной терминологией).
5. Рациональность использованных приемов и способов решения поставленной учебной задачи (учитывается умение использовать наиболее прогрессивные и эффективные способы достижения цели).
6. Своевременность и эффективность использования наглядных пособий и технических средств при ответе (учитывается грамотно и с пользой применять наглядность и демонстрационный опыт при устном ответе).
7. Использование дополнительного материала (приветствуется, но не обязательно для всех студентов).

---

[2] Методические рекомендации для студентов [Электронный ресурс]: Режим доступа: http://lesgaft.spb.ru/sites/default/files/u57/metod.rekomendacii_dlya_studentov_21.pdf

8. Рациональность использования времени, отведенного на задание (не одобряется затянутость выполнения задания, устного ответа во времени, с учетом индивидуальных особенностей студентов)[3].

Ответ на каждый вопрос из плана семинарского занятия должен быть содержательным и аргументированным. Для этого следует использовать документы, монографическую, учебную и справочную литературу.

Для успешной подготовки к устному опросу, студент должен законспектировать рекомендуемую литературу, внимательно осмыслить лекционный материал и сделать выводы. В среднем, подготовка к устному опросу по одному семинарскому занятию занимает от 2 до 4 часов в зависимости от сложности темы и особенностей организации обучающимся своей самостоятельной работы.

[3]Методические рекомендации для студентов [Электронный ресурс]: http://priab.ru/images/metod_agro/Metod_Inostran_yazyk_35.03.04_Agro_15.01.2016.pdf

4. Методические рекомендации по подготовке к практическим занятиям

На практических занятиях необходимо стремиться к самостоятельному решению задач, находя для этого более эффективные методы. При этом студентам надо приучить себя доводить решения задач до конечного «идеального» ответа. Это очень важно для будущих специалистов. Практические занятия вырабатывают навыки самостоятельной творческой работы, развивают мыслительные способности.

Практическое занятие – активная форма учебного процесса, дополняющая теоретический курс или лекционную часть учебной дисциплины и призванная помощь обучающимся освоиться в «пространстве» (тематике) дисциплины, самостоятельно прооперировать теоретическими знаниями на конкретном учебном материале.

Продолжительность одного практического занятия – от 2 до 4 академических часов. Общая доля практических занятий в учебном времени на дисциплину – от 10 до 20 процентов (при условии, что все активные формы займут в учебном времени на дисциплину от 40 до 60 процентов).

Для практического занятия в качестве темы выбирается обычно такая учебная задача, которая предполагает не существенные эвристические и аналитические напряжения и продвижения, а потребность обучающегося «потрогать» материал, опознать в конкретном то общее, о чем говорилось в лекции. Например, при рассмотрении вопросов оплаты труда, мотивации труда и проблем безработицы в России имеет смысл провести практические занятия со следующими сюжетами заданий: «Расчет заработной платы работников предприятия». «Разработка механизма мотивации труда на предприятии N». «В чем причины и особенности безработицы в России?». Последняя тема предполагает уже некоторую аналитическую составляющую. Основная задача первой из этих тем - самим посчитать заработную плату для различных групп работников на примере заданных параметров для конкретного предприятия, т. е. сделать расчеты «как на практике»; второй – дать собственный вариант мотивационной политики для предприятия, учитывая особенности данного объекта, отрасли и т.д.; третьей – опираясь на теоретические знания в области проблем занятости и безработицы, а также статистические материалы, сделать авторские выводы о видах безработицы, характерных для России, и их причинах, а также предложить меры по минимизации безработицы.

Перед проведением занятия должен быть подготовлен специальный материал – тот объект, которым обучающиеся станут оперировать, активизируя свои теоретические (общие) знания и тем самым, приобретая навыки выработки уверенных суждений и осуществления конкретных действий.

Дополнительный материал для практического занятия лучше получить у преподавателя заранее, чтобы у студентов была возможность просмотреть его и подготовить вопросы.

Условия должны быть такими, чтобы каждый мог работать самостоятельно от начала до конца. В аудитории должны быть «под рукой» необходимые справочники и тексты законов и нормативных актов по тематике занятия. Чтобы сделать практическое занятие максимально эффективным, надо заранее подготовить и изучить материал по наиболее интересным и практически важным темам.

Особенности практического занятия с использованием компьютера

Для того чтобы повысить эффективность проведения практического занятия, может использоваться компьютер по следующим направлениям:

- поиск информации в Интернете по поставленной проблеме: в этом случае преподаватель представляет обучающимся перечень рекомендуемых для посещения Интернет-сайтов;
- использование прикладных обучающих программ;
- выполнение заданий с использованием обучающимися заранее установленных преподавателем программ;

- использование программного обеспечения при проведении занятий, связанных с моделированием социально-экономических процессов.

5. Методические рекомендации по подготовке семинарским занятиям

Семинар представляет собой комплексную форму и завершающее звено в изучении определенных тем, предусмотренных программой учебной дисциплины. Комплексность данной формы занятий определяется тем, что в ходе её проведения сочетаются выступления обучающихся и преподавателя: рассмотрение обсуждаемой проблемы и анализ различных, часто дискуссионных позиций; обсуждение мнений обучающихся и разъяснение (консультация) преподавателя; углубленное изучение теории и приобретение навыков умения ее использовать в практической работе.

По своему назначению семинар, в процессе которого обсуждается та или иная научная проблема, способствует:

- углубленному изучению определенного раздела учебной дисциплины, закреплению знаний;
- отработке методологии и методических приемов познания;
- выработке аналитических способностей, умения обобщения и формулирования выводов;
- приобретению навыков использования научных знаний в практической деятельности;
- выработке умения кратко, аргументированно и ясно излагать обсуждаемые вопросы;
- осуществлению контроля преподавателя за ходом обучения.

Семинары представляет собой дискуссию в пределах обсуждаемой темы (проблемы). Дискуссия помогает участникам семинара приобрести более совершенные знания, проникнуть в суть изучаемых проблем. Выработать методологию, овладеть методами анализа социально-экономических процессов. Обсуждение должно носить творческий характер с четкой и убедительной аргументацией.

По своей структуре семинар начинается со вступительного слова преподавателя, в котором кратко излагаются место и значение обсуждаемой темы (проблемы) в данной дисциплине, напоминаются порядок и направления ее обсуждения. Конкретизируется ранее известный обучающимся план проведения занятия. После этого начинается процесс обсуждения вопросов обучающимися. Завершается занятие заключительным словом преподавателя.

Проведение семинарских занятий в рамках учебной группы (20 - 25 человек) позволяет обеспечить активное участие в обсуждении проблемы всех присутствующих.

По ходу обсуждения темы помните, что изучение теории должно быть связано с определением (выработкой) средств, путей применения теоретических положений в практической деятельности, например, при выполнении функций государственного служащего. В то же время важно не свести обсуждение научной проблемы только к пересказу случаев из практики работы, к критике имеющих место недостатков. Дискуссии имеют важное значение: учат дисциплине ума, умению выступать по существу, мыслить логически, выделяя главное, критически оценивать выступления участников семинара.

В процессе проведения семинара обучающиеся могут использовать разнообразные по своей форме и характеру пособия (от доски смелом до самых современных технических средств), демонстрируя фактический, в том числе статистический материал, убедительно подтверждающий теоретические выводы и положения. В завершение обсудите результаты работы семинара и сделайте выводы, что хорошо усвоено, а над чем следует дополнительно поработать.

В целях эффективности семинарских занятий необходима обстоятельная подготовка к их проведению. В начале семестра (учебного года) возьмите в библиотеке необходимые методические материалы для своевременной подготовки к семинарам. Во время лекций, связанных с темой семинарского занятия, следует обращать внимание на то, что

необходимо дополнительно изучить при подготовке к семинару (новые официальные документы, статьи в периодических журналах, вновь вышедшие монографии и т.д.).

6.Методические рекомендации по подготовке к сдаче экзаменов и зачетов

Экзамен - одна из важнейших частей учебного процесса, имеющая огромное значение.

Во-первых, готовясь к экзамену, студент приводит в систему знания, полученные на лекциях, семинарах, практических и лабораторных занятиях, разбирается в том, что осталось непонятным, и тогда изучаемая им дисциплина может быть воспринята в полном объеме с присущей ей строгостью и логичностью, ее практической направленностью. А это чрезвычайно важно для будущего специалиста.

Во-вторых, каждый хочет быть волевым и сообразительным., выдержанным и целеустремленным, иметь хорошую память, научиться быстро находить наиболее рациональное решение в трудных ситуациях. Очевидно, что все эти качества не только украшают человека, но и делают его наиболее действенным членом коллектива. Подготовка и сдача экзамена помогают студенту глубже усвоить изучаемые дисциплины, приобрести навыки и качества, необходимые хорошему специалисту.

Конечно, успех на экзамене во многом обусловлен тем, насколько систематически и глубоко работал студент в течение семестра. Совершенно очевидно, что серьезно продумать и усвоить содержание изучаемых дисциплин за несколько дней подготовки к экзамену просто невозможно даже для очень способного студента. И, кроме того, хорошо известно, что быстро выученные на память разделы учебной дисциплины так же быстро забываются после сдачи экзамена.

При подготовке к экзамену студенты не только повторяют и дорабатывают материал дисциплины, которую они изучали в течение семестра, они обобщают полученные знания, осмысливают методологию предмета, его систему, выделяют в нем основное и главное, воспроизводят общую картину с тем, чтобы яснее понять связь между отдельными элементами дисциплины. Вся эта обобщающая работа проходит в условиях напряжения воли и сознания, при значительном отвлечении от повседневной жизни, т. е. в условиях, благоприятствующих пониманию и запоминанию.

Подготовка к экзаменам состоит в приведении в порядок своих знаний. Даже самые способные студенты не в состоянии в короткий период зачетно-экзаменационной сессии усвоить материал целого семестра, если они над ним не работали в свое время. Для тех, кто мало занимался в семестре, экзамены принесут мало пользы: что быстро пройдено, то быстро и забудется. И хотя в некоторых случаях студент может «проскочить» через экзаменационный барьер, в его подготовке останется серьезный пробел, трудно восполняемый впоследствии.

Определив назначение и роль экзаменов в процессе обучения, попытаемся на этой основе пояснить, как лучше готовиться к ним.

Экзаменам, как правило, предшествует защита курсовых работ (проектов) и сдача зачетов. К экзаменам допускаются только студенты, защитившие все курсовые работы проекты) и сдавшие все зачеты. В вузе сдача зачетов организована так, что при систематической работе в течение семестра, своевременной и успешной сдаче всех текущих работ, предусмотренных графиком учебного процесса, большая часть зачетов не вызывает повышенной трудности у студента. Студенты, работавшие в семестре по плану, подходят к экзаменационной сессии без напряжения, без излишней затраты сил в последнюю, «зачетную» неделю.

Подготовку к экзамену следует начинать с первого дня изучения дисциплины. Как правило, на лекциях подчеркиваются наиболее важные и трудные вопросы или разделы дисциплины, требующие внимательного изучения и обдумывания. Нужно эти вопросы выделить и обязательно постараться разобраться в них, не дожидаясь экзамена, проработать их, готовясь к семинарам, практическим или лабораторным занятиям, попробовать самостоятельно решить несколько типовых задач. И если, несмотря на это, часть материала осталась неусвоенной, ни в коем случае нельзя успокаиваться, надеясь на

то, что это не попадется на экзамене. Факты говорят об обратном; если те или другие вопросы учебной дисциплины не вошли в экзаменационный билет, преподаватель может их задать (и часто задает) в виде дополнительных вопросов.

Точно такое же отношение должно быть выработано к вопросам и задачам, перечисленным в программе учебной дисциплины, выдаваемой студентам в начале семестра. Обычно эти же вопросы и аналогичные задачи содержатся в экзаменационных билетах. Не следует оставлять без внимания ни одного раздела дисциплины: если не удалось в чем-то разобраться самому, нужно обратиться к товарищам; если и это не помогло выяснить какой-либо вопрос до конца, нужно обязательно задать этот вопрос преподавателю на предэкзаменационной консультации. Чрезвычайно важно приучить себя к умению самостоятельно мыслить, учиться думать, понимать суть дела. Очень полезно после проработки каждого раздела восстановить в памяти содержание изученного материала. кратко записав это на листе бумаги. создать карту памяти (умственную карту), изобразить необходимые схемы и чертежи (логико-графические схемы), например, отобразить последовательность вывода теоремы или формулы. Если этого не сделать, то большая часть материала останется не понятой, а лишь формально заученной, и при первом же вопросе экзаменатора студент убедится в том, насколько поверхностно он усвоил материал.

В период экзаменационной сессии происходит резкое изменение режима работы, отсутствует посещение занятий по расписанию. При всяком изменении режима работы очень важно скорее приспособиться к новым условиям. Поэтому нужно сразу выбрать такой режим работы, который сохранился бы в течение всей сессии, т. е. почти на месяц. Необходимо составить для себя новый распорядок дня, чередуя занятия с отдыхом. Для того чтобы сократить потерю времени на включение в работу, рабочие периоды целесообразно делать длительными, разделив день примерно на три части: с утра до обеда, с обеда до ужина и от ужина до сна.

Каждый рабочий период дня надо заканчивать отдыхом. Наилучший отдых в период экзаменационной сессии - прогулка, кратковременная пробежка или какой-либо неутомительный физический труд.

При подготовке к экзаменам основное направление дают программа учебной дисциплины и студенческий конспект, которые указывают, что наиболее важно знать и уметь делать. Основной материал должен прорабатываться по учебнику (если такой имеется) и учебным пособиям, так как конспекта далеко недостаточно для изучения дисциплины, Учебник должен быть изучен в течение семестра, а перед экзаменом сосредоточьте внимание на основных, наиболее сложных разделах. Подготовку по каждому разделу следует заканчивать восстановлением по памяти его краткого содержания в логической последовательности.

За один - два дня до экзамена назначается консультация. Если ее правильно использовать, она принесет большую пользу. Во время консультации студент имеет полную возможность получить ответ на нее ни ясные ему вопросы. А для этого он должен проработать до консультации все темы дисциплины. Кроме того, преподаватель будет отвечать на вопросы других студентов, что будет для вас повторением и закреплением знаний. И еще очень важное обстоятельство: преподаватель на консультации, как правило, обращает внимание на те вопросы, по которым на предыдущих экзаменах ответы были неудовлетворительными, а также фиксирует внимание на наиболее трудных темах дисциплины. Некоторые студенты не приходят на консультации либо потому, что считают, что у них нет вопросов к преподавателю, либо полагают, что у них и так мало времени и лучше самому прочитать материал в конспекте или и учебнике. Это глубокое заблуждение. Никакая другая работа не сможет принести столь значительного эффекта накануне экзамена, как консультация преподавателя.

Но консультация не может возместить отсутствия длительной работы в течение семестра и помочь за несколько часов освоить материал, требующийся к экзамену. На

консультации студент получает ответы на трудные или оставшиеся неясными вопросы и, следовательно, дорабатывается материал. Консультации рекомендуется посещать, подготовив к ним все вопросы, вызывающие сомнения. Если студент придет на консультацию, не проработав всего материала, польза от такой консультации будет невелика.

Очень важным условием для правильного режима работы в период экзаменационной сессии является нормальным сон. Подготовка к экзамену не должна идти в ущерб сну, иначе в день экзамена не будет чувства свежести и бодрости, необходимых для хороших ответов. Вечер накануне экзамена рекомендуем закончить небольшой прогулкой.

Итак, *основные советы* для подготовки к сдаче зачетов и экзаменов состоят в следующем:

- лучшая подготовка к зачетам и экзаменам - равномерная работа в течение всего семестра;
- используйте программы учебных дисциплин - это организует вашу подготовку к зачетам и экзаменам;
- учитывайте, что для полноценного изучения учебной дисциплины необходимо время;
- составляйте планы работы во времени;
- работайте равномерно и ритмично;
- курсовые работы (проекты) желательно защищать за одну - две недели до начала зачетно-экзаменационной сессии;
- все зачеты необходимо сдавать до начала экзаменационной сессии;
- помните, что конспект не заменяет учебник и учебные пособия, а помогает выбрать из него основные вопросы и ответы;
- при подготовке наибольшее внимание и время уделяйте трудным и непонятным вопросам учебной дисциплины;
- грамотно используйте консультации;
- соблюдайте правильный режим труда и отдыха во время сессии, это сохранит работоспособность и даст хорошие результаты;
- учитесь владеть собой на зачете и экзамене;
- учитесь точно и кратко передавать свои мысли, поясняя их, если нужно, логико-графическими схемами.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Методические указания по выполнению самостоятельной работы обучающихся являются неотъемлемой частью процесса обучения в вузе. Правильная организация самостоятельной работы позволяет обучающимся развивать умения и навыки в усвоении и систематизации приобретаемых знаний, обеспечивает высокий уровень успеваемости в период обучения, способствует формированию навыков совершенствования профессионального мастерства. Также внеаудиторное время включает в себя подготовку к аудиторным занятиям и изучение отдельных тем, расширяющих и углубляющих представления обучающихся по разделам изучаемой дисциплины.

Таким образом, обучающийся используя методические указания может в достаточном объеме усвоить и успешно реализовать конкретные знания, умения, навыки и получить опыт при выполнении следующих условий:

1) систематическая самостоятельная работа по закреплению полученных знаний и навыков;

2) добросовестное выполнение заданий;

3) выяснение и уточнение отдельных предпосылок, умозаключений и выводов, содержащихся в учебном курсе;

4) сопоставление точек зрения различных авторов по затрагиваемым в учебном курсе проблемам; выявление неточностей и некорректного изложения материала в периодической и специальной литературе;

5) периодическое ознакомление с последними теоретическими и практическими достижениями;

6) проведение собственных научных и практических исследований по одной или нескольким актуальным проблемам;

7) подготовка научных статей для опубликования в периодической печати, выступление на научно-практических конференциях, участие в работе студенческих научных обществ, круглых столах и диспутах.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Брандес М. П. Немецкий язык. Переводческое реферирование: практикум. М.: КДУ, 2008. – 368 с.

2. Долгоруков А. Метод case-study как современная технология профессионально -ориентированного обучения [Электронный ресурс]. Режим доступа: //http://evolkov.net/case/case.study.html/

3. Методические рекомендации по написанию реферата. [Электронный ресурс]. Режим доступа: http://www.hse.spb.ru/edu/recommendations/method-referat-2005.phtml

4. Фролова Н. А. Реферирование и аннотирование текстов по специальности (на материале немецкого языка): Учеб. пособие / ВолгГТУ, Волгоград, 2006. - С.5.

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебно-методическому комплексу _____ С.А. Упоров

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЕ СТУДЕНТОВ

Б1.О.26.03 САМООРГАНИЗАЦИЯ И SELF-МЕНЕДЖМЕНТ

Специальность
21.05.04 Горное дело

Направленность (профиль)
Технологическая безопасность и горноспасательное дело

Одобрены на заседании кафедры	Рассмотрены методической комиссией
Управление персоналом	Горнотехнологического факультета
(название кафедры)	*(название факультета)*
Зав. кафедрой _____	Председатель _____
(подпись)	*(подпись)*
Абрамов С.М.	Колчина Н.В.
(Фамилия И.О.)	*(Фамилия И.О.)*
Протокол № 1 от 10.09.2023	Протокол № 2 от 20.10.2023
(Дата)	*(Дата)*

Екатеринбург

СОДЕРЖАНИЕ

	Введение	3
1	Методические рекомендации по решению практико-ориентированных заданий	5
2	Методические рекомендации по составлению тестовых заданий	9
3	Методические рекомендации к опросу	11
4	Методические рекомендации по подготовке к практическим занятиям	13
5	Методические рекомендации по подготовке семинарским занятиям	15
6	Методические рекомендации по подготовке к сдаче экзаменов и зачетов	17
7	Заключение	19
	Список использованных источников	22

ВВЕДЕНИЕ

Самостоятельная работа студентов может рассматриваться как организационная форма обучения - система педагогических условий, обеспечивающих управление учебной деятельностью студентов по освоению знаний и умений в области учебной и научной деятельности без посторонней помощи.

Самостоятельная работа студентов проводится с целью:

- систематизации и закрепления полученных теоретических знаний и практических умений студентов;
- углубления и расширения теоретических знаний;
- формирования умений использовать нормативную, правовую, справочную документацию и специальную литературу;
- развития познавательных способностей и активности студентов: творческой инициативы, самостоятельности, ответственности и организованности;
- формирования самостоятельности мышления, способностей к саморазвитию, самосовершенствованию и самореализации;
- формирования практических (общеучебных и профессиональных) умений и навыков;
- развития исследовательских умений;
- получения навыков эффективной самостоятельной профессиональной (практической и научно-теоретической) деятельности.

В учебном процессе выделяют два вида самостоятельной работы:

- аудиторная;
- внеаудиторная.

Аудиторная самостоятельная работа по дисциплине выполняется на учебных занятиях под непосредственным руководством преподавателя и по его заданию.

Внеаудиторная самостоятельная работа - планируемая учебная, учебно-исследовательская, научно-исследовательская работа студентов, выполняемая во внеаудиторное время по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия.

Самостоятельная работа, не предусмотренная образовательной программой, учебным планом и учебно-методическими материалами, раскрывающими и конкретизирующими их содержание, осуществляется студентами инициативно, с целью реализации собственных учебных и научных интересов.

Для более эффективного выполнения самостоятельной работы по дисциплине преподаватель рекомендует студентам источники и учебно-методические пособия для работы, характеризует наиболее рациональную методику самостоятельной работы, демонстрирует ранее выполненные студентами работы и т. п.

Подразумевается несколько категорий видов самостоятельной работы студентов, значительная часть которых нашла отражения в данных методических рекомендациях:

- работа с источниками литературы и официальными документами (*использование библиотечно-информационной системы*);
- выполнение заданий для самостоятельной работы в рамках учебных дисциплин (*рефераты, эссе, домашние задания, решения практико-ориентированных заданий*);
- реализация элементов научно-педагогической практики (*разработка методических материалов, тестов, тематических портфолио*);
- реализация элементов научно-исследовательской практики (*подготовка текстов докладов, участие в исследованиях*).

Особенностью организации самостоятельной работы студентов является необходимость не только подготовиться к сдаче зачета /экзамена, но и собрать, обобщить, систематизировать, проанализировать информацию по темам дисциплины.

Технология организации самостоятельной работы студентов включает использование информационных и материально-технических ресурсов образовательного учреждения.

Самостоятельная работа может осуществляться индивидуально или группами студентов online и на занятиях в зависимости от цели, объема, конкретной тематики самостоятельной работы, уровня сложности, уровня умений студентов.

В качестве форм и методов контроля внеаудиторной самостоятельной работы студентов могут быть использованы обмен информационными файлами, семинарские занятия, тестирование, опрос, доклад, реферат, самоотчеты, контрольные работы, защита творческих работ и электронных презентаций и др.

Контроль результатов внеаудиторной самостоятельной работы студентов осуществляется в пределах времени, отведенного на обязательные учебные занятия по дисциплине.

1. Методические рекомендации по решению практико-ориентированных заданий

Практико-ориентированные задания - метод анализа ситуаций. Суть его заключается в том, что студентам предлагают осмыслить реальную жизненную ситуацию, описание которой одновременно отражает не только какую-либо практическую проблему, но и актуализирует определенный комплекс знаний, который необходимо усвоить при разрешении данной проблемы. При этом сама проблема не имеет однозначных решений.

Использование метода практико-ориентированного задания как образовательной технологии профессионально-ориентированного обучения представляет собой сложный процесс, плохо поддающийся алгоритмизации[1]. Формально можно выделить следующие этапы:

- ознакомление студентов с текстом;
- анализ практико-ориентированного задания;
- организация обсуждения практико-ориентированного задания, дискуссии, презентации;
- оценивание участников дискуссии;
- подведение итогов дискуссии.

Ознакомление студентов с текстом практико-ориентированного задания и последующий анализ практико-ориентированного задания чаще всего осуществляются за несколько дней до его обсуждения и реализуются как самостоятельная работа студентов; при этом время, отводимое на подготовку, определяется видом практико-ориентированного задания, его объемом и сложностью.

Общая схема работы с практико-ориентированное заданием на данном этапе может быть представлена следующим образом: в первую очередь следует выявить ключевые проблемы практико-ориентированного задания и понять, какие именно из представленных данных важны для решения; войти в ситуационный контекст практико-ориентированного задания, определить, кто его главные действующие лица, отобрать факты и понятия, необходимые для анализа, понять, какие трудности могут возникнуть при решении задачи; следующим этапом является выбор метода исследования.

Знакомство с небольшими практико-ориентированного заданиями и их обсуждение может быть организовано непосредственно на занятиях. Принципиально важным в этом случае является то, чтобы часть теоретического курса, на которой базируется практико-ориентированное задание, была бы прочитана и проработана студентами.

Максимальная польза из работы над практико-ориентированного заданиями будет извлечена в том случае, если аспиранты при предварительном знакомстве с ними будут придерживаться систематического подхода к их анализу, основные шаги которого представлены ниже:

1. Выпишите из соответствующих разделов учебной дисциплины ключевые идеи, для того, чтобы освежить в памяти теоретические концепции и подходы, которые Вам предстоит использовать при анализе практико-ориентированного задания.
2. Бегло прочтите практико-ориентированное задание, чтобы составить о нем общее представление.
3. Внимательно прочтите вопросы к практико-ориентированное задание и убедитесь в том, что Вы хорошо поняли, что Вас просят сделать.
4. Вновь прочтите текст практико-ориентированного задания, внимательно фиксируя все факторы или проблемы, имеющие отношение к поставленным вопросам.
5. Прикиньте, какие идеи и концепции соотносятся с проблемами, которые Вам предлагается рассмотреть при работе с практико-ориентированное заданием.

---

[1] Долгоруков А. Метод case-study как современная технология профессионально -ориентированного обучения [Электронный ресурс]. Режим доступа: //http://evolkov.net/case/case.study.html/

Организация обсуждения практико-ориентированного задания предполагает формулирование перед студентами вопросов, включение их в дискуссию. Вопросы обычно подготавливают заранее и предлагают студентам вместе с текстом практико-ориентированного задания. При разборе учебной ситуации преподаватель может занимать активную или пассивную позицию, иногда он «дирижирует» разбором, а иногда ограничивается подведением итогов дискуссии.

Организация обсуждения практико-ориентированных заданий обычно основывается на двух методах. Первый из них носит название традиционного Гарвардского метода - открытая дискуссия. Альтернативным методом является метод, связанный с индивидуальным или групповым опросом, в ходе которого аспиранты делают формальную устную оценку ситуации и предлагают анализ представленного практико-ориентированного задания, свои решения и рекомендации, т.е. делают презентацию. Этот метод позволяет некоторым студентам минимизировать их учебные усилия, поскольку каждый аспирант опрашивается один- два раза за занятие. Метод развивает у студентов коммуникативные навыки, учит их четко выражать свои мысли. Однако, этот метод менее динамичен, чем Гарвардский метод. В открытой дискуссии организация и контроль участников более сложен.

Дискуссия занимает центральное место в методе. Ее целесообразно использовать в том случае, когда аспиранты обладают значительной степенью зрелости и самостоятельности мышления, умеют аргументировать, доказывать и обосновывать свою точку зрения. Важнейшей характеристикой дискуссии является уровень ее компетентности, который складывается из компетентности ее участников. Неподготовленность студентов к дискуссии делает ее формальной, превращает в процесс вытаскивания ими информации у преподавателя, а не самостоятельное ее добывание.

Особое место в организации дискуссии при обсуждении и анализе практико-ориентированного задания принадлежит использованию метода генерации идей, получившего название «мозговой атаки» или «мозгового штурма».

Метод «мозговой атаки» или «мозгового штурма» был предложен в 30-х годах прошлого столетия А. Осборном как групповой метод решения проблем. К концу XX столетия этот метод приобрел особую популярность в практике управления и обучения не только как самостоятельный метод, но и как использование в процессе деятельности с целью усиления ее продуктивности. В процессе обучения «мозговая атака» выступает в качестве важнейшего средства развития творческой активности студентов. «Мозговая атака» включает в себя три фазы.

Первая фаза представляет собой вхождение в психологическую раскованность, отказ от стереотипности, страха показаться смешным и неудачником; достигается созданием благоприятной психологической обстановки и взаимного доверия, когда идеи теряют авторство, становятся общими. Основная задача этой фазы - успокоиться и расковаться.

Вторая фаза - это собственно атака; задача этой фазы - породить поток, лавину идей. «Мозговая атака» в этой фазе осуществляется по следующим принципам:

- есть идея, - говорю, нет идеи, - не молчу;
- поощряется самое необузданное ассоциирование, чем более дикой покажется идея, тем лучше;
- количество предложенных идей должно быть как можно большим;
- высказанные идеи разрешается заимствовать и как угодно комбинировать, а также видоизменять и улучшать;
- исключается критика, можно высказывать любые мысли без боязни, что их признают плохими, критикующих лишают слова;
- не имеют никакого значения социальные статусы участников; это абсолютная демократия и одновременно авторитаризм сумасшедшей идеи;
- все идеи записываются в протокольный список идей;

• время высказываний - не более 1-2 минут.

Третья фаза представляет собой творческий анализ идей с целью поиска конструктивного решения проблемы по следующим правилам:

- анализировать все идеи без дискриминации какой-либо из них;
- найти место идее в системе и найти систему под идею;
- не умножать сущностей без надобности;
- не должна нарушаться красота и изящество полученного результата;
- должно быть принципиально новое видение;
- ищи «жемчужину в навозе».

В методе мозговая атака применяется при возникновении у группы реальных затруднений в осмыслении ситуации, является средством повышения активности студентов. В этом смысле мозговая атака представляется не как инструмент поиска новых решений, хотя и такая ее роль не исключена, а как своеобразное «подталкивание» к познавательной активности.

Презентация, или представление результатов анализа практико-ориентированного задания, выступает очень важным аспектом метода ***case-study***. Умение публично представить интеллектуальный продукт, хорошо его рекламировать, показать его достоинства и возможные направления эффективного использования, а также выстоять под шквалом критики, является очень ценным интегральным качеством современного специалиста. Презентация оттачивает многие глубинные качества личности: волю, убежденность, целенаправленность, достоинство и т.п.; она вырабатывает навыки публичного общения, формирования своего собственного имиджа.

Публичная (устная) презентация предполагает представление решений практико-ориентированного задания группе, она максимально вырабатывает навыки публичной деятельности и участия в дискуссии. Устная презентация обладает свойством кратковременного воздействия на студентов и, поэтому, трудна для восприятия и запоминания. Степень подготовленности выступающего проявляется в спровоцированной им дискуссии: для этого необязательно делать все заявления очевидными и неопровержимыми. Такая подача материала при анализе практико-ориентированного задания может послужить началом дискуссии. При устной презентации необходимо учитывать эмоциональный настрой выступающего: отношение и эмоции говорящего вносят существенный вклад в сообщение. Одним из преимуществ публичной (устной) презентации является ее гибкость. Оратор может откликаться на изменения окружающей обстановки, адаптировать свой стиль и материал, чувствуя настроение аудитории.

Непубличная презентация менее эффектна, но обучающая роль ее весьма велика. Чаще всего непубличная презентация выступает в виде подготовки отчета по выполнению задания, при этом стимулируются такие качества, как умение подготовить текст, точно и аккуратно составить отчет, не допустить ошибки в расчетах и т.д. Подготовка письменного анализа практико-ориентированного задания аналогична подготовке устного, с той разницей, что письменные отчеты-презентации обычно более структурированы и детализированы. Основное правило письменного анализа практико-ориентированного задания заключается в том, чтобы избегать простого повторения информации из текста, информация должна быть представлена в переработанном виде. Самым важным при этом является собственный анализ представленного материала, его соответствующая интерпретация и сделанные предложения. Письменный отчет - презентация может сдаваться по истечении некоторого времени после устной презентации, что позволяет студентам более тщательно проанализировать всю информацию, полученную в ходе дискуссии.

Как письменная, так и устная презентация результатов анализа практико-ориентированного задания может быть групповая и индивидуальная. Отчет может быть индивидуальным или групповым в зависимости от сложности и объема задания. Индивидуальная презентация формирует ответственность, собранность, волю;

групповая - аналитические способности, умение обобщать материал, системно видеть проект.

Оценивание участников дискуссии является важнейшей проблемой обучения посредством метода практико-ориентированного задания. При этом выделяются следующие требования к оцениванию:

- объективность - создание условий, в которых бы максимально точно выявлялись знания обучаемых, предъявление к ним единых требований, справедливое отношение к каждому;
- обоснованность оценок - их аргументация;
- систематичность - важнейший психологический фактор, организующий и дисциплинирующий студентов, формирующий настойчивость и устремленность в достижении цели;
- всесторонность и оптимальность.

Оценивание участников дискуссии предполагает оценивание не столько набора определенных знаний, сколько умения студентов анализировать конкретную ситуацию, принимать решение, логически мыслить.

Следует отметить, что оценивается содержательная активность студента в дискуссии или публичной (устной) презентации, которая включает в себя следующие составляющие:

- выступление, которое характеризует попытку серьезного предварительного
- анализа (правильность предложений, подготовленность,
- аргументированность и т.д.);
- обращение внимания на определенный круг вопросов, которые требуют углубленного обсуждения;
- владение категориальным аппаратом, стремление давать определения, выявлять содержание понятий;
- демонстрация умения логически мыслить, если точки зрения, высказанные раньше, подытоживаются и приводят к логическим выводам;
- предложение альтернатив, которые раньше оставались без внимания;
- предложение определенного плана действий или плана воплощения решения;
- определение существенных элементов, которые должны учитываться при анализе практико-ориентированного задания;
- заметное участие в обработке количественных данных, проведении расчетов;
- подведение итогов обсуждения.

При оценивании анализа практико-ориентированного задания, данного студентами при непубличной (письменной) презентации учитывается:

- формулировка и анализ большинства проблем, имеющихся в практико-ориентированное задание;
- формулировка собственных выводов на основании информации о практико-ориентированное задание, которые отличаются от выводов других студентов;
- демонстрация адекватных аналитических методов для обработки информации;
- соответствие приведенных в итоге анализа аргументов ранее выявленным проблемам, сделанным выводам, оценкам и использованным аналитическим методам.

2. Методические рекомендации по составлению тестовых заданий

Требования к составлению тестовых заданий

Тестовое задание (ТЗ) - варьирующаяся по элементам содержания и по трудности единица контрольного материала, сформулированная в утвердительной форме предложения с неизвестным. Подстановка правильного ответа вместо неизвестного компонента превращает задание в истинное высказывание, подстановка неправильного ответа приводит к образованию ложного высказывания, что свидетельствует о незнании студентом данного учебного материала.

Для правильного составления ТЗ необходимо выполнить следующие *требования*:

1. Содержание каждого ТЗ должно охватывать какую-либо одну смысловую единицу, то есть должно оценивать что-то одно.

2. Ориентация ТЗ на получение *однозначного* заключения.

3. Формулировка содержания ТЗ в виде свернутых кратких суждений. Рекомендуемое количество слов в задании не более 15. В тексте не должно быть преднамеренных подсказок и сленга, а также оценочных суждений автора ТЗ. Формулировка ТЗ должна быть в повествовательной форме (не в форме вопроса). По возможности, текст ТЗ не должен содержать сложноподчиненные конструкции, повелительного наклонения («выберите», «вычислите», «укажите» и т.д). Специфический признак (ключевое слово) выносится в начало ТЗ. Не рекомендуется начинать ТЗ с предлога, союза, частицы.

4. Соблюдение единого стиля оформления ТЗ.

Требования к формам ТЗ

ТЗ может быть представлено в одной из четырех стандартизованных форм:

- закрытой (с выбором одного или нескольких заключений);
- открытой;
- на установление правильной последовательности;
- на установление соответствия.

Выбор формы ТЗ зависит от того, какой вид знаний следует проверить. Так, для оценки фактологических знаний (знаний конкретных фактов, названий, имён, дат, понятий) лучше использовать тестовые задания закрытой или открытой формы.

Ассоциативных знаний (знаний о взаимосвязи определений и фактов, авторов и их теорий, сущности и явления, о соотношении между различными предметами, законами, датами) - заданий на установление соответствия. Процессуальных знаний (знаний правильной последовательности различных действий, процессов) - заданий на определение правильной последовательности.

Тестовое задание закрытой формы

Если к заданиям даются готовые ответы на выбор (обычно один правильный и остальные неправильные), то такие задания называются заданиями с выбором одного правильного ответа или с единичным выбором.

При использовании этой формы следует руководствоваться правилом: в каждом задании с выбором одного правильного ответа правильный ответ должен быть.

Помимо этого, бывают задания с выбором нескольких правильных ответов или с множественным выбором. Подобная форма заданий не допускает наличия в общем перечне ответов следующих вариантов: «все ответы верны» или «нет правильного ответа».

Вариантов выбора (дистракторов) должно быть не менее 4 и не более 7. Если дистракторов мало, то возрастает вероятность угадывания правильного ответа, если слишком много, то делает задание громоздким. Кроме того, дистракторы в большом

количестве часто бывают неоднородными, и тестируемый сразу исключает их, что также способствует угадыванию.

Дистракторы должны быть приблизительно одной длины. Не допускается наличие повторяющихся фраз (слов) в дистракторах.

Тестовое задание открытой формы

В заданиях открытой формы готовые ответы с выбором не даются. Требуется сформулированное самим тестируемым заключение. Задания открытой формы имеют вид неполного утверждения, в котором отсутствует один или несколько ключевых элементов. В качестве ключевых элементов могут быть: число, буква, слово или словосочетание. При формулировке задания на месте ключевого элемента, необходимо поставить прочерк или многоточие. Утверждение превращается в истинное высказывание, если ответ правильный и в ложное высказывание, если ответ неправильный. Необходимо предусмотреть наличие всех возможных вариантов правильного ответа и отразить их в ключе, поскольку отклонения от эталона (правильного ответа) могут быть зафиксированы проверяющим как неверные.

Тестовые задания на установление правильной последовательности

Такое задание состоит из однородных элементов некоторой группы и четкой формулировки критерия упорядочения этих элементов.

Задание начинается со слова: «Последовательность».

Тестовые задания на установление соответствия

Такое задание состоит из двух групп элементов и четкой формулировки критерия выбора соответствия между ними.

Соответствие устанавливается по принципу 1:1 (одному элементу первой группы соответствует только один элемент второй группы) или 1:М (одному элементу первой группы соответствуют М элементов второй группы). Внутри каждой группы элементы должны быть однородными. Количество элементов второй группы должно превышать количество элементов первой группы. Максимальное количество элементов второй группы должно быть не более 10, первой группы - не менее 2.

Задание начинается со слова: «Соответствие». Номера и буквы используются как идентификаторы (метки) элементов. Арабские цифры являются идентификаторами первой группы, заглавные буквы русского алфавита - второй. Номера и буквы отделяются от содержания столбцов круглой скобкой.

3. Методические указания по подготовке к опросу

Самостоятельная работа обучающихся включает подготовку к устному или письменному опросу на семинарских занятиях. Для этого обучающийся изучает лекции, основную и дополнительную литературу, публикации, информацию из Интернет-ресурсов. Темы и вопросы к семинарским занятиям, вопросы для самоконтроля приведены в методических указаниях по разделам и доводятся до обучающихся заранее.

Письменный опрос

В соответствии с технологической картой письменный опрос является одной из форм текущего контроля успеваемости студента по данной дисциплине. При подготовке к письменному опросу студент должен внимательно изучает лекции, основную и дополнительную литературу, публикации, информацию из Интернет-ресурсов. Темы и вопросы к семинарским занятиям, вопросы для самоконтроля приведены в методических указаниях по разделам и доводятся до обучающихся заранее.

При изучении материала студент должен убедиться, что хорошо понимает основную терминологию темы, умеет ее использовать в нужном контексте. Желательно составить краткий конспект ответа на предполагаемые вопросы письменной работы, чтобы убедиться в том, что студент владеет материалом и может аргументировано, логично и грамотно письменно изложить ответ на вопрос. Следует обратить особое внимание на написание профессиональных терминов, чтобы избегать грамматических ошибок в работе. При изучении новой для студента терминологии рекомендуется изготовить карточки, которые содержат новый термин и его расшифровку, что значительно облегчит работу над материалом.

Устный опрос

Целью устного собеседования являются обобщение и закрепление изученного курса. Студентам предлагаются для освещения сквозные концептуальные проблемы. При подготовке следует использовать лекционный материал и учебную литературу. Для более глубокого постижения курса и более основательной подготовки рекомендуется познакомиться с указанной дополнительной литературой. Готовясь к семинару, студент должен, прежде всего, ознакомиться с общим планом семинарского занятия. Следует внимательно прочесть свой конспект лекции по изучаемой теме и рекомендуемую к теме семинара литературу. С незнакомыми терминами и понятиями следует ознакомиться в предлагаемом глоссарии, словаре или энциклопедии [2].

Критерии качества устного ответа.

1. Правильность ответа по содержанию.
2. Полнота и глубина ответа.
3. Сознательность ответа (учитывается понимание излагаемого материала).
4. Логика изложения материала (учитывается умение строить целостный, последовательный рассказ, грамотно пользоваться профессиональной терминологией).
5. Рациональность использованных приемов и способов решения поставленной учебной задачи (учитывается умение использовать наиболее прогрессивные и эффективные способы достижения цели).
6. Своевременность и эффективность использования наглядных пособий и технических средств при ответе (учитывается грамотно и с пользой применять наглядность и демонстрационный опыт при устном ответе).
7. Использование дополнительного материала (приветствуется, но не обязательно для всех студентов).

---

[2] Методические рекомендации для студентов [Электронный ресурс]: Режим доступа: http://lesgaft.spb.ru/sites/default/files/u57/metod.rekomendacii_dlya_studentov_21.pdf

8. Рациональность использования времени, отведенного на задание (не одобряется затянутость выполнения задания, устного ответа во времени, с учетом индивидуальных особенностей студентов)[3].

Ответ на каждый вопрос из плана семинарского занятия должен быть содержательным и аргументированным. Для этого следует использовать документы, монографическую, учебную и справочную литературу.

Для успешной подготовки к устному опросу, студент должен законспектировать рекомендуемую литературу, внимательно осмыслить лекционный материал и сделать выводы. В среднем, подготовка к устному опросу по одному семинарскому занятию занимает от 2 до 4 часов в зависимости от сложности темы и особенностей организации обучающимся своей самостоятельной работы.

[3]Методические рекомендации для студентов [Электронный ресурс]: http://priab.ru/images/metod_agro/Metod_Inostran_yazyk_35.03.04_Agro_15.01.2016.pdf

4. Методические рекомендации по подготовке к практическим занятиям

На практических занятиях необходимо стремиться к самостоятельному решению задач, находя для этого более эффективные методы. При этом студентам надо приучить себя доводить решения задач до конечного «идеального» ответа. Это очень важно для будущих специалистов. Практические занятия вырабатывают навыки самостоятельной творческой работы, развивают мыслительные способности.

Практическое занятие – активная форма учебного процесса, дополняющая теоретический курс или лекционную часть учебной дисциплины и призванная помощь обучающимся освоиться в «пространстве» (тематике) дисциплины, самостоятельно прооперировать теоретическими знаниями на конкретном учебном материале.

Продолжительность одного практического занятия – от 2 до 4 академических часов. Общая доля практических занятий в учебном времени на дисциплину – от 10 до 20 процентов (при условии, что все активные формы займут в учебном времени на дисциплину от 40 до 60 процентов).

Для практического занятия в качестве темы выбирается обычно такая учебная задача, которая предполагает не существенные эвристические и аналитические напряжения и продвижения, а потребность обучающегося «потрогать» материал, опознать в конкретном то общее, о чем говорилось в лекции. Например, при рассмотрении вопросов оплаты труда, мотивации труда и проблем безработицы в России имеет смысл провести практические занятия со следующими сюжетами заданий: «Расчет заработной платы работников предприятия». «Разработка механизма мотивации труда на предприятии N». «В чем причины и особенности безработицы в России?». Последняя тема предполагает уже некоторую аналитическую составляющую. Основная задача первой из этих тем - самим посчитать заработную плату для различных групп работников на примере заданных параметров для конкретного предприятия, т. е. сделать расчеты «как на практике»; второй – дать собственный вариант мотивационной политики для предприятия, учитывая особенности данного объекта, отрасли и т.д.; третьей – опираясь на теоретические знания в области проблем занятости и безработицы, а также статистические материалы, сделать авторские выводы о видах безработицы, характерных для России, и их причинах, а также предложить меры по минимизации безработицы.

Перед проведением занятия должен быть подготовлен специальный материал – тот объект, которым обучающиеся станут оперировать, активизируя свои теоретические (общие) знания и тем самым, приобретая навыки выработки уверенных суждений и осуществления конкретных действий.

Дополнительный материал для практического занятия лучше получить у преподавателя заранее, чтобы у студентов была возможность просмотреть его и подготовить вопросы.

Условия должны быть такими, чтобы каждый мог работать самостоятельно от начала до конца. В аудитории должны быть «под рукой» необходимые справочники и тексты законов и нормативных актов по тематике занятия. Чтобы сделать практическое занятие максимально эффективным, надо заранее подготовить и изучить материал по наиболее интересным и практически важным темам.

Особенности практического занятия с использованием компьютера

Для того чтобы повысить эффективность проведения практического занятия, может использоваться компьютер по следующим направлениям:

- поиск информации в Интернете по поставленной проблеме: в этом случае преподаватель представляет обучающимся перечень рекомендуемых для посещения Интернет-сайтов;
- использование прикладных обучающих программ;
- выполнение заданий с использованием обучающимися заранее установленных преподавателем программ;

- использование программного обеспечения при проведении занятий, связанных с моделированием социально-экономических процессов.

5. Методические рекомендации по подготовке семинарским занятиям

Семинар представляет собой комплексную форму и завершающее звено в изучении определенных тем, предусмотренных программой учебной дисциплины. Комплексность данной формы занятий определяется тем, что в ходе её проведения сочетаются выступления обучающихся и преподавателя: рассмотрение обсуждаемой проблемы и анализ различных, часто дискуссионных позиций; обсуждение мнений обучающихся и разъяснение (консультация) преподавателя; углубленное изучение теории и приобретение навыков умения ее использовать в практической работе.

По своему назначению семинар, в процессе которого обсуждается та или иная научная проблема, способствует:

- углубленному изучению определенного раздела учебной дисциплины, закреплению знаний;
- отработке методологии и методических приемов познания;
- выработке аналитических способностей, умения обобщения и формулирования выводов;
- приобретению навыков использования научных знаний в практической деятельности;
- выработке умения кратко, аргументированно и ясно излагать обсуждаемые вопросы;
- осуществлению контроля преподавателя за ходом обучения.

Семинары представляет собой дискуссию в пределах обсуждаемой темы (проблемы). Дискуссия помогает участникам семинара приобрести более совершенные знания, проникнуть в суть изучаемых проблем. Выработать методологию, овладеть методами анализа социально-экономических процессов. Обсуждение должно носить творческий характер с четкой и убедительной аргументацией.

По своей структуре семинар начинается со вступительного слова преподавателя, в котором кратко излагаются место и значение обсуждаемой темы (проблемы) в данной дисциплине, напоминаются порядок и направления ее обсуждения. Конкретизируется ранее известный обучающимся план проведения занятия. После этого начинается процесс обсуждения вопросов обучающимися. Завершается занятие заключительным словом преподавателя.

Проведение семинарских занятий в рамках учебной группы (20 - 25 человек) позволяет обеспечить активное участие в обсуждении проблемы всех присутствующих.

По ходу обсуждения темы помните, что изучение теории должно быть связано с определением (выработкой) средств, путей применения теоретических положений в практической деятельности, например, при выполнении функций государственного служащего. В то же время важно не свести обсуждение научной проблемы только к пересказу случаев из практики работы, к критике имеющих место недостатков. Дискуссии имеют важное значение: учат дисциплине ума, умению выступать по существу, мыслить логически, выделяя главное, критически оценивать выступления участников семинара.

В процессе проведения семинара обучающиеся могут использовать разнообразные по своей форме и характеру пособия (от доски смелом до самых современных технических средств), демонстрируя фактический, в том числе статистический материал, убедительно подтверждающий теоретические выводы и положения. В завершение обсудите результаты работы семинара и сделайте выводы, что хорошо усвоено, а над чем следует дополнительно поработать.

В целях эффективности семинарских занятий необходима обстоятельная подготовка к их проведению. В начале семестра (учебного года) возьмите в библиотеке необходимые методические материалы для своевременной подготовки к семинарам. Во время лекций, связанных с темой семинарского занятия, следует обращать внимание на то, что

необходимо дополнительно изучить при подготовке к семинару (новые официальные документы, статьи в периодических журналах, вновь вышедшие монографии и т.д.).

6.Методические рекомендации по подготовке к сдаче экзаменов и зачетов

Экзамен - одна из важнейших частей учебного процесса, имеющая огромное значение.

Во-первых, готовясь к экзамену, студент приводит в систему знания, полученные на лекциях, семинарах, практических и лабораторных занятиях, разбирается в том, что осталось непонятным, и тогда изучаемая им дисциплина может быть воспринята в полном объеме с присущей ей строгостью и логичностью, ее практической направленностью. А это чрезвычайно важно для будущего специалиста.

Во-вторых, каждый хочет быть волевым и сообразительным., выдержанным и целеустремленным, иметь хорошую память, научиться быстро находить наиболее рациональное решение в трудных ситуациях. Очевидно, что все эти качества не только украшают человека, но и делают его наиболее действенным членом коллектива. Подготовка и сдача экзамена помогают студенту глубже усвоить изучаемые дисциплины, приобрести навыки и качества, необходимые хорошему специалисту.

Конечно, успех на экзамене во многом обусловлен тем, насколько систематически и глубоко работал студент в течение семестра. Совершенно очевидно, что серьезно продумать и усвоить содержание изучаемых дисциплин за несколько дней подготовки к экзамену просто невозможно даже для очень способного студента. И, кроме того, хорошо известно, что быстро выученные на память разделы учебной дисциплины так же быстро забываются после сдачи экзамена.

При подготовке к экзамену студенты не только повторяют и дорабатывают материал дисциплины, которую они изучали в течение семестра, они обобщают полученные знания, осмысливают методологию предмета, его систему, выделяют в нем основное и главное, воспроизводят общую картину с тем, чтобы яснее понять связь между отдельными элементами дисциплины. Вся эта обобщающая работа проходит в условиях напряжения воли и сознания, при значительном отвлечении от повседневной жизни, т. е. в условиях, благоприятствующих пониманию и запоминанию.

Подготовка к экзаменам состоит в приведении в порядок своих знаний. Даже самые способные студенты не в состоянии в короткий период зачетно-экзаменационной сессии усвоить материал целого семестра, если они над ним не работали в свое время. Для тех, кто мало занимался в семестре, экзамены принесут мало пользы: что быстро пройдено, то быстро и забудется. И хотя в некоторых случаях студент может «проскочить» через экзаменационный барьер, в его подготовке останется серьезный пробел, трудно восполняемый впоследствии.

Определив назначение и роль экзаменов в процессе обучения, попытаемся на этой основе пояснить, как лучше готовиться к ним.

Экзаменам, как правило, предшествует защита курсовых работ (проектов) и сдача зачетов. К экзаменам допускаются только студенты, защитившие все курсовые работы проекты) и сдавшие все зачеты. В вузе сдача зачетов организована так, что при систематической работе в течение семестра, своевременной и успешной сдаче всех текущих работ, предусмотренных графиком учебного процесса, большая часть зачетов не вызывает повышенной трудности у студента. Студенты, работавшие в семестре по плану, подходят к экзаменационной сессии без напряжения, без излишней затраты сил в последнюю, «зачетную» неделю.

Подготовку к экзамену следует начинать с первого дня изучения дисциплины. Как правило, на лекциях подчеркиваются наиболее важные и трудные вопросы или разделы дисциплины, требующие внимательного изучения и обдумывания. Нужно эти вопросы выделить и обязательно постараться разобраться в них, не дожидаясь экзамена, проработать их, готовясь к семинарам, практическим или лабораторным занятиям, попробовать самостоятельно решить несколько типовых задач. И если, несмотря на это, часть материала осталась неусвоенной, ни в коем случае нельзя успокаиваться, надеясь на

то, что это не попадется на экзамене. Факты говорят об обратном; если те или другие вопросы учебной дисциплины не вошли в экзаменационный билет, преподаватель может их задать (и часто задает) в виде дополнительных вопросов.

Точно такое же отношение должно быть выработано к вопросам и задачам, перечисленным в программе учебной дисциплины, выдаваемой студентам в начале семестра. Обычно эти же вопросы и аналогичные задачи содержатся в экзаменационных билетах. Не следует оставлять без внимания ни одного раздела дисциплины: если не удалось в чем-то разобраться самому, нужно обратиться к товарищам; если и это не помогло выяснить какой-либо вопрос до конца, нужно обязательно задать этот вопрос преподавателю на предэкзаменационной консультации. Чрезвычайно важно приучить себя к умению самостоятельно мыслить, учиться думать, понимать суть дела. Очень полезно после проработки каждого раздела восстановить в памяти содержание изученного материала. кратко записав это на листе бумаги. создать карту памяти (умственную карту), изобразить необходимые схемы и чертежи (логико-графические схемы), например, отобразить последовательность вывода теоремы или формулы. Если этого не сделать, то большая часть материала останется не понятой, а лишь формально заученной, и при первом же вопросе экзаменатора студент убедится в том, насколько поверхностно он усвоил материал.

В период экзаменационной сессии происходит резкое изменение режима работы, отсутствует посещение занятий по расписанию. При всяком изменении режима работы очень важно скорее приспособиться к новым условиям. Поэтому нужно сразу выбрать такой режим работы, который сохранился бы в течение всей сессии, т. е. почти на месяц. Необходимо составить для себя новый распорядок дня, чередуя занятия с отдыхом. Для того чтобы сократить потерю времени на включение в работу, рабочие периоды целесообразно делать длительными, разделив день примерно на три части: с утра до обеда, с обеда до ужина и от ужина до сна.

Каждый рабочий период дня надо заканчивать отдыхом. Наилучший отдых в период экзаменационной сессии - прогулка, кратковременная пробежка или какой-либо неутомительный физический труд.

При подготовке к экзаменам основное направление дают программа учебной дисциплины и студенческий конспект, которые указывают, что наиболее важно знать и уметь делать. Основной материал должен прорабатываться по учебнику (если такой имеется) и учебным пособиям, так как конспекта далеко недостаточно для изучения дисциплины, Учебник должен быть изучен в течение семестра, а перед экзаменом сосредоточьте внимание на основных, наиболее сложных разделах. Подготовку по каждому разделу следует заканчивать восстановлением по памяти его краткого содержания в логической последовательности.

За один - два дня до экзамена назначается консультация. Если ее правильно использовать, она принесет большую пользу. Во время консультации студент имеет полную возможность получить ответ на нее ни ясные ему вопросы. А для этого он должен проработать до консультации все темы дисциплины. Кроме того, преподаватель будет отвечать на вопросы других студентов, что будет для вас повторением и закреплением знаний. И еще очень важное обстоятельство: преподаватель на консультации, как правило, обращает внимание на те вопросы, по которым на предыдущих экзаменах ответы были неудовлетворительными, а также фиксирует внимание на наиболее трудных темах дисциплины. Некоторые студенты не приходят на консультации либо потому, что считают, что у них нет вопросов к преподавателю, либо полагают, что у них и так мало времени и лучше самому прочитать материал в конспекте или и учебнике. Это глубокое заблуждение. Никакая другая работа не сможет принести столь значительного эффекта накануне экзамена, как консультация преподавателя.

Но консультация не может возместить отсутствия длительной работы в течение семестра и помочь за несколько часов освоить материал, требующийся к экзамену. На

консультации студент получает ответы на трудные или оставшиеся неясными вопросы и, следовательно, дорабатывается материал. Консультации рекомендуется посещать, подготовив к ним все вопросы, вызывающие сомнения. Если студент придет на консультацию, не проработав всего материала, польза от такой консультации будет невелика.

Очень важным условием для правильного режима работы в период экзаменационной сессии является нормальным сон. Подготовка к экзамену не должна идти в ущерб сну, иначе в день экзамена не будет чувства свежести и бодрости, необходимых для хороших ответов. Вечер накануне экзамена рекомендуем закончить небольшой прогулкой.

Итак, *основные советы* для подготовки к сдаче зачетов и экзаменов состоят в следующем:

- лучшая подготовка к зачетам и экзаменам - равномерная работа в течение всего семестра;
- используйте программы учебных дисциплин - это организует вашу подготовку к зачетам и экзаменам;
- учитывайте, что для полноценного изучения учебной дисциплины необходимо время;
- составляйте планы работы во времени;
- работайте равномерно и ритмично;
- курсовые работы (проекты) желательно защищать за одну - две недели до начала зачетно-экзаменационной сессии;
- все зачеты необходимо сдавать до начала экзаменационной сессии;
- помните, что конспект не заменяет учебник и учебные пособия, а помогает выбрать из него основные вопросы и ответы;
- при подготовке наибольшее внимание и время уделяйте трудным и непонятным вопросам учебной дисциплины;
- грамотно используйте консультации;
- соблюдайте правильный режим труда и отдыха во время сессии, это сохранит работоспособность и даст хорошие результаты;
- учитесь владеть собой на зачете и экзамене;
- учитесь точно и кратко передавать свои мысли, поясняя их, если нужно, логико-графическими схемами.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Методические указания по выполнению самостоятельной работы обучающихся являются неотъемлемой частью процесса обучения в вузе. Правильная организация самостоятельной работы позволяет обучающимся развивать умения и навыки в усвоении и систематизации приобретаемых знаний, обеспечивает высокий уровень успеваемости в период обучения, способствует формированию навыков совершенствования профессионального мастерства. Также внеаудиторное время включает в себя подготовку к аудиторным занятиям и изучение отдельных тем, расширяющих и углубляющих представления обучающихся по разделам изучаемой дисциплины.

Таким образом, обучающийся используя методические указания может в достаточном объеме усвоить и успешно реализовать конкретные знания, умения, навыки и получить опыт при выполнении следующих условий:

1) систематическая самостоятельная работа по закреплению полученных знаний и навыков;

2) добросовестное выполнение заданий;

3) выяснение и уточнение отдельных предпосылок, умозаключений и выводов, содержащихся в учебном курсе;

4) сопоставление точек зрения различных авторов по затрагиваемым в учебном курсе проблемам; выявление неточностей и некорректного изложения материала в периодической и специальной литературе;

5) периодическое ознакомление с последними теоретическими и практическими достижениями;

6) проведение собственных научных и практических исследований по одной или нескольким актуальным проблемам;

7) подготовка научных статей для опубликования в периодической печати, выступление на научно-практических конференциях, участие в работе студенческих научных обществ, круглых столах и диспутах.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Брандес М. П. Немецкий язык. Переводческое реферирование: практикум. М.: КДУ, 2008. – 368 с.

2. Долгоруков А. Метод case-study как современная технология профессионально -ориентированного обучения [Электронный ресурс]. Режим доступа: //http://evolkov.net/case/case.study.html/

3. Методические рекомендации по написанию реферата. [Электронный ресурс]. Режим доступа: http://www.hse.spb.ru/edu/recommendations/method-referat-2005.phtml

4. Фролова Н. А. Реферирование и аннотирование текстов по специальности (на материале немецкого языка): Учеб. пособие / ВолгГТУ, Волгоград, 2006. - С.5.

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебно-методическому комплексу _____ С.А.Упоров

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЕ СТУДЕНТОВ

Б1.О.26.05 РАЗВИТИЕ НАВЫКОВ КРИТИЧЕСКОГО МЫШЛЕНИЯ

Специальность
21.05.04 Горное дело

Направленность (профиль)
Технологическая безопасность и горноспасательное дело

Одобрена на заседании кафедры	Рассмотрена методической комиссией
Философии и культурологии	Горнотехнологический факультета
(название кафедры)	*(название факультета)*
Зав .кафедрой _____	Председатель _____
(подпись)	*(подпись)*
Беляев В.П.	Колчина Н.В.
(Фамилия И.О.)	*(Фамилия И.О.)*
Протокол № 1 от 18.09.2023	Протокол № 2 от 20.10.2023
(Дата)	*(Дата)*

Екатеринбург

СОДЕРЖАНИЕ

	Введение	3
1	Методические рекомендации по работе с текстом лекций	5
2	Методические рекомендации по подготовке к опросу	8
3	Методические рекомендации по подготовке доклада (презентации)	9
4	Методические рекомендации по написанию эссе	11
5	Методические рекомендации по подготовке к семинарским занятиям	14
6	Методические рекомендации по подготовке к дискуссии	15
7	Методические рекомендации по подготовке к сдаче экзаменов и зачетов	17
	Заключение	20
	Список использованных источников	21

Автор: Гладкова И. В., доцент, к. ф. н.

ВВЕДЕНИЕ

Инициативная самостоятельная работа студента есть неотъемлемая составная часть учебы в вузе. В современном формате высшего образования значительно возрастает роль самостоятельной работы студента. Правильно спланированная и организованная самостоятельная работа обеспечивает достижение высоких результатов в учебе.

Самостоятельная работа студента (СРС) - это планируемая учебная, учебно-исследовательская, научно-исследовательская работа студентов, выполняемая во внеаудиторное (аудиторное) время по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия, при сохранении ведущей роли студентов.

Целью СРС является овладение фундаментальными знаниями, профессиональными умениями и навыками по профилю будущей специальности, опытом творческой, исследовательской деятельности, развитие самостоятельности. Ответственности и организованности, творческого подхода к решению проблем учебного и профессионального уровней. Самостоятельная работа студента – важнейшая составная часть учебного процесса, обязательная для каждого студента, объем которой определяется учебным планом. Методологическую основу СРС составляет деятельностный подход, при котором цели обучения ориентированы на формирование умений решать типовые и нетиповые задачи, т. е. на реальные ситуации, в которых студентам надо проявить знание конкретной дисциплины. Предметно и содержательно СРС определяется государственным образовательным стандартом, действующими учебными планами и образовательными программами различных форм обучения, рабочими программами учебных дисциплин, средствами обеспечения СРС: учебниками, учебными пособиями и методическими руководствами, учебно-программными комплексами и т.д.

Самостоятельная работа студентов может рассматриваться как организационная форма обучения - система педагогических условий, обеспечивающих управление учебной деятельностью студентов по освоению знаний и умений в области учебной и научной деятельности без посторонней помощи.

Самостоятельная работа студентов проводится с целью:

- систематизации и закрепления полученных теоретических знаний и практических умений студентов;
- углубления и расширения теоретических знаний;
- формирования умений использовать нормативную, правовую, справочную документацию и специальную литературу;
- развития познавательных способностей и активности студентов: творческой инициативы, самостоятельности, ответственности и организованности;
- формирования самостоятельности мышления, способностей к саморазвитию, самосовершенствованию и самореализации;
- формирования практических (общеучебных и профессиональных) умений и навыков;
- развития исследовательских умений;
- получения навыков эффективной самостоятельной профессиональной (практической и научно-теоретической) деятельности.

Самостоятельная работа студента - это особым образом организованная деятельность, включающая в свою структуру такие компоненты, как:

- уяснение цели и поставленной учебной задачи;
- четкое и системное планирование самостоятельной работы;
- поиск необходимой учебной и научной информации;
- освоение информации и ее логическая переработка;

- использование методов исследовательской, научно-исследовательской работы для решения поставленных задач;
- выработка собственной позиции по поводу полученной задачи;
- представление, обоснование и защита полученного решения;
- проведение самоанализа и самоконтроля.

В учебном процессе выделяют два вида самостоятельной работы: аудиторная и внеаудиторная.

Аудиторная самостоятельная работа по дисциплине выполняется на учебных занятиях под непосредственным руководством преподавателя и по его заданию: текущие консультации, коллоквиум, прием и разбор домашних заданий и другие.

Внеаудиторная самостоятельная работа - планируемая учебная, учебно-исследовательская, научно-исследовательская работа студентов, выполняемая во внеаудиторное время по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия: подготовка презентаций, составление глоссария, подготовка к практическим занятиям, подготовка рецензий, аннотаций на статью, подготовка к дискуссиям, круглым столам.

СРС может включать следующие формы работ:

- изучение лекционного материала;
- работа с источниками литературы: поиск, подбор и обзор литературы и электронных источников информации по заданной проблеме курса;
- выполнение домашних заданий, выдаваемых на практических занятиях: тестов, докладов, контрольных работ и других форм текущего контроля;
- изучение материала, вынесенного на самостоятельное изучение; подготовка к практическим занятиям;
- подготовка к контрольной работе или коллоквиуму;
- подготовка к зачету, экзамену, другим аттестациям;
- написание реферата, эссе по заданной проблем;
- выполнение расчетно-графической работы;
- выполнение выполнение курсовой работы или проекта;
- анализ научной публикации по определенной преподавателем теме, ее реферирование;
- исследовательская работа и участие в научных студенческих конференциях, семинарах и олимпиадах.

Особенностью организации самостоятельной работы студентов является необходимость не только подготовиться к сдаче зачета /экзамена, но и собрать, обобщить, систематизировать, проанализировать информацию по темам дисциплины.

Технология организации самостоятельной работы студентов включает использование информационных и материально-технических ресурсов образовательного учреждения. Для более эффективного выполнения самостоятельной работы по дисциплине преподаватель рекомендует студентам источники и учебно-методические пособия для работы, характеризует наиболее рациональную методику самостоятельной работы.

Самостоятельная работа может осуществляться индивидуально или группами студентов online и на занятиях в зависимости от цели, объема, конкретной тематики самостоятельной работы, уровня сложности, уровня умений студентов.

Подготовка к самостоятельная работа, не предусмотренная образовательной программой, учебным планом и учебно-методическими материалами, раскрывающими и конкретизирующими их содержание, осуществляется студентами инициативно, с целью реализации собственных учебных и научных интересов.

В качестве форм и методов контроля внеаудиторной самостоятельной работы студентов могут быть использованы обмен информационными файлами, семинарские занятия, тестирование, опрос, доклад, реферат, самоотчеты, контрольные работы, защита творческих работ и электронных презентаций и др.

.

1. Методические рекомендации по работе с текстом лекций

На лекционных занятиях необходимо конспектировать учебный материал. Обращать внимание на формулировки, определения, раскрывающие содержание тех или иных понятий, научные выводы и практические рекомендации, положительный опыт в ораторском мастерстве. Внимательное слушание и конспектирование лекций предполагает интенсивную умственную деятельность студента, и помогает усвоить учебный материал.

Желательно оставлять в рабочих конспектах поля, на которых делать пометки, дополняющие материал прослушанной лекции, а также подчеркивающие особую важность тех или иных теоретических положений, фиксировать вопросы, вызывающие личный интерес, варианты ответов на них, сомнения, проблемы, спорные положения. Рекомендуется вести записи на одной стороне листа, оставляя вторую сторону для размышлений, разборов, вопросов, ответов на них, для фиксирования деталей темы или связанных с ней фактов, которые припоминаются самим студентом в ходе слушания.

Слушание лекций - сложный вид интеллектуальной деятельности, успех которой обусловлен *умением слушать*, и стремлением воспринимать материал, нужное записывая в тетрадь. Запись лекции помогает сосредоточить внимание на главном, в ходе самой лекции продумать и осмыслить услышанное, осознать план и логику изложения материала преподавателем.

Такая работа нередко вызывает трудности у студентов: некоторые стремятся записывать все дословно, другие пишут отрывочно, хаотично. Чтобы избежать этих ошибок, целесообразно придерживаться ряда правил.

1. После записи ориентирующих и направляющих внимание данных (тема, цель, план лекции, рекомендованная литература) важно попытаться проследить, как они раскрываются в содержании, подкрепляются формулировками, доказательствами, а затем и выводами.

2. Записывать следует основные положения и доказывающие их аргументы, наиболее яркие примеры и факты, поставленные преподавателем вопросы для самостоятельной проработки.

3. Стремиться к четкости записи, ее последовательности, выделяя темы, подтемы, вопросы и подвопросы, используя цифровую и буквенную нумерацию (римские и арабские цифры, большие и малые буквы), красные строки, выделение абзацев, подчеркивание главного и т.д.

Форма записи материала может быть различной - в зависимости от специфики изучаемого предмета. Это может быть стиль учебной программы (назывные предложения), уместны и свои краткие пояснения к записям.

Студентам не следует подробно записывать на лекции «все подряд», но обязательно фиксировать то, что преподаватели диктуют – это базовый конспект, содержащий основные положения лекции: определения, выводы, параметры, критерии, аксиомы, постулаты, парадигмы, концепции, ситуации, а также мысли-маяки (ими часто являются афоризмы, цитаты, остроумные изречения). Запись лекции лучше вести в сжатой форме, короткими и четкими фразами. Каждому студенту полезно выработать свою систему сокращений, в которой он мог бы разобраться легко и безошибочно.

Даже отлично записанная лекция предполагает дальнейшую самостоятельную работу над ней (осмысление ее содержания, логической структуры, выводов). С целью доработки конспекта лекции необходимо в первую очередь прочитать записи, восстановить текст в памяти, а также исправить описки, расшифровать не принятые ранее сокращения, заполнить пропущенные места, понять текст, вникнуть в его смысл. Далее прочитать материал по рекомендуемой литературе, разрешая в ходе чтения возникшие ранее затруднения, вопросы, а также дополняя и исправляя свои записи. В ходе доработки конспекта углубляются, расширяются и закрепляются знания, а также дополняется, исправляется и совершенствуется конспект. Доработанный конспект и

рекомендуемая литература используется при подготовке к практическому занятию. Знание лекционного материала при подготовке к практическому занятию обязательно.

Особенно важно в процессе самостоятельной работы над лекцией выделить новый понятийный аппарат, уяснить суть новых понятий, при необходимости обратиться к словарям и другим источникам, заодно устранив неточности в записях. Главное - вести конспект аккуратно и регулярно, только в этом случае он сможет стать подспорьем в изучении дисциплины.

Работа над лекцией стимулирует самостоятельный поиск ответов на самые различные вопросы: над какими понятиями следует поработать, какие обобщения сделать, какой дополнительный материал привлечь.

Важным средством, направляющим самообразование, является выполнение различных заданий по тексту лекции, например, составление ее развернутого плана или тезисов; ответы на вопросы проблемного характера, (скажем, об основных тенденциях развития той или иной проблемы); составление проверочных тесты по проблеме, написание по ней реферата, составление графических схем.

По своим задачам лекции могут быть разных жанров: *установочная лекция* вводит в изучение курса, предмета, проблем (что и как изучать), а *обобщающая лекция* позволяет подвести итог (зачем изучать), выделить главное, усвоить законы развития знания, преемственности, новаторства, чтобы применить обобщенный позитивный опыт к решению современных практических задач. Обобщающая лекция ориентирует в истории и современном состоянии научной проблемы.

В процессе освоения материалов обобщающих лекций студенты могут выполнять задания разного уровня. Например: задания *репродуктивного* уровня (составить развернутый план обобщающей лекции, составить тезисы по материалам лекции); задания *продуктивного* уровня (ответить на вопросы проблемного характера, составить опорный конспект по схеме, выявить основные тенденции развития проблемы); задания *творческого* уровня (составить проверочные тесты по теме, защитить реферат и графические темы по данной проблеме). Обращение к ранее изученному материалу не только помогает восстановить в памяти известные положения, выводы, но и приводит разрозненные знания в систему, углубляет и расширяет их. Каждый возврат к старому материалу позволяет найти в нем что-то новое, переосмыслить его с иных позиций, определить для него наиболее подходящее место в уже имеющейся системе знаний.

.

2. Методические указания по подготовке к опросу

Самостоятельная работа обучающихся включает подготовку к устному или письменному опросу на семинарских занятиях. Для этого обучающийся изучает лекции, основную и дополнительную литературу, публикации, информацию из Интернет-ресурсов. Темы и вопросы к семинарским занятиям, вопросы для самоконтроля приведены в методических указаниях по разделам и доводятся до обучающихся заранее.

Письменный опрос

Письменный опрос является одной из форм текущего контроля успеваемости студента. При изучении материала студент должен убедиться, что хорошо понимает основную терминологию темы, умеет ее использовать в нужном контексте. Желательно составить краткий конспект ответа на предполагаемые вопросы письменной работы, чтобы убедиться в том, что студент владеет материалом и может аргументировано, логично и грамотно письменно изложить ответ на вопрос. Следует обратить особое внимание на написание профессиональных терминов, чтобы избегать грамматических ошибок в работе. При изучении новой для студента терминологии рекомендуется изготовить карточки, которые содержат новый термин и его расшифровку, что значительно облегчит работу над материалом.

Устный опрос

Целью устного собеседования являются обобщение и закрепление изученного курса. Студентам предлагаются для освещения сквозные концептуальные проблемы. При подготовке следует использовать лекционный материал и учебную литературу. Для более глубокого постижения курса и более основательной подготовки рекомендуется познакомиться с указанной дополнительной литературой. Готовясь к семинару, студент должен, прежде всего, ознакомиться с общим планом семинарского занятия. Следует внимательно прочесть свой конспект лекции по изучаемой теме и рекомендуемую к теме семинара литературу. С незнакомыми терминами и понятиями следует ознакомиться в предлагаемом глоссарии, словаре или энциклопедии [1].

Критерии качества устного ответа.

1. Правильность ответа по содержанию.
2. Полнота и глубина ответа.
3. Сознательность ответа (учитывается понимание излагаемого материала).
4. Логика изложения материала (учитывается умение строить целостный, последовательный рассказ, грамотно пользоваться профессиональной терминологией).
5. Рациональность использованных приемов и способов решения поставленной учебной задачи (учитывается умение использовать наиболее прогрессивные и эффективные способы достижения цели).
6. Своевременность и эффективность использования наглядных пособий и технических средств при ответе (учитывается грамотно и с пользой применять наглядность и демонстрационный опыт при устном ответе).
7. Использование дополнительного материала (приветствуется, но не обязательно для всех студентов).
8. Рациональность использования времени, отведенного на задание (не одобряется затянутость выполнения задания, устного ответа во времени, с учетом индивидуальных особенностей студентов)[2].

---

[1] Методические рекомендации для студентов [Электронный ресурс]: Режим доступа: http://lesgaft.spb.ru/sites/default/files/u57/metod.rekomendacii_dlya_studentov_21.pdf

[2]Методические рекомендации для студентов [Электронный ресурс]: http://priab.ru/images/metod_agro/Metod_Inostran_yazyk_35.03.04_Agro_15.01.2016.pdf

Ответ на каждый вопрос из плана семинарского занятия должен быть содержательным и аргументированным. Для этого следует использовать документы, монографическую, учебную и справочную литературу.

Для успешной подготовки к устному опросу, студент должен законспектировать рекомендуемую литературу, внимательно осмыслить лекционный материал и сделать выводы. Объем временина на подготовку к устному опросу зависимости от сложности темы и особенностей организации обучающимся своей самостоятельной работы.

3.Методические рекомендации по подготовке доклада (презентации)

Доклад – публичное сообщение по заданной теме, представляющее собой развернутое изложение на определенную тему, вид самостоятельной работы, который используется в учебных и внеаудиторных занятиях и способствует формированию навыков исследовательской работы, освоению методов научного познания, приобретению навыков публичного выступления, расширяет познавательные интересы, приучает критически мыслить.

При подготовке доклада используется дополнительная литература, систематизируется материал. Работа над докладом не только позволяет учащемуся приобрести новые знания, но и способствует формированию важных научно-исследовательских навыков самостоятельной работы с научной литературой, что повышает познавательный интерес к научному познанию.

Приветствуется использование мультимедийных технологий, подготовка докладов-презентаций.

Доклад должен соответствовать следующим требованиям:

- тема доклада должна быть согласованна с преподавателем и соответствовать теме занятия;

- иллюстрации (слайды в презентации) должны быть достаточными, но не чрезмерными;

- материалы, которыми пользуется студент при подготовке доклада-презентации, должны тсоответствовать научно-методическим требованиям ВУЗа и быть указаны в докладе;

- необходимо соблюдать регламент: 7-10 минут выступления.

Преподаватель может дать тему сразу нескольким студентам одной группы, по принципу: докладчик и оппонент. Студенты могут подготовить два выступления с противоположными точками зрения и устроить дискуссию по проблемной теме. Докладчики и содокладчики во многом определяют содержание, стиль, активность данного занятия, для этого необходимо:

- использовать технические средства;
- знать и хорошо ориентироваться в теме всей презентации (семинара);
- уметь дискутировать и быстро отвечать на вопросы;
- четко выполнять установленный регламент: докладчик - 7-10 мин.; содокладчик - 5 мин.; дискуссия - 10 мин;
- иметь представление о композиционной структуре доклада.

После выступления докладчик и содокладчик, должны ответить на вопросы слушателей.

В подготовке доклада выделяют следующие этапы:

1. Определение цели доклада: информировать, объяснить, обсудить что-то (проблему, решение, ситуацию и т. п.)

2. Подбор литературы, иллюстративных примеров.

3. Составление плана доклада, систематизация материала, композиционное оформление доклада в виде печатного /рукописного текста и электронной презентации.

Общая структура доклада

Построение доклада включает три части: вступление, основную часть и заключение.

Вступление.

Вступление должно содержать:

- название презентации (доклада);
- сообщение основной идеи;
- обоснование актуальности обсуждаемого вопроса;

- современную оценку предмета изложения;
- краткое перечисление рассматриваемых вопросов;
- живую интересную форму изложения;
- акцентирование оригинальности подхода.

Основная часть.

Основная часть состоит из нескольких разделов, постепенно раскрывающих тему. Возможно использование иллюстрации (графики, диаграммы, фотографии, карты, рисунки) Если необходимо, для обоснования темы используется ссылка на источники с доказательствами, взятыми из литературы (цитирование авторов, указание цифр, фактов, определений). Изложение материала должно быть связным, последовательным, доказательным.

Задача основной части - представить достаточно данных для того, чтобы слушатели и заинтересовались темой и захотели ознакомиться с материалами. При этом логическая структура теоретического блока не должны даваться без наглядных пособий, аудио-визуальных и визуальных материалов.

Заключение.

Заключение - это ясное четкое обобщение, в котором подводятся итоги, формулируются главные выводы, подчеркивается значение рассмотренной проблемы, предлагаются самые важные практические рекомендации. Требования к оформлению доклада. Объем машинописного текста доклада должен быть рассчитан на произнесение доклада в течение 7 -10 минут (3-5 машинописных листа текста с докладом).

Доклад оценивается по следующим критериям:

Критерии оценки доклада, сообщения	*Количество баллов*
Содержательность, информационная насыщенность доклада	2
Наличие аргументов	2
Наличие выводов	2
Наличие презентации доклада	2
Владение профессиональной лексикой	2
Итого:	10

Электронные презентации выполняются в программе MS PowerPoint в виде слайдов в следующем порядке: • титульный лист с заголовком темы и автором исполнения презентации; • план презентации (5-6 пунктов - это максимум); • основная часть (не более 10 слайдов); • заключение (вывод). Общие требования к стилевому оформлению презентации: • дизайн должен быть простым и лаконичным; • основная цель - читаемость, а не субъективная красота; цветовая гамма должна состоять не более чем из двух-трех цветов; • всегда должно быть два типа слайдов: для титульных и для основного текста; • размер шрифта должен быть: 24–54 пункта (заголовок), 18–36 пунктов (обычный текст); • текст должен быть свернут до ключевых слов и фраз. Полные развернутые предложения на слайдах таких презентаций используются только при цитировании; каждый слайд должен иметь заголовок; • все слайды должны быть выдержаны в одном стиле; • на каждом слайде должно быть не более трех иллюстраций; • слайды должны быть пронумерованы с указанием общего количества слайдов

4. Методические рекомендации по написанию эссе

Эссе - это самостоятельная письменная работа на тему, предложенную преподавателем. Цель эссе состоит в развитии навыков самостоятельного творческого мышления и письменного изложения собственных мыслей. Писать эссе чрезвычайно полезно, поскольку это позволяет автору научиться четко и грамотно формулировать мысли, структурировать информацию, использовать основные категории анализа, выделять причинно-следственные связи, иллюстрировать понятия соответствующими примерами, аргументировать свои выводы; овладеть научным стилем речи.

Эссе должно содержать: четкое изложение сути поставленной проблемы, включать самостоятельно проведенный анализ этой проблемы с использованием концепций и аналитического инструментария, рассматриваемого в рамках дисциплины, выводы, обобщающие авторскую позицию по поставленной проблеме. В зависимости от специфики дисциплины формы эссе могут значительно дифференцироваться. В некоторых случаях это может быть анализ имеющихся статистических данных по изучаемой проблеме, анализ материалов из средств массовой информации и использованием изучаемых моделей, подробный разбор предложенной задачи с развернутыми мнениями, подбор и детальный анализ примеров, иллюстрирующих проблему и т.д.

Построение эссе - это ответ на вопрос или раскрытие темы, которое основано на классической системе доказательств.

Структура эссе

1. *Титульный лист* (заполняется по единой форме);

2. *Введение* - суть и обоснование выбора данной темы, состоит из ряда компонентов, связанных логически и стилистически.

На этом этапе очень важно правильно *сформулировать вопрос, на который вы собираетесь найти ответ в ходе своего исследования.*

3. *Основная часть* - теоретические основы выбранной проблемы и изложение основного вопроса.

Данная часть предполагает развитие аргументации и анализа, а также обоснование их, исходя из имеющихся данных, других аргументов и позиций по этому вопросу. В этом заключается основное содержание эссе и это представляет собой главную трудность. Поэтому важное значение имеют подзаголовки, на основе которых осуществляется структурирование аргументации; именно здесь необходимо обосновать (логически, используя данные или строгие рассуждения) предлагаемую аргументацию/анализ. Там, где это необходимо, в качестве аналитического инструмента можно использовать графики, диаграммы и таблицы.

В зависимости от поставленного вопроса анализ проводится на основе следующих категорий:

Причина - следствие, общее - особенное, форма - содержание, часть - целое, постоянство - изменчивость.

В процессе построения эссе необходимо помнить, что один параграф должен содержать только одно утверждение и соответствующее доказательство, подкрепленное графическим и иллюстративным материалом. Следовательно, наполняя содержанием разделы аргументацией (соответствующей подзаголовкам), необходимо в пределах параграфа ограничить себя рассмотрением одной главной мысли.

Хорошо проверенный (и для большинства — совершено необходимый) способ построения любого эссе - использование подзаголовков для обозначения ключевых моментов аргументированного изложения: это помогает посмотреть на то, что предполагается сделать (и ответить на вопрос, хорош ли замысел). Такой подход поможет следовать точно определенной цели в данном исследовании. Эффективное использование подзаголовков - не только обозначение основных пунктов, которые необходимо осветить.

Их последовательность может также свидетельствовать о наличии или отсутствии логичности в освещении темы.

4. *Заключение* - обобщения и аргументированные выводы по теме с указанием области ее применения и т.д. Подытоживает эссе или еще раз вносит пояснения, подкрепляет смысл и значение изложенного в основной части. Методы, рекомендуемые для составления заключения: повторение, иллюстрация, цитата, впечатляющее утверждение. Заключение может содержать такой очень важный, дополняющий эссе элемент, как указание на применение (импликацию) исследования, не исключая взаимосвязи с другими проблемами.

Структура аппарата доказательств, необходимых для написания эссе

Доказательство - это совокупность логических приемов обоснования истинности какого-либо суждения с помощью других истинных и связанных с ним суждений. Оно связано с убеждением, но не тождественно ему: аргументация или доказательство должны основываться на данных науки и общественно-исторической практики, убеждения же могут быть основаны на предрассудках, неосведомленности людей в вопросах экономики и политики, видимости доказательности. Другими словами, доказательство или аргументация - это рассуждение, использующее факты, истинные суждения, научные данные и убеждающее нас в истинности того, о чем идет речь.

Структура любого доказательства включает в себя три составляющие: тезис, аргументы и выводы или оценочные суждения.

Тезис - это положение (суждение), которое требуется доказать. *Аргументы* - это категории, которыми пользуются при доказательстве истинности тезиса. *Вывод* - это мнение, основанное на анализе фактов. *Оценочные суждения* - это мнения, основанные на наших убеждениях, верованиях или взглядах. *Аргументы* обычно делятся на следующие группы:

1. *Удостоверенные факты* — фактический материал (или статистические данные).
2. *Определения* в процессе аргументации используются как описание понятий, связанных с тезисом.
3. *Законы* науки и ранее доказанные теоремы тоже могут использоваться как аргументы доказательства.

Требования к фактическим данным и другим источникам

При написании эссе чрезвычайно важно то, как используются эмпирические данные и другие источники (особенно качество чтения). Все (фактические) данные соотносятся с конкретным временем и местом, поэтому прежде, чем их использовать, необходимо убедится в том, что они соответствуют необходимому для исследований времени и месту. Соответствующая спецификация данных по времени и месту — один из способов, который может предотвратить чрезмерное обобщение, результатом которого может, например, стать предположение о том, что все страны по некоторым важным аспектам одинаковы (если вы так полагаете, тогда это должно быть доказано, а не быть голословным утверждением).

Всегда можно избежать чрезмерного обобщения, если помнить, что в рамках эссе используемые данные являются иллюстративным материалом, а не заключительным актом, т.е. они подтверждают аргументы и рассуждения и свидетельствуют о том, что автор умеет использовать данные должным образом. Нельзя забывать также, что данные, касающиеся спорных вопросов, всегда подвергаются сомнению. От автора не ждут определенного или окончательного ответа. Необходимо понять сущность фактического материала, связанного с этим вопросом (соответствующие индикаторы? насколько надежны данные для построения таких индикаторов? к какому заключению можно прийти на основании имеющихся данных и индикаторов относительно причин и следствий? и т.д.), и продемонстрировать это в эссе. Нельзя ссылаться на работы, которые автор эссе не читал сам.

Как подготовить и написать эссе?

Качество любого эссе зависит от трех взаимосвязанных составляющих, таких как:

1. Исходный материал, который будет использован (конспекты прочитанной литературы, лекций, записи результатов дискуссий, собственные соображения и накопленный опыт по данной проблеме).

2. Качество обработки имеющегося исходного материала (его организация, аргументация и доводы).

3. Аргументация (насколько точно она соотносится с поднятыми в эссе проблемами).

Процесс написания эссе можно разбить на несколько стадий: обдумывание - планирование - написание - проверка - правка.

Планирование - определение цели, основных идей, источников информации, сроков окончания и представления работы.

Цель должна определять действия.

Идеи, как и цели, могут быть конкретными и общими, более абстрактными. Мысли, чувства, взгляды и представления могут быть выражены в форме аналогий, ассоциации, предположений, рассуждений, суждений, аргументов, доводов и т.д.

Аналогии - выявление идеи и создание представлений, связь элементов значений.

Ассоциации - отражение взаимосвязей предметов и явлений действительности в форме закономерной связи между нервно - психическими явлениями (в ответ на тот или иной словесный стимул выдать «первую пришедшую в голову» реакцию).

Предположения - утверждение, не подтвержденное никакими доказательствами.

Рассуждения - формулировка и доказательство мнений.

Аргументация - ряд связанных между собой суждений, которые высказываются для того, чтобы убедить читателя (слушателя) в верности (истинности) тезиса, точки зрения, позиции.

Суждение - фраза или предложение, для которого имеет смысл вопрос: истинно или ложно?

Доводы - обоснование того, что заключение верно абсолютно или с какой-либо долей вероятности. В качестве доводов используются факты, ссылки на авторитеты, заведомо истинные суждения (законы, аксиомы и т.п.), доказательства (прямые, косвенные, «от противного», «методом исключения») и т.д.

Перечень, который получится в результате перечисления идей, поможет определить, какие из них нуждаются в особенной аргументации.

*Источники***.** Тема эссе подскажет, где искать нужный материал. Обычно пользуются библиотекой, Интернет-ресурсами, словарями, справочниками. Пересмотр означает редактирование текста с ориентацией на качество и эффективность.

Качество текста складывается из четырех основных компонентов: ясности мысли, внятности, грамотности и корректности.

Мысль - это содержание написанного. Необходимо четко и ясно формулировать идеи, которые хотите выразить, в противном случае вам не удастся донести эти идеи и сведения до окружающих.

Внятность - это доступность текста для понимания. Легче всего ее можно достичь, пользуясь логично и последовательно тщательно выбранными словами, фразами и взаимосвязанными абзацами, раскрывающими тему.

Грамотность отражает соблюдение норм грамматики и правописания. Если в чем-то сомневаетесь, загляните в учебник, справьтесь в словаре или руководстве по стилистике или дайте прочитать написанное человеку, чья манера писать вам нравится.

Корректность — это стиль написанного. Стиль определятся жанром, структурой работы, целями, которые ставит перед собой пишущий, читателями, к которым он обращается.

5. Методические рекомендации по подготовке семинарским занятиям

Семинар представляет собой комплексную форму и завершающее звено в изучении определенных тем, предусмотренных программой учебной дисциплины. Комплексность данной формы занятий определяется тем, что в ходе её проведения сочетаются выступления обучающихся и преподавателя: рассмотрение обсуждаемой проблемы и анализ различных, часто дискуссионных позиций; обсуждение мнений обучающихся и разъяснение (консультация) преподавателя; углубленное изучение теории и приобретение навыков умения ее использовать в практической работе.

По своему назначению семинар, в процессе которого обсуждается та или иная научная проблема, способствует:

- углубленному изучению определенного раздела учебной дисциплины, закреплению знаний;
- отработке методологии и методических приемов познания;
- выработке аналитических способностей, умения обобщения и формулирования выводов;
- приобретению навыков использования научных знаний в практической деятельности;
- выработке умения кратко, аргументированно и ясно излагать обсуждаемые вопросы;
- осуществлению контроля преподавателя за ходом обучения.

Семинары представляет собой *дискуссию* в пределах обсуждаемой темы (проблемы). Дискуссия помогает участникам семинара приобрести более совершенные знания, проникнуть в суть изучаемых проблем. Выработать методологию, овладеть методами анализа социально-экономических процессов. Обсуждение должно носить творческий характер с четкой и убедительной аргументацией.

По своей структуре семинар начинается со вступительного слова преподавателя, в котором кратко излагаются место и значение обсуждаемой темы (проблемы) в данной дисциплине, напоминаются порядок и направления ее обсуждения. Конкретизируется ранее известный обучающимся план проведения занятия. После этого начинается процесс обсуждения вопросов обучающимися. Завершается занятие подведением итогоа обсуждения, заключительным словом преподавателя.

Проведение семинарских занятий в рамках учебной группы (20 - 25 человек) позволяет обеспечить активное участие в обсуждении проблемы всех присутствующих.

По ходу обсуждения темы помните, что изучение теории должно быть связано с определением (выработкой) средств, путей применения теоретических положений в практической деятельности, например, при выполнении функций государственного служащего. В то же время важно не свести обсуждение научной проблемы только к пересказу случаев из практики работы, к критике имеющих место недостатков. Дискуссии имеют важное значение: учат дисциплине ума, умению выступать по существу, мыслить логически, выделяя главное, критически оценивать выступления участников семинара.

В процессе проведения семинара обучающиеся могут использовать разнообразные по своей форме и характеру пособия, демонстрируя фактический, в том числе статистический материал, убедительно подтверждающий теоретические выводы и положения. В завершение обсудите результаты работы семинара и сделайте выводы, что хорошо усвоено, а над чем следует дополнительно поработать.

В целях эффективности семинарских занятий необходима обстоятельная подготовка к их проведению. В начале семестра (учебного года) возьмите в библиотеке необходимые методические материалы для своевременной подготовки к семинарам. Готовясь к конкретной теме занятия следует ознакомиться с новыми официальными документами, статьями в периодических журналах, вновь вышедшими монографиями.

6. Методические рекомендации по подготовке к дискуссии

Современная практика предлагает широкий круг типов семинарских занятий. Среди них особое место занимает *семинар-дискуссия,* где в диалоге хорошо усваивается новая информация, видны убеждения студента, обсуждаются противоречия (явные и скрытые) и недостатки. Для обсуждения берутся конкретные актуальные вопросы, с которыми студенты предварительно ознакомлены. Дискуссия является одной из наиболее эффективных технологий группового взаимодействия, обладающей особыми возможностями в обучении, развитии и воспитании будущего специалиста.

Дискуссия (от лат. discussio - рассмотрение, исследование) - способ организации совместной деятельности с целью интенсификации процесса принятия решений в группе посредством обсуждения какого-либо вопроса или проблемы.

Дискуссия обеспечивает активное включение студентов в поиск истины; создает условия для открытого выражения ими своих мыслей, позиций, отношений к обсуждаемой теме и обладает особой возможностью воздействия на установки ее участников в процессе группового взаимодействия. Дискуссию можно рассматривать как *метод интерактивного обучения* и как особую технологию, включающую в себя другие методы и приемы обучения: «мозговой штурм», «анализ ситуаций» и т.д.

Обучающий эффект дискуссии определяется предоставляемой участнику возможностью получить разнообразную информацию от собеседников, продемонстрировать и повысить свою компетентность, проверить и уточнить свои представления и взгляды на обсуждаемую проблему, применить имеющиеся знания в процессе совместного решения учебных и профессиональных задач.

Развивающая функция дискуссии связана со стимулированием творчества обучающихся, развитием их способности к анализу информации и аргументированному, логически выстроенному доказательству своих идей и взглядов, с повышением коммуникативной активности студентов, их эмоциональной включенности в учебный процесс.

Влияние дискуссии на личностное становление студента обусловливается ее целостно - ориентирующей направленностью, созданием благоприятных условий для проявления индивидуальности, самоопределения в существующих точках зрения на определенную проблему, выбора своей позиции; для формирования умения взаимодействовать с другими, слушать и слышать окружающих, уважать чужие убеждения, принимать оппонента, находить точки соприкосновения, соотносить и согласовывать свою позицию с позициями других участников обсуждения.

Безусловно, наличие оппонентов, противоположных точек зрения всегда обостряет дискуссию, повышает ее продуктивность, позволяет создавать с их помощью конструктивный конфликт для более эффективного решения обсуждаемых проблем.

Существует несколько видов дискуссий, использование того или иного типа дискуссии зависит от характера обсуждаемой проблемы и целей дискуссии.

Дискуссия- диалог чаще всего применяется для совместного обсуждения учебных и производственных проблем, решение которых может быть достигнуто путем взаимодополнения, группового взаимодействия по принципу «индивидуальных вкладов» или на основе согласования различных точек зрения, достижения консенсуса.

Дискуссия - спор используется для всестороннего рассмотрения сложных проблем, не имеющих однозначного решения даже в науке, социальной, политической жизни, производственной практике и т.д. Она построена на принципе «позиционного противостояния» и ее цель - не столько решить проблему, сколько побудить участников дискуссии задуматься над проблемой, уточнить и определить свою позицию; научить аргументировано отстаивать свою точку зрения и в то же время осознать право других иметь свой взгляд на эту проблему, быть индивидуальностью.

Условия эффективного проведения дискуссии:

- информированность и подготовленность студентов к дискуссии,

- свободное владение материалом, привлечение различных источников для аргументации отстаиваемых положений;

- правильное употребление понятий, используемых в дискуссии, их единообразное понимание;

- корректность поведения, недопустимость высказываний, задевающих личность оппонента; установление регламента выступления участников;

- полная включенность группы в дискуссию, участие каждого студента в ней.

Подготовка студентов к дискуссии: если тема объявлена заранее, то следует ознакомиться с указанной литературой, необходимыми справочными материалами, продумать свою позицию, четко сформулировать аргументацию, выписать цитаты, мнения специалистов.

В проведении дискуссии выделяется несколько этапов.

Этап 1-й, введение в дискуссию: формулирование проблемы и целей дискуссии;

определение значимости проблемы, совместная выработка правил дискуссии; выяснение однозначности понимания темы дискуссии, используемых в ней терминов, понятий.

Этап 2-й, обсуждение проблемы: обмен участниками мнениями по каждому вопросу. Цель этапа - собрать максимум мнений, идей, предложений, соотнося их друг с другом.

Этап 3-й, подведение итогов обсуждения: выработка студентами согласованного мнения и принятие группового решения.

Далее подводятся итоги дискуссии, заслушиваются и защищаются проектные задания. После этого проводится "мозговой штурм" по нерешенным проблемам дискуссии, а также выявляются прикладные аспекты, которые можно рекомендовать для включения в курсовые и дипломные работы или в апробацию на практике.

Семинары-дискуссии проводятся с целью выявления мнения студентов по актуальным и проблемным вопросам.

7. Методические рекомендации по подготовке к сдаче экзаменов и зачетов

Экзамен (зачет) - одна из важнейших частей учебного процесса, имеющая огромное значение.

Во-первых, готовясь к экзамену, студент приводит в систему знания, полученные на лекциях, семинарах, практических и лабораторных занятиях, разбирается в том, что осталось непонятным, и тогда изучаемая им дисциплина может быть воспринята в полном объеме с присущей ей строгостью и логичностью, ее практической направленностью. А это чрезвычайно важно для будущего специалиста.

Во-вторых, каждый хочет быть волевым и сообразительным., выдержанным и целеустремленным, иметь хорошую память, научиться быстро находить наиболее рациональное решение в трудных ситуациях. Очевидно, что все эти качества не только украшают человека, но и делают его наиболее действенным членом коллектива. Подготовка и сдача экзамена помогают студенту глубже усвоить изучаемые дисциплины, приобрести навыки и качества, необходимые хорошему специалисту.

Конечно, успех на экзамене во многом обусловлен тем, насколько систематически и глубоко работал студент в течение семестра. Совершенно очевидно, что серьезно продумать и усвоить содержание изучаемых дисциплин за несколько дней подготовки к экзамену просто невозможно даже для очень способного студента. И, кроме того, хорошо известно, что быстро выученные на память разделы учебной дисциплины так же быстро забываются после сдачи экзамена.

При подготовке к экзамену студенты не только повторяют и дорабатывают материал дисциплины, которую они изучали в течение семестра, они обобщают полученные знания, осмысливают методологию предмета, его систему, выделяют в нем основное и главное, воспроизводят общую картину с тем, чтобы яснее понять связь между отдельными элементами дисциплины. Вся эта обобщающая работа проходит в условиях напряжения воли и сознания, при значительном отвлечении от повседневной жизни, т. е. в условиях, благоприятствующих пониманию и запоминанию.

Подготовка к экзаменам состоит в приведении в порядок своих знаний. Даже самые способные студенты не в состоянии в короткий период зачетно-экзаменационной сессии усвоить материал целого семестра, если они над ним не работали в свое время. Для тех, кто мало занимался в семестре, экзамены принесут мало пользы: что быстро пройдено, то быстро и забудется. И хотя в некоторых случаях студент может «проскочить» через экзаменационный барьер, в его подготовке останется серьезный пробел, трудно восполняемый впоследствии.

Определив назначение и роль экзаменов в процессе обучения, попытаемся на этой основе пояснить, как лучше готовиться к ним.

Экзаменам, как правило, предшествует защита курсовых работ (проектов) и сдача зачетов. К экзаменам допускаются только студенты, защитившие все курсовые работы проекты) и сдавшие все зачеты. В вузе сдача зачетов организована так, что при систематической работе в течение семестра, своевременной и успешной сдаче всех текущих работ, предусмотренных графиком учебного процесса, большая часть зачетов не вызывает повышенной трудности у студента. Студенты, работавшие в семестре по плану, подходят к экзаменационной сессии без напряжения, без излишней затраты сил в последнюю, «зачетную» неделю.

Подготовку к экзамену следует начинать с первого дня изучения дисциплины. Как правило, на лекциях подчеркиваются наиболее важные и трудные вопросы или разделы дисциплины, требующие внимательного изучения и обдумывания. Нужно эти вопросы выделить и обязательно постараться разобраться в них, не дожидаясь экзамена, проработать их, готовясь к семинарам, практическим или лабораторным занятиям, попробовать самостоятельно решить несколько типовых задач. И если, несмотря на это, часть материала осталась неусвоенной, ни в коем случае нельзя успокаиваться, надеясь

на то, что это не попадется на экзамене. Факты говорят об обратном; если те или другие вопросы учебной дисциплины не вошли в экзаменационный билет, преподаватель может их задать (и часто задает) в виде дополнительных вопросов.

Точно такое же отношение должно быть выработано к вопросам и задачам, перечисленным в программе учебной дисциплины, выдаваемой студентам в начале семестра. Обычно эти же вопросы и аналогичные задачи содержатся в экзаменационных билетах. Не следует оставлять без внимания ни одного раздела дисциплины: если не удалось в чем-то разобраться самому, нужно обратиться к товарищам; если и это не помогло выяснить какой-либо вопрос до конца, нужно обязательно задать этот вопрос преподавателю на предэкзаменационной консультации. Чрезвычайно важно приучить себя к умению самостоятельно мыслить, учиться думать, понимать суть дела. Очень полезно после проработки каждого раздела восстановить в памяти содержание изученного материала. кратко записав это на листе бумаги. создать карту памяти (умственную карту), изобразить необходимые схемы и чертежи (логико-графические схемы), например, отобразить последовательность вывода теоремы или формулы. Если этого не сделать, то большая часть материала останется не понятой, а лишь формально заученной, и при первом же вопросе экзаменатора студент убедится в том, насколько поверхностно он усвоил материал.

В период экзаменационной сессии происходит резкое изменение режима работы, отсутствует посещение занятий по расписанию. При всяком изменении режима работы очень важно скорее приспособиться к новым условиям. Поэтому нужно сразу выбрать такой режим работы, который сохранился бы в течение всей сессии, т. е. почти на месяц. Необходимо составить для себя новый распорядок дня, чередуя занятия с отдыхом. Для того чтобы сократить потерю времени на включение в работу, рабочие периоды целесообразно делать длительными, разделив день примерно на три части: с утра до обеда, с обеда до ужина и от ужина до сна.

Каждый рабочий период дня надо заканчивать отдыхом. Наилучший отдых в период экзаменационной сессии - прогулка, кратковременная пробежка или какой-либо неутомительный физический труд.

При подготовке к экзаменам основное направление дают программа учебной дисциплины и студенческий конспект, которые указывают, что наиболее важно знать и уметь делать. Основной материал должен прорабатываться по учебнику (если такой имеется) и учебным пособиям, так как конспекта далеко недостаточно для изучения дисциплины. Учебник должен быть изучен в течение семестра, а перед экзаменом сосредоточьте внимание на основных, наиболее сложных разделах. Подготовку по каждому разделу следует заканчивать восстановлением по памяти его краткого содержания в логической последовательности.

За один - два дня до экзамена назначается консультация. Если ее правильно использовать, она принесет большую пользу. Во время консультации студент имеет полную возможность получить ответ на нее ни ясные ему вопросы. А для этого он должен проработать до консультации все темы дисциплины. Кроме того, преподаватель будет отвечать на вопросы других студентов, что будет для вас повторением и закреплением знаний. И еще очень важное обстоятельство: преподаватель на консультации, как правило, обращает внимание на те вопросы, по которым на предыдущих экзаменах ответы были неудовлетворительными, а также фиксирует внимание на наиболее трудных темах дисциплины. Некоторые студенты не приходят на консультации либо потому, что считают, что у них нет вопросов к преподавателю, либо полагают, что у них и так мало времени и лучше самому прочитать материал в конспекте или и учебнике. Это глубокое заблуждение. Никакая другая работа не сможет принести столь значительного эффекта накануне экзамена, как консультация преподавателя.

Но консультация не может возместить отсутствия длительной работы в течение семестра и помочь за несколько часов освоить материал, требующийся к экзамену. На

консультации студент получает ответы на трудные или оставшиеся неясными вопросы и, следовательно, дорабатывается материал. Консультации рекомендуется посещать, подготовив к ним все вопросы, вызывающие сомнения. Если студент придет на консультацию, не проработав всего материала, польза от такой консультации будет невелика.

Итак, *основные советы* для подготовки к сдаче зачетов и экзаменов состоят в следующем:

- лучшая подготовка к зачетам и экзаменам - равномерная работа в течение всего семестра;
- используйте программы учебных дисциплин - это организует вашу подготовку к зачетам и экзаменам;
- учитывайте, что для полноценного изучения учебной дисциплины необходимо время;
- составляйте планы работы во времени;
- работайте равномерно и ритмично;
- курсовые работы (проекты) желательно защищать за одну - две недели до начала зачетно-экзаменационной сессии;
- все зачеты необходимо сдавать до начала экзаменационной сессии;
- помните, что конспект не заменяет учебник и учебные пособия, а помогает выбрать из него основные вопросы и ответы;
- при подготовке наибольшее внимание и время уделяйте трудным и непонятным вопросам учебной дисциплины;
- грамотно используйте консультации;
- соблюдайте правильный режим труда и отдыха во время сессии, это сохранит работоспособность и даст хорошие результаты;
- учитесь владеть собой на зачете и экзамене;
- учитесь точно и кратко передавать свои мысли, поясняя их, если нужно, логико-графическими схемами.

Очень важным условием для правильного режима работы в период экзаменационной сессии является нормальный сон, иначе в день экзамена не будет чувства бодрости и уверенности.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Методические указания по выполнению самостоятельной работы обучающихся являются неотъемлемой частью процесса обучения в вузе. Правильная организация самостоятельной работы позволяет обучающимся развивать умения и навыки в усвоении и систематизации приобретаемых знаний, обеспечивает высокий уровень успеваемости в период обучения, способствует формированию навыков совершенствования профессионального мастерства. Также внеаудиторное время включает в себя подготовку к аудиторным занятиям и изучение отдельных тем, расширяющих и углубляющих представления обучающихся по разделам изучаемой дисциплины.

Таким образом, обучающийся используя методические указания может в достаточном объеме усвоить и успешно реализовать конкретные знания, умения, навыки и получить опыт при выполнении следующих условий:

1) систематическая самостоятельная работа по закреплению полученных знаний и навыков;

2) добросовестное выполнение заданий;

3) выяснение и уточнение отдельных предпосылок, умозаключений и выводов, содержащихся в учебном курсе;

4) сопоставление точек зрения различных авторов по затрагиваемым в учебном курсе проблемам; выявление неточностей и некорректного изложения материала в периодической и специальной литературе.

Контроль результатов внеаудиторной самостоятельной работы студентов осуществляется в пределах времени, отведенного на обязательные учебные занятия по дисциплине

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Долгоруков А. Метод case-study как современная технология профессионально - ориентированного обучения [Электронный ресурс]. Режим доступа: //http://evolkov.net/case/case.study.html/

2. Методические рекомендации по написанию реферата. [Электронный ресурс]. Режим доступа: http://www.hse.spb.ru/edu/recommendations/method-referat-2005.phtml

3. Фролова Н. А. Реферирование и аннотирование текстов по специальности (на материале немецкого языка): Учеб. пособие / ВолгГТУ, Волгоград, 2006. - С.5.

Министерство науки и высшего образования РФ
ФГБОУ ВО
«Уральский государственный горный университет»

ОДОБРЕНО
Методической комиссией
горно-механического факультета

«___» _____ 2018 г.
Председатель комиссии
проф. В. П. Барановский

Брагин В. Г., Волков Е. Б., Казаков Ю. М.

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА

Учебное пособие

Издание УГГУ Екатеринбург, 2018

УДК 531
Б 87

Рецензент: *Н. М. Суслов*, д-р техн. наук, заведующий кафедрой ГМК
Уральского государственного горного университета.

Учебное пособие рассмотрено на заседании кафедры технической механики от «07» июня 2018 г. (протокол № 7) и рекомендовано для издания в УГГУ.

Печатается по решению Учебно-методического совета Уральского государственного горного университета.

Брагин В. Г., Волков Е. Б., Казаков Ю. М.

Б 87 ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА: Учебное пособие / Ю. М. Казаков, В. Г. Брагин, Е. Б. Волков. – Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2018. – 250 с.
ISBN 978-5-8019-0460-3

Учебное пособие содержит краткие методические указания, примеры решений задач и упражнения для самостоятельной работы по основным темам курса теоретической механики: статика, кинематика точки и простейшие движения твёрдых тел, сложное движение точки, динамика точки и механической системы. Учебное пособие для студентов всех специальностей очной и заочной форм обучения.

ISBN 978-5-8019-0460-3

©Брагин В. Г., Волков Е. Б.,
Казаков Ю. М., 2018
©Уральский государственный горный университет, 2018

ОГЛАВЛЕНИЕ

1. СТАТИКА 4
1.1. Основные понятия статики 4
1.2. Система сходящихся сил. Условия равновесия 9
1.3. Произвольная плоская система сил 16
1.4. Равновесие систем тел 26
1.5. Произвольная пространственная система сил 34
1.6. Равновесие тел при наличии сил трения 44
2. КИНЕМАТИКА ТОЧКИ И ТВЁРДОГО ТЕЛА 55
2.1. Криволинейное движение точки 55
2.2. Поступательное движение и вращение твердого тела 62
вокруг неподвижной оси 62
2.3. Скорости точек при плоскопараллельном движении твёрдого тела 73
2.4. Ускорения точек при плоскопараллельном движении твёрдого тела 84
3. СЛОЖНОЕ ДВИЖЕНИЕ ТОЧКИ 100
3.1. Основные понятия и определения сложного движения точки 100
4. ДИНАМИКА ТОЧКИ 114
4.1. Дифференциальные уравнения движения точки 114
4.2. Колебания материальной точки 124
4.3. Теорема об изменении кинетической энергии точки 134
5. ОБЩИЕ ТЕОРЕМЫ ДИНАМИКИ СИСТЕМЫ 146
5.1. Теорема о движении центра масс системы 146
5.2. Теорема об изменении кинетического момента системы
относительно оси 148
5.3. Теорема об изменении кинетической энергии системы 153
5.4. Применение общих теорем динамики системы к описанию
движений твёрдого тела 162
6. ПРИНЦИПЫ МЕХАНИКИ 177
6.1. Принцип Даламбера для системы 177
6.2. Принцип возможных перемещений 182
6.3. Общее уравнение динамики 189
6.4. Уравнения Лагранжа II рода 201
7. ОТВЕТЫ И КРАТКИЕ ПОЯСНЕНИЯ 220
7.1. Ответы к упражнениям главы 1 220
7.2. Ответы к упражнениям главы 2 226
7.3. Ответы к упражнениям главы 3 231
7.4. Ответы к упражнениям главы 4 233
7.5. Ответы к упражнениям главы 5 236
7.6. Ответы к упражнениям главы 6 241
СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ 249

1. СТАТИКА

1.1. Основные понятия статики

Статика представляет раздел теоретической механики, в котором освещаются условия равновесия тел под действием систем сил.

Материальной точкой называют простейшую модель материального тела, размерами которого можно пренебречь и которое можно принять за геометрическую точку, имеющую массу, равную массе тела. Совокупность материальных точек называется **системой материальных точек**. Если система материальных точек такова, что движение каждой точки зависит от положения и движения остальных точек системы, то система называется **механической системой материальных точек**. Любое материальное тело представляет собой механическую систему материальных точек. Если точки системы связаны между собой так, что расстояния между любыми двумя точками не изменяются, то система называется **неизменяемой системой**, а тело – **абсолютно твердым телом**.

Силой в механике называют меру механического действия одного материального объекта (например, твердого тела) на другой. Единицей измерения силы в системе СИ является ньютон (Н). Совокупность сил, действующих на механическую систему (в частности, на твёрдое тело), называют **системой сил.**

Если система сил, приложенная к твердому телу, оставляет его в состоянии покоя или равномерного прямолинейного движения, то такая система сил называется **уравновешенной,** или **системой сил, эквивалентной нулю**.

Если одну систему сил, действующих на твердое тело или материальную точку, можно заменить другой системой, не изменяя при этом состояния покоя или движения, в котором находится тело или материальная точка, то такие две системы сил называются **эквивалентными**. Если система сил эквивалентна одной силе, то эта сила называется **равнодействующей** данной системы сил.

Основные виды связей и их реакции

Всякое твердое тело, которое может занимать произвольное положение в пространстве, называется свободным. Если на тело наложены внешние связи, стесняющие (ограничивающие) свободу его перемещений, то тело является несвободным. Сила, с которой данная связь действует на тело, препятствуя его перемещениям, называется **реакцией связи**. Всякое несвободное твердое тело можно рассматривать как свободное, если освободить тело от связей и заменить действие связей их реакциями. **Реакция связи направлена в сторону, противоположную тому направлению, вдоль которого связь препятствует перемещению тела.**

Опора тела на гладкую плоскость (поверхность) без трения. Реакция $\vec{R}$ абсолютно гладкой поверхности приложена в точке касания и направлена перпендикулярно к общей касательной соприкасающихся поверхностей (рис. 1.1, *a*). Такая реакция называется **нормальной реакцией**.

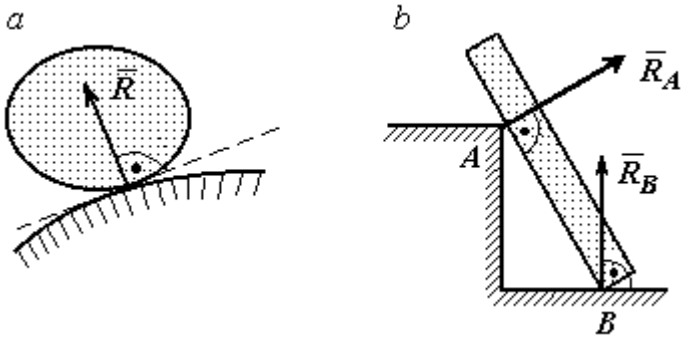


Рис. 1.1. Реакция опоры:

Брус с гладкой поверхностью (рис. 1.1, *b*), опирающийся в точке *B* на гладкий пол и в точке *A* на ребро (точечную опору), имеет реакциями опор $\vec{R}_B$ – реакцию пола и $\vec{R}_A$ – реакцию ребра (точечной опоры). Реакции приложены к брусу и направлены по нормалям к поверхности пола и поверхности бруса.

Цилиндрический шарнир и подвижная опора (каток). Цилиндрический шарнир (на рис. 1.2, *a* обозначен буквой *A*) представляет собой устройство, которое допускает поворот тела в плоскости, перпендикулярной оси шарнира (например, цилиндрическая втулка, надетая на неподвижный цилиндр).

Реакция цилиндрического шарнира $\vec{R}_A$ лежит в плоскости, перпендикулярной оси шарнира. При решении задач неизвестную по величине и направлению реакцию цилиндрического шарнира представляют в виде составляющих, $\vec{X}_A$, $\vec{Y}_A$, направленных вдоль координатных осей (см. рис. 1.2, *a*). Величина реакции $\vec{R}_A$ определяется по формуле: $R_A = \sqrt{X_A^2 + Y_A^2}$, где $\vec{X}_A$, $\vec{Y}_A$ – составляющие реакции.

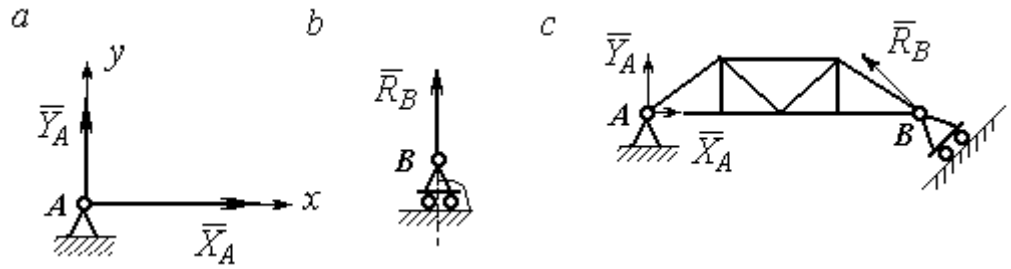


Рис. 1.2. Реакции шарнирных опор:
a – цилиндрический шарнир; *b* – каток; *c* – мостовая конструкция с цилиндрической шарнирной опорой и опорой на каток

Реакция $\vec{R}_B$ опоры на каток (подвижной опоры) (рис. 1.2, *b*) перпендикулярна опорной поверхности.

На рис. 1.2, *c* показаны реакции связей мостовой конструкции с цилиндрической шарнирной опорой и подвижной опорой (катком). Реакция цилиндрического шарнира в точке *A* изображена в виде разложения на взаимно перпендикулярные составляющие $\vec{X}_A$, $\vec{Y}_A$, реакция $\vec{R}_B$ катка в точке *B* перпендикулярна наклонной плоскости, на которой стоит каток.

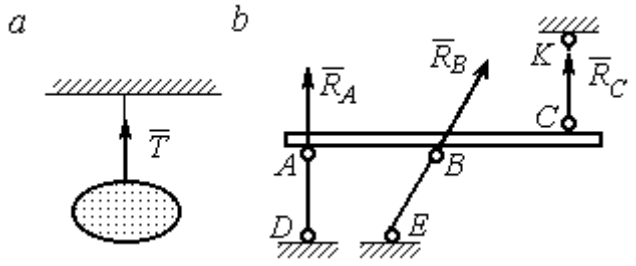


Рис. 1.3. Реакция гибкой нити и невесомого стержня

Гибкая связь и жесткий невесомый стержень. Связь в виде гибкой нерастяжимой нити (каната, троса) препятствует удалению тела от точки подвеса. (рис. 1.3, *a*). Реакция связи $\vec{T}$,

равная натяжению нити, приложена к телу и направлена вдоль нити в сторону противоположную направлению, вдоль которого нить препятствует перемещению тела

Если опорой тела служит невесомый стержень с шарнирами на концах, то реакция прямолинейного стержня приложена к телу и направлена вдоль стержня. Направление реакции стержня противоположно направлению, по которому стержень препятствует перемещению тела.

Реакции невесомых стержней, удерживающих балку, изображённую на рис. 1.3, *b*, направлены исходя из предположения, что балка может перемещаться вниз. При этом стержни *AD* и *BE* сжаты, а стержень *CK* растянут.

Сферический шарнир. Связь в виде сферического шарнира не позволяет перемещать тело в пространстве, но допускает поворот в пространстве вокруг неподвижной точки. Реакция сферического шарнира может иметь любое направление в пространстве. При решении задач реакцию изображают ее составляющими. На рис. 1.4 реакция $\vec{R}_A$ сферического шарнира A разложена на составляющие $\vec{X}_A, \vec{Y}_A, \vec{Z}_A$ по направлениям координатных осей. Величина реакции сферического шарнира определяется по формуле: $R_A = \sqrt{X_A^2 + Y_A^2 + Z_A^2}$.

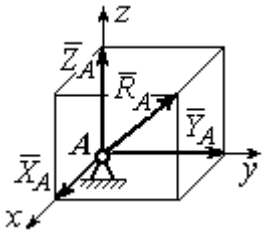


Рис. 1.4. Реакция сферического шарнира

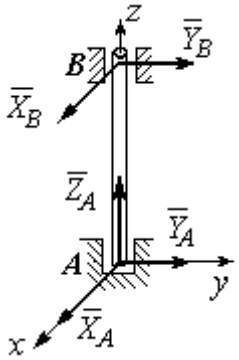


Рис. 1.5. Реакции подшипника и подпятника

Подшипник и подпятник. Подшипник представляет собой цилиндрический шарнир (рис. 1.5, подшипник *B*). Его реакция может иметь любое направление в плоскости, перпендикулярной оси шарнира. При решении задач реакция подшипника раскладывается на две составляющие. Например, на рис. 1.5 реакция $\vec{R}_B$ подшип-

ника *B* разложена на составляющие $\vec{X}_B, \vec{Y}_B$, параллельные координатным осям. Величина реакции подшипника определяется по формуле: $R_B = \sqrt{X_B^2 + Y_B^2}$.

Подпятник является цилиндрическим шарниром с упором. В задачах реакция подпятника обычно изображается векторами $\vec{X}_A, \vec{Y}_A, \vec{Z}_A$, представляющими разложение силы реакции подпятника по заданным направлениям координатных осей (см. рис. 1.5, подпятник *A*). Величина реакции подпятника определяется по формуле: $R_A = \sqrt{X_A^2 + Y_A^2 + Z_A^2}$.

Проекция силы на ось и на плоскость

Проекция силы на ось есть алгебраическая величина, равная произведению модуля силы на косинус угла между силой и положительным направлением оси. Если этот угол острый, проекция положительна, если тупой – отрицательна. Если сила перпендикулярна оси, её проекция на ось равна нулю.

Проекции сил $\vec{F}$, $\vec{Q}$, $\vec{P}$, изображённых на рис. 1.6, *a*, на ось *x*: $F_x = F\cos\alpha$, $Q_x = Q\cos\alpha_1 = -Q\cos\varphi$, $P_x = P\cos 90^\circ = 0$.

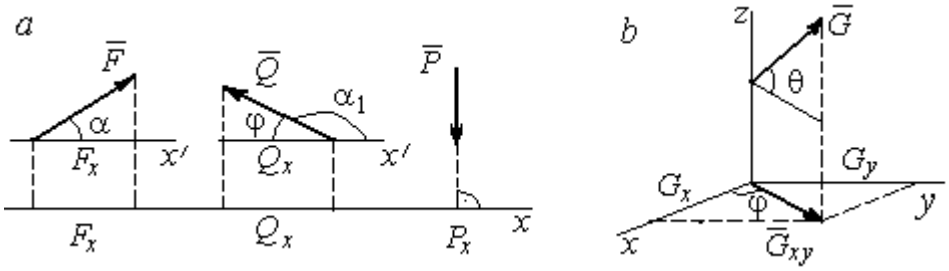


Рис. 1.6. Проекция силы на ось и на плоскость:
a – проекция силы на ось; *b* – проекция силы на плоскость

Проекцией силы на плоскость называется вектор, заключённый между проекциями начала и конца силы $\vec{G}$ на эту плоскость.

На рис. 1.6, *b* вектор $\vec{G}_{xy}$ является проекцией силы $\vec{G}$ на плоскость *xy*. По величине $G_{xy} = G\cos\theta$, где θ – угол между направлением силы $\vec{G}$ и её проек-

ции $\vec{G}_{xy}$. Проекции силы $\vec{G}$ на оси xyz: $G_x = G_{xy}\cos\varphi = G\cos\theta\cos\varphi$, $G_y = G_{xy}\sin\varphi = G\cos\theta\sin\varphi$, $G_z = G\sin\theta$.

1.2. Система сходящихся сил. Условия равновесия

Для равновесия **пространственной системы сходящихся сил** необходимо и достаточно, чтобы суммы проекций всех сил на каждую из трёх осей прямоугольной системы координат были равны нулю:

$$\sum F_{kx} = 0,\ \sum F_{ky} = 0,\ \sum F_{kz} = 0,$$

где F_{kx}, F_{ky}, F_{kz} – проекции всех сил на координатные оси.

Для равновесия **плоской системы сходящихся сил** необходимо и достаточно, чтобы суммы проекций всех сил на каждую из двух осей прямоугольной системы координат, расположенной в плоскости действия сил, были равны нулю: $\sum F_{kx} = 0$, $\sum F_{ky} = 0$, где F_{kx}, F_{ky} – проекции всех сил на координатные оси.

Примеры решения задач на равновесие сходящейся системы сил

Задача 1. Каток весом 20 кН удерживается на гладкой наклонной плоскости тросом, который одним концом закреплён на поверхности шара, а другим – на вертикальной стене (рис. 1.7). Угол наклона троса к вертикальной стене $\beta = 120°$. Угол наклона плоскости к горизонту $\alpha = 45°$. Определить силу давления катка на плоскость и натяжение троса.

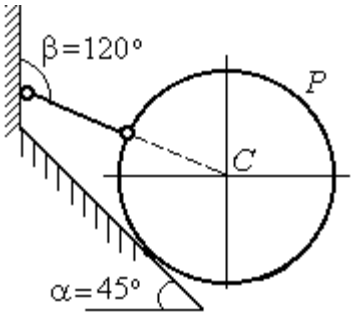


Рис. 1.7. Равновесие шара

Решение

При равновесии на каток действуют сила тяжести $\vec{P}$, реакция троса $\vec{N}$ и реакция опоры $\vec{R}$. Линии действия всех сил находятся в одной плоскости и пересекаются в центре шара. Направления реакций показаны на рис. 1.8.

Условия равновесия плоской сходящейся системы сил:

$$\sum F_{kx} = 0,\ \sum F_{ky} = 0.$$

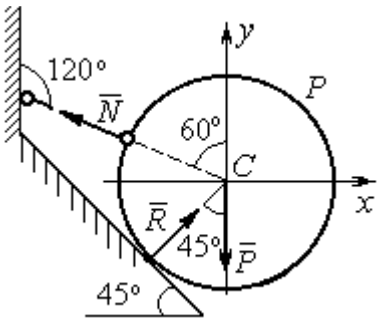


Рис. 1.8. Силы, действующие на каток, при его равновесии

Проведя оси координат, как показано на рис. 1.8, выразим условия равновесия в виде системы уравнений:

$$\sum F_{kx} = -N\cos 30^\circ + R\cos 45^\circ = 0;$$

$$\sum F_{ky} = N\cos 60^\circ + R\cos 45^\circ - P = 0.$$

Подставляя в уравнения исходные данные задачи, найдем: $N = 14{,}64$ кН, $R = 17{,}93$ кН.

Натяжение троса равно модулю его реакции. Сила давления катка на плоскость равна реакции опоры гладкой плоскости, но направлена в противоположную сторону.

Задача 2. Кронштейн состоит из невесомых стержней *AC* и *BC*, скрепленных друг с другом и с вертикальной стеной шарнирами, как показано на рис. 1.9. Стержень *BC* горизонтален, стержень *AC* составляет с горизонталью угол $\beta = 60^\circ$. К шарниру *C* прикреплены два троса, удерживающие грузы 1 и 2 весом $G_1 = 10$ кН и $G_2 = 12$ кН. Трос, удерживающий груз 1, вертикален, а другой перекинут через блок *D* так, что угол наклона участка троса *CD* к вертикали $\alpha = 60^\circ$. Определить реакции стержней *BC* и *AC*.

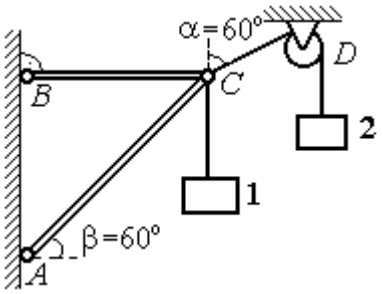


Рис. 1.9. Равновесие кронштейна

Решение

Рассмотрим равновесие узла *C*, в котором закреплены стержни и тросы. На узел *C* действуют реакции $\vec{T}_1$ и $\vec{T}_2$ тросов, натянутых грузами 1 и 2, и реакции $\vec{N}_1$ и $\vec{N}_2$ стержней *BC* и *AC* (рис. 1.10). Модули реакций тросов $\vec{T}_1$ и $\vec{T}_2$ равны весу грузов: $T_1 = G_1$, $T_2 = G_2$.

Плоская система сил ($\vec{T}_1$, $\vec{T}_2$, $\vec{N}_1$, $\vec{N}_2$) является сходящейся. Условия равновесия: $\sum F_{kx} = 0$, $\sum F_{ky} = 0$. Проведя оси координат xCy, как показано на рис. 1.10, и определяя проекции сил на оси, получим систему уравнений:

$$N_1 + N_2\cos 60^\circ - T_2\cos 30^\circ = 0;$$

$$N_2\cos 30^\circ + T_1 - T_2\cos 60^\circ = 0.$$

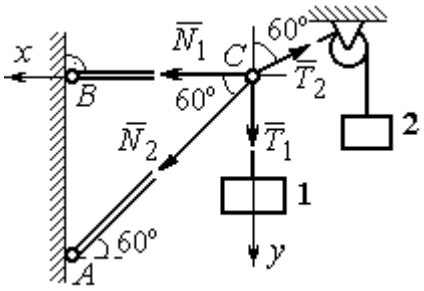


Рис. 1.10. Силы, действующие на узел *C* при его равновесии

Подставим в уравнения исходные данные задачи. С учётом того, что $T_1 = G_1 = 10$ кН, $T_2 = G_2 = 12$ кН, найдём значения реакций: $N_1 = 12{,}7$ кН, $N_2 = -4{,}62$ кН. Отрицательная величина N_2 означает, что вектор $\vec{N}_2$ реакции стержня *AC* направлен в противоположную сторону.

Задача 3. Груз весом $P = 20$ кН поднимается стержневым краном *ABC* посредством каната, перекинутого через блоки *B* и *D* (рис. 1.11). Блок *B* установлен в месте шарнирного соединения невесомых стержней *AB* и *BC*, блок *D* укреплён так, что участок троса *DB* составляет с вертикалью угол $\beta = 60^\circ$. Стержни *AB* и *BC* соединены со стенками шарнирами. Конец троса, несущий груз *P*, переброшен через блок *E* и на отрезке *BE* составляет с вертикалью угол $\alpha = 30^\circ$. Пренебрегая трением в блоке и размерами блока *B*, определить усилия в стержнях *AB* и *BC* при равновесии груза.

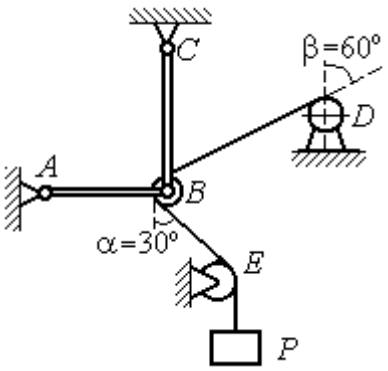


Рис. 1.11. Равновесие стержневой конструкции

Решение

Рассмотрим равновесие блока *B* вместе с отрезками нити *BE* и *BD*. Освободим блок *B* от связей и заменим их реакциями.

Рассматривая блок и отрезок нити как одно целое, можно не учитывать силы взаимного давления нити и блока. На блок действует реакция $\vec{T}$ нити *BD*, приложенная в точке *D*, численно равная весу груза *P*, реакция $\vec{T}'$ нити *BE*, приложенная в точке *E* и также численно равная весу груза *P* и реакции стержней $\vec{N}_1$, $\vec{N}_2$ (см. рис. 1.12).

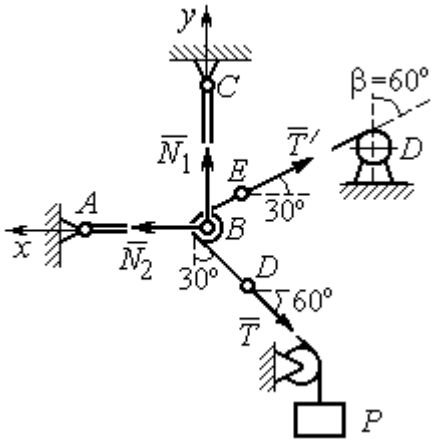


Рис. 1.12. Силы, действующие на блок *B*, при его равновесии

Пренебрегая размерами блока, можно считать систему сил сходящейся. Проведём координатные оси, как показано на рис. 1.12, и выразим условия равновесия плоской сходящейся системы сил в виде системы уравнений:

$$\sum F_{kx} = N_2 - T'\cos 30^\circ - T\cos 60^\circ = 0;\ \sum F_{ky} = N_1 + T'\cos 60^\circ - T\cos 30^\circ = 0.$$

Решая полученную систему уравнений с учётом, что $T' = T = P$ = 20 кН, получим: N_1 = 7,32 кН, N_2 = 27,32 кН.

Задача 4. Шахта ориентируется в вертикальной плоскости с помощью несвободного проволочного отвеса *CBDP*, натянутого грузом весом *P* = 50 Н (рис. 1.13).

Определить натяжения частей отвеса *CB*, *BD*, *DP* и натяжения оттяжек *BA* и *DE*, если угол отклонения оттяжки *BC* от горизонтали $\alpha = 60^\circ$, а отклонение средней части отвеса *BD* от вертикали $\beta = 4^\circ$. Весом проволоки отвеса пренебречь.

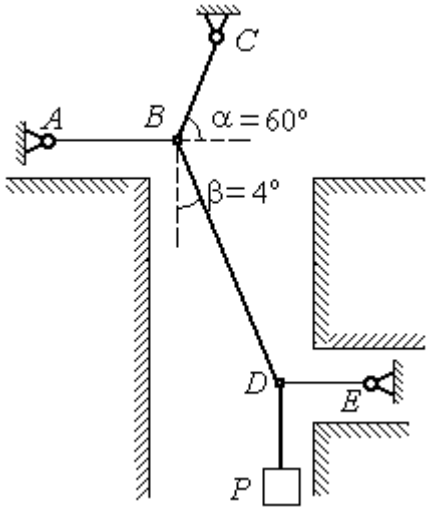


Рис. 1.13. Схема отвеса

Решение

Рассмотрим равновесие узла *D*, в котором сходятся три силы – реакция $\vec{S}$ средней части отвеса, реакция $\vec{T}_E$ оттяжки *DE* и реакция $\vec{T}_P$ отвеса на участке

DP, равная весу груза $T_P = P$ (рис. 1.14). Выберем оси координат *xDy*, как показано на рис. 1.14, и составим уравнения равновесия узла *D:*

$$\sum F_{kx} = S\cos 86^\circ - T_E = 0\,; \;\; \sum F_{ky} = S\cos 4^\circ - T_P = 0\,.$$

Из второго уравнения с учётом, что натяжение отвеса на участке *DP* $T_P = P =$ 50 Н, находим натяжение S на среднем участке отвеса: $S = \dfrac{T_P}{\cos 4^\circ} = 50{,}12$ Н. Из первого уравнения находим натяжение $T_E = S\cos 86^\circ = 3{,}49$ Н.

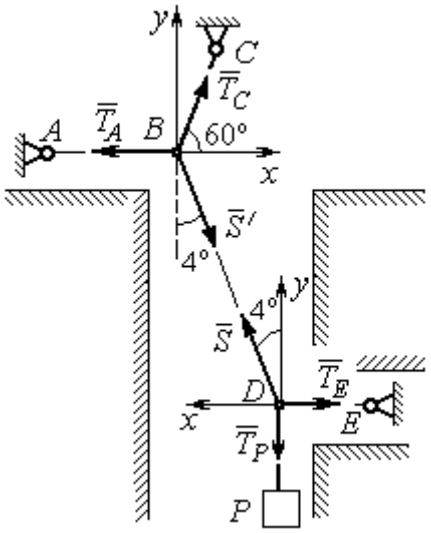


Рис.1.14. Силы, действующие в узлах *B* и *D* при равновесии отвеса

Теперь рассмотрим равновесие узла *B*, на который действуют реакция $\vec{T}_A$ оттяжки *BA*, реакция $\vec{T}_C$ верхней части отвеса *BC* и реакция $\vec{S}'$ средней части отвеса. Вектор силы $\vec{S}'$ противоположен направлению вектора $\vec{S}$: $\vec{S}' = -\vec{S}$, а численно (по принципу равенства действия и противодействия) они равны $S' = S$ (см. рис. 1.14). Выберем оси координат *xBy*, как показано на рис. 1.14, и составим уравнения равновесия узла *B:*

$$\sum F_{kx} = T_C\cos 60^\circ + S'\cos 86^\circ - T_A = 0\,; \quad \sum F_{ky} = T_C\cos 30^\circ - S'\cos 4^\circ = 0\,.$$

Находим натяжение отвеса на верхнем участке *BC* и натяжение T_A оттяжки *BA*: $T_C = \dfrac{S'\cos 4^\circ}{\cos 30^\circ} = 57{,}73$ Н; $T_A = T_C\cos 60^\circ + S'\cos 86^\circ = 32{,}36$ Н.

Задача 5. Груз *P* = 20 кН удерживается двумя стержнями *AC*, *AD* одинаковой длины и цепью *AB*, скреплённых в точке *A*, так, что плоскость треугольника *ADC* горизонтальна (рис. 1.15). Цепь *BA* отклонена от вертикальной стены на угол $\beta = 60^\circ$ и расстояние *CE* = *ED.* Трос закреплён одним концом в точке *A*, а другой его конец, несущий груз, переброшен через блок *K* так, что отрезок

троса *АК* находится в плоскости, параллельной плоскости стены, и составляет с горизонтом угол $\alpha = 30^\circ$. Крепления стержней шарнирные. Углы у оснований стержней $\angle DCA = \angle CDA = 60^\circ$. Определить реакции стержней и натяжение цепи. Весами стержней пренебречь.

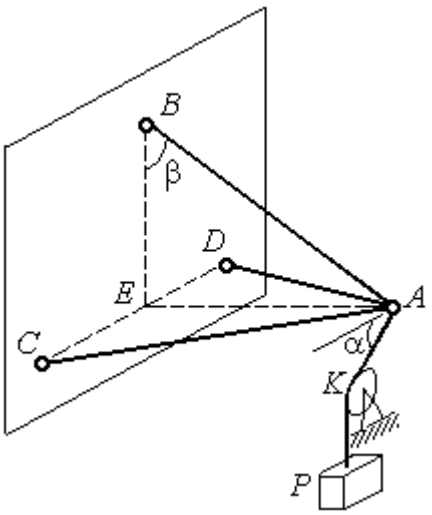


Рис. 1.15. Конструкция пространственного кронштейна

Решение

Рассмотрим равновесие узла *А*. Освобождаем узел от связей, заменяя действие связей реакциями. Реакции стержней $\vec{S}_D$ и $\vec{S}_C$ направлены по стержням, реакция цепи $\vec{S}_B$ направлена вдоль линии натянутой цепи (рис. 1.16). Реакция троса $\vec{T}$ направлена вдоль троса по линии *АК* и численно равна весу груза: $T = P$. Направления реакций выбраны в предположении, что стержни и цепь растянуты.

Выберем систему координат, как показано на рис. 1.16. На узел *А* действует пространственная сходящаяся система сил.

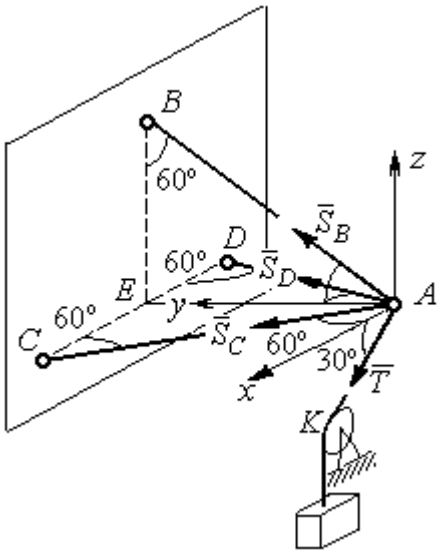


Рис. 1.16. Силы, действующие на узел *А*, при его равновесии

Условия равновесия пространственной сходящейся системы сил $\sum F_{kx} = 0$, $\sum F_{ky} = 0$, $\sum F_{kz} = 0$, где F_{kx}, F_{ky}, F_{kz} – проекции всех сил на координатные оси. Составляем уравнения равновесия:

$$\sum F_{kx} = S_C \cos 60^\circ - S_D \cos 60^\circ + T \cos 30^\circ = 0;$$

$$\sum F_{ky} = S_C \cos 30^\circ + S_D \cos 30^\circ + S_B \cos 30^\circ = 0; \quad \sum F_{kz} = S_B \cos 60^\circ - T \cos 60^\circ = 0.$$

Решая эту систему, находим $S_B = T = P = 20$ кН; $S_C = -27{,}32$ кН; $S_D = 7{,}32$ кН. Знак минус величины S_C показывает, что реакция стержня AC имеет обратное направление. Натяжение цепи равно модулю реакции $\vec{S}_B$.

Задача 6. Подъёмное устройство (рис. 1.17) состоит из двух стержневых опор DB и DA и растяжки DC, соединённых в точке D. В точке D к устройству прикреплена вертикальная нить, удерживающая груз весом $P = 50$ кН.

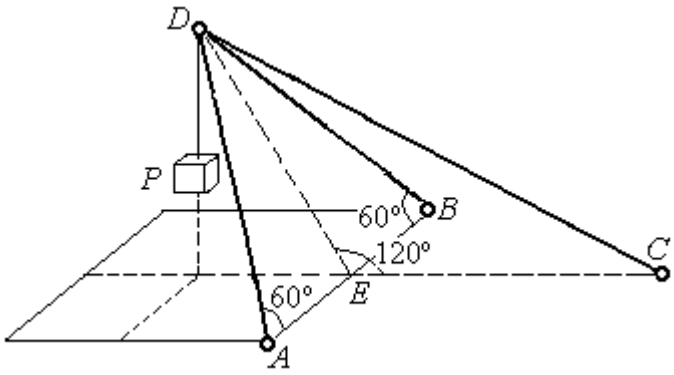


Рис. 1.17. Конструкция подъёмного устройства

Определить реакцию стержневых опор и усилие в растяжке подъёмного устройства, если крепления стержней шарнирные, угол $\angle DEC = 120^\circ$, $AE = EB$, $DE = EC$, а углы в основании опор $\angle DAB = \angle DBA = 60^\circ$.

Решение

Рассматриваем равновесие узла D. Освобождаем узел от связей, заменяя действие связей реакциями. Реакции стержней $\vec{S}_A$, $\vec{S}_B$, $\vec{S}_C$ направлены по стержням, реакция нити $\vec{T}$, численно равная весу тела, направлена вдоль нити (рис. 1.18). Направление реакций выбрано в предположении, что все стержни растянуты.

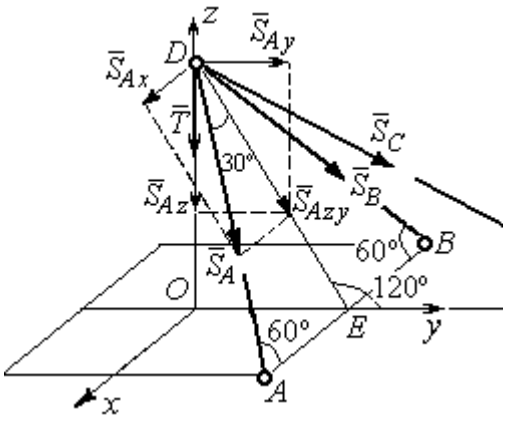


Рис. 1.18. Силы, действующие на узел D, при его равновесии

На узел D действует пространственная сходящаяся система сил. Выберем систему координат $Oxyz$, как показано на рис. 1.18, и составим уравнения равновесия. Заметим, что при определении проекции си-

лы $\vec{S}_A$ на оси координат следует вначале получить её проекции $\vec{S}_{Ax}$ на ось Ox и $\vec{S}_{Azy}$ – на плоскость Oyz, а затем найти проекции силы $\vec{S}_{Azy}$ на оси Oy и Oz. На рис. 1.18 показана последовательность вычисления проекций силы $\vec{S}_A$ на оси координат: $S_{Ax} = S_A\cos60^\circ$, $S_{Ay} = S_{Azy}\cos60^\circ = S_A\cos30^\circ\cos60^\circ$, $S_{Az} = -S_{Azy}\cos30^\circ = -S_A\cos^2 30^\circ$. Определение проекций силы $\vec{S}_B$ производится аналогично. Сила $\vec{S}_C$ расположена в плоскости Oyz и имеет своими проекциями $S_{Cy} = S_C\cos30^\circ$, $S_{Cz} = -S_C\cos60^\circ$. В результате уравнения равновесия узла D принимают вид

$$\sum F_{ky} = S_A\cos30^\circ\cos60^\circ + S_B\cos30^\circ\cos60^\circ + S_C\cos30^\circ = 0;$$

$$\sum F_{kx} = S_A\cos60^\circ - S_B\cos60^\circ = 0;$$

$$\sum F_{kz} = -S_A\cos^2 30^\circ - S_B\cos^2 30^\circ - S_C\cos60^\circ - T = 0.$$

Решая систему, получим: $S_A = S_B = -50$ кН, $S_C = 50$ кН.

Отрицательные значения S_A и S_B означают, что реакций стержней AD и DB направлены в противоположную сторону. В результате стержни AD и DB сжаты, а стержень DC растянут.

1.3. Произвольная плоская система сил

Система сил, расположенных в одной плоскости, называется **плоской системой сил.**

Алгебраическим моментом $M_O(\vec{F})$ силы $\vec{F}$ относительно центра O, или просто **моментом силы** $\vec{F}$ относительно центра, называют взятое с соответствующим знаком произведение модуля силы $\vec{F}$ и кратчайшего расстояния h от центра до линии действия силы (рис. 1.19, *а*): $M_O(\vec{F}) = \pm Fh$. Величину h называют **плечом силы.** Единица измерения момента – Н·м. Момент считается положительным, если сила $\vec{F}$ стремится повернуть тело вокруг центра в

направлении против хода часовой стрелки, и отрицательным – в обратном случае.

На рис. 1.19, *b* показаны знаки моментов сил $\vec{F}$ и $\vec{Q}$ относительно центра *O*: $M_O(\vec{F}) = +Fh_2$, $M_O(\vec{Q}) = -Qh_1$. Момент силы $\vec{R}$ относительно центра *O* равен нулю: $M_O(\vec{R}) = 0$, так как плечо силы равно нулю.

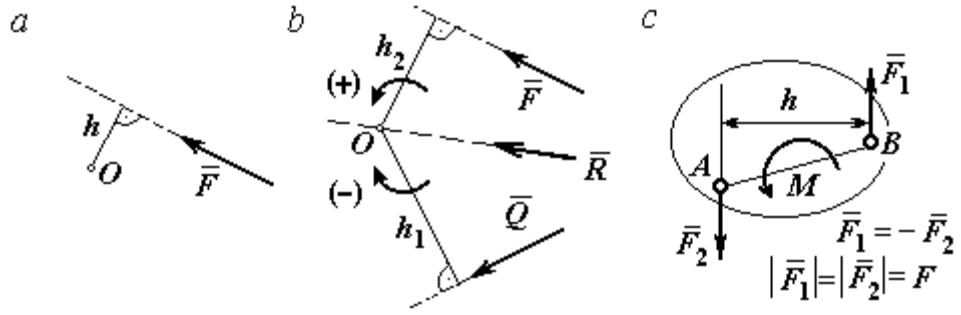


Рис. 1.19. Схемы к вычислению момента силы:
a, *b* – момент силы относительно центра; *c* – момент пары сил

Парой сил, или просто парой (рис.1.19, *c*), называют систему двух равных по модулю сил, параллельных, направленных в противоположные стороны и не лежащих на одной прямой. **Плечом пары** называют кратчайшее расстояние между линиями действия ее сил. Алгебраическим моментом пары сил, или **моментом пары,** называют взятое со знаком плюс или минус произведение модуля одной из сил пары и плеча пары. Правило знаков такое же, как и для момента силы. Пара сил, показанная на рис. 1.19, *c*, имеет плечо *h* и момент *M*: $M = F_1 h = F_2 h$. Поскольку пара сил характеризуется только ее моментом, на схемах пару часто изображают дуговой стрелкой, показывающей направление поворота твердого тела под действием пары (см. *M* на рис. 1.19, *c*).

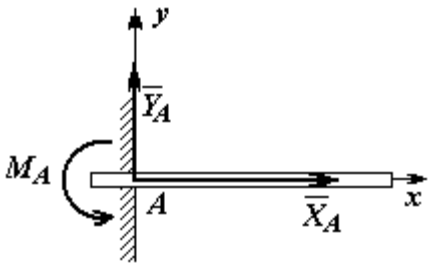


Рис. 1.20. Реакция жесткой заделки

Жесткая заделка. Такая связь (рис. 1.20) препятствует не только линейным перемещениям тела, но и повороту. Реакция жесткой заделки состоит из силы

реакции $\vec{R}_A$ и пары сил с моментом M_A. Силу реакции жесткой заделки $\vec{R}_A$ изображают ее составляющими $\vec{X}_A$ и $\vec{Y}_A$, направленными вдоль координатных осей (см. рис. 1.20). Величина силы реакции $\vec{R}_A$ определяется по формуле: $R_A = \sqrt{X_A^2 + Y_A^2}$.

При вычислении моментов сил часто применяют **теорему Вариньона** о том, что момент равнодействующей системы сил относительно любого центра равен сумме моментов всех сил этой системы относительно того же центра. На рис. 1.21 показана схема применения теоремы Вариньона. Силу $\vec{F}$ раскладываем на составляющие $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$, направленные вдоль координатных осей так, что имеет место равенство $\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$. Численно составляющие $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_2$ равны проекциям силы $\vec{F}$ на координатные оси: $F_1 = F\cos\alpha$, $F_2 = F\sin\alpha$. Для каждой из составляющих находим плечи h_1 и h_2 относительно центра *O*. Тогда (с учётом знаков) момент силы $\vec{F}$ относительно центра *O*: $M_O(\vec{F}) = M_O(\vec{F}_1) + M_O(\vec{F}_2) = F_1 h_1 + F_2 h_2$.

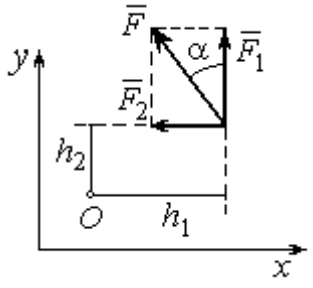


Рис.1.21. Применение теоремы Вариньона

Распределённая нагрузка. Силы, приложенные непрерывно вдоль некоторой поверхности, называются **распределенными**. Распределённая нагрузка характеризуется интенсивностью *q*. Интенсивность нагрузки, равномерно распределённой вдоль прямой, измеряется в Н/м. На рис. 1.22 приведена плоская система сил, равномерно распределённых вдоль прямой. Равнодействующая $\vec{Q}$ сил, равномерно распределённых вдоль прямой, приложена в середине отрезка действия распределённой нагрузки и по модулю равна про-

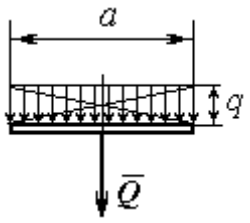


Рис. 1.22. Нагрузка, равномерно распределённая по прямой

изведению интенсивности нагрузки на длину её действия: $Q = qa$, где a – длина отрезка действия распределённой нагрузки.

Основная форма условий равновесия плоской системы сил. Для равновесия плоской системы сил необходимо и достаточно, чтобы суммы проекций всех сил на каждую из двух осей прямоугольной системы координат, расположенной в плоскости действия сил, были равны нулю и сумма моментов сил относительно любого центра, находящегося в плоскости действия сил, была равна нулю:

$$\sum F_{kx} = 0, \ \sum F_{ky} = 0, \ \sum M_A(\vec{F}_k) = 0,$$

где F_{kx}, F_{ky} – проекции всех сил на координатные оси; $M_A(\vec{F}_k)$ – моменты всех сил относительно произвольно выбранного центра A.

Примеры решения задач на равновесие произвольной плоской системы сил

Задача 7. Однородная балка *AB* весом *P* = 100 кН прикреплена к стене шарниром *A* (рис.1.23). Балка удерживается под углом 60° к вертикали при помощи троса, прикреплённого к балке в точке *B*, перекинутого через блок *D* и несущего груз *Q*. Участок троса *DB* образует с вертикалью угол 30°. В точке *C* к балке подвешен груз *G* весом *G* = 200 кН. Определить вес груза *Q*, удерживающий балку в равновесии, и реакцию шарнира *A*, пренебрегая трением в блоке, если расстояние $BC = 0{,}25BA$.

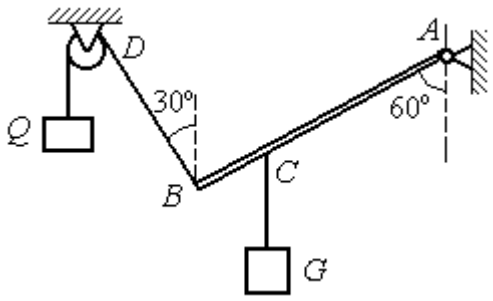


Рис. 1.23. Равновесие балки

Решение

Объектом равновесия является балка *AB*. На балку действуют сила тяжести $\vec{P}$, приложенная в середине отрезка *AB*, реакция шарнира *A*, представлен-

ная в виде двух составляющих $\vec{X}_A$ и $\vec{Y}_A$, направленных вдоль координатных осей, реакция $\vec{T}_1$ нити, удерживающей груз *Q*, и реакция $\vec{T}_2$ нити, удерживающей груз *G*. Направления сил и реакций связей показаны на рис. 1.24.

Силы – $\vec{T}_1$, $\vec{T}_2$, $\vec{P}$, $\vec{X}_A$, $\vec{Y}_A$, действующие на балку, составляют произвольную плоскую систему. Условия равновесия произвольной плоской системы сил:

$$\sum F_{kx} = 0\,;\ \sum F_{ky} = 0\,;\ \sum M_A(\vec{F}_k) = 0\,.$$

Выберем систему координат *xAy,* как показано на рис. 1.24.

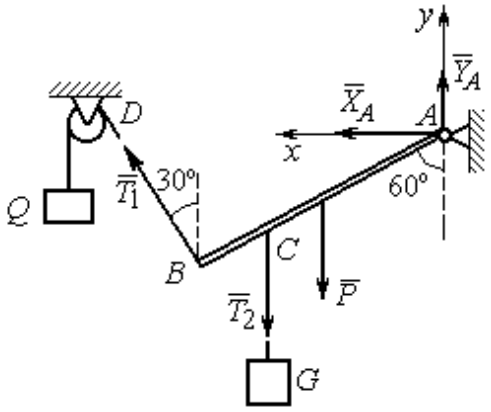


Рис. 1.24. Внешние силы и реакции связей при равновесии балки

Первые два уравнения равновесия имеют вид

$$\sum F_{kx} = X_A + T_1\cos 60^\circ = 0;$$

$$\sum F_{ky} = Y_A + T_1\cos 30^\circ - T_2 - P = 0.$$

Выберем центром точку *A* и будем вычислять моменты сил относительно этого центра. Обозначим (для удобства записи) длину $AB = \ell$. Условие равновесия балки в форме равенства нулю суммы моментов сил относительно центра *A* имеет вид

$$\sum M_A(\vec{F}_k) = -T_1\ell + T_2\frac{3}{4}\ell\cos 30^\circ + P\frac{1}{2}\ell\cos 30^\circ = 0.$$

Подставим данные из условия задачи, с учётом, что реакция нити, удерживающей груз *Q*, по модулю равна весу этого груза: $T_1 = Q$, а реакция нити, удерживающей груз *G*, численно равна весу груза *G*: $T_2 = G$.

Получим систему уравнений:

$$X_A + Q\cdot 0{,}5 = 0,\ \ Y_A + Q\cdot 0{,}866 - 300 = 0,\ \ -Q + 173{,}2 = 0.$$

Решая систему, найдём $Q = 173{,}2$ кН, $X_A = -86{,}6$ кН, $Y_A = 150{,}01$ кН.

Задача 8. Рама *ACE* (рис. 1.25, *a*) в точке *A* закреплена на цилиндрической шарнирной опоре, а в точке *B* поддерживается вертикальным невесомым стержнем *BK*. На раму действуют: пара сил с моментом $M = 8$ кН·м, сила $\vec{F}$, равная по модулю $F = 10$ кН, приложенная в точке *D* под углом 60° к раме, и равномерно распределенная на отрезке *AB* нагрузка интенсивностью $q = 2$ кН/м. В точке *E* под прямым углом к отрезку *CE* рамы прикреплен трос, перекинутый через блок и несущий груз $P = 20$ кН.

Пренебрегая весом балки, определить реакцию шарнира *A* и реакцию стержневой опоры *BK*, если $a = 2$ м.

Решение

Рассмотрим равновесие рамы *ACE*. Выбираем систему координат *xAy*, например, как показано на рис. 1.25, *b*.

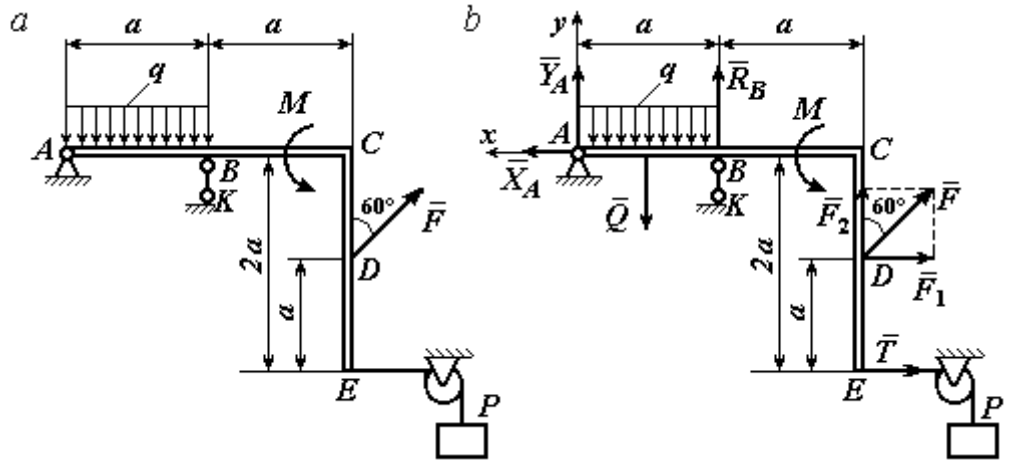


Рис. 1.25. Равновесие рамы:
a – конструкция и нагрузка рамы; *b* – внешние силы и реакции связей при равновесии рамы

Заменяем действие связей их реакциями. Изображаем реакцию $\vec{R}_A$ шарнира *A* двумя ее составляющими $\vec{X}_A$ и $\vec{Y}_A$, направленными, соответственно, вдоль горизонтальной оси *Ax* и вертикальной *Ay*. Реакция $\vec{R}_B$ невесомой стержневой опоры *BK* приложена в точке *B* и направлена вдоль стержня *BK*. Действие груза *P* на раму изображается реакцией троса $\vec{T}$, модуль которой ра-

вен весу груза $T = P$. Заменяем распределенную нагрузку её равнодействующей $\vec{Q}$. Сила $\vec{Q}$ приложена в середине отрезка AB и численно равна: $Q = qa = 2 \cdot 2 = 4$ кН. На рис. 1.25, *b* показано направление внешних сил и реакций при равновесии рамы. Направление реакции стержневой опоры *BK* выбрано в предположении, что стержень сжимается.

При равновесии рамы *ACE* действующие на неё силы составляют уравновешенную произвольную плоскую систему сил ($\vec{Q}, \vec{F}, \vec{X}_A, \vec{Y}_A, \vec{R}_B, \vec{T}, M$) ~ 0. Условия равновесия имеют вид $\sum F_{kx} = 0$; $\sum F_{ky} = 0$; $\sum M_A(\vec{F}_k) = 0$. Вычисляя проекции сил на оси *Ax*, *Ay*, первые два уравнения из условий равновесия получим в виде:

$$\sum F_{kx} = X_A - F\cos 30^\circ - T = 0; \quad \sum F_{ky} = Y_A - Q + R_B + F\cos 60^\circ = 0. \qquad (1.1)$$

При составлении третьего уравнения моменты сил будем вычислять относительно центра *A*. В этом случае линии действия сил $\vec{X}_A$ и $\vec{Y}_A$, составляющих реакцию шарнира *A*, проходят через центр *A*, плечи сил равны нулю, и, следовательно, моменты этих сил относительно данного центра равны нулю: $M_A(\vec{X}_A) = 0$, $M_A(\vec{Y}_A) = 0$.

При определении момента силы $\vec{F}$ удобнее воспользоваться теоремой Вариньона. С этой целью представим вектор силы $\vec{F}$ как равнодействующую двух сил $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_2$, параллельных осям *Ax* и *Ay*: $\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$ (см. рис. 1.25, *b*). Величины сил $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_2$ определяются как проекции силы *F* на оси координат: $F_1 = F\cos 30^\circ$, $F_2 = F\cos 60^\circ$. По теореме Вариньона момент силы $\vec{F}$ относительно центра *A* равен сумме моментов сил $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_2$ относительно того же центра *A*: $M_A(\vec{F}) = M_A(\vec{F}_1) + M_A(\vec{F}_2) = F_1 \cdot a + F_2 \cdot 2a$.

В результате уравнение равновесия в форме моментов имеет вид

$$\sum M_A(\vec{F}_k) = -Q \cdot 0{,}5a + R_B a + M + F\cos 60^\circ \cdot 2a + F\cos 30^\circ \cdot a + T2a = 0. \qquad (1.2)$$

Подставляя в уравнения равновесия (1.1), (1.2) численные значения из условий задачи, получим систему уравнений относительно неизвестных X_A, Y_A, R_B. Решая эту систему, найдем: X_A= 28,66 кН; Y_A= 59,66 кН; R_B = – 60,66 кН.

Отрицательное значение величины R_B означает, что фактическое направление реакции $\vec{R}_B$ стержневой опоры BK противоположно направлению, показанному на рис. 1.25, *b*, т. е. стержень BK растягивается. Реакция шарнирной опоры *A* – сила $\vec{R}_A$ – находится как геометрическая (векторная) сумма сил $\vec{X}_A$ и $\vec{Y}_A$. Величина реакции $R_A = \sqrt{X_A^2 + Y_A^2} = \sqrt{28{,}66^2 + 59{,}66^2} = 66{,}18$ кН.

Задача 9. Прямоугольная рама *ABCED* (рис. 1.26) в точке *A* закреплена жёсткой заделкой. В точке *E* к раме прикреплена нить, составляющая угол 60º к горизонту. Другой конец нити, переброшенный через невесомый блок, несёт груз весом *P* = 15 кН. На раму действуют: пара сил с моментом M = 12 кН·м, сила $\vec{F}$, равная по модулю *F* = 10 кН, приложенная в точке *C* под углом 30° к горизонтальному участку рамы *BE*, и равномерно распределенная на отрезке *BC* нагрузка интенсивностью *q* = 2 кН/м. В точке *D* под углом 60° к горизонту на раму действует сила $\vec{G}$, численно равная 20 кН.

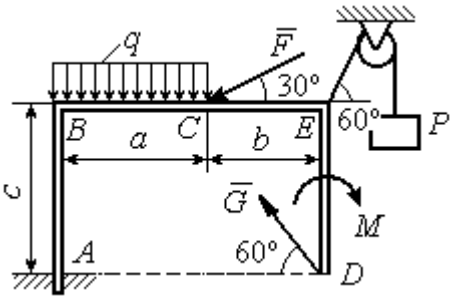


Рис. 1.26. Конструкция рамы

Пренебрегая весом рамы, определить реакцию жесткой заделки в точке *A*, если размеры рамы: *a* = 2 м, *b* = 1 м, *c* = 5 м.

Решение

Объектом равновесия является рама *ABCED.* Связями в данной конструкции являются жесткая заделка рамы в точке *A* и нить, натянутая грузом *P.* Заменяем действие связей их реакциями. Изображаем реакцию жесткой заделки в точке *A* в виде силы, которую представим двумя ее составляющими $-\vec{X}_A$ и

$\vec{Y}_A$, и парой сил с моментом M_A (рис. 1.27). Реакция нити $\vec{T}$, приложенная к раме в точке *E*, направлена вдоль нити и численно равна весу груза $T = P$. Заменяем распределенную нагрузку её равнодействующей $\vec{Q}$. Сила $\vec{Q}$ приложена в середине отрезка *AB* и численно равна: $Q = qa = 4$ кН.

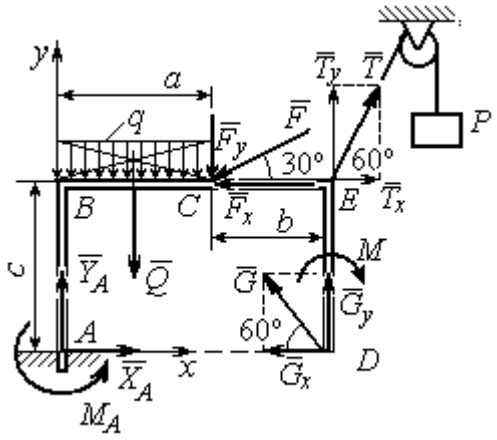


Рис. 1.27. Внешние силы и реакции связей при равновесии рамы

Действующие на раму силы составляют уравновешенную произвольную плоскую систему сил: $(\vec{Q}, \vec{F}, \vec{X}_A, \vec{Y}_A, \vec{G}, \vec{T}, M) \sim 0$. Условия равновесия для такой системы сил: $\sum F_{kx} = 0$; $\sum F_{ky} = 0$; $\sum M_A(\vec{F}_k) = 0$.

Выбираем систему координат *xAy*, например, как показано на рис. 1.27, и составляем уравнения равновесия:

$$\sum F_{kx} = X_A - F\cos 30^\circ + T\cos 60^\circ - G\cos 60^\circ = 0; \quad (3)$$

$$\sum F_{ky} = Y_A - Q - F\cos 60^\circ + T\cos 30^\circ + G\cos 30^\circ = 0. \quad (4)$$

Моменты сил будем вычислять относительно центра *A*. В этом случае моменты сил $\vec{X}_A$ и $\vec{Y}_A$ равны нулю: $M_A(\vec{X}_A) = 0$; $M_A(\vec{Y}_A) = 0$.

При определении момента силы $\vec{F}$ удобно воспользоваться теоремой Вариньона. С этой целью представим вектор силы $\vec{F}$ как равнодействующую двух сил $\vec{F}_x$ и $\vec{F}_y$, параллельных осям *Ax* и *Ay*: $\vec{F} = \vec{F}_x + \vec{F}_y$ (см. рис. 1.27). Величины сил $\vec{F}_x$ и $\vec{F}_y$ определяются как проекции силы $\vec{F}$ на оси координат: $F_x = F\cos 30^\circ$, $F_y = F\cos 60^\circ$. Плечо вектора силы $\vec{F}_x$ относительно центра *A* равно *c* (как длина перпендикуляра, проведённого из центра *A* на линию действия силы $\vec{F}_x$), плечом силы $\vec{F}_y$ является расстояние *a*. По теореме Вариньона

момент силы $\vec{F}$ относительно центра A равен алгебраической сумме моментов сил $\vec{F}_x$ и $\vec{F}_y$ относительно того же центра:

$$M_A(\vec{F}) = M_A(\vec{F}_x) + M_A(\vec{F}_y) = F_x \cdot c - F_y \cdot a = F\cos 30^\circ \cdot c - F\cos 60^\circ \cdot a .$$

Аналогично вычисляем моменты сил $\vec{G}$ и $\vec{T}$: $M_A(\vec{G}) = G\cos 30^\circ \cdot (a+b)$; $M_A(\vec{T}) = -T\cos 60^\circ \cdot c + T\cos 30^\circ \cdot (a+b)$. В результате уравнение моментов имеет вид:

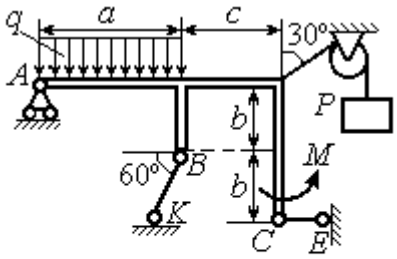
$$\sum M_A(\vec{F}_k) = F\cos 30^\circ \cdot c - F\cos 60^\circ \cdot a - T\cos 60^\circ \cdot c + T\cos 30^\circ \cdot (a+b) +$$

$$+ G\cos 30^\circ \cdot (a+b) - Q\frac{a}{2} - M + M_A = 0. \qquad (1.5)$$

Подставляя в уравнения равновесия (1.3) – (1.5) численные значения из условий задачи, получим систему уравнений относительно неизвестных X_A, Y_A, M_A, откуда найдём значения реакций: X_A= 11,16 кН; Y_A= –21,31 кН; M_A = –70,73 Н·м. Знаки показывают, что составляющая $\vec{Y}_A$ силы реакции жёсткой заделки и момент реакции M_A направлены в противоположную сторону. Величина силы реакции жесткой заделки $R_A = \sqrt{X_A^2 + Y_A^2}$ = 24,05 кН.

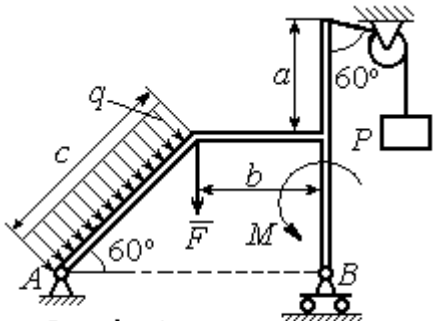
Упражнения

Упражнение 1.1



a = 3 м, b = 1 м, c = 2 м,
P = 15 кН, M = 3 кНм, q = 5 кН/м.
Найти реакцию стержней BK, CE
и реакцию шарнира A

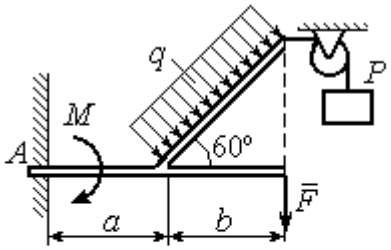
Упражнение 1.2



a = 2 м, b = 1 м, c = 3 м,
M = 3 кНм, q = 3 кН/м,
P = 2 кН, F = 4 кН.
Найти реакцию шарниров A и B

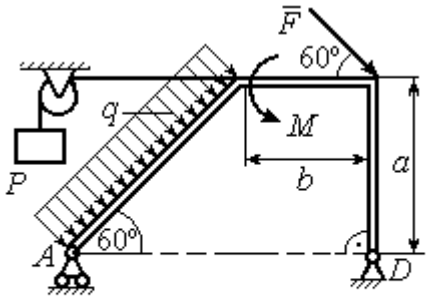
Рис. 1.28. Задания для самостоятельного решения. Упражнения 1.1, 1.2

Упражнение 1.3



$a = 1$ м, $b = 2$ м, $F = 2$ кН,
$P = 3$кН, $M = 3$ кН·м,
$q = 2$ кН/м
Найти реакцию жесткой заделки

Упражнение 1.4



$a = 3$ м, $b = 1$ м, $P = 2$ кН, $F = 3$ кН,
$M = 3$ кН·м, $q = 2$ кН/м.
Найти реакцию шарниров A и D

Рис. 1.29. Задания для самостоятельного решения. Упражнения 1.3, 1.4

1.4. Равновесие систем тел

Связи, соединяющие части конструкции, называются **внутренними** в отличие от **внешних** связей, скрепляющих конструкцию с внешними телами, не входящими в данную конструкцию.

Одним из способов решения задач на равновесие сил, действующих на сочленённую конструкцию, является **разбиение конструкции на отдельные тела** и составление уравнений равновесия для каждого из тел, входящих в конструкцию. В уравнения равновесия будут входить только силы, непосредственно приложенные к телу, равновесие которого рассматривается. **При этом реакции внутренних связей, приложенные к разным телам, будут попарно равны по модулю и противоположны по направлению.**

Примеры решения задач на равновесие систем тел

Задача 10. Диск весом Q = 100 кН опирается на вертикальную стенку и на наклонную балку AB. На диск действует сила $\vec{F}$, равная по величине 50 кН (рис. 1.30). Линия действия силы $\vec{F}$ проходит через центр диска под углом 30º к его вертикальному диаметру.

Однородная балка AB весом $G = 80$ кН закреплена в точке A шарнирно и удерживается под углом 60º к стене при помощи вертикального троса, один конец которого закреплён на балке в точке B, а другой – переброшен через блок и несёт груз весом P. Определить давление диска на стенку и на балку, реакцию шарнира A и вес груза P, удерживающий конструкцию в равновесии, если длина балки AB $\ell = 6$ м, радиус диска $r = 1$ м.

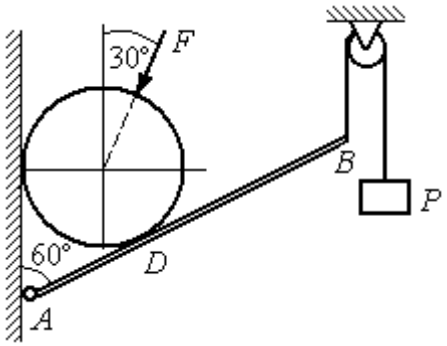


Рис. 1.30. Равновесие составной конструкции

Решение

Объект равновесия включает балку и диск и представляет собой составную конструкцию. Опора диска на балку в точке D является внутренней связью конструкции. Рассмотрим равновесие диска и балки отдельно.

Освобождаем диск от связей. На диск действует сила веса $\vec{Q}$, сила $\vec{F}$ и реакции $\vec{N}$ и $\vec{R}$ опор диска на стену в точке K и на балку в точке D (рис. 1.31). Силы, приложенные к диску, составляют плоскую систему сходящихся сил. Выберем систему координат, как показано на рис. 1.31, и составим уравнения равновесия:

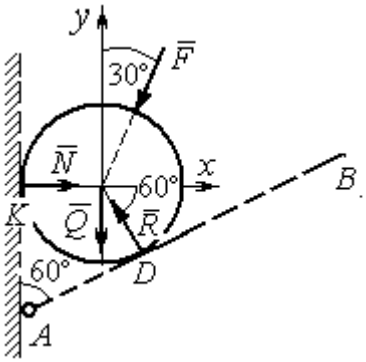


Рис. 1.31. Внешние силы и реакции связей при равновесии диска

$$\sum F_{kx} = -F\cos 60^\circ - R\cos 60^\circ + N = 0; \quad (1.6)$$

$$\sum F_{ky} = -F\cos 30^\circ + R\cos 30^\circ - Q = 0. \quad (1.7)$$

Рассмотрим равновесие балки AB (рис. 1.32).

На балку действуют сила тяжести $\vec{G}$, реакция шарнира A, (на рис. 1.32 показано её разложение на составляющие $\vec{X}_A$ и $\vec{Y}_A$), реакция нити $\vec{T}$, численно равная весу груза P, и сила $\vec{R}'$ давления диска на балку. Сила давления $\vec{R}'$ про-

тивоположна реакции $\vec{R}$ опоры диска на балку и численно равна ей. Система сил ($\vec{X}_A, \vec{Y}_A, \vec{G}, \vec{T}, \vec{R}'$), действующих на балку, является произвольной плоской. Условия равновесия такой системы сил: $\sum F_{kx} = 0$; $\sum F_{ky} = 0$; $\sum M_A(\vec{F}_k) = 0$.

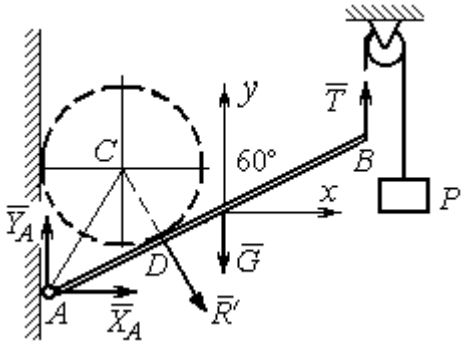


Рис. 1.32. Силы, действующие на балку, при равновесии

Выберем оси, как показано на рис. 1.32, и составим уравнения равновесия, полагая точку A центром, относительно которого производятся вычисления моментов сил:

$$\sum F_{kx} = X_A + R'\cos 60^\circ = 0, \tag{1.8}$$

$$\sum F_{ky} = Y_A - R'\cos 30^\circ - G + T = 0, \tag{1.9}$$

$$\sum M_A(\vec{F}_k) = -R' \cdot AD - G \cdot \frac{\ell}{2}\cos 30^\circ + T\ell\cos 30^\circ = 0. \tag{1.10}$$

Добавив к уравнениям (1.8) – (1.10) равновесия балки AB уравнения (1.6), (1.7) равновесия диска с учётом, что $R' = R$, получим систему пяти уравнений с пятью неизвестными. Подставляя данные из условия задачи и решая совместную систему, найдём: $R = 165{,}47$ кН; $N = 107{,}74$ кН; $P = 95{,}26$ кН; $X_A = -82{,}73$ кН; $Y_A = 128{,}03$ кН.

Сила давления диска на стену равна модулю реакции опоры $\vec{N}$ и направлена в противоположную сторону, сила давления диска на балку равна $\vec{R}'$.

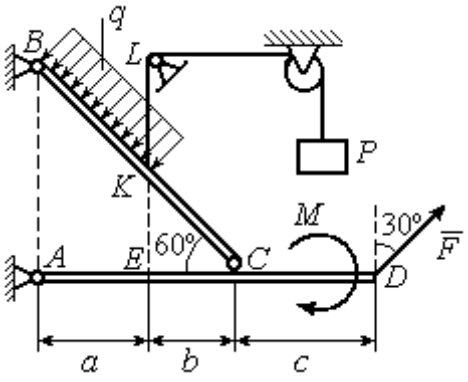


Рис.1.33. Равновесие кронштейна как сочленённой конструкции

Задача 11. Кронштейн состоит из горизонтальной балки AD, прикрепленной к вертикальной стене в точке A, и откоса BC, соединённого с балкой AD в точке C под углом 60º и прикреплённого к вертикальной стене в точке B (рис. 1.33). Все соедине-

ния шарнирные. На конструкцию действуют сила $\vec{F}$, приложенная в точке D под углом 30º к вертикали и равная по модулю F =10 кН, пара сил с моментом M = 8 кН·м и равномерно распределенная на отрезке BK нагрузка интенсивностью q = 3 кН/м. В точке K к балке BC прикреплена нить, другой конец которой, переброшенный через невесомые блоки, несёт груз весом P = 5 кН (см. рис. 1.33).

Определить реакции шарниров A, B и C, если a = 2 м, b = 1 м, c = 3 м, а на отрезке KL нить натянута вертикально.

Решение

Рассмотрим равновесие каждой из составных частей конструкции – балки BC и балки AD. Освобождаем балки от связей и заменяем их реакциями (рис. 1.34).

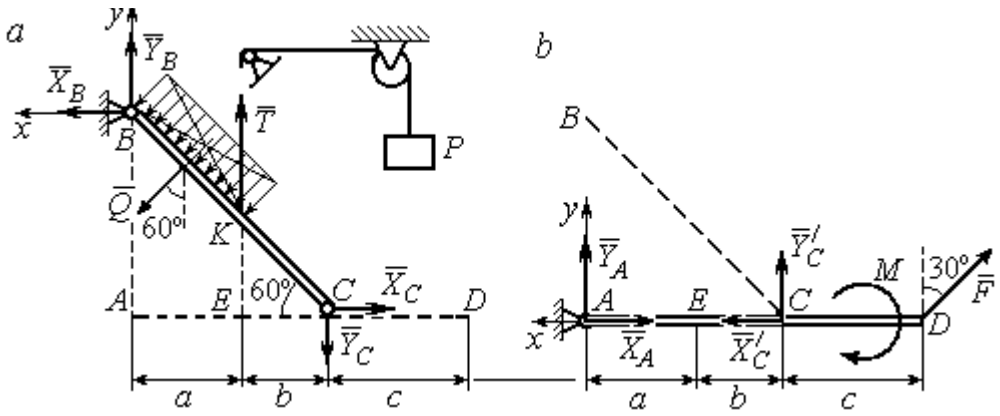


Рис. 1.34. Равновесие элементов конструкции кронштейна:
a - силы, действующие на балку *BC*; *b* - силы, действующие на балку *AD*

На рис. 1.34, *a* показаны реакции внешних и внутренних связей балки BC: реакция $\vec{R}_B$ шарнира B, реакция нити $\vec{T}$, равная по величине весу груза, $T = P$ и реакция $\vec{R}_C$ внутреннего шарнира C. Реакции шарниров B и C представлены в виде разложения на составляющие $\vec{X}_B$, $\vec{Y}_B$ и $\vec{X}_C$, $\vec{Y}_C$. Заменяем равномерную нагрузку равнодействующей силой $\vec{Q}$, приложенной в середине отрезка BK (см. рис. 1.34, *a*) и численно равной $Q = q \cdot BK = q \cdot \dfrac{a}{\cos 60^\circ} = q \cdot 2a$.

Система сил ($\vec{Q}$, $\vec{X}_B$, $\vec{Y}_B$, $\vec{X}_C$, $\vec{Y}_C$, $\vec{T}$), действующая на балку *BC*, является произвольной плоской уравновешенной системой сил. Выберем оси координат *xBy*, как показано на рис. 1.34, *a*, и составим уравнения равновесия. При этом моменты сил будем вычислять относительно центра *C*:

$$\sum F_{kx} = X_B + Q\cos 30^\circ - X_C = 0; \tag{1.11}$$

$$\sum F_{ky} = Y_B - Q\cos 60^\circ + T - Y_C = 0; \tag{1.12}$$

$$\sum M_C(\vec{F}_k) = X_B \cdot AB - Y_B(a+b) - Tb + Q\left(CK + \frac{1}{2}BK\right) = 0, \tag{1.13}$$

где $AB = (a+b)\mathrm{tg}60^\circ$; $CK = 2b$; $\frac{1}{2}BK = a$.

Рассмотрим равновесие балки *AD* (рис. 1.34, *b*).

На балку действует сила $\vec{F}$, реакция $\vec{R}_A$ шарнира *A* и реакция $\vec{R}'_C$ внутреннего шарнира *C*. Реакция $\vec{R}'_C$ равна по величине и противоположна по направлению реакции $\vec{R}_C$. На рис. 1.34, *b* реакция $\vec{R}_A$ представлена составляющими $\vec{X}_A$ и $\vec{Y}_A$, реакция $\vec{R}'_C$ – составляющими $\vec{X}'_C$ и $\vec{Y}'_C$. При этом следует отметить: $\vec{X}'_C = -\vec{X}_C$; $\vec{Y}'_C = -\vec{Y}_C$.

Выберем оси координат *xAy* как показано на рис. 1.34, *b*, и составим уравнения равновесия балки *AD*, вычисляя моменты сил относительно центра *C*:

$$\sum F_{kx} = -X_A + X'_C - F\cos 60^\circ = 0; \tag{1.14}$$

$$\sum F_{ky} = Y_A + Y'_C + F\cos 30^\circ = 0; \tag{1.15}$$

$$\sum M_C(\vec{F}_k) = -Y_A(a+b) + F\cos 30^\circ \cdot c - M = 0. \tag{1.16}$$

Решая совместно систему уравнений (1.11) – (1.16) с учётом исходных данных задачи и равенства модулей сил $X_C = X'_C$ и $Y_C = Y'_C$, находим:

X_A = 5,99 кН, Y_A = 5,99 кН, X_C = 10,99 кН, Y_C = – 14,65 кН;

X_B = 0,6 кН, Y_B = – 13,65 кН,

$$R_A = \sqrt{X_A^2 + Y_A^2} = 8{,}47 \text{ кН}, \; R_C = \sqrt{X_C^2 + Y_C^2} = 18{,}31 \text{ кН},$$

$$R_B = \sqrt{X_B^2 + Y_B^2} = 13{,}65 \text{ кН}.$$

Задача 12. Вертикальная балка AB с горизонтальной перекладиной LC закреплена в точке A с помощью жесткой заделки (рис. 1.35). Наклонная балка EC с углом наклона к горизонту 60° точке C шарнирно прикреплена к горизонтальной перекладине LC балки AB, а в точке E опирается на каток установленный на горизонтальной поверхности. На конструкцию действуют равномерно распределенная на отрезках BL и DE нагрузка с одинаковой интенсивностью $q = 2$ кН/м, сила $\vec{F}$, приложенная в точке D перпендикулярно балке EC и равная по величине $F = 10$ кН, и пара сил с моментом $M = 5$ кН·м. Определить реакцию жесткой заделки A и реакции шарниров C и E, если параметр a, определяющий размеры конструкции, равен $a = 2$ м.

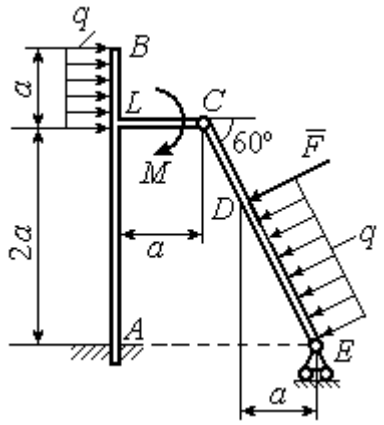


Рис. 1.35. Равновесие сочленённой конструкции

Решение

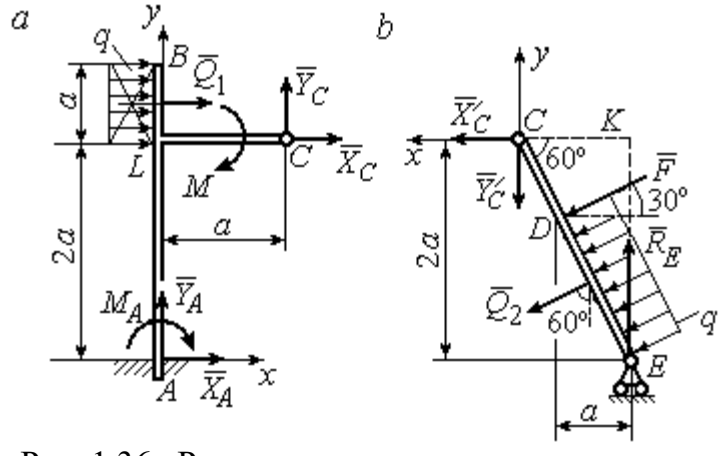


Рис. 1.36. Равновесие элементов конструкции:
a - силы и реакции связей, действующие на балку AB;
b - силы и реакции связей, действующие на балку CE

Разделим систему на две части по шарниру C и рассмотрим равновесие балок ABC и EC отдельно.

Рассмотрим балку ABC (рис. 1.36, *a*). Заменим распределенную нагрузку эквивалентной силой $\vec{Q}_1$, численно равной $Q_1 = qa = 4$ кН. На балку действует сила $\vec{Q}_1$, пара сил с моментом M и реакции связей – жёсткой заделки в точке A и шарнира C.

На рис. 1.36, *a* изображена реакция жесткой заделки в точке *A* в виде силы, разложенной на составляющие $\vec{X}_A$, $\vec{Y}_A$, и пары с моментом M_{A}. Реакция $\vec{R}_C$ шарнира *C* показана разложением на составляющие $\vec{X}_C, \vec{Y}_C$. Силы образуют произвольную плоскую систему.

Введём систему координат, как показано на рис. 1.36, *a,* и составим уравнения равновесия балки, выбрав центром вычисления моментов сил точку *A*.

Имеем систему

$$\sum F_{kx} = X_A + Q_1 + X_C = 0; \quad \sum F_{ky} = Y_A + Y_C = 0; \tag{1.17}$$

$$\sum M_A\left(\vec{F}_k\right) = -M_A - Q_1 \cdot \left(2a + \frac{a}{2}\right) - M + Y_C a - X_C 2a = 0. \tag{1.18}$$

Рассмотрим теперь равновесие балки *EC* (рис. 1.36, *b*). Заменим распределённую нагрузку эквивалентной силой $\vec{Q}_2$, приложенной в середине отрезка *ED* и равной $Q_2 = \dfrac{qa}{\cos 60^\circ} = q \cdot 2a = 8\,\text{кН}$. На балку действуют силы $\vec{Q}_2$, $\vec{F}$, реакция $\vec{R}_E$ подвижной опоры – катка *E* и реакция $\vec{R}'_C$ шарнира *C*. На рис. 1.36, *b* реакция $\vec{R}'_C$ показана в виде разложения на составляющие $\vec{X}'_C$, $\vec{Y}'_C$. При этом силы $\vec{X}'_C$, $\vec{Y}'_C$ направлены противоположно силам $\vec{X}_C$, $\vec{Y}_C$ и равны им по модулю: $X_C = X'_C$; $Y_C = Y'_C$ (см. рис. 1.36, *a*, *b*).

Действующие на балку *EC* силы образуют уравновешенную произвольную плоскую систему сил. Выберем систему координат, как показано на рис. 1.36, *b,* и составим уравнения равновесия, вычисляя моменты сил относительно центра *C*. Получим:

$$\sum F_{kx} = Q_2 \sin 60^\circ + F\cos 30^\circ + \vec{X}'_C = 0, \tag{1.19}$$

$$\sum F_{ky} = R_E - Q_2 \cos 60^\circ - F\sin 30^\circ - Y'_C = 0, \tag{1.20}$$

$$\sum M_C\left(\vec{F}_k\right) = -F \cdot \left(\frac{2a}{\cos 30^\circ} - 2a\right) - Q_2 \cdot \left(\frac{2a}{\cos 30^\circ} - a\right) + R_E \cdot 2a\,\text{tg}30^\circ = 0. \tag{1.21}$$

Подставим в совместную систему (1.17) – (1.21) исходные данные задачи и, воспользовавшись тем, что модули сил $\vec{X}_C$, $\vec{Y}_C$ и $\vec{X}'_C$, $\vec{Y}'_C$ равны, найдём:

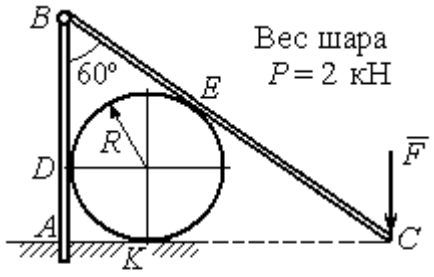
$$X_A = 11{,}59 \text{ кН}; \quad Y_A = -2{,}76 \text{ кН}; \quad M_A = 42{,}87 \text{ кН·м};$$

$$X_C = -15{,}59 \text{ кН}; \quad Y_C = 2{,}76 \text{ кН}; \quad R_E = 11{,}76 \text{ кН}.$$

Полные величины сил реакции жесткой заделки и взаимного давления в шарнире C: $R_A = \sqrt{X_A^2 + Y_A^2} = 11{,}91$ кН; $R_C = \sqrt{X_C^2 + Y_C^2} = 15{,}83$ кН.

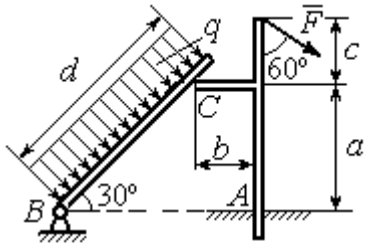
Упражнения

Упражнение 1.5



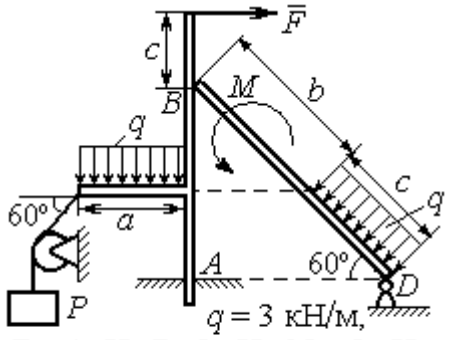
$R = 1$ м, $F = 8$ кН.
Найти реакцию жесткой заделки в точке A, реакцию шарнира B, реакцию опоры шара в точках D, K, E

Упражнение 1.6



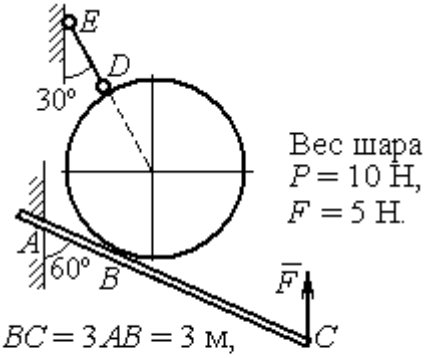
$a = 2$ м, $b = 1$ м, $c = 1$ м, $d = 5$ м,
$q = 3$ кН/м, $F = 4$ кН.
Найти реакцию жесткой заделки в точке A, реакцию шарнира B и реакцию опоры в точке C

Упражнение 1.7



$q = 3$ кН/м,
$F = 4$ кН, $P = 3$ кН, $M = 2$ кН·м,
$a = 2$м, $b = 3$м, $c = 1$м
Найти реакцию заделки A, шарнира D и реакцию опоры B

Упражнение 1.8



$BC = 3AB = 3$ м,
Найти реакцию жесткой заделки A, реакцию стержня DE и реакцию опоры в точке B

Рис. 1.37. Задания для самостоятельного решения. Упражнения 1.5 – 1.8

1.5. Произвольная пространственная система сил

Моментом силы относительно оси называют момент вектора проекции этой силы на плоскость, перпендикулярную оси, относительно точки пересечения оси с плоскостью. На рис. 1.38 показано вычисление момента силы $\vec{F}$ относительно оси z:

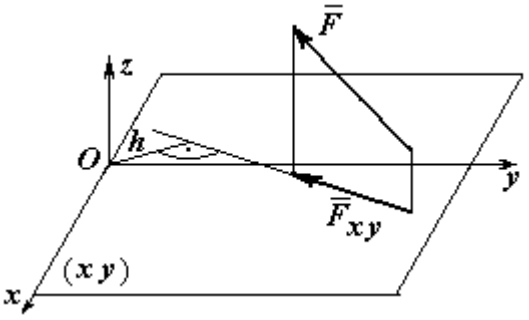


Рис. 1.38. Момент силы относительно оси

$$M_z(\vec{F}) = M_O(\vec{F}_{xy}) = F_{xy}h,$$

где O – точка пересечения оси z с плоскостью xy, перпендикулярной оси z; $\vec{F}_{xy}$ – вектор проекции силы $\vec{F}$ на плоскость xy; h – плечо силы $\vec{F}_{xy}$ относительно центра O. Момент силы относительно оси считается положительным, если при взгляде с положительного направления оси он создаёт вращение против хода часовой стрелки.

Равновесие пространственной системы сил. Для равновесия пространственной системы сил необходимо и достаточно, чтобы суммы проекций всех сил на оси прямоугольной системы координат x, y, z были равны нулю и суммы моментов всех сил относительно тех же осей также были равны нулю:

$$\sum F_{kx} = 0;\ \sum F_{ky} = 0;\ \sum F_{kz} = 0;$$

$$\sum M_x(\vec{F}_k) = 0;\quad \sum M_y(\vec{F}_k) = 0;\quad \sum M_z(\vec{F}_k) = 0,$$

где F_{kx}, F_{ky}, F_{kz} – проекции всех сил на координатные оси; $M_x(\vec{F}_k)$, $M_y(\vec{F}_k)$, $M_z(\vec{F}_k)$ – моменты всех сил относительно выбранных осей, $k = 1, 2, ...$

Примеры решения задач на равновесие пространственных систем сил

Задача 13. Горизонтальный вал (рис. 1.39) закреплен в подпятнике C и подшипнике K. Вал имеет шкив B радиуса R и шкив D радиуса r.

Оба шкива перпендикулярны оси вала. Рукоять *AE* параллельна оси *Cx*.

Нить, удерживающая груз *Q*, сходит со шкива *D* по касательной в точке *L* параллельно плоскости *zCx*, так что радиус шкива *D*, проведённый в точку схода нити, составляет с вертикальным диаметром угол 30º.

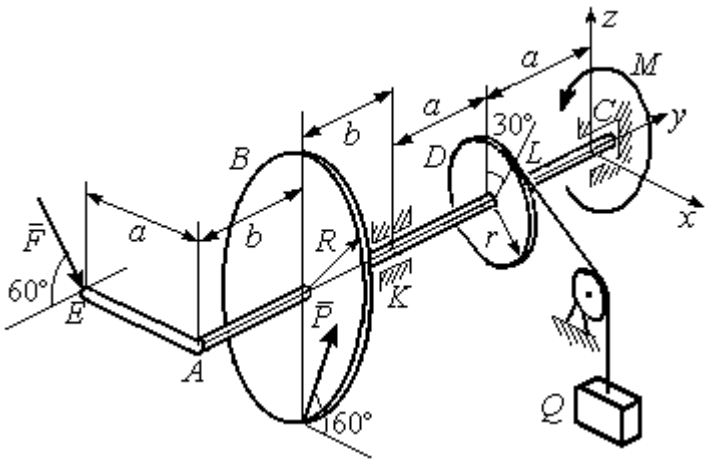


Рис. 1 39. Равновесие вала

На вал действуют силы: $\vec{F}$, $\vec{P}$ и пара сил с моментом *M*. Сила $\vec{F}$ находится в плоскости, параллельной *zCy*, и составляет угол 60° с направлением оси *Cy*. Сила $\vec{P}$ приложена в нижней точке шкива *B*, параллельна плоскости *zCx* и составляет угол 60° с направлением оси *Cx*. Определить вес удерживаемого груза Q и реакции подшипника и подпятника, если $P = 4$ кН; $F = 2$ кН; $M = 3$ кН·м; $R = 0{,}6$ м; $r = 0{,}3$ м; $a = 0{,}8$ м; $b = 0{,}4$ м.

Решение

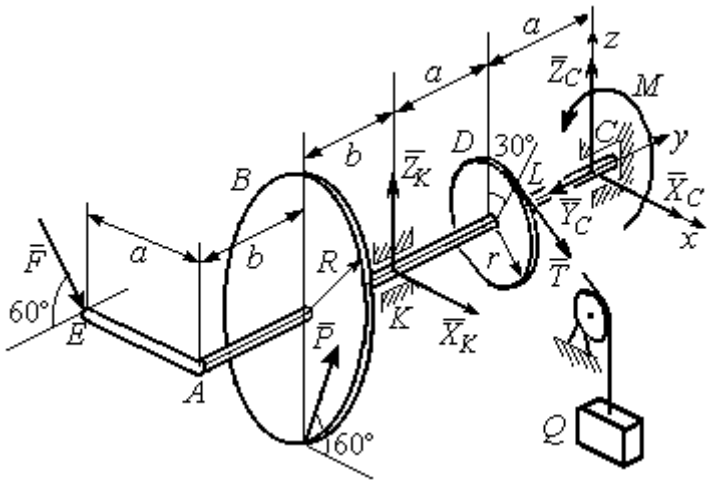


Рис. 1.40. Активные силы и реакции связей, действующие на вал, при его равновесии

Рассмотрим равновесие вала. На вал действуют активные силы $\vec{F}$, $\vec{P}$, пара с моментом *M* и реакции связей. Связями являются нить, натянутая грузом Q, подпятник *C* и подшипник *K*. Освобождаем вал от связей, заменяя их действие реакциями. Реакцию $\vec{R}_C$ подпятника *C* раскладываем на три составляющие: $\vec{X}_C$, $\vec{Y}_C$, $\vec{Z}_C$, направленные вдоль координатных осей (рис. 1.40). Реакция $\vec{R}_K$ подшипника *K* лежит в плоскости, пер-

пендикулярной оси вала, и ее составляющими будут вектора $\vec{X}_K, \vec{Z}_K$, направленные вдоль координатных осей *x*, *z*. Реакция нити $\vec{T}$ направлена вдоль нити от точки *L* и по модулю равна весу груза *Q*.

Активные силы и реакции связей составляют произвольную пространственную уравновешенную систему сил. При составлении уравнений равновесия изобразим вал вместе с действующими на него силами в проекциях на координатные плоскости (рис. 1.41).

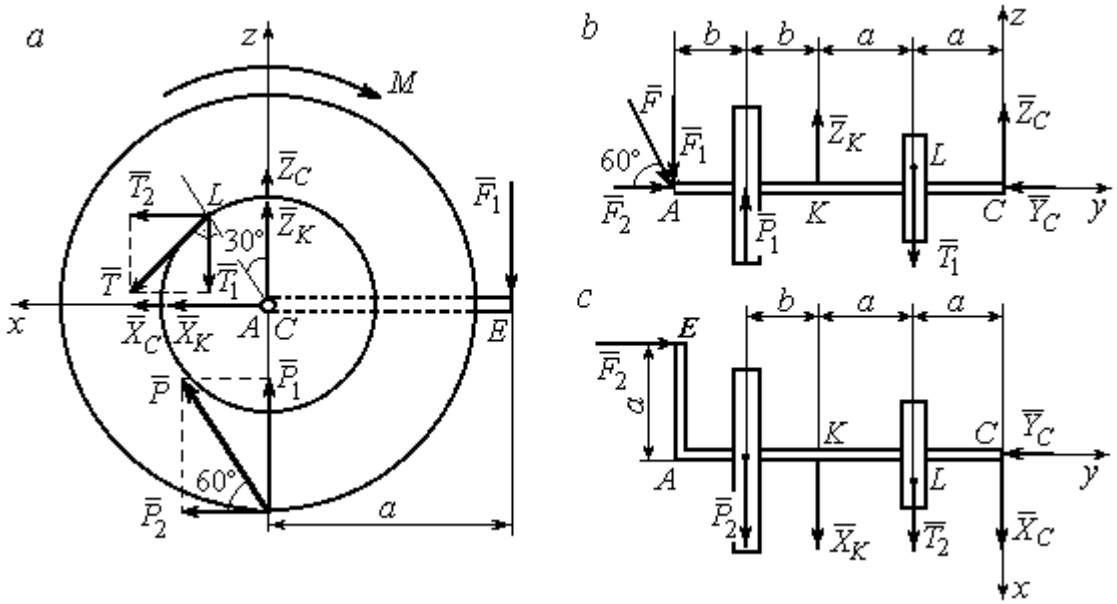


Рис. 1.41. Вал и действующие на него силы в проекциях на координатные плоскости:
a – вид вала в проекции на плоскость *zCx* с положительного конца оси *y*;
b – вид вала в проекции на плоскость *zCy* с положительного конца оси *x*;
c – вид вала в проекции на плоскость *xCy* с положительного конца оси *z*

На рис. 1.41, *a* показаны проекции вала и всех сил на плоскость *zCx*. Вычисляя моменты проекций сил относительно точки *C*, получим значения моментов этих сил относительно оси *y*. При вычислении моментов сил относительно оси *x* достаточно вычислить моменты проекций сил на плоскость *zCy* относительно точки *C* (рис. 1.41, *b*), а вычисляя моменты проекций сил на

плоскость *xCy* относительно точки *C*, получим значения моментов сил относительно оси *z* (рис. 1.41, *c*).

Величины проекций сил определяются равенствами: $P_1 = P\cos 30^\circ$;

$P_2 = P\cos 60^\circ$; $T_1 = T\cos 60^\circ$; $T_2 = T\cos 30^\circ$; $F_1 = F\cos 30^\circ$; $F_2 = F\cos 60^\circ$.

Составляем уравнения равновесия:

$$\sum F_{kx} = P\cos 60^\circ + X_K + T\cos 30^\circ + X_C = 0; \quad \sum F_{ky} = F\cos 60^\circ - Y_C = 0;$$

$$\sum F_{kz} = P\cos 30^\circ + Z_K - T\cos 60^\circ + Z_C - F\cos 30^\circ = 0;$$

$$\sum M_x(\vec{F}_k) = T\cos 60^\circ \cdot a - Z_K \cdot 2a - P\cos 30^\circ \cdot (2a + b) +$$

$$+ F\cos 30^\circ \cdot (2a + 2b) = 0;$$

$$\sum M_y(\vec{F}_k) = -F\cos 30^\circ \cdot a - P\cos 60^\circ \cdot R + T \cdot r - M = 0;$$

$$\sum M_z(\vec{F}_k) = T\cos 30^\circ \cdot a + X_K \cdot 2a + P\cos 60^\circ \cdot (2a + b) - F\cos 60^\circ \cdot a = 0.$$

Подставляя исходные данные задачи, получим систему шести уравнений с шестью неизвестными, решая которую, найдём:

$$X_C = -8{,}09 \text{ кН}, \; Y_C = 1 \text{ кН}, \; Z_C = 4{,}65 \text{ кН}, \; Z_K = 2{,}92 \text{ кН};$$

$$X_K = -10{,}02 \text{ кН}, \; T = 18{,}6 \text{ кН}.$$

Реакции подпятника и подшипника:

$$R_C = \sqrt{X_C^2 + Y_C^2 + Z_C^2} = 9{,}4 \text{ кН}, \; R_K = \sqrt{X_K^2 + Z_K^2} = 10{,}44 \text{ кН}.$$

Вес удерживаемого груза *Q* равен реакции нити *T*.

Задача 14. Однородная прямоугольная плита (рис. 1.42) веса 25 кН прикреплена к полу при помощи шарового шарнира *A*, подшипника *B* и удерживается в вертикальном положении стержнем *CO*, лежащим в плоскости, перпендикулярной плоскости плиты так, что $\angle COB = 60^\circ$. В плоскости плиты на неё действуют пара сил с моментом $M = 6$ кН·м, сила $\vec{F}_1$, равная $F_1 = 10$ кН, приложенная на верхней стороне плиты в точке *H* под углом 30º к линии *EC*, и сила $\vec{F}_2$, равная $F_2 = 5$ кН, приложенная в точке *D* параллельно стороне *AB*.

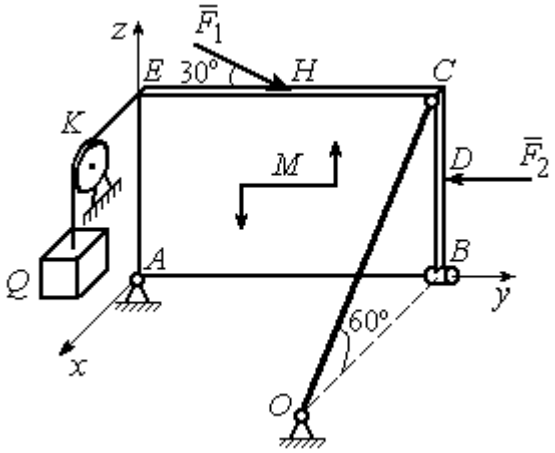


Рис. 1.42. Равновесие плиты

В точке E к плите прикреплён трос, на другом конце которого, перекинутым через блок K, подвешен груз весом $Q = 20$ кН. Отрезок троса EK перпендикулярен плоскости плиты.

Определить реакции шарнира A, подшипника B и реакцию стержня CO, если ширина плиты $AB = 3$ м; высота $AE = 2$ м; $EH = HC$, $CD = DB$.

Решение

Рассмотрим равновесие плиты $ABCE$. На плиту действуют активные силы $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$, сила тяжести плиты $\vec{P}$, пара сил с моментом M и реакции связей. Связями являются пространственный шарнир A, нить, натянутая грузом Q, подшипник B и невесомый стержень CO.

Выберем систему координат, как показано на рис. 1.43. Освобождаем плиту от связей, заменяя их действие реакциями. Реакцию $\vec{R}_A$ шарнира A раскладываем на три составляющие: $\vec{X}_A$, $\vec{Y}_A$, $\vec{Z}_A$, направленные вдоль координатных осей. Реакция нити $\vec{T}$ направлена вдоль нити параллельно оси Ax и равна весу груза $T = Q$, реакция $\vec{R}_B$ подшипника B расположена в плоскости, перпендикулярной оси Ay, и представлена в виде двух своих составляющих $\vec{X}_B$, $\vec{Z}_B$, реакция $\vec{S}$ невесомого стержня CO направлена вдоль стержня. Направления активных сил и реакций связей показаны на рис. 1.43.

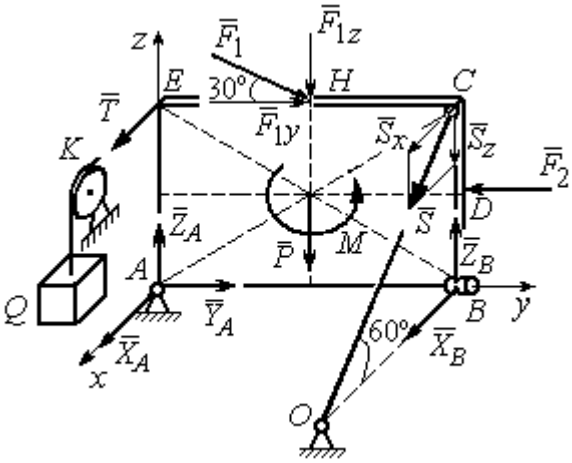


Рис. 1.43. Силы, действующие на плиту, при её равновесии

Силы, действующие на плиту, и реакции связей составляют пространственную уравновешенную систему сил. Составим уравнения равновесия:

$$\sum F_{kx} = X_A + T + X_B + S\cos 60^\circ = 0;$$

$$\sum F_{ky} = Y_A - F_2 + F_1\cos 30^\circ = 0;$$

$$\sum F_{kz} = Z_A - F_1\cos 60^\circ - P + Z_B - S\cos 30^\circ = 0;$$

$$\sum M_x(\vec{F}_k) = -F_1\cos 60^\circ \cdot 0{,}5 \cdot AB - F_1\cos 30^\circ \cdot AE - P \cdot 0{,}5 \cdot AB +$$

$$+ F_2 \cdot BD + Z_B \cdot AB - S\cos 30^\circ \cdot AB + M = 0;$$

$$\sum M_y(\vec{F}_k) = T \cdot AE + S\cos 60^\circ \cdot CB = 0;$$

$$\sum M_z(\vec{F}_k) = -X_B \cdot AB + S\cos 60^\circ \cdot EC = 0.$$

Подставляя исходные данные задачи, получим систему уравнений, решая которую, найдём значения реакций: $S = -40$ кН; $X_B = -20$ кН; $Z_B = -17{,}53$ кН; $X_A = 20$ кН; $Y_A = -3,66$ кН; $Z_A = 12{,}89$ кН.

Задача 15. Прямоугольная фрамуга *ACEB* весом $P = 50$ Н, закрепленная в точках *A* и *B* цилиндрическими шарнирами, открыта на угол 60º (рис. 1.44). На фрамуге в точке *H* закреплена верёвка, другой конец которой, переброшенный через невесомый блок *K*, несёт груз *Q*. При этом линия верёвки *HK* параллельна прямой *ED*. На фрамугу действует сила $\vec{F}$, приложенная в верхнем углу в точке *C* перпендикулярно плоскости фрамуги и равная по величине $F = 15$ Н.

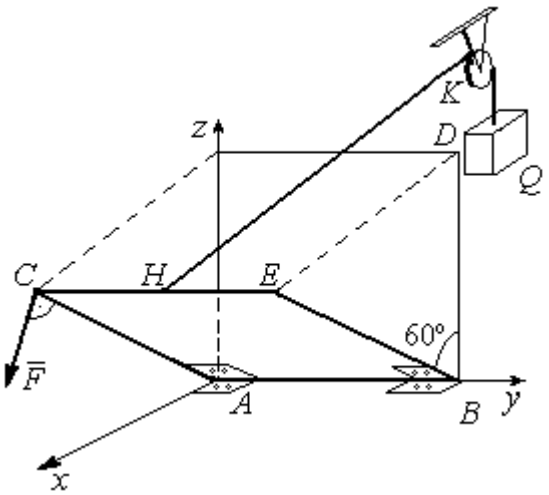


Рис. 1.44. Равновесие фрамуги

Определить вес груза *Q*, необходимый для удержания фрамуги в равновесии и реакции цилиндрических шарниров *A* и *B*, если размеры фрамуги $BE = BD = 2$ м; $AB = 3$ м; $CH = HE$.

Решение

Рассмотрим равновесие фрамуги *ABCE*. Изображаем внешние активные силы: силу $\vec{F}$, силу тяжести фрамуги $\vec{P}$, а также реакции связей. Связями являются два цилиндрических шарнира *A* и *B* (связь, аналогичная подшипнику) и нить, натянутая грузом *Q*. Выберем систему координат *Axyz*, как показано на рис. 1.45. Освобождаем фрамугу от связей, заменяя их действие реакциями. Реакции $\vec{R}_A$ и $\vec{R}_B$ шарниров *A* и *B* раскладываем на взаимно перпендикулярные составляющие: $\vec{X}_A$, $\vec{Z}_A$ и $\vec{X}_B$, $\vec{Z}_B$ в плоскостях, перпендикулярных оси вращения фрамуги (ось *Ay*), реакция нити $\vec{T}$ направлена вдоль нити и равна весу груза $T = Q$. Направления активных сил и реакций связей показаны на рис. 1.45.

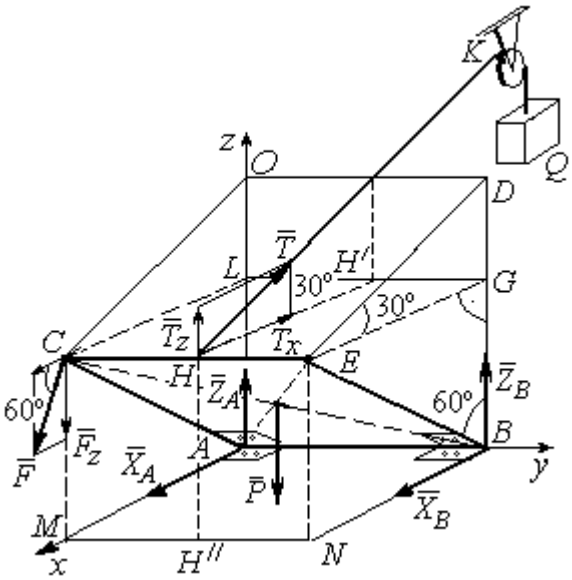


Рис. 1.45. Активные силы и реакции при равновесии фрамуги

Силы, действующие на фрамугу, составляют уравновешенную пространственную систему сил.

Составим уравнения равновесия. При этом для удобства вычисления моментов сил относительно осей изобразим плоскости, перпендикулярные этим осям, с проекциями на них сил, действующих на фрамугу (рис. 1.46). Тогда моменты сил, действующих на фрамугу, например, относительно оси *Ax* определяются как моменты векторов проекций этих сил на плоскость *zAy* относительно точки *A* – пересечения оси *Ax* и перпендикулярной ей плоскости *zAy* (см. рис. 1.46, *a*). Аналогично при вычислении моментов сил относительно оси *Az* достаточно вычислить моменты векторов проекций сил на плоскость *xAy* относительно точки *A* (см. рис. 1.46, *b*).

Значения моментов сил относительно оси Ay получим, вычисляя моменты векторов проекций сил на плоскость zAx относительно точки A (см. рис. 1.46, *c*).

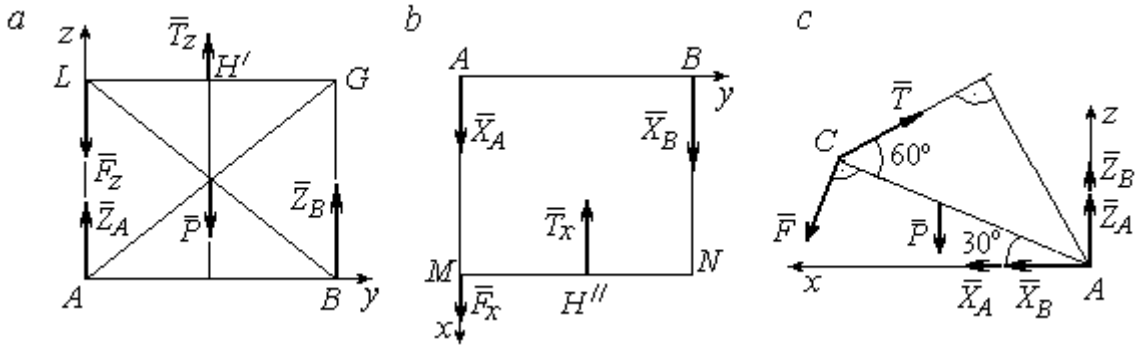


Рис. 1.46. Фрамуга и действующие на неё силы в проекциях на координатные плоскости:
a – проекция на плоскость *zAy* со стороны положительного направления оси *x*;
b – проекция на плоскость *xAy* со стороны положительного направления оси *z*; *c* – проекция на плоскость *zAx* со стороны положительного направления оси *y*

Уравнения равновесия фрамуги имеют вид:

$$X_A + X_B + F\cos 60^\circ - T\cos 30^\circ = 0;$$

$$Z_A + Z_B - P - F\cos 30^\circ + T\cos 60^\circ = 0;$$

$$\sum M_x(\vec{F}_k) = T_z \cdot 0{,}5 \cdot AB - P \cdot 0{,}5 \cdot AB + Z_B \cdot AB =$$

$$= T\cos 60^\circ \cdot 0{,}5 \cdot AB - P \cdot 0{,}5 \cdot AB + Z_B \cdot AB = 0;$$

$$\sum M_y(\vec{F}_k) = P \cdot 0{,}5 \cdot AC\cos 30^\circ + F \cdot AC - T \cdot AC\sin 60^\circ = 0;$$

$$\sum M_z(\vec{F}_k) = -X_B \cdot AB + T_x \cdot 0{,}5 \cdot AB = -X_B \cdot AB + T\cos 30^\circ \cdot 0{,}5 \cdot AB = 0.$$

Подставляя исходные данные из условия задачи и решая систему, найдём реакции шарниров фрамуги:

$$X_B = 18{,}22 \text{ Н},\ Z_B = 14{,}41 \text{ Н},\ R_B = \sqrt{X_B^2 + Z_B^2} = 23{,}31 \text{ Н};$$

$$X_A = 10{,}83 \text{ Н},\ Z_A = 27{,}41 \text{ Н},\ R_A = \sqrt{X_A^2 + Z_A^2} = 29{,}47 \text{ Н}.$$

Вес груза, удерживающий фрамугу в равновесии, численно равен реакции верёвки: $Q = T = 42{,}37$ Н.

Задача 16. Горизонтальный коленчатый вал *AD* (рис. 1.47) закреплен в подпятнике *A* и подшипнике *C*. Вал имеет шкив радиуса r и рукоять *DH*, перпендикулярные оси вала. Рукоять *DH* образует угол 30º к направлению оси *Ax*. Колено вала расположено в горизонтальной плоскости *xAy*. Нить, удерживающая груз *Q*, намотана на шкив и сходит с него вертикально вниз. На вал действуют силы $\vec{F}$, $\vec{P}$, $\vec{G}$ и пара сил с моментом *M*. Сила $\vec{F}$ приложена в верхней точке вертикального диаметра шкива под углом 30° к направлению оси *Ay* и находится в плоскости *zAy*. Сила $\vec{P}$ приложена в нижней точке *H* рукояти параллельно оси *Az*. Сила $\vec{G}$ приложена в крайней точке *K* стойки колена вала под углом 60º к стойке и находится в плоскости, перпендикулярной оси вала. Пара сил с моментом *M* создаёт вращение вала вокруг оси *Ay*.

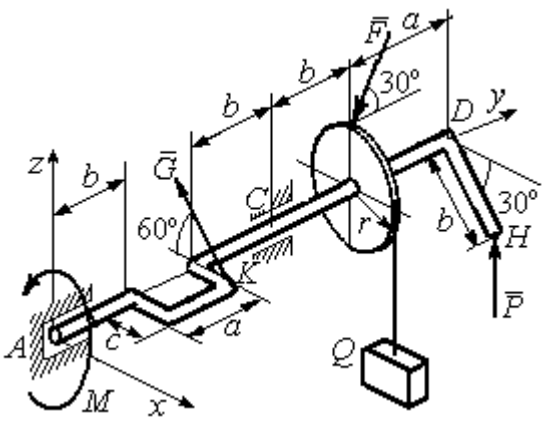


Рис. 1.47. Равновесие вала

Определить вес удерживаемого груза Q и реакции подшипника и подпятника, если: $P = 10$ кН; $F = 12$ кН; $G = 6$ кН; $M = 3$ кН·м; $r = 0{,}3$ м; $a = 0{,}8$ м; $b = 0{,}4$ м; $c = 0{,}2$ м.

Решение

Рассмотрим равновесие вала. На вал действуют активные силы – $\vec{F}$, $\vec{P}$, $\vec{G}$, пара сил с моментом *M* и реакции связей. Связями являются нить, натянутая грузом Q, подпятник *A* и подшипник *C*.

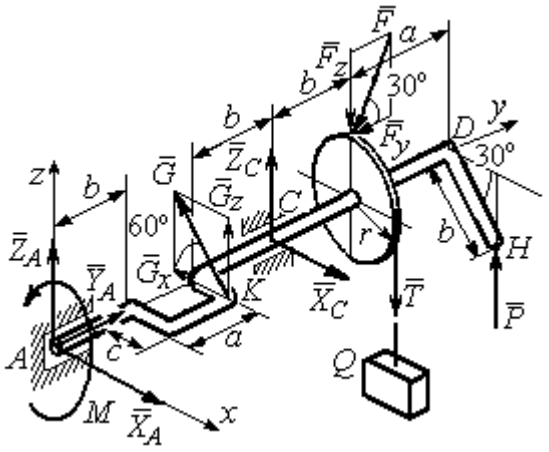


Рис. 1.48. Силы и реакции, действующие на вал при равновесии

Освобождаем вал от связей, заменяя их действие реакциями.

Реакцию подпятника A раскладываем на три составляющие: $\vec{X}_A$, $\vec{Y}_A$, $\vec{Z}_A$, направленные вдоль координатных осей. Реакция подшипника C лежит в плоскости, перпендикулярной оси вала, и также может быть разложена на составляющие $\vec{X}_C, \vec{Z}_C$, направленные вдоль координатных осей Ax, Az. Реакция нити $\vec{T}$ направлена вдоль нити и по модулю равна весу груза, $T = Q$. Действие на вал активных сил и реакций связи показано на рис. 1.48.

Указанные силы составляют произвольную пространственную уравновешенную систему сил.

Составим уравнения равновесия:

$$\sum F_{kx} = X_A - G\cos 60^\circ + X_C = 0;$$

$$\sum F_{ky} = Y_A - F\cos 30^\circ = 0;$$

$$\sum F_{kz} = Z_A + G\cos 30^\circ + Z_C - F\cos 60^\circ - T + P = 0.$$

$$\sum M_x(\vec{F}_k) = G_z(b+a) + Z_C(b+a+b) - F_z(b+a+b+b) + F_y r -$$

$$- T(b+a+b+b) + P(b+a+b+b+a) = 0;$$

$$\sum M_y(\vec{F}_k) = -G_z c + Tr - Pb\cos 30^\circ - M = 0;$$

$$\sum M_z(\vec{F}_k) = G_x(b+a) - X_C(b+a+b) = 0,$$

где значения проекций сил на оси $G_z = G\cos 30^\circ$; $G_x = G\cos 60^\circ$; $F_z = F\cos 60^\circ$; $F_y = F\cos 30^\circ$.

Подставляя исходные данные и решая систему, получим значения реакций:

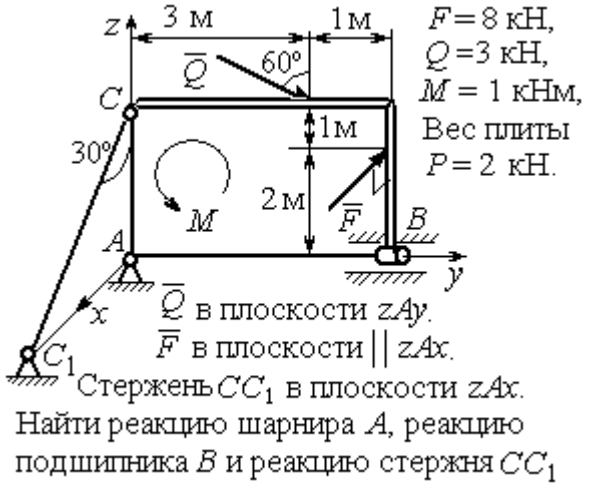
$$X_C = 2{,}25 \text{ кН}; \; Z_C = 13{,}57 \text{ кН}; \; R_C = \sqrt{X_C^2 + Z_C^2} = 15{,}58 \text{ кН};$$

$$Z_A = 0{,}39 \text{ кН}; \; Y_A = 10{,}39 \text{ кН}; \; X_A = 0{,}75 \text{ кН}; \; R_A = \sqrt{X_A^2 + Y_A^2 + Z_A^2} = 10{,}42 \text{ кН}.$$

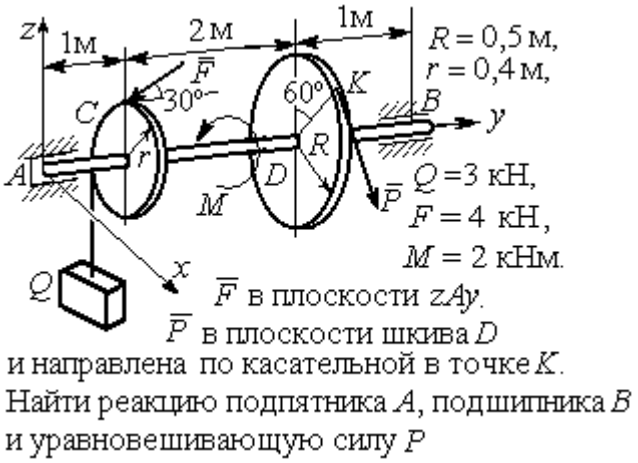
Вес удерживаемого груза равен реакции нити $Q = T = 25{,}03$ кН.

Упражнения

Упражнение 1.9



Упражнение 1.10



Упражнение 1.11



Упражнение 1.12

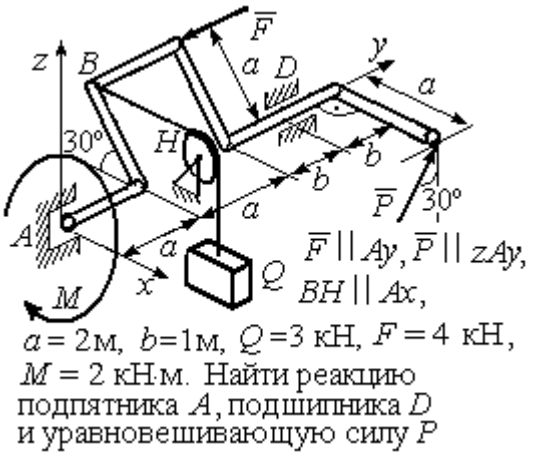


Рис. 1.49. Задания для самостоятельного решения. Упражнения 1.9 – 1.12

1.6. Равновесие тел при наличии сил трения

Трение скольжения. При наличии трения скольжения полная реакция $\vec{R}$ шероховатой опоры раскладывается на нормальную составляющую $\vec{N}$ опоры и

силу $\vec{F}_{\text{тр с}}$ трения скольжения, направленную по касательной к поверхности в точке опоры.

В покое сила трения скольжения может принимать любые значения от нуля до некоторого предельного значения $F_{\text{тр с}}$, называемого **предельной силой трения скольжения** (рис. 1.50).

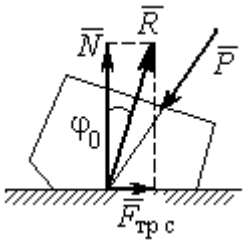


Рис. 1.50. Реакция опоры с трением скольжения

Наибольший угол φ_0, который полная реакция шероховатой поверхности образует с нормалью к поверхности, называется **предельным углом трения**. Предельная сила трения численно равна произведению коэффициента трения на величину нормальной реакции опоры тела на поверхность: $F_{\text{тр с}} = f \cdot N$, где f – безразмерный коэффициент трения, определяемый экспериментально.

Изучение равновесия тел с учетом сил трения сводится к рассмотрению предельного равновесия, когда сила трения принимает предельное значение.

Трением качения называется сопротивление, возникающее при качении одного тела по шероховатой поверхности другого. Реакция шероховатой опоры раскладывается на нормальную составляющую $\vec{N}$ и силу трения качения $\vec{F}_{\text{тр к}}$, направленную по касательной к поверхности качения. При этом за счёт небольшого вдавливания в поверхность качения нормальная реакция опоры $\vec{N}$ смещена в сторону от линии действия силы тяжести $\vec{P}$ так, что вместе с ней образует пару, противодействующую качению (рис. 1.51). В предельном положении равновесия тела смещение нормальной реакции опоры максимально. Величина максимального смещения k называется **коэффициентом трения качения**, измеряемого в единицах длины. Момент,

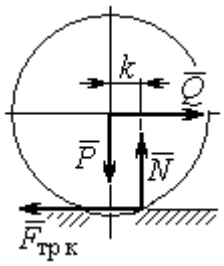


Рис. 1.51. Реакция опоры с трением качения

создаваемый парой $(\vec{N}, \vec{P})$, называется **моментом трения качения** $M_{\text{тр к}} = kN$. Максимальная сила трения качения $\vec{F}_{\text{тр к}}$ определяется из условия, что в предельном положении равновесия момент трения качения равен моменту качения, создаваемого парой $(\vec{F}_{\text{тр к}}, \vec{Q})$ (рис. 1.51).

Если максимальная сила трения качения меньше предельной силы трения скольжения, движение представляет качение без скольжения.

Примеры решения задач на равновесие тел с трением

Задача 17. Груз Q весом 50 Н удерживается нитью на шероховатой наклонной плоскости (рис.1.52). Один конец нити закреплен на грузе Q, а к другому, перекинутому через невесомый блок, подвешен груз весом P. Отрезок нити AB горизонтальный. Угол наклона плоскости составляет 30º к горизонту. Определить максимальное и минимальное значения веса груза P, при которых груз Q может начать скольжение по плоскости без опрокидывания, если коэффициент трения скольжения между грузом Q и наклонной плоскостью $f = 0{,}4$.

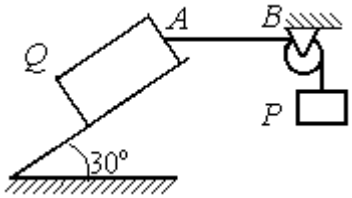


Рис.1.52. Равновесие груза на наклонной плоскости с трением

Решение

Рассмотрим равновесие груза Q при минимальном значении веса груза P. На груз действуют сила тяжести $\vec{Q}$, реакция нити $\vec{T}_{\min}$ и реакция шероховатой поверхности наклонной плоскости, состоящая из нормальной реакции наклонной плоскости $\vec{N}$ и силы трения $\vec{F}_{\text{тр1}}$ (рис. 1.53, *а*). Особенностью задач на равновесие призм является то, что точка приложения нормальной реакции не определена. В случае необходимости она находится из уравнений равновесия.

Определим направление силы трения. Если вес уравновешивающего груза P имеет минимальное значение $P_{\min}$, то при его дальнейшем уменьшении груз Q начнёт двигаться вниз по наклонной плоскости. Таким образом, предельная сила трения $\vec{F}_{\text{тр}1}$, обеспечивающая равновесие при минимальном значении веса груза P, направлена вверх по наклонной плоскости (см. рис. 1.53, *a*).

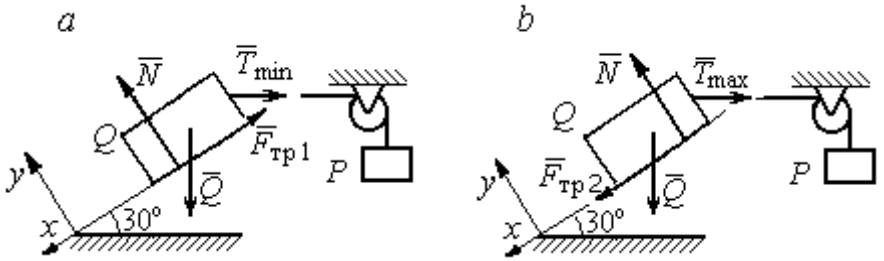


Рис. 1.53. Силы, действующие на груз при равновесии:
a – минимальный вес уравновешивающего груза;
b – максимальный вес уравновешивающего груза

Выберем систему координат, как показано на рис. 1.53, и составим уравнения равновесия в виде проекций сил:

$$\sum F_{kx} = Q\cos 60^\circ - T_{\min}\cos 30^\circ - F_{\text{тр}} = 0;$$

$$\sum F_{ky} = -Q\cos 30^\circ + N - T_{\min}\cos 60^\circ = 0.$$

Полагая в первом уравнении $F_{\text{тр}1} = fN$, решаем систему и находим реакцию нити $T_{\min} = 7{,}21$ Н. Минимальное значение веса уравновешивающего груза равно реакции нити: $P_{\min} = T_{\min} = 7{,}21$ Н.

Рассмотрим равновесие груза Q при максимальном $P_{\max}$ значении веса груза P. На груз действует сила тяжести $\vec{Q}$, реакция нити $\vec{T}_{\max}$ и реакция шероховатой поверхности наклонной плоскости, состоящая, как и в первом случае, из нормальной реакции наклонной плоскости $\vec{N}$ и силы трения $\vec{F}_{\text{тр}2}$ (см. рис. 1.53, *b*).

При определении направления силы трения заметим, что увеличение веса груза P больше максимального вызывает движение груза Q вверх по наклонной плоскости. Тогда предельная сила трения $\vec{F}_{\text{тр}2}$, действующая против возможного движения, должна быть направлена вниз по наклонной плоскости (см. рис. 1.53, *b*). Уравнения равновесия груза Q:

$$\sum F_{kx} = Q\cos 60^\circ - T_{\max}\cos 30^\circ + F_{\text{тр}2} = 0;$$

$$\sum F_{ky} = -Q\cos 30^\circ + N - T_{\max}\cos 60^\circ = 0.$$

Решаем систему, подставляя вместо силы трения её значение $F_{\text{тр}2} = fN$, и находим максимальное значение веса груза P: $P_{\max} = T_{\max} = 63{,}54$ Н.

Таким образом, груз Q будет находиться в равновесии на наклонной плоскости, если вес уравновешивающего груза находится в пределах $8{,}87 < P < 48{,}87$ Н.

Задача 18. Цилиндрический каток радиуса r = 0,5 м, весом P = 50 Н удерживается в равновесии на наклонной плоскости нитью, один конец которой закреплён в центре катка, а другой перекинут через блок и несёт груз весом Q (рис. 1.54). Коэффициент трения качения катка $f_{\text{к}}$ = 0,02 м. Наклонная плоскость составляет угол 30º с горизонтом.

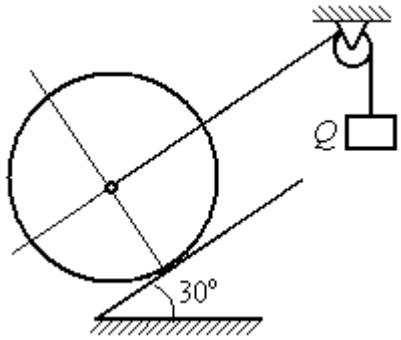


Рис. 1.54. Равновесие катка

Определить наименьшую и наибольшую величину веса Q, при которых каток будет в равновесии. Найти наименьшее значение коэффициента трения скольжения $f_{\text{с}}$, при котором в случае движения каток будет катиться без скольжения.

Решение

Рассмотрим равновесие катка при минимальном значении веса груза Q. На каток действует сила тяжести $\vec{P}$, реакции нити $\vec{Q}_{\min}$ и реакция шероховатой

поверхности наклонной плоскости $\vec{R}$, имеющая своими составляющими нормальную реакцию поверхности $\vec{N}$ и силу трения качения $\vec{F}_{\text{тр1к}}$ (рис. 1.55, *a*).

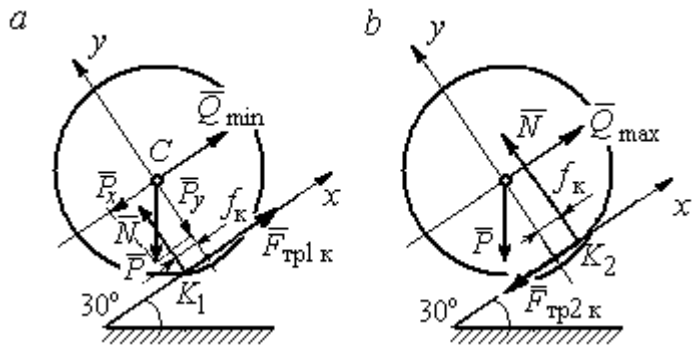


Рис. 1.55. Силы, действующие на каток, при равновесии:
a – минимальный вес груза; *b* – максимальный вес груза

Минимальный вес груза $Q_{\min}$ удерживает каток от качения вниз по наклонной плоскости. В этом случае составляющие реакции шероховатой поверхности наклонной плоскости приложены в точке K_1, слева от нормального к плоскости диаметра катка (см. рис. 1.55, *a*). Выбор точки приложения реакции шероховатой поверхности основан на том, что пара $(\vec{N}, \vec{P}_y)$ должна создавать момент трения качения, противодействующий предполагаемому движению.

На каток действует плоская уравновешенная система сил $(\vec{Q}_{\min}, \vec{F}_{\text{тр1к}}, \vec{N}, \vec{P}) \infty 0$. Выберем систему координат, как показано на рис. 1.55, *a*, и составим уравнения равновесия катка, где уравнение моментов сил составлено относительно точки K_1:

$$\sum F_{kx} = -P\cos 60^\circ + Q_{\min} + F_{\text{тр1к}} = 0;$$

$$\sum F_{ky} = = -P\cos 30^\circ + N = 0;$$

$$\sum M_{K_1}(\vec{F}_k) = P\cos 60^\circ \cdot r - Q_{\min} r - P\cos 30^\circ \cdot f_{\text{к}} = 0.$$

Подставляем данные задачи и находим минимальное значение веса груза, при котором каток находится в равновесии $Q_{\min} = 7{,}68$ Н, величину нормальной реакции наклонной плоскости $N = 43{,}3$ Н и значение силы трения качения, удерживающей каток в равновесии, $F_{\text{тр1к}} = 17{,}32$ Н.

Рассмотрим равновесие катка при максимальном значении веса груза $Q_{\max}$. Здесь нарушение предельного равновесия при увеличении веса груза Q вызывает движение катка вверх по наклонной плоскости. В таком случае точка приложения реакции опоры шероховатой поверхности (точка K_2) расположена справа от нормального к плоскости качения диаметра катка (рис. 1.55, *b*).

На каток действует плоская уравновешенная система сил $(\vec{Q}_{\max}, \vec{F}_{\text{тр2 к}}, \vec{N}, \vec{P}) \infty 0$. Выберем систему координат, как показано на рис. 1.55, *b*. Уравнения равновесия катка, где уравнение моментов сил составлено относительно точки K_2 имеют вид:

$$\sum F_{kx} = -P\cos 60^\circ + Q_{\max} - F_{\text{тр2 к}} = 0;$$

$$\sum F_{ky} = -P\cos 30^\circ + N = 0;$$

$$\sum M_{K_2}(\vec{F}_k) = -P\cos 60^\circ \cdot r + Q_{\max} r - P\cos 30^\circ \cdot f_{\text{к}} = 0.$$

Решая систему, получим: $Q_{\max} = 42{,}32$ Н; $N = 43{,}3$ Н; $F_{\text{тр2 к}} = 17{,}32$ Н.

Таким образом, на шероховатой поверхности каток находится в равновесии, если вес уравновешивающего груза выбран в пределах $7{,}68 \le Q \le 42{,}32$ Н.

При любом движении (вверх или вниз) качение катка будет без скольжения, если предельная сила трения скольжения $F_{\text{тр с}}$ больше аналогичной силы трения качения: $F_{\text{тр с}} > F_{\text{тр к}}$. Величина силы трения скольжения не зависит от направления движения: $F_{\text{тр с}} = f_{\text{с}} N = 43{,}3 f_{\text{с}}$, где $f_{\text{с}}$ – коэффициент трения скольжения. Величина силы трения качения также не зависит от направления движения: $F_{\text{тр к}} = F_{\text{тр1 к}} = F_{\text{тр2 к}} = 17{,}32$ Н. Таким образом, для определения требуемого коэффициента скольжения имеет место неравенство $43{,}3 f > 17{,}32$, откуда $f > 0{,}4$.

Задача 19. Для подъёма и опускания грузов в выработках используется ступенчатый ворот с тормозом, изображённый на рис. 1.56. Радиусы большой и малой ступенек барабана ворота $R = 0{,}5$ м и $r = 0{,}2$ м. Ворот тормозят, надавливая на конец A рычага AB, соединённого цепью CD с концом D тормозного рычага ED с расположенной на нём тормозной колодкой. Коэффициент трения между тормозной колодкой и барабаном ворота $f = 0{,}4$. На малой ступеньке барабана ворота навита верёвка, другой конец которой, переброшенный через невесомые неподвижный блок m и подвижный блок n, удерживает груз Q весом 1 кН (см. рис. 1.56). Угол наклона к горизонту участка верёвки, соединяющей барабан с неподвижным блоком m, составляет 30º.

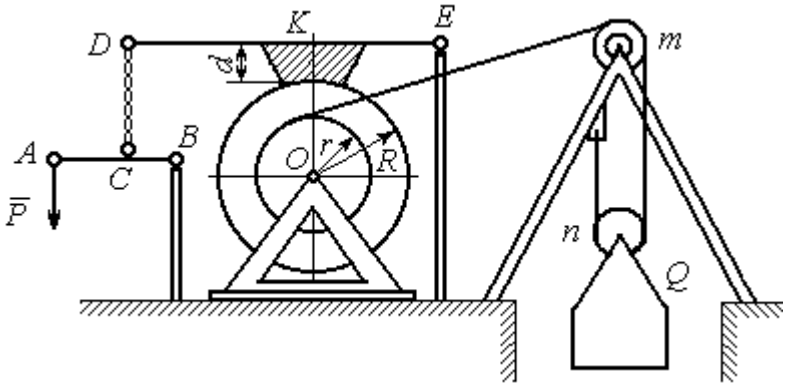


Рис. 1.56. Ворот с колодочным тормозом

Определить величину силы $\vec{P}$, уравновешивающей груз Q, и реакции шарниров O и E, если вес ворота G = 140 Н, высота тормозной колодки $d = 0{,}1$ м, расстояния AB = 1 м, BC = 0,1 м; $ED = 1{,}2$ м; $EK = 0{,}6$ м.

Решение

Рассмотрим отдельно равновесие барабана ворота, тормозного рычага DE и рычага AB (рис. 1.57).

Для того; чтобы определить силу натяжения верёвки, прикреплённой к барабану, рассмотрим равновесие груза вместе с подвижным блоком n (см. рис. 1.57, *а*). На объект равновесия действует сила тяжести груза $\vec{Q}$ и реакции $\vec{T}'$ и $\vec{T}''$ двух ветвей верёвки, огибающей снизу блок n.

Уравнения равновесия такой системы сил:

$$T' + T'' - Q = 0; \qquad T''r_{\text{бл}} = T'r_{\text{бл}},$$

где моменты сил вычислены относительно центра блока; $r_{бл}$ – радиус блока *n*. Решая систему уравнений, получим: $T' = T'' = 0{,}5Q = 500$ Н.

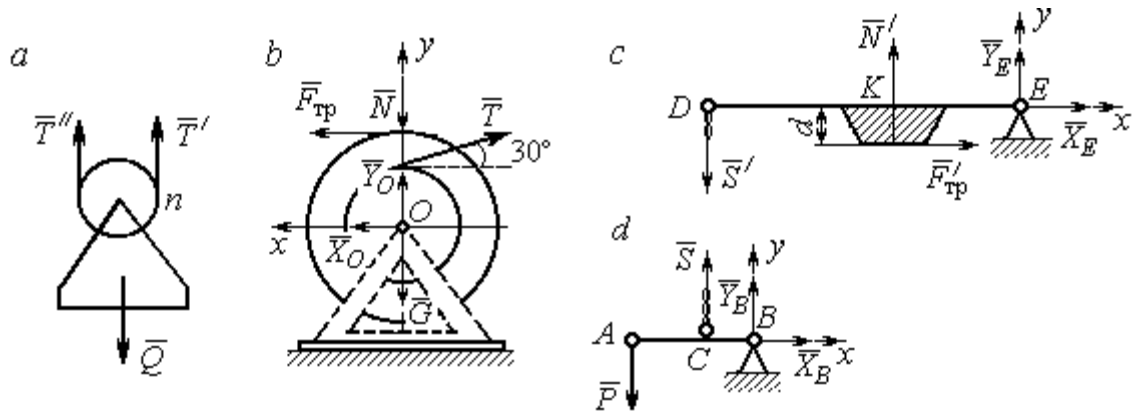


Рис. 1.57. Равновесие элементов конструкции ворота:
a – равновесие груза; *b* – силы, действующие на барабан; *c* – силы, действующие на тормозной рычаг *DE*; *d* – силы, действующие на рычаг *AB*

Рассмотрим равновесие барабана. На барабан действуют: сила веса барабана $\vec{G}$, сила давления $\vec{N}$ со стороны рычага, направленная по радиусу барабана, сила трения $\vec{F}_{\text{тр}}$, действующая по касательной к барабану в сторону, противоположную движению барабана при опускании груза, реакция $\vec{R}_O$ шарнира *O*, представленная двумя составляющими $\vec{X}_O, \vec{Y}_O$, и реакция верёвки $\vec{T}$, численно равная модулю силы $\vec{T}'$ (см. рис. 1.57, *b*).

Силы, действующие на барабан, составляют уравновешенную произвольную плоскую систему сил ($\vec{G}$, $\vec{X}_O, \vec{Y}_O$, $\vec{T}$, $\vec{N}$, $\vec{F}_{\text{тр}}$) ~ 0. Составим уравнение моментов относительно точки *O*:

$$-Tr + F_{\text{тр}}R = 0,\ \text{откуда с учётом } T = T'\ F_{\text{тр}} = 200 \text{ Н}.$$

Величина силы $\vec{N}$ давления рычага на барабан находится из вида зависимости силы трения $F_{\text{тр}} = fN$, тогда $N = \dfrac{F_{\text{тр}}}{f} = 500$ Н.

Составим уравнения равновесия барабана в виде проекций сил на оси, выбранные, как показано на рис. 1.57, *b*:

$$\sum F_{kx} = X_O + F_{\text{тр}} - T\cos 30^\circ = 0;$$

$$\sum F_{ky} = Y_O + T\cos 60^\circ - N - G = 0.$$

Решая систему, найдём реакцию шарнира *O*:

$$X_O = 233 \text{ Н};\ Y_O = 390 \text{ Н};\ R_O = \sqrt{X_O^2 + Y_O^2} = 454{,}3 \text{ Н}.$$

Рассмотрим теперь равновесие тормозного рычага *DE* (см. рис. 1.57, *c*).

На рычаг действуют сила $\vec{N}'$ давления со стороны барабана и сила трения $\vec{F}'_{\text{тр}}$, приложенные в точке касания тормозной колодки с барабаном, равные по величине и противоположные по направлению, соответственно, силам $\vec{N}$ и $\vec{F}_{\text{тр}}$. Кроме того, в точке *D* на рычаг действует сила $\vec{S}'$, под действием которой рычаг прижимается к барабану, и реакция шарнира *E*, разложенная на составляющие $\vec{X}_E$, $\vec{Y}_E$ вдоль осей *x*, *y*. Уравнения равновесия рычага имеют вид:

$$\sum F_{kx} = X_E + F'_{\text{тр}} = 0; \qquad \sum F_{ky} = Y_E + N' - S' = 0;$$

$$\sum M_E(\vec{F}_k) = S' \cdot DE - N' \cdot EK + F'_{\text{тр}} d = 0.$$

Подставляя в систему данные из условия задачи, с учётом найденных значений $F'_{\text{тр}} = F_{\text{тр}} = 200$ Н, $N' = N = 500$ Н, определим усилие S', с которым тормозной рычаг прижимается к барабану, и реакцию шарнира *E*:

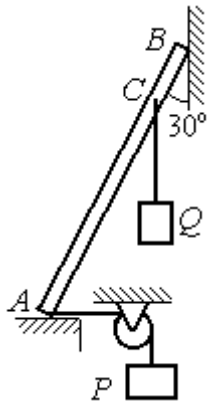
$$S' = 233{,}33 \text{ Н};\ X_E = -200 \text{ Н};\ Y_E = -266{,}67 \text{ Н};\ R_E = \sqrt{X_E^2 + Y_E^2} = 333{,}34 \text{ Н}.$$

Силу $\vec{P}$, необходимую для уравновешивания груза *Q*, найдём рассматривая равновесие рычага *AB* (см. рис. 1.57, *d*) . На рычаг действуют сила $\vec{P}$, реакция цепи $\vec{S}$ и реакция шарнира *B*, показанная на рис. 1.57, *d* составляющими $\vec{X}_B$, $\vec{Y}_B$.

Составим уравнение равновесия рычага в форме равенства нулю суммы моментов сил относительно точки *B*: $P \cdot AB - S \cdot CB = 0$. С учётом того, что модули сил $\vec{S}$ и $\vec{S}'$ равны, найдем $P = 23{,}3$ Н.

Упражнения

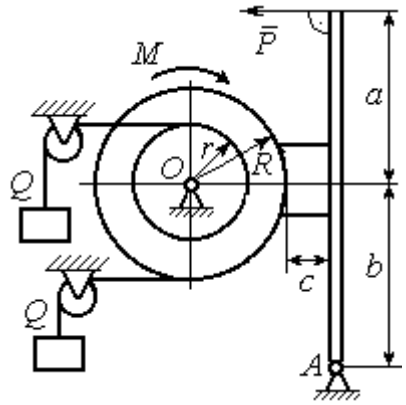
Упражнение 1.13



Невесомый стержень AB опирается в точках A и B на шероховатые поверхности – горизонтальный пол и вертикальную стену. Коэффициент трения между стержнем и полом и между стержнем и стеной $f = 0{,}2$. Угол наклона стержня к вертикальной стене 30°. В точке C к стержню подвешен груз Q. Стержень удерживается в равновесии горизонтальной нитью, прикреплённой в точке A и перекинутой через блок. К другому концу нити подвешен груз P. В каких границах можно изменять вес груза P, не нарушая равновесия стержня?

$AB = 3$ м, $AC = 2$ м, $Q = 200$ Н.

Упражнение 1.14



Шкив O состоит из двух барабанов радиусов R и r. На барабаны навиты верёвки, натянутые одинаковыми грузами Q. К шкиву приложена пара сил с моментом M. Шкив затормаживается с помощью рычажного тормоза. Коэффициент трения между тормозной колодкой и шкивом $f = 0{,}4$. Определить силу $\vec{P}$, приложенную к рычагу тормозной колодки и уравновешивающую шкив. Найти реакцию шарнира A.

$a = b = 1$ м; $c = 0{,}1$ м; $Q = 100$ Н; $M = 120$ Н·м;
$R = 0{,}6$ м; $r = 0{,}2$ м.

Рис. 1.58. Задания для самостоятельного решения. Упражнения № 1.13, 1.14

2. КИНЕМАТИКА ТОЧКИ И ТВЁРДОГО ТЕЛА

2.1. Криволинейное движение точки

Кривая, которую описывает движущаяся точка, называется **траекторией** точки. Движение точки может быть задано **векторным**, **координатным** или **естественным** способами.

Координатный способ задания движения точки основан на том, что положение точки определяется ее координатами, заданными для каждого момента времени (рис. 2.1): $x = x(t)$, $y = y(t)$, $z = z(t)$.

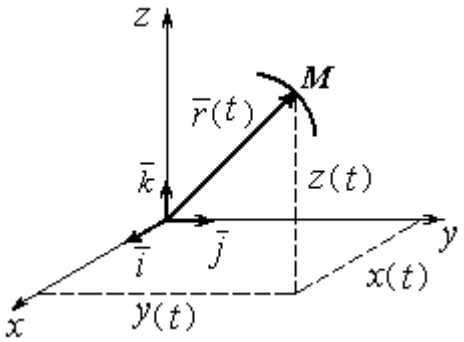


Рис. 2.1. Векторный и координатный способы задания движения точки

Мгновенная скорость, или скорость точки в данный момент времени, является векторной величиной и определяется как производная по времени от радиус-вектора точки: $\vec{V} = \frac{d\vec{r}}{dt}$. **Вектор скорости точки $\vec{V}$ всегда направлен по касательной к траектории в сторону движения точки.** Величины V_x, V_y, V_z проекций вектора скорости $\vec{V}$ на координатные оси определяются как производные по времени от соответствующих координат: $V_x = \frac{dx}{dt} = \dot{x}$; $V_y = \frac{dy}{dt} = \dot{y}$; $V_z = \frac{dz}{dt} = \dot{z}$. Модуль вектора скорости: $V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2 + V_z^2}$.

Мгновенное ускорение точки**,** или ускорение в данный момент времени, является векторной величиной и определяется как производная по времени от вектора скорости точки или как вторая производная от радиус-вектора точки: $\vec{a} = \frac{d\vec{V}}{dt} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2}$. Величины a_x, a_y, a_z проекций вектора ускорения на координ-

натные оси определяются равенствами: $a_x = \frac{dV_x}{dt} = \dot{V}_x = \ddot{x}$; $a_y = \frac{dV_y}{dt} = \dot{V}_y = \ddot{y}$; $a_z = \frac{dV_z}{dt} = \dot{V}_z = \ddot{z}$. Модуль вектора ускорения: $a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}$.

Естественный способ задания движения используется, если траектория движения точки заранее известна. Тогда положение точки однозначно определяется длиной дуги $O\breve{M} = S(t)$, отсчитываемой от некоторой фиксированной точки *O*, принятой за начало отсчета (рис. 2.2). При этом заранее устанавливаются положительное и отрицательное направления отсчета дуговой координаты.

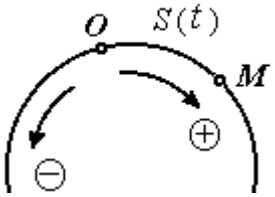


Рис. 2.2. Естественный способ задания движения точки

При естественном способе задания движения вектор скорости точки определяется равенством: $\vec{V} = \dot{S}\vec{\tau} = V_\tau \vec{\tau}$, где S – дуговая координата; $\vec{\tau}$ – единичный вектор касательной к траектории движения, направленный в сторону положительного направления дуговой координаты. Величина $V_\tau = \dot{S}$ называется алгебраической скоростью точки и представляет собой проекцию вектора скорости точки на касательную к траектории.

Вектор ускорения точки $\vec{a}$ раскладывается на составляющие по направлениям естественных осей – касательную (ось τ) и перпендикулярную к ней нормальную (ось *n*):

$$\vec{a} = a_\tau \vec{\tau} + a_n \vec{n} \text{ или } \vec{a} = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n,$$

где $\vec{\tau}$ – единичный направляющий вектор касательной; $\vec{n}$ – единичный направляющий вектор нормали траектории; a_τ – проекция ускорения точки на касательную называется **касательным ускорением**; a_n – проекция вектора ускорения точки на нормаль называется **нормальным ускорением** (рис. 2.3). Касательная составляющая ускорения характеризует изменение величины скорости точки, нормальная – изменение направления вектора скорости.

Если проекции V_τ и a_τ имеют одинаковые знаки (направлены в одну сторону), движение будет ускоренным, если разных знаков (разнонаправлены) – замедленным (см. рис. 2.3, *a*, *b*).

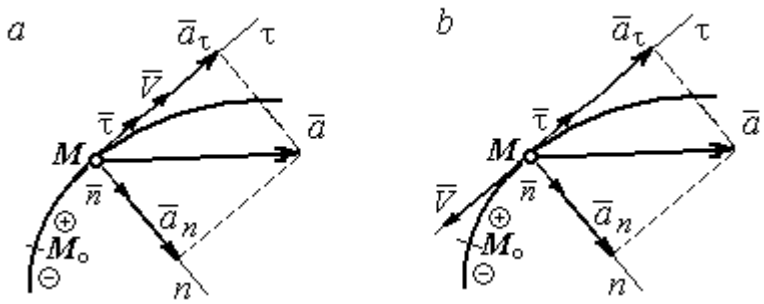


Рис. 2.3. Скорость и ускорение точки. Разложение ускорения на нормальную и касательную составляющие:
a – ускоренное движение; *b* – замедленное движение

Проекции ускорения на естественные оси и модуль вектора ускорения вычисляются по формулам:

$$a_\tau = \ddot{S} = \dot{V}_\tau,\ a_n = \frac{V^2}{\rho};$$

$$a = \sqrt{a_n^2 + a_\tau^2}\ ,$$

где ρ – радиус кривизны траектории. Иногда при вычислении касательной составляющей ускорения удобнее пользоваться формулой $a_\tau = \dfrac{a_x V_x + a_y V_y}{V_\tau}$.

Вектор нормальной составляющей ускорения $\vec{a}_n$ всегда направлен к центру кривизны траектории. Вектор касательной составляющей ускорения $\vec{a}_\tau$ направлен в сторону положительного направления касательной (по направлению единичного вектора $\vec{\tau}$), если $\ddot{S} > 0$, и в противоположную сторону – при $\ddot{S} < 0$.

Криволинейное движение точки называется **равномерным**, если проекция вектора скорости на касательную – постоянная величина: $V_\tau = \text{const}$.

Криволинейное движение точки называется **равнопеременным**, если постоянна проекция вектора ускорения на касательную: $a_\tau = \text{const}$.

Примеры решения задач на криволинейное движение точки

Задача 20. Движение точки задано координатным способом уравнениями $x(t) = 2\sin\pi t$, $y(t) = \cos 2\pi t$, где *x*, *y* – в сантиметрах, *t* – в секундах.

Найти траекторию точки, величину и направление скорости и ускорения в моменты времени t_1 = 0,25 с, t_2 = 0,75 с. Определить участки ускоренного и замедленного движений точки.

Решение

Определяем траекторию точки. Из уравнений движения находим $y = \cos 2\pi t = \cos^2 \pi t - \sin^2 \pi t = 1 - 2\sin^2 \pi t = 1 - \frac{x^2}{2}$. Траекторией точки является парабола $y = 1 - \frac{x^2}{2}$ (рис. 2.4). Однако не вся парабола будет траекторией движения, а только та её часть, точки которой согласно уравнениям движения удовлетворяют неравенствам: $-2 \le x \le 2$, $-1 \le y \le 1$.

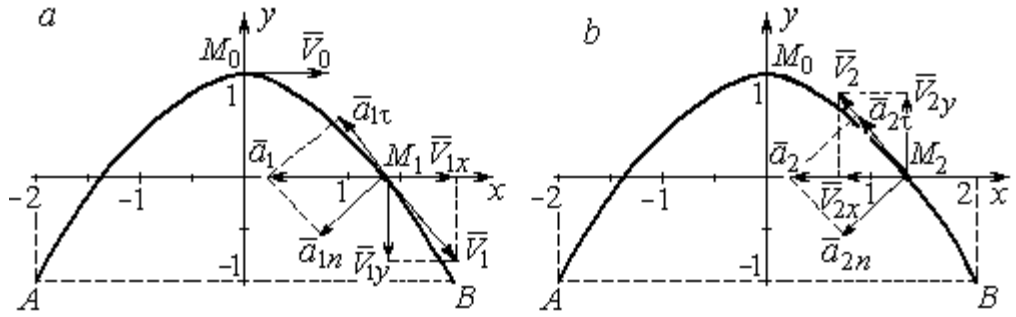


Рис. 2.4. Траектория движения точки:

a – замедленное движение точки на участке от M_0 к *B*;
b – ускоренное движение точки на участке от *B* к M_0

Определяем параметры движения точки в момент времени t_1 = 0,25 с.

Находим координаты x_1, y_1 положения точки M_1:

$$x_1 = x(0{,}25) = 2\sin\frac{\pi}{4} = \sqrt{2} \text{ см}, \quad y_1 = y(0{,}25) = \cos\frac{\pi}{2} = 0.$$

Находим проекции V_{1x}, V_{1y} вектора $\vec{V}_1$ скорости точки на оси системы координат:

$$V_x(t) = \dot{x} = 2\pi\cos\pi t; \; V_y(t) = \dot{y} = -2\pi\sin 2\pi t;$$

$$V_{1x} = V_x(0{,}25) = 2\pi\cos\frac{\pi}{4} = \pi\sqrt{2} \text{ см/с}; \quad V_{1y} = V_y(0{,}25) = -2\pi\sin\frac{\pi}{2} = -2\pi \text{ см/с}.$$

Модуль скорости $V_1 = \sqrt{V_{1x}^2 + V_{1y}^2} = \pi\sqrt{6}$ см/с.

Находим проекции a_{1x}, a_{1y} вектора $\vec{a}_1$ ускорения точки на оси системы координат:

$$a_x(t) = \dot{V}_x = -2\pi^2 \sin\pi t;\ a_y(t) = \dot{V}_y = -4\pi^2 \cos 2\pi t;$$

$$a_{1x} = a_x(0{,}25) = -2\pi^2 \sin\frac{\pi}{4} = -\pi^2\sqrt{2} \text{ см/с}^2;\ a_{1y} = a_y(0{,}25) = -4\pi^2 \cos\frac{\pi}{2} = 0.$$

Модуль вектора ускорения $a_1 = \sqrt{a_{1x}^2 + a_{1y}^2} = \pi^2\sqrt{2}$ см/с.

Положение точки M_1 в момент времени $t_1 = 0{,}25$ с, построение векторов скорости $\vec{V}_1$ и ускорения $\vec{a}_1$ по их проекциям показано на рис. 2.4, *а*.

Для того чтобы определить характер движения точки в положении M_1 – ускоренное или замедленное, найдём направление касательного ускорения. С этой целью разложим известный уже вектор ускорения $\vec{a}_1$ на нормальную и касательную составляющие согласно равенству $\vec{a}_1 = \vec{a}_{1\tau} + \vec{a}_{1n}$. При этом направление касательной совпадает с направлением вектора скорости $\vec{V}_1$, а направление нормали – перпендикулярно ему. Касательное ускорение $\vec{a}_{1\tau}$ оказалось направленным противоположно вектору скорости $\vec{V}_1$ (см. рис. 2.4, *а*). Следовательно, точка в рассматриваемый момент движется замедленно.

В момент времени $t_2 = 0{,}75$ с положение M_2 совпадает с положением M_1:

$$x_2 = x(0{,}75) = 2\sin\frac{3\pi}{4} = \sqrt{2} \text{ см};\ y_2 = y(0{,}75) = \cos 2\pi\frac{3}{4} = 0.$$

Проекции векторов скорости $\vec{V}_2$ и ускорения $\vec{a}_2$ точки на оси координат:

$$V_{2x} = V_x(0{,}75) = 2\pi\cos\frac{3\pi}{4} = -\pi\sqrt{2} \text{ см/с};\ V_{2y} = V_y(0{,}75) = -2\pi\sin 2\pi\frac{3}{4} = 2\pi \text{ см/с};$$

$$a_{2x} = a_x(0{,}75) = -2\pi^2 \sin\frac{3\pi}{4} = -\pi^2\sqrt{2} \text{ см/с}^2;\ a_{2y} = a_y(0{,}75) = -4\pi^2 \cos 2\pi\frac{3}{4} = 0.$$

Модули скорости и ускорения точки в момент времени $t_2 = 0{,}75$ с:

$$V_2 = \sqrt{V_{2x}^2 + V_{2y}^2} = \pi\sqrt{6} \text{ см/с}; \quad a_2 = |a_{2x}| = \pi^2\sqrt{2} \text{ см/с}^2.$$

Положение точки M_2 в момент времени t_2 = 0,75 с, построение векторов скорости $\vec{V}_2$ и ускорения $\vec{a}_2$ по их проекциям, а также разложение вектора ускорения $\vec{a}_2$ на составляющие $\vec{a}_{2n}$ и $\vec{a}_{2\tau}$ показано на рис. 2.4, *b*. В данном случае вектор касательного ускорения совпадает по направлению с вектором скорости (см. рис. 2.4, *b*), поэтому движение ускоренное.

В целом движение точки по траектории происходит следующим образом. Из начального положения M_0 (t_0 = 0) точка с замедлением перемещается по правой ветви параболы. Достигнув положения *B* на траектории (t_B = 0,5 с), точка совершает мгновенную остановку и начинает обратное ускоренное движение. Достигнув положения M_0 (t_{M_0} = 1 с), точка переходит на левую часть параболы, где движется аналогично.

Задача 21. Рудничный поезд выходит на закруглённый участок пути радиуса *R* = 1 км с начальной скоростью 54 км/ч. Считая движение поезда равнопеременным, определить его скорость и ускорение в конце 10-й секунды движения по закруглённому участку, если за это время поезд прошёл путь 500 м.

Решение

Примем за начало отсчёта расстояния точку M_0, где поезд выходит на закруглённый участок пути (рис. 2.5). Предположим, движение поезда равноускоренное и происходит в сторону возрастания дуговой координаты *S*. В этом случае вектор скорости и вектор касательного ускорения направлены в положительную сторону касательной.

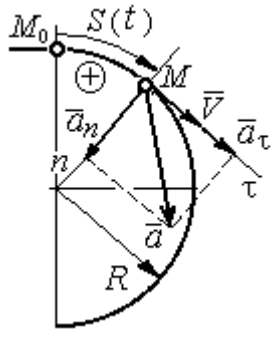


Рис. 2.5. Скорость и ускорение поезда

При равнопеременном движении проекция вектора ускорения на касательную постоянна: a_τ = const. Так как $a_\tau = \dfrac{dV_\tau}{dt}$, то $V_\tau = a_\tau t + C_1$, где V_τ – проекция вектора скорости на касательную

ось. Далее, поскольку $V_\tau = \frac{dS}{dt}$, имеем $S = \frac{a_\tau t^2}{2} + C_1 t + C_2$. Константы интегрирования C_1 и C_2 находятся из начальных условий: при $t = 0$ $S = 0$ и $V_\tau = V_0 =$ = 54 км/ч = 15 м/с. Подставив эти условия в уравнения движения, найдём константы интегрирования: C_1 = 15 м/с; C_2 = 0.

В результате получена система уравнений:

$$V_\tau = a_\tau t + 15; \quad S = \frac{a_\tau t^2}{2} + 15t .$$

По условию задачи через 10 с от начала движения по закруглённому участку поезд прошёл по дуге путь S = 500 м. Подставляя это условие во второе уравнение, получим a_τ = 7 м/с^2. Скорость поезда в конце пройденного пути с учётом известной величины касательного ускорения найдём из первого уравнения V_τ = 85 м/с. Следует заметить, что при указанном движении поезда проекция вектора скорости на касательную ось положительна и равна его модулю: $V_\tau = V$.

Нормальное ускорение поезда при движении по дуге окружности радиуса R = 1000 м в момент времени t = 10 с равно $a_n = \frac{V_\tau^2}{R}$ = 7,23 м/с^2. Величина (модуль) полного ускорения поезда $a = \sqrt{a_n^2 + a_\tau^2}$ = 10,06 м/с^2. Разложение вектора ускорения поезда на нормальную и касательную составляющие показано на рис. 2.5.

Задача 22. Вагонетка движется равнопеременно по дуге окружности радиуса R = 80 м. За время движения скорость вагонетки изменилась от начальной V_0 = 18 км/ч до конечной V_1 = 9 км/ч.

Определить характер движения – ускоренное или замедленное. Найти ускорение вагонетки в начале и в конце участка движения, если за это время она прошла путь S = 60 м.

Решение

Выберем некоторую точку на траектории в качестве начальной, а направление положительного отсчёта расстояний – в сторону движения вагонетки.

Уравнения равнопеременного движения точки при начальных условиях: $t = 0$; $S = 0$ и $V_\tau = V_0 = 5$ м/с имеют вид:

$$V_\tau = 5 + a_\tau t\,; \quad S = 5t + \frac{a_\tau t^2}{2}.$$

Подставим в уравнения параметры движения в момент времени $t = t_1$, когда скорость вагонетки стала $V_{1\tau} = 2{,}5$ м/с, а пройденный ею путь составил 60 м. Получим систему:

$$-2{,}5 = a_\tau t_1\,; \quad 60 = 5t_1 + \frac{a_\tau t_1^2}{2},$$

откуда найдём касательное ускорение: $a_\tau = -0{,}16$ м/с^2.

Отрицательная величина означает, что вектор касательного ускорения направлен в сторону, противоположную направлению вектора скорости, и движение равнозамедленное.

Нормальное ускорение вагонетки в начале движения $a_{n0} = \frac{V_0^2}{R} = 0{,}31$ м/с^2.

Полное ускорение $a_0 = \sqrt{a_{n0}^2 + a_\tau^2} = 0{,}35$ м/с^2. В конце движения нормальное ускорение $a_{n1} = \frac{V_1^2}{R} = 0{,}08$ м/с^2. Полное ускорение $a_1 = \sqrt{a_{n1}^2 + a_\tau^2} = 0{,}18$ м/с^2.

2.2. Поступательное движение и вращение твердого тела вокруг неподвижной оси

Движение твёрдого тела называется **поступательным**, если любой прямолинейный отрезок, связанный с телом, остаётся в процессе движения параллельным самому себе. При **поступательном** движении твёрдого тела все его

точки движутся по одинаковым траекториям, имеют равные скорости и ускорения.

Вращением твёрдого тела вокруг неподвижной оси называется такое его движение, при котором две точки тела остаются неподвижными в течение всего времени движения. Прямая, проходящая через неподвижные точки, называется **осью вращения** тела.

Положение вращающегося тела определяется углом поворота $\varphi = \varphi(t)$ относительно какой-либо системы отсчёта, например, относительно неподвижной плоскости, проходящей через ось вращения.

Вектор угловой скорости вращения тела $\vec{\omega}$ лежит на оси вращения и направлен в сторону, откуда вращение тела видно против хода часовой стрелки. **Алгебраическим значением угловой скорости** вращения тела называют проекцию вектора угловой скорости на ось вращения (ось z) $\omega_z = \dot{\varphi}$. При $\dot{\varphi} > 0$ тело вращается в сторону положительного направления отсчёта угла φ, при $\dot{\varphi} < 0$ – в обратную сторону. Направление угловой скорости обычно показывают дуговой стрелкой вокруг оси вращения. Модуль алгебраического значения угловой скорости вращения тела называется угловой скоростью $\omega = |\omega_z| = |\dot{\varphi}|$.

Алгебраическим значением **углового ускорения** вращающегося тела называют проекцию вектора углового ускорения на ось вращения (ось z) $\varepsilon_z = \dot{\omega}_z = \ddot{\varphi}$. Модуль алгебраического значения углового ускорения вращения тела называется угловым ускорением: $\varepsilon = |\varepsilon_z| = |\dot{\omega}_z| = |\ddot{\varphi}|$.

Вектор углового ускорения направлен вдоль оси вращения. Если $\varepsilon_z \omega_z > 0$ (вектора угловой скорости и углового ускорения сонаправлены), движение ускоренное, если $\varepsilon_z \omega_z < 0$ (векторы угловой скорости и углового ускорения противоположны по направлению), – замедленное.

При равномерном вращении угловая скорость тела (алгебраическое значение) – постоянная величина: ω_z = const. Угол поворота тела изменяется по линейному закону $\varphi = \varphi_0 + \omega_z t$, где φ_0 – начальный угол поворота тела.

При равнопеременном вращении постоянной величиной является алгебраическое значение углового ускорения: ε_z = const. В этом случае справедливы уравнения движения: $\omega_z = \omega_{z0} + \varepsilon_z t$; $\varphi = \varphi_0 + \omega_{z0} t + \dfrac{\varepsilon_z t^2}{2}$.

При вращательном движении тела все его точки движутся по окружностям, радиусы которых равны расстояниям от выбранной точки до неподвижной оси. **Скорость точки** вращающегося твердого тела **(**в отличие от угловой скорости тела) называют **линейной,** или **окружной скоростью** точки. Модуль скорости точки рассчитывается по формуле: $V = \omega h$, где ω – угловая скорость тела; h – расстояние от точки до оси вращения. Вектор скорости направлен по касательной к описываемой точкой окружности в сторону вращения тела.

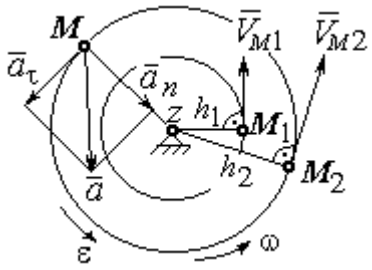


Рис. 2.6. Скорость и ускорение точек вращающегося тела

При вращении тела отношение скоростей двух точек тела равно отношению расстояний от этих точек до оси вращения: $\dfrac{V_{M_1}}{V_{M_2}} = \dfrac{h_1}{h_2}$ (рис. 2.6).

Ускорение точки вращающегося твердого тела рассчитывается как ускорение точки при естественном способе задания движения в виде суммы векторов касательного и нормального ускорений (см. рис. 2.6): $\vec{a} = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n$, где модули векторов $a_\tau = \varepsilon h$, $a_n = \omega^2 h$; $a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2}$; ω, ε – угловая скорость и угловое ускорение тела, $\varepsilon = |\varepsilon_z|$; h – расстояние от точки до оси вращения. **Вектор касательного ускорения точки** $\vec{a}_\tau$ направлен по касательной к описываемой точкой окружности в сторону движения точки, если вращение тела ускоренное, и в противоположную сторо-

ну, если движение тела замедленное. **Вектор нормального ускорения точки** $\vec{a}_n$ направлен вдоль радиуса описываемой точкой окружности к её центру.

При **передаче вращения** одного тела другому без проскальзывания соотношения между угловыми скоростями и угловыми ускорениями выражаются из равенства скоростей и касательных ускорений в точке контакта: $\frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{r_2}{r_1}$; $\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} = \frac{r_2}{r_1}$ (рис. 2.7).

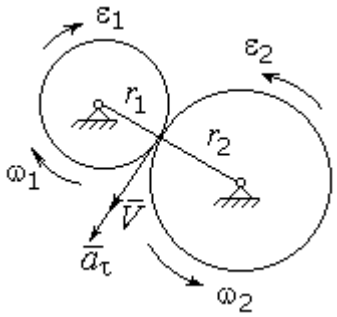


Рис. 2.7. Передача вращения одного тела другому

Примеры решения задач на вращательное движение тел

Задача 23. Вал, начиная вращаться равноускоренно из состояния покоя, за первые 2 мин. сделал 3600 оборотов. Определить угловую скорость вала в конце 2-й минуты и угловое ускорение вала.

Решение

Допустим, вращение вала вокруг оси *z* происходит в сторону положительного направления отсчёта угла. Тогда алгебраические значения угловой скорости и углового ускорения равны модулям соответствующих векторов $\omega_z = \omega$; $\varepsilon_z = \varepsilon$.

Воспользуемся уравнениями равнопеременного вращения вала с нулевыми начальными условиями (начальный угол поворота $\varphi_0 = 0$ и начальная угловая скорость вала $\omega_0 = 0$). Имеем $\omega = \varepsilon t$; $\varphi = \frac{\varepsilon t^2}{2}$.

Подставим в уравнения параметры движения вала в момент времени $t = t_1 = 2$ мин = 120 с; $\varphi_1 = 3600$ об $= 7200\pi$ рад. Получим систему:

$$\omega_1 = \varepsilon \cdot 120, \quad 7200\pi = \frac{\varepsilon \cdot 120^2}{2}, \text{ откуда } \varepsilon = \pi \text{ с}^{-2}; \quad \omega_1 = 120\pi \text{ с}^{-1}.$$

Задача 24. В механизме стрелочного индикатора (рис. 2.8) движение от рейки мерительного штифта 1 передаётся шестерне 2, скреплённой на одной оси с зубчатым колесом 3. Колесо 3 сцепляется, в свою очередь, с шестернёй 4, несущей стрелку-индикатор. Определить угловую скорость стрелки, если движение штифта задаётся уравнением $x = 4\sin\pi t$ и радиусы зубчатых колёс: $r_2 = 6$ см, $r_3 = 10$ см, $r_4 = 4$ см.

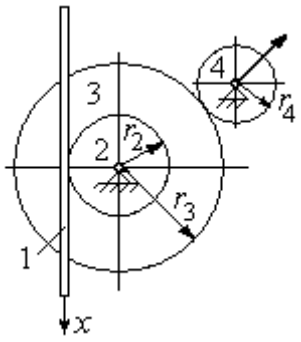


Рис. 2.8. Механизм стрелочного индикатора

Решение

Мерительный штифт движется поступательно вдоль оси x (см. рис. 2.8). Проекция скорости любой точки штифта на ось x $V_{1x} = \dot{x} = 4\pi\cos\pi t$ см/с. Такую же скорость имеет и точка касания штифта с шестернёй 2.

Полагая, что точка касания штифта с шестернёй 2 принадлежит и шестерне, найдём алгебраическое значение угловой скорости шестерни 2: $\omega_{2z} = \dfrac{V_{1x}}{r_2} = \dfrac{4\pi\cos\pi t}{6} = \dfrac{2\pi}{3}\cos\pi t$ рад/с. Зубчатое колесо 3 скреплено с шестернёй 2 на одной оси и имеет ту же угловую скорость $\omega_{3z} = \omega_{2z}$. Вращение колеса 3 через точку зацепления передаётся шестерне 4. Выразим соотношение между алгебраическими значениями угловых скоростей при передаче вращения одного тела другому: $\dfrac{\omega_{3z}}{\omega_{4z}} = \dfrac{r_4}{r_3}$. Отсюда получим: $\omega_{4z} = \dfrac{V_{1x} r_3}{r_2 r_4} = \dfrac{5\pi}{3}\cos\pi t$ с$^{-1}$. Угловая скорость стрелки равна угловой скорости шестерни 4.

Задача 25. Ведущее колесо 1 подъёмного устройства (рис. 2.9) передаёт движение шестерне 2. На одной оси с шестернёй 2 расположен шкив 3, жёстко скреплённый с шестернёй. Шкив 3 соединяется со шкивом 4 бесконечным

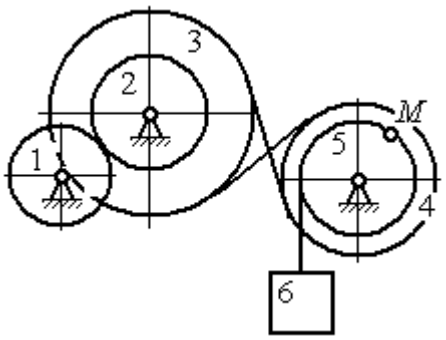


Рис. 2.9. Схема механизма подъёмного устройства

перекрёстным ремнём. Барабан 5 скреплён со шкивом 4 и находится с ним на одной оси. На барабан намотана нить, удерживающая груз 6. По заданному уравнению движения колеса 1 определить скорость, нормальное, касательное и полное ускорения точки M на ободе барабана 5 в момент времени $t_1 = 1$ с, а также скорость и ускорение груза 6. Скольжение между звеньями механизма отсутствует.

Значения радиусов колёса, шкивов и барабана механизма: $r_1 = 20$ см, $r_2 = 10$ см, $r_3 = 40$ см, $r_4 = 16$ см, $r_5 = 8$ см. Уравнение вращения колеса 1: $\varphi_1 = 2t^2 - 5t$ рад.

Решение

Ведущим звеном в механизме является колесо 1. Выберем положительное направление отсчёта угла поворота колеса 1 в сторону, противоположную направлению вращения часовой стрелки. На рис. 2.10 это направление показано дуговой стрелкой φ_1.

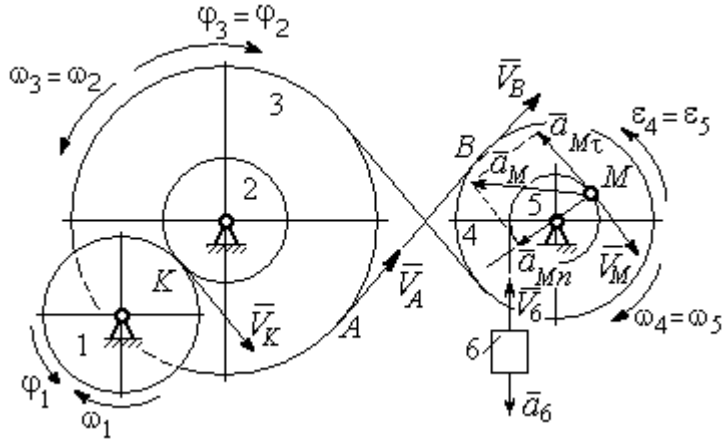


Рис. 2.10. Расчётная схема механизма

Продифференцировав по времени уравнение движения колеса 1, получим алгебраическое значение его угловой скорости: $\omega_{1z} = \dot{\varphi}_1 = 4t - 5$ рад/с. В момент времени $t_1 = 1$ с алгебраическое значение угловой скорости колеса 1 отрицательно: $\dot{\varphi}_1(1) = -1$ рад/с. Это означает, что в данный момент времени колесо 1 вращается в сторону, противоположную положительному направлению отсчёта угла φ_1. Угловая скорость колеса 1 равна модулю: $\omega_1 = |\omega_{1z}| = 1$ рад/с. Направление угловой скорости ω_1 колеса 1 в момент времени $t_1 = 1$ с показано дуговой стрелкой ω_1.

Вращение колеса 1 передаётся шестерне 2 через точку контакта *K*. Из соотношения $\frac{\omega_1}{\omega_2}=\frac{r_2}{r_1}$ найдём угловую скорость шестерни 2: $\omega_2=\frac{\omega_1 r_1}{r_2}$. Шкив 3, закреплённый на одной оси с шестернёй 2 имеет такую же угловую скорость, $\omega_3=\omega_2$. Направление угловых скоростей шестерни 2 и шкива 3 показано на рис. 2.10 дуговой стрелкой ω_2.

Передача движения шкива 3 шкиву 4 производится с помощью ремённой передачи. На участке от точки *A*, где ремень сходит со шкива 3, и до точки *B*, где ремень набегает на шкив 4, ремень движется поступательно, поэтому скорости точек *A* и *B* равны: $V_A=V_B$. Выразив скорости точек через угловые скорости тел, имеем равенство $\omega_3 r_3=\omega_4 r_4$, откуда с учётом, что $\omega_3=\omega_2$, найдём угловую скорость шкива 4: $\omega_4=\frac{\omega_3 r_3}{r_4}=\frac{\omega_1 r_1 r_3}{r_2 r_4}$. Угловая скорость барабана 5 равна угловой скорости шкива 4, $\omega_5=\omega_4$. Направление угловых скоростей шкива 4 и барабана 5 показано на рис. 2.10 дуговой стрелкой ω_4.

Величина (модуль) скорости точки *M* рассчитывается по формуле: $V_M=\omega_5 r_5$. В момент времени $t_1=1$ с $\omega_5=\frac{\omega_1 r_1 r_3}{r_2 r_4}=5$ рад/с и $V_M=20$ см/с. Вектор скорости $\vec{V}_M$ направлен по касательной к ободу барабана в точке *M* и направлен в сторону вращения барабана 5 (см. рис. 2.10).

Нить, несущая груз 6, сматываясь с обода барабана, имеет скорость, равную скорости точек обода барабана, и, следовательно, равна скорости точки *M*: $V_6=V_M$. Направление скорости груза 6 определяется направлением вращения барабана 5. При $t_1=1$с груз поднимается со скоростью $V_6=20$ см/с.

Определим ускорение точки *M*. Вектор ускорения точки *M* равен сумме векторов: $\vec{a}_M=\vec{a}_M^{\tau}+\vec{a}_M^{n}$, где $\vec{a}_M^{\tau}$, $\vec{a}_M^{n}$ – касательная и нормальная составляющие ускорения.

Найдём алгебраическое значение угловой скорости барабана 5: $\omega_{5z} = \dfrac{\omega_{1z} r_1 r_3}{r_2 r_4} = 20t - 25$ рад/с. Алгебраическое значение углового ускорения барабана 5 ε_{5z} равно производной $\varepsilon_{5z} = \dot{\omega}_{5z} = 20$ рад/с^2. Так как в момент времени $t_1 = 1$ с знаки алгебраических значений угловой скорости барабана и его углового ускорения разные ($\omega_{5z} = -5$ рад/с $\vec{a}_M = \vec{a}_M^{\tau} + \vec{a}_M^{n}$ $\varepsilon_{5z} = +20$ рад/с^2), угловое ускорение (по величине равное модулю $\varepsilon_5 = |\varepsilon_{5z}|$) направлено в сторону, противоположную угловой скорости. На рис. 2.10 направление углового ускорения барабана 5 показано дуговой стрелкой ε_5.

Касательное ускорение точки: $a_{M\tau} = \varepsilon_5 r_5 = 80$ см/с^2. Вектор $\vec{a}_{M\tau}$ касательного ускорения точки M направлен по касательной к траектории в точке M в сторону углового ускорения ε_5 (см. рис. 2.10).

Нормальное ускорение точки M рассчитывается как $a_M^n = \omega_5^2 r_5$, где угловая скорость барабана $\omega_5 = |\omega_{5z}|$. В момент времени $t_1 = 1$ с $\omega_5 = 5$ рад/с и величина нормального ускорения: $\vec{a}_M^{\,n} = 100$ см/с^2. Вектор нормального ускорения $\vec{a}_M^{\,n}$ направлен по радиусу к центру барабана 5.

Модуль полного ускорения точки M в заданный момент времени: $a_M = \sqrt{(a_M^{\tau})^2 + (a_M^n)^2} = 128{,}06$ см/с^2. Вектор ускорения $\vec{a}_M$ направлен по диагонали прямоугольника, построенного на векторах $\vec{a}_M^{\,n}$ и $\vec{a}_M^{\tau}$ (см. рис. 2.10).

Ускорение a_6 груза 6 находится из условия, что груз движется прямолинейно. При прямолинейном движении нормальная составляющая ускорения равна нулю. В результате, ускорение груза 6 $a_6 = a_6^{\tau} = \dot{V}_6 = \dot{V}_M = a_M^{\tau} = \varepsilon_5 r_5 = 80$ см/с^2. Направление вектора ускорения груза 6 определяется направлением углового ускорения барабана 5. На рис. 2.10 направление ускорения груза 6 показано вектором $\vec{a}_6$.

Задача 26. По заданному уравнению поступательного движения звена 1 механизма (рис. 2.11, *a*) определить скорость, нормальное, касательное и полное ускорения точки *M* диска 3 в момент времени $t_1 = 1$ с, а также скорость и ускорение звена 4. Скольжение между звеньями механизма отсутствует. Значения радиусов колес механизма и закон движения звена 1: $R_2 = 20$ см, $r_2 = 5$ см, $R_3 = 8$ см, $r_3 = 4$ см, $x_1 = \cos\pi t + \sin\pi t$ см.

Решение

Звено 1 движется поступательно вдоль оси *x*. Положительное направление движения задаётся направлением оси *x* (рис. 2.11, *a*). Продифференцировав по времени уравнение движения звена 1, получим его алгебраическое значение скорости: $V_{1x}(t) = \dot{x}_1 = -\pi\sin\pi t + \pi\cos\pi t$.

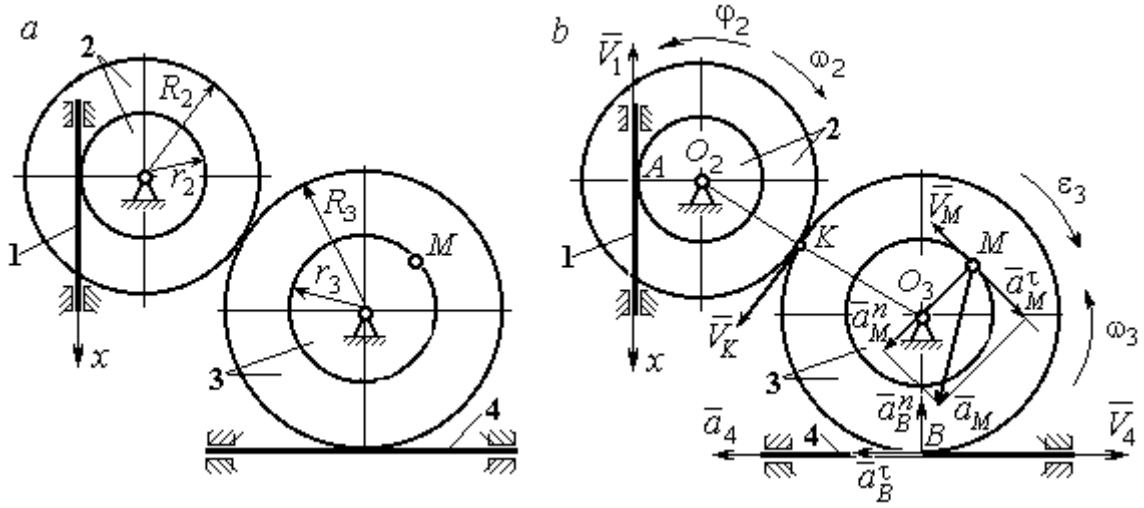


Рис. 2.11. Кинематика поступательного и вращательного движений твердого тела:
a – схема механизма; *b* – расчетная схема для определения скоростей
и ускорений точек механизма

В момент времени $t_1 = 1$ с алгебраическое значение скорости звена 1 отрицательное: $V_{1x}(1) = -\pi$ см/с. Это показывает, что в данный момент времени звено 1 движется в сторону, противоположную положительному направлению оси *x*. Скорость звена 1 равна модулю производной $V_1(1) = |\dot{x}_1| = \pi$ см/с. На рис. 2.11, *b* показано направление вектора скорости $\vec{V}_1$.

Точка A соприкосновения звена 1 с диском 2 имеет ту же скорость, что и звено 1. Угловая скорость диска 2 определяется из равенства $\omega_2 = \frac{V_1}{r_2}$ рад/с. Направление угловой скорости вращения диска 2 показано на рис. 2.11, *b* дуговой стрелкой ω_2.

Передача вращения диска 2 диску 3 происходит в точке *K*. Из соотношения $\frac{\omega_3}{\omega_2} = \frac{R_2}{R_3}$ находим угловую скорость диска 3: $\omega_3 = \frac{V_1 R_2}{r_2 R_3} = \frac{\pi}{2}$. Направление угловой скорости диска 3 показано на рис. 2.11, *b* дуговой стрелкой ω_3.

Модуль скорости точки M $V_M = \omega_3 r_3 = 2\pi$ см/с. Вектор скорости $\vec{V}_M$ направлен по касательной к траектории движения точки *M* в сторону вращения диска 3 (см. рис. 2.11, *b*).

Звено 4 движется поступательно. Величина и направление скорости звена 4 совпадают с величиной и направлением скорости точки *B* касания звена 4 с диском 3: $V_4 = V_B = \omega_3 R_3$. В момент времени $t_1 = 1$ с $V_4 = 4\pi$ см/с. Направление вектора скорости $\vec{V}_4$ определяется направлением вращения диска 3.

Определим ускорение точки *M*. Найдём алгебраическое значение ω_{3z} угловой скорости диска 3: $\omega_{3z} = \frac{V_{1x} R_2}{r_2 R_3} = \frac{\pi}{2}(-\sin\pi t + \cos\pi t)$. Алгебраическое значение ε_{3z} углового ускорения диска 3: $\varepsilon_{3z} = \dot{\omega}_{3z} = -\frac{\pi^2}{2}(\cos\pi t + \sin\pi t)$ и в момент времени $t_1 = 1$ с $\varepsilon_{3z} = \frac{\pi^2}{2}$. Разные знаки алгебраических значений угловой скорости и углового ускорения диска 3 ($\omega_{3z} = -\frac{\pi}{2}; \varepsilon_{3z} = +\frac{\pi^2}{2}$) показывают, что угловое ускорение направлено в сторону, противоположную угловой скорости. На рис 2.11, *b* направление углового ускорения диска 3 показано дуговой стрелкой ε_3.

Касательное ускорение точки M рассчитывается по формуле $a_M^{\tau} = \varepsilon_3 r_3$, где угловое ускорение $\varepsilon_3 = |\varepsilon_{3z}|$. В момент времени $t_1 = 1$ с $a_M^{\tau} = 2\pi^2$ см/с^2. Вектор касательного ускорения точки M $\vec{a}_M^{\tau}$ направлен по касательной к траектории точки M в сторону углового ускорения ε_3 (см. рис. 2.11, *b*).

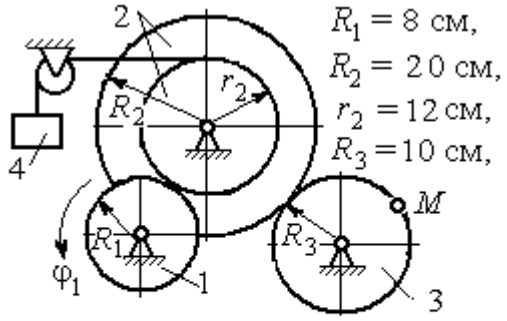
Нормальное ускорение точки M рассчитывается как $a_M^n = \omega_3^2 r_3$. В момент времени $t_1 = 1$ с величина нормального ускорения $a_M^n = \pi^2$ см/с^2. Вектор нормального ускорения $\vec{a}_M^n$ направлен по радиусу к центру диска 3.

Модуль полного ускорения точки M: $a_M = \sqrt{(a_M^n)^2 + (a_M^{\tau})^2} = \pi^2\sqrt{5}$ см/с^2. Вектор полного ускорения $\vec{a}_M$ направлен по диагонали прямоугольника, построенного на векторах $\vec{a}_M^n$ и $\vec{a}_M^{\tau}$.

Звено 4 движется поступательно и прямолинейно. Ускорение звена 4 равно проекции ускорения точки B (касания диска 3 со звеном 4) на линию движения звена 4: $a_4 = a_B^{\tau} = \varepsilon_3 R_3 = 4\pi^2$ см/с^2. Направление ускорения звена 4 совпадает с касательным ускорением точки B.

Упражнения

Упражнение 2.1

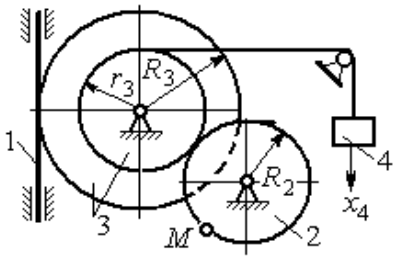


$R_1 = 8$ см,
$R_2 = 20$ см,
$r_2 = 12$ см,
$R_3 = 10$ см,

$\varphi_1 = 3t + 2\sin\frac{\pi t}{2}$ рад,

Найти скорость и ускорение точки M и груза 4 в момент $t = 1$ с

Упражнение 2.2



$R_2 = 0{,}2$ м, $R_3 = 0{,}4$ м, $r_3 = 0{,}3$ м,

$x_4 = t - 1 - \sin\frac{\pi t}{3} + \cos\frac{\pi t}{3}$ м.

Найти скорость и ускорение точки M и звена 1 в момент $t = t_1 = 3$ с.

Рис. 2.12. Задания для самостоятельного решения. Упражнения 2.1, 2.2

2.3. Скорости точек при плоскопараллельном движении твёрдого тела

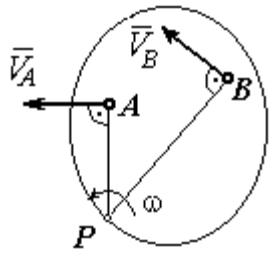
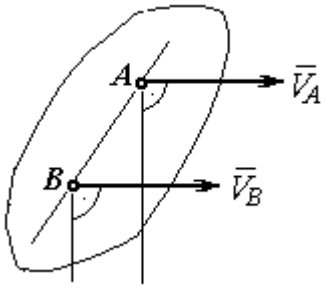
Плоскопараллельным, или плоским движением твердого тела, называется такое движение, при котором все точки тела движутся параллельно некоторой неподвижной (основной) плоскости.

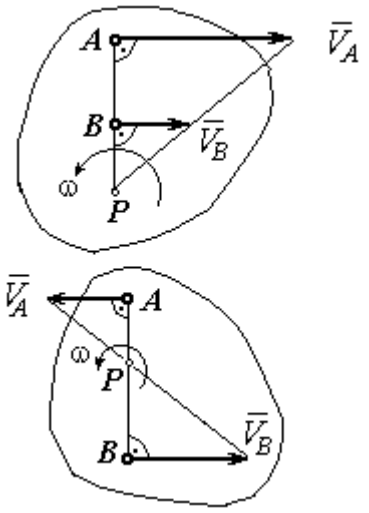
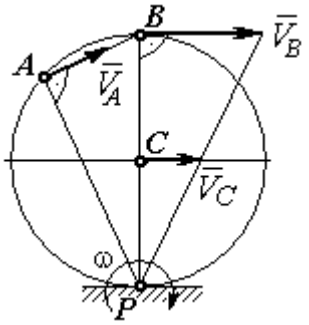
Для скоростей $\vec{V}_A$ и $\vec{V}_M$ двух точек A и M тела, совершающего плоское движение, справедливо утверждение: **проекции скоростей двух точек твердого тела на ось, проходящую через эти точки, равны друг другу:** $V_A\cos\alpha = V_M\cos\beta$, где α, β – углы между векторами скорости $\vec{V}_A$ и $\vec{V}_M$ и осью, проходящей через точки A и M.

Мгновенным центром скоростей (МЦС) называется точка P плоской фигуры, скорость которой в данный момент времени равна нулю. При известном положении МЦС скорость любой точки плоской фигуры находят так, как если бы движение фигуры было мгновенно вращательным вокруг мгновенного центра скоростей с угловой скоростью, равной угловой скорости плоской фигуры. Способы построения мгновенного центра скоростей приведены в табл. 2.1.

Таблица 2.1

Способы построения мгновенного центра скоростей

1. Если известны направления скоростей $\vec{V}_A$ и $\vec{V}_B$ каких-нибудь двух точек A и B плоской фигуры, то мгновенный центр скоростей P находится в точке пересечения перпендикуляров, восстановленных из этих точек к векторам скоростей.	
2. Если скорости двух точек $\vec{V}_A$ и $\vec{V}_B$ параллельны, но точки A и B не лежат на общем перпендикуляре к скоростям, то, как видно из рисунка, мгновенный центр P бесконечно удалён. В этом случае угловая скорость $\omega = 0$ и тело в данный момент движется поступательно (движение является мгновенным поступательным). При таком движении скорость любой точки тела равна $\vec{V}_A$.	

3. Если скорости двух точек $\vec{V}_A$ и $\vec{V}_B$ параллельны, а точки A и B лежат на общем перпендикуляре к скоростям, то мгновенный центр скоростей P находится как пересечение прямой, соединяющей точки A и B и линии, проходящей через концы векторов, изображающих скорости $\vec{V}_A$ и $\vec{V}_B$.	
4. Если плоскопараллельное движение осуществляется путем качения без скольжения одного тела по неподвижной поверхности другого, то мгновенный центр скоростей P расположен в точке касания катящегося тела с неподвижной поверхностью.	

Примеры решения задач на плоскопараллельное движение тела

Задача 27. Приводной механизм насоса находится в положении, показанном на рис. 2.13. Кривошип O_1C вращается с постоянной угловой скоростью $\omega_{O_1C} = 2$ рад/с вокруг оси, проходящей через точку O_1 перпендикулярно плоскости чертежа. Определить скорость поршня D и угловые скорости шатуна BC, коромысла AB и штока AD, если O_1C = 20 см, $OB = 2 \cdot OA$ = 40 см, AD = 60 см.

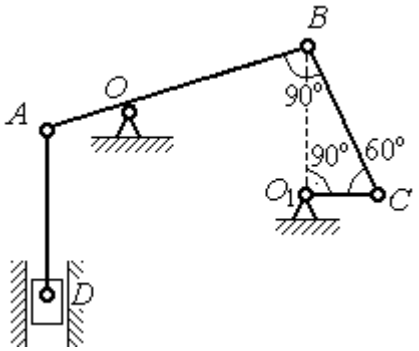


Рис. 2.13. Приводной механизм насоса

Решение

Предположим для определённости, что кривошип O_1C вращается в направлении по ходу часовой стрелки. Вектор $\vec{V}_C$ скорости точки C направлен

перпендикулярно кривошипу O_1C, в сторону его вращения (рис. 2.14). Модуль скорости $V_C = \omega_{O_1C} \cdot O_1C = 40$ см/с.

Коромысло AB качается (вращается) вокруг оси, проходящей через точку O, параллельно оси вращения кривошипа. Скорость точки B направлена перпендикулярно коромыслу AB вдоль шатуна BC (рис. 2.14).

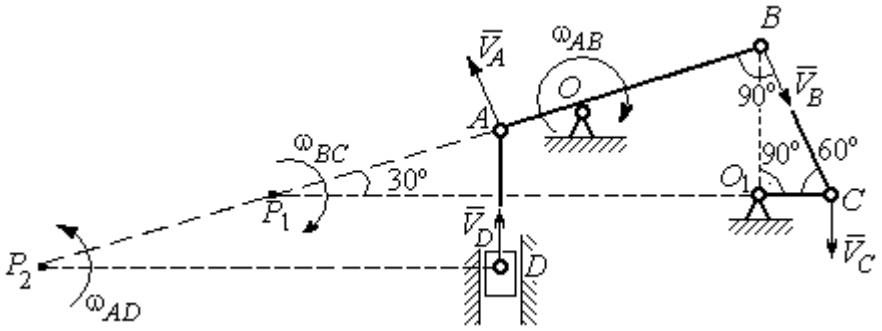


Рис. 2.14. Расчётная кинематическая схема механизма привода насоса

Шатун BC совершает плоскопараллельное движение. Мгновенный центр скоростей шатуна P_1 расположен в точке пересечения перпендикуляров к скоростям $\vec{V}_C$ и $\vec{V}_B$ точек C и B шатуна. Находим $P_1C = 4O_1C = 80$ см. Угловая скорость вращения шатуна BC $\omega_{BC} = \dfrac{V_C}{CP_1} = 0{,}5$ рад/с. Направление угловой скорости вращения шатуна BC определяется направлением вращения кривошипа O_1C и на рис. 2.14 показано дуговой стрелкой ω_{BC}.

Скорость V_B найдём по теореме о проекциях скоростей. Спроектируем вектора скоростей $\vec{V}_C$ и $\vec{V}_B$ точек C и B на линию BC. Получим $V_B \cos 0^\circ = V_C \cos 30^\circ$. Отсюда $V_B = 20\sqrt{3}$ см/с.

Угловая скорость коромысла AB $\omega_{AB} = \dfrac{V_B}{OB} = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$ рад/с. Направление угловой скорости коромысла определяется направлением вектора скорости $\vec{V}_B$ и показано дуговой стрелкой ω_{AB}.

Скорость точки A коромысла равна половине скорости точки B: $V_A = \frac{1}{2}V_B = 10\sqrt{3}$ см/с. Вектор скорости $\vec{V}_A$ направлен перпендикулярно коромыслу AB в сторону его вращения.

Точка P_2 пересечения перпендикуляров к скоростям $\vec{V}_A$ и $\vec{V}_D$ является мгновенным центром скоростей штока AD. Тогда угловая скорость штока $\omega_{AD} = \frac{V_A}{AP_2} = \frac{\sqrt{3}}{12}$ рад/с. Направление угловой скорости штока определяется по направлению скорости точки A и на рис. 2.14 показано дуговой стрелкой ω_{AD}.

Скорость поршня $V_D = \omega_{AD} \cdot P_2D = 15$ см/с.

Задача 28. Механизм качалки (рис. 2.15) состоит из кривошипа OA, вращающегося вокруг оси O и несущего в точке A ось подвижной шестерни 2, которая катится по неподвижной шестерне 1. Вращение кривошипа происходит с угловой скоростью $\omega_{OA} = 2$ рад/с. Радиусы шестерён $r_1 = r_2 = 6$ см. К ободу шестерни 2 в точке B шарнирно прикреплён шатун BC длиной $BC = 8$ см, который в точке C передаёт движение коромыслу CO_1 длиной $CO_1 = 16$ см.

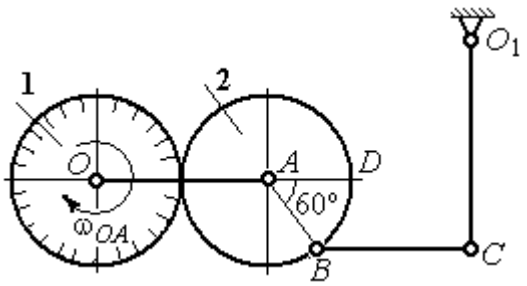


Рис. 2.15. Схема механизма качалки

Определить угловые скорости шестерни 2, шатуна BC, коромысла CO_1, а также скорости точек A, B, C, D в момент, когда кривошип OA и шатун BC горизонтальны и угол $\angle DAB = 60^\circ$.

Решение

Найдём скорость точки A кривошипа: $V_A = \omega_{OA} \cdot OA = 24$ см/с. Вектор скорости точки $\vec{V}_A$ расположен перпендикулярно кривошипу OA и направлен в сторону вращения кривошипа (рис. 2.16).

Мгновенный центр скоростей P_2 шестерни 2 находится в точке касания с неподвижной поверхностью шестерни 1. Угловая скорость шестерни 2 $\omega_2 = \dfrac{V_A}{AP_2} = 4$ рад/с. Направление угловой скорости шестерни 2 определяется направлением вектора скорости $\vec{V}_A$ и на рис. 2.16 показано дуговой стрелкой ω_2.

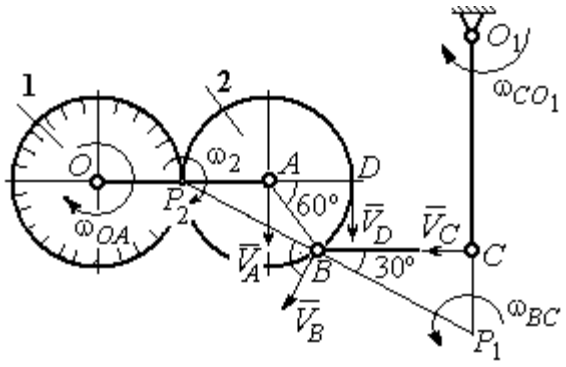


Рис.2.16. Расчётная кинематическая схема механизма качалки

Найдём расстояние P_2B из равнобедренного треугольника P_2AB по теореме косинусов: $P_2B = \sqrt{r^2 + r^2 - 2r^2\cos 120^\circ} = 6\sqrt{3}$ см. Скорость точки B $V_B = \omega_2 \cdot P_2B = 24\sqrt{3}$ см/с. Вектор скорости $\vec{V}_B$ перпендикулярен линии P_2B и направлен в сторону вращения шестерни 2.

Скорость точки D: $V_D = \omega_2 \cdot P_2D = 48$ см/с. Вектор скорости $\vec{V}_D$ перпендикулярен линии P_2D и направлен в ту же сторону (см. рис. 2.16).

Скорость точки C перпендикулярна линии CO_1. Восстанавливая перпендикуляры к скоростям $\vec{V}_B$ и $\vec{V}_C$, получим точку пересечения P_1, которая будет мгновенным центром скоростей шатуна BC. Расстояние $P_1B = \dfrac{BC}{\cos 30^\circ} = \dfrac{16}{\sqrt{3}}$ см.

Угловая скорость шатуна $\omega_{BC} = \dfrac{V_B}{P_1B} = \dfrac{9}{2}$ рад/с. Направление угловой скорости определяется по направлению скорости $\vec{V}_B$ и показано дуговой стрелкой ω_{BC}.

Скорость точки C: $V_C = \omega_{BC} \cdot P_1C = \dfrac{36}{\sqrt{3}}$ см/с. Направление вектора скорости определяется направлением вращения шатуна BC.

Угловая скорость коромысла CO_1: $\omega_{CO_1} = \dfrac{V_C}{O_1C} = \dfrac{9}{4\sqrt{3}}$ рад/с.

Задача 29. В планетарном механизме (рис. 2.17) кривошип OA длиной OA = 25 см вращается вокруг неподвижной оси O, перпендикулярной плоскости рисунка, с угловой скоростью ω_{OA} = 3,6 рад/с. На конец A кривошипа насажена шестерёнка 2, находящаяся во внутреннем зацеплении с колесом 1 радиуса r_1 = 45 см, соосным с кривошипом OA и вращающимся с угловой скоростью ω_1 = 1 рад/с. Шатун BC, шарнирно соединённый с шестерёнкой 2 на её ободе в точке B, приводит в движение кривошип CO_1. Определить угловые скорости шестерёнки 2, шатуна BC и кривошипа CO_1, скорости точек A, B, C в положении, показанном на рис.2.17, если длина шатуна BC = 100 см, длина кривошипа CO_1 = 50 см.

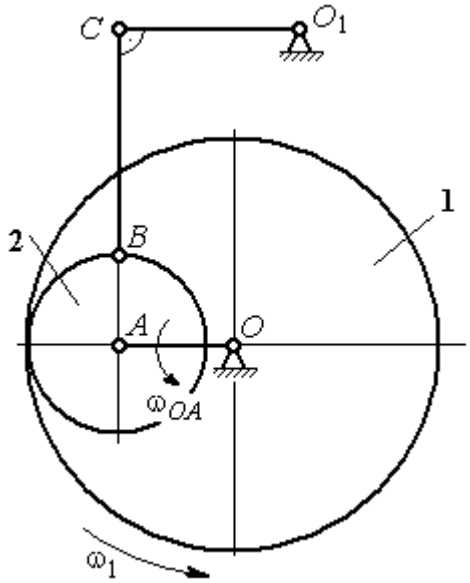


Рис. 2.17. Планетарный механизм

Решение

Найдём скорости точек A и D

$$V_A = \omega_{OA} \cdot OA = 90 \text{ см/с}; \quad V_D = \omega_1 \cdot r_1 = 45 \text{ см/с}.$$

Вектор скорости $\vec{V}_A$ направлен перпендикулярно кривошипу OA в сторону его вращения. Вектор скорости $\vec{V}_D$ перпендикулярен радиусу OD колеса 1 и направлен в сторону вращения колеса (рис. 2.18).

Мгновенный центр скоростей P_2 шестерни 2 находится на пересечении прямой, соединяющей точки A и D, и линии, проходящей через концы векторов $\vec{V}_A$ и $\vec{V}_D$, изображающих скорости точек A и D Расстояние P_2D от центра скоростей до точки D находится из пропорции $\frac{V_A}{V_D} = \frac{AP_2}{DP_2} = \frac{DP_2 + 20}{DP_2}$, откуда P_2D = 20 см.

Угловая скорость шестерёнки 2 $\omega_2 = \dfrac{V_D}{P_2 D} = 2{,}25$ рад/с. Направление угловой скорости ω_2 показано на рис. 2.18 дуговой стрелкой ω_2.

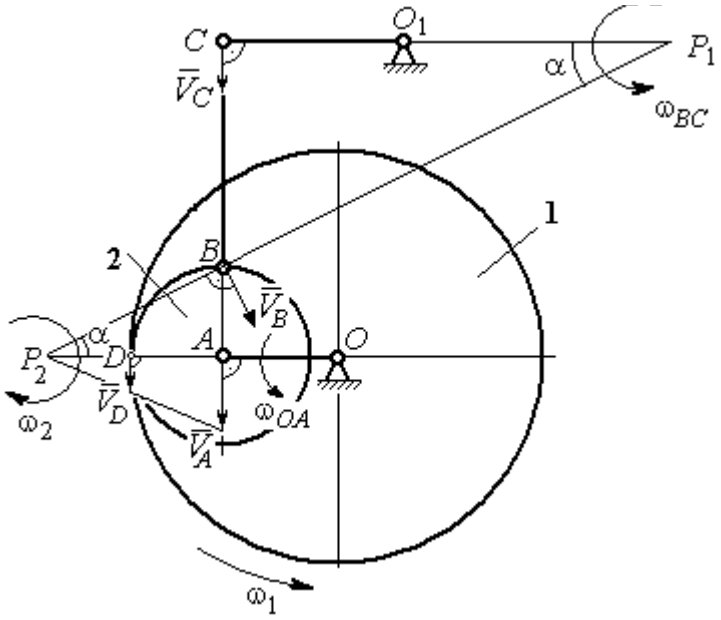


Рис. 2.18. Расчётная кинематическая схема планетарного механизма

Скорость точки *B,* которая находится на ободе шестеренки, $V_B = \omega_2 \cdot P_2 B = = 45\sqrt{5}$ см/с. Вектор скорости $\vec{V}_B$ перпендикулярен линии P_2B и направлен в сторону вращения шестерни 2.

Направим вектор скорости $\vec{V}_C$ перпендикулярно кривошипу CO_1 и восстановим перпендикуляры к скоростям $\vec{V}_C$ и $\vec{V}_B$. Точка P_1 пересечения перпендикуляров является мгновенным центром скоростей шатуна *BC*. Расстояние P_1B найдём из треугольника P_1BC: $P_1B = \dfrac{BC}{\sin\alpha}$, где $\sin\alpha = \dfrac{AB}{P_2B} = \dfrac{1}{\sqrt{5}}$. Тогда $P_1B = 100\sqrt{5}$ см. Угловая скорость шатуна $\omega_{BC} = \dfrac{V_B}{P_1B} = 0{,}45$ рад/с. Скорость точки *C* шатуна *BC* найдём по теореме о проекциях скоростей. Спроектируем скорости $\vec{V}_C$ и $\vec{V}_B$ точек *C* и *B* на линию, проходящую через эти точки Имеем: $V_C \cos 0^\circ = V_B \cos\alpha$, откуда $V_C = 90$ см/с.

Угловая скорость кривошипа CO_1 $\omega_{CO_1} = \dfrac{V_C}{O_1C} = 1{,}8$ рад/с.

Задача 30. В плоском механизме (рис. 2.19) кривошип OA вращается вокруг оси O с угловой скоростью ω_{OA}. На конец A кривошипа насажена шестерня 2, находящаяся во внешнем зацеплении с неподвижным колесом 1. Радиусы колеса и шестерни r_1 и r_2. Шестерня 2 соединяется с колесом 3 шатуном BC, закреплённым на шестерне в точке B и на колесе в точке C. Колесо 3 катится без скольжения по горизонтальной поверхности. Все соединения шарнирные. Качение шестерни 2 по неподвижному колесу 1 без проскальзывания. Для положения механизма, изображенного на рис. 2.19, определить скорости точек A, B, C и угловые скорости шатуна BC, шестерни 2 и колеса 3, если ω_{OA}= 4 рад/с; r_1= 4 см; $r_2 = r_3$= 8 см.

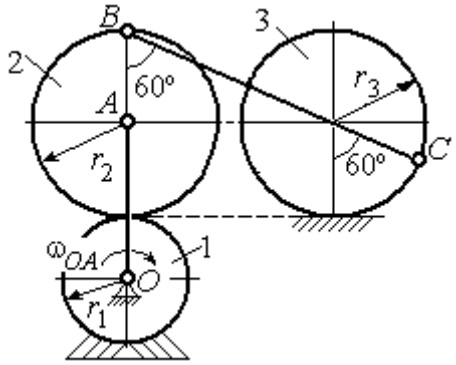


Рис. 2.19. Схема движения плоского механизма

Решение

Рассмотрим вращательное движение кривошипа OA. Скорость точки A кривошипа: $V_A = \omega_{OA} \cdot OA$= 48 см/с. Вектор скорости $\vec{V}_A$ направлен перпендикулярно кривошипу OA в сторону его вращения (рис. 2.20).

При качении шестерни 2 по неподвижной поверхности колеса 1 точка их соприкосновения P_2 является мгновенным центром скоростей шестерни.

Угловая скорость шестерни 2 $\omega_2 = \dfrac{V_A}{AP_2}$= 6 рад/с.

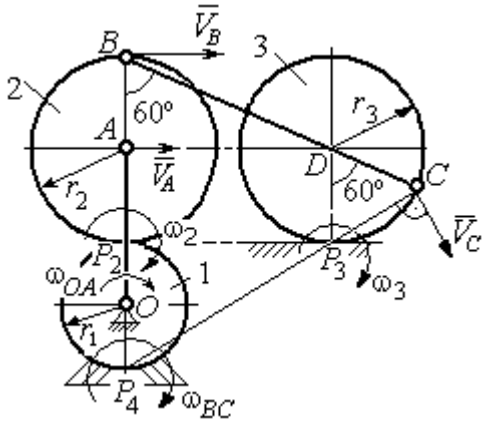


Рис. 2.20. Расчетная схема для определения угловых скоростей звеньев механизма

Скорость точки B шестерни 2 $V_B = \omega_2 \cdot BP_2$ = 96 см/с.

Точка P_3 касания колеса 3 с неподвижной поверхностью является его мгновенным центром скоростей. Вектор $\vec{V}_C$ скорости точки C колеса 3 перпендикулярен линии P_3C и направлен в сторону качения колеса (см. рис. 2.20).

Мгновенный центр скоростей шатуна BC – точка P_4 находится на пересечении перпендикуляров, восстановленных к скоростям точек B и C. По построению $BP_4 = BC = BD + DC = 2r_2 + r_3 = 24$ см. Угловая скорость шатуна BC $\omega_{BC} = \dfrac{V_B}{BP_4} = 4$ рад/с. Так как $BP_4 = CP_4$, скорости точек C и B $V_C = 96$ см/с.

Угловая скорость колеса 3 $\omega_3 = \dfrac{V_C}{CP_3} = 12$ рад/с.

Задача 31. В плоском механизме (рис. 2.21) кривошип OC, вращаясь вокруг неподвижной оси O, приводит в движение два шатуна CD и CE, присоединённых к кривошипу в точке C. Шатун CE прикреплён в точке E к ободу цилиндрического выступа диска 1, который катится без проскальзывания своим выступом по неподвижному горизонтальному рельсу. К другому шатуну CD в точке D прикреплён ползун, перемещающийся вдоль направления вертикального диаметра диска 1. Все соединения шарнирные. Радиусы диска и цилиндрического выступа $R_1 = 3$ см, $r_1 = 2$ см. Длина шатуна $CE = 4$ см. В заданном положении механизма (см. рис. 2.21) шатун CE горизонтален.

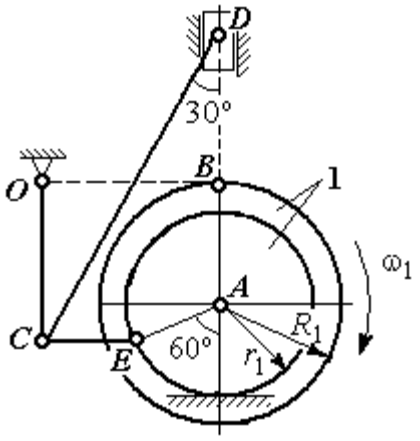


Рис. 2.21. Схема движения плоского механизма

Определить скорости точек A, E, C, D и угловые скорости диска 1, шатунов CE, CD и кривошипа CO, если известна скорость точки B на ободе диска 1 $V_B = 10$ см/с и направление ω_1 угловой скорости диска.

Решение

Изобразим вектор скорости точки B диска 1 в соответствии с заданным направлением его движения. При качении диска 1 по неподвижной поверхности рельса точка P_1 касания обода выступа с поверхностью рельса является его мгновенным центром скоростей (рис. 2.22).

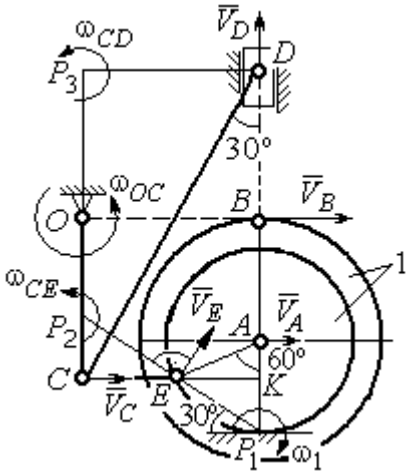


Рис. 2.22. Расчётная схема для определения скоростей точек и угловых скоростей звеньев механизма

Угловая скорость диска 1 $\omega_1 = \dfrac{V_B}{BP_1} = 2$ рад/с. Скорость точки A $V_A = \omega_1 \cdot AP_1 = 4$ см/с. Скорость точки E $V_E = \omega_1 \cdot EP_1 = 4$ см/с. Вектор скорости $\vec{V}_A$ и вектор скорости $\vec{V}_E$ перпендикулярны, соответственно, линиям AP_1 EP_1 и направлены в сторону вращения диска.

Шатун CE совершает плоскопараллельное движение. Скорость точки C шатуна неизвестна по величине, но известно, что вектор скорости $\vec{V}_C$ перпендикулярен кривошипу OC и направлен вдоль CE в сторону точки E. Мгновенный центр скоростей P_2 шатуна CE находится на пересечении перпендикуляров, восстановленных к скоростям $\vec{V}_E$ и $\vec{V}_C$ (см. рис. 2.22).

Расстояние $EP_2 = \dfrac{EC}{\cos 30^\circ} = 4{,}62$ см. Угловая скорость шатуна CE $\omega_{CE} = \dfrac{V_E}{EP_2} = 0{,}86$ рад/с. Направление угловой скорости шатуна, определяемое по направлению скорости точки E, на рис. 2.22 показано дуговой стрелкой ω_{CE}. Скорость точки C шатуна CE $V_C = \omega_{CE} \cdot CP_2 = \dfrac{V_E}{2} = 2$ см/с.

Длина кривошипа $OC = BK = R_1 + r_1 \sin 30^\circ = 4$ см. Угловая скорость кривошипа $\omega_{OC} = \dfrac{V_C}{OC} = 0{,}5$ рад/с.

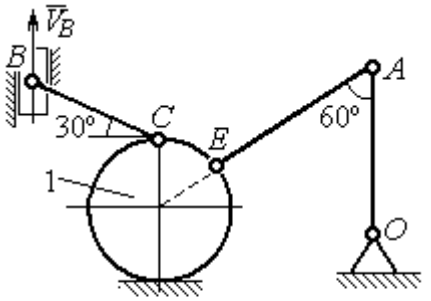
Для шатуна CD известны величина и направление вектора $\vec{V}_C$ скорости точки C и направление вектора $\vec{V}_D$ скорости точки D. Мгновенный центр скоростей шатуна CD находится в точке P_3, полученной на пересечении перпендикуляров, восстановленных к скоростям $\vec{V}_C$ и $\vec{V}_D$.

Расстояние $CP_3 = DK = (CE + r_1 \cos 30^\circ)\operatorname{ctg} 30^\circ = 9{,}92$ см (см. рис. 2.22). Угловая скорость шатуна CD: $\omega_{CD} = \dfrac{V_C}{CP_3} = 0{,}21$ рад/с.

Скорость ползуна D: $V_D = \omega_{CD} DP_3 = \omega_{CD}(CE + r_1 \cos 30^\circ) = 1{,}2$ см/с.

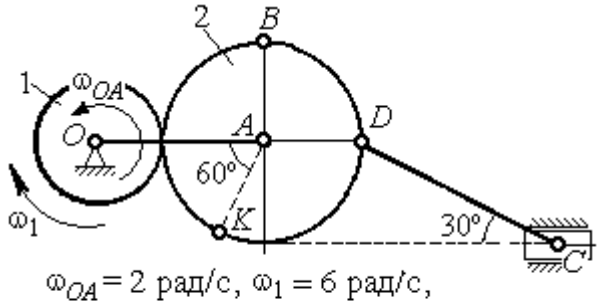
Упражнения

Упражнение 2.3



$R_1 = 2$ см, $OA = AE = 6$ см,
$BC = 5$ см, $V_B = 5$ см/с.
Найти: $\omega_{OA}, \omega_{AE}, \omega_{CB}, \omega_1, V_C, V_A, V_E$

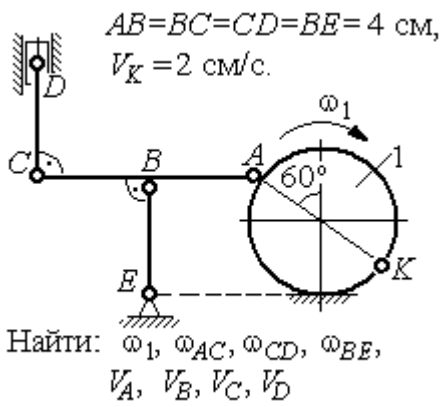
Упражнение 2.4



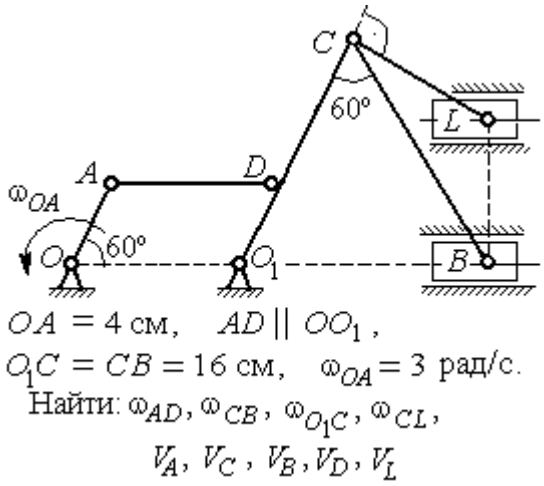
$\omega_{OA} = 2$ рад/с, $\omega_1 = 6$ рад/с,
$r_1 = 3$ см, $r_2 = 6$ см.
Найти: $\omega_2, \omega_{DC}, V_B, V_K, V_D, V_C$

Рис. 2.23. Задания для самостоятельного решения. Упражнения 2.3, 2.4

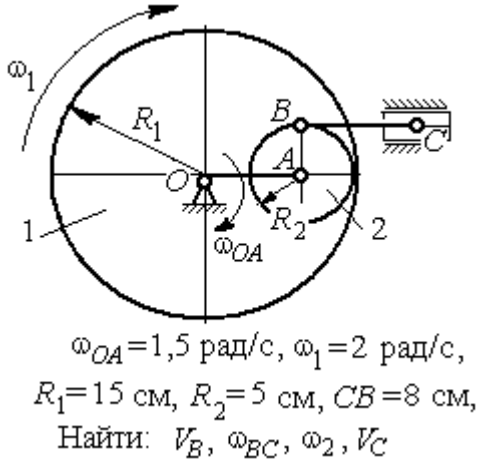
Упражнение 2.5



Упражнение 2.6



Упражнение 2.7



Упражнение 2.8

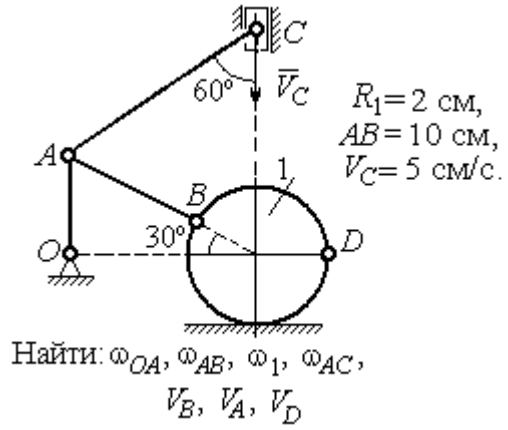


Рис. 2.24. Задания для самостоятельного решения. Упражнения 2.5 – 2.8

2.4. Ускорения точек при плоскопараллельном движении твёрдого тела

Ускорение любой точки M плоской фигуры при плоскопараллельном движении твердого тела представляется как сумма векторов $\vec{a}_M = \vec{a}_A + \vec{a}^{\tau}_{MA} + \vec{a}^{n}_{MA}$, где $\vec{a}_A$ – ускорение полюса A; $\vec{a}^{\tau}_{MA}$, $\vec{a}^{n}_{MA}$ – касательная и

нормальная составляющие ускорения точки *M* при вращении фигуры вокруг полюса *A* (рис. 2.25).

Вектор нормального ускорения $\vec{a}^{\,n}_{MA}$ всегда направлен от точки *M* к полюсу *A*. Вектор касательного ускорения $\vec{a}^{\,\tau}_{MA}$ направлен перпендикулярно отрезку *AM* в сторону вращения, если оно ускоренное (см. рис. 2.25, *a*), и против вращения, если оно замедленное (см. рис. 2.25, *b*). Величины касательного и нормального составляющих ускорения точки *M* определяются по формулам:

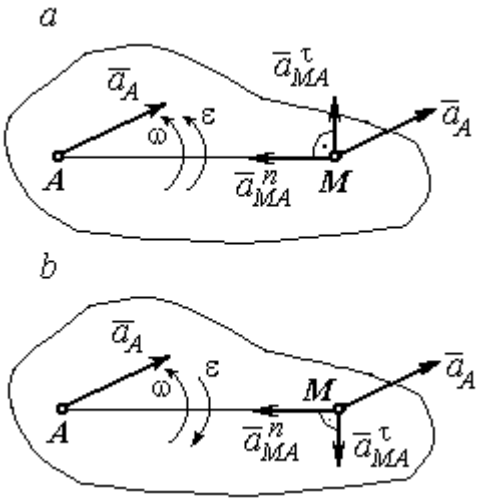


Рис. 2.25. Ускорение точки плоской фигуры:
a – ускоренное движение;
b – замедленное движение

$a^{\tau}_{MA} = \varepsilon \cdot AM$; $a^{n}_{MA} = \omega^2 \cdot AM$, где ω, ε – угловая скорость и угловое ускорение тела (плоской фигуры); AM – расстояние от точки *M* до полюса *A*.

Если при движении плоской фигуры известны траектории движения полюса *A* и точки *M*, то для определения ускорения точки *M* используется векторное равенство $\vec{a}^{\,\tau}_{M} + \vec{a}^{\,n}_{M} = \vec{a}^{\,\tau}_{A} + \vec{a}^{\,n}_{A} + \vec{a}^{\,\tau}_{MA} + \vec{a}^{\,n}_{MA}$, где $\vec{a}^{\,\tau}_{M}$, $\vec{a}^{\,n}_{M}$, $\vec{a}^{\,\tau}_{A}$, $\vec{a}^{\,n}_{A}$ – касательная и нормальная составляющие ускорения точки *M* и полюса *A* при движении их по заданным траекториям.

Примеры решения задач на определение ускорений точек

Задача 32. Поршень *D* гидравлического пресса приводится в движение шарнирно-рычажным механизмом *OABD*. В положении механизма, указанном на рис. 2.26, точка *L* рычага имеет скорость $V_L = 0{,}6$ м/с и ускорение $a_L = 0{,}5$ м/с^2. Длина рычага $OA = 2 \cdot AL = 0{,}6$ м, длина звена $AB = 0{,}4$ м. Определить скорость и ускорение поршня *D*, угловую скорость и ускорение звена *AB*.

Решение

Найдём угловую скорость рычага OL: $\omega_{OL} = \dfrac{V_L}{OL} = \dfrac{2}{3}$ рад/с.

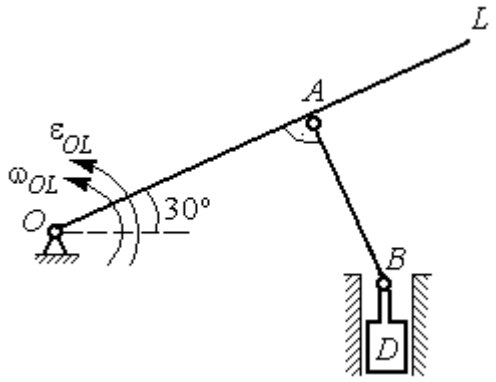


Рис. 2.26. Шарнирно-рычажный механизм гидравлического пресса

Ускорение точки L представляется в виде суммы векторов нормального и касательного ускорений: $\vec{a}_L = \vec{a}_L^{\,\tau} + \vec{a}_L^{\,n}$ (рис. 2.27). Модуль нормального ускорения точки L $a_L^n = \omega_{OL}^2 \cdot OL = 0{,}4$ м/с^2. Модуль её касательного ускорения и угловое ускорение рычага, соответственно, равны:

$$a_L^{\tau} = \sqrt{a_L^2 - (a_L^n)^2} = 0{,}3 \text{ м/с}^2, \quad \varepsilon_{OL} = \frac{a_L^{\tau}}{OL} = \frac{1}{3} \text{ рад/с}^2.$$

Скорость $\vec{V}_A$ точки A перпендикулярна рычагу OL и направлена в сторону вращения рычага. Её модуль $V_A = \omega_{OL} \cdot OA = 0{,}4$ м/с. Скорость $\vec{V}_B$ точки B направлена вертикально вверх вдоль линии движения поршня. Направления векторов скоростей $\vec{V}_A$ и $\vec{V}_B$ показаны на рис. 2.27. Точка P_1 – пересечения перпендикуляров, восстановленных к векторам скоростей $\vec{V}_A$ и $\vec{V}_B$ - определяет положение мгновенного центра скоростей звена AB. Расстояние $AP_1 = P_1B \cdot \cos 30^\circ = 0{,}4\sqrt{3}$ м.

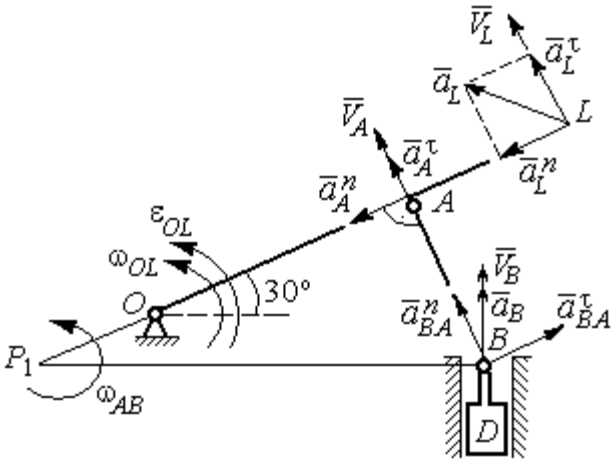


Рис. 2.27. Расчётная кинематическая схема механизма

Угловая скорость звена AB $\omega_{AB} = \dfrac{V_A}{P_1A} = \dfrac{1}{\sqrt{3}}$ рад/с.

Представим ускорение точки B через полюс A: $\vec{a}_B = \vec{a}_A + \vec{a}^{\tau}_{BA} + \vec{a}^{n}_{BA}$, где $\vec{a}_A$ – ускорение полюса A; $\vec{a}^{\tau}_{BA}$, $\vec{a}^{n}_{BA}$ – касательная и нормальная составляющие ускорения точки B при вращении звена AB вокруг полюса A. Так как траекторией точки A является окружность с центром в точке O, ускорение этой точки может быть разложено на две составляющие: $\vec{a}_A = \vec{a}^{\tau}_{A} + \vec{a}^{n}_{A}$. В результате ускорение точки B представляется в виде векторной суммы $\vec{a}_B = \vec{a}^{\tau}_{A} + \vec{a}^{n}_{A} + \vec{a}^{\tau}_{BA} + \vec{a}^{n}_{BA}$. Направления векторов ускорений показаны на рис. 2.27.

Модули ускорений:

$$a^{n}_{A} = \omega^{2}_{OL} \cdot OA = 0{,}27 \text{ см/с}^2;\ a^{n}_{BA} = \omega^{2}_{AB} \cdot AB = 0{,}13 \text{ см/с}^2;$$

$$a^{\tau}_{A} = \varepsilon_{OL} \cdot OA = 0{,}2 \text{ см/с}^2.$$

Ускорение $a^{\tau}_{BA} = \varepsilon_{AB} \cdot AB$ остаётся неизвестной величиной, так как угловое ускорение ε_{AB} звена AB неизвестно.

Спроектируем векторное равенство ускорения точки B на оси x, y, где ось x проходит вдоль линии звена AB, ось y – перпендикулярна ей (рис. 2.28). Получим равенства:

$$a_B \cdot \cos 30^\circ = a^{\tau}_{A} + a^{n}_{BA};\ \ a_B \cdot \cos 60^\circ = -a^{n}_{A} + a^{\tau}_{BA}.$$

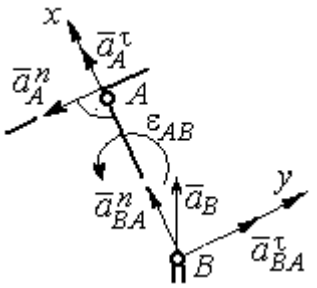


Рис. 2.28. Вычисление проекций векторов ускорений

Решая систему уравнений, находим модуль ускорения точки B: $a_B = 0{,}38$ см/с^2 и величину касательного ускорения: $a^{\tau}_{BA} = 0{,}46$ см/с^2. Угловое ускорение стержня AB $\varepsilon_{AB} = \dfrac{a^{\tau}_{BA}}{AB} = 1{,}15$ рад/с^2. Направление углового ускорения ε_{AB} звена AB определяется направлением вектора $\vec{a}^{\tau}_{BA}$ касательного ускорения точки B при вращении звена вокруг полюса A (см. рис. 2.28).

Ускорение поршня D равно ускорению точки B: $a_D = a_B = 0{,}38$ см/с^2.

Задача 34. Колесо 1 радиуса $r_1 = 0{,}6$ м катится без скольжения по прямолинейному участку пути и приводит в движение шатун 2, соединённый шарнирно с колесом в точке B на его ободе. На другом конце шатуна в точке C к нему присоединён ползун, перемещающийся горизонтально (рис. 2.29).

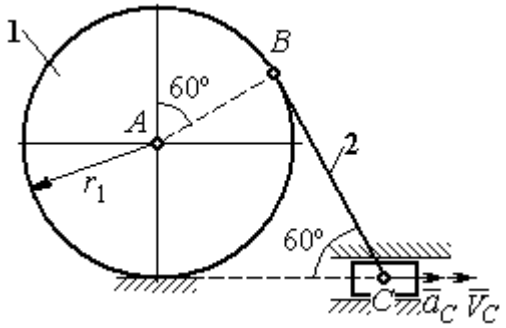


Рис. 2.29. Механизм, связывающий качение колеса с поступательным движением ползуна

В положении механизма, показанном на рис. 2.29, найти ускорение центра A колеса 1, его угловое ускорение, а также угловое ускорение шатуна 2, если заданы скорость и ускорение ползуна C: $V_C = 9$ м/с; $a_C = 4$ м/с^2.

Решение

При качении диска 1 по неподвижной поверхности точка P_1 касания его с поверхностью является мгновенным центром скоростей диска. Вектор скорости $\vec{V}_B$ перпендикулярен линии P_1B. Восстановим перпендикуляры к скоростям $\vec{V}_B$ и $\vec{V}_C$. Их пересечение в точке P_2 определяет положение мгновенного центра скоростей шатуна 2 (рис. 2.30).

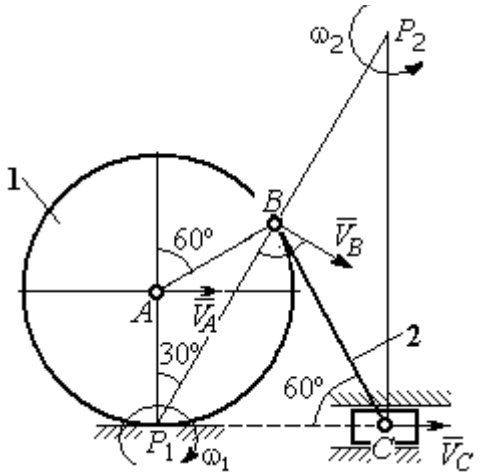


Рис. 2.30. Расчётная схема механизма для определения скоростей точек

Вычислим необходимые расстояния.

Расстояние P_1B (см. рис. 2.30) найдём из треугольника P_1AB по теореме косинусов: $P_1B = r_1\sqrt{3} = 1{,}04$ м. Из построения мгновенных центров скоростей P_1 и P_2 следует: $P_1B = BP_2 = BC$. Расстояние P_2C определяется из треугольника P_1P_2C: $P_2C = P_1P_2 \cdot \cos 30^\circ = 1{,}8$ м.

Угловая скорость шатуна 2 $\omega_2 = \dfrac{V_C}{P_2C}$ = 5рад/с. Направление угловой скорости ω_2 определяется направлением скорости $\vec{V}_C$.

Скорость точки *B* найдём по формуле $V_B = \omega_2 \cdot P_2B$ = 5,2 м/с.

Угловая скорость диска 1 $\omega_1 = \dfrac{V_B}{P_1B}$ = 5 рад/с. Скорость центра колеса 1 $V_A = \omega_1 \cdot P_1A$ = 3 м/с.

Найдём ускорение точки *A*.

Примем точку *B* за полюс и выразим ускорение точки *A* через полюс *B*: $\vec{a}_A = \vec{a}_B + \vec{a}^{\,\tau}_{AB} + \vec{a}^{\,n}_{AB}$, где $\vec{a}_B$ – ускорение полюса *B*; $\vec{a}^{\,\tau}_{AB}$, $\vec{a}^{\,n}_{AB}$ – касательная и нормальная составляющие ускорения точки *A* при вращении диска 1 вокруг полюса *B* (рис. 2.31). Направления ускорения точки $\vec{a}_A$ и касательной составляющей ускорения $\vec{a}^{\,\tau}_{AB}$ точки *A* выбраны в предположении ускоренного движения диска.

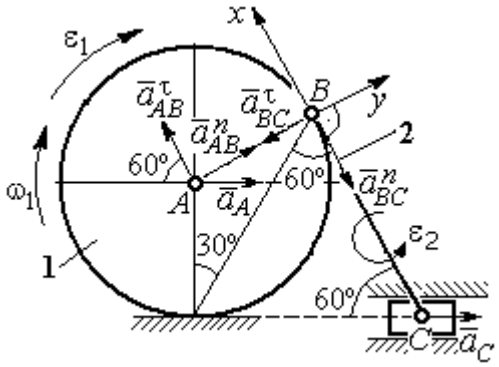


Рис. 2.31. Расчётная схема механизма для определения ускорений точек

Ускорение полюса *B* выразим через полюс *C*: $\vec{a}_B = \vec{a}_C + \vec{a}^{\,\tau}_{BC} + \vec{a}^{\,n}_{BC}$, где $\vec{a}_C$ – ускорение полюса *C*; $\vec{a}^{\,\tau}_{BC}$, $\vec{a}^{\,n}_{BC}$ – касательная и нормальная составляющие ускорения точки *B* при вращении шатуна 2 вокруг полюса *C*. Направление касательной составляющей ускорения $\vec{a}^{\,\tau}_{BC}$ точки *B* выбрано в направлении вращения шатуна 2 (см. рис. 2.30) исходя из предположения его ускоренного движения. В результате ускорение точки *A* выражается векторной суммой:

$$\vec{a}_A = \vec{a}^{\,\tau}_{AB} + \vec{a}^{\,n}_{AB} + \vec{a}^{\,\tau}_{BC} + \vec{a}^{\,n}_{BC} + \vec{a}_C.$$

Направления векторов ускорений показаны на рис. 2.31.

Заметим, что в любой момент времени движения колеса 1 расстояние от точки A до мгновенного центра скоростей колеса P_1 остаётся постоянным, равным радиусу колеса. Дифференцируем выражение $V_A = \omega_1 \cdot P_1A = \omega_1 \cdot r_1$. Получим $\frac{dV_A}{dt} = \frac{d\omega_1}{dt} r_1 = \varepsilon_1 \cdot r_1$, откуда с учётом $\frac{dV_A}{dt} = a_A$ (прямолинейное движение точки A) угловое ускорение диска 1 $\varepsilon_1 = \frac{a_A}{r_1}$. В результате, касательное ускорение a^{τ}_{AB} точки A при вращении диска 1 вокруг полюса B $a^{\tau}_{AB} = \varepsilon_1 \cdot AB = a_A$.

Найдём модули векторов ускорений:

$$a^n_{AB} = \omega_1^2 \cdot AB = 15 \text{ м/с}^2;\ a^n_{BC} = \omega_2^2 \cdot BC = 26 \text{ м/с}^2.$$

Ускорение $a^{\tau}_{BC} = \varepsilon_2 \cdot BC$ остаётся неизвестным. Применить здесь способ дифференцирования выражения $V_C = \omega_2 \cdot P_2C$ для определения углового ускорения ε_2 невозможно, так как расстояние P_2C от мгновенного центра скоростей P_2 шатуна 2 до точки C меняется во время движения механизма неизвестным образом.

Спроектируем векторное равенство ускорения точки A на оси x, y, выбранные, как показано на рис. 2.31. Получим систему уравнений:

$$\text{проекция на ось } x\text{: } -a_A\cos60^\circ = a^{\tau}_{AB} - a^n_{BC} - a_C\cos60^\circ;$$

$$\text{проекция на ось } y\text{: } a_A\cos30^\circ = a^n_{AB} - a^{\tau}_{BC} + a_C\cos30^\circ.$$

Из первого уравнения с учётом того, что $a^{\tau}_{AB} = a_A$, найдём ускорение точки A: a_A = 18,67 м/с^2. Положительное значение ускорения точки A означает, что вектор $\vec{a}_A$ направлен так, как показано на рис. 2.31, – в сторону направления вектора скорости $\vec{V}_A$. Из этого следует, что диск 1 движется ускоренно и угловое ускорение направлено в сторону его угловой скорости.

Из второго уравнения получим: $a_{BC}^{\tau} = 2{,}29$ м/с^2. Угловое ускорение шатуна 2: $\varepsilon_2 = \dfrac{\left|a_{BC}^{\tau}\right|}{BC} = 2{,}2$ рад/с^2. Из того, что касательное ускорение a_{BC}^{τ} положительно, следует, что направление вектора $\vec{a}_{BC}^{\tau}$ совпадает с направлением, указанным на рис. 2.31. Это, в свою очередь, означает, что в данном положении механизма угловое ускорение шатуна 2 направлено так, как показано на рис. 2.31, – по направлению его угловой скорости, то есть шатун 2 вращается ускоренно.

Задача 35. По неподвижной шестерне 1 радиуса r_1 обкатывается шестерня 2 радиуса r_2, насаженная в центре на кривошип OA (рис. 2.32). Кривошип OA вращается вокруг оси O с угловой скоростью ω_{OA} и угловым ускорением ε_{OA}. На ободе шестерни 2 в точке B шарнирно прикреплен стержень BC, соединенный другим концом с центром C диска 3, катящегося без скольжения вдоль горизонтальной прямой. Радиус диска 3 равен радиусу шестерни 2: $r_3 = r_2$. Для положения механизма, изображенного на рис. 2.32, определить ускорение точки D и угловое ускорение стержня BC, если $r_1 = 0{,}2$ м, $r_2 = 0{,}4$ м, $\omega_{OA} = 4$ рад/с, $\varepsilon_{OA} = 2$ рад/с^2. Длина стержня $BC = 1$ м.

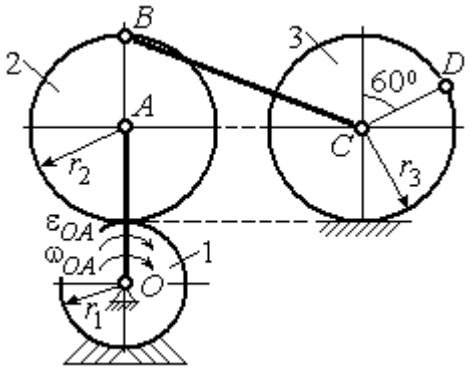


Рис. 2.32. Схема движения плоского механизма

Решение

Найдём угловые скорости звеньев механизма.

Рассмотрим вращательное движение кривошипа OA. Скорость его точки A: $V_A = \omega_{OA} \cdot OA = 2{,}4$ м/с. Вектор скорости $\vec{V}_A$ направлен перпендикулярно кривошипу OA в сторону его вращения (рис. 2.33).

При качении подвижной шестерни 2 по неподвижной 1, точка их соприкосновения P_2 является мгновенным центром скоростей шестерни 2. Угловая скорость шестерни 2: $\omega_2 = \dfrac{V_A}{AP_2} =$ 6 рад/с. Скорость точки B шестерни 2: $V_B = \omega_2 \cdot BP_2 =$ 4,8 м/с.

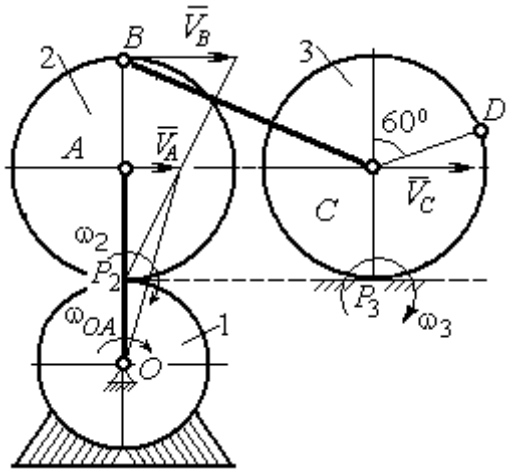


Рис. 2.33. Расчетная схема для определения угловых скоростей звеньев механизма

Для определения угловой скорости стержня BC заметим, что скорости двух точек стержня $\vec{V}_B$ и $\vec{V}_C$ параллельны, но точки B и C не лежат на общем перпендикуляре к скоростям. В этом случае мгновенный центр скоростей стержня BC отсутствует (или бесконечно удалён), угловая скорость стержня равна нулю и стержень совершает мгновенное поступательное движение. При таком движении мгновенные скорости всех точек стержня BC одинаковы по величине и направлению. Таким образом, $\omega_{BC} = 0$; $V_C = V_B =$ 4,8 м/с.

При качении диска 3 по неподвижной поверхности без проскальзывания точка P_3 касания диска с поверхностью является его мгновенным центром скоростей. Угловая скорость диска 3: $\omega_3 = \dfrac{V_C}{CP_3} =$ 12 рад/с. Направление угловой скорости ω_3 определяется направлением вектора $\vec{V}_C$.

Найдём ускорения точек и угловые ускорения звеньев механизма.

Выразим ускорение $\vec{a}_C$ точки C, направленное вдоль линии движения центра колеса 3, через полюс B. Ускорение представляется векторной суммой: $\vec{a}_C = \vec{a}_B + \vec{a}^{\,n}_{CB} + \vec{a}^{\,\tau}_{CB}$, где $\vec{a}_B$ – вектор ускорения полюса B; $\vec{a}^{\,n}_{CB}$, $\vec{a}^{\,\tau}_{CB}$ – нормальная и касательная составляющие ускорения точки C при вращении

стержня BC вокруг полюса B. Вектор $\vec{a}^{n}_{CB}$ направлен вдоль стержня от точки C к полюсу B, вектор $\vec{a}^{\tau}_{CB}$ перпендикулярен стержню BC. Направление вектора $\vec{a}^{\tau}_{CB}$ выбрано по предполагаемому угловому ускорению стержня BC, показанному на рис. 2.34 дуговой стрелкой ε_{CB}.

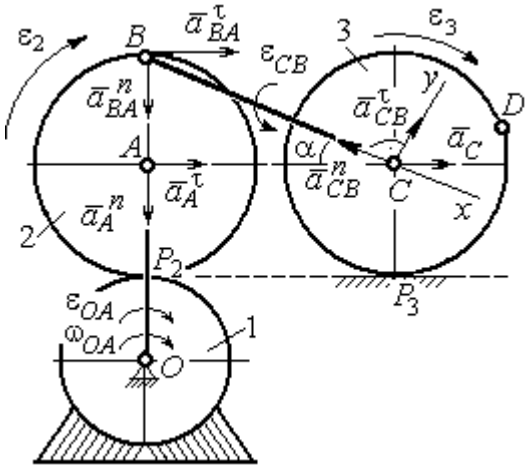


Рис. 2.34. Расчетная схема для определения ускорений точек механизма и угловых ускорений его звеньев

Рассмотрим плоскопараллельное движение шестерни 2 и выразим ускорение точки B через полюс A в виде векторного равенства: $\vec{a}_B = \vec{a}_A + \vec{a}^{n}_{BA} + \vec{a}^{\tau}_{BA}$, где $\vec{a}_A$ – ускорение полюса A; $\vec{a}^{n}_{BA}$, $\vec{a}^{\tau}_{BA}$ – нормальная и касательная составляющие ускорения точки B при вращении шестерни 2 вокруг полюса A. Вектор $\vec{a}^{n}_{BA}$ направлен вдоль радиуса шестерни от точки B к полюсу A, вектор $\vec{a}^{\tau}_{BA}$ перпендикулярен линии BA. Направление вектора $\vec{a}^{\tau}_{BA}$ соответствует ускоренному вращению шестерни 2.

Рассмотрим вращение кривошипа OA. Вектор ускорения точки A кривошипа при вращении его вокруг неподвижной оси O представляется в виде суммы: $\vec{a}_A = \vec{a}^{n}_{A} + \vec{a}^{\tau}_{A}$, где $\vec{a}^{n}_{A}$ и $\vec{a}^{\tau}_{A}$ – вектора нормальной и касательной составляющих ускорения точки A. Вектор $\vec{a}^{n}_{A}$ направлен вдоль кривошипа по направлению к оси вращения, вектор $\vec{a}^{\tau}_{A}$ перпендикулярен кривошипу и направлен в сторону углового ускорения ε_{OA} вращения кривошипа.

В результате для определения ускорения точки C имеем векторное равенство:

$$\vec{a}_C = \vec{a}^{n}_{A} + \vec{a}^{\tau}_{A} + \vec{a}^{n}_{BA} + \vec{a}^{\tau}_{BA} + \vec{a}^{n}_{CB} + \vec{a}^{\tau}_{CB}.$$

Направления всех векторов ускорений показаны на рис. 2.34.

Вычислим модули векторов, составляющих векторную сумму:

$$a_A^n = \omega_{OA}^2 \cdot OA = 9{,}6 \text{ м/с}^2; \quad a_A^\tau = \varepsilon_{OA} \cdot OA = 1{,}2 \text{ м/с}^2;$$

$$a_{BA}^n = \omega_2^2 \cdot BA = 14{,}4 \text{ м/с}^2; \quad a_{CB}^n = \omega_{BC}^2 \cdot BC = 0.$$

Заметим, что во время движения шестерни 2 расстояние AP_2 остается постоянным, равным r_2. Дифференцируя равенство $V_A = \omega_2 \cdot AP_2 = \omega_2 r_2$, получим: $\frac{dV_A}{dt} = \frac{d\omega_2}{dt} r_2$. При криволинейном движении точки A производная от скорости равна касательному ускорению: $\frac{dV_A}{dt} = a_A^\tau$. С учётом, что $\frac{d\omega_2}{dt} = \varepsilon_2$, получим: $a_A^\tau = \varepsilon_2 r_2$, откуда $\varepsilon_2 = \frac{a_A^\tau}{r_2} = 3$ рад/с^2 и $a_{BA}^\tau = \varepsilon_2 \cdot BA = 1{,}2$ м/с^2.

Выберем оси Cx, Cy, как показано на рис. 2.34, – вдоль отрезка BC и перпендикулярно ему и спроектируем на них векторное равенство ускорения точки C. Получим систему уравнений:

$$a_C \cos\alpha = a_A^n \sin\alpha + a_A^\tau \cos\alpha + a_{BA}^n \sin\alpha + a_{BA}^\tau \cos\alpha - a_{CB}^n;$$

$$a_C \sin\alpha = -a_A^n \cos\alpha + a_A^\tau \sin\alpha - a_{BA}^n \cos\alpha + a_{BA}^\tau \sin\alpha + a_{CB}^\tau,$$

где α – угол между стержнем BC и линией центров AC, $\sin\alpha = \frac{AB}{BC} = 0{,}4$; $\cos\alpha = 0{,}92$.

Находим из первого уравнения ускорение точки C: $a_C = 12{,}83$ м/с^2, из второго – касательное ускорение точки C при вращении стержня BC вокруг полюса B: $a_{CB}^\tau = 33{,}95$ м/с^2. Величина углового ускорения стержня BC: $\varepsilon_{CB} = \frac{\left|a_{CB}^\tau\right|}{BC} = 33{,}95$ рад/с^2. Положительное значение a_{CB}^τ означает, что вектор касательного ускорения $\vec{a}_{CB}^\tau$ направлен так, как показано на рис. 2.34. Тогда и

направление углового ускорения ε_{CB} стержня BC совпадает с направлением, показанным дуговой стрелкой на рис. 2.34.

При качении диска 3 точка C движется по прямой и расстояние CP_3 остается постоянным, равным радиусу диска 3. В этом случае равенство $V_C = \omega_3 \cdot CP_3 = \omega_3 r_3$ можно продифференцировать по времени. Получим: $\frac{dV_C}{dt} = \frac{d\omega_3}{dt} r_3$. Так как движение точки C является прямолинейным, производная от скорости точки C равна ускорению этой точки: $\frac{dV_C}{dt} = a_C$. Тогда с учётом $\frac{d\omega_3}{dt} = \varepsilon_3$ имеем равенство $a_C = \varepsilon_3 r_3$. Угловое ускорение диска 3: $\varepsilon_3 = \frac{a_C}{r_3} = 32{,}07$ рад/с^2.

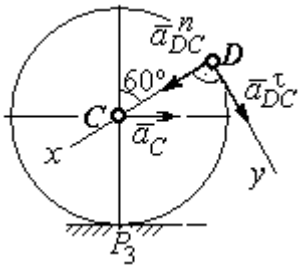


Рис.2.35. Расчетная схема для определения ускорения точки D

Выразим ускорение точки D через полюс C, ускорение которого известно и по величине, и по направлению: $\vec{a}_D = \vec{a}_C + \vec{a}^n_{DC} + \vec{a}^\tau_{DC}$, где $\vec{a}_C$ – ускорение точки C; $\vec{a}^n_{DC}$, $\vec{a}^\tau_{DC}$ – нормальное и касательное составляющие ускорения точки D при вращении диска 3 вокруг полюса C. Модули ускорений

$$a_C = 12{,}83 \text{ м/с}^2;\ a^n_{DC} = \omega_3^2 DC = 57{,}6 \text{ м/с}^2;\ a^\tau_{DC} = \varepsilon_3 DC = 12{,}83 \text{ м/с}^2.$$

Проведём оси Dx и Dy, как показано на рис. 2.34, и спроектируем векторное равенство ускорения точки D на оси. Получим систему уравнений:

$$a_{Dx} = -a_C \cos 30^\circ + a^n_{DC};\quad a_{Dy} = a_C \cos 60^\circ + a^\tau_{DC}.$$

Подставляя в уравнения проекций значения модулей ускорений, найдём: $a_{Dx} = 46{,}49$ м/с^2; $a_{Dy} = 19{,}25$ м/с^2.

Величина ускорения точки D: $a_D = \sqrt{a^2_{Dx} + a^2_{Dy}} = 50{,}32$ м/с^2.

Заметим, что для определения ускорения точки D невозможно было сразу использовать приём с последовательным выражением ускорения точки D через

ускорения полюсов C, B и A, так как в полученной в результате проекций системе двух уравнений будет три неизвестных величины - a_{Dx}, a_{Dy} и величина ускорения a_{CB}^{τ}.

Задача 36. Механизм качалки (рис. 2.36) включает в себя кривошип OA, вращающийся вокруг неподвижной оси O, шестерню 1 радиуса r_1, насаженную на кривошип в точке A и обкатывающуюся по неподвижной цилиндрической поверхности, и шатун BC, присоединённый одним концом в точке B к шестерне, а другим – в точке C к коромыслу CO_1. В положении, указанном на рис. 2.36, определить угловую скорость и угловое ускорение коромысла CO_1, если ω_{OA} = 2 рад/с; ε_{OA} = 4 рад/с^2; OA = 0,8 м; r_1 = 0,4 м; AB = 0,2 м; BC = 0,6 м. Для этого же положения определить ускорение точки C.

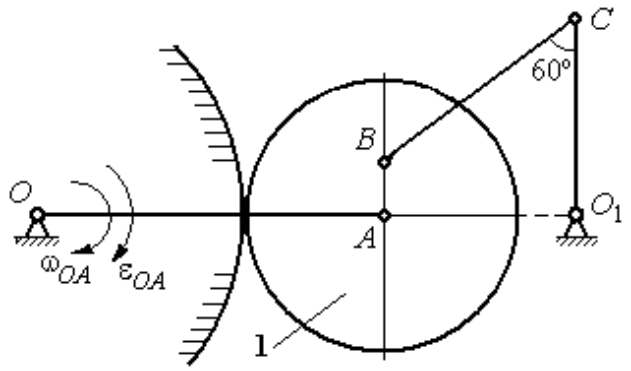


Рис. 2.36. Механизм качалки

Решение

Найдём угловые скорости звеньев механизма.

Скорость точки A кривошипа $V_A = \omega_{OA} \cdot OA$ = 1,6 м/с. Вращаясь, кривошип передаёт движение шестерне 1, которая катится по неподвижной поверхности. Точка касания P_1 шестерни с неподвижной поверхностью является мгновенным центром скоростей шестерни. Тогда её угловая скорость $\omega_1 = \dfrac{V_A}{AP_1}$ = 4 рад/с. Направление угловой скорости показано на рис. 2.37 дуговой стрелкой ω_1.

Расстояние от мгновенного центра скоростей шестерни до её точки B P_1B = 0,45 м. Скорость точки B: $V_B = \omega_1 \cdot P_1B$ = 1,8 м/с. Вектор скорости $\vec{V}_B$ перпендикулярен линии P_1B и направлен в сторону вращения шестерни.

При вращении коромысла CO_1 вокруг неподвижной оси O_1 вектор скорости $\vec{V}_C$ перпендикулярен коромыслу. Точка P_2, лежащая на пересечении перпендикуляров, восстановленных к векторам $\vec{V}_B$ и $\vec{V}_C$ – скоростей точек B и C, является мгновенным центром скоростей шатуна BC (рис. 2.37). Расстояние $BK = BC\cos 30^\circ = 0{,}52$ м; $\cos\alpha = \dfrac{AP_1}{BP_1} = 0{,}89$; $P_2B = \dfrac{BK}{\cos\alpha} = 0{,}58$ м. Угловая скорость шатуна $\omega_{BC} = \dfrac{V_B}{BP_2} = 3{,}1$ рад/с. Направление угловой скорости шатуна показано на рис. 2.37 дуговой стрелкой ω_{BC}.

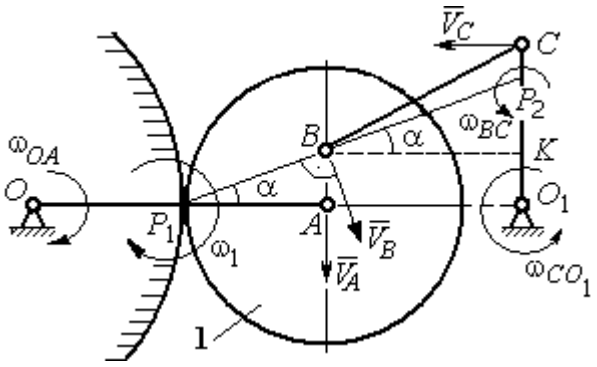


Рис. 2.37. Расчётная схема для определения угловых скоростей звеньев механизма

Расстояние $P_2C = BC \cdot \sin 30^\circ - P_2B \cdot \sin\alpha = 0{,}04$ м. Скорость точки C шатуна BC: $V_C = \omega_{BC} \cdot P_2C = 0{,}12$ м/с. Длина коромысла $CO_1 = CK + KO_1 = 0{,}5$ м, угловая скорость коромысла $\omega_{CO_1} = \dfrac{V_C}{CO_1} = 0{,}24$ рад/с.

Найдём ускорения звеньев механизма.

Считая, что точка C принадлежит шатуну BC, выразим ускорение точки C через полюс B: $\vec{a}_C = \vec{a}_B + \vec{a}^{\,n}_{CB} + \vec{a}^{\,\tau}_{CB}$, где $\vec{a}_B$ – ускорение полюса B; $\vec{a}^{\,n}_{CB}$, $\vec{a}^{\,\tau}_{CB}$ – нормальная и касательная составляющие вектора ускорения точки C при вращении шатуна вокруг полюса B.

Полагая, что точка B принадлежит шестерне 1, выразим её ускорение через полюс A: $\vec{a}_B = \vec{a}_A + \vec{a}^{\,n}_{BA} + \vec{a}^{\,\tau}_{BA}$, где $\vec{a}_A$ – ускорение точки A шестерни; $\vec{a}^{\,n}_{BA}$, $\vec{a}^{\,\tau}_{BA}$ – нормальная и касательная составляющие вектора ускорения точки B при вращении шестерни вокруг полюса A.

Поскольку точка A принадлежит и кривошипу OA, а точка C – коромыслу CO_1, вращающихся вокруг своих неподвижных осей, вектора ускорений этих точек можно представить в виде сумм векторов:

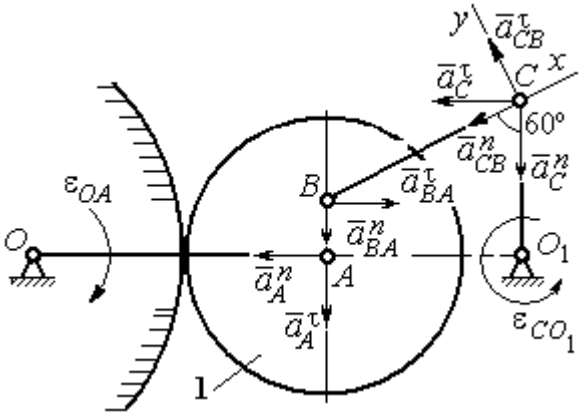


Рис. 2.38. Расчётная схема для определения ускорений точек механизма

$$\vec{a}_A = \vec{a}_A^{\,n} + \vec{a}_A^{\,\tau},\ \vec{a}_C = \vec{a}_C^{\,n} + \vec{a}_C^{\,\tau},$$

где $\vec{a}_A^{\,n}$, $\vec{a}_A^{\,\tau}$ – нормальная и касательная составляющие вектора ускорения точки A при вращении кривошипа вокруг оси O; $\vec{a}_C^{\,n}$, $\vec{a}_C^{\,\tau}$ – нормальная и касательная составляющие вектора ускорения точки C при вращении коромысла вокруг оси O_1.

В результате подстановок получим полное векторное равенство, связывающее ускорения точек механизма:

$$\vec{a}_C^{\,n} + \vec{a}_C^{\,\tau} = \vec{a}_{CB}^{\,n} + \vec{a}_{CB}^{\,\tau} + \vec{a}_{BA}^{\,n} + \vec{a}_{BA}^{\,\tau} + \vec{a}_A^{\,n} + \vec{a}_A^{\,\tau}.$$

Направления векторов ускорений показаны на рис. 2.38.

Модули векторов ускорений:

$$a_C^n = \omega_{CO_1}^2 \cdot CO_1 = 0{,}03 \text{ м/с}^2;\ \ a_{CB}^n = \omega_{CB}^2 \cdot CB = 5{,}77 \text{ м/с}^2,$$

$$a_A^n = \omega_{OA}^2 \cdot OA = 3{,}2 \text{ м/с}^2;\ a_A^\tau = \varepsilon_{OA} \cdot OA = 3{,}2 \text{ м/с}^2,$$

$$a_{BA}^n = \omega_1^2 \cdot BA = 3{,}2 \text{ м/с}^2;\ \ a_{BA}^\tau = \varepsilon_1 \cdot BA.$$

Для определения ε_1 углового ускорения шестерни 1 продифференцируем равенство $V_A = \omega_1 \cdot AP_1 = \omega_1 r_1$. Получим: $a_A^\tau = \varepsilon_1 r_1$, откуда $\varepsilon_1 = \dfrac{a_A^\tau}{r_1} = 8$ рад/с^2.

Тогда $a_{BA}^\tau = 1{,}6$ м/с^2.

Неизвестными в векторном равенстве ускорений остаются модули векторов $\vec{a}^{\tau}_{CB}$ и $\vec{a}^{\tau}_{C}$. Выберем ось x вдоль шатуна BC, как показано на рис. 2.38, и спроектируем на неё полное векторное равенство.

Получим уравнение:

$$-a^{n}_{C}\cos 60^{\circ} - \vec{a}^{\tau}_{C}\cos 30^{\circ} = -a^{n}_{CB} - a^{n}_{BA}\cos 60^{\circ} + a^{\tau}_{BA}\cos 30^{\circ} - a^{n}_{A}\cos 30^{\circ} - a^{\tau}_{A}\cos 60^{\circ},$$

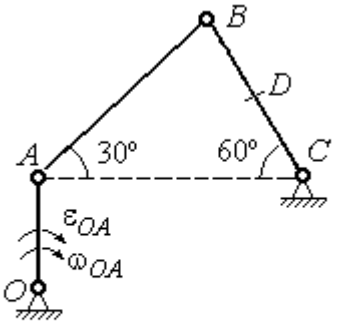
откуда найдём ускорение a^{τ}_{C} = 11,94 м/с^2. Угловое ускорение качалки

$$\varepsilon_{CO_1} = \frac{\left|a^{\tau}_{C}\right|}{CO_1} = 23{,}88 \text{ рад/с}^2.$$

Положительное значение касательного ускорения a^{τ}_{C} свидетельствует о том, что направление вектора ускорения $\vec{a}^{\tau}_{C}$ совпадает с направлением, показанным на рис. 2.38. В эту же сторону направлена и скорость $\vec{V}_C$ точки C (см. рис. 2.37). Следовательно, в данном положении движение качалки ускоренное и угловое ускорение направлено в сторону угловой скорости.

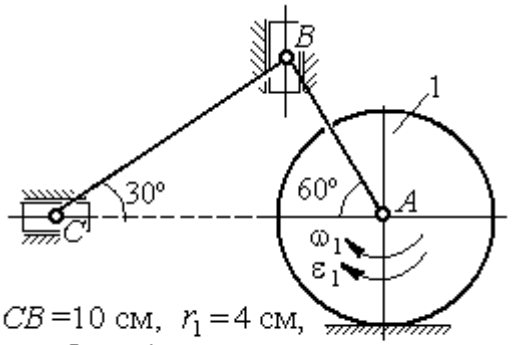
Упражнения

Упражнения 2.9



$OA = 4$ см, $BD = DC = 4$ см,
$\omega_{OA} = 3$ рад/с, $\varepsilon_{OA} = 2$ рад/с^2.
Найти ускорение точки D

Упражнения 2.10



$CB = 10$ см, $r_1 = 4$ см,
$\omega_1 = 3$ рад/с, $\varepsilon_1 = 2$ рад/с^2.
Найти ускорение точки C

Рис. 2.39. Задания для самостоятельного решения. Упражнения 2.9, 2.10

3. СЛОЖНОЕ ДВИЖЕНИЕ ТОЧКИ

3.1. Основные понятия и определения сложного движения точки

Рассматривается подвижное твердое тело и точка, перемещающаяся относительно тела.

Неподвижная система координат, относительно которой определяются движения точки и тела, называется **основной**. Связанная с телом и движущаяся вместе с ним система координат называется **подвижной.**

Движение точки относительно подвижной системы координат (фактически движение точки относительно тела) называется **относительным**. **Переносным** движением называют движение, которое совершает точка вместе с подвижной системой координат (фактически вместе с телом). Движение точки относительно основной (неподвижной) системы координат называется **абсолютным.**

Скорость точки относительно подвижной системы координат называют **относительной скоростью**, ускорение – **относительным ускорением**.

Переносной скоростью точки и **переносным ускорением** называют скорость и ускорение той точки тела, с которой в данный момент совпадает движущаяся точка.

Скорость и ускорение точки относительно основной системы называют **абсолютной скоростью и абсолютным ускорением.**

При вычислении абсолютной скорости используется теорема о сложении скоростей: **скорость абсолютного движения точки равна векторной сумме переносной и относительной скоростей:** $\vec{V} = \vec{V}_e + \vec{V}_r$, где $\vec{V}$, $\vec{V}_e$, $\vec{V}_r$ – вектора абсолютной, переносной и относительной скоростей точки.

При вычислении абсолютного ускорения используется теорема Кориолиса о сложении ускорений: **абсолютное ускорение точки равно векторной сумме трех ускорений – относительного, переносного и ускорения Кориолиса:** $\vec{a} = \vec{a}_e + \vec{a}_r + \vec{a}_к$, где $\vec{a}$ – вектор абсолютного ускорения точки; $\vec{a}_e, \vec{a}_r$ –

вектора соответственно переносного и относительного ускорений точки; $\vec{a}_{\text{к}}$ – вектор ускорения Кориолиса.

Вектор ускорения Кориолиса определяется векторным произведением: $\vec{a}_{\text{к}} = 2(\vec{\omega}_e \times \vec{V}_r)$, где $\vec{\omega}_e$ – вектор угловой скорости переносного движения; $\vec{V}_r$ – вектор относительной скорости точки. Модуль ускорения Кориолиса: $|\vec{a}_{\text{к}}| = 2|\vec{\omega}_e| \cdot |\vec{V}_r| \sin\alpha$, где α – угол между вектором угловой скорости переносного движения $\vec{\omega}_e$ и вектором относительной скорости точки $\vec{V}_r$ (рис. 3.1).

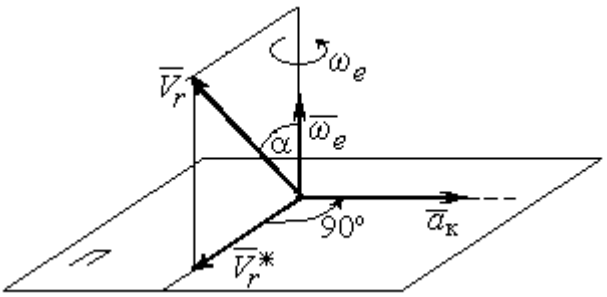


Рис. 3.1. Определение ускорения Кориолиса по правилу Жуковского

На рис. 3.1 показан способ определения вектора ускорения Кориолиса по правилу Н. Е. Жуковского. Правило состоит в следующем. Построим плоскость *П*, перпендикулярную вектору угловой скорости $\vec{\omega}_e$, и спроектируем вектор относительной скорости $\vec{V}_r$ на эту плоскость. Проекцию обозначим $\vec{V}_r^*$ (см. рис. 3.1). Чтобы получить направление ускорения Кориолиса, следует вектор проекции относительной скорости $\vec{V}_r^*$ повернуть на 90° в плоскости *П* вокруг оси переносного вращения в направлении этого вращения.

Если сложное движение точки происходит в плоскости, перпендикулярной оси переносного вращения, направление ускорения Кориолиса можно получить простым поворотом вектора относительной скорости на угол 90° вокруг оси переносного вращения в направлении этого вращения. При этом модуль ускорения Кориолиса $a_{\text{к}} = 2|\omega_e| \cdot |V_r| \sin 90^\circ = 2\omega_e V_r$.

Примеры решения задач на сложное движение точки

Задача 37. Компрессор с криволинейными каналами (рис. 3.2) вращается с постоянной угловой скоростью $\omega = 10$ рад/с вокруг оси *O*, перпендикулярной плоскости рисунка. Воздух перемещается по каналу *AB* с постоянной относительной скоростью $V_r = 4$ м/с. Найти ускорение частицы воздуха в начале канала в точке *A* и проекции этого ускорения на оси неподвижной системы координат *xOy*, если радиус $OA = 0{,}5$ м, радиус кривизны канала в точке *A* $\rho = 0{,}8$ м, угол между нормалью *n* к кривой *AB* в точке *A* и радиусом *OA* $\alpha = 30^\circ$.

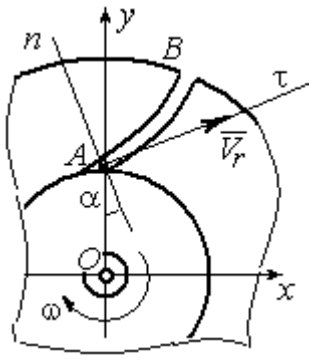


Рис.3.2. Движение воздуха по каналу компрессора

Решение

Переносным движением для частицы воздуха будет вращательное движение компрессора, а скорость точки *A* компрессора, где по условию находится частица воздуха, будет её переносной скоростью: $V_e = \omega \cdot OA = 5$ м/с. Вектор $\vec{V}_e$ переносной скорости частицы перпендикулярен радиусу *OA* и направлен в сторону угловой скорости вращения компрессора (рис. 3.3).

Вектор $\vec{V}_r$ относительной скорости частицы воздуха направлен вдоль касательной к кривой *AB* (стенки канала) в точке *A*.

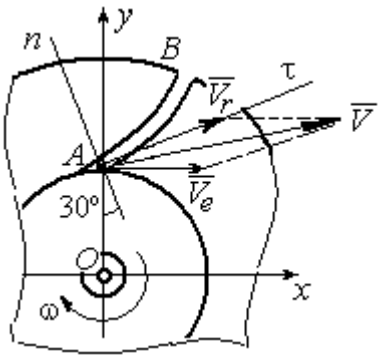


Рис. 3.3. Построение вектора абсолютной скорости частицы

Вектор абсолютной скорости частицы воздуха равен геометрической сумме векторов относительной и переносной скоростей: $\vec{V} = \vec{V}_r + \vec{V}_e$ (см. рис. 3.3). Спроектируем это векторное равенство на оси *x*, *y*. Получим систему уравнений:

$$V_x = V_e + V_r \cos 30^\circ = 8{,}46 \text{ м/с}; \; V_y = V_r \cos 60^\circ = 2 \text{ м/с}.$$

Модуль абсолютной скорости $V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2} = 8{,}69$ м/с.

Найдём ускорение частицы воздуха.

Абсолютное ускорение частицы определяется по теореме сложения ускорений:

$$\vec{a} = \vec{a}_r + \vec{a}_e + \vec{a}_{\text{к}}.$$

В относительном движении частица движется между стенками канала по криволинейной траектории, и её ускорение $\vec{a}_r$ представляется суммой: $\vec{a}_r = \vec{a}_r^{\,n} + \vec{a}_r^{\,\tau}$, где $\vec{a}_r^{\,n}$, $\vec{a}_r^{\,\tau}$ – вектора нормальной и касательной составляющих относительного ускорения частицы.

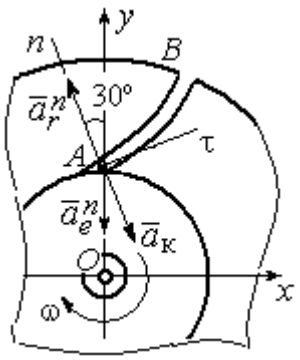


Рис. 3.4. Составляющие ускорения частицы в сложном движении

Переносное ускорение частицы $\vec{a}_e$ есть ускорение точки *A* вращающегося компрессора, которое выражается суммой $\vec{a}_e = \vec{a}_e^{\,n} + \vec{a}_e^{\,\tau}$, где $\vec{a}_e^{\,n}$, $\vec{a}_e^{\,\tau}$ – вектора нормальной и касательной составляющих переносного ускорения частицы.

В результате абсолютное ускорение частицы воздуха в точке А выражается векторной суммой:

$$\vec{a} = \vec{a}_r^{\,n} + \vec{a}_r^{\,\tau} + \vec{a}_e^{\,n} + \vec{a}_e^{\,\tau} + \vec{a}_{\text{к}}.$$

Вычислим модули ускорений:

$$a_r^{\tau} = \dot{V}_r = 0,\ a_r^n = \frac{V_r^2}{\rho} = 20 \text{ м/с}^2;\ a_e^{\tau} = \varepsilon \cdot OA = \dot{\omega} \cdot OA = 0,$$

$$a_e^n = \omega^2 r = 50 \text{ м/с}^2;\ a_{\text{к}} = 2\omega V_r = 80 \text{ м/с}^2.$$

Направление ускорения Кориолиса определяется простым поворотом вектора относительной скорости на угол 90° вокруг оси переносного вращения в направлении этого вращения. Вектора ускорений показаны на рис. 3.4.

Спроектируем векторное равенство ускорения частицы на оси неподвижной системы координат *xOy*. Получим:

$$a_x = -a_r^n \cos 60^\circ + a_к \cos 60^\circ = 30 \text{ м/с}^2 ;$$

$$a_y = a_r^n \cos 30^\circ - a_e^n - a_к \cos 30^\circ = -101{,}96 \text{ м/с}^2.$$

Модуль ускорения $a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = 106{,}28$ м/с^2.

Задача 38. При совмещении работы механизмов подъёма груза и поворота крана (рис. 3.5) груз *A* перемещается в горизонтальном и вертикальном направлениях. На участке разгона барабан *B* радиуса $r_1 = 0{,}5$ м, на который навит канат, поддерживающий груз, вращается с постоянным угловым ускорением $\varepsilon_1 = 3$ рад/с^2, а кран разворачивается вокруг оси O_1O_2 с угловым ускорением $\varepsilon_2 = 0{,}5$ рад/с^2.

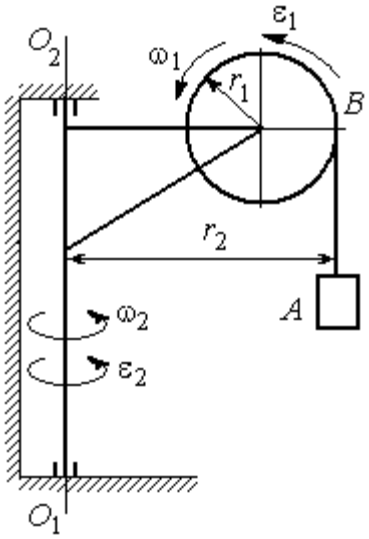


Рис. 3.5. Механизм поворотного крана

Пренебрегая отклонением каната от вертикали, определить скорость и ускорение груза в момент времени $t_1 = 1$ с, если вылет стрелы крана до линии подвеса груза $r_2 = 10$ м.

Решение

Подъём груза *A* на канате является для груза относительным движением, а вращение крана – переносным. Вектор абсолютной скорости груза равен сумме $\vec{V} = \vec{V}_r + \vec{V}_e$, где вектора относительной $\vec{V}_r$ и переносной $\vec{V}_e$ скоростей.

При равноускоренном вращении барабана *B* из состояния покоя его угловая скорость $\omega_1 = \varepsilon_1 t$. В момент времени $t_1 = 1$ с $\omega_1 = 3$ рад/с. Скорость подъёма груза *A* в этот момент $V_r(1) = \omega_1(1) r_1 = 1{,}5$ м/с. Вектор относительной скорости $\vec{V}_r$ направлен вдоль линии движения груза, в сторону его подъёма (рис. 3.6).

Угловая скорость крана при постоянном угловом ускорении $\omega_2 = \varepsilon_2 t$. При $t_1 = 1$ с $\omega_2 = 0{,}5$ рад/с. Переносная скорость груза A равна скорости груза, движущегося вместе со стрелой крана по окружности радиуса r_2: $V_e = \omega_2 r_2 = 5$ м/с. Вектор переносной скорости груза $\vec{V}_e$ направлен по касательной к траектории переносного движения груза в сторону угловой скорости вращения крана (см. рис. 3.6).

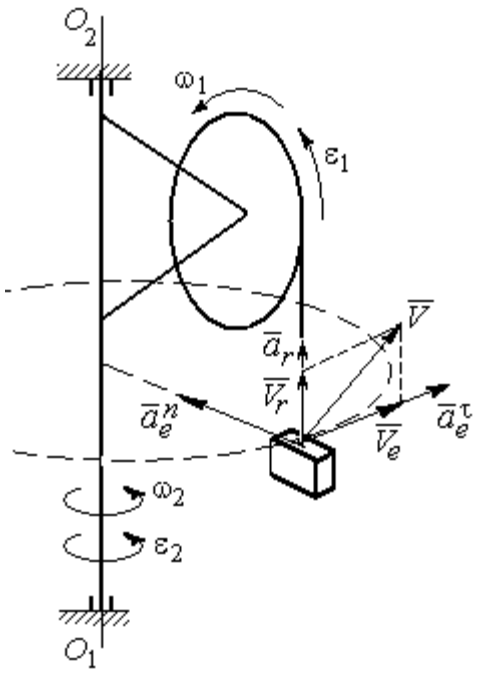


Рис. 3.6. Расчётная схема для определения скорости и ускорения груза на поворотном кране

Так как вектора относительной и переносной скоростей груза взаимно перпендикулярны, модуль абсолютной скорости $V = \sqrt{V_r^2 + V_e^2} = 5{,}22$ м/с.

Найдём абсолютное ускорение груза.

Теорема сложения ускорений имеет вид векторной суммы: $\vec{a} = \vec{a}_r + \vec{a}_e + \vec{a}_\text{к} = \vec{a}_r^{\,n} + \vec{a}_r^{\,\tau} + \vec{a}_e^{\,n} + \vec{a}_e^{\,\tau} + \vec{a}_\text{к}$, где $\vec{a}_r^{\,n}$, $\vec{a}_r^{\,\tau}$, $\vec{a}_e^{\,n}$, $\vec{a}_e^{\,\tau}$, $\vec{a}_\text{к}$ – вектора нормального и касательного ускорений груза в относительном и переносном движениях и ускорение Кориолиса. Найдём модули векторов ускорений.

Нормальное относительное ускорение a_r^n груза, движущегося прямолинейно, равно нулю: $a_r^n = 0$, а касательное a_r^τ равно по величине касательному ускорению точки на поверхности барабана: $a_r^\tau = \varepsilon_1 r_1 = 1{,}5$ м/с^2. Направление вектора $\vec{a}_r^{\,\tau}$ относительного касательного ускорения груза определяется направлением углового ускорения барабана.

Переносные нормальное a_e^n и касательное a_e^τ ускорения груза: $a_e^n = \omega_2^2 r_2$ = 2,5 м/с^2; $a_e^\tau = \varepsilon_2 r_2$ = 5 м/с^2. Вектор касательного ускорения $\vec{a}_e^\tau$ направлен в сторону углового ускорения вращения крана.

Ускорение Кориолиса $a_к$ равно нулю, так как вектор $\vec{V}_r$ параллелен вектору $\vec{\omega}_2$: $a_к = 0$.

Направления векторов ускорений, модули которых отличны от нуля, показаны на рис. 3.6. В результате вектор абсолютного ускорения груза представлен в виде разложения на три взаимно перпендикулярных вектора: $\vec{a} = \vec{a}_e^n + \vec{a}_e^\tau + \vec{a}_r^\tau$, поэтому модуль абсолютного ускорения груза $a = \sqrt{(a_e^n)^2 + (\vec{a}_e^\tau)^2 + (\vec{a}_r)^2}$ = 5,79 м/с^2.

Задача 39. Фигура, состоящая из половины диска и построенного на его диаметре равнобедренного треугольника (рис. 3.7), вращается вокруг оси, перпендикулярной плоскости фигуры и проходящей через вершину A треугольника, по закону $\varphi_e = 5t - 2t^2$ рад. Положительное направление вращения отмечено на схеме дуговой стрелкой φ.

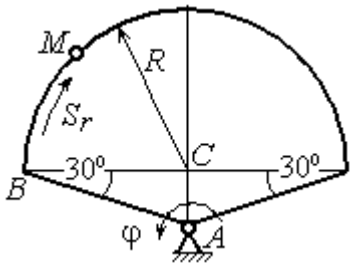


Рис. 3.7. Схема сложного движения точки

По ободу диска из начального положения B движется точка M. Уравнение движения точки: $\breve{BM} = S_r = 9\pi t^2$, см.. Положительное направление отсчёта дуги BM показано дуговой стрелкой S_r (см. рис. 3.7). Радиус диска R = 9 см. Найти абсолютную скорость и абсолютное ускорение точки M в момент времени t_1 = 1 с.

Решение

Переносным движением точки M является вращение фигуры вокруг оси A, относительным – её движение по окружности обода диска.

Положение точки M на окружности определяется центральным углом: $\alpha = \dfrac{S_r}{R}$, где S_r – длина дуги окружности, пройденная точкой. В момент времени $t_1 = 1$ с $S_r = 9\pi$ см и $\alpha = \pi$. Расчётное положение точки M на рис. 3.8 обозначено M_1.

Угловая скорость вращения фигуры равна модулю производной $\omega_e = |\dot{\varphi}_e| = |5 - 4t|$. При $t_1 = 1$ с $\omega_e(1) = 1$ рад/с. Направление угловой скорости определяется знаком производной $\dot{\varphi}_e$. Положительная на данный момент времени величина производной ($\dot{\varphi}_e = 1$) показывает, что вращение фигуры происходит в положительном направлении отсчёта угла φ_e и отмечено на рис. 3.8 дуговой стрелкой ω_e.

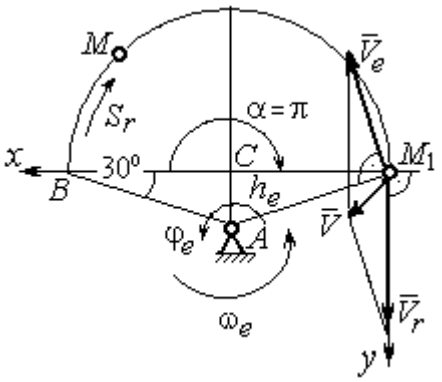


Рис. 3.8. Расчетная схема для вычисления абсолютной скорости точки

Переносная скорость точки V_e – это скорость расчётного положения точки M вращающейся фигуры: $V_e = \omega_e h_e = = \omega_e AM_1 = \dfrac{\omega_e R}{\cos 30^\circ} = 10{,}39$ см/с. Вектор переносной скорости точки $\vec{V}_e$ перпендикулярен отрезку AM_1 и направлен в сторону вращения фигуры (см. рис. 3.8).

Скорость точки в относительном движении определяется как модуль производной: $V_r = |\dot{S}_r| = |18\pi t|$. При $t_1 = 1$ с $V_r = 56{,}5$ см/с. Положительное значение производной $\dot{S}_r = 18\pi > 0$ указывает, что в этот момент времени относительное движение точки происходит в положительном направлении отсчёта дуги окружности, по которой движется точка. Вектор $\vec{V}_r$ относительной скорости точки перпендикулярен отрезку CM_1 и направлен в сторону её движения.

Абсолютная скорость точки равна сумме векторов переносной и относительной скоростей $\vec{V} = \vec{V}_e + \vec{V}_r$. Для того чтобы найти абсолютную скорость

точки, выберем оси координат M_1x, M_1y, как показано на рис. 3.8, и спроектируем обе части векторного равенства теоремы сложения скоростей на эти оси:

$$V_x = V_e\cos 60^\circ = 5{,}2 \text{ см/с}, \; V_y = -V_e\cos 30^\circ + V_r = 47{,}5 \text{ см/с}.$$

Модуль абсолютной скорости: $V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2} = 47{,}8$ см/с.

Абсолютное ускорение точки определяется по теореме сложения ускорений: $\vec{a} = \vec{a}_e + \vec{a}_r + \vec{a}_\text{к}$.

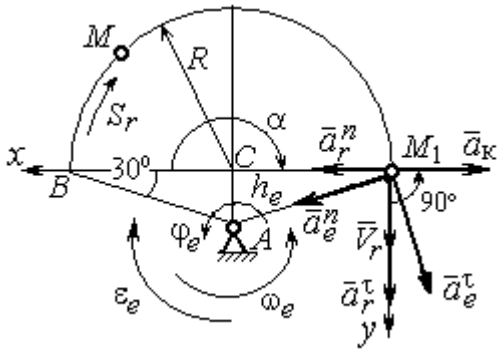


Рис. 3.9. Расчетная схема для определения абсолютного ускорения точки

Переносное ускорение точки представляется в виде суммы: $\vec{a}_e = \vec{a}_e^{\,\tau} + \vec{a}_e^{\,n}$, где $\vec{a}_e^{\,\tau}$ и $\vec{a}_e^{\,n}$ – переносные касательное и нормальное ускорения. В относительном движении точки (по дуге окружности) ускорение также может быть разложено на две составляющие – относительные касательное и нормальное ускорения: $\vec{a}_r = \vec{a}_r^{\,\tau} + \vec{a}_r^{\,n}$. В результате теорема о сложении ускорений приобретает вид: $\vec{a} = \vec{a}_r^{\,\tau} + \vec{a}_r^{\,n} + \vec{a}_e^{\,\tau} + \vec{a}_e^{\,n} + \vec{a}_\text{к}$.

Вычислим модули и направления векторов ускорений в расчётном положении точки M_1.

Относительное касательное ускорение a_r^τ вычисляется по формуле: $a_r^\tau = \left|\ddot{S}_r\right|$, где $\ddot{S}_r = 18\pi = 56{,}5$ см/с^2. Так как значение второй производной $\ddot{S}_r$ положительно, вектор ускорения $\vec{a}_r^{\,\tau}$ направлен по касательной в сторону положительного отсчёта траектории относительного движения. Относительное нормальное ускорение точки a_r^n вычисляется по формуле: $a_r^n = \dfrac{V_r^2}{R}$ и в момент $t_1 = 1$ с равно 355,3 см/с^2. Вектор ускорения $\vec{a}_r^{\,n}$ направлен по радиусу диска к центру C (рис. 3.9).

Угловое ускорение фигуры в момент времени $t_1 = 1$ с, $\varepsilon_e = |\ddot{\varphi}_e| = 4$ рад/с^2. Поскольку значение второй производной угла поворота отрицательное ($\ddot{\varphi}_e = -4$ рад/с^2), то угловое ускорение направлено в сторону, противоположную положительному направлению отсчёта угла поворота фигуры, как показано на рис. 3.9 дуговой стрелкой ε_e. Модуль переносного касательного ускорения a_e^τ определяется по формуле $a_e^\tau = \varepsilon_e h_e = \varepsilon_e \cdot AM_1$ и в момент времени $t_1 = 1$ с равен 41,6 см/с^2. Вектор переносного касательного ускорения точки $\vec{a}_e^\tau$ перпендикулярен AM_1 и направлен в сторону углового ускорения фигуры ε_e (см. рис. 3.9). Переносное нормальное ускорение вычисляется по формуле $a_e^n = \omega_e^2 h_e = \omega_e^2 \cdot AM_1$ и на момент времени $t_1 = 1$ с: $a_e^n = 10{,}4$ см/с^2. Вектор переносного нормального ускорения $\vec{a}_e^n$ направлен вдоль отрезка M_1A к оси вращения тела (см. рис. 3.9).

Модуль ускорения Кориолиса в момент времени $t_1 = 1$ с $a_к = 2\omega V_r =$ $=113{,}1$ см/с^2. По условию задачи вектор $\vec{V}_r$ скорости относительного движения точки перпендикулярен вектору $\vec{\omega}_e$ угловой скорости переносного движения. В этом случае для определения направления ускорения Кориолиса достаточно повернуть вектор относительной скорости $\vec{V}_r$ на 90° в сторону переносного движения (см. рис. 3.9).

Для определения абсолютного ускорения точки выберем оси M_1x и M_1y, как показано на рис. 3.9, и спроектируем обе части векторного равенства теоремы сложения ускорений на эти оси. Получим:

$$a_x = -a_e^\tau \cos 60^\circ + a_e^n \cos 30^\circ + a_r^n - a_к = 230{,}4 \text{ см/с}^2;$$

$$a_y = a_e^\tau \cos 30^\circ + a_e^n \cos 60^\circ + a_r^\tau = 97{,}9 \text{ см/с}^2.$$

Модуль абсолютного ускорения

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = 250{,}3 \text{ см/с}^2.$$

Задача 40. Диск (рис. 3.10) вращается вокруг оси O_1O_2, проходящей вдоль вертикального диаметра, с угловой скоростью $\omega = 2t^2 + 4\cos\pi t$ рад/с. Положительное направление отсчёта угла поворота диска отмечено на схеме дуговой стрелкой φ. Вдоль другого диаметра диска, наклоненного под углом 30º к вертикальному, движется точка M по закону $CM = S_r = (4t-1)^2 - 1$ см. Расстояние отсчитывается от точки C на краю диска. Положительное направление движения точки M показано стрелкой S_r. Радиус диска $R = 4$ см. Найти абсолютную скорость и абсолютное ускорение точки M в момент времени $t_1 = 1$ с.

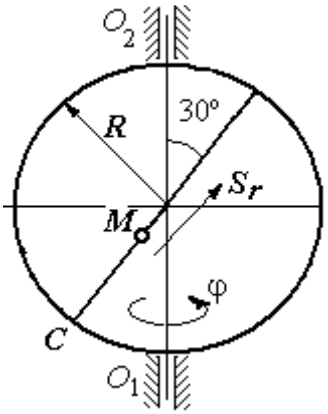


Рис. 3.10. Схема сложного движения точки

Решение

Переносным движением точки M является вращение диска вокруг вертикального диаметра, относительным – её прямолинейное движение вдоль наклонного диаметра диска.

Расстояние S_r, пройденное точкой, к моменту времени $t_1 = 1$ с равно 8 см. При радиусе диска $R = 4$ см точка M в данный момент времени находится на противоположном от точки C конце диаметра. На рис. 3.11 это положение обозначено буквой M_1.

Угловая скорость диска равна модулю производной: $\omega = |\dot{\varphi}| = |2 + 4\cos\pi|$ и при $t_1 = 1$ с $\omega = 2$ рад/с. Направление угловой скорости определяется по знаку производной $\dot{\varphi}$. В данном случае производная имеет отрицательное значение ($\dot{\varphi} = -2$ рад/с). Это означает, что вращение диска происходит в сторону, противоположную положительному направлению отсчёта угла поворота. Направление угловой скорости диска в данный момент времени отмечено на рис. 3.11 дуговой стрелкой ω.

Переносная скорость точки V_e – это скорость точки M_1 на вращающемся диске: $V_e = \omega h_e = \omega \cdot KM_1$, где $KM_1 = h_e$ – расстояние от оси вращения диска до точки M_1. Очевидно, $KM_1 = 0{,}5R = 2$ см. При $t_1 = 1$ с величина переносной скорости $V_e = 4$ см/с. Вектор переносной скорости $\vec{V}_e$ перпендикулярен плоскости диска $O_1M_1O_2$ и направлен в сторону вращения диска (рис. 3.11, *a*).

(На рис. 3.11, *a* символ ⊙ рядом с вектором означает, что данный вектор направлен перпендикулярно плоскости рисунка «к нам», символ ⊕ – «от нас».)

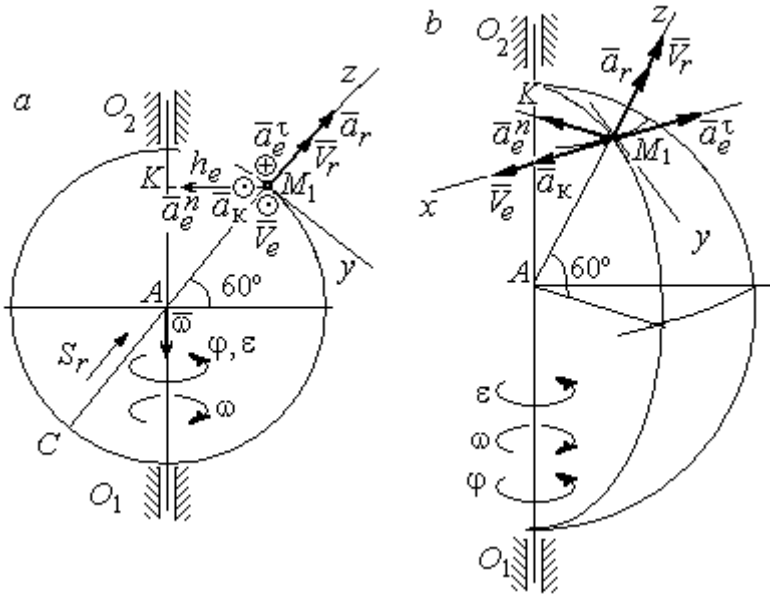


Рис. 3.11. Расчётная схема определения абсолютной скорости и ускорения точки:
a – плоская модель движения;
b – пространственная модель движения

Относительная скорость точки равна модулю производной: $V_r = \left|\dot{S}_r\right| = \left|8(4t - 1)\right|$. При $t_1 = 1$ с $V_r = 24$ см/с. Положительное значение самой производной $\dot{S}_r$ указывает, что относительное движение точки в данный момент времени происходит в положительном направлении. Вектор $\vec{V}_r$ относительной скорости точки в положении M_1 направлен вдоль диаметра диска CM_1 в сторону движения.

Абсолютная скорость точки равна сумме векторов переносной и относительной скоростей: $\vec{V} = \vec{V}_e + \vec{V}_r$. Так как векторы $\vec{V}_e$ и $\vec{V}_r$ взаимно перпендикулярны, модуль абсолютной скорости $V = \sqrt{V_e^2 + V_r^2} = 24{,}33$ см/с. Вектор абсолютной скорости на рис. 3.11 не показан.

Абсолютное ускорение точки определяется векторной суммой, которая при прямолинейном относительном и вращательном переносном движениях представляется в виде: $\vec{a} = \vec{a}_r + \vec{a}_e^{\tau} + \vec{a}_e^{n} + \vec{a}_{\text{к}}$.

Относительное ускорение точки $a_r = \left|\ddot{S}_r\right| = 32$ см/с^2. Так как значение второй производной $\ddot{S}_r$ положительно, вектор ускорения $\vec{a}_r$ в точке M_1 направлен по линии движения точки в сторону положительного направления (см. рис. 3.11).

Угловое ускорение диска $\varepsilon = \left|\dot{\omega}\right| = \left|4t - 4\pi\sin\pi t\right|$. В момент времени $t_1 = 1$ с $\varepsilon = 4$ рад/с^2. Положительное значение производной в данный момент времени ($\dot{\omega} = 4$ рад/с^2) означает, что угловое ускорение ε направлено в сторону положительного направления отсчёта угла поворота диска. Направление углового ускорения показано на рис. 3.11 дуговой стрелкой ε. Модуль переносного касательного ускорения a_e^{τ} определяется по формуле $a_e^{\tau} = \varepsilon h_e$, и при $t_1 = 1$ с $a_e^{\tau} = 8$ см/с^2. Вектор ускорения $\vec{a}_e^{\tau}$ перпендикулярен плоскости диска $O_1M_1O_2$ в точке M_1 и направлен в сторону углового ускорения (противоположно вектору скорости).

Переносное нормальное ускорение a_e^{n} рассчитывается по формуле $a_e^{n} = \omega^2 h_e = \omega^2 \cdot KM_1$, и при $t_1 = 1$ с $a_e^{n} = 8$ см/с^2. Вектор переносного нормального ускорения $\vec{a}_e^{n}$ направлен вдоль отрезка M_1K к оси вращения диска (см. рис. 3.11).

Вектор скорости относительного движения точки $\vec{V}_r$ составляет с вектором угловой скорости переносного движения $\vec{\omega}$ угол 150º. Модуль ускорения Кориолиса на момент времени $t_1 = 1$ с $a_{\text{к}} = 2\left|\omega\right\|V_r\left|\sin 150^\circ = 48\right.$ см/с^2. Направление вектора ускорения Кориолиса определяем по правилу Жуковского. Так, вектор относительной скорости точки $\vec{V}_r$ проектируем на плоскость, перпенди-

кулярную вектору $\vec{\omega}$ (т. е. на плоскость, перпендикулярную оси вращения тела). На рис 3.11, *а* это будет проекция на линию KM_1. Далее следует повернуть вектор проекции относительной скорости вокруг оси вращения на 90° в сторону угловой скорости вращения диска. На рис 1.11, *а* вектор ускорения Кориолиса перпендикулярен плоскости рисунка в точке M_1 и направлен «на нас».

Для определения абсолютного ускорения точки выберем оси координат M_1x, M_1y и M_1z, как показано на рис. 3.11 (на рис. 3.11, *а* ось M_1x направлена перпендикулярно рисунку «к нам» и на рисунке не показана). Спроектируем обе части векторного равенства теоремы сложения ускорений на оси

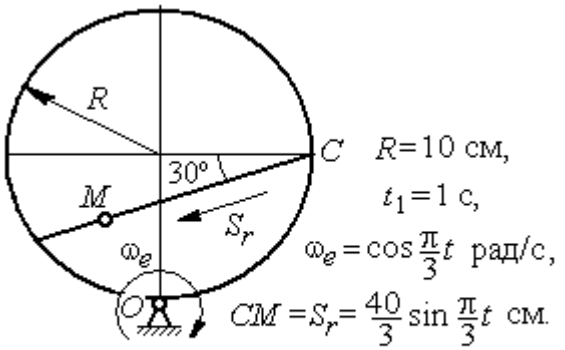
$$a_x = -a_e^{\tau} + a_{\text{к}} = 40 \text{ см/с}^2; \quad a_y = -a_e^n \cos 30^\circ = 6{,}93 \text{ см/с}^2;$$

$$a_z = a_r - a_e^n \cos 60^\circ = 28 \text{ см/с}^2.$$

Модуль абсолютного ускорения $a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2} = 49{,}32$ см/с^2.

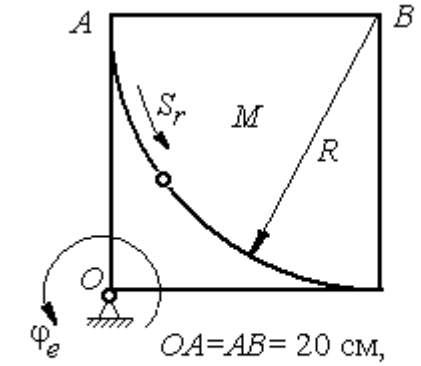
Упражнения

Упражнение 3.1



Найти скорость и ускорение точки M в момент $t = t_1$

Упражнение 3.2



Найти скорость и ускорение точки M в момент $t = t_1 = 1$ с

Рис. 3.12. Задания для самостоятельного решения. Упражнения 3.1, 3.2

4. ДИНАМИКА ТОЧКИ

4.1. Дифференциальные уравнения движения точки

Движение материальной точки под действием системы сил $\vec{F}_1,\ \vec{F}_2,\ldots,\ \vec{F}_K$ в прямоугольной декартовой системе координат *Oxyz* описывается **дифференциальными уравнениями:**

$$m\frac{d^2x}{dt^2} = \sum F_{kx}\ ,\ m\frac{d^2y}{dt^2} = \sum F_{ky}\ ,\ m\frac{d^2z}{dt^2} = \sum F_{kz}\ .$$

Обозначая вторые производные от координат по времени двумя точками, уравнения движения можно записать в виде:

$$m\ddot{x} = \sum F_{kx}\ ;\ m\ddot{y} = \sum F_{ky}\ ;\ m\ddot{z} = \sum F_{kz}\ ,$$

где m – масса точки; x, y, z – текущие координаты точки; $\ddot{x}$, $\ddot{y}$, $\ddot{z}$ – проекции вектора ускорения точки на оси координат; $\sum F_{kx}$, $\sum F_{ky}$, $\sum F_{kz}$ – алгебраические суммы проекций всех сил на оси координат.

Для удобства интегрирования дифференциальные уравнения движения иногда представляют в виде:

$$m\frac{dV_x}{dt} = \sum F_{kx}\ ;\ \ m\frac{dV_y}{dt} = \sum F_{ky}\ ;\ \ m\frac{dV_z}{dt} = \sum F_{kz}\ ,$$

где $V_x = \dot{x}$, $V_y = \dot{y}$, $V_z = \dot{z}$ – проекции вектора скорости точки на оси координат.

В естественной системе координат движение материальной точки описывается уравнениями в естественной форме:

$$m\frac{dV}{dt} = \sum F_{k\tau}\ ;\ \ m\frac{V^2}{\rho} = \sum F_{kn}\ ;\ 0 = \sum F_{kb}\ ,$$

где ρ – радиус кривизны траектории; τ, n, b – оси естественного трехгранника – касательная, нормаль и бинормаль.

В общем случае правые части дифференциальных уравнений зависят от времени, положения и скорости точки. Интегрирование дифференциальных

уравнений производится в зависимости от их вида методами, известными из курса математики.

Примеры решения задач на интегрирование уравнений движения

Задача 41. При обогащении по трению разделение частиц производится следующим образом. Барабанный питатель (рис. 4.1) сообщает частице в точке A сортировочного стола AB начальную скорость V_0, направленную вдоль поверхности стола, наклоненного под углом α к горизонту. Нижний край стола в точке B поднят на высоту h над уровнем пола. Частица скользит по столу, испытывая силу трения скольжения с коэффициентом трения f. Дойдя до края стола в точке B, частица отрывается от него и совершает свободное падение с высоты h. На каком расстоянии $CK = \ell$ на полу нужно установить стенку приёмного устройства, чтобы частицы с коэффициентом трения меньше заданного $f < f_1$ перелетали за точку C и попадали в приёмник, а с большим коэффициентом $f > f_1$ – не долетали до него.

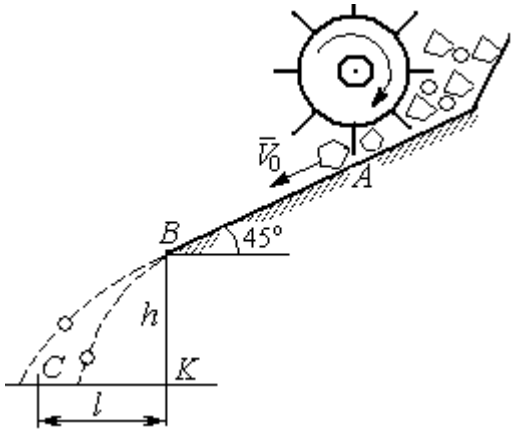


Рис. 4.1. Разделение частиц по трению

Начальная скорость частицы $V_0 = 1$ м/с, длина сортировочного стола $AB = S = 1{,}2$ м, угол наклона $\alpha = 45°$, высота точки отрыва $BK = h = 1{,}5$ м, заданный коэффициент трения для разделения частиц $f_1 = 0{,}4$.

Решение

Из условия задачи следует, что частица с коэффициентом трения, равным заданному, $f = f_1$ в конце своего движения (скольжение по столу + свободное падение) должна попасть ровно в точку C (см. рис. 4.1).

Рассмотрим первый участок движения такой частицы – прямолинейное движение по шероховатой поверхности наклонного стола. На частицу действуют сила тяжести $\vec{P}$, реакция опоры $\vec{N}$ и сила трения $\vec{F}_{\text{тр}}$. Выберем систему координат *xAy*, направив ось *x* вдоль линии движения, а ось *y* – перпендикулярно ей (рис. 4.2). Движение частицы описывается уравнениями:

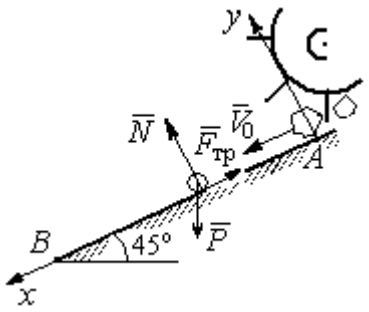


Рис. 4.2. Движение частицы по наклонной плоскости

$$m\ddot{x} = \sum F_{kx} = P\cos 45^\circ - F_{\text{тр}};$$

$$m\ddot{y} = \sum F_{ky} = -P\cos 45^\circ + N.$$

Поскольку вдоль оси *y* частица не перемещается, то $\ddot{y} = 0$. Тогда второе уравнение движения представляется в виде: $-P\cos 45^\circ + N = 0$, откуда реакция опоры частицы $N = mg\cos 45^\circ$. Сила трения, которую испытывает частица, двигаясь по сортировочному столу: $F_{\text{тр}} = fN = fmg\cos 45^\circ$, где f – коэффициент трения.

Подставляя в уравнение движения частицы, выражение силы трения и полагая ускорение $\ddot{x} = \dfrac{dV_x}{dt}$, получим дифференциальное уравнение

$$\frac{dV_x}{dt} = g(1-f)\cos 45^\circ \text{ или при } f = f_1 = 0{,}4: \ \frac{dV_x}{dt} = 4{,}18.$$

После интегрирования найдём скорость и закон движения частицы как функции времени: $V_x = 4{,}18t + C_1$; $x = 2{,}09t^2 + C_1 t + C_2$.

Константы интегрирования C_1, C_2 находятся из начальных условий движения. Подставляя начальные условия $x(0) = 0$, $\dot{x}(0) = V_x(0) = V_0$ в уравнение движения частицы, найдём $C_2 = 0$, $C_1 = V_0$.

Окончательно движение частицы на прямолинейном участке *AB* сортировочного стола описывается системой уравнений: $V_x = 4{,}18t + 1$; $x = 2{,}09t^2 + t$.

Допустим частица достигает края стола B в момент времени $t = t_B$. Её координата равна длине сортировочного стола: $x(t_B) = S$, а скорость равна скорости отрыва её от стола: $V_x(t_B) = V_B$. Подставим эти условия в уравнения движения, получим систему: $V_B = 4{,}18t_B + 1$, $S = 2{,}09t_B^2 + t_B$, откуда скорость частицы в точке отрыва её от стола $V_B = \sqrt{1 + 8{,}36S}$. При длине стола S = 1,2 м скорость отрыва V_B = 3,32 м/с.

Рассмотрим участок BC свободного падения частицы, брошенной с высоты h с начальной скоростью V_B, направленной под углом 45° к горизонту (рис. 4.3). В полёте на частицу действует только сила тяжести $\vec{P}$. Выберем прямоугольную систему координат xKy с началом координат в точке K (см. рис. 4.3). Дифференциальные уравнения движения точки

$$m\ddot{x} = 0;\ m\ddot{y} = -P = -mg \text{ или } \ddot{x} = 0,\ \ddot{y} = -g.$$

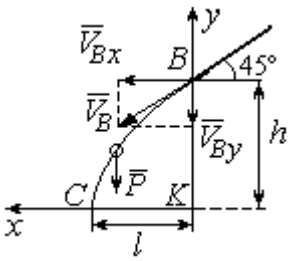


Рис. 4.3. Свободное падение частицы

Интегрируя первое уравнение, получим, что движение частицы вдоль оси x описывается уравнениями $\dot{x} = C_3;\ x = C_3t + C_4$. Константы интегрирования C_3 и C_4. определяются из начальных условий движения: при t = 0 , $x(0) = 0$, $\dot{x}(0) = V_{Bx}$, где V_{Bx} – проекция вектора скорости $\overline{V}_B$ на ось x, $V_{Bx} = V_B\cos45^\circ$ = 2,35 м/с. После подстановки начальных условий в уравнение движения частицы получим: C_4 = 0, C_3 = 2,35. В результате, движение частицы вдоль оси x при её свободном падении описывается уравнением $x = 2{,}35t$.

Проинтегрируем уравнение движения частицы в направлении оси y. Получим: $\dot{y} = -gt + C_5$ и $y = -g\dfrac{t^2}{2} + C_5t + C_6$. Начальные условия движения частицы вдоль оси y: при t = 0 , $y(0) = h$ = 1,5 м, $\dot{y}(0) = V_{By} = -V_B\cos45^\circ = -2{,}35$ м/с, где V_{By} – проекция вектора скорости $\overline{V}_B$ на ось y. Подставляя начальные

условия в уравнение движения, найдём: $C_6 = h$; $C_5 = V_{By} = -2{,}35$. Таким образом, движение частицы вдоль оси y при её свободном падении описывается уравнением $y = -4{,}91t^2 - 2{,}35t + 1{,}5$.

В момент $t = t_{\text{п}}$ падения частицы на пол её вертикальная координата обращается в нуль: $y = 0$, а горизонтальная – равна дальности полёта: $x = \ell$. Подставляя эти условия в уравнения движения частицы, получим систему:

$$\ell = 2{,}35t_{\text{п}},\ 0 = -4{,}91t_{\text{п}}^2 - 2{,}35t_{\text{п}} + 1{,}5.$$

Исключая в системе время $t_{\text{п}}$, выразим уравнение для определения дальности горизонтального полёта: $\ell^2 + 1{,}12\ell - 1{,}68 = 0$. Отсюда находим: $\ell = 0{,}85$ м.

Таким образом, частицы с коэффициентом трения $f = 0{,}4$ в конце своего движения падают на горизонтальную поверхность на расстоянии 0,85 м от края стола. Очевидно, именно здесь необходимо установить разделительную стенку приёмного устройства. Частицы с меньшим коэффициентом трения ($f < 0{,}4$) будут улетать за стенку, а при большем ($f > 0{,}4$) – недолетать. К примеру, длина горизонтального полёта частицы с коэффициентом трения $f = 0{,}3$ составляет 0,89 м, а при $f = 0{,}5$ равна 0,61 м.

Задача 42. Материальная точка массой $m = 1$ кг движется прямолинейно по горизонтальной поверхности под действием силы $F = 10 - kt$ Н, где k – коэффициент пропорциональности; $k = \text{const}$; t – время в секундах. Определить величину коэффициента k, при котором скорость точки за первую секунду от начала движения увеличится от начального значения $V_0 = 2$ м/с до величины $V_1 = 10$ м/с, а также путь, пройденный точкой до остановки.

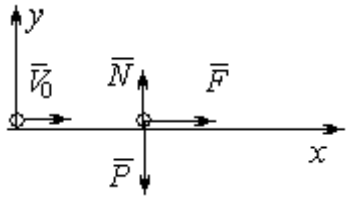


Рис. 4.4. Прямолинейное движение точки

Решение

Для описания движения точки выберем прямоугольную систему координат x, y с началом в том месте, откуда точка начала движение (рис. 4.4).

На точку действуют сила тяжести $\vec{P}$, реакция опоры $\vec{N}$ и заданная сила $\vec{F}$. Направление силы $\vec{F}$ на рис. 4.4 соответствует начальному этапу движения, когда проекция силы на ось *x* положительная. Движение точки описывается уравнением $m\ddot{x} = F_x = 10 - kt$.

Положим $\ddot{x} = \dfrac{dV}{dt}$. Здесь в силу того, что движение происходит только вдоль одной координаты, индекс *x* у скорости опущен. Учитывая массу точки, получим уравнение $\dfrac{dV}{dt} = 10 - kt$. Разделив переменные и проинтегрировав полученное уравнение, найдём закон изменения скорости точки $V = 10t - k\dfrac{t^2}{2} + C_1$. Выражая скорость через производную от координаты $V = \dfrac{dx}{dt}$, получим дифференциальное уравнение $\dfrac{dx}{dt} = 10t - k\dfrac{t^2}{2} + C_1$, интегрируя которое, найдём уравнение движения точки $x = 5t^2 - k\dfrac{t^3}{6} + C_1 t + C_2$.

Подставляя начальные условия (при $t = 0$, $V = V_0 = 2$ м/с, $x = 0$) в уравнения, получим: $C_1 = 2$, $C_2 = 0$. Окончательно движение точки описывается системой уравнений: $V = 10t - k\dfrac{t^2}{2} + 2$; $x = 5t^2 - k\dfrac{t^3}{6} + 2t$.

Известно, что через 1 с от начала движения точка приобрела скорость $V_1 = 10$ м/с. Подставляя это условие в первое уравнение, найдём $k = 4$.

В момент t_1 точка остановилась и её скорость обращается в нуль: $V(t_1) = 0$, а координата равна пройденному пути: $x(t_1) = S$. Подставляя эти условия в уравнения движения с учетом вычисленного значения коэффициента *k*, получим систему: $0 = 10t_1 - 2t_1^2 + 2$; $S = 5t_1^2 - \dfrac{2}{3}t_1^3 + 2t_1$, откуда находим путь, пройденный точкой до остановки: $S = 51{,}86$ м.

Задача 43. Материальная точка массой m = 1 кг, находясь на высоте h_1 = 2 м над уровнем Земли, подброшена вертикально вверх (ось x) с начальной скоростью V_0 = 4 м/с (рис. 4.5, *a*). При движении на точку действует сила сопротивления, пропорциональная квадрату скорости, так, что проекция её на вертикаль направлена в сторону, противоположную движению, $R_x = -0{,}5mV^2$ Н, где V – скорость точки. Определить, на какой высоте h_2 от уровня Земли скорость падающей обратно точки достигнет значения начальной стартовой скорости.

Решение

Решение задачи осуществляется в два этапа. На первом этапе рассматривается движение точки вверх с высоты h_1 с начальной скоростью V_0 и определение максимальной высоты полёта H, на втором этапе – падение точки вниз с высоты H без начальной скорости (рис. 4.5, *b*).

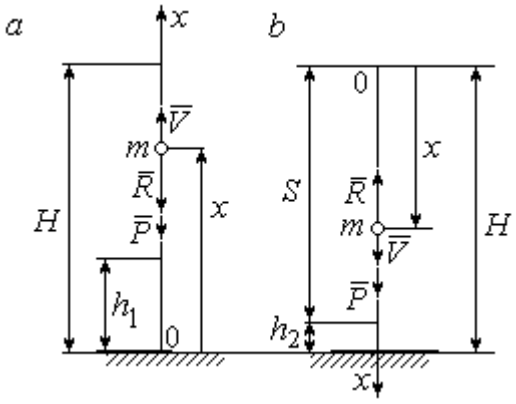


Рис. 4.5. Силы, действующие на точку в полёте:
a – движение точки вверх;
b – движение точки вниз

Рассмотрим первый этап движения и найдём максимальную высоту подъёма точки. На рис. 4.5, *a* показаны силы, действующие на точку в полёте: сила тяжести $\vec{P}$ и сила сопротивления $\vec{R}$. Ось x, вдоль которой происходит движение точки, выбрана по направлению движения, начало координат – на уровне Земли (см. рис. 4.5, *a*).

Дифференциальное уравнение движения точки в проекции на ось x: $m\ddot{x} = \sum F_x = P_x + R_x$, где проекции сил тяжести и сопротивления на ось x: $P_x = -P = -mg$; $R_x = -0{,}5mV^2$. Полагая $\ddot{x} = \dfrac{dV}{dt}$, получим уравнение движения точки в виде: $\dfrac{dV}{dt} = -(g + 0{,}5V^2)$.

Учитывая, что $\frac{dV}{dt}=\frac{dV}{dx}\frac{dx}{dt}=V\frac{dV}{dx}=\frac{dV^2}{2dx}$, исходное уравнение движения представляется в виде, удобном для интегрирования: $\frac{dV^2}{g+0{,}5V^2}=-2dx$.

Проинтегрировав это уравнение, находим: $\ln(g+0{,}5V^2)=-x+C$.

В начальном положении, т. е. при $t = 0$, точка находилась на высоте $x = h_1$, а скорость её $V = V_0$. Подставив эти значения в проинтегрированное уравнение, получим: $C=h_1+\ln(g+0{,}5V_0^2)$. Окончательно положение точки в полёте определяется выражением $x=h_1+\ln\left(\frac{g+0{,}5V_0^2}{g+0{,}5V^2}\right)$.

При максимальном подъёме точки, т. е. при $x=H$, её скорость обращается в нуль: $V = 0$. Подставляя H, получим: $H=h_1+\ln\left(1+\frac{V_0^2}{2g}\right)$. При начальной скорости $V_0 = 4$ м/с, с учётом высоты точки старта $h_1 = 2$ м, высота подъёма точки относительно уровня Земли $H = 2{,}6$ м.

Рассмотрим второй этап решения задачи – движение точки вниз с максимальной высоты H без начальной скорости. Выберем ось x по направлению движения и поместим начало координат в точке, откуда началось движение вниз (рис. 4.5, *b*). Дифференциальное уравнение движения падающей точки: $m\frac{dV}{dt}=P_x+R_x = mg-0{,}5mV^2$, которое, как и в предыдущем случае, приводится к виду: $\frac{dV^2}{g-0{,}5V^2}=2dx$.

Проинтегрировав это уравнение, находим: $\ln(g-0{,}5V^2)=-x+C_1$.

В начальном положении, т. е. при $t = 0$, координата точки и скорость равны нулю: $x = 0$, $V = 0$. Подставив эти значения, находим: $C_1=\ln g$.

Окончательно положение падающей точки определяется выражением $x = \ln\left(\frac{g}{g - 0{,}5V^2}\right)$.

Расстояние S, которое пролетела точка с высоты H, приобретя скорость, V_0: $S = \ln\left(\frac{g}{g - 0{,}5V_0^2}\right)$. Высота h_2 этого положения от уровня Земли: $h_2 = H - S$ (см. рис. 4.5, *b*). С учётом величины начальной скорости $V_0 = 4$ м/с, максимальной высоты подъёма точки $H = 2{,}6$ м высота $h_2 = 0{,}91$ м.

Задача 44. Точка 1 движется горизонтально с постоянной скоростью V_1 на высоте h. Точка 2 массой m_2 находится в начале координат (рис. 4.6).

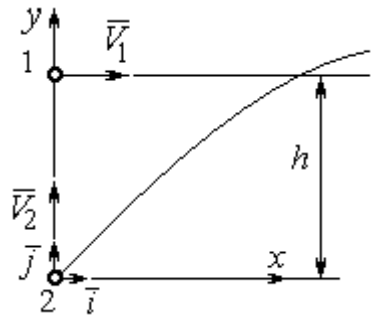


Рис. 4.6. Схема встречного движения точек

В момент, когда обе точки находились на одной вертикали y, точка 2 стартовала вертикально вверх со скоростью V_2. В полёте на точку 2 действует отклоняющая сила $\vec{F}_2$, которая представлена в виде разложения по единичным векторам $\vec{i}$, $\vec{j}$ системы координат xy: $\vec{F}_2 = p\vec{i} + q\vec{j}$, где p, q – const. С какой скоростью V_2 должна стартовать точка 2, чтобы обе точки встретились.

Решение

Рассмотрим движение точки 2. На точку действует сила тяжести $\vec{P}_2$ и сила $\vec{F}_2$, проекции которой на оси x, y: $F_{2x} = p$, $F_{2y} = q$ (рис. 4.7).

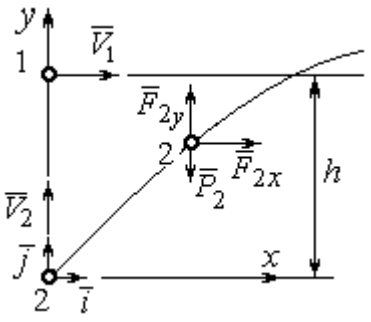


Рис. 4.7. Расчётная схема встречи точек

Уравнения движения точки в проекциях на оси xy имеют вид:

$$m_2\ddot{x} = p,\ m_2\ddot{y} = q - m_2 g.$$

Дважды интегрируя первое уравнение, полу-

чим: $\dot{x} = \frac{p}{m_2}t + C_1$; $x = \frac{p}{2m_2}t^2 + C_1 t + C_2$. Константы интегрирования найдём из условия, что в начальный момент вторая точка стартовала из начала координат вертикально, то есть при $t = 0$ $x = 0$ и $\dot{x} = V_{2x} = 0$. Подставляя начальные условия в уравнения движения, получим: $C_1 = 0$, $C_2 = 0$. Таким образом, движение точки 2 вдоль оси x описывается уравнением $x = \frac{p}{2m_2}t^2$.

Аналогично, дважды интегрируя второе уравнение движения, получим зависимость скорости движения точки 2 от времени и закон её движения вдоль оси y: $\dot{y} = \left(\frac{q}{m_2} - g\right)t + C_3$; $y = \left(\frac{q}{m_2} - g\right)\frac{t^2}{2} + C_3 t + C_4$. Из начальных условий: при $t = 0$ $y = 0$, $\dot{y} = V_{2y} = V_2$ следует: $C_3 = V_2$, $C_4 = 0$.

В результате закон движения точки 2 вдоль оси y: $y = \left(\frac{q}{m_2} - g\right)\frac{t^2}{2} + V_2 t$.

Обозначим t_1 – время движения точек до встречи. В момент встречи высота точки 2 $y(t_1) = h$, а расстояние по горизонтали, которое прошла точка 2 до встречи, должно быть равно расстоянию, пройденному точкой 1 за это же время. Подставляя условия встречи в уравнения движения, получим систему:

$$V_1 t_1 = \frac{p}{2m_2}t_1^2; \qquad h = \left(\frac{q}{m_2} - g\right)\frac{t_1^2}{2} + V_2 t_1,$$

откуда найдём: $V_2 = \frac{h}{t_1} - \left(\frac{q}{m_2} - g\right)\frac{t_1}{2}$, где $t_1 = \frac{2V_1 m_2}{p}$.

Упражнения

Упражнение 4.1. Тело массы m = 2 кг поднимается по прямой по шероховатой поверхности, составляющей угол 30° с горизонтом. Коэффициент трения f = 0,4. На тело действует сила $F = kt + 0{,}5P$, направленная в сторону движения, параллельно плоскости. Определить величину коэффициента k и начальную скорость тела, направленную вверх по наклонной плоскости, если за первую секунду тело прошло путь S = 2 м, а скорость увеличилась вдвое относительно начальной.

Упражнение 4.2. Материальную точку массы m = 1 кг, находящуюся на высоте H = 10 м над уровнем Земли, бросили под углом φ = 30° к горизонту с начальной скоростью V_0. Свободное движение точки происходит в вертикальной плоскости. Определить начальную скорость V_0 и горизонтальную дальность полета l при падении точки на Землю, если высоту h =7 м она пересекла через 1 с от начала движения.

4.2. Колебания материальной точки

Если материальная точка массой m движется вдоль оси Оx под действием линейной восстанавливающей силы, равной $F = cx$, где c – постоянный коэффициент, x – отклонение точки от положения равновесия, куда поместили начало координат, то дифференциальное уравнение свободных прямолинейных колебаний имеет вид:

$$m\ddot{x} + cx = 0, \text{ или } \ddot{x} + \omega^2 x = 0,\ \omega^2 = \frac{c}{m},$$

где ω – угловая частота колебаний.

Решение дифференциального уравнения свободных колебаний представляется в виде $x = C_1\cos\omega t + C_2\sin\omega t$. Постоянные интегрирования C_1 и C_2 находятся из начальных условий.

Если кроме восстанавливающей силы на материальную точку действует переменная возмущающая сила, колебания точки называются **вынужденными.** В случае гармонического возмущения $Q = H\sin pt$, где H, p – амплитуда и угловая частота возмущающей силы, дифференциальное уравнение вынужденных колебаний материальной точки относительно положения равновесия

$$m\ddot{x} + cx = H\sin pt, \text{ или } \ddot{x} + \omega^2 x = h\sin pt,\ \omega^2 = \frac{c}{m},\ h = \frac{H}{m}$$

где ω – угловая частота собственных колебаний; h – относительная амплитуда возмущающей силы.

Общее решение неоднородного дифференциального уравнения вынужденных колебаний при отсутствии резонанса (частота собственных колебаний точки не совпадает с частотой возмущающей силы $p \neq \omega$) имеет вид:

$x = C_1\cos\omega t + C_2\sin\omega t + \dfrac{h}{\omega^2 - p^2}\sin pt$, а в случае возникновения резонанса ($p = \omega$) определяется формулой: $x = C_1\cos\omega t + C_2\sin\omega t - \dfrac{ht}{2p}\cos pt$. Значения произвольных постоянных C_1 и C_2 находятся с учётом начальных условий движения.

Колебания груза на двух параллельных пружинах с жесткостью c_1 и c_2 можно рассматривать как колебания груза на одной пружине с эквивалентной жесткостью $c_{экв} = c_1 + c_2$, где $c_{экв}$ – жесткость эквивалентной пружины. При последовательном соединении пружин коэффициент жесткости эквивалентной пружины $c_{экв} = \dfrac{c_1 c_2}{c_1 + c_2}$.

Примеры решения задач на колебания точки

Задача 45. Подъёмное устройство (рис. 4.8) опускает груз Q массой $m = 400$ кг в шахту при помощи упругого троса с коэффициентом жесткости $c = 8 \cdot 10^4$ Н/м с постоянной скоростью $V = 10$ м/с. В некоторый момент во время спуска трос защемило в блоке. Пренебрегая массой троса, определить дальнейшее движение груза и найти максимальную силу натяжения троса.

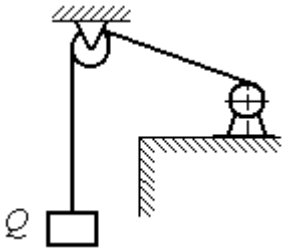


Рис. 4.8. Подъёмное устройство

Решение

После того как произошло защемление троса в обойме блока, вертикальную часть троса длиной ℓ_0 можно рассматривать как пружину с закреплённым верхним концом, а груз – материальной точкой.

Расчетная схема колебаний груза Q на пружине показана на рис. 4.9.

Ось *Ox*, вдоль которой происходят колебания груза, направлена вертикально вниз. Начало отсчёта координаты *x* (точка *O*) выбрано в положении нерастянутой пружины.

На рис. 4.9, *a* положение нерастянутой пружины соответствует положению груза на тросе в момент его защемления. В произвольном положении груза (рис. 4.9, *b*), обозначенном координатой *x*, к нему приложены две силы: сила тяжести $\vec{Q}$ и сила упругости пружины $\vec{F}_{\text{упр}}$. Проекция силы упругости пружины на ось *Ox*: $F_{\text{упр}\,x} = -c\Delta\ell = -cx$, где $\Delta\ell$ – удлинение пружины. Дифференциальное уравнение движения груза в проекции на ось *Ox* имеет вид: $m\ddot{x} = Q - cx$. В результате получаем неоднородное дифференциальное уравнение колебаний:

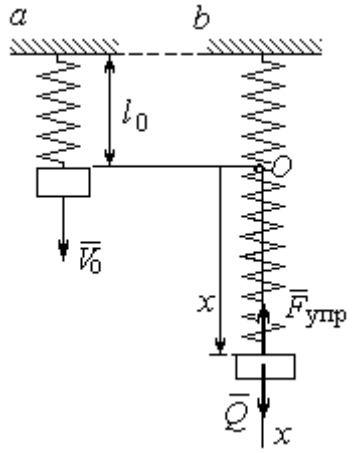


Рис. 4.9. Расчётная схема колебаний груза:
a – положение груза на начало колебаний; *b* – положение груза в произвольный момент времени

$$m\ddot{x} + cx = mg \text{ или } \ddot{x} + \omega^2 x = g,$$

где ω – угловая частота собственных колебаний, $\omega = \sqrt{\dfrac{c}{m}} = 14{,}14$ рад/с.

Решение неоднородного дифференциального уравнения представляется в виде $x = C_1\cos\omega t + C_2\sin\omega t + \dfrac{g}{\omega^2}$, где первые два слагаемых представляют общее решения однородного уравнения, последнее – частное решение неоднородного

Для определения произвольных постоянных C_1 и C_2 используем начальные условия движения: при $t = 0$ груз находился в положении $x = 0$, а его скорость равнялась скорости груза $\dot{x} = V_0 = 10$ м/с. Подставляя значение координаты начального положения груза в общее решение уравнения колебаний, полу-

чим: $C_1 = -\frac{g}{\omega^2} = -0{,}69$ м. Для определения второй константы вычислим скорость груза: $\dot{x} = -C_1\omega\sin\omega t + C_2\omega\cos\omega t$. Подставив начальное значение скорости груза при $t = 0$, получим: $C_2 = \frac{V_0}{\omega} = 0{,}71$ м. Окончательно, движение груза после защемления троса в обойме блока описывается уравнением

$$x = -0{,}69\cos 14{,}14t + 0{,}71\sin 14{,}14t + 0{,}69.$$

Представим уравнение колебаний в виде $x = A\sin(\omega t + \alpha) + \frac{g}{\omega^2}$, где A – амплитуда собственных колебаний груза $A = \sqrt{C_1^2 + C_2^2}$, α – фаза колебаний; $\operatorname{tg}\alpha = \frac{C_1}{C_2}$. Максимальное растяжение троса равно максимальному значению координаты груза: $x_{\max} = \max[A\sin(\omega t + \alpha) + \frac{g}{\omega^2}] = A + \frac{g}{\omega^2} = 1{,}68$ м. Соответственно, максимальное усилие в тросе равно значению силы упругости при максимальном растяжении: $F_{\text{упр max}} = cx_{\max} = 134{,}4$ кН.

Задача 46. Рабочий орган вибрационной машины представляет собой массивное тело, расположенное на гладкой наклонной плоскости между двумя пружинами (см. рис. 4.10). Угол наклона плоскости к горизонту 60º. Масса груза $m = 9$ кг. Пружины, зажимающие груз, имеют коэффициенты жесткости $c_1 = 300$ Н/м и $c_2 = 600$ Н/м.

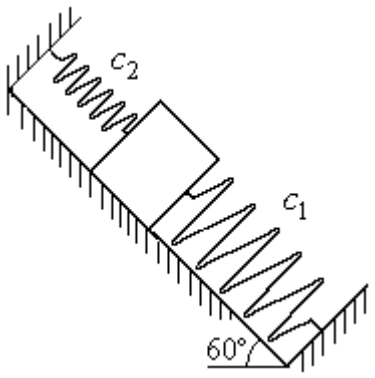


Рис. 4.10. Колебания груза на наклонной плоскости

В начальный момент груз, когда пружины не деформированы, груз оттягивают вниз по наклонной плоскости на расстояние $\Delta\ell = 0{,}12$ м и отпускают без начальной скорости.

Найти период колебаний, амплитуду и уравнение движения груза.

Решение

Колебания груза, зажатого между двумя пружинами, представим как колебания груза, прикреплённого к одной пружине эквивалентной жёсткости: $c_э = c_1 + c_2$ = 900 Н/м (рис. 4.11). Ось, вдоль которой происходят колебания, направим вниз по наклонной плоскости. Начало отсчёта координаты груза x выберем в положении его статического равновесия (точка O) (см. рис. 4.11).

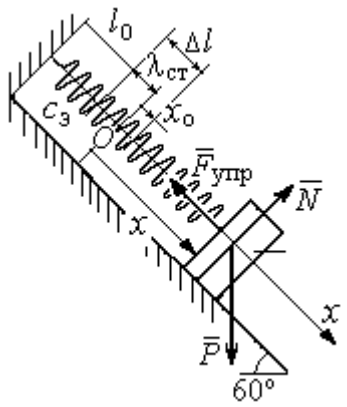


Рис. 4.11. Схема колебаний груза на эквивалентной пружине

Дифференциальное уравнение движения груза в проекции на ось Ox: $m\ddot{x} = P_x - F_{упр\,x}$. Проекция силы упругости пружины на ось Ox: $F_{упр\,x} = -c_э \Delta\ell$, где $\Delta\ell = (x + \lambda_{ст})$ – удлинение пружины, включающее её растяжение $\lambda_{ст}$ относительно положения нерастянутой пружины и растяжение x относительно начала координат.

Удлинение пружины $\lambda_{ст}$ определяется из условия равновесия груза на наклонной плоскости в положении статического равновесия:

$$P\cos 30^\circ - F_{упр} = 0{,}87mg - c_э\lambda_{ст} = 0.$$

Находим $\lambda_{ст} = \dfrac{0{,}87mg}{c_э} = 0{,}085$ м.

Подставляя выражение силы упругости, с учётом условия статического равновесия груза ($0{,}87mg = c_э\lambda_{ст}$), получим дифференциальное уравнение колебаний: $m\ddot{x} = -c_э x$ или $\ddot{x} + \omega^2 x = 0$, где ω – угловая частота собственных колебаний груза, $\omega = \sqrt{\dfrac{c_э}{m}} = 10$ рад/с.

Общее решение уравнения колебаний $x = C_1\cos\omega t + C_2\sin\omega t$.

Для определения произвольных постоянных C_1 и C_2 вычислим начальные условия движения груза.

Координата начального положения груза на оси Ox (см. рис. 4.11) $x_0 = \Delta\ell - \lambda_{ст} = 0{,}035$ м. Подставляя значение координаты начального положения груза в общее решение уравнения колебаний при $t = 0$, получим: $C_1 = x_0 = 0{,}035$ м. Для определения второй константы вычислим скорость груза: $\dot{x} = -C_1\omega_2 \sin\omega_2 t + C_2\omega_2 \cos\omega_2 t$. Подставив начальное значение скорости груза: при $t = 0$ $\dot{x} = V_0 = 0$, получим $C_2 = 0$. Окончательно уравнение движения груза относительно его положения статического равновесия $x(t) = 0{,}035\cos 10t$ м. Амплитуда колебаний $A = 0{,}035$ м. Период колебаний $T = \dfrac{2\pi}{\omega} = 0{,}63$ с.

Задача 47. Пружинный амортизатор состоит из двух одинаковых вертикально стоящих пружин, к верхним концам которых прикреплена невесомая горизонтальная площадка (рис. 4.12). Жёсткость каждой пружины c = 350 Н/м. Груз массой m = 5 кг падает с высоты h = 0,3 м.

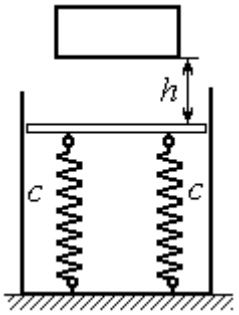


Рис. 4.12. Пружинный амортизатор

Коснувшись площадки, груз начинает двигаться вместе с ней. Определить максимальную осадку амортизатора и уравнение движения груза.

Решение

Заменим две пружины амортизатора одной с жесткостью, эквивалентной двум пружинам: $c_э = 2c$ = 700 Н/м. Расчётная схема колебаний груза показана на рис. 4.13. Начало координат оси x (точка O), вдоль которой происходят колебания, выбрано на уровне статического равновесия груза.

При движении (на рис. 4.13, c предполагается движение груза вниз) на груз действуют сила упругости $\vec{F}_{упр}$ и сила тяжести $\vec{P}$. Уравнение движения груза в проекции на ось x: $m\ddot{x} = P - F_{упр} = P - c_э\Delta\ell$, где $\Delta\ell$ – удлинение (или сжатие) пружины относительно недеформированного состояния.

В произвольном положении груза, обозначенном координатой x (см. рис. 4.13, *c*), сжатие пружины относительно её недеформированного состояния (см. рис. 4.13, *a*) составляет величину: $\Delta\ell = x + \lambda_{ст}$. Величина $\lambda_{ст}$ находится из условия статического равновесия груза, которое выражается равенством (рис. 4.13, *b*): $P - F_{упр\,ст} = P - c_э\lambda_{ст} = 0$.

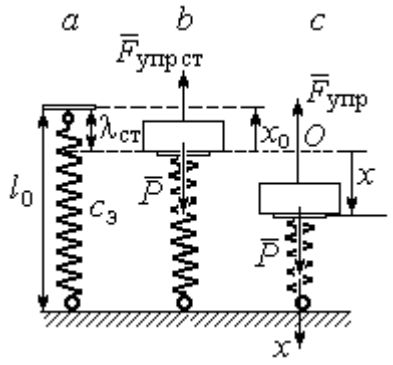


Рис. 4.13. Расчётная схема колебаний на эквивалентной пружине:
a – недеформированная пружина;
b – положение статического равновесия груза; *c* – произвольное положение

Подставляя это условие в уравнение движения груза, получим дифференциальное уравнение колебаний: $m\ddot{x} + c_э x = 0$ или $m\ddot{x} + \omega^2 x = 0$, где $\omega = \sqrt{\dfrac{c_э}{m}}$ = 11,83 рад/с – угловая частота колебаний.

Общее решение однородного уравнения колебаний представляется в виде $x = C_1\cos\omega t + C_2\sin\omega t$, где C_1 и C_2 – произвольные постоянные, вычисляемые по начальным условиям движения груза.

По условию задачи груз падает на площадку, установленную на недеформированных пружинах. Это означает, что начальная координата груза при его движении на пружинах соответствует положению недеформированной пружины: $x_0 = -\lambda_{ст} = -\dfrac{mg}{c_э} = -0{,}07$ м.

Начальная скорость колебаний груза равна скорости груза при падении его с высоты 1 м. Интегрируя уравнение движения груза во время падения $m\ddot{s} = mg$, где s – путь, пройденный телом, получим зависимость скорости от пройденного пути: $V^2 = 2gs$. Полагая s = 0,3, найдём скорость груза при его встрече с площадкой: V = 2,43 м/с. Проекция начальной скорости колебаний груза на ось x положительна: $V_{0x} = V$ = 2,43 м/с.

Подставив начальные условия в общее решение уравнения колебаний, получим: $C_1 = x_0 = -0{,}07$ м; $C_2 = \frac{V_{0x}}{\omega} = 0{,}2$ м. Окончательно уравнение колебаний груза на амортизаторе $x = -0{,}07\cos 11{,}83t + 0{,}2\sin 11{,}83t$. Амплитуда колебаний $A = \sqrt{C_1^2 + C_2^2} = 0{,}21$ м. Проседание амортизатора H отсчитывается от положения нерастянутых пружин: $H = A + \lambda_{ст} = 0{,}28$ м.

Задача 48. Для регистрации (записи) вертикальных колебаний тяжёлых платформ используется пружинный виброграф (рис. 4.14). Схема действия прибора состоит в следующем. Массивная платформа A совершает вертикальные гармонические колебания по закону $\xi = \xi(t)$. На платформе установлена вертикальная стойка с горизонтальной перекладиной, к которой прикреплена пружина жесткостью c. К нижнему концу пружины подвешен груз P массой m с индикаторной стрелкой B (см. рис. 4.14). Вертикальная шкала индикаторной стрелки закреплена на платформе A. В начальный момент груз на пружине находился в покое в положении статического равновесия. Определить закон колебаний стрелки B вдоль шкалы, если масса груза $m = 1$ кг, жесткость пружины $c = 10$ Н/м, платформа совершает вертикальные колебания по закону $\xi = a\sin pt$ см, где амплитуда $a = 0{,}02$ м, частота колебаний платформы $p = 7$ рад/с.

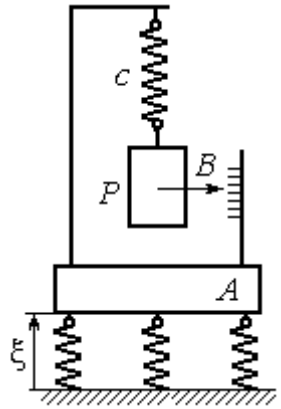


Рис.4.14. Регистратор вертикальных колебаний

Решение

Выберем неподвижную ось x, связанную, например, с неподвижной поверхностью, на которой стоит платформа. Начало координат – точку O выберем на уровне статического равновесия груза на пружине при неподвижной платформе. Произвольное положение груза отмечено координатой x (рис. 4.15).

Растяжение пружины при неподвижной платформе составляет величину $x+\lambda_{ст}$, где $\lambda_{ст}$ – удлинение пружины в положении статического равновесия груза, определяемое из условия $P-c\lambda_{ст}=0$. Вместе с тем колебание платформы вызывает аналогичное смещение точки подвеса пружины. В результате растяжение пружины при произвольном положении груза равно сумме: $\Delta\ell=(x+\lambda_{ст}+\xi)$.

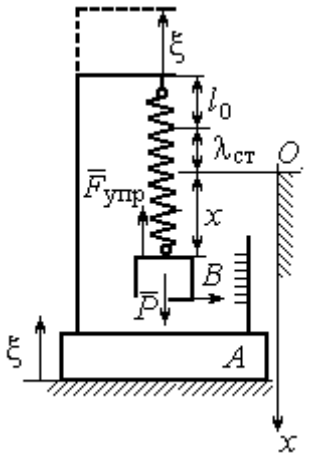


Рис. 4.15. Расчётная схема колебаний груза

На груз действуют сила тяжести $\vec{P}$ и сила упругости пружины $\vec{F}_{упр}$. Дифференциальное уравнение движения груза в проекции на ось *Ox*: $m\ddot{x}=P_x+F_{упр\,x}$, где проекции $P_x=P$, $F_{упр\,x}=-c\Delta\ell=-c(x+\lambda_{ст}+\xi)$. Расчётная схема колебаний груза показана на рис. 4.15.

С учётом условия статического равновесия груза $P-c\lambda_{ст}=0$ получим дифференциальное уравнение вынужденных колебаний груза в виде:

$$\ddot{x}+\omega^2x=-h\sin pt,$$

где ω – угловая частота собственных колебаний груза, $\omega=\sqrt{\dfrac{c}{m}}=3{,}16$ рад/с;

h – относительная амплитуда вынужденных колебаний, $h=\dfrac{ca}{m}$ = 0,2 м/с^2;

p – угловая частота вынужденных колебаний, p = 7 рад/с.

Решение уравнения вынужденных колебаний представляется суммой $x=x_1+x_2$, где x_1 является общим решением однородного уравнения $\ddot{x}_1+\omega^2x_1=0$, а x_2 – частное решение уравнения вынужденных колебаний: $\ddot{x}_2+\omega^2x_2=-h\sin pt$.

Решив однородное уравнение, находим: $x_1=C_1\cos\omega t+C_2\sin\omega t$.

При отсутствии резонанса (а в данном случае частота вынужденных колебаний груза не совпадает с частотой собственных $\omega \neq p$) частное решение уравнения вынужденных колебаний ищем в виде $x_2 = b\sin pt$. Подставляя частное решение в уравнение вынужденных колебаний, получим уравнение $-bp^2\sin pt + \omega^2 b\sin pt = -h\sin pt$, откуда находим коэффициент: $b = \dfrac{h}{p^2 - \omega^2}$.

В результате общее решение уравнения колебаний принимает вид:

$$x = x_1 + x_2 = C_1\cos\omega t + C_2\sin\omega t + \frac{h}{p^2 - \omega^2}\sin pt,$$

где константы C_1 и C_2 подлежат определению.

В начальный момент груз находился на пружине в положении статического равновесия, и потому его начальная координата и скорость равны нулю Подставляя значение координаты начального положения груза в общее решение уравнения вынужденных колебаний при t = 0, получим C_1= 0. Для определения второй константы вычислим скорость груза в произвольный момент времени: $\dot{x} = -C_1\omega\sin\omega t + C_2\omega\cos\omega t + \dfrac{hp}{p^2 - \omega^2}\cos pt$. Подставив начальное значение скорости груза, найдём $C_2 = -\dfrac{hp}{\omega(p^2 - \omega^2)} = -0{,}01$ м.

Таким образом, колебания груза относительно неподвижной системы координат описываются уравнением $x = -0{,}01\sin 3{,}16t + 0{,}05\sin 7t$ и представляют абсолютное движение груза. Для того чтобы найти закон движения груза относительно платформы – относительное движение, нужно из его абсолютного движения исключить переносное – колебания платформы. Поскольку стрелка прибора закреплена на грузе, а шкала – на платформе, то закон движения стрелки относительно шкалы:

$$x_r = x - \xi = -0{,}01\sin 3{,}16t + 0{,}05\sin 7t - 0{,}02\sin 7t = -0{,}01\sin 3{,}16t + 0{,}03\sin 7t.$$

Упражнения

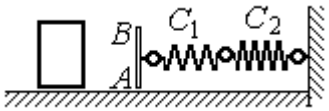


Рис. 4.16. Схема движения груза

Упражнение 4.3. Груз массы m = 0,5 кг, получив начальную скорость V_0 = 6 м/с, движется по горизонтальной поверхности, испытывая силу сопротивления, равную по величине $F = kV$ и направленную в сторону, противоположную движению. Через 1 с груз соединяется с невесомой вертикальной площадкой AB и продолжает движение вместе с ней, уже без сопротивления. К площадке прикреплены две горизонтальные последовательно соединённые пружины жёсткостью C_1 = 120 и C_2 = 40 Н/м (рис. 4.16).

Найти величину максимального сжатия пружины, если k = 0,5 Н/м/с. Определить закон движения груза.

Упражнение 4.4. Груз массы m =1 кг прикреплен к конструкции, состоящей из трёх вертикальных пружин одинаковой жёсткости C = 160 Н/м (рис. 4.17), и находится в равновесии. В некоторый момент времени грузу сообщают скорость V = 4 м/с, направленную вверх.

Найти амплитуду и частоту колебаний груза.

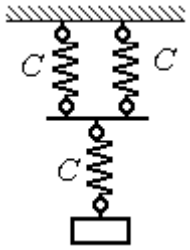


Рис. 4.17. Схема крепления груза на пружинах

4.3. Теорема об изменении кинетической энергии точки

Работой постоянной по величине и направлению силы $\vec{F}$ на прямолинейном перемещении точки приложения силы M (рис. 4.18) называется скалярная величина $A(\vec{F}) = FS\cos\alpha$, где F – модуль силы; S – конечное перемещение точки приложения силы; α – угол между направлением вектора силы и направлением перемещения точки приложения силы.

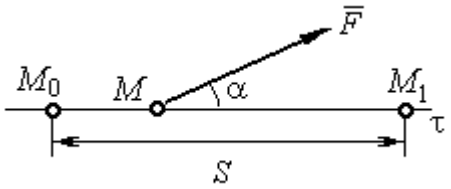


Рис. 4.18. Работа постоянной силы на прямолинейном участке

Работа силы тяжести материальной точки при перемещении её из положения M_0 в положение M_1 равна произведению $A_{(M_0M_1)} = \pm Ph$, где P – величина силы тяжести точки; h – вертикальное перемещение точки (рис. 4.19).

Работа силы тяжести положительна, если начальная точка движения выше конечной (см. рис. 4.19, *a*), и отрицательна, если начальная точка ниже конечной (см. рис. 4.19, *b*).

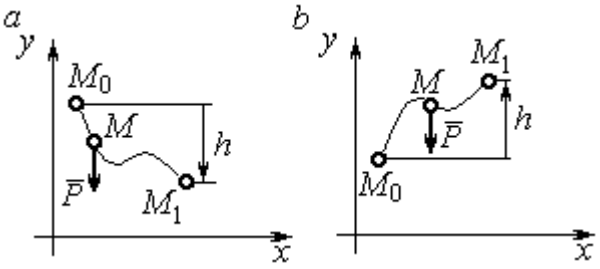


Рис. 4.19. Работа силы тяжести:
a – перемещение точки сверху вниз;
b – перемещение точки снизу вверх

Работа силы упругости пружины при перемещении вдоль линии действия силы из положения недеформированной пружины на расстояние *h* определяется формулой $A(\vec{F}_{\text{упр}}) = -\frac{ch^2}{2}$, где c – коэффициент жесткости (или жёсткость) пружины.

Кинетической энергией материальной точки называется скалярная величина $T = \frac{1}{2}mV^2$, где *m* – масса точки; *V* – её скорость.

Теорема об изменении кинетической энергии точки. Изменение кинетической энергии материальной точки при переходе её из начального положения в текущее равно алгебраической сумме работ всех действующих на неё сил: $\frac{mV_1^2}{2} - \frac{mV_0^2}{2} = \sum A_{(M_0M_1)}$, где V_0, V_1 – скорость точки в начальном положении M_0 и в положении M_1; $\sum A_{(M_0M_1)}$ – сумма работ всех сил, действующих на точку, при перемещении её из положения M_0 в положение M_1. При несвободном движении точки в сумму работ сил войдёт и работа реакций связи.

Для определения реакций связи при несвободном движении точки используются уравнения движения в проекциях на оси естественной системы координат – касательную и нормальную: $m\frac{dV}{dt} = \sum F_\tau$, $m\frac{V^2}{\rho} = \sum F_n$, где $\sum F_\tau$, $\sum F_n$ – суммы проекций сил на касательную и нормальную оси естественной системы координат, ρ – радиус кривизны траектории точки.

Примеры решения задач с использованием теоремы об изменении кинетической энергии точки

Задача 49. Подъёмное устройство в шахте опускает груз массой 500 кг с постоянной скоростью V_0 = 6 м/с. После обрыва каната подъёмника срабатывает предохранительное устройство, которое создаёт силу трения между лифтом подъёмного устройства и стенками шахты. Какую силу трения, считая её постоянной, должно создать предохранительное устройство, чтобы остановить лифт на протяжении пути 10 м.

Решение

Рассмотрим падение груза после обрыва каната подъёмника. На груз действуют сила тяжести $\vec{P}$ и сила трения $\vec{F}_{\text{тр}}$, направленная в сторону, противоположную движению. Считая груз материальной точкой, составим уравнение теоремы об изменении кинетической энергии точки. Получим выражение $\frac{mV^2}{2} - \frac{mV_0^2}{2} = Ps - F_{\text{тр}}s$, где V_0, V – скорость груза в начале движения (сразу после обрыва каната) и в конце; s – путь, проходимый грузом за время движения. В конце движения груз должен остановиться, то есть V = 0. Тогда уравнение теоремы об изменении кинетической энергии точки принимает вид: $-\frac{mV_0^2}{2} = \left(P - F_{\text{тр}}\right)s$, откуда находим требуемую для остановки груза силу трения: $F_{\text{тр}} = P + \frac{mV_0^2}{2s}$. Подставляя условия задачи, получим: $F_{\text{тр}}$ = 5,81 кН

Задача 50. Тонкий стержень, расположенный в вертикальной плоскости, состоит из двух дуг сопряженных окружностей радиусов R = 1 м и r = 0,5 м (рис. 4.20). Линия OO_1, соединяющая центры окружностей, составляет с горизонтом угол 30°. На стержень надет шарик весом P = 10 Н. В точке A, положение которой на дуге радиуса R определяется углом α = 60°, шарику сообщают начальную скорость V_0, после чего он скользит по стержню без трения. Опре-

делить значение начальной скорости, при которой шарик достигнет наивысшей точки B со скоростью, равной половине начальной. При найденном значении начальной скорости рассчитать давление шарика на стержень в точке C, положение которой на дуге радиуса r определяется углом $\beta = 90°$ относительно линии центров.

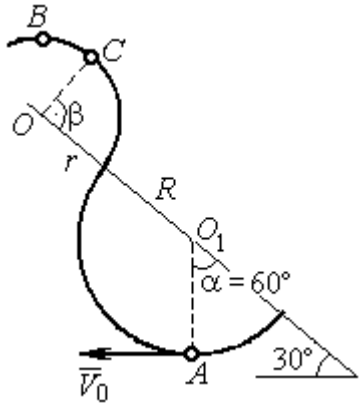


Рис. 4.20. Движение шарика по изогнутому стержню

Решение

При движении шарика по стержню без трения на него действуют сила тяжести $\vec{P}$ и реакция опоры $\vec{N}$. При этом работу совершает только сила тяжести шарика. Реакция гладкой поверхности стержня в любой момент времени перпендикулярна поверхности стержня и потому её работа равна нулю.

По теореме об изменении кинетической энергии точки при движении её из начального положения A в положение B имеем равенство:

$$\frac{mV_B^2}{2} - \frac{mV_A^2}{2} = A(P) = -Ph_{(AB)},$$

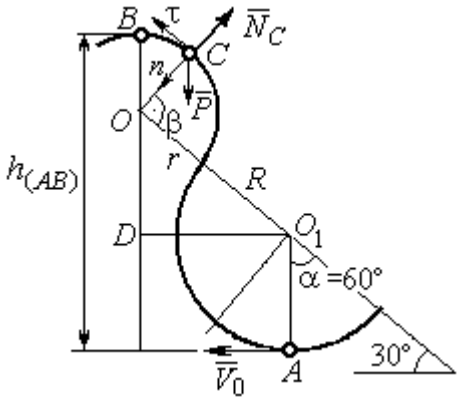


Рис. 4.21. Расчётная схема движения шарика

где $h_{(AB)}$ – перепад высот точек B и A, $h_{(AB)} = R + DO + r = \frac{3}{2}(R + r)$ (см. рис. 4.21); V_A, V_B – скорость шарика в точках A и B, причём $V_A = V_0$, $V_B = 0{,}5V_0$.

В результате уравнение, составленное на основании теоремы об изменении кинетической энергии, принимает вид: $\frac{3V_0^2}{8} = g\frac{3}{2}(R + r)$, откуда $V_0 = 2\sqrt{(R + r)g} = 7{,}67$ м/с.

На рис. 4.21 показаны силы, приложенные к шарику, в момент, когда он находится в точке *C*. Проведём в точке *C* оси естественной системы координат – касательную $C\tau$ и нормаль Cn. Уравнение движения шарика в проекции на нормальную ось имеет вид: $m\dfrac{V_C^2}{r} = P\cos 30^\circ - N_C$, откуда найдём реакцию N_C.

Для определения скорости шарика в точке *C* воспользуемся теоремой об изменении кинетической энергии точки при движении шарика из положения *C* в положение *B*. Получим равенство $\dfrac{mV_B^2}{2} - \dfrac{mV_C^2}{2} = -Ph_{(CB)}$, где $h_{(CB)}$ – перепад высот при движении шарика из начального положения *C* в положение *B*. С учётом известных значений $V_B = 0{,}5V_0 =$ 3,84 м/с и $h_{(CB)} = r\cos 30^\circ =$ 0,43 м получим: $V_C = \sqrt{V_B^2 + 2gh_{(CB)}} =$ 4,82 м/с.

Из уравнения движения шарика находим реакцию опоры $N_C = P\cos 30^\circ - m\dfrac{V_C^2}{r} =$ – 38,7 Н.

Отрицательное значение реакции опоры шарика показывает, что фактическое направление реакции противоположно тому, как показано на рис. 4.21. Искомое давление шарика на трубку равно модулю реакции опоры.

Задача 51. Желоб состоит из шероховатой наклонной прямой *AB* и гладкой дуги окружности радиуса *r* = 0,8 м, сопряжённых в точке *B* так, что прямая *AB* является касательной к окружности в точке *B* (рис. 4.22). Положение точки *B* на дуге задаётся углом 30º относительно вертикального диаметра окружности. Тяжёлый шарик массой *m* = 0,5 кг начинает движение из точки *A* со скоростью $V_0 = 0{,}2$ м/с.

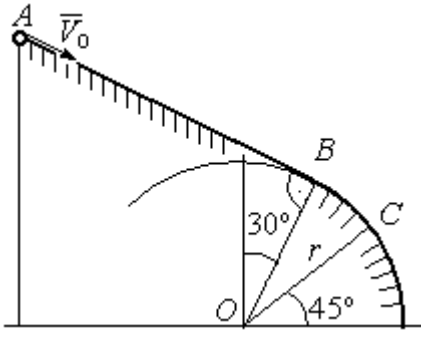


Рис. 4.22. Движение точки по составному желобу

Какой длины *S* должен быть желоб *AB*,

чтобы шарик оторвался от окружности в точке C, определяемой углом 45º относительно горизонтального диаметра, если при движении по прямой AB шарик испытывает сопротивление скольжения с коэффициентом трения $f = 0{,}4$.

Решение

Рассмотрим движение шарика по дуге окружности. Проведём в точке C оси естественной системы координат – касательную $C\tau$ и нормаль Cn (рис. 4.23). На шарик действуют сила тяжести $\vec{P}$, реакция $\vec{N}_C$ опоры в точке C. Уравнение движения шарика в проекции на ось Cn имеет вид: $m\dfrac{V_C^2}{r} = P\cos 45^\circ - N_C$, где V_C – скорость шарика в точке C. Реакция опоры $N_C = P\cos 45^\circ - m\dfrac{V_C^2}{r}$.

В момент отрыва шарика в точке C реакция опоры обращается в ноль: $N_C = 0$. В результате получаем уравнение $V_C^2 = rg\cos 45^\circ$, из которого находим скорость шарика в момент его отрыва от опоры: $V_C = 2{,}36$ м/с.

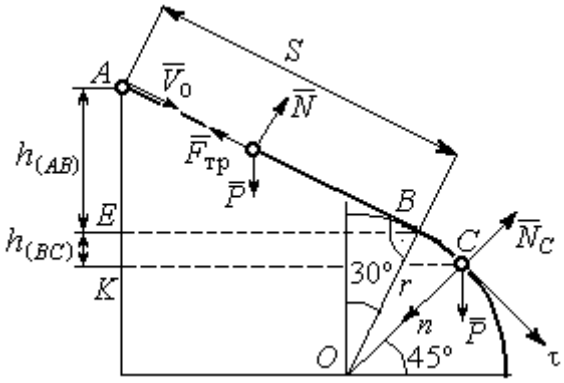


Рис. 4.23. Расчётная схема движения точки

Рассмотрим движение шарика из начального положения A в положение C. На шарик действуют сила тяжести $\vec{P}$, нормальная реакция опоры $\vec{N}$ и, при движении по наклонной прямой AB, сила трения $\vec{F}_{\text{тр}}$ (см. рис. 4.23). Работу совершают сила тяжести шарика и сила трения. Реакция опоры $\vec{N}$ и в том и другом случае перпендикулярна траектории движения, и её работа равна нулю.

Составим уравнение теоремы об изменении кинетической энергии точки $\dfrac{mV_C^2}{2} - \dfrac{mV_A^2}{2} = Ph_{(AC)} - F_{\text{тр}}S$, где S – длина участка AB; $h_{(AC)}$ – перепад высот на участке AC (см. рис. 4.23); $h_{(AC)} = h_{(AB)} + h_{(BC)} = S\sin 30^\circ + r\left(\cos 30^\circ - \cos 45^\circ\right)$.

Модуль силы трения: $F_{\text{тр}} = fN$. Для того чтобы найти реакцию N опоры шарика на наклонную поверхность желоба AB, составим проекцию уравнения движения шарика на ось y, перпендикулярную AB (на рис. 4.23 не показана). Получим: $m\ddot{y} = N - P\cos 30^\circ = 0$. Отсюда $N = P\cos 30^\circ$ и сила трения $F_{\text{тр}} = fP\cos 30^\circ$.

Из уравнения теоремы об изменении кинетической энергии точки найдём выражение для определения длины S участка AB:

$$\frac{V_C^2 - V_A^2}{2g} = S\sin 30^\circ + r\left(\cos 30^\circ - \cos 45^\circ\right) - fPS\cos 30^\circ,$$

откуда получим $S = 1$ м.

Задача 52. Груз подвешен на нити длиной $l = 1$ м, закреплённой в неподвижной точке O (рис. 4.24). В начальный момент груз находился в положении A, при котором линия OA составляет с вертикалью угол $60°$. В этом положении грузу сообщают начальную скорость $\vec{V}_0$, перпендикулярно нити. Достигнув горизонтального положения, нить, натянутая грузом, встречает препятствие в виде тонкой проволоки в точке O_1, расположенной на середине длины нити, и дальше навивается на неё.

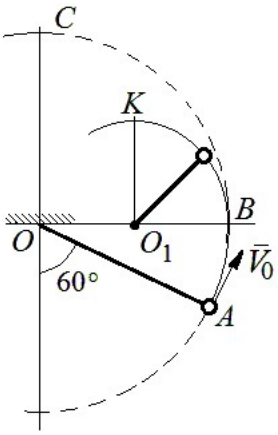


Рис. 4.24. Схема движения груза на нити

Какую минимальную начальную скорость нужно сообщить грузу в точке A, чтобы после встречи нити с проволокой в O_1 груз проскочил верхнюю точку траектории K. На какую максимальную высоту (относительно горизонтального диаметра OB) поднимется груз, двигаясь из той же точки A и с той же начальной скоростью, если нить будет двигаться беспрепятственно. Определить скачок натяжения нити в точке B при переходе груза с одной траектории на другую.

Решение

Построим оси естественной системы координат $n K \tau$ в точке K траектории – окружности радиуса $0{,}5l$ с центром O_1 (рис. 4.25, *a*). Во время движения на груз действуют сила тяжести и реакция нити. Уравнение движения груза в проекции на ось Kn имеет вид: $m\dfrac{V_K^2}{r} = P + N_K$, где V_K – скорость

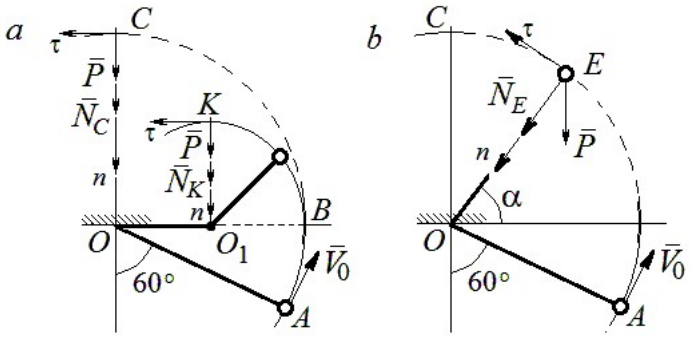


Рис. 4.25. Расчётная схема движения груза:
a – нить навивается на препятствие;
b – свободное движение

груза в точке K; N_K – реакция нити; r – радиус окружности движения груза; $r = 0{,}5l$. Из уравнения движения находим реакцию нити: $N_K = m\dfrac{2V_K^2}{l} - P$.

Так как нить представляет собой гибкую связь, то условием достижимости грузом точки K является требование, что при движении нить должна быть натянута, иначе говоря, всюду во время движения должно выполняться неравенство $N_K \geq 0$. С учётом уравнения движения груза это приводит к неравенству, выражающему требование к скорости в конечной точке: $V_K^2 \geq \dfrac{1}{2}gl$.

Скорость груза в точке K найдём на основании теоремы об изменении кинетической энергии точки при движении груза из положения A в положение K. Имеем равенство $\dfrac{mV_K^2}{2} - \dfrac{mV_0^2}{2} = -Ph_{(AK)}$, где $h_{(AK)}$ – перепад высот точек A и K; $h_{(AK)} = l$ (см. рис. 4.25, *a*). Решая полученное уравнение, найдём зависимость скорости груза в точке K от начальной: $V_K^2 = V_0^2 - 2gl$. С учётом выполнения неравенства натяжения нити получим: $V_0 \geq \sqrt{\dfrac{5}{2}gl}$.

При минимальной начальной скорости $V_0 = \sqrt{\frac{5}{2}gl}$ груз достигает верхней точки *K*. Однако, натяжение нити в точке *K* обращается в нуль: $N_K = 0$ и нить в этом месте перестаёт быть натянутой. Груз продолжает движение, но уже в виде свободного падения с начальной скоростью $V_K = \sqrt{\frac{1}{2}gl}$.

Определим, на какую высоту поднимется груз из положения *A* с минимальной начальной скоростью $V_0 = \sqrt{\frac{5}{2}gl}$, если нить движется беспрепятственно (см. рис. 4.25, *b*). Построим в точке *E* оси естественной системы координат $nE\tau$ аналогично тому, как это было сделано в точке *K*. Уравнение движения груза в проекции на ось *En* имеет вид: $m\frac{V_E^2}{l} = P\sin\alpha + N_E$, где V_E – скорость груза в точке *E*; N_E – проекция реакции нити на нормальную ось.

Для определения скорости груза в точке *E* составим уравнение теоремы об изменении кинетической энергии точки при движении груза из начального положения *A* в положение *E*. Получим: $\frac{mV_E^2}{2} - \frac{mV_0^2}{2} = -Ph_{(AE)}$, где $h_{(AE)}$ – перепад высот точек *A* и *E*; $h_{(AE)} = \frac{l}{2} + l\sin\alpha$ (см. рис. 4.25, *b*). Решая полученное уравнение относительно скорости V_E при заданной начальной скорости $V_0 = \sqrt{\frac{5}{2}gl}$, найдём: $mV_E^2 = \frac{3}{2}mgl - 2mgl\sin\alpha$. С другой стороны, из уравнения движения груза (учитывая, что в точке *E* натяжение нити равно нулю: $N_E = 0$) получим: $mV_E^2 = Pl\sin\alpha$. Приравнивая выражения, получим $\sin\alpha = \frac{1}{2}$. Высота подъёма относительно горизонтального радиуса составляет $\frac{1}{2}l$.

Для определения скачка натяжения нити при переходе груза в точке B с окружности радиуса l на окружность радиуса $\frac{1}{2}l$, т. е. в момент, когда нить начинает навиваться на проволоку, напишем проекции уравнения движения груза на нормальную ось в точке B. Получим для малой окружности $\frac{2mV_B^2}{l} = N_B$ и для большой $\frac{mV_B^2}{l} = N'_B$, где N_B и N'_B – проекции реакции нити в точке B при движении груза по окружности радиусов $\frac{1}{2}l$ и l. Из уравнений видно, что переход груза с большой окружности на малую вызывает двукратное увеличение натяжения нити: $N'_B = \frac{3}{2}mg$, $N_B = 3mg$.

Задача 53. Шарик массой m = 0,5 кг движется в вертикальной плоскости из положения A внутри трубки, которая состоит из полуокружности AB радиуса R = 0,6 м и прямолинейного участка BD, сопряжённого в точке B с окружностью (рис. 4.26). Диаметр полуокружности AB составляет с горизонталью угол 60°. Начальная скорость шарика V_0 = 5 м/с. В конце кругового участка в точке B шарик упирается в недеформированную пружину жесткостью c = 100 Н/м. Найти величину S максимального сжатия пружины.

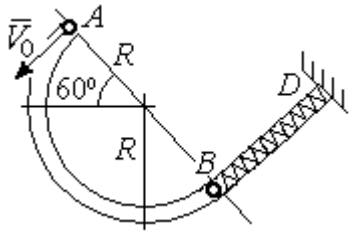


Рис. 4.26. Схема движения шарика

Решение

Найдём скорость шарика в точке B. Для этого составим уравнение теоремы об изменении кинетической энергии точки при движении шарика из начального положения A в положение B. Получим: $\frac{mV_B^2}{2} - \frac{mV_A^2}{2} = A(P) = Ph_{(AB)}$, где $h_{(AB)}$ – перепад высот точек A и B, $h_{(AB)} = 2R\sin 60^\circ = 1{,}04$ м (рис. 4.27).

Решая уравнение, найдём скорость шарика в точке B: $V_B = \sqrt{V_A^2 + 2gh_{(AB)}} = 6{,}74$ м/с.

Для того, чтобы найти величину максимального сжатия пружины, рассмотрим движение шарика на прямолинейном отрезке трубки BD. На этом отрезке работу совершают сила тяжести шарика и сила упругости пружины, приложенные к шарику (см. рис. 4.27).

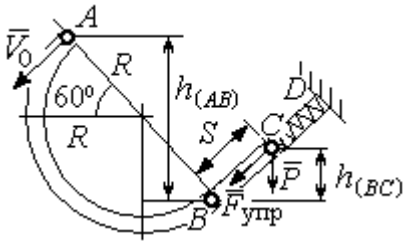


Рис. 4.27. Расчетная схема движения шарика

Обозначим S – максимальное сжатие пружины, равное BC. На основании теоремы об изменении кинетической энергии точки, применённой к движению шарика на отрезке BC, имеем уравнение $\frac{mV_C^2}{2} - \frac{mV_B^2}{2} = A(P) + A(F_{упр}) = -Ph_{(BC)} - \frac{cS^2}{2}$,

где $h_{(BC)}$ – перепад высот точек B и C; $h_{(BC)} = S\sin 30^\circ = 0{,}5S$ (см. рис. 4.27).

В точке C максимального сжатия пружины скорость шарика обращается в нуль: $V_C = 0$. Подставляя это условие, с учётом $V_B = 6{,}74$ м/с, получим уравнение для определения величины максимального сжатия пружины: $S^2 + 0{,}05S - 0{,}23 = 0$.

Выбирая положительный корень уравнения, находим: $S = 0{,}45$ м.

Упражнения

Упражнение 4.5. Лётчик в самолёте пикирует из точки A по прямой, составляющей с горизонтом угол φ, с начальной скоростью V_0. Пройдя расстояние $AB = l$, самолёт продолжает движение по дуге окружности радиуса R, сопряженной с прямой AB в точке B (рис. 4.28).

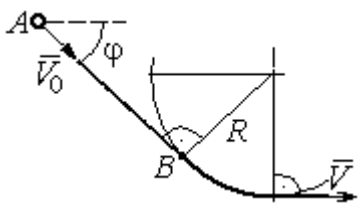


Рис. 4.28. Схема движения самолёта

Каким должен быть радиус окружности, чтобы в точке C – выхода самолёта на горизонтальный полёт - сила давления человека на корпус самолёта не превосходила его тройной вес.

Упражнение 4.6. Пружина жесткостью C = 100 Н/м, сжатая из недеформированного состояния на расстояние $KA = a = 0{,}3$ м, выталкивает шарик массой $m = 0{,}5$ кг, который отделяется от неё в точке K и продолжает движение в трубке по дуге KCB, окружности радиуса R = 1 м, затем – по горизонтальному участку BD. Определить давление шарика на трубку в точке C. Какой путь пройдёт шарик до остановки по прямой BD, если здесь на него действует сила трения с коэффициентом $f = 0{,}4$.

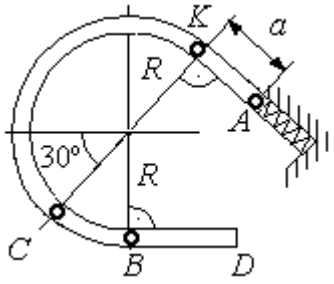


Рис. 4.29. Схема движения шарика в трубке

5. ОБЩИЕ ТЕОРЕМЫ ДИНАМИКИ СИСТЕМЫ

5.1. Теорема о движении центра масс системы

Центром масс системы материальных точек называют точку C, координаты которой x_C, y_C, z_C удовлетворяют равенствам:

$$mx_C = \sum m_k x_k \ , \quad my_C = \sum m_k y_k \ , \ mz_C = \sum m_k z_k \ ,$$

где m – масса системы: $m = \sum m_k$; m_k, x_k, y_k, z_k – массы и координаты материальных точек системы.

Теорема о движении центра масс системы. Центр масс механической системы движется как материальная точка с массой, равной массе системы, и к которой приложены внешние силы, действующие на систему: $m\vec{a}_C = \sum \vec{F}_k^e$, где $\vec{a}_C$ – вектор ускорения центра масс системы; $\sum \vec{F}_k^e$ – сумма всех внешних сил, действующих на систему.

Пример решения задач на применение теоремы о движении центра масс

Задача 54. Груз 1, находящийся на верхнем основании прямоугольной пирамиды *ABCD*, соединен с грузом 2 нерастяжимой нитью, перекинутой через блок C (рис. 5.1). Определить перемещение пирамиды, если груз 2 опустился на высоту 1 м. Масса груза 1 m_1 = 15 кг, груза 2 m_2 = 20 кг, пирамиды m = 50 кг. Трение при движении груза 1 по пирамиде и пирамиды по горизонтальной поверхности не учитывать.

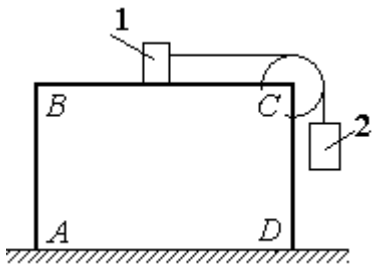


Рис. 5.1. Пирамида с системой подвижных грузов

Решение

Рассматриваем механическую систему, состоящую из двух грузов, соединённых нерастяжимой нитью, блока *C* и пирамиды *ABCD*.

Внешние силы, приложенные к системе: силы тяжести грузов и пирамиды – $\vec{P}_1$, $\vec{P}_2$, $\vec{P}$ и нормальная реакция $\vec{N}$ опоры поверхности, на которой стоит пирамида. Направления векторов внешних сил показаны на рис. 5.2.

Выберем неподвижную систему координат *Axy*, как показано на рис. 5.2. Все внешние силы, действующие на механическую систему, вертикальны, поэтому дифференциальное уравнение, составленное на основании теоремы о движении центра масс механической системы в проекции на ось *Ax,* имеет вид:

$$(m + m_1 + m_2)\ddot{x}_C = P_{1x} + P_{2x} + P_x + N_x = 0$$

$$\text{или} \quad \ddot{x}_C = 0,$$

где x_C – координата центра масс системы.

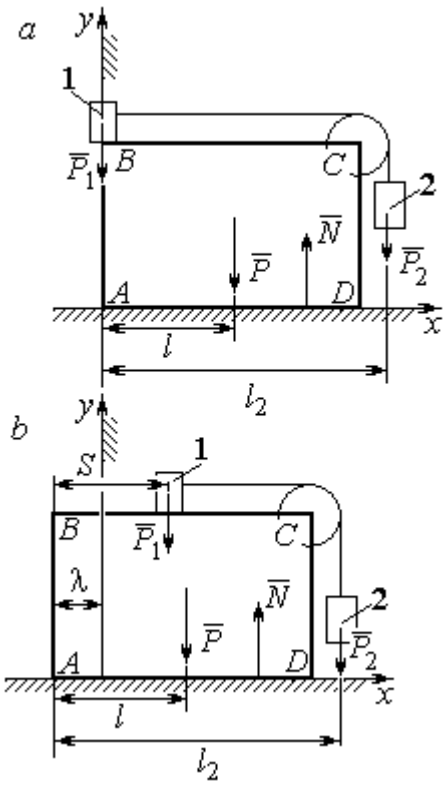


Рис. 5.2. Расчётная схема перемещения пирамиды: *a* – начальное положение; *b* – положение пирамиды при перемещении грузов на расстояние *S*

Проинтегрировав его дважды, получим закон движения центра масс системы: $x_C = C_1 t + C_2$, где константы интегрирования C_1 и C_2 находятся из начальных условий. Предположим, в начальный момент движение в механической системе отсутствовало и координата центра масс системы была равна x_{C0} (на рис. 5.2, *a* не показана), то есть при $t = 0$ $x_C(0) = x_{C0}$ и $\dot{x}_C(0) = 0$. Подставляя начальные условия, получим: $C_1 = 0$, $C_2 = x_{C0}$. В результате закон движения центра масс системы имеет вид: $x_C = x_{C0}$. Последнее означает, что при любом перемещении тел в системе координата центра масс системы на оси *Ax* остаётся постоянной, равной своему начальному значению.

Предположим, в начальный момент времени груз 1 находился у левого края призмы, как показано на рис. 5.2, *a*.

Начальная координата x_{C0} центра масс системы находится из равенства $(m_1 + m_2 + m)x_{C0} = \sum m_k x_k = m_1 \cdot 0 + m_2 l_2 + ml$, где l_2 – расстояние от начала координат до линии действия силы тяжести груза 2 (координата центра масс гру-

за 2 на оси Ax); l – аналогичное расстояние до линии действия силы тяжести пирамиды (см. рис. 5.2, *a*). Тогда начальная координата центра масс системы: $x_{C0} = \dfrac{m_2 l_2 + ml}{(m_1 + m_2 + m)}$.

Положение грузов в системе, после того как груз 1 переместился на расстояние *S*, и положение призмы показано на рис. 5.2, *b*. На рисунке отмечено, что при перемещении груза 1 вправо на расстояние *S* призма *ABCD* сместилась влево на расстояние λ. Координата x_{C1} центра масс для нового положения системы определяется из равенства:

$$(m_1 + m_2 + m)x_{C1} = m_1(S - \lambda) + m_2(l_2 - \lambda) + m(l - \lambda).$$

Выражая отсюда координату x_{C1} и приравнивая её начальному значению координаты центра масс $x_{C0} = x_{C1}$, найдём перемещение пирамиды $\lambda = \dfrac{m_1 S}{(m_1 + m_2 + m)}$. Подставляя данные задачи, получим $\lambda = 0{,}18$ м.

5.2. Теорема об изменении кинетического момента системы относительно оси

Момент инерции однородного диска радиусом *R*, массой *m* относительно оси *z*, проходящей через центр масс перпендикулярно плоскости диска: $J_z = \dfrac{1}{2}mR^2$. **Для неоднородных тел момент инерции** относительно оси *z* вычисляется по формуле: $J_z = mi_z^2$, где i_z – радиус инерции тела.

Кинетическим моментом (моментом количества движения) системы относительно неподвижной оси *z* называется величина, равная сумме моментов количеств движения точек относительно этой оси $\vec{L}_z = \sum M_z(m_k \vec{V}_k)$.

Для твёрдого тела, вращающегося вокруг неподвижной оси *z*, кинетический момент: $L_z = J_z\omega$, где J_z и ω – момент инерции и угловая скорость

тела. **Теорема об изменении кинетического момента системы относительно оси**. Производная по времени от кинетического момента системы относительно неподвижной оси z равна сумме моментов внешних сил относительно той же оси: $\frac{dL_z}{dt} = \sum M_z(\vec{F}_k^e)$.

Примеры решения задач на применение теоремы об изменении кинетического момента системы

Задача 55. Для подъёма груза используется лебёдка со ступенчатым барабаном и противовесом. Груз 1 массой m_1 поднимается на канате, навитом на барабан 2 массой m_2 радиуса R. Противовес 3 массой m_3 прикреплён к канату, который навит на малую ступень барабана радиуса r (рис. 5.3). Радиус инерции барабана относительно оси вращения i_z. На барабан действует постоянный момент сил сопротивления $M_c = 60$ Н·м. В начале движения к барабану лебёдки прикладывается вращающий момент, пропорциональный времени: $M_{вр} = 620 + 30t$ Н·м, который через 2 с отключается. Определить, на какую высоту поднимется груз, если движение началось из состояния покоя. Массы грузов и барабана: $m_1 = 100$ кг, $m_2 = 50$ кг, $m_3 = 20$ кг. Радиусы ступеней барабана и радиус инерции: $R = 0{,}6$ м; $r = 0{,}4$ м; $i_z = 0{,}5$ м.

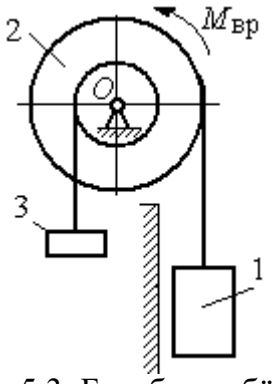


Рис. 5.3. Барабан лебёдки с грузом и противовесом

Решение

Решение следует рассматривать на двух этапах. На первом груз поднимается под действием вращающего момента, на втором – по инерции.

Рассмотрим механическую систему, состоящую из груза 1, барабана 2 и противовеса 3. На систему действуют силы тяжести груза $\vec{P}_1$, барабана $\vec{P}_2$, противовеса $\vec{P}_3$, реакция шарнира $\vec{R}$, пара сил с моментом, равным моменту вра-

щения $M_{вр}$, и пара сил с моментом сопротивления M_c. Направления векторов сил и моментов показаны на рис. 5.4. Выберем начало оси *y*, вдоль которой поднимается груз на первом участке движения, в точке начала движения (см. рис. 5.4).

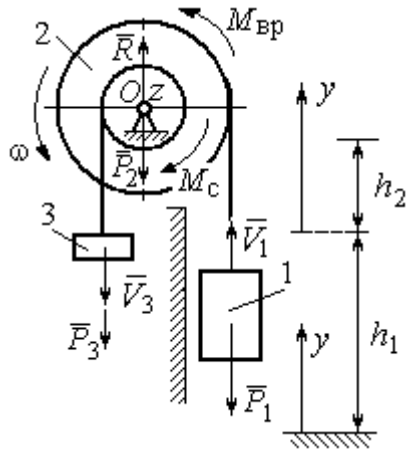


Рис. 5.4. Силы, действующие на систему во время движения

Воспользуемся теоремой об изменении кинетического момента системы относительно оси *z*, проходящей через центр *O*: $\frac{dL_z}{dt} = \sum M_z(\vec{F}_k^e)$. Кинетический момент системы относительно оси *z* равен сумме кинетических моментов барабана, груза и противовеса: $L_z = L_z^{бар} + L_z^{гр} + L_z^{пр}$. Кинетический момент барабана, вращающегося вокруг неподвижной оси *z*: $L_z^{бар} = J_z\omega$, где J_z – момент инерции барабана относительно оси *z*, $J_z = m_2 i_z^2$; ω – угловая скорость барабана. Рассматривая груз и противовес как материальные точки, найдём их кинетические моменты относительно оси *z*: $L_z^{гр} = M_z(m_1\vec{V}_1) = m_1V_1R$; $L_z^{пр} = M_z(m_3\vec{V}_3) = m_3V_3r$.

Суммарный кинетический момент системы:

$$L_z = L_z^{бар} + L_z^{гр} + L_z^{пр} = m_2 i_z^2\omega + m_1V_1R + m_3V_3r.$$

Выразим скорости груза 1 и противовеса 3 через угловую скорость барабана: $V_1 = \omega R$, $V_3 = \omega r$ - и подставим их в выражение кинетического момента. Получим $L_z = (m_2 i_z^2 + m_1R^2 + m_3r^2)\omega = (m_2 i_z^2 + m_1R^2 + m_3r^2)\frac{V_1}{R}$.

Суммарный момент внешних сил относительно оси *z*

$$\sum M_z(\vec{F}_k^e) = M_{вр} - M_c - P_1R + P_3r.$$

Дифференциальное уравнение движения груза:

$$(m_2 i_z^2 + m_1R^2 + m_3r^2)\frac{dV_1}{dt} = \left(M_{вр} - M_c - P_1R + P_3r\right)R,$$

или с учётом данных задачи $\frac{dV_1}{dt} = 0{,}58 + 0{,}35t$.

Дважды интегрируя это уравнение с нулевыми начальными условиями, найдём скорость груза V_1 и проходимый им путь y как функции времени:

$$V_1(t) = 0{,}58t + 0{,}175t^2; \quad y(t) = 0{,}29t^2 + 0{,}058t^3.$$

Из уравнений движения найдём: при $t = 2$ с (конец первого участка) груз поднялся на высоту $h_1 = y(2) = 1{,}62$ м и имел скорость $V_1 = V_1(2) = 1{,}86$ м/с.

На втором участке движения груз продолжает подниматься вверх. Уравнение движения груза здесь аналогично первому участку, за исключением вращающего момента (см. рис. 5.4):

$$(m_2 i_z^2 + m_1 R^2 + m_3 r^2)\frac{dV_1}{dt} = \left(-M_c - P_1 R + P_3 r\right)R, \text{ или } \frac{dV_1}{dt} = -6{,}61.$$

Представим ускорение груза в виде: $\frac{dV_1}{dt} = \frac{dV_1 dy}{dy dt} = V_1 \frac{dV_1}{dy}$. Теперь уравнение движения груза на втором участке имеет вид: $V_1 \frac{dV_1}{dy} = -6{,}61$. Интегрируя его, получим зависимость скорости груза от пройденного пути $\frac{V_1^2}{2} = -6{,}61y + C_3$. Выберем начало второго участка на высоте h_1. Из начальных условий движения груза: при $t = 0$, $y = 0$, $V_1 = 1{,}86$ м/с, получим: $C_3 = 1{,}73$.

Максимальную высоту h_2, на которую поднялся груз на втором участке, определим из условия, что в этой точке скорость груза обращается в нуль. Имеем $0 = -6{,}61h_2 + 1{,}73$, откуда $h_2 = 0{,}26$ м. Максимальная высота подъёма груза $H = h_1 + h_2 = 1{,}88$ м.

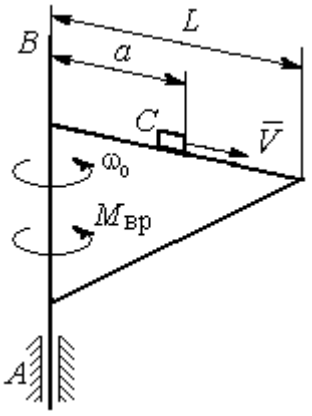


Рис. 5.5. Поворотный кран

Задача 56. Тележка C поворотного подъёмного крана (рис. 5.5) движется с постоянной относительно стрелы скоростью $V = 0{,}5$ м/с. Длина стрелы

L = 10 м, масса тележки с грузом m_1 = 100 кг, момент инерции крана относительно оси вращения AB без учёта тележки и груза J = 1800 кг·м^2. Двигатель крана создаёт постоянный вращающий момент $M_{вр}$ = 400 Н·м. Определить угловую скорость крана в момент, когда тележка достигнет края стрелы, если в начальный момент конструкция вращалась с угловой скоростью ω_0 = 2 рад/с, а тележка находилась на расстоянии a = 1 м от оси вращения.

Решение

На систему действуют внешние силы: $\vec{P}_1$ – сила тяжести тележки с грузом, $\vec{P}_2$ – сила тяжести поворотного крана (на рис. 5.6 показана в условном центре тяжести крана); $\vec{R}_x$, $\vec{R}_y$ – составляющие реакции подшипника A и пара сил с моментом, равным вращающему моменту $M_{вр}$ (см. рис. 5.6). Применим к описанию движения системы теорему об изменении кинетического момента системы относительно оси вращения z, направленной вдоль линии AB.

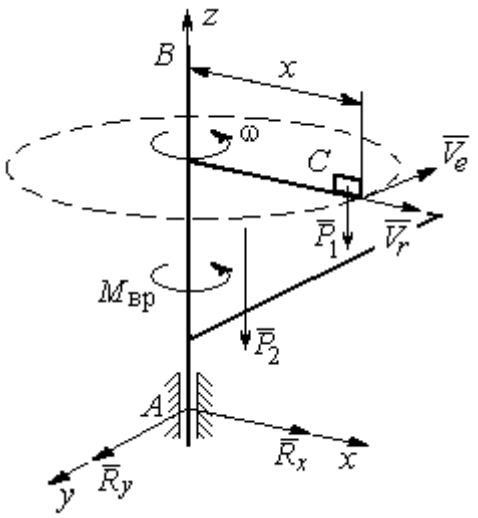


Рис. 5.6. Внешние силы, действующие на кран при его движении

Поскольку силы тяжести параллельны оси вращения крана, а составляющие реакции шарнира A пересекают её, то моменты этих сил относительно оси z равны нулю и теорема об изменении кинетического момента системы принимает вид: $\frac{dL_z}{dt} = M_{вр}$. Интегрируя это уравнение при постоянном вращающем моменте, получим равенство: $L_z - L_{z0} = M_{вр}t$, где L_z, L_{z0} – кинетический момент системы в текущий и начальный моменты времени.

Кинетический момент системы L_z равен сумме: $L_z = L_z^{кран} + L_z^{груз}$. Кинетический момент крана как твердого тела, вращающегося вокруг неподвижной

оси: $L_z^{\text{кран}} = J\omega$. Полагая тележку с грузом материальной точкой, определим её кинетический момент $L_z^{\text{груз}}$, как момент вектора количества движения тележки относительно оси *z*. Тележка с грузом участвует в сложном движении. Вектор абсолютной скорости тележки $\vec{V}_{\text{абс}}$ равен сумме $\vec{V}_{\text{абс}} = \vec{V}_r + \vec{V}_e$, где $\vec{V}_r$ относительная скорость тележки (перемещение по стреле крана); $\vec{V}_e$ – переносная скорость (движение вместе с краном). Воспользовавшись теоремой Вариньона при вычислении момента количества движения тележки с грузом, получим:

$$L_z^{\text{груз}} = M_z(m_1\vec{V}_{\text{абс}}) = M_z(m_1\vec{V}_e + m_1\vec{V}_r) = M_z(m_1\vec{V}_e) = m_1V_ex = m_1\omega x^2.$$

В результате суммарный кинетический момент системы в текущий момент времени $L_z = L_z^{\text{кран}} + L_z^{\text{груз}} = \left(J + m_1x^2\right)\omega$. Тогда начальный кинетический момент систем: $L_{z0} = \left(J + m_1a^2\right)\omega_0$.

Подставляя выражения начального и текущего кинетического моментов в уравнение движения, получим: $\left(J + m_1x^2\right)\omega - \left(J + m_1a^2\right)\omega_0 = M_{\text{вр}}t$, откуда закон изменения угловой скорости крана $\omega = \dfrac{M_{\text{вр}}t + \left(J + m_1a^2\right)\omega_0}{\left(J + m_1x^2\right)}$. Момент времени $t_{\text{к}}$, когда тележка достигнет края стрелы ($x = L$), найдём из условия движения тележки по стреле с постоянной скоростью: $Vt_{\text{к}} = L - a$. С учётом данных задачи угловая скорость крана в этот момент $\omega(t_{\text{к}}) = 0{,}93$ рад/с.

5.3. Теорема об изменении кинетической энергии системы

Кинетическая энергия тела при поступательном движении $T = \dfrac{1}{2}mV_C^2$, где m – масса тела; V_C – скорость центра масс тела; **при вращательном движении** вокруг неподвижной оси z: $T = \dfrac{1}{2}J_z\omega^2$, где J_z – момент инерции тела относительно оси *z*; ω – угловая скорость тела; **при плоскопа-**

раллельном движении: $T = \frac{1}{2} m V_C^2 + \frac{1}{2} J_{zC} \omega^2$, где m – масса тела; V_C, ω – скорость центра масс и угловая скорость тела; J_{zC} – момент инерции тела относительно оси z, проходящей через центр масс перпендикулярно плоскости движения.

Работа постоянной силы F при прямолинейном перемещении точки приложения силы $A = FS\cos\alpha$, где S – перемещение точки; α – постоянный угол между перемещением и направлением силы. **Работа пары сил с постоянным моментом** M при повороте тела на конечный угол φ вычисляется по формуле: $A = \pm M\varphi$, где φ – угол поворота тела. Работа считается положительной, если пара сил стремится повернуть тело в направлении его вращения, и отрицательной – в противном случае.

Мощностью силы F называют величину, равную скалярному произведению силы на скорость точки её приложения: $N = \vec{F} \cdot \vec{V}$, где V – скорость точки приложения силы. При плоском движении тела мощность силы равна сумме скалярных произведений: $N = \vec{F} \cdot \vec{V}_O + \vec{M}_O \cdot \vec{\omega}$, где V_O – скорость точки, выбранной полюсом; ω – угловая скорость тела; $\vec{M}_O = M_O(\vec{F})$ – момент силы относительно полюса. Если в качестве полюса выбрать точку K – мгновенный центр скоростей, то мощность силы $N(\vec{F}) = \vec{M}_K(\vec{F}) \cdot \vec{\omega}$, где $M_K(\vec{F})$ – момент силы относительно мгновенного центра скоростей.

Теорема об изменении кинетической энергии системы в дифференциальной форме. Производная по времени от кинетической энергии системы равна сумме мощностей внешних и внутренних сил $\frac{dT}{dt} = \sum N(\vec{F}_k^e) + \sum N(\vec{F}_k^i)$.

Теорема об изменении кинетической энергии системы на конечном перемещении. Изменение кинетической энергии системы при перемещении её

из начального состояния в текущее равно сумме работ внешних и внутренних сил, действующих на систему: $T - T_0 = \sum A(\vec{F}_k^e) + \sum A(\vec{F}_k^i)$.

Механические системы, состоящие из абсолютно твердых тел, соединенных гибкими нерастяжимыми нитями, называются **неизменяемыми**. В неизменяемых системах сумма работ и сумма мощностей внутренних сил равны нулю: $\sum A(\vec{F}_k^i) = 0$.

Примеры решения задач на применение теоремы об изменении кинетической энергии системы

Задача 57. Планетарный механизм, позволяющий получать повышенные передаточные отношения угловых скоростей, состоит из трех одинаковых колёс, соединённых кривошипом *OA* (рис. 5.7). Колесо 1 неподвижно, кривошип *OA* вращается с угловой скоростью ω_{OA} и приводит в движение колёса 2 и 3. Полагая массы колёс и их радиусы одинаковыми, равными *m* и *r,* и пренебрегая массой кривошипа, найти кинетическую энергию механизма.

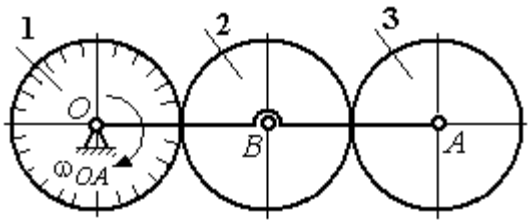


Рис. 5.7. Планетарный механизм

Решение

Кинетическая энергия механизма *T* равна сумме энергий колёс 2 и 3: $T = T_2 + T_3$. Энергия колеса 1 равна нулю потому, что оно неподвижно, а энергия кривошипа равна нулю, так как массой кривошипа пренебрегаем. При движении механизма колесо 2, увлекаемое кривошипом, катится по неподвижной поверхности первого колеса. Энергия колеса 2:

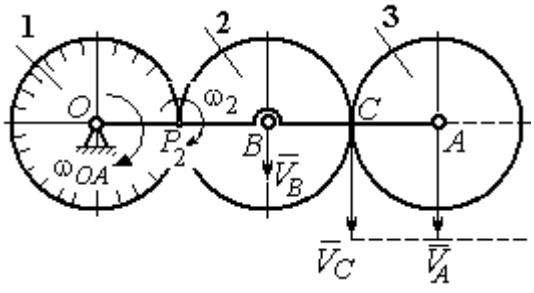


Рис. 5.8. Расчётная схема вычисления энергии механизма

$T_2 = \frac{mV_B^2}{2} + \frac{J_{2B}\omega_2^2}{2}$, где V_B – скорость центра масс колеса 2, J_{2B} – момент инерции колеса 2 относительно оси, проходящей через центр масс перпендикулярно плоскости колеса, $J_{2B} = \frac{mr^2}{2}$.

Выразим кинетическую энергию колеса 2 через угловую скорость ω_{OA} кривошипа OA.

Скорость точки B, лежащей на кривошипе OA: $V_B = \omega_{OA} \cdot OB = \omega_{OA} 2r$.

Так как точка P_2 касания колёс 1 и 2 является мгновенным центром скоростей колеса 2 (рис. 5.8), угловая скорость колеса 2 $\omega_2 = \frac{V_B}{BP_2}$. В результате получим: $\omega_2 = 2\omega_{OA}$. Подставив зависимости V_B и ω_2 в выражение кинетической энергии колеса 2, найдём:

$$T_2 = \frac{m(\omega_{OA} 2r)^2}{2} + \frac{mr^2}{2} \cdot \frac{(2\omega_{OA})^2}{2} = 3m\omega_{OA}^2 r^2.$$

Вычислим кинетическую энергию колеса 3. Найдём скорость точки C, считая, что она принадлежит колесу 2: $V_C = \omega_2 \cdot P_2C = 4\omega_{OA} r$. Скорость точки A – центра колеса 3 определим, полагая, что точка A лежит и на кривошипе: $V_A = \omega_{OA} \cdot OA = 4\omega_{OA} r$. Скорости двух точек A и C колеса 3 равны и параллельны, причём линия AC перпендикулярна векторам скоростей $\vec{V}_A$ и $\vec{V}_C$ (см. рис. 5.8). В этом случае мгновенный центр скоростей отсутствует и колесо 3 совершает мгновенно-поступательное движение. Энергия поступательного движения колеса 3: $T_3 = \frac{mV_A^2}{2} = \frac{m(4\omega_{OA} r)^2}{2} = 8m\omega_{OA}^2 r^2$.

Окончательно, энергия механизма: $T = T_2 + T_3 = 11m\omega_{OA}^2 r^2$.

Задача 58. Горизонтальный желоб DE опирается на блок 1 и на каток 3 одинакового радиуса r (рис. 5.9). Блок 1 весом P_1 вращается вокруг неподвиж-

ной оси O_1. Каток 3 катится по горизонтальному рельсу без проскальзывания. На одной оси с катком 3 жестко связано колесо 2 радиуса R. Их общий вес равен Q, а общий радиус инерции относительно оси z, проходящей через центр масс C перпендикулярно плоскости катка, равен i_z. Система движется в вертикальной плоскости под действием сил тяжести, силы $\vec{F}$ и пары сил с моментом M. Массой желоба пренебрегаем. Скольжение между желобом и блоком 1, а также катком 3 отсутствует. Определить ускорение центра масс колеса 2 и катка 3 и угловое ускорение блока 1, если: P_1 = 40 Н, Q = 60 Н, F = 50 Н, M = 45 Н·м, R = 0,8 м, r = 0,6 м, i_z = 0,4 м.

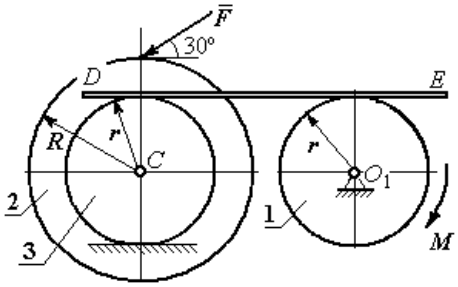


Рис. 5.9. Схема движения механической системы

Решение

Для решения задачи воспользуемся теоремой об изменении кинетической энергии для неизменяемых механических систем: $\frac{dT}{dt} = \sum N(\vec{F}_k^e)$, где T – энергия системы в её текущем положении; $\sum N(\vec{F}_k^e)$ – суммарная мощность внешних сил.

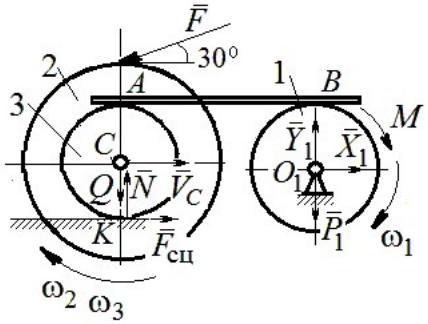


Рис. 5.10. Расчетная схема для исследования движения системы

Предположим, во время движения системы блок 1 вращается по ходу часовой стрелки.

Угловые скорости ω_1, ω_2 блока 1, катка 3 и скорость $\vec{V}_C$ центра масс катка 3 показаны на рис. 5.10. Угловая скорость колеса 2 и катка 3 равны: $\omega_3 = \omega_2$.

Кинетическая энергия вращательного движения блока 1 $T_1 = \frac{1}{2} J_{zO_1} \omega_1^2$,

где J_{zO_1} – осевой момент инерции блока, $J_{zO_1} = \frac{m_1 r^2}{2}$.

Фигура, состоящая из катка 3 и колеса 2, двигается плоскопараллельно. Кинетическая энергия фигуры определяется по формуле: $T_2 = \frac{1}{2} m V_C^2 + \frac{1}{2} J_{zC} \omega_2^2$, где m – общая масса катка и колеса, $m = \frac{Q}{g}$, J_{zC} – момент инерции фигуры относительно оси z, проходящей через центр масс перпендикулярно плоскости диска, $J_{zC} = m i_z^2$,

У катка 3 мгновенный центр скоростей находится в точке касания его с неподвижной поверхностью (точка K на рис. 5.10). Тогда $\omega_3 = \frac{V_C}{r}$. Скорость точки A катка $V_A = \omega_3 2r = 2V_C$. Приравнивая скорость точки A на катке 2 к скорости точки B на блоке 1, получим $\omega_1 = \frac{2V_C}{r}$.

Найдём кинетическую энергию системы, выраженную через скорость центра масс катка 3:

$$T = T_1 + T_2 = \frac{P_1}{g} V_C^2 + \frac{Q}{2g}\left(1 + \frac{i_z^2}{r^2}\right) V_C^2 = \frac{V_C^2}{2g}\left[2P_1 + Q\left(1 + \frac{i_z^2}{r^2}\right)\right].$$

Найдем сумму мощностей внешних сил.

На блок 1 действуют: сила тяжести $\vec{P}_1$, пара сил с моментом M и реакция шарнира O_1, разложенная на составляющие $\vec{X}_1$, $\vec{Y}_1$ (рис. 5.10). Мощности силы тяжести $\vec{P}_1$ и сил реакции $\vec{X}_1$, $\vec{Y}_1$ подшипника O_1 равны нулю, так как нет перемещения точек приложения этих сил. Момент M направлен в сторону вращения блока 1, его мощность $N(M) = M\omega_1 = M\frac{2V_C}{r}$.

На каток 3 (вместе с жестко связанным с ним колесом 2) действуют: сила $\vec{F}$, сила тяжести $\vec{Q}$ катка и колеса, нормальная реакция опоры $\vec{N}$ и сила сцепления $\vec{F}_{\text{сц}}$ катка 3 с поверхностью.

Мощности сил $\vec{N}$ и $\vec{F}_{\text{сц}}$ равны нулю, так как точкой приложения этих сил является мгновенный центр скоростей катка 3, скорость которого равна нулю. Мощность силы тяжести $\vec{Q}$ равна нулю, так как угол между вектором силы и вектором скорости точки C равен 90°.

Для определения мощности силы $\vec{F}$, приложенной к колесу, выберем в качестве полюса точку K – мгновенный центр скоростей диска 2. С учётом того, что скорость $V_K = 0$, получим:

$$N(\vec{F}) = \vec{F} \cdot \vec{V}_K + \vec{M}_K(\vec{F}) \cdot \vec{\omega}_2 = \vec{M}_K(\vec{F})\vec{\omega}_2 =$$

$$= -F(r+R)\omega_2 \cos 30° = -FV_C\left(1+\frac{R}{r}\right)\cos 30°.$$

Поскольку вращение, создаваемое моментом силы $\vec{F}$ относительно центра K, противоположно выбранному направлению угловой скорости катка, мощность силы $\vec{F}$ отрицательная.

Суммарная мощность внешних сил:

$$\sum N(F^e) = -FV_C\left(1+\frac{R}{r}\right)\cos 30° + M\frac{2V_C}{r}.$$

Составляем уравнение теоремы об изменении кинетической энергии системы. Находим производную по времени от кинетической энергии системы $\frac{dT}{dt} = \frac{V_C}{g}a_C\left[2P_1 + Q\left(1+\frac{i_z^2}{r^2}\right)\right]$ и приравниваем суммарной мощности внешних сил. Получим:

$$\frac{1}{g}a_C\left[2P_1 + Q\left(1+\frac{i_z^2}{r^2}\right)\right] = -F\left(1+\frac{R}{r}\right)\cos 30° + \frac{2M}{r},$$

откуда с учётом исходных данных задачи ускорение центра масс диска 2 $a_C = 2{,}88$ м/с^2. Для определения углового ускорения блока 1 продифференцируем по времени равенство $\omega_1 = \dfrac{2V_C}{r}$. Получим: $\varepsilon_1 = \dfrac{2a_C}{r} = 9{,}6$ рад/с^2.

Задача 59. Каток радиуса *r*, весом *P* закатывают вверх по наклонной плоскости приложив в центре катка силу $\vec{F}$ под углом 30° к наклонной плоскости (рис. 5.11). Сама плоскость наклонена под углом 30° к горизонту. Величина силы *F* = 2*P*. В начальном положении центр катка имел скорость V_0.

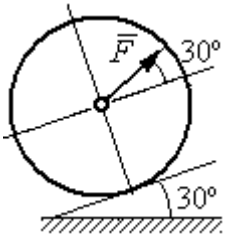


Рис. 5.11. Движение катка на наклонной плоскости

На какое расстояние *S* переместился центр катка, если в конце перемещения его скорость удвоилась.

Решение

Применим теорему об изменении кинетической энергии на конечном перемещении системы: $T - T_0 = \sum A(F_k)$. На каток действует сила тяжести $\vec{P}$, сила $\vec{F}$, нормальная реакция опоры $\vec{N}$ и сила $\vec{F}_{\text{сц}}$ сцепления диска с наклонной плоскостью (рис. 5.12). При перемещении центра катка на расстояние *S* вдоль наклонной плоскости работу совершают только сила $\vec{F}$: $A(\vec{F}) = F\cos 30° S$ и сила тяжести: $A(\vec{P}) = -Ph$, где *h* – перепад высот при перемещении центра масс катка. Работа реакции опоры и силы сцепления равна нулю.

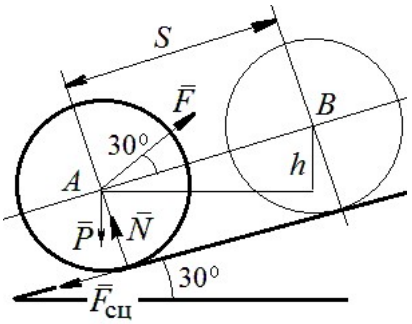


Рис. 5.12. Расчётная схема движения катка

Кинетическая энергия катка $T = \dfrac{1}{2}mV_A^2 + \dfrac{1}{2}J_{zA}\omega^2$, где J_{zA} – момент инерции фигуры относительно оси *z*, проходящей через центр масс перпендикулярно плоскости диска, $J_{zA} = \dfrac{mr^2}{2}$. Выражая угловую скорость катка через

скорость центра масс $\omega = \dfrac{V_A}{r}$, с учётом выражения момента инерции катка, получим энергию катка в виде: $T = \dfrac{3}{4} m V_A^2$.

Составим уравнение теоремы об изменении кинетической энергии при перемещении центра катка на расстояние S: $\dfrac{3}{4} m V_B^2 - \dfrac{3}{4} m V_A^2 = F\cos 30° S - Ph$, где $V_A = V_0$ $V_B = 2V_0$, $F = 2P$, $h = S\sin 30°$.

Найдём искомое перемещение: $S = \dfrac{9V_0^2}{4g\left(2\cos 30° - \sin 30°\right)}$.

Упражнения

Упражнение 5.1. Крановая тележка массы m_1 может перемещаться по горизонтальной балке без трения (рис. 5.13). В центре масс тележки закреплён трос длиной l, на другом конце которого привязан груз массы m_2. Трос может совершать колебательные движения в вертикальной плоскости. В начальный момент трос был в вертикальном положении. Определить горизонтальное перемещение тележки в зависимости от угла наклона троса. Весом троса пренебречь.

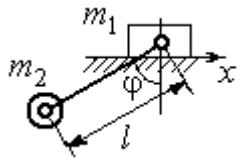


Рис. 5.13. Движение крановой тележки

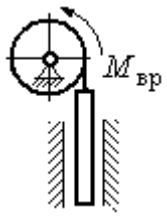


Рис. 5.14. Схема механизма лебёдки

Упражнение 5.2. К барабану лебёдки, поднимающей штангу, приложен вращающий момент, пропорциональный времени $M_{ВР} = kt$ (рис. 5.14). Штанга массы m_1 поднимается посредством каната, навитого на барабан массы m_2 и радиуса r. В начальный момент система находилась в покое. Определить угловую скорость барабана, считая его однородным диском.

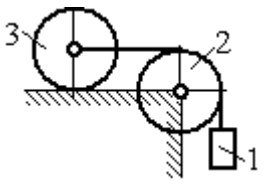


Рис. 5.15. Схема движения системы

Упражнение 5.3. Груз 1 массы m_1 подвешен на нерастяжимом тросе, другой конец которого переброшен через блок 2 и закреплён в центре масс катка 3 (рис. 5.15). Каток 3 катится по горизонтальной поверхности без проскальзывания. Блок 2 и каток 3 – однородные диски массы m_2 и m_3, радиуса r. В начальный момент система находилась в покое. Определить скорость груза, когда он опустится на высоту h, если к катку 3 приложен момент M.

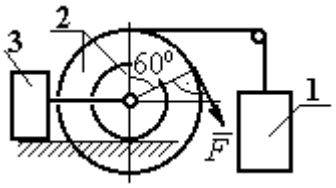


Рис. 5.16. Схема механизма катка

Упражнение 5.4. Механическая система включает два груза 1 и 3 одинакового веса P и каток 2 весом $2P$, радиусом $R = 2r$ с цилиндрическим выступом радиусом r (рис. 5.16). Каток катится выступом по неподвижной поверхности без проскальзывания. К катку по касательной к окружности приложена сила $F = 2P$. Найти ускорение центра масс катка, если его радиус инерции относительно оси, проходящей через центр масс перпендикулярно плоскости движения: $i_{zC} = r\sqrt{2}$.

5.4. Применение общих теорем динамики системы к описанию движений твёрдого тела

Поступательное движение твердого тела описывается дифференциальными уравнениями: $m\ddot{x} = \sum F^e_{kx}$, $m\ddot{y} = \sum F^e_{ky}$, $m\ddot{z} = \sum F^e_{kz}$ - или в алгебраической форме $ma_{Cx} = \sum F^e_{kx}$, $ma_{Cy} = \sum F^e_{ky}$, $ma_{Cz} = \sum F^e_{kz}$, где m – масса тела; $\ddot{x} = a_{Cx}$, $\ddot{y} = a_{Cy}$, $\ddot{z} = a_{Cz}$ – проекции ускорения центра масс тела на координатные оси; F^e_{kx}, F^e_{ky}, F^e_{kz} – проекции внешних сил.

Вращательное движение твердого тела относительно неподвижной оси z описывается дифференциальным уравнением: $J_z \dfrac{d\omega}{dt} = \sum M_z(\vec{F}^e_k)$ или алгебраическим уравнением: $J_z\varepsilon = \sum M_z(\vec{F}^e_k)$, где ω, ε – угловая скорость и угловое ускорение тела; $\sum M_z(\vec{F}^e_k)$ – сумма моментов внешних сил относительно оси z; J_z – момент инерции тела относительно оси z.

Плоскопараллельное движение твердого тела описывается уравнениями движения центра масс и вращательного движения тела относительно оси, проходящей через центр масс перпендикулярно плоскости движения.

В проекции на координатные оси уравнения плоскопараллельного движения тела имеют вид:

$$ma_{Cx} = \sum F^e_{kx};\ ma_{Cy} = \sum F^e_{ky};\ J_{zC}\varepsilon = \sum M_{zC}(\vec{F}^e_k),$$

где a_{Cx}, a_{Cy} – проекции ускорения центра масс тела; F^e_{kx}, F^e_{ky} – проекции на оси координат внешних сил, действующих на тело; J_{zC} – момент инерции тела относительно оси *z*, проходящей через центр масс перпендикулярно плоскости движения; ε – угловое ускорение тела; $M_{zC}(\vec{F}^e_k)$ – моменты внешних сил относительно оси, проходящей через центр масс.

Проводя динамический расчет механической системы, следует рассматривать движение каждого тела системы в отдельности, предварительно освободив его от связей и заменив их действие реакциями.

Примеры решения задач на составление уравнений движения твердых тел

Задача 59. Лебёдка поднимает груз 1 массы $m_1 = 50$ кг посредством троса, переброшенного через блок 3 и навитого на барабан 2 массы $m_2 = 20$ кг, радиуса $r = 0{,}8$ м (рис. 5.17). К барабану приложен постоянный вращающий момент $M_{вр} = 480$ Н·м. Определить ускорение груза, натяжение троса и реакцию шарнира барабана 2. Весом троса и массой блока 3 пренебречь, барабан считать сплошным цилиндром.

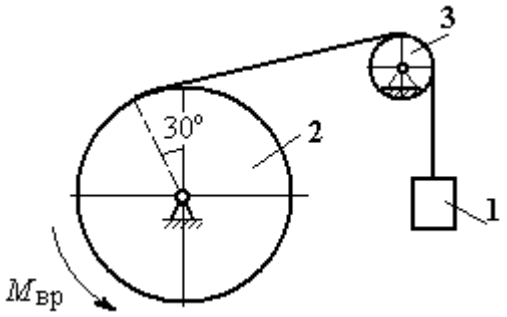


Рис. 5.17. Механизм лебёдки

Решение

Составим уравнение движения груза 1. Для этого освобождаем груз от связей, заменив действие троса реакцией. На груз действует сила тяжести $\vec{P}_1$ и реакция троса $\vec{H}_1$ (рис. 5.18). Выберем ось *x* по направлению движения груза. Уравнение движения груза в проекции на ось *x*: $m_1 a_1 = H_1 - P_1$.

Рассмотрим движение барабана 2. Освободим барабан от связей и заменим их действие реакциями.

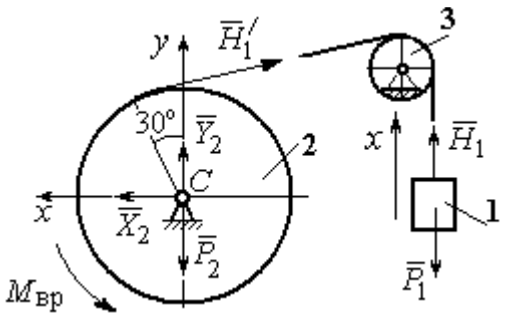


Рис. 5.18. Внешние силы и реакции, действующие на груз и барабан при движении системы

На барабан действует сила тяжести $\vec{P}_2$, пара сил с моментом вращения $M_{вр}$, реакция троса $\vec{H}_1'$ и реакция шарнира (на рис. 5.18 разложена на составляющие $\vec{X}_2$, $\vec{Y}_2$). Так как массой блока 3 пренебрегаем, то модули сил $\vec{H}_1$ и $\vec{H}_1'$ равны. Направления действия сил и момента показаны на рис. 5.18.

Уравнение вращательного движения барабана относительно оси z: $J_z\varepsilon_2 = \sum M_z(F_k) = M_{вр} - H_1'r$, где момент инерции барабана $J_z = \dfrac{m_2 r^2}{2}$.

Продифференцируем по времени равенство $V_1 = \omega_2 r$ и выразим угловое ускорение барабана через ускорение груза 1. Получим $\varepsilon_2 = \dfrac{a_1}{r}$. Подставляя выражение углового ускорения в уравнение вращательного движения барабана с учётом равенства модулей сил $\vec{H}_1$ и $\vec{H}_1'$, напишем уравнения движения барабана и груза в виде системы уравнений:

$$m_1 a_1 = H_1 - P_1, \;\; m_2 a_1 = \frac{2M_{вр}}{r} - 2H_1,$$

откуда находим a_1= 1,82 м/с^2, H_1 = 581,8 Н. Натяжение троса численно равно реакции.

Для определения реакции шарнира составим (формально) уравнение движения центра масс блока 2 в проекциях на оси x, y (см. рис. 5.18):

$$m_2 a_{Cx} = X_2 - H_1'\cos 30^\circ = 0, \; m_2 a_{Cy} = Y_2 + H_1'\cos 60^\circ - P_2 = 0.$$

Отсюда $X_2 = 503{,}84$ Н, $Y_2 = -94{,}7$ Н, $R_2 = \sqrt{X_2^2 + Y_2^2} = 512{,}66$ Н.

Задача 60. Барабан весом G, радиусом R имеет цилиндрический выступ радиусом r (рис. 5.19). Барабан скатывается по наклонной плоскости с углом наклона 30°, опираясь на неё поверхностью выступа. К барабану приложены постоянные силы $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_2$. Сила $\vec{F}_1$ направлена по касательной к поверхности барабана. Сила $\vec{F}_2$ действует под углом 30° к диаметру барабана, перпендикулярному наклонной плоскости. В начальный момент времени барабан приведён в равновесие парой сил с моментом M.

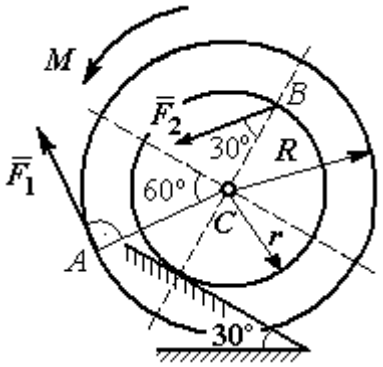


Рис. 5.19. Схема движения барабана по наклонной плоскости

Определить угловое ускорение барабана и закон движения центра масс, если в положении равновесия величину уравновешивающего момента увеличить в 1,2 раза. Исходные данные для решения задачи: R = 0,6 м, r = 0,2 м, G = 100 Н, F_1 = 60 Н, F_2 = 25 Н, радиус инерции барабана i_z = 0,4 м.

Решение

На барабан действуют силы $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$, сила тяжести $\vec{G}$, пара сил с неизвестным моментом M, нормальная реакция опоры $\vec{N}$ и сила $\vec{F}_{сц}$ сцепления барабана с поверхностью. Сила сцепления приложена в точке K касания выступа барабана с наклонной плоскостью и направлена вдоль неё (рис. 5.20).

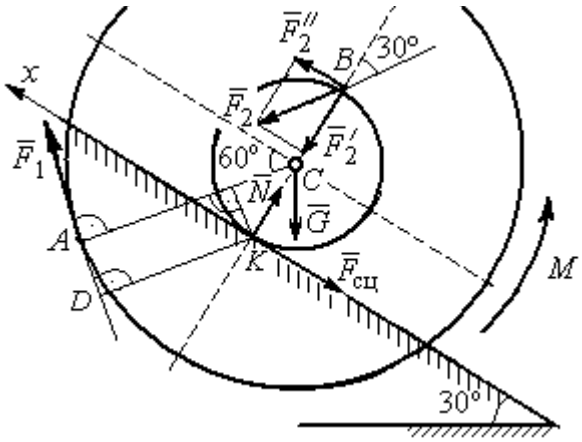


Рис. 5.20. Силы, действующие на барабан, во время движения

Для определения момента M, приводящего барабан в равновесие, запишем уравнение равно-

весия в виде равенства нулю моментов сил $\sum M_K(\vec{F}_k^e) = 0$ относительно точки *K*. Точка *K* выбрана с той целью, что в уравнение не будет входить момент неизвестной силы сцепления.

На рис. 5.20 показано разложение силы $\vec{F}_2$: $\vec{F}_2 = \vec{F}_2' + \vec{F}_2''$. Значения составляющих определяются как проекции: $F_2' = F_2\cos 30°$, $F_2'' = F_2\sin 30°$.

Применяя теорему Вариньона, вычислим момент силы $\vec{F}_2$ относительно точки *K*: $M_K(\vec{F}_2) = M_K(\vec{F}_2') + M_K(\vec{F}_2'') = F_2\sin 30° \cdot 2r$.

Момент силы $\vec{F}_1$ относительно точки *K*:

$$M_K(\vec{F}_1) = -F_1 \cdot KD = -F_1(R - r\cos 30°).$$

В результате уравнение моментов сил при равновесии барабана принимает вид

$$\sum M_K(\vec{F}_k^e) = -F_1(R - r\cos 30°) + F_2\sin 30° \cdot 2r - Gr\sin 30° + M = 0.$$

Подставляя сюда исходные данные задачи, находим величину уравновешивающего момента $M = 30{,}61$ Н·м. Направление момента показано дуговой стрелкой на рис. 5.20.

Увеличим значение момента *M*, удерживающего барабан в равновесии, в 1,2 раза: $M_1 = 1{,}2M$. Возникшее после этого качение барабана вверх по наклонной плоскости представляет собой плоскопараллельное движение, которое описывается с применением теорем о движении центра масс и об изменении кинетического момента.

Уравнение движения центра масс барабана в проекции на ось *x*, направленную вверх по наклонной плоскости, имеет вид:

$$m\ddot{x}_C = F_1\cos 30° + F_2\cos 60° - G\cos 60° - F_{\text{сц}},$$

где x_C – координата центра масс барабана.

Применив теорему об изменении кинетического момента барабана относительно оси *z*, проходящей через центр масс перпендикулярно плоскости

движения и считая моменты сил положительными, если они создают вращение в сторону движущегося вверх барабана, выразим уравнение вращательного движения барабана вокруг оси z в виде:

$$J_{zC}\ddot{\varphi} = -F_1 R + F_2 r\cos 60° + F_{\text{сц}} r + M_1,$$

где φ – угол поворота барабана; J_{zC} – момент инерции барабана, $J_{zC} = mi_z^2$; i_z – радиус инерции. С учётом соотношения $\ddot{\varphi} = \dfrac{\ddot{x}_C}{r}$ получим уравнение:

$$m\ddot{x}_C\left(1 + \frac{i_z^2}{r^2}\right) = -F_1\left(\frac{R}{r} - \cos 30°\right) + 2F_2\cos 60° - G\cos 60° + \frac{M_1}{r}.$$

После подстановки данных задачи находим дифференциальное уравнение движения центра масс: $\ddot{x}_C = 0{,}6$. Дважды интегрируя его с нулевыми начальными условиями (так как движение началось из состояния покоя), находим закон движения центра масс: $x_C = 0{,}3t^2$ м. Из уравнения следует, что барабан движется в сторону положительного направления оси x.

Угловое ускорение барабана $\varepsilon = \ddot{\varphi} = \dfrac{\ddot{x}_C}{r} = 3$ рад/с^2.

Задача 61. Механизм (рис. 5.21) включает в себя груз 1, каток 2 и ступенчатый барабан 3, соединённых нерастяжимыми нитями. Движение механизма происходит из состояния покоя в вертикальной плоскости под действием сил тяжести $\vec{P}_1$, $\vec{P}_2$, $\vec{P}_3$, силы

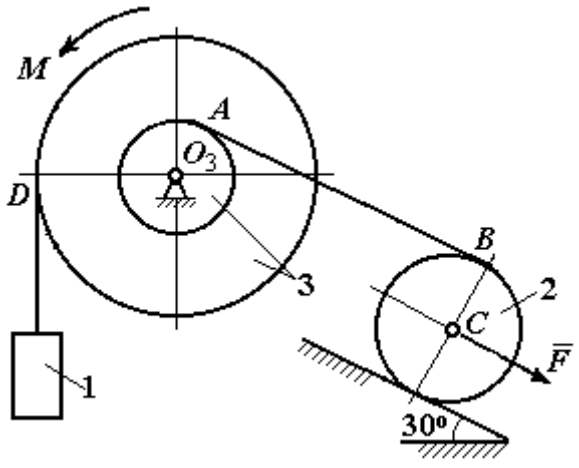


Рис. 5.21. Конструкция механической системы

$\vec{F}$, приложенной в центре масс катка 2, и пары сил с моментом M, приложенной к барабану 3. Качение катка 2 по наклонной плоскости с углом наклона к горизонту 30º происходит без проскальзывания.

Каток 2 считать однородным диском радиуса R_2. Радиусы ступеней барабана 3: R_3, r_3, радиус инерции барабана i_3.

Найти ускорение груза 1, силы натяжения нитей и динамическую реакцию шарнира барабана 3, если $P_1 = P_2 = 2P$; $P_3 = 3P$, $F = 3P$; $M = Pr$, $R_2 = 2r$; $R_3 = 3r$; $r_3 = r$; $i_3 = r\sqrt{3}$.

Решение

Рассмотрим движение каждого тела системы отдельно, предварительно освободив тела от связей и заменив их действие реакциями. На рис. 5.22 изображены силы, действующие на тела системы, после освобождения их от связей и направление движения каждого тела.

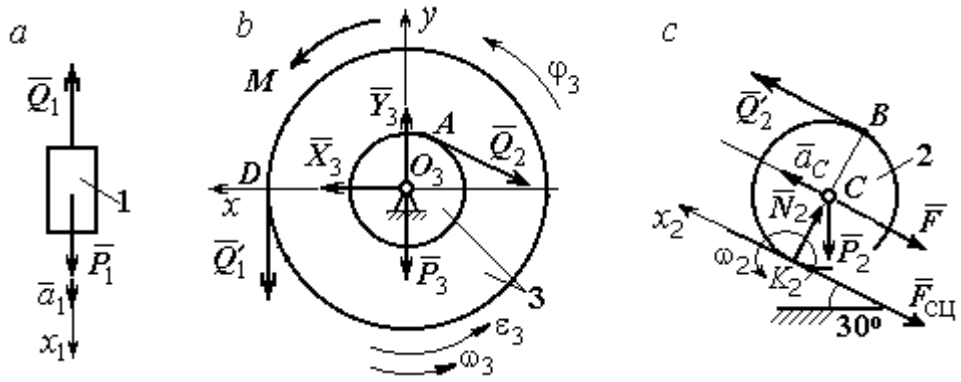


Рис. 5.22. Расчетные схемы для описания движения тел, входящих в систему

Допустим, груз движется вниз со скоростью V_1, ускорением a_1. К нему приложена сила тяжести $\vec{P}_1$ и реакция нити $\vec{Q}_1$ (рис. 5.22, *a*). Направим ось x_1 в сторону движения груза. Уравнение движения груза вдоль оси x_1 имеет вид:

$$m_1 a_1 = \sum F_{kx} = P_1 - Q_1 = 2P - Q_1 .$$

Барабан 3 вращается вокруг неподвижной оси z, проходящей через центр масс O_3. На диск 3 действует сила тяжести $\vec{P}_3$, реакция подшипника $\vec{R}_3$ (на

рис. 5.22, *b* показано разложение реакции на составляющие $\vec{X}_3$, $\vec{Y}_3$), пара сил с моментом *M* и реакции нитей $\vec{Q}_1'$ и $\vec{Q}_2$.

При составлении уравнения вращательного движения барабана моменты сил относительно оси считаем положительными, если они создают поворот в сторону вращения барабана. Уравнение вращения барабана 3 имеет вид:

$$J_{zO_3}\varepsilon_3 = \sum M_{zO_3}(F_k) = Q_1'R_3 + M - Q_2r_3 = Q_1'3r + Pr - Q_2r,$$

Момент инерции барабана относительно оси *z*: $J_{zO_3} = m_3i_3^2 = \dfrac{9Pr^2}{g}$;

Каток 2 совершает плоскопараллельное движение. К нему приложена сила тяжести $\vec{P}_2$, сила $\vec{F}$, реакция нити $\vec{Q}_2'$, нормальная реакция $\vec{N}_2$ наклонной плоскости и сила $\vec{F}_{\text{сц}}$ сцепления диска с поверхностью (рис. 5.22, *c*).

Выберем ось x_2 по направлению движения центра масс катка 2. Плоскопараллельное движение катка описывается уравнениями движения его центра масс в проекции на ось x_2 и вращения вокруг оси, походящей через центр масс перпендикулярно плоскости диска:

$$m_2a_C = Q_2' - F - F_{\text{сц}} - P_2\cos 60^\circ = Q_2' - 3P - F_{\text{сц}} - P;$$

$$J_C\varepsilon_2 = Q_2'R_2 + F_{\text{сц}}R_2 = Q_2'2r + F_{\text{сц}}2r,\ \ J_C = \frac{m_2R_2^2}{2}.$$

При составлении второго уравнения момент силы считается положительным, если он создаёт поворот в сторону вращения катка.

К системе четырех уравнений, описывающих движения тел в системе, необходимо добавить уравнения связей между ускорениями точек и угловыми ускорениями тел. Предположим, скорость центра масс катка 2 равна V_C (см. рис. 5.22, *c*). Угловая скорость катка $\omega_2 = \dfrac{V_C}{CK_2} = \dfrac{V_C}{R_2}$, где CK_2 – расстояние от

центра масс катка 2 до его мгновенного центра скоростей. Продифференцировав по времени последнее равенство, получим: $\varepsilon_2 = \dot{\omega}_2 = \dfrac{\dot{V}_C}{R_2} = \dfrac{a_C}{2r}$.

Скорость точки B катка 2 $V_B = \omega_2 \cdot BK_2 = 2V_C$. Приравняв скорость точки A к скорости точки B (см. рис. 5.21), получим: $2V_C = V_B = V_A = \omega_3 r_3 = \omega_3 r$, откуда $\omega_3 = \dfrac{2V_C}{r}$. После дифференцирования найдём: $\varepsilon_3 = \dfrac{2a_C}{r}$.

Скорость груза 1 связана со скоростью центра масс катка 2 следующим образом: $V_1 = V_D = \omega_3 R_3 = \dfrac{2V_C}{r} 3r = 6V_C$. Тогда ускорение груза 1 $a_1 = 6a_C$.

После подстановки уравнений связи в уравнения движения с учётом равенства модулей сил $\vec{Q}_1'$ и $\vec{Q}_1$, а также $\vec{Q}_2$ и $\vec{Q}_2'$ получим систему:

$$\frac{12P}{g} a_C = 2P - Q_1; \quad \frac{18P}{g} a_C = 3Q_1 + P - Q_2,$$

$$\frac{2P}{g} a_C = Q_2 - 4P - F_{\text{сц}}; \quad \frac{P}{g} a_C = Q_2 + F_{\text{сц}},$$

откуда находим: $a_C = 0{,}09g$, $Q_1 = 0{,}92P$, $Q_2 = 2{,}14P$.

Динамические реакции $\vec{X}_3$, $\vec{Y}_3$, действующие на ось вращающегося барабана 3 (рис. 5.22, *b*), определяются из уравнений, которые можно получить, формально применив к барабану теорему о движении центра масс. Так как центр масс барабана 3 неподвижен, его ускорение равно нулю, $a_{O_3} = 0$. Тогда уравнения движения его центра масс в проекциях на оси x, y имеют вид:

$$m_3 a_{O_3 x} = X_3 - Q_2 \cos 30^\circ = 0;$$

$$m_3 a_{O_3 y} = Y_3 - Q_1 - P_3 - Q_2 \cos 60^\circ = 0.$$

Подставляя значения $Q_1 = 0{,}92P$ и $Q_2 = 2{,}14P$, находим составляющие реакции оси барабана 3: $X_3 = Q_2 \cos 30^\circ = 1{,}85P$, $Y_3 = Q_1 + P_3 + Q_2 \cos 60^\circ = 4{,}98P$.

Полная величина реакции оси барабана 3: $R_3 = \sqrt{X_3^2 + Y_3^2} = 5{,}31P$.

Задача 62. Подъёмное устройство (рис. 5.23) состоит из однородного диска 1 массой m_1, радиусом r_1, ступенчатого диска 2 массой $m_2 = 3m_1$, радиусом $R_2 = 4r_1$ и радиусом ступеньки $r_2 = r_1$ и груза 3 массой $m_3 = 2m_1$. Система движется из состояния покоя в вертикальной плоскости под действием сил тяжести и пары сил с моментом $M = m_1 g r_1$, приложенной к диску 1. Определить ускорение груза 3 и натяжение нити груза 3, если радиус инерции ступенчатого диска относительно оси, походящей через центр масс, перпендикулярно плоскости диска 2, $i_{2C} = 2r_1$.

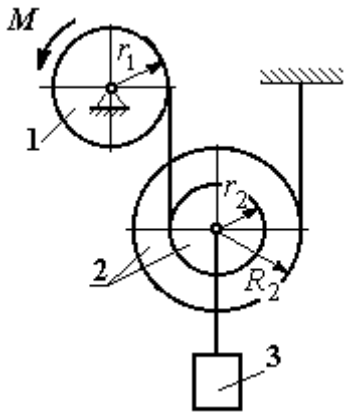


Рис. 5.23. Конструкция подъёмного устройства

Решение задачи осуществить с применением теоремы об изменении кинетической энергии системы и проверить его методом динамического расчёта, составляя уравнения движения тел, входящих в систему.

Решение

1. Для неизменяемой системы (состоящей из абсолютно твёрдых тел, соединённых нерастяжимыми нитями), движущейся из состояния покоя, теорема об изменении кинетической энергии на конечном перемещении имеет вид $T = \sum A(\vec{F}_k^e)$. Схема движения механизма в предположении, что груз 3 опускается, показана на рис. 5.24.

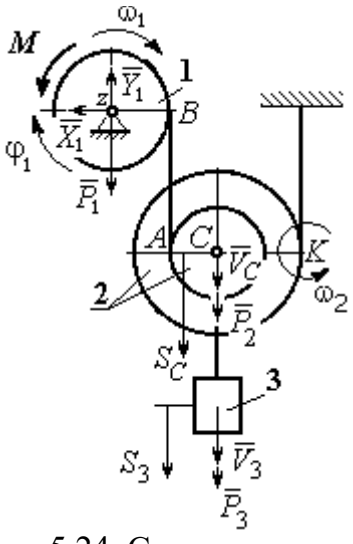


Рис. 5.24. Схема движения механизма

Диск 1 вращается вокруг неподвижной оси z. Кинетическая энергия диска 1: $T_1 = \dfrac{J_{1z}\omega_1^2}{2}$, где момент инерции диска $J_{1z} = \dfrac{m_1 r_1^2}{2}$.

У диска 2 плоскопараллельное движение. Кинетическая энергия диска 2: $T_2 = \frac{m_2 V_C^2}{2} + \frac{J_{2C}\omega_2^2}{2}$, где V_C – скорость центра масс диска 2. Момент инерции диска 2 относительно оси, проходящей через центр масс перпендикулярно движению диска, $J_{2C} = m_2 i_{2C}^2$.

Кинетическая энергия груза 3: $T_3 = \frac{m_3 V_3^2}{2}$.

Энергия механизма равна сумме энергий тел, входящих в систему:

$$T = T_1 + T_2 + T_3 = \frac{J_{1z}\omega_1^2}{2} + \frac{m_2 V_C^2}{2} + \frac{J_{2C}\omega_2^2}{2} + \frac{m_3 V_3^2}{2}.$$

Выразим угловые скорости дисков 1 и 2 и скорость центра масс диска 2 через скорость груза 3.

Скорость центра масс диска 2 равна скорости груза 3, $V_C = V_3$. Угловая скорость диска 2 $\omega_2 = \frac{V_C}{CK} = \frac{V_3}{R_2}$, где CK – расстояние от центра диска 2 до его мгновенного центра скоростей.

Скорость точки B нити равна скорости точки A. Из равенства $\omega_1 r_1 = \omega_2 (R_2 + r_2)$ найдём: $\omega_1 = \frac{(r_2 + R_2)}{r_1}\omega_2 = \frac{(r_2 + R_2)}{r_1}\frac{V_3}{R_2}$.

Подставляя найденные зависимости в выражение энергии системы, получим кинетическую энергию механизма:

$$T = \frac{V_3^2}{2}\left[\frac{m_1}{2}\left(1 + \frac{r_2}{R_2}\right)^2 + m_2\left(1 + \frac{i_{2C}^2}{R_2^2}\right) + m_3\right] = \frac{209}{64} m_1 V_3^2.$$

Во время движения механизма работу совершают силы тяжести $\vec{P}_2$, $\vec{P}_3$ и пара сил с моментом M. Перемещения S_C и S_3 точек приложения сил $\vec{P}_2$, $\vec{P}_3$ и угол φ_1 поворота диска 1 показаны на рис. 5.24.

Сумма работ сил $\sum A(\vec{F}_k^e) = P_3S_3 + P_2S_C - M\varphi_1$. Работа момента отрицательная, так как заданное направление момента противоположно выбранному направлению вращения колеса 1.

Выразим перемещение центра масс диска 2 и угол поворота диска 1 через перемещение груза 3. Проинтегрировав равенство скоростей $V_3 = V_C$, получим равенство перемещений: $S_3 = S_C$. Аналогично, из равенства $\omega_1 = \frac{(r_2 + R_2)}{r_1}\frac{V_3}{R_2}$ следует соотношение $\varphi_1 = \frac{(r_2 + R_2)}{r_1}\frac{S_3}{R_2}$.

В итоге суммарная работа внешних сил в механизме:

$$\sum A(\vec{F}_k^e) = \left[P_3 + P_2 - M\frac{(r_2 + R_2)}{r_1 R_2} \right] S_3 = \frac{15}{4} m_1 g S_3 .$$

Составляя уравнение теоремы об изменении кинетической энергии системы, получим равенство:

$$\frac{209}{64} m_1 V_3^2 = \frac{15}{4} m_1 g S_3 \text{ или } V_3^2 = \frac{240}{209} g S_3 .$$

Продифференцируем последнее равенство. Получим: $2V_3\frac{dV_3}{dt} = \frac{240}{209} g \frac{dS_3}{dt}$.

Так как $\frac{dS_3}{dt} = V_3$, а $\frac{dV_3}{dt} = a_3$, находим ускорение груза 3: $a_3 = \frac{120}{209} g$ м/с^2.

Для того чтобы найти натяжение нити груза 3, необходимо написать уравнение его движения. Выделим груз 3 из системы, заменив действие нити её реакцией H_3. Выберем ось x по направлению движения груза. Применим к описанию движения груза теорему о движении центра масс, написав её проекцию на ось x: $m_3 a_3 = P_3 - H_3$, где H_3 –реакция нити. При известном ускорении a_3 находим реакцию нити $H_3 = \frac{178}{209} m_1 g$. Натяжение нити численно равно реакции, но направлено в противоположную сторону.

2. Для решения задачи вторым способом – путём составления уравнений движения тел, входящих в состав механизма, освободим тела от связей и заменим их реакциями. На рис. 5.25 изображены силы и реакции, действующие на каждое тело, после освобождения его от связей, а также направления угловых ускорений тел и ускорения центров масс.

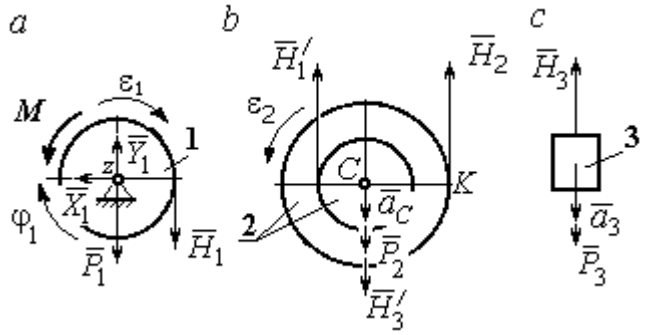


Рис. 5.25. Внешние силы и реакции связей, действующие на тела системы

Диск 1 вращается вокруг неподвижной оси *z*. На диск действует сила тяжести $\vec{P}_1$, реакция подшипника $\vec{X}_1$, $\vec{Y}_1$, пара сил с моментом *M* и реакция нити $\vec{H}_1$. Вращение диска описывается уравнением: $J_{1z}\varepsilon_1 = \sum M_z(F_k) = H_1 r_1 - M$. Момент инерции диска 1 относительно оси *z*, $J_{1z} = \dfrac{m_1 r_1^2}{2}$.

Диск 2 (рис. 5.25, *b*) совершает плоскопараллельное движение. К нему приложена сила тяжести $\vec{P}_2$ и реакции нитей $\vec{H}_1'$, $\vec{H}_2$ и $\vec{H}_3'$. Плоскопараллельное движение диска 2 описывается уравнением движения его центра масс в проекции на вертикальную ось и уравнением вращения диска вокруг оси, походящей через центр масс перпендикулярно плоскости диска:

$$m_2 a_C = P_2 - H_1' - H_2 + H_3'; \;\; J_{2C}\varepsilon_2 = H_2 R_2 - H_1' r_2 .$$

Момент инерции диска 2 $J_{2C} = m_2 i_{2C}^2$. При составлении уравнения вращательного движения диска 2 момент силы считается положительным, если он создаёт поворот в сторону вращения диска.

Груз 3 совершает поступательное движение. К нему приложены сила тяжести $\vec{P}_3$ и реакция нити $\vec{H}_3$ (рис. 5.25, *c*). Уравнение движения груза 3 в проекции на вертикальную ось, направленную в сторону его движения, имеет вид:

$$m_3 a_3 = P_3 - H_3 ,$$

Выразим угловые ускорения дисков 1 и 2 и ускорение центра масс диска 2 через ускорение груза 3. Для этого нужно продифференцировать соответствующие кинематические соотношения между скоростями. Так, из найденных ранее выражений: $V_3 = V_C$, $\omega_2 = \dfrac{V_3}{R_2}$, $\omega_1 = \dfrac{(r_2 + R_2)}{r_1}\dfrac{V_3}{R_2}$ следует: $a_3 = a_C$, $\varepsilon_2 = \dfrac{a_3}{R_2}$, $\varepsilon_1 = \dfrac{(r_2 + R_2)}{r_1}\dfrac{a_3}{R_2}$.

Подставляя кинематические соотношения между ускорениями в уравнения движения тел с учётом равенства модулей сил $\vec{H}_1$ и $\vec{H}_1'$, а также $\vec{H}_3$ и $\vec{H}_3'$, получим систему уравнений, описывающих движение звеньев механизма:

$$\frac{5}{8}m_1 a_3 = H_1 - m_1 g;\ \ 3m_1 a_3 = 3m_1 g - H_1 - H_2 + H_3;$$

$$3m_1 a_3 = 4H_2 - H_1;\ \ 2m_1 a_3 = 2m_1 g - H_3.$$

Решая систему, найдём $a_3 = \dfrac{120}{209}g$ м/с^2, $H_3 = \dfrac{178}{209}m_1 g$. Выражения ускорения a_3 груза 3 и натяжения нити H_3 совпадают с аналогичными выражениями, полученными в пункте 1 при решении данной задачи с применением теоремы об изменении кинетической энергии.

Упражнения

Упражнение 5.5. Система состоит из двух катков 1 и 2, соединённых невесомым стержнем (рис. 5.26). Каток 1 весом P, радиуса r. Каток 2 весом $2P$, радиуса $3r$ имеет цилиндрический выступ радиуса r. Невесомый стержень, параллельный плоскости качения катков, закреплён в центре катка 1 и передаёт движение катка 1 катку 2 в верхней точке вертикального диаметра цилиндрического выступа без проскальзывания. Качение катков без скольжения. К катку 1 приложена пара сил с моментом $M = 4Pr$. В центре масс катка 2 приложена сила $F = 2P$. Радиус инерции катка 2 относительно оси, проходящей через центр катка перпендикулярно плоскости движения, $i_2 = r\sqrt{2}$. Найти ускорение центра масс катка 1 и реакцию стержня.

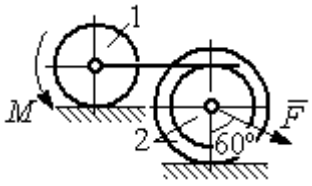


Рис. 5.26. Система катков

Упражнение 5.6. С помощью подъёмного устройства (рис. 5.27) производится подъём груза 1. Нить, закреплённая одним концом на неподвижной поверхности, спускается, охватывает снизу блок 2 массы $m_2 = m$, радиуса r, затем поднимается и проходит параллельно горизонтальной плоскости, где к концу её привязан груз 3 массы $m_3 = m$, передвигающийся по плоскости под действием силы $F = 2{,}5mg$. Нити, удерживающие блок 2, вертикальны. Груз 1 массы $m_1 = 3m$ прикреплён к оси блока 2. Найти ускорение груза 1 и натяжения нитей, удерживающих блок 2.

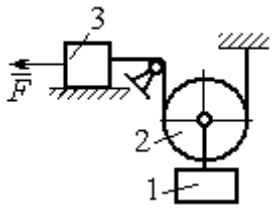


Рис. 5.27. Подъёмное устройство

Упражнение 5.7. Груз 1 массы $m_1 = m$, спускается вниз по наклонной плоскости без трения (рис. 5.28). Нить, прикреплённая к грузу 1, другим своим концом намотана на барабан катка 2 радиуса $R = 2r$ и при движении груза заставляет барабан катиться по горизонтальной поверхности цилиндрическим выступом радиуса r. Качение происходит без проскальзывания. К центру катка привязана другая нить, посредством которой каток тащит за собой груз 3 массы $m_3 = 2m$, скользящий по горизонтальной поверхности без трения. Масса катка $m_2 = 3m$, радиус инерции катка относительно оси, проходящей через его центр масс перпендикулярно плоскости движения $i_2 = r\sqrt{3}$. По касательной к ободу катка 2 приложена сила $F = mg$ (точка приложения силы см. рис. 5.28). Определить ускорение груза 1 и натяжения нитей.

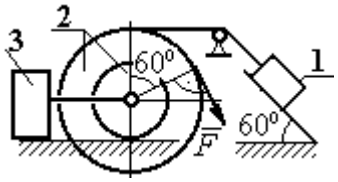


Рис. 5.28. Схема движения механической системы

6. ПРИНЦИПЫ МЕХАНИКИ

6.1. Принцип Даламбера для системы

Силой инерции материальной точки называют векторную величину, модуль которой равен произведению массы точки на модуль её ускорения. Направлен вектор силы инерции точки в сторону, противоположную ускорению $\vec{R}^{\text{и}} = -m\vec{a}$, где m – масса точки; $\vec{a}$ – вектор ускорения точки.

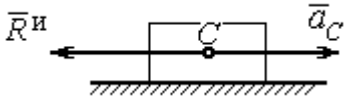


Рис. 6.1. Главный вектор сил инерции при поступательном движении твердого тела

При поступательном движении тела с ускорением центра масс $\vec{a}_C$ главный вектор сил инерции $\vec{R}^{\text{и}}$ по модулю $R^{\text{и}} = ma_C$, приложен в центре масс тела и направлен в сторону, противоположную ускорению $\vec{a}_C$ (рис. 6.1).

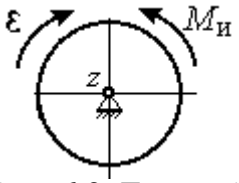


Рис. 6.2. Главный момент сил инерции при вращении тела вокруг оси, проходящей через центр масс

При вращении тела вокруг неподвижной оси z, проходящей через центр масс, главный вектор сил инерции обращается в нуль. Главный момент $\vec{M}^{\text{и}}$, сил инерции относительно оси вращения равен по величине $M^{\text{и}} = J_z\varepsilon$, где J_z – момент инерции тела относительно оси z; ε – угловое ускорение тела. Направлен главный момент сил инерции в сторону, противоположную угловому ускорению (рис. 6.2).

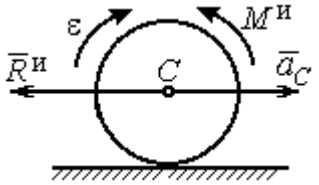


Рис. 6.3. Главный вектор и главный момент сил инерции при плоскопараллельном движении твердого тела

При плоскопараллельном движении тела с ускорением центра масс $\vec{a}_C$ и угловым ускорением ε главный вектор сил инерции $\vec{R}^{\text{и}}$ равен по модулю $R^{\text{и}} = ma_C$, приложен в центре масс тела и направлен в сторону, противоположную ускорению центра масс $\vec{a}_C$ (рис. 6.3). Главный момент сил инерции $\vec{M}^{\text{и}}$ относи-

тельно оси, проходящей через центр масс тела перпендикулярно плоскости движения: $M^{и} = J_C\varepsilon$, где J_C – момент инерции тела относительно оси вращения, и направлен в сторону, противоположную угловому ускорению.

Если в любой момент времени к каждой из точек системы кроме действующих на нее внешних сил присоединить соответствующие силы инерции, то полученная система сил будет уравновешенной.

Принцип Даламбера даёт возможность составлять уравнения движения механической системы в виде уравнений равновесия (метод кинетостатики):

$$\sum \vec{F}_k^e + \vec{R}^{и} = 0,\ \sum \vec{M}_O(\vec{F}_k^e) + \vec{M}_O^{и} = 0,$$

где $\vec{F}_k^e$ –внешние силы, действующие на систему; $\vec{R}^{и}$ – главный вектор сил инерции; $\vec{M}_O(\vec{F}_k^e)$, $\vec{M}_O^{и}$ – моменты внешних сил и главный момент сил инерции относительно произвольного центра *O*.

Примеры решения задач на применение принципа Даламбера

Задача 63. Груз 1 массы m_1 = 10 кг спускается вниз по наклонной грани клина, образующей угол 60º с горизонтом, и посредством нити, переброшенной через блок 2, укреплённый в верхней точке клина, приводит в движение груз 3 массы m_3 = 5 кг (рис. 6.4). Клин *ABC* массы m_4 = 15 кг стоит гранью *AC* на горизонтальной гладкой поверхности и упирается в выступ *E*.

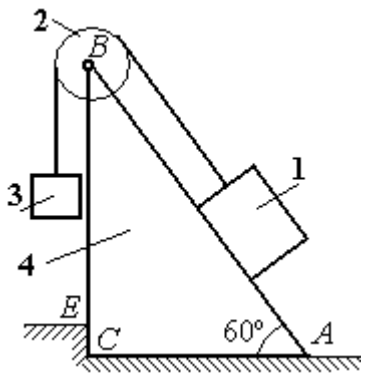


Рис. 6.4. Клин с грузами

Найти давление клина на выступ. Массой блока 2 и нити пренебречь.

Решение

Выберем систему, состоящую из клина *ABC*, блока 2, грузов 1 и 3 и нити, соединяющей грузы. Внешние силы, действующие на систему, – силы тяжести $\vec{P}_1$, $\vec{P}_3$ и $\vec{P}_4$ грузов 1, 3 и клина 4, горизонтальная реакция $\vec{R}_x$ упора клина в вы-

ступ и вертикальная реакция $\vec{R}_y$ опоры на горизонтальную поверхность. Реакция нити, реакция опоры груза 1 на наклонную поверхность клина и реакция шарнира *B* блока 2 для данной системы являются внутренними.

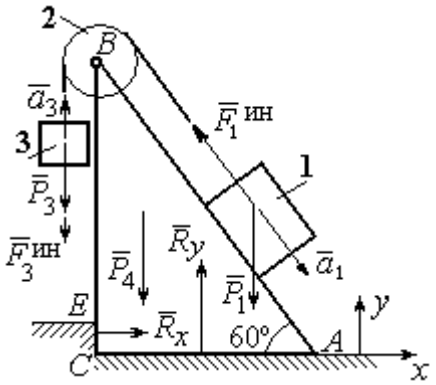


Рис. 6.5. Внешние силы и силы инерции, действующие на систему

Допустим, груз 1 движется вниз, груз 3 – вверх. Приложим силы инерции. Направления ускорений грузов и сил инерции показаны на рис. 6.5.

В соответствии с принципом Даламбера, полученная система сил находится в равновесии. Условие равновесия: $\sum \vec{F}_k^e + \vec{F}_1^{ин} + \vec{F}_3^{ин} = 0$.

Выберем оси *xy,* как показано на рис. 6.5, и спроектируем векторное равенство на ось *x*. Получим: $R_x - F_1^{ин}\cos 60^\circ = 0$, где модуль силы инерции $F_1^{ин} = m_1 a_1$.

Найдём ускорение груза 1. С этой целью рассмотрим отдельно движение грузов 1 и 3 (рис. 6.6 *a*, *b*).

Рассматривая груз 1 как отдельную систему, изобразим внешние силы: силу тяжести $\vec{P}_1$, реакцию нити $\vec{T}'$ и реакцию опоры $\vec{N}$ (см. рис. 6.6, *b*). Присоединим силу инерции $\vec{F}_1^{ин}$ и составим уравнение равновесия полученной системы сил в проекции на ось *x*, расположенную вдоль наклонной грани клина: $P_1 \sin 60^\circ - T' - F_1^{ин} = 0$, где $F_1^{ин} = m_1 a_1$.

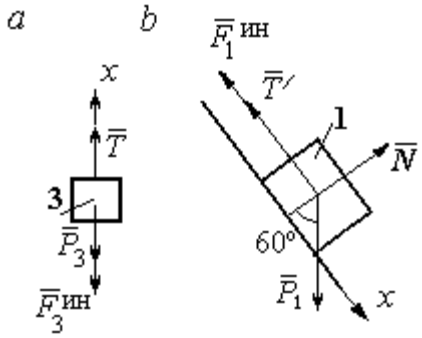


Рис. 6.6. Равновесие грузов

Для груза 3 внешними силами будут сила тяжести $\vec{P}_3$ и реакция нити $\vec{T}$. Присоединим к грузу 3 силу инерции $\vec{F}_3^{ин}$ (см. рис. 6.6, *a*) и составим уравне-

ние равновесия системы сил в проекции на ось *x*, выбранную по направлению движения груза 3: $T - P_3 - F_3^{\text{ин}} = 0$, где модуль силы инерции $F_3^{\text{ин}} = m_3 a_3$.

Решая полученную систему с учётом, что модули реакций нити и модули ускорений грузов равны: $T = T'$ и $a_1 = a_3$, находим ускорение грузов. Получим: $a_1 = a_3 = \dfrac{(m_1 \sin 60^\circ - m_3)g}{m_1 + m_3}$. Тогда давление клина на уступ:

$$R_x = F_1^{\text{ин}} \cos 60^\circ = m_1 g \frac{(m_1 \sin 60^\circ - m_3)}{(m_1 + m_3)} \cos 60^\circ .$$

Подставляя данные из условия задачи, найдём R_x = 11,97 Н.

Задача 64. Для подъёма грузов используется лебёдка со ступенчатым воротом, изображённая на рис. 6.7. Радиусы большой и малой ступенек барабана ворота r_1 и r_2, радиус инерции барабана относительно оси вращения i_3. Лебёдка установлена на горизонтальной балке *AB*, которая закреплена в точке *A* на неподвижном цилиндрическом шарнире и опирается на каток в точке *B*. Груз 1 поднимается на верёвке, навитой на большую ступеньку ворота. На малой ступеньке барабана ворота закреплена другая верёвка, удерживающая противовес 2. К барабану лебёдки приложен постоянный вращающий момент $M_{\text{вр}}$.

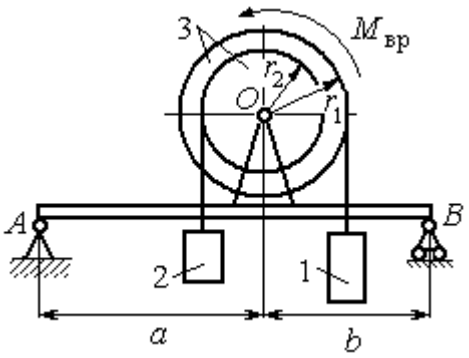


Рис. 6.7. Лебёдка на балке

Найти реакции опор балки во время движения груза, если радиусы ступенек барабана r_1 = 0,8 м, r_2 = 0,2 м, радиус инерции барабана относительно оси вращения i_3 =0,6 м, масса груза 1 m_1 = 100 кг, противовеса 2 m_2 =30 кг, масса барабана m_1 = 50 кг, величина вращающего момента $M_{\text{вр}}$ = 1050 Н·м, расстояния от крайних точек балки *A* и *B* до линии вертикального диаметра барабана *a* = 2 м, *b* = 1 м.

Решение

Выберем систему, включающую только барабан 3, грузы 1 и 2 и нити, связывающие грузы с барабаном (рис. 6.8). Внешние силы, действующие на эту систему, – пара сил, создающая вращающий момент $M_{\text{вр}}$, силы тяжести $\vec{P}_1$, $\vec{P}_2$, $\vec{P}_3$ грузов 1, 2 и барабана 3 и реакция $\vec{R}_O$ опоры барабана на шарнир в точке O. Натяжения нитей для данной системы являются внутренними и на рис. 6.8 не показаны.

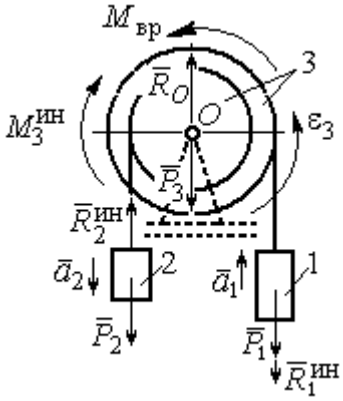


Рис. 6.8. Расчётная схема равновесия барабана

Приложим силы инерции. Направления главных векторов сил инерции $\vec{R}_1^{\text{ин}}$, $\vec{R}_2^{\text{ин}}$ и момента сил инерции $M_3^{\text{ин}}$ показаны на рис. 6.8.

Согласно принципу Даламбера, полученная система внешних сил и сил инерции является уравновешенной. Составим уравнения равновесия:

$$R_O + R_2^{\text{ин}} - P_2 - P_3 - P_1 - R_1^{\text{ин}} = 0;\ \ M_{\text{вр}} - M_3^{\text{ин}} - R_2^{\text{ин}} r_2 + P_2 r_2 - P_1 r_1 - R_1^{\text{ин}} r_1 = 0,$$

где $R_1^{\text{ин}} = m_1 a_1$, $R_2^{\text{ин}} = m_2 a_2$, $M_3^{\text{ин}} = J_{3O}\varepsilon_3$, $J_{3O} = m_3 i_3^2$.

Из второго уравнения с учётом кинематических соотношений: $\varepsilon_3 = \dfrac{a_1}{r_1}$ и $a_2 = \dfrac{r_2}{r_1} a_1$, найдём ускорение груза 1: $a_1 = \dfrac{r_1(M_{\text{вр}} + P_2 r_2 - P_1 r_1)}{m_3 i_3^2 + m_2 r_2^2 + m_1 r_1^2}$. Подставляя данные задачи, получим a_1 = 3,49 м/с^2.

Вычислим модули сил инерции $R_1^{\text{ин}} = m_1 a_1$=349 Н; $R_2^{\text{ин}} = m_2 a_2$ = 26,17 Н.

Подставляя модули сил инерции в первое уравнение условий равновесия, найдём реакцию опоры барабана на шарнир O:

$$R_O = -R_2^{\text{ин}} + P_2 + P_3 + P_1 + R_1^{\text{ин}} = 2088{,}63 \text{ Н}.$$

Для определения реакций опор балки AB выберем объектом равновесия саму балку (рис. 6.9). На балку действуют сила $\vec{R}'_O$ давления со стороны шарнира O, реакция шарнира в точке A (на рис. 6.9 разложенная на составляющие $\vec{R}_{Ax}$, $\vec{R}_{Ay}$) и реакция $\vec{R}_{By}$ опоры балки на шарнир в точке B. Составим уравнения равновесия балки:

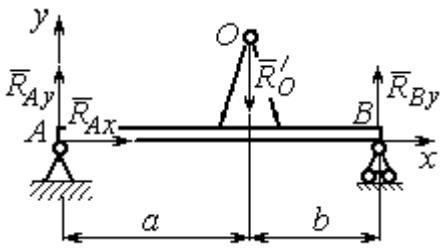


Рис. 6.9. Равновесие балки

$$\sum F_x = R_{Ax} = 0,\ \sum F_y = R_{Ay} - R'_O + R_{By} = 0,$$

$$\sum M_A(F) = R_{By}(a+b) - R'_O a = 0.$$

Решая систему с учётом того, что модули сил $\vec{R}'_O$ и $\vec{R}_O$ равны, найдём реакции опор балки: $R_{By} = R_O \dfrac{a}{a+b} = 1392{,}42$ Н; $R_{Ay} = R_O - R_{By} = 696{,}21$ Н.

Для сравнения реакции опор балки при неподвижном барабане $R_{By} = 1419{,}18$ Н, $R_{Ay} = 346{,}62$ Н.

Упражнение

Упражнение 6.1. Груз 1 соединён с грузом 2 нерастяжимой нитью, переброшенной через неподвижный блок (рис. 6.10). Опускаясь вниз, груз 2 перемещает груз 1 по горизонтальной поверхности призмы 3 без трения. Призма стоит на горизонтальной гладкой поверхности и упирается левым краем в выступ. Определить силу давления призмы на пол, если массы грузов 1, 2 и призмы 3 одинаковы и равны m. Массой нити и блока пренебречь.

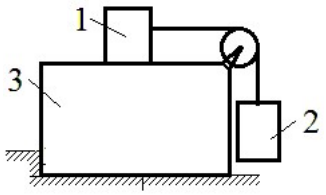


Рис. 6.10. Схема движения грузов в системе

6.2. Принцип возможных перемещений

Возможными перемещениями механической системы называют любую совокупность элементарных (бесконечно малых) перемещений точек системы из занимаемого в данный момент времени положения, которые допускаются всеми наложенными на систему связями.

Идеальными связями в механической системе называют такие связи, для которых сумма элементарных работ их реакций на любом возможном перемещении равна нулю.

Принцип возможных перемещений.

Если все приложенные к точкам системы внешние и внутренние силы разделить на **активные силы** и **реакции связей**, то для равновесия механической системы с идеальными связями необходимо и достаточно, чтобы сумма элементарных работ всех активных сил была равна нулю на любом возможном перемещении системы: $\sum \delta A(\vec{F}_k^{\text{акт}}) = 0$.

Примеры решения задач на применение принципа возможных перемещений

Задача 65. В талевом механизме барабан 1 состоит из двух соосных жестко связанных валов (рис. 6.11). При поднятии груза верхний трос барабана 1 наматывается на вал большего радиуса R_1, нижний – сматывается с вала меньшего радиуса r_1.

Какой вращающий момент M, постоянный по величине, нужно приложить к барабану, чтобы уравновесить груз весом P, прикреплённый в центре блока 4. Массами блоков и троса пренебречь.

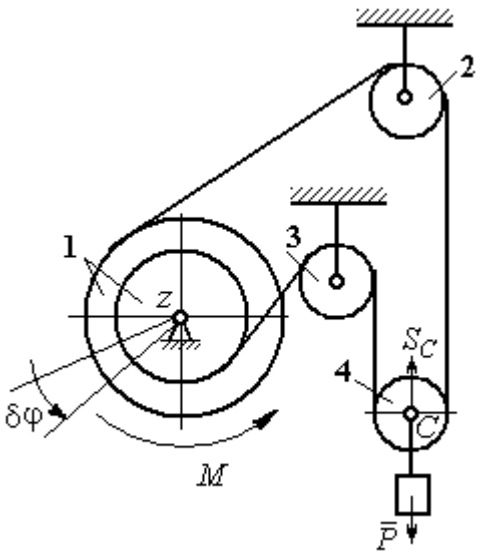


Рис. 6.11. Уравновешивание талевого механизма

Решение

Активными силами в системе являются сила тяжести груза $\vec{P}$ и уравновешивающий момент M. По принципу возможных перемещений для равновесия системы необходимо и достаточно выполнения условия:

$$\delta A(M) + \delta A(\vec{P}) = 0, \text{ или } M\delta\varphi_1 - P\delta S_C = 0.$$

где $\delta\varphi_1$ и δS_C – возможные перемещения барабана и груза.

Найдём связь между перемещениями $\delta\varphi_1$ и δS_C. Предположим, в механизме осуществляется подъём груза. На рис. 6.12 показано построение мгновенного центра скоростей блока 4 – точки *K*. Здесь скорость точки *A* блока 4 (рис. 6.12) равна скорости точек обода малого вала барабана 1, а скорость точки *B* – скорости точек обода большого вала. Составим пропорцию $\frac{V_B}{V_A}=\frac{BK}{AK}=\frac{r_4+CK}{r_4-CK}$, где r_4 – радиус блока 4 (см. рис.6.12). Подставляя выражения для скоростей точек *A* и *B* $V_A=\omega_1 r_1$, $V_B=\omega_1 R_1$, найдём расстояние: $CK=\frac{(R_1-r_1)r_4}{R_1+r_1}$.

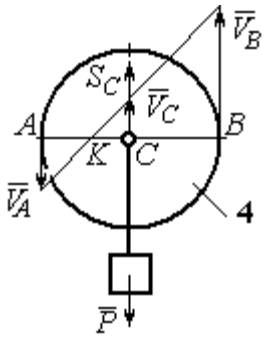


Рис. 6.12. Распределение скоростей точек блока 4

Угловая скорость блока 4 $\omega_4=\frac{V_B}{r_4+CK}=\frac{\omega_1(R_1+r_1)}{2r_4}$. Скорость его центра: $V_C=\omega_4\cdot CK=\frac{\omega_1(R_1-r_1)}{2}$. Выразим соотношение между скоростью точки *C* и угловой скоростью барабана 1 в дифференциальной форме: $dS_C=d\varphi_1\frac{(R_1-r_1)}{2}$. Поскольку действительное перемещение является одним из возможных (т. е. $ds=\delta s$, $d\varphi=\delta\varphi$), получим связь между возможными перемещениями барабана 1 и груза: $\delta S_C=\frac{\delta\varphi_1(R_1-r_1)}{2}$.

Подставляя найденное соотношение в уравнение принципа возможных перемещений, представим его в окончательном виде: $M\delta\varphi_1-P\frac{\delta\varphi_1(R_1-r_1)}{2}=0$, откуда найдём значение уравновешивающего момента: $M=\frac{P(R_1-r_1)}{2}$.

Задача 66. Брус 1 весом $P_1 = P$ лежит на цилиндрическом катке 2 и на блоке 3 одинаковых радиусов r, и одинакового веса $P_2 = P_3 = 2P$ (рис. 6.13). Каток 2 катится без проскальзывания по наклонной плоскости с углом наклона 30º к горизонту. Блок 3 вращается вокруг неподвижной оси z и к нему приложена пара сил с моментом $M = Pr$. Каток и блок расположены так, что брус 1 параллелен наклонной плоскости.

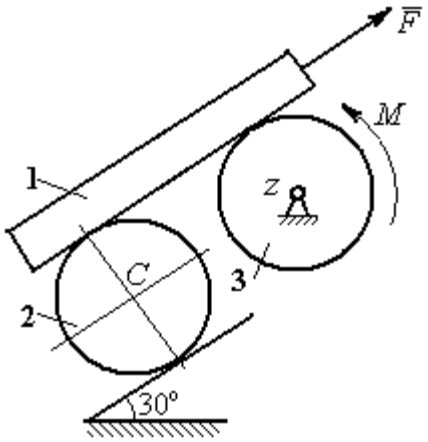


Рис. 6.13. Равновесие механической системы

Какую силу F, параллельную наклонной плоскости, нужно приложить к брусу 1, чтобы удержать его в равновесии. Скольжение между брусом и катком, брусом и блоком отсутствует.

Решение

Рассмотрим механизм, состоящий из бруса 1, катка 2 и блока 3. Активными силами, действующими на механизм, являются силы тяжести $\vec{P}_1$, $\vec{P}_2$ и $\vec{P}_3$ бруса, катка и блока, пара сил с моментом M, приложенная к блоку 3, и сила $\vec{F}$, приложенная к брусу. Связи в механизме идеальные, так как работа реакции $\vec{N}_2$ опоры катка 2 на плоскость, работа силы $\vec{F}_{сц}$ сцепления катка с плоскостью и работа реакции шарнира блока 3 при любом перемещении системы равны нулю. Направления векторов сил в системе показаны на рис. 6.14.

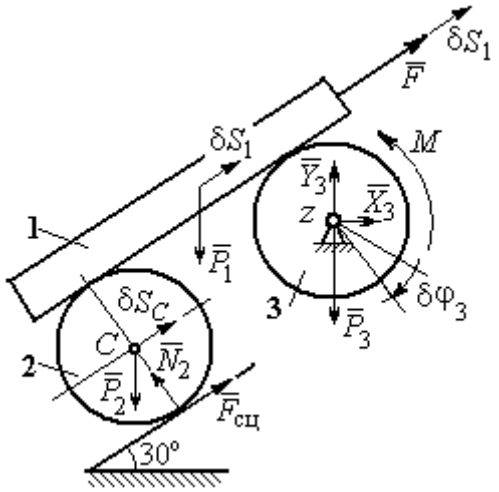


Рис. 6.14. Расчётная схема применения принципа возможных перемещений

Придадим системе возможное перемещение, сдвинув брус 1 на расстояние δS_1 вдоль линии действия силы $\vec{F}$, вверх по наклонной плоскости. Тогда

центр катка 2 переместится на расстояние δS_C, а блок 3 повернётся на элементарный угол $\delta\varphi_3$ (см. рис. 6.14).

Для определения условий равновесия применим к системе принцип возможных перемещений. Получим уравнение:

$$-P_1\delta S_1\cos 60^\circ - P_2\delta S_C\cos 60^\circ - M\delta\varphi_3 + F\delta S_1 = 0.$$

Выразим все перемещения через перемещение бруса δS_1. Допустим, скорость бруса равна V_1. Тогда $V_C = \frac{V_1}{2}$, и, следовательно, $\delta S_C = \frac{\delta S_1}{2}$.

Угловая скорость блока 3 $\omega_3 = \frac{V_1}{r}$, отсюда $\delta\varphi_3 = \frac{\delta S_1}{r}$.

Подставляя найденные соотношения в уравнение принципа возможных перемещений с учётом данных задачи, находим $F = 2P$.

Задача 67. Уравновешивание роликового катка 3 с противовесом 1 осуществляется с помощью пары сил с моментом *M*, приложенных к блоку 2. Каток состоит из двух соосных жестко связанных дисков (рис. 6.15) радиусов *r* и *R* = 2*r* с общей массой 3*m*. Масса груза 1 равна *m*. При движении каток катится без скольжения по вертикальной поверхности, касаясь её диском меньшего радиуса. Вертикальная пружина с закреплённым верхним концом своим нижним концом удерживает каток за центр масс. Жесткость пружины $c = mg / r$.

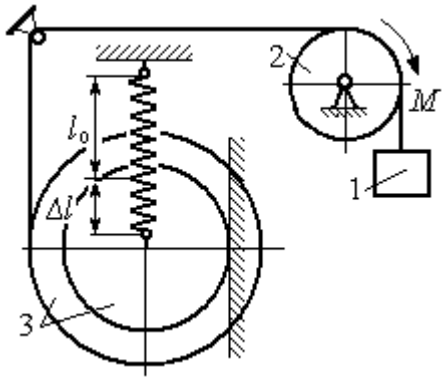


Рис. 6.15. Уравновешивание роликового катка

Какой величины уравновешивающий момент *M* приложен к блоку 2, если при равновесии катка пружина растянулась относительно недеформированного состояния на величину $\Delta l = r$.

Решение

Рассмотрим механическую систему, состоящую из груза 1, блока 2 и катка 3. Активными силами, действующими на механизм, являются силы тяжести $\vec{P}_1$, $\vec{P}_2$ и $\vec{P}_3$ – груза, блока и катка, пара сил с моментом M, приложенная к блоку 2, и сила $\vec{F}_{\text{упр}}$ упругости пружины, приложенная к центру катка. Реакциями связей в механизме являются: сила $\vec{F}_{\text{сц}}$ сцепления катка с плоскостью и реакция $\vec{R}_2$ шарнира блока 2. Реакция $\vec{N}_2$ опоры катка 2 на вертикальную плоскость равна нулю (на рис. 6.16 не показана).

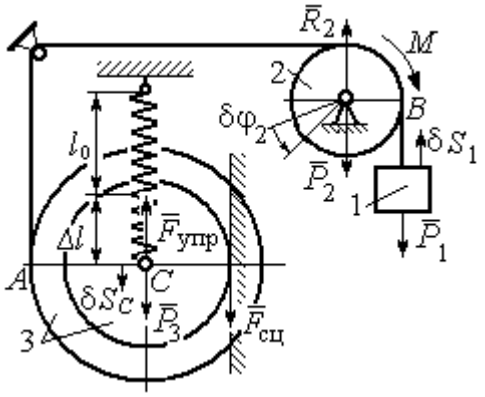


Рис. 6.16. Расчётная схема уравновешивания ролика

Допустим, система находится в равновесии. Дадим центру катка возможное перемещение δS_C, направленное вертикально вниз. При этом блок 2 повернётся на угол $\delta\varphi_2$, а груз 1 получит бесконечно малое перемещение δS_1. Направления возможных перемещений показаны на рис. 6.16.

Составим уравнение принципа возможных перемещений:

$$P_3\delta S_C - F_{\text{упр}}\delta S_C + M\delta\varphi_2 - P_1\delta S_1 = 0,$$

где сила упругости в положении равновесия системы $F_{\text{упр}} = c\Delta l$.

Выразим перемещения $\delta\varphi_2$, δS_1 блока 2 и груза 1 через перемещение центра катка δS_C. Предположим, при возможном перемещении скорость центра масс катка равна V_C. Скорость груза 1 равна скорости точки A на ободе большого диска катка: $V_1 = V_A = \dfrac{R+r}{r}V_C$. Здесь учтено, что точка касания катка

с вертикальной поверхностью является его мгновенным центром скоростей. Угловая скорость блока 2 $\omega_2 = \dfrac{V_A}{r} = \dfrac{R+r}{r^2} V_C$.

Представляя кинематические соотношения в дифференциальном виде, получим необходимые связи между возможными перемещениями:

$$\delta S_1 = \frac{R+r}{r}\delta S_C = 3\delta S_C; \quad \delta\varphi_2 = \frac{R+r}{r^2}\delta S_C = \frac{3\delta S_C}{r}.$$

Окончательно уравнение принципа возможных перемещений выражается в виде: $P_3\delta S_C - c\Delta l\delta S_C + M\dfrac{3\delta S_C}{r} - P_1 3\delta S_C = 0$. Величина уравновешивающего момента $M = \dfrac{1}{3}mgr$.

Упражнения

Упражнение 6.2. Штамповка деталей осуществляется при помощи рычажного пресса (рис. 6.17). Найти соотношение между силой F, приложенной к внешнему рычагу, и силой Q, сжимающей деталь A вдоль центральной оси.

Длины рычагов a, b, c, d показаны на рис. 6.17.

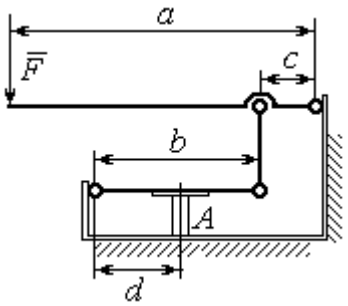


Рис. 6.17. Рычажный пресс

Упражнение 6.3. Конструкция состоит из двух валов, находящихся во внешнем зацеплении, и двух грузов, удерживающихся нитями, намотанными валы (рис. 6.18).

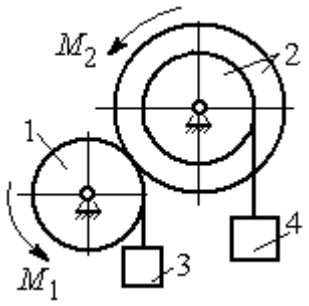


Рис. 6.18. Схема уравновешивания валов

Радиус вала 1 $R_1 = r$. Вал 2 состоит из двух барабанов, жестко скреплённых на одной оси. Радиусы барабанов: $R_2 = 3r$, $r_2 = r$.

Найти величину уравновешивающего момента M_2, приложенного к валу 2, если к валу 1 приложена пара сил с моментом $M_1 = 2Pr$, а грузы 3 и 4 одинакового веса P.

6.3. Общее уравнение динамики

При движении механической системы с идеальными связями в каждый момент времени сумма элементарных работ активных сил и сил инерции на любом возможном перемещении равна нулю:

$$\sum \delta A(\vec{F}_k^{\text{акт}}) + \sum \delta A(\vec{R}_k^{\text{и}}) = 0,$$

где $\delta A(\vec{F}_k^{\text{акт}})$, $\delta A(\vec{R}_k^{\text{и}})$ – элементарные работы активных сил и сил инерции, приложенных к точкам системы на её возможном перемещении.

При вычислении элементарных работ активных сил и сил инерции используют обычные формулы для вычисления работы сил на элементарном перемещении точек их приложения.

Примеры решения задач на применение общего уравнения динамики

Задача 68. Механическая система включает груз 1, ступенчатый диск 2 (каток), катящийся ступенькой по неподвижному рельсу, и однородный диск 3 (блок), вращающийся вокруг неподвижной оси, соединённых нерастяжимыми нитями (рис. 6.19). Качение ступенчатого диска происходит без скольжения. К грузу 1 приложена сила $\vec{F}$ под углом 30° к горизонтальному направлению движения груза. К блоку 3 приложена пара сил с моментом M. Найти закон движения центра масс катка 2 и реакцию шарнира блока 3 в момент времени t = 1 с, если P_1 = 10 Н; P_2 = 20 Н; P_3 = 15 Н; $F = 5(t+1)$ Н; $M = 3(1+2t)$ Н·м; R_2 = 0,8 м; r_2 = 0,2 м; R_3 = 0,4 м; момент инерции катка 2 относительно оси, проходящей через центр масс перпендикулярно плоскости движения, i_{2C} = 0,6 м.

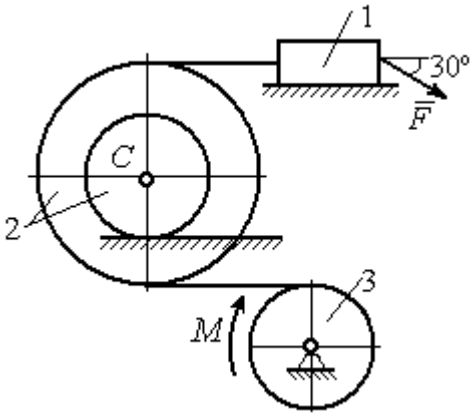


Рис. 6.19. Схема движения механической системы

Решение

В рассматриваемой механической системе активными силами являются силы тяжести $\vec{P}_1$, $\vec{P}_2$, $\vec{P}_3$, сила $\vec{F}$ и пара сил с моментом M (рис. 6.20).

Реакциями связей являются нормальные реакции опор: $\vec{N}_1$, $\vec{N}_2$, сила сцепления катка 2 с неподвижной поверхностью $\vec{F}_{сц}$ и реакция шарнира O блока 3 (на рис. 6.20 реакция показана в виде разложения на составляющие $\vec{X}_3$, $\vec{Y}_3$). Связи идеальные, так как скольжение груза 1 происходит по гладкой поверхности, качение диска 2 без проскальзывания, а ось вращения блока 3 неподвижна.

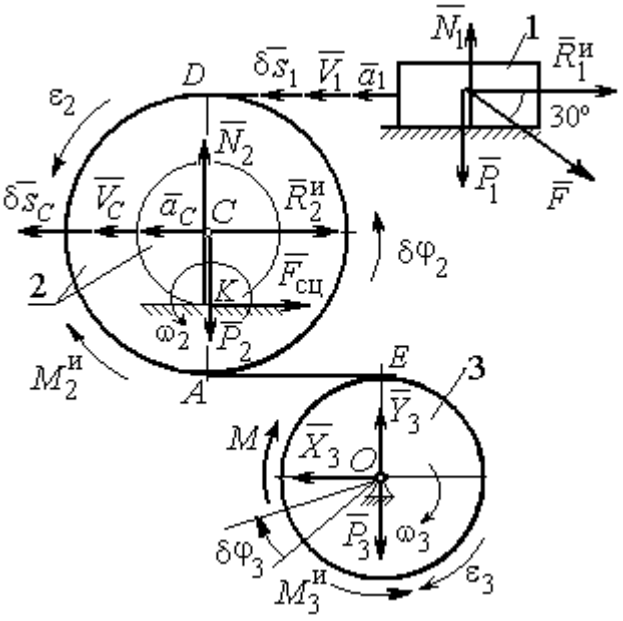


Рис. 6.20. Расчётная схема исследования движения механической системы

Предположим, система движется так, что блок 3 вращается с угловой скоростью ω_3 и угловым ускорением ε_3 в направлении поворота, создаваемого моментом M. Соответствующие направления скорости $\vec{V}_C$ и ускорения $\vec{a}_C$ центра масс катка 2, его угловой скорости ω_2 и ускорения ε_2, а также направление скорости $\vec{V}_1$ и ускорения $\vec{a}_1$ груза 1 показаны на рис. 6.20.

Присоединим к телам системы силы инерции. Главные векторы $\vec{R}_1^{и}$, $\vec{R}_2^{и}$ сил инерции груза 1 и катка 2 приложены в центрах масс груза и катка и направлены в сторону, противоположную ускорениям $\vec{a}_1$ и $\vec{a}_C$. Главные моменты $\vec{M}_2^{и}$, $\vec{M}_3^{и}$ сил инерции катка 2 и блока 3 направлены в сторону, противоположную угловым ускорениям ε_2 и ε_3.

Главные векторы и главные моменты сил инерции показаны на рис. 6.20.

Для механической системы с идеальными связями общее уравнение динамики имеет вид:

$$\sum \delta A(\vec{F}_k^{\text{акт}}) + \sum \delta A(\vec{R}_k^{\text{и}}) = 0 .$$

Угловая скорость катка 2 $\omega_2 = \dfrac{V_C}{CK} = \dfrac{V_C}{r_2}$. Здесь учтено, что в точке K находится мгновенный центр скоростей катка (см. рис. 6.20). Скорость точки E блока 3 равна скорости точки A катка 2 (см. рис. 6.20):

$$V_E = V_A = \omega_2 \cdot AK = \omega_2 (R_2 - r_2) = V_C \frac{R_2 - r_2}{r_2} .$$

Угловая скорость блока 3 $\omega_3 = \dfrac{V_E}{R_3} = V_C \dfrac{(R_2 - r_2)}{R_3 r_2}$.

Скорость груза 1 равна скорости точки D катка 2:

$$V_1 = V_D = \omega_2 \cdot DK = \omega_2 (R_2 + r_2) = V_C \frac{(R_2 + r_2)}{r_2} .$$

Соотношения между ускорениями определяются путем дифференцирования установленных кинематических равенств:

$$a_1 = a_C \frac{(R_2 + r_2)}{r_2}, \quad \varepsilon_2 = \frac{a_C}{r_2}, \quad \varepsilon_3 = a_C \frac{(R_2 - r_2)}{R_3 r_2} .$$

Если выразить скоростные кинематические соотношения в дифференциальном виде, то, полагая действительное перемещение возможным (т. е. $ds = \delta s$, $d\varphi = \delta\varphi$), получим соотношения между перемещениями:

$$\delta s_1 = \delta s_C \frac{(R_2 + r_2)}{r_2}, \ \delta\varphi_2 = \frac{\delta s_C}{r_2}, \ \delta\varphi_3 = \delta s_C \frac{(R_2 - r_2)}{R_3 r_2} .$$

Найдем элементарные работы активных сил.

Работы сил тяжести груза 1 и катка 2 равны нулю, так как перемещения точек приложения сил перпендикулярны векторам сил.

Работа силы тяжести блока 3 также равна нулю, поскольку точка прило-

жения силы тяжести блока 3 не перемещается:

$$\delta A(\vec{P}_1) = P_1 \delta s_1 \cos 90^\circ = 0;\ \ \delta A(\vec{P}_2) = P_2 \delta s_C \cos 90^\circ = 0;\ \delta A(\vec{P}_3) = 0.$$

Работу совершают только пара сил с моментом M и сила $\vec{F}$:

$$\delta A(\vec{M}) = M\delta\varphi_3 = M\delta s_C \frac{(R_2 - r_2)}{R_3 r_2};$$

$$\delta A(\vec{F}) = F\delta s_1 \cos 150^\circ = -F\delta s_C \frac{(R_2 + r_2)}{r_2}\cos 30^\circ.$$

В результате сумма элементарных работ активных сил:

$$\sum \delta A(\vec{F}_k^{\text{акт}}) = \delta A(\vec{M}) + \delta A(\vec{F}) =$$

$$= M\delta s_C \frac{(R_2 - r_2)}{R_3 r_2} - F\delta s_C \frac{(R_2 + r_2)}{r_2}\cos 30^\circ = (0{,}85 + 23{,}35t)\delta s_C.$$

Определим модули главных векторов и главных моментов сил инерции:

$$R_1^{\text{и}} = m_1 a_1 = \frac{P_1}{g}\frac{(R_2 + r_2)}{r_2} a_C,\ \ R_2^{\text{и}} = m_2 a_C = \frac{P_2 a_C}{g};$$

$$M_2^{\text{и}} = J_{2C}\varepsilon_2 = \frac{P_2}{g} i_{2C}^2 \frac{a_C}{r_2};$$

$$M_3^{\text{и}} = J_{3O}\varepsilon_3 = \frac{P_3 R_3}{2g}\frac{(R_2 - r_2)}{r_2} a_C,$$

где J_{2C} – момент инерции катка 2 относительно оси, проходящей через его центр масс перпендикулярно плоскости движения, $J_{2C} = m_2 i_{2C}^2$; i_{2C} – радиус инерции катка; J_{3O} – осевой момент инерции блока 3, $J_{3O} = \frac{m_3 R_3^2}{2}$.

Найдем элементарные работы сил инерции:

$$\delta A(\vec{R}_1^{\text{и}}) = -R_1^{\text{и}}\delta s_1 = -\frac{P_1 (R_2 + r_2)^2 a_C}{g r_2^2}\delta s_C;$$

$$\delta A(\vec{R}_2^{\text{и}}) = -R_2^{\text{и}}\delta s_C = -\frac{P_2 a_C}{g}\delta s_C;$$

$$\delta A(\vec{M}_2^{\text{и}}) = -M_2^{\text{и}}\delta\varphi_2 = -\frac{P_2 i_2^2 a_C}{g r_2^2}\delta s_C;$$

$$\delta A(\vec{M}_3^{\text{и}}) = -M_3^{\text{и}}\delta\varphi_3 = -\frac{P_3(R_2 - r_2)^2 a_C}{2 g r_2^2}\delta s_C.$$

Сумма элементарных работ сил инерции:

$$\sum\delta A(\vec{R}_k^{\text{и}}) = -\frac{P_1(R_2 + r_2)^2 a_C}{g r_2^2}\delta s_C - \frac{P_2 a_C}{g}\delta s_C - \frac{P_2 i_2^2 a_C}{g r_2^2}\delta s_C -$$

$$-\frac{P_3(R_2 - r_2)^2 a_C}{2 g r_2^2}\delta s_C = -52{,}75\, a_C \delta s_C, \text{ где } g = 9{,}81 \text{ м/с}^2.$$

С учетом проделанных вычислений общее уравнение динамики принимает вид: $\sum\delta A(\vec{F}_k^{\text{акт}}) + \sum\delta A(\vec{R}_k^{\text{и}}) = (0{,}85 + 23{,}35t)\delta s_C - 52{,}75\, a_C \delta s_C = 0$, откуда найдём ускорение центра масс катка 2 как функцию времени:

$$a_C(t) = 0{,}02 + 0{,}45t.$$

Представляя ускорение a_C в виде второй производной координаты движения центра масс $a_C = \ddot{s}_C$, получим дифференциальное уравнение $\ddot{s}_C = 0{,}02 + 0{,}45t$. Дважды проинтегрировав это уравнение с нулевыми начальными условиями, найдём закон движения центра масс:

$$s_C = 0{,}01t^2 + 0{,}075t^3.$$

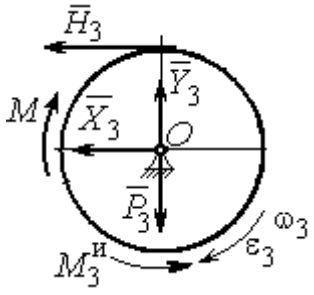


Рис. 6.21. Вращение блока 3

Рассмотрим вращательное движение блока 3, освободив его от связей. На блок действуют сила тяжести $\vec{P}_3$, реакция подшипника, разложенная на составляющие $\vec{X}_3$, $\vec{Y}_3$, пара сил с моментом M и реакция нити $\vec{H}_3$ (рис. 6.21). Присоединим к блоку 3 силы инерции. При вращательном движении блока вокруг оси, проходящей через центр масс, главный вектор сил инерции равен ну-

лю. Главный момент сил инерции $M_3^{\text{и}}$ направлен в сторону, противоположную угловому ускорению блока 3.

По принципу Даламбера система сил, приложенных к блоку 3, включая силы инерции, находится в равновесии. Составим уравнение равновесия в виде равенства нулю суммарного момента всех сил относительно оси вращения: $M - H_3 R_3 - M_3^{\text{и}} = 0$, откуда найдём реакцию нити: $H_3 = \dfrac{M}{R_3} - \dfrac{M_3^{\text{и}}}{R_3}$. Подставляя в уравнение величину модуля главного момента сил инерции блока 3 $M_3^{\text{и}}(1) = 0{,}7$ Н·м и значение момента, приложенного к блоку 3, в момент времени $t = 1$ с, $M(1) = 9$ Н·м найдём реакцию нити $H_3(1) = 20{,}75$ Н.

Уравнения равновесия, составленные в виде проекций сил на вертикальную и горизонтальную оси (см. рис. 6.21), имеют вид:

$$X_3 + H_3 = 0,\ Y_3 - P_3 = 0.$$

Составляющие реакции шарнира блока 3 в момент времени $t = 1$ с: $X_3 = -20{,}75$ Н, $Y_3 = 15$ Н. Полная реакция шарнира $R_3 = \sqrt{X_3^2 + Y_3^2} = 25{,}6$ Н.

Задача 69. Груз 2 весом P_2, поднимаемый лебёдкой (рис. 6 22), подвешен в центре подвижного блока 3 весом P_3. Нерастяжимая нить одним концом прицеплена к грузу 1 весом P_1, лежащему на наклонной плоскости. Другой конец, переброшенный через невесомый блок B, охватывает снизу подвижный блок 3 радиуса r и закреплён в вертикальном положении. К грузу 1 приложена сила $\vec{F}$, направленная вдоль наклонной плоскости.

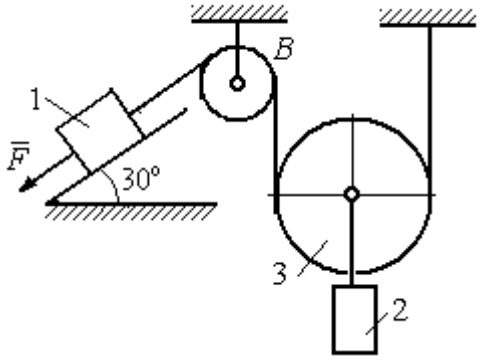


Рис. 6.22. Схема подъёмного устройства

Найти закон движения поднимаемого груза, если $P_1 = P_3 = P$, $P_2 = 3P$, $F = 2P$ и движение началось из состояния покоя.

Решение

Применим к решению задачи общее уравнение динамики. В данной механической системе активными силами являются силы тяжести $\vec{P}_1$, $\vec{P}_2$, $\vec{P}_3$ и сила $\vec{F}$ (рис. 6.23). Реакциями связей являются реакция шарнира блока *B* и реакция опоры груза 1 (на рис. 6.23 не показаны). Связи идеальные, так как работа реакций связей равна нулю.

Предположим, груз 1 спускается вниз по наклонной плоскости с ускорением a_1. Приложим к телам системы силы инерции. Главные вектора сил инерции $\vec{R}_1^{\text{ин}}$ и $\vec{R}_2^{\text{ин}}$ грузов 1 и 2, движущихся поступательно, приложены в центрах масс грузов и направлены противоположно векторам ускорений тел. Главный вектор $\vec{R}_3^{\text{ин}}$ сил инерции блока 3 приложен в центре масс блока 3 и направлен противоположно вектору ускорения его центра масс. Главный момент сил инерции $M_3^{\text{ин}}$ относительно оси, проходящей через центр масс блока 3 перпендикулярно плоскости движения, направлен в сторону, противоположную направлению углового ускорения блока 3, совпадающего с направлением углового движения. Направления главных векторов и главного момента сил инерции тел показаны на рис. 6.23.

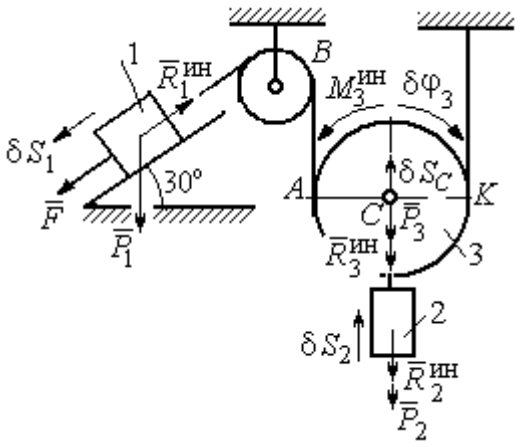


Рис.6.23. Активные силы и силы инерции, приложенные к системе

Дадим системе возможное перемещение, при котором груз 1 спустился вниз по наклонной плоскости на расстояние δS_1. В соответствии с приложенными в системе связями центр масс подвижного блока 2 и груз 2 переместились вверх на высоту δS_C, а сам блок повернулся на угол $\delta\varphi_3$ (см. рис. 6.23).

Составим общее уравнение динамики $\sum \delta A(\vec{F}_k^{\text{акт}}) + \sum \delta A(\vec{R}_k^{\text{и}}) = 0$. Получим

$$F\delta S_1 + P_1 \delta S_1 \cos 60° - P_2 \delta S_2 - P_3 \delta S_C -$$

$$- R_1^{\text{ин}} \delta S_1 - R_2^{\text{ин}} \delta S_C - R_3^{\text{ин}} \delta S_C - M_3^{\text{ин}} \delta \varphi_3 = 0,$$

где модули сил инерции $R_1^{\text{ин}} = m_1 a_1$, $R_2^{\text{ин}} = m_2 a_2$, $R_3^{\text{ин}} = m_3 a_C$, $M_3^{\text{ин}} = \dfrac{m_3 r^2}{2} \varepsilon_3$.

Выразим перемещение δS_2 и ускорение a_2 груза 2, а также поворот $\delta \varphi_3$ и угловое ускорение ε_3 подвижного блока 3 через перемещение δS_1 и ускорение a_1 груза 1.

Угловая скорость блока 3 $\omega_3 = \dfrac{V_A}{AK} = \dfrac{V_1}{2r}$. Здесь учтено, что точка K блока 3 является его мгновенным центром скоростей. Тогда, элементарный поворот блока $\delta \varphi_3 = \dfrac{\delta S_1}{2r}$, а его угловое ускорение $\varepsilon_3 = \dfrac{a_1}{2r}$.

Скорость центра масс блока 3 и скорость груза 2: $V_2 = V_C = \dfrac{V_1}{2}$. Из этого равенства следует, что: $\delta S_2 = \delta S_C = \dfrac{\delta S_1}{2}$, $a_2 = a_C = \dfrac{a_1}{2}$.

Подставляя найденные соотношения в общее уравнение динамики с учётом данных задачи, окончательно получим уравнение: $\dfrac{1}{2} P \delta S_1 = \dfrac{17}{8g} P a_1 \delta S_1$. Отсюда $a_1 = \dfrac{4}{17} g = 0{,}23g$. Ускорение груза 2, $a_2 = \dfrac{a_1}{2} = 0{,}12g$.

Представим ускорение груза 2 в виде второй производной координаты его движения. Получим дифференциальное уравнение: $\ddot{S}_2 = 0{,}12g$. Дважды проинтегрировав его с нулевыми начальными условиями, найдём закон движения груза: $S_2 = 0{,}06gt^2$.

Задача 70. Грузы 1 и 2 весом $P_1 = 20$ Н и $P_2 = 30$ Н привязаны к нерастяжимой нити. Нить переброшена через неподвижные блоки B и D и охватывает снизу подвижный блок 3 весом $P_3 = 40$ Н (рис. 6.24). Определить ускорения грузов 1 и 2 и центра масс блока 3. Весом неподвижных блоков B и D пренебречь.

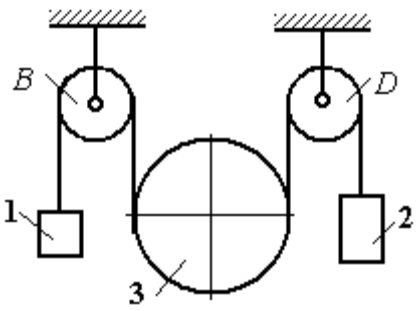


Рис. 6.24. Механическая система с двумя степенями свободы

Решение

В данной механической системе активными силами являются силы тяжести $\vec{P}_1$, $\vec{P}_2$, $\vec{P}_3$ (рис. 6.25), а реакциями связей – реакции шарниров блоков B и D. Связи идеальные, так как оси вращения блоков B и D неподвижны.

Применим к решению задачи общее уравнение динамики. Система имеет две степени свободы. В этом случае общее уравнение динамики необходимо составлять для каждого из независимых перемещений.

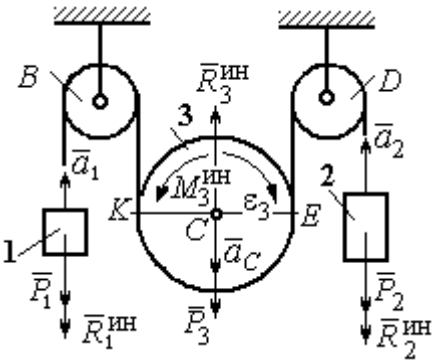


Рис.6.25. Активные силы и силы инерции, приложенные к системе

Предположим, система движется так, что оба груза 1 и 2 равноускоренно перемещаются вверх. Скорости грузов $\vec{V}_1$, $\vec{V}_2$, ускорения – $\vec{a}_1$ и $\vec{a}_2$. Блок 3 опускается вниз с ускорением центра $\vec{a}_C$, вращается и имеет угловое ускорение ε_3, направленное по ходу часовой стрелки (см. рис. 6.25).

Приложим к телам системы силы инерции (см. рис. 6.25). Модули сил инерции: $R_1^{ин} = m_1 a_1$, $R_2^{ин} = m_2 a_2$, $R_3^{ин} = m_3 a_C$. Главный момент сил инерции блока 3 $M_3^{ин} = J_{3C}\varepsilon_3$, где осевой момент инерции $J_{3C} = \dfrac{m_3 r^2}{2}$. Направления векторов сил и моментов сил инерции показаны на рис. 6.25.

Для вычисления углового ускорения блока 3 воспользуемся векторным представлением ускорения точки при плоскопараллельном движении тела. Выберем точку K за полюс. Ускорение точки E определяется равенством $\vec{a}_E = \vec{a}_K + \vec{a}^{\,n}_{EK} + \vec{a}^{\,\tau}_{EK}$, где $\vec{a}_K$ – ускорение полюса K; $\vec{a}^{\,n}_{EK}$, $\vec{a}^{\,\tau}_{EK}$ – нормальная и касательная составляющие ускорения точки E при вращении блока 3 вокруг полюса K (рис. 6.26). Спроектируем векторное равенство на вертикальную ось $E\tau$. Получим: $a_{E\tau} = a_{K\tau} + a^{\tau}_{EK}$, где $a_{E\tau}$ и $a_{K\tau}$ – проекции ускорений точек E и K на вертикальную ось.

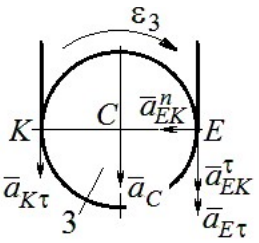


Рис. 6.26. Схема вычисления углового ускорения блока 3

Поскольку модуль ускорения точки K нити равен модулю ускорения груза 1, то $a_{K\tau} = a_1$. Модуль ускорения точки E нити равен модулю ускорения груза 2 и $a_{E\tau} = a_2$. Так как $a^{\tau}_{EK} = \varepsilon_3 AK = \varepsilon_3 2r$, то $\varepsilon_3 = \dfrac{a_{E\tau} - a_{K\tau}}{2r} = \dfrac{a_2 - a_1}{2r}$.

Составляя такое же векторное уравнение для определения ускорения центра масс блока 3 (точки C) и проектируя его на вертикальную ось, найдём:

$$a_C = a_{K\tau} + a^{\tau}_{CK} = a_1 + \varepsilon_3 r = \frac{a_2 + a_1}{2}.$$

Выберем в качестве независимых координат s_1, s_2 – положения грузов 1 и 2, отсчитываемые от неподвижных осей вращения блоков B и D. Возможные перемещения грузов обозначим δs_1 и δs_2.

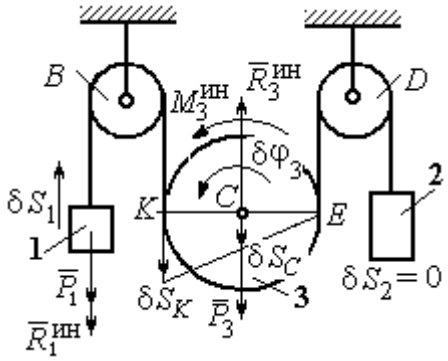


Рис.6.27. Движение системы при перемещении груза 1.

Дадим системе возможное перемещение, при котором груз 1 поднимается вверх на расстояние δs_1, а груз 2 – неподвижен. При таком движении нить, соединяющая груз 2 с блоком 3, неподвижна вплоть до точки E (рис. 6.27).

Вращение блока 3 происходит против направления хода часовой стрелки. Точка E является мгновенным центром скоростей блока 3, и угловая скорость блока $\omega_3 = \dfrac{V_K}{2r} = \dfrac{V_1}{2r}$. Скорость центра масс блока $V_C = \dfrac{1}{2}V_1$. Тогда элементарный поворот блока 3 $\delta\varphi_3 = \dfrac{\delta s_1}{2r}$ и элементарное перемещения центра масс $\delta s_C = \dfrac{1}{2}\delta s_1$.

На данном возможном перемещении работу совершают как активные силы – силы тяжести $\vec{P}_1$ и $\vec{P}_3$ груза 1 и блока 3, так и силы инерции – $\vec{R}_1^{\text{ин}}$, $\vec{R}_3^{\text{ин}}$ и пара сил инерции с моментом $M_3^{\text{ин}}$.

Составим общее уравнение динамики:

$$\sum \delta A\left(\vec{F}_k^{\text{акт}}\right) + \sum \delta A\left(\vec{R}_k^{\text{ин}}\right) = -P_1\delta s_1 + P_3\delta s_C - R_1^{\text{ин}}\delta s_1 - R_3^{\text{ин}}\delta s_C + M_3^{\text{ин}}\delta\varphi_3 = 0.$$

Здесь работа сил инерции

$$R_1^{\text{ин}}\delta s_1 = m_1 a_1 \delta s_1, \quad R_3^{\text{ин}}\delta s_C = m_3 a_C \delta s_C = \frac{P_3}{g}\left(\frac{a_1 + a_2}{2}\right)\cdot\frac{1}{2}\delta s_1;$$

$$M_3^{\text{ин}}\delta\varphi_3 = J_{3C}\varepsilon_3\delta\varphi_3 = \frac{P_3 r^2}{2g}\cdot\frac{a_2 - a_1}{2r}\cdot\frac{\delta s_1}{2r}.$$

В результате общее уравнение динамики представляется выражением

$$-P_1\delta s_1 + \frac{1}{2}P_3\delta s_1 - \frac{P_1}{g}a_1\delta s_1 - \frac{P_3}{g}\left(\frac{a_1 + a_2}{2}\right)\cdot\frac{1}{2}\delta s_1 + \frac{P_3 r^2}{2g}\cdot\frac{a_2 - a_1}{2r}\cdot\frac{\delta s_1}{2r} = 0,$$

которое преобразуется к виду:

$$(3P_3 + 8P_1)a_1 + P_3 a_2 = (4P_3 - 8P_1)g.$$

Дадим системе другое независимое возможное перемещение, при котором груз 2 движется вверх ($\delta s_2 \neq 0$), а груз 1 неподвижен ($\delta s_1 = 0$).

При этом перемещении нить, соединяющая груз 1 и блок 3 неподвижна вплоть до точки K (рис. 6.28). Вращение блока 3 происходит по направлению хода часовой стрелки. Точка K является мгновенным центром скоростей бло-

ка 3. Тогда $\omega_3 = \frac{V_E}{2r} = \frac{V_2}{2r}$ и скорость центра масс блока $V_C = \frac{1}{2}V_2$. Элементарный поворот блока 3 $\delta\varphi_3 = \frac{\delta s_2}{2r}$ и перемещение центра масс $\delta s_C = \delta s_E = \frac{1}{2}\delta s_2$.

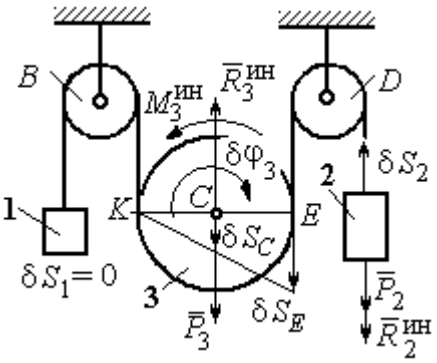


Рис. 6.28. Движение системы при перемещении груза 2

При таком движении работу совершают силы тяжести $\vec{P}_2$ и $\vec{P}_3$, силы инерции $\vec{R}_2^{ин}$, $\vec{R}_3^{ин}$ и пара сил с моментом $M_3^{ин}$.

Составим общее уравнение динамики на возможном перемещении δs_2 (см. рис. 6.28):

$$-P_2\delta s_2 - R_2^{ин}\delta s_2 + P_3\delta s_C - R_3^{ин}\delta s_C - M_3^{ин}\delta\varphi_3 = 0,$$

которое преобразуется к виду

$$-P_2\delta s_2 - \frac{P_2}{g}a_2\delta s_2 + \frac{1}{2}P_3\delta s_2 - \frac{P_3}{g}\left(\frac{a_1+a_2}{2}\right)\frac{1}{2}\delta s_2 - \frac{P_3 r^2}{2g}\left(\frac{a_2-a_1}{2r}\right)\frac{\delta s_2}{2r} = 0$$

или к виду

$$(8P_2 + 3P_3)a_2 + P_3 a_1 = (4P_3 - 8P_2)g.$$

Подставляя данные задачи в оба уравнения динамики, соответствующие независимым перемещениям δs_1 и δs_2, получим систему уравнений:

$$7a_1 + a_2 = 0, \quad 2g + 9a_2 + a_1 = 0.$$

Решение системы: $a_1 = \frac{1}{31}g$, $a_2 = -\frac{7}{31}g$ представляет ускорения грузов 1 и 2. Ускорение центра масс блока 3 находится по формуле $a_C = \frac{a_1 + a_2}{2} = -\frac{3}{31}g$.

Знаки ускорений определяют направления движений тел: груз 1 движется в выбранном направлении – вверх, груз 2 – вниз, центр блока 3 – вверх.

Упражнения

Упражнение 6.4. В механической системе (рис. 6.29) блок 1 радиуса *r* и каток 2 соединены горизонтальным невесомым стержнем. Скольжение между стержнем и катками отсутствует. Каток 2 состоит из двух шкивов радиусов *r* и *R* = 2*r*, скреплённых на одной оси. Каток катится, опираясь малым шкивом на горизонтальную поверхность, без проскальзывания. Груз 3 представляет собой поршень, двигающийся по горизонтальной поверхности без трения и прикреплённый к центру масс катка 2. К блоку 1 приложена пара сил с переменным моментом $M_{\text{вр}} = mgr\sin\omega t$.

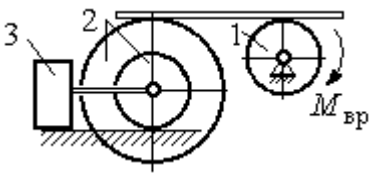


Рис. 6.29. Схема движения механической системы

Найти закон движения поршня 3, если массы грузов $m_1 = m_3 = m$, общая масса катка 2 $m_2 = 2m$, момент инерции катка 2 относительно оси, проходящей через центр масс перпендикулярно плоскости движения, $i_2 = 1{,}5r$. Движение началось из состояния покоя.

Упражнение 6.5. Груз 1, двигаясь горизонтально, приводит в движение ступенчатый барабан 2 посредством нерастяжимой нити, намотанной на его малую ступень (рис. 6.30). К барабану на нитях, намотанных на большую и малую ступеньки, подвешены два груза 3 и 4. На груз 1 действует сила $F = P(t+1)$. Определить закон движения груза 3, если веса грузов одинаковы и равны *P*, вес барабана 2 равен 2*P*, радиусы ступенек барабана *r* и 2*r*, радиус инерции барабана $i_2 = r\sqrt{2}$, и движение началось из состояния покоя.

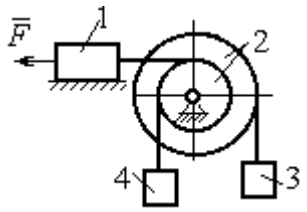


Рис. 6.30. Схема подъёмника

6.4. Уравнения Лагранжа II рода

Обобщенными координатами называется совокупность любых *s* независимых параметров $q_1, q_2, \ldots, q_S$, однозначно определяющих положение системы в любой момент времени.

Если системе сообщить возможное перемещение, при котором все обобщенные координаты изменятся на элементарные (бесконечно малые) величины $\delta q_1, \delta q_2, \ldots, \delta q_S$, называемые **вариациями обобщенных координат**, то все действующие активные силы совершат элементарную работу, которая может быть представлена в виде: $\delta A = Q_1 \cdot \delta q_1 + Q_2 \cdot \delta q_2 + \ldots + Q_s \cdot \delta q_S$.

Величина Q_k, $k = 1, 2, \ldots, s$, равная коэффициенту при вариации δq_k обобщенной координаты, называется **обобщенной силой**, соответствующей данной обобщенной координате. Расчет обобщенных сил осуществляется путем последовательного придания системе возможных перемещений, при которых варьируется только одна из обобщенных координат, а вариации остальных координат равны нулю.

Для материальной системы с идеальными связями дифференциальные уравнения движения в обобщенных координатах – **уравнения Лагранжа II рода** – имеют вид: $\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_k}\right) - \frac{\partial T}{\partial q_k} = Q_k$, $k = 1,2,...,s$, где s – число степеней свободы системы; T – кинетическая энергия системы; $q_1, q_2, \ldots, q_s$ – обобщенные координаты; $\dot{q}_1, \dot{q}_2, \ldots, \dot{q}_s$ – обобщенные скорости.

Примеры решения задач на составление уравнений Лагранжа

Задача 71. В механизме домкрата (рис. 6.31) движение зубчатого колеса 1 передаётся шестерне 2, к которой соосно прикреплено зубчатое колесо 3, имеющее зацепление с зубчатой рейкой 4, на которой поднимается груз 5 массы m_5 = 50 кг.

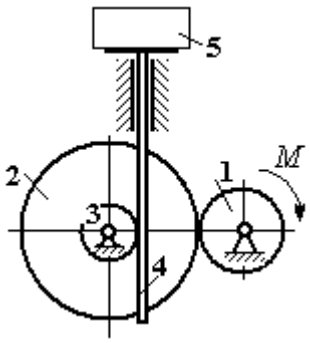


Рис. 6.31. Схема механизма домкрата

Радиусы зубчатых колёс r_1 = 5 см, r_2 = 12 см, r_3 = 6 см. Зубчатые колёса считать сплошными однородными дисками. Массы колёс m_1 = 0,8 кг, m_2 = 1,6 кг, m_3 = 0,6 кг, масса зубчатой рейки m_4 = 1 кг.

Какой величины постоянный вращающий момент нужно приложить к колесу 1 для того, чтобы в момент времени $t = 2$ с груз 5 имел скорость V_5 = 1 м/с, если движение системы начинается из состояния покоя.

Решение

Домкрат является механической системой с одной степенью свободы. Выберем в качестве обобщённой координаты координату *x*, отмечающую положение груза 5 (рис. 6.32).

Уравнение Лагранжа для обобщённой координаты *x* имеет вид: $\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{x}}\right)-\frac{\partial T}{\partial x}=Q_x$, где T – кинетическая энергия системы; $\dot{x}$ – обобщённая скорость; Q_x – обобщённая сила.

Кинетическая энергия колеса 1: $T_1=\frac{J_1\omega_1^2}{2}$, где ω_1 – угловая скорость колеса 1; J_1 – момент инерции колеса, $J_1=\frac{m_1 r_1^2}{2}$.

Кинетические энергии шестерни 2 и зубчатого колеса 3, у которых угловые скорости одинаковы, соответственно: $T_2=\frac{J_2\omega_2^2}{2}$, $T_3=\frac{J_3\omega_2^2}{2}$, где ω_2 – угловая скорость шестерни 2; J_2, J_3 – моменты инерции шестерни 2 и зубчатого колеса 3 относительно оси, проходящей через общий центр масс, $J_2=\frac{m_2 r_2^2}{2}$, $J_3=\frac{m_3 r_3^2}{2}$. Скорость груза 5 равна скорости зубчатой линейки $V_5=V_4$. Кинетическая энергия зубчатой линейки 4 и груза 5: $T_4=\frac{m_4 V_4^2}{2}$, $T_5=\frac{m_5 V_4^2}{2}$.

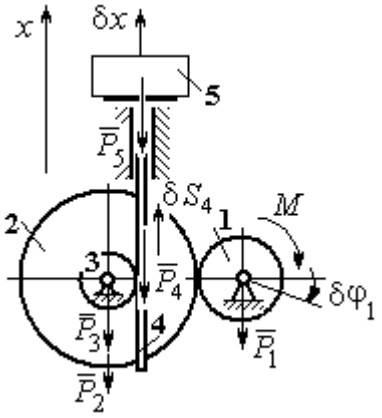


Рис. 6.32. Возможные перемещения звеньев механизма

Выразим угловые скорости колёс через скорость груза (зубчатой линейки).

Имеем: $\omega_2 = \omega_3 = \dfrac{V_4}{r_3}$ (см. рис. 6.32). Кроме того, из равенства $\omega_2 r_2 = \omega_1 r_1$ следует $\omega_1 = \dfrac{\omega_2 r_2}{r_1} = \dfrac{V_4 r_2}{r_1 r_3}$.

Подставляя полученные соотношения в выражения кинетических энергий тел и с учётом данных задачи, получим кинетическую энергию системы:

$$T = T_1 + T_2 + T_3 + T_4 + T_5 =$$

$$= \frac{m_1 r_1^2}{4}\left(\frac{V_4 r_2}{r_1 r_3}\right)^2 + \frac{m_2 r_2^2}{4}\left(\frac{V_4}{r_3}\right)^2 + \frac{m_3 r_3^2}{4}\left(\frac{V_4}{r_3}\right)^2 + \frac{m_4 V_4^2}{2} + \frac{m_5 V_4^2}{2} =$$

$$= \left[\frac{m_1 + m_2}{2}\left(\frac{r_2}{r_3}\right)^2 + \frac{m_3}{2} + m_4 + m_5\right]\frac{V_4^2}{2} = 28{,}05\, V_4^2 = 28{,}05\, \dot{x}^2 .$$

Вычислим обобщённую силу.

Дадим возможное перемещение δx грузу 5. При этом линейка 4 переместится на расстояние δs_4, а зубчатое колесо 1 повернётся на угол $\delta\varphi_1$. Найдём сумму работ всех сил, приложенных к системе, на этом возможном перемещении. Получим: $\delta A = -P_5 \delta x - P_4 \delta s_4 + M \delta\varphi_1$. Работа сил тяжести зубчатых колёс $\vec{P}_1$, $\vec{P}_2$ и $\vec{P}_3$ равна нулю, так как точки приложения этих сил неподвижны.

Из ранее полученных скоростных соотношений следуют равенства перемещений: $\delta s_4 = \delta x$, $\delta\varphi_1 = \dfrac{r_2}{r_1 r_3}\delta x$. В результате сумма работ сил на возможном перемещении системы выражается в виде $\delta A = \left(-m_5 g - m_4 g + M\dfrac{r_2}{r_1 r_3}\right)\delta x$. Отсюда обобщённая сила Q_x, соответствующая координате x: $Q_x = -(m_5 + m_4)g + M\dfrac{r_2}{r_1 r_3} = -500{,}31 + 40M$.

Составим уравнение Лагранжа.

С учётом, что $\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{x}}\right) = 56{,}1\,\ddot{x}$ и $\frac{\partial T}{\partial x} = 0$, дифференциальное уравнение движения имеет вид: $56{,}1\,\ddot{x} = -500{,}31+40M$ или $\ddot{x} = -8{,}92+0{,}71M$.

Интегрируя это уравнение с нулевыми начальными условиями, получим закон изменения скорости груза 5: $V_5 = \dot{x} = (-8{,}92+0{,}71M)t$.

По условию задачи при $t = 2$ с $V_5 = 1$ м/с. Подставляя эти данные в уравнение, получим: $M = 13{,}27$ Н·м.

Задача 72. Механическая система состоит из ступенчатого блока 2, катка 3, соединённых невесомым брусом 1, и невесомой пружины жесткостью c. Радиусы ступеней блока r и $R = 1{,}5r$, радиус катка 3 равен r. Брус, лежащий на катке 3 и блоке 2, во время движения остаётся параллельным линии качения катка 3 (рис. 6.33). В центре катка 3 приложена сила $\vec{F}$, направленная вверх параллельно наклонной плоскости, а к блоку 2 – пара сил с моментом M. Качение катка по неподвижной поверхности без скольжения. Проскальзывание между брусом 1 и дисками отсутствует. Передача движения пружины блоку 2 производится посредством невесомого жесткого вертикального стержня, прижатого к малой ступеньке блока без скольжения. Радиус инерции блока 2 относительно оси вращения $i_z = r\sqrt{2}$. Веса тел: $P_3 = P$, $P_2 = 2P$, приложенная сила $F = 2P$, момент $M = Pr$, жесткость пружины $c = P/r$.

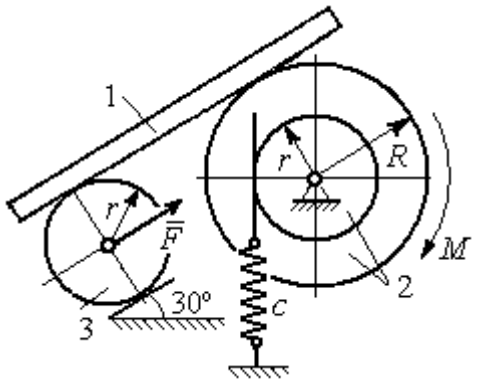


Рис. 6.33. Механическая система с одной степенью свободы

Определить закон угловых колебаний блока 2 при $P = 10$ Н, $r = 0{,}2$ м, если в начальный момент пружина находилась в нерастянутом состоянии, а блоку 2 придали угловую скорость $\omega_0 = 0{,}5$ рад/с в сторону вращения, создаваемого заданным моментом.

Решение

Рассматриваемая механическая система (рис. 6.34) имеет одну степень свободы. В качестве обобщённой координаты q выберем перемещение x верхнего края пружины, отсчитываемого от уровня недеформируемой пружины (см. рис. 6.34). Обобщённая скорость $\dot{q} = \dot{x}$.

Уравнение Лагранжа II рода, описывающее движение системы, имеет вид $\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{x}}\right) - \frac{\partial T}{\partial x} = Q_x$, где T – кинетическая энергия системы; Q_x – обобщенная сила, соответствующая обобщенной координате x.

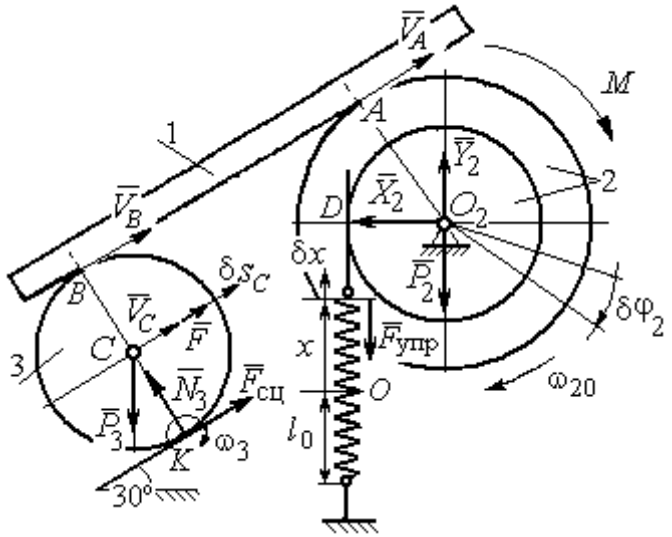


Рис. 6.34 Расчётная схема колебаний механической системы с одной степенью свободы

Вычислим кинетическую энергию системы. Энергия вращательного движения блока 2: $T_2 = \frac{1}{2} J_{2z} \omega_2^2$, где ω_2 – угловая скорость блока; J_{2z} – момент инерции блока 2 относительно оси z, $J_{2z} = m_2 i_z^2$. Каток 3 совершает плоскопараллельное движение. Его кинетическая энергия $T_3 = \frac{1}{2} m_3 V_C^2 + \frac{1}{2} J_{zC} \omega_3^2$, где V_C, ω_3 – скорость центра масс катка 3 и его угловая скорость; J_{zC} – момент инерции катка относительно оси, проходящей через его центр масс перпендикулярно плоскости движения, $J_{zC} = \frac{1}{2} m_3 r^2$; r – радиус катка.

Выразим угловые скорости ω_2, ω_3, а также скорость V_C через обобщённую скорость $\dot{x}$.

Заметим, что скорость точки D блока 2 равна скорости движения верхнего края пружины: $V_D = \dot{x}$ (см. рис. 6.34). Угловая скорость блока 2: $\omega_2 = \dfrac{V_D}{r} = \dfrac{\dot{x}}{r}$. Скорость точки A блока 2: $V_A = \omega_2 R = \dfrac{\dot{x}R}{r}$.

Так как брус совершает поступательное движение, то скорости точек A и B равны: $V_B = V_A$. Угловая скорость катка 3 (точка K касания катка 3 с неподвижной поверхностью является его мгновенным центром скоростей): $\omega_3 = \dfrac{V_B}{2r} = \dfrac{V_A}{2r} = \dfrac{\dot{x}R}{2r^2}$. Скорость центра катка 3: $V_C = \dfrac{V_B}{2} = \dfrac{\dot{x}R}{2r}$.

Подставляя найденные кинематические соотношения с учётом исходных данных задачи, получим кинетическую энергию тел системы:

$$T_2 = \frac{1}{2} J_{2z} \omega_2^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{2P}{g} \left(r\sqrt{2}\right)^2 \left(\frac{\dot{x}}{r}\right)^2 = \frac{2P}{g} \dot{x}^2;$$

$$T_3 = \frac{1}{2} m_3 V_C^2 + \frac{1}{2} J_{zC} \omega_3^2 = \frac{1}{2} \frac{P}{g} \left(\frac{\dot{x}R}{2r}\right)^2 + \frac{1}{2} \frac{Pr^2}{2g} \left(\frac{\dot{x}R}{2r^2}\right)^2 = \frac{3P}{4g} \left(\frac{R}{2r}\right)^2 \dot{x}^2.$$

Полная кинетическая энергия системы:

$$T = T_2 + T_3 = \frac{P}{g} \left(2 + \frac{3}{4} \left(\frac{R}{2r}\right)^2\right) \dot{x}^2.$$

Найдём обобщённую силу. Произвольное положение системы определяется обобщённой координатой x, показывающей растяжение пружины. Дадим пружине в произвольном положении возможное (бесконечно малое) перемещение δx в положительном направлении оси x (см. рис. 6.34). При этом блок 2 повернётся на угол $\delta\varphi_2 = \dfrac{\delta x}{r}$, центр масс катка 3 сдвинется на расстояние $\delta s_C = \dfrac{R}{2r} \delta x$. На заданном перемещении системы работу совершают сила тяжести катка 3, пара сил с моментом M, сила $\vec{F}$ и сила упругости пружины.

Элементарная работа вращающего момента M: $\delta A(M) = M\delta\varphi_2 = M\dfrac{\delta x}{r}$.

Работа силы тяжести катка 3: $\delta A(\vec{P}_3) = P_3\delta s_C\cos 120^\circ = -P_3\dfrac{R}{4r}\delta x$.

Работа силы F: $\delta A(\vec{F}) = F\delta s_C = F\dfrac{R}{2r}\delta x$.

Модуль силы упругости пружины, растянутой из недеформированного положения на расстояние x: $F_{\text{упр}} = cx$. Сила упругости направлена в сторону, противоположную растяжению (см. рис. 6.34). Её работа при перемещении δx вычисляется по формуле $\delta A(\vec{F}_{\text{упр}}) = F_{\text{упр}}\delta x\cos 180° = -cx\delta x$.

Сумма работ сил на рассматриваемом возможном перемещении системы с учётом данных задачи:

$$\delta A = M\frac{\delta x}{r} - P_3\frac{R}{4r}\delta x + F\frac{R}{2r}\delta x - cx\delta x = P\left(\frac{17}{8} - \frac{x}{r}\right)\delta x,$$

откуда обобщённая сила $Q_x = P\left(\dfrac{17}{8} - \dfrac{x}{r}\right)$.

Вычислим необходимые производные кинетической энергии: $\dfrac{d}{dt}\left(\dfrac{\partial T}{\partial \dot{x}}\right) = \dfrac{2P}{g}\left(2 + \dfrac{3}{4}\left(\dfrac{R}{2r}\right)^2\right)\ddot{x}$, $\dfrac{\partial T}{\partial x} = 0$ и, подставляя их в общий вид уравнений Лагранжа, получим дифференциальное уравнение колебаний верхнего края пружины:

$$\frac{2P}{g}\left(2 + \frac{3}{4}\left(\frac{R}{2r}\right)^2\right)\ddot{x} = P\left(\frac{17}{8} - \frac{x}{r}\right), \text{ или } \ddot{x} + 10{,}2x = 4{,}34 \text{ (здесь } g = 9{,}81 \text{ м/с}^2\text{)}.$$

Решение дифференциального уравнения представляется в виде суммы: $x = x_{\text{одн}} + x_{\text{частн}}$. Общее решение однородного уравнения имеет вид $x_{\text{одн}} = C_1\sin kt + C_2\cos kt$, где C_1, C_2 – произвольные постоянные; k – круговая частота собственных колебаний пружины, $k = \sqrt{10{,}2}$ = 3,19 рад/с. Частное ре-

шение неоднородного уравнения ищется в виде константы $x_{\text{част}} = b$. Подставив его в уравнение колебаний, получим: $b = 0{,}42$. Таким образом, общее решение неоднородного уравнения имеет вид $x(t) = C_1 \sin 3{,}19t + C_2 \cos 3{,}19t + 0{,}42$.

Произвольные постоянные C_1, C_2 находятся из начальных условий. По условию задачи в начальный момент пружина была в нерастянутом состоянии. Тогда начальная координата пружины (её верхнего края) $x(0) = 0$. Подставляя значение начальной координаты в общее решение неоднородного уравнения при $t = 0$, получим $C_2 = -0{,}42$. Скорость верхнего края пружины в начальный момент времени $\dot{x}(0)$ равна начальной скорости $V_D(0)$ точки D блока 2. Поскольку в начальный момент времени блоку 2 сообщили угловую скорость $\omega_{20} = 0{,}5$ рад/с, то при $r = 0{,}2$ м $\dot{x}(0) = V_D(0) = \omega_{20} r = 0{,}1$ м/с.

Вычисляем скорость движения края пружины, взяв производную: $\dot{x}(t) = 3{,}19 C_1 \cos 3{,}19t - 3{,}19 C_2 \sin 3{,}19t$. Подставляя начальное значение скорости, получим $C_1 = 0{,}03$.

Окончательно уравнение движения верхнего края пружин: $x(t) = 0{,}03 \sin 3{,}19t - 0{,}42 \cos 3{,}19t + 0{,}42$ м. Уравнение колебательного движения блока 2: $\varphi_2 = \dfrac{x}{r} = 0{,}15 \sin 3{,}19t - 2{,}1 \cos 3{,}19t + 2{,}1$ рад.

Задача 73. Прямоугольная призма 3 весом $2P$ лежит на катке 1 радиуса r и веса P и опирается на невесомый блок 2 (рис. 6.35). Каток 1 катится по неподвижной горизонтальной поверхности без скольжения. По наклонной поверхности призмы скатывается без скольжения каток 4 весом P и радиуса r. Угол наклона поверхности призмы к горизонту составляет

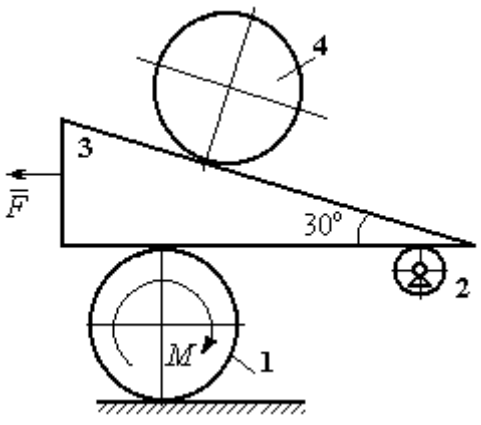


Рис. 6.35. Механическая система с двумя степенями свободы

30º. На каток 1 действует пара сил с постоянным моментом $M = 3Pr$, а на призму 3 – горизонтальная сила $\vec{F}$ с модулем $F = P$. Катки считать однородными дисками. Проскальзывание между катками 1, 4 и призмой отсутствует. В начальный момент система находилась в покое.

Определить закон движения призмы 3 и закон движения катка 4 относительно призмы.

Решение

Рассматриваемая механическая система – катки и призма имеет две степени свободы, так как перемещение катка 4 относительно призмы 3 не зависит от перемещения самой призмы и катка 1. За обобщенные координаты выберем перемещение x_4 центра масс катка 4 относительно края призмы и перемещение x_3 края призмы 3 относительно произвольной неподвижной вертикальной плоскости (рис. 6.36). Обобщенные скорости: $\dot{x}_4$, $\dot{x}_3$.

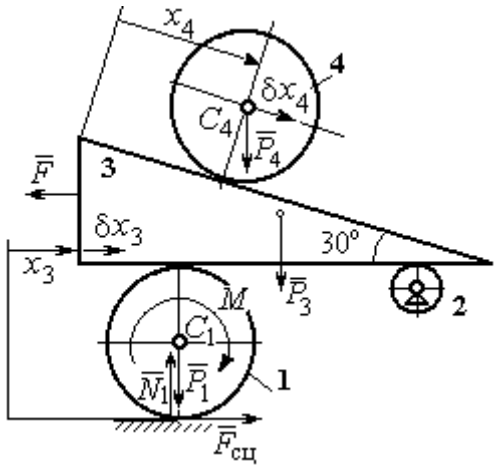


Рис. 6.36. Возможные перемещения механической системы

Уравнения Лагранжа II рода, описывающие движение системы в обобщённых координатах:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{x}_4}\right) - \frac{\partial T}{\partial x_4} = Q_{x_4};$$

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{x}_3}\right) - \frac{\partial T}{\partial x_3} = Q_{x_3},$$

где T – кинетическая энергия системы; Q_{x_4}, Q_{x_3} – обобщенные силы, соответствующие указанным обобщенным координатам.

Вычислим кинетическую энергию тел в системе.

Каток 1 совершает плоскопараллельное движение. Кинетическая энергия катка $T_1 = \frac{1}{2} m_1 V_{C_1}^2 + \frac{1}{2} J_{C_1} \omega_1^2$, где V_{C_1} – скорость центра масс катка, $V_{C_1} = \frac{1}{2}\dot{x}_3$; J_{C_1} – момент инерции катка относительно оси, проходящей через центр масс

перпендикулярно плоскости движения, $J_{C_1} = \frac{m_1 r^2}{2}$; ω_1 – угловая скорость катка 1, $\omega_1 = \frac{\dot{x}_3}{2r}$.

Призма 3 совершает поступательное движение со скоростью $V_3 = \dot{x}_3$. Её кинетическая энергия $T_3 = \frac{m_3 V_3^2}{2} = \frac{m_3 \dot{x}_3^2}{2}$.

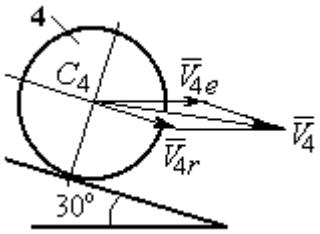


Рис. 6.37. Скорость центра масс катка 4

При расчёте кинетической энергии катка 4 по формуле $T_4 = \frac{1}{2} m_4 V_4^2 + \frac{1}{2} J_{C_4} \omega_4^2$ необходимо учитывать, что каток 4 совершает сложное движение. Здесь относительное движение катка – его качение по наклонной поверхности призмы, переносное – поступательное перемещение вместе с призмой.

Вектор абсолютной скорости центра масс катка 4 $\vec{V}_4$ представляется в виде суммы $\vec{V}_4 = \vec{V}_{4e} + \vec{V}_{4r}$ (рис. 6.37), где $\vec{V}_{4e}$ – вектор переносной скорости катка, равный по модулю скорости призмы: $V_{4e} = \dot{x}_3$; $\vec{V}_{4r}$ – вектор относительной скорости центра масс катка, равный по величине $V_{4r} = \dot{x}_4$. Модуль абсолютной скорости центра масс катка 4 (по теореме косинусов):

$$V_4^2 = V_{4e}^2 + V_{4r}^2 - 2V_{4e}V_{4r}\cos 150^\circ = \dot{x}_3^2 + \dot{x}_4^2 + 2\dot{x}_3\dot{x}_4\cos 30^\circ .$$

Поскольку переносное движение катка 4 поступательное, угловая скорость катка ω_4 равна его угловой скорости в относительном движении $\omega_4 = \frac{V_{4r}}{r} = \frac{\dot{x}_4}{r}$.

В результате выражение кинетической энергии системы, в обобщённых скоростях имеет вид:

$$T = \frac{1}{2} m_1 V_{C_1}^2 + \frac{1}{2} J_{C_1} \omega_1^2 + \frac{1}{2} m_3 V_3^2 + \frac{1}{2} m_4 V_4^2 + \frac{1}{2} J_{C_4} \omega_4^2 =$$

$$= \frac{P}{2g}\left(\frac{27}{8}\dot{x}_3^2 + \frac{3}{2}\dot{x}_4^2 + \dot{x}_3\dot{x}_4\sqrt{3}\right).$$

Дадим системе возможное перемещение по координате x_3, оставляя координату x_4 без изменения: $\delta x_3 > 0, \delta x_4 = 0$. При таком движении системы каток 4 не скатывается по призме, а движется поступательно вместе с ней. В этом случае работа сил тяжести катков 1, 4 и призмы равна нулю, так как нет вертикального перемещения точек приложения этих сил. Работу на этом перемещении будет производить только сила $\vec{F}$ и пара сил с моментом M, приложенная к катку 1. Суммарная элементарная работа

$$\delta A = -F\delta x_3 + M\delta\varphi_1 = \left(-F + \frac{M}{2r}\right)\delta x_3 .$$

Здесь учтено, что элементарный угол поворота катка 1 связан с перемещением призмы соотношением: $\delta\varphi_1 = \frac{\delta x_3}{2r}$. Отсюда обобщённая сила, соответствующая координате x_3: $Q_{x_3} = -F + \frac{M}{2r} = \frac{1}{2}P$.

Дадим системе другое независимое перемещение – по координате x_4, оставляя координату x_3 без изменения: $\delta x_4 > 0, \delta x_3 = 0$. При этом возможном перемещении вся система стоит, кроме катка 4, который скатывается по наклонной поверхности призмы. При таком движении системы работу совершает только сила тяжести катка 4. Выражая элементарную работу $\delta A = P_4\delta x_4\cos 60^\circ = \frac{1}{2}P\delta x_4$, найдём обобщённую силу, соответствующую координате x_4: $Q_{x_4} = \frac{1}{2}P$.

Составим уравнения Лагранжа. С этой целью вычислим необходимые производные кинетической энергии

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{x}_3}\right) = \frac{27P}{8g}\ddot{x}_3 + \frac{P\sqrt{3}}{2g}\ddot{x}_4;\ \ \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{x}_4}\right) = \frac{3P}{2g}\ddot{x}_4 + \frac{P\sqrt{3}}{2g}\ddot{x}_3;\ \ \frac{\partial T}{\partial x_3} = 0,\ \frac{\partial T}{\partial x_4} = 0.$$

Подставляя результаты расчётов в общий вид уравнений Лагранжа, получим систему дифференциальных уравнений:

$$\frac{27P}{8g}\ddot{x}_3 + \frac{P\sqrt{3}}{2g}\ddot{x}_4 = \frac{1}{2}P, \quad \frac{3P}{2g}\ddot{x}_4 + \frac{P\sqrt{3}}{2g}\ddot{x}_3 = \frac{1}{2}P$$

или

$$6{,}75\ddot{x}_3 + 1{,}73\ddot{x}_4 = g; \quad 3\ddot{x}_4 + 1{,}73\ddot{x}_3 = g.$$

Решаем данную систему как алгебраическую относительно ускорений $\ddot{x}_3$, $\ddot{x}_4$. Получим: $\ddot{x}_3 = 0{,}07g$, $\ddot{x}_4 = 0{,}29g$.

Интегрируя дважды эти уравнения с нулевыми начальными условиями, получим закон движения призмы ($x_3 = 0{,}035gt^2$) и центра масс катка 4 относительно призмы ($x_4 = 0{,}145gt^2$). Движение призмы и катка 4 относительно призмы происходит в положительном направлении осей.

Задача 74. Механическая система состоит из трёх тел – груза 1, катка 2 и блока 3 (рис. 6.38). Невесомый стержень, соединяющий каток 2 с блоком 3, параллелен горизонтальной плоскости качения катка 2. К центру катка 2 прикреплена горизонтальная пружина, другой конец которой соединён с грузом 1. Коэффициент жесткости пружины *c*. Груз 1 весом P_1 движется без трения по горизонтальной поверхности. Каток 2 весом P_2 катится по горизонтальной поверхности без скольжения. Радиус катка 2 равен *r*. Блок 3 считать однородным диском весом P_3 радиуса *R*. К блоку 3 приложена пара сил с моментом *M*. Движение катка 2 блоку 3 передаётся горизонтальным невесомым стержнем. Скольжение между стержнем и дисками отсутствует. В начальный момент система находилась в покое. При этом груз 1 находился в положении, при котором

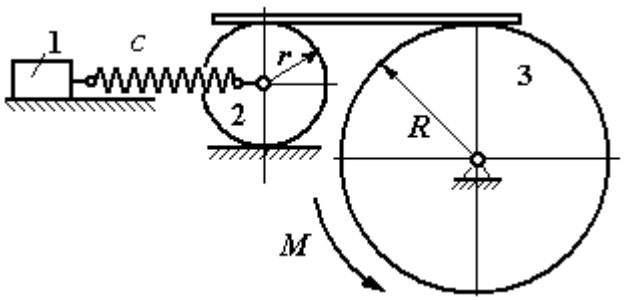


Рис. 6.38. Колебания механической системы с двумя степенями свободы

пружина была растянута относительно своего недеформированного состояния на величину Δl_0.

Найти закон абсолютного движения груза 1, если известно P_1 = 10 Н, P_2 = 20 Н, P_3 = 30 Н, M = 5 Н·м, R = 24 см, c = 207 Н/м, Δl_0 = 5 см.

Решение

Рассматриваемая механическая система имеет две степени свободы. В качестве обобщенных координат выберем удлинение пружины x_1 относительно недеформированного состояния и угол φ_3 поворота блока 3 (рис. 6.39). При этом x_1 является относительной координатой движения груза, а φ_3 – абсолютной координатой вращения блока 3.

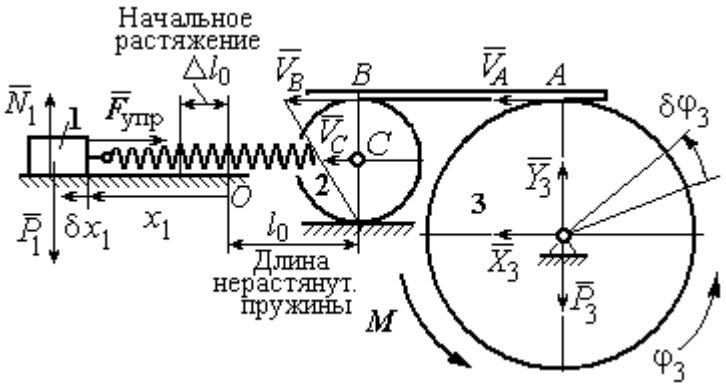


Рис. 6.39. Расчётная схема колебаний механической системы

Рассмотрим сложное движение груза 1. Относительное движение груза – это его движение на пружине в предположении, что точка крепления пружины неподвижна. Относительная скорость $V_{1r} = \dot{x}_1$. Переносное движение – это перемещение груза вместе с фиксированной длиной пружины (иначе, заменяя пружину жестким стержнем). Переносная скорость груза 1 $V_{1e} = V_C$, где V_C – скорость центра масс катка 2.

На рис. 6.39 показано распределение скоростей точек катка 2, откуда следует: $V_C = \frac{1}{2} V_B$. Имеем: $V_B = V_A = \omega_3 R = \dot{\varphi}_3 R$ и $V_C = \frac{1}{2}\dot{\varphi}_3 R$.

Для того чтобы найти модуль абсолютной скорости груза 1, спроектируем векторное равенство теоремы сложения скоростей $\vec{V}_1 = \vec{V}_{1r} + \vec{V}_{1e}$ на горизон-

тальную ось. Полагая, что движение системы происходит в положительном направлении отсчета обобщённых координат, получим: $V_1 = \dot{x}_1 + \frac{1}{2}\dot{\varphi}_3 R$.

Уравнения Лагранжа II рода, описывающие движение системы:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{x}_1}\right) - \frac{\partial T}{\partial x_1} = Q_x, \quad \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}_3}\right) - \frac{\partial T}{\partial \varphi_3} = Q_\varphi,$$

где T – кинетическая энергия системы; Q_x, Q_φ – обобщенные силы, соответствующие обобщенным координатам x_1 и φ_3.

Вычислим кинетическую энергию системы и выразим её через обобщённые скорости.

Кинетическая энергия поступательного движения груза 1 определяется выражением $T_1 = \frac{1}{2} m_1 V_1^2$, где V_1 следует рассматривать как абсолютную скорость груза. Тогда $T_1 = \frac{1}{2} m_1 \left(\dot{x}_1 + \frac{1}{2}\dot{\varphi}_3 R\right)^2$. Каток 2 совершает плоскопараллельное движение. Кинетическая энергия катка $T_2 = \frac{3}{4} m_2 V_C^2$, причём $V_C = \frac{1}{2}\dot{\varphi}_3 R$. Тогда $T_2 = \frac{3}{16} m_2 \dot{\varphi}_3^2 R^2$. Кинетическая энергия вращающегося блока 3: $T_3 = \frac{1}{2} J_{3z} \omega_3^2$, где J_{3z} – осевой момент инерции блока 3, $J_{3z} = \frac{m_3 R^2}{2}$. Окончательно $T_3 = \frac{1}{4} m_3 \dot{\varphi}_3^2 R^2$.

Кинетическая энергия системы имеет вид:

$$T = T_1 + T_2 + T_3 = \frac{1}{2} m_1 (\dot{x}_1 + \frac{1}{2}\dot{\varphi}_3 R)^2 + \frac{3}{16} m_2 \dot{\varphi}_3^2 R^2 + \frac{m_3 R^2}{4} \dot{\varphi}_3^2 =$$

$$= \frac{1}{2} m_1 \dot{x}_1^2 + \frac{1}{2} m_1 \dot{x}_1 \dot{\varphi}_3 R + \left(\frac{1}{8} m_1 + \frac{3}{16} m_2 + \frac{1}{4} m_3\right) \dot{\varphi}_3^2 R^2.$$

Дадим системе возможное перемещение, при котором изменяется координата груза x_1 ($\delta x_1 > 0$), а другая координата – угол поворота блока 3 φ_3 остаётся постоянной ($\delta\varphi_3 = 0$). В этом случае груз 1 движется горизонтально, блок 3 и каток 2 – неподвижны. При таком движении работу будет производить только упругая сила пружины.

Модуль силы упругости пружины пропорционален её растяжению и в произвольном положении груза равен: $F_{\text{упр}} = c\Delta\ell = cx_1$. Направление силы упругости противоположно растяжению (см. рис. 6.39).

Сумма элементарных работ сил на заданном перемещении системы δx_1: $\delta A = -F_{\text{упр}}\delta x_1 = -cx_1\delta x_1$. Отсюда обобщенная сила Q_x, соответствующая координате x_1: $Q_x = -cx_1 = -207x_1$ Н.

Дадим системе другое возможное перемещение, при котором пружина не растягивается: $\delta x_1 = 0$, а блок 3 повернулся на угол $\delta\varphi_3$: $\delta\varphi_3 > 0$. В этом случае пружина рассматривается как жёсткий стержень, связывающий груз 1 с центром масс катка 2. В результате при повороте блока 3 груз 1 и точка *C* движутся одинаково в горизонтальном направлении. На этом перемещении системы работу совершает только пара сил с моментом *M*, приложенная к блоку 3. Имеем $\delta A = M\delta\varphi_3$, и, следовательно, обобщённая сила $Q_\varphi = M = 5$ Н·м.

Составим уравнения Лагранжа, для чего вычислим производные от кинетической энергии по обобщенным скоростям и координатам:

$$\frac{\partial T}{\partial \dot{x}_1} = m_1\dot{x}_1 + \frac{1}{2}m_1R\dot{\varphi}_3;\ \frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}_3} = \frac{1}{2}m_1R\dot{x}_1 + \left(\frac{1}{4}m_1 + \frac{3}{8}m_2 + \frac{1}{2}m_3\right)\dot{\varphi}_3R^2;$$

$$\frac{\partial T}{\partial x_1} = 0,\ \frac{\partial T}{\partial \varphi_3} = 0.$$

Полные производные по времени:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{x}_1}\right) = m_1\ddot{x}_1 + \frac{1}{2}m_1R\ddot{\varphi}_3;\ \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}_3}\right) = \frac{1}{2}m_1R\ddot{x}_1 + \left(\frac{1}{4}m_1 + \frac{3}{8}m_2 + \frac{1}{2}m_3\right)\ddot{\varphi}_3R^2.$$

Приравнивая полные производные обобщённым силам, получим уравнения Лагранжа окончательно в виде системы алгебраических уравнений относительно ускорений $\ddot{x}_1$ и $\ddot{\varphi}_3$:

$$1{,}02\ddot{x}_1 + 0{,}12\ddot{\varphi}_3 = -207x_1;\ \ 0{,}12\ddot{x}_1 + 0{,}15\ddot{\varphi}_3 = 5.$$

Разрешая систему относительно ускорения $\ddot{x}_1$, получим уравнение относительных колебаний груза:

$$\ddot{x}_1 + 225x_1 = -4{,}35\,.$$

Решение линейного неоднородного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами представляется в виде суммы общего решения однородного уравнения и частного решения неоднородного: $x_1 = x_{\text{одн}} + x_{\text{частн}}$.

Общее решение однородного уравнения $x_{\text{одн}} = C_1\sin kt + C_2\cos kt$, где C_1, C_2 – произвольные постоянные; k – круговая частота собственных колебаний груза 1, $k = \sqrt{225} = 15$ рад/с. Частное решение неоднородного уравнения ищется в виде константы $x_{\text{част}} = b$. Подставив его в уравнение колебаний, получим: $b = -0{,}02$.

Таким образом, общее решение неоднородного уравнения

$$x_1(t) = C_1\sin 15t + C_2\cos 15t - 0{,}02\,.$$

Начальная координата x_{01} груза 1 определяется из условия, что в начальный момент времени при $t = 0$ груз находился в положении, при котором пружина была растянута относительно своего недеформированного состояния на расстояние $\Delta l_0 = 0{,}05$ м. Следовательно, $x_{01} = 0{,}05$. Подставляя значение начальной координаты в общее решение неоднородного уравнения при $t = 0$, получим: $C_2 = 0{,}07$.

Относительная скорость груза 1 в любой момент времени: $\dot{x}_1(t) = C_1 15\cos 15t - C_2 15\sin 15t$. По условию задачи начальная скорость груза 1

$\dot{x}_1(0) = 0$. После подстановки начального условия в выражение для скорости груза 1 получим: $C_1 = 0$.

Окончательно уравнение относительного движения груза 1:

$$x_1(t) = 0{,}07\cos 15t - 0{,}02 \text{ м}.$$

Найдём уравнение вращательного движения блока 3. Для этого в дифференциальное уравнение $0{,}12\ddot{x}_1 + 0{,}15\ddot{\varphi}_3 = 5$ подставим значение второй производной решения относительных колебаний груза 1. Получим: $\ddot{\varphi}_3 = 33{,}33 + 12{,}6\cos 15t$. Полагая $\ddot{\varphi}_3 = \dfrac{d\omega_3}{dt}$, получим дифференциальное уравнение первого порядка: $\dfrac{d\omega_3}{dt} = 33{,}33 + 12{,}6\cos 15t$, откуда найдём угловую скорость блока 3: $\omega_3 = 33{,}33t + 0{,}84\sin 15t + C_3$.

Аналогично, положив $\omega_3 = \dfrac{d\varphi_3}{dt}$, найдём закон вращательного движения блока 3: $\varphi_3 = 16{,}665t^2 - 0{,}056\cos 15t + C_3 t + C_4$.

Начальные условия движения блока: при $t = 0$, $\varphi_3(0) = 0$, $\omega_3(0) = 0$. Подставляя начальные условия в уравнения движения, получим: $C_4 = 0{,}056$, $C_3 = 0$.

Окончательно уравнение вращательного движения блока 3:

$$\varphi_3 = 16{,}665t^2 - 0{,}056\cos 15t + 0{,}056.$$

Абсолютное движение s_1 груза 1 представляется суммой относительного и переносного движений:

$$s_1 = x_1 + S_C = x_1 + \frac{1}{2}R\varphi_3 = 2t^2 - 0{,}06\cos 15t - 0{,}01.$$

Упражнения

Упражнение 6.6. Каток весом $P_1 = 2P$, радиуса r, движущийся без проскальзывания по вертикальной стене, удерживается вертикальной пружиной жесткостью $C = 4P / r$, прикреплённой одним концом к центру катка, другим – к неподвижной поверхности (рис. 6.40). К нити, намотанной на барабан катка, подвешен груз 2 весом $P_2 = P$. На груз действует сила $F = P$, к катку приложена пара сил с моментом $M = Pr$.

Найти закон движения груза 2 и максимальное растяжение пружины, если движение системы началось из состояния покоя при недеформированной пружине.

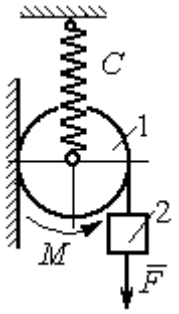


Рис. 6.40. Схема движения катка

Упражнение 6.7. Грузы 1 и 2 весом $P_1 = 20$ Н и $P_2 = 30$ Н привязаны к нерастяжимой нити. Нить переброшена через неподвижные блоки B и D и охватывает снизу подвижный блок 3 весом $P_3 = 40$ Н (рис. 6.41).

Определить ускорения грузов 1 и 2 и центра масс блока 3. Весом нити и неподвижных блоков B и D пренебречь.

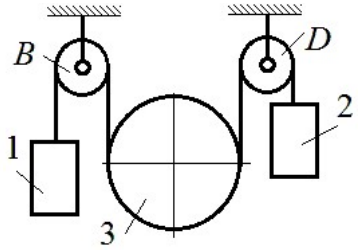


Рис. 6.41. Механическая система с двумя степенями свободы

Упражнение 6.8. Каток 1, радиуса r весом P катится по горизонтальной поверхности. К катку приложена пара сил с моментом $M = 2Pr$. Каток передаёт движение невесомой тележке (см. рис. 6.42). В кузове тележки находится каток 2 такого же радиуса r и веса P, который движется по горизонтальной поверхности кузова под действием силы $F = P$, приложенной в центре катка. Найти закон движения центра катка 2 относительно тележки, если движение системы началось из состояния покоя.

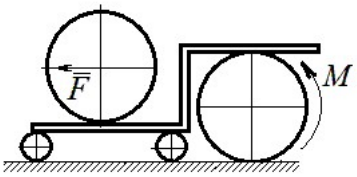


Рис. 6 42. Движение катка в кузове тележки

7. ОТВЕТЫ И КРАТКИЕ ПОЯСНЕНИЯ

7.1. Ответы к упражнениям главы 1

1.1

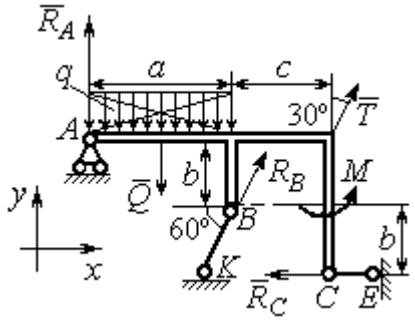


Рис. 7.1. Расчётная схема к упражнению 1.1

$$T = 15 \text{ кН}, \quad Q = 15 \text{ кН}.$$

$$R_B\cos 60^\circ + T\cos 60^\circ - R_C = 0;$$

$$R_A - Q + R_B\cos 30^\circ + T\cos 30^\circ = 0;$$

$$-Q\cdot\frac{a}{2} + R_B\cos 30^\circ\cdot a + R_B\cos 60^\circ\cdot b + T\cos 30^\circ\cdot(a+c) +$$

$$+ M - R_C\cdot 2b = 0.$$

$$R_B = -3{,}8 \text{ кН}, \quad R_C = 5{,}6 \text{ кН}, \quad R_A = 5{,}3 \text{ кН}.$$

1.2

$Q = 9$ кН. $T = 2$ кН.

$$X_A + T\cos 30^\circ + Q\cos 30^\circ = 0;$$

$$Y_A - Q\cos 60^\circ + R_B - T\cos 60^\circ - F = 0;$$

$$-Q\cdot\frac{c}{2} + R_B(b + c\cos 60^\circ) - Fc\cos 60^\circ + M -$$

$$-T\cos 60^\circ(b + c\cos 60^\circ) - T\cos 30^\circ(a + c\sin 60^\circ) = 0.$$

$R_B = 10{,}02$ кН, $X_A = -9{,}53$ кН, $Y_A = -0{,}52$ кН.

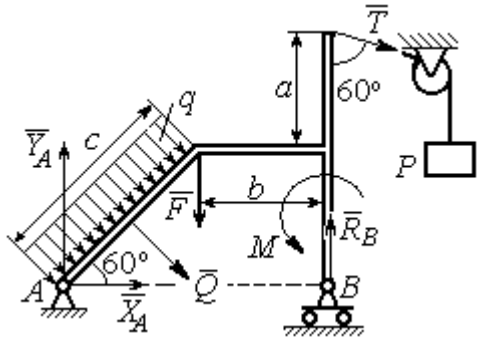


Рис. 7.2. Расчётная схема к упражнению 1.2

1.3

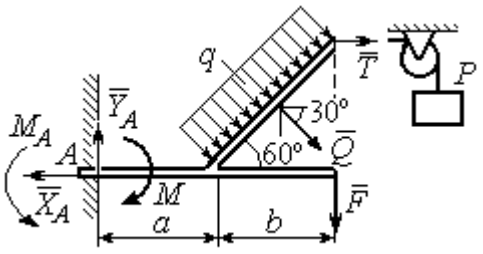


Рис. 7.3. Расчётная схема к упражнению 1.3

$Q = 8$ кН. $T = 3$ кН.

$$-X_A + T + Q\cos 30^\circ = 0;$$

$$Y_A - Q\cos 60° - F = 0;$$

$$-T2b\cos 30° - F(a+b) + M_A - M -$$

$$-Q\cos 60°\left(a + \frac{b}{2}\right) - Q\cos 30^\circ\left(b\cos 30^\circ\right) = 0.$$

$M_A = 18{,}61$ кН·м, $X_A = 9{,}93$ кН, $Y_A = 6$ кН.

1.4

$Q = 6{,}93$ кН, $T = 2$ кН.

$$-X_B - T + Q\cos 30^\circ + F\cos 60^\circ = 0;$$

$$R_A - Q\cos 60^\circ + Y_B - F\cos 30^\circ = 0;$$

$$-\frac{Qa}{2\cos 30^\circ} + Y_B\left(b + \frac{a}{2\cos 30^\circ}\right) + Ta - Fa\cos 60^\circ -$$

$$-F\cos 30^\circ\left(b + \frac{a}{2\cos 30^\circ}\right) + M = 0.$$

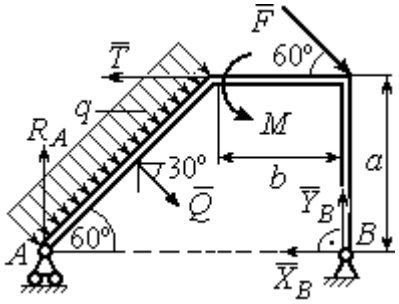


Рис.7.4. Расчётная схема к упражнению 1.4

$R_A = 0{,}72$ кН, $X_B = -5{,}5$ кН, $Y_B = 5{,}34$ кН.

1.5

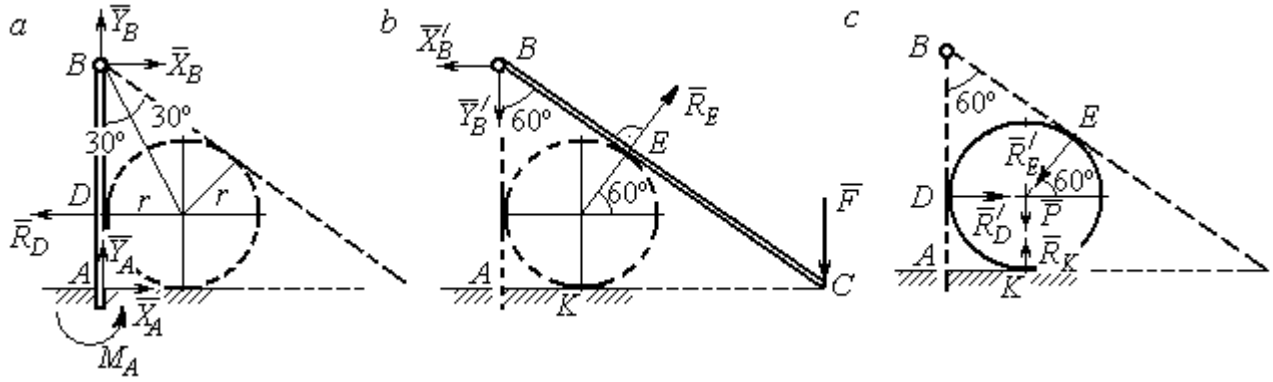


Рис. 7.5. Расчётные схемы к упражнению 1.5:
a – равновесие балки *AB*; *b* – равновесие балки *BC*; *c* – равновесие шара

$X_B = X'_B$, $Y_B = Y'_B$, $R_D = R'_D$, $R_E = R'_E$.

Балка *AB*. $AB = r + BD = r + r\operatorname{ctg}30^\circ = 2{,}73$ м.

$$X_A - R_D + X_B = 0, \quad Y_A + Y_B = 0, \quad M_A + R_D \cdot r - X_B \cdot AB = 0.$$

Балка *BC*. $BE = BD = 1{,}73$ м. $AC = BC\cos 30^\circ = 2AB\cos 30^\circ = 4{,}73$ м.

$$R_E\cos 60^\circ - X'_B = 0, \quad RE\sin 60\circ - Y'B - F = 0, \quad R_E \cdot BE - F \cdot AC = 0.$$

Шар.

$$R'_D - R'_E\cos 60^\circ = 0, \quad R_K - P - R'_E\cos 30^\circ = 0.$$

$R_E = 21{,}87$ кН, $Y_B = 10{,}94$ кН, $X_B = 10{,}94$ кН, $R_D = 10{,}94$ кН;

$R_K = 20{,}94$ кН, $X_A = 0$, $Y_A = -10{,}94$ кН, $M_A = 18{,}93$ кН·м.

1.6

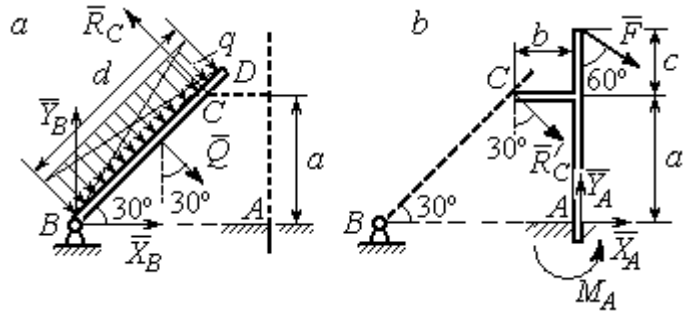


Рис. 7.6. Расчётные схемы к упражнению № 1.6:
a – равновесие балки *BD*; *b* – равновесие балки *AC*

Балка *BD*. $Q = 15$ кН.

$$X_B + Q\cos 60^\circ - R_C\cos 30^\circ = 0;$$

$$Y_B - Q\cos 30^\circ + R_C\cos 60^\circ = 0;$$

$$-Q\frac{d}{2} + R_C\, 2a = 0.$$

Балка *AC*. $R_C = R'_C$.

$$X_A + R'_C\cos 60^\circ + F\cos 30^\circ = 0,\ Y_A - R'_C\cos 30^\circ - F\cos 60^\circ = 0;$$

$$M_A - R'_C\cos 60^\circ \cdot a + R'_C\cos 30^\circ \cdot b - F\cos 30^\circ (a + c) = 0.$$

$$X_B = 0{,}61 \text{ кН},\ \ Y_B = 8{,}3 \text{ кН},\ R_C = 9{,}37 \text{ кН};$$

$$X_A = -8{,}15 \text{ кН},\ \ Y_A = 10{,}11 \text{ кН},\ \ M_A = 11{,}65 \text{ кН·м}.$$

1.7

Балка *AB*. $Q_1 = 6$ кН.

$T = P = 3$ кН.

$$X_A + R_B - T\cos 60^\circ + F = 0;$$

$$Y_A - Q_1 - T\cos 30^\circ = 0;$$

$$M_A - R_B(b + c)\cos 30^\circ + Q_1\frac{a}{2} +$$

$$+ T\cos 30^\circ a + T\cos 60^\circ c\cos 30^\circ -$$

$$- F\left[c + (b + c)\cos 30^\circ\right] = 0.$$

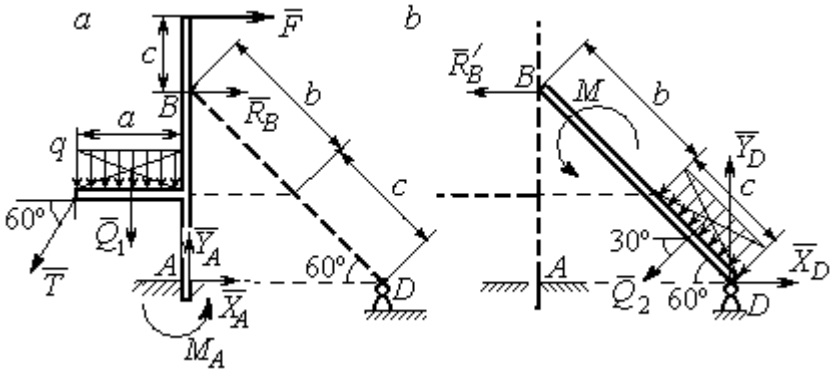


Рис. 7.7. Расчётные схемы к упражнению 1.7:
a – равновесие балки *AB*; *b* – равновесие балки *BD*

Балка *DB*. $Q_2 = 3$ кН. $R'_B = R_B$.

$$X_D - R'_B - Q_2\cos 30^\circ = 0,\ \ Y_D - Q_2\cos 60^\circ = 0,\ M + R'_B(b + c)\cos 30^\circ + Q_2\frac{c}{2} = 0.$$

$$X_A = -1{,}49 \text{ кН},\ Y_A = 8{,}6 \text{ кН},\ M_A = 8{,}86 \text{ кН},\ R_B = -1{,}01 \text{ кН};$$

$$X_D = 1{,}59 \text{ кН},\ \ Y_D = 1{,}5 \text{ кН}.$$

1.8

Шар.

$$R_B\cos60^\circ - R_D\cos60^\circ = 0;$$

$$R_B\cos30^\circ + R_D\cos30^\circ - P = 0.$$

Балка AC. $R'_B = R_B$.

$$X_A - R'_B\cos60^\circ = 0;$$

$$Y_A - R'_B\cos30^\circ + F = 0;$$

$$M_A - R'_B AB + F \cdot AC\cos30^\circ = 0.$$

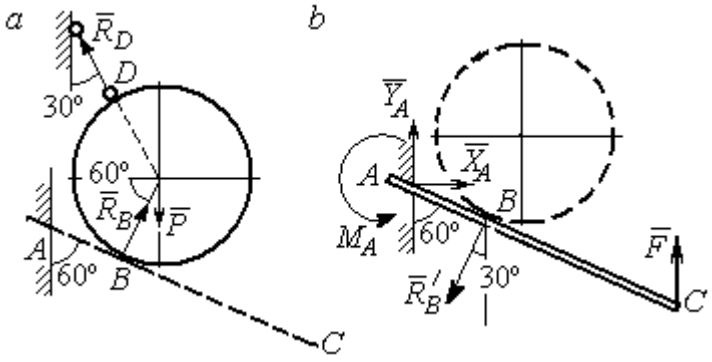


Рис. 7.8. Расчётные схемы к упражнению 1.8:
a – равновесие шара; *b* – равновесие балки *AC*

$X_A = 2{,}89$ кН, $Y_A = 0$ кН, $M_A = -11{,}55$ кН·м, $R_B = 5{,}77$ кН, $R_D = 5{,}77$ кН.

1.9

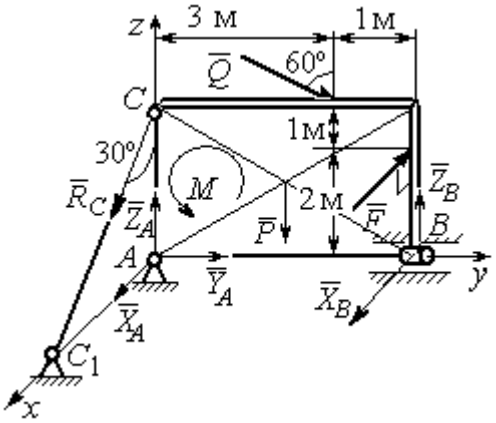


Рис. 7.9. Расчётная схема
к упражнению 1.9

$$X_A + R_C\cos60^\circ + X_B - F = 0;$$

$$Y_A + Q\cos30^\circ = 0;$$

$$Z_A - R_C\cos30^\circ - Q\cos60^\circ + Z_B - P = 0;$$

$$M - Q\cos60^\circ \cdot 3 - Q\cos30^\circ \cdot 3 + Z_B \cdot 4 - P \cdot 2 = 0;$$

$$R_C\cos60^\circ \cdot 3 - F \cdot 2 = 0,\ -X_B \cdot 4 + F \cdot 4 = 0.$$

$X_A = 5{,}34$ кН, $Y_A = 2{,}6$ кН;

$Z_A = 8{,}92$ кН, $R_C = 10{,}67$ кН;

$X_B = 8$ кН, $Z_B = 3{,}82$ кН.

1.10

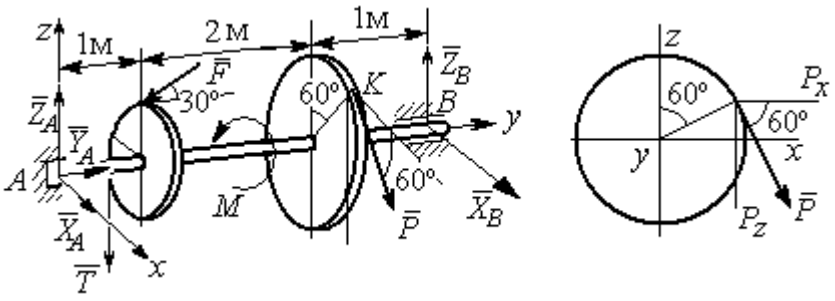


Рис. 7.10. Расчётные схемы к упражнению 1.10

$T = Q = 3$ кН.

$$X_A + P\cos 60^\circ + X_B = 0,\ \ Y_A - F\cos 30^\circ = 0;$$

$$Z_A - F\cos 60^\circ - P\cos 30^\circ - T + Z_B = 0.$$

$$-T\cdot 1 - F\cos 60^\circ \cdot 1 + F\cos 30^\circ \cdot r - P\cos 30^\circ \cdot 3 + Z_B \cdot 4 = 0;$$

$$-Tr + PR - M = 0,\ \ -P\cos 60^\circ \cdot 3 + X_B \cdot 4 = 0.$$

$X_A = 5{,}6$ кН, $Y_A = 3{,}46$ кН, $Z_A = 5{,}48$ кН, $P = 6{,}4$ кН, $X_B = 2{,}4$ кН, $Z_B = 5{,}06$ кН.

1.11

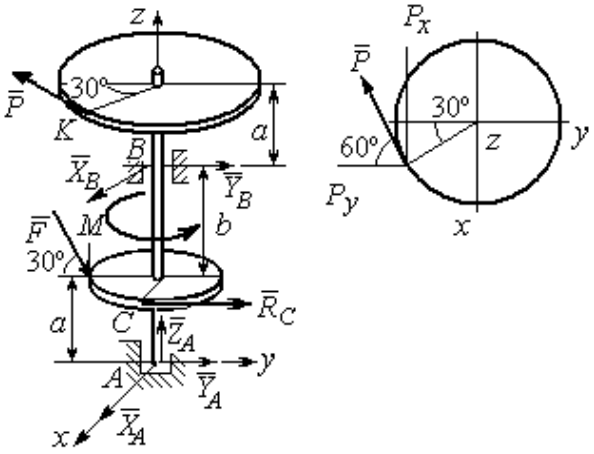


Рис. 7.11. Расчётные схемы к упражнению 1.11

$R_C = Q = 3$ кН.

$$X_A + X_B - P\cos 30^\circ = 0;$$

$$Y_A + Y_B - P\cos 60^\circ + R_C + F\cos 30^\circ = 0;$$

$$Z_A - F\cos 60^\circ = 0;$$

$$-Y_B(a+b) + P\cos 60^\circ(2a+b) - R_C a - -$$

$$F\cos 30^\circ \cdot a + F\cos 60^\circ \cdot r = 0;$$

$$X_B(a+b) - P\cos 30^\circ(2a+b) = 0;$$

$$-PR + R_C r + M = 0.$$

$X_A = -1{,}85$ кН, $Y_A = -5{,}64$ кН, $Z_A = 2$ кН, $P = 6{,}4$ кН, $X_B = 7{,}39$ кН, $Y_B = 2{,}38$кН.

1.12

$$T = Q = 3 \text{ кН}.$$

$$X_A + T + X_D = 0;\ Y_A - F + P\cos 60^\circ = 0,$$

$$Z_A + Z_D + P\cos 30^\circ = 0;$$

$$Fa\sin 30^\circ + Z_D(b+2a) + P(2b+2a)\cos 30^\circ = 0;$$

$$Ta\sin 30^\circ - Pa\cos 30^\circ + M = 0;$$

$$-Ta - X_D(b+2a) + Pa\cos 60^\circ + Fa\cos 30^\circ = 0.$$

$$X_A = 0{,}8 \text{ кН},\quad Y_A = 2{,}56 \text{ кН},\ \ Z_A = 1{,}3 \text{ кН};$$

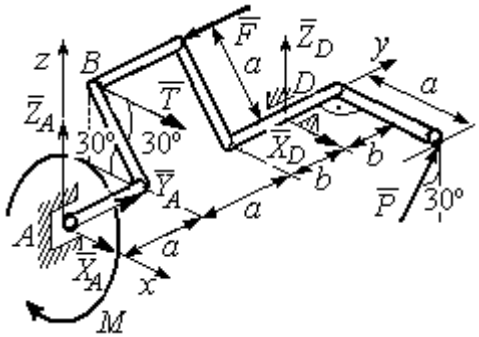


Рис. 7.12. Расчётная схема к упражнению 1.12

$$P = 2{,}89 \text{ кН},\ X_D = 0{,}76 \text{ кН},\ Z_D = -3{,}80 \text{ кН}.$$

1.13

Минимальный вес груза P:

$$T_{\min} + F_{\text{тр}\,A} - N_B = 0;$$

$$F_{\text{тр}\,B} + N_A - Q = 0;$$

$$F_{\text{тр}\,B} \cdot AB\sin 30° + N_B \cdot AB\cos 30° - Q \cdot AC\sin 30° = 0$$

Максимальный вес груза P:

$$T_{\max} - F_{\text{тр}\,A} - N_B = 0;$$

$$-F_{\text{тр}\,B} + N_A - Q = 0;$$

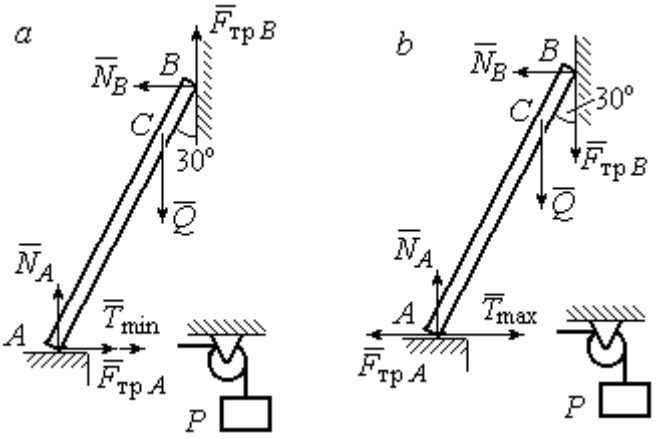


Рис. 7.13. Расчётные схемы к упражнению 1.13:
a – расчёт минимального веса груза;
b – расчёт максимального веса груза

$$-F_{\text{тр}\,B} \cdot AB\sin 30° + N_B \cdot AB\cos 30° - Q \cdot AC\sin 30° = 0;$$

$$F_{\text{тр}\,A} = f N_A,\ F_{\text{тр}\,B} = f N_B.$$

$$T_{\min} = 31.77 \text{ Н} < P < T_{\max} = 130{,}51 \text{ Н}.$$

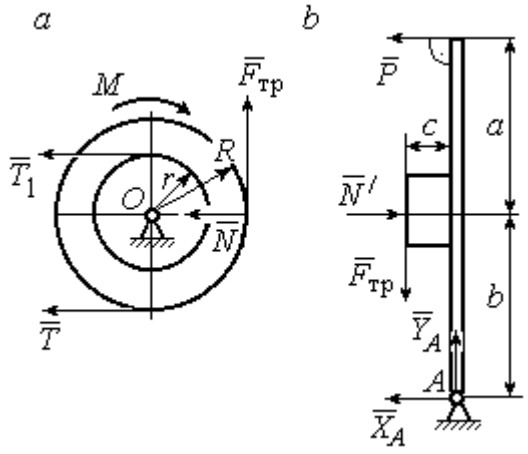


Рис. 7.14. Расчётные схемы
к упражнению 1.14:
a – равновесие шкива; *b* – равновесие рычага

1.14

Шкив. $T = T_1 = Q$.

$$T \cdot R - T_1 r + M - F_{\text{тр}} R = 0.$$

$$F_{\text{тр}} = 266{,}67 \text{ Н};$$

$$N = \frac{F_{\text{тр}}}{f} = 666{,}67 \text{ Н}.$$

Рычаг. $N = N'$. $F_{\text{тр}} = F'_{\text{тр}}$.

$$P(a+b) - N' \cdot b + F'_{\text{тр}} c = 0.$$

$$P = 320 \text{ Н}.$$

$$-X_A - P + N' = 0;$$

$$Y_A - F'_{\text{тр}} = 0.$$

$$X_A = 346{,}67 \text{ Н},\ Y_A = 266{,}67 \text{ Н}.$$

7.2. Ответы к упражнениям главы 2

2.1

$$\omega_{1z} = \dot{\varphi}_1 = 3 + \pi\cos\frac{\pi t}{2},\ \omega_1(1) = |\omega_{1z}(1)| = 3 \text{ рад/с}.$$

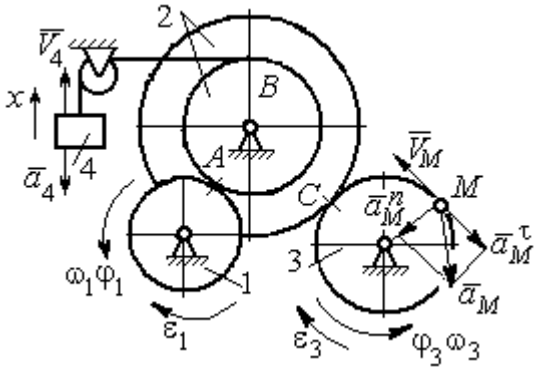


Рис. 7.15. Расчётная схема к упражнению 2.1

$$\omega_{3z} = \omega_{1z}\frac{R_1}{r_2}\frac{R_2}{R_3} = \left(3 + \pi\cos\frac{\pi t}{2}\right)\frac{4}{3};$$

$$\omega_3(1) = |\omega_{3z}(1)| = 4 \text{ рад/с}.$$

$$V_M(1) = \omega_3(1)R_3 = 40 \text{ см/с}.$$

$$\varepsilon_{3z} = \dot{\omega}_{3z} = -\frac{2\pi^2}{3}\sin\frac{\pi t}{2},\quad \varepsilon_{3z}(1) = -\frac{2\pi^2}{3};$$

$$\varepsilon_3(1) = |\varepsilon_{3z}(1)| = \frac{2\pi^2}{3} = 6{,}58 \text{ рад/с}^2.$$

$$\bar{a}_M = \bar{a}_M^n + \bar{a}_M^\tau,\ a_M^n(1) = \omega_3^2(1)R_3 = 160 \text{ см/с}^2,\ a_M^\tau(1) = \varepsilon_3(1)R_3 = 65{,}8 \text{ см/с}^2.$$

$$a_M(1) = 173 \text{ см/с}^2.$$

$$V_{4x} = V_A = \omega_{1z}R_1 = \left(3 + \pi\cos\frac{\pi t}{2}\right)8;\ V_4(1) = |V_{4x}(1)| = 24 \text{ см/с}.$$

$$\dot{V}_{4x} = -4\pi^2\sin\frac{\pi t}{2},\ \dot{V}_{4x}(1) = -4\pi^2;\ a_4(1) = |\dot{V}_{4x}(1)| = 39{,}48 \text{ см/с}^2.$$

2.2

$$V_{4x} = \dot{x}_4 = 1 - \frac{\pi}{3}\cos\frac{\pi t}{3} - \frac{\pi}{3}\sin\frac{\pi t}{3};$$

$$V_{4x}(3) = 2{,}05 \text{ м/с},\ V_4 = |V_{4x}(3)|$$

$$\omega_{3z} = \frac{V_{4x}}{r_3} = \frac{1}{r_3}\left(1 - \frac{\pi}{3}\cos\frac{\pi t}{3} - \frac{\pi}{3}\sin\frac{\pi t}{3}\right);$$

$$\omega_{3z}(3) = 6{,}83 \text{ рад/с};\ \omega_3 = |\omega_{3z}(3)|.$$

$$\varepsilon_{3z} = \dot{\omega}_{3z} = \frac{1}{r_3}\left(\frac{\pi^2}{9}\sin\frac{\pi t}{3} - \frac{\pi^2}{9}\cos\frac{\pi t}{3}\right).$$

$$\varepsilon_{3z}(3) = 3{,}65 \text{ рад/с}^2;\ \varepsilon_3 = |\varepsilon_{3z}(3)|.$$

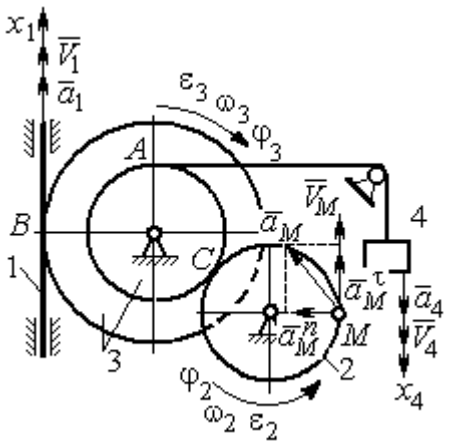


Рис. 7.16. Расчётная схема к упражнению 2.2

$$\frac{\omega_3}{\omega_2}=\frac{R_2}{r_3};\ \ \omega_2=\omega_3\frac{r_3}{R_2}=10{,}25\ \text{рад/с};\ V_M=\omega_2 R_2=2{,}05\ \text{м/с}.$$

$$\frac{\varepsilon_3}{\varepsilon_2}=\frac{R_2}{r_3};\ \ \varepsilon_2=\varepsilon_3\frac{r_3}{R_2}=5{,}47\ \text{рад/с}^2.$$

$$a_M^n=\omega_2^2 R_2=20{,}4\ \text{м/с}^2;\ \ a_M^\tau=\varepsilon_2 R_2=1{,}09\ \text{м/с}^2.$$

$$a_M=\sqrt{\left(a_M^n\right)^2+\left(a_M^\tau\right)^2}=20{,}43\ \text{м/с}^2.$$

$$V_1=\omega_3 R_3=2{,}73\ \text{м/с};\ a_1=\dot V_1=\dot\omega_3 R_3=\varepsilon_3 R_3=2{,}19\ \text{м/с}^2.$$

2.3

$$BP_2=BC\cos30^\circ=4{,}33\ \text{см};\ CP_2=2{,}5\ \text{см}.$$

$$\omega_{BC}=\frac{V_B}{BP_2}=1{,}15\ \text{рад/с};\ \ V_C=\omega_{BC}CP_2=2{,}87\ \text{см/с};$$

$$\omega_1=\frac{V_C}{CP_1}=0{,}72\ \text{рад/с};\ EP_1=2R_1\cos30^\circ=3{,}46\ \text{см};$$

$$V_E=\omega_1 EP_1=2{,}49\ \text{см/с};\ EP_3=2AE\cos30^\circ=10{,}39\ \text{см};$$

$$\omega_{AE}=\frac{V_E}{EP_3}=0{,}24\ \text{рад/с};\ EA=AP_3;$$

$$V_A=\omega_{AE}AP_3=1{,}44\ \text{см/с},\ \ \omega_{AO}=\frac{V_A}{AO}=0{,}24\ \text{рад/с}.$$

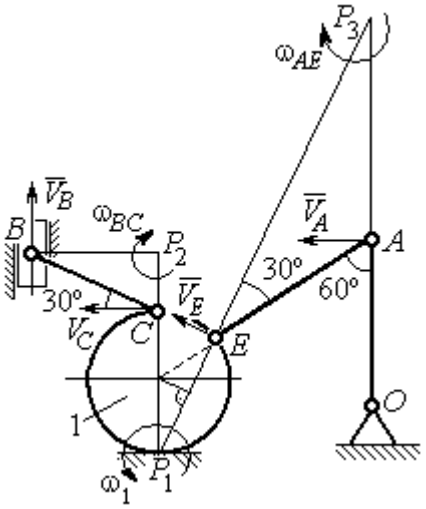


Рис. 7.17. Расчётная схема к упражнению 2.3

2.4

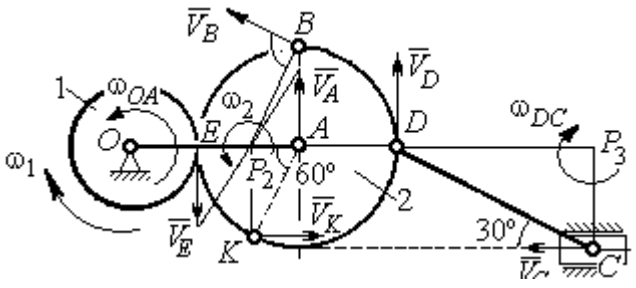


Рис. 7.18. Расчётная схема к упражнению 2.4

E – точка касания дисков.

$$V_E=\omega_1 r_1=18\ \text{см/с}.$$

$$V_A=\omega_{OA}\left(r_1+r_2\right)=18\ \text{см/с}.$$

$$EP_2=P_2A=3\ \text{см},\ \omega_2=\frac{V_E}{EP_2}=6\ \text{рад/с}.$$

$$V_K=\omega_2 P_2K=31{,}18\ \text{см/с}.$$

$$V_B=\omega_2 P_2B=40{,}25\ \text{см/с};\ V_D=\omega_2 P_2D=54\ \text{см/с}.$$

$DC = 2r_2$, $\omega_{DC} = \dfrac{V_D}{DP_3} = 5{,}197$ рад/с; $V_C \cos 30^\circ = V_D \cos 60^\circ$, $V_C = 31{,}18$ см/с.

2.5

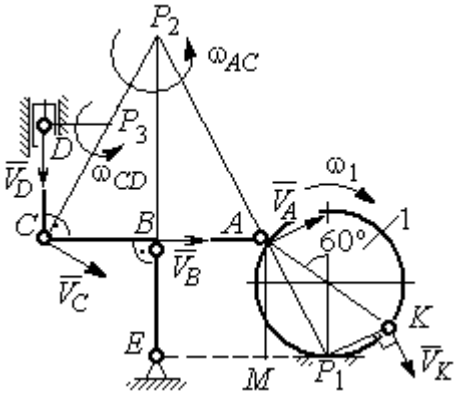


Рис. 7. 19. Расчётная схема к упражнению 2.5.

$BE = 1{,}5R_1$; $R_1 = 2{,}67$ см.

$KP_1 = R_1$; $\omega_1 = \dfrac{V_K}{KP_1} = 0{,}75$ рад/с.

$AP_1 = \dfrac{AM}{\cos 30^\circ} = 4{,}62$ см; $V_A = \omega_1 P_1 A = 3{,}46$ см/с.

$AP_2 = 2AB = 8$ см; $\omega_{AC} = \dfrac{V_A}{AP_2} = 0{,}43$ рад/с.

$V_B \cos 0^\circ = V_A \cos 30^\circ$; $V_B = 2{,}99$ см/с.

$\omega_{BE} = \dfrac{V_B}{BE} = 0{,}75$ рад/с; $V_C = V_A = 3{,}46$ см/с; $CP_3 = \dfrac{DC}{\cos 30^\circ} = 4{,}62$ см;

$\omega_{CD} = \dfrac{V_C}{CP_3} = 0{,}75$ рад/с; $V_D \cos 0^\circ = V_C \cos 60^\circ$; $V_D = 1{,}73$ см/с.

2.6

$V_A = \omega_{OA} \cdot OA = 12$ см/с; $\omega_{AD} = 0$, $V_D = V_A$.

$\omega_{O_1C} = \dfrac{V_D}{DO_1} = 3$ рад/с;

$V_C = \omega_{O_1C} \cdot O_1C = 48$ см/с.

$CB = CP = 16$ см; $\omega_{CB} = \omega_{CL} = \dfrac{V_C}{CP} = 3$ рад/с.

$PL = \dfrac{CP}{\cos 30^\circ} = 18{,}48$ см; $PB = 2BC \cos 30^\circ$.

$V_L = \omega_{CL} \cdot PL = 55{,}44$ см/с;

$V_B = \omega_{CB} \cdot PB = 83{,}13$ см/с.

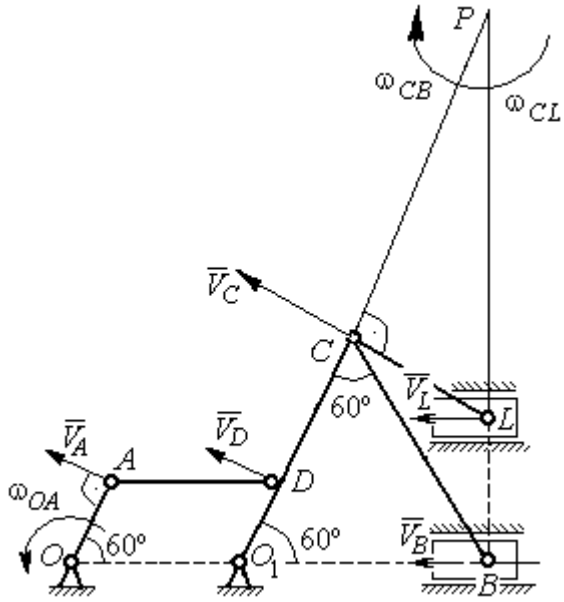


Рис. 7.20. Расчётная схема к упражнению 2.6.

2.7

$V_D = \omega_1 R_1 = 30$ см/с; $V_A = \omega_{OA} \cdot OA = 15$ см/с.

$$\omega_2 = \frac{V_A}{AP_2} = 3 \text{ рад/с.}$$

$$V_B = \omega_2 \cdot P_2 B = 21{,}21 \text{ см/с.}$$

$V_C \cos 0^\circ = V_B \cos 45^\circ$; $V_C = 15$ см/с.

$CP_3 = CB$; $\omega_{BC} = \dfrac{V_C}{CP_3} = 1{,}87$ рад/с.

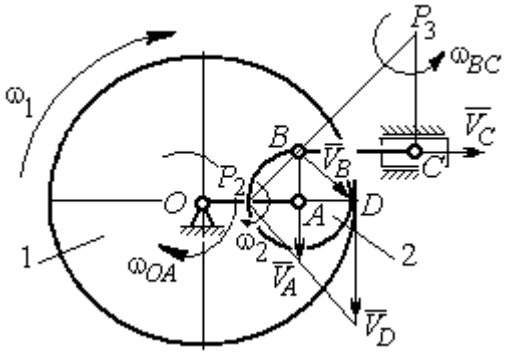


Рис. 7.21. Расчётная схема к упражнению 2.7

2.8

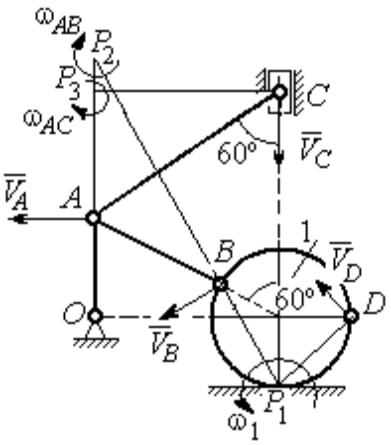


Рис. 7.22. Расчётная схема к упражнению 2.8

$AC = AB + R_1 = 12$ см; $CP_3 = AC \cos 30^\circ = 10{,}39$ см.

$\omega_{AC} = \dfrac{V_C}{CP_3} = 0{,}48$ рад/с; $V_A = \omega_{AC} \cdot AP_3 = 2{,}89$ см/с.

$$AB = AP_2; \quad \omega_{AB} = \frac{V_A}{AP_2} = 0{,}29 \text{ рад/с.}$$

$$BP_2 = 2AB \cos 30^\circ = 17{,}32 \text{ см.}$$

$$V_B = \omega_{AB} BP_2 = 5{,}02 \text{ см/с.}$$

$OA = (AB + R_1)\sin 30° = 6$ см; $\omega_{OA} = \dfrac{V_A}{AO} = 0{,}48$ рад/с.

$$BP_1 = 2R_1 \cos 30^\circ = 3{,}46 \text{ см;} \quad \omega_1 = \frac{V_B}{BP_1} = 1{,}45 \text{ рад/с.}$$

$$DP_1 = R_1\sqrt{2} = 2{,}82 \text{ см;} \; V_D = \omega_1 DP_1 = 4{,}09 \text{ см/с.}$$

2.9

$$V_A = \omega_{OA} OA = 12 \text{ см/с;} \quad AP = 2AB = 2BC \cdot \operatorname{tg} 60^\circ = 27{,}71 \text{ см.}$$

$$\omega_{AB} = \frac{V_A}{AP} = 0{,}43 \text{ рад/с;} \; V_B \cos 0^\circ = V_A \cos 30^\circ; \; V_B = 10{,}38 \text{ см/с.}$$

$$\omega_{BC} = \frac{V_B}{BC} = 1{,}29 \text{ рад/с.}$$

$$\bar{a}_B = \bar{a}_A + \bar{a}^n_{BA} + \bar{a}^\tau_{BA}; \quad \bar{a}_B = \bar{a}_C + \bar{a}^n_{BC} + \bar{a}^\tau_{BC}, \; a_C = 0.$$

$$\bar{a}_A = \bar{a}_O + \bar{a}^n_{AO} + \bar{a}^\tau_{AO},\ a_O = 0.$$

$$\bar{a}^n_{BC} + \bar{a}^\tau_{BC} = \bar{a}^n_{AO} + \bar{a}^\tau_{AO} + \bar{a}^n_{BA} + \bar{a}^\tau_{BA}.$$ Найти a^τ_{BC}

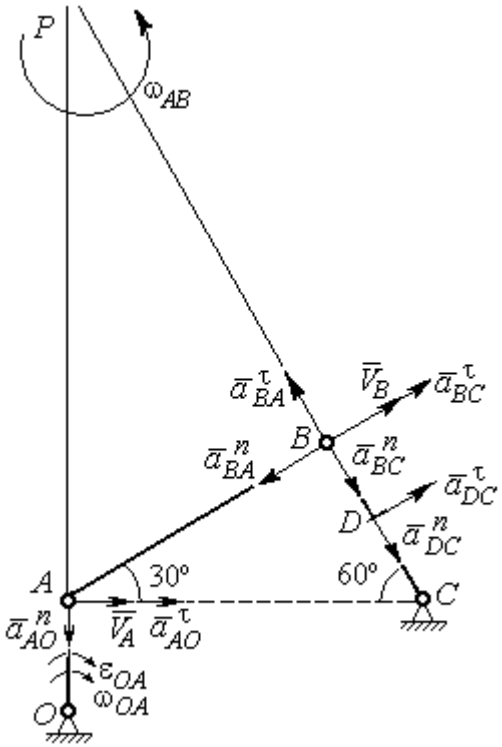


Рис. 7.23. Расчётная схема к упражнению 2.9

$$a^n_{AO} = \omega^2_{AO} \cdot AO = 36 \text{ см/с}^2;$$

$$a^\tau_{AO} = \varepsilon_{AO} \cdot AO = 8 \text{ см/с}^2;$$

$$AB = BC \cdot \text{tg}60^\circ = 13{,}86 \text{ см}.$$

$$a^n_{BA} = \omega^2_{AB} \cdot AB = 2{,}56 \text{ см/с}^2;\ \ a^\tau_{AB} = \varepsilon_{AB} AB.$$

$$a^n_{BC} = \omega^2_{BC} \cdot BC = 13{,}31 \text{ см/с}^2;\ \ a^\tau_{BC} = \varepsilon_{BC} BC.$$

Проекция на AB:

$$a^\tau_{BC} = -a^n_{AO}\cos 60^\circ +$$

$$+ a^\tau_{AO}\cos 30^\circ - a^n_{BA} = 13{,}63 \text{ см/с}^2.$$

$$\varepsilon_{BC} = \frac{\left|a^\tau_{BC}\right|}{BC} = 1{,}7 \text{ рад/с}^2.$$

$$\bar{a}_D = \bar{a}^n_{DC} + \bar{a}^\tau_{DC}.$$

$$a^n_{DC} = \omega^2_{BC} \cdot DC = 6{,}65 \text{ см/с}^2;\ \ a^\tau_{DC} = \varepsilon_{BC} \cdot DC = 6{,}8 \text{ см/с}^2.$$

$$a_D = \sqrt{\left(a^n_{DC}\right)^2 + \left(a^\tau_{DC}\right)^2} = 9{,}51 \text{ см/с}^2.$$

2.10

$$V_A = \omega_1 r_1 = 12 \text{ см/с};\ P_2 A = \frac{1}{2} BC = 5 \text{ см}.$$

$$\omega_{AB} = \frac{V_A}{P_2 A} = 2{,}4 \text{ рад/с}.$$

$$V_B \cos 30^\circ = V_A \cos 60^\circ;\ V_B = 6{,}93 \text{ см/с}.$$

$$P_3 B = BC\cos 30^\circ = 8{,}66 \text{ см};$$

$$\omega_{BC} = \frac{V_B}{P_3 B} = 0{,}8 \text{ рад/с}.$$

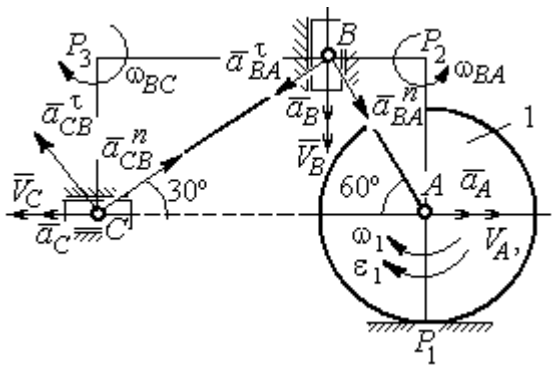


Рис. 7.24. Расчётная схема к упражнению 2.10

$$\bar{a}_B = \bar{a}_A + \bar{a}^n_{BA} + \bar{a}^\tau_{BA}.$$ Найти a_B.

Проекция на BA: $a_B\cos30° = a_A\cos60° + a^n_{BA}$.

$$a_A = a^\tau_A = \varepsilon_1 r_1 = 8 \text{ см/с}^2;\ AB = BC\operatorname{tg}30° = 5{,}77 \text{ см}.$$

$$a^n_{BA} = \omega^2_{BA}\cdot BA = 33{,}23 \text{ см/с}^2;\ \ a_B = 43{,}03 \text{ см/с}^2.$$

$$\bar a_C = \bar a_B + \bar a^n_{CB} + \bar a^\tau_{CB}.$$

Проекция на BC: $a_C\cos60° = a_B\cos60° - a^n_{CB}$,

$$a^n_{CB} = \omega^2_{CB}\cdot CB = 6{,}4 \text{ см/с}^2;\ \ a_C = a_B - 2a^n_{CB} = 30{,}23 \text{ см/с}^2.$$

7.3. Ответы к упражнениям главы 3

3.1

$$CM_1 = S_r(1) = \frac{40}{3}\sin\frac{\pi}{3} = 11{,}55 \text{ см}.$$

Так как $CM_1\cos30° = 10$ см $= R$, то точка M_1 лежит на вертикальном диаметре.

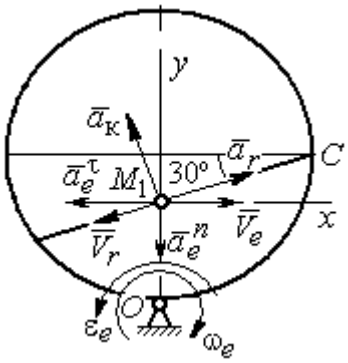


Рис. 7.25. Расчётная схема к упражнению 3.1

$$V_r = \dot S_r = \frac{40\pi}{9}\cos\frac{\pi t}{3};\ V_r(1) = 6{,}98 \text{ см/с}.$$

$$\omega_e(1) = 0{,}5 \text{ рад/с};\ OM_1 = R - \frac{1}{2}CM_1 = 4{,}23 \text{ см}.$$

$$V_e = \omega_e OM_1;\ \ V_e(1) = 2{,}12 \text{ см/с}.$$

$$\bar V_M = \bar V_e + \bar V_r.$$

$$V_{Mx} = V_e - V_r\cos30° = -3{,}93 \text{ м/с};\ V_{My} = -V_r\cos60° = -3{,}49 \text{ м/с};$$

$$V_M = \sqrt{(V_{Mx})^2 + (V_{My})^2} = 5{,}26 \text{ см/с}.$$

$$\bar a_M = \bar a_e + \bar a_r + \bar a_к.$$

$$\bar a_e = \bar a^n_e + \bar a^\tau_e,\ \ a^n_e = \omega^2_e OM_1;\ \ a^n_e(1) = 1{,}06 \text{ см/с}^2.$$

$$\dot\omega_e = -\frac{\pi}{3}\sin\frac{\pi t}{3},\ \ \dot\omega_e(1) = -0{,}91 \text{ рад/с}^2;\ \ \varepsilon_e = |\dot\omega_e(1)| = 0{,}91 \text{ рад/с}^2,$$

$$a^\tau_e(1) = \varepsilon_e\cdot OM_1 = 3{,}85 \text{ см/с}^2.$$

$$\dot{V}_r = -\frac{40\pi^2}{27}\sin\frac{\pi t}{3},\ \dot{V}_r(1) = -12{,}66;\ a_r = \left|\dot{V}_r(1)\right| = 12{,}66 \text{ см/с}^2$$

$$a_к = 2\left|\omega_e\right| \cdot \left|V_r\right|;\ \ a_к(1) = 6{,}98 \text{ см/с}^2.$$

$$\bar{a}_M = \bar{a}_e^n + \bar{a}_e^\tau + \bar{a}_r + \bar{a}_к.$$

$$a_{Mx} = -a_e^\tau + a_r\cos 30° - a_к\cos 60° = 3{,}62 \text{ см/с}^2;$$

$$a_{My} = -a_e^n + a_r\cos 60° + a_к\cos 30° = 11{,}31 \text{ см/с}^2.$$

$$a_M = \sqrt{(a_{Mx})^2 + (a_{My})^2} = 11{,}87 \text{ см/с}^2.$$

3.2

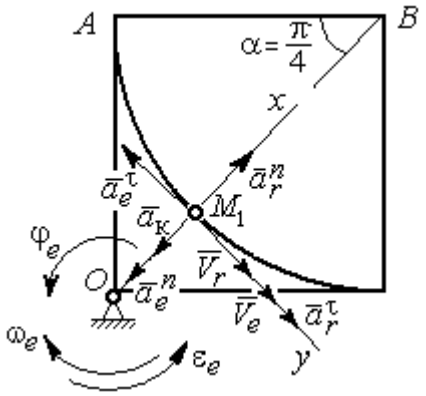


Рис. 7.26. Расчётная схема к упражнению 3.2

Положение M_1:

$$\alpha = \frac{S_r(1)}{R} = \frac{\pi}{4};\ \ OM_1 = 8{,}28 \text{ см}.$$

$$\dot{S}_r = 10\pi t;\ \ V_r = \left|\dot{S}_r(1)\right| = 31{,}42 \text{ см/с}.$$

$$\dot{\varphi}_e = 2t - 5,$$

$$\dot{\varphi}_e(1) = -3 \text{ рад/с},\ \ \omega_e = \left|\dot{\varphi}_e(1)\right| = 3 \text{ рад/с}.$$

$$V_e = \omega_e \cdot OM_1 = 24{,}6 \text{ см/с}.$$

$$\bar{V}_M = \bar{V}_e + \bar{V}_r \cdot\ V_{Mx} = V_e + V_r = 56{,}02 \text{ см/с};$$

$$V_{My} = 0;\ V_M = 56{,}02 \text{ см/с}.$$

$$\bar{a}_M = \bar{a}_e + \bar{a}_r + \bar{a}_к = \bar{a}_e^n + \bar{a}_e^\tau + \bar{a}_r^n + \bar{a}_r^\tau + \bar{a}_к.$$

$$\bar{a}_e = \bar{a}_e^n + \bar{a}_e^\tau\ \cdot\ a_e^n = \omega_e^2 \cdot OM_1 = 74{,}52 \text{ см/с}^2;$$

$$\dot{\omega}_e = 2 \text{ рад/с}^2;\ \varepsilon_e = \left|\dot{\omega}_e\right|;\ \ a_e^\tau(1) = \varepsilon_e OM_1 = 16{,}56 \text{ см/с}^2;$$

$$\bar{a}_r = \bar{a}_r^n + \bar{a}_r^\tau \cdot \dot{V}_r = 10\pi;\ a_r^\tau = \left|\dot{V}_r\right| = 10\pi = 31{,}42 \text{ см/с}^2;$$

$$a_r^n(1) = \frac{V_r^2}{R} = 49{,}36 \text{ см/с}^2;\ \ a_к = 2\left|\omega_e\right| \cdot \left|V_r\right|;\ \ a_к(1) = 62{,}84 \text{ см/с}^2.$$

$$a_{Mx} = -a_e^n + a_r^n - a_к = -88 \text{ см/с}^2;\ a_{My} = -a_e^\tau + a_r^\tau = 14{,}86 \text{ см/с}^2.$$

$$a_M = \sqrt{(a_{Mx})^2 + (a_{My})^2} = 89{,}24 \text{ см/с}^2.$$

7.4. Ответы к упражнениям главы 4

4.1

$$m\ddot{x} = F - P\cos 60° - F_{\text{тр}}, \quad m\ddot{y} = N - P\cos 30° = 0.$$

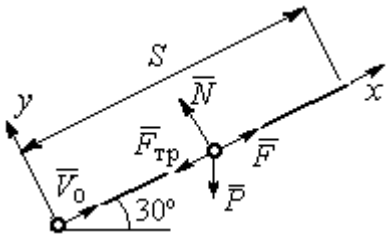


Рис. 7.27. Расчётная схема к упражнению 4.1

$$F_{\text{тр}} = fN = fmg\cos 30°;$$

$$\ddot{x} = \frac{1}{2}kt - 3{,}4, \quad \dot{x} = \frac{1}{4}kt^2 - 3{,}4t + V_0;$$

$$x = \frac{1}{12}kt^3 - 1{,}7t^2 + V_0 t.$$

Конечные условия: $t = 2$ с; $x = S = 2$ м; $V = 2V_0$.

$$V_0 = k - 6{,}8; \quad 1 = \frac{1}{3}k - 3{,}4 + V_0.$$

$$k = 8{,}4; \; V_0 = 1{,}6 \text{ м/с}.$$

4.2

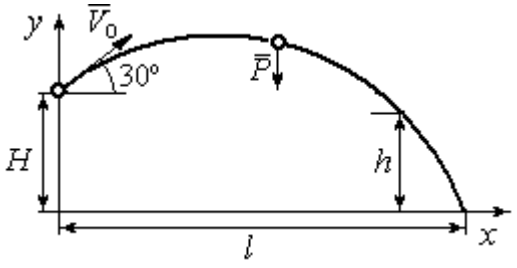


Рис. 7.28. Расчётная схема к упражнению 4.2

Уравнения движения точки:

$$m\ddot{x} = 0; \; \dot{x} = V_0\cos 30°; \; x = V_0 t\cos 30°.$$

$$m\ddot{y} = -P; \dot{y} = -gt + V_0\cos 60°;$$

$$y = -\frac{1}{2}gt^2 + V_0 t\cos 60° + H.$$

Краевое условие пролёта высоты h:

$$t = 1 \text{ с}; \; y = h = 7 \text{ м}.$$

Подставляя краевые условия в уравнение движения, находим: $V_0 = 3{,}81$ м/с.

Краевое условие падения точки:

$$t = t_{\text{пад}}; \; x = l; \; y = 0.$$

Подстановка в уравнения движения условия приводит к системе:

$$l = V_0 t_{\text{пад}}\cos 30°; \; 0 = -\frac{1}{2}gt_{\text{пад}}^2 + V_0 t_{\text{пад}}\cos 60° + H.$$

Находим: $t_{\text{пад}} = 1{,}64$ с; $l = 5{,}41$ м.

4.3

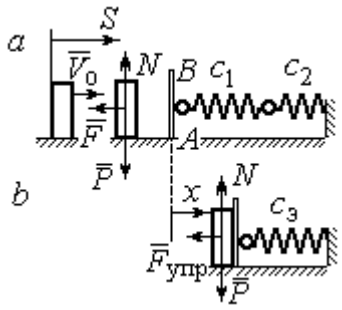


Рис. 7.29. Расчётная схема к упражнению 4.3: *a* – движение груза до начала колебаний; *b* – колебания груза

Уравнение движения груза (рис. 7.29, *a*):

$$m\ddot{S} = -F = -k\dot{S}.$$

Начальные условия: $t = 0;\ S = 0;\ \dot{S} = V_0$.

Решение: $S = \dfrac{mV_0}{k}\left(1 - e^{-\frac{k}{m}t}\right) = 6\left(1 - e^{-t}\right)$ м.

Скорость груза: $\dot{S} = 6e^{-t}$.

Скорость груза в момент соединения с площадкой AB: $V_1 = \dot{S}(1) = 0{,}21$ м/с.

Уравнение колебаний груза на эквивалентной пружине (рис. 7.29, *b*):

$$m\ddot{x} = -F_{упр} = -c_э x;\ c_э = \frac{c_1 c_2}{c_1 + c_2} = 30 \text{ Н/м}.$$

Начальные условия движения: $t = 0;\ x = 0;\ \dot{x} = V_1$.

Общий вид решения: $x = C_1\cos\omega t + C_2\sin\omega t;\ \omega = \sqrt{\dfrac{c_э}{m}} = 7{,}75$ рад/с,

где константы: $C_1 = 0;\ C_2 = \dfrac{V_1}{\omega} = 0{,}28$ м. Закон движения груза $x = 0{,}28\sin 7{,}75t$.

Максимальное сжатие 0,28 м.

4.4

Жесткость эквивалентной пружины

$$c_э = \frac{c \cdot 2c}{c + 2c} = \frac{2}{3}c.$$

Уравнение колебаний:

$$m\ddot{x} = P - F_{упр} = P - c_э(\lambda_{ст} + x) = -c_э x.$$

Общее решение:

$$x = C_1\cos\omega t + C_2\sin\omega t;\ \omega = \sqrt{\frac{c_э}{m}} = 10{,}33 \text{ рад/с}.$$

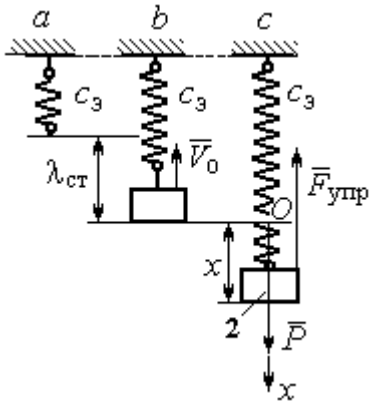


Рис. 7.30. Расчётная схема к упражнению 4.4: *a* – нерастянутая пружина; *b* – положение статического равновесия; *c* – произвольное положение груза

Начальные условия: $t = 0;\ x = 0;\ \dot{x} = -V_0$.

Находим константы интегрирования: $C_1 = 0;\ C_2 = \dfrac{V_0}{\omega} = 0{,}39$ м.

Закон движения груза: $x = 0{,}39\sin 10{,}33t$.

Амплитуда $A = 0{,}39$ м, частота $\omega = 10{,}33$ рад/с.

4.5

Скорость человека, находящегося в самолёте, в нижней точке траектории (точка C):

$$\frac{mV_C^2}{2} - \frac{mV_0^2}{2} = mg\left[l\sin\varphi + r(1-\cos\varphi)\right].$$

Откуда $V_C^2 = V_0^2 + 2g\left[l\sin\varphi + r(1-\cos\varphi)\right]$.

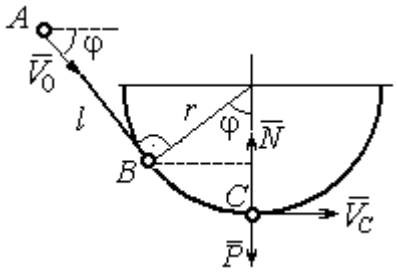


Рис. 7.31. Расчётная схема к упражнению 4.5

Уравнение движения человека, двигающегося вместе с самолётом, в проекции на нормаль в точке C: $\dfrac{mV_C^2}{r} = N - P$, где N – реакция корпуса самолёта. Сила давления человека на корпус самолёта по величине равна реакции, но направлена в противоположную сторону.

Из условия $N \le 3P$ следует неравенство: $V_C^2 \le 2gr$, или

$V_0^2 + 2g\left[l\sin\varphi + r(1-\cos\varphi)\right] \le 2gr$. Откуда $r \ge \dfrac{V_0^2 + 2gl\sin\varphi}{2g\cos\varphi}$.

4.6

Из уравнения теоремы об изменении кинетической энергии шарика в точке B с учётом, что $V_A = 0$, найдём:

$$\frac{mV_B^2}{2} = \frac{ca^2}{2} + mg\left[R + R\cos 60° - a\cos 30°\right].$$

Составим уравнение теоремы об изменении кинетической энергии точки на участке BD:

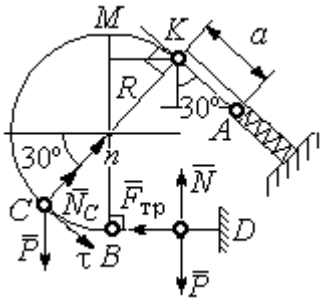


Рис. 7.32. Расчётная схема к упражнению 4.6

$-\frac{mV_B^2}{2} = -fNs$, где s – путь точки до остановки. С учётом данных задачи, получим: s = 5,39 м.

Уравнение движения шарика в проекции на нормальную ось в точке C

$$\frac{mV_C^2}{R} = N_C - P\cos 60°.$$

Для вычисления реакции опоры шарика на трубу имеем равенство $N_C = \frac{mV_C^2}{R} + P\cos 60° = \frac{1}{R}\left[mV_B^2 - 2mgR(1-\cos 60°)\right] + mg\cos 60°$, где кинетическая энергия шарика в точке B: $mV_B^2 = ca^2 + 2mgR\left[(1+\cos 60°) - \frac{a}{R}\cos 30°\right]$. Получим: $N_C = 18{,}71$ Н. Давление шарика на трубку равно реакции опоры и направлено в противоположную сторону.

7.5. Ответы к упражнениям главы 5

5.1

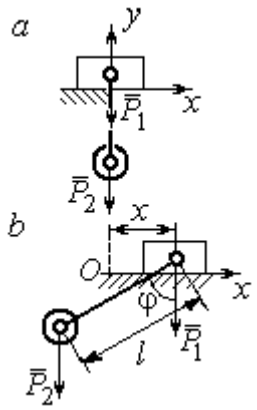


Рис. 7.33. Расчётная схема к упражнению 5.1:
a – начальное положение системы;
b – произвольное положение

x_0 – координата центра тяжести системы в начальном положении, x_0 = 0 (см. рис.7.33); x – текущая координата центра тележки; x_1 – координата центра тяжести системы в её произвольном положении: $x_1 = \frac{m_1 x - m_2(l\sin\varphi - x)}{m_1 + m_2}$.

Уравнение закона сохранения движения центра масс системы: $x_1 = x_0$, или

$$m_1 x - m_2(l\sin\varphi - x) = 0.$$

Отсюда зависимость координаты движения тележки от положения груза 2: $x = \frac{m_2 l}{m_1 + m_2}\sin\varphi$.

5.2

Теорема об изменении кинетического момента системы относительно оси z: $\dfrac{dL_z}{dt} = \sum M_z(\vec{F}_k^e)$.

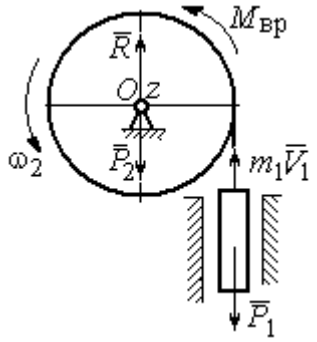


Рис. 7.34. Расчётная схема к упражнению 5.2

Кинетический момент системы:

$$L_z = L_z^{\text{бар}} + L_z^{\text{гр}} = \frac{m_2 r^2}{2}\omega + m_1 V_1 r = \left(m_1 + \frac{m_2}{2}\right)\omega r^2.$$

Суммарный момент внешних сил относительно оси z: $\sum M_z(\vec{F}_k^e) = M_{\text{вр}} - P_1 r = kt - m_1 g r$.

Дифференциальное уравнение вращения барабана:

$$\left(m_1 + \frac{m_2}{2}\right) r^2 \frac{d\omega}{dt} = kt - m_1 g r.$$

При нулевых начальных условиях $\omega = \dfrac{kt^2 - 2m_1 grt}{(2m_1 + m_2)r^2}$.

5.3

Уравнение теоремы об изменении кинетической энергии для неизменяемых систем на конечном перемещении: $T - T_0 = \sum A(F_k)$, $T_0 = 0$.

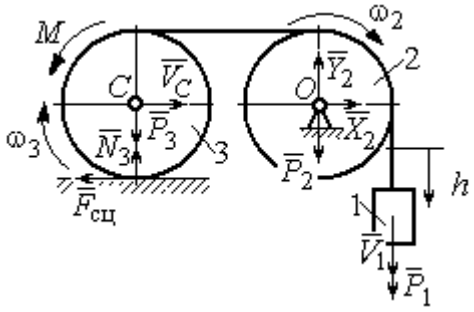


Рис. 7.35. Расчётная схема к упражнению 5.3

Кинетическая энергия груза 1: $T_1 = \dfrac{m_1 V_1^2}{2}$. Энергия вращательного движения блока 2: $T_2 = \dfrac{1}{2} J_O \omega_2^2$, где осевой момент инерции блока: $J_O = \dfrac{m_2 r^2}{2}$, угловая скорость блока $\omega_2 = \dfrac{V_1}{r}$. Кинетическая энергия катка 3: $T_3 = \dfrac{1}{2} m_3 V_C^2 + \dfrac{1}{2} J_C \omega_3^2$, где момент инерции катка относительно оси, проходя-

щей через центр масс перпендикулярно плоскости диска, $J_C = \frac{m_3 r^2}{2}$, угловая скорость катка и скорость его центра масс $\omega_3 = \frac{V_1}{2r}$, $V_C = \frac{V_1}{2}$.

Энергия системы: $T = T_1 + T_2 + T_3 = (8m_1 + 4m_2 + 3m_3)\frac{V_1^2}{16}$.

Суммарная работа вешних сил на перемещении h: $\sum A(F_k) = P_1 h - M\frac{h}{2r}$.

Уравнение теоремы об изменении кинетической энергии:

$$(8m_1 + 4m_2 + 3m_3)\frac{V_1^2}{16} = \left(m_1 g - \frac{M}{2r}\right)h.$$

Скорость груза на высоте h: $V_1 = 4\sqrt{\frac{\left(m_1 g - \frac{M}{2r}\right)h}{8m_1 + 4m_2 + 3m_3}}$.

5.4

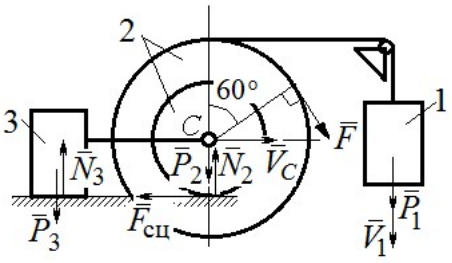


Рис. 7.36. Расчётная схема к упражнению 5.4

Для решения задачи используется теорема об изменении кинетической энергии в дифференциальной форме: $\frac{dT}{dt} = \sum N(\vec{F}_k^e)$, где T – энергия системы в её текущем положении; $\sum N(\vec{F}_k^e)$ – суммарная мощность внешних сил.

Допустим, груз 1 движется вниз со скоростью V_1. Скорость центра масс катка V_C.

Кинетическая энергия катка 2: $T_2 = \frac{1}{2}m_2 V_C^2 + \frac{1}{2}J_{zC}\omega_2^2$. Здесь $m_2 = \frac{2P}{g}$, $J_{zC} = m_2 i_z^2$, $\omega_2 = \frac{V_C}{r}$. В результате кинетическая энергия катка $T_2 = \frac{3P}{g}V_C^2$.

Скорость груза 3 $V_3 = V_C$. Кинетическая энергия груза 3 $T_3 = \frac{P}{g}V_C^2$.

Скорость груза 1 $V_1 = \omega_2 3r = 3V_C$. Кинетическая энергия груза 1: $T_1 = \dfrac{9P}{2g}V_C^2$.

Суммарная кинетическая энергия (энергия системы): $T = T_1 + T_2 + T_3 = \dfrac{17P}{2g}V_C^2$. Производная $\dfrac{dT}{dt} = \dfrac{17P}{g}V_C\dfrac{dV_C}{dt} = \dfrac{17}{g}V_C a_C$.

Мощности сил $\vec{P}_2$, $\vec{N}_2$, $\vec{F}_{\text{сц}}$, $\vec{P}_3$, $\vec{N}_3$ равны нулю.

Мощность силы $\vec{F}$, приложенной к колесу, определяется по формуле: $N(\vec{F}) = \vec{F}\cdot\vec{V}_C + \vec{M}_C(\vec{F})\cdot\vec{\omega}_2 = FV_C\cos 60° + FR\omega_2$. Мощность силы $\vec{P}_1$ $N(\vec{P}_1) = P_1V_1$. Суммарная мощность внешних сил: $\sum N(F^e) = 7PV_C$.

Составляем уравнение теоремы об изменении кинетической энергии системы: $\dfrac{17P}{g}V_C a_C = 7PV_C$, откуда $a_C = \dfrac{7}{17}g$ м/с^2.

5.5

Рассмотрим движение катков отдельно, заменив невесомый стержень реакцией. Предположим, катки движутся направо (см. рис. 7.37). Уравнения движения катков:

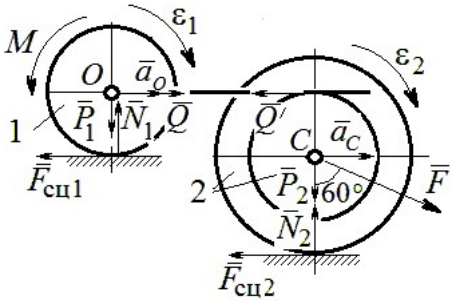


Рис. 7.37. Расчётная схема к упражнению 5.5

$$m_1 a_O = Q - F_{\text{сц1}},\ J_{1O}\varepsilon_1 = F_{\text{сц1}}r - M;$$

$$m_2 a_C = -Q' - F_{\text{сц2}} + F\cos 30°;$$

$$J_{2C}\varepsilon_2 = F_{\text{сц2}}3r - Q'r.$$

Здесь $\vec{Q}$ – реакция невесомого стержня, $|\vec{Q}| = |\vec{Q}'|$; $\vec{F}_{\text{сц1}}$, $\vec{F}_{\text{сц2}}$ – силы сцепления катков с поверхностями качения; моменты инерции катков $J_{1O} = \dfrac{m_1 r^2}{2}$, $J_{2C} = m_2 i_2^2$. Подставляя кинематические соотношения $\varepsilon_2 = \dfrac{a_C}{3r}$; $a_O = \dfrac{4}{3}a_C$; $\varepsilon_1 = \dfrac{4a_C}{3r}$, с учётом данных задачи, получим систему уравнений:

$$\frac{4P}{3g}a_C = Q - F_{\text{сц}1};\ \ \frac{2P}{3g}a_C = F_{\text{сц}1} - 4P;$$

$$\frac{2P}{g}a_C = -Q - F_{\text{сц}2} + P\sqrt{3};\ \ \frac{4P}{3g}a_C = 3F_{\text{сц}2} - Q.$$

Находим ускорение центра катка 2: $a_C = \dfrac{3\left(3\sqrt{3}-16\right)g}{46} \approx -\ 0{,}7g$. Каток движется в противоположную сторону. Реакция стержня $Q = 2{,}6P$.

5.6

Выделяем звенья механизма, заменяя действия нитей их реакциями. Допустим, направления движений тел в системе соответствуют подъёму груза 1.

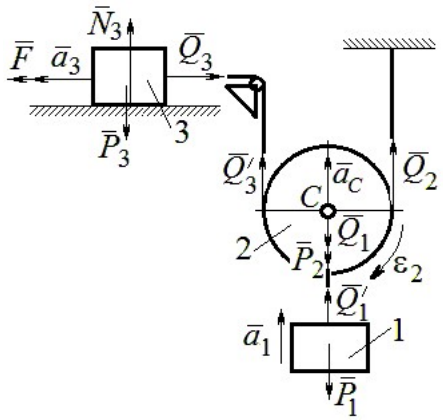


Рис. 7.38. Расчётная схема к упражнению 5.6

Уравнения движения тел:

$$m_3a_3 = F - Q_3,\ m_2a_C = Q_3' + Q_2 - P_2 - Q_1;$$

$$J_{2C}\varepsilon_2 = Q_3'r - Q_2r,\ m_1a_1 = Q_1' - P_1.$$

С учётом, что $\left|\vec{Q}_3\right| = \left|\vec{Q}_3'\right|$, $\left|\vec{Q}_1\right| = \left|\vec{Q}_1'\right|$ и $a_C = a_1$, $a_3 = 2a_1$, $\varepsilon_2 = \dfrac{a_1}{r}$, $J_{2C} = \dfrac{m_2r^2}{2}$, подставляя данные задачи, получим систему уравнений:

$$2ma_1 = 2{,}5mg - Q_3;\ \ ma_1 = Q_3 + Q_2 - mg - Q_1;$$

$$\frac{ma_1}{2} = Q_3 - Q_2;\ m_1a_1 = Q_1 - P_1.$$

Решая систему, находим: $a_1 = \dfrac{2}{17}g \approx 0{,}12g$; $Q_3 = 2{,}26mg$; $Q_2 = 2{,}15mg$.

5.7

Заменяем действия нитей реакциями. Предположим, груз 1 спускается по наклонной плоскости. Уравнения движения тел:

$$m_1a_1 = P_1\cos 30° - Q_1;\ \ m_3a_3 = Q_3;$$

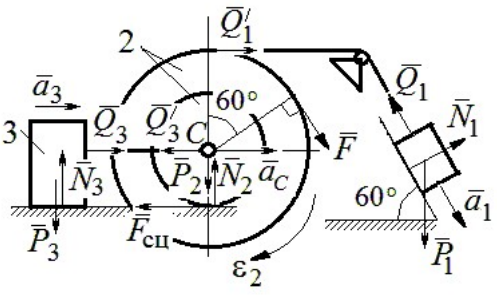


Рис. 7.39. Расчётная схема к упражнению 5.7

$$m_2 a_C = Q_1' - Q_3' - F_{\text{сц}} + F\cos 60^\circ;\ J_{2C}\varepsilon_2 = Q_1' R + FR + F_{\text{сц}} r,\ J_{2C} = m_2 i_2^2.$$

Соотношения ускорений: $\varepsilon_2 = \dfrac{a_1}{R+r}$, $a_C = \dfrac{a_1 r}{R+r}$, $a_3 = a_C$. Подставляя данные задачи, с учётом, что модули сил $Q_1' = Q_1$ и $Q_3' = Q_3$, получим систему уравнений:

$$ma_1 = mg\frac{\sqrt{3}}{2} - Q_1;\ \frac{2}{3}ma_1 = Q_3;$$

$$ma_1 = Q_1 - Q_3 - F_{\text{сц}} + \frac{1}{2}mg;\ 3ma_1 = 2Q_1 + 2mg + F_{\text{сц}}.$$

Находим $a_1 = \dfrac{3}{46}\left(5+3\sqrt{3}\right)g \approx 0{,}44g;\ Q_1 = 0{,}21mg;\ Q_3 = 0{,}44mg$.

7.6. Ответы к упражнениям главы 6

6.1

Внешние силы, действующие на систему: силы тяжести – $\vec{P}_1$, $\vec{P}_2$, $\vec{P}_3$ и реакции опор $\vec{N}_3$, $\vec{R}_3$ Приложим к телам системы, силы инерции $\vec{R}_1^{\text{ин}}$, $\vec{R}_2^{\text{ин}}$ (рис. 7.40, *a*). В соответствии с принципом Даламбера, полученная система сил находится в равновесии. Составляем условие равновесия системы сил в проекциях на горизонтальную и вертикальную оси:

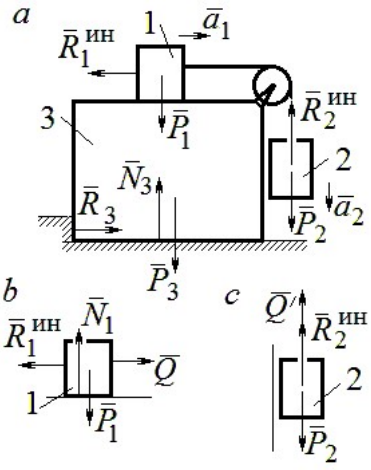


Рис. 7.40. Расчётная схема к упражнению 6.1

$$R_3 - R_1^{\text{ин}} = 0,\ N_3 - P_3 - P_1 - P_2 + R_2^{\text{ин}} = 0.$$

Для вычисления сил инерции рассмотрим отдельно грузы 1 и 2, заменяя действие соединяющей их нити реакцией (рис. 7.40, *b*, *c*). Присоединим к грузам силы инерции и, применив принцип Даламбера, составим уравнения равновесия систем сил - для груза 1 в проекции на горизонтальную ось, для груза 2 – на вертикальную:

$$Q - R_1^{\text{ин}} = 0;\ P_2 - Q' - R_2^{\text{ин}} = 0,$$

где $R_1^{\text{ин}} = m_1 a_1$, $R_2^{\text{ин}} = m_2 a_2$.

Решая полученную систему с учётом равенства модулей сил $Q = Q'$ и ускорений грузов $a_1 = a_2$, находим ускорение грузов: $a_1 = a_2 = 0{,}5g$. Тогда давление призмы на горизонтальную поверхность: $N_3 = 2{,}5mg$.

6.2

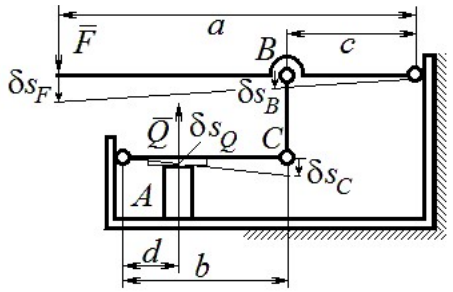


Рис. 7.41. Расчётная схема к упражнению 6.2

Активными силами в системе являются силы $\vec{F}$ и $\vec{Q}$. Для равновесия системы необходимо и достаточно выполнения условия: $\delta A\left(\vec{F}\right) + \delta A\left(\vec{Q}\right) = 0$ или $F\delta s_F - Q\delta s_Q = 0$, где δs_F и δs_Q – возможные перемещения точек приложения сил $\vec{F}$ и $\vec{Q}$.

Имеем соотношения: $\dfrac{\delta s_F}{\delta s_B} = \dfrac{a}{c}$, $\dfrac{\delta s_C}{\delta s_Q} = \dfrac{b}{d}$, где δs_B и δs_C – возможные перемещения точек B и C, причём $\delta s_B = \delta s_C$. Тогда $\delta s_Q = \dfrac{cd}{ab}\delta s_F$ и сила, сжимающая деталь A под прессом, равна $Q = \dfrac{ab}{cd}F$.

6.3

Активными силами, совершающими работу при движении системы, являются силы тяжести $\vec{P}_3$, $\vec{P}_4$ и пары сил с моментами M_1 и M_2. Связи идеальные.

Для равновесия системы необходимо и достаточно выполнения условия:

$$\delta A\left(\vec{P}_3\right) + \delta A\left(\vec{P}_4\right) + \delta A(M_1) + \delta A(M_2) = 0 \text{ или}$$

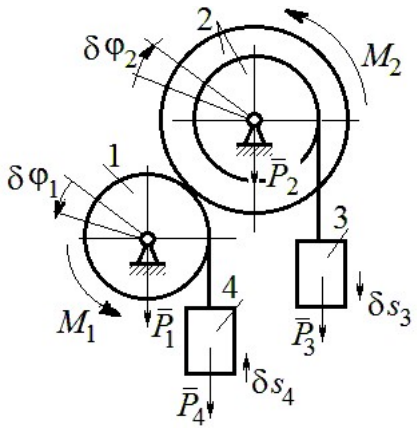


Рис. 7.42. Расчётная схема к упражнению 6.3

$$P_3\delta s_3 - P_4\delta s_4 + M_1\delta\varphi_1 - M_2\delta\varphi_2 = 0,$$

где $\delta s_3, \delta s_4$ – элементарные перемещения грузов 3, 4; $\delta\varphi_1, \delta\varphi_2$ – элементарные повороты валов 1 и 2. Выразим все перемещения через угол поворота вала 2: $\delta s_3 = \delta\varphi_2 r$, $\delta\varphi_1 = 3\delta\varphi_2$, $\delta s_4 = 3r\delta\varphi_2$ и подставим в уравнение равновесия. Получим: $M_2 = 4Pr$.

6.4

Система с идеальными связями. Активными силами являются силы тяжести $\vec{P}_1$, $\vec{P}_2$, $\vec{P}_3$ и пара сил с моментом $M_{\text{вр}}$ (рис. 7.43).

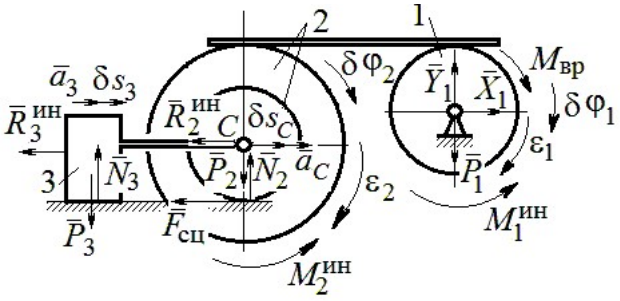


Рис. 7.43. Расчётная схема к упражнению 6.4

Направления поворотов дисков и их угловые ускорения показаны на рис. 7.43 дуговыми стрелками $\delta\varphi_1, \varepsilon_1$ и $\delta\varphi_2, \varepsilon_2$. Направления движения центра масс катка 2, груза 3 и их ускорения обозначены: $\delta s_C, a_C$ и $\delta s_3, a_3$.

Кинематические соотношения между перемещениями и ускорениями:

$$\delta s_C = \delta s_3,\ a_C = a_3,\ \delta\varphi_2 = \frac{\delta s_3}{r},\ \varepsilon_2 = \frac{a_3}{r},\ \delta\varphi_1 = \frac{3\delta s_3}{r},\ \varepsilon_1 = \frac{3a_3}{r}.$$

Присоединим к телам системы силы инерции.

Модули главных векторов сил инерции: $R_3^{\text{ин}} = m_3 a_3 = ma_3$;

$$R_2^{\text{ин}} = m_2 a_C = 2ma_3;\ M_2^{\text{ин}} = m_2 i_2^2 \varepsilon_2 = 4{,}5mra_3;\ M_1^{\text{ин}} = \frac{m_1 R_1^2}{2}\varepsilon_1 = 1{,}5mra_3.$$

Элементарные работы активных сил:

$$\sum \delta A(\vec{F}_k^{\text{акт}}) = M_{\text{вр}}\delta\varphi_1 = (mg\sin\omega t)3\delta s_3.$$

Элементарные работы сил инерции:

$$\sum \delta A(\vec{R}_k^{\text{ин}}) = -R_3^{\text{ин}}\delta s_3 - R_2^{\text{ин}}\delta s_C - M_2^{\text{ин}}\delta\varphi_2 - M_1^{\text{ин}}\delta\varphi_1 =$$

$$= -ma_3\delta s_3 - 2ma_3\delta s_3 - 4{,}5ma_3\delta s_3 - 1{,}5ma_3 3\delta s_3 = -12ma_3\delta s_3.$$

Общее уравнение динамики имеет вид:

$$\sum \delta A(\vec{F}_k^{\text{акт}}) + \sum \delta A(\vec{R}_k^{\text{ин}}) = m(3g\sin\omega t - 12a_3)\delta s_3 = 0.$$

Ускорение груза 3: $a_3 = 0{,}25g\sin\omega t$, или $\ddot{s}_3 = 0{,}25g\sin\omega t$. Интегрируя дифференциальное уравнение с нулевыми начальными условиями, получим закон движения груза: $s_3 = \dfrac{0{,}25g}{\omega}\left(t - \dfrac{1}{\omega}\sin\omega t\right)$.

6.5

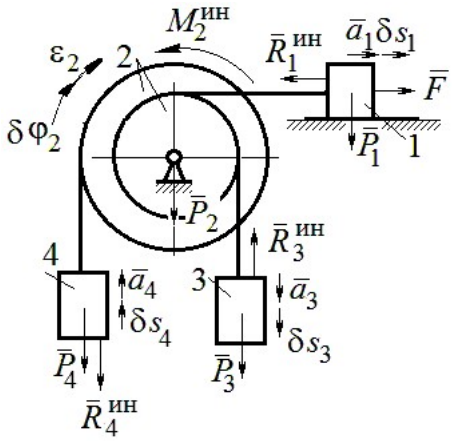


Рис. 7.44. Расчётная схема к упражнению 6.5

Система с идеальными связями. Активные силы и главные вектора сил инерции показаны на рис. 7.44.

Элементарные работы активных сил: $\sum \delta A(\vec{F}_k^{\text{акт}}) = F\delta s_1 + P_3\delta s_3 - P_4\delta s_4$ и сил инерции $\sum \delta A(\vec{R}_k^{\text{ин}}) = -R_1^{\text{ин}}\delta s_1 - R_3^{\text{ин}}\delta s_3 - R_4^{\text{ин}}\delta s_4 - M_2^{\text{ин}}\delta\varphi_2$, где модули сил инерции: $R_1^{\text{ин}} = \dfrac{P_1}{g}a_1$, $R_3^{\text{ин}} = \dfrac{P_3}{g}a_3$, $R_4^{\text{ин}} = \dfrac{P_1}{g}a_4$, $M_2^{\text{ин}} = \dfrac{P_2}{g}i_2^2\varepsilon_2$.

Кинематические соотношения: $\delta s_3 = \delta s_1$, $a_3 = a_1$, $\delta s_4 = 2\delta s_1$, $a_4 = 2a_1$, $\delta\varphi_2 = \dfrac{\delta s_1}{r}$, $\varepsilon_2 = \dfrac{a_1}{r}$. Общее уравнение динамики:

$$\sum \delta A(\vec{F}_k^{\text{акт}}) + \sum \delta A(\vec{R}_k^{\text{ин}}) = P(t+1)\delta s_1 + P\delta s_1 - 2P\delta s_1 -$$

$$-\left(\frac{P}{g}a_1\delta s_1 + \frac{P}{g}a_1\delta s_1 + \frac{2P}{g}2a_1 2\delta s_1 + \frac{2P}{g}2r^2\frac{a_1}{r}\frac{\delta s_1}{r}\right) = P\left(t - \frac{14a_1}{g}\right)\delta s_1 = 0.$$

Находим уравнение движения груза 3: $a_3 = a_1 = \dfrac{1}{14}gt$, или $\ddot{x}_3 = \dfrac{1}{14}gt$.

Проинтегрировав дифференциальное уравнение с нулевыми начальными условиями, получим закон движения груза 3: $x_3 = \dfrac{1}{84}gt^3 \approx 0{,}012gt^3$.

6.6

Рассматриваемая механическая система (рис. 7.45) имеет одну степень свободы. Уравнение Лагранжа: $\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{x}}\right)-\frac{\partial T}{\partial x}=Q_x$, где T – кинетическая энергия системы: Q_x – обобщенная сила.

В качестве обобщённой координаты x выберем положение точки C относительно недеформированной пружины, отмеченной на рис. 7.45 величиной l_0. Обобщённая скорость $\dot{x}$.

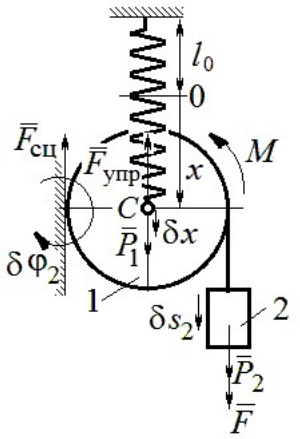


Рис. 7.45. Расчётная схема к упражнению 6.6

Кинетическая энергия катка: $T_1=\frac{1}{2}m_1V_C^2+\frac{1}{2}J_{zC}\omega_1^2$, где ω_1, V_C – угловая скорость катка и скорость его центра масс, $V_C=\dot{x}$, $\omega_1=\frac{V_C}{r}=\frac{\dot{x}}{r}$; момент инерции $J_{zC}=\frac{1}{2}m_1r^2$. Кинетическая энергия груза 2: $T_2=\frac{1}{2}m_2V_2^2$, где V_2 – скорость груза 2, $V_2=2V_C=2\dot{x}$. Кинетическая энергия системы, выраженная через обобщённую скорость: $T=T_1+T_2=\frac{7P}{2g}\dot{x}^2$.

В произвольном положении системы, определяемом координатой x, дадим центру масс катка возможное перемещение δx (см. рис. 7.45). Элементарная работа активных сил $\sum\delta A(F_{\text{к}})=P_1\delta x-F_{\text{упр}}\delta x+(P_2+F)\delta s_2-M\delta\varphi_1$. Полагая перемещения $\delta s_2=2\delta x$, $\delta\varphi_1=\frac{\delta x}{r}$, модуль силы упругости $F_{\text{упр}}=cx$ и с учётом данных задачи, получим $\sum\delta A(F_{\text{к}})=(3P-cx)\delta x$. Обобщённая сила $Q_x=3P-cx$.

Уравнение Лагранжа $\frac{7P}{g}\ddot{x}=3P-cx$, или $\ddot{x}+\frac{4g}{7r}x=\frac{3g}{7}$.

Решение уравнения (с нулевыми начальными условиями): $x = \frac{3}{4} r\left(1 - \cos\omega t\right)$. Закон движения груза: $s_2 = 2x = \frac{3}{2} r\left(1 - \cos\omega t\right)$.

6.7

Рассматриваемая система имеет две степени свободы. Обобщённые координаты – расстояния x_1, x_2 соответственно до грузов 1 и 2, отсчитываемые от неподвижных центров блоков *B* и *D* (рис. 7.46, *a*). Обобщённые скорости $\dot{x}_1$, $\dot{x}_2$. Кинетическая энергия грузов и блока 3:

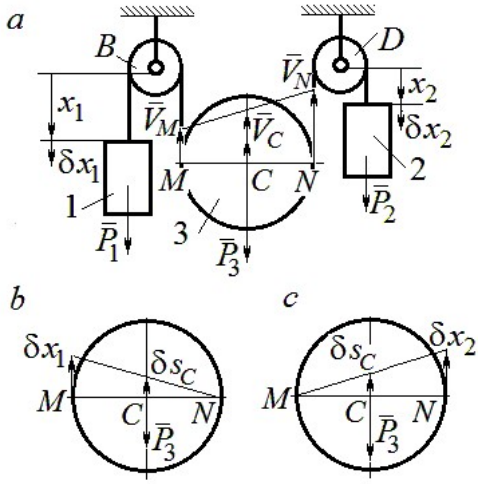


Рис. 7.46. Расчётная схема к упражнению 6.7: *a* – кинематика механизма; *b*, *c* – возможные перемещения блока 3 при вычислении обобщённых сил

$$T_1 = \frac{P_1 \dot{x}_1^2}{2g},\ T_2 = \frac{P_2 \dot{x}_2^2}{2g};$$

$$T_3 = \frac{P_3}{2g}\left(\frac{\dot{x}_1 + \dot{x}_2}{2}\right)^2 + \frac{1}{2}\frac{P_3 r^2}{2g}\left(\frac{\dot{x}_2 - \dot{x}_1}{2r}\right)^2.$$

Здесь учтено (см. рис. 7.46, *a*): что

$$V_C = \frac{V_N + V_M}{2} = \frac{\dot{x}_2 + \dot{x}_1}{2};$$

$$\omega_2 = \frac{V_N - V_M}{2r} = \frac{\dot{x}_2 - \dot{x}_1}{2r}.$$

Дадим системе возможное перемещение по координате x_1, оставляя координату x_2 постоянной: $\delta x_1 \neq 0$, $\delta x_2 = 0$. На этом перемещении сумма элементарных работ внешних сил (см. рис. 7.46, *a*, *b*):

$$\sum \delta A(F_к) = P_1 \delta x_1 - P_3 \delta s_C = \left(P_1 - \frac{1}{2} P_3\right)\delta x_1.$$

Обобщённая сила $Q_{x_1} = P_1 - \frac{1}{2} P_3$.

Дадим системе другое независимое возможное перемещение – по координате x_2, так, что $\delta x_1 = 0$, $\delta x_2 \neq 0$. При этом перемещении сумма элементарных работ внешних сил (см. рис. 7.46, *a*, *c*):

$$\sum \delta A(F_{\text{к}}) = P_2 \delta x_2 - P_3 \delta s_C = \left(P_2 - \frac{1}{2} P_3 \right) \delta x_2 .$$

Обобщённая сила $Q_{x_2} = P_2 - \frac{1}{2} P_3$.

Уравнения Лагранжа

$$\left(P_1 + \frac{3}{8} P_3 \right) \frac{\ddot{x}_1}{g} + \frac{1}{8} P_3 \frac{\ddot{x}_2}{g} = P_1 - \frac{1}{2} P_3 , \quad \frac{1}{8} P_3 \frac{\ddot{x}_1}{g} + \left(P_2 + \frac{3}{8} P_3 \right) \frac{\ddot{x}_2}{g} = P_2 - \frac{1}{2} P_3 \text{ или}$$

$$7\ddot{x}_1 + \ddot{x}_2 = 0 , \; \ddot{x}_1 + 9\ddot{x}_2 = 2g .$$

Ускорения грузов: $\ddot{x}_1 = -\frac{1}{31} g$, $\ddot{x}_2 = \frac{7}{31} g$. Ускорение центра масс блока $\ddot{x}_C = \frac{\ddot{x}_2 + \ddot{x}_1}{2} = \frac{6}{31} g$. Груз 1 и центр блока 3 движутся вверх, груз 2 – вниз. (Сравнить с задачей 70.)

6.8

Система с двумя степенями свободы. Обобщённые координаты: x_1 – положение центра масс катка 1 (точки C_1) относительно неподвижной вертикальной стены; x_2 – положение центра масс катка 2 (точки C_2) относительно подвижного края платформы.

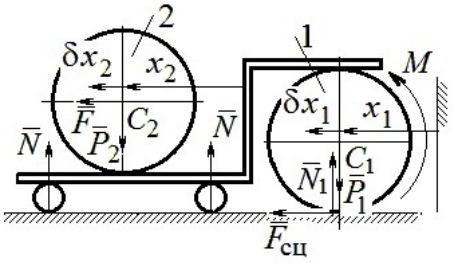


Рис. 7.47. Расчётная схема к упражнению 6.8

Кинетическая энергия системы

$$T = \frac{3}{4} m_1 \dot{x}_1^2 + \frac{1}{2} \left[m_2 \left(\dot{x}_2 + 2\dot{x}_1 \right)^2 + \frac{m_2 r^2}{2} \left(\frac{\dot{x}_2}{r} \right)^2 \right] = \frac{P}{g} \left(\frac{11}{4} \dot{x}_1^2 + \dot{x}_2^2 + 2\dot{x}_1 \dot{x}_2 \right).$$

Дадим системе возможное перемещение по координате x_1 $\left(\delta x_1 \neq 0 \right)$, оставляя другую координату x_2 неизменной $\left(\delta x_2 = 0 \right)$. Работу совершают момент M и сила $\overline{F}$. Суммарная работа

$$\sum \delta A(F_{\text{к}}) = M \delta \varphi_1 + F \delta s_{C_2} = M \frac{\delta x_1}{r} + F 2 \delta x_1 = 4P \delta x_1 .$$

Обобщённая сила $Q_{x_1} = 4P$.

При другом независимом возможном перемещении $\delta x_1 = 0$, $\delta x_2 \neq 0$ суммарная работа внешних сил $\sum \delta A(F_к) = F\delta x_2$ и обобщённая сила, соответствующая координате x_2, равна $Q_{x_2} = P$.

Уравнения Лагранжа

$$\frac{P}{g}\left(\frac{11}{2}\ddot{x}_1 + 2\ddot{x}_2\right) = 4P,\ \frac{P}{g}\left(2\ddot{x}_2 + 2\ddot{x}_1\right) = P, \text{ или}$$

$$11\ddot{x}_1 + 4\ddot{x}_2 = 8g,\ 2\ddot{x}_2 + 2\ddot{x}_1 = g$$

Ускорение центра катка 1 $\ddot{x}_1 = \frac{6}{7}g$. Тележка катится в направлении оси x_1. Ускорение центра катка 2 относительно тележки $\ddot{x}_2 = -\frac{5}{14}g$. Закон относительного движения центра катка 2 при нулевых начальных условиях: $x_2 = -\frac{5}{28}gt^2$. Каток катится к правому борту тележки.

СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

Бать М. И., *Джанелидзе Г. Ю.*, *Кельзон А. С.* Теоретическая механика в примерах и задачах: Т. 1–2.– СПб.: Лань, 2010.

Бутенин Н. В., *Лунц Я. Л.*, *Меркин Д. Р.* Курс теоретической механики: В 2-х томах.– М.: Наука, 2009.

Вебер Г. Э., *Ляпцев*, *С. А*. Лекции по теоретической механике. – Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2008.

Тарг С. М. Краткий курс теоретической механики: учебник для втузов. – М.: Высшая школа, 2010.

Учебное издание

Валерий Григорьевич Брагин
Евгений Борисович Волков
Юрий Михайлович Казаков

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА

Учебное пособие

Редактор *Л.В. Устьянцева*

Компьютерная версия

Подписано в печать 26.10.2018 г.
Бумага писчая. Формат бумаги 60×84 1/16.
Гарнитура Times New Roman. Печать на ризографе.
Печ. л. 15,625. Уч. изд. л. 10,5. Тираж экз. Заказ №
Издательство УГГУ
620144, г. Екатеринбург, ул. Куйбышева, 30
Уральский государственный горный университет
Отпечатано с оригинал-макета
в лаборатории множительной техники УГГУ

Министерство образования и науки РФ
ФГБОУ ВО
«Уральский государственный
горный университет»

Е. Б. Волков, Ю. М. Казаков

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА

Учебно-методическое пособие
для самостоятельной работы студентов

Екатеринбург
2017

Министерство образования и науки РФ
ФГБОУ ВО
«Уральский государственный горный университет»

ОДОБРЕНО
Методической комиссией
горно-механического факультета
«15» декабря 2017 г.
Председатель комиссии
проф. В. П. Барановский

Е. Б. Волков, Ю. М. Казаков

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА

Учебно-методическое пособие
для самостоятельной работы студентов

Издание УГГУ Екатеринбург, 2017

В 67

Рецензент: *Н. М. Суслов*, д-р техн. наук, заведующий кафедрой ГМК
Уральского государственного горного университета

Учебно-методическое пособие рассмотрено на заседании кафедры технической механики от 19.12.2016 г. (протокол № 2) и рекомендовано для издания в УГГУ.

Печатается по решению Редакционно-издательского совета Уральского государственного горного университета.

Волков Е. Б., Казаков Ю. М.

В67 ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА: Учебно-методическое пособие для самостоятельной работы студентов. / Е. Б. Волков, Ю. М. Казаков, Уральский государственный горный университет. Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2017. 156 с.

Учебно-методическое пособие для самостоятельной работы студентов содержит краткие методические указания, контрольные задания и примеры выполнения заданий по темам: «Статика твердого тела. Равновесие произвольной плоской и пространственной систем сил», «Кинематика вращательного и плоскопараллельного движений твердого тела. Определение скоростей и ускорений точек твёрдого тела», «Сложное движение точки», «Динамика точки. Дифференциальные уравнения движения точки. Гармонические и вынужденные колебания точки. Применение теоремы об изменении кинетической энергии при исследовании движения точки», «Применение общих теорем динамики к исследованию движения механической системы», «Принципы механики. Применение общего уравнения динамики к исследованию движения механической системы», «Уравнения Лагранжа II рода».

Учебно-методическое пособие для студентов всех специальностей очной формы обучения.

© Волков Е. Б., Казаков Ю. М., 2017
©Уральский государственный горный университет, 2017

ОГЛАВЛЕНИЕ

1. СТАТИКА ТВЕРДОГО ТЕЛА 4
1.1. Основные виды связей и их реакции 4
1.2. Моменты силы относительно центра и относительно оси. Пара сил. Момент пары 5
1.3. Условия равновесия систем сил 7
1.4. Задание С1. Равновесие произвольной плоской системы сил. Равновесие системы тел 8
1.5. Задание С2. Равновесие пространственной системы сил 17
2. КИНЕМАТИКА ТОЧКИ И ТВЕРДОГО ТЕЛА 26
2.1. Кинематика точки. Основные параметры движения точки 26
2.2. Вращение тела вокруг неподвижной оси 28
2.3. Плоскопараллельное движение твёрдого тела 29
2.4. Задание К1. Определение скоростей и ускорений точек твердого тела при поступательном и вращательном движениях 32
2.5. Задание К2. Определение скоростей точек твёрдого тела при плоскопараллельном движении 38
2.6. Задание К3. Определение ускорений точек твёрдого тела при плоскопараллельном движении 46
3. СЛОЖНОЕ ДВИЖЕНИЕ ТОЧКИ 57
3.1. Основные понятия сложного движения точки 57
3.2. Задание К4. Определение скорости и ускорения точки при сложном движении 60
4. ДИНАМИКА ТОЧКИ 73
4.1. Дифференциальные уравнения движения точки. 73
4.2. Задание Д1. Интегрирование дифференциальных уравнений движения точки ... 73
4.3. Колебания материальной точки 80
4.4. Задание Д2. Исследование колебаний точки 84
4.5. Теорема об изменении кинетической энергии точки. 95
4.6. Задание Д3. Исследование движения точки с применением теоремы об изменении кинетической энергии 96
5. ДИНАМИКА МЕХАНИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ 103
5.1. Описание движений твёрдых тел на основе общих теорем динамики системы. 103
5.2. Задание Д4. Динамический расчет механической системы 104
5.3. Теорема об изменении кинетической энергии системы. 112
5.4. Задание Д5. Исследование движения механической системы с применением теоремы об изменении кинетической энергии 114
6. АНАЛИТИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА 124
6.1. Принципы механики. Общее уравнение динамики 124
6.2. Задание Д6. Исследование механической системы с применением общего уравнения динамики 126
6.3. Уравнения Лагранжа II рода 136
6.4. Задание Д7. Исследование механической системы с одной степенью свободы с применением уравнений Лагранжа 137
6.5. Задание Д8. Исследование механической системы с двумя степенями свободы 145
СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ 155

1. СТАТИКА ТВЕРДОГО ТЕЛА

Статика представляет раздел теоретической механики, в котором изучаются условия равновесия твердых тел под действием системы сил.

1.1. Основные виды связей и их реакции

Опора тела на гладкую плоскость (поверхность) без трения. Реакция приложена в точке касания и направлена перпендикулярно к общей касательной соприкасающихся поверхностей. При опоре углом, или на угол (рис. 1.1, *a*), реакция направлена по нормали к одной из поверхностей. **Гибкая связь**. Если на тело наложена связь в виде гибкой нерастяжимой нити (каната, троса), то реакция связи $\vec{T}$, равная натяжению нити, приложена к телу и направлена вдоль нити (рис. 1.1, *b*).

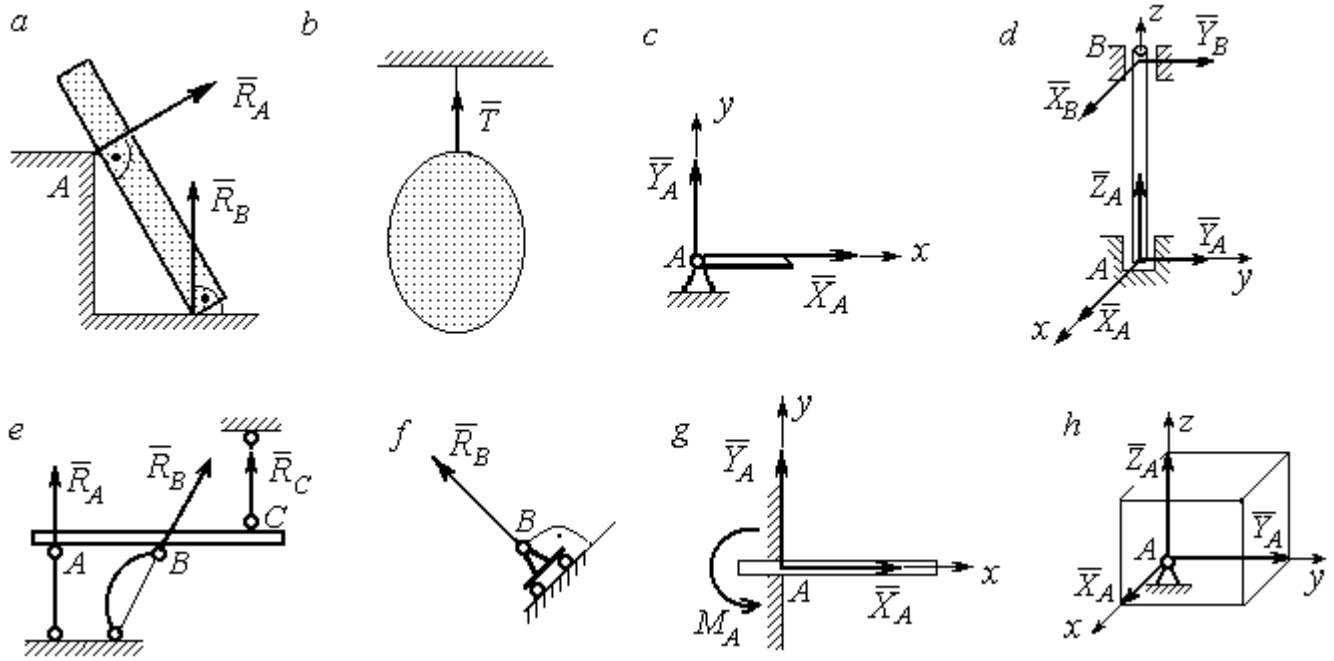


Рис. 1.1. Виды связей и их реакции:
a – реакция опоры тела на гладкую поверхность без трения; *b* – реакция связи гибкой нерастяжимой нити; *c* – реакция цилиндрического шарнира; *d* – реакция подшипника и подпятника; *e* – реакция невесомого стержня; *f* – реакция подвижной опоры; *g* – реакция жесткой заделки; *h* – реакция пространственного шарнира

Цилиндрический шарнир (подшипник) создает соединение, при котором одно тело может вращаться по отношению к другому. Реакция цилиндрического шарнира лежит в плоскости, перпендикулярной оси шарнира. При решении задач реакцию цилиндрического шарнира $\vec{R}_A$ изображают ее составляющими $\vec{X}_A$ и $\vec{Y}_A$, взятыми по направлениям координатных осей (рис. 1.1, *c*). Реакция подшипника $\vec{R}_B$ (рис. 1.1, *d*) также изображается своими составляющими $\vec{X}_B$ и $\vec{Y}_B$, взятыми по направлениям координатных осей в плоскости, перпендикулярной оси вращения подшипника. Величина реакции определяется по формуле: $R_A = \sqrt{X_A^2 + Y_A^2}$. **Реакция прямолинейного невесомого стержня с шарнирными соединениями на краях** направлена вдоль самого стержня, а криволинейного – вдоль линии, соединяющей точки крепления стержня (рис. 1.1, *e*). **Реакция подвижной опоры** $\vec{R}_B$ (рис. 1.1, *f*) направлена по нормали к поверхности, на которую опираются катки опоры. **Жесткая заделка** (рис. 1.1, *g*) препятствует не только линейным перемещениям тела, но и повороту. Реакция заделки состоит из силы реакции $\vec{R}_A$ и пары сил с моментом M_A. При решении задач силу реакции жесткой заделки $\vec{R}_A$ изображают ее составляющими $\vec{X}_A$ и $\vec{Y}_A$, взятыми по направлениям координатных осей. Модуль реакции определяется по формуле $R_A = \sqrt{X_A^2 + Y_A^2}$. Виды связей и их реакции показаны на рис. 1.1.

1.2. Моменты силы относительно центра и относительно оси. Пара сил. Момент пары

Алгебраическим моментом силы *F* относительно центра *O* $M_O(\vec{F})$, или просто **моментом силы** $\vec{F}$ относительно центра *O*, называют взятое с соответствующим знаком произведение модуля силы $\vec{F}$ на кратчайшее расстояние *h* от центра *O* до линии действия силы: $M_O(\vec{F}) = \pm Fh$ (рис. 1.2, *a*).

Величину h называют **плечом силы**. Момент силы относительно центра считается положительным, если сила стремится повернуть тело вокруг центра против хода часовой стрелки, и отрицательным – в обратном случае.

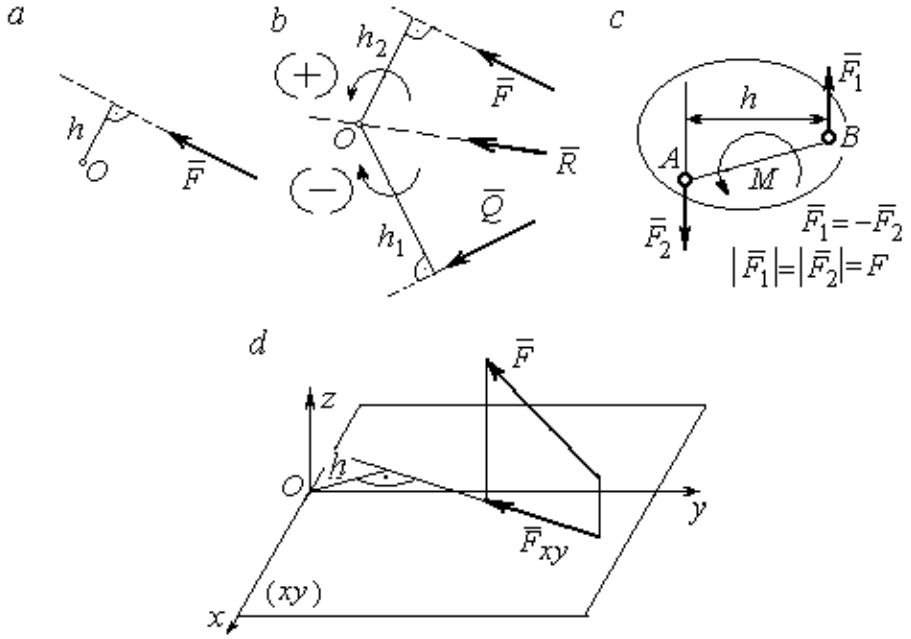


Рис. 1.2. Схемы для вычисления моментов сил:
a, *b* – момент силы относительно центра; *c* – момент пары сил;
d – момент силы относительно оси

На рис. 1.2, *b* показано, что момент силы $\vec{F}$ относительно центра O положительный, а момент силы $\vec{Q}$ относительно того же центра – отрицательный. Момент силы $\vec{R}$ относительно центра O равен нулю, так как линия действия этой силы проходит через центр O и плечо силы равно нулю.

Парой сил, или просто парой (рис.1.2, *c*), называют систему двух равных по модулю сил, параллельных, направленных в противоположные стороны и не лежащих на одной прямой. Алгебраическим моментом пары сил, или **моментом пары,** называют взятое со знаком плюс или минус произведение модуля одной из сил пары на плечо пары – кратчайшее расстояние между линиями действия ее сил. Правило знаков такое же, как и для момента силы. На рисунках пару часто изображают дуговой стрелкой, показывающей направление поворота твердого тела под действием пары (см. M на рис. 1.2, *c*).

Моментом силы относительно оси называют момент проекции этой силы на плоскость, перпендикулярную оси, относительно точки пересечения оси с этой плоскостью. На рис. 1.2, *d* показано вычисление момента силы F относительно оси *z*: $M_z(\vec{F}) = F_{xy}h$, где F_{xy} – проекция силы $\vec{F}$ на плоскость *xy*, перпендикулярную оси *z*, *h* – плечо проекции F_{xy} относительно центра *O* – точки пересечения оси *z* и плоскости *xOy*.

1.3. Условия равновесия систем сил

Плоской системой сил называется система сил, расположенных в одной плоскости.

Основная форма условий равновесия плоской системы сил. Для равновесия плоской системы сил, приложенных к твердому телу, необходимо и достаточно, чтобы суммы проекций всех сил на каждую из двух осей прямоугольной системы координат, расположенной в плоскости действия сил, были равны нулю и сумма моментов сил относительно любого центра, находящегося в плоскости действия сил, также была равна нулю:

$$\sum F_{kx} = 0,\ \sum F_{ky} = 0,\ \sum M_A(\vec{F}_k) = 0,$$

где F_{kx}, F_{ky} – проекции всех сил на координатные оси; $M_A(\vec{F}_k)$ – моменты всех сил относительно произвольно выбранного центра A.

Пространственной системой сил называется система сил, расположенных произвольно в пространстве.

Для **равновесия пространственной системы сил** необходимо и достаточно, чтобы суммы проекций всех сил на оси прямоугольной системы координат были равны нулю и суммы моментов всех сил относительно тех же осей также были равны нулю:

$$\sum F_{kx} = 0,\ \sum F_{ky} = 0,\ \sum F_{kz} = 0,$$

$$\sum M_x(\vec{F}_k) = 0,\ \sum M_y(\vec{F}_k) = 0,\ \sum M_z(\vec{F}_k) = 0,$$

где F_{kx}, F_{ky}, F_{kz} – проекции всех сил на координатные оси x, y, z; $M_x(\vec{F}_k)$, $M_y(\vec{F}_k)$, $M_z(\vec{F}_k)$ – моменты всех сил относительно выбранных осей.

Равновесие систем тел

Связи, соединяющие части конструкции, называют **внутренними,** в отличие от **внешних** связей, скрепляющих конструкцию с внешними телами, не входящими в данную конструкцию. Одним из способов решения задач на равновесие сил, действующих на сочленённую конструкцию с внутренними связями, является **разбиение конструкции на отдельные тела** и составление уравнений равновесия для каждого из тел, входящих в конструкцию. При этом в уравнения равновесия должны входить только силы, непосредственно приложенные к тому телу, равновесие которого рассматривается.

1.4. Задание С1. Равновесие произвольной плоской системы сил. Равновесие системы тел

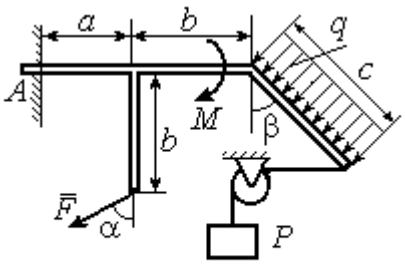
Каждый вариант задания включает две задачи по темам: «Равновесие произвольной плоской системы сил» и «Равновесие системы тел».

В задачах требуется определить реакции связей конструкции исходя из условия равновесия произвольной плоской системы сил. Весом стержневых подпорок, поддерживающих балочные конструкции, и блоков, через которые перекинуты невесомые нити, пренебречь.

Варианты заданий даны на рис. 1.3 – 1.6. Исходные данные приведены в табл. 1.1. Из таблицы исходных данных выбираются значения тех параметров, которые указаны на схемах.

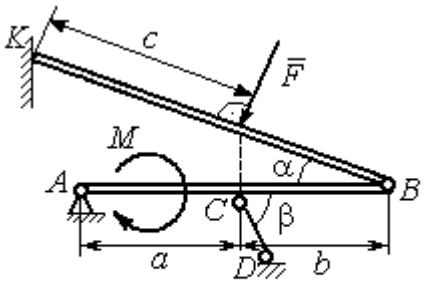
Варианты № 1, 11, 21

Задача 1



Найти реакцию жесткой заделки в точке A

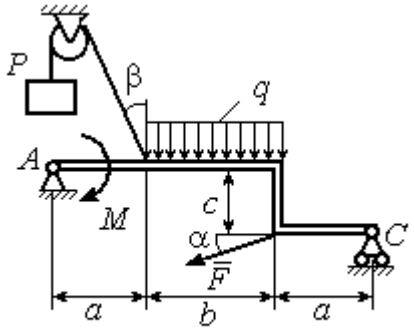
Задача 2



Найти реакции шарниров A, B, реакцию стержня CD и реакцию опоры в точке K

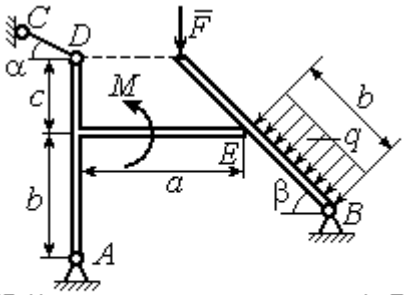
Варианты № 2, 12, 22

Задача 1



Найти реакции шарниров A и C

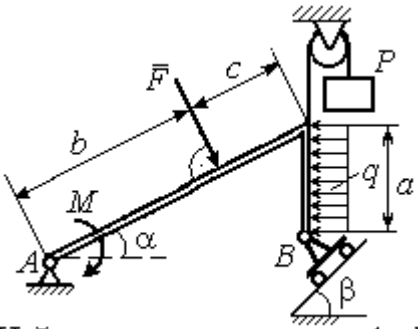
Задача 2



Найти реакции шарниров A, B, реакцию опоры в точке E и реакцию стержня CD

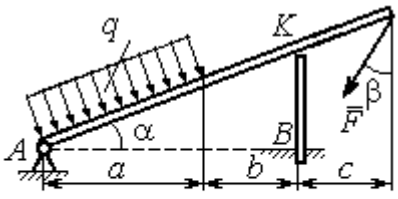
Варианты № 3, 13, 23

Задача 1



Найти реакцию шарниров A и B

Задача 2

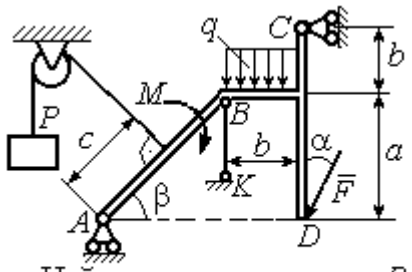


Найти реакцию шарнира A, реакцию опоры в точке K и реакцию жесткой заделки в точке B

Рис. 1.3. Задание С1. Равновесие произвольной плоской системы сил. Равновесие системы тел. Номера вариантов задания 1 – 3, 11 – 13, 21 – 23

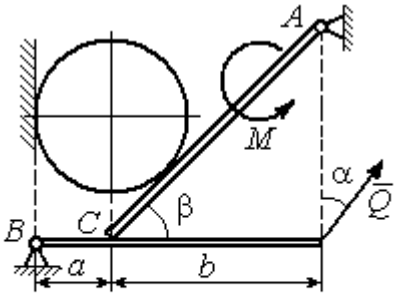
Варианты № 4, 14, 24

Задача 1



Найти усилие в стержне BK и реакцию шарниров A, C

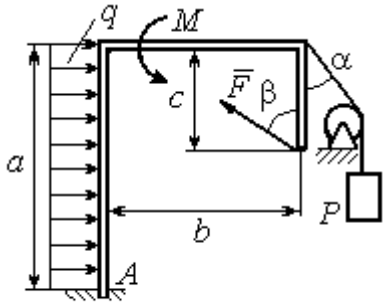
Задача 2



Вес шара P. Найти реакцию шарниров A, B, давление шара на балку и стенку, реакцию опоры балки в точке C и уравновешивающую силу Q

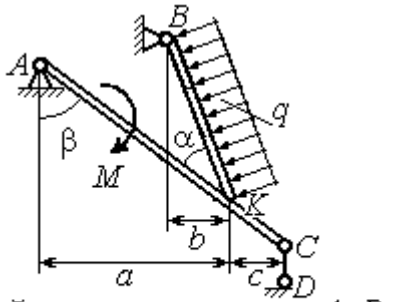
Варианты № 5, 15, 25

Задача 1



Найти реакцию жесткой заделки в точке A

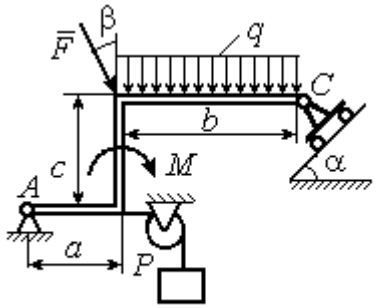
Задача 2



Найти реакцию шарнирв A, B, реакцию стержня CD и реакцию опоры в точке K

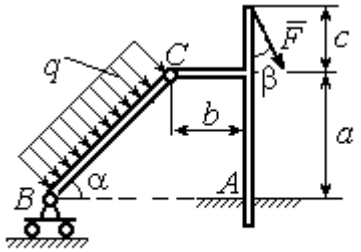
Варианты № 6, 16, 26

Задача 1



Найти реакции шарниров A и C

Задача 2

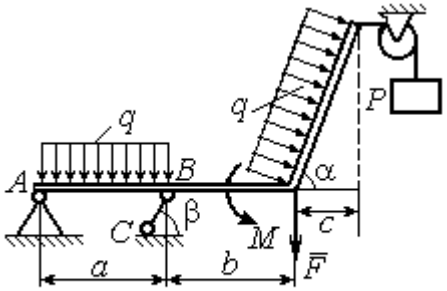


Найти реакцию жесткой заделки в точке A и реакции шарниров B и C

Рис. 1.4. Задание С1. Равновесие произвольной плоской системы сил. Равновесие системы тел. Номера вариантов задания 4 – 6, 14 – 16, 24 –26

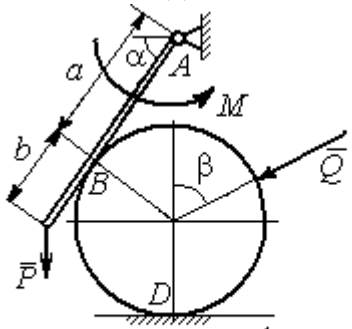
Варианты № 7, 17, 27

Задача 1



Найти реакцию стержня BC и реакцию шарнира A

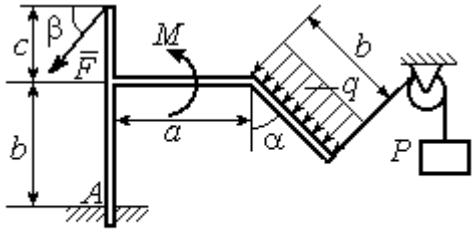
Задача 2



Найти реакцию шарнира A, давление балки на шар, реакцию опоры шара в точке D и уравновешивающую силу Q

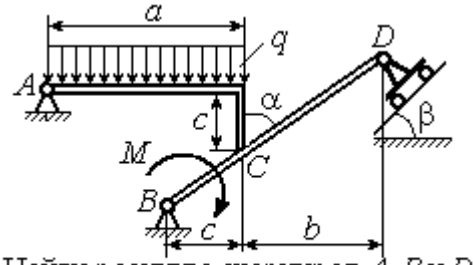
Варианты № 8, 18, 28

Задача 1



Найти реакцию жесткой заделки в точке A

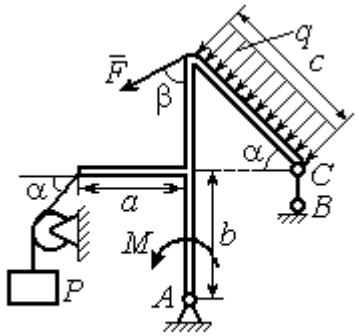
Задача 2



Найти реакцию шарниров A, B и D и реакцию опоры в точке C

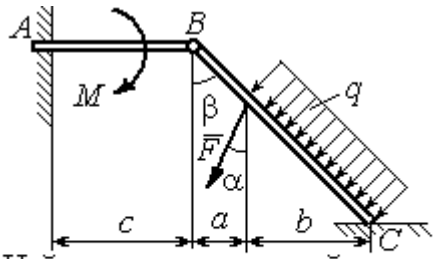
Варианты № 9, 19, 29

Задача 1



Найти реакцию стержня BC и реакцию шарнира A

Задача 2



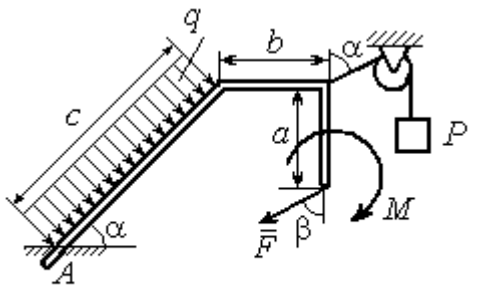
Найти реакцию жесткой заделки в точке A, реакцию шарнира B и реакцию опоры в точке C

Рис. 1.5. Задание С1. Равновесие произвольной плоской системы сил. Равновесие системы тел. Номера вариантов задания 7 – 9, 17 – 19, 27 – 29

Окончание вариантов задания С1

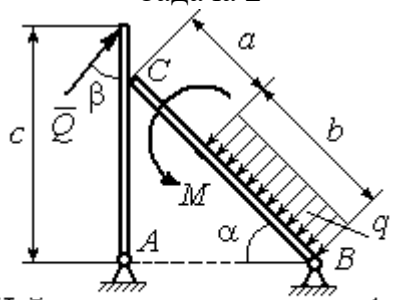
Варианты № 10, 20, 30

Задача 1



Найти реакцию жесткой заделки в точке A

Задача 2



Найти реакцию шарниров A, B, реакцию опоры в точке C и уравновешивающую силу Q

Рис. 1.6. Задание С1. Равновесие произвольной плоской системы сил. Равновесие системы тел. Номера вариантов задания 10, 20, 30

Таблица 1.1

Исходные данные задания С1. Равновесие произвольной плоской системы сил. Равновесие системы тел.

Номер варианта задания	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**	**13**	**14**	**15**
P, кН	6	5	6	12	6	6	10	3	8	5	10	4	8	10	8
F, кН	12	6	10	5	12	8	6	5	6	2	12	8	12	6	10
q, кН/м	5	4	2	3	6	3	5	2	2	4	6	2	3	4	5
M, кН·м	12	8	6	8	12	5	12	8	4	6	8	12	10	6	10
α, град	45	60	30	60	30	30	45	60	30	30	45	30	60	45	60
β, град	60	30	45	30	60	90	60	60	30	45	30	45	30	60	30
a, м	3	4	3	4	3	4	3	4	1	2	2	3	2	3	4
b, м	3	3	4	3	2	4	3	3	2	3	3	3	4	3	2
c, м	4	2	2	2	3	2	2	1	5	4	4	2	1	2	2

Номер варианта задания	**16**	**17**	**18**	**19**	**20**	**21**	**22**	**23**	**24**	**25**	**26**	**27**	**28**	**29**	**30**
P, кН	10	8	10	6	4	6	12	10	5	6	8	6	8	4	6
F, кН	6	12	12	8	3	14	10	8	15	10	12	8	10	10	2
q, кН/м	5	3	4	3	2	3	2	5	4	2	3	4	5	2	4
M, кН·м	10	6	8	6	5	12	4	6	8	10	12	10	6	4	8
α, град	60	60	30	45	60	30	60	45	30	60	45	30	30	30	45
β, град	45	30	30	60	60	45	30	60	30	45	90	30	60	45	30
a, м	3	4	3	1	2	2	4	1	4	3	4	3	2	1	2
b, м	2	4	3	3	4	1	4	3	2	2	2	2	2	2	2
c, м	3	2	2	4	5	4	2	2	1	1	1	2	1	3	5

Пример выполнения задания С1. Равновесие произвольной плоской системы сил. Равновесие системы тел.

Задача 1**.** Рама *ACE* (рис. 1.7) в точке *A* закреплена на цилиндрической шарнирной опоре, а в точке *B* поддерживается вертикальным невесомым стержнем *BK*. На раму действуют: пара с моментом $M = 8$ Нм, сила $F = 10$ Н, приложенная в точке *D* под углом 60° к раме, и равномерно распределенная нагрузка интенсивностью $q = 2$ Н/м, приложенная на отрезке *AB*. В точке *E* под прямым углом к участку балки *CE* прикреплен трос, несущий груз $P = 20$ Н. Пренебрегая весом балки, определить реакцию шарнира *A* и реакцию стержневой опоры *BK*, если $a = 2$ м.

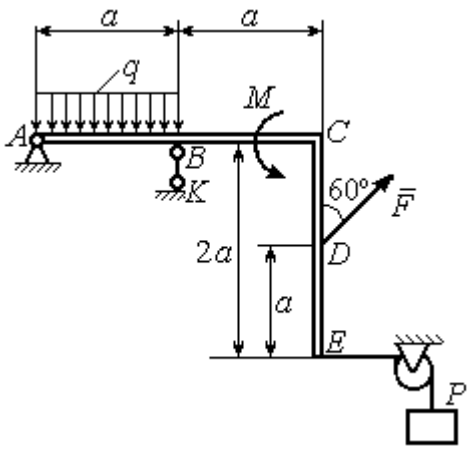


Рис. 1.7. Конструкция рамы

Решение

Выбираем систему координат *xAy*, например, как показано на рис. 1.8. Заменяем действие связей их реакциями. Изображаем реакцию шарнира *A* двумя ее составляющими $\vec{X}_A$ и $\vec{Y}_A$, направленными вдоль горизонтальной и вертикальной осей (см. рис. 1.8). Реакция $\vec{R}_B$ невесомой стержневой опоры *BK* приложена в точке *B* и направлена вдоль стержня *BK*. Заменяем распределенную нагрузку её равнодействующей $\vec{Q}$. Сила $\vec{Q}$ приложена в середине отрезка *AB* и по модулю равна $Q = qa = 4$ Н. Действие груза *P* на раму изображается реакцией $\vec{T}$, равной по величине весу груза.

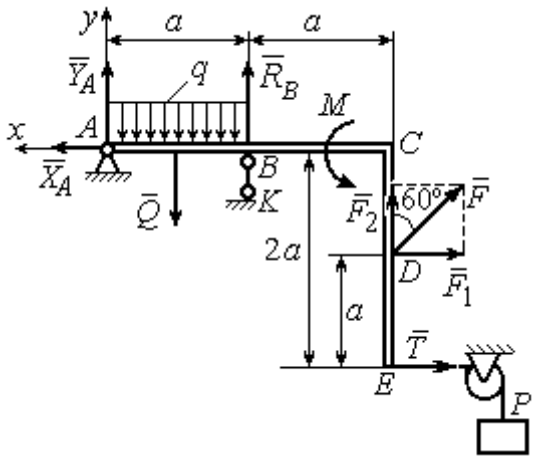


Рис. 1.8. Силы и реакции связей, действующие на раму при её равновесии

При равновесии рамы действующие на неё силы составляют уравновешенную произвольную плоскую систему. Условия равновесия системы сил имеют вид: $\sum F_{kx} = 0$, $\sum F_{ky} = 0$, $\sum M_A(\vec{F}_k) = 0$. Вычисляя проекции сил на оси *x*, *y*, и моменты сил относительно центра *A*, уравнения равновесия получим в виде:

$$\sum F_{kx} = X_A - F\cos 30^\circ - T = 0, \quad \sum F_{ky} = Y_A - Q + R_B + F\cos 60^\circ = 0.$$

$$\sum M_A(\vec{F}_k) = -Q\frac{a}{2} + R_B a + M + F\cos 60^\circ \cdot 2a + F\cos 30^\circ \cdot a + T2a = 0.$$

Здесь для вычисления момента силы $\vec{F}$ относительно центра *A* использована теорема Вариньона: $M_A(\vec{F}) = M_A(\vec{F}_1) + M_A(\vec{F}_2) = F_1 \cdot a + F_2 \cdot 2a$, где $F_1 = F\cos 30^\circ$, $F_2 = F\cos 60^\circ$ (см. рис. 1.8).

Подставляя в уравнения равновесия исходные данные задачи, получим систему уравнений относительно неизвестных X_A, Y_A, R_B:

$$X_A - 28{,}66 = 0, \quad Y_A + R_B + 1 = 0, \quad R_B \cdot 2 + 121{,}32 = 0.$$

Решая систему, найдем X_A = 28,66 Н, Y_A = 59,66 Н, R_B = – 60,66 Н.

Отрицательное значение величины R_B означает, что фактическое направление реакции R_B стержневой опоры *BK* противоположно направлению, показанному на рис. 1.8. Численное значение реакции шарнира

$$R_A = \sqrt{X_A^2 + Y_A^2} = \sqrt{28{,}66^2 + 59{,}66^2} = 66{,}18 \text{ Н}.$$

Задача 2. Балка *ABLC* с вертикальной частью *AB* и горизонтальной перекладиной *LC* закреплена в точке *A* с помощью жесткой заделки (рис. 1.9). Наклонная балка *EC* с углом наклона к горизонту 60° в точке *C* шарнирно прикреплена к горизонтальной перекладине *CL*, а в точке *E* закреплена на шарнирно-подвижной опоре, установленной на горизонтальной поверхности. На конструкцию действуют равномерно распределенная на отрезках *BL* и *DE* нагрузка с одинаковой интенсивностью $q = 2$ кН/м, сила $\vec{F}$, приложенная в точке *D* перпендикулярно балке *EC* и равная по величине $F = 10$ кН, и пара сил

с моментом M = 5 кН·м. Определить реакцию жесткой заделки A и реакции шарниров C и E, если a = 2 м.

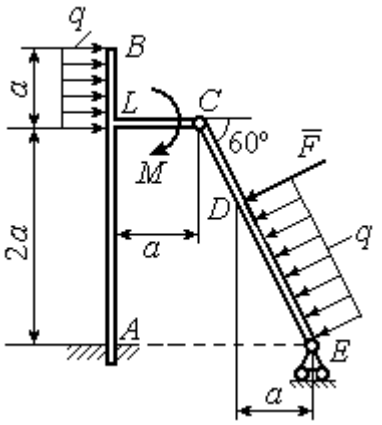


Рис. 1.9. Равновесие конструкции двух балок, соединённых шарниром

Решение

Разделяем систему на две части по шарниру C и рассмотрим равновесие балок $ABLC$ и EC отдельно. Изобразим обе балки и расставим внешние силы и реакции связей (рис. 1.10). Рассмотрим балку $ABLC$ (рис. 1.10, *a*). Заменим распределенную нагрузку эквивалентной силой $\vec{Q}_1$, приложенной в середине отрезка BL, направленной в сторону действия нагрузки и равной $Q_1 = q \cdot a =$ 4 кН. Кроме силы $\vec{Q}_1$ и пары сил с моментом M на балку действуют реакция жёсткой заделки в точке A, имеющая своими составляющими силы $\vec{X}_A$, $\vec{Y}_A$ и пару сил с моментом M_A, а также реакция шарнира C, разложенная на составляющие $\vec{X}_C$, $\vec{Y}_C$ (см. рис. 1.10, *a*). Действующие на раму силы составляют уравновешенную плоскую систему сил. Выберем систему координат xAy, как показано на рис. 1.10, *a*, и составим уравнения равновесия:

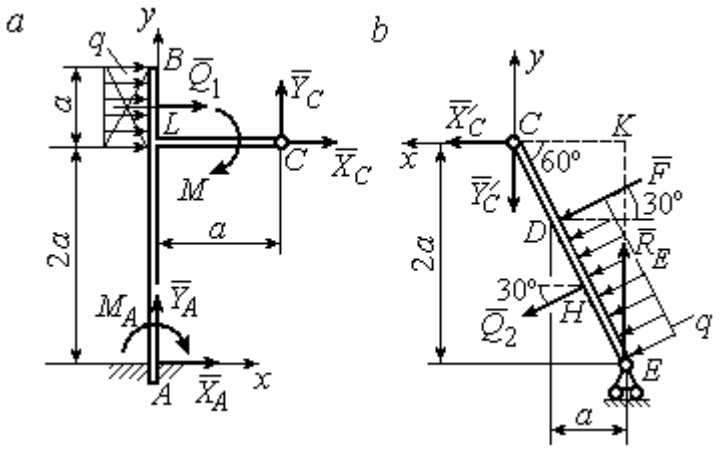


Рис. 1.10. Равновесие частей конструкции:
a - силы и реакции связей, действующие на балку $ABLC$;
b - силы и реакции связей, действующие на балку CE

$$\sum F_{kx} = X_A + Q_1 + X_C = 0, \quad \sum F_{ky} = Y_A + Y_C = 0,$$

$$\sum M_A(\vec{F}_k) = -M_A - Q_1 \cdot \left(2a + \frac{a}{2}\right) - M + Y_C a - X_C 2a = 0.$$

Рассмотрим равновесие балки *EC*. Заменим равномерную нагрузку эквивалентной силой $\vec{Q}_2$, приложенной в середине отрезка *ED*, направленной в сторону действия нагрузки и равной по модулю $Q_2 = q \cdot 2a = 8$ кН. На балку кроме сил $\vec{Q}_2$, $\vec{F}$ действуют реакции связей: $\vec{R}_E$ – реакция шарнирно-подвижной опоры в точке *E* и $\vec{X}'_C$, $\vec{Y}'_C$ – составляющие реакции шарнира *C*. Силы $\vec{X}'_C$, $\vec{Y}'_C$ направлены противоположно силам $\vec{X}_C$, $\vec{Y}_C$ и равны им по модулю $X_C = X'_C$, $Y_C = Y'_C$ (см. рис. 1.10, *a*, *b*). Действующие на балку *EC* силы образуют плоскую уравновешенную систему сил. Выберем систему координат *xCy,* как показано на рис. 1.10, *b,* и составим уравнения равновесия. При этом центром, относительно которого будем считать моменты сил, выберем точку *C*. Получим:

$$\sum F_{kx} = Q_2 \sin 60^\circ + F\cos 30^\circ + \vec{X}'_C = 0,\ \sum F_{ky} = R_E - Q_2 \cos 60^\circ - F\sin 30^\circ - Y'_C = 0,$$

$$\sum M_C\left(\vec{F}_k\right) = -F \cdot CD - Q_2 \cdot CH + R_E \cdot CK = 0.$$

Здесь плечи сил: $CD = \dfrac{2a}{\cos 30^\circ} - 2a$, $CH = \dfrac{2a}{\cos 30^\circ} - a$, $CK = 2a\,\mathrm{tg}30^\circ$. Заменяя в уравнениях величины X'_C на X_C, а Y'_C на Y_C и подставляя исходные данные, получим систему уравнений:

$$X_A + X_C + 4 = 0,\ Y_A + Y_C = 0,\ -M_A - 4X_C + 2Y_C - 25 = 0,$$

$$X_C + 15{,}59 = 0,\ -Y_C + R_E - 9 = 0,\ 2{,}31R_E - 27{,}14 = 0,$$

откуда найдём величины реакции жесткой заделки и реакции шарниров:

$$X_A = 11{,}59 \text{ кН},\ Y_A = -2{,}76 \text{ кН},\ M_A = 42{,}87 \text{ кН·м},$$

$$X_C = -15{,}59 \text{ кН},\ Y_C = 2{,}76 \text{ кН},\ R_E = 11{,}76 \text{ кН}.$$

Модули реакций жесткой заделки *A* и шарнира *C*:

$$R_A = \sqrt{X_A^2 + Y_A^2} = 11{,}91 \text{ кН},\ R_C = \sqrt{X_C^2 + Y_C^2} = 15{,}83 \text{ кН}.$$

1.5. Задание С2. Равновесие пространственной системы сил

В заданиях рассматривается равновесие однородной плиты или вала (прямого или с «ломаной» осью) с насаженным на него шкивом.

Вал закреплен подпятником и подшипником и удерживается в равновесии. На вал действуют сила $\vec{F}$, пара сил с моментом M и сила $\vec{P}$. На шкив вала намотана нить, к свободному концу которой, перекинутому через невесомый блок, подвешен груз весом Q. Для вала определить реакции подшипника и подпятника и величину уравновешивающей силы Q (или момента M).

Плита весом P закреплена пространственным шарниром, подшипником и удерживается в заданном положении невесомым стержнем. На плиту действуют силы $\vec{F}$, $\vec{Q}$ и пара сил с моментом M. Для плиты найти реакции сферического и цилиндрического шарниров и реакцию стержня.

Варианты задания даны на рис. 1.11 – 1.13. Исходные данные для выполнения задания приведены в табл. 1.2.

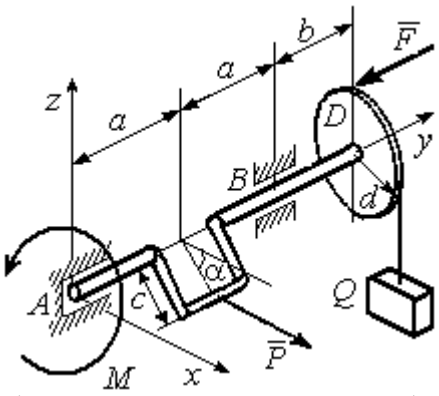
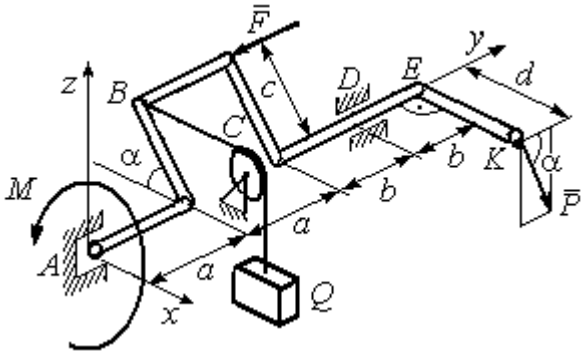
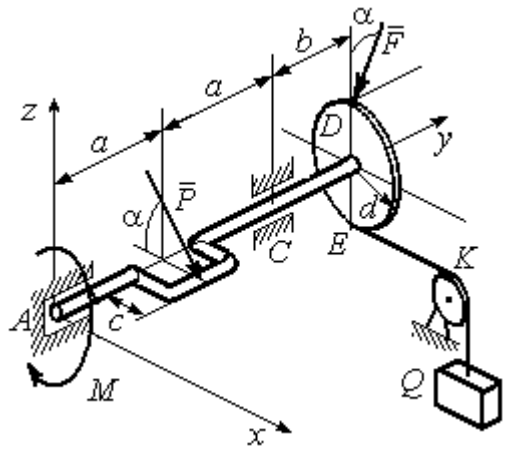
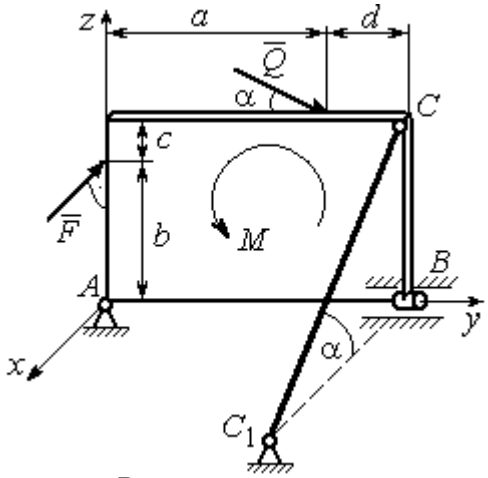
Варианты № 1, 11, 21	**Варианты № 2, 12, 22**
	
Сила $\vec{F}$ параллельна оси Ay; сила $\vec{P}$ параллельна оси Ax; нить, удерживающая груз, сходит со шкива вертикально. Найти реакции подпятника и подшипника в точках A и B и величину уравновешивающего груза Q	Сила $\vec{F}$ параллельна оси Ay; сила $\vec{P}$ лежит в плоскости, параллельной zAy; отрезок нити BC параллелен оси Ax; рукоять вала EK параллельна оси Ax. Найти реакции подпятника и подшипника в точках A и D и величину уравновешивающего момента M

Рис. 1.11. Задание С2. Равновесие пространственной системы сил.
Номера вариантов задания 1 – 2, 11 – 12, 21 – 22

Варианты № 3, 13, 23	**Варианты № 4, 14, 24**
	
Сила $\vec{F}$, лежит в плоскости *zAy*; сила $\vec{P}$ лежит в плоскости, параллельной *zAx*, отрезок нити *EK* параллелен оси *Ax*. Найти реакции подпятника и подшипника в точках *A* и *C*, а также величину уравновешивающего груза *Q*	Плита весом *P* расположена в плоскости *zAy*; пара сил с моментом *M* действует в плоскости плиты; стержень CC_1 расположен в плоскости, параллельной *zAx*; сила $\vec{Q}$ действует в плоскости плиты; сила $\vec{F}$ перпендикулярна плоскости плиты. Найти реакции сферического и цилиндрического шарниров в точках *A* и *B* и реакцию стержня CC_1

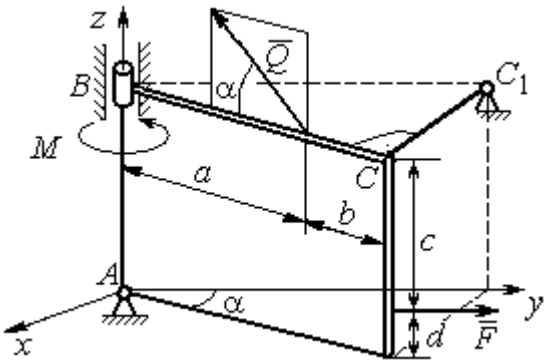
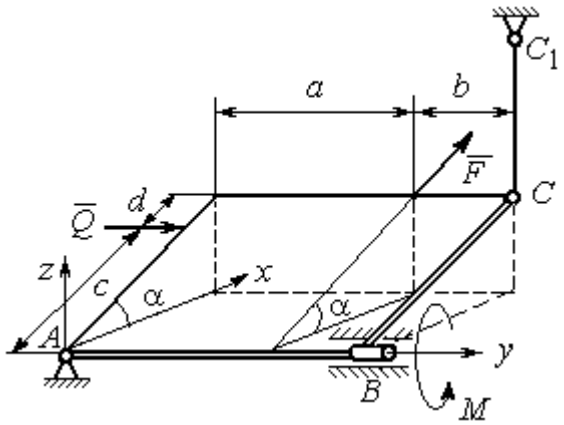
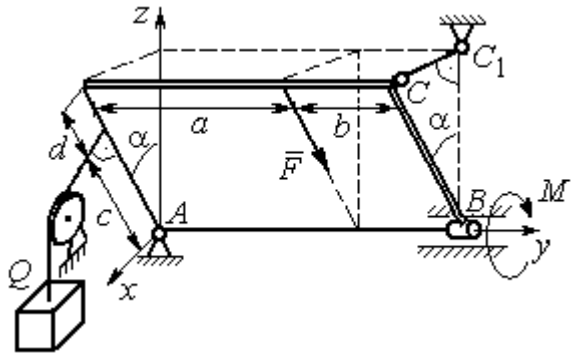
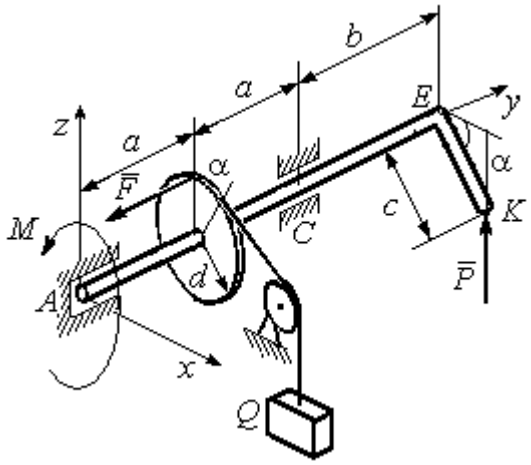
Варианты № 5, 15, 25	**Варианты № 6, 16, 26**
	
Плита весом *P* отклонена на угол α от вертикальной плоскости *zAy*; сила $\vec{Q}$ лежит в плоскости плиты; сила $\vec{F}$ параллельна оси *Ay*; стержень CC_1 перпендикулярен плоскости плиты. Найти реакции сферического и цилиндрического шарниров в точках *A* и *B* и реакцию стержня CC_1	Плита весом *P* отклонена на угол α от горизонтальной плоскости *xAy*; сила $\vec{Q}$ перпендикулярна боковой стенке плиты и параллельна оси *Ay*; сила $\vec{F}$ расположена в плоскости плиты и параллельна её боковым стенкам; стержень CC_1 параллелен оси *Az*. Найти реакции сферического и цилиндрического шарниров в точках *A* и *B* и реакцию стержня CC_1

Рис. 1.12. Задание С2. Равновесие пространственной системы сил.
Номера вариантов задания 3 – 6, 13 – 16, 23 – 26

Варианты № 7, 17, 27	**Варианты № 8, 18, 28**
	
Плита весом *P* отклонена на угол α от вертикальной плоскости *zAy*; нить, удерживающая груз *Q*, находится плоскости *zAx*, прикреплена к боковой стенке плиты и перпендикулярна ей; сила $\vec{F}$ параллельна боковым стенкам плиты; стержень CC_1 перпендикулярен плоскости *zAy*. Найти реакции сферического и цилиндрического шарниров в точках *A* и *B* и реакцию стержня CC_1	Рукоять *EK* перпендикулярна оси вала и наклонена под углом α к горизонтальной плоскости *xAy*; сила $\vec{P}$ параллельна оси *Az*; сила $\vec{F}$ параллельна оси A*y*; нить, удерживающая груз *Q*, сходит со шкива по касательной. Найти реакции подпятника *A*, подшипника *C*, и величину уравновешивающего груза *Q*

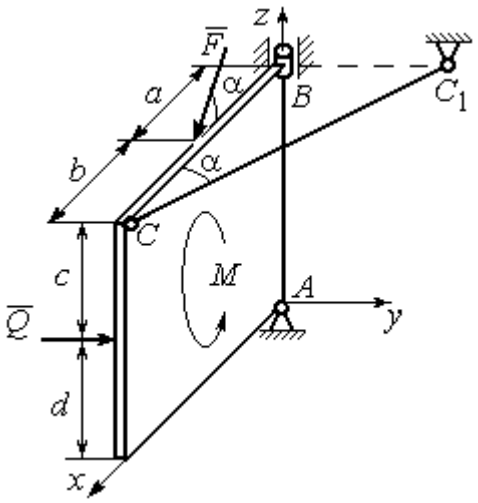
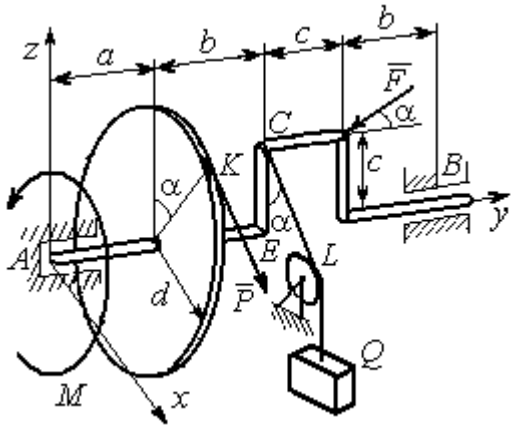
Варианты № 9, 19, 29	**Варианты № 10, 20, 30**
	
Плита весом *P* находится в вертикальной плоскости *zAx*; стержень CC_1 расположен в плоскости, параллельной *xAy*; пара сил с моментом *M* действует в плоскости плиты; сила $\vec{Q}$ перпендикулярна плоскости плиты; сила $\vec{F}$ лежит в плоскости плиты. Найти реакции сферического и цилиндрического шарниров в точках *A* и *B* и реакцию стержня CC_1	Сила $\vec{F}$ находится в плоскости *zAy*; стойка *CE* находится в плоскости *zAy*; отрезок *CL* нити, удерживающей груз, находится в плоскости параллельной *xAz*; сила $\vec{P}$ находится в плоскости шкива и направлена по касательной к ободу в точке *K*. Найти реакции подпятника *A*, подшипника *B* и величину уравновешивающего момента *M*

Рис. 1.13. Задание С2. Равновесие пространственной системы сил.
Номера вариантов задания 7 – 10, 17 – 20, 27 – 30

Таблица 1.2

Исходные данные для задания С2.
Равновесие пространственной системы сил

Номер варианта задания	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**
P, кН	5	4	6	10	16	15	12	10	15	14
F, кН	8	6	12	6	10	10	8	12	12	10
Q, кН	–	12	–	12	8	12	10	–	10	12
M, кН·м	12	–	10	8	12	6	8	6	8	–
α, град	60	30	30	30	60	60	60	30	30	60
a, м	1,2	0,8	1,4	0,6	1,2	0,9	1,4	0,4	0,8	0,8
b, м	1,0	0,6	1,1	0,4	0,8	0,4	0,6	1,2	0,2	0,6
c, м	0,8	0,5	0,8	0,3	1,4	0,8	1,2	0,8	0,4	0,4
d, м	0,4	0,4	0,6	0,2	0,4	0,2	0,4	0,6	0,6	0,6

Номер варианта задания	**11**	**12**	**13**	**14**	**15**	**16**	**17**	**18**	**19**	**20**
P, кН	8	10	10	15	14	10	16	9	10	12
F, кН	6	12	16	8	12	14	10	15	8	10
Q, кН	–	14	–	10	10	12	14	–	12	14
M, кН·м	10	–	12	12	12	8	10	10	10	–
α, град	30	60	60	60	30	30	30	60	60	30
a, м	0,8	1,3	0,9	0,5	1,3	1,2	1,6	0,6	0,9	1,2
b, м	0,6	1,1	0,6	0,4	0,9	0,6	0,8	1,2	0,3	0,8
c, м	0,4	0,8	0,5	0,2	1,5	0,9	1,2	0,4	0,6	0,6
d, м	0,2	0,4	0,4	0,1	0,5	0,4	0,6	0,2	0,2	0,8

Номер варианта задания	**21**	**22**	**23**	**24**	**25**	**26**	**27**	**28**	**29**	**30**
P, кН	10	12	5	8	10	14	18	12	14	10
F, кН	12	8	15	10	12	8	10	15	9	8
Q, кН	–	10	–	12	14	10	16	–	12	6
M, кН·м	12	–	16	14	8	10	8	12	10	–
α, град	90	30	60	30	45	30	30	60	60	30
a, м	0,6	0,8	1,1	1,2	1,5	0,8	1,0	0,8	1,2	0,9
b, м	0,8	0,6	0,9	1,0	0,9	0,6	0,8	1,4	0,6	0,4
c, м	0,4	1,2	0,8	0,6	1,5	0,9	1,1	0,5	0,8	0,6
d, м	0,4	1,5	0,5	0,2	0,4	0,3	0,3	0,4	0,6	0,5

Примеры решения задания С2. Равновесие пространственной системы сил

Задача 1. Горизонтальный вал (рис. 1.14) закреплен в подпятнике *C* и подшипнике *K*. Вал имеет шкив I радиуса *R* и шкив II радиуса *r*, перпендикулярные оси вала. Рукоять *AE* параллельна оси *Cx*. Нить, удерживающая груз *Q*, сходит со шкива I по касательной вертикально вниз. На вал действуют силы $\vec{F}$, $\vec{P}$ и пара сил с моментом *M*, закручивающая вал вокруг оси *Cy*. Сила $\vec{F}$ находится в плоскости, параллельной *zCy*, и составляет угол 60° с направлением оси *Cy*. Сила $\vec{P}$ приложена в точке *B* шкива II, определяемой центральным углом 30º, и направлена по касательной. Определить величину уравновешивающего момента *M* и реакции подшипника и подпятника, если $P = 4$ кН, $F = 2$ кН, $Q = 3$ кН, $R = 0{,}6$ м, $r = 0{,}3$ м, $a = 0{,}8$ м, $b = 0{,}4$ м.

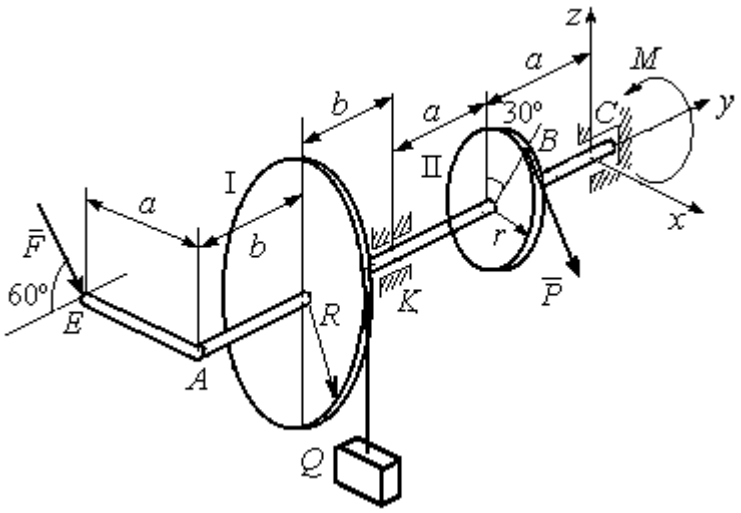


Рис. 1.14. Схема вала и его нагрузка

Решение

Рассмотрим равновесие вала. На вал действуют внешние силы $\vec{F}$, $\vec{P}$, пара сил с моментом *M* и реакции связей. Связями являются нить, натянутая грузом *Q*, подпятник *C* и подшипник *K*. Освобождаем вал от связей, заменяя их действие реакциями. Реакцию подпятника *C* раскладываем на три со-

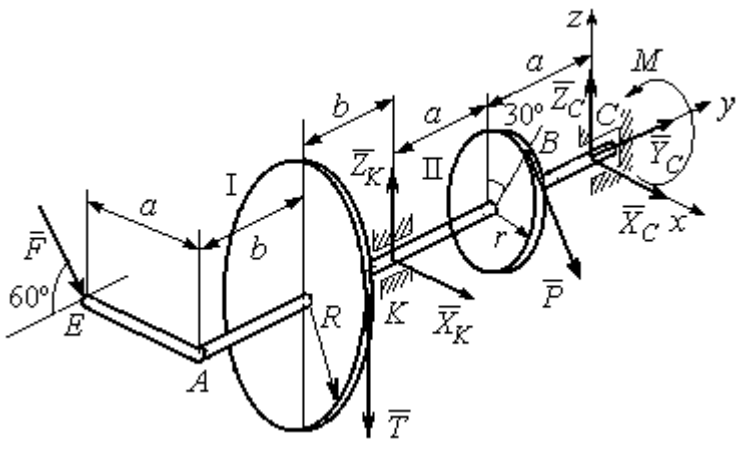


Рис. 1.15. Внешние силы и реакции связей вала

ставляющие: $\vec{X}_C$, $\vec{Y}_C$, $\vec{Z}_C$, направленные вдоль координатных осей. Реакция подшипника *K* лежит в плоскости, перпендикулярной оси вала, и ее составляющими будут вектора $\vec{X}_K, \vec{Z}_K$, направленные вдоль координатных осей *x*, *z*. Реакция нити $\vec{T}$ направлена вдоль нити от точки *K* и по модулю равна весу груза. Действие на вал внешних сил и реакций связи показано на рис. 1.15.

Внешние силы, действующие на вал, и реакции связей составляют произвольную пространственную систему сил, эквивалентную нулю ($\vec{P}, \vec{F}, \vec{X}_K, \vec{Z}_K, \vec{T}, \vec{X}_C, \vec{Y}_C, \vec{Z}_C, M$) ∞ 0, для которой уравнения равновесия:

$$\sum F_{kx} = 0,\ \sum F_{ky} = 0,\ \sum F_{kz} = 0,$$

$$\sum M_x(\vec{F}_k) = 0,\ \sum M_y(\vec{F}_k) = 0,\ \sum M_z(\vec{F}_k) = 0.$$

Для удобства при составлении уравнений равновесия изобразим вал вместе с действующими на него силами в проекциях на координатные плоскости (рис. 1.16)

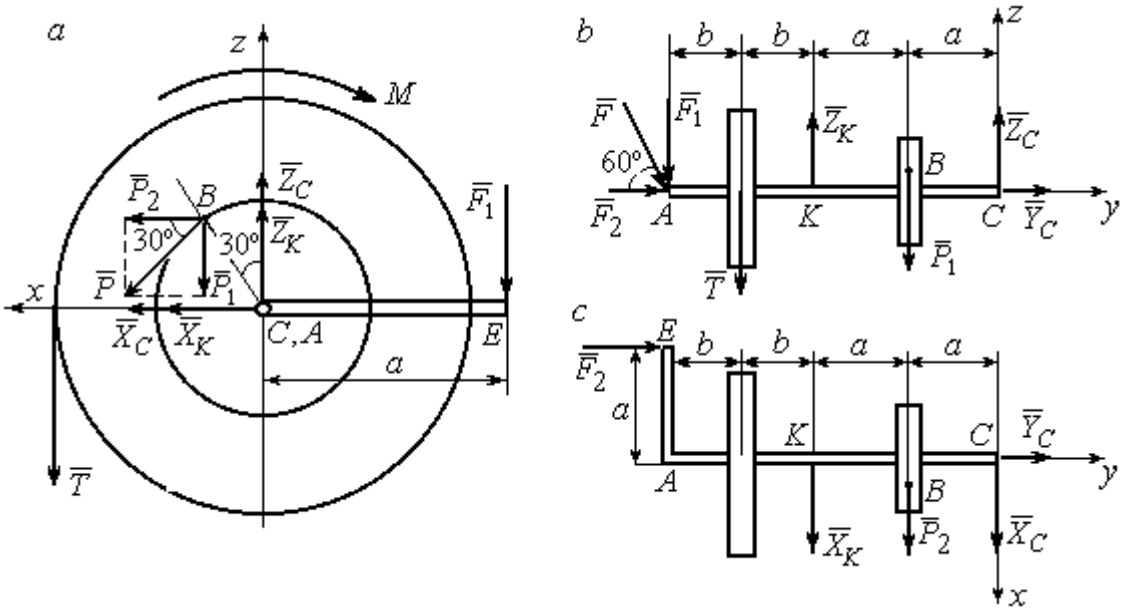


Рис. 1.16. Вал и действующие на него силы в проекциях на координатные плоскости:
a – вид вала в проекции на плоскость *zCx* с положительного конца оси *y*;
b – вид вала в проекции на плоскость *zCy* с положительного конца оси *x*;
c – вид вала в проекции на плоскость *xCy* с положительного конца оси *z*.

На рис. 1.16, *а* показаны проекции всех сил на плоскость *zCx*. Вычисляя моменты проекций этих сил относительно точки *C*, получим значения моментов исходных сил относительно оси *y*.

Для вычисления моментов сил относительно оси *x* достаточно найти моменты проекций сил на плоскость *zCy* относительно точки *C* (см. рис. 1.16, *b*), а вычисляя моменты проекций сил на плоскость *xCy* относительно точки *C*, получим значения моментов сил относительно оси z.

Составляем уравнения равновесия:

$$\sum F_{kx} = P_2 + X_K + X_C = 0,\ \sum F_{ky} = F_2 + Y_C = 0,$$

$$\sum F_{kz} = -P_1 + Z_K - T + Z_C - F_1 = 0,$$

$$\sum M_x(\vec{F}_k) = P_1 a - Z_K 2a - T(2a + b) + F_1(2a + 2b) = 0,$$

$$\sum M_y(\vec{F}_k) = -F_1 a + TR + Pr - M = 0,$$

$$\sum M_z(\vec{F}_k) = P_2 a + X_K 2a - F_2 a = 0.$$

Подставляя исходные данные задачи, с учётом того, что

$$P_1 = P\cos 60^\circ = 0{,}5P,\ P_2 = P\cos 30^\circ = 0{,}87P,$$

$$F_1 = F\cos 30^\circ = 0{,}87F,\ F_2 = F\cos 60^\circ = 0{,}5F$$ (см. рис. 1.16 *а*, *b*),

получим систему уравнений:

$$0{,}87 \cdot 4 + X_K + X_C = 0,\ \ 2 \cdot 0{,}5 + Y_C = 0,\ -4 \cdot 0{,}5 + Z_K - 3 + Z_C - 2 \cdot 0{,}87 = 0,$$

$$0{,}5 \cdot 4 \cdot 0{,}8 - 1{,}6Z_K - 3 \cdot 0{,}87(2 \cdot 0{,}8 + 0{,}4) + 2 \cdot 0{,}87(2 \cdot 0{,}8 + 2 \cdot 0{,}4) = 0,$$

$$-0{,}87 \cdot 0{,}8 + 3 \cdot 0{,}6 + 4 \cdot 0{,}3 - M = 0,\ 0{,}87 \cdot 4 \cdot 0{,}8 + 1{,}6 \cdot X_K - 2 \cdot 0{,}5 \cdot 0{,}8 = 0.$$

Решая систему, найдём: $X_C = -2{,}24$ кН, $Y_C = -1$ кН, $Z_C = 6{,}39$ кН, $X_K = -1{,}24$ кН, $Z_K = 0{,}35$ кН, $M = 2{,}3$ кН·м.

Окончательно, реакция подпятника $R_C = \sqrt{X_C^2 + Y_C^2 + Z_C^2} = 6{,}84$ кН,

реакция подшипника $R_K = \sqrt{X_K^2 + Z_K^2} = 1{,}29$ кН.

Задача 2. Плита весом P расположена в вертикальной плоскости zAy. В точке А плита закреплена пространственным шарниром, а в точке B на оси y опирается на цилиндрический шарнир (подшипник). Плита удерживается в равновесии при помощи невесомого стержня CC_1, прикреплённого шарниром к плите в её верхнем углу, в точке C перпендикулярно плоскости плиты (рис. 1.17).

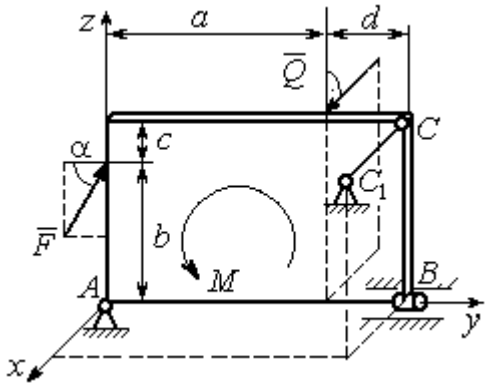


Рис. 1.17. Равновесие плиты

На плиту действует сила $\vec{Q}$, приложенная на краю плиты перпендикулярно её плоскости, и сила $\vec{F}$, лежащая в плоскости плиты и направленная под углом α к горизонту (см. рис. 1.17). Кроме того, в плоскости плиты на неё действует пара сил с моментом M. Найти реакции шарниров A и B и усилие в стержневой подпорке CC_1 при равновесии плиты, если параметры нагрузки: P = 1 кН, Q = 500 Н, F = 400 Н, M = 300 Н·м, $\alpha = 35^\circ$, a = 2 м, b = 1,5 м, c = 0,2 м, d = 0,4 м.

Решение

Заменим связи плиты их реакциями. Реакция шарнира A раскладывается на три составляющие: $\vec{X}_A$ $\vec{Y}_A$, $\vec{Z}_A$ по направлениям координатных осей. Направления координатных осей показаны на рис. 1.17. Реакция подшипника B лежит в плоскости, перпендикулярной оси подшипника, и ее составляющими будут вектора $\vec{X}_B, \vec{Z}_B$, направленные вдоль координатных осей x, z. Реакция стержня $\vec{T}$ направлена вдоль стержня. Действие сил и реакций показано на рис.1.18.

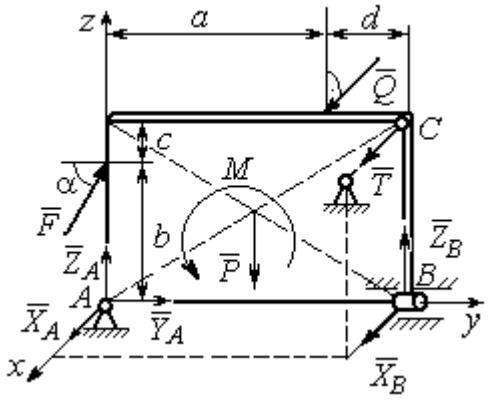


Рис. 1.18. Действие сил и реакций при равновесии плиты

Пространственная система сил, действующих на плиту, является уравновешенной: $(\vec{P}, \vec{F}, \vec{X}_B, \vec{Z}_B, \vec{T}, \vec{X}_A, \vec{Y}_A, \vec{Z}_A, M) \infty 0$. Уравнения равновесия:

$$\sum F_{kx} = 0,\ \sum F_{ky} = 0,\ \sum F_{kz} = 0,$$

$$\sum M_x(\vec{F}_k) = 0,\ \sum M_y(\vec{F}_k) = 0,\ \sum M_z(\vec{F}_k) = 0.$$

В вычислениях моментов сил относительно осей будем считать момент положительным, если при взгляде со стороны положительного направления оси, сила вращает тело (плиту) против хода часовой стрелки. Получим:

$$\sum F_{kx} = 0,\ X_A + Q + X_B + T = 0,$$

$$\sum F_{ky} = 0,\ Y_A + F\cos\alpha = 0,$$

$$\sum F_{kz} = 0,\ Z_A + F\sin\alpha - P + Z_B = 0$$

$$\sum M_x(\vec{F}_k) = 0,\ -F\cos\alpha \cdot b - P \cdot 0{,}5(a+d) + Z_B(a+d) + M = 0,$$

$$\sum M_y(\vec{F}_k) = 0,\ Q \cdot (b+c) + T \cdot (b+c) = 0,$$

$$\sum M_z(\vec{F}_k) = 0,\ -Q \cdot a - T \cdot (a+d) - X_B \cdot (a+d) = 0.$$

Подставив исходные данные задачи, получим систему уравнений:

$$X_A + 500 + X_B + T = 0,\ Y_A + 400 \cdot 0{,}82 = 0,\ Z_A + 400 \cdot 0{,}57 - 1000 + Z_B = 0,$$

$$-400 \cdot 0{,}82 \cdot 1{,}5 - 1000 \cdot 0{,}5 \cdot 2{,}4 + Z_B \cdot 2{,}4 + 300 = 0,$$

$$500 \cdot 1{,}7 + T \cdot 1{,}7 = 0,\quad -500 \cdot 2 - T \cdot 2{,}4 - X_B \cdot 2{,}4 = 0,$$

откуда находим значения составляющих реакций:

$$T = -500\ \text{Н},\ X_B = 83{,}33\ \text{Н},\ Z_B = 580\ \text{Н},$$

$$X_A = -83{,}33\ \text{Н},\ Y_A = -328\ \text{Н},\ Z_A = 192\ \text{Н}.$$

Полные реакции пространственного шарнира *A*:

$$R_A = \sqrt{X_A^2 + Y_A^2 + Z_A^2} = 389{,}09\ \text{Н},$$

цилиндрического шарнира *B*: $R_B = \sqrt{X_B^2 + Z_B^2} = 585{,}95\ \text{Н}$.

2. КИНЕМАТИКА ТОЧКИ И ТВЕРДОГО ТЕЛА

Кинематикой называется раздел механики, в котором изучаются свойства движения материальных тел без учета их масс и действующих на них сил.

2.1. Кинематика точки. Основные параметры движения точки

Кривая, которую описывает движущаяся точка, называется **траекторией** точки. Движение точки может быть задано **векторным**, **координатным** или **естественным** способами.

Векторный способ основан на определении положения точки ее радиусом-вектором в виде векторного уравнения $\vec{r} = \vec{r}(t)$. При **координатном способе** задания движения точки положение точки определяется ее координатами, заданными для каждого момента времени: $x = x(t)$, $y = y(t)$, $z = z(t)$. **Естественный способ** задания движения используется, если заранее известна траектория движения точки. Тогда положение точки однозначно определяется длиной дуги $\breve{OM} = S(t)$, отсчитываемой от некоторой фиксированной точки *O*, принятой за начало отсчета.

Мгновенная скорость, или скорость точки в данный момент времени, является векторной величиной и определяется как производная по времени от радиуса-вектора точки: $\vec{V} = \dot{\vec{r}}$. Вектор скорости точки $\vec{V}$ всегда направлен по касательной к траектории в сторону движения точки.

При координатном способе задания движения величины проекций вектора скорости $\vec{V}$ на координатные оси определяются как производные по времени от соответствующих координат: $V_x = \dot{x}$, $V_y = \dot{y}$, $V_z = \dot{z}$. Модуль вектора скорости: $V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2 + V_z^2}$. При естественном способе задания движения вектор скорости точки определяется равенством: $\vec{V} = \dot{S}\vec{\tau}$, где $S = S(t)$ – закон измене-

ния длины дуги, $\vec{\tau}$ –единичный вектор касательной к траектории движения, направленный в сторону возрастающих расстояний.

Величина $V = |\dot{S}|$ называется алгебраической скоростью точки. При $\dot{S} > 0$ вектор скорости $\vec{V}$ направлен по единичному вектору $\vec{\tau}$ – в сторону возрастающих расстояний. При $\dot{S} < 0$ он имеет направление, противоположное единичному вектору $\vec{\tau}$, т. е. в сторону убывающих расстояний.

Мгновенное ускорение, или ускорение точки в данный момент времени, является векторной величиной и определяется как производная по времени от вектора скорости точки или как вторая производная от радиус-вектора точки: $\vec{a} = \dot{\vec{V}} = \ddot{\vec{r}}$. При координатном способе проекции вектора ускорения $\vec{a}$ на координатные оси – величины a_x, a_y, a_z – определяются равенствами: $a_x = \dot{V}_x = \ddot{x}$, $a_y = \dot{V}_y = \ddot{y}$, $a_z = \dot{V}_z = \ddot{z}$. Модуль вектора ускорения равен: $a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}$.

При естественном способе задания движения вектор ускорения точки $\vec{a}$ раскладывается на две взаимно перпендикулярные составляющие $\vec{a}_n$ и $\vec{a}_\tau$, параллельные осям n и τ естественной системы координат, и представляется в виде равенства $\vec{a} = a_\tau \vec{\tau} + a_n \vec{n}$, или $\vec{a} = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n$, где $\vec{\tau}$ – единичный направляющий вектор оси, касательной к траектории (касательная ось); $\vec{n}$ – единичный направляющий вектор главной нормали траектории. Величина a_n называется **нормальным ускорением** точки и вычисляется по формуле: $a_n = \dfrac{V^2}{\rho}$, где ρ – радиус кривизны траектории. (У окружности радиус кривизны равен её радиусу, у прямой линии – бесконечности.) Вектор $\vec{a}_n$ нормальной составляющей ускорения всегда направлен к центру кривизны траектории. При движении по окружности радиус кривизны траектории равен радиусу окружности, а центр кривизны траектории совпадает с центром окружности. Величина a_τ называется **касательным ускорением** и равна модулю второй производной от заданно-

го закона изменения длины дуги: $a_\tau = |\ddot{S}|$, где $S = S(t)$ – закон изменения длины дуги. Направление вектора касательного ускорения $\vec{a}_\tau$ зависит от знака второй производной $\ddot{S}$. При $\ddot{S} > 0$ вектор $\vec{a}_\tau$ в направлен в сторону возрастающих расстояний, по направлению единичного вектора $\vec{\tau}$, при $\ddot{S} < 0$ – в сторону убывающих расстояний (противоположно единичному вектору $\vec{\tau}$). Вектор полного ускорения $\vec{a}$ направлен по диагонали прямоугольника, построенного на векторах $\vec{a}_n$ и $\vec{a}_\tau$. Модуль вектора ускорения: $a = \sqrt{a_n^2 + a_\tau^2}$.

2.2. Вращение тела вокруг неподвижной оси

Движение тела, при котором все точки некоторой его прямой остаются неподвижными, называется **вращательным**, а указанная прямая называется осью вращения. Вращение тела задается углом поворота $\varphi = \varphi(t)$ подвижной плоскости, связанной с телом, относительно некоторого ее начального положения. Направление вращения с возрастанием угла поворота считается положительным.

Величина **угловой скорости** вращения тела равна модулю производной от угла поворота тела по времени: $\omega = |\dot{\varphi}|$. Направление угловой скорости вращения тела зависит от знака производной $\dot{\varphi}$. При $\dot{\varphi} > 0$ вращение происходит в положительном направлении, в сторону возрастания угла поворота, при $\dot{\varphi} < 0$ – в отрицательном. Направление угловой скорости обычно показывают дуговой стрелкой вокруг оси вращения. Вектор угловой скорости $\vec{\omega}$ направлен вдоль оси вращения в сторону, откуда вращение тела видно против хода часовой стрелки.

Величина **углового ускорения** при вращении тела равна модулю второй производной от угла поворота тела по времени: $\varepsilon = |\ddot{\varphi}|$. Если $\ddot{\varphi}$ одного знака с

φ, то угловое ускорение ускоряет вращение тела, если разных знаков, то угловое ускорение замедляет вращение.

При вращательном движении тела все его точки движутся по окружностям, радиусы которых равны расстояниям от выбранной точки до неподвижной оси. **Скорость точки вращающегося твердого тела (**в отличие от угловой скорости тела) называют **линейной,** или **окружной скоростью** точки. Величина скорости рассчитывается по формуле: $V = \omega h$, где ω – величина угловой скорости тела; h – расстояние от точки до оси вращения. Вектор скорости точки лежит в плоскости описываемой точкой окружности и направлен по касательной к ней в сторону вращения тела. Отношение скоростей двух точек вращающегося тела равно отношению расстояний от этих точек до оси: $\frac{V_{M1}}{V_{M2}} = \frac{h_1}{h_2}$.

Ускорение точки вращающегося твердого тела рассчитывается как ускорение точки при естественном способе задания движения в виде суммы векторов касательного и нормального ускорений: $\vec{a}_M = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n$. Величины касательного, нормального и полного ускорений точки вращающегося тела, соответственно: $a_\tau = \varepsilon h$, $a_n = \omega^2 h$, $a_M = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2}$, где ω, ε – угловая скорость и угловое ускорение тела; h – расстояние от точки до оси вращения.

2.3. Плоскопараллельное движение твёрдого тела

Плоскопараллельным, или плоским движением твердого тела, называется такое движение, при котором все точки тела движутся параллельно некоторой неподвижной плоскости. Плоское движение представляется в виде суммы мгновенного поступательного движения, при котором все точки плоской фигуры движутся со скоростью выбранной точки-полюса, и мгновенного вращательного движения вокруг этого полюса.

Скорость любой точки M плоской фигуры равна векторной сумме вектора скорости точки-полюса и вектора скорости точки M при вращении тела вокруг этого полюса: $\vec{V}_M = \vec{V}_A + \vec{V}_{MA}$, где $\vec{V}_M$ – скорость точки M; $\vec{V}_A$ – скорость полюса A; $\vec{V}_{MA}$ – вектор скорости точки M при вращении тела вокруг полюса A, модуль скорости $V_{MA} = \omega \cdot MA$, где ω – угловая скорость мгновенного вращательного движения тела вокруг полюса; MA – расстояние между полюсом A и точкой M.

Мгновенным центром скоростей называется такая точка P плоской фигуры, скорость которой в данный момент времени равна нулю. Выбрав в качестве полюса мгновенный центр скоростей, скорость любой точки плоской фигуры находят так, как если бы мгновенное движение фигуры было вращательным вокруг мгновенного центра скоростей.

Способы построения мгновенного центра скоростей

1. Если известны направления скоростей $\vec{V}_A$ и $\vec{V}_B$ каких-нибудь двух точек A и B плоской фигуры, то мгновенный центр скоростей находится в точке пересечения перпендикуляров, восстановленных из этих точек к векторам скоростей (рис. 2.1, *a*).

2. Если скорости $\vec{V}_A$ и $\vec{V}_B$ двух точек A и B плоской фигуры известны и параллельны друг другу, а линия AB перпендикулярна $\vec{V}_A$ (и, конечно, $\vec{V}_B$), то мгновенный центр скоростей определяется как точка пересечения линий, проведенных через основания и вершины векторов скоростей (построение показано на рис. 2.1, *b*, *c*).

3. Если скорости $\vec{V}_A$ и $\vec{V}_B$ двух точек A и B параллельны друг другу, но линия AB, соединяющая эти точки, не перпендикулярна векторам скоростей (рис. 2.1, *d*), то мгновенная угловая скорость тела равна нулю и движение тела

в данный момент времени является мгновенным поступательным. В этом случае скорости всех точек равны по величине и направлению.

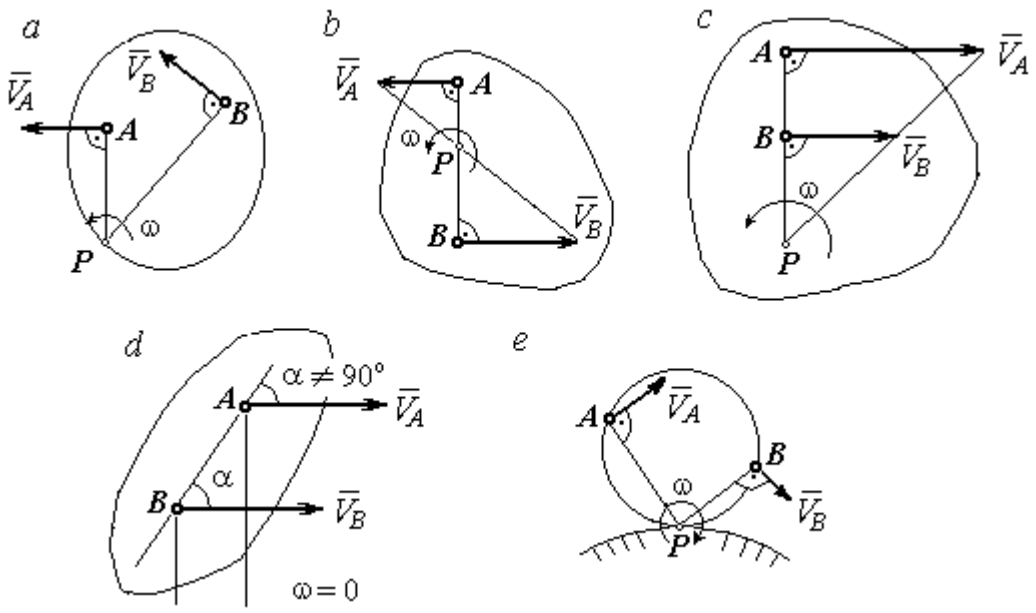


Рис. 2.1. Способы построения мгновенного центра скоростей

4. Если плоскопараллельное движение осуществляется путем качения без скольжения одного тела по неподвижной поверхности другого, то мгновенный центр скоростей расположен в точке касания катящегося тела с неподвижной поверхностью (рис. 2.1, *e*).

Ускорение любой точки *M* плоской фигуры при плоскопараллельном движении твердого тела представляется как сумма векторов – ускорения полюса и ускорения точки *M* при вращении фигуры вокруг полюса. Учитывая, что ускорение точки вращающегося тела представляется как сумма нормального и касательного ускорений, получим:

$$\vec{a}_M = \vec{a}_A + \vec{a}^{\tau}_{MA} + \vec{a}^{n}_{MA},$$

где $\vec{a}_A$ – ускорение полюса A; $\vec{a}^{\tau}_{MA}$, $\vec{a}^{n}_{MA}$ – касательная и нормальная составляющие ускорения точки M при вращении фигуры вокруг полюса A.

Вектор нормального ускорения $\vec{a}^{\,n}_{MA}$ всегда направлен от точки M к полюсу A. Вектор касательного ускорения $\vec{a}^{\,\tau}_{MA}$ направлен перпендикулярно отрезку AM в сторону вращения, если оно ускоренное (рис. 2.2, *a*), и против вращения, если оно замедленное (рис. 2.2, *b*). Численно величины касательного и нормального составляющих ускорения точки M определяются по формулам:

$$a^{\tau}_{MA} = \varepsilon \cdot AM\,,\quad a^{n}_{MA} = \omega^2 \cdot AM\,,$$

где ω, ε – угловая скорость и угловое ускорение тела (плоской фигуры); AM – расстояние от точки M до полюса A (см. рис. 2.2).

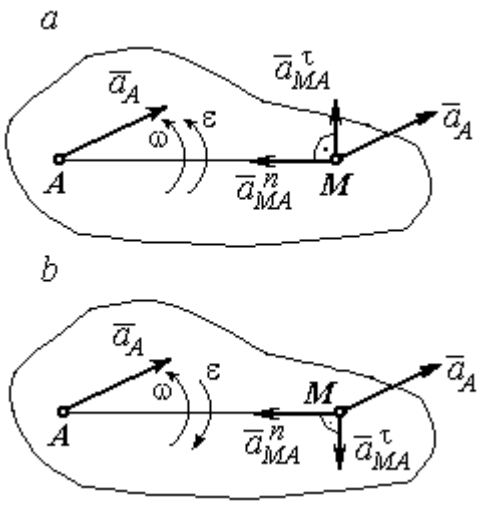


Рис. 2.2. Ускорение точки плоской фигуры:
a – ускоренное движение;
b – замедленное движение

Если при движении плоской фигуры известны траектории движения полюса A и точки M, то для определения ускорения точки M используется векторное равенство

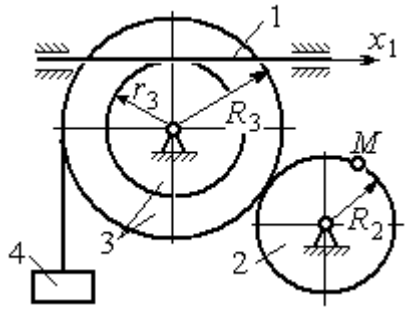
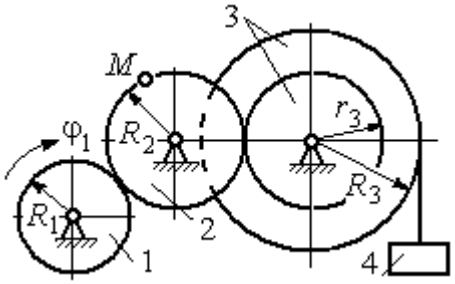
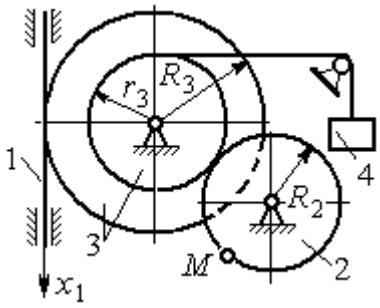
$$\vec{a}^{\,\tau}_{M} + \vec{a}^{\,n}_{M} = \vec{a}^{\,\tau}_{A} + \vec{a}^{\,n}_{A} + \vec{a}^{\,\tau}_{MA} + \vec{a}^{\,n}_{MA},$$

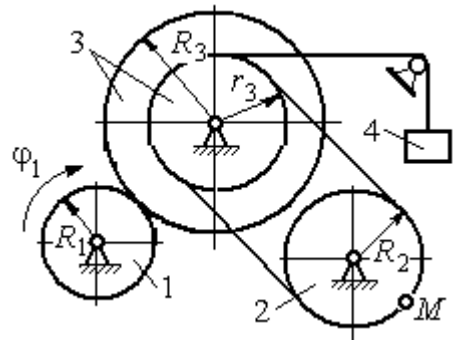
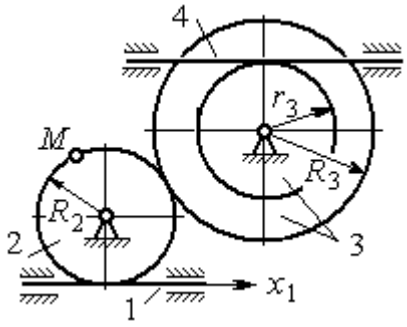
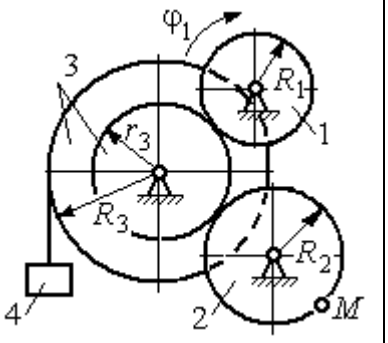
где $\vec{a}^{\,\tau}_{M}$, $\vec{a}^{\,n}_{M}$, $\vec{a}^{\,\tau}_{A}$, $\vec{a}^{\,n}_{A}$ – касательная и нормальная составляющие ускорения точки M и полюса A при движении их по заданным траекториям.

2.4. Задание К1. Определение скоростей и ускорений точек твердого тела при поступательном и вращательном движениях

По заданному движению одного из звеньев механизма $x_1 = x_1(t)$ (варианты 1, 3, 5, 7, 9) или $\varphi_1 = \varphi_1(t)$ (варианты 2, 4, 6, 8, 10) найти в момент времени t_1 скорость, касательное, нормальное и полное ускорения точки M звена механизма, совершающего вращательное движение, а также скорость и ускорение звена 4, совершающего поступательное движение.

Варианты заданий даны на рис. 2.3, 2.4. Исходные данные представлены в табл. 2.1.

Варианты № 1, 11, 21	Варианты № 2, 12, 22	Варианты № 3, 13, 23
		

Варианты № 4, 14, 24	Варианты № 5, 15, 25	Варианты № 6, 16, 26
		

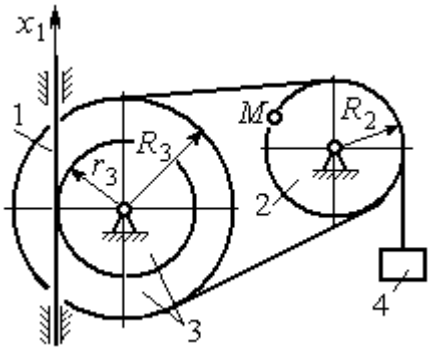
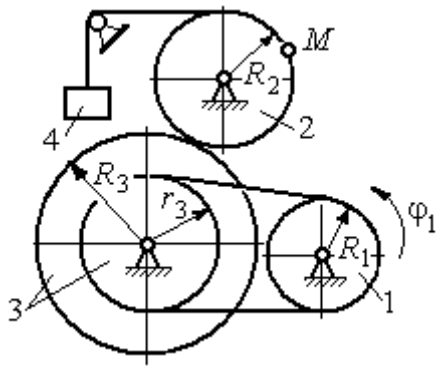
Варианты № 7, 17, 27	Варианты № 8, 18, 28
	

Рис. 2.3. Задание К1. Определение скоростей и ускорений точек при поступательном и вращательном движениях твёрдого тела. Номера вариантов задания 1 – 8, 11 – 18, 21 – 28

Окончание вариантов задания К1

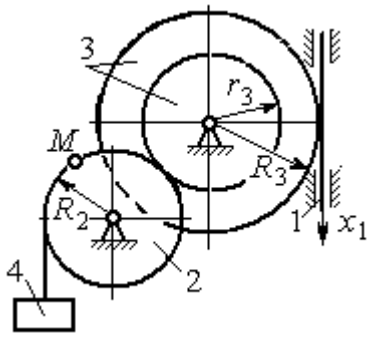
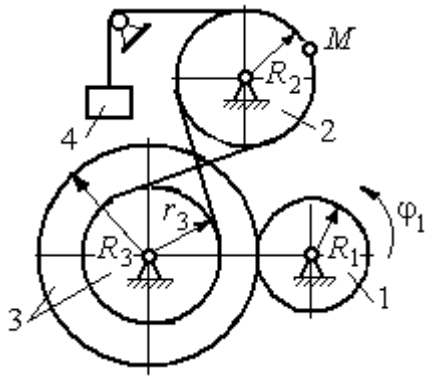
Варианты № 9, 19, 29	**Варианты № 10, 20, 30**
	

Рис. 2.4. Задание К1. Определение скоростей и ускорений точек при поступательном и вращательном движениях твёрдого тела. Номера вариантов задания 9 – 10, 19 – 20, 29 – 30

Таблица 2.1

Исходные данные вариантов задания К1. Определение скоростей и ускорений точек при поступательном и вращательном движениях твёрдого тела

Номер варианта задания	R_1,см	R_2, см	R_3, см	r_3, см	$x_1(t)$, см $\varphi_1(t)$, рад	t_1, с
1	–	40	45	35	$x_1(t) = (3t-1)^2$	2
2	10	20	38	18	$\varphi_1(t) = t^2 + 6\cos(\pi t/6)$	3
3	–	30	42	18	$x_1(t) = 5t^2 - 2\cos(\pi t/2)$	1
4	15	30	45	20	$\varphi_1(t) = 5t^2 + \cos(\pi t/2)$	2
5	–	30	40	20	$x_1(t) = 6t - \cos(\pi t/3)$	3
6	10	20	30	10	$\varphi_1(t) = t^3 - \cos(\pi t/2)$	1
7	–	30	40	30	$x_1(t) = 2\sin(\pi t/2) + \cos(\pi t/2)$	2
8	8	10	30	25	$\varphi_1(t) = 5t + \cos(\pi t/2)$	2
9	–	18	30	18	$x_1(t) = 5t + \cos(\pi t/3)$	3
10	15	30	50	20	$\varphi_1(t) = 2t^2 + \sin(\pi t/4)$	2
11	–	30	40	25	$x_1(t) = (t^2 - 3t)$	2
12	12	20	40	28	$\varphi_1(t) = 3t^2 + 6\sin(\pi t/6)$	3
13	–	25	60	42	$x_1(t) = 2t^2 + \cos(\pi t/2)$	1
14	10	30	45	30	$\varphi_1(t) = 3t^2 + 2\cos(\pi t/2)$	2

Окончание табл. 2.1

Номер варианта задания	R_1,см	R_2, см	R_3, см	r_3, см	$x_1(t)$, см $\varphi_1(t)$, рад	t_1, с
15	–	20	30	20	$x_1(t)=3t^2-\cos(\pi t/3)$	3
16	12	18	40	20	$\varphi_1(t)=2t^3+\cos(\pi t/2)$	1
17	–	20	35	15	$x_1(t)=2\sin(\pi t/2)-\cos(\pi t/2)$	2
18	15	18	40	25	$\varphi_1(t)=5t+\cos(\pi t/2)$	1
19	–	22	50	18	$x_1(t)=t^2+\cos(\pi t/3)$	3
20	10	20	45	10	$\varphi_1(t)=2t^2+\sin(\pi t/4)$	4
21	–	20	40	20	$x_1(t)=t+(3t-4)^2$	2
22	8	18	42	18	$\varphi_1(t)=2t^2+12\cos(\pi t/6)$	3
23	–	45	60	40	$x_1(t)=4t^2+\sin(\pi t/2)$	1
24	5	15	30	20	$\varphi_1(t)=2t^2+4\cos(\pi t/2)$	2
25	–	15	35	25	$x_1(t)=2t^2+\cos(\pi t/3)$	3
26	18	20	35	20	$\varphi_1(t)=2t^3+\sin(\pi t/2)$	1
27	–	15	35	15	$x_1(t)=2\sin(\pi t/2)-\cos(\pi t/2)$	1
28	10	12	40	25	$\varphi_1(t)=2t^2+\cos(\pi t/2)$	1
29	–	35	50	10	$x_1(t)=t^3-\cos(\pi t/2)$	1
30	10	20	40	10	$\varphi_1(t)=2t^2+\cos(\pi t/4)$	4

Пример выполнения задания К1. Определение скоростей и ускорений точек при поступательном и вращательном движениях твёрдого тела

По заданному уравнению движения звена 1 механизма (рис. 2.5, *а*) определить скорость, нормальное, касательное и полное ускорения точки *M* на момент времени t_1, а также скорость и ускорение звена 4, если значения радиусов колес механизма и закон движения звена 1: R_2= 20 см, r_2= 5 см, R_3= 8 см, r_3 = 4 см, $x_1 = 2t^2 - 5t$ см, t_1=1 с.

Решение

Отметим на схеме положительные направления отсчета углов поворота дисков 2 и 3, соответствующие заданному положительному направлению движения звена 1.

Направления показаны на рис 2.5, *b* дуговыми стрелками φ_2, φ_3, а положительное направление движения звена 4 – направлением оси x_4.

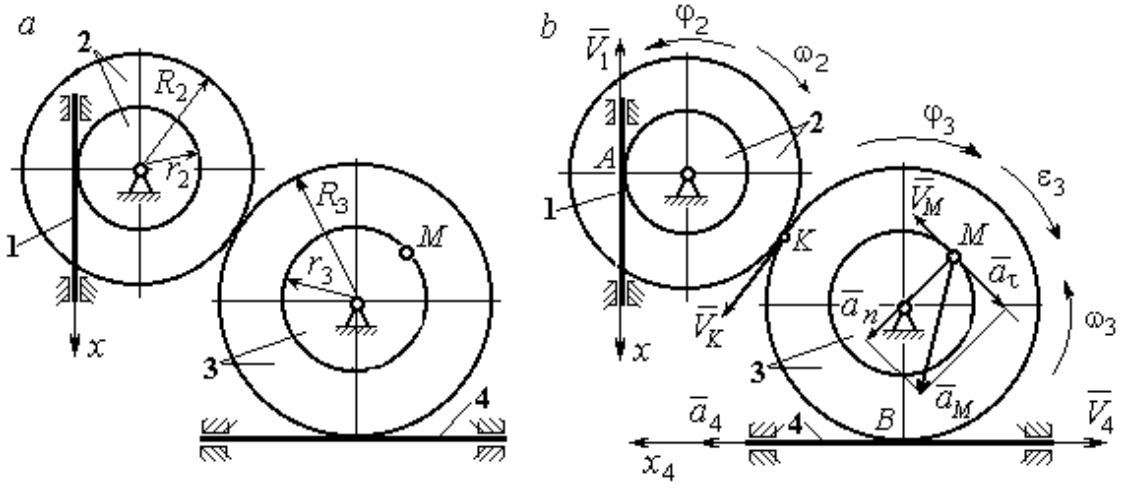


Рис. 2.5. Кинематика вращательного движения твердого тела:
a – схема механизма; *b* – расчетная схема для определения скоростей и ускорений точек механизма

Звено 1 движется поступательно. Движение задано координатным способом в виде закона изменения координаты x. Дифференцируем по времени уравнение движения: $\dot{x} = 4t - 5$ см/с. В момент времени $t_1 = 1$ с значение производной: $\dot{x}(1) = -1$ см/с. Отрицательное значение производной $\dot{x}$ показывает, что в данный момент времени звено 1 движется в отрицательном направлении оси *x*. Скорость звена 1 равна модулю производной: $V_1 = |\dot{x}|$. На рис. 2.5, *b* направление движения звена 1 в момент времени $t_1 = 1$ с показано вектором скорости $\vec{V}_1$, направленным в сторону, противоположную положительному направлению оси *x*. Эту же скорость будет иметь точка *A* – точка контакта звена 1 с диском 2, лежащая на расстоянии r_2 от оси вращения диска. Следовательно, $V_1 = V_A = \omega_2 r_2$, где ω_2 – угловая скорость диска 2. Отсюда угловая скорость диска: $\omega_2 = \dfrac{V_A}{r_2} = \dfrac{|4t-5|}{5} = |\dot{\varphi}_2|$ рад/с. При $t_1 = 1$ с значение производной отрицательно: $\dot{\varphi}_2(1) = -0{,}2$ рад/с. Это означает, что в заданный момент времени вращение диска 2 с угловой скоростью $\omega_2(1) = |\dot{\varphi}_2(1)| = 0{,}2$ рад/с происходит

в отрицательном для диска 2 направлении. На рис. 2.5, *b* направление вращения диска 2 показано дуговой стрелкой ω_2 в сторону, противоположную положительному направлению отсчета угла φ_2. При передаче вращения диска 2 диску 3 величины угловых скоростей дисков обратно пропорциональны радиусам дисков, которым принадлежит точка контакта: $\frac{\omega_2}{\omega_3} = \frac{R_3}{R_2}$. Тогда, угловая скорость диска 3 $\omega_3 = \omega_2 \frac{R_2}{R_3} = |2t - 2{,}5| = |\dot{\varphi}_3|$ рад/с.

В момент времени $t_1 = 1$с значение производной $\dot{\varphi}_3$ отрицательно: $\dot{\varphi}_3(1) = -0{,}5$ рад/с, и, следовательно, вращение диска 3 в данный момент времени с угловой скоростью $\omega_3(1) = |\dot{\varphi}_3(1)| = 0{,}5$ рад/с происходит в сторону, противоположную положительному направлению отсчета угла φ_3, как показано на рис. 2.5, *b*. Величина (модуль) скорости точки *M* рассчитывается по формуле: $V_M = \omega_3 r_3$. В момент времени $t_1 = 1$ с модуль скорости $V_M(1) = 2$ см/с. Вектор скорости $\vec{V}_M$ расположен по касательной к траектории движения точки *M* (окружности) и направлен в сторону вращения диска 3 (см. рис. 2.5, *b*).

Звено 4 движется поступательно. Скорость звена 4 равна скорости точки касания его с диском 3: $V_4 = V_B = \omega_3 R_3 = |2t - 2{,}5| \cdot 8 = |\dot{x}_4|$. В момент времени $t_1 = 1$ с значение производной от координаты движения звена 4 отрицательно: $\dot{x}_4(1) = -4$ см/с. В результате, вектор скорости $\vec{V}_4(1)$, равный по модулю $V_4(1) = 4$ см/с, направлен вдоль оси x_4 в сторону, противоположную ее положительному направлению (см. рис. 2.5, *b*).

Угловое ускорение диска 3: $\varepsilon_3(t) = |\dot{\omega}_3| = |\ddot{\varphi}_3| = 2$ рад/с^2. Из того, что угловая скорость ω_3 и угловое ускорение $\dot{\omega}_3$ диска 3 имеют разные знаки, следует, что вращение диска 3 замедленное. Угловое ускорение диска направлено в сторону положительного направления отсчета угла поворота φ_3, диска 3 (см. рис. 2.5, *b*).

Касательное ускорение a_τ точки M рассчитывается по формуле $a_\tau = \varepsilon_3 r_3$ и в момент времени $t_1 = 1$ с: $a_\tau = 8$ см/с^2. Так как вращение диска 3 замедленное, вектор касательного ускорения точки M $\vec{a}_\tau(t)$ направлен в сторону, противоположную вектору скорости $\vec{V}_M(1)$ (см. рис. 2.5, *b*). Нормальное ускорение a_n точки M рассчитывается как $a_n = \omega_3^2 r_3$. В момент времени $t_1 = 1$ с величина нормального ускорения: $a_n(1) = 1$ см/с^2. Вектор нормального ускорения $\vec{a}_n(1)$ направлен по радиусу к центру диска 3 (см. рис. 2.5, *b*). Полное ускорение точки M в заданный момент времени: $a_M(1) = \sqrt{a_\tau^2(1) + a_n^2(1)} = 8{,}06$ см/с^2. Вектор полного ускорения $\vec{a}_M$ направлен по диагонали прямоугольника, построенного на векторах $\vec{a}_n$ и $\vec{a}_\tau$.

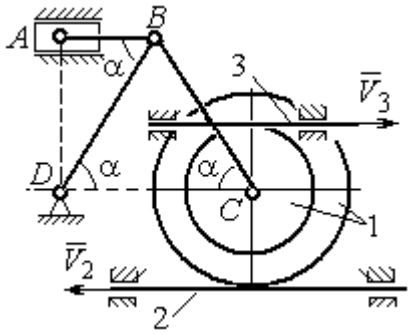
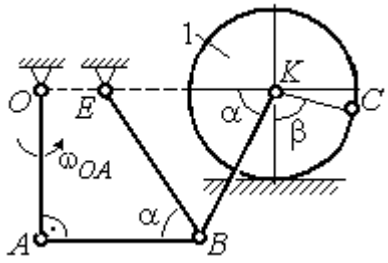
Ускорение a_4 звена 4 находится из условия, что звено 4 движется поступательно и прямолинейно. При прямолинейном движении нормальная составляющая ускорения равна нулю. Тогда $a_4 = a_{4\tau} = \dot{V}_4 = = \dot{V}_B = |\dot{\omega}_3| R_3 = \varepsilon_3 R_3$.

Так как угловое ускорение диска 3 является постоянной величиной, ускорение a_4 не зависит от времени: $a_4 = 16$ см/с^2. Вектор ускорения $\vec{a}_4$ направлен вдоль оси x_4 в сторону положительных значений.

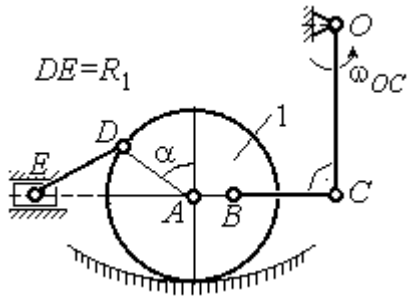
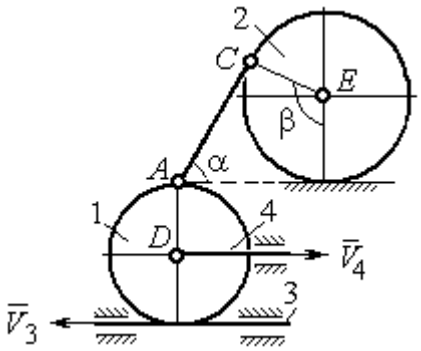
2.5. Задание К2. Определение скоростей точек твёрдого тела при плоскопараллельном движении

Для заданного положения плоского механизма определить скорости точек и угловые скорости звеньев механизма.

Варианты заданий показаны на рис. 2.6 – 2.8. Исходные данные вариантов заданий выбираются из таблиц, приведённых на рисунках схем механизмов.

Варианты № 1, 11, 21	**Варианты № 2, 12, 22**
 Найти: $V_A, V_B, V_C, \omega_{AB}, \omega_{BC}, \omega_1, \omega_{BD}$	 Найти: V_A, V_B, V_K, $\omega_1, \omega_{AB}, \omega_{OA}$, ω_{BE}, ω_{BK}

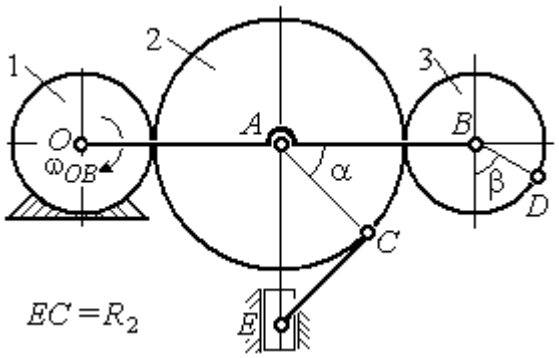
Номер варианта задания	R_1, см	r_1, см	AD, см	α, град	V_2, см/с	V_3, см/с	Номер варианта задания	R_1, см	OA, см	OE, см	α, град	β, град	V_C, см/с
1	10	5	20	30	8	10	**2**	3	5	4	30	60	10
11	12	8	25	45	10	4	**12**	4	8	6	45	90	8
21	10	6	15	60	5	5	**22**	5	12	2	60	120	12

Варианты № 3, 13, 23	**Варианты № 4, 14, 24**
 Найти: V_A, V_B, V_C, V_D, V_E, $\omega_{BC}, \omega_1, \omega_{DE}$	 Найти: V_A, V_C, V_E, $\omega_1, \omega_2, \omega_{AC}$

Номер варианта задания	R_1, см	OC, см	AB, см	BC, см	α, град	ω_{OC}, рад/с	Номер варианта задания	R_1, см	R_2, см	α, град	β, град	V_3, см/с	V_4, см/с
3	12	18	10	35	60	4	**4**	10	15	30	60	8	4
13	10	15	10	25	90	8	**14**	6	10	45	90	4	6
23	15	20	5	20	120	6	**24**	10	12	60	120	3	3

Рис. 2.6. Задание К2. Определение скоростей точек тела при плоскопараллельном движении. Номера вариантов задания 1 – 4, 11 – 14, 21 – 24

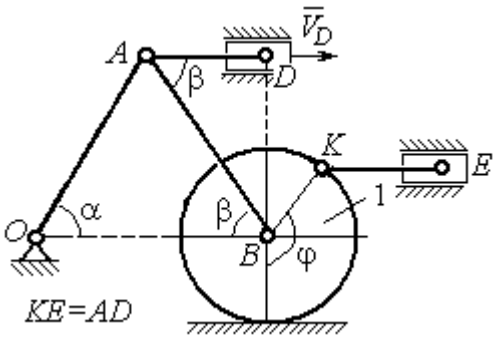
Варианты № 5, 15, 25



Найти: V_A, V_B, V_C, V_D, V_E, ω_2, ω_3, ω_{EC}

Номер варианта задания	R_1, см	R_2, см	R_3, см	α, град	β, град	ω_{OB}, рад/с
5	10	20	12	60	0	6
15	6	18	10	90	90	8
25	20	25	15	120	180	4

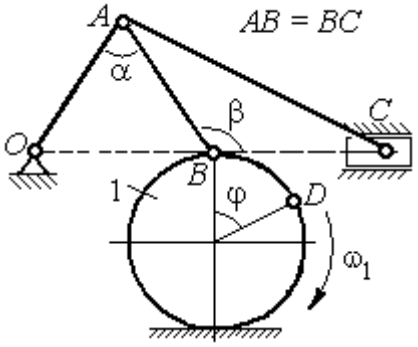
Варианты № 6, 16, 26



Найти: $V_A, V_B, V_K, V_E,$ ω_1, ω_{OA}, ω_{AB}, ω_{AD}, ω_{KE}

Номер варианта задания	R_1, см	OA, см	α, град	β, град	φ, град	V_D, см/с
6	10	20	30	60	60	12
16	12	26	30	30	90	8
26	15	30	60	60	120	15

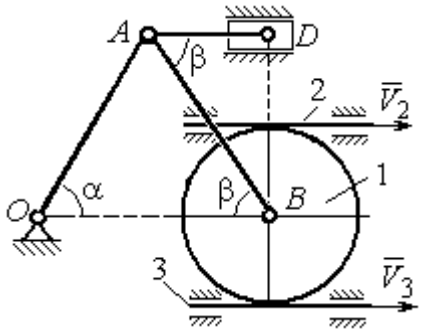
Варианты № 7, 17, 27



Найти: $V_A, V_B, V_C, \omega_1, \omega_{OA}, \omega_{AB}, \omega_{AC}$

Номер варианта задания	R_1, см	AB, см	α, град	β, град	φ, град	V_D, см/с
7	10	20	30	60	60	12
17	12	25	60	120	90	16
27	8	16	30	60	120	10

Варианты № 8, 18, 29

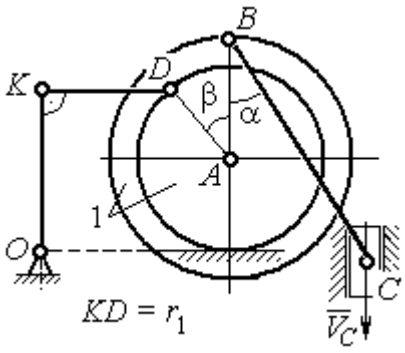
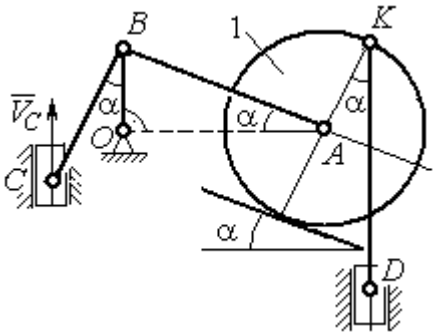


Найти: V_A, V_B, V_D, $\omega_1, \omega_{OA}, \omega_{AB}, \omega_{AD}$

Номер варианта задания	R_1, см	OA, см	α, град	β, град	V_2, см/с	V_3, см/с
8	10	20	30	60	12	4
18	12	26	30	30	8	2
28	15	30	60	60	6	3

Рис. 2.7. Задание К2. Определение скоростей точек тела при плоскопараллельном движении. Номера вариантов задания 5 – 8, 15 – 18, 25 – 28

Окончание вариантов задания К2

Варианты № 9, 19, 29	**Варианты № 10, 20, 30**
 Найти: $\omega_{OK}, \omega_{KD}, \omega_{BC}, \omega_1,$ V_A, V_B, V_K, V_D	 Найти: $V_A, V_B, V_D, V_K,$ $\omega_{CB}, \omega_1, \omega_{OB}, \omega_{AB}, \omega_{KD}$

Номер варианта задания	R_1, см	r_1, см	α, град	β, град	BC, см	V_C, см/с	Номер варианта задания	R_1, см	CB, см	OB, см	KD, см	α, град	V_C, см/с
9	20	12	45	60	60	8	**10**	10	20	30	60	30	4
19	24	16	60	90	50	4	**20**	12	26	30	50	45	2
29	16	10	30	120	40	6	**30**	15	30	60	60	60	3

Рис. 2.8. Задание К2. Определение скоростей точек тела при плоскопараллельном движении. Номера вариантов задания 9 – 10, 19 – 20, 29 – 30

Пример выполнения задания К2. Определение скоростей точек твёрдого тела при плоскопараллельном движении

Задача 1. Плоский механизм (рис. 2.9) состоит из стержня OC и подвижных дисков 2 и 3 радиусами r_2, r_3, шарнирно закрепленными на стержне, соответственно, в точках A и C. Стержень OC вращается вокруг неподвижного центра O с угловой скоростью ω_{OC}. Диск 2, увлекаемый стержнем OC, катится без проскальзывания по неподвижной поверхности диска 1 радиусом r_1. Диск 3, также увлекаемый стержнем OC, катится без проскальзыва-

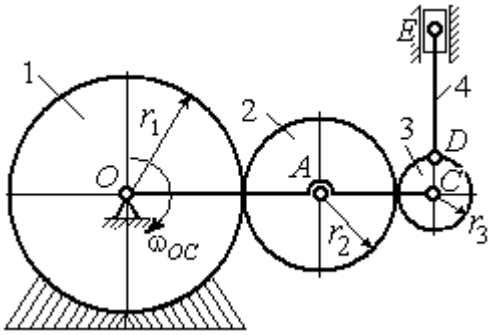


Рис. 2.9. Схема плоского механизма

ния по подвижному диску 2. В точке *D*, расположенной на краю диска 3, шарнирно прикреплен стержень 4, к которому в точке *E* шарнирно прикреплен поршень *E*, способный совершать только вертикальное перемещение. Для заданного положения механизма (см. рис. 2.9), когда стержень *OC* горизонтален, стержень *DE* направлен по линии вертикального диаметра диска 3, найти скорости точек *A*, *C*, *D*, *E*, угловые скорости дисков 2, 3 и стержня 4, если: r_1 = 6 см, r_2 = 4 см, r_3 = 2 см, *DE* = 10 см, ω_{OC} = 1 рад/с.

Решение

Определим скорость точки *A*, общей для стержня *OC* и диска 2: $V_A = \omega_{OC}(r_1 + r_2)$ = 10 см/с. Вектор скорости $\vec{V}_A$ перпендикулярен стержню *OC* и направлен в сторону его вращения (рис. 2.10).

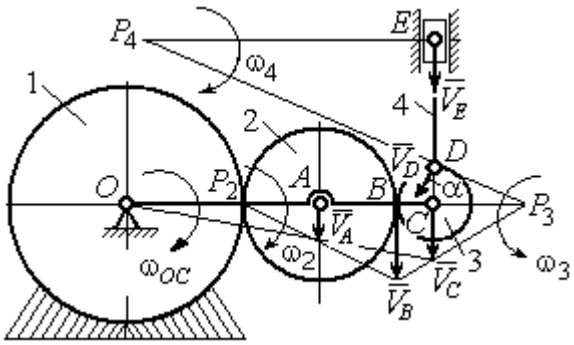


Рис. 2.10. Расчетная схема для определения скоростей точек механизма и угловых скоростей его звеньев

Диск 2 катится по неподвижной поверхности диска 1. Точка касания диска 2 с неподвижным диском 1 является мгновенным центром скоростей диска 2. На рис. 2.10 центр скоростей диска 2 обозначен точкой P_2. В этом случае скорость точки *A* может быть определена через угловую скорость диска ω_2 следующим образом: $V_A = \omega_2 \cdot AP_2 = 4\omega_2$. Так как V_A = 10 см/с, получим ω_2 = 2,5 рад/с.

Для того чтобы найти угловую скорость диска 3, необходимо определить положение его мгновенного центра скоростей. С этой целью вычислим скорости точек *B* и *C*. Скорость точки *B* может быть найдена через угловую скорость диска 2: $V_B = \omega_2 \cdot BP_2$ = 20 см/с. Вектор скорости $\vec{V}_B$ перпендикулярен отрезку BP_2 и направлен в сторону мгновенного вращения диска 2 вокруг своего центра скоростей P_2.

Скорость точки C определяется через угловую скорость стержня OC: $V_C = \omega_{OC}(r_1 + 2r_2 + r_3)$ = 16 см/с. Вектор скорости $\vec{V}_C$ перпендикулярен стержню OC и направлен в сторону его вращения (см. рис. 2.10).

Построение мгновенного центра скоростей P_3 диска 3 по известным скоростям $\vec{V}_B$ и $\vec{V}_C$ показано на рис. 2.10. Его положение определяется из условия, что отношение скоростей двух точек тела, совершающего плоскопараллельное движение, равно отношению расстояний от этих точек до мгновенного центра скоростей: $\frac{V_B}{V_C} = \frac{r_3 + CP_3}{CP_3}$. Разрешая пропорцию относительно неизвестной величины CP_3, получим: CP_3= 8 см. Скорость точки C выражается через угловую скорость диска 3 $V_C = \omega_3 \cdot CP_3$. Отсюда величина угловой скорости диска 3: $\omega_3 = \frac{V_C}{CP_3}$= 2 рад/с. Направление мгновенного вращения диска 3 вокруг своего центра скоростей определяется известными направлениями скоростей точек C и B, принадлежащих диску 3 (см. рис. 2.10). Скорость точки D $V_D = \omega_3 \cdot DP_3$ = $=2 \cdot \sqrt{2^2 + 8^2}$ = 16,5 см/с. Вектор скорости $\vec{V}_D$ перпендикулярен отрезку DP_3 и направлен в сторону мгновенного вращения диска 3 вокруг центра P_3.

Для определения скорости поршня E воспользуемся теоремой о проекциях скоростей точек плоской фигуры, согласно которой проекции скоростей двух точек плоской фигуры на ось, проходящую через эти точки, равны между собой. Проведем ось через точки D и E. По построению, угол α между вектором $\vec{V}_D$ и осью DE равен углу $\angle DP_3C$ (см. рис. 2.10). Тогда, $\cos\alpha = \frac{CP_3}{DP_3} = \frac{8}{\sqrt{2^2 + 8^2}} = 0{,}97$, откуда $\alpha = 14^\circ$. На основании теоремы о проекциях скоростей точек плоской фигуры имеем равенство: $V_D \cos\alpha = V_E \cos 0$, откуда скорость точки E: V_E=16 см/с.

Мгновенный центр скоростей стержня 4 – точка P_4 – определяется как точка пересечения перпендикуляров к векторам скоростей $\vec{V}_D$ и $\vec{V}_E$, восстановленных, соответственно, из точек D и E (см. рис. 2.10). Угловая скорость стержня 4, совершающего мгновенный поворот вокруг своего центра скоростей, равна: $\omega_4 = \dfrac{V_E}{EP_4}$, где EP_4 – расстояние от точки E до мгновенного центра скоростей звена 4, $EP_4 = DE \cdot \mathrm{ctg}\alpha$ = 40 см. В результате, $\omega_4 = 0{,}4$ рад/с. Направление мгновенного вращения звена 4 вокруг своего центра скоростей определяется направлением скорости точки D.

Задача 2. В плоском стержневом механизме (рис. 2.11) кривошипы OA и ED вращаются вокруг неподвижных центров O и E. В крайней точке D кривошипа ED к нему прикреплён шатун DB, второй конец которого в точке B прикреплён к кривошипу OA. Шатун AC прикреплён в точке A к кривошипу AO, а другим своим концом – к ползуну C, способному совершать только вертикальное движение. Все соединения шарнирные. В заданном положении механизма кривошип OA вертикален, шатун DB расположен горизонтально, кривошип ED наклонен под углом 60° к горизонтали, а шатун AC отклонён на угол 30° от вертикального положения кривошипа AO. Найти скорости всех отмеченных на схеме точек и угловые скорости всех звеньев, если линейные размеры звеньев механизма AC = 6 см, AB = 2 см, BO = 8 см, DB = 10 см и скорость ползуна в данный момент V_C = 4 см/с.

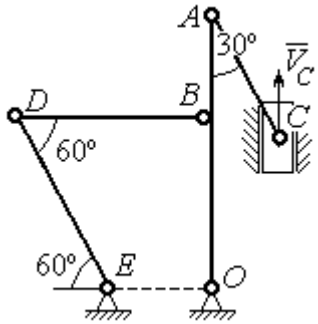


Рис. 2.11. Стержневой механизм

Решение

Кривошипы OA и ED совершают вращательные движения вокруг неподвижных центров. Скорости $\vec{V}_A$ и $\vec{V}_B$ точек A и B перпендикулярны кривоши-

пу OA, а скорость $\vec{V}_D$ точки D перпендикулярна кривошипу ED. Направления векторов скоростей точек показаны на рис. 2.12.

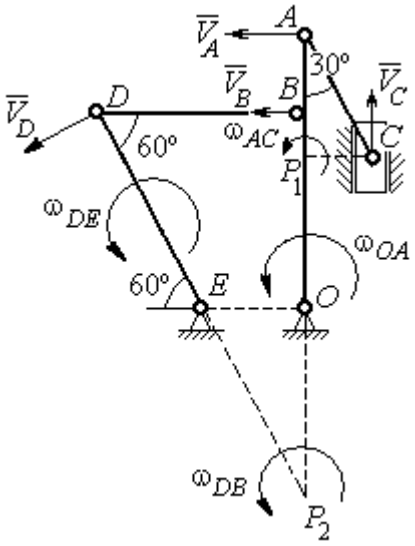


Рис. 2.12. Расчётная схема определения скоростей точек механизма и угловых скоростей его звеньев

Шатун AC совершает плоскопараллельное движение. Его мгновенный центр скоростей P_1 находится как точка пересечения перпендикуляров к скоростям $\vec{V}_A$ и $\vec{V}_C$. Угловая скорость звена AC равна $\omega_{AC} = \dfrac{V_C}{P_1C} = \dfrac{V_C}{AC \cdot \sin 30^\circ} = \dfrac{4}{3}$ рад/с. Далее, полагая, что точка A принадлежит шатуну AC, найдем её скорость:

$$V_A = \omega_{AC} \cdot P_1A = \frac{4}{3} AC \cdot \cos 30^\circ = 4\sqrt{3} \text{ см/с.}$$

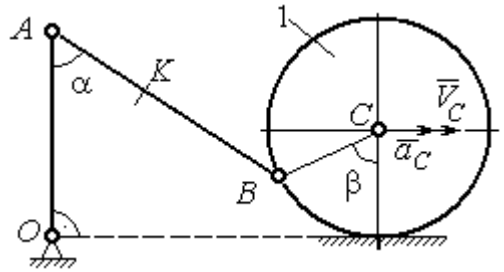
Теперь, исходя из того, что точка A принадлежит как шатуну AC, так и кривошипу OA, найдём его угловую скорость: $\omega_{AO} = \dfrac{V_A}{AO} = 0{,}4\sqrt{3}$ рад/с. Скорость точки B кривошипа $V_B = \omega_{AO} \cdot OB = 3{,}2\sqrt{3}$ см/с.

Шатун DB совершает плоскопараллельное движение. Зная направления скоростей точек B и D, построим мгновенный центр скоростей P_2 звена DB как точку пересечения перпендикуляров к скоростям $\vec{V}_B$ и $\vec{V}_D$ (см. рис. 2.12). Тогда, угловая скорость шатуна DB $\omega_{DB} = \dfrac{V_B}{P_2B} = \dfrac{3{,}2\sqrt{3}}{DB \cdot \operatorname{tg} 60^\circ} = 0{,}32$ рад/с. Скорость точки D $V_D = \omega_{DB} \cdot P_2D = 0{,}32 \dfrac{DB}{\sin 30^\circ} = 6{,}4$ см/с. Угловая скорость кривошипа DE $\omega_{DE} = \dfrac{V_D}{DE} = \dfrac{6{,}4}{(OB / \sin 60^\circ)} = 0{,}69$ рад/с.

2.6. Задание К3. Определение ускорений точек твёрдого тела при плоскопараллельном движении

Для заданного положения плоского механизма определить ускорения точек звеньев механизма и угловые ускорения звеньев. Варианты заданий и исходные данные приведены на рис. 2.13 – 2.15.

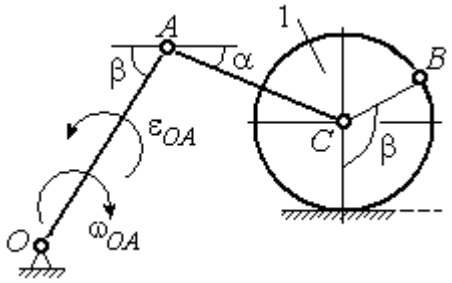
Варианты № 1, 11, 21



Найти: $a_A, a_K, \varepsilon_{AB}$

Номер варианта задания	AB, см	AK, см	α, град	β, град	R_1, см	V_C, см/с	a_C, см/с^2
1	16	10	60	120	10	12	6
11	20	16	30	60	8	10	8
21	18	10	60	180	6	8	4

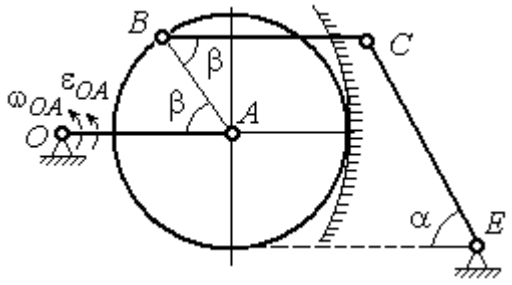
Варианты № 2, 12, 22



Найти: $a_C, a_B, \varepsilon_{AC}$

Номер варианта задания	R_1, см	OA, см	AC, см	α, град	β, град	ω_{OA}, рад/с	ε_{OA}, рад/с^2
2	5	10	12	30	60	2	4
12	8	24	20	30	120	1	2
22	6	12	15	60	90	2	3

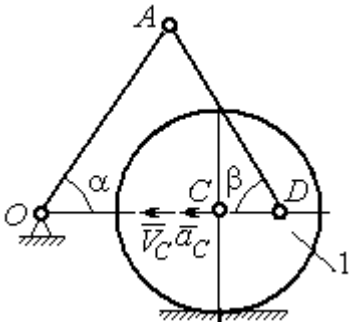
Варианты № 3, 13, 23



Найти: a_C, a_B, ε_{BC}

Номер варианта задания	BC, см	AO, см	α, град	β, град	R_1, см	ω_{OA}, рад/с	ε_{OA}, рад/с^2
3	16	15	60	90	10	2	3
13	18	12	90	60	8	3	2
23	14	12	30	120	10	2	4

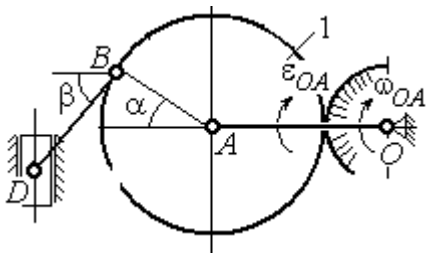
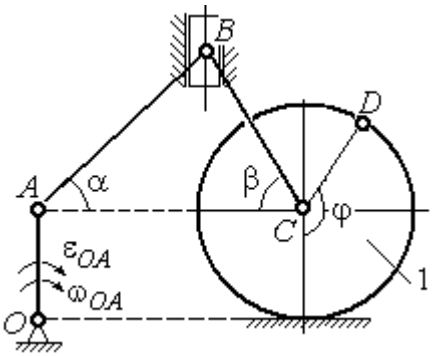
Варианты № 4, 14, 24



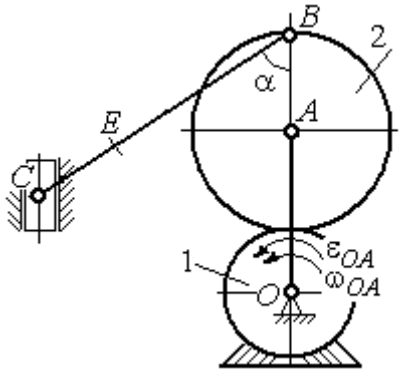
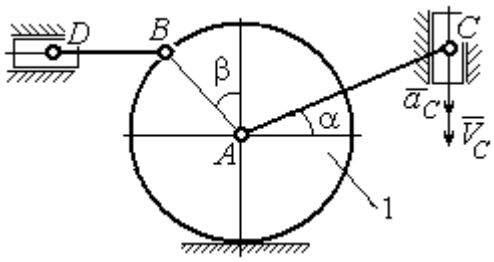
Найти: $a_A, a_D, \varepsilon_{DA}$

Номер варианта задания	R_1, см	OA, см	DC, см	α, град	β, град	V_C, см/с	a_C, см/с^2
4	10	28	5,78	60	30	10	2
14	8	24	4,62	30	90	8	3
24	6	20	6	45	45	12	2

Рис. 2.13. Задание К3. Определение ускорений точек тела при плоскопараллельном движении. Номера вариантов задания 1 – 4, 11 – 14, 21 – 24

Варианты № 5, 15, 25	**Варианты № 6, 16, 26**
 Найти: $a_D, a_B, \varepsilon_{BD}$	 Найти: $a_B, a_D, \varepsilon_{BC}$

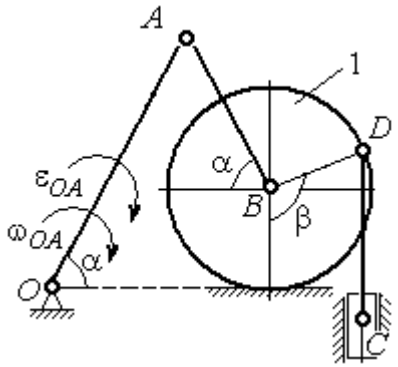
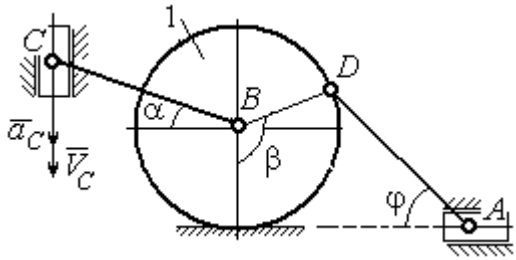
Номер варианта задания	*OA*, см	*BD*, см	α, град	β, град	R_1, см	ω_{OA}, рад/с	ε_{OA}, рад/с^2	Номер варианта задания	R_1, см	*AB*, см	φ, град	α, град	β, град	ω_{OA}, рад/с	ε_{OA}, рад/с^2
5	16	10	60	30	10	4	3	**6**	6	18	60	30	30	2	3
15	18	8	90	45	12	2	4	**16**	8	20	90	60	30	2	4
25	14	12	30	60	8	3	2	**26**	5	16	120	30	60	3	4

Варианты № 7, 17, 27	**Варианты № 8, 18, 28**
 Найти: $a_E, a_C, \varepsilon_{BC}$	 Найти: $a_D, a_B, \varepsilon_{BD}$

Номер варианта задания	*BC*, см	*BE*, см	α, град	R_1, см	R_2, см	ω_{OA}, рад/с	ε_{OA}, рад/с^2	Номер варианта задания	R_1, см	*BD*, см	*AC*, см	α, град	β, град	V_C, см/с	a_C, см/с^2
7	22	10	60	2	10	2	3	**8**	4	5	12	60	60	12	5
17	28	15	30	3	6	3	4	**18**	6	10	16	45	90	10	8
27	20	8	45	4	8	2	2	**28**	8	8	16	30	120	8	6

Рис. 2.14. Задание К3. Определение ускорений точек тела при плоскопараллельном движении. Номера вариантов задания 5 – 8, 15 – 18, 25 – 28

Окончание вариантов задания К3

Варианты № 9, 19, 29	**Варианты № 10, 20, 30**
 Найти: $a_C, a_B, \varepsilon_{AB}$	 Найти: $a_A, a_B, \varepsilon_{CB}$

Номер варианта задания	OA, см	DC, см	α, град	β, град	R_1, см	ω_{OA}, рад/с	ε_{OA}, рад/с^2	Номер варианта задания	R_1, см	BC, см	φ, град	α, град	β, град	V_C, см/с	a_C, см/с^2
9	18	10	30	120	4	2	3	**10**	6	14	60	30	120	15	3
19	20	12	60	60	6	3	4	**20**	5	18	45	60	90	10	5
29	18	8	60	90	4	2	3	**30**	4	16	30	45	60	12	4

Рис. 2.15. Задание К3. Определение ускорений точек тела при плоскопараллельном движении. Номера вариантов задания 9 – 10, 19 – 20, 29 – 30

Примеры решения задания К3. Определение ускорений точек тела при плоскопараллельном движении

Задача 1. Ступенчатый барабан 1 с радиусами ступенек R = 0,5 м и r = 0,3 м катится окружностью малой ступеньки по горизонтальной поверхности без скольжения (рис. 2.16). Барабан приводится в движение шатуном AC, один конец которого соединён с центром барабана в точке A, а другой – с ползуном C, перемещающимся вертикально. В положении механизма, когда шатун AC отклонён от вертикали на угол 60°, найти ускорение точки B барабана, лежащей на его горизонтальном диаметре, если заданы скорость и ускорение ползуна C: V_C = 9м/с, a_C = 4 м/с^2.

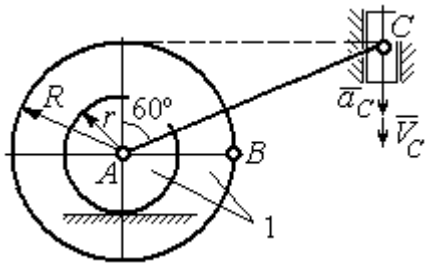


Рис. 2.16. Схема движения плоского механизма

Решение

Найдём угловые скорости ω_{AC}, ω_1 шатуна AC и барабана 1. Шатун совершает плоское движение. Его мгновенный центр скоростей P_2 находится на пересечении перпендикуляров к скоростям $\vec{V}_A$ и $\vec{V}_C$ (рис. 2.17). По условию, скорость точки C направлена вертикально вниз. Точка A принадлежит как шатуну AC, так и барабану 1. При качении барабана по горизонтальной поверхности скорость его центра – точки A параллельна поверхности качения барабана.

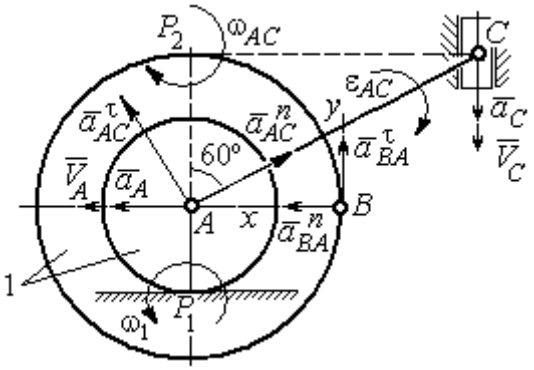


Рис. 2.17. Расчётная схема определения скоростей и ускорений точек механизма

Угловая скорость шатуна $\omega_{AC} = \dfrac{V_C}{CP_2} = \dfrac{9}{R\text{tg}60^\circ} = 6\sqrt{3}$ рад/с. Скорость точки A шатуна $V_A = \omega_{AC} \cdot AP_2 = 3\sqrt{3}$ м/с. Угловая скорость барабана 1 $\omega_1 = \dfrac{V_A}{AP_1} = 10\sqrt{3}$ рад/с.

При расчёте угловой скорости барабана учтено, что качение барабана по неподвижной поверхности представляет собой плоское движение, при котором мгновенный центр скоростей находится в точке касания с поверхностью (в точке P_1 на рис. 2.17).

Выразим ускорение $\vec{a}_A$ точки A через полюс C на основании векторного равенства: $\vec{a}_A = \vec{a}_C + \vec{a}^{\,\tau}_{AC} + \vec{a}^{\,n}_{AC}$, где $\vec{a}_C$ – ускорение точки C, выбранной в качестве полюса; $\vec{a}^{\,\tau}_{AC}$, $\vec{a}^{\,n}_{AC}$ – касательная и нормальная составляющие ускорения точки A при вращении шатуна AC вокруг полюса C. Вектор нормального ускорения $\vec{a}^{\,n}_{AC}$ направлен вдоль шатуна AC от точки A к полюсу C и равен по величине $a^n_{AC} = \omega^2_{AC} \cdot AC = (6\sqrt{3})^2 \cdot 2R = 108$ м/с^2. Вектор касательного ускорения

$\vec{a}_{AC}^{\,\tau}$, модуль которого вычисляется по формуле $a_{AC}^{\tau} = \varepsilon_{AC} \cdot AC$, направлен перпендикулярно отрезку AC.

На данном этапе величина вектора касательного ускорения не может быть вычислена, поскольку угловое ускорение шатуна AC ε_{AC} неизвестно. На рис. 2.17 направление вектора касательного ускорения $\vec{a}_{AC}^{\,\tau}$ выбрано из предположения, что вращение шатуна ускоренное и направление углового ускорения совпадает с направлением его угловой скорости.

Направление вектора $\vec{a}_A$ ускорения точки A определяется из того, что центр барабана движется по прямой, параллельной горизонтальной поверхности качения. На рис. 2.17 направление вектора ускорения $\vec{a}_A$ выбрано из предположения, что качение барабана ускоренное.

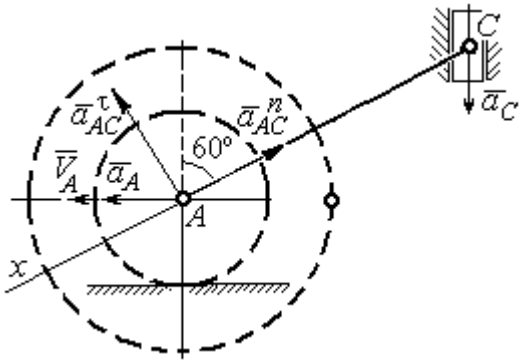


Рис. 2.18. Схема для определения ускорения центра барабана

Выберем ось x вдоль линии AC (рис. 2.18) и спроектируем векторное равенство $\vec{a}_A = \vec{a}_C + \vec{a}_{AC}^{\,\tau} + \vec{a}_{AC}^{\,n}$ на эту ось. При таком выборе оси проекция неизвестного ускорения $\vec{a}_{AC}^{\,\tau}$ обращается в нуль. Получим $a_A \cos 30^\circ = a_C \cos 60^\circ - a_{AC}^{n}$. Отсюда найдём ускорение центра барабана $a_A = \dfrac{1}{\cos 30^\circ}\left(a_C \cos 60^\circ - a_{AC}^{n}\right) = -\,122{,}4$ м/с^2. Отрицательное значение ускорения точки A означает, что на рис. 2.17, 2.18 вектор ускорения $\vec{a}_A$ должен иметь противоположное направление. Таким образом, вектор ускорения $\vec{a}_A$ направлен в сторону, противоположную вектору скорости $\vec{V}_A$, и движение барабана замедленное.

Для того чтобы найти ускорение точки B, выразим его через полюс A на основании векторного равенства $\vec{a}_B = \vec{a}_A + \vec{a}_{BA}^{\,\tau} + \vec{a}_{BA}^{\,n}$, где $\vec{a}_A$ – ускорение

точки A, выбранной в качестве полюса; $\vec{a}_{BA}^{\,\tau}$, $\vec{a}_{BA}^{\,n}$ – касательная и нормальная составляющие ускорения точки B при вращении барабана вокруг полюса A.

Модуль вектора нормального ускорения $\vec{a}_{BA}^{\,n}$ равен по величине $a_{BA}^{n} = \omega_1^2 \cdot BA = (10\sqrt{3})^2 \cdot R = 150$ м/с^2. Вектор направлен вдоль радиуса барабана от точки B к полюсу A (см. рис. 2.17).

Модуль вектора касательного ускорения $\vec{a}_{BA}^{\,\tau}$ вычисляется по формуле $a_{BA}^{\tau} = \varepsilon_1 \cdot BA$, где ε_1 – угловое ускорение барабана. Значение углового ускорения катящегося барабана (в отличие от углового ускорения ε_{AC} шатуна AC) может быть найдено. Расчёт основан на том, что при движении барабана расстояние AP_1 от точки A до центра скоростей барабана P_1 остаётся постоянным, равным r. Тогда выражение $V_A = \omega_1 \cdot AP_1 = \omega_1 \cdot r$ для расчёта скорости точки A можно продифференцировать. Получим $\dfrac{dV_A}{dt} = \dfrac{d\omega_1}{dt} \cdot r$. Так как точка A движется по прямой, производная от скорости точки равна её полному ускорению, а производная от угловой скорости барабана равна его угловому ускорению. Тогда имеем: $a_A = \varepsilon_1 \cdot r$, откуда находим угловое ускорение $\varepsilon_1 = \dfrac{a_A}{r} = 40{,}8$ рад/с^2, а затем и модуль вектора касательного ускорения $a_{BA}^{\tau} = \varepsilon_1 \cdot BA = 20{,}4$ м/с^2.

Заметим, что для вычисления углового ускорения ε_{AC} шатуна AC подобные рассуждения неприменимы. Формулу $V_A = \omega_{AC} \cdot AP_2$ невозможно продифференцировать, так как при движении механизма расстояние AP_2 от точки A до центра скоростей P_2 шатуна AC является неизвестной функцией времени.

Выберем систему координат xBy как показано на рис. 2.17, и спроецируем на эти оси векторное равенство $\vec{a}_B = \vec{a}_A + \vec{a}_{BA}^{\,\tau} + \vec{a}_{BA}^{\,n}$. Полагая, что движение барабана ускоренное (т. е. вектора ускорений $\vec{a}_A$ и $\vec{a}_{BA}^{\,\tau}$ направлены, как показано на рис. 2.17), получим значения составляющих ускорения точки B:

$a_{Bx} = a_A + a_{BA}^n$, $a_{By} = a_{BA}^\tau$. Подставляя значения ускорений, найдём $a_{By} = 20{,}4$ м/с^2, $a_{Bx} = -122{,}4 + 150 = 27{,}6$ м/с^2. Вектор полного ускорения точки B направлен по диагонали прямоугольника, построенного на векторах $\vec{a}_{Bx}$, $\vec{a}_{By}$. Величина ускорения точки B: $a_B = \sqrt{a_{Bx}^2 + a_{By}^2} = 34{,}32$ м/с^2.

Задача 2. В плоском механизме (рис. 2.19) кривошип OA вращается вокруг оси O с угловой скоростью ω_{OA} и угловым ускорением ε_{OA}. Диск 2, шарнирно присоединённый к кривошипу в точке A, катится без проскальзывания по неподвижному диску 1. Радиусы дисков R_1 и R_2. На краю диска 2 в точке B шарнирно прикреплен стержень BC, соединенный с центром C диска 3. Радиус диска 3 равен радиусу диска 2: $R_3 = R_2$. Диск 3 катится без скольжения по горизонтальной поверхности, по прямой. Для положения механизма, изображенного на рис. 2.19, определить ускорение точки D и угловое ускорение стержня BC, если $\omega_{OA} = 4$ рад/с, $\varepsilon_{OA} = 2$ рад/с^2, $R_1 = 4$ см, $R_2 = 8$ см. Длина стержня $BC = 20$ см.

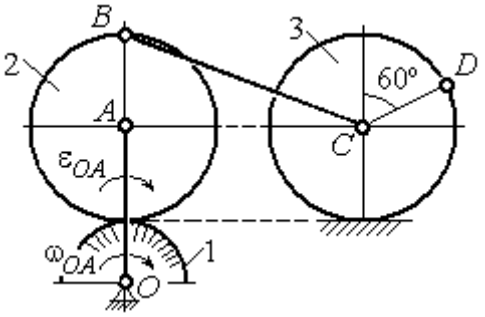


Рис. 2.19. Схема движения плоского механизма

Решение

Определение угловых скоростей звеньев механизма.

Рассмотрим вращательное движение кривошипа OA. Скорость точки A: $V_A = \omega_{OA} \cdot OA = 48$ см/с. Вектор скорости $\vec{V}_A$ направлен перпендикулярно кривошипу OA в сторону движения кривошипа (рис. 2.20).

При движении диска 2 точка P_2 соприкосновения второго диска с неподвижным первым является мгновенным центром скоростей диска 2. Угловая скорость диска 2: $\omega_2 = \dfrac{V_A}{AP_2} = \dfrac{48}{8} = 6$ рад/с.

Скорость точки B диска 2: $V_B = \omega_2 BP_2 = 6 \cdot 16 = 96$ см/с.

Для определения угловой скорости стержня BC заметим, что скорости двух точек стержня $\vec{V}_B$ и $\vec{V}_C$ параллельны, но точки B и C не лежат на общем перпендикуляре к скоростям. В этом случае мгновенный центр скоростей стержня BC отсутствует (бесконечно удалён), угловая скорость стержня равна нулю: $\omega_{BC} = 0$, а стержень совершает мгновенное поступательное движение. В результате имеем: $V_C = V_B = 96$ см/с.

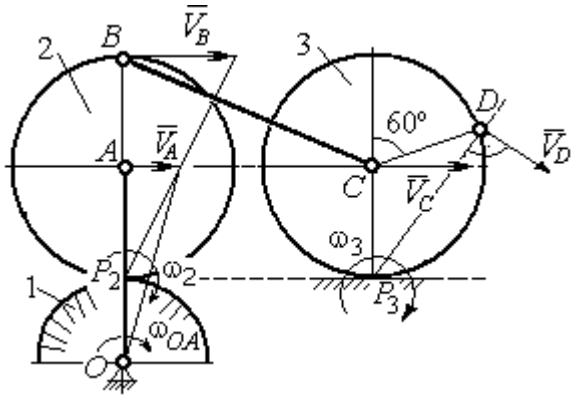


Рис. 2.20. Расчетная схема для определения угловых скоростей звеньев механизма

При качении диска 3 по неподвижной поверхности без проскальзывания точка P_3 касания его с поверхностью является мгновенным центром скоростей. Тогда угловая скорость диска 3: $\omega_3 = \dfrac{V_C}{CP_3} = 12$ рад/с. Скорость точки D диска 3: $V_D = \omega_3 \cdot DP_3$. Величину DP_3 находим из треугольника P_3DC. В результате $DP_3 = 2R_3\cos 30^\circ = 13{,}8$ см и $V_D = 165{,}6$ см/с. Вектор скорости $\vec{V}_D$ направлен в сторону движения диска 3 перпендикулярно линии DP_3 и (см. рис. 2.20).

Определение ускорений точек механизма.

Представим ускорение $\vec{a}_C$ точки C векторной суммой $\vec{a}_C = \vec{a}_B + \vec{a}^{\,n}_{CB} + \vec{a}^{\,\tau}_{CB}$, где $\vec{a}_B$ – ускорение точки B, выбранной в качестве полюса; $\vec{a}^{\,n}_{CB}$, $\vec{a}^{\,\tau}_{CB}$ – нормальная и касательная составляющие ускорения точки C при вращении стержня BC вокруг полюса B, $a^n_{CB} = \omega^2_{CB} \cdot CB$, $a^{\tau}_{CB} = \varepsilon_{CB} \cdot CB$.

Нормальная составляющая ускорения точки C $a^n_{CB} = 0$, так как стержень CB совершает мгновенное поступательное движение и $\omega_{BC} = 0$.

Направление касательной составляющей $\vec{a}^{\tau}_{CB}$ неизвестно, так как неизвестно направление углового ускорения стержня ε_{CB}. Для определённости выберем направление углового ускорения стержня BC в сторону против хода часовой стрелки. На рис. 2.21 это направление показано дуговой стрелкой ε_{CB}.

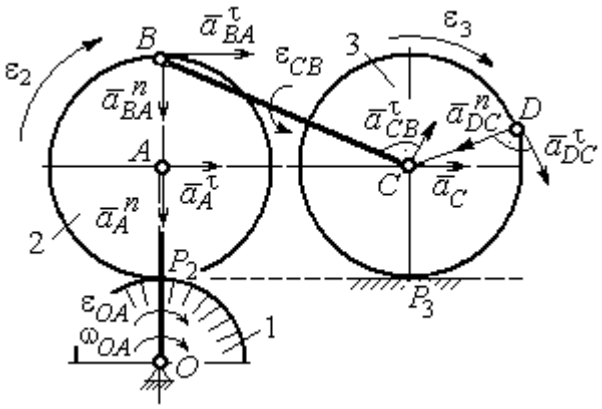


Рис. 2.21. Расчетная схема для определения ускорений точек механизма и угловых ускорений его звеньев

В соответствии с выбранным направлением углового ускорения вектор $\vec{a}^{\tau}_{CB}$ строится перпендикулярно линии стержня BC в сторону углового ускорения ε_{CB} (см. рис. 2.21).

Выразим ускорение точки B через полюс A: $\vec{a}_B = \vec{a}_A + \vec{a}^{n}_{BA} + \vec{a}^{\tau}_{BA}$, где $\vec{a}_A$ – ускорение полюса A; $\vec{a}^{n}_{BA}$, $\vec{a}^{\tau}_{BA}$ – нормальная и касательная составляющие ускорения точки B при вращении диска 2 вокруг полюса A. Величина нормальной составляющей ускорения точки B $a^{n}_{BA} = \omega_2^2 \cdot BA = 288$ см/с^2. Вектор $\vec{a}^{n}_{BA}$ направлен вдоль радиуса BA от точки B к полюсу A (см. рис. 2.21). Касательное ускорение точки B при вращении диска 2 вокруг полюса A вычисляется по формуле $a^{\tau}_{BA} = \varepsilon_2 \cdot BA$. Для определения углового ускорения ε_2 диска 2 заметим, что во время движения диска 2 расстояние AP_2 остается постоянным, равным R_2. Дифференцируя равенство $V_A = \omega_2 \cdot AP_2 = \omega_2 R_2$, получим: $\frac{dV_A}{dt} = \frac{d\omega_2}{dt} R_2$, или $a^{\tau}_A = \varepsilon_2 R_2$, откуда $\varepsilon_2 = \frac{a^{\tau}_A}{R_2}$.

Для того чтобы найти величину a^{τ}_A, рассмотрим вращательное движение кривошипа OA вокруг неподвижной оси O. Ускорение точки A представляется в виде векторного равенства $\vec{a}_A = \vec{a}^{n}_A + \vec{a}^{\tau}_A$, где $\vec{a}^{n}_A$ и $\vec{a}^{\tau}_A$ – известные

нормальная и касательная составляющие ускорения точки A кривошипа OA: $a_A^n = \omega_{OA}^2 \cdot OA = 192$ см/с^2, $a_A^\tau = \varepsilon_{OA} \cdot OA = 24$ см/с^2. Направления векторов нормального ускорения $\vec{a}_A^n$ и касательного ускорения $\vec{a}_A^\tau$ показаны на рис. 2.21.

Теперь найдём величину углового ускорения диска 2 и модуль касательного ускорения a_{BA}^τ точки B при вращении диска 2 вокруг полюса A: $\varepsilon_2 = \dfrac{a_A^\tau}{R_2} =$ $= 3$ рад/с^2, $a_{BA}^\tau = \varepsilon_2 \cdot BA = 24$ см/с^2.

Для определения ускорения точки C имеем векторное равенство $\vec{a}_C = \vec{a}_A^n + \vec{a}_A^\tau + \vec{a}_{BA}^n + \vec{a}_{BA}^\tau + \vec{a}_{CB}^\tau$. Выберем оси Cx, Cy, как показано на рис. 2.22, – вдоль отрезка BC и перпендикулярно ему и спроецируем на них имеющееся векторное равенство. Получим:

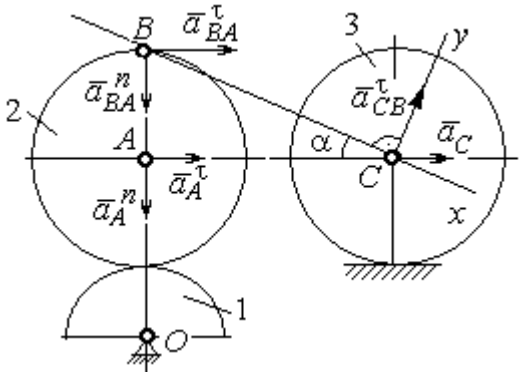


Рис. 2.22. Расчетная схема для вычисления ускорения точки С

$$a_C \cos\alpha = a_A^n \sin\alpha + a_A^\tau \cos\alpha + a_{BA}^n \sin\alpha + a_{BA}^\tau \cos\alpha;$$

$$a_C \sin\alpha = a_A^n \cos\alpha + a_A^\tau \sin\alpha + a_{BA}^n \cos\alpha + a_{BA}^\tau \sin\alpha + a_{CB}^\tau,$$

где α – угол между стержнем BC и линией центров AC; $\sin\alpha = \dfrac{AB}{BC} = 0{,}4$; $\cos\alpha = 0{,}92$. Решая систему, найдём: $a_C = 256{,}7$ см/с^2, $a_{CB}^\tau = -358{,}12$ см/с^2.

Модуль углового ускорения стержня BC: $\varepsilon_{CB} = \dfrac{\left|a_{CB}^\tau\right|}{BC} = 17{,}9$ рад/с^2.

Знак «минус» величины a_{CB}^τ означает, что вектор касательного ускорения $\vec{a}_{CB}^\tau$ на рис. 2.21 – 2.22 следует направить в противоположную сторону. Направление углового ускорения стержня BC, показанное на рис. 2.21 дуговой стрелкой ε_{CB}, также следует заменить на противоположное.

Выразим ускорение точки D через полюс C: $\vec{a}_D = \vec{a}_C + \vec{a}^{\,n}_{DC} + \vec{a}^{\,\tau}_{DC}$, где $\vec{a}_C$ – известное ускорение точки C; $\vec{a}^{\,n}_{DC}$, $\vec{a}^{\,\tau}_{DC}$ – нормальное и касательное составляющие ускорения точки D при вращении диска 3 вокруг полюса C. Величина нормального ускорения точки D: $a^n_{DC} = \omega_3^2 \cdot DC = 1152$ см/с^2. Вектор ускорения $\vec{a}^{\,n}_{DC}$ направлен по радиусу от точки D к полюсу C (рис. 2.23).

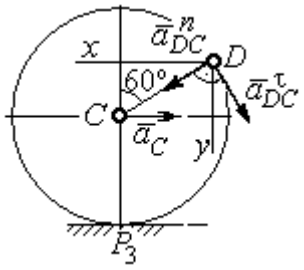


Рис.2.23. Расчетная схема для определения ускорения точки D

Для расчёта касательной составляющей a^{τ}_{DC} ускорения точки D найдём угловое ускорение диска 3. Продифференцируем по времени равенство $V_C = \omega_3 \cdot CP_3 = \omega_3 R_3$. Получим: $\frac{dV_C}{dt} = \frac{d\omega_3}{dt} R_3$, или $a_C = \varepsilon_3 R_3$. Угловое ускорение диска 3: $\varepsilon_3 = \frac{a_C}{R_3} = 32{,}09$ рад/с^2. Тогда величина касательной составляющей ускорения точки D: $a^{\tau}_{DC} = \varepsilon_3 \cdot DC = 256{,}7$ см/с^2. Направление вектора $\vec{a}^{\,\tau}_{DC}$ соответствует ускоренному движению диска 3.

Проведём оси Dx и Dy, как показано на рис. 2.23, и спроецируем векторное равенство ускорения точки D на оси:

$$a_{Dx} = -a_C + a^n_{DC}\cos 30^\circ - a^{\tau}_{DC}\cos 60^\circ, \quad a_{Dy} = a^n_{DC}\cos 60^\circ + a^{\tau}_{DC}\cos 30^\circ.$$

Решая систему, находим значения проекций модуля ускорения $a_{Dx} = 612{,}5$ см/с^2, $a_{Dy} = 798{,}3$ см/с^2. Величина ускорения точки D:

$$a_D = \sqrt{a^2_{Dx} + a^2_{Dy}} = 1006{,}2 \text{ см/с}^2.$$

3. СЛОЖНОЕ ДВИЖЕНИЕ ТОЧКИ

3.1. Основные понятия сложного движения точки

В неподвижной системе координат рассматривается подвижное твердое тело и точка, перемещающаяся относительно тела.

Траектория точки в её движении относительно тела называется **относительной траекторией.** Скорость точки в этом движении называют **относительной скоростью**, ускорение – **относительным ускорением**.

Траектория точки, перемещающейся вместе с телом, называется переносной траекторией точки, скорость точки при таком её движении – **переносной скоростью**, а ускорение – **переносным ускорением**.

Суммарное движение точки вместе с телом и относительно тела называется **сложным движением**. Траектория точки относительно неподвижной системы координат называется **абсолютной траекторией точки**, скорость и ускорение – **абсолютной скоростью и абсолютным ускорением.**

При вычислении абсолютной скорости используется теорема о сложении скоростей: **при сложном движении абсолютная скорость точки равна геометрической сумме относительной и переносной скоростей:** $\vec{V} = \vec{V}_e + \vec{V}_r$, где $\vec{V}$, $\vec{V}_e$, $\vec{V}_r$ – вектора абсолютной, переносной и относительной скоростей точки.

В случае, когда относительное движение точки задается естественным способом в виде закона изменения пути $S = S(t)$, величина относительной скорости точки равна модулю производной: $V_r = \left|\dot{S}_r\right|$. Если переносное движение точки есть вращение тела вокруг неподвижной оси, скорость точки в переносном движении будет: $V_e = \omega_e h_e$, где ω_e – величина угловой скорости вращения тела; h_e – кратчайшее расстояние от места положения точки на теле до оси вращения тела.

При вычислении абсолютного ускорения используется теорема Кориолиса о сложении ускорений: **при сложном движении абсолютное ускорение точки равно геометрической сумме трех ускорений – относительного, переносного и ускорения Кориолиса** $\vec{a} = \vec{a}_e + \vec{a}_r + \vec{a}_к$, где $\vec{a}$ – вектор абсолютного ускорения точки; $\vec{a}_e, \vec{a}_r$ – вектора соответственно переносного и относительного ускорений точки; $\vec{a}_к$ – вектор ускорения Кориолиса. (Иногда его называют поворотным ускорением.)

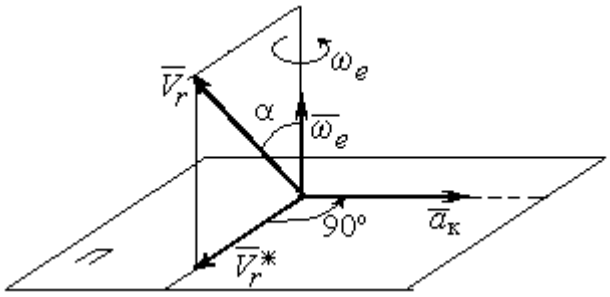


Рис. 3.1. Определение направления ускорения Кориолиса по правилу Жуковского

Вектор ускорения Кориолиса определяется векторным произведением $\vec{a}_к = 2(\vec{\omega}_e \times \vec{V}_r)$, где $\vec{\omega}_e$ – вектор угловой скорости переносного движения; $\vec{V}_r$ – вектор относительной скорости точки. Модуль ускорения Кориолиса: $|\vec{a}_к| = 2|\vec{\omega}_e| \cdot |\vec{V}_r| \sin\alpha$, где α – угол между вектором угловой скорости переносного движения и вектором относительной скорости точки (см. рис. 3.1). Направление вектора ускорения Кориолиса может быть получено по правилу построения вектора векторного произведения.

На рис. 3.1 показана последовательность выбора направления вектора ускорения Кориолиса по правилу Н. Е. Жуковского. Правило состоит в следующем: пусть имеется точка, движущаяся с относительной скоростью $\vec{V}_r$. Построим плоскость П, перпендикулярную вектору переносной угловой скорости $\vec{\omega}_e$, и спроецируем вектор $\vec{V}_r$ на эту плоскость. Проекцию обозначим $\vec{V}_r^*$ (см. рис. 3.1). Чтобы получить направление ускорения Кориолиса, следует вектор проекции относительной скорости $\vec{V}_r^*$ повернуть на 90° в плоскости П вокруг оси переносного вращения в направлении этого вращения.

Если сложное движение точки происходит в плоскости, перпендикулярной оси переносного вращения, направление ускорения Кориолиса можно получить простым поворотом вектора относительной скорости на угол 90° вокруг оси переносного вращения в направлении этого вращения.

Относительное ускорение $\vec{a}_r$ представляется как сумма векторов относительного касательного $\vec{a}_r^{\tau}$ и относительного нормального $\vec{a}_r^{n}$ ускорений: $\vec{a}_r = \vec{a}_r^{\tau} + \vec{a}_r^{n}$. Переносное ускорение точки $\vec{a}_e$ тела имеет своими составляющими переносное касательное $\vec{a}_e^{\tau}$ и переносное нормальное $\vec{a}_e^{n}$ ускорения так, что $\vec{a}_e = \vec{a}_e^{\tau} + \vec{a}_e^{n}$.

Таким образом, абсолютное ускорение точки в сложном движении можно представить в виде векторного равенства

$$\vec{a} = \vec{a}_r^{\tau} + \vec{a}_r^{n} + \vec{a}_e^{\tau} + \vec{a}_e^{n} + \vec{a}_{\text{к}}.$$

Модули относительного касательного и относительного нормального ускорений при естественном способе задания относительного движения точки равны: $a_r^{\tau} = \left|\dot{V}_r\right|$, $a_r^{n} = \dfrac{V_r^2}{\rho}$, где ρ – радиус кривизны относительной траектории. При движении точки по окружности радиус кривизны равен радиусу окружности, при движении по прямой – бесконечности, и в этом случае $a_r^{n} = 0$.

При вращательном переносном движении точки значения переносного касательного и нормального ускорений вычисляются по формулам: $a_e^{\tau} = \varepsilon_e h_e$, $a_e^{n} = \omega_e^2 h_e$, где ε_e – угловое ускорение вращательного переносного движения, $\varepsilon_e = \left|\dot{\omega}_e\right|$; h_e – расстояние от точки до оси вращения тела; ω_e – величина угловой скорости вращения тела.

Вектора ускорений строятся по общим правилам построения векторов нормального и касательного ускорений.

При поступательном переносном движении ускорение Кориолиса и переносное нормальное ускорение равны нулю: $a_{\text{к}} = 0,\ a_e^n = 0$. Абсолютное ускорение точки при поступательном переносном движении можно представить в виде векторного равенства $\vec{a} = \vec{a}_r^{\,\tau} + \vec{a}_r^{\,n} + \vec{a}_e^{\,\tau}$.

3.2. Задание К4. Определение скорости и ускорения точки при сложном движении

Задание включает две задачи с вращательным и поступательным видами переносного движения точки.

Задача 1. Вращение тела относительно неподвижной оси задается законом изменения угла поворота: $\varphi_e = \varphi_e(t)$ или законом изменения его угловой скорости: $\omega_e = \omega_e(t)$. Движение точки относительно тела отсчитывается от её начального положения в точке C и задается законом изменения длины дуги окружности или отрезка прямой линии: $CM = S_r = S_r(t)$.

Определить абсолютные скорость и ускорение точки в заданный момент времени t_1.

Задача 2. Поступательное движение тела, несущего точку, задается законом изменения координаты $x_e = x_e(t)$. Движение точки относительно тела отсчитывается от её начального положения в точке C и задается законом изменения длины дуги окружности или отрезка прямой линии: $CM = y_r = y_r(t)$.

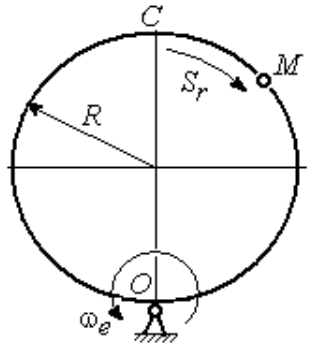
Определить абсолютные скорость и ускорение точки в момент времени t_2, который либо задаётся в исходных данных задачи, либо на схемеописаны условия, из которых он находится.

Номера вариантов заданий даны на рис. 3.2 – 3.5.

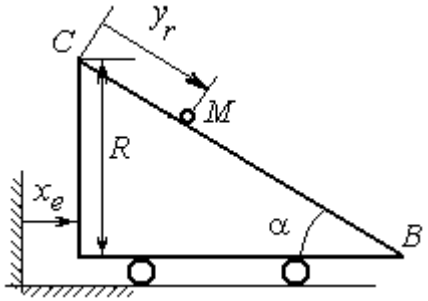
Варианты исходных данных приведены в табл. 3.1.

Варианты № 1, 11, 21

Задача 1



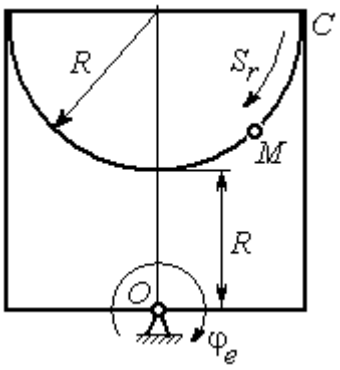
Задача 2



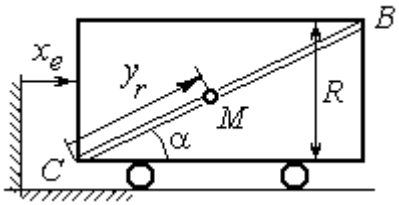
В момент $t = t_2$ точка M прошла половину пути CB

Варианты № 2, 12, 22

Задача 1



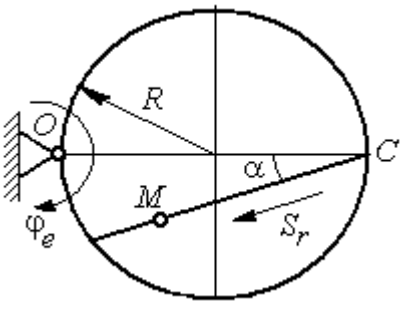
Задача 2



В момент $t = t_2$ точка M прошла 2/3 пути CB

Варианты № 3, 13, 23

Задача 1



Задача 2

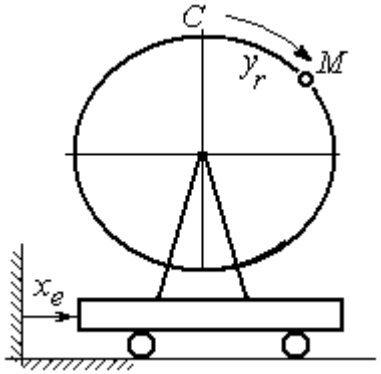
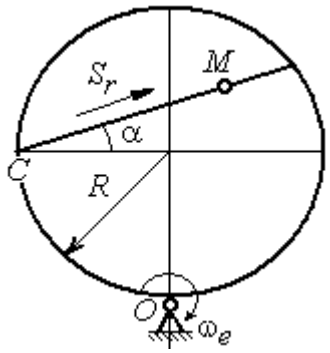


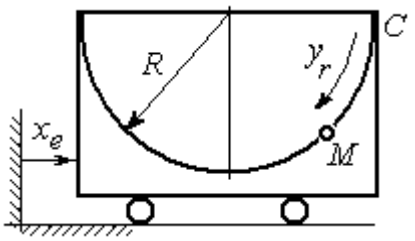
Рис. 3.2. Задание К4. Сложное движение точки.
Номера вариантов задания 1 – 3, 11 – 13, 21 – 23

Варианты № 4, 14, 24

Задача 1

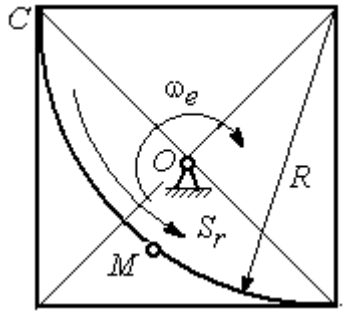


Задача 2

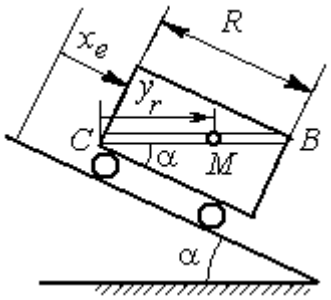


Варианты № 5, 15, 25

Задача 1



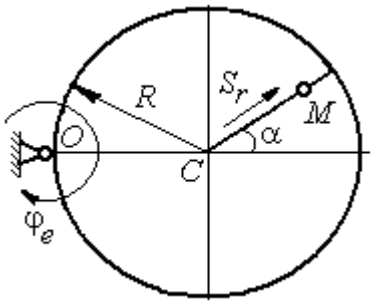
Задача 2



В момент $t = t_2$ точка M прошла путь CB

Варианты № 6, 16, 26

Задача 1



Задача 2

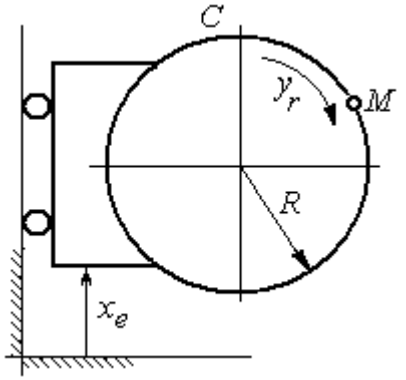
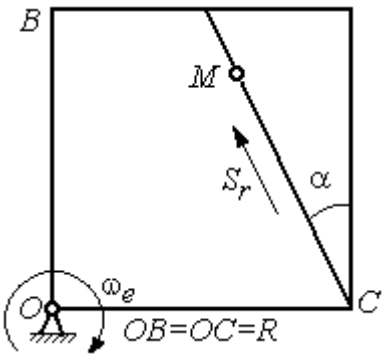


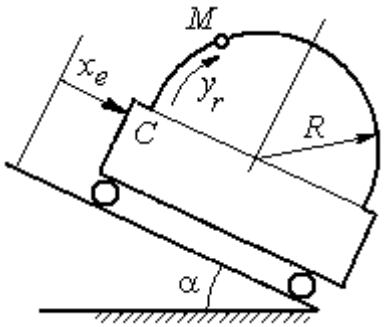
Рис. 3.3. Задание К4. Сложное движение точки.
Номера вариантов задания 4 – 6, 14 – 16, 24 – 26

Варианты № 7, 17, 27

Задача 1

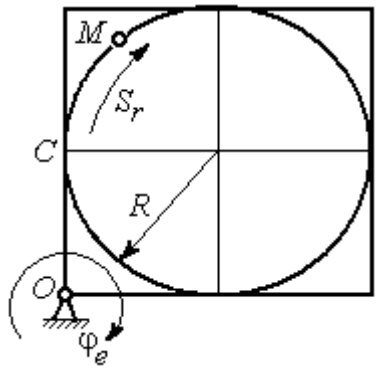


Задача 2

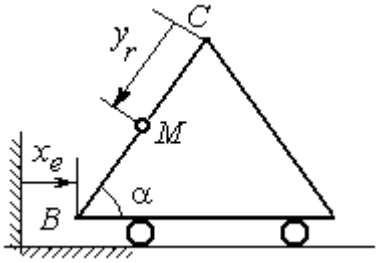


Варианты № 8, 18, 28

Задача 1



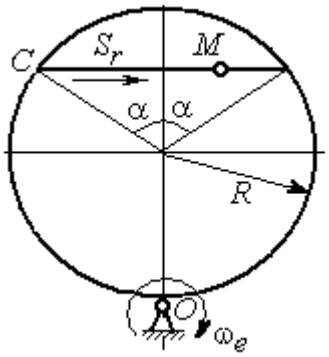
Задача 2



В момент $t = t_2$ точка M прошла половину пути $CB = R$

Варианты № 9, 19, 29

Задача 1



Задача 2

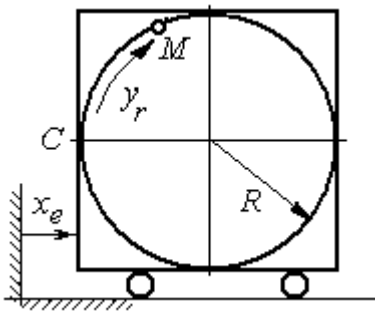
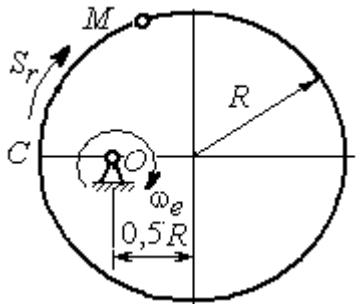


Рис. 3.4. Задание К4. Сложное движение точки.
Номера вариантов задания 7 – 9, 17 – 19, 27 – 29

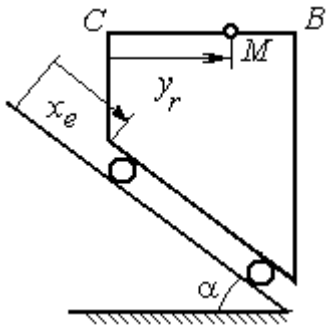
Окончание вариантов задания К4

Варианты № 10, 20, 30

Задача 1



Задача 2



В момент $t = t_2$ точка M прошла половину пути $CB = R$

Рис. 3.5. Задание К4. Сложное движение точки.
Номера вариантов задания 10, 20, 30

Таблица 3.1

Исходные данные для заданий по сложному движению точки

Номер варианта задания	Номер задачи	R, см	α, град	$C\breve{M} = S_r(t)$, см $C\breve{M} = y_r(t)$, см	$\varphi_e(t)$, рад; $\omega_e(t)$, рад/с $x_e(t)$, см	t_1, с t_2, с
1	1	3	–	$S_r = 2\pi\sin(\pi t/6)$	$\omega_e = 4t^2$	1
	2	4	30	$y_r = 4t^2$	$x_e = 2\cos(\pi t/6)$	–
2	1	2	–	$S_r = 4\pi\sin^2(\pi t/6)$	$\varphi_e = 6\cos(\pi t/3)$	1
	2	3	60	$y_r = t^2 + t$	$x_e = 1 + \cos(\pi t)$	–
3	1	4	30	$S_r = 2\sqrt{3}[t + \sin(\pi t/2)]$	$\varphi_e = 4t - t^2$	1
	2	6	–	$y_r = \pi[2t + \sin\pi t]$	$x_e = 5t - t^2$	1
4	1	4	60	$S_r = 2(t^3 + t)$	$\omega_e = 6\cos(\pi t/6)$	1
	2	3	–	$y_r = \pi[2t + \cos(\pi t/2)]$	$x_e = t^3 - 4t$	1
5	1	6	–	$S_r = 4\pi\sin^2(\pi t/6)$	$\omega_e = 6\cos(\pi t/3)$	1
	2	2	30	$y_r = t^2 + 2t$	$x_e = t^2 - 4t$	–
6	1	6	60	$S_r = t + 10\sin(\pi t/6)$	$\varphi_e = 2t^2 - 5t$	1
	2	3	–	$y_r = 4\pi\sin(\pi t/6)$	$x_e = [1 - \cos(\pi t/4)]$	1
7	1	8	30	$S_r = 2(t^3 + 3t)$	$\omega_e = 6\cos(\pi t/6)$	1
	2	4	30	$y_r = 2\pi t^2$	$x_e = t^3 - 5t$	1

Продолжение табл. 3.1

Номер варианта задания	Номер задачи	R, см	α, град	$C\breve{M} = S_r(t)$, см $C\breve{M} = y_r(t)$, см	$\varphi_e(t)$, рад; $\omega_e(t)$, рад/с $x_e(t)$, см	t_1, с t_2, с
8	1	8	–	$S_r = 2\pi\left[t^2 + \sin\pi t\right]$	$\varphi_e = t^2 - 5t$	2
	2	6	30	$y_r = t(t+1)$	$x_e = \cos\pi t$	–
9	1	8	30	$S_r = 2t^2$	$\omega_e = \cos(\pi t/8)$	2
	2	3	–	$y_r = 4\pi\sin^2(\pi t/4)$	$x_e = (3-2t)^2$	1
10	1	6	–	$S_r = \pi(2t^3 + \sin\pi t)$	$\omega_e = 5t - 2t^3$	1
	2	4	30	$y_r = t^2 + 2t$	$x_e = 1 + \cos\pi t$	–
11	1	6	–	$S_r = 8\pi\sin(\pi t/12)$	$\omega_e = 2 + \cos(\pi t/4)$	2
	2	6	60	$y_r = 4\sin\pi t$	$x_e = t^2 - 2t$	–
12	1	18	–	$S_r = \pi(2t^2 + 2t)$	$\varphi_e(t) = 3t - t^2$	2
	2	6	30	$y_r = 2t^2 + t$	$x_e = 1 + \cos(\pi t)$	–
13	1	10	60	$S_r = t^3 + t$	$\varphi_e = 6\cos(\pi t/6)$	2
	2	6	–	$y_r = 6\pi\cos(\pi t/3)$	$x_e = t(t+1)$	1
14	1	4	30	$S_r = 8\sqrt{3}\sin(\pi t/12)$	$\omega_e = (3-2t)^2$	2
	2	3	–	$y_r = 2\pi\sin(\pi t/6)$	$x_e = 2t^2 - 5t$	1
15	1	8	–	$S_r = 4\pi\sin^2(\pi t/4)$	$\omega_e = 2 + \cos(\pi t/4)$	1
	2	5	60	$y_r = 5t + t^2$	$x_e = \cos(\pi t/6)$	–
16	1	12	90	$S_r = 3\left[t + \sin(\pi t/2)\right]$	$\varphi_e = 2t - 3t^2$	1
	2	15	–	$y_r = \pi(4t + t^2)$	$x_e = 6\sin(\pi t/3)$	1
17	1	6	45	$S_r = 3\sqrt{2}\left[t^2 + 2\sin\pi t\right]$	$\omega_e(t) = 4t^2 - 6$	1
	2	6	60	$y_r = 8\pi\sin(\pi t/12)$	$x_e = \sqrt{2}\sin(\pi t/8)$	2
18	1	8	–	$S_r = 4\pi\sqrt{2}\sin(\pi t/8)$	$\varphi_e = 18t - 4t^2$	2
	2	8	60	$y_r = 3t + 2t^2$	$x_e = \sin\pi t$	–
19	1	8	60	$S_r = 2\sqrt{3}\left[t + \sin(\pi t/2)\right]$	$\omega_e = 5t - t^2$	1
	2	9	–	$y_r = 6\pi\cos(\pi t/3)$	$x_e = \cos(\pi t/6)$	1
20	1	4	–	$S_r = 4\pi\sin(\pi t/6)$	$\omega_e = 3t - 5$	1
	2	6	60	$y_r = 3t + 2t^2$	$x_e = \pi\sin\pi t$	–
21	1	3	–	$S_r = 4\pi\sqrt{2}\sin(\pi t/8)$	$\omega_e = 6t - 14$	2
	2	8	45	$y_r = (t^2 + 3t)$	$x_e = t + 2\sin\pi t$	–

Окончание табл. 3.1

Номер варианта задания	Номер задачи	R, см	α, град	$C\breve{M} = S_r(t)$, см $C\breve{M} = y_r(t)$, см	$\varphi_e(t)$, рад; $\omega_e(t)$, рад/с $x_e(t)$, см	t_1, с t_2, с
22	1	4	–	$S_r = 2\pi(t^2 + 2t)$	$\varphi_e = 6\cos(\pi t/6)$	1
	2	9	60	$y_r = 8\sin\pi t$	$x_e = 5t - t^2$	–
23	1	6	45	$S_r = 12\sin(\pi t/8)$	$\varphi_e = t^2 + \cos(\pi t/4)$	2
	2	6	–	$y_r = 6\pi[t + \sin(\pi t/6)]$	$x_e = 5t - t^2$	1
24	1	6	45	$S_r = 12\sin(\pi t/8)$	$\omega_e = t + 4\cos(\pi t/4)$	2
	2	6	–	$y_r = \pi(t^2 + 2t)$	$x_e = 6\cos(\pi t/6)$	1
25	1	6	–	$S_r = 2\pi t^2$	$\omega_e = 3\sin(\pi t/3)$	1
	2	4	45	$y_r = 2t(t + 3t)$	$x_e = 2(t^3 - 3t)$	–
26	1	6	120	$S_r = t^2 + t$	$\varphi_e = 12\cos(\pi t/12)$	2
	2	9	–	$y_r = \pi\sqrt{3}\sin(\pi t/3)$	$x_e = 2(t^2 - 3t)$	1
27	1	10	60	$S_r = \sqrt{3}(t^2 + t)$	$\omega_e = 6\cos(\pi t/6)$	2
	2	9	30	$y_r = \sqrt{3}\pi\sin(\pi t/3)$	$x_e = t + 4\cos(\pi t/4)$	1
28	1	2	–	$S_r = 6\pi\sin(\pi t/6)$	$\varphi_e = 2t + \cos(\pi t/2)$	1
	2	6		$y_r = 2t + 3t^2$	$x_e = t + \sin\pi t$	–
29	1	8	30	$S_r = (t^2 + 2t)$	$\omega_e = 6\sin(\pi t/12)$	2
	2	3	–	$y_r = 2\pi\sqrt{3}\sin(\pi t/3)$	$x_e = 5t - t^2$	1
30	1	2	–	$\pi(t^2 + 2t)$	$\omega_e(t) = 6\cos(\pi t/6)$	1
	2	3	60	$y_r = t + t^2$	$x_e = t + \sin\pi t$	–

Пример выполнения задания К4. Сложное движение точки

Задача 1. Фигура, состоящая из половины диска и равнобедренного треугольника (рис. 3.6), вращается вокруг оси, перпендикулярной плоскости фигуры и проходящей через вершину A треугольника. Вращательное движение задается законом изменения угла поворота фигуры $\varphi_e = 5t - 2t^2$ рад.

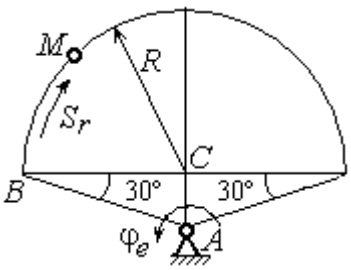


Рис. 3.6. Схема сложного движения точки

Положительное направление вращения отмечено на схеме дуговой стрелкой φ_e. По ободу диска от точки *B* движется точка *M*. Движение точки относительно диска задается законом изменения длины дуги окружности: $\overset{\cup}{BM} = S_r = 9\pi t^2$ см. Положительное направление движения точки *M* на рис. 3.6 показано дуговой стрелкой S_r. Радиус диска $R = 9$ см.

Найти абсолютную скорость и абсолютное ускорение точки *M* в момент времени $t_1 = 1$ с.

Решение

Вращение фигуры будет для точки *M* переносным движением. Относительное движение точки *M* – её движение по окружности обода диска.

Для определения **положения точки** *M* на ободе диска вычислим расстояние, которое она прошла на заданный момент времени. Длина дуги окружности, пройденной точкой за 1 с: $S_r(1) = 9\pi$ см. Положение точки *M* определяется центральным углом $\alpha = \dfrac{S_r(1)}{R} = \dfrac{9\pi}{9} = \pi$. Положение точки в момент времени $t_1 = 1$ с отмечено на рис. 3.7 точкой M_1.

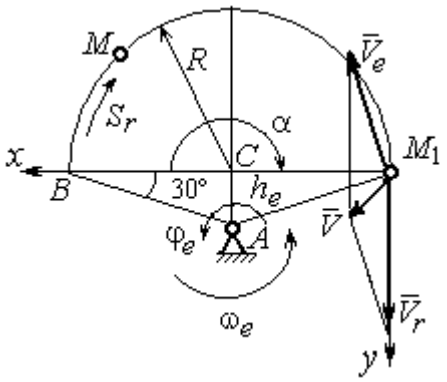


Рис. 3.7. Расчетная схема для вычисления абсолютной скорости точки при сложном движении

Для определения **скорости переносного движения** точки вычисляем значение производной: $\dot{\varphi}_e = 5 - 4t$. Угловая скорость вращения фигуры: $\omega_e = |\dot{\varphi}_e|$. При $t_1 = 1$ с $\dot{\varphi}_e(1) = 1$ рад/с. Положительная величина производной $\dot{\varphi}_e(1)$ показывает, что вращение фигуры в данный момент происходит в положительном направлении, что отмечено дуговой стрелкой ω_e на рис. 3.7.

В момент времени $t_1 = 1$ с точка *M* находится в положении M_1. Скорость V_e переносного движения точки в момент времени $t_1 = 1$ с $V_e(1) = \omega_e(1)h_e$, где

расстояние от точки M_1 до оси вращения фигуры $h_e = AM_1 = \dfrac{R}{\cos 30^\circ} = 6\sqrt{3}$ см.

Тогда $V_e(1) = 6\sqrt{3}$ см/с.

Вектор скорости переносного движения точки $\vec{V}_e$ перпендикулярен линии AM_1 и направлен в сторону вращения фигуры (см. рис. 3.7).

Относительное движение точки задано естественным способом, как закон изменения длины дуги *BM*. В этом случае **скорость относительного движения** точки $V_r = \left|\dot{S}_r\right| = \left|18\pi t\right|$. При t_1 = 1 с $V_r(1) = \left|\dot{S}_r(1)\right| = 18\pi$ = 56,5 см/с. Положительное значение производной $\dot{S}_r(1)$ указывает, что относительное движение точки в положении M_1 происходит в положительном направлении, указанном на рис. 3.7 дуговой стрелкой S_r. Вектор $\vec{V}_r$ относительной скорости точки в положении M_1 направлен по касательной к траектории относительного движения в сторону положительного направления движения (см. рис. 3.7).

Абсолютную скорость точки находим по теореме сложения скоростей $\vec{V} = \vec{V}_e + \vec{V}_r$. Направление вектора абсолютной скорости, полученное по правилу сложения векторов, показано на рис. 3.5. Для определения величины абсолютной скорости выбираем прямоугольные оси координат M_1xy (см. рис. 3.7) и проецируем обе части векторного равенства теоремы сложения скоростей на эти оси. Получим:

$$V_x = V_e \cos 60^\circ = 3\sqrt{3} = 5{,}2 \text{ см/с};$$

$$V_y = -V_e \cos 30^\circ + V_r = -6\sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + 56{,}5 = 29{,}5 \text{ см/с}.$$

Модуль абсолютной скорости: $V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2} = \sqrt{5{,}2^2 + 29{,}5^2} = 29{,}95$ см/с.

Абсолютное ускорение точки определяем по теореме Кориолиса, которая при вращательном переносном движении имеет вид:

$$\vec{a} = \vec{a}_r^{\,\tau} + \vec{a}_r^{\,n} + \vec{a}_e^{\,\tau} + \vec{a}_e^{\,n} + \vec{a}_{\text{к}}.$$

Относительное касательное ускорение a_r^τ вычисляется по формуле: $a_r^\tau = \left|\ddot{S}_r\right|$. По условию задачи вторая производная $\ddot{S}_r = 18\pi$ = 56,5 см/с^2 – постоянная величина. Так как значение второй производной $\ddot{S}_r$ положительно, вектор ускорения $\vec{a}_r^\tau$ направлен по касательной к траектории относительного движения в точке M_1 в сторону положительного направления относительного движения, отмеченного дуговой стрелкой S_r.

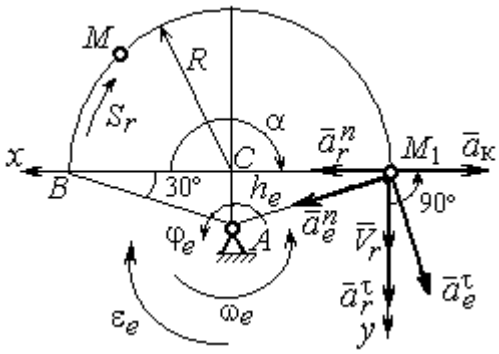


Рис. 3.8. Расчетная схема для определения абсолютного ускорения точки

Относительное нормальное ускорение точки вычисляется по формуле $a_r^n = \dfrac{V_r^2}{R}$ и в момент $t_1 = 1$ с равно: $a_r^n(1) = \dfrac{V_r^2(1)}{R} = \dfrac{(18\pi)^2}{9} = 355{,}3$ см/с^2. Вектор ускорения $\vec{a}_r^n$ направлен по радиусу диска к центру C (см. рис. 3.8).

Переносное касательное ускорение вычисляется по формуле: $a_e^\tau = \varepsilon_e h_e$, где угловое ускорение $\varepsilon_e = \left|\ddot{\varphi}_e\right|$. Вычислим производную $\ddot{\varphi}_e = -4$ рад/с^2. Угловое ускорение $\varepsilon_e = \left|\ddot{\varphi}_e\right| = 4$ рад/с^2 постоянно и не зависит от времени.

Отрицательное значение производной $\ddot{\varphi}_e < 0$ при условии, что расчетная величина угловой скорости положительна: $\dot{\varphi}_e > 0$, означает, что вращательное движение замедленное и переносное угловое ускорение ε_e направлено в сторону, противоположную направлению вращения.

Вектор $\vec{a}_e^\tau$ переносного касательного ускорения точки в её положении M_1 перпендикулярен линии AM_1 и направлен противоположно вектору переносной скорости $\vec{V}_e$ (см. рис. 3.8). Модуль переносного касательного ускорения: $a_e^\tau = a_e^\tau = \varepsilon_e h_e = 24\sqrt{3} = 41{,}6$ см/с^2.

Переносное нормальное ускорение a_e^n рассчитывается по формуле: $a_e^n = \omega_e^2 h_e$ и в момент времени $t_1 = 1$ с $a_e^n(1) = \omega_e^2(1)h_e = 6\sqrt{3} = 10{,}4$ см/с^2. Вектор переносного нормального ускорения $\vec{a}_e^n$ направлен по линии AM_1 к оси вращения (см. рис. 3.8).

По условию задачи вектор скорости относительного движения точки $\vec{V}_r$ лежит в плоскости, перпендикулярной оси переносного вращения, то есть перпендикулярен вектору угловой скорости переносного движения $\vec{\omega}_e$. Тогда модуль **ускорения Кориолиса** при $t_1 = 1$ с $a_к = 2\omega_e V_r = 2 \cdot 1 \cdot 18\pi = 113{,}1$ см/с^2.

Так как вектор относительной скорости точки $\vec{V}_r \perp \vec{\omega}_e$, то по правилу Жуковского для определения направления ускорения Кориолиса достаточно повернуть вектор относительной скорости точки $\vec{V}_r$ на 90° в сторону переносного движения вокруг оси, параллельной оси вращения и проходящей через точку M_1 (см. рис. 3.8). Для определения абсолютного ускорения спроецируем на прямоугольные оси xM_1y (см. рис. 3.8) векторное равенство $\vec{a} = \vec{a}_r^{\,\tau} + \vec{a}_r^{\,n} + \vec{a}_e^{\,\tau} + \vec{a}_e^{\,n} + \vec{a}_к$. Получим: $a_y = a_e^{\tau}\cos 30^\circ + a_e^n \cos 60^\circ + a_r^{\tau} = 97{,}9$ см/с^2, $a_x = -a_e^{\tau}\cos 60^\circ + a_e^n \cos 30^\circ + a_r^n - a_к = 228{,}4$ см/с^2. Модуль абсолютного ускорения: $a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = 248{,}5$ см/с^2.

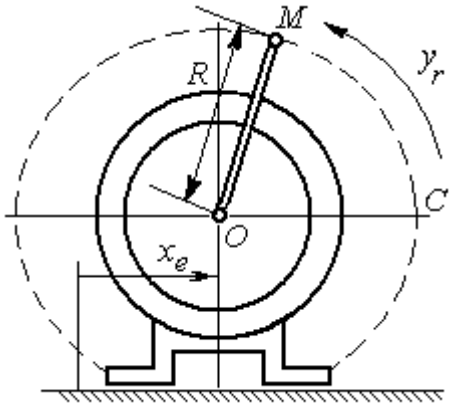


Рис. 3.9. Схема движения точки стержня, укреплённого на электромоторе

Задача 2. К вращающемуся валу электромотора прикреплён стержень OM длины $R = 6$ см. Во время работы электромотора точка M стержня из начального положения C перемещается по дуге окружности согласно уравнению $CM = y_r = \pi t^2$ см. При этом электромотор, установленный без креплений, совершает горизонтальные гармонические колебания на фундаменте по закону

$x_e = 5\sin(\pi t/3)$ см. Определить абсолютное ускорение точки M в момент времени $t_1 = 1$ с.

Решение

Точка M совершает сложное движение – относительно электромотора и вместе с ним. Относительным движением точки будет её движение по дуге окружности радиуса R, переносным – поступательное горизонтальное, прямолинейное движение электромотора.

Найдём положение точки относительно электродвигателя в заданный момент времени. Угол α, отсчитываемый стержнем OM от начального положения OC, в момент времени $t_1 = 1$ с составляет $\alpha = \dfrac{y_r(t_1)}{R} = \dfrac{\pi}{6} = 30°$. Положение точки в момент времени $t_1 = 1$ с отмечено на рис. 3.10 буквой M_1.

Относительное движение точки задано естественным способом, как закон изменения длины дуги. Относительная скорость $V_r = \dot{y}_r = 2\pi t$. В момент времени $t_1 = 1$ с V_r= 6,28 см/с. Вектор $\vec{V}_r$ относительной скорости направлен перпендикулярно стержню OM_1.

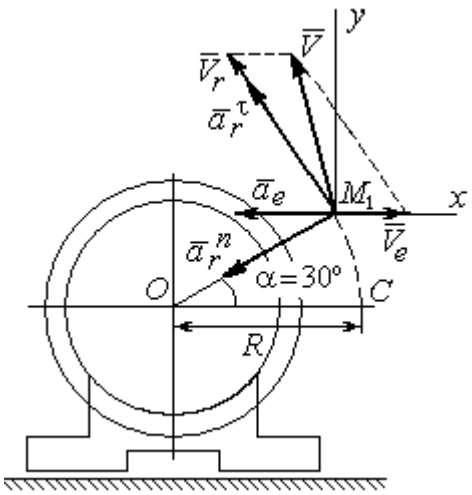


Рис. 3.10. Расчётная схема вычисления абсолютной скорости и абсолютного ускорения точки

Скорость точки в переносном движении – это скорость горизонтального движения электродвигателя:

$$V_e = \dot{x}_e = \frac{5\pi}{3}\cos(\pi t/3).$$

В момент времени $t_1 = 1$с $V_e = \dfrac{5\pi}{3}\cos 60^\circ$ = 2,62 см/с. Вектор $\vec{V}_e$ переносной скорости точки M направлен параллельно линии движения электродвигателя (см. рис. 3.10).

Абсолютная скорость точки определяется на основании теоремы сложения скоростей при сложном движении: $\vec{V}_M = \vec{V}_e + \vec{V}_r$. Для того чтобы найти величину абсолютной скорости, выберем оси xM_1y, как показано на рис. 3.10, и спроецируем векторное равенство сложения скоростей на эти оси. Получим: $V_{Mx} = V_e - V_r\cos 60^\circ = -0{,}52$ см/с (проекция направлена в отрицательную сторону оси x), $V_{My} = V_r\cos 30^\circ = 5{,}44$ см/с. Модуль абсолютной скорости $V_M = \sqrt{V_{Mx}^2 + V_{My}^2} = 5{,}46$ см/с. Вектор абсолютной скорости направлен по диагонали параллелограмма, построенного на векторах $\vec{V}_e$ и $\vec{V}_r$.

При поступательном переносном движении точки $\omega_e = 0$ и потому $a_к = 0$. Относительное ускорение точки при движении по окружности раскладывается на две составляющие $\vec{a}_r = \vec{a}_r^{\,\tau} + \vec{a}_r^{\,n}$, направленные вдоль стержня OM и перпендикулярно ему. Кроме того, при прямолинейном относительном движении $a_e^n = 0$. В результате, теорема о сложении ускорений принимает вид $\vec{a}_M = \vec{a}_r^{\,\tau} + \vec{a}_r^{\,n} + \vec{a}_e$, где модули векторов вычисляются по формулам $a_r^{\tau} = \dot{V}_r$, $a_r^n = \dfrac{V_r^2}{R}$, $a_e = a_e^{\tau} = \dot{V}_e = -\dfrac{5\pi^2}{9}\sin(\pi t/3)$ и в момент времени $t_1 = 1$с равны $a_r^{\tau} = 6{,}28$ см/с^2, $a_r^n = 6{,}57$ см/с^2, $a_e = -4{,}75$ см/с^2. Направления векторов ускорений показаны на рис. 3.10. Для вычисления модуля абсолютного ускорения точки спроецируем векторное равенство сложения ускорений на оси выбранной ранее системы координат xM_1y. Получим:

$$a_{Mx} = -a_r^{\tau}\cos 60^\circ - a_r^n\cos 30^\circ - a_e = -4{,}08 \text{ см/с}^2;$$

$$a_{My} = a_r^{\tau}\cos 30^\circ - a_r^n\cos 60^\circ = 2{,}15 \text{ см/с}^2.$$

Величина абсолютного ускорения $a_M = \sqrt{a_{Mx}^2 + a_{My}^2} = 4{,}61$ см/с^2.

4. ДИНАМИКА ТОЧКИ

4.1. Дифференциальные уравнения движения точки

Движение точки под действием системы сил $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$, …, $\vec{F}_K$ в прямоугольной декартовой системе координат *Oxyz* описывается **дифференциальными уравнениями:** $m\frac{d^2x}{dt^2} = \sum F_{kx}$, $m\frac{d^2y}{dt^2} = \sum F_{ky}$, $m\frac{d^2z}{dt^2} = \sum F_{kz}$ или, обозначая вторые производные от координат по времени двумя точками, уравнениями: $m\ddot{x} = \sum F_{kx}$, $m\ddot{y} = \sum F_{ky}$, $m\ddot{z} = \sum F_{kz}$, где m – масса точки; x, y, z – текущие координаты точки; $\ddot{x}$, $\ddot{y}$, $\ddot{z}$ – проекции вектора ускорения точки на оси координат; $\sum F_{kx}$, $\sum F_{ky}$, $\sum F_{kz}$ – алгебраические суммы проекций сил на оси координат.

Интегрирование дифференциальных уравнений производится в зависимости от их вида методами, известными из курса математики.

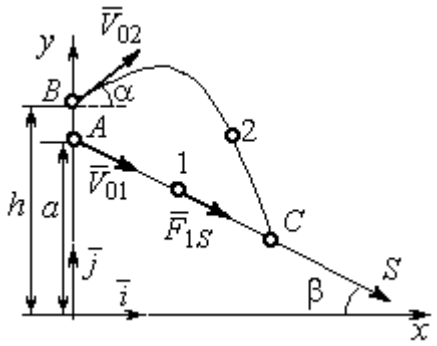
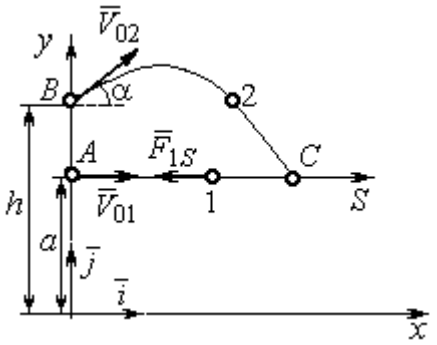
4.2. Задание Д1. Интегрирование дифференциальных уравнений движения точки

Две материальные точки движутся в вертикальной плоскости *xOy*. Точка 1 массой m_1, получив в начальном положении *A* скорость V_{01}, движется вдоль гладкой оси *AS*, наклоненной под углом β к горизонту. Во время движения на точку 1 действуют сила тяжести и постоянная сила $\vec{F}_1$, направленная вдоль оси *AS*. Направление вектора проекции силы на ось $\vec{F}_{1S}$ показано на схеме.

Одновременно с точкой 1 начинает движение точка 2 массой m_2 из положения *B* на оси *y*. На точку 2 действуют сила тяжести и постоянная сила $\vec{F}_2$. Направление вектора силы $\vec{F}_2$ определяется его разложением по единичным векторам $\vec{i}$, $\vec{j}$ координатных осей *x*, *y*.

Определить величину и направление (угол α) начальной скорости V_{02} точки 2, чтобы в момент времени t_1 точки 1 и 2 встретились на оси AS в точке C. Момент времени t_1 задаётся в условиях задачи или определяется по дополнительным условиям встречи.

Варианты заданий представлены на рис. 4.1, 4.2. Исходные данные приведены в табл. 4.1.

Варианты № 1, 11, 21	**Варианты № 2, 12, 22**
 Встреча в точке C в момент, когда скорость точки 1 увеличилась в 1,5 раза относительно начальной	 Встреча в точке C в момент, когда точка 1 максимально удалилась от места старта

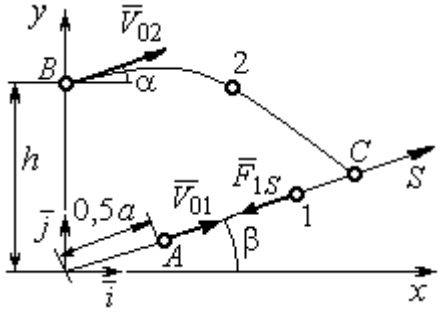
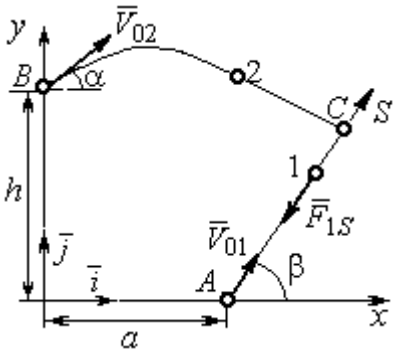
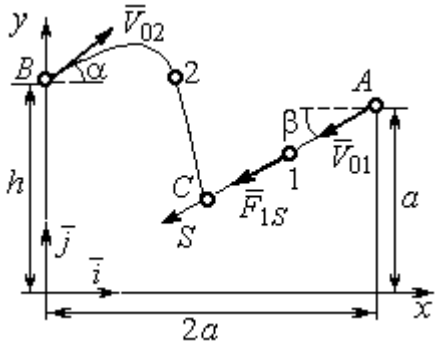
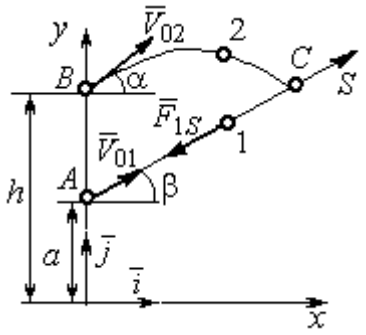
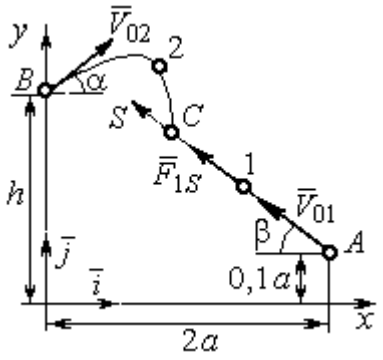
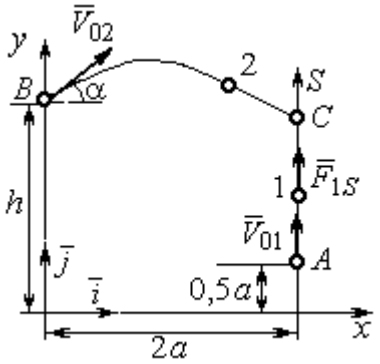
Варианты № 3, 13, 23	**Варианты № 4, 14, 24**
 Встреча в точке C в момент, когда скорость точки 1 уменьшилась в 2 раза относительно начальной	 Встреча в точке C в момент времени $t_1 = 0{,}5$ с

Рис. 4.1. Задание Д1. Интегрирование уравнений движения точки.
Номера вариантов задания 1 – 4, 11 – 14, 21 – 24

Варианты № 5, 15, 25	**Варианты № 6, 16, 26**
	
Встреча в точке *C* в момент, когда скорость точки 1 увеличилась в 1,5 раза относительно начальной	Встреча в точке *C*, когда точка 1 максимально удалилась от места старта

Варианты № 7, 17, 27	**Варианты № 8, 18, 28**
	
Встреча в точке *C* в момент времени $t_1 = 0{,}4$ с	Встреча в точке *C* в момент максимального подъёма точки 1

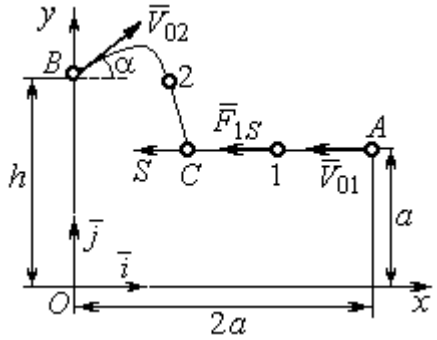
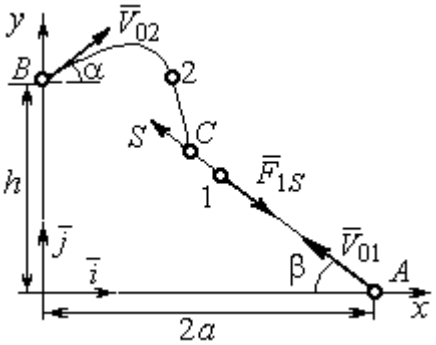
Варианты № 9, 19, 29	**Варианты № 10, 20, 30**
	
Встреча в точке *C* в момент времени $t_1 = 0{,}6$ с	Встреча в точке *C* в момент, когда точка 1 достигла максимальной высоты подъёма

Рис. 4.2. Задание Д1. Интегрирование уравнений движения точки.
Номера вариантов задания 5 – 10, 15 – 20, 25 – 30

Таблица 4.1

Исходные данные задания Д1. Интегрирование уравнений движения точки

Номер варианта задания	m_1, кг	F_{1S}, Н	V_{01}, м/с	β, град	m_2, кг	$\vec{F}_2$, Н	a, м	h, м
1	1	3	3	30	2	$7\vec{i}$	2	4
2	3	6	2	0	2	$4\vec{i}+12\vec{j}$	1,5	1
3	2	5	4	35	1,5	$10\vec{i}+4\vec{j}$	2	2,5
4	1	10	2	60	2	$4\vec{i}+8\vec{j}$	2,2	2
5	1	3	3	30	2	$5\vec{i}$	3	4,5
6	0,8	6	6	50	3	$3\vec{i}+12\vec{j}$	1,5	4
7	2	5	4,5	40	1	$10\vec{i}+2\vec{j}$	3	2,5
8	1	2	3,5	90	2	$6\vec{i}+8\vec{j}$	1,2	2
9	2	4	4	0	1	$3\vec{i}+2\vec{j}$	2	2,5
10	1	3	3	55	1,5	$4\vec{i}$	1	1,5
11	0,5	2	3	60	2	$3\vec{i}+8\vec{j}$	1,5	2,5
12	0,2	3	4	0	1	$5\vec{i}-2\vec{j}$	1	2,5
13	1	2	6	50	1,5	$6\vec{i}-4\vec{j}$	0,8	2
14	0,5	6	4	35	1	$3\vec{i}-2\vec{j}$	2,5	2
15	0,2	3	3	50	2	$2\vec{i}-2\vec{j}$	3	4
16	2	4	6	40	2	$3\vec{i}+12\vec{j}$	1	1,5
17	1	6	5	60	1,5	$5\vec{i}+4\vec{j}$	3	2,5
18	1	2	2	90	2	$4\vec{i}+4\vec{j}$	2	2
19	1	3	2	2	2	$2\vec{i}+10\vec{j}$	1	1,5
20	5	4	2	30	1	$3\vec{i}-2\vec{j}$	1,5	1,5
21	0,2	4	4	45	1	$6\vec{i}-2\vec{j}$	1	3
22	0,4	3	2	0	2	$4\vec{i}+6\vec{j}$	1,5	2,5
23	1	3	8	60	2	$4\vec{i}+2\vec{j}$	1,2	1,5
24	0,5	8	3	30	2	$6\vec{i}+7\vec{j}$	2	1,5
25	2	4	4	60	1	$2\vec{i}-2\vec{j}$	3,5	4
26	1	3	5	50	2	$4\vec{i}+6\vec{j}$	0,5	1,5
27	1,5	3	6	30	2	$4\vec{i}+4\vec{j}$	2	2,5
28	2	5	3	90	2	$6\vec{i}+7\vec{j}$	2	1,5
29	2	4	4	0	1	$5\vec{i}-2\vec{j}$	1,5	2
30	1	3	2,5	70	2	$4\vec{i}+6\vec{j}$	1	1

Пример выполнения задания Д1. Интегрирование дифференциальных уравнений движения точки

На рис. 4.3 представлена схема движения материальных точек в вертикальной плоскости *xOy*. Точка 1 массой $m_1 = 2$ кг, получив в начальном положении *A* скорость $V_{01} = 4$ м/с, движется вдоль гладкой оси *AS* с углом наклона $\beta = 30^{\circ}$. Во время движения на точку 1 действуют сила тяжести $\vec{P}_1$ и постоянная сила $\vec{F}_1$, проекция которой на ось *AS* равна $F_{1S} = 4{,}5$ Н. Направление вектора проекции силы $\vec{F}_{1S}$ на ось *AS* показано на рис. 4.3.

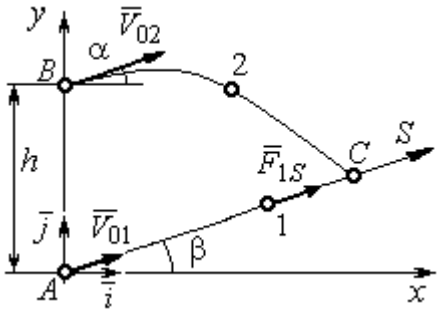


Рис. 4.3. Схема совместного движения точек

Одновременно с началом движения точки 1 из положения *B* на оси *y* высотой $h = 1$ м начинает движение точка 2 массой $m_2 = 1{,}2$ кг. На точку 2 действуют сила тяжести $\vec{P}_2$ и сила $\vec{F}_2$, направление которой определяется разложением по единичным векторам $\vec{i}$, $\vec{j}$ осей *x*, *y* декартовой системы координат: $\vec{F}_2 = 2{,}4\vec{i} + 4{,}5\vec{j}$, Н. Определить величину и направление (угол α) начальной скорости V_{02} точки 2, чтобы в момент времени t_1, когда скорость точки 1 уменьшилась в 2 раза по сравнению с начальным значением, обе они встретились на оси *AS* в точке *C*.

Решение

Рассмотрим движение точки 1. В текущий момент времени на точку 1 действует сила тяжести $\vec{P}_1$, нормальная реакция $\vec{N}_1$ наклонной оси *AS* и сила $\vec{F}_1$, величина проекции которой на ось *AS* равна F_{1S} (рис. 4.4). Дифференциальное уравнение движения точки 1 $m_1\ddot{S} = F_{1S} - P_1\sin\beta$, или $m_1\dfrac{dV_{1S}}{dt} = 4{,}5 - m_1 g\sin\beta$. С учетом исходных данных, полагая ускорение свободного падения $g = 9{,}81$ м/с^2, дифференциальное уравнение движения точки 1

приводится к виду: $\frac{dV_{1S}}{dt} = -2{,}66$. Разделим переменные, представив дифференциальное уравнение в виде $dV_{1S} = -2{,}66dt$. Проинтегрировав его, получим зависимость скорости точки 1 от времени: $V_{1S} = -2{,}66t + C_1$. Для того чтобы определить закон движения точки 1, представим скорость точки как производную от координаты $V_{1S} = \frac{dS}{dt}$. Получим дифференциальное уравнение $\frac{dS}{dt} = -2{,}66t + C_1$, проинтегрировав которое, найдём уравнение движения точки 1: $S = -1{,}33t^2 + C_1 t + C_2$. Константы интегрирования C_1, C_2 находятся из начальных условий: при $t = 0$, $S = 0$, $\dot{S} = V_{1S} = V_{01} = 4$ м/с. Подставляя первое из условий в уравнение движения точки 1, получим $C_2 = 0$. Подставим начальное значение скорости в уравнение $\dot{S} = -2{,}66t + C_1$, выражающее зависимость скорости точки 1 от времени. Получим $C_1 = 4$. Таким образом, движение точки 1 вдоль оси AS описывается уравнением: $S = -1{,}33t^2 + 4t$.

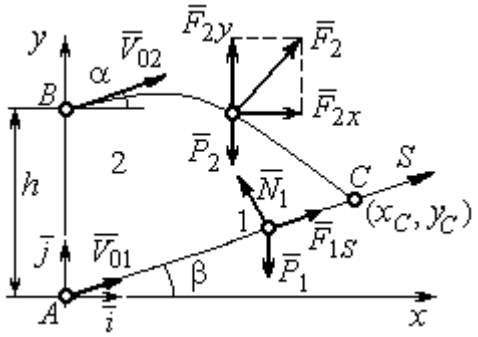


Рис. 4.4. Силы, действующие на точки 1 и 2, во время их движения

По условию задачи встреча двух точек происходит в момент времени t_1, когда скорость первой точки уменьшилась в 2 раза по сравнению с начальной: $V_{1S}(t_1) = \frac{V_{01}}{2} = 2$ м/с. Подставляя это условие в уравнение, выражающее зависимость скорости точки 1 от времени, получим: $2 = -2{,}66t_1 + 4$, откуда найдём момент времени встречи $t_1 = 0{,}75$ с. Расстояние AC, пройденное точкой 1 до встречи, определяется как путь, пройденный этой точкой за время $t_1 = 0{,}75$ с, $AC = S(t_1) = -1{,}33 \cdot 0{,}75^2 + 4 \cdot 0{,}75 = 2{,}25$ м. Координаты точки встречи x_C, y_C определяются из равенств: $x_C = S(t_1)\cos 30^\circ = 1{,}95$ м; $y_C = S(t_1)\sin 30^\circ = 1{,}12$ м.

Рассмотрим движение точки 2. В текущий момент времени на нее действует сила тяжести $\vec{P}_2$ и сила $\vec{F}_2 = 2{,}4\vec{i} + 4{,}5\vec{j}$, проекции которой на оси координат $F_{2x} = 2{,}4$ Н, $F_{2y} = 4{,}5$ Н. Дифференциальные уравнения движения точки 2 в проекциях на оси координат *x*, *y* имеют вид:

$$m_2\ddot{x} = F_{2x} = 2{,}4\,, \quad m_2\ddot{y} = -P_2 + F_{2y} = -m_2 g + 4{,}5\,,$$

или после подстановки исходных данных: $\ddot{x} = 2$, $\ddot{y} = -6{,}06$.

Представим в первом уравнении проекцию ускорения точки 2 на ось *x* как производную от соответствующей проекции скорости $\ddot{x} = \dfrac{dV_{2x}}{dt}$. После разделения переменных получим дифференциальное уравнение $dV_{2x} = 2dt$. Проинтегрируем его и найдем зависимость горизонтальной составляющей скорости точки 2 от времени: $V_{2x} = 2t + C_3$. Заменим в этом уравнении проекцию скорости точки на ось *x* на производную от координаты $V_{2x} = \dfrac{dx}{dt}$. После интегрирования получим уравнение, описывающее движение точки 2 вдоль оси *x*, $x = t^2 + C_3 t + C_4$. Для того чтобы найти постоянные C_3 и C_4, воспользуемся граничными условиями движения точки 2 – известной начальной координатой движения точки и вычисленной координатой точки встречи, то есть при $t = 0$, $x = 0$, а при $t_1 = 0{,}75$ с $x(t_1) = x_C = 1{,}95$ м. Подставляя граничные условия в уравнение движения точки 2, получим $C_4 = 0$, $C_3 = 1{,}85$. Таким образом, уравнение движения точки 2 вдоль оси *x*: $x = t^2 + 1{,}85t$.

Закон движения точки 2 вдоль оси *y* находим путем интегрирования второго дифференциального уравнения. Его представим в виде: $\dfrac{dV_{2y}}{dt} = -6{,}06$. После разделения переменных и первого интегрирования получим зависимость проекции скорости точки 2 на ось *y* от времени: $V_{2y} = -6{,}06t + C_5$. Заменив проекцию скорости точки 2 на ось *y* производной от координаты $V_{2y} = \dfrac{dy}{dt}$, вто-

рично проинтегрируем. В результате движение точки 2 вдоль оси y описывается уравнением: $y = -3{,}03t^2 + C_5 t + C_6$. Для определения констант C_5 и C_6 используем граничные условия: при $t = 0$ $y(0) = h = 1$ м, а при $t_1 = 0{,}75$ с $y(t_1) = y_C = 1{,}12$ м. Получим $C_6 = 1$, $C_5 = 2{,}43$. Таким образом, точка 2 движется вдоль оси y по закону: $y = -3{,}03t^2 + 2{,}43t + 1$.

Проекции скорости точки 2 на оси координат как функции времени имеют вид: $V_{2x}(t) = \dot{x} = 2t + 1{,}85$, $V_{2y}(t) = \dot{y} = -6{,}06t + 2{,}43$. Значения проекций при $t = 0$: $V_{02x} = V_{2x}(0) = 1{,}85$ м/с, $V_{02y} = V_{2y}(0) = 2{,}43$ м/с. Величина начальной скорости: $V_{02} = \sqrt{{V_{02x}}^2 + {V_{02y}}^2} = 3{,}05$ м/с.

Угол наклона вектора скорости в начальный момент определяется из равенства: $\mathrm{tg}\alpha = \dfrac{V_{02y}}{V_{02x}} = \dfrac{2{,}43}{1{,}85} = 1{,}31$. Откуда $\alpha = 52{,}64^\circ$.

4.3. Колебания материальной точки

Силы, возникающие при отклонении материальной точки от положения равновесия и направленные так, чтобы вернуть точку в это положение, называются **восстанавливающими**. Восстанавливающие силы, линейно зависящие от расстояния от точки до положения её равновесия, называются **линейными восстанавливающими силами**. Так, сила упругости пружины $F = c\Delta\ell$, где c – коэффициент жесткости (или просто жёсткость) пружины; $\Delta\ell$ – удлинение пружины, является линейной восстанавливающей силой.

Дифференциальное уравнение движения материальной точки массой m вдоль оси Оx под действием линейной восстанавливающей силы, представляет собой уравнение гармонических колебаний и имеет вид:

$$m\ddot{x} + cx = 0, \text{ или } \ddot{x} + \omega^2 x = 0,$$

где x – отклонение точки от положения равновесия, куда поместили начало

координат; ω – угловая частота колебаний, $\omega^2 = \frac{c}{m}$. Единица измерения угловой частоты – рад/с.

Решение дифференциального уравнения свободных колебаний представляется суммой $x = C_1\cos\omega t + C_2\sin\omega t$, где постоянные интегрирования C_1 и C_2 находятся из начальных условий. **Амплитуда свободных колебаний** $A = \sqrt{C_1^2 + C_2^2}$. Промежуток времени, в течение которого точка совершает одно полное колебание, называется **периодом колебаний**: $T = \frac{2\pi}{\omega}$. Величина, обратная периоду $\nu = \frac{1}{T}$ определяет число полных колебаний точки за 1 с и называется **частотой колебаний**. Частота колебаний измеряется в герцах (Гц). Частота, равная 1 Гц, соответствует одному полному колебанию в секунду. Угловая частота связана с частотой колебаний соотношением $\omega = 2\pi\nu$.

Если на материальную точку кроме восстанавливающей силы действует сила сопротивления движению, пропорциональная скорости точки, $\vec{R} = -\mu\vec{V}$, где μ – коэффициент сопротивления, то дифференциальное уравнение движения точки с сопротивлением относительно положения равновесия имеет вид $m\ddot{x} + \mu\dot{x} + cx = 0$, или $\ddot{x} + 2n\dot{x} + \omega^2 x = 0$, где n – коэффициент затухания, $n = \frac{\mu}{2m}$; ω – угловая частота собственных колебаний точки без учёта сопротивления, $\omega^2 = \frac{c}{m}$.

При $n < \omega$ движение точки представляет затухающие колебания. Общее решение дифференциального уравнения колебаний с сопротивлением $x = e^{-nt}(C_1\cos\omega_1 t + C_2\sin\omega_1 t) = Ae^{-nt}\sin(\omega_1 t + \alpha)$, где C_1 и C_2 – постоянные интегрирования; ω_1 – угловая частота затухающих колебаний, $\omega_1 = \sqrt{\omega^2 - n^2}$;

$A_1 = Ae^{-nt}$ – амплитуда затухающих колебаний, $A = \sqrt{C_1^2 + C_2^2}$; α – начальная фаза колебаний, $\text{tg}\alpha = \dfrac{C_1}{C_2}$.

При $n > \omega$ движение точки апериодическое, затухающее. Общее решение дифференциального уравнения движения точки с таким сопротивлением имеет вид $x = e^{-nt}(C_1 e^{\omega_2 t} + C_2 e^{-\omega_2 t})$, где $\omega_2 = \sqrt{n^2 - \omega^2}$.

При $n = \omega$ движение точки происходит согласно уравнению $x = e^{-nt}(C_1 t + C_2)$.

Если кроме восстанавливающей силы на материальную точку действует переменная возмущающая сила, колебания точки называются **вынужденными.**

При действии гармонической возмущающей силы $F = H\sin pt$, где H, p – амплитуда и угловая частота колебаний возмущающей силы, дифференциальное уравнение вынужденных колебаний материальной точки относительно положения равновесия и при отсутствии сил сопротивления имеет вид

$$m\ddot{x} + cx = H\sin pt, \text{ или } \ddot{x} + \omega^2 x = h\sin pt,$$

где ω – угловая частота собственных гармонических колебаний, $\omega^2 = \dfrac{c}{m}$; h – относительная амплитуда возмущающей силы, $h = \dfrac{H}{m}$.

Общее решение неоднородного дифференциального уравнения вынужденных колебаний представляется как сумма общего решения однородного уравнения и частного решения неоднородного.

При отсутствии резонанса, когда частота собственных колебаний не совпадает с частотой возмущающей силы $p \neq \omega$, решение имеет вид: $x = C_1\cos\omega t + C_2\sin\omega t + \dfrac{h}{\omega^2 - p^2}\sin pt$, а в случае резонанса, когда $p = \omega$, – вид: $x = C_1\cos\omega t + C_2\sin\omega t - \dfrac{ht}{2p}\cos pt$. Значения произвольных постоянных C_1 и C_2

определяются из общего решения неоднородного уравнения с учетом начальных условий движения. Амплитуда собственных колебаний груза $A_{\text{соб}} = \sqrt{C_1^2 + C_2^2}$. Амплитуда вынужденных колебаний при отсутствии резонанса $A_{\text{вын}} = \dfrac{h}{\omega^2 - p^2}$. При резонансе амплитуда вынужденных колебаний растет как линейная функция времени $A_{\text{вын}} = \dfrac{ht}{2p}$.

Если возмущающее воздействие заключается в **принудительном гармоническом колебании точки подвеса пружины**, например, по закону $S = a\sin pt$, где a, p – амплитуда и угловая частота колебаний точки подвеса пружины, дифференциальное уравнение вынужденных колебаний материальной точки относительно положения равновесия при отсутствии сил сопротивления имеет вид $\ddot{x} + \omega^2 x = h\sin pt$, где ω – угловая частота собственных гармонических колебаний, $\omega^2 = \dfrac{c}{m}$; h – относительная амплитуда возмущающего колебания, $h = \dfrac{ca}{m}$. Общее решение неоднородного дифференциального уравнения вынужденных колебаний при принудительном гармоническом колебании точки подвеса пружины может быть получено аналогично случаю возмущения гармонической силой.

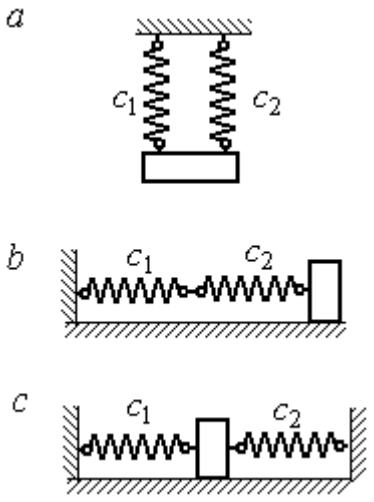


Рис. 4.5. Способы крепления груза на двух пружинах:
a – две параллельные пружины;
b – последовательно соединённые пружины; *c* – крепление груза между пружинами

Система пружин заменяется одной с эквивалентной жесткостью. Так, колебания груза на двух параллельных пружинах с коэффициентами жесткости c_1 и c_2 (рис. 4.5, *a*) можно рассматривать как колебания груза на одной пружине эквивалент-

ной жесткости $c_{экв} = c_1 + c_2$, где $c_{экв}$ – коэффициент жесткости эквивалентной пружины. При последовательном соединении пружин (рис. 4.5, *b*) коэффициент жесткости эквивалентной пружины $c_{экв} = \dfrac{c_1 c_2}{c_1 + c_2}$. Если груз расположен между двумя пружинами (рис. 4.5, *c*), тогда $c_{экв} = c_1 + c_2$. Коэффициент жесткости эквивалентной пружины равен сумме коэффициентов жесткости пружин.

4.4. Задание Д2. Исследование колебаний точки

Задание Д2 на исследование колебаний точки включает две задачи.

Задача 1. Исследование гармонических колебаний точки.

Найти уравнение движения груза массой m_1 (или одновременно двух грузов массой m_1 и m_2) на пружине жесткостью c_1 (или на двух пружинах жесткостью c_1 и c_2). Расположение грузов на пружине и описание условий, при которых начались колебания, приведено на схемах. Определить амплитуду и частоту колебаний.

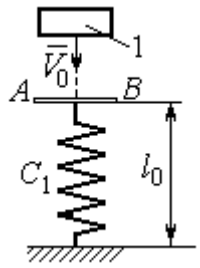
Задача 2. Исследование вынужденных колебаний точки.

Груз движется на пружинах, расположенных вертикально или горизонтально. При движении груза по горизонтальной поверхности трение не учитывается. Жёсткость пружин c_1 и c_2. Направление возмущающего усилия $F = F(t)$, приложенного к грузу, или возмущающего движения точки крепления пружин $S = S(t)$, а также описание условий начала колебаний приведено на схемах. В задачах, где на схемах присутствует амортизатор, создающий сопротивление движению груза, сила сопротивления пропорциональна скорости движения груза и находится по формуле: $\vec{R} = -\mu \vec{V}$ Н, где μ – коэффициент сопротивления; V – скорость груза. Определить уравнение колебаний груза, амплитуды собственных и вынужденных колебаний.

Варианты заданий даны на рис. 4.6 – 4.9. Исходные данные в табл. 4.2.

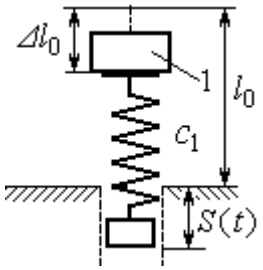
Варианты № 1, 11, 21

Задача 1



Невесомая пластина AB укреплена на нерастянутой пружине. Груз 1, получив начальную скорость V_0, падает вертикально вниз. Через 1 с после начала падения груз достигает пластины и продолжает движение вместе с ней

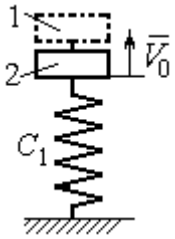
Задача 2



К верхнему концу пружины, сжатой на величину $\Delta\ell_0$, прикрепляют груз 1 и отпускают без начальной скорости. Одновременно нижний конец пружины начинает двигаться по закону $S = S(t)$

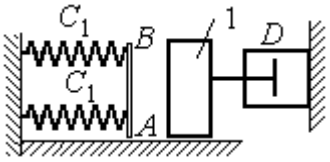
Варианты № 2, 12, 22

Задача 1



В положении статического равновесия двух грузов (1 и 2), установленных на пружине, груз 1 убрали, а грузу 2 сообщили скорость V_0, направленную вверх

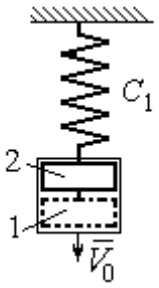
Задача 2



Груз 1 движется по гладкой горизонтальной поверхности с начальной скоростью V_0. Через 1 с груз упирается в площадку AB, укреплённую на недеформированных пружинах, соединённых параллельно, и продолжает движение вместе с ней. Во время движения (до упора в площадку AB и вместе с ней) груз испытывает сопротивление, создаваемое демпфером D

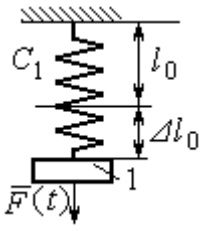
Варианты № 3, 13, 23

Задача 1



В положении статического равновесия груза 2, укреплённого на пружине, к нему присоединили груз 1 и оба груза толкнули вниз со скоростью V_0

Задача 2

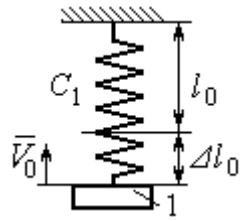


Недеформированную пружину оттянули вниз на расстояние $\Delta\ell_0$, подцепили груз 1 и отпустили без начальной скорости. Одновременно на груз стала действовать возмущающая сила $\vec{F}(t)$

Рис. 4.6. Задание Д2. Исследование колебаний точки.
Варианты задания 1 – 3, 11 – 13, 21 – 23

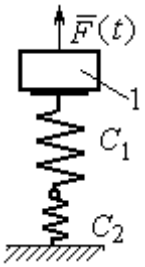
Варианты № 4, 14, 24

Задача 1



К недеформированной пружине подцепили груз 1, оттянули его вниз на расстояние $\Delta\ell_0$ и сообщили скорость V_0, направленную вверх

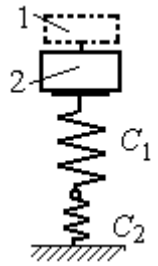
Задача 2



Грузу 1, укреплённому на двух последовательно соединённых пружинах в положении статического равновесия, сообщили начальную скорость V_0, направленную вниз. Одновременно на груз стала действовать возмущающая сила $\vec{F}(t)$

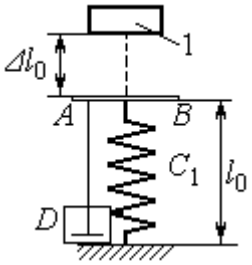
Варианты № 5, 15, 25

Задача 1



В положении статического равновесия грузов 1 и 2, укреплённых на двух вертикальных последовательно соединённых пружинах, убрали груз 1, а груз 2 отпустили без начальной скорости

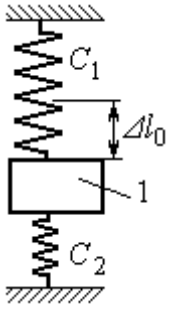
Задача 2



Груз 1 падает с высоты $\Delta\ell_0$ на площадку AB, установленную на недеформированной пружине, и продолжает движение вместе с ней. Демпфер D создаёт сопротивление движению груза на пружине

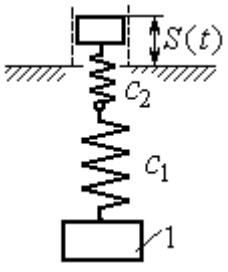
Варианты № 6, 16, 26

Задача 1



Груз 1 поместили между двумя недеформированными пружинами, затем оттянули вниз на расстояние $\Delta\ell_0$ и отпустили без начальной скорости

Задача 2

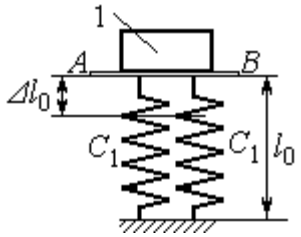


К недеформированным пружинам, соединённым последовательно, подцепили груз 1 и толкнули его вниз со скоростью V_0. Одновременно верхний конец пружины начинает двигаться по закону $S = S(t)$

Рис. 4.7. Задание Д2. Исследование колебаний точки.
Варианты задания 4 – 6, 14 – 16, 24 – 26

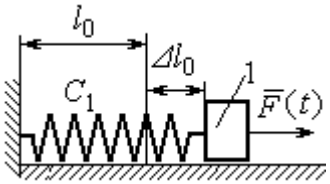
Варианты № 7, 17, 27

Задача 1



К недеформированным пружинам приложили груз 1, переместили его вниз на величину $\Delta\ell_0$ и сообщили скорость V_0, направленную вниз

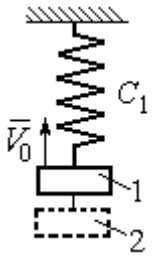
Задача 2



К нерастянутой пружине, расположенной на горизонтальной гладкой поверхности, подцепили груз 1, оттянули его на расстояние $\Delta\ell_0$ и отпустили. Одновременно на груз стала действовать горизонтальная возмущающая сила $\vec{F}(t)$

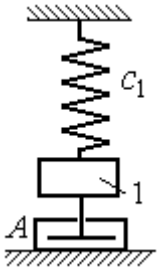
Варианты № 8, 18, 28

Задача 1



Грузы 1 и 2 находятся на пружине в положении статического равновесия. Груз 2 удаляют, а грузу 1 сообщают скорость V_0, направленную вверх

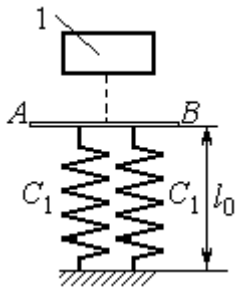
Задача 2



В положении статического равновесия груза 1 ему сообщили скорость V_0, направленную вниз. Демпфер A создаёт сопротивление движению груза

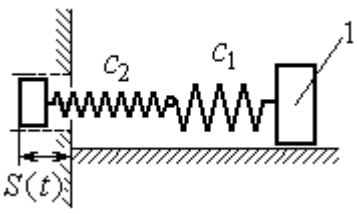
Варианты № 9, 19, 29

Задача 1



Груз 1 без начальной скорости падает вниз. Пройдя путь 1 м, груз достигает невесомой пластины AB, укреплённой на недеформированных, параллельно соединённых пружинах, и дальше движется вместе с ней

Задача 2



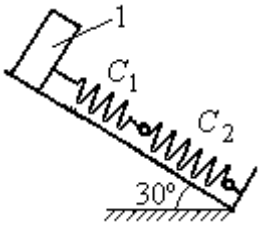
К двум горизонтальным пружинам, соединённым последовательно, в положении их нерастянутого состояния прицепили груз 1 и сообщили ему горизонтальную скорость V_0, направленную в сторону сжатия пружин. Одновременно левый конец пружинной системы начинает двигаться по закону $S = S(t)$

Рис. 4.8. Задание Д2. Исследование колебаний точки.
Варианты задания 7 – 9, 17 – 19, 27 – 29

Окончание вариантов задания Д2

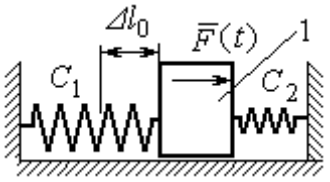
Варианты № 10, 20, 30

Задача 1



В положении статического равновесия груза 1, укреплённого на двух последовательно соединённых пружинах, сообщили скорость V_0, направленную вниз по наклонной плоскости

Задача 2



Между двумя горизонтальными недеформированными пружинами на гладкую поверхность поместили груз 1, оттянули его влево на расстояние $\Delta\ell_0$ и отпустили без начальной скорости. Одновременно на груз стала действовать возмущающая сила $\vec{F}(t)$

Рис. 4.9. Задание Д2. Исследование колебаний точки.
Варианты задания 10, 20, 30

Таблица 4.2

Исходные данные задания Д2. Исследование колебаний точки

Номер варианта задания	Номер задачи	m_1, кг	m_2, кг	V_0, м/с	c_1, Н/м	c_2, Н/м	$\Delta\ell_0$, м	μ, Н·с/м	$F(t)$, Н	$S(t)$, м
1	1	2,5	–	2,0	200	–	–	–	–	–
	2	2,0	–	–	210	–	0,1	–	–	0,02sin12t
2	1	1,5	2,0	4	250	–	–	–	–	–
	2	2,0	–	4	220	–	–	1,0	–	–
3	1	2,0	1,5	3	250	–	–	–	–	–
	2	1,2	–	–	200	–	0,14	–	12sin5t	–
4	1	2,0	–	3	180	–	0,1	–	–	–
	2	1,5	–	2	150	120	–	–	8sin12t	–
5	1	1,0	2,0	–	120	100	–	–	–	–
	2	1,0	–	–	50	–	0,5	18	–	–
6	1	1,2	–	–	120	180	0,12	–	–	–
	2	1,4	–	2,4	120	180	–	–	–	0,03sin14t
7	1	1,6	–	3,2	140	–	0,15	–	–	–
	2	1,5	–	–	120	–	0,12	–	12sin6t	–
8	1	1,0	2,0	3,0	150	–	–	–	–	–
	2	2,0	–	3,5	120	–	–	15	–	–

Продолжение табл. 4.2

Номер варианта задания	Номер задачи	m_1, кг	m_2, кг	V_0, м/с	c_1, Н/м	c_2, Н/м	$\Delta\ell_0$, м	μ, Н·с/м	$F(t)$, Н	$S(t)$, м
9	1	1,5	–	–	100	–	–	–	–	–
	2	1,4	–	2,0	100	110	–	–	–	0,015sin8t
10	1	2,5	–	2,5	110	100	–	–	–	–
	2	2,0	–	–	110	52	0,08	–	5sin9t	–
11	1	2,0	–	4,0	300	–	–	–	–	–
	2	1,0	–	–	200	–	0,12	–	–	0,01sin4t
12	1	1,8	2,4	4	220	–	–	–	–	–
	2	1,0	–	5	240	–	–	0,6	–	–
13	1	1,5	1,5	2	200	–	–	–	–	–
	2	1,8	–	–	180	–	0,08	–	10sin10t	–
14	1	2,0	–	2	200	–	0,12	–	–	–
	2	2,0	–	2	150	120	–	–	10sin8t	–
15	1	1,5	2,0	–	120	250	–	–	–	–
	2	1,5	–	–	120	–	0,4	4	–	–
16	1	2,0	–	–	150	75	0,1	–	–	–
	2	2,0	–	2,5	150	75	–	–	–	0,01sin5t
17	1	1,5	–	2,1	160	–	0,11	–	–	–
	2	1,8	–	–	150	–	0,1	–	8sin12t	–
18	1	2,0	1,0	2,5	80	–	–	–	–	–
	2	1,5	–	2,5	50	–	–	21	–	–
19	1	1,6	–	–	120	–	–	–	–	–
	2	1,2	–	2,0	85	120	–	–	–	0,015sin7t
20	1	2,0	–	2,0	90	100	–	–	–	–
	2	2,5	–	–	100	90	0,12	–	6sin10t	–
21	1	2,0	–	1,6	220	–	–	–	–	–
	2	2,5	–	–	250	–	0,14	–	–	0,01sin10t
22	1	2,2	1,5	3	180	–	–	–	–	–
	2	1,5	–	4	280	–	–	0,8	–	–
23	1	2,2	1,2	2	220	–	–	–	–	–
	2	1,6	–	–	200	–	0,12	–	5sin7t	–

Окончание табл. 4.2

Номер варианта задания	Номер задачи	m_1, кг	m_2, кг	V_0, м/с	c_1, Н/м	c_2, Н/м	$\Delta\ell_0$, м	μ, Н·с/м	$F(t)$, Н	$S(t)$, м
24	1	1,6	–	2,4	160	–	0,13	–	–	–
	2	1,0	–	3	150	300	–	–	6sin10t	–
25	1	0,8	1,2	–	120	80	–	–	–	–
	2	0,8	–	–	180	–	0,4	12	–	–
26	1	1,4	–	–	100	120	0,15	–	–	–
	2	1,8	–	2,2	150	120	–	–	–	0,015sin8t
27	1	2	–	4,0	150	–	0,12	–	–	–
	2	2	–	–	162	–	0,13	–	5sin9t	–
28	1	1,5	2,0	2,0	140	–	–	–	–	–
	2	1,5	–	3,1	180	–	–	12	–	–
29	1	1,0	–	–	140	–	–	–	–	–
	2	2,0	–	2,4	75	150	–	–	–	0,08sin5t
30	1	1,6	–	3	75	150	–	–	–	–
	2	1,5	–	3	80	70	0,15	–	8sin10t	–

Пример выполнения задания Д2. Исследование колебаний точки

Задача 1. Груз 1 весом P = 20 Н, лежащий на гладкой наклонной плоскости, прикреплён к недеформированной пружине, расположенной параллельно плоскости (рис. 4.10). Угол наклона плоскости к горизонту 30º, коэффициент жесткости пружины c = 400 Н/м. В начальный момент груз переместили вверх по наклонной плоскости (сжали пружину) на расстояние $\Delta\ell_0$ = 0,1 м относительно нерастянутой пружины и отпустили без начальной скорости.

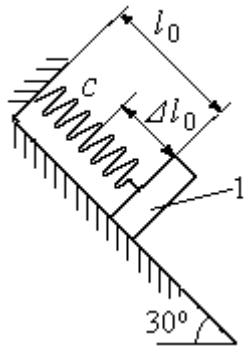


Рис. 4.10. Схема крепления груза и условия начала колебаний

Определить уравнение колебаний груза 1, а также частоту и амплитуду колебаний.

Решение

Расчетная схема колебаний груза 1 показана на рис. 4.11. Направим ось *Ox*, вдоль которой происходят колебания груза, вниз вдоль наклонной плоскости. Начало отсчёта координаты *x* выберем в положении статического равновесия груза (см. рис. 4.11) В произвольном положении груза, обозначенном координатой *x*, к нему приложены три силы: сила тяжести $\vec{P}$, реакция опоры наклонной плоскости $\vec{N}$ и сила упругости пружины $\vec{F}_{\text{упр}}$. Проекция силы упругости пружины на ось *Ox*: $F_{\text{упр}\,x} = -c\Delta\ell$, где $\Delta\ell$ – удлинение пружины относительно её нерастянутого положения, включающее её растяжение *x* относительно выбранного начала координат и растяжение $\lambda_{\text{ст}}$ при статическом равновесии груза на наклонной плоскости.

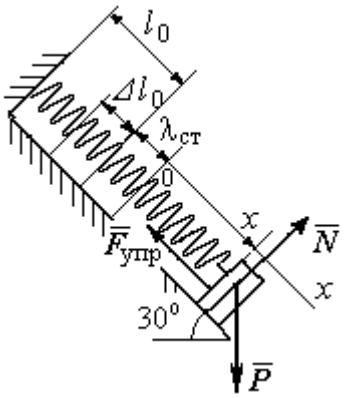


Рис. 4.11. Расчётная схема колебаний груза

С учетом выражения силы упругости получим дифференциальное уравнение движения груза в проекции на ось *Ox*:

$$m\ddot{x} = P\sin 30^\circ - c(x + \lambda_{\text{ст}}).$$

В положении статического равновесия сила упругости уравновешивается силой, равной проекции силы тяжести на ось *x*: $P\sin 30^\circ - c\lambda_{\text{ст}} = 0$. Подставляя это выражение условия статического равновесия груза в уравнение движения, получим дифференциальное уравнение колебаний груза:

$$m\ddot{x} = -cx, \text{ или } \ddot{x} + \omega^2 x = 0,$$

где ω – угловая частота колебаний; $\omega = \sqrt{\dfrac{c}{m}} = 14{,}01$ рад/с.

Общее решение уравнения колебаний $x = C_1\cos\omega t + C_2\sin\omega t$.

Для определения произвольных постоянных C_1 и C_2 вычислим координату x_0 начального положения груза на оси *Ox*.

Растяжение пружины в положении статического равновесия $\lambda_{ст} = \dfrac{P\sin 30^\circ}{c} = 0{,}025$ м. Координата начального положения груза определяется величиной сжатия пружины и, поскольку начало отсчёта координаты x выбрано в положении статического равновесия груза, равна (со знаком!): $x_0 = -(\Delta\ell_0 + \lambda_{ст}) = -0{,}125$ м (см. рис. 4.11).

Подставляя значение координаты начального положения груза в общее решение уравнения колебаний при $t = 0$, получим $C_1 = -0{,}125$ м. Для определения второй константы вычислим скорость груза в произвольный момент времени: $\dot{x} = -C_1\omega\sin\omega t + C_2\omega\cos\omega t$. Подставим сюда начальное значение скорости груза при $t = 0$ $\dot{x} = V_0 = 0$, получим $C_2 = 0$. Окончательно уравнение движения груза 1 относительно положения статического растяжения пружины:

$$x(t) = -0{,}125\cos 14{,}01t \text{ м}.$$

Амплитуда колебаний груза $A = 0{,}125$ м.

Задача 2. Груз 1 весом $P = 20$ Н подвешен на недеформированной вертикальной пружине (рис. 4.12). Жесткость пружины $c = 800$ Н/м. В начальный момент груз был оттянут вниз в положение, при котором пружина растянулась на расстояние $\Delta\ell_0 = 0{,}1$ м, и в этом положении ему сообщена начальная скорость $V_0 = 2$ м/с, направленная вверх.

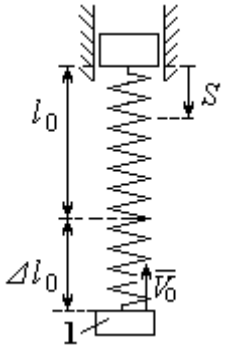


Рис. 4.12. Схема крепления груза и условия начала колебаний

Одновременно с началом движения груза верхний конец пружины стал совершать гармонические колебания по закону $S = a\sin 10t$, где $a = 0{,}02$ м.

Определить уравнение колебаний груза 1, а также частоту и амплитуду собственных колебаний.

Решение

Расчетная схема колебаний груза 1 показана на рис. 4.13. Направим ось *Ox*, вдоль которой происходят колебания груза, вертикально вниз. Начало отсчёта координаты *x* выберем в положении статического равновесия груза (см. рис. 4.13, *c*, *d*). В произвольном положении груза, обозначенном координатой *x*, к нему приложены две силы: сила тяжести $\vec{P}$ и сила упругости пружины $\vec{F}_{\text{упр}}$.

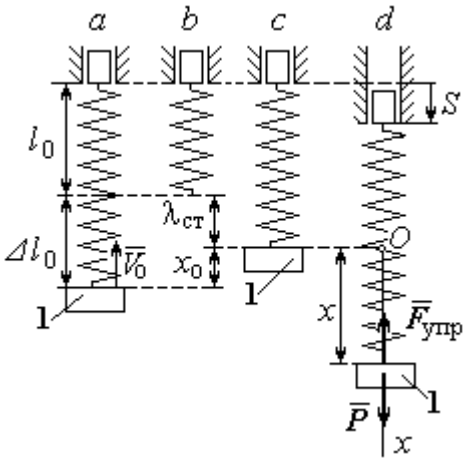


Рис. 4.13. Расчётная схема вынужденных колебаний груза: *a* – положение груза на начало колебаний; *b* – недеформированная пружина; *c* – статическое растяжение пружины под действием веса груза; *d* – положение груза в произвольный момент времени и перемещение точки подвеса пружины

Проекция силы упругости пружины на ось *Ox*

$$F_{\text{упр}\,x} = -c\Delta\ell = -c(x + \lambda_{\text{ст}} - S),$$

где $\Delta\ell$ – удлинение пружины, включающее её растяжение *x* относительно начала координат, растяжение $\lambda_{\text{ст}}$ при статическом равновесии груза и уменьшение растяжения при смещении верхнего конца, $\Delta\ell = (x + \lambda_{\text{ст}} - S)$.

С учетом выражения силы упругости получим дифференциальное уравнение движения груза в проекции на ось *Ox*:

$$m\ddot{x} = P - c(x + \lambda_{\text{ст}} - S).$$

В положении статического равновесия выполняется условие равенства сил: $P - c\lambda_{\text{ст}} = 0$.

После подстановки его в уравнение движения груза получаем дифференциальное уравнение вынужденных колебаний:

$$m\ddot{x} = -cx + cS, \text{ или } \ddot{x} + \omega^2 x = h\sin pt,$$

где ω – угловая частота собственных колебаний, $\omega = \sqrt{\frac{c}{m}}$, ω = 19,81 рад/с; h – относительная амплитуда вынужденных колебаний, $h = \frac{ca}{m}$ = 7,85 м/с^2; p – угловая частота вынужденных колебаний, p = 10 рад/с.

При отсутствии резонанса (здесь $\omega \neq p$) общее решение уравнения вынужденных колебаний имеет вид $x = C_1\cos\omega t + C_2\sin\omega t + \frac{h}{\omega^2 - p^2}\sin pt$.

Для определения произвольных постоянных C_1 и C_2 вычислим координату x_0 начального положения груза на оси Ox. Координата начального положения груза (см. рис. 4.13, *b*) $x_0 = \Delta\ell_0 - \lambda_{ст}$. Растяжение пружины в положении статического равновесия $\lambda_{ст} = \frac{P}{c}$ = 0,02 м, тогда x_0 = 0,08 м. Подставляя значение координаты начального положения груза в общее решение уравнения вынужденных колебаний при t = 0, получим: $C_1 = x_0$ = 0,08 м.

Для определения второй константы вычислим скорость груза в произвольный момент времени: $\dot{x} = -C_1\omega\sin\omega t + C_2\omega\cos\omega t + \frac{hp}{\omega^2 - p^2}\cos pt$. Проекция скорости груза в начальный момент на ось Ox $V_{0x} = -V_0$. Подставив начальное значение скорости груза при t = 0 $\dot{x} = V_{0x} = -V_0$, получим: $C_2 = -\frac{V_0}{\omega} - \frac{hp}{\omega(\omega^2 - p^2)}$ = – 0,11 м. Окончательно уравнение движения груза 1 относительно положения статического равновесия, м.

$$x(t) = 0{,}08\cos 19{,}82t - 0{,}11\sin 19{,}82t - 0{,}03\sin 10t.$$

Амплитуда вынужденных колебаний $A_{вын} = \frac{h}{\omega^2 - p^2}$ = 0,03 м. Амплитуда собственных колебаний груза $A_{соб} = \sqrt{C_1^2 + C_2^2}$ = 0,14 м.

4.5. Теорема об изменении кинетической энергии точки

Работой $A(\vec{F})$ силы $\vec{F}$, постоянной по модулю и направлению, на конечном прямолинейном перемещении S_1 точки приложения силы называется величина $A(\vec{F}) = FS_1\cos\alpha$. Если угол α острый, работа силы положительна. Если угол α тупой, – отрицательна. При $\alpha = 90°$ сила перпендикулярна перемещению точки и работа силы равна нулю.

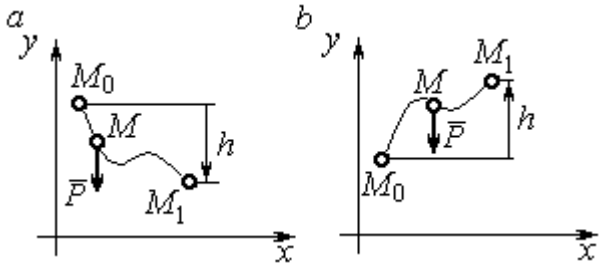


Рис. 4.14. Схема для вычисления работы силы тяжести:
a – перемещение точки сверху вниз;
b – перемещение точки снизу вверх

Работа силы тяжести материальной точки (вертикальной силы) при перемещении точки из положения M_0 в положение M_1 равна произведению модуля силы тяжести на вертикальное перемещение точки $A_{(M_0M_1)} = \pm Ph$, где P – величина силы тяжести точки; h – величина вертикального перемещения точки (рис. 4.14). Работа силы тяжести положительная, если начальная точка движения выше конечной, и отрицательная, – если ниже.

Работа силы упругости пружины на прямолинейном перемещении вдоль линии действия силы из положения недеформированной пружины на расстояние h определяется формулой $A(F_{\text{упр}}) = -\dfrac{ch^2}{2}$, где c – коэффициент жесткости (или просто жёсткость) пружины.

Кинетической энергией материальной точки называется скалярная величина $T = \dfrac{1}{2}mV^2$, где m – масса точки; V – её скорость. **Теорема об изменении кинетической энергии точки** заключается в том, что изменение кинетической энергии точки за конечный промежуток времени равно алгебраической сумме работ всех действующих на неё сил: $\dfrac{mV_1^2}{2} - \dfrac{mV_0^2}{2} = \sum A_{(M_0M_1)}$, где V_0,

V_1 – скорость точки в начальном положении M_0 и в положении M_1; $\sum A_{(M_0M_1)}$ – сумма работ всех сил, действующих на точку, при её перемещении из положения M_0 в положение M_1.

При несвободном движении точки сумма работ сил включает работу реакций связи. Если движение происходит без трения по неподвижной гладкой поверхности, то реакция связи направлена по нормали к поверхности и её работа при любом перемещении точки равна нулю.

Для определения реакций связи при несвободном движении точки используются уравнения движения точки в проекциях на оси естественной системы координат – касательную и нормальную: $m\frac{dV}{dt} = \sum F_\tau$, $m\frac{V^2}{\rho} = \sum F_n$, где $\sum F_\tau$, $\sum F_n$ – суммы проекций сил на касательную и нормальную оси естественной системы координат; ρ – радиус кривизны траектории точки.

4.6. Задание Д3. Исследование движения точки с применением теоремы об изменении кинетической энергии

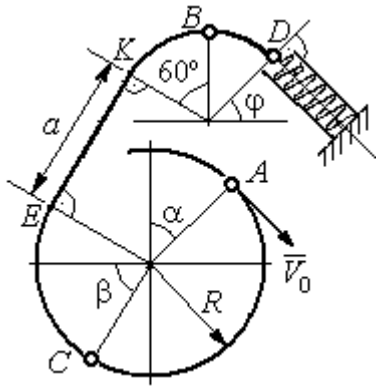
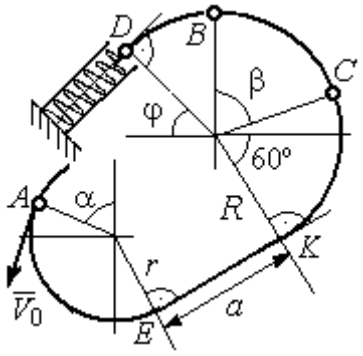
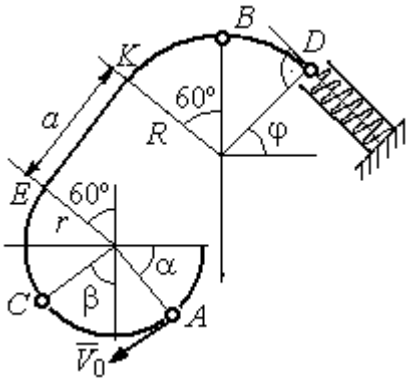
Тонкий стержень с надетым на него шариком массой *m* расположен в вертикальной плоскости и состоит из дуг окружностей радиусами *r* и *R* = 2*r*, соединённых прямолинейным отрезком *EK*, сопряжённым с дугами окружностей в точках *E* и *K*. В этих точках шарик переходит с одного участка стержня на другой, не изменяя величины и направления скорости. Длина отрезка *EK* = *a*.

В точке *A*, положение которой на дуге окружности определяется углом α, шарику сообщают начальную скорость V_0. По дугам окружностей шарик скользит без трения, а при движении по прямолинейному отрезку *EK* на него действует постоянная сила трения с коэффициентом трения *f*. На участках с вертикальным отрезком *EK* считать, что шарик прижимается к стержню силой, равной половине веса шарика.

Достигнув на дуге окружности точки *D*, шарик упирается в недеформированную пружину жёсткостью *c* и, продолжая движение по сопряженной прямой, сжимает её. Положение точки *D* определяется углом φ.

Определить величину максимального сжатия пружины, если шарик проходит наивысшее положении траектории – точку *B* со скоростью $V_B = kV_0$. При найденном значении начальной скорости рассчитать давление шарика на стержень в точке *C*, положение которой на дуге определяется углом β.

Варианты заданий приведены на рис. 4.15, 4.16. Исходные данные задания в табл. 4.3.

Варианты № 1, 11, 21	**Варианты № 2, 12, 22**	**Варианты № 3, 13, 23**
		

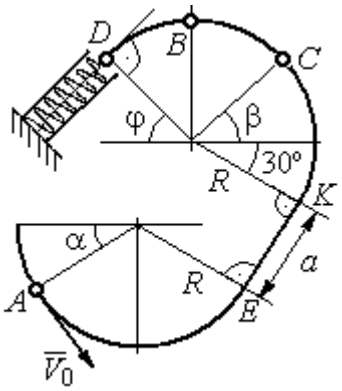
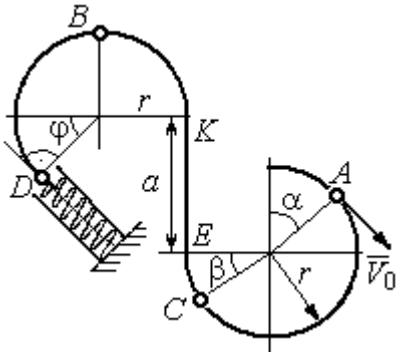
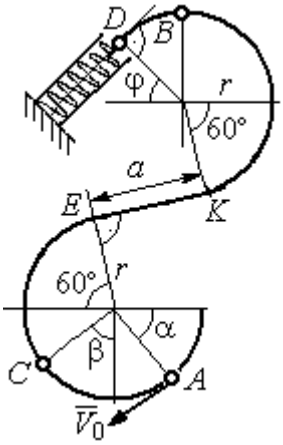
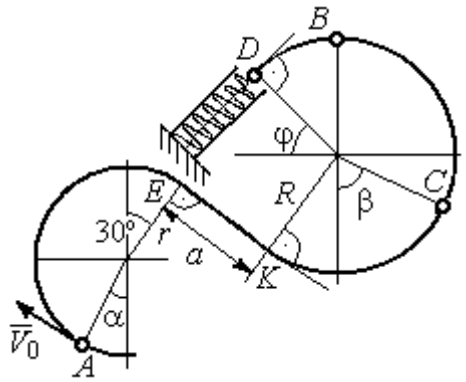
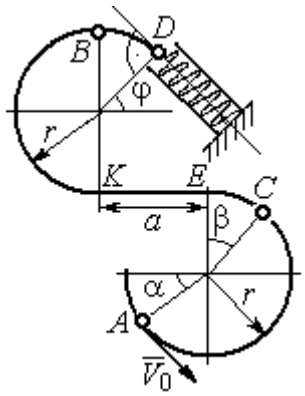
Варианты № 4, 14, 24	**Варианты № 5, 15, 25**	**Варианты № 6, 16, 26**
		

Рис. 4.15. Задание Д3. Исследование движения точки с применением теоремы об изменении кинетической энергии.
Номера вариантов задания 1 – 6, 11 – 16, 21 – 26

Окончание вариантов задания Д3

Варианты № 7, 17, 27	**Варианты № 8, 18, 28**
	

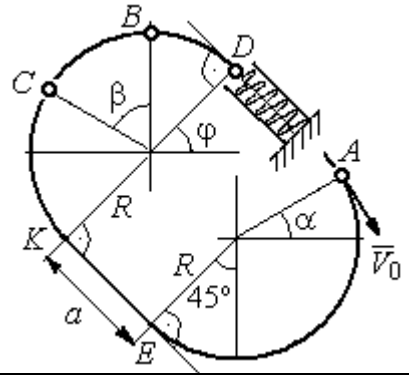
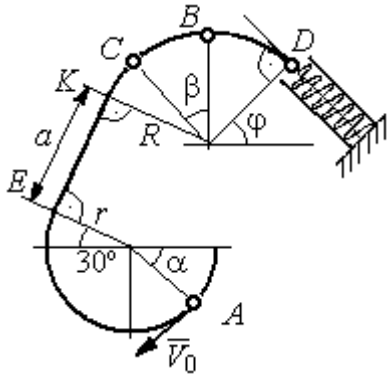
Варианты № 9, 19, 29	**Варианты № 10, 20, 30**
	

Рис. 4.16. Задание Д3. Исследование движения точки с применением теоремы об изменении кинетической энергии.
Номера вариантов задания 7 – 10, 17 – 20, 27 – 30

Таблица 4.3

Исходные данные задания Д3. Исследование движения точки с применением теоремы об изменении кинетической энергии

Номер варианта задания	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**	**13**	**14**	**15**
m, кг	0,8	0,5	0,6	0,4	1,0	0,6	0,9	0,5	0,3	0,4	0,8	0,6	0,5	0,3	1,0
α, град	30	45	0	30	30	0	0	45	30	0	60	30	30	45	60
β , град	60	30	60	0	60	30	60	60	30	45	30	60	60	30	30
φ, град	0	60	30	0	0	30	45	0	30	45	30	30	0	30	45
r, м	0,4	0,4	0,5	0,3	0,6	0,5	0,3	0,6	0,4	0,5	0,3	0,5	0,4	0,5	0,8
a, м	0,5	0,6	0,9	1,4	0,8	1,2	0,5	0,5	1,4	0,5	0,8	0,5	0,8	0,6	0,6
f	0,4	0,3	0,4	0,3	0,4	0,3	0,5	0,3	0,4	0,3	0,4	0,5	0,3	0,4	0,3
k	0,3	0,4	0,3	0,4	0,3	0,3	0,4	0,4	0,3	0,4	0,3	0,3	0,4	0,3	0,4
c, Н/м	100	80	90	80	120	100	90	80	60	80	90	60	80	60	110

Окончание табл. 4.3

Номер варианта задания	**16**	**17**	**18**	**19**	**20**	**21**	**22**	**23**	**24**	**25**	**26**	**27**	**28**	**29**	**30**
m, кг	0,6	0,5	0,6	0,4	0,8	0,5	0,4	1,0	0,6	0,5	0,4	0,8	0,4	0,6	0,8
α, град	60	30	0	45	60	90	90	60	60	90	30	60	60	45	90
β , град	60	30	45	90	60	45	90	60	60	30	30	60	60	0	60
φ, град	45	60	60	60	30	90	0	90	45	60	60	90	30	60	0
r, м	0,6	0,4	0,8	0,5	0,6	0,6	0,6	0,4	0,6	0,8	0,4	0,4	0,8	0,6	0,4
a, м	0,4	1,2	0,9	1,2	1,2	0,9	0,6	1,5	1,4	0,8	1,2	0,9	0,6	0,8	0,5
f	0,3	0,4	0,4	0,5	0,3	0,3	0,4	0,3	0,3	0,4	0,4	0,3	0,4	0,3	0,4
k	0,4	0,3	0,3	0,4	0,3	0,4	0,4	0,3	0,4	0,3	0,3	0,4	0,4	0,3	0,3
c, Н/м	80	60	90	60	100	90	80	110	80	60	60	80	60	80	100

Пример выполнения задания Д3. Исследование движения точки с применением теоремы об изменении кинетической энергии

Тонкий стержень, расположенный в вертикальной плоскости, состоит из двух дуг окружностей, сопряженных в точках *E* и *K* с прямолинейным отрезком *EK* длиной *a* = 0,6 м (рис. 4.17). Радиусы окружностей *R* = 1 м и *r* = 0,5 м. Диаметры дуг окружностей, проведённые в точках *E* и *K*, составляют с горизонтом угол 30°. На стержень надет шарик массой *m* = 0,5 кг. В точке *A*, положение которой на дуге радиуса *R* определяется углом α = 60° (см. рис. 4.17), шарику сообщают начальную скорость V_0, после чего он начинает движение. По дугам окружностей шарик скользит без трения. При движении по прямой *EK* на него действует постоянная сила трения с коэффициентом трения *f* = 0,2. Достигнув точки *D* на верхней дуге, шарик упирается в пружину жесткостью *c* = 100 Н/м и, двигаясь по сопряжённой прямой без трения, сжимает её. Найти величину максимального сжатия пружины, если наивысшее положение на траектории (точку *B*) шарик проходит со скоростью $V_B = kV_0$ при *k* = 0,3. При

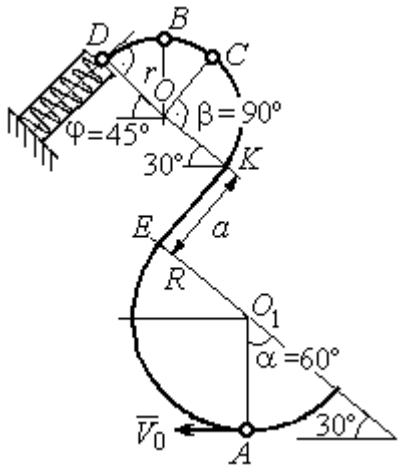


Рис. 4.17. Схема движения шарика

найденном значении начальной скорости рассчитать давление шарика на стержень в точке *C*, положение которой на дуге определяется углом $\beta = 90°$.

Решение

Рассмотрим движение шарика по стержню из начального положения *A* в наивысшее положение – точку *B*.

При движении шарика по дугам окружностей работу совершает только сила тяжести. Реакция гладкой поверхности стержня в любой момент времени перпендикулярна поверхности стержня, и потому её работа при перемещении шарика равна нулю.

На участке движении шарика по прямой *EK* на него действуют сила тяжести $\vec{P}$, нормальная реакция опоры $\vec{N}_{EK}$ и сила трения $\vec{F}_{\text{тр}}$ (рис. 4.18, *b*). Работу совершают сила тяжести и сила трения. Работа реакции опоры стержня равна нулю.

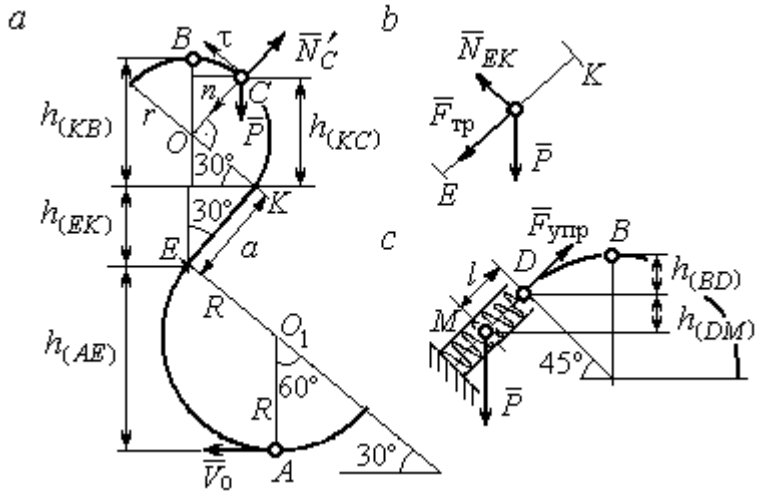


Рис. 4.18. Силы, действующие на шарик во время движения и перепады высот

Обозначим $h_{(AB)}$ – перепад высот точек *A* и *B* на траектории; V_A – начальная скорость шарика в точке *A*, $V_A = V_0$; V_B – его скорость в точке *B*, $V_B = 0{,}3V_0$.

Для вычисления перепада высот точек *A* и *B* имеем выражение (рис. 4.18, *a*):

$$h_{(AB)} = h_{(AE)} + h_{(EK)} + h_{(KB)} = R(1+\sin 30^\circ) + a\cos 30^\circ + r(1+\sin 30^\circ).$$

Будем считать шарик материальной точкой. Применяя теорему об изменении кинетической энергии точки при движении шарика из положения *A* в положение *B*, получим: $\frac{mV_B^2}{2} - \frac{mV_A^2}{2} = A(\vec{P}) + A(\vec{F}_{\text{тр}})$, где $A(\vec{P}) = -Ph_{(AB)}$,

$A(\vec{F}_{\text{тр}}) = -F_{\text{тр}}a$ – работы, соответственно, силы тяжести на участке движения *AB* и силы трения на отрезке *EK*. Сила трения равна $F_{\text{тр}} = f \cdot N_{EK} = f \cdot mg\cos 60^\circ$ (рис. 4.18, *a*, *b*).

В результате, теорема об изменении кинетической энергии точки при движении шарика из начального положения *A* в конечное положение *B* принимает вид: $\frac{m(0{,}3V_0)^2}{2} - \frac{mV_0^2}{2} = -\,mg\left[(R+r)(1+\sin 30^\circ) + a(\cos 30^\circ + f \cdot \cos 60^\circ)\right]$.

После подстановки данных задачи, получим: $0{,}91V_0^2 = 55{,}517$, откуда находим необходимое значение начальной скорости шарика: $V_0 = 7{,}81$ м/с.

Найдём давление шарика на стержень в точке *C*.

Проведём в точке *C* оси естественной системы координат – касательную $C\tau$ и нормаль Cn (рис. 4.18, *a*). Уравнение движения шарика в точке *C* в проекции на нормальную ось имеет вид: $m\frac{V_C^2}{r} = P\cos 30^\circ - N'_C$, где V_C – скорость шарика в точке *C*, N'_C – реакция стержня, приложенная к шарику. Направление реакции на рис. 4.18, *a* соответствует предположению, что шарик давит на стержень в направлении центра дуги окружности.

Для определения скорости шарика в точке *C* воспользуемся тем, что скорость шарика в точке *B* уже известна, и применим теорему об изменении кинетической энергии при движении шарика из начального положения *C* в конечное положение *B*. На этом участке движения работу совершает только сила тяжести шарика. Получим $\frac{mV_B^2}{2} - \frac{mV_C^2}{2} = -Ph_{(CB)}$, где V_C, V_B – значения скорости шарика в точках *C* и *B*; $h_{(CB)}$ – перепад высот точек *C* и *B*; $h_{(CB)} = r(1-\sin 30^\circ) = 0{,}5r$ (см. рис. 4.18, *a*). В результате теорема об изменении кинетической энергии принимает вид: $mV_C^2 = mV_B^2 + 2mgh_{(CB)}$ или $V_C^2 = V_B^2 + gr$. Отсюда, при условии $V_B = 0{,}3V_0 = 2{,}34$ м/с, найдём $V_C = 3{,}22$ м/с.

Реакция опоры шарика: $N'_C = P\cos 30^\circ - m\dfrac{V_C^2}{r} = -6{,}12$ Н.

Отрицательное значение реакции опоры шарика означает, что вектор реакции $\vec{N}'_C$ в точке C (см. рис. 4.18, *а*) направлен в противоположную сторону. Давление шарика на стержень в точке C равно модулю реакции опоры.

Найдём величину максимального сжатия пружины.

Рассмотрим движение шарика на участке от точки *B* до положения максимально сжатой пружины – точки *M*. Движение на этом участке происходит по дуге окружности *BD* и по прямой *DM*. При этом сила тяжести совершает работу на всём участке движения, а сила упругости – на отрезке сжатия пружины. Обозначим величину максимального сжатия пружины $MD = l$.

По теореме об изменении кинетической энергии точки при движении шарика из положения *B* в *M* получим: $\dfrac{mV_M^2}{2} - \dfrac{mV_B^2}{2} = A(\vec{P}) + A(\vec{F}_{\text{упр}})$, где V_M, V_B – скорость шарика в точках *M* и *B*. Работа силы тяжести $A(\vec{P}) = Ph_{(BM)} =$ $= P\left[h_{(BD)} + h_{(DM)}\right] = mg\left[r\left(1 - \cos 45^\circ\right) + l\cos 45^\circ\right]$. Работа силы упругости на прямолинейном участке *DM* длиной *l*: $A(\vec{F}_{\text{упр}}) = -\dfrac{cl^2}{2}$. Условие максимального сжатия пружины означает, что в точке *M* скорость шарика обращается в нуль: $V_M = 0$, тогда теорема об изменении кинетической энергии точки принимает вид: $-\dfrac{mV_B^2}{2} = mg\left[r\left(1 - \cos 45^\circ\right) + l\cos 45^\circ\right] - \dfrac{cl^2}{2}$. Подставляя данные задачи и с учётом того, что скорость шарика в наивысшей точке *B* найдена из предыдущих рассуждений $V_B = 2{,}34$ м/с, получим квадратное уравнение для определения величины максимального сжатия пружины $50l^2 - 3{,}468l - 2{,}085 = 0$. В качестве ответа принимается положительный корень уравнения $l = 0{,}24$ м.

5. ДИНАМИКА МЕХАНИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ

5.1. Описание движений твёрдых тел на основе общих теорем динамики системы

Поступательное движение твердого тела описывается теоремой о движении центра масс механической системы. В проекциях на координатные оси дифференциальные уравнения поступательного движения твердого тела имеют вид: $m\ddot{x}_C = \sum F^e_{kx}$, $m\ddot{y}_C = \sum F^e_{ky}$, $m\ddot{z}_C = \sum F^e_{kz}$, где m – масса тела; x_C, y_C, z_C – координаты центра масс тела; F^e_{kx}, F^e_{ky}, F^e_{kz} – проекции на оси координат внешних сил, действующих на твердое тело.

Вращательное движение твердого тела относительно неподвижной оси z описывается теоремой об изменении кинетического момента.

Дифференциальное уравнения вращательного движения тела имеет вид:

$$J_z \frac{d\omega}{dt} = \sum M_z(\vec{F}^e_k) \quad \text{или} \quad J_z\ddot{\varphi} = \sum M_z(\vec{F}^e_k),$$

где ω – угловая скорость тела; $\omega = \dot{\varphi}$; φ – угол поворота тела; $\sum M_z(\vec{F}^e_k)$ – моменты внешних сил относительно оси z; J_z – момент инерции тела относительно оси z.

Уравнение вращательного движения можно представить в алгебраической форме: $J_z\varepsilon = \sum M_z(\vec{F}^e_k)$, где ε – угловое ускорение тела; $\varepsilon = \dot{\omega}$.

Плоскопараллельное движение твердого тела описывается на основании теорем о движении центра масс и изменении кинетического момента относительно оси, проходящей через центр масс перпендикулярно плоскости движения. В проекции на координатные оси уравнения плоскопараллельного движения тела имеют вид:

$$ma_{Cx} = \sum F^e_{kx}, \quad ma_{Cy} = \sum F^e_{ky}, \quad J_{zC}\varepsilon = \sum M_{zC}(\vec{F}^e_k),$$

где a_{Cx}, a_{Cy} – проекции ускорения центра масс тела на координатные оси; F^e_{kx},

F_{ky}^{e} – проекции на оси координат внешних сил, действующих на тело; J_{zC} – момент инерции тела относительно оси *z*, проходящей через центр масс, перпендикулярно плоскости движения; ε – угловое ускорение тела; $M_{zC}(\vec{F}_k^{e})$ – моменты внешних сил относительно оси, проходящей через центр масс.

Проводя динамический расчет механической системы, следует рассматривать движение тел системы в отдельности, предварительно освободив их от связей и заменив действие связей реакциями. Далее на основании общих теорем динамики системы следует составить уравнения движения каждого тела.

5.2. Задание Д4. Динамический расчет механической системы

Механизм состоит из трёх тел – груза 1, катка 2 и блока 3, соединенных нерастяжимыми нитями или невесомыми стержнями.

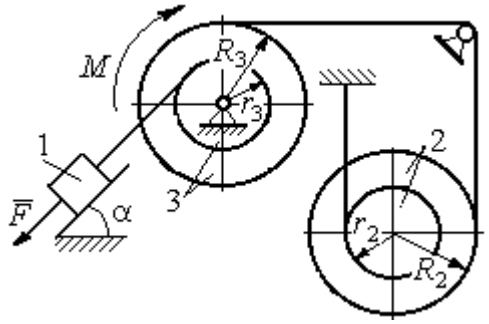
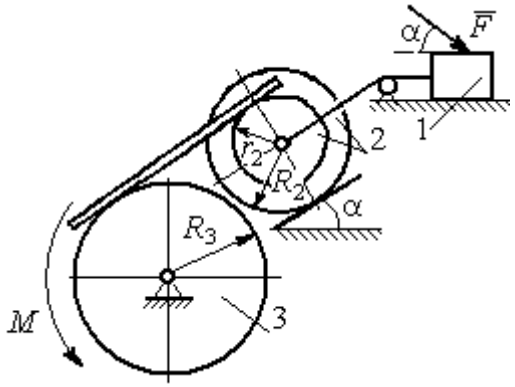
Движение механизма происходит в вертикальной плоскости под действием сил тяжести $\vec{P}_1$, $\vec{P}_2$, $\vec{P}_3$, силы $\vec{F}$ и пары сил с моментом *M*. Направление действия силы $\vec{F}$ определяется углом α. Качение катка 2 происходит без скольжения. Проскальзывание между дисками и соединяющими их невесомыми стержнями или нитями отсутствует.

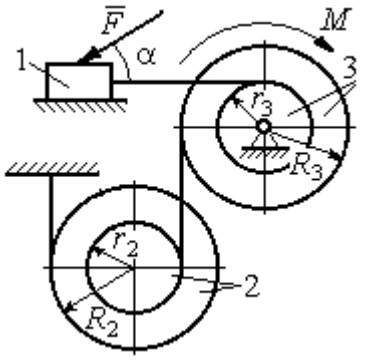
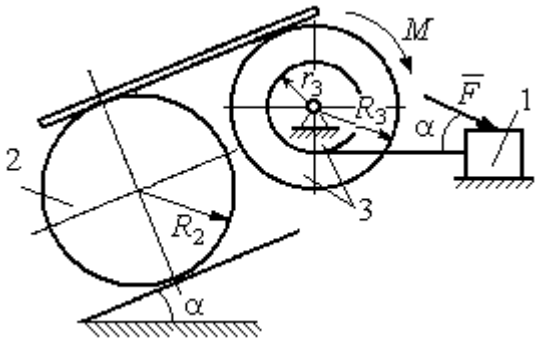
Радиусы ступеней катка 2 и блока 3 на схемах обозначены R_2, r_2 и R_3, r_3.

Сплошные диски считать однородными. Радиусы инерции неоднородных (ступенчатых) дисков относительно осей, проходящих через центры масс перпендикулярно плоскости движения, равны i_{z2}, i_{z3}.

Найти ускорение груза 1 и динамические реакции, действующие на ось блока 3.

Варианты заданий представлены на рис. 5.1, 5.2. Исходные данные приведены в табл. 5.1.

Варианты № 1, 11, 21	Варианты № 2, 12, 22
	

Варианты № 3, 13, 23	Варианты № 4, 14, 24
	

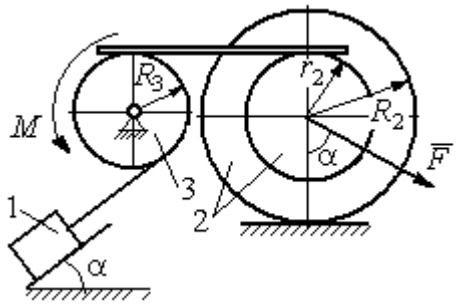
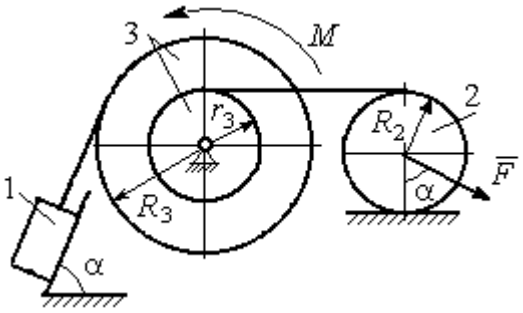
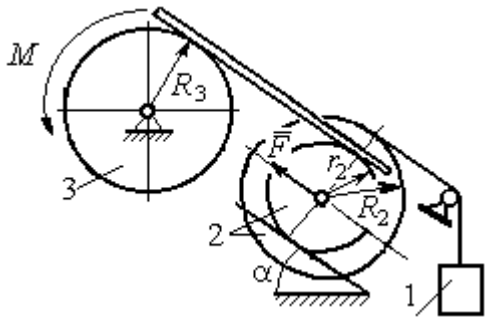
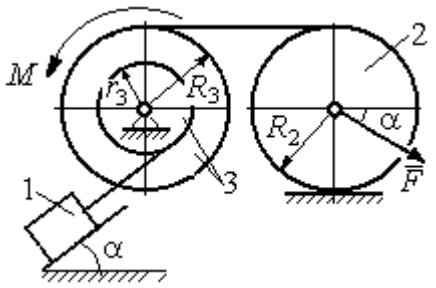
Варианты № 5, 15, 25	Варианты № 6, 16, 26
	

Рис. 5.1. Задание Д4. Динамический расчёт механической системы.
Номера вариантов задания 1 – 6, 11 – 16, 21 – 26

Окончание вариантов задания Д4

Варианты № 7, 17, 27	**Варианты № 8, 18, 28**
	

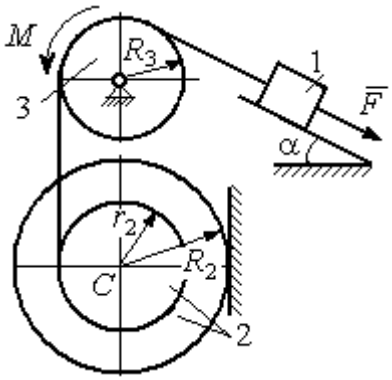
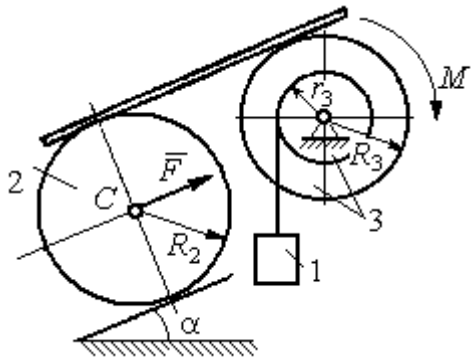
Варианты № 9, 19, 29	**Варианты № 10, 20, 30**
	

Рис. 5.2. Задание Д4. Динамический расчёт механической системы.
Номера вариантов задания 7 – 10, 17 – 20, 27 – 30

Таблица 5.1

Исходные данные задания Д4. Динамический расчёт механической системы

Номер варианта задания	P_1, Н	P_2, Н	P_3, Н	F, Н	M, Н·м	α, град	R_2, м	r_2, м	R_3, м	r_3, м	i_{z2}, м	i_{z3}, м
1	P	P	$2P$	P	$2Pr$	60	$3r$	r	$2r$	r	$2r$	$r\sqrt{2}$
2	$3P$	P	$3P$	$3P$	Pr	30	$2r$	r	$2r$	–	$2r$	–
3	$4P$	$3P$	$4P$	$2P$	$2Pr$	60	$2r$	r	$2r$	r	$2r$	$2r$
4	$2P$	$2P$	$4P$	P	$4Pr$	45	$3r$	–	$3r$	r	–	$r\sqrt{2}$
5	P	$3P$	$3P$	$2P$	$3Pr$	30	$3r$	r	r	–	$2r$	–
6	P	$2P$	$4P$	$4P$	$6Pr$	60	$3r$	–	$3r$	r	–	$r\sqrt{2}$
7	P	$2P$	$3P$	$2P$	$3Pr$	45	$3r$	r	r	-	$r\sqrt{3}$	–

Окончание табл. 5.1

Номер варианта задания	P_1, Н	P_2, Н	P_3, Н	F, Н	M, Н·м	α, град	R_2, м	r_2, м	R_3, м	r_3, м	i_{z2}, м	i_{z3}, м
8	$2P$	$3P$	$3P$	P	$3Pr$	30	$2r$	–	$2r$	r	–	$r\sqrt{3}$
9	$3P$	P	$3P$	P	$2Pr$	30	$2r$	r	$2r$	–	$r\sqrt{2}$	–
10	P	P	$3P$	P	$2Pr$	60	$3r$	–	$3r$	r	–	$r\sqrt{3}$
11	P	P	$3P$	$2P$	$3Pr$	30	$3r$	$2r$	$2r$	r	$r\sqrt{2}$	$r\sqrt{2}$
12	$2P$	P	$2P$	$4P$	Pr	60	$3r$	r	$3r$	–	$r\sqrt{3}$	–
13	$3P$	P	$3P$	$3P$	$2Pr$	30	$3r$	$2r$	$2r$	r	$2r$	$r\sqrt{2}$
14	$2P$	P	$3P$	$2P$	$4Pr$	60	$2r$	–	$3r$	$2r$	–	$2r$
15	P	$2P$	$4P$	P	$4Pr$	45	$3r$	$2r$	$2r$	–	$r\sqrt{3}$	–
16	P	$3P$	$4P$	$2P$	$3Pr$	30	$2r$	–	$2r$	r	–	$r\sqrt{2}$
17	P	P	$3P$	$2P$	$6Pr$	60	$3r$	r	$3r$	-	$r\sqrt{3}$	
18	$2P$	$2P$	$3P$	P	$3Pr$	60	$2r$	–	$3r$	r	–	$r\sqrt{2}$
19	$2P$	P	$2P$	$3P$	$4Pr$	30	$3r$	r	$3r$	–	$2r$	–
20	P	P	$3P$	P	$2Pr$	45	$2r$	–	$2r$	r	–	$r\sqrt{3}$
21	$2P$	P	$4P$	$2P$	$4Pr$	60	$2r$	r	$3r$	r	$r\sqrt{2}$	$2r$
22	P	P	$2P$	$5P$	$2Pr$	45	$3r$	$2r$	$2r$	–	$2r$	–
23	$2P$	$2P$	$3P$	$3P$	$2Pr$	60	$3r$	r	$2r$	r	$2r$	$r\sqrt{2}$
24	$4P$	P	$3P$	P	$3Pr$	30	$2r$	–	$3r$	r	–	$r\sqrt{3}$
25	P	$3P$	$2P$	P	$2Pr$	60	$3r$	r	r	–	$r\sqrt{3}$	–
26	P	$3P$	$4P$	$3P$	$3Pr$	45	$2r$	–	$3r$	$2r$	–	$r\sqrt{3}$
27	P	P	$4P$	$2P$	$4Pr$	30	$2r$	r	$2r$	-	$r\sqrt{3}$	
28	$2P$	$3P$	$3P$	P	$6Pr$	30	$2r$	–	$3r$	$2r$	–	$r\sqrt{2}$
29	$2P$	P	$2P$	$2P$	$2Pr$	45	$2r$	r	r	–	$2r$	–
30	P	P	$4P$	P	$4Pr$	60	$3r$	–	$3r$	$2r$	–	$2r$

Пример выполнения задания Д4. Динамический расчёт механической системы

Механизм (рис. 5.3) состоит из груза 1, однородного диска – катка 2 и неоднородного диска – блока 3, соединённых друг с другом нерастяжимыми нитями. Система движется в вертикальной плоскости из состояния покоя.

Движение происходит под действием сил тяжести $\vec{P}_1$, $\vec{P}_2$, $\vec{P}_3$, равных по модулю: $P_1 = 2P$, $P_2 = 2P$, $P_3 = 3P$, силы $\vec{F}$, приложенной в центре масс катка 2, равной по величине: $F = 3P$, и пары сил с моментом $M = Pr$,

приложенных к блоку 3. Механизм является неизменяемой механической системой. Радиус катка 2 $R_2 = 2r$. Качение катка по наклонной плоскости происходит без проскальзывания. Радиусы ступенчатого блока 3: $R_3 = 3r$, $r_3 = r$. Радиус инерции блока 3 $i_3 = r\sqrt{3}$.

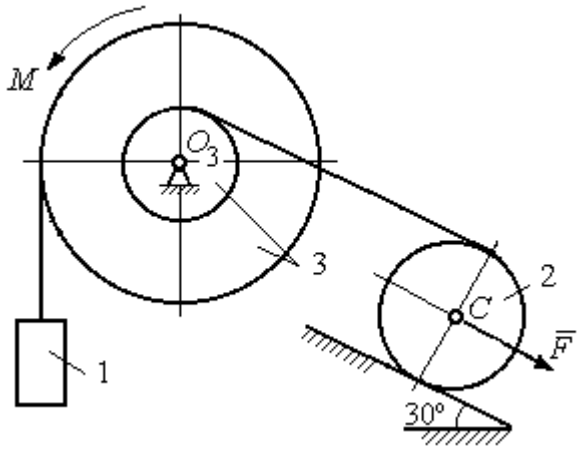


Рис. 5.3. Схема механической системы

Применяя метод динамического расчета механической системы найти ускорение груза 1 и динамические реакции, действующие на ось вращающегося блока 3.

Решение

Освобождаем систему от связей. На рис. 5.4 изображены внешние силы, действующие на каждое тело, после освобождения его от связей.

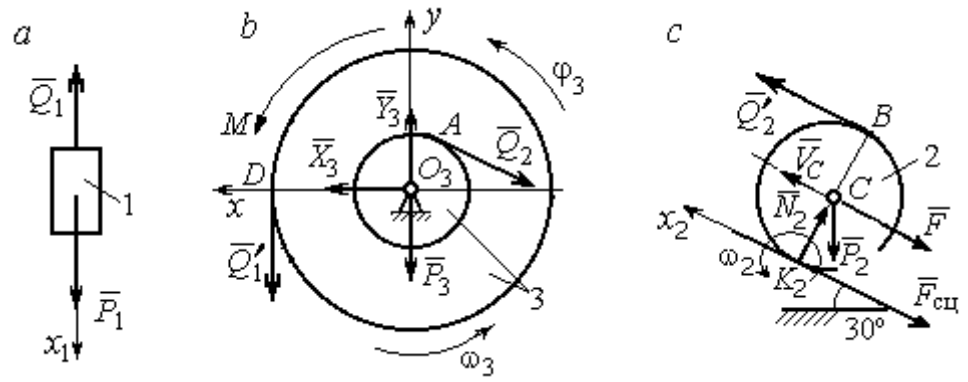


Рис. 5.4. Расчетные схемы для описания движения тел, входящих в систему:
a – поступательное движение груза 1; *b* – вращательное движение блока 3;
c – плоское движение катка 2

Груз 1 совершает поступательное движение. К нему приложены сила тяжести $\vec{P}_1$ и реакция нити $\vec{Q}_1$ (рис. 5.4, *a*). Предположим, груз 1 движется вниз, и направим ось x_1 в сторону движения груза.

Уравнение движения груза в проекции на ось x_1 в соответствии с теоремой о движении центра масс механической системы имеет вид:

$$m_1 a_1 = \sum F_{kx} = P_1 - Q_1 = 2P - Q_1,$$

где m_1, a_1 – соответственно, масса груза 1 и его ускорение, $m_1 = \frac{P_1}{g} = \frac{2P}{g}$.

Блок 3 вращается вокруг неподвижной оси *z*, проходящей через его центр масс O_3, перпендикулярно плоскости диска. Направление вращения блока, соответствующее выбранному движению вниз груза 1, показано на рис. 5.4, *b* дуговой стрелкой ω_3.

На блок действуют сила тяжести $\vec{P}_3$, силы реакции подшипника $\vec{X}_3$, $\vec{Y}_3$, момент *M* и реакции нитей $\vec{Q}_1'$ и $\vec{Q}_2$ (см. рис. 5.4, *b*). При составлении уравнения вращательного движения блока 3 моменты сил считаем положительными, если они поворачивают блок в сторону его вращения.

Уравнение вращения блока 3 имеет вид:

$$J_{zO_3} \varepsilon_3 = \sum M_{zO_3}(F_k) = Q_1' R_3 + M - Q_2 r_3 = Q_1 3r + Pr - Q_2 r,$$

где J_{zO_3} – момент инерции блока 3 относительно оси *z*; ε_3 – угловое ускорение диска 3, $J_{zO_3} = m_3 i_3^2 = \frac{P_3}{g}(r\sqrt{3})^2 = \frac{9Pr^2}{g}$.

Каток 2 совершает плоскопараллельное движение. К нему приложены сила тяжести $\vec{P}_2$, сила $\vec{F}$, реакция нити $\vec{Q}_2'$ и реакция наклонной плоскости, состоящая из нормальной реакции опоры $\vec{N}_2$ и силы сцепления катка с поверхностью $\vec{F}_{\text{сц}}$. Согласно принципу равенства действия и противодействия, модули сил $\vec{Q}_2$ и $\vec{Q}_2'$ равны. На рис. 5.4, *c* показаны направления действия сил, приложенных к диску 2. В соответствии с направлением движения груза 1, центр масс катка 2 движется вверх параллельно наклонной плоскости. Направление движения центра масс катка 2 показано направлением оси x_2. Направление вращения катка 2 показано дуговой стрелкой угловой скорости ω_2 (см. рис 5.4, *c*).

Плоскопараллельное движение катка 2 описывается уравнением движения его центра масс и уравнением вращения вокруг оси, проходящей через

центр масс, перпендикулярно плоскости диска. Составляя уравнение движения, получим:

$$m_2 a_C = Q_2' - F - F_{\text{сц}} - P_2 \cos 60^\circ = Q_2 - 3P - F_{\text{сц}} - P,$$

$$J_C \varepsilon_2 = Q_2' R_2 + F_{\text{сц}} R_2 = Q_2 2r + F_{\text{сц}} 2r,$$

где m_2 – масса катка 2, $m_2 = \frac{P_2}{g} = \frac{2P}{g}$; a_C, ε_2 – ускорение центра масс и угловое ускорение катка 2; J_C – момент инерции однородного катка 2 относительно оси, проходящей через центр масс, перпендикулярно плоскости диска, $J_C = \frac{m_2 R_2^2}{2} = \frac{P R_2^2}{g} = \frac{4 P r^2}{g}$. В уравнении вращательного движения диска момент силы считается положительным, если создаваемый им поворот направлен в сторону вращения диска,

К системе четырех уравнений, описывающих движения тел в системе, необходимо добавить уравнения связей. Если предположить, что скорость центра масс катка 2 равна V_C, то угловая скорость катка определится по формуле: $\omega_2 = \frac{V_C}{CK_2} = \frac{V_C}{R_2}$, где CK_2 – расстояние от центра масс катка 2 до его мгновенного центра скоростей (см. рис. 5.4, *c*). Продифференцировав по времени последнее равенство, получим уравнение связи между ускорением центра масс катка 2 и его угловым ускорением: $\varepsilon_2 = \dot{\omega}_2 = \frac{\dot{V}_C}{R_2} = \frac{a_C}{R_2} = \frac{a_C}{2r}$.

Скорость точки *B* катка 2 (см. рис. 5.4, *c*) $V_B = \omega_2 \cdot BK_2 = \frac{V_C}{R_2} 2R_2 = 2V_C$.

Точка *B* катка 2 и точка *A* блока 3 соединены нитью (см. рис. 5.3), поэтому их скорости равны. Приравняв скорости точек *A* и *B*, получим равенство: $2V_C = V_B = V_A = \omega_3 r_3 = \omega_3 r$, откуда $\omega_3 = \frac{2V_C}{r}$. После дифференцирования последнего выражения найдём соотношение между ускорениями: $\varepsilon_3 = \frac{2a_C}{r}$.

Скорость груза 1 связана со скоростью центра масс диска 2 следующим образом: $V_1 = V_D = \omega_3 R_3 = \dfrac{2V_C}{r} 3r = 6V_C$. Тогда $a_1 = 6a_C$.

В результате получены четыре уравнения, описывающие движение тел в системе:

$$\frac{2P}{g} a_1 = 2P - Q_1, \quad \frac{9Pr^2}{g} \varepsilon_3 = Q_1 3r + Pr - Q_2 r;$$

$$\frac{2P}{g} a_C = Q_2 - 3P - F_{\text{сц}} - P, \quad \frac{4Pr^2}{g} \varepsilon_2 = Q_2 2r + F_{\text{сц}} 2r$$

и три уравнения связей: $\varepsilon_2 = \dfrac{a_C}{2r}$, $\varepsilon_3 = \dfrac{2a_C}{r}$, $a_1 = 6a_C$.

После подстановки уравнений связи в уравнения движения тел получим систему четырёх уравнений с четырьмя неизвестными:

$$\frac{12P}{g} a_C = 2P - Q_1, \quad \frac{18P}{g} a_C = 3Q_1 + P - Q_2,$$

$$\frac{2P}{g} a_C = Q_2 - 4P - F_{\text{сц}}, \quad \frac{P}{g} a_C = Q_2 + F_{\text{сц}},$$

которая может быть решена любым известным из курса математики способом.

Например, исключив из первых двух уравнений величину Q_1, а из третьего и четвёртого уравнений – величину $F_{\text{сц}}$, получим систему двух уравнений с двумя неизвестными:

$$\frac{54P}{g} a_C = 7P - Q_2, \; \frac{3P}{g} a_C = 2Q_2 - 4P,$$

откуда $a_C = \dfrac{10}{111} g$, $Q_2 = \dfrac{79}{37} P$. Величину натяжения нити Q_1 находим из первого уравнения исходной системы: $Q_1 = \dfrac{34}{37} P$.

Для вычисления динамической реакции R_3 оси блока 3 заметим, что центр масс блока 3 неподвижен и его ускорение равно нулю, $\vec{a}_{O_3} = 0$. Тогда уравнения движения центра масс блока 3 в проекциях на оси x, y имеют вид :

$$m_3 a_{O_3 x} = X_3 - Q_2 \cos 30^\circ = 0,\ m_3 a_{O_3 y} = Y_3 - Q_1 - P_3 - Q_2 \cos 60^\circ = 0,$$

где X_3, Y_3, – проекции реакции R_3 оси вращающегося блока 3 на оси x, y (см. рис. 5.4, *b*). Отсюда, с учетом значений $Q_1 = 0{,}919P$ и $Q_2 = 2{,}135P$, проекции динамической реакции оси блока 3: $X_3 = Q_2 \cos 30^\circ = 1{,}85P$, $Y_3 = Q_1 + P_3 + Q_2 \cos 60^\circ = 4{,}98P$. Полная величина динамической реакции оси блока 3: $R_3 = \sqrt{X_3^2 + Y_3^2} = 5{,}31P$.

5.3. Теорема об изменении кинетической энергии системы

Кинетическая энергия тела при поступательном движении: $T = \frac{1}{2} m V_C^2$, где m – масса тела; V_C – скорость центра масс тела. **Кинетическая энергия тела при вращательном движении** вокруг неподвижной оси z: $T = \frac{1}{2} J_z \omega^2$, где J_z – момент инерции тела относительно оси z; ω – угловая скорость тела. Для дисков с равномерно распределённой массой момент инерции относительно оси z, проходящей через центр масс: $J_z = \frac{1}{2} m R^2$, где R – радиус диска. Для тел с неравномерно распределённой массой $J_z = m i_z^2$, где i_z – радиус инерции. **Кинетическая энергия тела при плоскопараллельном движении:** $T = \frac{1}{2} m V_C^2 + \frac{1}{2} J_{zC} \omega^2$, где m – масса тела; V_C, ω – скорость центра масс и угловая скорость тела; J_{zC} – момент инерции тела относительно оси z, проходящей через центр масс перпендикулярно плоскости движения.

Работа постоянной по модулю и направлению силы $\vec{F}$ на конечном прямолинейном перемещении S точки приложения силы: $A(F) = FS\cos\alpha$, где α – угол между вектором силы и перемещением. Если угол α острый, работа

положительна. Если тупой – отрицательна. При $\alpha = 90°$ сила перпендикулярна перемещению точки и работа силы равна нулю.

Работа пары сил с постоянным моментом M при повороте тела на конечный угол φ: $A = \pm M\varphi$, где φ – угол поворота тела. Работа считается положительной, если пара сил стремится повернуть тело в направлении его вращения, и отрицательной – в противном случае.

Мощностью силы $\vec{F}$ называют величину $N(F)$, равную скалярному произведению силы на скорость точки её приложения: $N(F) = \vec{F} \cdot \vec{V} = F \cdot V\cos\alpha$, где V – скорость точки приложения силы; α – угол между вектором силы и вектором скорости точки приложения силы.

При плоском движении тела мощность силы выражается суммой скалярных произведений векторов: $N = \vec{F} \cdot \vec{V}_O + \vec{M}_O(\vec{F}) \cdot \vec{\omega} = F \cdot V_O\cos\alpha \pm F h_O \omega$, где $\vec{V}_O$ – вектор скорости точки, выбранной полюсом; $\vec{\omega}$ – вектор угловой скорости тела; $\vec{M}_O$ – вектор момента силы $\vec{F}$ относительно полюса; h_O – плечо силы $\vec{F}$ относительно полюса *O*.

Теорема об изменении кинетической энергии системы в дифференциальной форме. Производная по времени от кинетической энергии системы равна сумме мощностей внешних и внутренних сил $\frac{dT}{dt} = \sum N(\vec{F}_k^e) + \sum N(\vec{F}_k^i)$, где T – кинетическая энергия системы; $\sum N(\vec{F}_k^e)$, $\sum N(\vec{F}_k^i)$ – сумма мощностей, соответственно, внешних и внутренних сил.

Теорема об изменении кинетической энергии системы на конечном перемещении. Изменение кинетической энергии системы на её конечном перемещении равно сумме работ внешних и внутренних сил, действующих на систему $T - T_0 = \sum A(\vec{F}_k^e) + \sum A(\vec{F}_k^i)$, где T, T_0 – кинетическая энергия системы, соответственно, в текущем и начальном состояниях; $\sum A(\vec{F}_k^e)$, $\sum A(\vec{F}_k^i)$ – сум-

ма работ внешних и внутренних сил при перемещении системы из начального состояния в текущее.

Механические системы, состоящие из абсолютно твердых тел, соединенных гибкими нерастяжимыми нитями, называются **неизменяемыми**. В неизменяемых системах сумма работ внутренних сил и, следовательно, сумма мощностей этих сил равны нулю. Поэтому для таких систем в теореме об изменении кинетической энергии достаточно учитывать только внешние силы.

5.4. Задание Д5. Исследование движения механической системы с применением теоремы об изменении кинетической энергии

Неизменяемая механическая система состоит из ступенчатого и однородного дисков, соединённых нерастяжимой нитью или невесомым стержнем. Нити и стержни, соединяющие диски, параллельны плоскостям качения дисков. Качение дисков без скольжения. Скольжение между невесомым стержнем и дисками отсутствует.

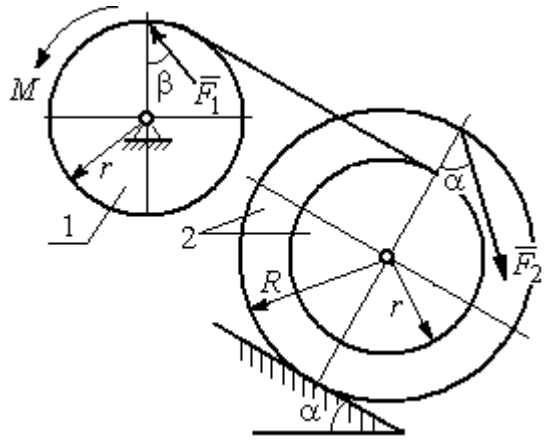
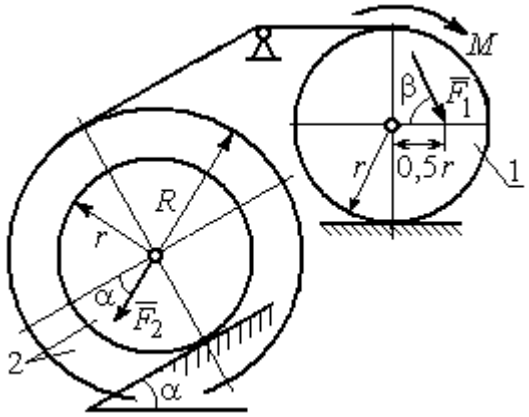
Вес дисков P_1 и P_2. Система движется в вертикальной плоскости под действием сил тяжести $\vec{P}_1$, $\vec{P}_2$, сил $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ и пары сил с моментом *M*. Направления действия сил $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ и наклон плоскости (если он есть) определяются углами α или β, показанными на схемах механизмов.

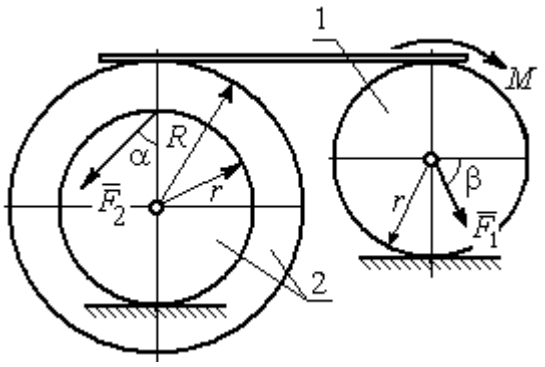
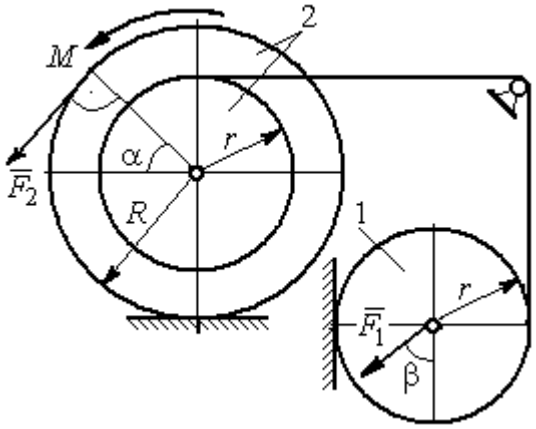
Радиус однородного диска *r*. Радиусы ступеней ступенчатого диска *R* и *r*. Радиус инерции ступенчатого диска относительно оси, проходящей через центр масс перпендикулярно плоскости движения, равен i_z.

1. Найти ускорение центра масс диска 2.

2. Найти реакцию опоры диска 2 на плоскость (её нормальную составляющую и силу сцепления диска с плоскостью).

Варианты задания приведены на рис. 5.5, 5.6, исходные данные представлены в табл. 5.2.

Варианты № 1, 11, 21	Варианты № 2, 12, 22
	

Варианты № 3, 13, 23	Варианты № 4, 14, 24
	

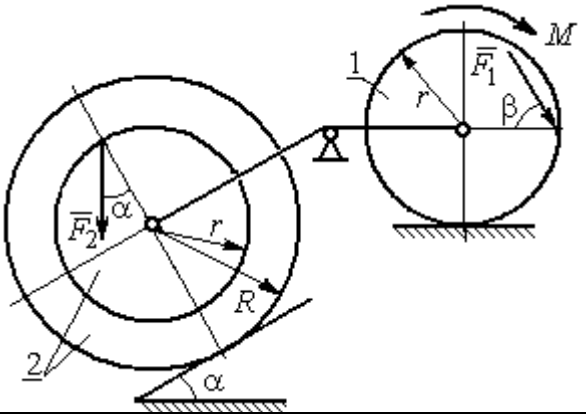
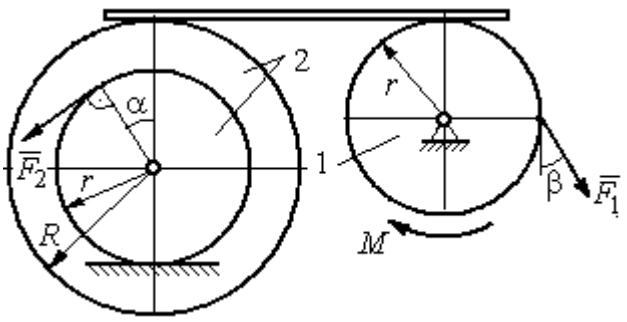
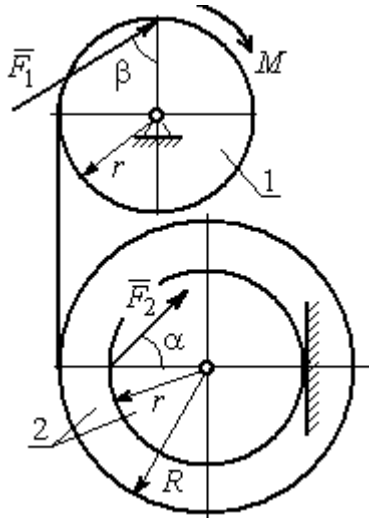
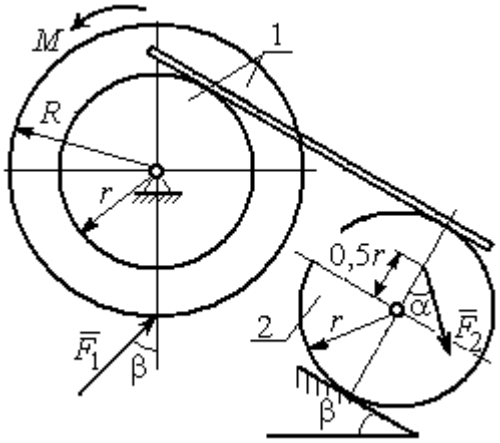
Вариант № 5, 15, 25	Варианты № 6, 16, 26
	

Рис. 5.5. Задание Д5. Исследование движения механической системы с применением теоремы об изменении кинетической энергии. Варианты задания 1 – 6, 11 – 16, 21 – 26

Окончание вариантов задания Д5

Варианты № 7, 17, 27	**Варианты № 8, 18, 28**
	

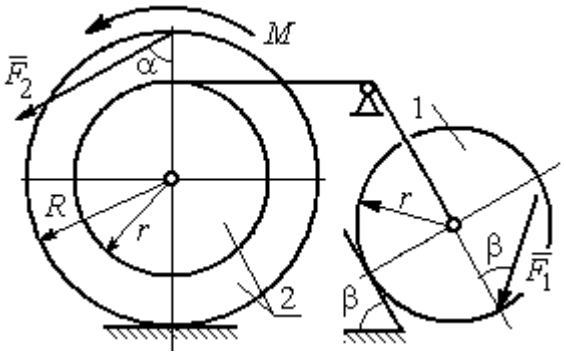
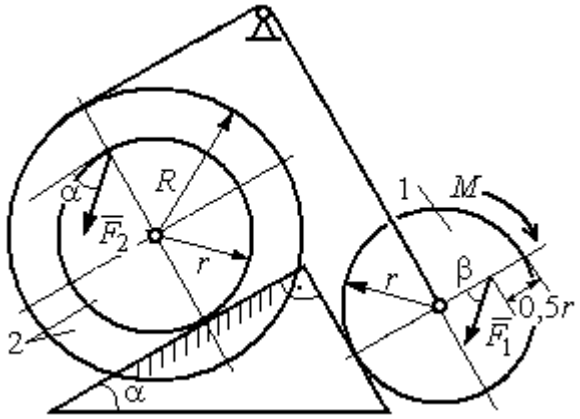
Варианты № 9, 19, 29	**Варианты 10, 20, 30**
	

Рис. 5.6. Задание Д5. Исследование движения механической системы с применением теоремы об изменении кинетической энергии. Варианты задания 7 – 10, 17 – 20, 27 – 30

Таблица 5.2

Исходные данные задания Д5. Исследование движения механической системы с применением теоремы об изменении кинетической энергии

Номер варианта задания	P_1, Н	P_2, Н	F_1, Н	F_2, Н	M, Н·м	α, град	β, град	R, м	r, м	i_z, м
1	10	20	15	20	25	30	60	0,4	0,3	0,3
2	20	30	10	20	20	60	30	0,6	0,3	0,4
3	10	15	12	20	25	60	60	1,2	0,6	0,8
4	12	25	20	25	35	30	30	1,5	0,5	1,2

Окончание табл. 5.2

Номер варианта задания	P_1, Н	P_2, Н	F_1, Н	F_2, Н	M, Н·м	α, град	β, град	R, м	r, м	i_z, м
5	15	20	10	20	30	60	30	0,8	0,4	0,7
6	18	20	18	22	22	45	60	1,2	0,4	0,9
7	15	25	10	8	20	45	45	0,9	0,6	0,7
8	25	22	10	12	30	45	60	1,0	0,8	0,9
9	12	25	18	10	32	30	30	0,8	0,6	0,7
10	10	15	8	10	28	60	30	1,4	0,7	1,2
11	15	22	20	25	30	60	45	0,6	0,4	0,5
12	20	25	15	40	30	30	60	0,8	0,4	0,6
13	10	20	10	25	30	45	30	1,0	0,5	0,9
14	12	15	18	15	25	30	30	0,9	0,3	0,8
15	20	25	20	20	30	45	60	1,0	0,5	0,8
16	10	15	10	15	16	60	45	1,2	0,4	1,1
17	18	25	12	10	30	30	30	1,5	0,9	1,3
18	25	20	10	15	20	60	60	0,8	0,5	0,7
19	12	25	10	10	32	60	60	1,2	0,9	1,1
20	15	20	8	20	25	30	45	0,8	0,4	0,7
21	10	25	25	15	30	45	30	0,7	0,5	0,6
22	18	20	20	20	35	60	45	1,4	0,7	0,9
23	10	15	10	30	30	30	30	1,4	0,7	0,8
24	10	15	12	20	20	30	30	1,2	0,4	0,8
25	12	18	20	18	30	60	30	1,2	0,6	1,1
26	10	12	12	15	15	30	30	0,9	0,3	0,8
27	15	22	10	12	20	45	60	0,8	0,6	0,7
28	22	20	8	16	8	30	45	0,6	0,2	0,4
29	18	25	10	8	32	60	60	1,2	0,8	1,1
30	20	25	8	20	28	30	30	0,8	0,4	0,6

Пример выполнения задания Д5. Исследование движения механической системы с применением теоремы об изменении кинетической энергии

Механическая система состоит из ступенчатого и однородного дисков, соединённых невесомым стержнем (рис. 5.7). Система движется в вертикальной плоскости под действием сил тяжести, сил $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ и пары сил с моментом M. Направления действия сил $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ определяются углами α и β.

Диск 1 вращается вокруг неподвижной оси O_1. Диск 2 катится прямолинейно по горизонтальной поверхности. Качение диска 2 без проскальзывания.

Невесомый стержень, соединяющий диски, расположен горизонтально. Скольжение между стержнем и дисками отсутствует.

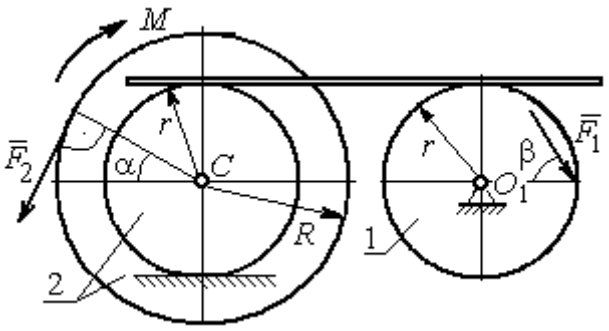


Рис. 5.7. Схема движения механической системы

Определить ускорение центра масс диска 2, угловое ускорение дисков, усилие в стержне, динамическую реакцию шарнира O_1, реакцию опоры диска 2 (её нормальную составляющую и силу сцепления диска с поверхностью качения), если модули сил тяжести $P_1 = 40$ Н, $P_2 = 60$ Н, модули сил $F_1 = 80$ Н, $F_2 = 30$ Н, величина момента $M = 35$ Н·м, углы наклона сил $\alpha = 30°$, $\beta = 45°$, радиусы дисков $R = 0{,}8$ м, $r = 0{,}6$ м, радиус инерции диска 2 $i_z = 0{,}4$ м.

Решение

Предположим, что во время движения системы диск 1 вращается по ходу часовой стрелки. Угловые скорости ω_1 и ω_2 дисков 1 и 2 и скорость центра масс диска 2 показаны на рис. 5.8.

На диск 1 действуют силы: $\vec{F}_1$, сила тяжести $\vec{P}_1$ и реакция шарнира O_1, разложенная на составляющие $\vec{X}_1$, $\vec{Y}_1$. На диск 2: сила $\vec{F}_2$, сила тяжести $\vec{P}_2$, пара сил с моментом M, нормальная реакция опоры $\vec{N}$ и сила сцепления диска 2 с поверхностью $\vec{F}_{сц}$. Направления действия сил показаны на рис. 5.8.

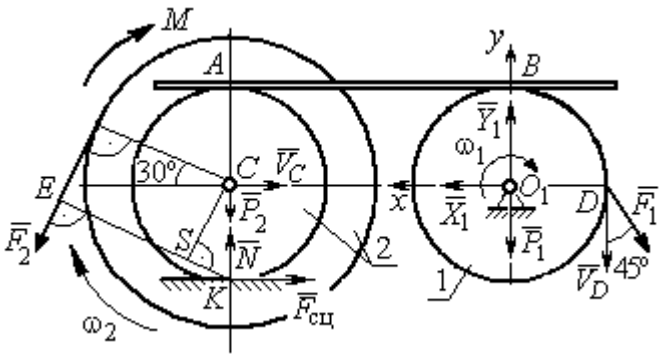


Рис. 5.8. Расчетная схема для исследования движения системы

Для решения задачи воспользуемся теоремой об изменении кинетической энергии системы в дифференциальной форме. По условию задачи рассматриваемая система неизменяемая и, следовательно, сумма мощностей внутренних сил равна нулю. В этом случае теорема об изменении кинетической энергии системы принимает вид $\frac{dT}{dt} = \sum N(\vec{F}_k^e)$, где T – энергия системы в текущем положении; $\sum N(\vec{F}_k^e)$ – суммарная мощность внешних сил.

Найдём кинетическую энергию системы и выразим её через скорость центра масс диска 2.

Кинетическая энергия вращательного движения диска 1: $T_1 = \frac{1}{2} J_{zO_1} \omega_1^2$, где ω_1 – угловая скорость диска 1; J_{zO_1} – осевой момент инерции диска 1, $J_{zO_1} = \frac{m_1 r^2}{2}$. Диск 2 движется плоскопараллельно. Его кинетическая энергия определяется по формуле: $T_2 = \frac{1}{2} m_2 V_C^2 + \frac{1}{2} J_{zC} \omega_2^2$, где V_C, ω_2 – скорость центра масс и угловая скорость диска 2; J_{zC} – момент инерции ступенчатого диска 2 относительно оси *z*, проходящей через центр масс перпендикулярно плоскости диска, $J_{zC} = m_2 i_z^2$.

У диска 2 мгновенный центр скоростей находится в точке касания его с неподвижной поверхностью (точка *K* на рис. 5.8). Тогда скорость точки *C* определяется по формуле $V_C = \omega_2 \cdot CK = \omega_2 r$, откуда $\omega_2 = \frac{V_C}{r}$. Скорость точки *A* $V_A = \omega_2 \cdot AK = \omega_2 2r$, или $V_A = 2V_C$.

Так как нет проскальзывания между стержнем и дисками, скорость точки *A* на диске 2 равна скорости точки *B* на диске 1, причём $V_B = \omega_1 r$. Приравнивая скорости $V_B = V_A$, найдем $\omega_1 = \frac{2V_C}{r}$.

С учетом найденных зависимостей кинетические энергии дисков 1 и 2 и суммарная энергия системы имеют вид

$$T_1 = \frac{1}{2} J_{zO_1} \omega_1^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{P_1 r^2}{2g} \left(\frac{2V_C}{r} \right)^2 = \frac{P_1}{g} V_C^2;$$

$$T_2 = \frac{1}{2} m_2 V_C^2 + \frac{1}{2} J_{zC} \omega_2^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{P_2}{g} V_C^2 + \frac{1}{2} \cdot \frac{P_2}{g} i_z^2 \left(\frac{V_C}{r} \right)^2;$$

$$T = T_1 + T_2 = \frac{P_1}{g} V_C^2 + \frac{1}{2} \frac{P_2}{g} \left(1 + \frac{i_z^2}{r^2} \right) V_C^2 .$$

Производная по времени от кинетической энергии системы

$$\frac{dT}{dt} = 2V_C \frac{dV_C}{dt} \left[\frac{P_1}{g} + \frac{P_2}{2g} \left(1 + \frac{i_z^2}{r^2} \right) \right].$$

Найдем сумму мощностей внешних сил. Отметим, что мощности силы тяжести $\vec{P}_1$ и сил реакции $\vec{X}_1$, $\vec{Y}_1$ подшипника O_1 равны нулю, так как нет перемещения точек приложения этих сил. Мощности сил $\vec{N}$ и $\vec{F}_{\text{сц}}$ – нормальной реакции опоры диска 2 и силы сцепления диска с плоскостью также равны нулю, так как точкой приложения этих сил является мгновенный центр скоростей диска 2, скорость которого равна нулю. Мощность силы $\vec{P}_2$ равна нулю, так как угол между вектором силы и скоростью точки приложения силы – точки C – равен 90° (см. рис. 5.8). Для определения мощности силы $\vec{F}_2$, приложенной к диску 2, воспользуемся формулой расчета мощности силы при плоскопараллельном движении тела. Выберем в качестве полюса точку K – мгновенный центр скоростей диска 2, скорость которого $V_K = 0$ (см. рис. 5.8). В этом случае мощность силы $\vec{F}_2$ равна: $N(\vec{F}_2) = \vec{M}_K \cdot \vec{\omega}_2 = -F_2 h_K \omega_2$, где $\vec{M}_K = M_K(\vec{F}_2)$ – вектор момента силы $\vec{F}_2$ относительно центра K; $\vec{\omega}_2$, ω_2 – вектор и модуль угловой скорости диска 2; h_K – плечо силы $\vec{F}_2$ относительно центра K. Мощ-

ность силы $\vec{F}_2$ отрицательная, так как направление момента силы $\vec{F}_2$ относительно точки K противоположно направлению угловой скорости диска 2.

В результате, мощность силы $\vec{F}_2$:

$$N(\vec{F}_2) = -F_2 h_K \omega_2 = -F_2(R + r\cos 60^\circ)\omega_2 = -F_2 V_C\left(\frac{1}{2} + \frac{R}{r}\right).$$

Здесь $h_K = EK = ES + SK = R + r\cos 60^\circ$ (см. рис. 5.8).

Заметим, что для вычисления мощности силы F_2 можно использовать в качестве полюса центр масс диска – точку C. Имеем:

$$N(\vec{F}_2) = \vec{F}_2 \cdot \vec{V}_C + \vec{M}_C(F_2) \cdot \vec{\omega}_2 = F_2 V_C \cos 120^\circ - F_2 R\omega_2 = -F_2 V_C\left(\frac{1}{2} + \frac{R}{r}\right).$$

Момент M направлен в сторону вращения диска 2. Его мощность положительная: $N(M) = M\omega_2 = M\dfrac{V_C}{r}$. Мощность силы $\vec{F}_1$, приложенной в точке D, $N(\vec{F}_1) = F_1 V_D \cos 45^\circ = F_1 V_C \sqrt{2}$. Здесь учтено очевидное равенство $V_D = V_A = 2V_C$ (см. рис. 5.8).

Суммарная мощность внешних сил:

$$\sum N(F^e) = -F_2 V_C\left(\frac{1}{2} + \frac{R}{r}\right) + M\frac{V_C}{r} + F_1 V_C\sqrt{2}.$$

В результате теорема об изменении кинетической энергии системы приводится к виду

$$2V_C\frac{dV_C}{dt}\left[\frac{P_1}{g} + \frac{P_2}{2g}\left(1 + \frac{i_z^2}{r^2}\right)\right] = -F_2 V_C\left(\frac{1}{2} + \frac{R}{r}\right) + M\frac{V_C}{r} + F_1 V_C\sqrt{2},$$

откуда ускорение центра масс диска 2:

$$a_C = \frac{dV_C}{dt} = \frac{\left[-F_2\left(\frac{1}{2} + \frac{R}{r}\right) + \frac{M}{r} + F_1\sqrt{2}\right]g}{\left[2P_1 + P_2\left(1 + \frac{i_z^2}{r^2}\right)\right]}.$$

Подставляя исходные данные задачи, получим: $a_C = 6{,}85$ м/с^2.

Для определения углового ускорения диска 2 продифференцируем по времени равенство $\omega_2 = \frac{V_C}{CK} = \frac{V_C}{r}$. Дифференцирование здесь допустимо, так как во время движения диска 2 расстояние от точки *C* до мгновенного центра скоростей диска 2 – точки *K* – не меняется.

Найдем $\varepsilon_2 = \dot{\omega}_2 = \frac{\dot{V}_C}{r} = \frac{a_C}{r}$ = 11,42 рад/с^2. Угловое ускорение диска 1 находится путём дифференцирования равенства $\omega_1 = 2\omega_2$. Имеем: $\varepsilon_1 = 2\varepsilon_2 = 22{,}84$ рад/с^2.

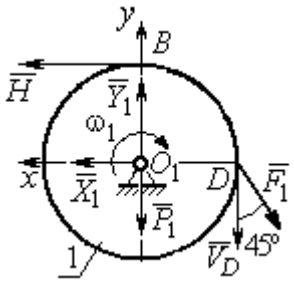


Рис. 5.9. Силы, действующие на диск 1 во время движения

Для того чтобы определить реакцию стержня, освобождаемся от стержня, заменяем его реакцией $\vec{H}$ и составляем уравнения движения дисков 1 и 2.

Силы, действующие на диск 1 во время движения, показаны на рис. 5.9. Уравнение вращательного движения диска 1 в алгебраической форме: $J_{zO_1}\varepsilon_1 = \sum M_z(\vec{F}_k^e)$, где ε_1 – угловое ускорение диска; J_{zO_1} – момент инерции диска 1 относительно оси *z*, проходящей через точку O_1 перпендикулярно плоскости диска, $J_{zO_1} = \frac{m_1 r^2}{2}$; $\sum M_{zO_1}(\vec{F}_k^e)$ – сумма моментов внешних сил относительно оси *z*.

Считая моменты сил положительными, если они создают поворот диска в сторону его вращения, составим сумму моментов внешних сил относительно оси *z*: $\sum M_{zO_1}(\vec{F}_k^e) = F_1 r\cos 45^\circ - Hr$. В результате уравнение вращательного движения диска 1 принимает вид: $\frac{P_1 r^2}{2g}\varepsilon_1 = F_1 r\cos 45^\circ - Hr$.

Подставляя в уравнение исходные данные задачи с учетом найденного значения углового ускорения диска 1 ε_1 = 22,84 рад/с^2, найдем реакцию стержня *H* = 28,63 Н.

Для определения динамической реакции шарнира O_1 диска 1 применим теорему о движении центра масс. Выберем оси координат O_1x и O_1y, как показано на рис. 5.9, и составим уравнение движения центра масс диска 1 в проекциях на оси координат с учётом того, что сам центр масс неподвижен и его ускорение равно нулю.

Получим систему:

$$H + X_1 - F_1\sin 45^\circ = 0, \quad Y_1 - P_1 - F_1\cos 45^\circ = 0.$$

Отсюда, с учётом найденной величины усилия в стержне $H = 28{,}63$ Н, находим составляющие динамической реакции шарнира: $X_1 = 27{,}94$ Н, $Y_1 = 96{,}57$ Н. Полная реакция шарнира $R_{O_1} = \sqrt{X_1^2 + Y_1^2} = 100{,}53$ Н.

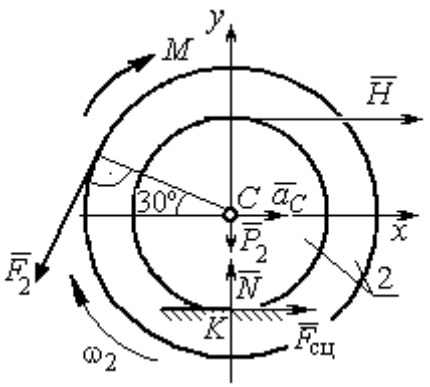


Рис. 5.10. Силы, действующие на диск 2 во время движения

Для определения величины силы сцепления диска 2 с поверхностью качения и нормальной составляющей реакции опоры диска используем теорему о движении центра масс. Силы, приложенные к диску 2, и выбранная система координат xCy показаны на рис. 5.10. Уравнения движения центра масс диска 2 в проекциях на оси x, y имеют вид:

$$m_2 a_C = H + F_{\text{сц}} - F_2\cos 60^\circ;$$

$$0 = -F_2\cos 30^\circ - P_2 + N.$$

С учетом найденных значений реакции стержня $H = 28{,}63$ Н и ускорения центра масс диска 2 $a_C = 6{,}85$ м/с^2, находим силу сцепления и нормальную реакцию опоры: $F_{\text{сц}} = 28{,}27$ Н, $N = 85{,}98$ Н.

Полная реакция опоры $R_K = \sqrt{N^2 + F_{\text{сц}}^2} = 90{,}51$ Н.

6. АНАЛИТИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА

6.1. Принципы механики. Общее уравнение динамики

Силой инерции материальной точки называют векторную величину, модуль которой равен произведению массы точки на модуль её ускорения, направленную противоположно этому ускорению $\vec{R}^{\text{и}} = -m\vec{a}$, где m – масса точки; $\vec{a}$ – вектор ускорения точки.

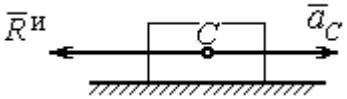


Рис. 6.1. Главный вектор сил инерции при поступательном движении твердого тела

При поступательном движении тела с ускорением центра масс $\vec{a}_C$ система сил инерции, приложенных к каждой точке тела, приводится к главному вектору сил инерции $\vec{R}^{\text{и}}$, равному по величине $R^{\text{и}} = ma_C$, приложенному в центре масс тела и направленному в сторону, противоположную ускорению $\vec{a}_C$ (рис. 6.1).

При вращении тела вокруг неподвижной оси z, проходящей через центр масс, главный вектор сил инерции, приведённый к центру масс тела, обращается в нуль (так как ускорение центра масс равно нулю). Таким образом, система сил инерции приводится к паре сил с моментом $\vec{M}^{\text{и}}$, равным главному моменту сил инерции относительно оси вращения. Величина главного момента сил инерции $M^{\text{и}} = J_z\varepsilon$, где J_z – момент инерции тела относительно оси z; ε – угловое ускорение тела. Направлен главный момент сил инерции в сторону, противоположную угловому ускорению (рис. 6.2).

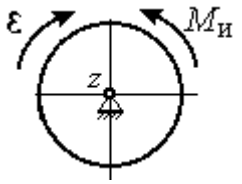


Рис. 6.2. Главный момент сил инерции при вращении тела вокруг оси, проходящей через центр масс

При плоскопараллельном движении тела с ускорением центра масс $\vec{a}_C$ и угловым ускорением ε система сил инерции, приложенных к каждой точке тела, приводится к силе $\vec{R}^{\text{и}}$, равной главному вектору сил инерции, и паре сил с моментом $\vec{M}^{\text{и}}$, равным главному моменту сил инерции относительно оси,

проходящей через центр масс тела перпендикулярно плоскости движения (рис. 6.3). Главный вектор сил инерции равен по модулю произведению массы тела на ускорение его центра масс: $R^{и} = ma_C$, приложен в центре масс тела и направлен в сторону, противоположную ускорению $\vec{a}_C$ центра масс. Главный момент сил инерции равен по величине произведению момента инерции тела относительно оси, проходящей через центр масс перпендикулярно плоскости движения, на угловое ускорение тела: $M^{и} = J_C\varepsilon$, где J_C – момент инерции тела. Направлен главный момент сил инерции в сторону, противоположную угловому ускорению (см. рис. 6.3).

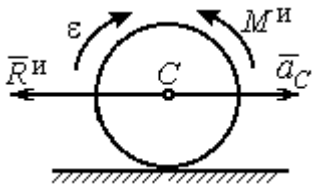


Рис. 6.3. Главный вектор и главный момент сил инерции при плоскопараллельном движении твердого тела

Принцип Даламбера для системы. Если в любой момент времени к каждой из точек системы кроме действующих на нее внешних и внутренних сил присоединить соответствующие силы инерции, то полученная система сил будет уравновешенной. Принцип Даламбера даёт возможность составлять уравнения движения механической системы в виде уравнений равновесия:

$$\sum \vec{F}_k^e + \vec{R}^{и} = 0, \ \sum \vec{M}_O(\vec{F}_k^e) + \vec{M}_O^{и} = 0,$$

где $\vec{F}_k^e$ – внешние силы, приложенные к системе; $\vec{R}^{и}$ – главный вектор сил инерции; $\vec{M}_O(\vec{F}_k^e)$ – момент внешних сил, приложенных к системе, относительно произвольного центра *O*; $\vec{M}_O^{и}$ – главный момент сил инерции относительно центра *O*.

Силы, действующие на систему, можно подразделить на активные и реакции связей. **Идеальными связями** в механической системе называют такие связи, для которых сумма элементарных работ их реакций на любом возможном перемещении равна нулю.

Принцип возможных перемещений. Для равновесия механической системы с идеальными связями необходимо и достаточно, чтобы сумма

элементарных работ всех активных сил, приложенных к точкам системы, была равна нулю на любом возможном перемещении системы: $\sum \delta A(\vec{F}_k^{\text{акт}}) = 0$, где $\delta A(\vec{F}_k^{\text{акт}})$ – элементарная работа активных сил на возможном перемещении.

Совместное применение принципа Даламбера и принципа возможных перемещений приводит к формулировке общего уравнения динамики.

Общее уравнение динамики. При движении механической системы с идеальными связями в каждый момент времени сумма элементарных работ всех приложенных активных сил и сил инерции на любом возможном перемещении равна нулю: $\sum \delta A(\vec{F}_k^{\text{акт}}) + \sum \delta A(\vec{R}_k^{\text{и}}) = 0$, где $\delta A(\vec{F}_k^{\text{акт}})$, $\delta A(\vec{R}_k^{\text{и}})$ – элементарные работы активных сил и сил инерции, приложенных к системе, на её возможном перемещении.

При вычислении элементарных работ активных сил и сил инерции используют обычные формулы для вычисления работы сил на элементарном перемещении точек их приложения. При этом переменные силы на элементарном перемещении точек их приложения считаются постоянными.

6.2. Задание Д6. Исследование механической системы с применением общего уравнения динамики

Механическая система с идеальными связями включает груз и два диска – однородного радиусом R или r и ступенчатого. Ступенчатый диск состоит из двух одноосных цилиндров радиусом R и r. Радиусы дисков указаны на схеме. Тела соединены нерастяжимыми нитями или невесомыми стержнями. Система движется в вертикальной плоскости из состояния покоя под действием сил тяжести, постоянной силы $\vec{F}$, а также пары сил с переменным моментом M. Направление действия силы $\vec{F}$ и наклон плоскости движущихся тел определяются углами α и β. Радиус инерции ступенчатого диска относительно оси, проходящей через центр масс перпендикулярно плоскости движения, равен i_z.

Качение дисков без проскальзывания. Скольжение между невесомым стержнем и дисками отсутствует. Движение грузов по плоскости без трения. Нити и стержни, соединяющие груз и диски, параллельны соответствующим плоскостям, по которым двигаются тела.

Найти уравнение движения центра масс диска 3. Определить реакцию шарнира диска 2 в момент времени $t = 1$ с.

Варианты задания приведены на рис. 6.4, 6.5. Исходные данные выбираются из табл. 6.1.

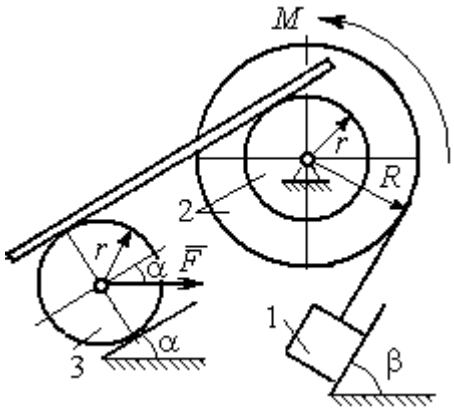
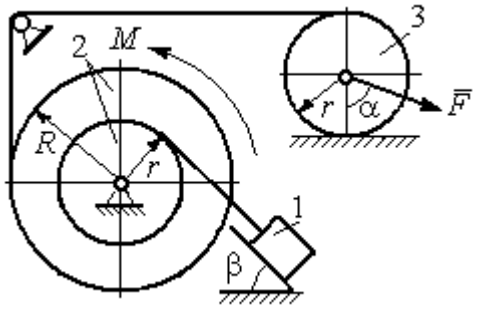
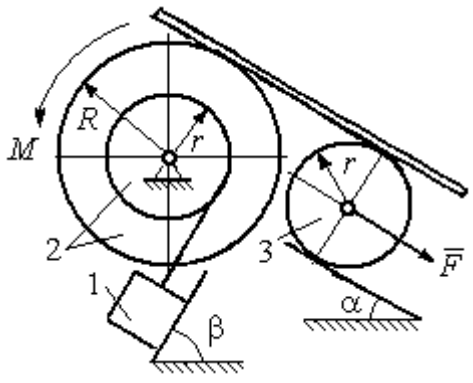
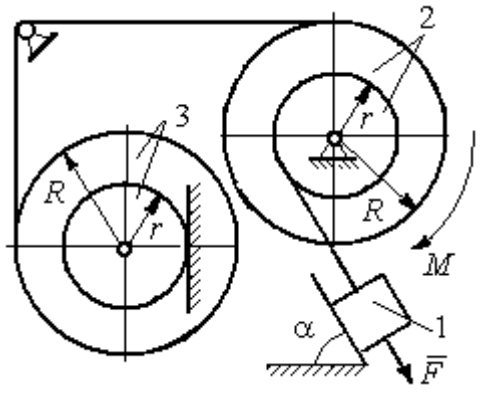
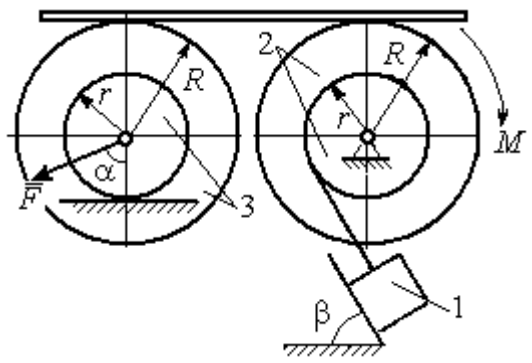
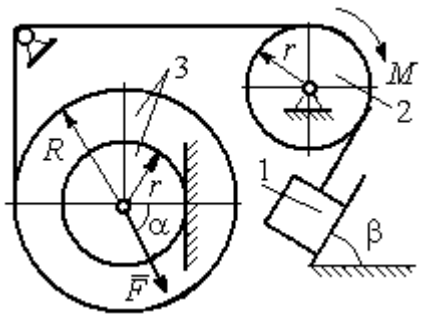
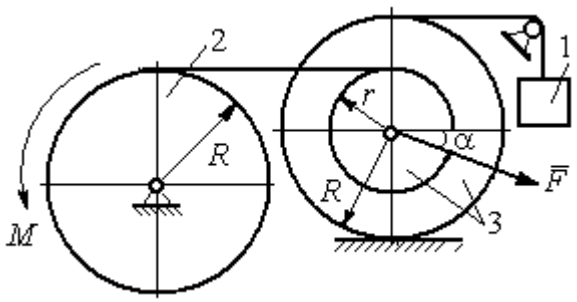
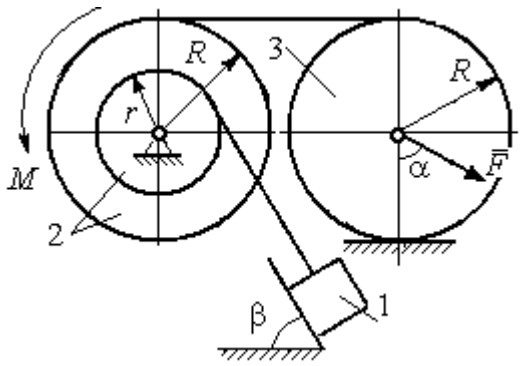
Варианты № 1, 11, 21	**Варианты № 2, 12, 22**
	
Варианты 3, 13, 23	**Варианты № 4, 14, 24**
	

Рис. 6.4. Задание Д6. Исследование движения механической системы с применением общего уравнения динамики.
Номера вариантов задания 1 – 4, 11 – 14, 21 – 24

Варианты № 5, 15, 25	**Варианты № 6, 16, 26**
	

Варианты № 7, 17, 27	**Варианты № 8, 18, 28**
	

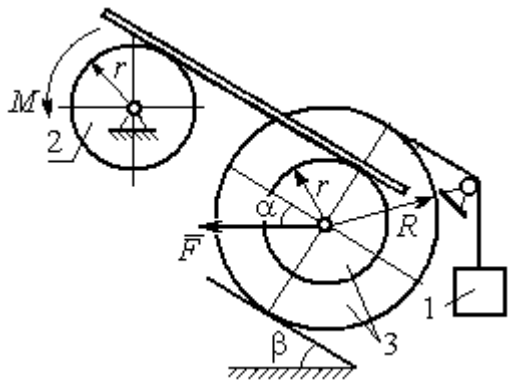
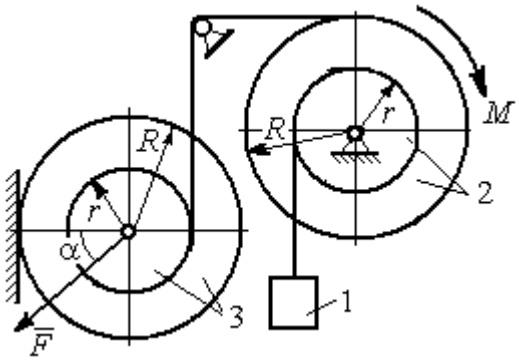
Варианты № 9, 19, 29	**Варианты № 10, 20, 30**
	

Рис. 6.5. Задание Д6. Исследование движения механической системы с применением общего уравнения динамики. Номера вариантов задания 5 – 10, 15 – 20, 25 – 30

Таблица 6.1

Исходные данные задания Д6. Исследование движения механической системы с применением общего уравнения динамики

Номер варианта задания	P_1, Н	P_2, Н	P_3, Н	F, Н	M, Н·м	α, град	β, град	R, м	r, м	i_z, м
1	10	20	8	20	$3(2+t^2)$	30	60	0,6	0,3	0,4
2	10	22	15	15	$4(t+3)$	30	30	0,8	0,4	0,6
3	5	18	10	6	$8(t^2+1)$	90	30	0,4	0,3	0,3
4	5	22	10	5	$14(t^2+t+1)$	30	–	0,6	0,5	0,6
5	5	20	16	9	$3(t^2+4)$	45	60	0,6	0,3	0,5
6	10	16	14	15	$4(5+t)$	60	30	1,0	0,6	0,8
7	6	20	20	8	$9(3t^2+2)$	45	–	0,8	0,6	0,8
8	16	25	15	12	$5(t^2+4)$	30	60	1,2	0,6	0,8
9	5	20	12	8	$4(3+5t)$	60	30	0,6	0,4	0,5
10	6	25	8	10	$5(3t+6)$	30	–	1,0	0,8	0,9
11	4	22	8	15	$2+ t^2$	45	45	0,8	0,4	0,6
12	15	18	15	10	$5(t+3)$	30	60	1,0	0,5	0,7
13	6	20	10	4	$5(t^2+2)$	30	60	0,6	0,5	0,4
14	10	25	15	8	$16(t+2)$	60	–	0,8	0,6	0,7
15	8	18	20	10	$6(t+2)$	30	90	1,2	0,6	1,0
16	8	18	12	12	$5(3+t^2)$	90	60	0,8	0,6	0,7
17	5	20	10	10	$2t^2+20$	60	–	0,9	0,6	0,8
18	20	15	20	15	$3(t+4)$	60	30	0,8	0,4	0,7
19	8	20	12	10	$4(3+t)$	45	45	1,2	0,4	0,8
20	12	20	10	6	$6(3t+4)$	45	–	1,0	0,6	0,9
21	15	25	12	12	$6+t^2$	60	60	0,6	0,3	0,5
22	20	22	18	15	$2(2t+9)$	45	45	0,8	0,4	0,6
23	8	24	12	8	$7(3t^2+2)$	30	45	0,8	0,5	0,6
24	12	20	18	10	$6(t+4)$	90	–	0,5	0,3	0,4
25	5	20	12	12	$9(2+t^2)$	60	30	1,4	0,7	1,2
26	10	12	10	8	$6(2+t)$	30	45	1,2	0,8	0,9
27	6	18	16	14	$8(2t^2+3)$	30	–	0,8	0,2	0,6
28	10	20	20	20	$3(t^2+3)$	45	30	0,6	0,3	0,5
29	10	18	8	12	$5(4+t+ t^2)$	30	60	1,2	0,8	0,9
30	8	18	10	15	$8(t^2+5)$	60	–	1,0	0,8	0,9

Пример выполнения задания Д6. Исследование движения механической системы с применением общего уравнения динамики

Механическая система состоит из груза 1, движущегося поступательно, ступенчатого диска 2 (каток), катящегося по неподвижной поверхности цилин-

дрической ступенькой, и однородного диска 3 (блок), вращающегося вокруг неподвижной оси, проходящей через центр масс блока (рис. 6.6). Качение катка 2 без проскальзывания, скольжение груза 1 – без трения. Движение системы происходит под действием сил тяжести, силы $\vec{F}$, приложенной к грузу 1 и пары сил с моментом M, приложенной к диску 3.

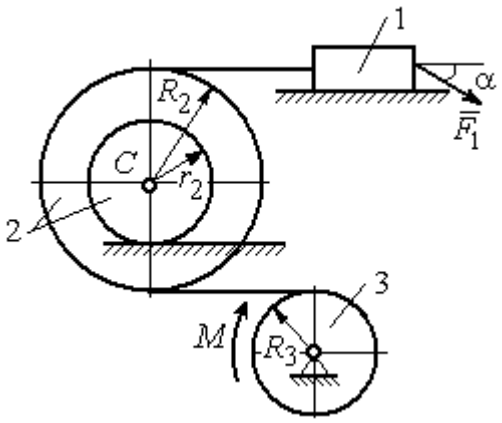


Рис. 6.6. Схема движения механической системы

Найти уравнение движения центра масс катка 2 если движение системы началось из состояния покоя. Определить реакцию шарнира диска 3 в момент t = 1 с, если: P_1 = 10 Н; $P_2 = 20$ Н; $P_3 =$ 15 Н; $F = 5(t+1)$ Н; $M = 6(1+2t)$ Н·м; R_2 = 0,8 м; r_2 = 0,2 м; R_3 = 0,4 м; i_{2C} = 0,6 м.

Решение

В рассматриваемой механической системе активными силами являются силы тяжести $\vec{P}_1$, $\vec{P}_2$, $\vec{P}_3$, сила $\vec{F}$ и пара сил с моментом M (рис. 6.7). Связи идеальные, так как скольжение груза 1 происходит по гладкой поверхности без трения, качение диска 2 без проскальзывания, а ось вращения блока 3 неподвижна.

Предположим, направление движения в системе задаёт пара сил с моментом M, приложенная к блоку 3. Обозначим ω_3, ε_3 – угловая скорость и угловое ускорение блока 3, V_C, a_C – скорость и ускорение центра масс катка 2, V_1, a_1 – скорость и ускорение груза 1. Направления векторов скоростей и ускорений точек и угловых скоростей и ускорений тел в соответствии с выбранным направлением движения системы показаны на рис. 6.7.

Общее уравнение динамики имеет вид:

$$\sum \delta A(\vec{F}_k^{\text{акт}}) + \sum \delta A(\vec{R}_k^{\text{и}}) = 0 .$$

Присоединим к телам системы силы инерции. Груз 1 движется поступательно. Главный вектор сил инерции груза 1 $\vec{R}_1^{\text{и}}$ приложен в центре масс груза и направлен в сторону, противоположную ускорению $\vec{a}_1$ груза 1. Модуль главного вектора сил инерции груза 1 $R_1^{\text{и}} = m_1 a_1$, где m_1 – масса груза 1; a_1 – величина ускорения груза 1.

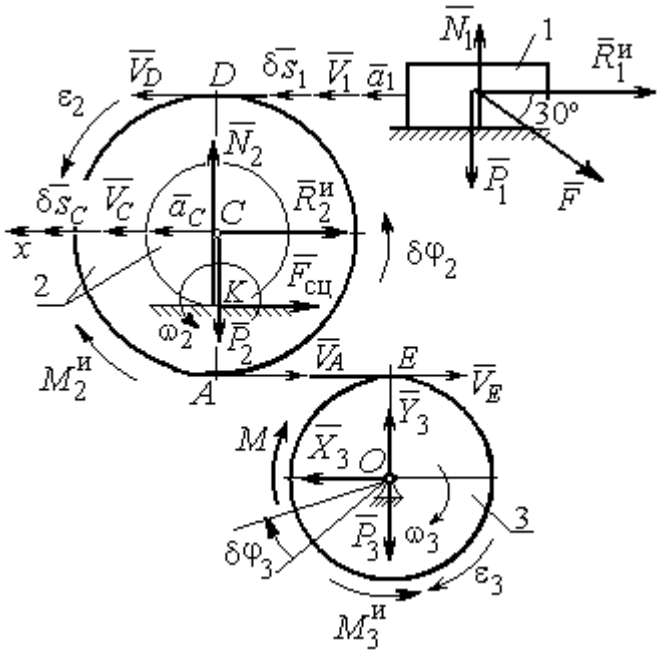


Рис. 6.7. Расчётная схема исследования движения механической системы

Система сил инерции катка 2, приводятся к силе, равной главному вектору сил инерции $\vec{R}_2^{\text{и}}$, приложенному в центре масс катка 2, и паре сил с моментом, равным главному моменту сил инерции $\vec{M}_2^{\text{и}}$ относительно оси, проходящей через центр масс перпендикулярно плоскости движения. Главный вектор сил инерции направлен в сторону, противоположную ускорению $\vec{a}_C$, и составляет $R_2^{\text{и}} = m_2 a_C$, где m_2 – масса катка 2; a_C – величина ускорения центра масс. Главный момент сил инерции: $M_2^{\text{и}} = J_{2C}\varepsilon_2$, где J_{2C} – момент инерции катка 2 относительно оси, проходящей через центр масс перпендикулярно плоскости движения; ε_2 – угловое ускорение катка 2. Направлен главный момент сил инерции $M_2^{\text{и}}$ в сторону, противоположную угловому ускорению ε_2.

Главный вектор сил инерции, приложенных к блоку 3 и приведённых к центру масс блока, равен нулю, так как блок вращается вокруг неподвижной оси, проходящей через центр масс, и ускорение центра масс блока равно нулю. В результате силы инерции блока 3 приводятся к паре сил, момент которой ра-

вен главному моменту сил инерции $\vec{M}_3^{\text{и}}$ относительно оси вращения. Главный момент сил инерции блока 3 равен по величине $M_3^{\text{и}} = J_{3O}\varepsilon_3$, где J_{3O} – момент инерции блока 3 относительно оси вращения; ε_3 – угловое ускорение блока 3, и направлен в сторону, противоположную угловому ускорению ε_3. Главные векторы и главные моменты сил инерции показаны на рис. 6.8.

Определим кинематические соотношения между скоростями точек системы и выразим их через скорость V_C центра масс катка 2. Каток 2 катится по неподвижной поверхности без скольжения. Мгновенный центр скоростей катка находится в точке *K* касания катка с поверхностью (см. рис. 6.7). Угловая скорость катка 2 $\omega_2 = \dfrac{V_C}{CK} = \dfrac{V_C}{r_2}$. Скорость точки *A* катка 2: $V_A = \omega_2 \cdot AK = \omega_2(R_2 - r_2) = V_C \dfrac{R_2 - r_2}{r_2}$. Скорость точки *E* блока 3 равна скорости точки *A* катка 2, $V_E = V_A$. Тогда угловая скорость блока 3:

$$\omega_3 = \frac{V_E}{R_3} = \frac{V_A}{R_3} = V_C \frac{(R_2 - r_2)}{R_3 r_2}.$$

Скорость груза 1 равна скорости точки *D* катка 2:

$$V_1 = V_D = \omega_2 \cdot DK = \omega_2(R_2 + r_2) = V_C \frac{(R_2 + r_2)}{r_2}.$$

Соотношения между ускорениями определяются путем дифференцирования установленных кинематических равенств:

$$a_1 = a_C \frac{(R_2 + r_2)}{r_2}, \quad \varepsilon_2 = \frac{a_C}{r_2}, \quad \varepsilon_3 = a_C \frac{(R_2 - r_2)}{R_3 r_2}.$$

Для того чтобы найти соотношения между перемещениями, выразим кинематические равенства между скоростями в дифференциальном виде и, полагая, что действительное перемещение является возможным, т. е. $ds = \delta s$, $d\varphi = \delta\varphi$, получим соотношения между возможными перемещениями:

$$\delta s_1 = \delta s_C \frac{(R_2 + r_2)}{r_2}, \ \ \delta\varphi_2 = \frac{\delta s_C}{r_2}, \ \ \delta\varphi_3 = \delta s_C \frac{(R_2 - r_2)}{R_3 r_2}.$$

Сообщим системе возможное перемещение, совпадающее с действительным. Элементарная работа реакций связи на любом возможном перемещении системы равна нулю, так как связи в системе идеальные.

Найдем элементарные работы активных сил и выразим их через перемещение центра масс катка 2. Прежде заметим, что элементарные работы сил тяжести груза 1 и катка 2 равны нулю, так как направления перемещений точек приложения этих сил перпендикулярны векторам сил:

$$\delta A(\vec{P}_1) = P_1 \delta s_1 \cos 90^\circ = 0, \ \delta A(\vec{P}_2) = P_2 \delta s_C \cos 90^\circ = 0.$$

Элементарная работа силы тяжести блока 3 равна нулю, так как точка приложения силы тяжести блока 3 не перемещается: $\delta A(\vec{P}_3) = 0$.

Элементарная работа пары сил с моментом M, приложенных к блоку 3:

$$\delta A(\vec{M}) = M\delta\varphi_3 = M\delta s_C \frac{(R_2 - r_2)}{R_3 r_2}.$$

Элементарная работа силы $\vec{F}$:

$$\delta A(\vec{F}) = F\delta s_1 \cos 150^\circ = -F\delta s_C \frac{(R_2 + r_2)}{r_2} \cos 30^\circ.$$

Сумма элементарных работ всех активных сил:

$$\sum \delta A(\vec{F}_k^{\text{акт}}) = \delta A(\vec{M}) + \delta A(\vec{F}) = M\delta s_C \frac{(R_2 - r_2)}{R_3 r_2} - F\delta s_C \frac{(R_2 + r_2)}{r_2} \cos 30^\circ =$$

$$= \left[6(1 + 2t)\left(\frac{0{,}8 - 0{,}2}{0{,}4 \cdot 0{,}2} \right) - 5(t + 1)\left(\frac{0{,}8 + 0{,}2}{0{,}2} \right) 0{,}866 \right] \delta s_C = (23{,}35 + 68{,}35t)\delta s_C.$$

Определим модули главных векторов и главных моментов сил инерции в зависимости от ускорения a_C центра масс катка 2:

$$R_1^{\text{и}} = m_1 a_1 = \frac{P_1}{g} a_1 = \frac{P_1 (R_2 + r_2)}{g r_2} a_C, \quad R_2^{\text{и}} = m_2 a_C = \frac{P_2 a_C}{g},$$

$$M_2^{\text{и}} = J_{2C}\varepsilon_2 = m_2 i_{2C}^2 \varepsilon_2 = \frac{P_2}{g} i_{2C}^2 \frac{a_C}{r_2},$$

$$M_3^{\text{и}} = J_{3O}\varepsilon_3 = \frac{m_3 R_3^2}{2}\varepsilon_3 = \frac{P_3 R_3^2}{2g}\frac{(R_2 - r_2)}{R_3 r_2}a_C = \frac{P_3 R_3 (R_2 - r_2)}{2g r_2}a_C,$$

где J_{2C} – момент инерции катка 2 относительно оси, проходящей через его центр масс перпендикулярно плоскости движения, $J_{2C} = m_2 i_{2C}^2$; i_{2C} – радиус инерции катка 2; J_{3O} – момент инерции блока 3 относительно оси вращения, проходящей через его центр масс, $J_{3O} = \frac{m_3 R_3^2}{2}$.

Найдем элементарные работы сил инерции на возможном перемещении системы и выразим их в зависимости от перемещения δs_C центра масс катка 2:

$$\delta A(\vec{R}_1^{\text{и}}) = R_1^{\text{и}}\delta s_1 \cos 180^\circ = -\frac{P_1 (R_2 + r_2)^2 a_C}{g r_2^2}\delta s_C;$$

$$\delta A(\vec{R}_2^{\text{и}}) = R_2^{\text{и}}\delta s_C \cos 180^\circ = -\frac{P_2 a_C}{g}\delta s_C,\ \delta A(\vec{M}_2^{\text{и}}) = -M_2^{\text{и}}\delta\varphi_2 = -\frac{P_2 i_2^2 a_C}{g r_2^2}\delta s_C;$$

$$\delta A(\vec{M}_3^{\text{и}}) = -M_3^{\text{и}}\delta\varphi_3 = -\frac{P_3 (R_2 - r_2)^2 a_C}{2 g r_2^2}\delta s_C.$$

Сумма элементарных работ сил инерции:

$$\sum \delta A(\vec{R}_k^{\text{и}}) = -\frac{P_1 (R_2 + r_2)^2 a_C}{g r_2^2}\delta s_C - \frac{P_2 a_C}{g}\delta s_C - \frac{P_2 i_2^2 a_C}{g r_2^2}\delta s_C - \frac{P_3 (R_2 - r_2)^2 a_C}{2 g r_2^2}\delta s_C =$$

$$= -\frac{a_C \delta s_C}{g}\left[\frac{10(0{,}8 + 0{,}2)^2}{0{,}2^2} + 20 + \frac{20 \cdot 0{,}6^2}{0{,}2^2} + \frac{15(0{,}8 - 0{,}2)^2}{2 \cdot 0{,}2^2}\right] = -52{,}75\, a_C \delta s_C,$$

где $g = 9{,}81$ м/с^2.

С учетом проделанных вычислений общее уравнение динамики принимает вид:

$$\sum \delta A(\vec{F}_k^{\text{акт}}) + \sum \delta A(\vec{R}_k^{\text{и}}) = (23{,}35 + 68{,}35t)\delta s_C - 52{,}75\, a_C \delta s_C = 0,$$

откуда ускорение центра масс катка 2:

$$a_C = 0{,}44 + 1{,}29t.$$

Выберем ось x по направлению движения центра масс катка 2 (см. рис. 6.7). Проектируя вектор $\vec{a}_C$ ускорения точки C на ось x, получим дифференциальное уравнение $a_C = \ddot{x}_C = 0{,}44 + 1{,}29t$. Интегрируя дважды это уравнение, найдём закон движения: $x_C = 0{,}44\dfrac{t^2}{2} + 1{,}29\dfrac{t^3}{6} + C_1 t + C_2$. Подставляя сюда начальные условия: $t = 0$, $V_C = 0$, $x_C = 0$, найдём константы интегрирования: $C_1 = C_2 = 0$. Окончательно уравнение движения центра масс диска 2 представим в виде:

$$x_C = 0{,}22t^2 + 0{,}21t^3.$$

Рассмотрим вращательное движение блока 3, освободив его от связей. На блок действуют сила тяжести $\vec{P}_3$, реакция подшипника, разложенная на составляющие $\vec{X}_3$, $\vec{Y}_3$, пара сил с моментом M и реакция нити $\vec{H}_3$ (см. рис. 6.8). Реакция нити, равная силе натяжения нити, приложена к блоку 3, направлена вдоль нити, связывающей каток 2 и блок 3. Присоединим к блоку 3 силы инерции. Направления сил, моментов пар сил и главного момента сил инерции, действующих на блок 3, показаны на рис. 6.8.

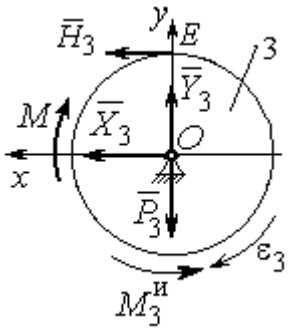


Рис. 6.8. Расчётная схема определения натяжения нити и реакции шарнира блока 3

По принципу Даламбера система сил, приложенных к блоку 3, включая силы инерции, находится в равновесии. Составим уравнение равновесия в виде равенства нулю суммарного момента всех сил (включая силы инерции) относительно оси вращения. Получим $M - H_3 R_3 - M_3^{и} = 0$, где $M_3^{и} = J_{3O}\varepsilon_3 = \dfrac{P_3 R_3 (R_2 - r_2) a_C}{2 g r_2}$. Из уравнения находим величину натяжения нити:

$$H_3 = \frac{M}{R_3} - \frac{P_3 (R_2 - r_2) a_C}{2 g r_2} = \frac{6(1 + 2t)}{R_3} - \frac{P_3 (R_2 - r_2)}{2 g r_2}(0{,}44 + 1{,}29t) = 13{,}99 + 27{,}04t.$$

В момент времени $t = 1$ с натяжение нити: $H_3 = 41{,}04$ Н.

Так как главный вектор сил инерции блока 3 равен нулю, то составленные по принципу Даламбера уравнения равновесия блока 3 в виде проекций сил на вертикальную и горизонтальную оси содержат только внешние силы. Имеем: $X_3 + H_3 = 0$, $Y_3 - P_3 = 0$ (см. рис. 6.8). Отсюда находим составляющие реакции шарнира блока 3 в момент времени t = 1 с: $X_3 = -H_3$= – 41,04 Н, $Y_3 = P_3$= 15 Н. Отрицательное значение горизонтальной составляющей реакции шарнира X_3 означает её противоположное направление.

Полная реакция шарнира $R_3 = \sqrt{X_3^2 + Y_3^2}$ = 43,69 Н.

6.3. Уравнения Лагранжа II рода

Обобщенными координатами механической системы называется совокупность любых s независимых параметров $q_1, q_2, \ldots, q_S$, однозначно определяющих положение системы в любой момент времени.

Если системе сообщить возможное перемещение, при котором все обобщенные координаты изменяются на элементарные (бесконечно малые) величины $\delta q_1, \delta q_2, \ldots, \delta q_S$, называемые вариациями обобщенных координат, то все действующие активные силы совершат элементарную работу, которая может быть представлена в виде $\delta A = Q_1 \cdot \delta q_1 + Q_2 \cdot \delta q_2 + \ldots + Q_s \cdot \delta q_S$. Величина Q_k, равная коэффициенту при вариации δq_k обобщенной координаты, называется **обобщенной силой**, соответствующей данной обобщенной координате. Расчет обобщенных сил осуществляется путем последовательного придания системе возможных перемещений, при которых варьируется только одна из обобщенных координат, а вариации остальных координат равны нулю.

Для материальной системы с идеальными связями дифференциальные уравнения движения в обобщенных координатах – **уравнения Лагранжа II рода** – имеют вид:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_k}\right) - \frac{\partial T}{\partial q_k} = Q_k, \quad k = 1, 2, \ldots, s,$$

где T – кинетическая энергия системы; $q_1, q_2, \ldots, q_S$ – обобщенные координаты; $\dot{q}_1, \dot{q}_2, \ldots, \dot{q}_S$ – обобщенные скорости; s – число степеней свободы системы.

6.4. Задание Д7. Исследование механической системы с одной степенью свободы с применением уравнений Лагранжа

Механическая система состоит из трёх тел – бруса 1, блока 2, катка 3 и невесомой пружины жесткостью c. Брус 1, соединяющий каток 3 с блоком 2, расположен параллельно линии качения катка 3. Радиусы ступеней ступенчатого диска и радиус однородного диска указаны на схеме.

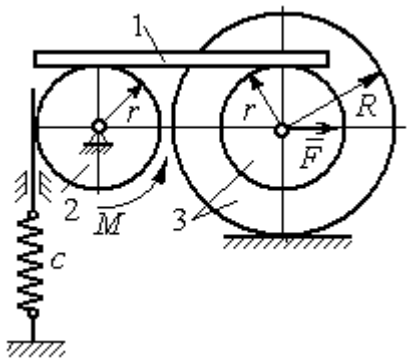
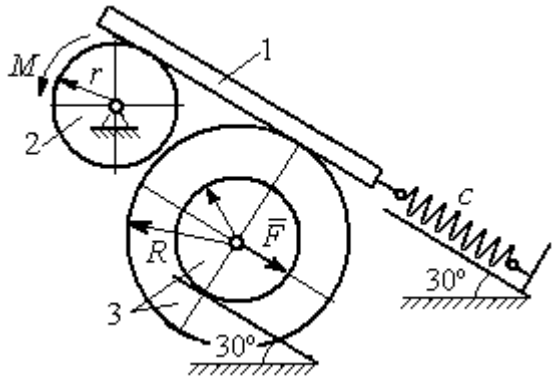
Качение катка 3 происходит без проскальзывания. Скольжение между брусом и дисками отсутствует. В задачах, где пружина соединяется с блоком 2, передача движения блоку 2 производится посредством невесомого стержня без скольжения.

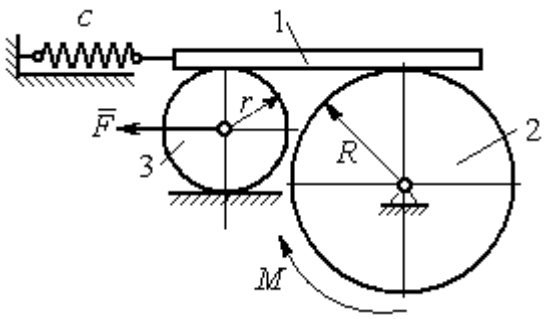
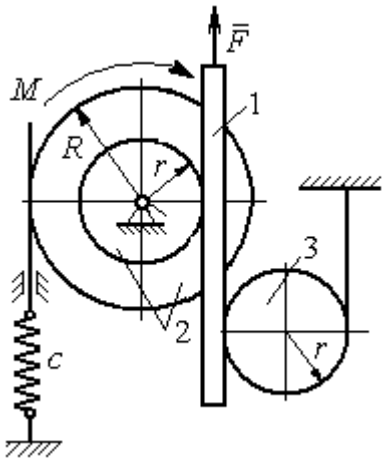
Радиус инерции ступенчатого диска относительно оси, проходящей через его центр масс перпендикулярно плоскости движения, равен i_z.

Система движется в вертикальной плоскости под действием сил тяжести $\vec{P}_1$, $\vec{P}_2$, $\vec{P}_3$, силы $\vec{F}$ и пары сил с моментом M.

Определить закон движения бруса 1 и закон угловых колебаний блока 2, если в начальный момент пружина находилась в нерастянутом состоянии, а блоку 2 придали угловую скорость ω_{20}, направленную в сторону заданного момента пары сил.

Варианты заданий даны на рис. 6.9, 6.10. Варианты исходных данных в табл. 6.2. Отрицательные значения величин F или M в табл. 6.2 означают, что при заданных модулях силы или момента направление вектора силы $\vec{F}$ или момента M на схеме следует изменить на противоположные.

Варианты № 1, 11, 21	Варианты № 2, 12, 22
	

Варианты № 3, 13, 23	Варианты № 4, 14, 24
	

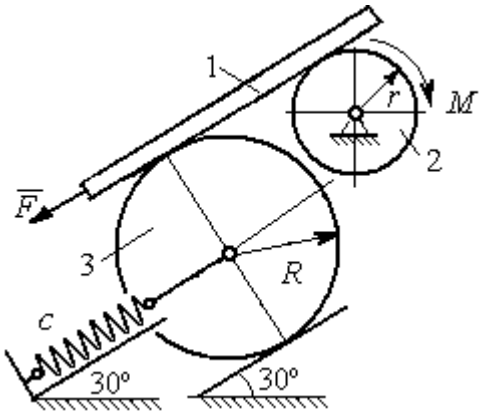
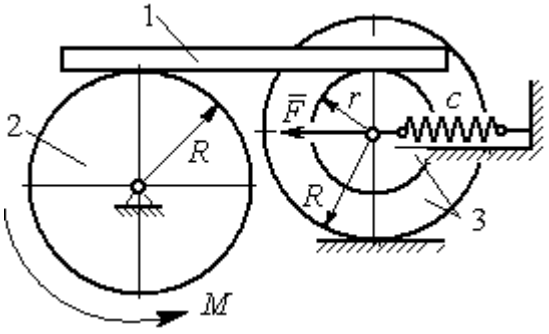
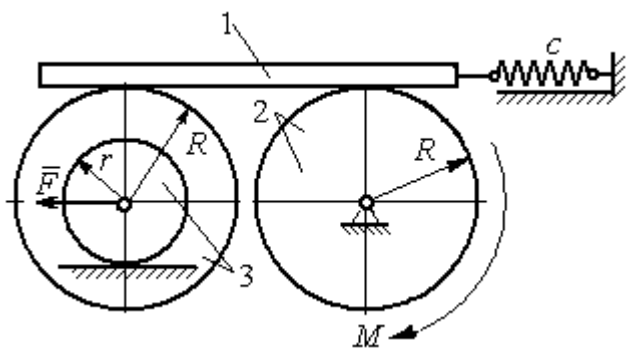
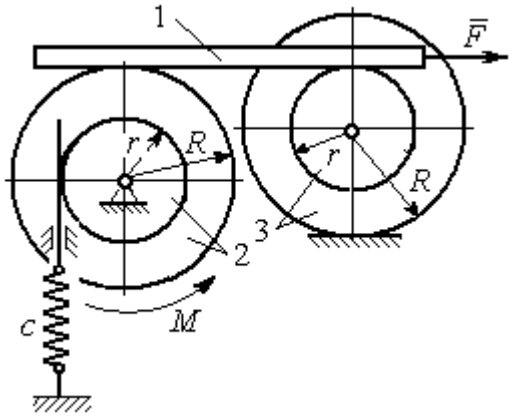
Варианты № 5, 15, 25	Варианты № 6, 16, 26
	

Рис. 6.9. Задание Д7. Исследование движения механической системы с одной степенью свободы. Номера вариантов задания 1 – 6, 11 – 16, 21 – 26

Варианты № 7, 17, 27	**Варианты № 8, 18, 28**
	

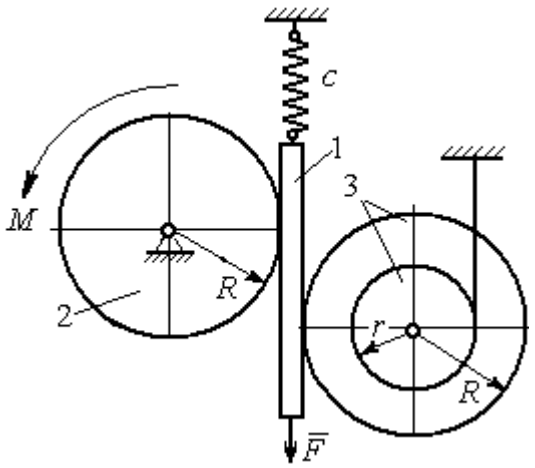
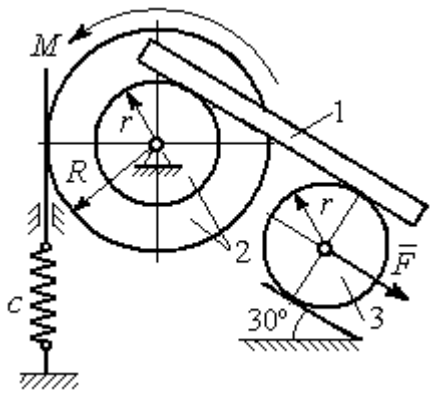
Варианты № 9, 19, 29	**Варианты № 10, 20, 30**
	

Рис. 6.10. Задание Д7. Исследование движения механической системы с одной степенью свободы. Номера вариантов задания 7 – 10, 17 – 20, 27 – 30

Таблица 6.2

Исходные данные задания Д7. Исследование движения механической системы с одной степенью свободы с применением уравнений Лагранжа

Номер варианта задания	P_1, Н	P_2, Н	P_3, Н	F, Н	M, Н·м	c, Н/м	ω_{20}, рад/с	R, м	r, м	i_z, м
1	8	12	18	15	3	50	0,3	0,6	0,3	0,4
2	10	8	15	12	5	55	0,4	0,8	0,5	0,6
3	5	18	10	8	4	60	0,2	0,5	0,3	–
4	5	20	12	10	6	70	0,5	0,6	0,5	0,6
5	5	8	16	8	8	65	0,2	0,6	0,3	–

Окончание табл. 6.2

Номер варианта задания	P_1, Н	P_2, Н	P_3, Н	F, Н	M, Н·м	c, Н/м	ω_{20}, рад/с	R, м	r, м	i_z, м
6	8	10	14	6	2	50	0,1	1,0	0,6	0,8
7	10	12	15	12	3	65	0,2	0,8	0,6	0,7
8	12	15	15	6	2	50	0,3	1,2	0,6	0,8
9	5	20	12	8	4	75	0,1	0,6	0,4	0,5
10	6	25	8	5	12	60	0,4	1,0	0,8	0,9
11	4	10	12	–10	–2	60	0,2	0,8	0,4	0,6
12	5	8	15	–8	3	50	0,5	1,0	0,5	0,7
13	6	15	8	–12	–4	65	0,4	0,6	0,5	–
14	10	25	10	6	10	55	0,1	0,8	0,6	0,7
15	8	6	20	–10	2	70	0,2	1,2	0,6	–
16	10	12	12	–5	6	60	0,3	0,8	0,6	0,7
17	12	16	12	–6	–2	55	0,4	0,9	0,6	0,8
18	10	20	20	10	4	60	0,1	0,8	0,4	0,7
19	8	20	12	–10	6	65	0,2	1,2	0,4	0,8
20	12	20	10	–3	6	50	0,24	1,0	0,6	0,9
21	5	12	15	12	–3	55	0,3	0,6	0,5	0,55
22	10	15	18	6	–2	65	0,1	0,8	0,4	0,6
23	8	20	12	–8	2	45	0,2	0,8	0,6	–
24	12	20	18	–4	–8	70	0,4	0,5	0,3	0,4
25	6	10	15	–6	–2	60	0,1	1,4	0,7	–
26	8	12	10	10	–3	65	0,2	1,2	0,8	0,9
27	6	18	16	5	–3	70	0,2	0,8	0,2	0,6
28	8	12	12	–6	2	65	0,3	0,6	0,3	0,5
29	10	18	20	–10	4	60	0,2	1,2	0,8	0,9
30	8	18	10	8	6	75	0,1	1,0	0,8	0,9

Пример выполнения задания Д7. Исследование движения механической системы с одной степенью свободы с применением уравнений Лагранжа

Механическая система состоит из трёх тел – бруса 1, блока 2, катка 3 и невесомой пружины жесткостью c. Брус, соединяющий каток 3 с блоком 2, расположен параллельно линии качения катка 3 (рис. 6.11). Радиусы ступеней ступенчатого диска R и r, радиус однородного диска r. Система движется в вертикальной плоскости под действием сил тяжести $\vec{P}_1$, $\vec{P}_2$, $\vec{P}_3$, силы $\vec{F}$ и пары сил с моментом M. Движение катка 3 по неподвижной поверхности происходит без проскальзывания. Скольжение между брусом и дисками отсутствует.

Передача движения от пружины блоку 2 производится посредством невесомого вертикального стержня без скольжения. Радиус инерции блока 2 относительно оси, проходящей через его центр масс перпендикулярно плоскости движения, i_z.

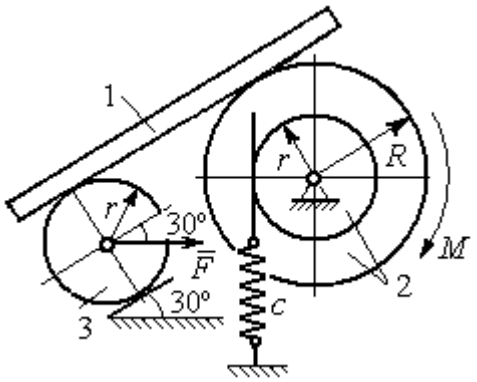


Рис. 6.11. Механическая система с одной степенью свободы

Исходные данные задачи: $P_1 = P$ Н, $P_2 = 2P$ Н, $P_3 = P$ Н, $F = 2P$ Н, $M = Pr$ Н·м, $R = 1{,}5r$ м, $i_z = r\sqrt{2}$ м, $c = P/r$ Н/м.

Определить законы движения блока 2 и бруса 1 при $P = 10$ Н, $r = 0{,}2$ м, если в начальный момент пружина находилась в нерастянутом состоянии, а блоку 2 придали угловую скорость $\omega_0 = 0{,}5$ рад/с, направленную в сторону заданного момента пары сил.

Решение

Рассматриваемая механическая система (рис. 6.11) имеет одну степень свободы, так как в системе не допускается независимое друг от друга движение тел. В качестве обобщённой координаты q выберем перемещение x верхнего края пружины, отсчитываемого от уровня, при котором пружина длиной l_0 находилась в нерастянутом состоянии (рис. 6.12). Обобщённая скорость $\dot{q} = \dot{x}$.

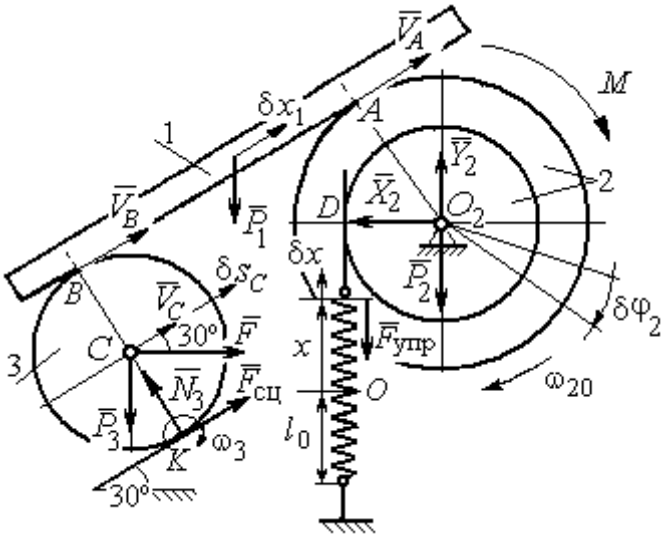


Рис. 6.12. Расчётная схема колебаний механической системы с одной степенью свободы

Уравнение Лагранжа II рода, описывающее движение системы с одной степенью свободы, имеет вид $\dfrac{d}{dt}\left(\dfrac{\partial T}{\partial \dot{x}}\right) - \dfrac{\partial T}{\partial x} = Q_x$, где T –

кинетическая энергия системы, Q_x – обобщенная сила, соответствующая обобщенной координате *x*.

Вычислим кинетическую энергию системы как сумму кинетических энергий бруса, блока и катка: $T = T_1 + T_2 + T_3$. Кинетическая энергия поступательного движения бруса 1: $T_1 = \frac{1}{2} m_1 V_1^2$, где m_1, V_1 – масса и скорость бруса. Энергия вращательного движения блока 2: $T_2 = \frac{1}{2} J_{2z} \omega_2^2$, где ω_2 – угловая скорость блока, J_{2z} – момент инерции блока 2 относительно оси *z*, $J_{2z} = m_2 i_z^2$.

Каток 3 совершает плоскопараллельное движение. Его кинетическая энергия $T_3 = \frac{1}{2} m_3 V_C^2 + \frac{1}{2} J_{zC} \omega_3^2$, где V_C – скорость центра масс катка 3; J_{zC} – момент инерции катка относительно оси, проходящей через его центр масс перпендикулярно плоскости движения, $J_{zC} = \frac{1}{2} m_3 r^2$; *r* – радиус катка; ω_3 – угловая скорость катка.

Выразим скорость V_1 бруса 1, угловые скорости ω_2, ω_3 блока 2 и катка 3, а также скорость V_C центра масс катка 3 через обобщённую скорость $\dot{x}$.

Заметим, что скорость точки *D* блока 2 равна скорости верхнего края пружины $V_D = \dot{x}$. Угловая скорость блока 2 $\omega_2 = \frac{V_D}{r} = \frac{\dot{x}}{r}$. Скорость бруса 1 равна скорости точки *A* блока 2 и вычисляется по формуле $V_1 = V_A = \omega_2 R = \frac{\dot{x} R}{r}$. Так как брус совершает поступательное движение, то $V_B = V_1$. Угловая скорость катка 3 $\omega_3 = \frac{V_B}{2r} = \frac{V_1}{2r} = \frac{\dot{x} R}{2r^2}$. Здесь при определении угловой скорости катка 3 учтено, что точка *K* касания катка 3 с неподвижной поверхностью является мгновенным центром скоростей катка. Скорость центра катка 3 $V_C = \frac{V_B}{2} = \frac{\dot{x} R}{2r}$.

Подставляя исходные данные задачи с учётом найденных кинематических соотношений, получим кинетическую энергию тел системы

$$T_1=\frac{1}{2}m_1V_1^2=\frac{P}{2g}\left(\frac{\dot{x}R}{r}\right)^2=1{,}125\frac{P}{g}\dot{x}^2,\ \ T_2=\frac{1}{2}J_{2z}\omega_2^2=\ \frac{1}{2}\cdot\frac{2P}{g}\left(r\sqrt{2}\right)^2\left(\frac{\dot{x}}{r}\right)^2=2\frac{P}{g}\dot{x}^2,$$

$$T_3=\frac{1}{2}m_3V_C^2+\frac{1}{2}J_{zC}\omega_3^2=\frac{1}{2}\frac{P}{g}\left(\frac{\dot{x}R}{2r}\right)^2+\frac{1}{2}\frac{Pr^2}{2g}\left(\frac{\dot{x}R}{2r^2}\right)^2=0{,}422\frac{P}{g}\dot{x}^2.$$

Тогда полная кинетическая энергия системы:

$$T=T_1+T_2+T_3=3{,}547\frac{P}{g}\dot{x}^2.$$

Произвольное положение системы определяется обобщённой координатой *x*, показывающей растяжение пружины. Дадим пружине, находящейся в произвольном положении, возможное (бесконечно малое) перемещение δx в положительном направлении оси *x* (см. рис. 6.12). При этом блок 2 повернётся на угол $\delta\varphi_2$: $\delta\varphi_2=\frac{\delta x}{r}$, брус 1 переместится на расстояние δx_1: $\delta x_1=\frac{\delta xR}{r}$, центр масс катка 3 сдвинется на расстояние δS_C: $\delta S_C=\frac{\delta xR}{2r}$. Все перемещения получены из установленных ранее кинематических соотношений и показаны на рис. 6.12.

При заданном возможном перемещении системы работу совершают силы тяжести $\vec{P}_1$, $\vec{P}_3$ бруса 1 и катка 3, пара сил с моментом *M*, сила $\vec{F}$ и сила упругости пружины (см. рис. 6.12). Элементарная работа вращающего момента *M*, приложенного к блоку 2, будет $\delta A(M)=M\delta\varphi_2=M\frac{\delta x}{r}$. Работа силы тяжести бруса 1 определяется равенством $\delta A(P_1)=P_1\delta x_1\cos120^\circ=-P_1\delta x_1\cos60^\circ=-\frac{P_1\delta xR}{2r}$. Работы силы тяжести катка 3 и силы *F*: $\delta A(P_3)=P_3\delta s_C\cos120^\circ=-P_3\frac{\delta xR}{4r}$, $\delta A(F)=F\frac{\delta xR}{2r}\cos30^\circ$. Модуль силы упругости пружины, растянутой из неде-

формированного положения на расстояние x: $F_{\text{упр}} = cx$. Сила $\vec{F}_{\text{упр}}$ упругости направлена в сторону, противоположную растяжению (см. рис. 6.12). Работа силы упругости при перемещении вдоль линии действия на расстояние δx вычисляется по формуле $\delta A(\vec{F}_{\text{упр}}) = F_{\text{упр}}\delta x\cos 180^\circ = -cx\delta x$.

Сумма работ сил на рассматриваемом возможном перемещении системы с учётом данных задачи составляет

$$\delta A = \delta A(M) + \delta A(P_1) + \delta A(P_3) + \delta A(F) + \delta A(F_{\text{упр}}) =$$

$$= M\frac{\delta x}{r} - \frac{P_1\delta xR}{2r} - P_3\frac{\delta xR}{4r} + F\frac{\delta xR}{2r}\cos 30^\circ - cx\delta x = P(1{,}174 - 5x)\delta x,$$

откуда обобщённая сила $Q_x = P(1{,}174 - 5x)$.

Составим уравнения Лагранжа. Вычислим частные производные от кинетической энергии по обобщенной скорости $\dot{x}$ и координате x: $\frac{\partial T}{\partial \dot{x}} = 7{,}094\frac{P}{g}\dot{x}$, $\frac{\partial T}{\partial x} = 0$. Определим полную производную по времени: $\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{x}}\right) = 7{,}094\frac{P}{g}\ddot{x}$. Результаты расчетов подставим в уравнения Лагранжа II рода и получим дифференциальное уравнение колебаний верхнего края пружины:

$$7{,}094\frac{P}{g}\ddot{x} = P(1{,}174 - 5x), \text{ или при } g = 9{,}81 \text{ м/с}^2,\ \ddot{x} + 6{,}91x = 1{,}62.$$

Решение дифференциального уравнения представляется в виде суммы общего решения однородного уравнения и частного решения неоднородного: $x = x_{\text{одн}} + x_{\text{частн}}$. Общее решение однородного уравнения имеет вид $x_{\text{одн}} = C_1\sin kt + C_2\cos kt$, где C_1, C_2 – произвольные постоянные; k – круговая частота собственных колебаний пружины, $k = \sqrt{6{,}91} = 2{,}63$ рад/с. Частное решение неоднородного уравнения ищется в виде константы $x_{\text{частн}} = b$. Подставив его в уравнение колебаний, получим $b = 0{,}23$. Таким образом, общее решение неоднородного уравнения имеет вид $x(t) = C_1\sin 2{,}63t + C_2\cos 2{,}63t + 0{,}23$.

Произвольные постоянные C_1, C_2 находятся из начальных условий. По условию задачи в начальный момент пружина была в нерастянутом состоянии. Тогда начальная координата пружины (её верхнего края) $x(0) = 0$. Скорость верхнего края пружины в начальный момент времени $\dot{x}(0)$ равна начальной скорости $V_D(0)$ точки *D* блока 2. Поскольку в начальный момент времени блоку 2 сообщили угловую скорость ω_{20}, то $\dot{x}(0) = V_D(0) = \omega_{20} r = 0{,}1$ м/с.

Подставляя значение начальной координаты в общее решение неоднородного уравнения при $t = 0$, получим $C_2 = -0{,}23$.

Вычисляем скорость движения пружины, взяв производную: $\dot{x}(t) = 2{,}63C_1 \cos 2{,}63t - 2{,}63C_2 \sin 2{,}63t$. Подставляя начальное значение скорости, получим $C_1 = 0{,}038$. Окончательно уравнение движения верхнего края пружин: $x(t) = 0{,}038 \sin 2{,}63t - 0{,}23 \cos 2{,}63t + 0{,}23$ м.

Уравнения колебательных движений бруса 1 и блока 2 найдём из ранее полученных кинематических соотношений:

$$x_1 = \frac{xR}{r} = 1{,}5\, x(t) = 0{,}057 \sin 2{,}63t - 0{,}34 \cos 2{,}63t + 0{,}34 \text{ м};$$

$$\varphi_2 = \frac{x}{r} = 5\, x(t) = 0{,}19 \sin 2{,}63t - 1{,}15 \cos 2{,}63t + 1{,}15 \text{ рад}.$$

Амплитуда колебаний бруса $A = \sqrt{0{,}057^2 + 0{,}34^2} = 0{,}35$ м.

6.5. Задание Д8. Исследование механической системы с двумя степенями свободы

Механическая система, состоящая из четырёх тел, из состояния покоя движется в вертикальной плоскости под действием сил тяжести $\vec{P}_1$, $\vec{P}_2$, $\vec{P}_3$, $\vec{P}_4$, силы $\vec{F}$ и пары сил с моментом *M*. Качение тел во всех случаях происходит без проскальзывания, скольжение грузов по поверхностям – без трения. Радиусы дисков одинаковы и равны *R*. Найти уравнения движения системы в обоб-

щённых координатах. Варианты заданий и рекомендуемые обобщённые координаты даны на рис. 6.13, 6.14, варианты исходных данных – в табл. 6.3.

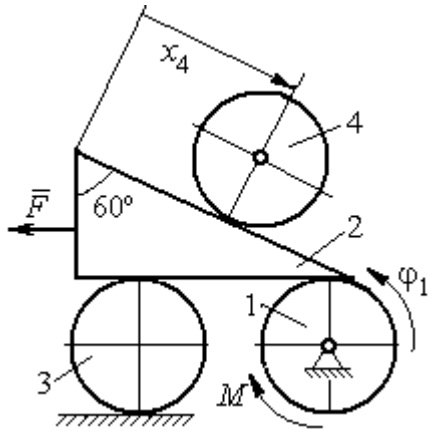
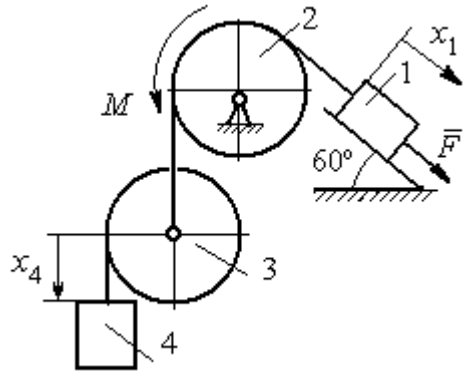
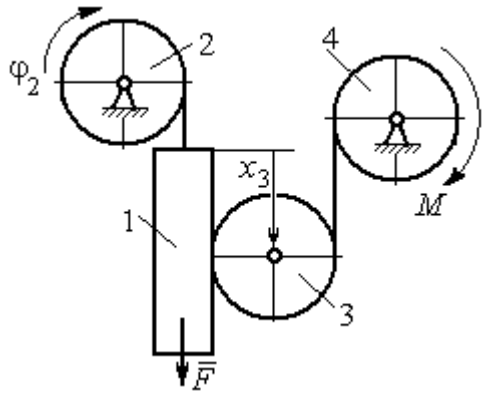
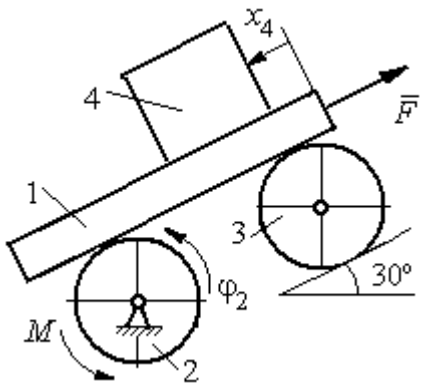
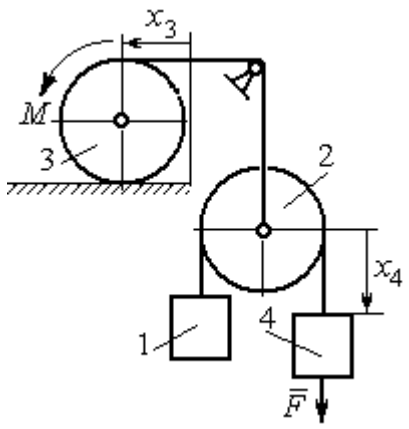
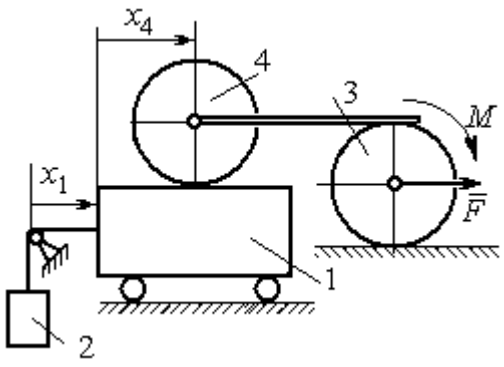
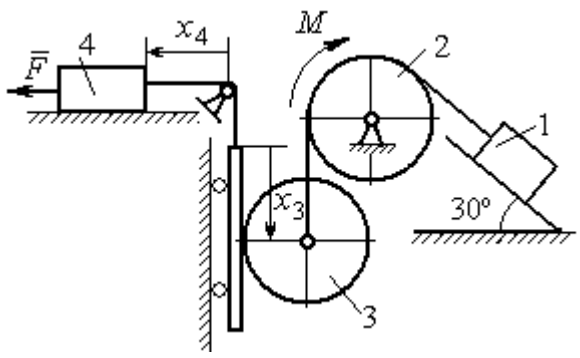
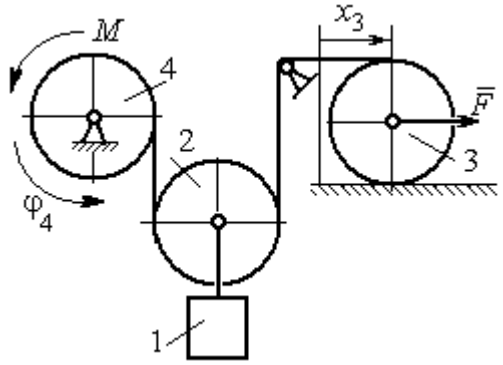
Варианты № 1, 11, 21	**Варианты № 2, 12, 22**
	
Варианты № 3, 13, 23	**Варианты № 4, 14, 24**
	
Варианты № 5, 15, 25	**Варианты № 6, 16, 26**
	

Рис. 6.13. Задание Д8. Исследование движения механической системы с двумя степенями свободы. Номера вариантов задания 1 – 6, 11 – 16, 21 – 26

Окончание вариантов задания Д8

Варианты № 7, 17, 27	**Варианты № 8, 18, 28**
	

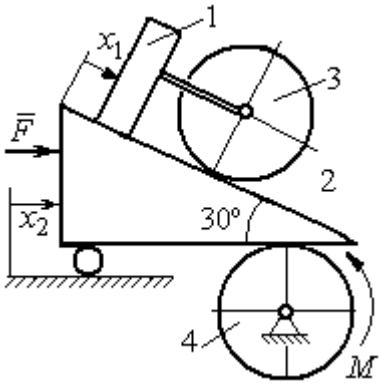
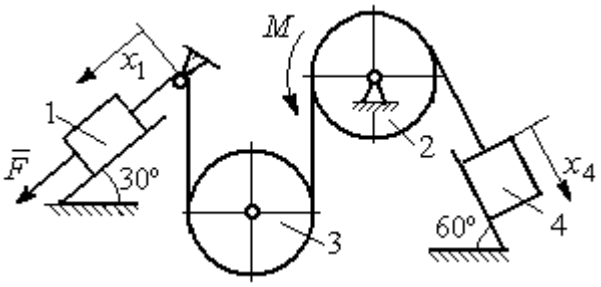
Варианты № 9, 19, 29	**Варианты № 10, 20, 30**
	

Рис. 6.14. Задание Д8. Исследование движения механической системы с двумя степенями свободы. Номера вариантов задания 7 – 10, 17 – 20, 27 – 30

Таблица 6.3

Исходные данные задания Д8. Исследование движения механической системы с двумя степенями свободы

Номер варианта задания	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**	**13**	**14**	**15**
P_1, Н	P	$2P$	P	$1{,}5P$	P	$3P$	P	$1{,}2P$	$3P$	P	$2P$	P	P	$2P$	P
P_2, Н	$3P$	$3P$	$4P$	$3P$	$2P$	P	$2P$	$3P$	P	$2P$	$3P$	$2P$	$3P$	$4P$	$3P$
P_3, Н	$2P$	$2P$	$3P$	$2P$	$2P$	$2P$	$3P$	P	$2P$	$3P$	$2P$	$2P$	$2P$	P	$2P$
P_4, Н	$2P$	P	P	$2P$	$3P$	$3P$	P	P	$2P$	P	P	P	$2P$	$2P$	$2P$
R, м	$2r$	$1{,}5r$	$2{,}5r$	$1{,}2r$	$2r$	r	$1{,}5r$	r	$2r$	r	$1{,}5r$	$1{,}2r$	$2r$	$2r$	$2r$
F, Н	P	$2P$	P	$3P$	P	P	$2P$	$4P$	P	$2P$	P	$2P$	$1{,}5P$	$4P$	$2P$
M, Н·м	$2Pr$	$3Pr$	$4Pr$	$3Pr$	$3Pr$	$4Pr$	$2Pr$	$2Pr$	$3Pr$	$2Pr$	$3Pr$	$4Pr$	$3Pr$	$3Pr$	$2Pr$

Окончание табл. 6.3

Номер варианта задания	**16**	**17**	**18**	**19**	**20**	**21**	**22**	**23**	**24**	**25**	**26**	**27**	**28**	**29**	**30**
P_1, Н	4P	1,5P	P	2P	P	P	1,5P	1,5P	2P	P	P	2P	1,2P	3P	1,2P
P_2, Н	2P	2P	2P	4P	3P	4P	3P	4P	3P	2P	2P	1,2P	2P	3P	2P
P_3, Н	2P	2P	3P	2P	2P	3P	2P	2P	P	2P	3P	2P	P	P	3P
P_4, Н	1,5P	2P	3P	P	2P	2P	2P	P	2P	3P	P	P	2P	P	2P
R, м	1,5r	r	1,5r	2r	r	1,2r	2r	1,5r	2r	r	1,5r	2r	r	1,2r	2r
F, Н	2P	2P	P	3P	4P	2P	3P	2P	3P	P	3P	1,5P	4P	2P	3P
M, Н·м	3Pr	2Pr	4Pr	Pr	4Pr	4Pr	2Pr	Pr	4Pr	2Pr	4Pr	2Pr	2Pr	3Pr	2Pr

Пример выполнения задания Д8. Исследование движения механической системы с двумя степенями свободы

Платформа 3 лежит горизонтально на катке 5 и блоке 4 одинакового радиуса R (рис. 6.15). На платформу действует горизонтальная сила $\vec{F}$. К блоку 4, вращающемуся вокруг неподвижной оси, приложена пара сил с моментом M. Каток 5 катится по горизонтальной поверхности. К краю платформы одним концом прикреплена горизонтальная нить, а к другому концу, перекинутому через невесомый блок, прикреплён груз 6, движущийся вертикально. На платформе 3 установлен каток 2 радиуса R. К центру катка прикреплена нить, расположенная параллельно платформе и натянутая грузом 1, движущимся вертикально (см. рис. 6.15). Движение системы началось из состояния покоя. Качение тел без проскальзывания. Определить уравнения движения системы в обобщённых координатах, если $R = 2r$, веса тел $P_1 = P_6 = P$, $P_3 = 3P$, $P_4 = P_5 = P_2 = 2P$, $F = P$, $M = 3Pr$.

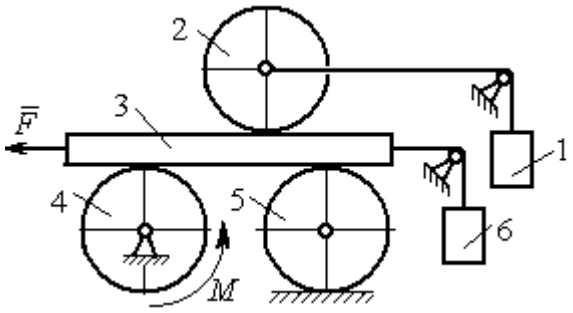


Рис. 6.15. Механическая система с двумя степенями свободы

Решение

Рассматриваемая механическая система, включающая катки 2, 5, платформу 3, блок 4 и грузы 1, 6, имеет две степени свободы, так как перемещение

катка 2 относительно платформы 3 не зависит от перемещения самой платформы. За обобщенные координаты выберем перемещение x_2 центра масс катка 2 относительно края платформы и перемещение x_3 платформы 3 относительно произвольной неподвижной вертикальной плоскости (рис. 6.16). Обобщенные скорости – скорость $\dot{x}_2$ центра масс катка 2 относительно края платформы и скорость платформы $\dot{x}_3$ относительно неподвижной вертикали. Уравнения Лагранжа II рода, описывающие движение системы:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{x}_2}\right)-\frac{\partial T}{\partial x_2}=Q_{x_2}, \quad \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{x}_3}\right)-\frac{\partial T}{\partial x_3}=Q_{x_3},$$

где T – кинетическая энергия системы; Q_{x_2}, Q_{x_3} – обобщенные силы, соответствующие указанным обобщенным координатам.

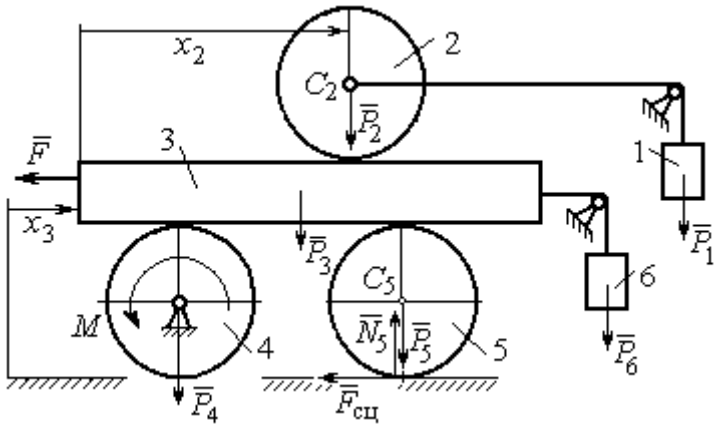


Рис. 6.16. Действующие силы
и обобщённые координаты механической системы

Вычислим кинетическую энергию системы как сумму кинетических энергий тел.

Платформа 3 совершает поступательное движение. Кинетическая энергия платформы $T_3=\frac{P_3}{2g}V_3^2$, где V_3 – скорость платформы, причём, в соответствии с выбором обобщённых координат и скоростей, $V_3=\dot{x}_3$.

Блок 4 вращается вокруг неподвижной оси. Энергия вращательного движения блока $T_4=\frac{1}{2}J_4\omega_4^2$, где J_4, ω_4 – осевой момент инерции блока 4 и его угловая скорость. Угловая скорость блока 4 $\omega_4=\frac{V_3}{R_4}=\frac{\dot{x}_3}{2r}$.

Каток 5 совершает плоскопараллельное движение, его кинетическая энергия вычисляется по формуле: $T_5 = \frac{1}{2}\frac{P_5}{g}V_{C_5}^2 + \frac{1}{2}J_5\omega_5^2$, где J_5 – момент инерции катка относительно оси вращения, проходящей через его центр масс; ω_5, V_{C_5} – угловая скорость и скорость центра масс катка 5. Для определения скорости центра масс катка 5 заметим, что точка касания катка с платформой имеет скорость, равную скорости платформы, а точка *K* касания катка с неподвижной горизонтальной поверхностью является его мгновенным центром скоростей. Следовательно, скорость центра катка равна половине скорости платформы: $V_{C_5} = \frac{1}{2}V_3 = \frac{1}{2}\dot{x}_3$. Угловая скорость катка 5 $\omega_5 = \frac{V_3}{2R_5} = \frac{\dot{x}_3}{4r}$ (рис. 6.17, *a*).

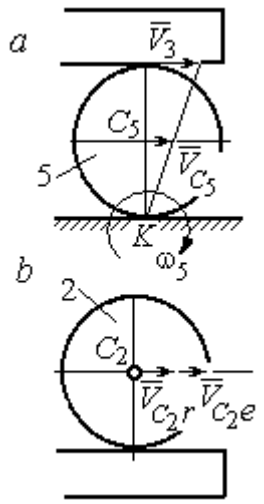


Рис. 6.17. Скорости центров катков 2 и 5

При расчёте кинетической энергии катка 2 необходимо учитывать, что каток совершает сложное движение. Качение катка по поверхности платформы является относительным движением, перемещение его вместе с платформой – переносным. Абсолютная скорость V_{C_2} центра масс катка 2 представляется в виде векторной суммы $\vec{V}_{C_2} = \vec{V}_{C_2r} + \vec{V}_{C_2e}$ (рис. 6.17, *b*), где $\vec{V}_{C_2e}$ – вектор переносной скорости катка, равный по модулю скорости платформы, $V_{C_2e} = V_3 = \dot{x}_3$; $\vec{V}_{C_2r}$ – вектор относительной скорости центра масс катка, равный по величине скорости центра масс катка 2 относительно края платформы, $V_{C_2r} = \dot{x}_2$. Модуль абсолютной скорости центра масс катка 2 равен сумме $V_{C_2} = V_{C_2r} + V_{C_2e} = \dot{x}_2 + \dot{x}_3$ (рис. 6.17, *b*).

Угловая скорость переносного движения катка 2 равна нулю, поскольку переносное движение катка – это поступательное движение платформы. В результате угловая скорость катка 2 равна его угловой скорости в относительном

движении: $\omega_2 = \dfrac{V_{C_2 r}}{R_2} = \dfrac{\dot{x}_2}{2r}$. Кинетическая энергия катка 2 рассчитывается по формуле: $T_2 = \dfrac{1}{2}\dfrac{P_2}{g}V_{C_2}^2 + \dfrac{1}{2}J_2\omega_2^2$, где J_2 – осевой момент инерции катка 2; ω_2 – угловая скорость катка; V_{C_2} – абсолютная скорость центра масс катка 2.

Движение грузов 1 и 6 поступательное, их кинетические энергии вычисляются по формулам: $T_1 = \dfrac{P_1}{2g}V_1^2$, $T_6 = \dfrac{P_6}{2g}V_6^2$. При этом скорость груза 1 равна абсолютной скорости центра катка 2: $V_1 = V_{C_2} = \dot{x}_2 + \dot{x}_3$, а скорость груза 6 равна скорости платформы: $V_6 = V_3 = \dot{x}_3$.

Выразим кинетическую энергию системы через обобщённые скорости. Кинетическая энергия:

$$T = T_1 + T_2 + T_3 + T_4 + T_5 + T_6 =$$

$$= \frac{P_1}{2g}V_1^2 + \frac{1}{2}\frac{P_2}{g}V_{C_2}^2 + \frac{1}{2}J_2\omega_2^2 + \frac{P_3}{2g}V_3^2 + \frac{1}{2}J_4\omega_4^2 + \frac{1}{2}\frac{P_5}{g}V_{C_5}^2 + \frac{1}{2}J_5\omega_5^2 + \frac{P_6}{2g}V_6^2,$$

где значения скоростей: $V_1 = \dot{x}_2 + \dot{x}_3$, $V_{C_2} = \dot{x}_2 + \dot{x}_3$, $\omega_2 = \dfrac{\dot{x}_2}{2r}$, $V_3 = \dot{x}_3$, $\omega_4 = \dfrac{\dot{x}_3}{2r}$, $V_{C_5} = \dfrac{1}{2}\dot{x}_3$, $\omega_5 = \dfrac{\dot{x}_3}{4r}$, $V_6 = \dot{x}_3$. Значения осевых моментов инерции катков: $J_2 = \dfrac{P_2 R_2^2}{2g} = \dfrac{4Pr^2}{g}$, $J_4 = \dfrac{P_4 R_4^2}{2g} = \dfrac{4Pr^2}{g}$, $J_5 = \dfrac{P_5 R_5^2}{2g} = \dfrac{4Pr^2}{g}$. Подставляя значения скоростей, моментов инерции и данные задачи, получим выражение кинетической энергии системы в виде

$$T = \frac{P}{2g}(\dot{x}_2 + \dot{x}_3)^2 + \frac{1}{2}\cdot\frac{2P}{g}(\dot{x}_2 + \dot{x}_3)^2 + \frac{1}{2}\cdot\frac{4Pr^2}{g}\left(\frac{\dot{x}_2}{2r}\right)^2 + \frac{3P}{2g}\dot{x}_3^2 +$$

$$+\frac{1}{2}\cdot\frac{4Pr^2}{g}\left(\frac{\dot{x}_3}{2r}\right)^2 + \frac{1}{2}\cdot\frac{2P}{g}\left(\frac{\dot{x}_3}{2}\right)^2 + \frac{1}{2}\cdot\frac{4Pr^2}{g}\left(\frac{\dot{x}_3}{4r}\right)^2 + \frac{P}{2g}\dot{x}_3^2 =$$

$$= \frac{1}{2}\frac{P}{g}\dot{x}_2^2 + \frac{3P}{2g}(\dot{x}_2 + \dot{x}_3)^2 + \frac{23P}{8g}\dot{x}_3^2 = \frac{2P}{g}\dot{x}_2^2 + \frac{3P}{g}\dot{x}_2\dot{x}_3 + \frac{35P}{8g}\dot{x}_3^2.$$

Дадим системе возможное перемещение по координате x_3, оставляя координату x_2 без изменения: $\delta x_3 > 0, \delta x_2 = 0$ (рис. 6.18). При таком перемещении каток 2 стоит на платформе и движется поступательно вместе с ней. В этом случае работа сил тяжести $\vec{P}_2$, $\vec{P}_5$, $\vec{P}_3$ катков 2, 5 и платформы 3 равна нулю, так как перемещения точек приложения этих сил перпендикулярны векторам сил (см. рис. 6.18). Работа силы тяжести $\vec{P}_4$ равна нулю, так как точка приложения силы лежит на неподвижной оси вращения блока 4.

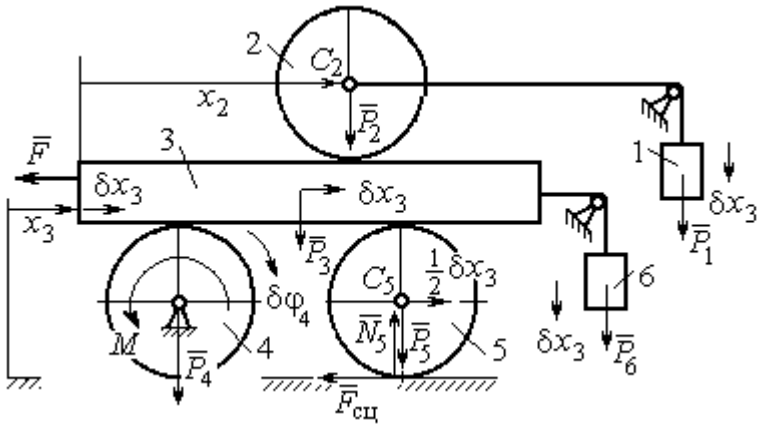


Рис. 6.18. Возможное перемещение системы при вариации обобщённых координат $\delta x_3 > 0$, $\delta x_2 = 0$

Работу будут производить сила $\vec{F}$, пара сил с моментом M и силы тяжести грузов $\vec{P}_1$ и $\vec{P}_6$. Суммарная работа сил на перемещении δx_3: $\delta A = -F\delta x_3 - M\delta\varphi_4 + P_1\delta x_3 + P_6\delta x_3$.

Представим полученное ранее соотношение $\omega_4 = \dfrac{\dot{x}_3}{2r}$ в дифференциальном виде: $d\varphi_4 = \dfrac{dx_3}{2r}$. Поскольку дифференциалы координат также являются возможными перемещениями, получим нужное соотношение $\delta\varphi_4 = \dfrac{\delta x_3}{2r}$. Теперь элементарную работу сил на возможном перемещении δx_3 с учётом значений сил можно представить в виде:

$$\delta A = -P\delta x_3 - 3Pr\frac{\delta x_3}{2r} + P\delta x_3 + P\delta x_3 = -\frac{1}{2}P\delta x_3,$$

отсюда обобщённая сила, соответствующая координате x_3: $Q_{x_3} = -\dfrac{1}{2}P$.

Дадим системе другое независимое перемещение – по координате x_2, оставляя координату x_3 без изменения: $\delta x_2 > 0, \delta x_3 = 0$ (рис. 6.19).

При этом возможном перемещении вся система стоит, кроме катка 2, который катится по поверхности неподвижной платформы, и груза 1, который опускается вертикально вниз. Работу совершает только сила тяжести груза 1. Выражая работу в виде $\delta A = P_1 \delta x_2 = P \delta x_2$, найдём обобщённую силу, соответствующую координате x_2: $Q_{x_2} = P$.

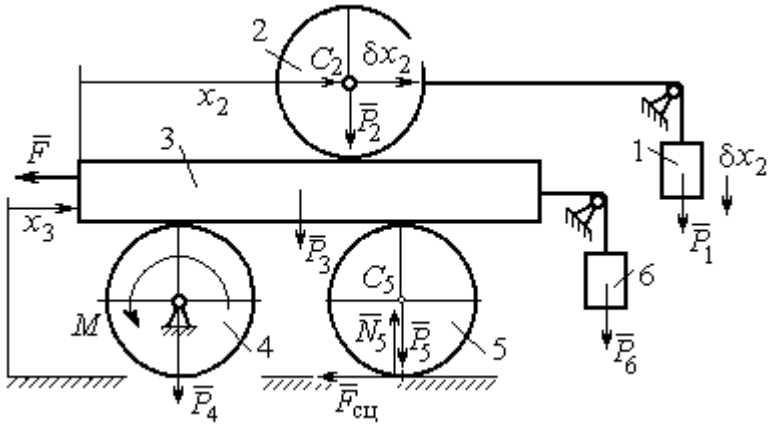


Рис. 6.19. Возможное перемещение системы при вариации обобщённых координат $\delta x_2 > 0$, $\delta x_3 = 0$

Составим уравнения Лагранжа. С этой целью вычислим частные производные от кинетической энергии по обобщенным скоростям $\dot{x}_3$ и $\dot{x}_2$:

$$\frac{\partial T}{\partial \dot{x}_3} = \frac{3P}{g}\dot{x}_2 + \frac{35P}{4g}\dot{x}_3, \quad \frac{\partial T}{\partial \dot{x}_2} = \frac{4P}{g}\dot{x}_2 + \frac{3P}{g}\dot{x}_3$$

и по обобщённым координатам: $\frac{\partial T}{\partial x_3} = 0, \frac{\partial T}{\partial x_4} = 0.$

Определим полные производные по времени от частных производных кинетической энергии по скоростям:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{x}_3}\right) = \frac{3P}{g}\ddot{x}_2 + \frac{35P}{4g}\ddot{x}_3, \quad \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{x}_2}\right) = \frac{4P}{g}\ddot{x}_2 + \frac{3P}{g}\ddot{x}_3.$$

Подставляя результаты расчётов в уравнения Лагранжа с учётом вычисленных значений обобщённых сил, получим систему дифференциальных уравнений, описывающих движение системы в обобщённых координатах:

$$12\ddot{x}_2 + 35\ddot{x}_3 = -2g, \quad 4\ddot{x}_2 + 3\ddot{x}_3 = g.$$

Алгебраическим решением системы служат значения ускорений:

$$\ddot{x}_3 = -\frac{5}{26}g = -0{,}19g \quad \text{и} \quad \ddot{x}_2 = \frac{41}{104}g = 0{,}39g.$$

Полученные выражения представляют собой дифференциальные уравнения, проинтегрировав которые дважды с нулевыми начальными условиями (движение началось из состояния покоя), найдём уравнения абсолютного движения платформы и относительного движения центра масс катка 2:

$$x_3 = -0{,}095gt^2, \quad x_2 = 0{,}195gt^2.$$

Отрицательное значение координаты x_3 означает, что движение платформы происходит в отрицательном направлении оси x_3 (см. рис. 6.16).

Абсолютное движение центра катка 2 представляется суммой относительного и переносного движений: $x_{C_2} = x_2 + x_3 = 0{,}1gt^2$.

Уравнение вращательного движения катка 2 находится на основании выражения $\varphi_2 = \frac{1}{R_2}x_2 = \frac{1}{2r}x_2 = 0{,}097\frac{gt^2}{r}$. Вращение блока 4 описывается уравнением $\varphi_4 = \frac{1}{R_4}x_3 = \frac{1}{2r}x_3 = -0{,}047\frac{gt^2}{r}$.

Движение катка 5 описывается двумя уравнениями: уравнением движения центра масс катка $x_{C_5} = \frac{1}{2}x_3 = -0{,}047gt^2$ и уравнением вращательного движения катка $\varphi_5 = \frac{x_3}{2R_5} = -0{,}024\frac{gt^2}{r}$.

СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

Бать М. И., *Джанелидзе Г. Ю.*, *Кельзон А. С.* Теоретическая механика в примерах и задачах. Т. 1–2.– СПб.: Лань, 2010.

Бутенин Н. В., *Лунц Я. Л.*, *Меркин Д. Р.* Курс теоретической механики: в 2-х томах.– М.: Наука, 2009.

Вебер Г. Э., *Ляпцев С. А*. Лекции по теоретической механике. Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2008.

Тарг С. М. Краткий курс теоретической механики: учебн. для втузов. – М.: Высшая школа, 2010.

Учебное издание

Евгений Борисович Волков
Юрий Михайлович Казаков

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА

сборник заданий для расчетно-графических работ

Учебно-методическое пособие
для самостоятельной работы студентов

Редактор *Л.В. Устьянцева*

Подписано в печать
Бумага писчая. Формат бумаги 60×84 1/16.
Гарнитура Times New Roman. Печать на ризографе.
Печ. л. 9,75 Уч. изд. л. 6,5 Тираж экз. Заказ №

Издательство УГГУ
620144, г. Екатеринбург, ул. Куйбышева, 30
Уральский государственный горный университет.
Отпечатано с оригинал-макета
в лаборатории множительной техники УГГУ

4. ДИНАМИКА ТОЧКИ 73
4.1. Дифференциальные уравнения движения точки. 73
4.2. Задание Д1. Интегрирование дифференциальных уравнений движения точки 73
4.3. Колебания материальной точки 80
4.4. Задание Д2. Исследование колебаний точки 84
4.5. Теорема об изменении кинетической энергии точки. 95
4.6. Задание Д3. Исследование движения точки
с применением теоремы об изменении кинетической энергии 96
5. ДИНАМИКА МЕХАНИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ 103
5.1. Описание движений твёрдых тел на основе общих теорем динамики системы . 103
5.2. Задание Д4. Динамический расчет механической системы 104
5.3. Теорема об изменении кинетической энергии системы. 112
5.4. Задание Д5. Исследование движения механической системы
с применением теоремы об изменении кинетической энергии 114
6. АНАЛИТИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА 124
6.1. Принципы механики. Общее уравнение динамики 124
6.2. Задание Д6. Исследование механической системы
с применением общего уравнения динамики 126
6.3. Уравнения Лагранжа II рода 136
6.4. Задание Д7. Исследование механической системы с одной степенью свободы
с применением уравнений Лагранжа 137
6.5. Задание Д8. Исследование механической системы с двумя степенями свободы 145
СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ 155

Министерство образования и науки РФ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Уральский государственный горный университет»



А. Г. Петрушин, Н. Н. Лещуков

РАЗРУШЕНИЕ ГОРНЫХ ПОРОД

Учебно-методическое пособие по выполнению контрольной работы по дисциплине «Разрушение горных пород» для студентов специальности 21.05.04 «Горное дело»

Екатеринбург – 2019

Министерство образования и науки РФ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Уральский государственный горный университет»

ОДОБРЕНО

Методической комиссией горно-технологического факультета

«_____» _____ 2019 г.

Председатель комиссии

_____ст.преп. Н. В. Колчина

А. Г. Петрушин, Н. Н. Лещуков

РАЗРУШЕНИЕ ГОРНЫХ ПОРОД

Учебно-методическое пособие по выполнению контрольной работы по дисциплине
«Разрушение горных пород»
для студентов специальности 21.05.04 «Горное дело»

Издание УГГУ Екатеринбург, 2019

Рецензенты: Лель Ю. И., зав. кафедрой РМОС УГГУ, профессор,
д-р техн. наук.

Печатается по решению Редакционно-издательского совета
Уральского государственного горного университета

Разрушение горных пород: Учебно-методическое пособие по выполнению контрольной работы по дисциплине «Разрушение горных пород» для студентов специальности 21.05.04 «Горное дело» / А. Г. Петрушин, Н. Н. Лещуков; Урал. гос. горный ун-т. – Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2019. – 42 с.

Пособие предназначено для выполнения контрольной работы студентов всех специализаций специальности 21.05.04 «Горное дело» по курсу «Разрушение горных пород».

© Уральский государственный
горный университет, 2019
© Петрушин А.Г., Лещуков Н.Н.,

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ 5
1. РАСЧЕТ ПАРАМЕТРОВ БУРОВЗРЫВНЫХ РАБОТ 6
1.1. Общие положения 6
1.2. Определение параметров буровзрывных работ 6
1.2.1. Выбор взрывчатых материалов 6
1.2.2. Выбор типа вруба и глубины шпуров 11
1.2.3. Выбор конструкции и параметров врубов 12
1.2.3.1. Вертикальный клиновой вруб 12
1.2.3.2. Прямые врубы 14
1.2.4. Определение удельного заряда ВВ 18
1.2.5. Выбор диаметра шпура 20
1.2.6. Определение количества шпуров 20
1.2.7. Определение расхода взрывчатых материалов 22
2. РАСЧЕТ ЭЛЕКТРОВЗРЫВНОЙ СЕТИ 24
3. ВЫБОР БУРОВОГО ОБОРУДОВАНИЯ 27
4. СОСТАВЛЕНИЕ ПАСПОРТА БУРОВЗРЫВНЫХ РАБОТ 30
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ 31
ПРИЛОЖЕНИЯ 32
Приложение 1. Образец оформления обложки отчёта 31
Приложение 2. Пример паспорта БВР на прроведение выработки 32
Приложение 3. Задания по расчёту параметров и составлению паспорта БВР на проведение выработки 35
Приложение 4. Формы поперечного сечения горизонтальных выработок 39

ВВЕДЕНИЕ

Проведение горных выработок буровзрывным способом осуществляется по паспортам буровзрывных работ (БВР). Паспорта утверждаются руководителем того предприятия, которое ведёт взрывные работы. С паспортом БВР ознакомляется весь персонал, осуществляющий буровзрывные работы в данной выработке.

Паспорт составляется для каждого забоя выработки на основании расчетов и утверждается с учётом результатов не менее трёх опытных взрываний. По разрешению руководителя предприятия (шахты, рудника) допускается вместо опытных взрываний использовать результаты взрывов, проведённых в аналогичных условиях.

Расчёт, необходимый для составления паспорта, сводится к выбору и определению основных параметров буровзрывных работ для проведения выработки. К основным параметрам относятся: тип взрывчатого вещества (ВВ) и средства инициирования (СИ), диаметр и глубина шпуров, тип врубa, удельный заряд ВВ, количество шпуров и конструкции зарядов, расход взрывчатых материалов.

Отчёт по контрольной работе оформляется на листах стандартного формата А4 (210 мм х 297 мм). Обложка отчёта выполняется в соответствии с образцом, приведённым в Приложении 1.

На первой странице отчёта приводится его содержание с указанием страниц, далее – содержание задания по следующей форме (для примера взято задание № 1 настоящего пособия – Приложение 3):

Задание № 1

Выполнить расчёт и составить паспорт буровзрывных работ для проведения выработки при следующих данных:

– наименование выработки: квершлаг однопутный;
– форма поперечного сечения выработки – сводчатая;
– размеры выработки (высота и ширина) – 3,4х3,3 м;
– площадь сечения вчерне – 10,5 м^2;
– коэффициент крепости пород по шкале проф. М. М. Протодьяконова f = 15;
– категория пород – I;
– обводнённость – с;
– категория шахты по газу или пыли и наличие метана в выработке – не опасная.

После выполнения и оформления расчётной части отчёта приводится паспорт БВР, в котором указываются: характеристика выработки; характеристика пород; исходные данные; схема расположения шпуров в трёх проекциях; кон-

струкция вруба; конструкции зарядов во врубовых, вспомогательных (отбойных) и оконтуривающих шпурах; основные показатели взрывных работ; меры безопасности. Пример заполнения паспорта приведён в Приложении 2.

Студенты, обучающиеся по заочной форме и работающие на горном предприятии, в качестве исходных данных для выполнения настоящей работы (характеристики выработки и пород) могут по согласованию с преподавателем взять фактические исходные данные предприятия. Выполнив расчёты и составив паспорт в соответствии с рекомендациями пособия, студент приводит в отчёте также фактически действующий паспорт по принятой выработке и даёт краткий анализ расчётного и фактически действующего паспортов БВР.

1. РАСЧЕТ ПАРАМЕТРОВ БУРОВЗРЫВНЫХ РАБОТ

1.1. Общие положения

Буровзрывной комплекс работ занимает от 30 до 60 % общего времени проходческого цикла в зависимости от горнотехнических условий.

При проведении горных выработок буровзрывные работы должны обеспечить заданные размеры и форму поперечного сечения выработки, точное оконтуривание её профиля, качественное дробление породы и сосредоточенное размещение её в забое, нормативную величину коэффициента излишка сечения (КИС), высокий коэффициент использования шпуров (КИШ).

Эти требования соблюдаются при условии правильного выбора параметров буровзрывных работ: типа ВВ, типа и параметров вруба, величины и конструкции заряда в шпуре, диаметра и глубины шпуров, числа и расположения их в забое, способа и очередности взрывания зарядов, типа бурового оборудования, качества буровых работ, организации проходческих работ и т. д.

1.2. Определение параметров буровзрывных работ

1.2.1. Выбор взрывчатых материалов

При выборе взрывчатых материалов (ВМ) руководствуются требованиями безопасного производства взрывных работ, регламентированных «Едиными правилами безопасности при взрывных работах» (ЕПБ) [1] с учетом физико-механических свойств горных пород и горнотехнических условий.

Рекомендуемые взрывчатые вещества (ВВ) [2] в зависимости от условий работ, обводнённости и крепости пород, способа заряжания представлены в табл. 1.1.

В шахтах, не опасных по газу или пыли, при проведении горизонтальных выработок допускается применение электрического взрывания и систем неэлектрического взрывания с низкоэнергетическими волноводами.

Таблица 1.1

Рекомендуемые ВВ

Условия взрывных работ	Условия размещения зарядов	Коэффициент крепости пород *f*	Тип ВВ	Способ заряжания
Выработки, не опасные по взрыву газа или пыли	Сухие шпуры	до 12	Гранулит М Граммонит 79/21 Гранулит АС-4В Гранулит-игданит	Механизированный
			Аммонит № 6ЖВ	Ручной
		более 12	Гранулит АС-8В	Механизированный
			Аммонал М-10 Детонит М Аммонал скальный № 1	Ручной
	Обводнённые шпуры	до 12	Аммонит № 6ЖВ	Ручной
		более 12	Аммонал М-10 Детонит М Аммонал скальный № 1	
Выработки, опасные по взрыву газа и пыли	Сухие и обводнённые шпуры	Для взрывания по породе	Аммонит АП–5ЖВ	Ручной
		Для взрывания по углю с учетом степени опасности	IV кл. Аммонит Т-19 Аммонит ПЖВ-20 V кл. Угленит Э-6 VI кл. Угленит 12ЦБ	
	Для водораспыления	Открытый заряд	Ионит	

На угольных шахтах, опасных по газу или пыли, разрешается только взрывание с применением электродетонаторов. При полном отсутствии в забоях проходимых выработок метана или угольной пыли, допускается применение непредохранительных ВВ II класса и электродетонаторов мгновенного, короткозамедленного и замедленного действия со временем замедления до 2 с без ограничения количества приёмов и пропускаемых серий замедлений.

Основные характеристики ВВ, применяемых при проходке подземных горных выработок, приведены в табл. 1.2.

Таблица 1.2

Характеристики ВВ

Наименование ВВ	Идеальная работа взрыва, кДж/кг	Плотность в патронах или насыпная, кг/м^3	Удельная объемная энергия взрыва при средней плотности, кДж/кг	Коэффициент взрывной эффективности при плотности ВВ 1000 кг/м^3	Расстояние передачи детонации между патронами, см		Диаметр патронов, мм	Масса патрона, кг	Длина патрона, мм
					Сухие	После выдержки в воде			
Аммонит № 6ЖВ	3561	1000-1100	3917	1,0	5-9	3-6	32 36	0,2 0,25	250 250
Аммонал М-10	4410	950-1100	4520	1,15	4	3	32	0,2	250
Детонит М	4316	1000-1200	4963	1,27	8-18	5-15	32 36	0,2 0,25	250 250
Аммонал скальный № 1	4420	1000-1100	4641	1,18	8-14	5-10	32 36	0,2 0,25	250 250
Аммонит АП-5ЖВ	2991	1000-1150	3215	0,82	5-10	2-7	36	0,3	250
Аммонит Т-19	2564	1000-1200	2820	0,72	7-12	4-8	36	0,3	240
Угленит Э-6	1946	1100-1250	2289	0,58	5-12	3-10	36	0,3	240
Угленит 12 ЦБ	1770	1200-1350	2256	0,58	4	2	36	0,3	240
Ионит	1482	1000-1200	1704	0,44	–	–	36	0,3	240
Гранулит М	3163	780-820 (1000-1150)*	3384	0,86					
Гранулит АС-4В	3645	800-850 (1100-1200)*	4192	1,07					
Гранулит АС-8В	3997	800-850 (1100-1200)*	4597	1,17					
Гранулит-игданит	3150	800-850 (1100-1200)*	3760	0,85					

* Плотность при механизированном заряжании

Технические характеристики электродетонаторов, применяемых при проведении горных выработок, приведены в табл. 1.3. Все электродетонаторы являются водоустойчивыми.

Таблица 1.3

Электродетонаторы для шахт и рудников

Тип электродетонаторов	Кол-во серий	Интервалы замедления, мс (с)	Безопасный ток, А	Гарантийный ток, А	Сопротивление, Ом	Примечание
ЭД-8Ж(Э)	1	0	0,2	1,0	1,8-3,6	Электродетонаторы непредохранительные нормальной чувствительности
ЭД-3-Н	36	20, 40, 60, 80, 100, 125, 150, 175, 200, 250, 300, 350, 400, 450, 500, 600, 700, 800, 900, 1000, 1250, 1500, 1750, 2000, 2500, 3000, 3500, 4000, 4500 мс 5,6,7,8,9,10 с				
ЭД-1-8-Т	1	0	1,0	5,0	0,5-0,75	Электродетонаторы непредохранительные пониженной чувствительности к блуждающим токам
ЭД-3-Т	36	20, 40, 60, 80, 100, 125, 150, 175, 200, 250, 300, 350, 400, 450, 500, 600, 700, 800, 900, 1000, 1250, 1500, 1750, 2000, 2500, 3000, 3500, 4000, 4500 мс 5,6,7,8,9,10 с				
ЭДКЗ-ОП	1	0	0,2	1,0	1,8-3,6	Электродетонаторы предохранительные нормальной чувствительности
ЭДКЗ-П	5	25, 50, 75, 100, 125 мс	0,2	1,0	1,8-3,6	
ЭДКЗ-ПМ	7	15, 30, 45, 60, 80, 100, 120 мс	0,2	1,0	1,8-3,6	
ЭД-КЗ-ПКМ	9	4, 20, 60, 80, 100, 125, 150, 175, 200 мс	0,2	1,0	1,8-3,6	

Детонирующие шнуры ДША, ДШВ и ДШЭ-12 и др. применяют при необходимости одновременного взрывания врубовых, нижних подошвенных шпуров, а также в рассредоточенных зарядах с целью передачи детонации всем частям шпурового заряда.

В последние годы на подземных взрывных работах получил широкое распространение новый способ инициирования зарядов ВВ – система неэлектрического взрывания различных модификаций: Нонель (Швеция), СИНВ, Эдилин (Россия) и др.

В табл. 1.4 представлены характеристики систем СИНВ и ДБИ для взрывных работ в рудниках и угольных шахтах, где допущено применение непредохранительных взрывчатых веществ II класса.

Устройства СИНВ-Ш и ДБИ3 служат для трансляции инициирующего сигнала и инициирования боевиков шпуровых зарядов с заданной временной задержкой. В боевике каждого шпурового заряда размещается КД устройства СИНВ-Ш или ДБИ3 заданного интервала замедления.

Таблица 1.4

Характеристики систем неэлектрического инициирования

Устройство	Интервал замедления, мс	Назначение
СИНВ-Ш	0, 25, 42, 55, 67, 109, 125, 150, 176, 200, 250, 300, 350, 400, 450, 500, 600, 700, 800, 900, 1000, 2000, 3000, 4000, 5000, 6000, 7000, 8000, 9000, 10000	Изготовление патронов-боевиков
ДБИ3	0, 17, 25, 42, 55, 67, 109, 125, 150, 176, 200, 250, 300, 350, 400, 450, 500, 600, 700, 800, 900, 1000, 2000, 3000, 4000, 5000, 6000, 7000, 8000, 9000, 10000	

Примечание. Интервалы замедлений приведены при длине ударно-волновой трубки (УВТ) 1 м. Добавление каждого метра длины УВТ увеличивает время замедления на 0,5 мс.

УВТ, выходящие из шпуров, инициируются одновременно от устройств СИНВ-П мгновенного действия (СИНВ-П-0), смонтированных в единую сеть. Длина УВТ стартового устройства (магистральной части сети) выбирается из условия безопасного подрыва и может составлять несколько сот метров.

При проходке подземных выработок обычно применяется следующая схема: УВТ, выходящие из шпуров, собираются в связки (пучки), которые соединяются в единую сеть детонирующим шнуром. Детонирующий шнур обвязывается вокруг связки двойной петлёй. Количество УВТ в одной связке не должно превышать 15 шт. Инициирование сети из детонирующего шнура производится электродетонатором или электрозажигательной трубкой.

1.2.2. Выбор типа вруба и глубины шпуров

Расположение шпуров в забое, величина заходки и показатели взрыва во многом определяются типом вруба. Врубы по характеру действия делятся на две группы:

– врубы с наклонными к оси выработки шпурами – наклонные врубы;

– врубы с параллельными к оси выработки шпурами – прямые врубы.

Тип вруба и глубину шпуров с учетом горнотехнических условий следует принимать по данным табл. 1.5.

Таблица 1.5

Тип вруба и глубина шпуров

Тип буровой техники	Сечение выработки, м^2	
	менее 6	более 6
Переносные перфораторы, ручные электросвёрла и пневмосвёрла	Прямые врубы при глубине шпуров более 1,5 м	Наклонные врубы при глубине шпуров не более (0,35–0,5) ширины выработки; прямые врубы при глубине шпуров до 2–2,5 м
Установки механизированного бурения	–	Прямые врубы с максимально возможной глубиной по технической характеристике машины

Из наклонных врубов наибольшее распространение имеет вертикальный клиновой вруб. Другие врубы с наклонными шпурами (пирамидальный, горизонтальный клиновой и его разновидности, веерный и т. д.) не получили достаточно широкого распространения из-за сложности обуривания и узкой рекомендуемой области применения (забои, проводимые по пласту угля при малой его мощности, при наличии слабых прослоек пород по забою, при ярко выраженном контакте слабых пород с более крепкими вмещающими породами и т. д.).

Высокая эффективность врубов с наклонными шпурами и преимущества их по сравнению с прямыми врубами достигаются только при ограниченной глубине шпуров и определенном сечении выработки. При проходке выработок в крепких породах ($f > 12$) с применением вертикального клинового вруба длина заходки не превышает обычно 0,35 ширины выработки (B) из-за технической невозможности бурения врубовых шпуров под углом наклона, обеспечивающим эффективную работу вруба. При глубине шпуров более 0,5 B, применении буровых кареток, а также в выработках малого сечения (менее 6 м^2) наиболее эффективны прямые врубы, глубина которых ограничивается точностью бурения в зависимости от типа буровой техники.

При глубине шпуров, принятой по рекомендациям табл. 1.5, проектную величину КИШ следует принимать равной 0,85-0,95 с учётом крепости горных пород.

1.2.3. Выбор конструкции и параметров врубов

1.2.3.1. Вертикальный клиновой вруб

При ограниченной глубине шпуров (1,2–2,0 м) наибольшее распространение имеет вертикальный клиновой вруб. Параметры вертикального клинового вруба в зависимости от крепости пород применительно к аммониту № 6ЖВ в патронах диаметром 32 мм в шпурах диаметром 42 мм ориентировочно по данным практики можно принять по данным табл. 1.6.

Таблица 1.6

Параметры вертикального клинового вруба

Группа крепости пород по СНиП	Коэффициент крепости пород *f*	Расстояние по вертикали между парами шпуров, мм	Количество шпуров во врубе при сечении выработки ($м^2$)		Угол наклона шпуров к плоскости забоя α, град.
			до 12	более 12	
IV-V	1-6	500	4	4-6	75-70
VI	6-8	450	4-6	6-8	68
VII	8-10	400	6-8	8-10	65
VIII	10-13	350	8-10	10-12	63
IX	13-16	300	10-12	12-14	60
X	16-18	300	10-12	12-14	58
XI	20	250	10-12	12-14	55

При применении другого типа ВВ и изменении диаметра шпуров расстояние между парами врубовых шпуров определяется с учётом поправочного коэффициента по формуле:

$$k = 1{,}25\sqrt{e}\cdot d_з/d, \qquad (1.1)$$

где e – коэффициент взрывной эффективности (см. табл. 1.2),

$d_з$ – диаметр заряда,

d – диаметр заряжаемой полости (шпура или скважины).

С увеличением коэффициента крепости пород (см. табл. 1.6) угол наклона врубовых шпуров к плоскости забоя уменьшается. Поэтому предельную глубину вертикального клинового вруба (рис. 1.1) при бурении шпуров ручными перфораторами в зависимости от коэффициента крепости пород и ширины выработки рекомендуется принимать по табл. 1.7 или по формуле:

$$h_{вр} = 0{,}25B\operatorname{tg}\frac{\alpha}{2} - 0{,}3, \qquad (1.2)$$

где B – ширина выработки, м

α – угол наклона шпуров к плоскости забоя, град. (см. рис. 1.1).

Таблица 1.7

Предельная глубина вертикального клинового вруба $h_{вр}$, м

Ширина выработки, м	Коэффициент крепости пород f						
	2-5	6-7	8-9	10-12	13-15	16-17	18-20
2,0	1,3	1,2	1,1	1,0	0,9	0,8	0,7
2,5	1,7	1,6	1,4	1,3	1,2	1,1	1,0
3,0	2,1	1,9	1,7	1,6	1,4	1,3	1,2
3,5	2,4	2,2	1,9	1,7	1,6	1,5	1,4
4,0	2,8	2,6	2,2	2,1	1,9	1,8	1,7
4,5	3,2	2,9	2,5	2,4	2,3	2,0	1,9
5,0	3,5	3,1	2,9	2,7	2,4	2,2	2,1

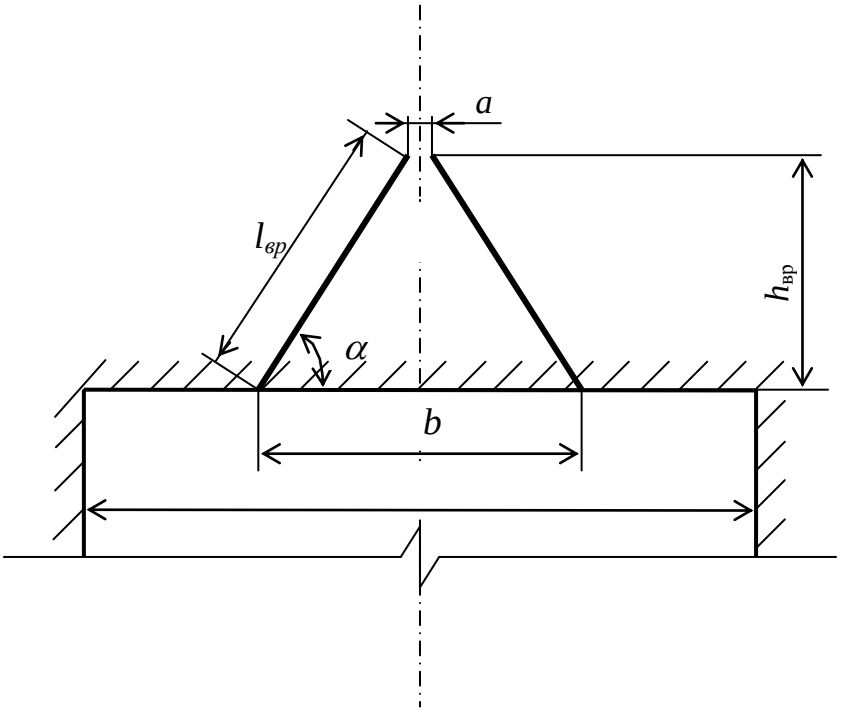


Рис. 1.1. Схема вертикального клинового вруба

Глубину врубовых шпуров следует принимать на 0,1-0,2 м больше длины вспомогательных и оконтуривающих шпуров:

$$h_{вр} = h_{шп} + (0{,}1 \div 0{,}2), \quad (1.3)$$

где $h_{шп}$ – глубина (длина) вспомогательных и оконтуривающих шпуров, м.

Длину шпуров клинового вруба определяют с учетом угла их наклона:

$$l_{вр} = h_{вр} / \sin \alpha, \quad (1.4)$$

где α – угол наклона шпуров к плоскости забоя, град.

Расстояние между устьями в паре шпуров клинового вруба определяют по зависимости:

$$b = 2\, h_{вр} / \mathrm{tg}\, \alpha + a, \quad (1.5)$$

где *а* – расстояние между забоями пары сходящихся шпуров клинового вруба, м (в зависимости от коэффициента крепости пород *а* = 0,15-0,2 м).

После расчета основных параметров вруба следует проверить графическим способом техническую возможность обуривания вертикального клинового вруба с учетом принятого бурового оборудования. С этой целью в масштабе 1:20 – 1:50 вычерчивается план забоя (вид сверху) с наложением пары врубовых шпуров и обязательного соблюдения принятого угла наклона шпуров α.

Если ширина выработки не позволяет с учётом габаритов бурильной машины (см. рис. 1.1) обурить рассчитанный вруб, то следует уменьшить глубину врубовых шпуров или принять другой тип вруба. При применении бурильных установок стрела автоподатчика должна свободно размещаться при заданном угле наклона врубовых шпуров между точкой забуривания врубового шпура и стенкой выработки. При бурении переносными перфораторами или ручными электросвёрлами врубовые шпуры могут буриться в 2-3 приёма комплектом штанг различной длины (например: 0,5 м; 1,2 м; 2,0 м).

1.2.3.2. Прямые врубы

Из прямых врубов (рис. 1.2) наиболее широкое распространение получили следующие конструкции: призматический симметричный *а*; щелевой *б*; спиральный *в* и двойной спиральный *г*.

Прямые врубы представляют собой комбинацию параллельных заряженных шпуров, взрыв которых работает на компенсационную полость, создаваемую холостым шпуром (системой холостых шпуров) или скважиной. Взрыв последующих шпуров расширяет врубовую полость до размеров, достаточных для последующей отбойки вспомогательными (отбойными) шпурами с постоянной, предельной для конкретных горнотехнических условий линией сопротивления.

Параметры прямых врубов принимаются в зависимости от конструкции вруба, крепости пород, диаметра компенсационной полости (шпура или скважины, их количества). Наиболее ответственными являются первый шпур или серия шпуров, взрываемых на компенсационную полость. Поэтому для повышения эффективности взрыва целесообразно в качестве компенсационной полости использовать шпур увеличенного диаметра, систему холостых шпуров или скважину.

Расстояние между компенсационной полостью и первым взрываемым шпуром или серией шпуров (пробивное расстояние W_1) рекомендуется принимать для шпуров диаметром 42 мм при использовании аммонита № 6 ЖВ в патронах диаметром 32 мм по табл. 1.8.

При применении другого типа ВВ или другой конструкции заряда пробивное расстояние W_1, определенное по табл. 1.7, умножается на поправочный коэффициент, рассчитанный по формуле (1.1).

Пробивные расстояния W_1 учитывают возможное отклонение шпуров от заданного направления. С увеличением глубины шпуров растет их отклонение, поэтому при глубине шпуров до 2,5 м достаточно принимать диаметр первона-

чальной компенсационной полости не более 50-60 мм; при шпурах глубиной до 3 м – 70-105 мм и при шпурах до 4 м – 105-125 мм, что позволит сохранить КИШ в пределах 0,85-0,9.

Пробивные расстояния для шпуров, взрываемых вторыми и последующими во врубе (W_1, W_2, W_3 и т. д.), принимаются равными 0,8 от ширины (наибольшего размера) ранее образованной врубовой полости.

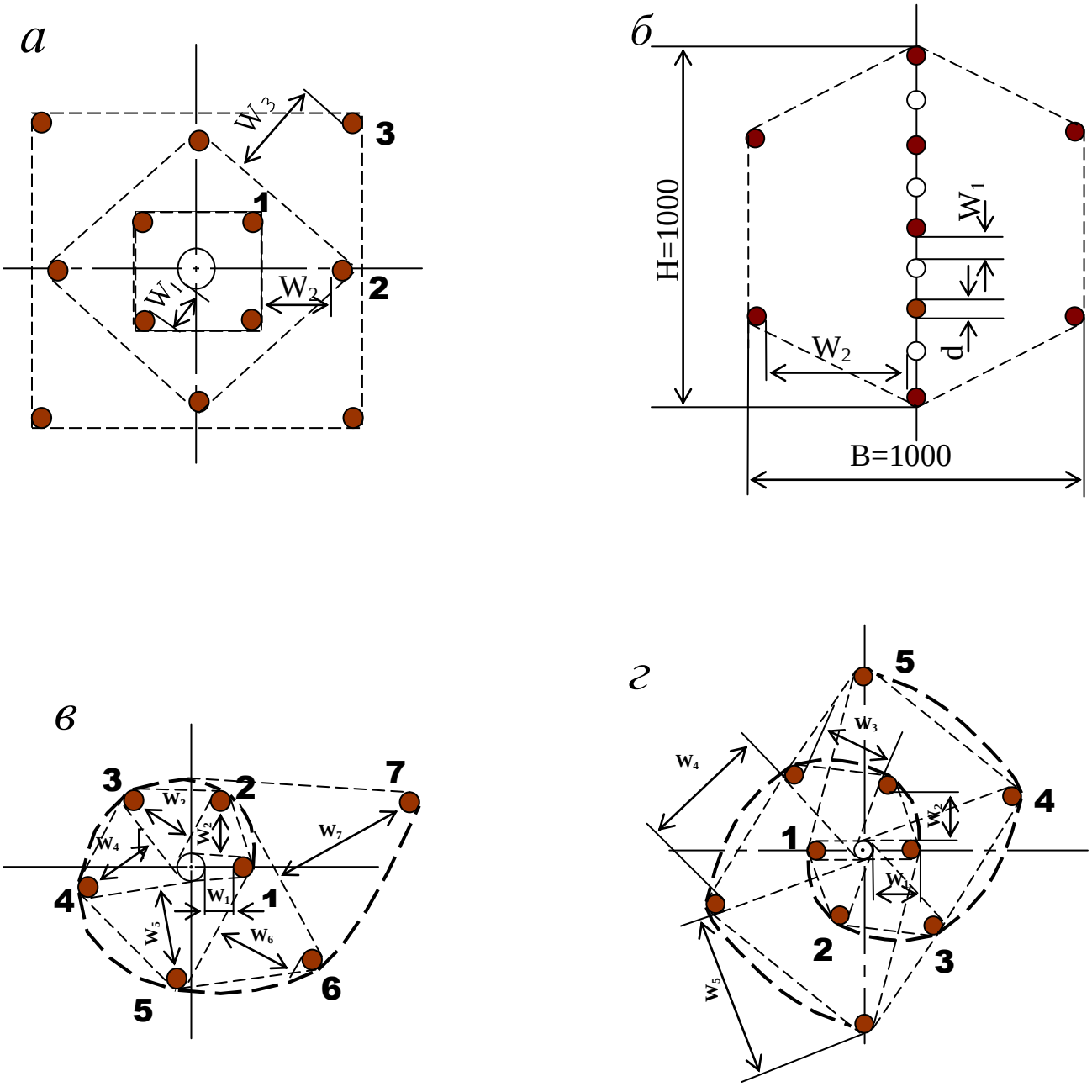


Рис. 1.2. Конструкции прямых врубов:
а – призматический симметричный; *б* – щелевой; *в* – спиральный;
г – двойной спиральный

Таблица 1.8

Пробивные расстояния W_1, мм

Диаметр холостого шпура или скважины D_x, мм	Коэффициент крепости пород f						
	2-5	6-7	8-9	10-12	13-15	16-17	18-20
42	115	100	90	80	60	60	55
51	125	110	100	90	80	70	65
56	150	130	110	95	90	85	75
75	170	150	130	105	100	95	85
105	190	170	150	120	110	105	95
125	230	200	170	140	120	110	100

Например, пробивное расстояние для шпуров спирального вруба, взрываемых вторыми, т. е. на обнаженную поверхность, образованную взрывом первого шпура, определяют по данным табл. 1.9 или по зависимости, мм:

$$W_2 = 0{,}8 \cdot (W_1 + D_x + d), \qquad (1.6)$$

где W_1 – пробивное расстояние для первого шпура (см. табл. 1.7);

D_x – диаметр компенсационной полости (холостого шпура или скважины);

d – диаметр заряженных шпуров.

Пробивные расстояния (W_2, W_3 и т. д.) для любого типа вруба могут быть определены графически путем последовательного построения расширяющейся врубовой полости (см. рис. 1.2) в масштабе 1:5.

Таблица 1.9

Пробивные расстояния W_2, мм

Диаметр холостого шпура или скважины D_x, мм	Коэффициент крепости пород f						
	2-5	6-7	8-9	10-12	13-15	16-17	18-20
42	170	150	140	130	120	115	110
51	180	160	150	140	130	120	115
56	210	180	170	160	150	140	130
75	260	210	200	185	170	150	140
105	300	260	240	215	200	185	175
125	340	300	270	250	230	220	215

Расчёты и построения выполняются до тех пор, пока не образуется врубовая полость размером в пределах от 0,9×0,9 до 1,2×1,2 м. Такой размер врубовой полости является достаточным и позволяет в дальнейшем производить отбойку породы вспомогательными и оконтуривающими шпурами уже с постоянной линией наименьшего сопротивления, которая соответствует предельному пробивному расстоянию шпурового заряда при взрывании его на неограниченную свободную поверхность.

Предельные пробивные расстояния для вспомогательных и оконтуривающих шпуров при их диаметре 42 мм, заряженных аммонитом № 6ЖВ в патронах диаметром 32 мм, приведены в табл. 1.10.

Таблица 1.10

Предельные пробивные расстояния для вспомогательных и оконтуривающих шпуров, мм

Диаметр шпуров, мм	Коэффициент крепости пород *f*						
	2-5	6-7	8-9	10-12	13-15	16-17	18-20
42	1000-900	800	700	650	600	550	500

Опыт работы и расчёты показывают, что для образования врубовой полости сечением 0,8-1,4 м^2 необходимо принять 8-12 шпуров в зависимости от диаметра компенсационной полости и коэффициента крепости пород.

При применении щелевого вруба пробивное расстояние между заряжаемыми и холостыми шпурами принимается по данным табл. 1.8. Количество заряжаемых $N_з$ и холостых $N_х$ шпуров в щелевом врубе при их одинаковом диаметре определяют по формулам:

$$N_з = \frac{H}{2(W_1 + d)} + 1, \tag{1.7}$$

$$N_x = \frac{H}{2(W_1 + d)}, \tag{1.8}$$

где H – высота вруба, мм;

W_1 – пробивное расстояние, мм;

d – диаметр шпуров, мм.

Щелевой вруб (рис. 1.2, *б*) высотой 1000 мм с последующим расширением полости четырьмя шпурами дает высокие показатели в породах любой крепости и в выработках любого сечения. Пробивное расстояние W_2 для шпуров, взрываемых во вторую очередь, принимается равным 500 мм, а расстояние между шпурами по вертикали 700–800 мм в породах любой крепости.

Могут быть приняты другие конструкции прямых врубов, но принцип расчета их параметров будет аналогичен.

После расчета параметров принятого прямого вруба (пробивных расстояний и числа шпуров во врубе) определяется площадь вруба по забою выработки, что необходимо для определения количества остальных шпуров.

Глубина (длина) холостых и заряжаемых шпуров прямого вруба должна приниматься больше на 10 % по сравнению с глубиной вспомогательных и оконтуривающих шпуров.

При ведении взрывных работ на угольных шахтах, опасных по газу или пыли, при определении расстояний между смежными шпурами следует придерживаться дополнительных требований ЕПБ.

Расстояние от заряда ВВ до ближайшей поверхности должно быть не менее 0,5 м по углю и не менее 0,3 м по породе, в том числе и при взрывании зарядов в породном негабарите. В случае применения ВВ VI класса при взрывании по углю это расстояние допускается уменьшать до 0,3 м.

Минимально допустимые расстояния между смежными (взрываемыми последовательно) шпуровыми зарядами должны соответствовать данным табл. 1.11.

В породах с f >10 расстояние между смежными шпуровыми зарядами должно определяться нормативами, разработанными по согласованию с организацией-экспертом по безопасности работ.

Поскольку при применении прямых врубов с незаряжаемыми шпурами (см. рис. 1.2) данные требования, как правило, невыполнимы, то в угольных шахтах, опасных по газу или пыли, применяются прямые врубы, работающие по принципу воронкообразования.

Таблица 1.11

Минимально допустимые расстояния между смежными шпуровыми зарядами

Условия взрывания	Класса ВВ			
	II	III-IV	V	VI
По углю	0,6	0,6	0,5	0,4
По породе:				
при f <7	0,5	0,45	0,3	0,25
при f >10	0,4	0,3	–	–

В породах с коэффициентом крепости f < 6 обычно применяется прямой призматический вруб из 4–6 шпуров, которые располагаются по контуру окружности или периметру прямоугольника и взрываются одновременно в один приём. Расстояние между врубовыми шпурами следует принимать в соответствии с рекомендациями табл. 1.11. При проведении выработок в более крепких породах целесообразно использовать двойной призматический вруб из 6–8 шпуров с соблюдением тех же требований, которые взрываются короткозамедленно и последовательно в два приёма.

1.2.4. Определение удельного заряда ВВ

Величина удельного заряда ВВ, т. е. количество ВВ, необходимое для заряжания в шпуры единицы объёма обуренного массива (с учетом эффективного разрушения), зависит от крепости пород, сечения выработки, типа ВВ и условий взрывания (наличия обнажённой поверхности, структуры породы, плотности ВВ при заряжании, типа вруба).

Удельный заряд **при врубах с наклонными шпурами** рекомендуется определять по видоизменённой формуле Н. М. Покровского:

$$q = 0{,}1 \cdot f \cdot f_1 \cdot v / e, \qquad (1.9)$$

где q – удельный заряд ВВ, кг/м^3;

f – коэффициент крепости по М. М. Протодьяконову. В породах с $f > 16$ в формуле (1.9) принимать 0,08 вместо 0,1;

f_1 – коэффициент структуры породы;

v – коэффициент зажима породы, зависящий от площади поперечного сечения выработки и количества обнажённых поверхностей;

e – коэффициент взрывной эффективности заряда ВВ.

Коэффициент относительной эффективности заряда ВВ определяется из выражения

$$e = \frac{Q_{\text{ид}} \cdot \rho}{Q_{\text{ид.э}} \cdot \rho_{\text{э}}}, \qquad (1.10)$$

где $Q_{\text{ид}}$, $Q_{\text{ид.э}}$ – идеальная работа взрыва принятого и эталонного ВВ, кДж/кг;

ρ, $\rho_{\text{э}}$ – плотность заряда принятого и эталонного ВВ, кг/м^3.

Необходимые данные для расчета величины e принимают из табл. 1.2. При средней плотности заряда ВВ значение коэффициента взрывной эффективности можно принять из этой же таблицы. В качестве эталонного ВВ в формуле (1.10) и в табл. 1.2 принят аммонит № 6ЖВ.

Значение коэффициента структуры породы f_1 принимается из табл. 1.12.

Таблица 1.12

Коэффициент структуры породы f_1

Характеристика пород	Категория пород	Коэффициент структуры породы f_1
Монолитные, крепкие, вязкие, упругие	I	1,6
Трещиноватые, крепкие	II	1,2-1,4
Массивно-хрупкие	III	1,1
Сильнотрещиноватые, мелкослоистые, большинство пород угольных бассейнов	IV	0,8-0,9

Коэффициент зажима породы при одной обнаженной поверхности в забоях горизонтальных и наклонных выработок определяется из выражения

$$v = \frac{6{,}5}{\sqrt{S_{\text{вч}}}}, \qquad (1.11)$$

где $S_{\text{вч}}$ – площадь поперечного сечения вчерне, м^2.

При двух обнаженных поверхностях коэффициент зажима принимается в пределах v = 1,1–1,4 (меньшие значения – для больших сечений выработок).

При щелевом врубе на полную высоту выработки для определения удельного заряда для шпуров по забою, кроме врубовых, в формуле (1.9) следует принимать коэффициент зажима породы v = 1,4.

Прямые (дробящие) врубы требуют повышенного удельного заряда ВВ. По формуле (1.9) при применении прямых врубов определяют удельный заряд только для вспомогательных и оконтуривающих шпуров с коэффициентом зажима породы v = 1,1–1,4.

1.2.5. Выбор диаметра шпура

Диаметр шпуров выбирается в зависимости от стандартного диаметра патрона принятого типа ВВ. В табл. 1.2 указаны стандартные диаметры патронов промышленных ВВ. При выпуске ВВ в патронах различных диаметров следует принимать диаметр патрона с учётом сечения выработки и типа буровой техники. При использовании мощных бурильных машин и при больших сечениях выработки принимают патроны с большим диаметром или механизированное заряжание гранулированными ВВ.

При применении метода контурного взрывания в оконтуривающих шпурах следует уменьшить линейную плотность заряжания. С этой целью рекомендуется применять, например, специальные патроны типа ЗКВК из аммонита № 6ЖВ диаметром 26 мм длиной 360 мм в полиэтиленовых оболочках. Эти патроны имеют соединительные муфты с лепестками, позволяющими стыковать их и центрировать по оси шпура с созданием воздушного промежутка между патронами и стенками шпура.

Диаметр шпуров при использовании патронированных ВВ принимается не менее чем на 5 мм больше диаметра патрона. При применении машин ударного-поворотного и вращательного-ударного бурения и патронированных ВВ диаметр шпуров обычно составляет 38–42 мм (см. раздел 3). При механизированном заряжании шпуров гранулированными ВВ в горнорудной промышленности диаметр шпуров принимается в пределах от 38 до 52 мм в зависимости от сечения выработки, детонационной способности ВВ и взрываемости пород.

При бурении по углю и породам угольной формации используются шпуры диаметром 37–46 мм.

1.2.6. Определение количества шпуров

Количество шпуров в забое зависит от физико-механических свойств пород, поперечного сечения выработки, параметров зарядов и типа принятого вруба.

Количество шпуров на забой **при врубах с наклонными шпурами** определяют по формуле проф. Н. М. Покровского

$$N = q \cdot S_{вч} / \gamma, \qquad (1.12)$$

где q – удельный заряд ВВ, определяемый по формуле (1.9), кг/м^3;

$S_{вч}$ – площадь сечения выработки вчерне, м^2;

γ – весовое количество ВВ (вместимость), приходящееся на 1 м шпура, кг/м.

$$\gamma = 3{,}14\, d^{\,2} \rho \alpha / 4, \qquad (1.13)$$

где d – диаметр заряда (патрона ВВ или шпура), м;

ρ – плотность ВВ в заряде, кг/м^3;

α – коэффициент заполнения шпуров.

При ручном заряжании без уплотнения ВВ в шпуре используется параметр «диаметр патрона», а параметр «диаметр шпура» – при уплотнении патронов вручную с разрезанием оболочки или при механизированном заряжании.

При разрезании оболочки патронов плотность ВВ в шпуре принимается равной 0,9 от плотности ВВ в патроне (см. табл. 1.2). При механизированном заряжании шпуров гранулированными ВВ плотность ВВ в шпуре составляет 1150–1200 кг/м^3.

Коэффициент заполнения шпуров в выработках шахт, не опасных по взрыву газа или пыли, проходимых в крепких породах, принимается максимальным (0,7-0,9).

В выработках шахт, опасных по газу или пыли и в породах с f = 2-8 – коэффициент заполнения принимается 0,35-0,55; в более крепких породах – 0,5-0,6. При этом при ведении взрывных работ на угольных шахтах, опасных по взрыву газа или пыли, величина забойки должна быть не менее 0,5 м.

Во всех случаях с увеличением длины шпуров коэффициент заполнения шпуров увеличивается.

Полученное по формуле (1.12) количество шпуров является ориентировочным (см. табл. 1.13) и может быть изменено при необходимости на 10–15 %. Окончательно число шпуров принимается после вычерчивания схемы расположения шпуров в сечении выработки (рекомендуемый масштаб – 1:50-1:20), и только затем возобновляется расчёт (раздел 1.2.7).

Таблица 1.13

Ориентировочное количество шпуров на забой в зависимости от коэффициента крепости пород и сечения выработок

Коэффициент крепости пород f	Сечение выработки вчерне, м^2						
	4	6	8	10	12	14	16
2-4	8-11	12-16	17-21	22-27	28-33	34-38	35-42
5-7	12-16	17-21	22-27	28-33	34-38	39-42	43-46
8-10	16-20	21-26	27-32	33-37	38-42	42-46	47-50
12-14	20-24	26-30	32-36	37-42	42-46	46-50	50-54
более 14	26-28	32-36	36-40	44-48	48-52	52-54	56-60

При вычерчивании схемы расположения шпуров при любом типе вруба среднее расстояние между рядами вспомогательных шпуров, между вспомогательными и оконтуривающими и между шпурами в рядах должно быть примерно одинаковым и приниматься в соответствии с рекомендациями табл. 1.10 или определяться из выражения

$$a = \sqrt{\frac{S_{вч} - S_{вр}}{N - N_{вр}}}, \qquad (1.14)$$

где $S_{вч}$ – площадь сечения выработки вчерне, м^2;

$S_{вр}$ – площадь сечения врубовой полости (для вертикального клинового вруба принимается равной половине площади прямоугольника, образованного устьями врубовых шпуров на плоскости забоя), м^2;

N, $N_{вр}$ – общее число на забой и число врубовых шпуров.

Оконтуривающие шпуры располагают с наклоном 85–87^o к плоскости забоя с таким расчетом, чтобы их концы вышли за проектный контур сечения выработки вчерне только за линией уходки. Забуриваются оконтуривающие шпуры на минимальном расстоянии (150–200 мм) от проектного контура выработки с учётом принятой буровой техники.

При применении прямых врубов количество шпуров определяется по формуле

$$N = N_{вр} + q\cdot(S_{вч}–S_{вр})/\gamma, \qquad (1.15)$$

где $N_{вр}$ – количество врубовых шпуров (см. раздел 1.2.3.2);

$S_{вр}$ – площадь поперечного сечения прямого вруба, м^2.

При контурном взрывании число оконтуривающих шпуров необходимо увеличивать. При этом параметры зарядов в оконтуривающих шпурах (удельный заряд, расстояние между шпурами и др.) рассчитываются по специальным методикам ([3] и др.).

1.2.7. Определение расхода взрывчатых материалов

Количество ВВ (кг) на цикл при **врубах с наклонными шпурами**

$$Q = q \cdot S_{вч} \cdot l_{шп}, \qquad (1.16)$$

где $l_{шп}$ – глубина заходки, равная глубине вспомогательных и оконтуривающих шпуров, м.

Средняя величина заряда (кг) на один шпур

$$q'_{ср} = Q / N. \qquad (1.17)$$

Количество ВВ (кг) на цикл **при врубах с прямыми шпурами** (кг)

$$Q = Q_{вр} + q \cdot (S_{вч} - S_{вр}) \cdot l_{шп}, \qquad (1.18)$$

где $Q_{вр}$ – количество ВВ во врубовых шпурах, принимается как сумма зарядов врубовых шпуров. Величина заряда (кг) во врубовый шпур принимается

$$q'_{вр} = 0{,}785 \cdot d^2 \cdot \rho \cdot \alpha \cdot l_{вр}, \qquad (1.19)$$

где d – диаметр патрона ВВ или шпура, в зависимости от способа заряжания, м;

ρ – плотность ВВ в заряде, кг/м^3;

α – коэффициент заполнения врубового шпура, 0,7-0,95 (в зависимости от длины шпуров и крепости пород);

$l_{вр}$ – длина врубовых шпуров, м (принимается на 10 % больше длины вспомогательных и оконтуривающих шпуров).

Средняя величина заряда (кг) на один вспомогательный и оконтуривающий шпур **при прямых врубах**

$$q''_{ср} = \frac{q \cdot (S_{вч} - S_{вр}) \cdot l_{шп}}{N - N_{вр}} . \quad (1.20)$$

При распределении ВВ по шпурам величину заряда во врубовые шпуры **при наклонных врубах** следует принимать на 10-20 % больше средней величины $q'_{ср}$ (кг)

$$q^*_{вр} = (1{,}1 \div 1{,}2)\, q'_{ср}. \quad (1.21)$$

В оконтуривающих шпурах, кроме почвенных, при любых типах врубов величину заряда следует уменьшать на 10-20 % по сравнению со средней величиной $q'_{ср}$ (кг)

$$q^*_{ок} = (0{,}9 \div 0{,}8)\, q'_{ср}. \quad (1.22)$$

Обычно в практике взрывных работ величина заряда во вспомогательных шпурах принимается равной средней величине заряда в шпурах $q'_{ср}$:

$$q^*_{всп} = q'_{ср}. \quad (1.23)$$

Полученные величины зарядов во врубовых, вспомогательных и оконтуривающих шпурах при ручном заряжании патронированными ВВ принимают **кратными массе патронов ВВ.**

При механизированном заряжании заряд ВВ в шпуре состоит из патрона-боевика (0,2 или 0,25 кг) и собственно заряда гранулированного ВВ, масса которого принимается кратной 0,1 кг.

После определения величин зарядов ВВ в шпурах каждой группы следует проверить возможность размещения их в шпурах, учитывая длину и массу патронов, а также линейную плотность заряжания при применении гранулированных ВВ.

Фактический расход ВВ (кг) на цикл

$$Q_ф = \sum q^*_{вр} + \sum q^*_{всп} + \sum q^*_{ок}. \quad (1.24)$$

Расход ВВ (кг) на погонный метр выработки

$$Q_м = Q_ф / (l_{шп}\, \eta)\ , \quad (1.25)$$

где η – КИШ (принимается равным 0,85-0,95 в зависимости от крепости пород).

Объём горной массы за взрыв

$$Q_{гм} = S_{пр}\, l_{шп}\, \eta, \quad (1.26)$$

где $S_{пр} = S_{вч} \cdot КИС$ – сечение выработки в проходке, м^2, которое следует определять в соответствии с рекомендациями таблицы 1.14 [4].

Удельный расход ВВ (кг) на 1 м^3 взорванной породы

$$q_р = Q_ф / Q_{гм}. \quad (1.27)$$

Таблица 1.14

Допустимое нормативное увеличение (в %) поперечного сечения горизонтальных горных выработок при проходке буровзрывным способом

Поперечное сечение горных выработок вчерне (по проекту), м^2	Коэффициент крепости пород f		
	1–2	2–9	10–20
до 8	5*	10	12
от 8 до 15	4	8	10
более 15	3	5	7

*Коэффициент излишка сечения: КИС = 1 + Δ = 1 + 5/100 = 1,05.

Расход ЭД, КД (систем неэлектрического взрывания) определяется по числу взрываемых зарядов.

Расход ЭД, КД на 1 метр выработки:

$$N_м = N_{кд} /(l_{шп}\ \eta). \quad (1.28)$$

Удельный расход ЭД, КД на 1 м^3 взорванной породы:

$$N_р = N_{кд} /(S_{пр}\ l_{шп}\ \eta). \quad (1.29)$$

Заводы-изготовители производят неэлектрические системы инициирования с длинами волноводов, определяемыми заказами потребителей.

Длина УВТ ориентировочно определяется по формуле:

$$L_{увт} = l_{шт} + B / 4 + 0{,}5, \quad (1.30)$$

где B – ширина выработки, м;

0,5 –длина УВТ для сборки пучков, м.

2. РАСЧЕТ ЭЛЕКТРОВЗРЫВНОЙ СЕТИ

При расчете электровзрывной сети определяют её сопротивление и сопротивление её отдельных ветвей. Для проверки обеспечения безотказности взрывания всех электродетонаторов, включённых в сеть, при известном напряжении (принятом источнике тока) выполняется проверочный расчет, при котором определяют общую величину тока в сети и величину тока, поступающего в каждый электродетонатор.

Если необходимо выбрать источник тока, определяют общее сопротивление сети и минимальную силу тока в цепи, обеспечивающую безотказное взрывание всех электродетонаторов, после чего находят необходимое напряжение и подбирают источник тока (табл. 2.1).

Сопротивление магистральных и соединительных проводов, а также участковых, если они имеются при конкретной схеме взрывания, принимается по табличным данным или вычисляется по формуле

$$R = \rho\,(l/S), \qquad (2.1)$$

где R – сопротивление проводов, Ом;

ρ – удельное сопротивление материала проводов, которое принимается для медных проводов $0{,}0172\cdot10^{-6}$, для алюминиевых $0{,}0286\cdot10^{-6}$ и для стальных $0{,}12\cdot10^{-6}$ Ом·м;

l – длина проводов, м. Длину проводов принимают на 10 % больше расчётной, учитывая изгибы и сростки;

S – сечение проводов, м^2.

Сопротивление электродетонаторов при расчёте сети принимается по табличным данным с учётом длины выводных проводов (см. табл. 1.3). Сопротивление электродетонаторов нормальной чувствительности в зависимости от длины выводных медных проводов с диаметром жилы 0,5 мм составляет от 1,8 до 3,6 Ом. При расчёте величину сопротивления электродетонаторов нормальной чувствительности обычно принимают равной 3 Ом.

Таблица 2.1

Взрывные приборы и машинки

Наименование прибора (исполнение)	Напряжение, В	Масса, кг	Максимальное сопротивление электровзрывной сети, Ом	Назначение и область применения
Конденсаторный взрывной прибор КВП-1/100М (РВ) КВП-2/200М (РН)	 600 1700	 2 2,5	 320 1700	Взрывание ЭД нормальной чувствительности на поверхности и в шахтах, опасных и не опасных по взрыву газа или пыли
Конденсаторный взрывной прибор ПИВ-100М (РВ)	610	2,7	320	
Конденсаторная взрывная машинка КПМ-3 (РН)	1600	3,0	200	Взрывание ЭД нормальной чувствительности на поверхности и в шахтах, не опасных по взрыву газа или пыли

При электрическом способе взрывания в каждый электродетонатор нормальной чувствительности должен поступать постоянный гарантийный ток силой не менее $I_{гар}$ = 1 А при числе ЭД до 100 штук и не менее $I_{гар}$ = 1,3 А при числе ЭД более 100 штук, или переменный ток силой не менее $I_{гар}$ = 2,5 А.

Для электродетонаторов пониженной чувствительности к блуждающим токам (ЭД-1-8-Т, ЭД-1-3-Т) гарантийный ток следует принимать не менее 5 А.

Проверочный расчёт электровзрывной сети производится по следующим формулам в зависимости от схемы соединения:

а) при последовательном соединении

$$I = \frac{E}{R + rn}, \quad i = I \geq I_{гар}, \qquad (2.2)$$

б) при параллельном соединении

$$I = \frac{E}{R + r/n}, \quad i = I/n \geq I_{\text{гар}}, \tag{2.3}$$

в) при смешанном последовательно-параллельном соединении

$$I = \frac{E}{R + rn/m}, \quad i = I/m \geq I_{\text{гар}}, \tag{2.4}$$

г) при смешанном параллельно-последовательном соединении

$$I = \frac{E}{R + rm/n}, \quad i = I/m \geq I_{\text{гар}}, \tag{2.5}$$

где I – сила тока в электровзрывной сети, А;

E – электродвижущая сила источника тока или напряжение на клеммах, В;

R – сопротивление всех проводов (магистральных, соединительных, участковых) и внутреннее сопротивление источника, Ом;

n – число последовательно соединённых электродетонаторов в сети или группе;

m – число параллельно включённых групп электродетонаторов при смешанном соединении;

i – сила тока, поступающего в каждый электродетонатор, А;

$I_{\text{гар}}$ – гарантийная сила тока, необходимая для безотказного взрывания электродетонаторов, А;

r – сопротивление электродетонатора, Ом.

При проведении горизонтальных выработок обычно применяется последовательная схема соединения электродетонаторов во взрывной сети. В этом случае общее сопротивление взрывной сети можно определить по формуле:

$$R_{\text{общ}} = r_{\text{п}} + r_{\text{с}}L_{\text{с}} + r_{\text{м}}L_{\text{м}}, \tag{2.6}$$

где $r_{\text{с}}$, $r_{\text{м}}$ – сопротивление соответственно 1 м соединительных и магистральных проводов, Ом (принимается по данным табл. 2.2 или рассчитывается по формуле (2.1));

$L_{\text{с}}$, $L_{\text{м}}$ – длина соответственно соединительных и магистральных проводов, м.

Таблица 2.2

Характеристики проводов для электровзрывания

Обозначение	Назначение	Диаметр жилы, мм	Площадь сечения, мм^2	Сопротивление 1 м провода, Ом/м
ВП-05	соединительные	0,5	0,196	0,090
ВП-08	магистральные	0,8	0,502	0,034
ВП-07х2	магистральные	0,7х2	0,769	0,024

Магистральные провода (постоянная взрывная магистраль) подключаются обычно на расстоянии не ближе 30 м от забоя и могут отставать от места взрыва не более чем на 100 м. Место укрытия взрывника при проходке горизонтальных выработок должно находиться не ближе 150 м от забоя. Электровзрывная сеть должна быть двухпроводной.

В шахтах (рудниках), опасных по газу или пыли, должны применяться электродетонаторы только с медными проводами. Это требование также распространяется на соединительные и магистральные провода (кабели) электровзрывной сети.

Если проверочный расчет показывает неприменимость последовательной схемы соединения электродетонаторов (ввиду того, что $i < I_{гар}$), следует принимать последовательно-параллельную схему соединения. Тогда число последовательно включённых электродетонаторов в сети или группе и число групп, включённых параллельно, определяют по формулам

$$n = \frac{E}{2I_{гар} + R}, \tag{2.7}$$

$$m = \frac{E}{2I_{гар} + r}. \tag{2.8}$$

Если общее число электродетонаторов, подлежащих взрыванию, равно $M = n \cdot m$, то, определив один из множителей, вычисляют другой.

3. ВЫБОР БУРОВОГО ОБОРУДОВАНИЯ

Тип бурильной машины выбирается в зависимости от коэффициента крепости горных пород, глубины шпуров и необходимой производительности машины при выполняемом объёме буровых работ.

Бурение шпуров производится ручными, колонковыми электро- и пневмосвёрлами, переносными перфораторами и бурильными установками.

Выбор типа бурильной машины и установочного приспособления в зависимости от крепости пород ориентировочно можно производить по табл. 3.1.

Ручные электросвёрла ЭР14Д-2М, ЭР18Д-2М, СЭР-19М применяются для бурения шпуров диаметром 36-44 мм и глубиной до 3 м по углю и породам с коэффициентом крепости до 4.

При бурении по крепким углям и породам средней крепости применяются электросвёрла ЭРП18Д-2М и СРП-1 с принудительной подачей.

Ручные пневматические свёрла СР-3, СР-3М, СПР-8 применяются на шахтах, опасных по газу или пыли, для бурения шпуров диаметром 36 мм и глубиной до 3 м при проведении выработок по углю и породам с коэффициентом крепости до 4. Сверло СГ-3Б с применением пневмоподдержки применяются для бурения шпуров в породах с коэффициентом крепости до 6.

При проведении горизонтальных и наклонных выработок при бурении шпуров диаметром 40-46 мм и глубиной до 5 м в крепких и средней крепости с коэффициентом более 5 применяют переносные перфораторы ПП36В, ПП54В, ПП54ВБ, ПП63В, ПП63ВБ, ПП63П, ПП63С, ПП63СВП массой 24-33 кг с энергией удара от 36 до 63 Дж. Обычно глубина шпуров при бурении переносными перфораторами составляет 1,5-2,5 м.

Таблица 3.1

Область применения бурильных машин и установочных приспособлений

Коэффициент крепости пород	Тип бурильных машин и установочных приспособлений
1,5–3	Ручные электросвёрла и пневмосвёрла, лёгкие перфораторы на пневмоподдержках
4–6	Бурильные установки вращательного действия, перфораторы лёгкого и среднего веса на пневмоподдержках, колонковые или длинноходовые электросвёрла на манипуляторах
7–9	Бурильные установки вращательно-ударного действия, перфораторы среднего веса и тяжёлые на пневмоподдержках, колонковые или длинноходовые электросвёрла на манипуляторах
10–20	Бурильные установки вращательно-ударного действия, тяжёлые перфораторы на пневмоподдержках, колонковые перфораторы на распорных колонках или манипуляторах

Телескопные перфораторы ПТ-29М, ПТ36М, ПТ38, ПТ48 применяются при проведении восстающих выработок и для бурения шпуров в крепких породах под анкерную (штанговую) крепь.

Для облегчения труда бурильщиков и повышения скорости бурения применяются колонковые электросвёрла, электросвёрла на манипуляторах и колонковые перфораторы.

Колонковые электросвёрла применяются при бурении шпуров диаметром 36-50 мм в породах с коэффициентом крепости 5-10. Промышленностью выпускаются колонковые электросвёрла ЭБГП-1, ЭБГП-2У5, которые устанавливаются на распорных колонках или на манипуляторах бурильных установок.

Съёмные бурильные машины типа БУЭ вращательного действия применяют на бурильных установках при бурении шпуров диаметром 42 мм, длиной до 3 м в породах с f <8.

Колонковые перфораторы, более мощные чем ручные, применяются для бурения шпуров с колонок, манипуляторов и буровых кареток при проведении выработок в крепких и очень крепких породах.

В горнодобывающей промышленности применяют колонковые перфораторы ПК-50, ПК-65, ПК-75, ПК-120, ПК-150. Применение колонковых перфораторов и электросвёрл на распорных колонках при проходке выработок ограничено из-за значительных затрат времени на монтаж, демонтаж и переуста-

новку колонок. Поэтому чистое время бурения составляет 20-35 % от общих затрат времени на бурения шпуров.

Механизированное бурение шпуров производят бурильными установками (каретками) и навесным оборудованием, смонтированным на погрузочных машинах.

Отечественной промышленностью выпускаются бурильные установки (каретки) вращательного бурения с колонковыми электросверлами БУЭ-1м, БУЭ-2, вращательно-ударного и ударно-поворотного бурения БУ-1, БУР-2, СБУ-2м, СБУ-2К, УБШ.

В угольной промышленности наибольшее распространение получили установки БУ-1, БУР-2, БУЭ-1 и БУЭ-2. С использованием этих установок проводят около 50 % выработок.

Установки вращательного бурения применяют при проведении выработок в породах с $f < 8$; ударно вращательного действия с машинами БГА-1 в породах с f = 6-10, с машинами БГА-1М, БГА-2М в породах с f = 10-14; ударно-поворотного действия в породах с f = 10-20.

Технические характеристики бурильных установок приведены в табл. 3.2 – 3.3.

При определении бурильного оборудования следует принимать один перфоратор (сверло) не менее чем на 2 м^2 площади забоя горизонтальной или наклонной выработки; на каждые три рабочие машины одну резервную.

Одну бурильную установку принимают не менее чем на 9 м^2 площади забоя горизонтальной выработки. На каждую работающую в забое установку – рабочий и резервный комплекты инструмента.

Таблица 3.2

Характеристики отечественных бурильных установок для бурения шпуров при проходке горизонтальных выработок

Характеристики		Тип бурильной установки					
		УБШ-204 (БУЭ-1М)	УБШ-214А	УБШ-308У (1СБУ-2)	УБШ-303 (1БУР-2)	УБШ-254	УБШ-332Д
Коэффициент крепости пород f		4-8	4-16	8-14	4-16	8-14	8-14
Диаметр шпуров, мм		42	42-52	42-52	42-52	42-52	42-52
Длина шпуров, м		2,75	2,75	2,8	2,8	2,4	3,0
Зона бурения, м^2		6-12	4,2-12	до 20	до 20	до 12	8-22
Бурильная машина	тип	БУЭ	М2 (БГА-2М)	М2 (БГА-2М)	М2 (БГА-2М)	«Норит-1» (гидравл.)	М2 (БГА-2М)
	кол-во	1	1	2	2	1	2
Тип платформы		рельс.	рельс.	гусен.	рельс.	гусен.	пневм.
Размеры (м) в транспортном положении:	длина	8,2	6,0	7,8	7,1	7,2	11,0
	ширина	1,3	1,0	1,6	1,15	1,4	1,75
	высота	0,9	1,5	1,7	1,65	1,8	2,3
Масса, т		5,4	4	8,6	5	7,2	12

Таблица 3.3

Характеристики зарубежных бурильных установок для бурения шпуров при проходке горизонтальных выработок

Характеристики		Тип бурильной установки				
		Minimatic 205-40	Mini 206-60	Paramatic 305-60	Rocket Bomer 104S	Rocket Bomer 282S
Коэффициент крепости пород *f*		8-20	8-20	8-20	8-20	8-20
Диаметр шпуров, мм		32-50	32-50	32-50	32-50	32-50
Длина шпуров, м		3,4	3,4	3,4	4,0	4,0
Высота обуривания, м		6,0	6,4	7,1	4,7	6,3
Ширина обуривания, м		8,8	9,8	10,4	4,7	8,7
Зона бурения, $м^2$		8-49	8-60	12-68	до 20	до 45
Бурильная машина	тип	HL 510S-45 гидравл.	HL 510S-45 гидравл.	HL 510S-45 гидравл.	COP 1838 ME пневмат.	COP 1838 ME пневмат.
	кол-во	2	2	3	1	2
Тип платформы		пневм.	пневм.	пневм.	пневм.	пневм.
Размеры (м) в транспортном положении:						
	длина	12,3	12,7	5,3	9,8	12,1
	ширина	1,98	2,24	2,5	2,0	2,0
	высота	2,35	2,35	2,8	2,6	3,1
Масса, т		19	20	36	14	18

При применении бурильных установок глубина шпуров изменяется от 2 до 3,75 м. В этом случае необходимо использование прямых врубов, так как обуривание вертикального клинового вруба в большинстве случаев технически неосуществимо из-за невозможности соблюдения требуемого угла наклона врубовых шпуров.

При ручном бурении шпуров площадь забоя, приходящаяся на одну бурильную машину, изменяется в широких пределах – от 2 до 5 $м^2$.

4. СОСТАВЛЕНИЕ ПАСПОРТА БУРОВЗРЫВНЫХ РАБОТ

На основании выполненных расчетов составляется паспорт буровзрывных работ, который включает в себя [1]: характеристику выработки; характеристику пород; схему расположения шпуров в трёх проекциях; наименования ВМ; способ взрывания; данные о способе заряжания, числе шпуров, их глубине и диаметре, массе и конструкции зарядов, последовательности и количестве приёмов взрывания зарядов, материале забойке и её длине, длинах ударно-волновых трубок систем неэлектрического взрывания; схему монтажа взрывной (электровзрывной) сети с указанием длины (сопротивления), замедлений, схемы и времени проветривания забоя.

Дополнительно указывается величина радиуса опасной зоны, места укрытий взрывника и рабочих, установки постов охраны и предупредительных знаков.

В шахтах, опасных по взрыву газа или пыли, в паспорте должны быть указаны количество и схема расположения специальных средств по предотвращению взрывов газа (пыли), а также режим взрывных работ.

Образец заполнения паспорта буровзрывных работ приведён в Приложении 2.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Единые правила безопасности при взрывных работах (ПБ 13-407-01). М., 2001.

2. Взрывчатые вещества и средства инициирования. Каталог. М.: ГосНИП «РАСЧЕТ», 2003. 269 с.

3. Справочник взрывника / Под общей редакцией Б. Н. Кутузова. М.: Недра, 1988. 511 с.

4. СНиП 3.02.03-84. Подземные горные выработки.

ПРИЛОЖЕНИЯ

ПРИЛОЖЕНИЕ 1

Образец оформления обложки отчёта

Министерство образования и науки РФ
ГОУ ВПО
«Уральский государственный горный университет»

Кафедра шахтного строительства

ОТЧЁТ
по контрольной работе «Расчёт параметров и составление паспорта БВР на проведение горизонтальной горной выработки»

Зав. кафедрой проф. М. В. Корнилков
Руководитель _____
Студент гр. _____ _____

Екатеринбург 2010

ПРИЛОЖЕНИЕ 2

Пример паспорта БВР на проведение выработки

Утверждаю:
Главный инженер
_____

Паспорт
буровзрывных работ на проведение
_____
(*наименование выработки*)

1. Характеристика выработки

1.1. Форма сечения выработки _____
1.2. Площадь поперечного сечения выработки вчерне, м^2 _____
1.3. Размеры сечения выработки - высота, м _____
- ширина, м _____
1.4. Категория шахты по газу или пыли _____

2. Характеристика пород

2.1. Наименование пород _____
2.2. Коэффициент крепости пород по шкале М. М. Протодьяконова _____
2.3. Трещиноватость пород _____
2.4. Обводнённость пород _____

3. Исходные данные

3.1. Наименование ВВ и средств инициирования _____
3.2. Способ взрывания _____
3.3. Диаметры - шпуров, мм _____
- патронов, мм _____
3.4. Тип вруба _____
3.5. Материал забойки _____
3.6. Схема соединения электродетонаторов _____
3.7. Источник электрического тока _____

4. Расчётные данные по шпурам

№№ шпуров	Наименование шпуров по назначению	Глубина шпуров, м	Угол наклона шпуров, град.	Расстояние между шпурами, м	Величина заряда в шпуре, кг	Длина заряда, м	Длина забойки в шпуре, м	Очередность взрывания, интервал замедления, мс	Примечания
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

5. Схема расположения шпуров

Схема расположения вычерчивается в масштабе 1:50 или 1:20 в трёх проекциях (см. Приложение 3). При применении прямых врубов дополнительно в масштабе 1:20 или 1:10 приводится схема вруба.

6. Конструкции зарядов

В схемах конструкций врубовых, вспомогательных (отбойных) и оконтуривающих зарядов указывается место установки патронов-боевиков, количество патронов, длина заряда и забойки.

7. Основные показатели буровзрывных работ

№ п/п	Показатели	Единица измерения	Количество
1	Коэффициент использования шпуров	-	
2	Подвигание забоя за взрыв	-	
3	Объём горной массы за взрыв	$м^3$	
4	Количество шпуров на цикл	шт.	
5	Количество шпурометров на цикл	м	
6	Количество шпурометров на 1 погонный метр выработки	м шп./м	
7	Количество шпурометров на 1 $м^3$ взорванной породы	м шп./$м^3$	
8	Расход ВВ на цикл	кг	
9	Расход ВВ на 1 метр выработки	кг/м	
10	Расход ВВ на 1 $м^3$ взорванной породы	кг/$м^3$	
11	Расход средств инициирования на цикл: ЭД КД (СИНВ-Ш) детонирующего шнура	 шт. шт. м	
12	Расход средств инициирования на 1 метр выработки: ЭД КД (СИНВ-Ш) детонирующего шнура	 шт. шт. м	

8. Меры безопасности

8.1. Место укрытия взрывника и рабочих на момент взрыва_____

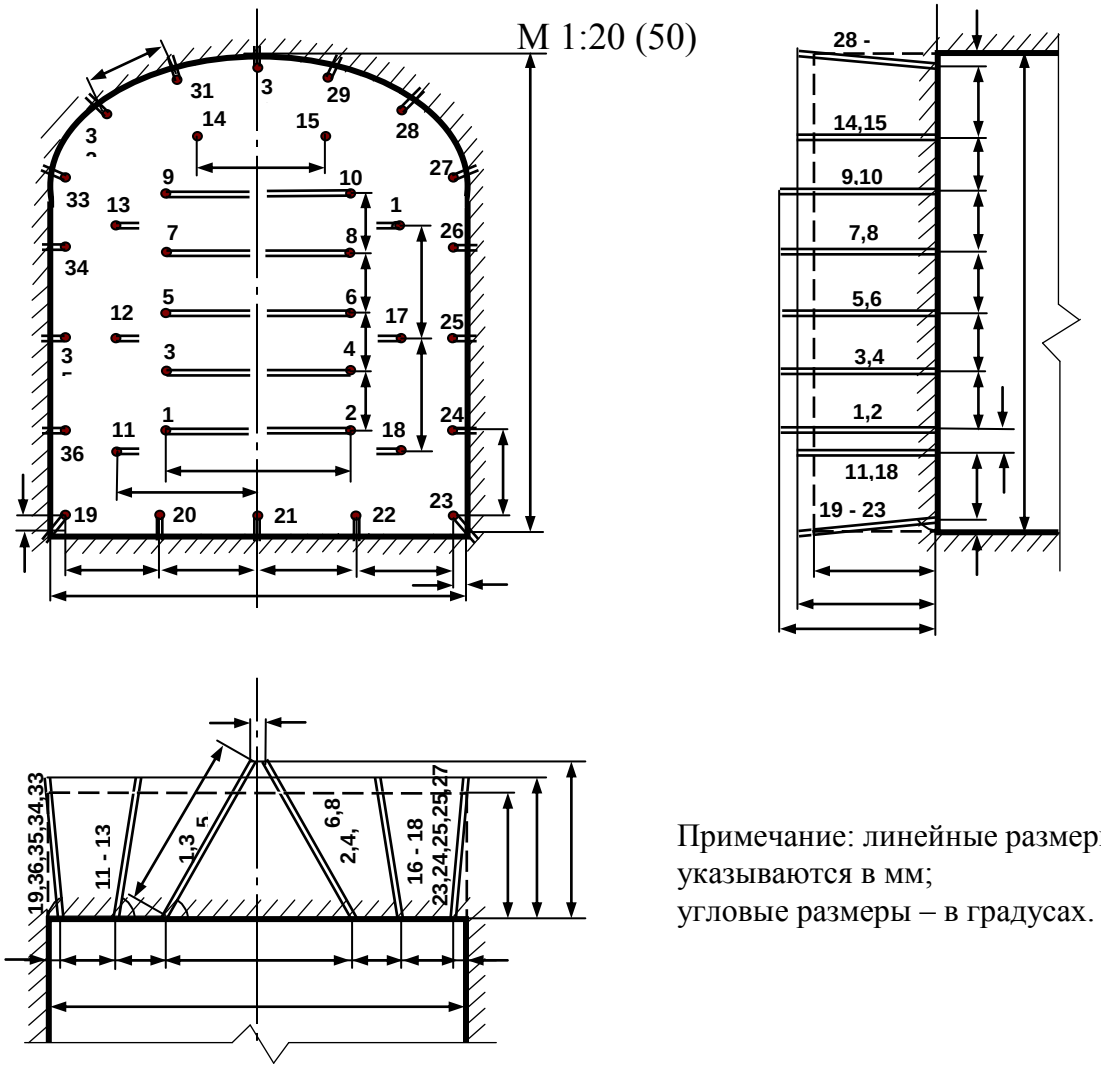
8.2. Место выставления постов_____

8.3. Время проветривания после взрыва_____

8.4. Мероприятия по подавлению пыли_____

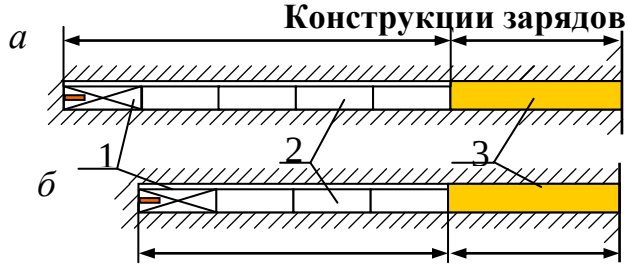
8.5. Другие дополнительные меры безопасности_____

Схема расположения шпуров



Примечание: линейные размеры
указываются в мм;
угловые размеры – в градусах.

Конструкции зарядов



а – врубовые шпуры;
б – вспомогательные (отбойные) и оконтуривающие шпуры;
1 – патрон-боевик (аммонит № 6ЖВ);
2 – патроны ВВ (аммонит № 6ЖВ);
3 – забойка (песчано-глиняная, водяная)

Примечание. В шахтах, не опасных по взрыву газа или пыли, допускается взрывание зарядов без забойки (устанавливается руководителем предприятия и указывается в паспорте БВР).

ПРИЛОЖЕНИЕ 3

Таблица П3.1

Задания по расчету параметров и составлению паспорта бвр на проведение выработки

№№ заданий	Наименование выработки	Форма сечения выработки*	Размеры выработки $H \times B$, м	Площадь сечения вчерне, м^2	Характеристика пород			Категория шахты по газу или пыли и наличие метана в выработке
					Коэффициент крепости f	Категория пород по табл. 1.12	Обводнённость**	
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	Квершлаг	Сводчатая	3,4 × 3,3	10,5	15	I	с	Не опасная
2			3,4 × 4,0	12,0	12	I	у	
3			3,4 × 3,6	11,3	14	I	о	
4			3,4 × 3,2	10,2	10	I	у	
5			3,3 × 3,5	10,7	12	I	о	
6			3,1 × 3,2	9,2	10	I	о	
7			3,3 × 3,7	11,3	6	II	о	
8			3,5 × 3,2	10,5	8	II	с	
9			3,6 × 3,8	12,7	8	IV	у	
10			3,5 × 3,9	12,6	10	II	с	
11			3,4 × 3,4	10,8	6	III	о	
12			3,2 × 3,0	9,0	12	IV	у	
13			3,5 × 3,9	12,6	18	IV	о	
14			3,1 × 3,2	9,2	5	III	о	
15			3,4 × 3,6	11,3	8	III	с	
16			3,3 × 3,5	10,7	18	II	с	
17			3,5 × 3,2	10,5	14	I	о	
18			3,1 × 3,2	9,2	20	II	у	
19			3,4 × 4,0	12,5	16	I	о	
20			3,4 × 4,0	12,5	4	III	о	

Продолжение табл. П3.1

1	2	3	4	5	6	7	8	9
21	Квершлаг	Трапецевид.	3,5 × 3,7 / 3,3	12,3	8	II	с	
22			3,5 × 3,9 / 3,1	12,3	10	I	о	
23			3,5 × 3,7 / 3,0	11,7	12	III	с	
24			3,6 × 3,9 / 3,1	12,6	14	III	у	
25			3,0 × 3,6 / 2,9	9,8	16	I	о	
26			3,8 × 3,4 / 2,8	11,8	18	I	с	
27			3,6 × 4,0 / 3,3	13,1	6	VI	с	
28			3,6 × 4,2 / 3,5	13,9	8	III	о	
29			3,6 × 4,0 / 3,3	13,1	10	III	у	
30			3,6 × 4,2 / 3,5	13,9	15	I	с	
31			3,6 × 4,0 / 3,3	13,1	18	II	у	
32			3,5 × 3,9 / 3,1	12,3	6	IV	о	
33			3,2 × 3,9 / 3,1	11,2	8	III	о	
34			3,5 × 3,9 / 3,1	12,3	9	III	о	
35			3,2 × 3,9 / 3,1	11,2	14	III	у	
36			3,6 × 3,8 / 3,0	12,2	18	I	с	
37			3,6 × 3,8 / 3,0	12,2	8	III	о	
38			3,4 × 3,8 / 3,0	11,6	12	II	у	
39		Сводчатая	3,7 × 5,0	16,8	6	IV	с	
40			3,7 × 5,0	16,8	9	III	у	
41			3,7 × 4,5	15,2	11	IV	с	
42			3,7 × 5,0	16,8	13	II	с	
43			3,7 × 4,4	14,9	14	I	о	

Продолжение табл. П3.1

1	2	3	4	5	6	7	8	9
44	Квершлаг	Сводчатая	3,5 × 4,6	15,5	16	II	о	Не опасная
45			3,6 × 4,9	16,0	4	IV	о	
46			3,6 × 4,7	15,4	8	III	у	
47			3,6 × 4,9	16,0	10	II	с	
48			3,6 × 4,2	13,9	12	II	о	
49			3,6 × 4,9	16,0	14	II	о	
50			3,6 × 4,9	16,0	6	II	с	
51			3,6 × 4,3	14,2	8	III	о	
52			3,7 × 4,3	14,2	4	IV	о	
53			3,7 × 4,0	13,7	6	IV	с	
54			3,7 × 4,3	14,2	9	III	о	
55			3,7 × 3,9	13,4	10	II	о	
56			3,7 × 4,9	16,5	10	II	о	
57			3,7 × 4,1	14,0	14	II	с	
58			3,9 × 4,0	14,5	16	I	у	
59	Штрек	Арочная	3,0 × 3,2	8,5	4	IV	о	I
60			3,0 × 3,4	8,9	6	IV	о	II
61			3,3 × 3,3	9,7	8	III	с	III
62			3,3 × 3,4	10,0	4	III	у	II
63			3,2 × 3,2	9,1	6	II	с	III – выделения метана отсутствуют
64			2,8 × 3,4	8,3	4	IV	о	II
65			3,0 × 3,2	8,5	10	II	о	III – выделения метана отсутствуют
66			3,0 × 2,8	7,5	2 (уголь)	IV	с	II
67			3,2 × 4,0	11,0	2 (уголь)	IV	о	II
68			3,6 × 3,8	12,1	2	IV	о	III

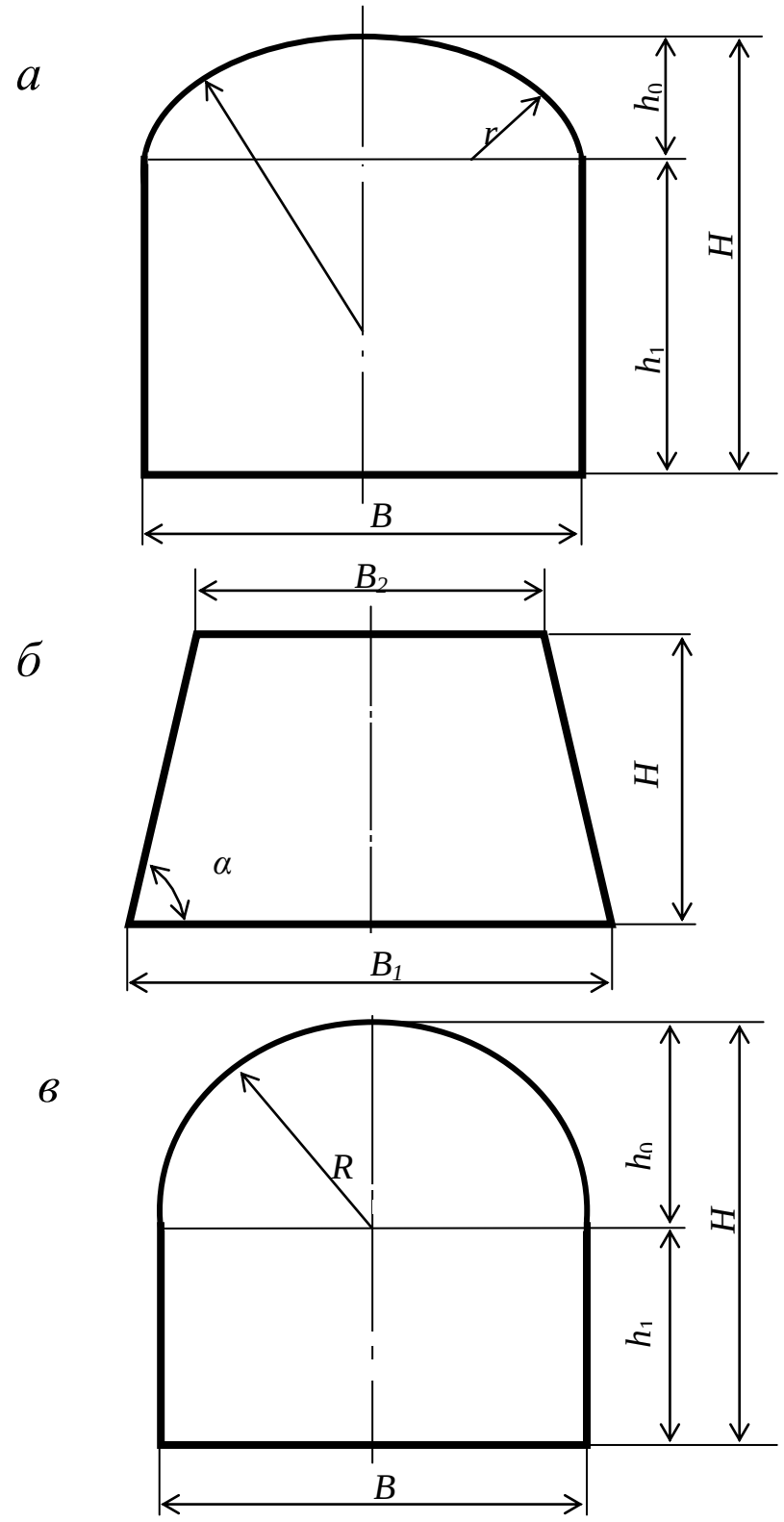
Окончание табл. П3.1

1	2	3	4	5	6	7	8	9
69	Штрек	Сводчатая	3,2 × 4,0	11,0	5	IV	у	II
70			3,2 × 4,0	11,0	8	II	у	IV – выделения метана отсутствуют
71			3,4 × 4,0	11,8	6	III	с	
72			3,2 × 4,0	11,0	12	I	у	II – выделения метана отсутствуют
73			4,2 × 4,4	16,4	1,5 (уголь)	IV	с	I
74			4,0 × 4,2	14,9	4	IV	у	I
75			4,2 × 4,4	16,4	6	III	с	II
76			4,0 × 4,2	14,9	8	II	с	IV – выделения метана отсутствуют
77			3,8 × 4,4	14,6	7	II	о	III
78			4,2 × 5,0	18,3	8	IV	с	I
79			3,8 × 4,4	14,6	10	I	о	II – выделения метана отсутствуют
80			3,4 × 4,0	11,8	10	II	о	

[*] Рекомендации для вычерчивания контура поперечного сечения выработки приведены в Приложении 4.
[**] В столбце 8 «Обводнённость пород» приняты следующие обозначения: с – сухие, у – увлажнённые и о – обводнённые.

ПРИЛОЖЕНИЕ 4

Формы поперечного сечения горизонтальных выработок



$h_0 = B / 3$;
$h_1 = B - h_0$;
$R = 0{,}694\ B$;
$R = 0{,}262\ B$.

$$\alpha = \operatorname{arctg} \frac{2H}{B_1 - B_2}$$

Рис. П4.1. Формы поперечного сечения горизонтальных выработок:
а – сводчатая с трёхциркульным (коробовым) сводом;
б – трапецевидная;
в – арочная с полуциркульным сводом

Формулы для вычисления площади поперечного сечения и периметра выработок приведены в табл. П4.1.

Таблица П4.1

Форма поперечного сечения выработки	Площадь поперечного сечения	Периметр
Сводчатая с коробовым сводом	$B \cdot (h_1 + 0{,}26 \cdot B)$	$2 \cdot h_1 + 2{,}33 \cdot B$
Трапециевидная	$\frac{B_1 + B_2}{2} \cdot H$	$B_1 + B_2 + \frac{2H}{\cos \alpha}$
Арочная с полуциркульным сводом	$B \cdot (h_1 + 0{,}39 \cdot B)$	$2 \cdot h_1 + 2{,}57 \cdot B$

Учебное издание

Петрушин Алексей Геннадьевич
Лещуков Николай Николаевич

РАЗРУШЕНИЕ ГОРНЫХ ПОРОД

Учебно-методическое пособие по выполнению контрольной работы по дисциплине «Разрушение горных пород» для студентов специальности 21.05.04 «Горное дело»

Подписано в печать
Бумага писчая. Формат 60 × 84 1/16.
Гарнитура Times New Roman. Печать на ризографе.
Печ. л. 2,6. Уч.-изд. л. 3,28. Тираж 400. Заказ

Издательство УГГУ
620144, г. Екатеринбург, ул. Куйбышева, 30
Уральский государственный горный университет
Отпечатано с оригинал-макета
в лаборатории множительной техники УГГУ

Министерство образования и науки РФ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Уральский государственный горный университет»



А. Г. Петрушин, Н. Н. Лещуков, Д. В. Прищепа

РАЗРУШЕНИЕ ГОРНЫХ ПОРОД

Учебно-методическое пособие к самостоятельной работе и выполнению практических работ по дисциплине «Разрушение горных пород» для студентов специальности 21.05.04 «Горное дело»

Екатеринбург – 2019

Министерство образования и науки РФ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Уральский государственный горный университет»

ОДОБРЕНО

Методической комиссией горно-технологического факультета

«_____» _____ 2019 г.

Председатель комиссии

_____ст.преп. Н. В. Колчина

А. Г. Петрушин, Н. Н. Лещуков, Д. В. Прищепа

РАЗРУШЕНИЕ ГОРНЫХ ПОРОД

Учебно-методическое пособие к самостоятельной работе и выполнению практических работ по дисциплине «Разрушение горных пород» для студентов специальности 21.05.04 «Горное дело»

Издание УГГУ Екатеринбург, 2019

Рецензенты: Лель Ю. И., зав. кафедрой РМОС УГГУ, профессор,
д-р техн. наук.

Печатается по решению Редакционно-издательского совета
Уральского государственного горного университета

Разрушение горных пород: Учебно-методическое пособие к самостоятельной работе по дисциплине для студентов специальности 21.05.04 «Горное дело» / А. Г. Петрушин, Н. Н. Лещуков, Д. В. Прищепа; Урал. гос. горный ун-т. – Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2019. – 59 с.

Материал пособия охватывает все раздела дисциплины в соответствии с учебником [1].

Пособие предназначено для организации самостоятельной работы студентов и выполнению практических заданий всех специализаций специальности 21.05.04 «Горное дело» по курсу «Разрушение горных пород».

© Уральский государственный
горный университет, 2019
© Петрушин А.Г., Лещуков Н.Н.,
© Прищепа Д. В.

Оглавление

ВВЕДЕНИЕ 5
1. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К ОРГАНИЗАЦИИ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТА 6
2. СОДЕРЖАНИЕ КУРСА, КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ 7
3. ПРАКТИКО-ОРИЕНТИРОВАННЫЕ ЗАДАНИЯ 19
Практико-ориентированное задание №1 19
Практико-ориентированное задание №2 23
Практико-ориентированное задание №3 26

ВВЕДЕНИЕ

Самостоятельная работа студента является важнейшей составной частью образовательной программы подготовки дипломированного специалиста. В соответствии с Государственным образовательным стандартом высшего профессионального образования объем учебной нагрузки студента составляет 180 часов или 5 зачетных единиц. Из них 89 часов отводится на самостоятельную работу студентов.

По курсу «Разрушение горных пород» обязательная самостоятельная работа студента осуществляется в следующих направлениях – *освоение материалов по отдельным темам, входящим в Рабочую учебную программу дисциплины; подготовка, оформление, защита практико-ориентированных заданий; подготовка и защита контрольной работы*. Дополнительная самостоятельная работа связана с углубленным изучением отдельных разделов курса на основе научно-исследовательской работы студента (НИРС).

Данное учебно-методическое пособие предназначено для организации самостоятельной работы студентов – освоения отдельных тем дисциплины.

1. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К ОРГАНИЗАЦИИ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТА

В следующем разделе пособия приведена развернутая программа дисциплины «Разрушение горных пород». Она содержит названия 30 основных тем с указанием основных вопросов и разделов каждой темы. Каждая тема является основой вопросов в экзаменационном билете. При чтении лекций по курсу преподаватель указывает те темы дисциплины, которые выносятся на самостоятельную проработку студентами. Причем в экзаменационный билет может включаться один из вопросов по такой теме. Основной объем информации по каждой теме содержится в учебнике по курсу [1].

При освоении указанных ниже тем *рекомендуется следующий порядок самостоятельной работы студента:*

1. Ознакомьтесь со структурой темы.

2. По учебнику [1] освойте каждый структурный элемент темы. Во всех темах указаны разделы и страницы учебника, содержащие данный материал.

3. При необходимости используйте указанную дополнительную литературу. Консультацию по использованию дополнительной литературы Вы можете получить у преподавателя.

4. Ответьте на контрольные вопросы. При затруднениях в ответах на вопросы вернитесь к изучению рекомендованной литературы.

5. Законспектируйте материал. При этом конспект может быть написан в виде ответов на контрольные вопросы.

При самостоятельной работе над указанными темами рекомендуется вести записи в конспектах, формируемых на лекционных занятиях по курсу, и в том порядке, в котором данные темы следуют по учебной программе.

2. СОДЕРЖАНИЕ КУРСА, КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

Тема 1. Краткая история развития взрывных работ.

Значение взрывных работ в горнодобывающей промышленности и в строительстве. История развития взрывных работ.

Литература: [1]

Контрольные вопросы:

1. Охарактеризуйте основные вехи развития взрывных работ.
2. Опишите первую технологию ведения взрывных работ в горном деле.
3. Назовите первое нитроглицериновое взрывчатое вещество.
4. Опишите историю развития средств инициирования.

Тема 2. Современные виды взрывных работ.

Современные виды взрывных работ в промышленности. Основные виды взрывных работ. Специальные виды взрывных работ.

Литература: [1]

Контрольные вопросы:

1. Назовите современные виды взрывных работ.
2. Назовите современные виды специальных взрывных работ.

Тема 2. Способы бурения шпуров и скважин.

Классификация способов бурения шпуров и скважин. Механическое бурение и его виды. Термическое бурение и его виды. Специальные виды бурения шпуров и скважин.

Литература: [1, 5]

Контрольные вопросы:

1. Приведите классификацию способов бурения шпуров и скважин.
2. Опишите суть механических видов бурения шпуров и скважин.
3. Опишите суть термических видов бурения шпуров и скважин.
4. Опишите суть специальных видов бурения шпуров и скважин.
5. Укажите рациональные области применения механических, термических и специальных видов бурения шпуров и скважин.

Тема 3. Ударно-поворотный способ бурения.

Механизм разрушения горных пород при ударно-поворотном бурении. Механизмы скола и выкола. Зависимость скорости ударно-поворотного бурения от осевого усилия, частоты вращения. Оборудование.

Литература: [1, 5]

Контрольные вопросы:

1. Укажите рациональную область применения ударно-поворотного бурения.
2. Охарактеризуйте механизмы скола и выкола.
3. Опишите механизм разрушения горных пород при ударном внедрении инструмента.
4. Укажите бурильные машины ударно-поворотного бурения.
5. Отметьте факторы, которые повышают энергоемкость ударного бурения по сравнению с другими способами.
6. Укажите последовательность процессов, происходящих при разрушении породы при ударном бурении.

Тема 4. Вращательный способ бурения.

Технические средства вращательного бурения. Работа ядра уплотнения при резании пород. Зависимость объема разрушения от толщины стружки. Режимы самозаточки и затупления режущей грани сверла. Оборудование.

Литература: [1, 5]

Контрольные вопросы:

1. Назовите преимущества вращательного бурения.
2. Укажите бурильные машины вращательного бурения.
3. Охарактеризуйте основные механизмы износа и затупления бурового инструмента при вращательном бурении.
4. Опишите механизм разрушения горных пород при вращательном бурении.

Тема 5. Ударно-вращательный и вращательно-ударный способ бурения.

Технические средства бурения. Совместное действие механизмов удара и резания. Зависимость энергоемкости бурения от усилий полдачи на инструмент.

Литература: [1, 5]

Контрольные вопросы:

1. Укажите область применения вращательно-ударного бурения.
2. Укажите область применения ударно-вращательного бурения.
3. Назовите преимущества вращательно-ударного бурения.
4. Охарактеризуйте зависимость энергоемкости бурения от усилия подачи.
5. Назовите машины и механизмы, реализующие ударно-вращательный способ бурения.
6. Назовите машины и механизмы, реализующие вращательно-ударный способ бурения.

Тема 6. Шарошечное бурение.

Технические средства бурения. Механизм шарошечного бурения. Режимы бурения в зависимости от осевого усилия. Контактная прочность пород как критерий буримости.

Литература: [1, 5]

Контрольные вопросы:

1. Назовите особенности шарошечного бурения.
2. Опишите зависимость скорости бурения от величины осевого усилия.
3. Назовите машины и механизмы, реализующие шарошечное бурение.
4. Укажите область применения шарошечного бурения.

Тема 7. Основы теории взрыва и взрывчатых веществ.

Виды взрыва: механический, тепловой, электрический, ядерный, химический. Необходимые условия химического взрыва. Взрывчатое вещество. Классификация взрывчатых систем по физическому состоянию.

Литература: [1, 3]

Контрольные вопросы:

1. Дайте определение понятию взрыв.
2. Приведите пример механического взрыва.
3. Приведите пример Теплового взрыва.
4. Приведите примеры тепловых взрывов.
5. Охарактеризуйте химический взрыв.
6. Назовите необходимые условия химического взрыва.

Тема 8. Свойства взрывчатых веществ.

Классификация свойств взрывчатых веществ. Технологические свойства взрывчатых веществ. Специальные свойства взрывчатых веществ.

Литература: [1, 2]

Контрольные вопросы:

1. Приведите классификацию свойств взрывчатых веществ.
2. Назовите основные технологические свойства взрывчатых веществ.
3. Что такое кислородный баланс.
4. Назовите виды кислородного баланса.
5. Какие газы выделяются при положительном кислородном балансе.
6. При каком кислородном балансе образуется окись углерода (CO)?

Тема 9. Начальный импульс и чувствительность взрывчатых веществ.

Начальный импульс. Виды начального импульса. Инициирование. Чувствительность взрывчатых веществ. Способы изменения чувствительности.

Литература: [1]

Контрольные вопросы:

1. Дайте определение понятию «Начальный импульс».
2. Охарактеризуйте тепловой начальный импульс.
3. Какой вид начального импульса является основным для горного дела?
4. Перечислите пробы на чувствительность.
5. Что такое сенсибилизатор?
6. Приведите пример веществ вводимых в состав взрывчатых веществ для флегматизации.

Тема 10. Формы химического превращения взрывчатых веществ.

Основные формы химического превращения взрывчатых веществ. Режимы химического превращения: термический распад, горение, конвективное горение, детонация

Литература: [1, 2, 3]

Контрольные вопросы:

1. Перечислите основные формы химического превращения.
2. Дайте характеристику горению как форме химического превращения.
3. Дайте характеристику детонации как форме химического превращения.

Тема 11. Основные положения теории детонации.

Механизм детонации. Графическая интерпретация процесса детонации – адиабата Гюгонио. Количественная оценка характеристик процесса детонации.

Литература: [1, 3]

Контрольные вопросы:

1. Перечислите особенности детонационной волны.
2. Дайте определение понятию «Детонация».
3. Приведите основные детонационные характеристики взрывчатых веществ.

Тема 12. Экспериментальные методы определения скорости детонации.

Классификация методов определения скорости детонации взрывчатых веществ. Метод Дотриша. Осциллографический метод. Метод скоростной фотосъемки. Реостатный метод.

Литература: [1, 3]

Контрольные вопросы:

1. Охарактеризуйте метод Дотриша, для определения скорости детонации взрывчатых веществ.
2. Назовите отличительные особенности осциллографического метода для определения скорости детонации взрывчатых веществ.
3. Опишите процедуру измерения скорости детонации используя реостатный метод.

Тема 13. Факторы, влияющие на скорость и устойчивость детонации.

Группы факторов влияющие на скорость и устойчивости детонации. Влияние внутреннего состава и строения на скорость и устойчивость детонации. Влияние условий взрывания на скорость детонации.

Литература: [1, 3]

Контрольные вопросы:

1. Как влияет дисперсность взрывчатого вещества на скорость и устойчивость детонации?
2. Как влияет плотность взрывчатого веществ на скорость детонации?
3. Дайте определение понятию «критический диаметр детонации».
4. Как влияет на скорость и устойчивость детонации наличие плотной оболочки на заряде взрывчатого вещества.
5. Влияние величины начального импульса на устойчивость детонации.

Тема 14. Работа взрыва.

Работа взрыва: баланс энергии при взрыве. Потери при переходе потенциальной энергии взрывчатого вещества в механическую работу взрыва. Полезная работа взрыва. Бризантность и фугасность. Пробы на бризантность и фугасность.

Литература: [1, 3]

Контрольные вопросы:

1. Опишите переход потенциальной энергии взрывчатого вещества в механическую работу взрыва.
2. Чем обусловлены химические потери при взрыве?
3. Чем обусловлены тепловые потери при взрыве?
4. Охарактеризуйте бесполезные формы работы взрыва.
5. Что такое бризантность взрывчатых веществ.
6. Назовите формы проявления фугасной работы взрыва.

Тема 15. Основные положения теории предохранительных взрывчатых веществ.

Необходимость применения предохранительных взрывчатых веществ. Теории предохранительных взрывчатых веществ. Методы испытаний предохранительных взрывчатых веществ.

Литература: [1, 2]

Контрольные вопросы:

1. Дайте определение понятию пламегаситель.
2. Дайте определение понятию ингибитор.
3. Перечислите основные гипотезы воспламенения горючих шахтных сред.
4. Перечислите возможные пути предотвращения воспламенения горючих шахтных сред.
5. Охарактеризуйте методы испытаний предохранительных взрывчатых веществ.

Тема 16. Заряд взрывчатого вещества.

Заряды взрывчатых веществ. Классификация. Воронка взрыва и ее элементы. Показатель действия взрыва.

Литература: [1, 3]

Контрольные вопросы:

1. По каким признакам классифицируются заряды взрывчатых веществ.
2. Перечислите элементы воронки взрыва.
3. Что такое показатель действия взрыва.
4. Как классифицируются заряды взрывчатых веществ по показателю действия взрыва.

Тема 17. Действие взрыва.

Действие сосредоточенного заряда в твердой однородной безграничной среде и при наличии обнаженной поверхности. Стадии разрушения: образование газовой полости, зоны дробления, зона радиальных и кольцевых трещин, откольные явления. Соотношение бризантного и фугасного действия взрыва в зависимости от акустической жесткости разрушаемых пород.

Литература: [1, 3]

Контрольные вопросы:

1. Отразите последовательность развития взрыва в горных породах.
2. Отметьте области действия взрыва, образующие зону регулируемого дробления.
3. Какие трещины образуются в горной породе при падении давления и обратной деформации пород в сторону зарядной полости?

4. Какие трещины образуются при отражении волны сжатия от свободной поверхности горной породы?

Тема 18. Классификации промышленных взрывчатых веществ.

Классификация ВВ: по характеру воздействия на окружающую среду, по чувствительности к простым формам начального импульса, физическому состоянию. Классификация по химическому составу – индивидуальные ВВ и взрывчатые смеси. Классы ВВ по условиям применения.

Литература: [1, 2, 4, 6]

Контрольные вопросы:

1. К какой группе относятся взрывчатые вещества, имеющие скорость детонации 4000 м/с?
2. Какие классы промышленных ВВ выделяют по химическому составу?
3. К какому классу промышленных ВВ по химическому составу относится тротил, детонит?
4. Какие ВВ можно использовать только при взрывных работах на поверхности, в шахтах опасных по газу и пыли? Укажите номер класса и цвет оболочки.
5. Какой цвет имеют патроны предохранительных ВВ?
6. По какому характерному признаку выделяют первичные и вторичные ВВ?

Тема 19. Непредохранительные взрывчатые вещества I класса по условиям применения.

Предъявляемые требования. Нитросоединения: свойства, ассортимент, область применения. Аммиачно-селитренные взрывчатые вещества: свойства, ассортимент, область применения. Эмульсионные взрывчатые вещества: свойства, ассортимент, область применения.

Литература: [1, 2, 7]

Контрольные вопросы:

1. Назовите основные свойства гранулотола.
2. Особенности аммиачно-селитренных взрывчатых веществ.
3. Бестротиловые взрывчатые вещества: особенности, свойства.
4. Назовите отличительные особенности эмульсионных взрывчатых веществ.

Тема 20. Непредохранительные взрывчатые вещества II класса по условиям применения.

Предъявляемые требования. Аммиачно-селитренные взрывчатые вещества: свойства, ассортимент, область применения. Эмульсионные взрывчатые вещества: свойства, ассортимент, область применения. Порошкообразные ВВ – аммониты и аммоналы. Свойства и область применения.

Литература: [1, 2, 7]

Контрольные вопросы:

1. Назовите основные свойства граммонита 79/21.
2. Особенности аммиачно-селитренных взрывчатых веществ, применяемых в подземных условиях.
3. Назовите отличительные особенности патронированных аммонитов.
4. Назовите отличительные особенности эмульсионных взрывчатых веществ, применяемых в подземных условиях.

Тема 21. Предохранительные взрывчатые вещества III – VII классов по условиям применения.

Требования к энергетическим и детонационным характеристикам предохранительных ВВ. Требования к кислородному балансу. Требования к составу и строению зарядов.

Литература: [1, 2, 7]

Контрольные вопросы:

1. Перечислите названию взрывчатых веществ III класса по условиям применения.
2. Какие добавки вводят в состав предохранительных взрывчатых веществ?
3. Укажите требования, предъявляемые к предохранительным ВВ.

Тема 22. Методы производства взрывных работ.

Классификация методов производства взрывных работ. Метод шпуровых зарядов. Метод скважинных зарядов. Метод камерных зарядов. Метод наружных зарядов. Область применения, достоинства и недостатки методов.

Литература: [1, 3]

Контрольные вопросы:

1. Укажите области применения метода шпуровых зарядов в подземных условиях.
2. Укажите область применения метода шпуровых зарядов при открытой разработке месторождений.
3. Укажите область применения метода скважинных зарядов.
4. Укажите область применения метода наружных зарядов.

Тема 23. Метод шпуровых зарядов при проведении подземных горных выработок.

Состав проходческого цикла. Коэффициент использования шпуров (КИШ). Коэффициент излишка сечения (КИС). Врубовые, отбойные и оконтуривающие шпуры. Очередность взрывания. Конструкции шпуровых зарядов. Размер и качество забойки. Прямое и обратное инициирование зарядов. Назначение и типы врубов. Конструкции наклонных врубов; их достоинства и недостатки. Конструкции прямых врубов; их достоинства и недостатки. Комбинированные врубы. Принципы расчета параметров буровзрывных работ.

Литература: [1, 3]

Контрольные вопросы:

1. Укажите типы шпуров при проходке выработки.
2. Укажите очередность взрывания шпуров в типовой технологии проходки выработок.
3. Укажите условия, соответствующие обратному инициированию заряда.
4. Отметьте достоинства прямого инициирования заряда ВВ по сравнению с обратным.
5. Отметьте достоинства обратного инициирования заряда ВВ по сравнению с прямым.

Тема 24. Метод шпуровых зарядов при подземной разработке месторождений полезных ископаемых.

Технология шпуровой отбойки при разработке рудных месторождений. Расчет параметров БВР. Технология шпуровой отбойки угля. Правила безопасности при использовании метода шпуровой отбойки.

Литература: [1, 3]

Контрольные вопросы:

1. Опишите существо метода шпуровых зарядов при добыче полезных ископаемых подземным спопобом.
2. Укажите классы ВВ допущенные к применению при шпуровой отбойке по углю.
3. Какой способ взрывания допущен к применению при шпуровой отбойке угля?
4. Какова допустимая величина уходки (м) при добыче угля методом шпуровых зарядов?

5. Какова величина предельного содержание метана в забое (в %), при котором разрешена отбойка угля методом шпуровых зарядов?

Тема 25. Метод скважинных зарядов при подземной разработке месторождений полезных ископаемых.

Отбойка вертикальными и горизонтальными слоями. Параллельное и веерное расположение скважин – преимущества и недостатки. Схемы отбойки руды в блоке. Расчет параметров скважинной отбойки. Бурение, заряжание и взрывание скважин. Правила безопасности при скважинной отбойке.

Литература: [1, 3]

Контрольные вопросы:

1. Укажите преимущества параллельного расположения скважин при подземной отбойке руды (по сравнению с веерным расположением скважин).
2. Укажите преимущества веерного расположения скважин при подземной отбойке руды (по сравнению с параллельным расположением скважин).
3. Укажите способы бурения скважин при отбойке руды в подземных условиях.
4. Какой тип ВВ обычно применяют при механизированном заряжании скважин?
5. Укажите показатели, входящие в формулу определения удельного расхода ВВ при скважинной отбойке руды в подземных условиях.

Тема 26. Метод скважинных зарядов при открытой разработке месторождений полезных ископаемых.

Расположение скважин на уступе и их бурение. Принципы расчета параметров буровзрывных работ. Схемы взрывания скважинных зарядов при однорядном и многорядном взрывании скважин.

Литература: [1, 3]

Контрольные вопросы:

1. Укажите рациональные способы бурения скважин при открытой разработке месторождений.
2. Удельный расход ВВ на карьерах определяется по эталонному $q_э$ с учетом поправочных коэффициентов. Укажите факторы, определяющие величину данных коэффициентов.
3. Укажите основные способы взрывании зарядов взрывчатых веществ, используемых на земной поверхности.

4. Перечислите основные взрывчатые вещества, используемые при ведении взрывных работ на земной поверхности.

Тема 27. Метод камерных зарядов.

Расположение выработок при использовании камерных зарядов. Камерные заряды рыхления и их расчет. Камерные заряды выброса и их расчет. Камерные заряды на сброс и их расчет.

Литература: [1, 3]

Контрольные вопросы:

1. В каких случаях целесообразно использовать метод камерных зарядов при открытой разработке месторождений?
2. Назовите достоинства и недостатки метода камерных зарядов.

Тема 28. Взрывное разрушение негабарита.

Характеристики, область применения, достоинства и недостатки различных способов разделки негабарита: наружными, шпуровыми, кумулятивными зарядами, гидровзрывание.

Литература: [1, 3]

Контрольные вопросы:

1. Укажите достоинства и недостатки способа разделки негабарита накладными зарядами.
2. Укажите достоинства и недостатки способа разделки негабарита шпуровыми зарядами.
3. Укажите способы взрывного дробления негабарита при открытой разработке месторождений.

Тема 29. Техническая документация для производства взрывных работ.

Необходимая техническая документация для производства взрывных работ: типовой проект взрывных работ, проект массового взрыва, паспорт буровзрывных работ, схема взрывных работ.

Литература: [1, 4, 6, 8]

Контрольные вопросы:

1. Что входит в состав типового проекта взрывных работ?
2. Опишите процедуру составления и утверждения паспорта буровзрывных работ.
3. Для каких работ составляется схема взрывных работ.
4. В каких случаях составляется проект массового взрыва?

Тема 30. Персонал для взрывных работ.

Требования к лицам, допущенным к ведению взрывных работ: руководитель взрывных работ, мастер-взрывник, заведующий складом ВМ, раздатчики ВМ и лаборанты складов ВМ.

Литература: [1, 4, 6, 8]

Контрольные вопросы:

1. Какие требования предъявляются к руководителям взрывных работ?
2. Какие требования предъявляются к взрывникам?
3. В течение какого периода времени проходит стажировка взрывника?
4. Требования в заведующему склада взрывчатых материалов.

3. ПРАКТИКО-ОРИЕНТИРОВАННЫЕ ЗАДАНИЯ

Практико-ориентированное задание №1

Расчет кислородного баланса и составление рецептур промышленных взрывчатых веществ.

Цель: овладение методикой расчета кислородного баланса взрывчатых веществ и принципами составления рецептур промышленных взрывчатых веществ.

Краткая теория

Определение кислородного баланса

Кислородным балансом называется отношение избытка или недостатка кислорода во взрывчатом веществе (ВВ) для полного окисления горючих элементов (водорода, углерода, металлов и т. п.), выраженное в грамм-атомах, к грамм-молекулярной массе ВВ. Кислородный баланс выражается в долях или процентах.

Под полным окислением понимается окисление водорода в воду, а углерода в углекислый газ. При этом выделяется также молекулярный азот и кислород. Если в составе ВВ находится металл, то образуется его высший окисел.

Реакции полного окисления:

$$C + O_2 \rightarrow CO_2 + 396 \text{ кДж/моль};$$

$$H_2 + \frac{1}{2}O \rightarrow H_2O + 283 \text{ кДж/моль при воде жидкой};$$

$$H_2 + \frac{1}{2}O_2 \rightarrow H_2O + 241 \text{ кДж/моль при воде парообразной};$$

$$2Al + 1.5O_2 \rightarrow Al_2O_3 + 1671 \text{ кДж/моль}.$$

Следовательно, если ВВ имеет состав в виде $C_aH_bN_cO_d$, то кислородный баланс (%)

$$K_б = \frac{\left[d - \left(2a + \frac{b}{2}\right)\right] \cdot 16}{M_{BB}} 100\%, \quad (1.1)$$

где 16 – относительный атомная масса кислорода; M_{BB} – молекулярная масса ВВ.

При

$$d > 2a + \frac{b}{2} \quad (1.2)$$

имеет положительный кислородный баланс;

при

$$d = 2a + \frac{b}{2} \quad (1.3)$$

нулевой кислородный баланс;

при

$$d < 2a + \frac{b}{2} \quad (1.4)$$

отрицательный кислородный баланс.

Взрывчатые вещества с нулевым кислородным балансом выделяют максимальное количество энергии и минимальное количество ядовитых газов.

При взрыве ВВ с отрицательным кислородным балансом в зависимости от относительного количества кислорода образуются либо ядовитая окись углерода (угарный газ) с меньшим выделением тепла, чем при образовании углекислоты, т. е.

$$C + 0{,}5O_2 \rightarrow CO + 109 \text{ кДж/моль;}$$

либо чистый углерод в виде сажи, резко снижающий образование газов.

При положительном кислородном балансе уменьшается выделение энергии, так как образуется ядовитая окись азота с поглощением тепла по реакции

$$0{,}5N_2 + 0{,}5O_2 \rightarrow NO - 90{,}5 \text{ кДж/моль.}$$

Пример 1. Определить кислородный баланс тротила $C_7H_5(NO_2)_3$, относительная молекулярная масса которого 227.

Для полного окисления необходимо $2a + b/2$ или $2 \cdot 7 + 5/2 = 16{,}5$ атомов кислорода.

В наличии имеется 6 атомов кислорода.

Следовательно,

$$K_6 = \frac{\left[6 - \left(2 \cdot 7 + \frac{5}{2}\right)\right] \cdot 16}{227} 100\% = -74\%.$$

Пример 2. Определить кислородный баланс граммонита 30/70. Граммонит 30/70 состоит из 30% аммиачной селитры NH_4NO_3 и 70% тротила.

Кислородный баланс аммиачной селитры АС, определенный вышеуказанным способом, равен +20%.

Кислородный баланс граммонита 30/70:

$$0{,}3 \cdot 20 + 0{,}7 \cdot -74 = -45{,}5\%.$$

Составление рецептуры промышленных ВВ

При изготовлении промышленных ВВ обычно состав подбирается таким, чтобы был нулевой кислородный баланс. Для изготовления патронированных ВВ принимается небольшой положительный кислородный баланс для окисления материала оболочки патронов. Для подземных работ при взрыве 1 кг ВВ должно выделятся не более 40 л ядовитых газов в пересчете на условную окись углерода. Если образуются окислы азота и сернистый газ, то для перевода их к условной окиси углерода принимается поправочный коэффициент соответственно 6,5 и 2,5.

Для открытых горных работ, особенно для ВВ, применяемых в обводненных условиях, требования к кислородному балансу ВВ не такие жесткие.

Пример 1. Составить рецептуру игданита с нулевым кислородным балансом па основе аммиачной селитры и дизельного топлива (ДТ) с кислородным балансом – 320%.

Количество весовых частей аммиачной селитры для окисления одной части дизельного топлива равно

$$n = \frac{[\text{КБ}_{DT}]}{[\text{КБ}_{\text{АС}}]},$$

где КБ_{DT} – кислородный баланс дизельного топлива;

$\text{КБ}_{\text{АС}}$ – кислородный баланс аммиачной селитры.

$$n = \frac{320}{20} = 16.$$

Содержание дизельного топлива во взрывчатом веществе:

$$x = \frac{100}{1+n},$$

$$x = \frac{100}{1+16} = 5{,}9\ \%.$$

Соответственно содержание аммиачной селитры

$$100 - x = 100 - 5{,}9 = 94{,}1\%.$$

Следовательно, формула игданита:

$$94{,}1\%\ \text{аммиачной селитры};\ 5{,}9\%\ \text{дизельного топлива}.$$

Пример 2. Определить рецептуру ВВ с пулевым кислородным балансом на основе аммиачной селитры (NH_4NO_3) и тротила ($C_7H_5(NO_2)_3$).

Кислородный баланс тротила –74%, относительная молекулярная масса 227. Кислородный баланс аммиачной селитры +20%, относительная молекулярная масса 80.

Состав смеси должен отвечать условию:

$$x\ (-74\%) + (100 - x)\ 20\% = 0,$$

где x – содержание в смеси тротила, %.

Решение данного уравнения показывает, что $x \approx 21\%$ и $(100 - x) = 79\%$. Такому составу смеси отвечают граммонит 79/21 и аммонит 6ЖВ.

Обозначим число молей аммиачной селитры через y, число молей тротила через z. Тогда из соотношения

$$\frac{y \cdot 80}{x \cdot 227} = \frac{79}{21},$$

получим

$$y = \frac{79 \cdot z \cdot 227}{21 \cdot 80} = 10{,}7z.$$

Приняв z = 1, получим y = 10,7.

Следовательно, молекулярное уравнение граммонита имеет вид

$$z + 10{,}7y = C_7H_5(NO_2)_3 + 10{,}7NH_4NO_3.$$

Пример 3. Определить молекулярную формулу гранулита АС-8, имеющего следующий состав: 89% аммиачной селитры NH_4NO_3; 3% солярового масла $C_{16}H_{34}$ (относительная молекулярная масса 226); 8% алюминиевой пудры А1 (относительная молекулярная масса — 27).

Обозначив число молей солярового масла x, аммиачной селитры y, алюминиевой пудры z, можно написать химическую формулу в виде

$$y NH_4NO_3 + x\ C_{16}H_{34} + z\ Al.$$

В соответствии с весовым составом можно записать следующие соотношения

$$\frac{y \cdot 80}{x \cdot 226} = \frac{89}{3};\quad \frac{z \cdot 27}{x \cdot 226} = \frac{8}{3},$$

Отсюда y = 83,9x; z = 22,4x.

Примем x = 1, тогда молекулярное уравнение гранулита АС-8 имеет вид

$$83{,}9\ NH_4NO_3 + C_{16}H_{34} + 22{,}4\ Al.$$

Практико-ориентированное задание №2

Определение работоспособности взрывчатых веществ и работы взрыва.

Цель: овладение методикой определения работоспособности взрывчатых веществ и работы взрыва.

Краткая теория

Расчет идеальной работоспособности ВВ

Из первого закона термодинамики следует, что изменение внутренней энергии газов равно количеству тепла, сообщенного окружающей среде и произведенной работе:

$$-dE = dQ + pdV. \quad (2.1)$$

Если техническим назначением взрыва ВВ является производство механической работы, то затраты на теплообмен продуктов взрыва (ПВ) с окружающей средой являются энергетическими потерями (dQ). Эти потери называются термодинамическими.

Идеальным с точки зрения отсутствия термодинамических потерь является адиабатический процесс расширения ПВ, т.е. $dQ = 0$. В этом случае изменение внутренней энергии ПВ равно количеству работы, совершаемой газами, т.е.

$$-dE = pdV = dA. \quad (2.2)$$

В реальных условиях взрывания наиболее близким к адиабатическому процессу является взрыв ПВ в воздушной среде, а, например, в горных породах термодинамические потери возрастают. Они существенно выше в пористых, хрупких, легко дробимых породах и минимальны в пластичных средах типа глин.

Мерой идеальной работоспособности ВВ может служить максимальная работа, которую совершают ПВ при своем адиабатическом расширении до давления окружающей среды (воздушной, водной, горной), т.е. когда остаточное давление ПВ уравновешивается противодавлением среды атмосферным, гидростатическим или горным давлением.

Идеальная работоспособность ВВ является одной из важнейших энергетических характеристик ВВ. Она дополняет теплоту взрыва, показывая теоретическую возможность реализации энергетического потенциала ВВ в механическую работу.

Идеальную работоспособность (полную идеальную работу взрыва) можно определить, как разность между значениями внутренней энергии ПВ в момент их образования и к концу расширения:

$$\text{А}_\text{и} = \int dE = \int_{T_1}^{T_2} \overline{C_V} dT = \overline{C_V} * (T_1 - T_2) = \overline{C_V} T_1 \left(1 - \frac{T_2}{T_1}\right) = Q_{\text{взр}} \left(1 - \frac{T_2}{T_1}\right) \quad (2.3)$$

где $\overline{C_V}$ - средняя теплоемкость продуктов взрыва в интервалах изменения температуры взрыва от T_1 до T_2;

T_1 - начальная температура взрыва;

T_2 - конечная температура ПВ.

Для газовых взрываемых систем, расширение ПВ которых происходит вдоль изоэнтропы вида pV' = const, пользуясь уравнением Клайперона $(PV'=RT)$, получаем

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{y-1} = \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{y-1}{y}} \quad (2.4)$$

Окончательно получаем

$$A_u = Q_{\text{взр}} \left(1 - \frac{T_2}{T_1}\right); \quad (2.5)$$

$$A_u = Q_{\text{взр}} \left(1 - \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{y-1}\right); \quad (2.6)$$

$$A_u = Q_{\text{взр}} \left(1 - \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{y-1}{y}}\right); \quad (2.7)$$

где $Q_{\text{взр}}$- потенциальная энергия ВВ (полная тепловая энергия), кДж/кг;

V_1 и V_2 - начальный и конечный удельные объемы ПВ, м^3/кг;

P_1 и P_2 - начальное и конечное давление ПВ, Па;

$y = Cp/Cv$ – показатель адиабаты.

Эти же формулы могут быть использованы для расчета A_u конденсированных ВВ.

При взрыве в воздухе (P_2 = 1,01·10^{5}Па) полная идеальная работа взрыва определяется

$$A_u = Q_{\text{взр}} \left(1 - \left(\frac{1{,}01 * 10^5}{P_{\text{пв}}}\right)^{\frac{y-1}{y}}\right), \text{ кДж/кг.} \quad (2.8)$$

Расчет полного термодинамического КПД взрыва

Вышеприведенную формулу (2.8) можно представить в виде

$$A_u = Q_{\text{взр}} - q_T \quad (2.9)$$

Здесь величина $q_T = Q_{\text{взр}} - A_u = C_{v2} * T_2$ - термодинамические потери энергии ВВ в продуктах взрыва по достижении ими атмосферного давления. Это остаточное тепло идет на свечение ПВ после их расширения.

Отношение идеальной работоспособности к выделившейся тепловой энергии взрыва называется идеальным термодинамическим КПД взрыва

$$\eta = \frac{A_u}{Q_{\text{взр}}}, \tag{2.10}$$

или с учетом формулы (2.7)

$$\eta = 1 - \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{y-1}{y}}, \tag{2.11}$$

Идеальный термодинамический КПД взрыва определяет часть тепловой энергии, которая может быть использована для совершения механической работы взрыва.

Величины идеальной работоспособности (A_u) и полного термодинамического КПД (П) существенно зависят от свойств продуктов взрыва, влияющих на показатель адиабаты, *y= Cp/Cv*. Если в ПВ содержится 2/3 молекул двухатомных газов и 1/3 — одноатомных (гексоген), то *y* = 1,25. Если в ПВ содержится 2/3 трехатомных газов и 1/3 двухатомных (нитроглицерин), то *y* = 1,2. Величина *y* снижается (соответственно снижается A_u и η), если в ПВ содержатся четырех и пятиатомные газы, а также твердые продукты (NaCl, $A1_2O_3$ и др.). В этих случаях *y* = 1,15, и 1,05.

Пример 1. Определить полную идеальную работоспособность и термодинамический КПД аммонита 6ЖВ при плотности заряжания 900 кг/м^3 и следующих параметрах взрывного превращения:

$V_{пв}$= 0,86 м^3/кг,

$Q_{взр}$ = 4300кДж/кг;

$T_{взр}$=2600^o К.

Для расчета показатель адиабаты принимается y=1,25. Определение давления ПВ при взрыве аммонита 6ЖВ:

$$P = \frac{1{,}01*10^5*0{,}86*2600*900}{273*(1-0{,}001*0{,}86*900)} = 3{,}3 * 10^9,$$

Откуда полная идеальная работоспособность

$$A_u = Q_{\text{взр}}\left(1 - \left(\frac{1{,}01 * 10^5}{P_{\text{пв}}}\right)^{\frac{y-1}{y}}\right) = 4300 * \left(1 - \left(\frac{1{,}01 * 10^5}{3{,}3 * 10^9}\right)^{\frac{1{,}25-1}{1{,}25}}\right) = 3762{,}2\,\frac{\text{кДж}}{\text{кг}}.$$

Полный термодинамический КПД взрыва

$$\eta = \frac{A_u}{Q_{\text{взр}}} = \frac{3762{,}2}{4300} = 0{,}875$$

или $\eta = 87{,}5\%$

Практико-ориентированное задание №3

Расчет параметров и составление паспорта буровзрывных работ на проведение горизонтальной горной выработки.

Цель: овладение методикой расчета параметров буровзрывных работ (БВР) при проведении подземных горных выработок и составления паспорта БВР.

Краткая теория

Проведение горных выработок буровзрывным способом осуществляется по паспортам буровзрывных работ (БВР). Паспорта утверждаются руководителем того предприятия, которое ведёт взрывные работы. С паспортом БВР ознакомляется весь персонал, осуществляющий буровзрывные работы в данной выработке.

Паспорт составляется для каждого забоя выработки на основании расчетов и утверждается с учётом результатов не менее трёх опытных взрываний. По разрешению руководителя предприятия (шахты, рудника) допускается вместо опытных взрываний использовать результаты взрывов, проведённых в аналогичных условиях.

Расчёт, необходимый для составления паспорта, сводится к выбору и определению основных параметров буровзрывных работ для проведения выработки. К основным параметрам относятся: тип взрывчатого вещества (ВВ) и средства инициирования (СИ), диаметр и глубина шпуров, тип вруба, удельный заряд ВВ, количество шпуров и конструкции зарядов, расход взрывчатых материалов.

3.1. Общие положения

Буровзрывной комплекс работ занимает от 30 до 60 % общего времени проходческого цикла в зависимости от горнотехнических условий.

При проведении горных выработок буровзрывные работы должны обеспечить заданные размеры и форму поперечного сечения выработки, точное оконтуривание её профиля, качественное дробление породы и сосредоточенное размещение её в забое, нормативную величину коэффициента излишка сечения (КИС), высокий коэффициент использования шпуров (КИШ).

Эти требования соблюдаются при условии правильного выбора параметров буровзрывных работ: типа ВВ, типа и параметров вруба, величины и конструкции заряда в шпуре, диаметра и глубины шпуров, числа и расположения их в забое, способа и очередности взрывания зарядов, типа

бурового оборудования, качества буровых работ, организации проходческих работ и т. д.

3.2. Определение параметров буровзрывных работ

3.2.1. Выбор взрывчатых материалов

При выборе взрывчатых материалов (ВМ) руководствуются требованиями безопасного производства взрывных работ, регламентированных «Правилами безопасности при взрывных работах» [6] с учетом физико-механических свойств горных пород и горнотехнических условий.

Рекомендуемые взрывчатые вещества (ВВ) [7] в зависимости от условий работ, обводнённости и крепости пород, способа заряжания представлены в табл. 3.1.

В шахтах, не опасных по газу или пыли, при проведении горизонтальных выработок допускается применение электрического взрывания и систем неэлектрического взрывания с низкоэнергетическими волноводами.

Таблица 3.1

Рекомендуемые ВВ

Условия взрывных работ	Условия размещения зарядов	Коэффициент крепости пород *f*	Тип ВВ	Способ заряжания
Выработки, не опасные по взрыву газа или пыли	Сухие шпуры	до 12	Гранулит М Граммонит 79/21 Гранулит АС-4В Гранулит-игданит	Механизированный
			Аммонит № 6ЖВ	Ручной
		более 12	Гранулит АС-8В	Механизированный
			Аммонал М-10 Детонит М Аммонал скальный № 1	Ручной
	Обводнённые шпуры	до 12	Аммонит № 6ЖВ	Ручной
		более 12	Аммонал М-10 Детонит М Аммонал скальный № 1	
Выработки, опасные по взрыву газа и пыли	Сухие и обводнённые шпуры	Для взрывания по породе	Аммонит АП–5ЖВ	Ручной
		Для взрывания по углю с учетом степени опасности	IV кл. Аммонит Т-19 Аммонит ПЖВ-20 V кл. Угленит Э-6 VI кл. Угленит 12ЦБ	
	Для водораспыления	Открытый заряд	Ионит	

На угольных шахтах, опасных по газу или пыли, разрешается только взрывание с применением электродетонаторов. При полном отсутствии в забоях проходимых выработок метана или угольной пыли, допускается применение непредохранительных ВВ II класса и электродетонаторов мгновенного, короткозамедленного и замедленного действия со временем замедления до 2 с без ограничения количества приёмов и пропускаемых серий замедлений.

Основные характеристики ВВ, применяемых при проходке подземных горных выработок, приведены в табл. 3.2.

Таблица 3.2

Характеристики ВВ

Наименование ВВ	Идеальная работа взрыва, кДж/кг	Плотность в патронах или насыпная, кг/м^3	Удельная объемная энергия взрыва при средней плотности, кДж/кг	Коэффициент взрывной эффективности при плотности ВВ 1000 кг/м^3	Расстояние передачи детонации между патронами, см		Диаметр патронов, мм	Масса патрона, кг	Длина патрона, мм
					Сухие	После выдержки в воде			
Аммонит № 6ЖВ	3561	1000-1100	3917	1,0	5-9	3-6	32 36	0,2 0,25	250 250
Аммонал М-10	4410	950-1100	4520	1,15	4	3	32	0,2	250
Детонит М	4316	1000-1200	4963	1,27	8-18	5-15	32 36	0,2 0,25	250 250
Аммонал скальный № 1	4420	1000-1100	4641	1,18	8-14	5-10	32 36	0,2 0,25	250 250
Аммонит АП-5ЖВ	2991	1000-1150	3215	0,82	5-10	2-7	36	0,3	250
Аммонит Т-19	2564	1000-1200	2820	0,72	7-12	4-8	36	0,3	240
Угленит Э-6	1946	1100-1250	2289	0,58	5-12	3-10	36	0,3	240
Угленит 12 ЦБ	1770	1200-1350	2256	0,58	4	2	36	0,3	240
Ионит	1482	1000-1200	1704	0,44	–	–	36	0,3	240
Гранулит М	3163	780-820 (1000-1150)*	3384	0,86					
Гранулит АС-4В	3645	800-850 (1100-1200)*	4192	1,07					
Гранулит АС-8В	3997	800-850 (1100-1200)*	4597	1,17					
Гранулит-игданит	3150	800-850 (1100-1200)*	3760	0,85					

* Плотность при механизированном заряжании

Технические характеристики электродетонаторов, применяемых при проведении горных выработок, приведены в табл. 3.3. Все электродетонаторы являются водоустойчивыми.

Таблица 3.3

Электродетонаторы для шахт и рудников

Тип электродетонаторов	Кол-во серий	Интервалы замедления, мс (с)	Безопасный ток, А	Гарантийный ток, А	Сопротивление, Ом	Примечание
ЭД-8Ж(Э)	1	0	0,2	1,0	1,8-3,6	Электродетонаторы непредохранительные нормальной чувствительности
ЭД-3-Н	36	20, 40, 60, 80, 100, 125, 150, 175, 200, 250, 300, 350, 400, 450, 500, 600, 700, 800, 900, 1000, 1250, 1500, 1750, 2000, 2500, 3000, 3500, 4000, 4500 мс 5,6,7,8,9,10 с				
ЭД-1-8-Т	1	0	1,0	5,0	0,5-0,75	Электродетонаторы непредохранительные пониженной чувствительности к блуждающим токам
ЭД-3-Т	36	20, 40, 60, 80, 100, 125, 150, 175, 200, 250, 300, 350, 400, 450, 500, 600, 700, 800, 900, 1000, 1250, 1500, 1750, 2000, 2500, 3000, 3500, 4000, 4500 мс 5,6,7,8,9,10 с				
ЭДКЗ-ОП	1	0	0,2	1,0	1,8-3,6	Электродетонаторы предохранительные нормальной чувствительности
ЭДКЗ-П	5	25, 50, 75, 100, 125 мс	0,2	1,0	1,8-3,6	
ЭДКЗ-ПМ	7	15, 30, 45, 60, 80, 100, 120 мс	0,2	1,0	1,8-3,6	
ЭД-КЗ-ПКМ	9	4, 20, 60, 80, 100, 125, 150, 175, 200 мс	0,2	1,0	1,8-3,6	

Детонирующие шнуры ДША, ДШВ и ДШЭ-12 и др. применяют при необходимости одновременного взрывания врубовых, нижних подошвенных шпуров, а также в рассредоточенных зарядах с целью передачи детонации всем частям шпурового заряда.

В последние годы на подземных взрывных работах получил широкое распространение новый способ инициирования зарядов ВВ – система неэлектрического взрывания различных модификаций: Нонель (Швеция), СИНВ, Эдилин (Россия) и др.

В табл. 3.4 представлены характеристики систем СИНВ и ДБИ для взрывных работ в рудниках и угольных шахтах, где допущено применение непредохранительных взрывчатых веществ II класса.

Устройства СИНВ-Ш и ДБИ3 служат для трансляции инициирующего сигнала и инициирования боевиков шпуровых зарядов с заданной временной задержкой. В боевике каждого шпурового заряда размещается КД устройства СИНВ-Ш или ДБИ3 заданного интервала замедления.

Таблица 3.4

Характеристики систем неэлектрического инициирования

Устройство	Интервал замедления, мс	Назначение
СИНВ-Ш	0, 25, 42, 55, 67, 109, 125, 150, 176, 200, 250, 300, 350, 400, 450, 500, 600, 700, 800, 900, 1000, 2000, 3000, 4000, 5000, 6000, 7000, 8000, 9000, 10000	Изготовление патронов-боевиков
ДБИ3	0, 17, 25, 42, 55, 67, 109, 125, 150, 176, 200, 250, 300, 350, 400, 450, 500, 600, 700, 800, 900, 1000, 2000, 3000, 4000, 5000, 6000, 7000, 8000, 9000, 10000	

Примечание. Интервалы замедлений приведены при длине ударно-волновой трубки (УВТ) 1 м. Добавление каждого метра длины УВТ увеличивает время замедления на 0,5 мс.

УВТ, выходящие из шпуров, инициируются одновременно от устройств СИНВ-П мгновенного действия (СИНВ-П-0), смонтированных в единую сеть. Длина УВТ стартового устройства (магистральной части сети) выбирается из условия безопасного подрыва и может составлять несколько сот метров.

При проходке подземных выработок обычно применяется следующая схема: УВТ, выходящие из шпуров, собираются в связки (пучки), которые соединяются в единую сеть детонирующим шнуром. Детонирующий шнур обвязывается вокруг связки двойной петлёй. Количество УВТ в одной связке не должно превышать 15 шт. Инициирование сети из детонирующего шнура производится электродетонатором или электрозажигательной трубкой.

3.2.2. Выбор типа вруба и глубины шпуров

Расположение шпуров в забое, величина заходки и показатели взрыва во многом определяются типом вруба. Врубы по характеру действия делятся на две группы:

– врубы с наклонными к оси выработки шпурами – наклонные врубы;

– врубы с параллельными к оси выработки шпурами – прямые врубы.

Тип вруба и глубину шпуров с учетом горнотехнических условий следует принимать по данным табл. 3.5.

Таблица 3.5

Тип вруба и глубина шпуров

Тип буровой техники	Сечение выработки, м^2	
	менее 6	более 6
Переносные перфораторы, ручные электросвёрла и пневмосвёрла	Прямые врубы при глубине шпуров более 1,5 м	Наклонные врубы при глубине шпуров не более (0,35–0,5) ширины выработки; прямые врубы при глубине шпуров до 2–2,5 м
Установки механизированного бурения	–	Прямые врубы с максимально возможной глубиной по технической характеристике машины

Из наклонных врубов наибольшее распространение имеет вертикальный клиновой вруб. Другие врубы с наклонными шпурами (пирамидальный, горизонтальный клиновой и его разновидности, веерный и т. д.) не получили достаточно широкого распространения из-за сложности обуривания и узкой рекомендуемой области применения (забои, проводимые по пласту угля при малой его мощности, при наличии слабых прослоек пород по забою, при ярко выраженном контакте слабых пород с более крепкими вмещающими породами и т. д.).

Высокая эффективность врубов с наклонными шпурами и преимущества их по сравнению с прямыми врубами достигаются только при ограниченной глубине шпуров и определенном сечении выработки. При проходке выработок в крепких породах ($f > 12$) с применением вертикального клинового вруба длина заходки не превышает обычно 0,35 ширины выработки (B) из-за технической невозможности бурения врубовых шпуров под углом наклона, обеспечивающим эффективную работу вруба. При глубине шпуров более 0,5 B, применении буровых кареток, а также в выработках малого сечения (менее 6 м^2) наиболее эффективны прямые врубы, глубина которых ограничивается точностью бурения в зависимости от типа буровой техники.

При глубине шпуров, принятой по рекомендациям табл. 1.5, проектную величину КИШ следует принимать равной 0,85-0,95 с учётом крепости горных пород.

1.2.3. Выбор конструкции и параметров врубов

1.2.3.1. Вертикальный клиновой вруб

При ограниченной глубине шпуров (1,2–2,0 м) наибольшее распространение имеет вертикальный клиновой вруб. Параметры вертикального клинового вруба в зависимости от крепости пород применительно к аммониту № 6ЖВ в патронах диаметром 32 мм в шпурах диаметром 42 мм ориентировочно по данным практики можно принять по данным табл. 3.6.

Таблица 3.6

Параметры вертикального клинового вруба

Группа крепости пород по СНиП	Коэффициент крепости пород *f*	Расстояние по вертикали между парами шпуров, мм	Количество шпуров во врубе при сечении выработки ($м^2$)		Угол наклона шпуров к плоскости забоя α, град.
			до 12	более 12	
IV-V	1-6	500	4	4-6	75-70
VI	6-8	450	4-6	6-8	68
VII	8-10	400	6-8	8-10	65
VIII	10-13	350	8-10	10-12	63
IX	13-16	300	10-12	12-14	60
X	16-18	300	10-12	12-14	58
XI	20	250	10-12	12-14	55

При применении другого типа ВВ и изменении диаметра шпуров расстояние между парами врубовых шпуров определяется с учётом поправочного коэффициента по формуле:

$$k = 1{,}25\sqrt{e}\cdot d_з/d, \qquad (3.1)$$

где e – коэффициент взрывной эффективности (см. табл. 1.2),

$d_з$ – диаметр заряда,

d – диаметр заряжаемой полости (шпура или скважины).

С увеличением коэффициента крепости пород (см. табл. 3.6) угол наклона врубовых шпуров к плоскости забоя уменьшается. Поэтому предельную глубину вертикального клинового вруба (рис. 3.1) при бурении шпуров ручными перфораторами в зависимости от коэффициента крепости пород и ширины выработки рекомендуется принимать по табл. 1.7 или по формуле:

$$h_{вр} = 0{,}25B\operatorname{tg}\frac{\alpha}{2} - 0{,}3, \qquad (3.2)$$

где B – ширина выработки, м

α – угол наклона шпуров к плоскости забоя, град. (см. рис. 3.1).

Таблица3.7

Предельная глубина вертикального клинового вруба $h_{вр}$, м

Ширина выработки, м	Коэффициент крепости пород f						
	2-5	6-7	8-9	10-12	13-15	16-17	18-20
2,0	1,3	1,2	1,1	1,0	0,9	0,8	0,7
2,5	1,7	1,6	1,4	1,3	1,2	1,1	1,0
3,0	2,1	1,9	1,7	1,6	1,4	1,3	1,2
3,5	2,4	2,2	1,9	1,7	1,6	1,5	1,4
4,0	2,8	2,6	2,2	2,1	1,9	1,8	1,7
4,5	3,2	2,9	2,5	2,4	2,3	2,0	1,9
5,0	3,5	3,1	2,9	2,7	2,4	2,2	2,1

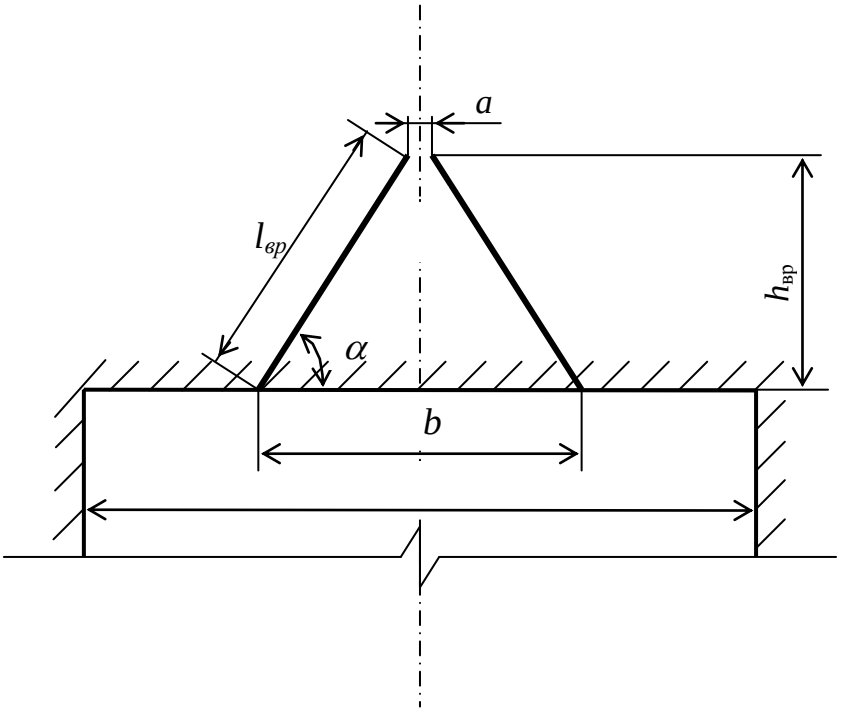


Рис. 3.1. Схема вертикального клинового вруба

Глубину врубовых шпуров следует принимать на 0,1-0,2 м больше длины вспомогательных и оконтуривающих шпуров:

$$h_{вр} = h_{шп} + (0,1 \div 0,2), \quad (3.3)$$

где $h_{шп}$ – глубина (длина) вспомогательных и оконтуривающих шпуров, м.

Длину шпуров клинового вруба определяют с учетом угла их наклона:

$$l_{вр} = h_{вр} / \sin \alpha, \quad (3.4)$$

где α – угол наклона шпуров к плоскости забоя, град.

Расстояние между устьями в паре шпуров клинового вруба определяют по зависимости:

$$b = 2\, h_{вр} / \mathrm{tg}\, \alpha + a, \quad (3.5)$$

где *а* – расстояние между забоями пары сходящихся шпуров клинового вруба, м (в зависимости от коэффициента крепости пород *а* = 0,15-0,2 м).

После расчета основных параметров вруба следует проверить графическим способом техническую возможность обуривания вертикального клинового вруба с учетом принятого бурового оборудования. С этой целью в масштабе 1:20 – 1:50 вычерчивается план забоя (вид сверху) с наложением пары врубовых шпуров и обязательного соблюдения принятого угла наклона шпуров α.

Если ширина выработки не позволяет с учётом габаритов бурильной машины (см. рис. 3.1) обурить рассчитанный вруб, то следует уменьшить глубину врубовых шпуров или принять другой тип вруба. При применении бурильных установок стрела автоподатчика должна свободно размещаться при заданном угле наклона врубовых шпуров между точкой забуривания врубового шпура и стенкой выработки. При бурении переносными перфораторами или ручными электросвёрлами врубовые шпуры могут буриться в 2-3 приёма комплектом штанг различной длины (например: 0,5 м; 1,2 м; 2,0 м).

3.2.3.2. Прямые врубы

Из прямых врубов (рис. 1.2) наиболее широкое распространение получили следующие конструкции: призматический симметричный *а*; щелевой *б*; спиральный *в* и двойной спиральный *г*.

Прямые врубы представляют собой комбинацию параллельных заряженных шпуров, взрыв которых работает на компенсационную полость, создаваемую холостым шпуром (системой холостых шпуров) или скважиной. Взрыв последующих шпуров расширяет врубовую полость до размеров, достаточных для последующей отбойки вспомогательными (отбойными) шпурами с постоянной, предельной для конкретных горнотехнических условий линией сопротивления.

Параметры прямых врубов принимаются в зависимости от конструкции вруба, крепости пород, диаметра компенсационной полости (шпура или скважины, их количества). Наиболее ответственными являются первый шпур или серия шпуров, взрываемых на компенсационную полость. Поэтому для повышения эффективности взрыва целесообразно в качестве компенсационной полости использовать шпур увеличенного диаметра, систему холостых шпуров или скважину.

Расстояние между компенсационной полостью и первым взрываемым шпуром или серией шпуров (пробивное расстояние W_1) рекомендуется принимать для шпуров диаметром 42 мм при использовании аммонита № 6 ЖВ в патронах диаметром 32 мм по табл. 1.8.

При применении другого типа ВВ или другой конструкции заряда пробивное расстояние W_1, определенное по табл. 1.7, умножается на поправочный коэффициент, рассчитанный по формуле (1.1).

Пробивные расстояния W_1 учитывают возможное отклонение шпуров от заданного направления. С увеличением глубины шпуров растет их отклонение, поэтому при глубине шпуров до 2,5 м достаточно принимать диаметр первона-

чальной компенсационной полости не более 50-60 мм; при шпурах глубиной до 3 м – 70-105 мм и при шпурах до 4 м – 105-125 мм, что позволит сохранить КИШ в пределах 0,85-0,9.

Пробивные расстояния для шпуров, взрываемых вторыми и последующими во врубе (W_1, W_2, W_3 и т. д.), принимаются равными 0,8 от ширины (наибольшего размера) ранее образованной врубовой полости.

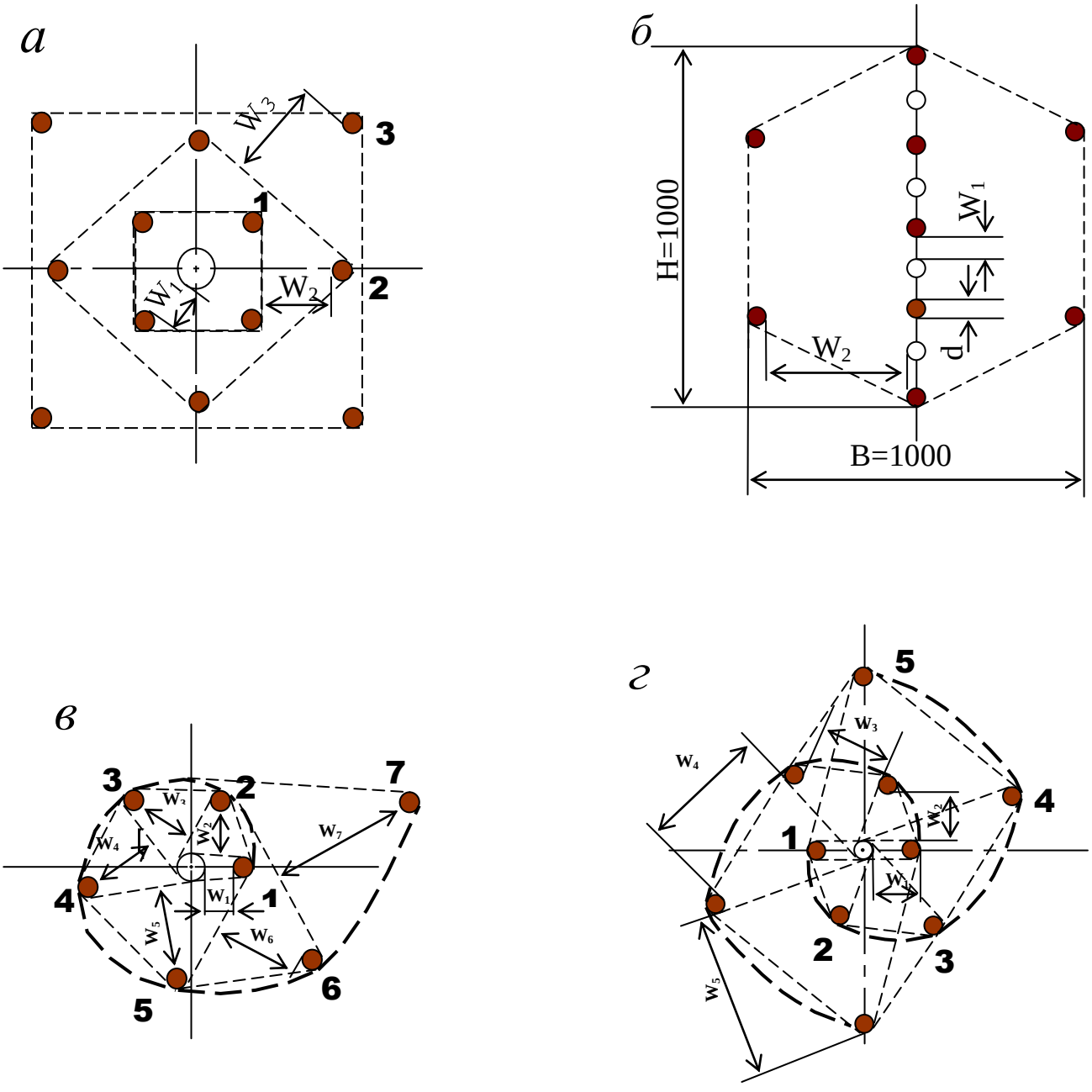


Рис. 3.2. Конструкции прямых врубов:
а – призматический симметричный; *б* – щелевой; *в* – спиральный;
г – двойной спиральный

Таблица 3.8

Пробивные расстояния W_1, мм

Диаметр холостого шпура или скважины D_x, мм	Коэффициент крепости пород f						
	2-5	6-7	8-9	10-12	13-15	16-17	18-20
42	115	100	90	80	60	60	55
51	125	110	100	90	80	70	65
56	150	130	110	95	90	85	75
75	170	150	130	105	100	95	85
105	190	170	150	120	110	105	95
125	230	200	170	140	120	110	100

Например, пробивное расстояние для шпуров спирального вруба, взрываемых вторыми, т. е. на обнаженную поверхность, образованную взрывом первого шпура, определяют по данным табл. 3.9 или по зависимости, мм:

$$W_2 = 0{,}8 \cdot (W_1 + D_x + d), \qquad (3.6)$$

где W_1 – пробивное расстояние для первого шпура (см. табл. 1.7);

D_x – диаметр компенсационной полости (холостого шпура или скважины);

d – диаметр заряженных шпуров.

Пробивные расстояния (W_2, W_3 и т. д.) для любого типа вруба могут быть определены графически путем последовательного построения расширяющейся врубовой полости (см. рис. 1.2) в масштабе 1:5.

Таблица 3.9

Пробивные расстояния W_2, мм

Диаметр холостого шпура или скважины D_x, мм	Коэффициент крепости пород f						
	2-5	6-7	8-9	10-12	13-15	16-17	18-20
42	170	150	140	130	120	115	110
51	180	160	150	140	130	120	115
56	210	180	170	160	150	140	130
75	260	210	200	185	170	150	140
105	300	260	240	215	200	185	175
125	340	300	270	250	230	220	215

Расчёты и построения выполняются до тех пор, пока не образуется врубовая полость размером в пределах от 0,9×0,9 до 1,2×1,2 м. Такой размер врубовой полости является достаточным и позволяет в дальнейшем производить отбойку породы вспомогательными и оконтуривающими шпурами уже с постоянной линией наименьшего сопротивления, которая соответствует предельному пробивному расстоянию шпурового заряда при взрывании его на неограниченную свободную поверхность.

Предельные пробивные расстояния для вспомогательных и оконтуривающих шпуров при их диаметре 42 мм, заряженных аммонитом № 6ЖВ в патронах диаметром 32 мм, приведены в табл. 3.10.

Таблица 3.10

Предельные пробивные расстояния для вспомогательных и оконтуривающих шпуров, мм

Диаметр шпуров, мм	Коэффициент крепости пород *f*						
	2-5	6-7	8-9	10-12	13-15	16-17	18-20
42	1000-900	800	700	650	600	550	500

Опыт работы и расчёты показывают, что для образования врубовой полости сечением 0,8-1,4 м^2 необходимо принять 8-12 шпуров в зависимости от диаметра компенсационной полости и коэффициента крепости пород.

При применении щелевого вруба пробивное расстояние между заряжаемыми и холостыми шпурами принимается по данным табл. 1.8. Количество заряжаемых $N_з$ и холостых $N_х$ шпуров в щелевом врубе при их одинаковом диаметре определяют по формулам:

$$N_з = \frac{H}{2(W_1 + d)} + 1, \tag{3.7}$$

$$N_x = \frac{H}{2(W_1 + d)}, \tag{3.8}$$

где H – высота вруба, мм;

W_1 – пробивное расстояние, мм;

d – диаметр шпуров, мм.

Щелевой вруб (рис. 3.2, *б*) высотой 1000 мм с последующим расширением полости четырьмя шпурами дает высокие показатели в породах любой крепости и в выработках любого сечения. Пробивное расстояние W_2 для шпуров, взрываемых во вторую очередь, принимается равным 500 мм, а расстояние между шпурами по вертикали 700–800 мм в породах любой крепости.

Могут быть приняты другие конструкции прямых врубов, но принцип расчета их параметров будет аналогичен.

После расчета параметров принятого прямого вруба (пробивных расстояний и числа шпуров во врубе) определяется площадь вруба по забою выработки, что необходимо для определения количества остальных шпуров.

Глубина (длина) холостых и заряжаемых шпуров прямого вруба должна приниматься больше на 10 % по сравнению с глубиной вспомогательных и оконтуривающих шпуров.

При ведении взрывных работ на угольных шахтах, опасных по газу или пыли, при определении расстояний между смежными шпурами следует придерживаться дополнительных требований ЕПБ.

Расстояние от заряда ВВ до ближайшей поверхности должно быть не менее 0,5 м по углю и не менее 0,3 м по породе, в том числе и при взрывании зарядов в породном негабарите. В случае применения ВВ VI класса при взрывании по углю это расстояние допускается уменьшать до 0,3 м.

Минимально допустимые расстояния между смежными (взрываемыми последовательно) шпуровыми зарядами должны соответствовать данным табл. 3.11.

В породах с f >10 расстояние между смежными шпуровыми зарядами должно определяться нормативами, разработанными по согласованию с организацией-экспертом по безопасности работ.

Поскольку при применении прямых врубов с незаряжаемыми шпурами (см. рис. 3.2) данные требования, как правило, невыполнимы, то в угольных шахтах, опасных по газу или пыли, применяются прямые врубы, работающие по принципу воронкообразования.

Таблица 3.11

Минимально допустимые расстояния между смежными шпуровыми зарядами

Условия взрывания	Класса ВВ			
	II	III-IV	V	VI
По углю	0,6	0,6	0,5	0,4
По породе:				
при f <7	0,5	0,45	0,3	0,25
при f >10	0,4	0,3	–	–

В породах с коэффициентом крепости f < 6 обычно применяется прямой призматический вруб из 4–6 шпуров, которые располагаются по контуру окружности или периметру прямоугольника и взрываются одновременно в один приём. Расстояние между врубовыми шпурами следует принимать в соответствии с рекомендациями табл. 3.11. При проведении выработок в более крепких породах целесообразно использовать двойной призматический вруб из 6–8 шпуров с соблюдением тех же требований, которые взрываются короткозамедленно и последовательно в два приёма.

3.2.4. Определение удельного заряда ВВ

Величина удельного заряда ВВ, т. е. количество ВВ, необходимое для заряжания в шпуры единицы объёма обуренного массива (с учетом эффективного разрушения), зависит от крепости пород, сечения выработки, типа ВВ и условий взрывания (наличия обнажённой поверхности, структуры породы, плотности ВВ при заряжании, типа вруба).

Удельный заряд **при врубах с наклонными шпурами** рекомендуется определять по видоизменённой формуле Н. М. Покровского:

$$q = 0{,}1 \cdot f \cdot f_1 \cdot v / e, \qquad (3.9)$$

где q – удельный заряд ВВ, кг/м^3;

f – коэффициент крепости по М. М. Протодьяконову. В породах с $f > 16$ в формуле (3.9) принимать 0,08 вместо 0,1;

f_1 – коэффициент структуры породы;

v – коэффициент зажима породы, зависящий от площади поперечного сечения выработки и количества обнажённых поверхностей;

e – коэффициент взрывной эффективности заряда ВВ.

Коэффициент относительной эффективности заряда ВВ определяется из выражения

$$e = \frac{Q_{\text{ид}} \cdot \rho}{Q_{\text{ид.э}} \cdot \rho_{\text{э}}}, \qquad (3.10)$$

где $Q_{\text{ид}}$, $Q_{\text{ид.э}}$ – идеальная работа взрыва принятого и эталонного ВВ, кДж/кг;

ρ, $\rho_{\text{э}}$ – плотность заряда принятого и эталонного ВВ, кг/м^3.

Необходимые данные для расчета величины e принимают из табл. 3.2. При средней плотности заряда ВВ значение коэффициента взрывной эффективности можно принять из этой же таблицы. В качестве эталонного ВВ в формуле (3.10) и в табл. 3.2 принят аммонит № 6ЖВ.

Значение коэффициента структуры породы f_1 принимается из табл. 3.12.

Таблица 3.12

Коэффициент структуры породы f_1

Характеристика пород	Категория пород	Коэффициент структуры породы f_1
Монолитные, крепкие, вязкие, упругие	I	1,6
Трещиноватые, крепкие	II	1,2-1,4
Массивно-хрупкие	III	1,1
Сильнотрещиноватые, мелкослоистые, большинство пород угольных бассейнов	IV	0,8-0,9

Коэффициент зажима породы при одной обнаженной поверхности в забоях горизонтальных и наклонных выработок определяется из выражения

$$v = \frac{6{,}5}{\sqrt{S_{\text{вч}}}}, \qquad (3.11)$$

где $S_{\text{вч}}$ – площадь поперечного сечения вчерне, м^2.

При двух обнаженных поверхностях коэффициент зажима принимается в пределах v = 1,1–1,4 (меньшие значения – для больших сечений выработок).

При щелевом врубе на полную высоту выработки для определения удельного заряда для шпуров по забою, кроме врубовых, в формуле (3.9) следует принимать коэффициент зажима породы v = 1,4.

Прямые (дробящие) врубы требуют повышенного удельного заряда ВВ. По формуле (3.9) при применении прямых врубов определяют удельный заряд только для вспомогательных и оконтуривающих шпуров с коэффициентом зажима породы v = 1,1–1,4.

3.2.5. Выбор диаметра шпура

Диаметр шпуров выбирается в зависимости от стандартного диаметра патрона принятого типа ВВ. В табл. 1.2 указаны стандартные диаметры патронов промышленных ВВ. При выпуске ВВ в патронах различных диаметров следует принимать диаметр патрона с учётом сечения выработки и типа буровой техники. При использовании мощных бурильных машин и при больших сечениях выработки принимают патроны с большим диаметром или механизированное заряжание гранулированными ВВ.

При применении метода контурного взрывания в оконтуривающих шпурах следует уменьшить линейную плотность заряжания. С этой целью рекомендуется применять, например, специальные патроны типа ЗКВК из аммонита № 6ЖВ диаметром 26 мм длиной 360 мм в полиэтиленовых оболочках. Эти патроны имеют соединительные муфты с лепестками, позволяющими стыковать их и центрировать по оси шпура с созданием воздушного промежутка между патронами и стенками шпура.

Диаметр шпуров при использовании патронированных ВВ принимается не менее чем на 5 мм больше диаметра патрона. При применении машин ударного-поворотного и вращательного-ударного бурения и патронированных ВВ диаметр шпуров обычно составляет 38–42 мм. При механизированном заряжании шпуров гранулированными ВВ в горнорудной промышленности диаметр шпуров принимается в пределах от 38 до 52 мм в зависимости от сечения выработки, детонационной способности ВВ и взрываемости пород.

При бурении по углю и породам угольной формации используются шпуры диаметром 37–46 мм.

3.2.6. Определение количества шпуров

Количество шпуров в забое зависит от физико-механических свойств пород, поперечного сечения выработки, параметров зарядов и типа принятого вруба.

Количество шпуров на забой **при врубах с наклонными шпурами** определяют по формуле проф. Н. М. Покровского

$$N = q \cdot S_{вч} / \gamma, \qquad (3.12)$$

где q – удельный заряд ВВ, определяемый по формуле (1.9), кг/м^3;

$S_{вч}$ – площадь сечения выработки вчерне, м^2;

γ – весовое количество ВВ (вместимость), приходящееся на 1 м шпура, кг/м.

$$\gamma = 3{,}14\, d^{\,2} \rho \alpha / 4, \qquad (3.13)$$

где d – диаметр заряда (патрона ВВ или шпура), м;

ρ – плотность ВВ в заряде, кг/м^3;

α – коэффициент заполнения шпуров.

При ручном заряжании без уплотнения ВВ в шпуре используется параметр «диаметр патрона», а параметр «диаметр шпура» – при уплотнении патронов вручную с разрезанием оболочки или при механизированном заряжании.

При разрезании оболочки патронов плотность ВВ в шпуре принимается равной 0,9 от плотности ВВ в патроне (см. табл. 3.2). При механизированном заряжании шпуров гранулированными ВВ плотность ВВ в шпуре составляет 1150–1200 кг/м^3.

Коэффициент заполнения шпуров в выработках шахт, не опасных по взрыву газа или пыли, проходимых в крепких породах, принимается максимальным (0,7-0,9).

В выработках шахт, опасных по газу или пыли и в породах с f = 2-8 – коэффициент заполнения принимается 0,35-0,55; в более крепких породах – 0,5-0,6. При этом при ведении взрывных работ на угольных шахтах, опасных по взрыву газа или пыли, величина забойки должна быть не менее 0,5 м.

Во всех случаях с увеличением длины шпуров коэффициент заполнения шпуров увеличивается.

Полученное по формуле (3.12) количество шпуров является ориентировочным (см. табл. 3.13) и может быть изменено при необходимости на 10–15 %. Окончательно число шпуров принимается после вычерчивания схемы расположения шпуров в сечении выработки (рекомендуемый масштаб – 1:50-1:20), и только затем возобновляется расчёт.

Таблица 3.13

Ориентировочное количество шпуров на забой в зависимости от коэффициента крепости пород и сечения выработок

Коэффициент крепости пород f	Сечение выработки вчерне, м^2						
	4	6	8	10	12	14	16
2-4	8-11	12-16	17-21	22-27	28-33	34-38	35-42
5-7	12-16	17-21	22-27	28-33	34-38	39-42	43-46
8-10	16-20	21-26	27-32	33-37	38-42	42-46	47-50
12-14	20-24	26-30	32-36	37-42	42-46	46-50	50-54
более 14	26-28	32-36	36-40	44-48	48-52	52-54	56-60

При вычерчивании схемы расположения шпуров при любом типе вруба среднее расстояние между рядами вспомогательных шпуров, между вспомогательными и оконтуривающими и между шпурами в рядах должно быть примерно одинаковым и приниматься в соответствии с рекомендациями табл. 1.10 или определяться из выражения

$$a = \sqrt{\frac{S_{вч} - S_{вр}}{N - N_{вр}}}, \qquad (3.14)$$

где $S_{вч}$ – площадь сечения выработки вчерне, м^2;

$S_{вр}$ – площадь сечения врубовой полости (для вертикального клинового вруба принимается равной половине площади прямоугольника, образованного устьями врубовых шпуров на плоскости забоя), м^2;

N, $N_{вр}$ – общее число на забой и число врубовых шпуров.

Оконтуривающие шпуры располагают с наклоном 85–87^o к плоскости забоя с таким расчетом, чтобы их концы вышли за проектный контур сечения выработки вчерне только за линией уходки. Забуриваются оконтуривающие шпуры на минимальном расстоянии (150–200 мм) от проектного контура выработки с учётом принятой буровой техники.

При применении прямых врубов количество шпуров определяется по формуле

$$N = N_{вр} + q\cdot(S_{вч}–S_{вр})/\gamma, \qquad (3.15)$$

где $N_{вр}$ – количество врубовых шпуров (см. раздел 1.2.3.2);

$S_{вр}$ – площадь поперечного сечения прямого вруба, м^2.

При контурном взрывании число оконтуривающих шпуров необходимо увеличивать. При этом параметры зарядов в оконтуривающих шпурах (удельный заряд, расстояние между шпурами и др.) рассчитываются по специальным методикам ([3] и др.).

3.2.7. Определение расхода взрывчатых материалов

Количество ВВ (кг) на цикл при **врубах с наклонными шпурами**

$$Q = q \cdot S_{вч} \cdot l_{шп}, \qquad (3.16)$$

где $l_{шп}$ – глубина заходки, равная глубине вспомогательных и оконтуривающих шпуров, м.

Средняя величина заряда (кг) на один шпур

$$q'_{ср} = Q / N. \qquad (3.17)$$

Количество ВВ (кг) на цикл **при врубах с прямыми шпурами** (кг)

$$Q = Q_{вр} + q \cdot(S_{вч} – S_{вр}) \cdot l_{шп}, \qquad (3.18)$$

где $Q_{вр}$ – количество ВВ во врубовых шпурах, принимается как сумма зарядов врубовых шпуров. Величина заряда (кг) во врубовый шпур принимается

$$q'_{вр} = 0{,}785 \cdot d^2 \cdot \rho \cdot \alpha \cdot l_{вр}, \qquad (3.19)$$

где d – диаметр патрона ВВ или шпура, в зависимости от способа заряжания, м;

ρ – плотность ВВ в заряде, кг/м^3;

α – коэффициент заполнения врубового шпура, 0,7-0,95 (в зависимости от длины шпуров и крепости пород);

$l_{вр}$ – длина врубовых шпуров, м (принимается на 10 % больше длины вспомогательных и оконтуривающих шпуров).

Средняя величина заряда (кг) на один вспомогательный и оконтуривающий шпур **при прямых врубах**

$$q''_{ср} = \frac{q \cdot (S_{вч} - S_{вр}) \cdot l_{шп}}{N - N_{вр}} . \quad (3.20)$$

При распределении ВВ по шпурам величину заряда во врубовые шпуры **при наклонных врубах** следует принимать на 10-20 % больше средней величины $q'_{ср}$ (кг)

$$q^*_{вр} = (1{,}1 \div 1{,}2)\, q'_{ср}. \quad (3.21)$$

В оконтуривающих шпурах, кроме почвенных, при любых типах врубов величину заряда следует уменьшать на 10-20 % по сравнению со средней величиной $q'_{ср}$ (кг)

$$q^*_{ок} = (0{,}9 \div 0{,}8)\, q'_{ср}. \quad (3.22)$$

Обычно в практике взрывных работ величина заряда во вспомогательных шпурах принимается равной средней величине заряда в шпурах $q'_{ср}$:

$$q^*_{всп} = q'_{ср}. \quad (3.23)$$

Полученные величины зарядов во врубовых, вспомогательных и оконтуривающих шпурах при ручном заряжании патронированными ВВ принимают **кратными массе патронов ВВ.**

При механизированном заряжании заряд ВВ в шпуре состоит из патрона-боевика (0,2 или 0,25 кг) и собственно заряда гранулированного ВВ, масса которого принимается кратной 0,1 кг.

После определения величин зарядов ВВ в шпурах каждой группы следует проверить возможность размещения их в шпурах, учитывая длину и массу патронов, а также линейную плотность заряжания при применении гранулированных ВВ.

Фактический расход ВВ (кг) на цикл

$$Q_ф = \sum q^*_{вр} + \sum q^*_{всп} + \sum q^*_{ок}. \quad (3.24)$$

Расход ВВ (кг) на погонный метр выработки

$$Q_м = Q_ф / (l_{шп}\, \eta)\,, \quad (3.25)$$

где η – КИШ (принимается равным 0,85-0,95 в зависимости от крепости пород).

Объём горной массы за взрыв

$$Q_{гм} = S_{пр}\, l_{шп}\, \eta, \quad (3.26)$$

где $S_{пр} = S_{вч} \cdot КИС$ – сечение выработки в проходке, м^2, которое следует определять в соответствии с рекомендациями таблицы 3.14.

Удельный расход ВВ (кг) на 1 м^3 взорванной породы

$$q_р = Q_ф / Q_{гм}. \quad (3.27)$$

Таблица 3.14

Допустимое нормативное увеличение (в %) поперечного сечения горизонтальных горных выработок при проходке буровзрывным способом

Поперечное сечение горных выработок вчерне (по проекту), м^2	Коэффициент крепости пород f		
	1–2	2–9	10–20
до 8	5*	10	12
от 8 до 15	4	8	10
более 15	3	5	7

*Коэффициент излишка сечения: КИС = 1 + Δ = 1 + 5/100 = 1,05.

Расход ЭД, КД (систем неэлектрического взрывания) определяется по числу взрываемых зарядов.

Расход ЭД, КД на 1 метр выработки:

$$N_м = N_{кд} /(l_{шп}\, \eta). \quad (3.28)$$

Удельный расход ЭД, КД на 1 м^3 взорванной породы:

$$N_р = N_{кд} /(S_{пр}\, l_{шп}\, \eta). \quad (3.29)$$

Заводы-изготовители производят неэлектрические системы инициирования с длинами волноводов, определяемыми заказами потребителей.

Длина УВТ ориентировочно определяется по формуле:

$$L_{увт} = l_{шт} + B / 4 + 0{,}5, \quad (3.30)$$

где B – ширина выработки, м;

0,5 –длина УВТ для сборки пучков, м.

3.3 РАСЧЕТ ЭЛЕКТРОВЗРЫВНОЙ СЕТИ

При расчете электровзрывной сети определяют её сопротивление и сопротивление её отдельных ветвей. Для проверки обеспечения безотказности взрывания всех электродетонаторов, включённых в сеть, при известном напряжении (принятом источнике тока) выполняется проверочный расчет, при котором определяют общую величину тока в сети и величину тока, поступающего в каждый электродетонатор.

Если необходимо выбрать источник тока, определяют общее сопротивление сети и минимальную силу тока в цепи, обеспечивающую безотказное взры-

вание всех электродетонаторов, после чего находят необходимое напряжение и подбирают источник тока (табл. 3.15).

Сопротивление магистральных и соединительных проводов, а также участковых, если они имеются при конкретной схеме взрывания, принимается по табличным данным или вычисляется по формуле

$$R = \rho\,(l/S), \qquad (3.31)$$

где R – сопротивление проводов, Ом;

ρ – удельное сопротивление материала проводов, которое принимается для медных проводов $0{,}0172\cdot10^{-6}$, для алюминиевых $0{,}0286\cdot10^{-6}$ и для стальных $0{,}12\cdot10^{-6}$ Ом·м;

l – длина проводов, м. Длину проводов принимают на 10 % больше расчётной, учитывая изгибы и сростки;

S – сечение проводов, м^2.

Сопротивление электродетонаторов при расчёте сети принимается по табличным данным с учётом длины выводных проводов (см. табл. 1.3). Сопротивление электродетонаторов нормальной чувствительности в зависимости от длины выводных медных проводов с диаметром жилы 0,5 мм составляет от 1,8 до 3,6 Ом. При расчёте величину сопротивления электродетонаторов нормальной чувствительности обычно принимают равной 3 Ом.

Таблица 3.15

Взрывные приборы и машинки

Наименование прибора (исполнение)	Напряжение, В	Масса, кг	Максимальное сопротивление электровзрывной сети, Ом	Назначение и область применения
Конденсаторный взрывной прибор КВП-1/100М (РВ) КВП-2/200М (РН)	 600 1700	 2 2,5	 320 1700	Взрывание ЭД нормальной чувствительности на поверхности и в шахтах, опасных и не опасных по взрыву газа или пыли
Конденсаторный взрывной прибор ПИВ-100М (РВ)	610	2,7	320	
Конденсаторная взрывная машинка КПМ-3 (РН)	1600	3,0	200	Взрывание ЭД нормальной чувствительности на поверхности и в шахтах, не опасных по взрыву газа или пыли

При электрическом способе взрывания в каждый электродетонатор нормальной чувствительности должен поступать постоянный гарантийный ток силой не менее $I_{гар}$ = 1 А при числе ЭД до 100 штук и не менее $I_{гар}$ = 1,3 А при числе ЭД более 100 штук, или переменный ток силой не менее $I_{гар}$ = 2,5 А.

Для электродетонаторов пониженной чувствительности к блуждающим токам (ЭД-1-8-Т, ЭД-1-3-Т) гарантийный ток следует принимать не менее 5 А.

Проверочный расчёт электровзрывной сети производится по следующим формулам в зависимости от схемы соединения:

а) при последовательном соединении

$$I = \frac{E}{R + rn}, \quad i = I \geq I_{\text{гар}}, \tag{3.32}$$

б) при параллельном соединении

$$I = \frac{E}{R + r/n}, \quad i = I/n \geq I_{\text{гар}}, \tag{3.33}$$

в) при смешанном последовательно-параллельном соединении

$$I = \frac{E}{R + rn/m}, \quad i = I/m \geq I_{\text{гар}}, \tag{3.34}$$

г) при смешанном параллельно-последовательном соединении

$$I = \frac{E}{R + rm/n}, \quad i = I/m \geq I_{\text{гар}}, \tag{3.35}$$

где I – сила тока в электровзрывной сети, А;

E – электродвижущая сила источника тока или напряжение на клеммах, В;

R – сопротивление всех проводов (магистральных, соединительных, участковых) и внутреннее сопротивление источника, Ом;

n – число последовательно соединённых электродетонаторов в сети или группе;

m – число параллельно включённых групп электродетонаторов при смешанном соединении;

i – сила тока, поступающего в каждый электродетонатор, А;

$I_{\text{гар}}$ – гарантийная сила тока, необходимая для безотказного взрывания электродетонаторов, А;

r – сопротивление электродетонатора, Ом.

При проведении горизонтальных выработок обычно применяется последовательная схема соединения электродетонаторов во взрывной сети. В этом случае общее сопротивление взрывной сети можно определить по формуле:

$$R_{\text{общ}} = r_{\text{п}} + r_{\text{с}}L_{\text{с}} + r_{\text{м}}L_{\text{м}}, \tag{3.36}$$

где $r_{\text{с}}$, $r_{\text{м}}$ – сопротивление соответственно 1 м соединительных и магистральных проводов, Ом (принимается по данным табл. 3.16 или рассчитывается по формуле (3.31));

$L_{\text{с}}$, $L_{\text{м}}$ – длина соответственно соединительных и магистральных проводов, м.

Таблица 3.16

Характеристики проводов для электровзрывания

Обозначение	Назначение	Диаметр жилы, мм	Площадь сечения, мм^2	Сопротивление 1 м провода, Ом/м
ВП-05	соединительные	0,5	0,196	0,090
ВП-08	магистральные	0,8	0,502	0,034
ВП-07х2	магистральные	0,7х2	0,769	0,024

Магистральные провода (постоянная взрывная магистраль) подключаются обычно на расстоянии не ближе 30 м от забоя и могут отставать от места взрыва не более чем на 100 м. Место укрытия взрывника при проходке горизонтальных выработок должно находиться не ближе 150 м от забоя. Электровзрывная сеть должна быть двухпроводной.

В шахтах (рудниках), опасных по газу или пыли, должны применяться электродетонаторы только с медными проводами. Это требование также распространяется на соединительные и магистральные провода (кабели) электровзрывной сети.

Если проверочный расчет показывает неприменимость последовательной схемы соединения электродетонаторов (ввиду того, что $i < I_{\text{гар}}$), следует принимать последовательно-параллельную схему соединения. Тогда число последовательно включённых электродетонаторов в сети или группе и число групп, включённых параллельно, определяют по формулам

$$n = \frac{E}{2I_{\text{гар}} + R}, \tag{3.37}$$

$$m = \frac{E}{2I_{\text{гар}} + r}. \tag{3.38}$$

Если общее число электродетонаторов, подлежащих взрыванию, равно $M = n \cdot m$, то, определив один из множителей, вычисляют другой.

3.4 ВЫБОР БУРОВОГО ОБОРУДОВАНИЯ

Тип бурильной машины выбирается в зависимости от коэффициента крепости горных пород, глубины шпуров и необходимой производительности машины при выполняемом объёме буровых работ.

Бурение шпуров производится ручными, колонковыми электро- и пневмосвёрлами, переносными перфораторами и бурильными установками.

Выбор типа бурильной машины и установочного приспособления в зависимости от крепости пород ориентировочно можно производить по табл. 3.1.

Ручные электросвёрла ЭР14Д-2М, ЭР18Д-2М, СЭР-19М применяются для бурения шпуров диаметром 36-44 мм и глубиной до 3 м по углю и породам с коэффициентом крепости до 4.

При бурении по крепким углям и породам средней крепости применяются электросвёрла ЭРП18Д-2М и СРП-1 с принудительной подачей.

Ручные пневматические свёрла СР-3, СР-3М, СПР-8 применяются на шахтах, опасных по газу или пыли, для бурения шпуров диаметром 36 мм и глубиной до 3 м при проведении выработок по углю и породам с коэффициентом крепости до 4. Сверло СГ-3Б с применением пневмоподдержки применяются для бурения шпуров в породах с коэффициентом крепости до 6.

При проведении горизонтальных и наклонных выработок при бурении шпуров диаметром 40-46 мм и глубиной до 5 м в крепких и средней крепости с коэффициентом более 5 применяют переносные перфораторы ПП36В, ПП54В, ПП54ВБ, ПП63В, ПП63ВБ, ПП63П, ПП63С, ПП63СВП массой 24-33 кг с энергией удара от 36 до 63 Дж. Обычно глубина шпуров при бурении переносными перфораторами составляет 1,5-2,5 м.

Таблица 3.17

Область применения бурильных машин и установочных приспособлений

Коэффициент крепости пород	Тип бурильных машин и установочных приспособлений
1,5–3	Ручные электросвёрла и пневмосвёрла, лёгкие перфораторы на пневмоподдержках
4–6	Бурильные установки вращательного действия, перфораторы лёгкого и среднего веса на пневмоподдержках, колонковые или длинноходовые электросвёрла на манипуляторах
7–9	Бурильные установки вращательно-ударного действия, перфораторы среднего веса и тяжёлые на пневмоподдержках, колонковые или длинноходовые электросвёрла на манипуляторах
10–20	Бурильные установки вращательно-ударного действия, тяжёлые перфораторы на пневмоподдержках, колонковые перфораторы на распорных колонках или манипуляторах

Телескопные перфораторы ПТ-29М, ПТ36М, ПТ38, ПТ48 применяются при проведении восстающих выработок и для бурения шпуров в крепких породах под анкерную (штанговую) крепь.

Для облегчения труда бурильщиков и повышения скорости бурения применяются колонковые электросвёрла, электросвёрла на манипуляторах и колонковые перфораторы.

Колонковые электросвёрла применяются при бурении шпуров диаметром 36-50 мм в породах с коэффициентом крепости 5-10. Промышленностью выпускаются колонковые электросвёрла ЭБГП-1, ЭБГП-2У5, которые устанавливаются на распорных колонках или на манипуляторах бурильных установок.

Съёмные бурильные машины типа БУЭ вращательного действия применяют на бурильных установках при бурении шпуров диаметром 42 мм, длиной до 3 м в породах с f <8.

Колонковые перфораторы, более мощные чем ручные, применяются для бурения шпуров с колонок, манипуляторов и буровых кареток при проведении выработок в крепких и очень крепких породах.

В горнодобывающей промышленности применяют колонковые перфораторы ПК-50, ПК-65, ПК-75, ПК-120, ПК-150. Применение колонковых перфораторов и электросвёрл на распорных колонках при проходке выработок ограничено из-за значительных затрат времени на монтаж, демонтаж и переустановку колонок. Поэтому чистое время бурения составляет 20-35 % от общих затрат времени на бурения шпуров.

Механизированное бурение шпуров производят бурильными установками (каретками) и навесным оборудованием, смонтированным на погрузочных машинах.

Отечественной промышленностью выпускаются бурильные установки (каретки) вращательного бурения с колонковыми электросверлами БУЭ-1м, БУЭ-2, вращательно-ударного и ударно-поворотного бурения БУ-1, БУР-2, СБУ-2м, СБУ-2К, УБШ.

В угольной промышленности наибольшее распространение получили установки БУ-1, БУР-2, БУЭ-1 и БУЭ-2. С использованием этих установок проводят около 50 % выработок.

Установки вращательного бурения применяют при проведении выработок в породах с f < 8; ударно вращательного действия с машинами БГА-1 в породах с f = 6-10, с машинами БГА-1М, БГА-2М в породах с f = 10-14; ударно-поворотного действия в породах с f = 10-20.

Технические характеристики бурильных установок приведены в табл. 3.2 – 3.3.

При определении бурильного оборудования следует принимать один перфоратор (сверло) не менее чем на 2 м^2 площади забоя горизонтальной или наклонной выработки; на каждые три рабочие машины одну резервную.

Одну бурильную установку принимают не менее чем на 9 м^2 площади забоя горизонтальной выработки. На каждую работающую в забое установку – рабочий и резервный комплекты инструмента.

Таблица 3.18

Характеристики отечественных бурильных установок для бурения шпуров при проходке горизонтальных выработок

Характеристики	Тип бурильной установки					
	УБШ-204 (БУЭ-1М)	УБШ-214А	УБШ-308У (1СБУ-2)	УБШ-303 (1БУР-2)	УБШ-254	УБШ-332Д
Коэффициент крепости пород f	4-8	4-16	8-14	4-16	8-14	8-14
Диаметр шпуров, мм	42	42-52	42-52	42-52	42-52	42-52
Длина шпуров, м	2,75	2,75	2,8	2,8	2,4	3,0

Зона бурения, м^2		6-12	4,2-12	до 20	до 20	до 12	8-22
Бурильная машина	тип	БУЭ	М2 (БГА-2М)	М2 (БГА-2М)	М2 (БГА-2М)	«Норит-1» (гидравл.)	М2 (БГА-2М)
	кол-во	1	1	2	2	1	2
Тип платформы		рельс.	рельс.	гусен.	рельс.	гусен.	пневм.
Размеры (м) в транспортном положении: длина		8,2	6,0	7,8	7,1	7,2	11,0
ширина		1,3	1,0	1,6	1,15	1,4	1,75
высота		0,9	1,5	1,7	1,65	1,8	2,3
Масса, т		5,4	4	8,6	5	7,2	12

Таблица 3.9

Характеристики зарубежных бурильных установок для бурения шпуров при проходке горизонтальных выработок

Характеристики		Тип бурильной установки				
		Minimatic 205-40	Mini 206-60	Paramatic 305-60	Rocket Bomer 104S	Rocket Bomer 282S
Коэффициент крепости пород *f*		8-20	8-20	8-20	8-20	8-20
Диаметр шпуров, мм		32-50	32-50	32-50	32-50	32-50
Длина шпуров, м		3,4	3,4	3,4	4,0	4,0
Высота обуривания, м		6,0	6,4	7,1	4,7	6,3
Ширина обуривания, м		8,8	9,8	10,4	4,7	8,7
Зона бурения, м^2		8-49	8-60	12-68	до 20	до 45
Бурильная машина	тип	HL 510S-45 гидравл.	HL 510S-45 гидравл.	HL 510S-45 гидравл.	COP 1838 ME пневмат.	COP 1838 ME пневмат.
	кол-во	2	2	3	1	2
Тип платформы		пневм.	пневм.	пневм.	пневм.	пневм.
Размеры (м) в транспортном положении: длина		12,3	12,7	5,3	9,8	12,1
ширина		1,98	2,24	2,5	2,0	2,0
высота		2,35	2,35	2,8	2,6	3,1
Масса, т		19	20	36	14	18

При применении бурильных установок глубина шпуров изменяется от 2 до 3,75 м. В этом случае необходимо использование прямых врубов, так как обуривание вертикального клинового вруба в большинстве случаев технически неосуществимо из-за невозможности соблюдения требуемого угла наклона врубовых шпуров.

При ручном бурении шпуров площадь забоя, приходящаяся на одну бурильную машину, изменяется в широких пределах – от 2 до 5 м^2.

3.5. СОСТАВЛЕНИЕ ПАСПОРТА БУРОВЗРЫВНЫХ РАБОТ

На основании выполненных расчетов составляется паспорт буровзрывных работ, который включает в себя: характеристику выработки; характеристику пород; схему расположения шпуров в трёх проекциях; наименования ВМ; способ взрывания; данные о способе заряжания, числе шпуров, их глубине и диаметре, массе и конструкции зарядов, последовательности и количестве приёмов взрывания зарядов, материале забойке и её длине, длинах ударно-волновых трубок систем неэлектрического взрывания; схему монтажа взрывной (электровзрывной) сети с указанием длины (сопротивления), замедлений, схемы и времени проветривания забоя.

Дополнительно указывается величина радиуса опасной зоны, места укрытий взрывника и рабочих, установки постов охраны и предупредительных знаков.

В шахтах, опасных по взрыву газа или пыли, в паспорте должны быть указаны количество и схема расположения специальных средств по предотвращению взрывов газа (пыли), а также режим взрывных работ.

Пример оформления графической части:

Паспорт
буровзрывных работ на проведение

_____

(*наименование выработки*)

1. Характеристика выработки

1.1. Форма сечения выработки _____

1.2. Площадь поперечного сечения выработки вчерне, м^2 _____

1.3. Размеры сечения выработки - высота, м _____

- ширина, м _____

1.4. Категория шахты по газу или пыли _____

2. Характеристика пород

2.1. Наименование пород _____

2.2. Коэффициент крепости пород по шкале М. М. Протодьяконова _____

2.3. Трещиноватость пород _____

2.4. Обводнённость пород _____

3. Исходные данные

3.1. Наименование ВВ и средств инициирования _____

3.2. Способ взрывания _____

3.3. Диаметры - шпуров, мм _____

- патронов, мм _____

3.4. Тип вруба _____

3.5. Материал забойки _____

3.6. Схема соединения электродетонаторов _____

3.7. Источник электрического тока _____

4. Расчётные данные по шпурам

№№ шпуров	Наименование шпуров по назначению	Глубина шпуров, м	Угол наклона шпуров, град.	Расстояние между шпурами, м	Величина заряда в шпуре, кг	Длина заряда, м	Длина забойки в шпуре, м	Очередность взрывания, интервал замедления, мс	Примечания
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

5. Схема расположения шпуров

Схема расположения вычерчивается в масштабе 1:50 или 1:20 в трёх проекциях (см. Приложение 3). При применении прямых врубов дополнительно в масштабе 1:20 или 1:10 приводится схема вруба.

6. Конструкции зарядов

В схемах конструкций врубовых, вспомогательных (отбойных) и оконтуривающих зарядов указывается место установки патронов-боевиков, количество патронов, длина заряда и забойки.

7. Основные показатели буровзрывных работ

№ п/п	Показатели	Единица измерения	Количество
1	Коэффициент использования шпуров	-	
2	Подвигание забоя за взрыв	-	
3	Объём горной массы за взрыв	$м^3$	
4	Количество шпуров на цикл	шт.	
5	Количество шпурометров на цикл	м	
6	Количество шпурометров на 1 погонный метр выработки	м шп./м	
7	Количество шпурометров на 1 $м^3$ взорванной породы	м шп./$м^3$	
8	Расход ВВ на цикл	кг	
9	Расход ВВ на 1 метр выработки	кг/м	
10	Расход ВВ на 1 $м^3$ взорванной породы	кг/$м^3$	
11	Расход средств инициирования на цикл: ЭД КД (СИНВ-Ш) детонирующего шнура	 шт. шт. м	
12	Расход средств инициирования на 1 метр выработки: ЭД КД (СИНВ-Ш) детонирующего шнура	 шт. шт. м	

8. Меры безопасности

8.1. Место укрытия взрывника и рабочих на момент взрыва_____

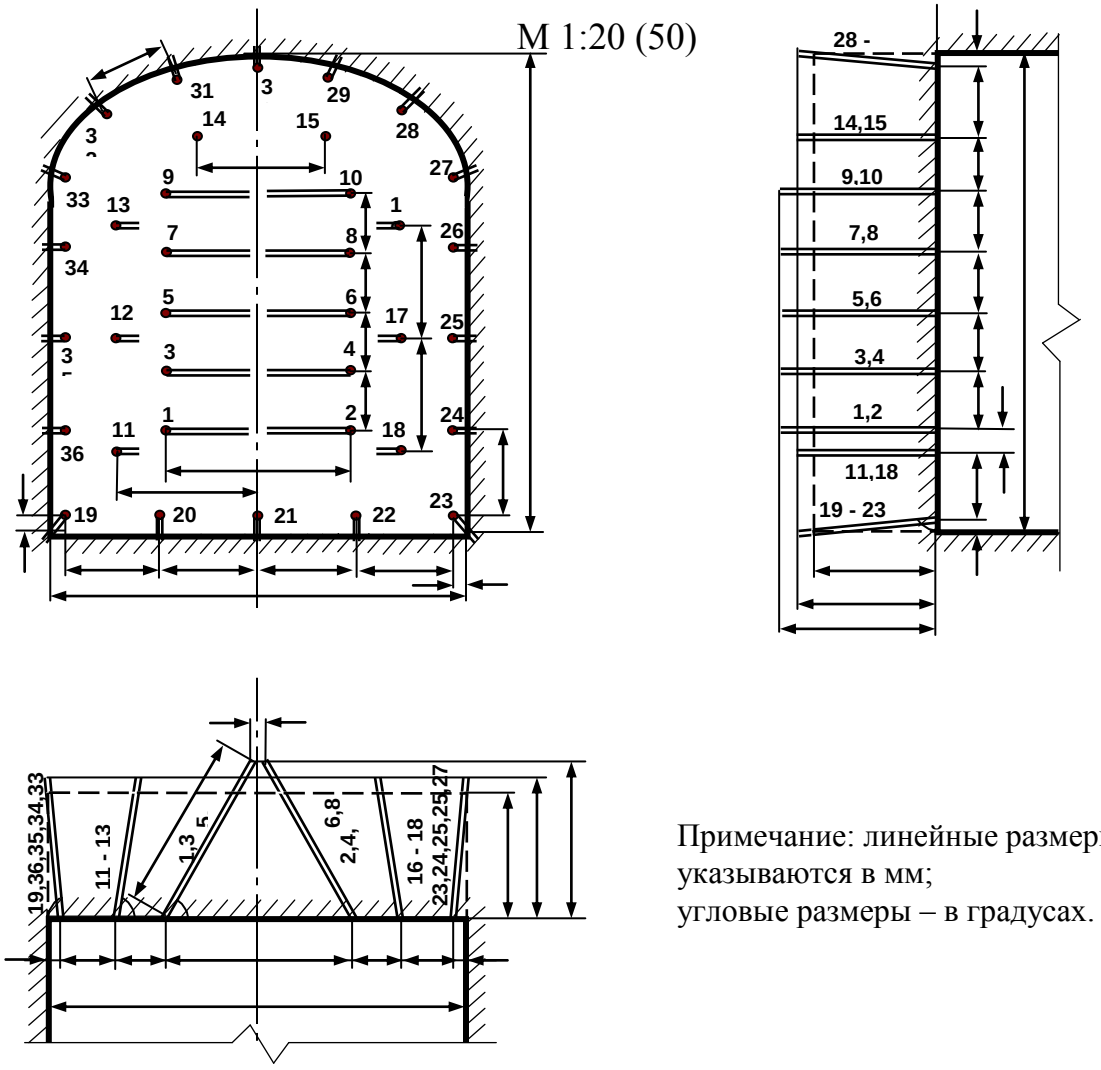
8.2. Место выставления постов_____

8.3. Время проветривания после взрыва_____

8.4. Мероприятия по подавлению пыли_____

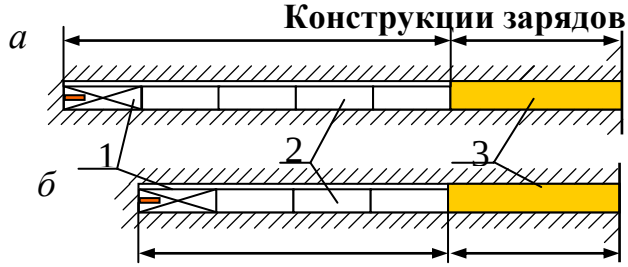
8.5. Другие дополнительные меры безопасности_____

Схема расположения шпуров



Примечание: линейные размеры указываются в мм;
угловые размеры – в градусах.

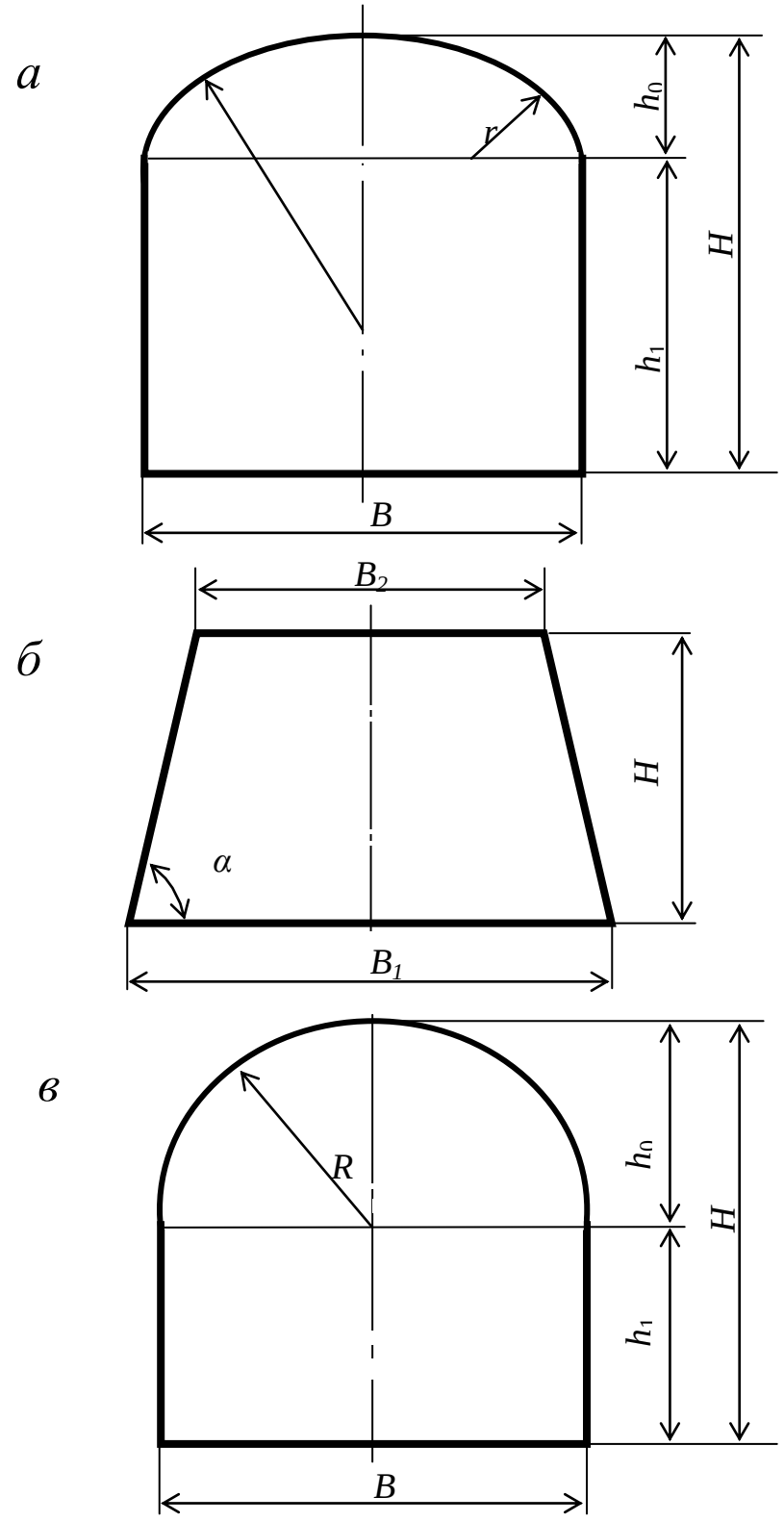
Конструкции зарядов



а – врубовые шпуры;
б – вспомогательные (отбойные) и оконтуривающие шпуры;
1 – патрон-боевик (аммонит № 6ЖВ);
2 – патроны ВВ (аммонит № 6ЖВ);
3 – забойка (песчано-глиняная, водяная)

Примечание. В шахтах, не опасных по взрыву газа или пыли, допускается взрывание зарядов без забойки (устанавливается руководителем предприятия и указывается в паспорте БВР).

Формы поперечного сечения горизонтальных выработок



$h_0 = B / 3$;
$h_1 = B - h_0$;
$R = 0{,}694\ B$;
$R = 0{,}262\ B$.

$$\alpha = \operatorname{arctg}\frac{2H}{B_1 - B_2}$$

Рис. П4.1. Формы поперечного сечения горизонтальных выработок:
а – сводчатая с трёхциркульным (коробовым) сводом;
б – трапецевидная;
в – арочная с полуциркульным сводом

Формулы для вычисления площади поперечного сечения и периметра выработок:

Форма поперечного сечения выработки	Площадь поперечного сечения	Периметр
Сводчатая с коробовым сводом	$B \cdot (h_1 + 0{,}26 \cdot B)$	$2 \cdot h_1 + 2{,}33 \cdot B$
Трапециевидная	$\frac{B_1 + B_2}{2} \cdot H$	$B_1 + B_2 + \frac{2H}{\cos \alpha}$
Арочная с полуциркульным сводом	$B \cdot (h_1 + 0{,}39 \cdot B)$	$2 \cdot h_1 + 2{,}57 \cdot B$

Рекомендуемая литература

1. Корнилков М.В. Разрушение горных пород взрывом: конспект лекций. - Урал. гос. горный ун-т. - Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2008. - 202 с.

2. Латышев О.Г., Петрушин А.Г., Азанов М.А. Промышленные взрывчатые материалы: учебное пособие. - Урал. гос. горный ун-т. - Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2009. - 221 с.

3. Кутузов Б.Н. Методы ведения взрывных работ. Часть 1. Разрушение горных пород взрывом: Учебник. – М.: Изд. МГГУ, 2007. – 345 с.

4. Кутузов Б.Н. Безопасность взрывных работ в горном деле и промышленности. – М.: Горная книга, 2009. – 670 с.

5. Латышев О.Г. Физика разрушения горных пород при бурении и взрывании: Учебное пособие. Екатеринбург: Изд. УГГУ, 2004. – 201 с.

6. Правила безопасности при взрывных работах (утверждены приказом Ростехнадзора от 16.12.2013 г. № 605; в редакции приказа Ростехнадзора от 30.11.2017 г. № 518). – М., 2018.

7. Взрывчатые вещества и средства инициирования. Каталог. М.: ГосНИП «РАСЧЕТ», 2003. 269 с.

8. Справочник взрывника / Под общей редакцией Б. Н. Кутузова. М.: Недра, 1988. 511 с.

Учебное издание

Петрушин Алексей Геннадиевич
Лещуков Николай Николаевич
Прищепа Дмитрий ВЯчеславович

РАЗРУШЕНИЕ ГОРНЫХ ПОРОД

Учебно-методическое пособие к самостоятельной работе и выполнению практических работ по дисциплине «Разрушение горных пород» для студентов специальности 21.05.04 «Горное дело»

Редактор *Д. В. Прищепа*

Подписано в печать «__»_____2019 г. Бумага писчая. Формат 60 × 84 1/16.
Гарнитура Times New Roman. Печать на ризографе.
Печ. л. 3,68. Уч.-изд. л. 5,4. Тираж 100. Заказ №

Издательство УГГУ
620144, Екатеринбург, ул. Куйбышева, 30
Уральский государственный горный университет
Отпечатано с оригинал-макета
в лаборатории множительной техники УГГУ

Министерство образования и науки РФ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Уральский государственный горный университет»



А. Г. Петрушин, М. А. Азанов, Д. В. Прищепа

ТЕХНОЛОГИЯ И БЕЗОПАСНОСТЬ ВЗРЫВНЫХ РАБОТ

Учебно-методическое пособие к самостоятельной работе, выполнению контрольных и практических работ по дисциплине «Технология и безопасность взрывных работ» для студентов специальности 21.05.04 «Горное дело»

Екатеринбург – 2019

Министерство образования и науки РФ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования

«Уральский государственный горный университет»

ОДОБРЕНО

Методической комиссией горно-технологического факультета

«19» апреля 2019 г.

Председатель комиссии

 ст.преп. Н. В. Колчина

А. Г. Петрушин, М. А. Азанов, Д. В. Прищепа

ТЕХНОЛОГИЯ И БЕЗОПАСНОСТЬ ВЗРЫВНЫХ РАБОТ

Учебно-методическое пособие к самостоятельной работе, выполнению контрольных и практических работ по дисциплине «Технология и безопасность взрывных работ» для студентов специальности 21.05.04 «Горное дело»

Издание УГГУ Екатеринбург, 2019

Рецензенты: Лель Ю. И., зав. кафедрой РМОС УГГУ, профессор,
д-р техн. наук.

Печатается по решению Редакционно-издательского совета
Уральского государственного горного университета

Учебно-методическое пособие к самостоятельной работе, выполнению контрольных и практических работ по дисциплине «Технология и безопасность взрывных работ» для студентов специальности 21.05.04 «Горное дело» / А. Г. Петрушин, М. А. Азанов, Д. В. Прищепа; Урал. гос. горный ун-т. – Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2019. – 65 с.

Материал пособия охватывает все раздела дисциплины в соответствии с учебником [1].

Пособие предназначено для организации самостоятельной работы студентов, выполнению контрольных и практических заданий всех специализаций специальности 21.05.04 «Горное дело» по курсу «Технология и безопасность взрывных работ».

© Уральский государственный
горный университет, 2019
© Петрушин А.Г., Азанов М.А.,
© Прищепа Д. В.

Оглавление

ВВЕДЕНИЕ 5
1. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К ОРГАНИЗАЦИИ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТА 6
2. СОДЕРЖАНИЕ КУРСА, КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ 7
3. ПРАКТИКО-ОРИЕНТИРОВАННЫЕ ЗАДАНИЯ 19
Практико-ориентированное задание №1 19
Практико-ориентированное задание №2 23
Практико-ориентированное задание №3 26
Практико-ориентированное задание №4 30
Практико-ориентированное задание №5 32

ВВЕДЕНИЕ

Самостоятельная работа студента является важнейшей составной частью образовательной программы подготовки дипломированного специалиста. В соответствии с Государственным образовательным стандартом высшего профессионального образования объем учебной нагрузки студента составляет 144 часов или 4 зачетных единиц.

По курсу «Технология и безопасность взрывных работ» обязательная самостоятельная работа студента осуществляется в следующих направлениях – *освоение материалов по отдельным темам, входящим в Рабочую учебную программу дисциплины; подготовка, оформление, защита практико-ориентированных заданий; подготовка и защита контрольной работы*. Дополнительная самостоятельная работа связана с углубленным изучением отдельных разделов курса на основе научно-исследовательской работы студента (НИРС).

Данное учебно-методическое пособие предназначено для организации самостоятельной работы студентов – освоения отдельных тем дисциплины.

1. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К ОРГАНИЗАЦИИ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТА

В следующем разделе пособия приведена развернутая программа дисциплины «Технология и безопасность взрывных работ». Она содержит названия 30 основных тем с указанием основных вопросов и разделов каждой темы. Каждая тема является основой вопросов в экзаменационном билете. При чтении лекций по курсу преподаватель указывает те темы дисциплины, которые выносятся на самостоятельную проработку студентами. Причем в экзаменационный билет может включаться один из вопросов по такой теме. Основной объем информации по каждой теме содержится в учебнике по курсу [1].

При освоении указанных ниже тем *рекомендуется следующий порядок самостоятельной работы студента:*

1. Ознакомьтесь со структурой темы.

2. По учебнику [1] освойте каждый структурный элемент темы. Во всех темах указаны разделы и страницы учебника, содержащие данный материал.

3. При необходимости используйте указанную дополнительную литературу. Консультацию по использованию дополнительной литературы Вы можете получить у преподавателя.

4. Ответьте на контрольные вопросы. При затруднениях в ответах на вопросы вернитесь к изучению рекомендованной литературы.

5. Законспектируйте материал. При этом конспект может быть написан в виде ответов на контрольные вопросы.

При самостоятельной работе над указанными темами рекомендуется вести записи в конспектах, формируемых на лекционных занятиях по курсу, и в том порядке, в котором данные темы следуют по учебной программе.

2. СОДЕРЖАНИЕ КУРСА, КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

Тема 1. Краткая история развития взрывных работ.

Значение взрывных работ в горнодобывающей промышленности и в строительстве. История развития взрывных работ.

Литература: [1]

Контрольные вопросы:

1. Охарактеризуйте основные вехи развития взрывных работ.
2. Опишите первую технологию ведения взрывных работ в горном деле.
3. Назовите первое нитроглицериновое взрывчатое вещество.
4. Опишите историю развития средств инициирования.

Тема 2. Современные виды взрывных работ.

Современные виды взрывных работ в промышленности. Основные виды взрывных работ. Специальные виды взрывных работ.

Литература: [1]

Контрольные вопросы:

1. Назовите современные виды взрывных работ.
2. Назовите современные виды специальных взрывных работ.

Тема 2. Способы бурения шпуров и скважин.

Классификация способов бурения шпуров и скважин. Механическое бурение и его виды. Термическое бурение и его виды. Специальные виды бурения шпуров и скважин.

Литература: [1, 5]

Контрольные вопросы:

1. Приведите классификацию способов бурения шпуров и скважин.
2. Опишите суть механических видов бурения шпуров и скважин.
3. Опишите суть термических видов бурения шпуров и скважин.
4. Опишите суть специальных видов бурения шпуров и скважин.
5. Укажите рациональные области применения механических, термических и специальных видов бурения шпуров и скважин.

Тема 3. Ударно-поворотный способ бурения.

Механизм разрушения горных пород при ударно-поворотном бурении. Механизмы скола и выкола. Зависимость скорости ударно-поворотного бурения от осевого усилия, частоты вращения. Оборудование.

Литература: [1, 5]

Контрольные вопросы:

1. Укажите рациональную область применения ударно-поворотного бурения.
2. Охарактеризуйте механизмы скола и выкола.
3. Опишите механизм разрушения горных пород при ударном внедрении инструмента.
4. Укажите бурильные машины ударно-поворотного бурения.
5. Отметьте факторы, которые повышают энергоемкость ударного бурения по сравнению с другими способами.
6. Укажите последовательность процессов, происходящих при разрушении породы при ударном бурении.

Тема 4. Вращательный способ бурения.

Технические средства вращательного бурения. Работа ядра уплотнения при резании пород. Зависимость объема разрушения от толщины стружки. Режимы самозаточки и затупления режущей грани сверла. Оборудование.

Литература: [1, 5]

Контрольные вопросы:

1. Назовите преимущества вращательного бурения.
2. Укажите бурильные машины вращательного бурения.
3. Охарактеризуйте основные механизмы износа и затупления бурового инструмента при вращательном бурении.
4. Опишите механизм разрушения горных пород при вращательном бурении.

Тема 5. Ударно-вращательный и вращательно-ударный способ бурения.

Технические средства бурения. Совместное действие механизмов удара и резания. Зависимость энергоемкости бурения от усилий полдачи на инструмент.

Литература: [1, 5]

Контрольные вопросы:

1. Укажите область применения вращательно-ударного бурения.
2. Укажите область применения ударно-вращательного бурения.
3. Назовите преимущества вращательно-ударного бурения.
4. Охарактеризуйте зависимость энергоемкости бурения от усилия подачи.
5. Назовите машины и механизмы, реализующие ударно-вращательный способ бурения.
6. Назовите машины и механизмы, реализующие вращательно-ударный способ бурения.

Тема 6. Шарошечное бурение.

Технические средства бурения. Механизм шарошечного бурения. Режимы бурения в зависимости от осевого усилия. Контактная прочность пород как критерий буримости.

Литература: [1, 5]

Контрольные вопросы:

1. Назовите особенности шарошечного бурения.
2. Опишите зависимость скорости бурения от величины осевого усилия.
3. Назовите машины и механизмы, реализующие шарошечное бурение.
4. Укажите область применения шарошечного бурения.

Тема 7. Основы теории взрыва и взрывчатых веществ.

Виды взрыва: механический, тепловой, электрический, ядерный, химический. Необходимые условия химического взрыва. Взрывчатое вещество. Классификация взрывчатых систем по физическому состоянию.

Литература: [1, 3]

Контрольные вопросы:

1. Дайте определение понятию взрыв.
2. Приведите пример механического взрыва.
3. Приведите пример Теплового взрыва.
4. Приведите примеры тепловых взрывов.
5. Охарактеризуйте химический взрыв.
6. Назовите необходимые условия химического взрыва.

Тема 8. Свойства взрывчатых веществ.

Классификация свойств взрывчатых веществ. Технологические свойства взрывчатых веществ. Специальные свойства взрывчатых веществ.

Литература: [1, 2]

Контрольные вопросы:

1. Приведите классификацию свойств взрывчатых веществ.
2. Назовите основные технологические свойства взрывчатых веществ.
3. Что такое кислородный баланс.
4. Назовите виды кислородного баланса.
5. Какие газы выделяются при положительном кислородном балансе.
6. При каком кислородном балансе образуется окись углерода (CO)?

Тема 9. Начальный импульс и чувствительность взрывчатых веществ.

Начальный импульс. Виды начального импульса. Инициирование. Чувствительность взрывчатых веществ. Способы изменения чувствительности.

Литература: [1]

Контрольные вопросы:

1. Дайте определение понятию «Начальный импульс».
2. Охарактеризуйте тепловой начальный импульс.
3. Какой вид начального импульса является основным для горного дела?
4. Перечислите пробы на чувствительность.
5. Что такое сенсибилизатор?
6. Приведите пример веществ вводимых в состав взрывчатых веществ для флегматизации.

Тема 10. Формы химического превращения взрывчатых веществ.

Основные формы химического превращения взрывчатых веществ. Режимы химического превращения: термический распад, горение, конвективное горение, детонация

Литература: [1, 2, 3]

Контрольные вопросы:

1. Перечислите основные формы химического превращения.
2. Дайте характеристику горению как форме химического превращения.
3. Дайте характеристику детонации как форме химического превращения.

Тема 11. Основные положения теории детонации.

Механизм детонации. Графическая интерпретация процесса детонации – адиабата Гюгонио. Количественная оценка характеристик процесса детонации.

Литература: [1, 3]

Контрольные вопросы:

1. Перечислите особенности детонационной волны.
2. Дайте определение понятию «Детонация».
3. Приведите основные детонационные характеристики взрывчатых веществ.

Тема 12. Экспериментальные методы определения скорости детонации.

Классификация методов определения скорости детонации взрывчатых веществ. Метод Дотриша. Осциллографический метод. Метод скоростной фотосъемки. Реостатный метод.

Литература: [1, 3]

Контрольные вопросы:

1. Охарактеризуйте метод Дотриша, для определения скорости детонации взрывчатых веществ.
2. Назовите отличительные особенности осциллографического метода для определения скорости детонации взрывчатых веществ.
3. Опишите процедуру измерения скорости детонации используя реостатный метод.

Тема 13. Факторы, влияющие на скорость и устойчивость детонации.

Группы факторов, влияющие на скорость и устойчивости детонации. Влияние внутреннего состава и строения на скорость и устойчивость детонации. Влияние условий взрывания на скорость детонации.

Литература: [1, 3]

Контрольные вопросы:

1. Как влияет дисперсность взрывчатого вещества на скорость и устойчивость детонации?
2. Как влияет плотность взрывчатого веществ на скорость детонации?
3. Дайте определение понятию «критический диаметр детонации».
4. Как влияет на скорость и устойчивость детонации наличие плотной оболочки на заряде взрывчатого вещества.
5. Влияние величины начального импульса на устойчивость детонации.

Тема 14. Работа взрыва.

Работа взрыва: баланс энергии при взрыве. Потери при переходе потенциальной энергии взрывчатого вещества в механическую работу взрыва. Полезная работа взрыва. Бризантность и фугасность. Пробы на бризантность и фугасность.

Литература: [1, 3]

Контрольные вопросы:

1. Опишите переход потенциальной энергии взрывчатого вещества в механическую работу взрыва.
2. Чем обусловлены химические потери при взрыве?
3. Чем обусловлены тепловые потери при взрыве?
4. Охарактеризуйте бесполезные формы работы взрыва.
5. Что такое бризантность взрывчатых веществ.
6. Назовите формы проявления фугасной работы взрыва.

Тема 15. Основные положения теории предохранительных взрывчатых веществ.

Необходимость применения предохранительных взрывчатых веществ. Теории предохранительных взрывчатых веществ. Методы испытаний предохранительных взрывчатых веществ.

Литература: [1, 2]

Контрольные вопросы:

1. Дайте определение понятию пламегаситель.
2. Дайте определение понятию ингибитор.
3. Перечислите основные гипотезы воспламенения горючих шахтных сред.
4. Перечислите возможные пути предотвращения воспламенения горючих шахтных сред.
5. Охарактеризуйте методы испытаний предохранительных взрывчатых веществ.

Тема 16. Заряд взрывчатого вещества.

Заряды взрывчатых веществ. Классификация. Воронка взрыва и ее элементы. Показатель действия взрыва.

Литература: [1, 3]

Контрольные вопросы:

1. По каким признакам классифицируются заряды взрывчатых веществ.
2. Перечислите элементы воронки взрыва.
3. Что такое показатель действия взрыва.
4. Как классифицируются заряды взрывчатых веществ по показателю действия взрыва.

Тема 17. Действие взрыва.

Действие сосредоточенного заряда в твердой однородной безграничной среде и при наличии обнаженной поверхности. Стадии разрушения: образование газовой полости, зоны дробления, зона радиальных и кольцевых трещин, откольные явления. Соотношение бризантного и фугасного действия взрыва в зависимости от акустической жесткости разрушаемых пород.

Литература: [1, 3]

Контрольные вопросы:

1. Отразите последовательность развития взрыва в горных породах.
2. Отметьте области действия взрыва, образующие зону регулируемого дробления.
3. Какие трещины образуются в горной породе при падении давления и обратной деформации пород в сторону зарядной полости?

4. Какие трещины образуются при отражении волны сжатия от свободной поверхности горной породы?

Тема 18. Классификации промышленных взрывчатых веществ.

Классификация ВВ: по характеру воздействия на окружающую среду, по чувствительности к простым формам начального импульса, физическому состоянию. Классификация по химическому составу – индивидуальные ВВ и взрывчатые смеси. Классы ВВ по условиям применения.

Литература: [1, 2, 4, 6]

Контрольные вопросы:

1. К какой группе относятся взрывчатые вещества, имеющие скорость детонации 4000 м/с?
2. Какие классы промышленных ВВ выделяют по химическому составу?
3. К какому классу промышленных ВВ по химическому составу относится тротил, детонит?
4. Какие ВВ можно использовать только при взрывных работах на поверхности, в шахтах опасных по газу и пыли? Укажите номер класса и цвет оболочки.
5. Какой цвет имеют патроны предохранительных ВВ?
6. По какому характерному признаку выделяют первичные и вторичные ВВ?

Тема 19. Непредохранительные взрывчатые вещества I класса по условиям применения.

Предъявляемые требования. Нитросоединения: свойства, ассортимент, область применения. Аммиачно-селитренные взрывчатые вещества: свойства, ассортимент, область применения. Эмульсионные взрывчатые вещества: свойства, ассортимент, область применения.

Литература: [1, 2, 7]

Контрольные вопросы:

1. Назовите основные свойства гранулотола.
2. Особенности аммиачно-селитренных взрывчатых веществ.
3. Бестротиловые взрывчатые вещества: особенности, свойства.
4. Назовите отличительные особенности эмульсионных взрывчатых веществ.

Тема 20. Непредохранительные взрывчатые вещества II класса по условиям применения.

Предъявляемые требования. Аммиачно-селитренные взрывчатые вещества: свойства, ассортимент, область применения. Эмульсионные взрывчатые вещества: свойства, ассортимент, область применения. Порошкообразные ВВ – аммониты и аммоналы. Свойства и область применения.

Литература: [1, 2, 7]

Контрольные вопросы:

1. Назовите основные свойства граммонита 79/21.
2. Особенности аммиачно-селитренных взрывчатых веществ, применяемых в подземных условиях.
3. Назовите отличительные особенности патронированных аммонитов.
4. Назовите отличительные особенности эмульсионных взрывчатых веществ, применяемых в подземных условиях.

Тема 21. Предохранительные взрывчатые вещества III – VII классов по условиям применения.

Требования к энергетическим и детонационным характеристикам предохранительных ВВ. Требования к кислородному балансу. Требования к составу и строению зарядов.

Литература: [1, 2, 7]

Контрольные вопросы:

1. Перечислите названию взрывчатых веществ III класса по условиям применения.
2. Какие добавки вводят в состав предохранительных взрывчатых веществ?
3. Укажите требования, предъявляемые к предохранительным ВВ.

Тема 22. Методы производства взрывных работ.

Классификация методов производства взрывных работ. Метод шпуровых зарядов. Метод скважинных зарядов. Метод камерных зарядов. Метод наружных зарядов. Область применения, достоинства и недостатки методов.

Литература: [1, 3]

Контрольные вопросы:

1. Укажите области применения метода шпуровых зарядов в подземных условиях.
2. Укажите область применения метода шпуровых зарядов при открытой разработке месторождений.
3. Укажите область применения метода скважинных зарядов.
4. Укажите область применения метода наружных зарядов.

Тема 23. Метод шпуровых зарядов при проведении подземных горных выработок.

Состав проходческого цикла. Коэффициент использования шпуров (КИШ). Коэффициент излишка сечения (КИС). Врубовые, отбойные и оконтуривающие шпуры. Очередность взрывания. Конструкции шпуровых зарядов. Размер и качество забойки. Прямое и обратное инициирование зарядов. Назначение и типы врубов. Конструкции наклонных врубов; их достоинства и недостатки. Конструкции прямых врубов; их достоинства и недостатки. Комбинированные врубы. Принципы расчета параметров буровзрывных работ.

Литература: [1, 3]

Контрольные вопросы:

1. Укажите типы шпуров при проходке выработки.
2. Укажите очередность взрывания шпуров в типовой технологии проходки выработок.
3. Укажите условия, соответствующие обратному инициированию заряда.
4. Отметьте достоинства прямого инициирования заряда ВВ по сравнению с обратным.
5. Отметьте достоинства обратного инициирования заряда ВВ по сравнению с прямым.

Тема 24. Метод шпуровых зарядов при подземной разработке месторождений полезных ископаемых.

Технология шпуровой отбойки при разработке рудных месторождений. Расчет параметров БВР. Технология шпуровой отбойки угля. Правила безопасности при использовании метода шпуровой отбойки.

Литература: [1, 3]

Контрольные вопросы:

1. Опишите существо метода шпуровых зарядов при добыче полезных ископаемых подземным спопобом.
2. Укажите классы ВВ допущенные к применению при шпуровой отбойке по углю.
3. Какой способ взрывания допущен к применению при шпуровой отбойке угля?
4. Какова допустимая величина уходки (м) при добыче угля методом шпуровых зарядов?

5. Какова величина предельного содержание метана в забое (в %), при котором разрешена отбойка угля методом шпуровых зарядов?

Тема 25. Метод скважинных зарядов при подземной разработке месторождений полезных ископаемых.

Отбойка вертикальными и горизонтальными слоями. Параллельное и веерное расположение скважин – преимущества и недостатки. Схемы отбойки руды в блоке. Расчет параметров скважинной отбойки. Бурение, заряжание и взрывание скважин. Правила безопасности при скважинной отбойке.

Литература: [1, 3]

Контрольные вопросы:

1. Укажите преимущества параллельного расположения скважин при подземной отбойке руды (по сравнению с веерным расположением скважин).
2. Укажите преимущества веерного расположения скважин при подземной отбойке руды (по сравнению с параллельным расположением скважин).
3. Укажите способы бурения скважин при отбойке руды в подземных условиях.
4. Какой тип ВВ обычно применяют при механизированном заряжании скважин?
5. Укажите показатели, входящие в формулу определения удельного расхода ВВ при скважинной отбойке руды в подземных условиях.

Тема 26. Метод скважинных зарядов при открытой разработке месторождений полезных ископаемых.

Расположение скважин на уступе и их бурение. Принципы расчета параметров буровзрывных работ. Схемы взрывания скважинных зарядов при однорядном и многорядном взрывании скважин.

Литература: [1, 3]

Контрольные вопросы:

1. Укажите рациональные способы бурения скважин при открытой разработке месторождений.
2. Удельный расход ВВ на карьерах определяется по эталонному $q_э$ с учетом поправочных коэффициентов. Укажите факторы, определяющие величину данных коэффициентов.
3. Укажите основные способы взрывании зарядов взрывчатых веществ, используемых на земной поверхности.

4. Перечислите основные взрывчатые вещества, используемые при ведении взрывных работ на земной поверхности.

Тема 27. Метод камерных зарядов.

Расположение выработок при использовании камерных зарядов. Камерные заряды рыхления и их расчет. Камерные заряды выброса и их расчет. Камерные заряды на сброс и их расчет.

Литература: [1, 3]

Контрольные вопросы:

1. В каких случаях целесообразно использовать метод камерных зарядов при открытой разработке месторождений?
2. Назовите достоинства и недостатки метода камерных зарядов.

Тема 28. Взрывное разрушение негабарита.

Характеристики, область применения, достоинства и недостатки различных способов разделки негабарита: наружными, шпуровыми, кумулятивными зарядами, гидровзрывание.

Литература: [1, 3]

Контрольные вопросы:

1. Укажите достоинства и недостатки способа разделки негабарита накладными зарядами.
2. Укажите достоинства и недостатки способа разделки негабарита шпуровыми зарядами.
3. Укажите способы взрывного дробления негабарита при открытой разработке месторождений.

Тема 29. Техническая документация для производства взрывных работ.

Необходимая техническая документация для производства взрывных работ: типовой проект взрывных работ, проект массового взрыва, паспорт буровзрывных работ, схема взрывных работ.

Литература: [1, 4, 6, 8]

Контрольные вопросы:

1. Что входит в состав типового проекта взрывных работ?
2. Опишите процедуру составления и утверждения паспорта буровзрывных работ.
3. Для каких работ составляется схема взрывных работ.
4. В каких случаях составляется проект массового взрыва?

Тема 30. Персонал для взрывных работ.

Требования к лицам, допущенным к ведению взрывных работ: руководитель взрывных работ, мастер-взрывник, заведующий складом ВМ, раздатчики ВМ и лаборанты складов ВМ.

Литература: [1, 4, 6, 8]

Контрольные вопросы:

1. Какие требования предъявляются к руководителям взрывных работ?
2. Какие требования предъявляются к взрывникам?
3. В течение какого периода времени проходит стажировка взрывника?
4. Требования в заведующему склада взрывчатых материалов.

3. ПРАКТИКО-ОРИЕНТИРОВАННЫЕ ЗАДАНИЯ

Практико-ориентированное задание №1

Расчет кислородного баланса и составление рецептур промышленных взрывчатых веществ.

Цель: овладение методикой расчета кислородного баланса взрывчатых веществ и принципами составления рецептур промышленных взрывчатых веществ.

Краткая теория

Определение кислородного баланса

Кислородным балансом называется отношение избытка или недостатка кислорода во взрывчатом веществе (ВВ) для полного окисления горючих элементов (водорода, углерода, металлов и т. п.), выраженное в грамм-атомах, к грамм-молекулярной массе ВВ. Кислородный баланс выражается в долях или процентах.

Под полным окислением понимается окисление водорода в воду, а углерода в углекислый газ. При этом выделяется также молекулярный азот и кислород. Если в составе ВВ находится металл, то образуется его высший окисел.

Реакции полного окисления:

$$C + O_2 \rightarrow CO_2 + 396 \text{ кДж/моль};$$

$$H_2 + \frac{1}{2}O \rightarrow H_2O + 283 \text{ кДж/моль при воде жидкой};$$

$$H_2 + \frac{1}{2}O_2 \rightarrow H_2O + 241 \text{ кДж/моль при воде парообразной};$$

$$2Al + 1.5O_2 \rightarrow Al_2O_3 + 1671 \text{ кДж/моль}.$$

Следовательно, если ВВ имеет состав в виде $C_aH_bN_cO_d$, то кислородный баланс (%)

$$K_б = \frac{\left[d - \left(2a + \frac{b}{2}\right)\right] \cdot 16}{M_{BB}} 100\%, \quad (1.1)$$

где 16 – относительный атомная масса кислорода; M_{BB} – молекулярная масса ВВ.

При

$$d > 2a + \frac{b}{2} \quad (1.2)$$

имеет положительный кислородный баланс;

при

$$d = 2a + \frac{b}{2} \quad (1.3)$$

нулевой кислородный баланс;

при

$$d < 2a + \frac{b}{2} \quad (1.4)$$

отрицательный кислородный баланс.

Взрывчатые вещества с нулевым кислородным балансом выделяют максимальное количество энергии и минимальное количество ядовитых газов.

При взрыве ВВ с отрицательным кислородным балансом в зависимости от относительного количества кислорода образуются либо ядовитая окись углерода (угарный газ) с меньшим выделением тепла, чем при образовании углекислоты, т. е.

$$C + 0{,}5O_2 \rightarrow CO + 109 \text{ кДж/моль;}$$

либо чистый углерод в виде сажи, резко снижающий образование газов.

При положительном кислородном балансе уменьшается выделение энергии, так как образуется ядовитая окись азота с поглощением тепла по реакции

$$0{,}5N_2 + 0{,}5O_2 \rightarrow NO - 90{,}5 \text{ кДж/моль.}$$

Пример 1. Определить кислородный баланс тротила $C_7H_5(NO_2)_3$, относительная молекулярная масса которого 227.

Для полного окисления необходимо $2a + b/2$ или $2 \cdot 7 + 5/2 = 16{,}5$ атомов кислорода.

В наличии имеется 6 атомов кислорода.

Следовательно,

$$K_6 = \frac{\left[6 - \left(2 \cdot 7 + \frac{5}{2}\right)\right] \cdot 16}{227} 100\% = -74\%.$$

Пример 2. Определить кислородный баланс граммонита 30/70. Граммонит 30/70 состоит из 30% аммиачной селитры NH_4NO_3 и 70% тротила.

Кислородный баланс аммиачной селитры АС, определенный вышеуказанным способом, равен +20%.

Кислородный баланс граммонита 30/70:

$$0{,}3 \cdot 20 + 0{,}7 \cdot -74 = -45{,}5\%.$$

Составление рецептуры промышленных ВВ

При изготовлении промышленных ВВ обычно состав подбирается таким, чтобы был нулевой кислородный баланс. Для изготовления патронированных ВВ принимается небольшой положительный кислородный баланс для окисления материала оболочки патронов. Для подземных работ при взрыве 1 кг ВВ должно выделятся не более 40 л ядовитых газов в пересчете на условную окись углерода. Если образуются окислы азота и сернистый газ, то для перевода их к условной окиси углерода принимается поправочный коэффициент соответственно 6,5 и 2,5.

Для открытых горных работ, особенно для ВВ, применяемых в обводненных условиях, требования к кислородному балансу ВВ не такие жесткие.

Пример 1. Составить рецептуру игданита с нулевым кислородным балансом па основе аммиачной селитры и дизельного топлива (ДТ) с кислородным балансом – 320%.

Количество весовых частей аммиачной селитры для окисления одной части дизельного топлива равно

$$n = \frac{[\text{КБ}_{DT}]}{[\text{КБ}_{\text{АС}}]},$$

где КБ_{DT} – кислородный баланс дизельного топлива;

$\text{КБ}_{\text{АС}}$ – кислородный баланс аммиачной селитры.

$$n = \frac{320}{20} = 16.$$

Содержание дизельного топлива во взрывчатом веществе:

$$x = \frac{100}{1+n},$$

$$x = \frac{100}{1+16} = 5{,}9\ \%.$$

Соответственно содержание аммиачной селитры

$$100 - x = 100 - 5{,}9 = 94{,}1\%.$$

Следовательно, формула игданита:

$$94{,}1\%\ \text{аммиачной селитры};\ 5{,}9\%\ \text{дизельного топлива}.$$

Пример 2. Определить рецептуру ВВ с пулевым кислородным балансом на основе аммиачной селитры (NH_4NO_3) и тротила ($C_7H_5(NO_2)_3$).

Кислородный баланс тротила –74%, относительная молекулярная масса 227. Кислородный баланс аммиачной селитры +20%, относительная молекулярная масса 80.

Состав смеси должен отвечать условию:

$$x\ (-74\%) + (100 - x)\ 20\% = 0,$$

где x – содержание в смеси тротила, %.

Решение данного уравнения показывает, что $x \approx 21\%$ и $(100 - x) = 79\%$. Такому составу смеси отвечают граммонит 79/21 и аммонит 6ЖВ.

Обозначим число молей аммиачной селитры через y, число молей тротила через z. Тогда из соотношения

$$\frac{y \cdot 80}{x \cdot 227} = \frac{79}{21},$$

получим

$$y = \frac{79 \cdot z \cdot 227}{21 \cdot 80} = 10{,}7z.$$

Приняв z = 1, получим y = 10,7.

Следовательно, молекулярное уравнение граммонита имеет вид

$$z + 10{,}7y = C_7H_5(NO_2)_3 + 10{,}7NH_4NO_3.$$

Пример 3. Определить молекулярную формулу гранулита АС-8, имеющего следующий состав: 89% аммиачной селитры NH_4NO_3; 3% солярового масла $C_{16}H_{34}$ (относительная молекулярная масса 226); 8% алюминиевой пудры А1 (относительная молекулярная масса — 27).

Обозначив число молей солярового масла x, аммиачной селитры y, алюминиевой пудры z, можно написать химическую формулу в виде

$$y NH_4NO_3 + x\ C_{16}H_{34} + z\ Al.$$

В соответствии с весовым составом можно записать следующие соотношения

$$\frac{y \cdot 80}{x \cdot 226} = \frac{89}{3};\quad \frac{z \cdot 27}{x \cdot 226} = \frac{8}{3},$$

Отсюда y = 83,9x; z = 22,4x.

Примем x = 1, тогда молекулярное уравнение гранулита АС-8 имеет вид

$$83{,}9\ NH_4NO_3 + C_{16}H_{34} + 22{,}4\ Al.$$

Практико-ориентированное задание №2

Определение работоспособности взрывчатых веществ и работы взрыва.

Цель: овладение методикой определения работоспособности взрывчатых веществ и работы взрыва.

Краткая теория

Расчет идеальной работоспособности ВВ

Из первого закона термодинамики следует, что изменение внутренней энергии газов равно количеству тепла, сообщенного окружающей среде и произведенной работе:

$$-dE = dQ + pdV. \quad (2.1)$$

Если техническим назначением взрыва ВВ является производство механической работы, то затраты на теплообмен продуктов взрыва (ПВ) с окружающей средой являются энергетическими потерями (dQ). Эти потери называются термодинамическими.

Идеальным с точки зрения отсутствия термодинамических потерь является адиабатический процесс расширения ПВ, т.е. $dQ = 0$. В этом случае изменение внутренней энергии ПВ равно количеству работы, совершаемой газами, т.е.

$$-dE = pdV = dA. \quad (2.2)$$

В реальных условиях взрывания наиболее близким к адиабатическому процессу является взрыв ПВ в воздушной среде, а, например, в горных породах термодинамические потери возрастают. Они существенно выше в пористых, хрупких, легко дробимых породах и минимальны в пластичных средах типа глин.

Мерой идеальной работоспособности ВВ может служить максимальная работа, которую совершают ПВ при своем адиабатическом расширении до давления окружающей среды (воздушной, водной, горной), т.е. когда остаточное давление ПВ уравновешивается противодавлением среды атмосферным, гидростатическим или горным давлением.

Идеальная работоспособность ВВ является одной из важнейших энергетических характеристик ВВ. Она дополняет теплоту взрыва, показывая теоретическую возможность реализации энергетического потенциала ВВ в механическую работу.

Идеальную работоспособность (полную идеальную работу взрыва) можно определить, как разность между значениями внутренней энергии ПВ в момент их образования и к концу расширения:

$$\text{А}_\text{и} = \int dE = \int_{T_1}^{T_2} \overline{C_V} dT = \overline{C_V} * (T_1 - T_2) = \overline{C_V} T_1 \left(1 - \frac{T_2}{T_1}\right) = Q_{\text{взр}} \left(1 - \frac{T_2}{T_1}\right) \quad (2.3)$$

где $\overline{C_V}$ - средняя теплоемкость продуктов взрыва в интервалах изменения температуры взрыва от T_1 до T_2;

T_1 - начальная температура взрыва;

T_2 - конечная температура ПВ.

Для газовых взрываемых систем, расширение ПВ которых происходит вдоль изоэнтропы вида pV' = const, пользуясь уравнением Клайперона $(PV'=RT)$, получаем

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{y-1} = \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{y-1}{y}} \quad (2.4)$$

Окончательно получаем

$$A_u = Q_{\text{взр}} \left(1 - \frac{T_2}{T_1}\right); \quad (2.5)$$

$$A_u = Q_{\text{взр}} \left(1 - \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{y-1}\right); \quad (2.6)$$

$$A_u = Q_{\text{взр}} \left(1 - \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{y-1}{y}}\right); \quad (2.7)$$

где $Q_{\text{взр}}$- потенциальная энергия ВВ (полная тепловая энергия), кДж/кг;

V_1 и V_2 - начальный и конечный удельные объемы ПВ, м^3/кг;

P_1 и P_2 - начальное и конечное давление ПВ, Па;

$y = Cp/Cv$ – показатель адиабаты.

Эти же формулы могут быть использованы для расчета A_u конденсированных ВВ.

При взрыве в воздухе (P_2 = 1,01·10^{5}Па) полная идеальная работа взрыва определяется

$$A_u = Q_{\text{взр}} \left(1 - \left(\frac{1{,}01 * 10^5}{P_{\text{пв}}}\right)^{\frac{y-1}{y}}\right), \text{ кДж/кг.} \quad (2.8)$$

Расчет полного термодинамического КПД взрыва

Вышеприведенную формулу (2.8) можно представить в виде

$$A_u = Q_{\text{взр}} - q_T \quad (2.9)$$

Здесь величина $q_T = Q_{\text{взр}} - A_u = C_{v2} * T_2$ - термодинамические потери энергии ВВ в продуктах взрыва по достижении ими атмосферного давления. Это остаточное тепло идет на свечение ПВ после их расширения.

Отношение идеальной работоспособности к выделившейся тепловой энергии взрыва называется идеальным термодинамическим КПД взрыва

$$\eta = \frac{A_u}{Q_{\text{взр}}}, \tag{2.10}$$

или с учетом формулы (2.7)

$$\eta = 1 - \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{y-1}{y}}, \tag{2.11}$$

Идеальный термодинамический КПД взрыва определяет часть тепловой энергии, которая может быть использована для совершения механической работы взрыва.

Величины идеальной работоспособности (A_u) и полного термодинамического КПД (П) существенно зависят от свойств продуктов взрыва, влияющих на показатель адиабаты, $y = Cp/Cv$. Если в ПВ содержится 2/3 молекул двухатомных газов и 1/3 — одноатомных (гексоген), то y = 1,25. Если в ПВ содержится 2/3 трехатомных газов и 1/3 двухатомных (нитроглицерин), то y = 1,2. Величина y снижается (соответственно снижается A_u и η), если в ПВ содержатся четырех и пятиатомные газы, а также твердые продукты (NaCl, $A1_2O_3$ и др.). В этих случаях y = 1,15, и 1,05.

Пример 1. Определить полную идеальную работоспособность и термодинамический КПД аммонита 6ЖВ при плотности заряжания 900 кг/м^3 и следующих параметрах взрывного превращения:

$V_{пв}$= 0,86 м^3/кг,

$Q_{взр}$ = 4300кДж/кг;

$T_{взр}$=2600^o К.

Для расчета показатель адиабаты принимается y=1,25. Определение давления ПВ при взрыве аммонита 6ЖВ:

$$P = \frac{1{,}01*10^5*0{,}86*2600*900}{273*(1-0{,}001*0{,}86*900)} = 3{,}3 * 10^9,$$

Откуда полная идеальная работоспособность

$$A_u = Q_{\text{взр}}\left(1 - \left(\frac{1{,}01 * 10^5}{P_{\text{пв}}}\right)^{\frac{y-1}{y}}\right) = 4300 * \left(1 - \left(\frac{1{,}01 * 10^5}{3{,}3 * 10^9}\right)^{\frac{1{,}25-1}{1{,}25}}\right) = 3762{,}2\,\frac{\text{кДж}}{\text{кг}}.$$

Полный термодинамический КПД взрыва

$$\eta = \frac{A_u}{Q_{\text{взр}}} = \frac{3762{,}2}{4300} = 0{,}875$$

или $\eta = 87{,}5\%$

Практико-ориентированное задание №3

Расчет скважинного заряда при уступной отбойке на карьере

Цель работы – овладение методикой проектирования параметров буровзрывных работ при открытой разработке месторождений скважинным способом

Краткая теория

При разработке месторождений открытым способом (на карьерах и разрезах) используют в основном метод скважинных зарядов. В слабых породах используют вращательное (шнековое) бурение. В более прочных породах преобладает шарошечное бурение. В крепчайших породах с коэффициентом крепости f > 14-16 наиболее эффективно термическое бурение скважин. Скважины на уступе карьера располагают в один или несколько рядов по различным схемам в зависимости от свойств разрушаемых пород и требуемой конфигурации забоя. Расположение скважин на уступе характеризуют следующими показателями (рис. 1):

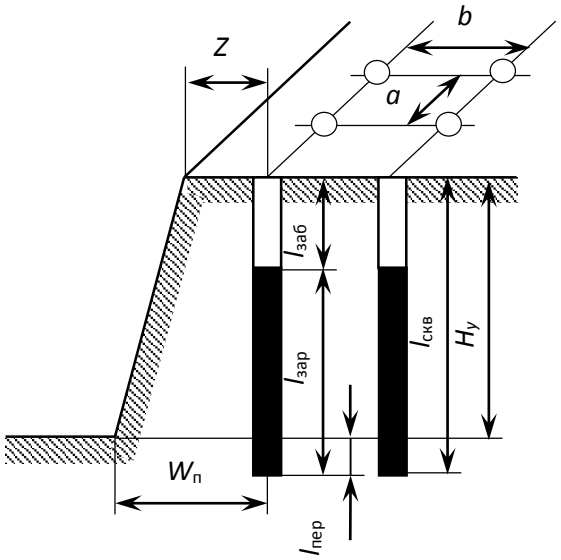


Рис. 3.1 Схема расположения скважин на уступе

$H_у$ – высота уступа, м; $W_п$ – линия сопротивления по подошве (ЛСПП); a – расстояние между скважинами, м; b – расстояние между рядами скважин, м; Z – безопасное расстояние от оси скважины до верхней бровки уступа, м; $l_{зар}$ – длина заряда, м; $l_{пер}$ – длина перебура, м; $l_{заб}$ – длина забойки, м; $l_{скв}$ – длина (глубина) скважины, м; α - угол откоса уступа.

Характеристики и расположение скважин в первую очередь зависят от удельного расхода ВВ. Оптимальная величина удельного расхода ВВ определяется множеством факторов. При этом определяющую роль играют свойства разрушаемого массива, размеры его блоков (расстояние между трещинами), степень и качество заполнения трещин, их расположение

относительно вектора смещения породы и т. п. Учесть все эти факторы в единой теоретической модели не представляется возможным. Поэтому во многом оптимальные параметры процесса определяются путем опытного взрывания и интерпретации его результатов на основе общефизических представлений.

Удельный расход «эталонного» ВВ ($q_э$) может быть определен по данным таблицы 1.

Таблица 3.1

Эталонный удельный расход ВВ, кг/м^3

Категория пород по степени трещиноватости	Коэффициент крепости горных пород f по шкале проф. М. М. Протодьяконова			
	2 - 6	6 - 10	10 – 14	более 14
I	0,2	0,25	0,3	0,35
II	0,3	0,35	0,4	0,45
III	0,45	0,5	0,6	0,67
IV	0,67	0,75	0,8	0,9
V	0,9	1,0	1,1	1,2

Реальный удельный расход ВВ рекомендуется определять путем введения серии поправочных коэффициентов, учитывающих тип ВВ, конструкцию заряда, наличие свободных поверхностей, заданную степень дробления и др:

$$q_р = q_э \cdot e \cdot k_d \cdot \frac{\rho_{гп}}{2{,}6}, \qquad (3.1)$$

где $q_э$ – эталонный расход Граммонита 79/21, кг/м^3;

e – коэффициент относительной работоспособности ВВ, определяемый по формуле

$$e = A_{эт} / A_{ВВ}, \qquad (3.2)$$

$A_{эт}$ = 3560 кДж/кг - идеальная работа взрыва эталонного ВВ (Граммонит 79/21);

$A_{ВВ}$ – идеальная работа взрыва принятого ВВ, кДж/кг;

k_d - поправочный коэффициент на кондиционный размер куска;

$\rho_{гп}$ – плотность горных пород, т/м^3.

Таблица 3.2

Значения поправочного коэффициента на кондиционный размер куска k_d

Допустимый размер крупных кусков, мм	250	500	750	1000	1250	1500
k_d	1,3	1,0	0,85	0,75	0,7	0,65

Диаметр заряда определяется диаметром рабочего органа буровой машины (долота, коронки или резца) $d_{скв}$ с учетом характеристик разрабатываемых пород:

$$d_{зар} = k_р d_{скв}, \quad (3.3)$$

где $k_р$ = 1,06 – (f – 2) 0,003 – коэффициент расширения скважин.

Удельная вместимость 1 м скважины:

$$P = 0{,}785 \cdot d_{зар}^2 \cdot \Delta, \quad (3.4)$$

где Δ, кг/м^3 - плотность заряда в скважине.

Линия сопротивления по подошве (ЛСПП) для одиночной скважины:

$$W_п = 0{,}9 \cdot \sqrt{\frac{P}{q_р}}, \quad (3.5)$$

В соответствии с правилами безопасности при бурении первого ряда скважин станок располагается перпендикулярно верхней бровке уступа, за призмой обрушения, но не ближе 2 м от верхней бровки уступа, поэтому минимально допустимая по условиям безопасного расположения бурового станка линия сопротивления по подошве (W_{min}) для вертикальных скважин рассчитывается из соотношения

$$W_{min} = H_у \operatorname{ctg}\alpha + Z, \quad (3.6)$$

где α – угол откоса рабочего уступа, град;

Z – ширина призмы обрушения, $Z \geq 2$ м.

Величина принимаемой при расчетах линии сопротивления по подошве ($W_п$) должна удовлетворять соотношению:

$$W_{min} < W_п. \quad (3.7)$$

Если значения $W_{min} > W_п$, это означает, что принятые параметры скважин и характеристики ВВ не обеспечивают проработку подошвы уступа. В этом случае следует изменить диаметр скважины, тип применяемого ВВ или перейти к наклонным скважинам.

Глубина перебура:

$$l_{пер} = 0{,}6 \cdot d_{скв} \cdot f + 0{,}75. \quad (3.8)$$

Глубина скважины:

$$l_{\text{скв}} = H_{\text{у}} + l_{\text{пер}} \tag{3.9}$$

Масса заряда в скважине:

$$Q = l_{\text{скв}} \cdot P \cdot k_{\text{зап}} \tag{3.10}$$

где $k_{зап}$ – коэффициент заполнения скважины, принимаемый по таблице 3.3.

Таблица 3.3

Коэффициент заполнения скважин

Категория блочности	Высота уступа										
	10	**11**	**12**	**13**	**14**	**15**	**16**	**17**	**18**	**19**	**20**
1	0,45	0,46	0,47	0,48	0,49	0,50	0,51	0,51	0,52	0,53	0,53
2	0,51	0,52	0,53	0,53	0,54	0,55	0,56	0,56	0,57	0,58	0,58
3	0,56	0,57	0,58	0,58	0,59	0,60	0,61	0,61	0,62	0,63	0,63
4	0,62	0,62	0,63	0,64	0,64	0,65	0,66	0,66	0,67	0,67	0,68
5	0,67	0,68	0,68	0,69	0,69	0,70	0,71	0,71	0,71	0,72	0,72

Длина заряда:

$$l_{\text{зар}} = l_{\text{скв}} \cdot k_{\text{зап}} \tag{3.11}$$

Длина забойки:

$$l_{\text{заб}} = l_{\text{скв}} - l_{\text{зар}} \tag{3.12}$$

Расстояние между скважинами:

При квадратной сетке расположения, расстояния между рядами скважин (b) равно расстоянию между скважинами в ряду (a), тогда:

$$S_{a \cdot b} = \frac{Q}{H_{\text{у}} \cdot q_{\text{р}}} \tag{3.13}$$

$$S_{a \cdot b} = a \cdot b$$

$$a = b$$

$$a = \sqrt{S_{a \cdot b}}$$

Окончательные расстояния между рядами скважин и между скважинами в ряду округляются с шагом 0,5 м.

Задание: рассчитать параметры буровзрывных работ при скважинной отбойке в условиях открытой разработки месторождений полезных ископаемых.

Практико-ориентированное задание №4

Расчёт безопасных расстояний по разлету кусков породы при взрывании скважинных зарядов

Цель работы – овладение методикой расчета безопасных расстояний по разлету кусков породы при взрывании скважинных зарядов.

При определении зон, опасных по разлету отдельных кусков породы при взрывании скважинных зарядов на земной поверхности, следует выделять и отдельно рассчитывать безопасные расстояния для людей зданий и сооружений, машин и механизмов.

При взрывании скважинных зарядов рыхления (дробления) расстояние опасное для людей, рассчитывается по формуле:

$$r_{разл} = 1250 \cdot h_з \cdot \sqrt{\frac{f}{1 + h_{заб}} \cdot \frac{d}{a}} \qquad (4.1)$$

где $h_з$ – коэффициент заполнения скважины взрывчатым веществом, определяемый по формуле

$$h_з = \frac{l_{зар}}{l_c}, \qquad (4.2)$$

$l_{зар}$ – длина заряда ВВ, м;

$l_{зар}$ – глубина скважины, м;

f – коэффициент крепости горных пород;

$h_з$ – коэффициент заполнения скважины забойкой:

$$h_з = \frac{l_{заб}}{l_н}, \qquad (4.3)$$

$l_{зар}$ – длина забойки, м;

$l_н$ – длина свободной от заряда верхней части скважины, м;

d – диаметр взрываемой скважины, м;

a – расстояние между скважинами в ряду или между рядами, м.

Расчётные значения радиусов разлета осколков округляются в большую сторону до значения, кратного 50 м. Окончательно принимаемое безопасное расстояние не должно быть меньше указанных в табл. 4.1.

Таблица 4.1

Минимально допустимые безопасные расстояния для людей при взрывных работах

№ п/п	Методы взрывных работ	Минимально допустимые радиусы опасных зон, м
1.	Наружных зарядов, в том числе кумулятивных	300 (по проекту)
2.	Шпуровых зарядов	200
3.	Котловых шпуров	200
4.	Малокамерных зарядов (рукавов)	200*
5.	Скважинных зарядов	Не менее 200**
6.	Котловых скважин	Не менее 300
7.	Камерных зарядов	Не менее 300

* - при взрывании на косогорах в направлении вниз по склону величина радиуса опасной зоны должна приниматься не менее 300 м.

** - радиус опасной зоны указан для взрывания зарядов с забойкой.

Практико-ориентированное задание №5

Составление паспорта буровзрывных работ на проведение горизонтальной горной выработки.

Цель работы – овладение методикой расчета параметров буровзрывных работ (БВР) при проведении подземных горных выработок и составления паспорта БВР.

Краткая теория

Проведение горных выработок буровзрывным способом осуществляется по паспортам буровзрывных работ (БВР). Паспорта утверждаются руководителем того предприятия, которое ведёт взрывные работы. С паспортом БВР ознакомляется весь персонал, осуществляющий буровзрывные работы в данной выработке.

Паспорт составляется для каждого забоя выработки на основании расчетов и утверждается с учётом результатов не менее трёх опытных взрываний. По разрешению руководителя предприятия (шахты, рудника) допускается вместо опытных взрываний использовать результаты взрывов, проведённых в аналогичных условиях.

Расчёт, необходимый для составления паспорта, сводится к выбору и определению основных параметров буровзрывных работ для проведения выработки. К основным параметрам относятся: тип взрывчатого вещества (ВВ) и средства инициирования (СИ), диаметр и глубина шпуров, тип вруба, удельный заряд ВВ, количество шпуров и конструкции зарядов, расход взрывчатых материалов.

5.1. Общие положения

Буровзрывной комплекс работ занимает от 30 до 60 % общего времени проходческого цикла в зависимости от горнотехнических условий.

При проведении горных выработок буровзрывные работы должны обеспечить заданные размеры и форму поперечного сечения выработки, точное оконтуривание её профиля, качественное дробление породы и сосредоточенное размещение её в забое, нормативную величину коэффициента излишка сечения (КИС), высокий коэффициент использования шпуров (КИШ).

Эти требования соблюдаются при условии правильного выбора параметров буровзрывных работ: типа ВВ, типа и параметров вруба, величины и конструкции заряда в шпуре, диаметра и глубины шпуров, числа и

расположения их в забое, способа и очередности взрывания зарядов, типа бурового оборудования, качества буровых работ, организации проходческих работ и т. д.

5.2. Определение параметров буровзрывных работ

5.2.1. Выбор взрывчатых материалов

При выборе взрывчатых материалов (ВМ) руководствуются требованиями безопасного производства взрывных работ, регламентированных «Правилами безопасности при взрывных работах» [6] с учетом физико-механических свойств горных пород и горнотехнических условий.

Рекомендуемые взрывчатые вещества (ВВ) [7] в зависимости от условий работ, обводнённости и крепости пород, способа заряжания представлены в табл. 5.1.

В шахтах, не опасных по газу или пыли, при проведении горизонтальных выработок допускается применение электрического взрывания и систем неэлектрического взрывания с низкоэнергетическими волноводами.

Таблица 5.1

Рекомендуемые ВВ

Условия взрывных работ	Условия размещения зарядов	Коэффициент крепости пород *f*	Тип ВВ	Способ заряжания
Выработки, не опасные по взрыву газа или пыли	Сухие шпуры	до 12	Гранулит М Граммонит 79/21 Гранулит АС-4В Гранулит-игданит	Механизированный
			Аммонит № 6ЖВ	Ручной
		более 12	Гранулит АС-8В	Механизированный
			Аммонал М-10 Детонит М Аммонал скальный № 1	Ручной
	Обводнённые шпуры	до 12	Аммонит № 6ЖВ	Ручной
		более 12	Аммонал М-10 Детонит М Аммонал скальный № 1	
Выработки, опасные по взрыву газа и пыли	Сухие и обводнённые шпуры	Для взрывания по породе	Аммонит АП–5ЖВ	Ручной
		Для взрывания по углю с учетом степени опасности	IV кл. Аммонит Т-19 Аммонит ПЖВ-20 V кл. Угленит Э-6 VI кл. Угленит 12ЦБ	
	Для водораспыления	Открытый заряд	Ионит	

На угольных шахтах, опасных по газу или пыли, разрешается только взрывание с применением электродетонаторов. При полном отсутствии в забоях проходимых выработок метана или угольной пыли, допускается применение непредохранительных ВВ II класса и электродетонаторов мгновенного, короткозамедленного и замедленного действия со временем замедления до 2 с без ограничения количества приёмов и пропускаемых серий замедлений.

Основные характеристики ВВ, применяемых при проходке подземных горных выработок, приведены в табл. 5.2.

Таблица 5.2

Характеристики ВВ

Наименование ВВ	Идеальная работа взрыва, кДж/кг	Плотность в патронах или насыпная, кг/м^3	Удельная объемная энергия взрыва при средней плотности, кДж/кг	Коэффициент взрывной эффективности при плотности ВВ 1000 кг/м^3	Расстояние передачи детонации между патронами, см		Диаметр патронов, мм	Масса патрона, кг	Длина патрона, мм
					Сухие	После выдержки в воде			
Аммонит № 6ЖВ	3561	1000-1100	3917	1,0	5-9	3-6	32 36	0,2 0,25	250 250
Аммонал М-10	4410	950-1100	4520	1,15	4	3	32	0,2	250
Детонит М	4316	1000-1200	4963	1,27	8-18	5-15	32 36	0,2 0,25	250 250
Аммонал скальный № 1	4420	1000-1100	4641	1,18	8-14	5-10	32 36	0,2 0,25	250 250
Аммонит АП-5ЖВ	2991	1000-1150	3215	0,82	5-10	2-7	36	0,3	250
Аммонит Т-19	2564	1000-1200	2820	0,72	7-12	4-8	36	0,3	240
Угленит Э-6	1946	1100-1250	2289	0,58	5-12	3-10	36	0,3	240
Угленит 12 ЦБ	1770	1200-1350	2256	0,58	4	2	36	0,3	240
Ионит	1482	1000-1200	1704	0,44	–	–	36	0,3	240
Гранулит М	3163	780-820 (1000-1150)*	3384	0,86					
Гранулит АС-4В	3645	800-850 (1100-1200)*	4192	1,07					
Гранулит АС-8В	3997	800-850 (1100-1200)*	4597	1,17					
Гранулит-игданит	3150	800-850 (1100-1200)*	3760	0,85					

* Плотность при механизированном заряжании

Технические характеристики электродетонаторов, применяемых при проведении горных выработок, приведены в табл. 5.3. Все электродетонаторы являются водоустойчивыми.

Таблица 5.3

Электродетонаторы для шахт и рудников

Тип электродетонаторов	Кол-во серий	Интервалы замедления, мс (с)	Безопасный ток, А	Гарантийный ток, А	Сопротивление, Ом	Примечание
ЭД-8Ж(Э)	1	0	0,2	1,0	1,8-3,6	Электродетонаторы непредохранительные нормальной чувствительности
ЭД-3-Н	36	20, 40, 60, 80, 100, 125, 150, 175, 200, 250, 300, 350, 400, 450, 500, 600, 700, 800, 900, 1000, 1250, 1500, 1750, 2000, 2500, 3000, 3500, 4000, 4500 мс 5,6,7,8,9,10 с				
ЭД-1-8-Т	1	0	1,0	5,0	0,5-0,75	Электродетонаторы непредохранительные пониженной чувствительности к блуждающим токам
ЭД-3-Т	36	20, 40, 60, 80, 100, 125, 150, 175, 200, 250, 300, 350, 400, 450, 500, 600, 700, 800, 900, 1000, 1250, 1500, 1750, 2000, 2500, 3000, 3500, 4000, 4500 мс 5,6,7,8,9,10 с				
ЭДКЗ-ОП	1	0	0,2	1,0	1,8-3,6	Электродетонаторы предохранительные нормальной чувствительности
ЭДКЗ-П	5	25, 50, 75, 100, 125 мс	0,2	1,0	1,8-3,6	
ЭДКЗ-ПМ	7	15, 30, 45, 60, 80, 100, 120 мс	0,2	1,0	1,8-3,6	
ЭД-КЗ-ПКМ	9	4, 20, 60, 80, 100, 125, 150, 175, 200 мс	0,2	1,0	1,8-3,6	

Детонирующие шнуры ДША, ДШВ и ДШЭ-12 и др. применяют при необходимости одновременного взрывания врубовых, нижних подошвенных шпуров, а также в рассредоточенных зарядах с целью передачи детонации всем частям шпурового заряда.

В последние годы на подземных взрывных работах получил широкое распространение новый способ инициирования зарядов ВВ – система неэлектрического взрывания различных модификаций: Нонель (Швеция), СИНВ, Эдилин (Россия) и др.

В табл. 3.4 представлены характеристики систем СИНВ и ДБИ для взрывных работ в рудниках и угольных шахтах, где допущено применение непредохранительных взрывчатых веществ II класса.

Устройства СИНВ-Ш и ДБИ3 служат для трансляции инициирующего сигнала и инициирования боевиков шпуровых зарядов с заданной временной задержкой. В боевике каждого шпурового заряда размещается КД устройства СИНВ-Ш или ДБИ3 заданного интервала замедления.

Таблица 5.4

Характеристики систем неэлектрического инициирования

Устройство	Интервал замедления, мс	Назначение
СИНВ-Ш	0, 25, 42, 55, 67, 109, 125, 150, 176, 200, 250, 300, 350, 400, 450, 500, 600, 700, 800, 900, 1000, 2000, 3000, 4000, 5000, 6000, 7000, 8000, 9000, 10000	Изготовление патронов-боевиков
ДБИ3	0, 17, 25, 42, 55, 67, 109, 125, 150, 176, 200, 250, 300, 350, 400, 450, 500, 600, 700, 800, 900, 1000, 2000, 3000, 4000, 5000, 6000, 7000, 8000, 9000, 10000	

Примечание. Интервалы замедлений приведены при длине ударно-волновой трубки (УВТ) 1 м. Добавление каждого метра длины УВТ увеличивает время замедления на 0,5 мс.

УВТ, выходящие из шпуров, инициируются одновременно от устройств СИНВ-П мгновенного действия (СИНВ-П-0), смонтированных в единую сеть. Длина УВТ стартового устройства (магистральной части сети) выбирается из условия безопасного подрыва и может составлять несколько сот метров.

При проходке подземных выработок обычно применяется следующая схема: УВТ, выходящие из шпуров, собираются в связки (пучки), которые соединяются в единую сеть детонирующим шнуром. Детонирующий шнур обвязывается вокруг связки двойной петлёй. Количество УВТ в одной связке не должно превышать 15 шт. Инициирование сети из детонирующего шнура производится электродетонатором или электрозажигательной трубкой.

5.2.2. Выбор типа вруба и глубины шпуров

Расположение шпуров в забое, величина заходки и показатели взрыва во многом определяются типом вруба. Врубы по характеру действия делятся на две группы:

– врубы с наклонными к оси выработки шпурами – наклонные врубы;

– врубы с параллельными к оси выработки шпурами – прямые врубы.

Тип вруба и глубину шпуров с учетом горнотехнических условий следует принимать по данным табл. 5.5.

Таблица 5.5

Тип вруба и глубина шпуров

Тип буровой техники	Сечение выработки, м^2	
	менее 6	более 6
Переносные перфораторы, ручные электросвёрла и пневмосвёрла	Прямые врубы при глубине шпуров более 1,5 м	Наклонные врубы при глубине шпуров не более (0,35–0,5) ширины выработки; прямые врубы при глубине шпуров до 2–2,5 м
Установки механизированного бурения	–	Прямые врубы с максимально возможной глубиной по технической характеристике машины

Из наклонных врубов наибольшее распространение имеет вертикальный клиновой вруб. Другие врубы с наклонными шпурами (пирамидальный, горизонтальный клиновой и его разновидности, веерный и т. д.) не получили достаточно широкого распространения из-за сложности обуривания и узкой рекомендуемой области применения (забои, проводимые по пласту угля при малой его мощности, при наличии слабых прослоек пород по забою, при ярко выраженном контакте слабых пород с более крепкими вмещающими породами и т. д.).

Высокая эффективность врубов с наклонными шпурами и преимущества их по сравнению с прямыми врубами достигаются только при ограниченной глубине шпуров и определенном сечении выработки. При проходке выработок в крепких породах ($f > 12$) с применением вертикального клинового вруба длина заходки не превышает обычно 0,35 ширины выработки (B) из-за технической невозможности бурения врубовых шпуров под углом наклона, обеспечивающим эффективную работу вруба. При глубине шпуров более 0,5 B, применении буровых кареток, а также в выработках малого сечения (менее 6 м^2) наиболее эффективны прямые врубы, глубина которых ограничивается точностью бурения в зависимости от типа буровой техники.

При глубине шпуров, принятой по рекомендациям табл. 5.5, проектную величину КИШ следует принимать равной 0,85-0,95 с учётом крепости горных пород.

5.2.3. Выбор конструкции и параметров врубов

5.2.3.1. Вертикальный клиновой вруб

При ограниченной глубине шпуров (1,2–2,0 м) наибольшее распространение имеет вертикальный клиновой вруб. Параметры вертикального клинового вруба в зависимости от крепости пород применительно к аммониту № 6ЖВ в патронах диаметром 32 мм в шпурах диаметром 42 мм ориентировочно по данным практики можно принять по данным табл. 5.6.

Таблица 5.6

Параметры вертикального клинового вруба

Группа крепости пород по СНиП	Коэффициент крепости пород *f*	Расстояние по вертикали между парами шпуров, мм	Количество шпуров во врубе при сечении выработки ($м^2$)		Угол наклона шпуров к плоскости забоя α, град.
			до 12	более 12	
IV-V	1-6	500	4	4-6	75-70
VI	6-8	450	4-6	6-8	68
VII	8-10	400	6-8	8-10	65
VIII	10-13	350	8-10	10-12	63
IX	13-16	300	10-12	12-14	60
X	16-18	300	10-12	12-14	58
XI	20	250	10-12	12-14	55

При применении другого типа ВВ и изменении диаметра шпуров расстояние между парами врубовых шпуров определяется с учётом поправочного коэффициента по формуле:

$$k = 1{,}25\sqrt{e}\cdot d_з/d, \qquad (5.1)$$

где e – коэффициент взрывной эффективности (см. табл. 5.2),

$d_з$ – диаметр заряда,

d – диаметр заряжаемой полости (шпура или скважины).

С увеличением коэффициента крепости пород (см. табл. 5.6) угол наклона врубовых шпуров к плоскости забоя уменьшается. Поэтому предельную глубину вертикального клинового вруба (рис. 5.1) при бурении шпуров ручными перфораторами в зависимости от коэффициента крепости пород и ширины выработки рекомендуется принимать по табл. 5.7 или по формуле:

$$h_{вр} = 0{,}25B\,\mathrm{tg}\frac{\alpha}{2} - 0{,}3, \qquad (5.2)$$

где B – ширина выработки, м

α – угол наклона шпуров к плоскости забоя, град. (см. рис. 3.1).

Таблица 5.7

Предельная глубина вертикального клинового вруба $h_{вр}$, м

Ширина выработки, м	Коэффициент крепости пород f						
	2-5	6-7	8-9	10-12	13-15	16-17	18-20
2,0	1,3	1,2	1,1	1,0	0,9	0,8	0,7
2,5	1,7	1,6	1,4	1,3	1,2	1,1	1,0
3,0	2,1	1,9	1,7	1,6	1,4	1,3	1,2
3,5	2,4	2,2	1,9	1,7	1,6	1,5	1,4
4,0	2,8	2,6	2,2	2,1	1,9	1,8	1,7
4,5	3,2	2,9	2,5	2,4	2,3	2,0	1,9
5,0	3,5	3,1	2,9	2,7	2,4	2,2	2,1

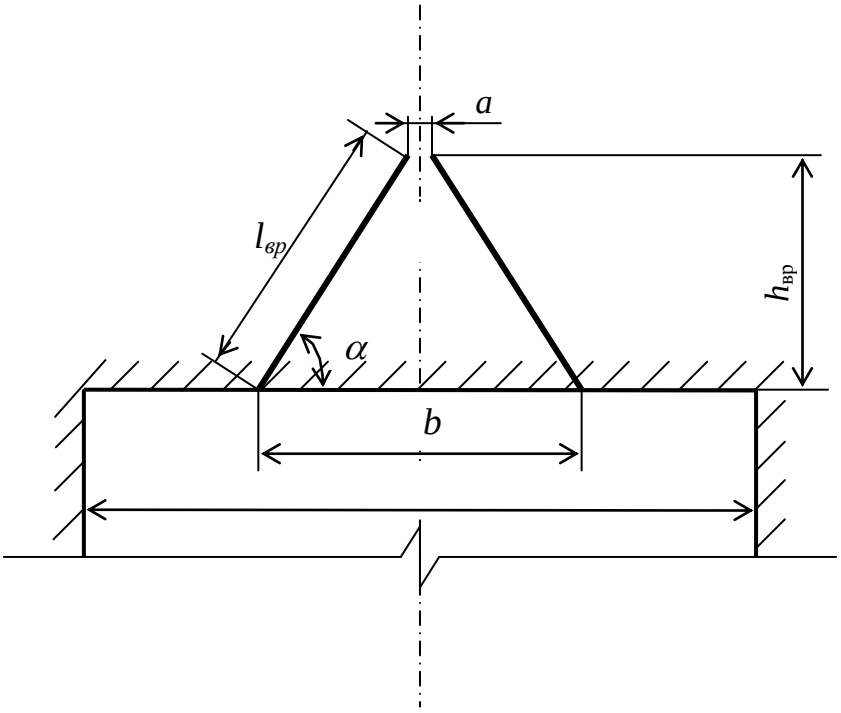


Рис. 5.1. Схема вертикального клинового вруба

Глубину врубовых шпуров следует принимать на 0,1-0,2 м больше длины вспомогательных и оконтуривающих шпуров:

$$h_{вр} = h_{шп} + (0{,}1 \div 0{,}2), \qquad (5.3)$$

где $h_{шп}$ – глубина (длина) вспомогательных и оконтуривающих шпуров, м.

Длину шпуров клинового вруба определяют с учетом угла их наклона:

$$l_{вр} = h_{вр} / \sin \alpha, \qquad (5.4)$$

где α – угол наклона шпуров к плоскости забоя, град.

Расстояние между устьями в паре шпуров клинового вруба определяют по зависимости:

$$b = 2\, h_{вр} / \mathrm{tg}\, \alpha + a, \qquad (5.5)$$

где a – расстояние между забоями пары сходящихся шпуров клинового вруба, м (в зависимости от коэффициента крепости пород a = 0,15-0,2 м).

После расчета основных параметров вруба следует проверить графическим способом техническую возможность обуривания вертикального клинового вруба с учетом принятого бурового оборудования. С этой целью в масштабе 1:20 – 1:50 вычерчивается план забоя (вид сверху) с наложением пары врубовых шпуров и обязательного соблюдения принятого угла наклона шпуров α.

Если ширина выработки не позволяет с учётом габаритов бурильной машины (см. рис. 3.1) обурить рассчитанный вруб, то следует уменьшить глубину врубовых шпуров или принять другой тип вруба. При применении бурильных установок стрела автоподатчика должна свободно размещаться при заданном угле наклона врубовых шпуров между точкой забуривания врубового шпура и стенкой выработки. При бурении переносными перфораторами или ручными электросвёрлами врубовые шпуры могут буриться в 2-3 приёма комплектом штанг различной длины (например: 0,5 м; 1,2 м; 2,0 м).

5.2.3.2. Прямые врубы

Из прямых врубов (рис. 5.2) наиболее широкое распространение получили следующие конструкции: призматический симметричный *а*; щелевой *б*; спиральный *в* и двойной спиральный *г*.

Прямые врубы представляют собой комбинацию параллельных заряженных шпуров, взрыв которых работает на компенсационную полость, создаваемую холостым шпуром (системой холостых шпуров) или скважиной. Взрыв последующих шпуров расширяет врубовую полость до размеров, достаточных для последующей отбойки вспомогательными (отбойными) шпурами с постоянной, предельной для конкретных горнотехнических условий линией сопротивления.

Параметры прямых врубов принимаются в зависимости от конструкции вруба, крепости пород, диаметра компенсационной полости (шпура или скважины, их количества). Наиболее ответственными являются первый шпур или серия шпуров, взрываемых на компенсационную полость. Поэтому для повышения эффективности взрыва целесообразно в качестве компенсационной полости использовать шпур увеличенного диаметра, систему холостых шпуров или скважину.

Расстояние между компенсационной полостью и первым взрываемым шпуром или серией шпуров (пробивное расстояние W_1) рекомендуется принимать для шпуров диаметром 42 мм при использовании аммонита № 6 ЖВ в патронах диаметром 32 мм по табл. 5.8.

При применении другого типа ВВ или другой конструкции заряда пробивное расстояние W_1, определенное по табл. 1.7, умножается на поправочный коэффициент, рассчитанный по формуле (5.1).

Пробивные расстояния W_1 учитывают возможное отклонение шпуров от заданного направления. С увеличением глубины шпуров растет их отклонение, поэтому при глубине шпуров до 2,5 м достаточно принимать диаметр первона-

чальной компенсационной полости не более 50-60 мм; при шпурах глубиной до 3 м – 70-105 мм и при шпурах до 4 м – 105-125 мм, что позволит сохранить КИШ в пределах 0,85-0,9.

Пробивные расстояния для шпуров, взрываемых вторыми и последующими во врубе (W_1, W_2, W_3 и т. д.), принимаются равными 0,8 от ширины (наибольшего размера) ранее образованной врубовой полости.

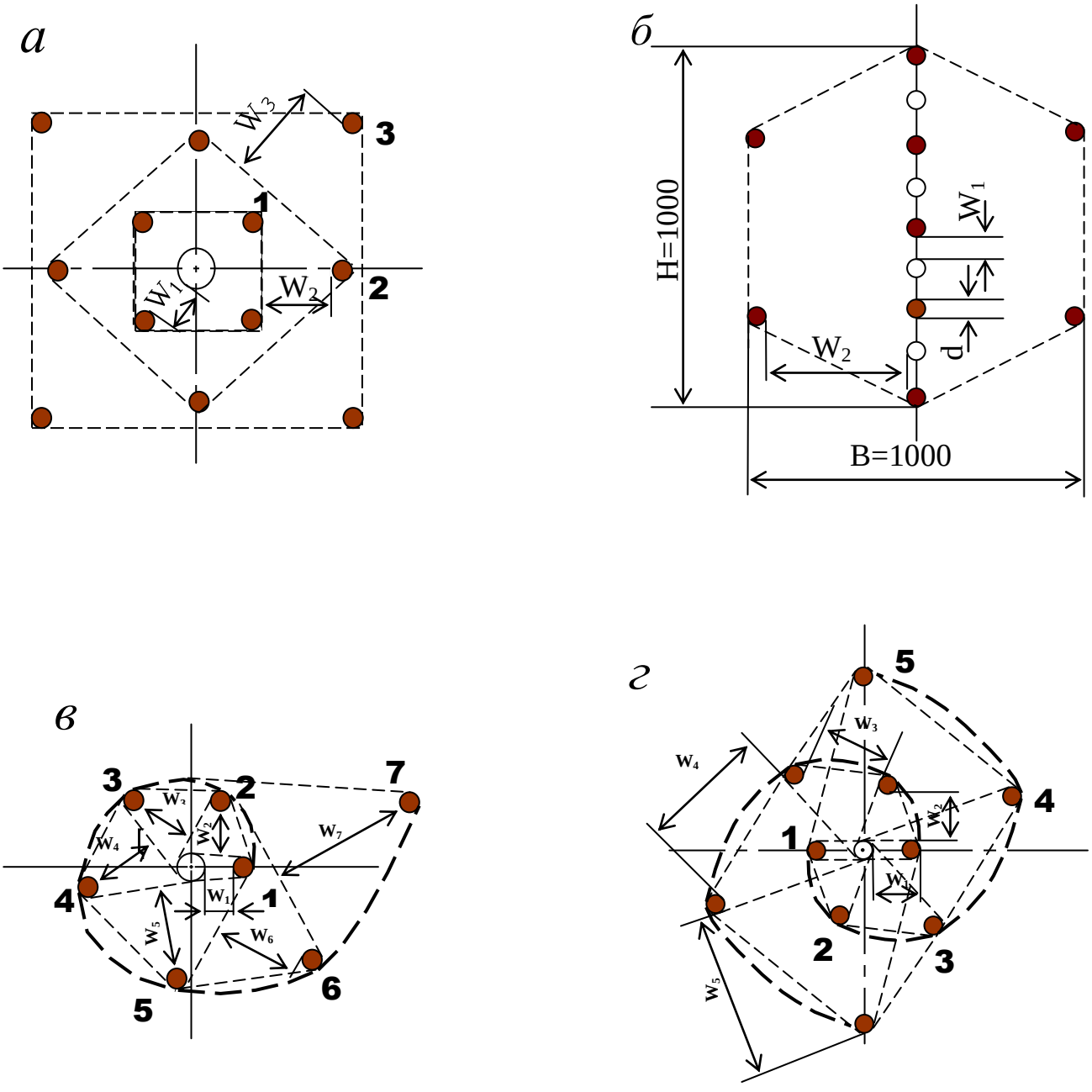


Рис. 5.2. Конструкции прямых врубов:
а – призматический симметричный; *б* – щелевой; *в* – спиральный;
г – двойной спиральный

Таблица 5.8

Пробивные расстояния W_1, мм

Диаметр холостого шпура или скважины D_x, мм	Коэффициент крепости пород f						
	2-5	6-7	8-9	10-12	13-15	16-17	18-20
42	115	100	90	80	60	60	55
51	125	110	100	90	80	70	65
56	150	130	110	95	90	85	75
75	170	150	130	105	100	95	85
105	190	170	150	120	110	105	95
125	230	200	170	140	120	110	100

Например, пробивное расстояние для шпуров спирального вруба, взрываемых вторыми, т. е. на обнаженную поверхность, образованную взрывом первого шпура, определяют по данным табл. 3.9 или по зависимости, мм:

$$W_2 = 0{,}8 \cdot (W_1 + D_x + d), \qquad (5.6)$$

где W_1 – пробивное расстояние для первого шпура (см. табл. 5.7);

D_x – диаметр компенсационной полости (холостого шпура или скважины);

d – диаметр заряженных шпуров.

Пробивные расстояния (W_2, W_3 и т. д.) для любого типа вруба могут быть определены графически путем последовательного построения расширяющейся врубовой полости (см. рис. 5.2) в масштабе 1:5.

Таблица 5.9

Пробивные расстояния W_2, мм

Диаметр холостого шпура или скважины D_x, мм	Коэффициент крепости пород f						
	2-5	6-7	8-9	10-12	13-15	16-17	18-20
42	170	150	140	130	120	115	110
51	180	160	150	140	130	120	115
56	210	180	170	160	150	140	130
75	260	210	200	185	170	150	140
105	300	260	240	215	200	185	175
125	340	300	270	250	230	220	215

Расчёты и построения выполняются до тех пор, пока не образуется врубовая полость размером в пределах от 0,9×0,9 до 1,2×1,2 м. Такой размер врубовой полости является достаточным и позволяет в дальнейшем производить отбойку породы вспомогательными и оконтуривающими шпурами уже с постоянной линией наименьшего сопротивления, которая соответствует предельному пробивному расстоянию шпурового заряда при взрывании его на неограниченную свободную поверхность.

Предельные пробивные расстояния для вспомогательных и оконтуривающих шпуров при их диаметре 42 мм, заряженных аммонитом № 6ЖВ в патронах диаметром 32 мм, приведены в табл. 5.10.

Таблица 5.10

Предельные пробивные расстояния для вспомогательных и оконтуривающих шпуров, мм

Диаметр шпуров, мм	Коэффициент крепости пород *f*						
	2-5	6-7	8-9	10-12	13-15	16-17	18-20
42	1000-900	800	700	650	600	550	500

Опыт работы и расчёты показывают, что для образования врубовой полости сечением 0,8-1,4 м^2 необходимо принять 8-12 шпуров в зависимости от диаметра компенсационной полости и коэффициента крепости пород.

При применении щелевого вруба пробивное расстояние между заряжаемыми и холостыми шпурами принимается по данным табл. 5.8. Количество заряжаемых $N_з$ и холостых $N_х$ шпуров в щелевом врубе при их одинаковом диаметре определяют по формулам:

$$N_з = \frac{H}{2(W_1 + d)} + 1, \tag{5.7}$$

$$N_x = \frac{H}{2(W_1 + d)}, \tag{5.8}$$

где H – высота вруба, мм;

W_1 – пробивное расстояние, мм;

d – диаметр шпуров, мм.

Щелевой вруб (рис. 5.2, *б*) высотой 1000 мм с последующим расширением полости четырьмя шпурами дает высокие показатели в породах любой крепости и в выработках любого сечения. Пробивное расстояние W_2 для шпуров, взрываемых во вторую очередь, принимается равным 500 мм, а расстояние между шпурами по вертикали 700–800 мм в породах любой крепости.

Могут быть приняты другие конструкции прямых врубов, но принцип расчета их параметров будет аналогичен.

После расчета параметров принятого прямого вруба (пробивных расстояний и числа шпуров во врубе) определяется площадь вруба по забою выработки, что необходимо для определения количества остальных шпуров.

Глубина (длина) холостых и заряжаемых шпуров прямого вруба должна приниматься больше на 10 % по сравнению с глубиной вспомогательных и оконтуривающих шпуров.

При ведении взрывных работ на угольных шахтах, опасных по газу или пыли, при определении расстояний между смежными шпурами следует придерживаться дополнительных требований ЕПБ.

Расстояние от заряда ВВ до ближайшей поверхности должно быть не менее 0,5 м по углю и не менее 0,3 м по породе, в том числе и при взрывании зарядов в породном негабарите. В случае применения ВВ VI класса при взрывании по углю это расстояние допускается уменьшать до 0,3 м.

Минимально допустимые расстояния между смежными (взрываемыми последовательно) шпуровыми зарядами должны соответствовать данным табл. 5.11.

В породах с f >10 расстояние между смежными шпуровыми зарядами должно определяться нормативами, разработанными по согласованию с организацией-экспертом по безопасности работ.

Поскольку при применении прямых врубов с незаряжаемыми шпурами (см. рис. 3.2) данные требования, как правило, невыполнимы, то в угольных шахтах, опасных по газу или пыли, применяются прямые врубы, работающие по принципу воронкообразования.

Таблица 5.11

Минимально допустимые расстояния между смежными шпуровыми зарядами

Условия взрывания	Класса ВВ			
	II	III-IV	V	VI
По углю	0,6	0,6	0,5	0,4
По породе:				
при f <7	0,5	0,45	0,3	0,25
при f >10	0,4	0,3	–	–

В породах с коэффициентом крепости f < 6 обычно применяется прямой призматический вруб из 4–6 шпуров, которые располагаются по контуру окружности или периметру прямоугольника и взрываются одновременно в один приём. Расстояние между врубовыми шпурами следует принимать в соответствии с рекомендациями табл. 5.11. При проведении выработок в более крепких породах целесообразно использовать двойной призматический вруб из 6–8 шпуров с соблюдением тех же требований, которые взрываются короткозамедленно и последовательно в два приёма.

5.2.4. Определение удельного заряда ВВ

Величина удельного заряда ВВ, т. е. количество ВВ, необходимое для заряжания в шпуры единицы объёма обуренного массива (с учетом эффективного разрушения), зависит от крепости пород, сечения выработки, типа ВВ и условий взрывания (наличия обнажённой поверхности, структуры породы, плотности ВВ при заряжании, типа вруба).

Удельный заряд **при врубах с наклонными шпурами** рекомендуется определять по видоизменённой формуле Н. М. Покровского:

$$q = 0{,}1 \cdot f \cdot f_1 \cdot v / e, \qquad (5.9)$$

где q – удельный заряд ВВ, кг/м^3;

f – коэффициент крепости по М. М. Протодьяконову. В породах с $f > 16$ в формуле (5.9) принимать 0,08 вместо 0,1;

f_1 – коэффициент структуры породы;

v – коэффициент зажима породы, зависящий от площади поперечного сечения выработки и количества обнажённых поверхностей;

e – коэффициент взрывной эффективности заряда ВВ.

Коэффициент относительной эффективности заряда ВВ определяется из выражения

$$e = \frac{Q_{\text{ид}} \cdot \rho}{Q_{\text{ид.э}} \cdot \rho_{\text{э}}}, \qquad (5.10)$$

где $Q_{\text{ид}}$, $Q_{\text{ид.э}}$ – идеальная работа взрыва принятого и эталонного ВВ, кДж/кг;

ρ, $\rho_{\text{э}}$ – плотность заряда принятого и эталонного ВВ, кг/м^3.

Необходимые данные для расчета величины e принимают из табл. 5.2. При средней плотности заряда ВВ значение коэффициента взрывной эффективности можно принять из этой же таблицы. В качестве эталонного ВВ в формуле (5.10) и в табл. 5.2 принят аммонит № 6ЖВ.

Значение коэффициента структуры породы f_1 принимается из табл. 5.12.

Таблица 5.12

Коэффициент структуры породы f_1

Характеристика пород	Категория пород	Коэффициент структуры породы f_1
Монолитные, крепкие, вязкие, упругие	I	1,6
Трещиноватые, крепкие	II	1,2-1,4
Массивно-хрупкие	III	1,1
Сильнотрещиноватые, мелкослоистые, большинство пород угольных бассейнов	IV	0,8-0,9

Коэффициент зажима породы при одной обнаженной поверхности в забоях горизонтальных и наклонных выработок определяется из выражения

$$v = \frac{6{,}5}{\sqrt{S_{\text{вч}}}}, \qquad (5.11)$$

где $S_{\text{вч}}$ – площадь поперечного сечения вчерне, м^2.

При двух обнаженных поверхностях коэффициент зажима принимается в пределах v = 1,1–1,4 (меньшие значения – для больших сечений выработок).

При щелевом врубе на полную высоту выработки для определения удельного заряда для шпуров по забою, кроме врубовых, в формуле (5.9) следует принимать коэффициент зажима породы v = 1,4.

Прямые (дробящие) врубы требуют повышенного удельного заряда ВВ. По формуле (5.9) при применении прямых врубов определяют удельный заряд только для вспомогательных и оконтуривающих шпуров с коэффициентом зажима породы v = 1,1–1,4.

5.2.5. Выбор диаметра шпура

Диаметр шпуров выбирается в зависимости от стандартного диаметра патрона принятого типа ВВ. В табл. 5.2 указаны стандартные диаметры патронов промышленных ВВ. При выпуске ВВ в патронах различных диаметров следует принимать диаметр патрона с учётом сечения выработки и типа буровой техники. При использовании мощных бурильных машин и при больших сечениях выработки принимают патроны с большим диаметром или механизированное заряжание гранулированными ВВ.

При применении метода контурного взрывания в оконтуривающих шпурах следует уменьшить линейную плотность заряжания. С этой целью рекомендуется применять, например, специальные патроны типа ЗКВК из аммонита № 6ЖВ диаметром 26 мм длиной 360 мм в полиэтиленовых оболочках. Эти патроны имеют соединительные муфты с лепестками, позволяющими стыковать их и центрировать по оси шпура с созданием воздушного промежутка между патронами и стенками шпура.

Диаметр шпуров при использовании патронированных ВВ принимается не менее чем на 5 мм больше диаметра патрона. При применении машин ударного-поворотного и вращательного-ударного бурения и патронированных ВВ диаметр шпуров обычно составляет 38–42 мм. При механизированном заряжании шпуров гранулированными ВВ в горнорудной промышленности диаметр шпуров принимается в пределах от 38 до 52 мм в зависимости от сечения выработки, детонационной способности ВВ и взрываемости пород.

При бурении по углю и породам угольной формации используются шпуры диаметром 37–46 мм.

5.2.6. Определение количества шпуров

Количество шпуров в забое зависит от физико-механических свойств пород, поперечного сечения выработки, параметров зарядов и типа принятого вруба.

Количество шпуров на забой **при врубах с наклонными шпурами** определяют по формуле проф. Н. М. Покровского

$$N = q \cdot S_{вч} / \gamma, \qquad (5.12)$$

где q – удельный заряд ВВ, определяемый по формуле (1.9), кг/м^3;

$S_{вч}$ – площадь сечения выработки вчерне, м^2;

γ – весовое количество ВВ (вместимость), приходящееся на 1 м шпура, кг/м.

$$\gamma = 3{,}14\, d^{\,2} \rho \alpha / 4, \qquad (5.13)$$

где d – диаметр заряда (патрона ВВ или шпура), м;

ρ – плотность ВВ в заряде, кг/м^3;

α – коэффициент заполнения шпуров.

При ручном заряжании без уплотнения ВВ в шпуре используется параметр «диаметр патрона», а параметр «диаметр шпура» – при уплотнении патронов вручную с разрезанием оболочки или при механизированном заряжании.

При разрезании оболочки патронов плотность ВВ в шпуре принимается равной 0,9 от плотности ВВ в патроне (см. табл. 5.2). При механизированном заряжании шпуров гранулированными ВВ плотность ВВ в шпуре составляет 1150–1200 кг/м^3.

Коэффициент заполнения шпуров в выработках шахт, не опасных по взрыву газа или пыли, проходимых в крепких породах, принимается максимальным (0,7-0,9).

В выработках шахт, опасных по газу или пыли и в породах с f = 2-8 – коэффициент заполнения принимается 0,35-0,55; в более крепких породах – 0,5-0,6. При этом при ведении взрывных работ на угольных шахтах, опасных по взрыву газа или пыли, величина забойки должна быть не менее 0,5 м.

Во всех случаях с увеличением длины шпуров коэффициент заполнения шпуров увеличивается.

Полученное по формуле (5.12) количество шпуров является ориентировочным (см. табл. 5.13) и может быть изменено при необходимости на 10–15 %. Окончательно число шпуров принимается после вычерчивания схемы расположения шпуров в сечении выработки (рекомендуемый масштаб – 1:50-1:20), и только затем возобновляется расчёт.

Таблица 5.13

Ориентировочное количество шпуров на забой в зависимости от коэффициента крепости пород и сечения выработок

Коэффициент крепости пород f	Сечение выработки вчерне, м^2						
	4	6	8	10	12	14	16
2-4	8-11	12-16	17-21	22-27	28-33	34-38	35-42
5-7	12-16	17-21	22-27	28-33	34-38	39-42	43-46
8-10	16-20	21-26	27-32	33-37	38-42	42-46	47-50
12-14	20-24	26-30	32-36	37-42	42-46	46-50	50-54
более 14	26-28	32-36	36-40	44-48	48-52	52-54	56-60

При вычерчивании схемы расположения шпуров при любом типе вруба среднее расстояние между рядами вспомогательных шпуров, между вспомогательными и оконтуривающими и между шпурами в рядах должно быть примерно одинаковым и приниматься в соответствии с рекомендациями табл. 1.10 или определяться из выражения

$$a = \sqrt{\frac{S_{вч} - S_{вр}}{N - N_{вр}}}, \qquad (5.14)$$

где $S_{вч}$ – площадь сечения выработки вчерне, м^2;

$S_{вр}$ – площадь сечения врубовой полости (для вертикального клинового вруба принимается равной половине площади прямоугольника, образованного устьями врубовых шпуров на плоскости забоя), м^2;

N, $N_{вр}$ – общее число на забой и число врубовых шпуров.

Оконтуривающие шпуры располагают с наклоном 85–87^o к плоскости забоя с таким расчетом, чтобы их концы вышли за проектный контур сечения выработки вчерне только за линией уходки. Забуриваются оконтуривающие шпуры на минимальном расстоянии (150–200 мм) от проектного контура выработки с учётом принятой буровой техники.

При применении прямых врубов количество шпуров определяется по формуле

$$N = N_{вр} + q\cdot(S_{вч}–S_{вр})/\gamma, \qquad (5.15)$$

где $N_{вр}$ – количество врубовых шпуров (см. раздел 1.2.3.2);

$S_{вр}$ – площадь поперечного сечения прямого вруба, м^2.

При контурном взрывании число оконтуривающих шпуров необходимо увеличивать. При этом параметры зарядов в оконтуривающих шпурах (удельный заряд, расстояние между шпурами и др.) рассчитываются по специальным методикам ([3] и др.).

3.2.7. Определение расхода взрывчатых материалов

Количество ВВ (кг) на цикл при **врубах с наклонными шпурами**

$$Q = q \cdot S_{вч} \cdot l_{шп}, \qquad (5.16)$$

где $l_{шп}$ – глубина заходки, равная глубине вспомогательных и оконтуривающих шпуров, м.

Средняя величина заряда (кг) на один шпур

$$q'_{ср} = Q / N. \qquad (3.17)$$

Количество ВВ (кг) на цикл **при врубах с прямыми шпурами** (кг)

$$Q = Q_{вр} + q \cdot(S_{вч} – S_{вр}) \cdot l_{шп}, \qquad (5.18)$$

где $Q_{вр}$ – количество ВВ во врубовых шпурах, принимается как сумма зарядов врубовых шпуров. Величина заряда (кг) во врубовый шпур принимается

$$q'_{вр} = 0{,}785 \cdot d^2 \cdot \rho \cdot \alpha \cdot l_{вр}, \qquad (5.19)$$

где d – диаметр патрона ВВ или шпура, в зависимости от способа заряжания, м;

ρ – плотность ВВ в заряде, кг/м^3;

α – коэффициент заполнения врубового шпура, 0,7-0,95 (в зависимости от длины шпуров и крепости пород);

$l_{вр}$ – длина врубовых шпуров, м (принимается на 10 % больше длины вспомогательных и оконтуривающих шпуров).

Средняя величина заряда (кг) на один вспомогательный и оконтуривающий шпур **при прямых врубах**

$$q''_{ср} = \frac{q \cdot (S_{вч} - S_{вр}) \cdot l_{шп}}{N - N_{вр}} . \quad (5.20)$$

При распределении ВВ по шпурам величину заряда во врубовые шпуры **при наклонных врубах** следует принимать на 10-20 % больше средней величины $q'_{ср}$ (кг)

$$q^*_{вр} = (1{,}1 \div 1{,}2)\, q'_{ср}. \quad (5.21)$$

В оконтуривающих шпурах, кроме почвенных, при любых типах врубов величину заряда следует уменьшать на 10-20 % по сравнению со средней величиной $q'_{ср}$ (кг)

$$q^*_{ок} = (0{,}9 \div 0{,}8)\, q'_{ср}. \quad (5.22)$$

Обычно в практике взрывных работ величина заряда во вспомогательных шпурах принимается равной средней величине заряда в шпурах $q'_{ср}$:

$$q^*_{всп} = q'_{ср}. \quad (5.23)$$

Полученные величины зарядов во врубовых, вспомогательных и оконтуривающих шпурах при ручном заряжании патронированными ВВ принимают **кратными массе патронов ВВ.**

При механизированном заряжании заряд ВВ в шпуре состоит из патрона-боевика (0,2 или 0,25 кг) и собственно заряда гранулированного ВВ, масса которого принимается кратной 0,1 кг.

После определения величин зарядов ВВ в шпурах каждой группы следует проверить возможность размещения их в шпурах, учитывая длину и массу патронов, а также линейную плотность заряжания при применении гранулированных ВВ.

Фактический расход ВВ (кг) на цикл

$$Q_ф = \sum q^*_{вр} + \sum q^*_{всп} + \sum q^*_{ок}. \quad (5.24)$$

Расход ВВ (кг) на погонный метр выработки

$$Q_м = Q_ф / (l_{шп}\, \eta)\,, \quad (5.25)$$

где η – КИШ (принимается равным 0,85-0,95 в зависимости от крепости пород).

Объём горной массы за взрыв

$$Q_{гм} = S_{пр}\, l_{шп}\, \eta, \quad (5.26)$$

где $S_{пр} = S_{вч} \cdot КИС$ – сечение выработки в проходке, м^2, которое следует определять в соответствии с рекомендациями таблицы 5.14.

Удельный расход ВВ (кг) на 1 м^3 взорванной породы

$$q_р = Q_ф / Q_{гм}. \quad (5.27)$$

Таблица 5.14

Допустимое нормативное увеличение (в %) поперечного сечения горизонтальных горных выработок при проходке буровзрывным способом

Поперечное сечение горных выработок вчерне (по проекту), м^2	Коэффициент крепости пород f		
	1–2	2–9	10–20
до 8	5*	10	12
от 8 до 15	4	8	10
более 15	3	5	7

*Коэффициент излишка сечения: КИС = 1 + Δ = 1 + 5/100 = 1,05.

Расход ЭД, КД (систем неэлектрического взрывания) определяется по числу взрываемых зарядов.

Расход ЭД, КД на 1 метр выработки:

$$N_м = N_{кд} /(l_{шп}\, \eta). \quad (5.28)$$

Удельный расход ЭД, КД на 1 м^3 взорванной породы:

$$N_р = N_{кд} /(S_{пр}\, l_{шп}\, \eta). \quad (5.29)$$

Заводы-изготовители производят неэлектрические системы инициирования с длинами волноводов, определяемыми заказами потребителей.

Длина УВТ ориентировочно определяется по формуле:

$$L_{увт} = l_{шт} + B / 4 + 0{,}5, \quad (5.30)$$

где B – ширина выработки, м;

0,5 –длина УВТ для сборки пучков, м.

5.3 РАСЧЕТ ЭЛЕКТРОВЗРЫВНОЙ СЕТИ

При расчете электровзрывной сети определяют её сопротивление и сопротивление её отдельных ветвей. Для проверки обеспечения безотказности взрывания всех электродетонаторов, включённых в сеть, при известном напряжении (принятом источнике тока) выполняется проверочный расчет, при котором определяют общую величину тока в сети и величину тока, поступающего в каждый электродетонатор.

Если необходимо выбрать источник тока, определяют общее сопротивление сети и минимальную силу тока в цепи, обеспечивающую безотказное взры-

вание всех электродетонаторов, после чего находят необходимое напряжение и подбирают источник тока (табл. 5.15).

Сопротивление магистральных и соединительных проводов, а также участковых, если они имеются при конкретной схеме взрывания, принимается по табличным данным или вычисляется по формуле

$$R = \rho\,(l/S), \qquad (5.31)$$

где R – сопротивление проводов, Ом;

ρ – удельное сопротивление материала проводов, которое принимается для медных проводов $0{,}0172\cdot10^{-6}$, для алюминиевых $0{,}0286\cdot10^{-6}$ и для стальных $0{,}12\cdot10^{-6}$ Ом·м;

l – длина проводов, м. Длину проводов принимают на 10 % больше расчётной, учитывая изгибы и сростки;

S – сечение проводов, м^2.

Сопротивление электродетонаторов при расчёте сети принимается по табличным данным с учётом длины выводных проводов (см. табл. 5.3). Сопротивление электродетонаторов нормальной чувствительности в зависимости от длины выводных медных проводов с диаметром жилы 0,5 мм составляет от 1,8 до 3,6 Ом. При расчёте величину сопротивления электродетонаторов нормальной чувствительности обычно принимают равной 3 Ом.

Таблица 5.15

Взрывные приборы и машинки

Наименование прибора (исполнение)	Напряжение, В	Масса, кг	Максимальное сопротивление электровзрывной сети, Ом	Назначение и область применения
Конденсаторный взрывной прибор КВП-1/100М (РВ) КВП-2/200М (РН)	 600 1700	 2 2,5	 320 1700	Взрывание ЭД нормальной чувствительности на поверхности и в шахтах, опасных и не опасных по взрыву газа или пыли
Конденсаторный взрывной прибор ПИВ-100М (РВ)	610	2,7	320	
Конденсаторная взрывная машинка КПМ-3 (РН)	1600	3,0	200	Взрывание ЭД нормальной чувствительности на поверхности и в шахтах, не опасных по взрыву газа или пыли

При электрическом способе взрывания в каждый электродетонатор нормальной чувствительности должен поступать постоянный гарантийный ток силой не менее $I_{гар}$ = 1 А при числе ЭД до 100 штук и не менее $I_{гар}$ = 1,3 А при числе ЭД более 100 штук, или переменный ток силой не менее $I_{гар}$ = 2,5 А.

Для электродетонаторов пониженной чувствительности к блуждающим токам (ЭД-1-8-Т, ЭД-1-3-Т) гарантийный ток следует принимать не менее 5 А.

Проверочный расчёт электровзрывной сети производится по следующим формулам в зависимости от схемы соединения:

а) при последовательном соединении

$$I = \frac{E}{R + rn}, \quad i = I \geq I_{\text{гар}}, \tag{5.32}$$

б) при параллельном соединении

$$I = \frac{E}{R + r/n}, \quad i = I/n \geq I_{\text{гар}}, \tag{5.33}$$

в) при смешанном последовательно-параллельном соединении

$$I = \frac{E}{R + rn/m}, \quad i = I/m \geq I_{\text{гар}}, \tag{5.34}$$

г) при смешанном параллельно-последовательном соединении

$$I = \frac{E}{R + rm/n}, \quad i = I/m \geq I_{\text{гар}}, \tag{5.35}$$

где I – сила тока в электровзрывной сети, А;

E – электродвижущая сила источника тока или напряжение на клеммах, В;

R – сопротивление всех проводов (магистральных, соединительных, участковых) и внутреннее сопротивление источника, Ом;

n – число последовательно соединённых электродетонаторов в сети или группе;

m – число параллельно включённых групп электродетонаторов при смешанном соединении;

i – сила тока, поступающего в каждый электродетонатор, А;

$I_{\text{гар}}$ – гарантийная сила тока, необходимая для безотказного взрывания электродетонаторов, А;

r – сопротивление электродетонатора, Ом.

При проведении горизонтальных выработок обычно применяется последовательная схема соединения электродетонаторов во взрывной сети. В этом случае общее сопротивление взрывной сети можно определить по формуле:

$$R_{\text{общ}} = r_{\text{п}} + r_{\text{с}}L_{\text{с}} + r_{\text{м}}L_{\text{м}}, \tag{5.36}$$

где $r_{\text{с}}$, $r_{\text{м}}$ – сопротивление соответственно 1 м соединительных и магистральных проводов, Ом (принимается по данным табл. 3.16 или рассчитывается по формуле (5.31));

$L_{\text{с}}$, $L_{\text{м}}$ – длина соответственно соединительных и магистральных проводов, м.

Таблица 5.16

Характеристики проводов для электровзрывания

Обозначение	Назначение	Диаметр жилы, мм	Площадь сечения, мм^2	Сопротивление 1 м провода, Ом/м
ВП-05	соединительные	0,5	0,196	0,090
ВП-08	магистральные	0,8	0,502	0,034
ВП-07х2	магистральные	0,7х2	0,769	0,024

Магистральные провода (постоянная взрывная магистраль) подключаются обычно на расстоянии не ближе 30 м от забоя и могут отставать от места взрыва не более чем на 100 м. Место укрытия взрывника при проходке горизонтальных выработок должно находиться не ближе 150 м от забоя. Электровзрывная сеть должна быть двухпроводной.

В шахтах (рудниках), опасных по газу или пыли, должны применяться электродетонаторы только с медными проводами. Это требование также распространяется на соединительные и магистральные провода (кабели) электровзрывной сети.

Если проверочный расчет показывает неприменимость последовательной схемы соединения электродетонаторов (ввиду того, что $i < I_{\text{гар}}$), следует принимать последовательно-параллельную схему соединения. Тогда число последовательно включённых электродетонаторов в сети или группе и число групп, включённых параллельно, определяют по формулам

$$n = \frac{E}{2I_{\text{гар}} + R}, \tag{5.37}$$

$$m = \frac{E}{2I_{\text{гар}} + r}. \tag{5.38}$$

Если общее число электродетонаторов, подлежащих взрыванию, равно $M = n \cdot m$, то, определив один из множителей, вычисляют другой.

5.4 ВЫБОР БУРОВОГО ОБОРУДОВАНИЯ

Тип бурильной машины выбирается в зависимости от коэффициента крепости горных пород, глубины шпуров и необходимой производительности машины при выполняемом объёме буровых работ.

Бурение шпуров производится ручными, колонковыми электро- и пневмосвёрлами, переносными перфораторами и бурильными установками.

Выбор типа бурильной машины и установочного приспособления в зависимости от крепости пород ориентировочно можно производить по табл. 3.1.

Ручные электросвёрла ЭР14Д-2М, ЭР18Д-2М, СЭР-19М применяются для бурения шпуров диаметром 36-44 мм и глубиной до 3 м по углю и породам с коэффициентом крепости до 4.

При бурении по крепким углям и породам средней крепости применяются электросвёрла ЭРП18Д-2М и СРП-1 с принудительной подачей.

Ручные пневматические свёрла СР-3, СР-3М, СПР-8 применяются на шахтах, опасных по газу или пыли, для бурения шпуров диаметром 36 мм и глубиной до 3 м при проведении выработок по углю и породам с коэффициентом крепости до 4. Сверло СГ-3Б с применением пневмоподдержки применяются для бурения шпуров в породах с коэффициентом крепости до 6.

При проведении горизонтальных и наклонных выработок при бурении шпуров диаметром 40-46 мм и глубиной до 5 м в крепких и средней крепости с коэффициентом более 5 применяют переносные перфораторы ПП36В, ПП54В, ПП54ВБ, ПП63В, ПП63ВБ, ПП63П, ПП63С, ПП63СВП массой 24-33 кг с энергией удара от 36 до 63 Дж. Обычно глубина шпуров при бурении переносными перфораторами составляет 1,5-2,5 м.

Таблица 5.17

Область применения бурильных машин и установочных приспособлений

Коэффициент крепости пород	Тип бурильных машин и установочных приспособлений
1,5–3	Ручные электросвёрла и пневмосвёрла, лёгкие перфораторы на пневмоподдержках
4–6	Бурильные установки вращательного действия, перфораторы лёгкого и среднего веса на пневмоподдержках, колонковые или длинноходовые электросвёрла на манипуляторах
7–9	Бурильные установки вращательно-ударного действия, перфораторы среднего веса и тяжёлые на пневмоподдержках, колонковые или длинноходовые электросвёрла на манипуляторах
10–20	Бурильные установки вращательно-ударного действия, тяжёлые перфораторы на пневмоподдержках, колонковые перфораторы на распорных колонках или манипуляторах

Телескопные перфораторы ПТ-29М, ПТ36М, ПТ38, ПТ48 применяются при проведении восстающих выработок и для бурения шпуров в крепких породах под анкерную (штанговую) крепь.

Для облегчения труда бурильщиков и повышения скорости бурения применяются колонковые электросвёрла, электросвёрла на манипуляторах и колонковые перфораторы.

Колонковые электросвёрла применяются при бурении шпуров диаметром 36-50 мм в породах с коэффициентом крепости 5-10. Промышленностью выпускаются колонковые электросвёрла ЭБГП-1, ЭБГП-2У5, которые устанавливаются на распорных колонках или на манипуляторах бурильных установок.

Съёмные бурильные машины типа БУЭ вращательного действия применяют на бурильных установках при бурении шпуров диаметром 42 мм, длиной до 3 м в породах с f <8.

Колонковые перфораторы, более мощные чем ручные, применяются для бурения шпуров с колонок, манипуляторов и буровых кареток при проведении выработок в крепких и очень крепких породах.

В горнодобывающей промышленности применяют колонковые перфораторы ПК-50, ПК-65, ПК-75, ПК-120, ПК-150. Применение колонковых перфораторов и электросвёрл на распорных колонках при проходке выработок ограничено из-за значительных затрат времени на монтаж, демонтаж и переустановку колонок. Поэтому чистое время бурения составляет 20-35 % от общих затрат времени на бурения шпуров.

Механизированное бурение шпуров производят бурильными установками (каретками) и навесным оборудованием, смонтированным на погрузочных машинах.

Отечественной промышленностью выпускаются бурильные установки (каретки) вращательного бурения с колонковыми электросверлами БУЭ-1м, БУЭ-2, вращательно-ударного и ударно-поворотного бурения БУ-1, БУР-2, СБУ-2м, СБУ-2К, УБШ.

В угольной промышленности наибольшее распространение получили установки БУ-1, БУР-2, БУЭ-1 и БУЭ-2. С использованием этих установок проводят около 50 % выработок.

Установки вращательного бурения применяют при проведении выработок в породах с f < 8; ударно вращательного действия с машинами БГА-1 в породах с f = 6-10, с машинами БГА-1М, БГА-2М в породах с f = 10-14; ударно-поворотного действия в породах с f = 10-20.

Технические характеристики бурильных установок приведены в табл. 5.2 – 5.3.

При определении бурильного оборудования следует принимать один перфоратор (сверло) не менее чем на 2 м^2 площади забоя горизонтальной или наклонной выработки; на каждые три рабочие машины одну резервную.

Одну бурильную установку принимают не менее чем на 9 м^2 площади забоя горизонтальной выработки. На каждую работающую в забое установку – рабочий и резервный комплекты инструмента.

Таблица 5.18

Характеристики отечественных бурильных установок для бурения шпуров при проходке горизонтальных выработок

Характеристики	Тип бурильной установки					
	УБШ-204 (БУЭ-1М)	УБШ-214А	УБШ-308У (1СБУ-2)	УБШ-303 (1БУР-2)	УБШ-254	УБШ-332Д
Коэффициент крепости пород f	4-8	4-16	8-14	4-16	8-14	8-14
Диаметр шпуров, мм	42	42-52	42-52	42-52	42-52	42-52
Длина шпуров, м	2,75	2,75	2,8	2,8	2,4	3,0

Зона бурения, м^2		6-12	4,2-12	до 20	до 20	до 12	8-22
Бурильная машина	тип	БУЭ	М2 (БГА-2М)	М2 (БГА-2М)	М2 (БГА-2М)	«Норит-1» (гидравл.)	М2 (БГА-2М)
	кол-во	1	1	2	2	1	2
Тип платформы		рельс.	рельс.	гусен.	рельс.	гусен.	пневм.
Размеры (м) в транспортном положении: длина		8,2	6,0	7,8	7,1	7,2	11,0
ширина		1,3	1,0	1,6	1,15	1,4	1,75
высота		0,9	1,5	1,7	1,65	1,8	2,3
Масса, т		5,4	4	8,6	5	7,2	12

Таблица 5.19

Характеристики зарубежных бурильных установок для бурения шпуров при проходке горизонтальных выработок

Характеристики		Тип бурильной установки				
		Minimatic 205-40	Mini 206-60	Paramatic 305-60	Rocket Bomer 104S	Rocket Bomer 282S
Коэффициент крепости пород *f*		8-20	8-20	8-20	8-20	8-20
Диаметр шпуров, мм		32-50	32-50	32-50	32-50	32-50
Длина шпуров, м		3,4	3,4	3,4	4,0	4,0
Высота обуривания, м		6,0	6,4	7,1	4,7	6,3
Ширина обуривания, м		8,8	9,8	10,4	4,7	8,7
Зона бурения, м^2		8-49	8-60	12-68	до 20	до 45
Бурильная машина	тип	HL 510S-45 гидравл.	HL 510S-45 гидравл.	HL 510S-45 гидравл.	COP 1838 ME пневмат.	COP 1838 ME пневмат.
	кол-во	2	2	3	1	2
Тип платформы		пневм.	пневм.	пневм.	пневм.	пневм.
Размеры (м) в транспортном положении: длина		12,3	12,7	5,3	9,8	12,1
ширина		1,98	2,24	2,5	2,0	2,0
высота		2,35	2,35	2,8	2,6	3,1
Масса, т		19	20	36	14	18

При применении бурильных установок глубина шпуров изменяется от 2 до 3,75 м. В этом случае необходимо использование прямых врубов, так как обуривание вертикального клинового вруба в большинстве случаев технически неосуществимо из-за невозможности соблюдения требуемого угла наклона врубовых шпуров.

При ручном бурении шпуров площадь забоя, приходящаяся на одну бурильную машину, изменяется в широких пределах – от 2 до 5 м^2.

5.5. СОСТАВЛЕНИЕ ПАСПОРТА БУРОВЗРЫВНЫХ РАБОТ

На основании выполненных расчетов составляется паспорт буровзрывных работ, который включает в себя: характеристику выработки; характеристику пород; схему расположения шпуров в трёх проекциях; наименования ВМ; способ взрывания; данные о способе заряжания, числе шпуров, их глубине и диаметре, массе и конструкции зарядов, последовательности и количестве приёмов взрывания зарядов, материале забойке и её длине, длинах ударно-волновых трубок систем неэлектрического взрывания; схему монтажа взрывной (электровзрывной) сети с указанием длины (сопротивления), замедлений, схемы и времени проветривания забоя.

Дополнительно указывается величина радиуса опасной зоны, места укрытий взрывника и рабочих, установки постов охраны и предупредительных знаков.

В шахтах, опасных по взрыву газа или пыли, в паспорте должны быть указаны количество и схема расположения специальных средств по предотвращению взрывов газа (пыли), а также режим взрывных работ.

Пример оформления графической части:

Паспорт
буровзрывных работ на проведение

_____

(*наименование выработки*)

1. Характеристика выработки

1.1. Форма сечения выработки _____

1.2. Площадь поперечного сечения выработки вчерне, м^2 _____

1.3. Размеры сечения выработки - высота, м _____

- ширина, м _____

1.4. Категория шахты по газу или пыли _____

2. Характеристика пород

2.1. Наименование пород _____

2.2. Коэффициент крепости пород по шкале М. М. Протодьяконова _____

2.3. Трещиноватость пород _____

2.4. Обводнённость пород _____

3. Исходные данные

3.1. Наименование ВВ и средств инициирования _____

3.2. Способ взрывания _____

3.3. Диаметры - шпуров, мм _____

- патронов, мм _____

3.4. Тип вруба _____

3.5. Материал забойки _____

3.6. Схема соединения электродетонаторов _____

3.7. Источник электрического тока _____

4. Расчётные данные по шпурам

№№ шпуров	Наименование шпуров по назначению	Глубина шпуров, м	Угол наклона шпуров, град.	Расстояние между шпурами, м	Величина заряда в шпуре, кг	Длина заряда, м	Длина забойки в шпуре, м	Очередность взрывания, интервал замедления, мс	Примечания
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

5. Схема расположения шпуров

Схема расположения вычерчивается в масштабе 1:50 или 1:20 в трёх проекциях (см. Приложение 3). При применении прямых врубов дополнительно в масштабе 1:20 или 1:10 приводится схема вруба.

6. Конструкции зарядов

В схемах конструкций врубовых, вспомогательных (отбойных) и оконтуривающих зарядов указывается место установки патронов-боевиков, количество патронов, длина заряда и забойки.

7. Основные показатели буровзрывных работ

№ п/п	Показатели	Единица измерения	Количество
1	Коэффициент использования шпуров	-	
2	Подвигание забоя за взрыв	-	
3	Объём горной массы за взрыв	$м^3$	
4	Количество шпуров на цикл	шт.	
5	Количество шпурометров на цикл	м	
6	Количество шпурометров на 1 погонный метр выработки	м шп./м	
7	Количество шпурометров на 1 $м^3$ взорванной породы	м шп./$м^3$	
8	Расход ВВ на цикл	кг	
9	Расход ВВ на 1 метр выработки	кг/м	
10	Расход ВВ на 1 $м^3$ взорванной породы	кг/$м^3$	
11	Расход средств инициирования на цикл: ЭД КД (СИНВ-Ш) детонирующего шнура	 шт. шт. м	
12	Расход средств инициирования на 1 метр выработки: ЭД КД (СИНВ-Ш) детонирующего шнура	 шт. шт. м	

8. Меры безопасности

8.1. Место укрытия взрывника и рабочих на момент взрыва_____

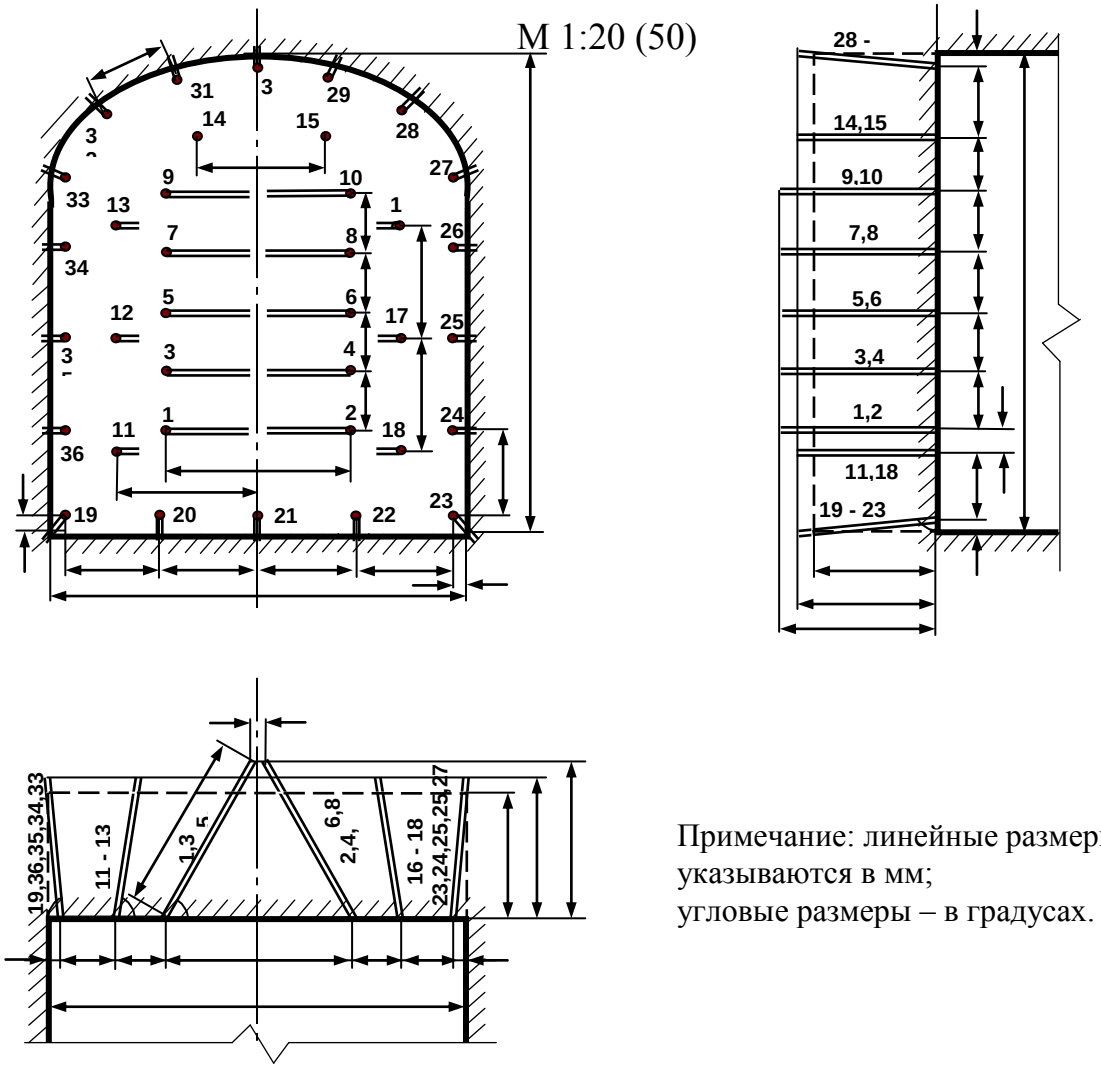
8.2. Место выставления постов_____

8.3. Время проветривания после взрыва_____

8.4. Мероприятия по подавлению пыли_____

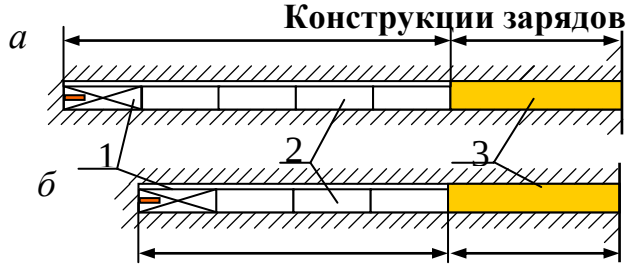
8.5. Другие дополнительные меры безопасности_____

Схема расположения шпуров



Примечание: линейные размеры
указываются в мм;
угловые размеры – в градусах.

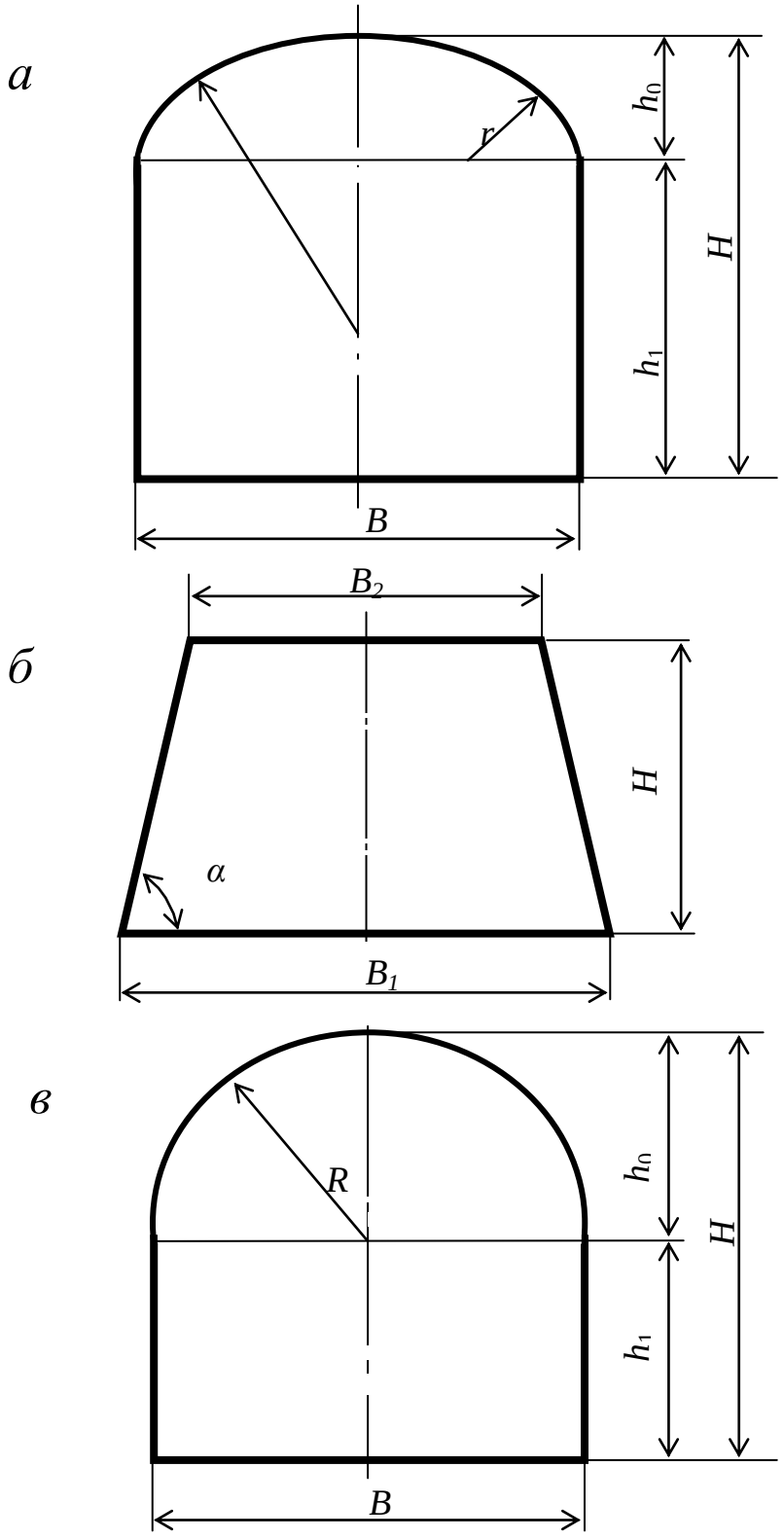
Конструкции зарядов



а – врубовые шпуры;
б – вспомогательные (отбойные) и оконтуривающие шпуры;
1 – патрон-боевик (аммонит № 6ЖВ);
2 – патроны ВВ (аммонит № 6ЖВ);
3 – забойка (песчано-глиняная, водяная)

Примечание. В шахтах, не опасных по взрыву газа или пыли, допускается взрывание зарядов без забойки (устанавливается руководителем предприятия и указывается в паспорте БВР).

Формы поперечного сечения горизонтальных выработок



$h_0 = B / 3$;
$h_1 = B - h_0$;
$R = 0{,}694\ B$;
$R = 0{,}262\ B$.

$$\alpha = \operatorname{arctg}\frac{2H}{B_1 - B_2}$$

Рис. П4.1. Формы поперечного сечения горизонтальных выработок:
а – сводчатая с трёхциркульным (коробовым) сводом;
б – трапецевидная;
в – арочная с полуциркульным сводом

Формулы для вычисления площади поперечного сечения и периметра выработок:

Форма поперечного сечения выработки	Площадь поперечного сечения	Периметр
Сводчатая с коробовым сводом	$B \cdot (h_1 + 0{,}26 \cdot B)$	$2 \cdot h_1 + 2{,}33 \cdot B$
Трапециевидная	$\frac{B_1 + B_2}{2} \cdot H$	$B_1 + B_2 + \frac{2H}{\cos \alpha}$
Арочная с полуциркульным сводом	$B \cdot (h_1 + 0{,}39 \cdot B)$	$2 \cdot h_1 + 2{,}57 \cdot B$

Рекомендуемая литература

1. Корнилков М.В. Разрушение горных пород взрывом: конспект лекций. - Урал. гос. горный ун-т. - Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2008. - 202 с.

2. Латышев О.Г., Петрушин А.Г., Азанов М.А. Промышленные взрывчатые материалы: учебное пособие. - Урал. гос. горный ун-т. - Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2009. - 221 с.

3. Кутузов Б.Н. Методы ведения взрывных работ. Часть 1. Разрушение горных пород взрывом: Учебник. – М.: Изд. МГГУ, 2007. – 345 с.

4. Кутузов Б.Н. Безопасность взрывных работ в горном деле и промышленности. – М.: Горная книга, 2009. – 670 с.

5. Латышев О.Г. Физика разрушения горных пород при бурении и взрывании: Учебное пособие. Екатеринбург: Изд. УГГУ, 2004. – 201 с.

6. Правила безопасности при взрывных работах (утверждены приказом Ростехнадзора от 16.12.2013 г. № 605; в редакции приказа Ростехнадзора от 30.11.2017 г. № 518). – М., 2018.

7. Взрывчатые вещества и средства инициирования. Каталог. М.: ГосНИП «РАСЧЕТ», 2003. 269 с.

8. Справочник взрывника / Под общей редакцией Б. Н. Кутузова. М.: Недра, 1988. 511 с.

Учебное издание

Петрушин Алексей Геннадиевич
Азанов Михаил Алексеевич
Прищепа Дмитрий Вячеславович

ТЕХНОЛОГИЯ И БЕЗОПАСНОСТЬ ВЗРЫВНЫХ РАБОТ

Учебно-методическое пособие к самостоятельной работе, выполнению контрольных и практических работ по дисциплине «технология и безопасность взрывных работ» для студентов специальности 21.05.04 «горное дело»

Редактор *Д. В. Прищепа*

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебно-методическому комплексу
_____С.А. Упоров

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ОРГАНИЗАЦИИ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ И ЗАДАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ

Б1.О.33 ОСНОВЫ РОССИЙСКОЙ ГОСУДАРСТВЕННОСТИ

Направление подготовки
21.05.04 Горное дело

Направленность (профиль)
Технологическая безопасность и горноспасательное дело

квалификация выпускника: **специалист**

форма обучения: **очная**, **заочная**

Авторы: Бачинин И.В. к.п.н, Старостин А.Н., к. ист. н.

Одобрены на заседании кафедры	Рассмотрены методической комиссией
Теологии	Горнотехнологического факультета
(название кафедры)	*(название факультета)*
Зав. кафедрой _____	Председатель _____
(подпись)	*(подпись)*
Бачинин И.В.	Колчина Н.В.
(Фамилия И.О.)	*(Фамилия И.О.)*
Протокол №1 от 14.09.2023	Протокол № 2 от 20.10.2023
(Дата)	*(Дата)*

Екатеринбург

Содержание

Методические указания по освоению дисциплины 3
Освоение лекционного курса 3
Самостоятельное изучение тем курса....3
Подготовка к практическим (семинарским) занятиям....6
Подготовка к тестированию 8
Подготовка к промежуточной аттестации 9

Методические указания по освоению дисциплины

Освоение лекционного курса

Лекции по дисциплине дают основной теоретический материал, являющийся базой для восприятия практического материала. После прослушивания лекции необходимо обратиться к рекомендуемой литературе, прочитать соответствующие темы, уяснить основные термины, проблемные вопросы и подходы к их решению, а также рассмотреть дополнительный материал по теме.

Главное в период подготовки к лекционным занятиям – научиться методам самостоятельного умственного труда, сознательно развивать свои творческие способности и овладевать навыками творческой работы. Для этого необходимо строго соблюдать дисциплину учебы и поведения. Четкое планирование своего рабочего времени и отдыха является необходимым условием для успешной самостоятельной работы. В основу его нужно положить рабочие программы изучаемых в семестре дисциплин.

Каждому студенту следует составлять еженедельный и семестровый планы работы, а также план на каждый рабочий день. С вечера всегда надо распределять работу на завтрашний день. В конце каждого дня целесообразно подводить итог работы: тщательно проверить, все ли выполнено по намеченному плану, не было ли каких-либо отступлений, а если были, по какой причине это произошло. Нужно осуществлять самоконтроль, который является необходимым условием успешной учебы. Если что-то осталось невыполненным, необходимо изыскать время для завершения этой части работы, не уменьшая объема недельного плана.

Одним из важных элементов освоения лекционного курса является самостоятельная работа на лекции. Слушание и запись лекций – сложный вид вузовской аудиторной работы. Внимательное слушание и конспектирование лекций предполагает интенсивную умственную деятельность студента. Краткие записи лекций, их конспектирование помогает усвоить учебный материал. Конспект является полезным тогда, когда записано самое существенное, основное и сделано это самим студентом. Не надо стремиться записать дословно всю лекцию. Такое «конспектирование» приносит больше вреда, чем пользы. Запись лекций рекомендуется вести по возможности собственными формулировками. Желательно запись осуществлять на одной странице, а следующую оставлять для проработки учебного материала самостоятельно в домашних условиях. Конспект лекции лучше подразделять на пункты, параграфы, соблюдая красную строку. Этому в большой степени будут способствовать пункты плана лекции, предложенные преподавателям. Принципиальные места, определения, формулы и другое следует сопровождать замечаниями «важно», «особо важно», «хорошо запомнить» и т.п. Можно делать это и с помощью разноцветных маркеров или ручек. Лучше если они будут собственными, чтобы не приходилось просить их у однокурсников и тем самым не отвлекать их во время лекции. Целесообразно разработать собственную «маркографию» (значки, символы), сокращения слов. Не лишним будет и изучение основ стенографии. Работая над конспектом лекций, всегда необходимо использовать не только учебник, но и ту литературу, которую дополнительно рекомендовал лектор. Именно такая серьезная, кропотливая работа с лекционным материалом позволит глубоко овладеть знаниями.

Самостоятельное изучение тем курса

Самостоятельное изучение тем курса осуществляется на основе списка основной и рекомендуемой литературы к дисциплине. При работе с книгой необходимо научиться правильно ее читать, вести записи. Самостоятельная работа с учебниками и книгами (а также самостоятельное теоретическое исследование проблем, обозначенных

преподавателем на лекциях) – это важнейшее условие формирования научного способа познания. Основные приемы можно свести к следующим:

• составить перечень книг, с которыми следует познакомиться;

• перечень должен быть систематизированным (что необходимо для семинаров, что для экзаменов, что пригодится для написания курсовых и выпускных квалификационных работ, а что выходит за рамками официальной учебной деятельности, и расширяет общую культуру);

• обязательно выписывать все выходные данные по каждой книге (при написании курсовых и дипломных работ это позволит экономить время);

• определить, какие книги (или какие главы книг) следует прочитать более внимательно, а какие – просто просмотреть;

• при составлении перечней литературы следует посоветоваться с преподавателями и научными руководителями, которые помогут сориентироваться, на что стоит обратить большее внимание, а на что вообще не стоит тратить время;

• все прочитанные книги, учебники и статьи следует конспектировать, но это не означает, что надо конспектировать «все подряд»: можно выписывать кратко основные идеи автора и иногда приводить наиболее яркие и показательные цитаты (с указанием страниц);

• если книга – собственная, то допускается делать на полях книги краткие пометки или же в конце книги, на пустых страницах просто сделать свой «предметный указатель», где отмечаются наиболее интересные мысли и обязательно указываются страницы в тексте автора;

• следует выработать способность «воспринимать» сложные тексты; для этого лучший прием – научиться «читать медленно», когда понятно каждое прочитанное слово (а если слово незнакомое, то либо с помощью словаря, либо с помощью преподавателя обязательно его узнать); Таким образом, чтение научного текста является частью познавательной деятельности. Ее цель – извлечение из текста необходимой информации.

От того на сколько осознанна читающим собственная внутренняя установка при обращении к печатному слову (найти нужные сведения, усвоить информацию полностью или частично, критически проанализировать материал и т.п.) во многом зависит эффективность осуществляемого действия. Грамотная работа с книгой, особенно если речь идет о научной литературе, предполагает соблюдение ряда правил, для овладения которыми необходимо настойчиво учиться. Это серьёзный, кропотливый труд. Прежде всего, при такой работе невозможен формальный, поверхностный подход. Не механическое заучивание, не простое накопление цитат, выдержек, а сознательное усвоение прочитанного, осмысление его, стремление дойти до сути – вот главное правило. Другое правило – соблюдение при работе над книгой определенной последовательности. Вначале следует ознакомиться с оглавлением, содержанием предисловия или введения. Это дает общую ориентировку, представление о структуре и вопросах, которые рассматриваются в книге.

Следующий этап – чтение. Первый раз целесообразно прочитать книгу с начала до конца, чтобы получить о ней цельное представление. При повторном чтении происходит постепенное глубокое осмысление каждой главы, критического материала и позитивного изложения; выделение основных идей, системы аргументов, наиболее ярких примеров и т.д. Непременным правилом чтения должно быть выяснение незнакомых слов, терминов, выражений, неизвестных имен, названий. Студенты с этой целью заводят специальные тетради или блокноты. Важная роль в связи с этим принадлежит библиографической подготовке студентов. Она включает в себя умение активно, быстро пользоваться научным аппаратом книги, справочными изданиями, каталогами, умение вести поиск необходимой информации, обрабатывать и систематизировать ее.

Выделяют четыре основные установки в чтении научного текста:

- информационно-поисковая (задача – найти, выделить искомую информацию);

- усваивающая (усилия читателя направлены на то, чтобы как можно полнее осознать и запомнить, как сами сведения, излагаемые автором, так и всю логику его рассуждений);

- аналитико-критическая (читатель стремится критически осмыслить материал, проанализировав его, определив свое отношение к нему);

- творческая (создает у читателя готовность в том или ином виде – как отправной пункт для своих рассуждений, как образ для действия по аналогии и т.п. – использовать суждения автора, ход его мыслей, результат наблюдения, разработанную методику, дополнить их, подвергнуть новой проверке).

С наличием различных установок обращения к научному тексту связано существование и нескольких видов чтения:

- библиографическое – просматривание карточек каталога, рекомендательных списков, сводных списков журналов и статей за год и т.п.;

- просмотровое – используется для поиска материалов, содержащих нужную информацию, обычно к нему прибегают сразу после работы со списками литературы и каталогами, в результате такого просмотра читатель устанавливает, какие из источников будут использованы в дальнейшей работе;

- ознакомительное – подразумевает сплошное, достаточно подробное прочтение отобранных статей, глав, отдельных страниц, цель – познакомиться с характером информации, узнать, какие вопросы вынесены автором на рассмотрение, провести сортировку материала;

- изучающее – предполагает доскональное освоение материала; в ходе такого чтения проявляется доверие читателя к автору, готовность принять изложенную информацию, реализуется установка на предельно полное понимание материала;

- аналитико-критическое и творческое чтение – два вида чтения близкие между собой тем, что участвуют в решении исследовательских задач.

Первый из них предполагает направленный критический анализ, как самой информации, так и способов ее получения и подачи автором; второе – поиск тех суждений, фактов, по которым или, в связи с которыми, читатель считает нужным высказать собственные мысли.

Из всех рассмотренных видов чтения основным для студентов является изучающее – именно оно позволяет в работе с учебной литературой накапливать знания в различных областях. Вот почему именно этот вид чтения в рамках учебной деятельности должен быть освоен в первую очередь. Кроме того, при овладении данным видом чтения формируются основные приемы, повышающие эффективность работы с научным текстом. Научная методика работы с литературой предусматривает также ведение записи прочитанного. Это позволяет привести в систему знания, полученные при чтении, сосредоточить внимание на главных положениях, зафиксировать, закрепить их в памяти, а при необходимости вновь обратиться к ним.

Основные виды систематизированной записи прочитанного:

- Аннотирование – предельно краткое связное описание просмотренной или прочитанной книги (статьи), ее содержания, источников, характера и назначения.

- Планирование – краткая логическая организация текста, раскрывающая содержание и структуру изучаемого материала.

- Тезирование – лаконичное воспроизведение основных утверждений автора без привлечения фактического материала.

- Цитирование – дословное выписывание из текста выдержек, извлечений, наиболее существенно отражающих ту или иную мысль автора.

- Конспектирование – краткое и последовательное изложение содержания прочитанного. Конспект – сложный способ изложения содержания книги или статьи в логической последовательности. Конспект аккумулирует в себе предыдущие виды записи, позволяет всесторонне охватить содержание книги, статьи. Поэтому умение составлять

план, тезисы, делать выписки и другие записи определяет и технологию составления конспекта.

Как правильно составлять конспект? Внимательно прочитайте текст. Уточните в справочной литературе непонятные слова. При записи не забудьте вынести справочные данные на поля конспекта. Выделите главное, составьте план, представляющий собой перечень заголовков, подзаголовков, вопросов, последовательно раскрываемых затем в конспекте. Это первый элемент конспекта. Вторым элементом конспекта являются тезисы. Тезис - это кратко сформулированное положение. Для лучшего усвоения и запоминания материала следует записывать тезисы своими словами. Тезисы, выдвигаемые в конспекте, нужно доказывать. Поэтому третий элемент конспекта - основные доводы, доказывающие истинность рассматриваемого тезиса. В конспекте могут быть положения и примеры. Законспектируйте материал, четко следуя пунктам плана. При конспектировании старайтесь выразить мысль своими словами. Записи следует вести четко, ясно. Грамотно записывайте цитаты. Цитируя, учитывайте лаконичность, значимость мысли. При оформлении конспекта необходимо стремиться к емкости каждого предложения. Мысли автора книги следует излагать кратко, заботясь о стиле и выразительности написанного. Число дополнительных элементов конспекта должно быть логически обоснованным, записи должны распределяться в определенной последовательности, отвечающей логической структуре произведения. Для уточнения и дополнения необходимо оставлять поля.

Конспектирование - наиболее сложный этап работы. Овладение навыками конспектирования требует от студента целеустремленности, повседневной самостоятельной работы. Конспект ускоряет повторение материала, экономит время при повторном, после определенного перерыва, обращении к уже знакомой работе. Учитывая индивидуальные особенности каждого студента, можно дать лишь некоторые, наиболее оправдавшие себя общие правила, с которыми преподаватель и обязан познакомить студентов:

1. Главное в конспекте не объем, а содержание. В нем должны быть отражены основные принципиальные положения источника, то новое, что внес его автор, основные методологические положения работы. Умение излагать мысли автора сжато, кратко и собственными словами приходит с опытом и знаниями. Но их накоплению помогает соблюдение одного важного правила – не торопиться записывать при первом же чтении, вносить в конспект лишь то, что стало ясным.

2. Форма ведения конспекта может быть самой разнообразной, она может изменяться, совершенствоваться. Но начинаться конспект всегда должен с указания полного наименования работы, фамилии автора, года и места издания; цитаты берутся в кавычки с обязательной ссылкой на страницу книги.

3. Конспект не должен быть «слепым», безликим, состоящим из сплошного текста. Особо важные места, яркие примеры выделяются цветным подчеркиванием, взятием в рамочку, оттенением, пометками на полях специальными знаками, чтобы можно было быстро найти нужное положение. Дополнительные материалы из других источников можно давать на полях, где записываются свои суждения, мысли, появившиеся уже после составления конспекта.

Подготовка к практическим (семинарским) занятиям

Важной формой самостоятельной работы студента является систематическая и планомерная подготовка к практическому (семинарскому) занятию. После лекции студент должен познакомиться с планом практических занятий и списком обязательной и дополнительной литературы, которую необходимо прочитать, изучить и законспектировать. Разъяснение по вопросам новой темы студенты получают у преподавателя в конце предыдущего практического занятия.

Подготовка к практическому занятию требует, прежде всего, чтения рекомендуемых источников и монографических работ, их реферирования, подготовки докладов и сообщений. Важным этапом в самостоятельной работе студента является повторение материала по конспекту лекции. Одна из главных составляющих внеаудиторной подготовки – работа с книгой. Она предполагает: внимательное прочтение, критическое осмысление содержания, обоснование собственной позиции по дискуссионным моментам, постановки интересующих вопросов, которые могут стать предметом обсуждения на семинаре.

В начале практического занятия должен присутствовать организационный момент и вступительная часть. Преподаватель произносит краткую вступительную речь, где формулируются основные вопросы и проблемы, способы их решения в процессе работы.

Практические занятия не повторяют, а существенно дополняют лекционные занятия, помогая студентам в подготовке к промежуточной аттестации. Практические занятия являются одной из важнейших форм обучения студентов: они позволяют студентам закрепить, углубить и конкретизировать знания по курсу, подготовиться к практической деятельности. В процессе работы на практических занятиях студент должен совершенствовать умения и навыки самостоятельного анализа источников и научной литературы, что необходимо для научно-исследовательской работы.

Практическое (семинарское) занятие — это одна из организационных форм познавательной деятельности обучающихся, позволяющая закрепить полученные ранее знания, восполнить недостающую информацию, сформировать умения решать проблемы, укрепить позиции, научить культуре ведения дискуссии. Тематика обсуждения выдается на первых занятиях. Подготовка осуществляется во внеаудиторное время. Регламент – 3-5 мин. на выступление. В оценивании результатов наравне с преподавателем принимают участие студенты группы.

Обсуждение проблемы (нравственной, политической, научной, профессиональной и др.) происходит коллективно, допускается корректная критика высказываний (мнений) своих сокурсников с обязательным приведением аргументов критики.

Участие каждого обучающегося в диалоге, обсуждении должно быть неформальным, но предметным.

1. Россия: географические факторы и природные богатства.

№ п/п	Вопросы	Код компетенции
1.	Анализ предпосылок и факторов становления российской государственности (исторических, социально-экономических, географических).	УК-5
2.	Природные ресурсы и национальные богатства России.	
3.	Культуры этносов России и их основные достижения.	
4.	Религии этносов России.	

2. Многообразие российских регионов

№ п/п	Вопросы	Код компетенции
1.	Российская Федерация: основные этапы становления современного государственного устройства.	УК-5
2.	Географическое, политическое, социально-экономическое, многообразие российских регионов.	
3.	Свердловская область: природно-экономический потенциал.	
4.	История родного города на примере города Екатеринбурга – столицы Татарстана.	

Результатом обсуждения проблемы на практическом (семинарском) занятии не могут быть однозначные выводы и формулировки. Действие его всегда пролонгировано,

что дает студентам возможность для дальнейшего обдумывания рассмотренных проблемных ситуаций, для поиска дополнительной информации по обсуждаемой теме.

Незадолго до проведения практического (семинарского) занятия преподаватель разделяет группу на несколько подгрупп, которая, согласно сценарию, будет представлять определенную точку зрения, информацию. При подготовке к групповой дискуссии студенту необходимо собрать материал по теме с помощью анализа научной литературы и источников.

Используя знание материала, исходя из изложенных изначальных концепций, каждая группа должна изложить свою точку зрения на обсуждаемый вопрос, подкрепив ее соответствующими аргументами.

Каждый из групп по очереди приводит аргументы в защиту своей позиции. Соответственно другая группа должна пытаться привести контраргументы, свидетельствующие о нецелесообразности, пагубности позиции предыдущей группы и стремится доказать, аргументированно изложить свою позицию.

Подготовка к тестированию

Тестирование - система стандартизированных заданий, позволяющая автоматизировать процедуру измерения уровня знаний и умений обучающегося.

Тестовая система предусматривает вопросы / задания, на которые слушатель должен дать один или несколько вариантов правильного ответа из предложенного списка ответов. При поиске ответа необходимо проявлять внимательность. Прежде всего, следует иметь в виду, что в предлагаемом задании всегда будет один правильный и один неправильный ответ. Это оговаривается перед каждым тестовым вопросом. Всех правильных или всех неправильных ответов (если это специально не оговорено в формулировке вопроса) быть не может. Нередко в вопросе уже содержится смысловая подсказка, что правильным является только один ответ, поэтому при его нахождении продолжать дальнейшие поиски уже не требуется.

На отдельные тестовые задания не существует однозначных ответов, поскольку хорошее знание и понимание содержащегося в них материала позволяет найти такие ответы самостоятельно. Именно на это слушателям и следует ориентироваться, поскольку полностью запомнить всю получаемую информацию и в точности ее воспроизвести при ответе невозможно. Кроме того, вопросы в тестах могут быть обобщенными, не затрагивать каких-то деталей.

Тестовые задания сгруппированы по темам учебной дисциплины. Количество тестовых вопросов/заданий по каждой теме дисциплины определено так, чтобы быть достаточным для оценки знаний обучающегося по всему пройденному материалу.

При подготовке к тестированию студенту следует внимательно перечитать конспект лекций, основную и дополнительную литературу по той теме (разделу), по которому предстоит писать тест.

Для текущей аттестации по дисциплине «Основы российской государственности» применяются тесты, которые выполняются по разделам № 1-5.

Образец тестового задания

1. Ключевую роль в формировании мировоззрения играют:
- мысли
- эмоции
- ценности
-все перечисленное

2. Какое место в мире по площади занимает Россия:
- первое

- второе
- третье
- пятое

3. К преимуществам географического положения России относят:
- межграничное положение между Европой и Азией
- большая протяженность транспортных магистралей
- сложность управления страной
+ выход к большому количеству морей и двум океанам

4. С каким государством у России самая большая сухопутная граница:
- Казахстан
- Белоруссия
- Китай
- Монголия

5. Первое летописное упоминание о Москве связано с именем князя:
- Ярослава Мудрого
- Владимира Мономаха
- Александра Невского
- Юрия Долгорукого

Подготовка к промежуточной аттестации

При подготовке к *зачету* по дисциплине «*Основы российской государственности*» обучающемуся рекомендуется:

1. повторить пройденный материал и ответить на вопросы, используя конспект и материалы лекций. Если по каким-либо вопросам у студента недостаточно информации в лекционных материалах, то необходимо получить информацию из раздаточных материалов и/или учебников (литературы), рекомендованных для изучения дисциплины «*Основы российской государственности*».

Целесообразно также дополнить конспект лекций наиболее существенными и важными тезисами для рассматриваемого вопроса;

2. при изучении основных и дополнительных источников информации в рамках выполнения заданий на *зачете* особое внимание необходимо уделять схемам, рисункам, графикам и другим иллюстрациям, так как подобные графические материалы, как правило, в наглядной форме отражают главное содержание изучаемого вопроса;

3. при изучении основных и дополнительных источников информации в рамках выполнения заданий на *зачете* (в случаях, когда отсутствует иллюстративный материал) особое внимание необходимо обращать на наличие в тексте словосочетаний вида «во-первых», «во-вторых» и т.д., а также дефисов и перечислений (цифровых или буквенных), так как эти признаки, как правило, позволяют структурировать ответ на предложенное задание.

Подобную текстовую структуризацию материала слушатель может трансформировать в рисунки, схемы и т. п. для более краткого, наглядного и удобного восприятия (иллюстрации целесообразно отразить в конспекте лекций – это позволит оперативно и быстро найти, в случае необходимости, соответствующую информацию);

4. следует также обращать внимание при изучении материала для подготовки к *зачету* на словосочетания вида «таким образом», «подводя итог сказанному» и т.п., так как это признаки выражения главных мыслей и выводов по изучаемому вопросу (пункту, разделу). В отдельных случаях выводы по теме (разделу, главе) позволяют полностью

построить (восстановить, воссоздать) ответ на поставленный вопрос (задание), так как содержат в себе основные мысли и тезисы для ответа.

ФГБОУ ВО «Уральский государственный
горный университет»
Кафедра разработки месторождений
открытым способом

ОТКРЫТЫЕ ГОРНЫЕ РАБОТЫ

Методическое пособие по выполнению практических и самостоятельных работ

Специальность
21.05.04 Горное дело

Екатеринбург

СОДЕРЖАНИЕ

Практическая работа № 1.	***Графическое изображение элементов горных работ……***	5
Контрольные вопросы		15
Практическая работа № 2.	***Определение объема капитальной траншеи……..***	16
Контрольные вопросы		18
Практическая работа № 3.	***Определение объема, размеров, производительности и срока службы карьера, запасов полезного ископаемого и коэффициен-та вскрыши…… ……***	19
Контрольные вопросы		24
Практическая работа № 4.	***Расчет заряда одиночной скважины……***	25
Контрольные вопросы		29
Практическая работа № 5.	***Расчет производительности бурового станка……..***	31
Контрольные вопросы		34
Практическая работа № 6.	***Расчет производительности карьерных экскаваторов……***	35
Контрольные вопросы		38
практическая работа № 7.	***Определение производительности карьерных автосамосвалов…..***	39
Контрольные вопросы		43
практическая работа № 8.	***Конструкция рабочего и нерабочего бортов карьера……***	44
Контрольные вопросы		48

… … … … … ..
ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 9. ***Расчет бульдозерного отвалообразования при автомобильном транспорте…… ……*** 49
Контрольные вопросы… … … … …

экскаваторов»……..

ПРИЛОЖЕНИЕ 11 *Коэффициенты разрыхления пород в ковше экскаватора и наполнения ковша (по ЕНВ)*…… 67

ПРИЛОЖЕНИЕ 12 *Исходные данные для расчетов к лабораторной работе № 7 «Определение производитель-ности карьерных автосамосвалов»*…… 68

ПРИЛОЖЕНИЕ 13 *Техническая характеристика карьерных автосамосвалов*…… 69

ПРИЛОЖЕНИЕ 14 *Значение коэффициента технической готовности автосамосвалов*…….. 69

ПРИЛОЖЕНИЕ 15 *Среднетехнические скорости движения карьерных автосамосвалов*…….. 70

ПРИЛОЖЕНИЕ 16 *Исходные данные к лабораторной работе № 8 «Конструкция рабочего и нерабочего бортов карьера»*…….. 71

ПРИЛОЖЕНИЕ 17 *Исходные данные к лабораторной работе № 9 «Расчет бульдозерного отвалообразования при автомобильном транспорте»*…….. 72

ПРИЛОЖЕНИЕ 18 *Значение коэффициентов* $k_{р}^{о}$, $k_{зав}$ *и высоты яруса* $h_{я}$ …….. 73

ПРИЛОЖЕНИЕ 19 *Производительность бульдозеров (по данным института Гипроруда)*……. 73

Практическая работа № 1

ГРАФИЧЕСКОЕ ИЗОБРАЖЕНИЕ ЭЛЕМЕНТОВ ГОРНЫХ РАБОТ

Цель работы – изучить и освоить графическое изображение элементов горных работ.

1.1. Задачи работы

1.1.1. Изучить масштабы, линии и условные изображения горных машин, применяемые для горных чертежей.

1.1.2. Изучить и освоить навыки графического изображения основных элементов горных работ.

1.2. Порядок выполнения работы

1.2.1. По рисункам 1.1- 1.4 ознакомиться с масштабами, линиями и условными изображениями горных машин, применяемыми для горных чертежей.

1.2.2. По учебнику [1, с. 10 - 11] и рис. 1.5 - 1.13 ознакомиться с типовыми графическими изображениями элементов горных работ.

1.1.3. В соответствии с номером варианта задания и соответствующими исходными данными в прил. 1 начертить элементы горных работ на формате А4 в масштабе, соответствующем заданным размерам.

Изображение заданных элементов горных работ вычертить в соответствии со знаниями и навыками, полученными при изучении дисциплин «Машиностроительное черчение» и «Начертательная геометрия».

Масштаб, типы линий и условные знаки

на чертежах горных работ

1. Масштаб изображений

1:5; 1:10; 1:50; 1:100; 1:200; 1:500; 1:1000; 1:2000;

1:5000; 1:10000; 1:25000; 1:50000; 1:100000

Рис. 1.1. Масштабы изображений

Линия	Начертание	Толщина линий в зависимости от масштаба чертежа (S)	Основное назначение
Основная		S=0,6 - 1,5 мм	Линии фактического и проектного контура всех горных выработок и сооружений на видах и разрезах (сечениях), верхняя бровка уступов в плане
Вспомогательная сплошная		от S/3 до S/2 0,2 - 0,8 мм	Линии размерные, выносные и штриховки, изолинии, линии границ горных пород на разрезах и сечениях, линии обрыва, нижняя бровка уступов в целике
Вспомогательная с изгибами		от S/3 до S/2 0,2 - 0,8 мм	Длинные линии обрыва на планах и разрезах
Вспомогательная штриховая			Линии невидимых контуров горных выработок, находящихся за плоскостью проекций
Штрихпунктирная			Осевые и центровые линии горных выработок, бровка отвалов, насыпей, навалов и уступов в разрыхленной горной массе
Разомкнутая		от S до 1,5S	Линии сечений

Рис. 1.2. Типы линий

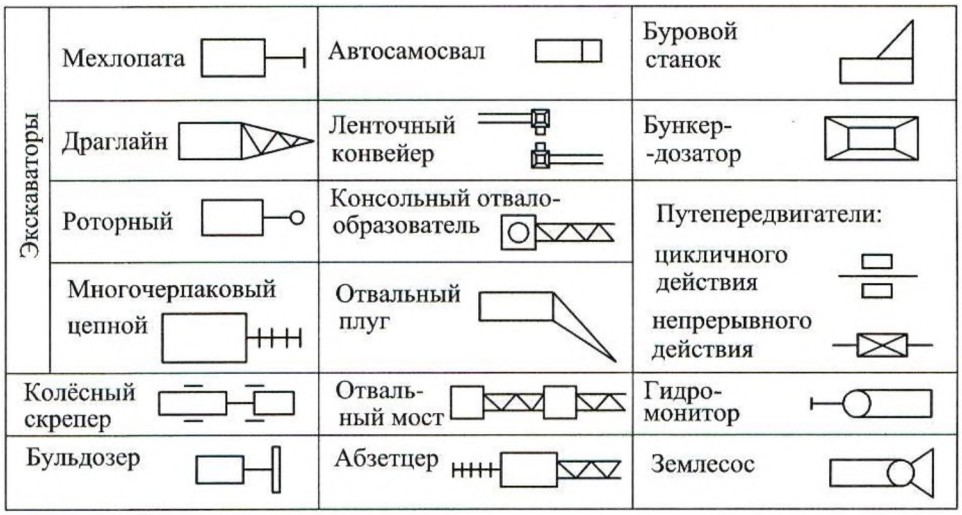
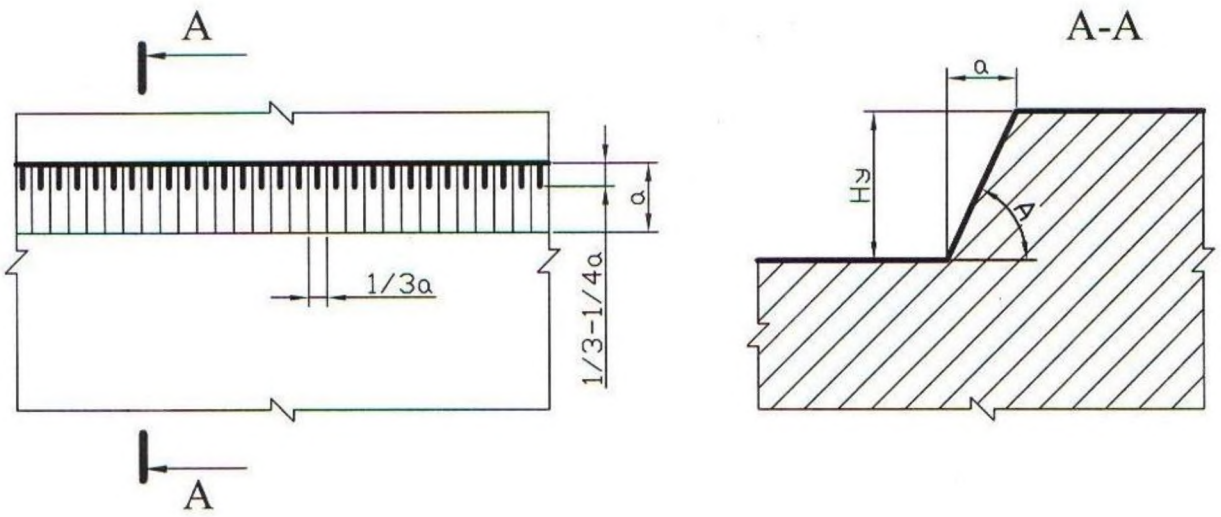


Рис. 1.3. Условные изображения горного оборудования

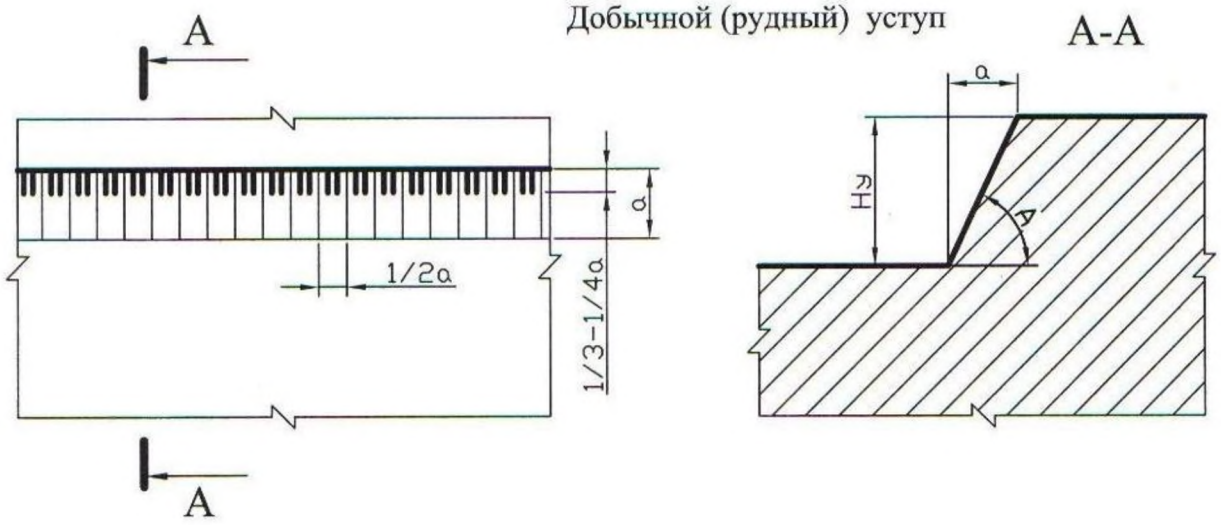
Наименование элемента	Обозначение элемента
Горизонтальное проложение породного уступа в целике	
Горизонтальное проложение уступа в полезном ископаемом, пройденного в целике	
Горизонтальное проложение породного уступа, пройденного по разрыхленой горной массе	
Горизонтальное проложение уступа в полезном ископаемом, пройденного по разрыхленной горной массе	
Бергштрихи проводят перпендикулярно линии горизонта	

Рис. 1.4. Условные обозначения откосов открытых горных выработок

Вскрышной уступ



Добычной (рудный) уступ



Смешанный (сложный) уступ

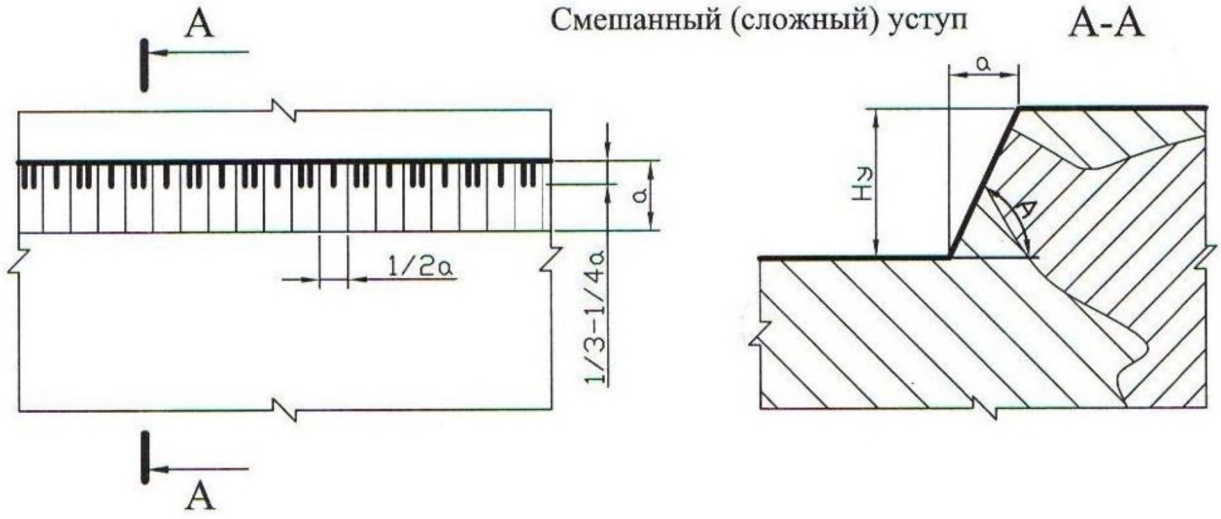


Рис. 1.5. Изображение уступов в целике

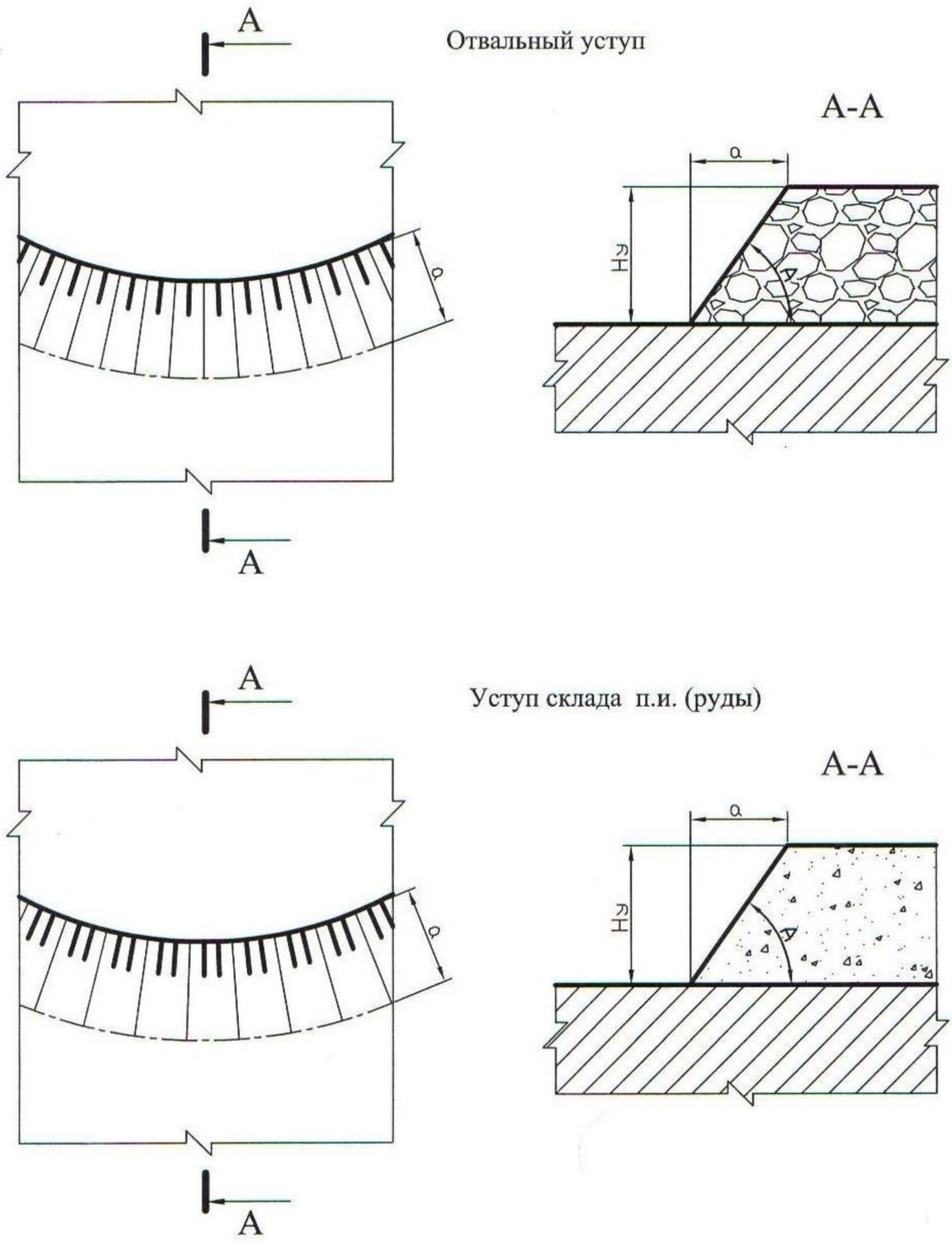
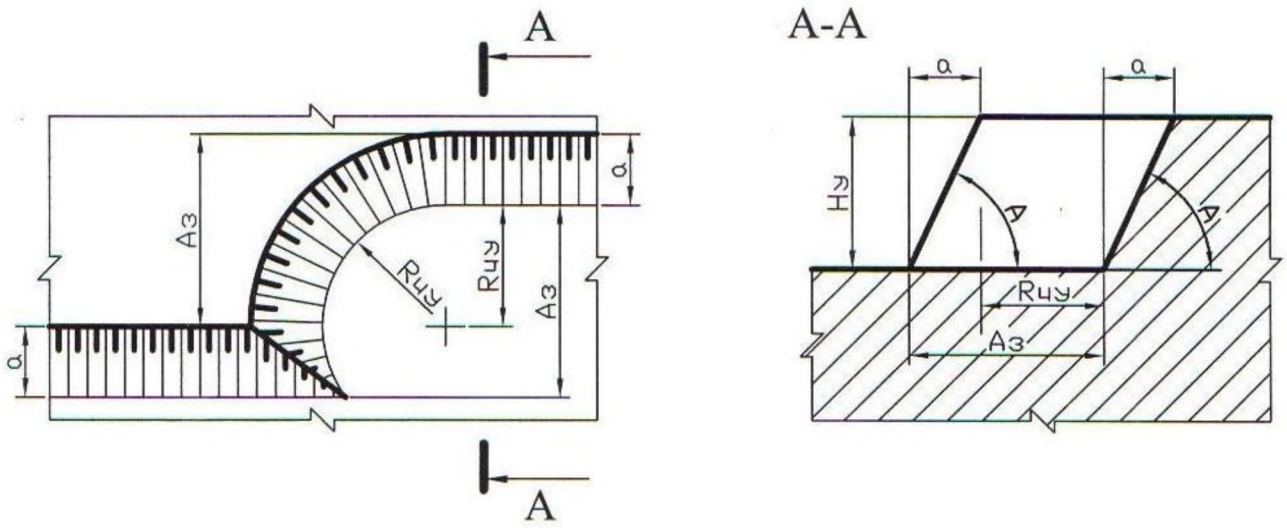
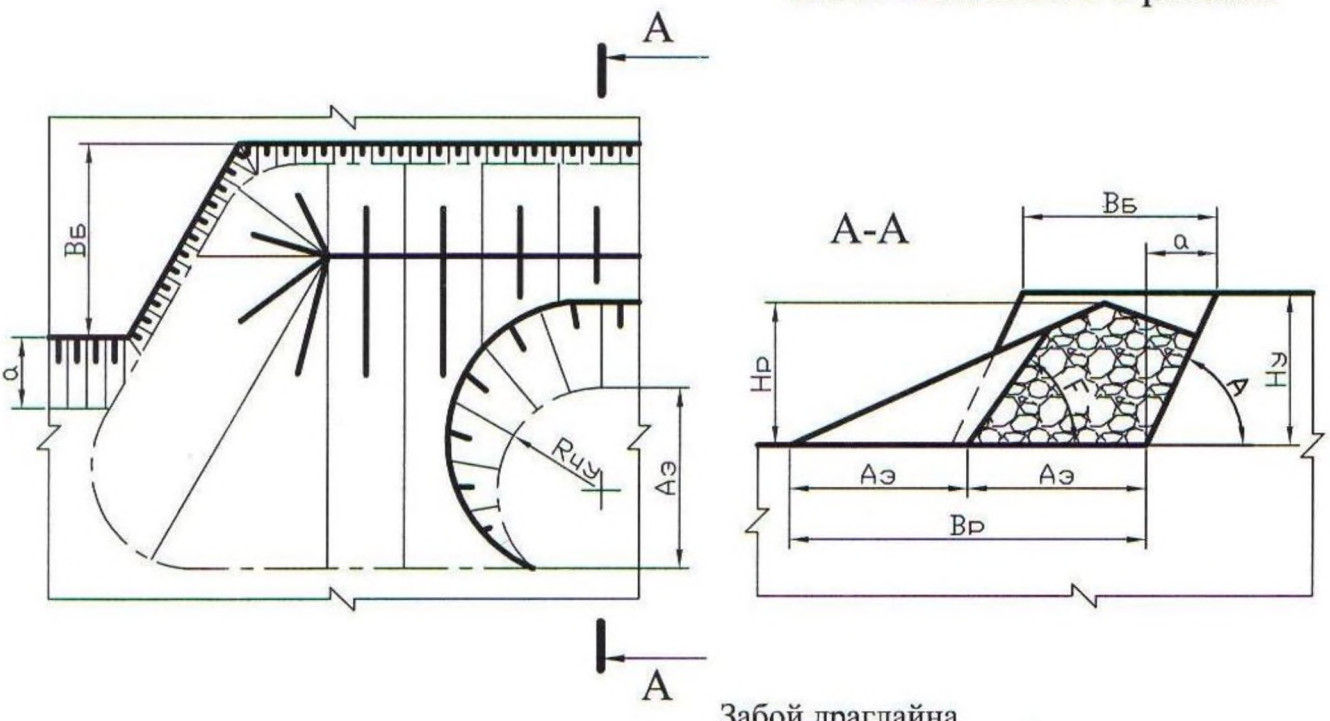


Рис. 1.6. Изображение уступов в искусственно разрыхленных горных породах

Забой мехлопаты в массиве



Забой мехлопаты в развале



Забой драглайна

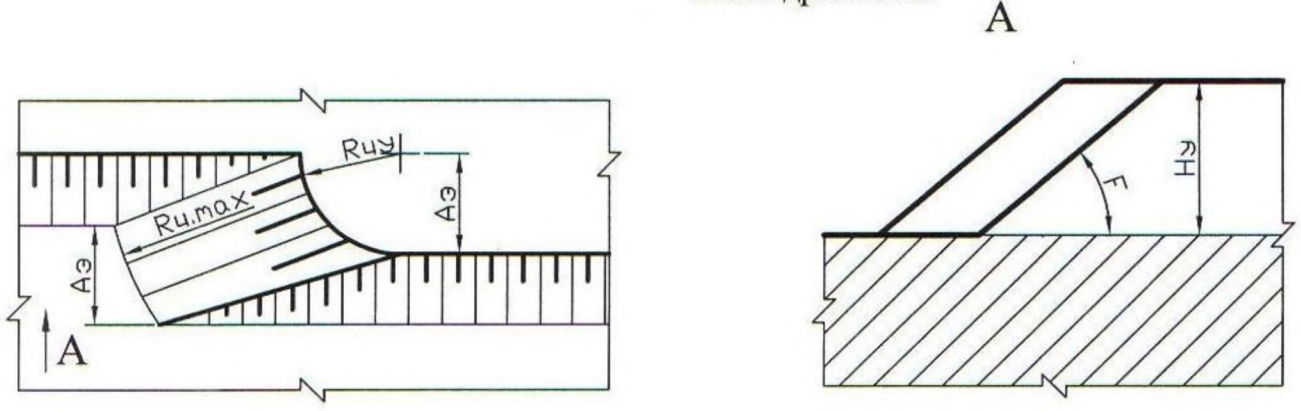


Рис. 1.7. Изображение забоев одноковшовых экскаваторов

Забой роторного экскаватора

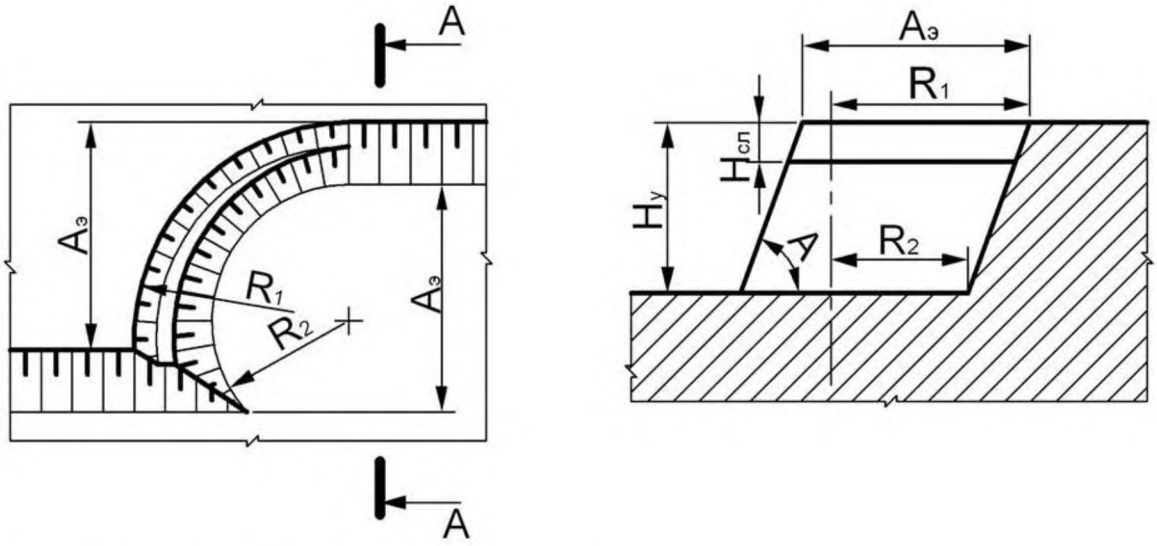


Рис. 1.8. Изображение забоя роторного экскаватора

Забой бульдозера

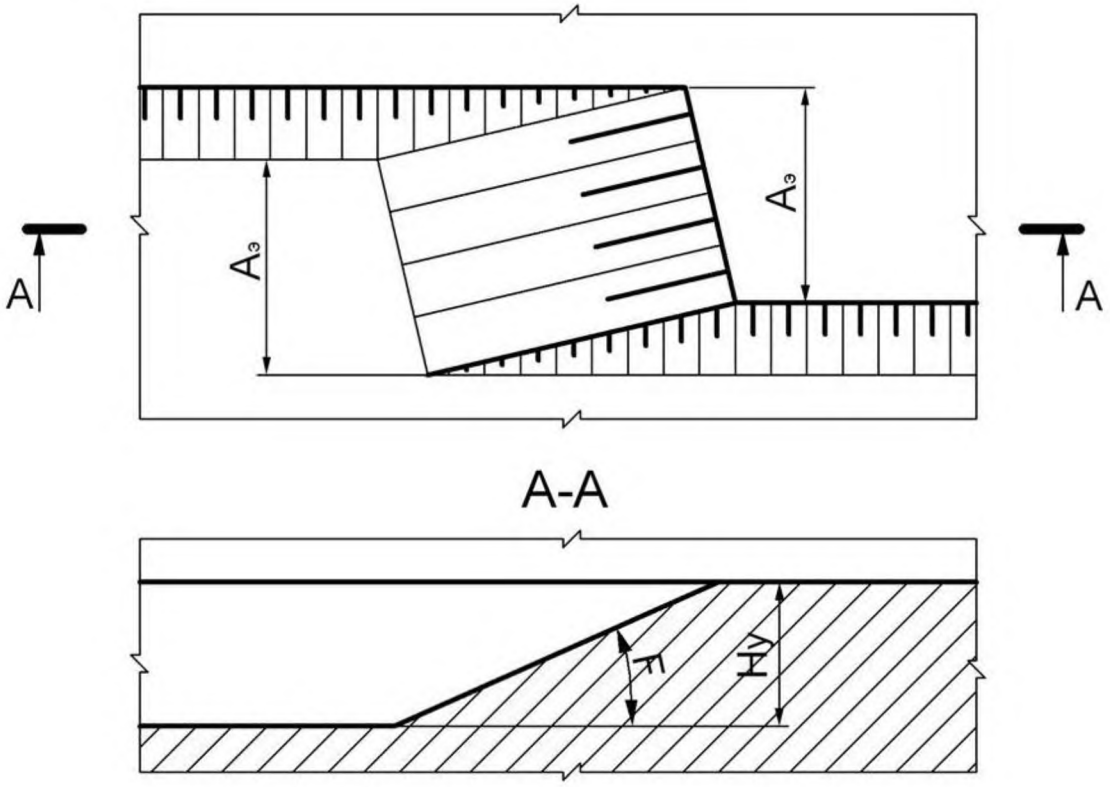


Рис. 1.9. Изображение бульдозерного забоя

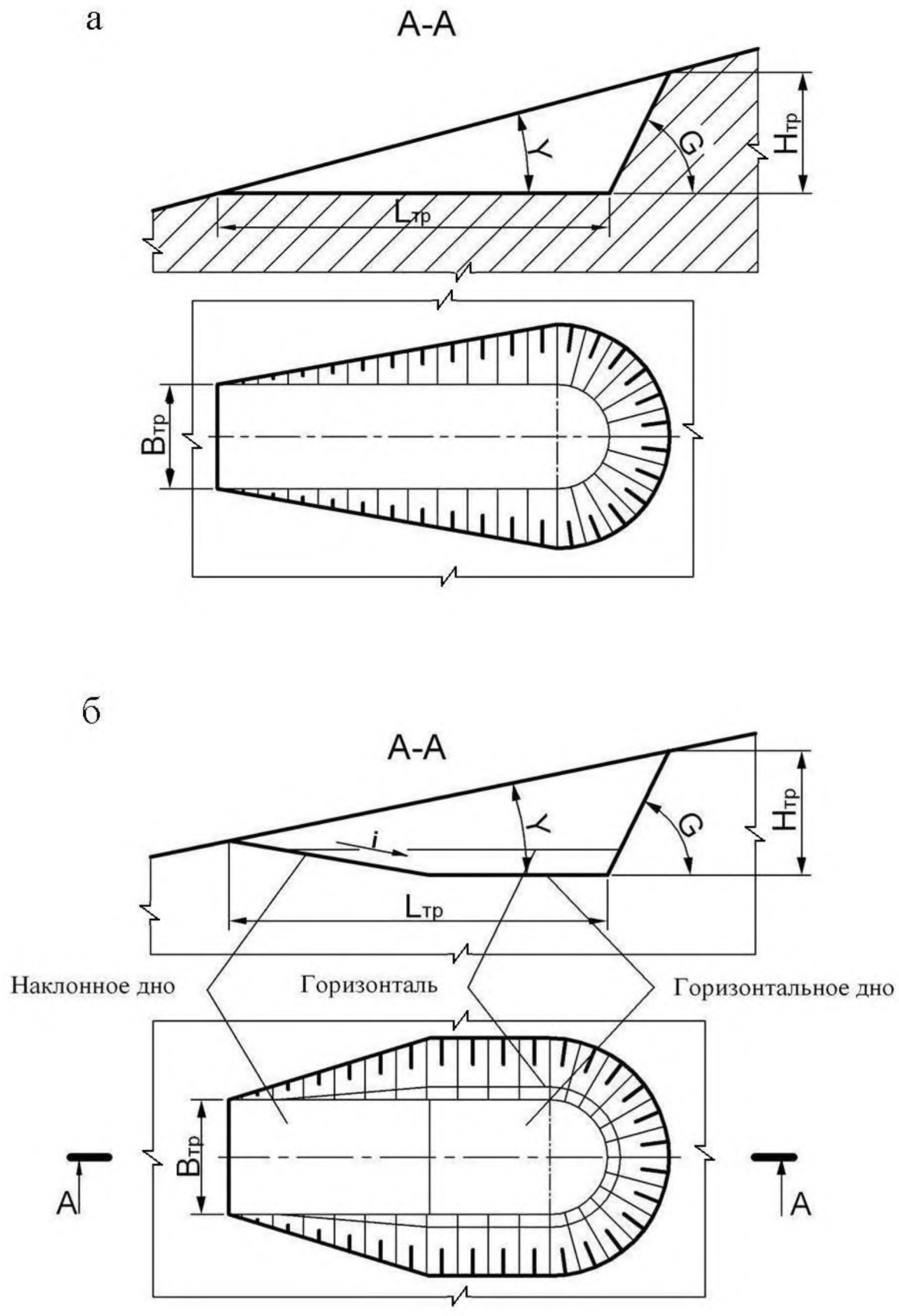


Рис. 1.10. Траншея на косогоре:

а – траншея с горизонтальным дном;
б – траншея с наклонным и горизонтальным дном

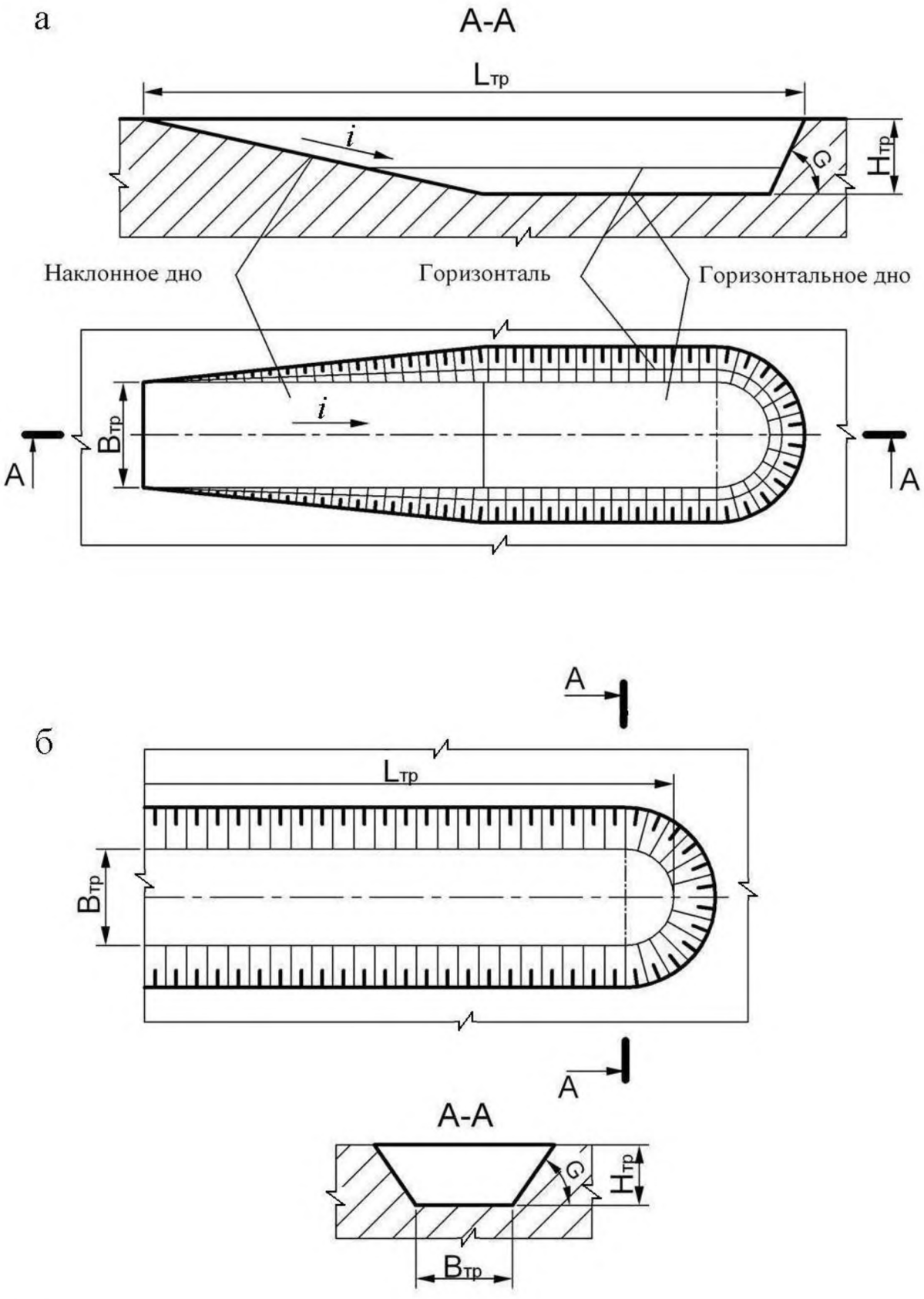


Рис. 1.11. Горизонтальные траншеи в равнинной местности:

а – траншея с горизонтальным и наклонным дном;
б – траншея с горизонтальным дном

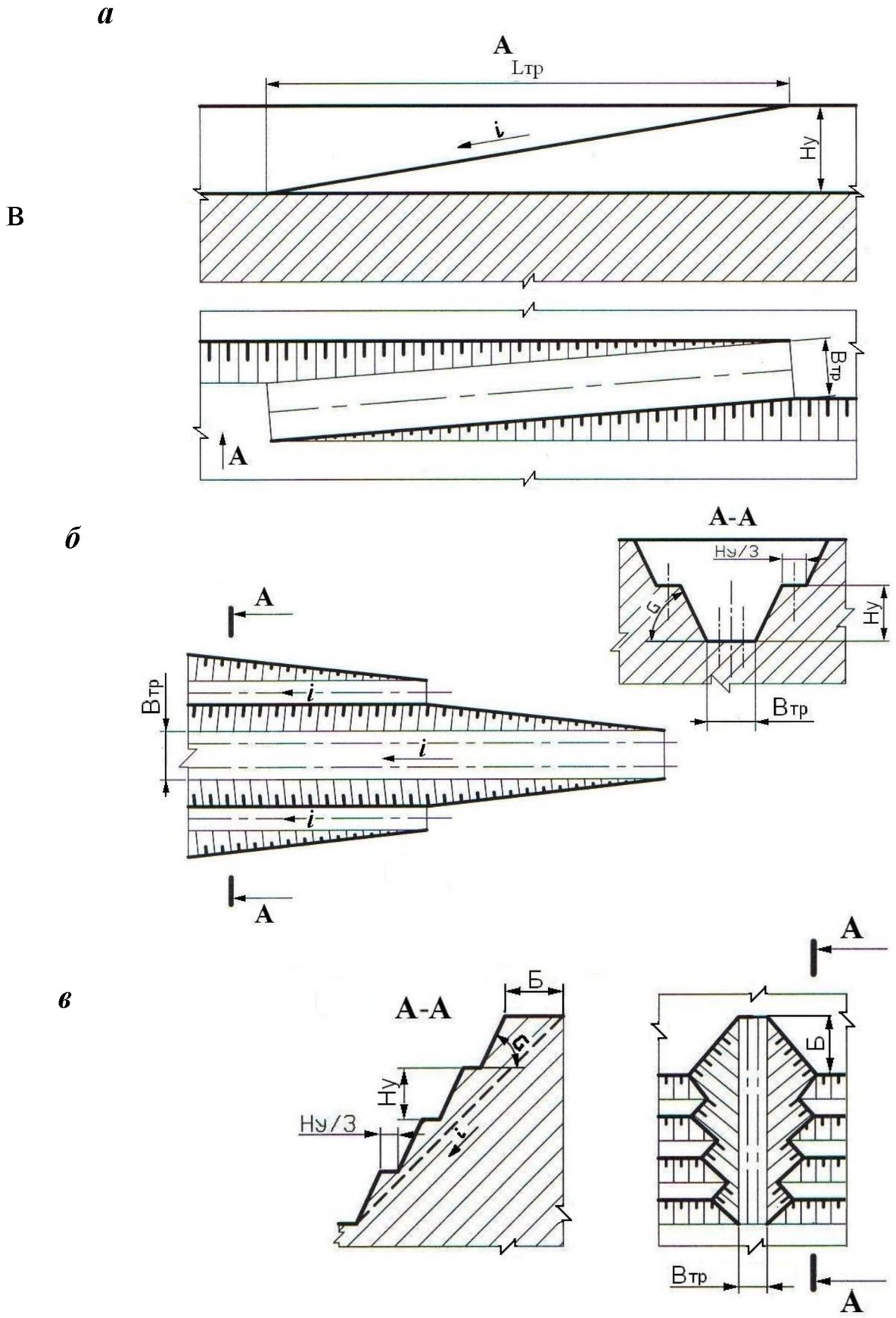


Рис. 1.12. Наклонные траншеи

а – внутренняя полутраншея (съезд); *б* – траншея групповая;
в – траншея крутонаклонная

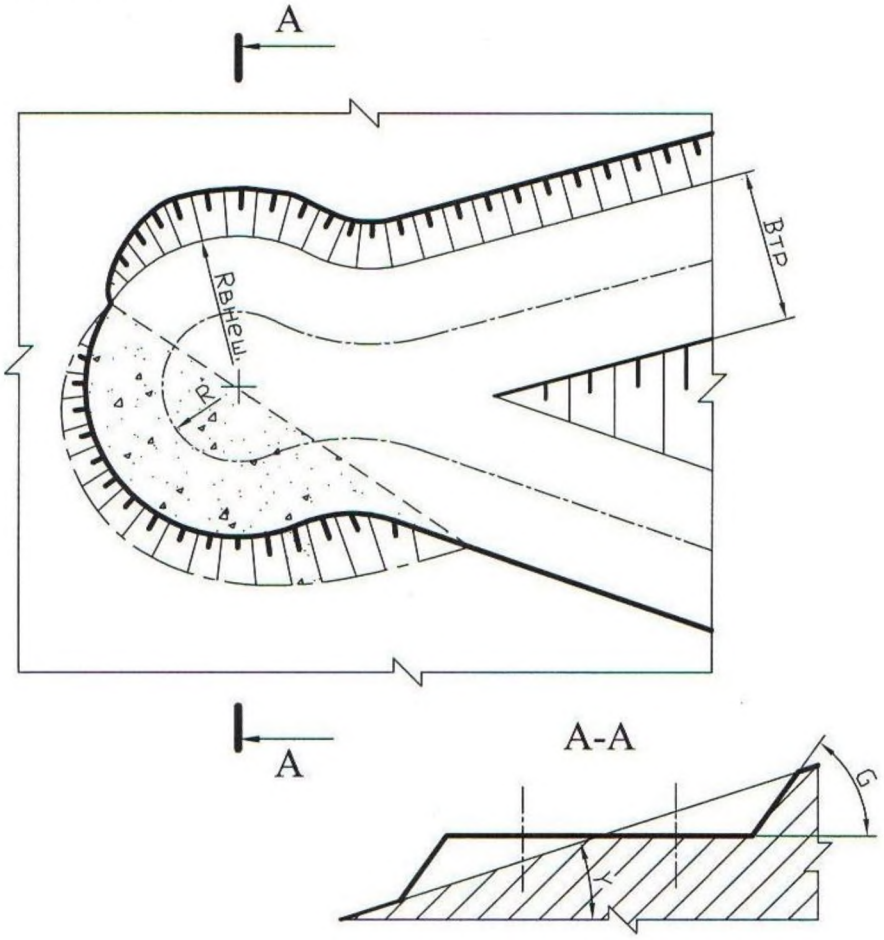


Рис. 1.13. Серпантина на косогоре

Контрольные вопросы к практической работе № 1

1. 1: 5; 2:3; 1:3; 1:20; 1:30; 1:500; 1:70000; 1:25; 1:25000 – какой из этих масштабов не применяется?
2. Во сколько раз основная линия толще вспомогательной?
3. Когда применяется штрихпунктирная линия?
4. Когда применяется основная линия?
5. Когда применяется сплошная вспомогательная линия?
6. Как должны располагаться берг-штрихи при изображении горизонтальных проложений откосов?
7. От каких параметров уступа зависит ширина горизонтального проложения?

Практическая работа № 2

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОБЪЕМА КАПИТАЛЬНОЙ ТРАНШЕИ

Цель работы – изучить методику определения объема капитальной траншеи.

2.1. Задачи работы

2.1.1. Ознакомиться с методикой определения объема капитальных траншей.

2.1.2. Выполнить расчет объема капитальной траншеи по исходным данным.

2.1.3. Исследовать зависимость объема капитальной траншеи от определяющих факторов.

21.4. Выполнить графическое изображение плана и элементов капитальной траншеи.

2.2. Порядок выполнения работы

2.2.1. По учебнику [1, с. 192 - 198] ознакомиться с конструкцией капитальных траншей и методикой определения их объема.

2.2.2. Ознакомиться с исходными данными в прил. 2. По данным заданного варианта выполнить расчет объема капитальной траншеи.

Объем простой капитальной траншеи можно представить как сумму объема полупризмы V_1 и объемов двух пирамид [1, рис. 10.3, с. 196].

$$V_т = V_1 + 2V_2, \qquad (2.1)$$

где $V_т$ – объем капитальной траншеи, м^3;

V_1 – объем полупризмы, м^3;

V_2 – объем пирамиды, м^3.

Объем породы в торце траншеи, заключенный в призме V_3 и двух пирамидах V_3 и V_4, незначителен и обычно в расчетах не учитывается.

Объем полупризмы V_1 (м^3) определяется

$$V_1 = \frac{b_т h_т^2}{2i}, \qquad (2.2)$$

где $b_т$ – ширина основания траншеи, м;

$h_т$ – глубина траншеи, м;

i – уклон траншеи, ед.

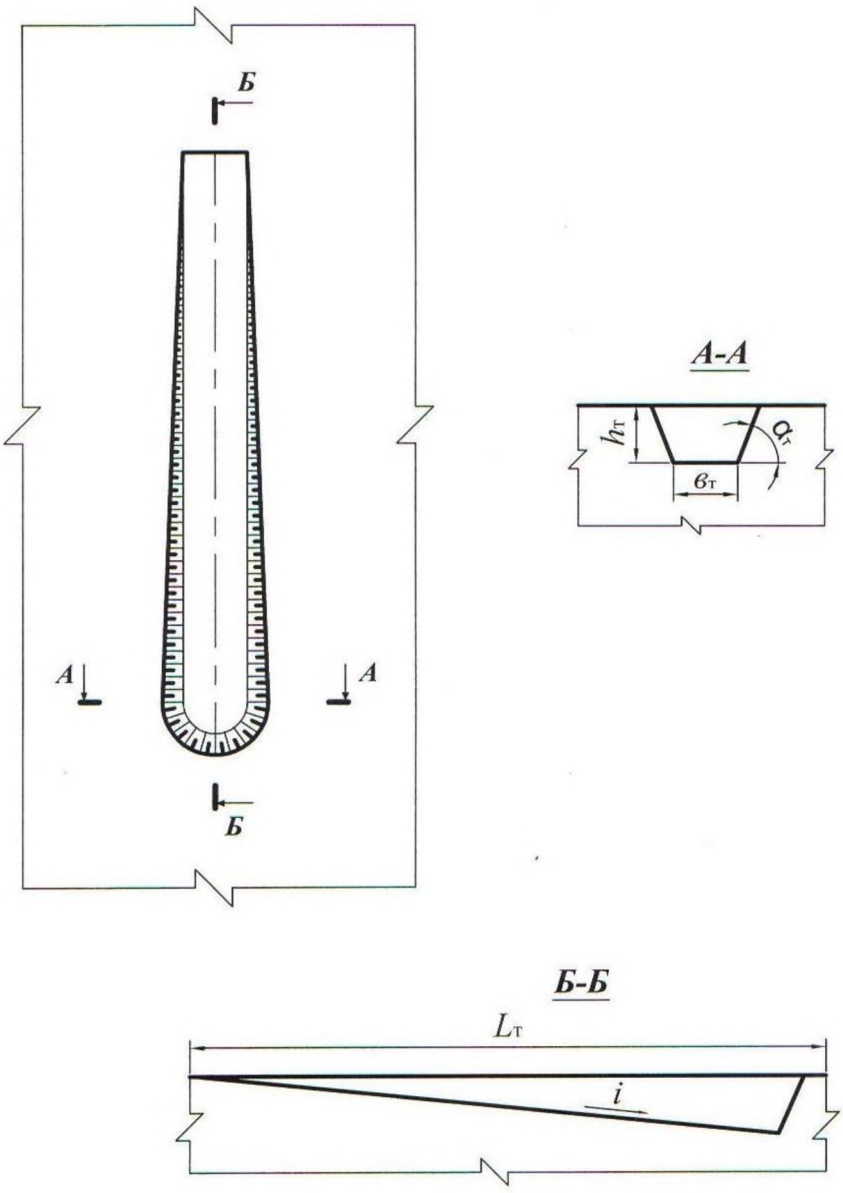


Рис. 2.1. Схема к расчету объема капитальной траншеи

Объем пирамиды V_2, (м^3) определяется

$$V_2 = \frac{h_т^3}{6i \operatorname{tg} \alpha_т}, \qquad (2.3)$$

где $\alpha_т$ – угол откоса борта траншеи, град.

После преобразования формулы (2.1) с учетом (2.2) и (2.3) объем траншеи

$$V_т = \frac{h_т^2}{i}\left(\frac{b_т}{2} + \frac{h_т}{3 \operatorname{tg} \alpha_т}\right). \qquad (2.4)$$

2.2.3. Исследовать зависимость объема капитальной траншеи от одного из определяющих факторов ($h_т$, $b_т$, i, $\alpha_т$) согласно заданию (прил. 2). Начертить график зависимости.

2.2.4. Вычертить графическое изображение плана и элементов капитальной траншеи в выбранном масштабе (аналогично рис. 2.1 и рис. 10.3 [1, с. 196].

Форма отчетности. По результатам занятия представляется отчет, содержащий исходную информацию, расчетные формулы, все необходимые расчеты и их результаты, а также чертежи.

Контрольные вопросы к практической работе № 2

1. Дайте определение траншеи.
2. Перечислите виды траншей по назначению.
3. Перечислите виды вскрывающих траншей.
4. Перечислите элементы траншеи.
5. Перечислите параметры разрезной траншеи.
6. Перечислите параметры вскрывающей траншеи
7. От каких факторов зависит ширина дна разрезной и вскрывающей траншеи? В каких пределах она изменяется?
8. Что такое уклон траншеи? От каких факторов он зависит и в каких пределах изменяется?
9. Перечислите способы проходки траншеи.
10. Какие сооружения располагаются во вскрывающей траншее?

Практическая работа № 3

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОБЪЕМА, РАЗМЕРОВ, ПРОИЗВОДИТЕЛЬНОСТИ И СРОКА СЛУЖБЫ КАРЬЕРА, ЗАПАСОВ ПОЛЕЗНОГО ИСКОПАЕМОГО И КОЭФФИЦИЕНТА ВСКРЫШИ

Цель работы – овладеть навыками простейших расчетов объема и размеров карьера, запасов полезного ископаемого и коэффициента вскрыши, производительности и срока службы карьера.

3.1. Задачи работы

3.1.1. Ознакомиться с методикой расчета объема и размеров карьера, запасов полезного ископаемого и среднего коэффициента вскрыши.

3.1.2. Выполнить расчет объема и размеров карьера, запасов полезного ископаемого и среднего коэффициента вскрыши по исходным данным.

3.1.3. Исследовать зависимость объема карьера от его глубины.

3.1.4. Выполнить простейшее графическое изображение плана и элементов объема карьера.

2.2. Порядок выполнения работы

3.2.1. По учебнику [1, с. 28 - 29; с. 316 - 317] ознакомиться с методикой расчета объема карьера, запасов полезного ископаемого и среднего коэффициента вскрыши.

3.2.2. Ознакомиться с исходными данными в прил. 3. По данным заданного варианта выполнить расчет объема и размеров карьера, запасов полезного ископаемого и среднего коэффициента вскрыши.

При равнинном рельефе поверхности и наклонном или крутом падении залежи объем карьера может быть определен как сумма отдельных геометрических фигур (рис. 3.1)

$$V_к = V_1 + V_2 + V_3, \qquad (3.1)$$

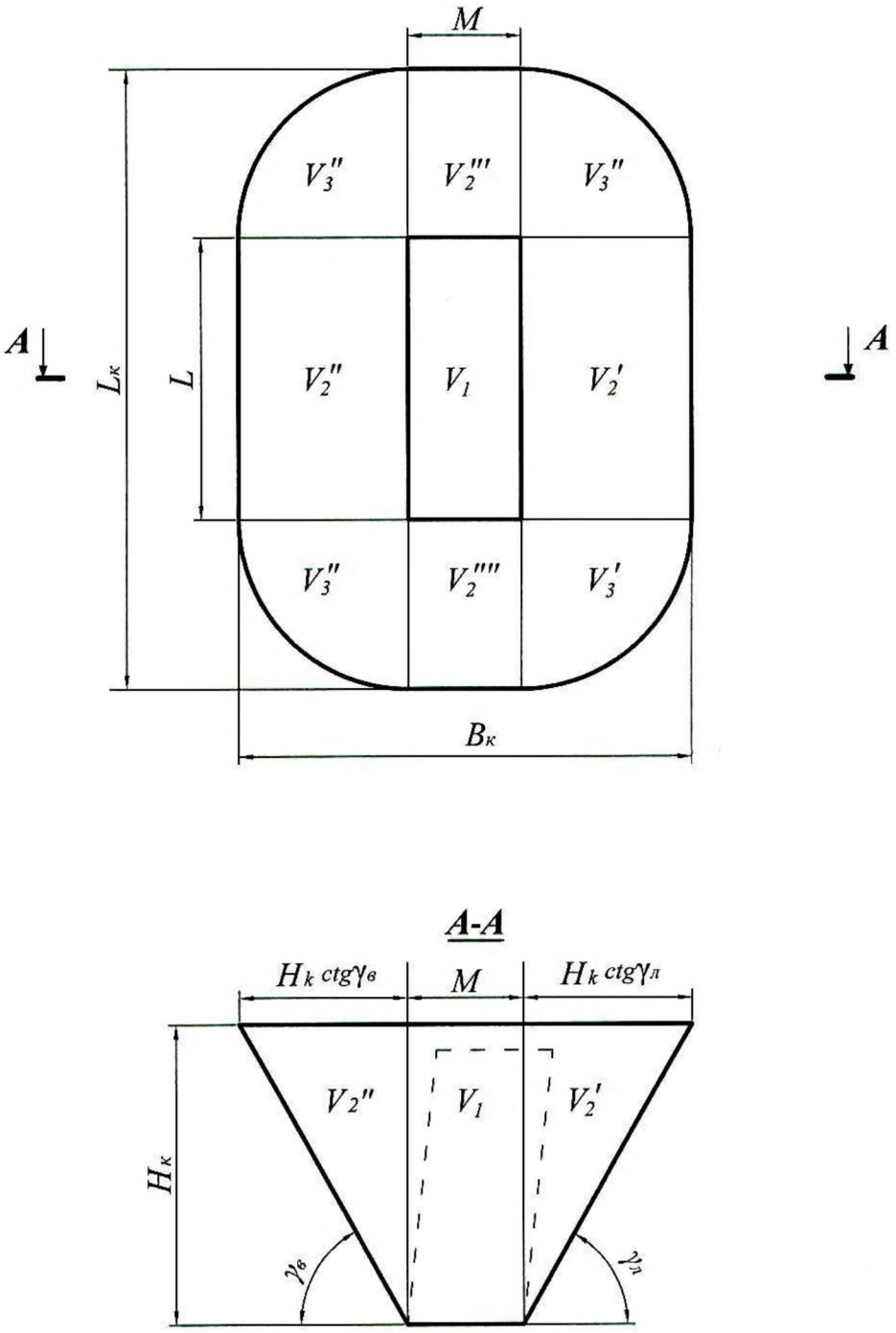


Рис. 3.1. Схема к расчету объема карьера

где $V_к$ – объем карьера, м^3;

V_1 – объем призмы с основанием $S = LM$, м^3;

S – площадь дна карьера, м^2;

L – длина залежи по простиранию, м;

M – горизонтальная мощность залежи, м.

$$V_1 = LMH_к, \tag{3.2}$$

где $H_к$ – глубина карьера, м;

V_2 – суммарный объем призм треугольного сечения, прилегающих с четырех сторон к объему V_1 (V_2' и V_2'' – вдоль длинных сторон карьера; V_2''' и V_2'''' – вдоль коротких сторон у торцов карьера), м^3;

$$V_2 = \frac{1}{2} PH^2{}_к \operatorname{ctg} \gamma_{ср}, \tag{3.3}$$

где P – периметр залежи (дна карьера), $P = 2(L + M)$ м;

V_3 – суммарный объем отдельных частей расчлененного конуса, располагающихся в угловых участках карьера (V_3', V_3'', V_3''' и V_3''''), м^3,

$$V_3 = \frac{\pi}{3} H_к^3 \operatorname{ctg}^2 \gamma_{ср}, \tag{3.4}$$

где $\gamma_{ср}$ – усредненный угол откоса нерабочих бортов карьера, град.

$$\gamma_{ср} = \frac{\gamma_в + \gamma_л}{2},$$

где $\gamma_в$ – угол откоса висячего нерабочего борта карьера, град;

$\gamma_л$ – угол откоса лежачего нерабочего борта карьера, град. (см. рис. 3.1).

Суммарный объем карьера, таким образом, определяется по формуле:

$$V_к = SH_к + \frac{1}{2} PH_к^2 \operatorname{ctg} \gamma_{ср} + \frac{\pi}{3} H_к^3 \operatorname{ctg}^2 \gamma_{ср}, \tag{3.5}$$

Длина карьера по верху ($L_к$, м)

$$L_к = L + 2H_к \operatorname{ctg} \gamma_{ср}. \tag{3.6}$$

Ширина карьера по верху ($B_к$, м)

$$B_к = M + 2H_к \operatorname{ctg} \gamma_{ср}. \tag{3.7}$$

Объем полезного ископаемого в контурах карьера ($V_{\text{п.и}}$, м^3)

$$V_{\text{п.и}} = S(H_{\text{к}} - h_{\text{н}}), \tag{3.8}$$

где $h_{\text{н}}$ – мощность наносов, м.

Промышленные (т. е. извлекаемые из недр) запасы полезного ископаемого в контурах карьера ($Q_{\text{п.и}}$, т)

$$Q_{\text{п.и}} = V_{\text{п.и}} \rho_{\text{п.и}} \eta_{\text{и}}, \tag{3.9}$$

где $\rho_{\text{п.и}}$ – объемная масса полезного ископаемого, т/м^3;

$\eta_{\text{и}}$ – коэффициент извлечения, учитывающий потери полезного ископаемого при разработке.

Объем породы в контурах карьера ($V_{\text{п}}$, м^3)

$$V_{\text{п}} = V_{\text{к}} - V_{\text{п.и}}. \tag{3.10}$$

Величина среднего коэффициента вскрыши (объем вынимаемой пустой породы, приходящийся на единицу добываемого полезного ископаемого) $k_{\text{ср}}$, м^3/т

$$k_{\text{ср}} = V_{\text{п}} / Q_{\text{п.и}}. \tag{3.11}$$

Производительность карьера по вскрыше ($П_{\text{в}}$, м^3/год) приблизительно устанавливается по среднему коэффициенту вскрыши

$$П_{\text{в}} = П_{\text{п.и}} k_{\text{ср}} k_{\text{н}}, \tag{3.12}$$

где $П_{\text{п.и}}$ – производительность карьера по полезному ископаемому, т/год (прил. 3);

$k_{\text{н}}$ – коэффициент неравномерности распределения вскрыши по годам ($k_{\text{н}}$ = 1,1÷1,3).

Производительность карьера по горной массе ($П_{\text{г.м}}$, м^3/год)

$$П_{\text{г.м}} = П_{\text{п.и}} \frac{1}{\rho_{\text{п.и}}} + П_{\text{в}}. \tag{3.13}$$

Суточная производительность карьера по полезному ископаемому ($П^{\text{с}}_{\text{п.и}}$, т/сут)

$$П^{с}_{п.и} = \frac{П_{п.и}}{T_г}, \qquad (3.14)$$

где $T_г$ – число рабочих дней карьера в год ($T_г$ = 350 дней).

Суточная производительность карьера по вскрыше ($П^{с}_{в}$, м^3/сут)

$$П^{с}_{в} = \frac{П_{в}}{T_г}. \qquad (3.15)$$

Сменная производительность карьера по добыче и вскрыше ($П^{см}_{п.и}$, т/смену; $П^{см}_{в}$, м^3/смену)

$$П^{см}_{пи} = \frac{П^{с}_{пи}}{n_{см}}, \qquad П^{см}_{в} = \frac{П^{с}_{в}}{n_{см}} \qquad (3.16)$$

где $n_{см}$ – число смен работы карьера в сутках (обычно 2-3 смены).

Срок службы карьера ($T_{сл}$, лет)

$$T_{сл} = T_{ос} + T_э + T_з, \qquad (3.17)$$

где $T_{ос}$ + $T_з$ – время на освоение и затухание мощности карьера по добыче (принимается 1,5 года);

$T_э$ – расчетный срок эксплуатации карьера, лет.

$$T_э = \frac{Q_{п.и}}{П_{п.и}}. \qquad (3.18)$$

3.2.3. Исследовать зависимость объема карьера от его глубины: построить график этой функции.

3.2.4. Вычертить карьер в выбранном масштабе в соответствии с заданными и полученными расчетными размерами (аналогично рис. 3.1).

Форма отчетности. По результатам занятия представляется отчет, содержащий исходную информацию, расчетные формулы, все необходимые расчеты и их результаты, а также чертеж карьера и график зависимости $V_к = f(H_к)$.

Контрольные вопросы к практической работе № 3

1. Перечислите размеры карьера. От чего они зависят?
2. Как различают производительность карьера (производительность по полезному ископаемому…)? В каких единицах она измеряется?
3. Что нужно знать для расчета годовой производительности карьера по горной массе?
4. Дайте классификацию запасов полезных ископаемых.
5. Дайте классификацию потерь полезного ископаемого.
6. Дайте определение коэффициента вскрыши. Как различаются коэффициенты вскрыши и в каких единицах они измеряются?

Практическая работа № 4

РАСЧЕТ ЗАРЯДА ОДИНОЧНОЙ СКВАЖИНЫ

Цель работы – изучить параметры и освоить принципы расчета скважинных зарядов.

4.1. Задачи работы

4.1.1. Изучить конструкции скважинных зарядов, параметры скважин, и их расположения на уступе.

4.1.2. Выполнить расчеты величины заряда одиночной скважины.

4.2. Порядок выполнения работы

4.2.1. По учебнику [1, с. 72 - 74] ознакомиться с параметрами скважин, и их расположения на уступе, конструкцией зарядов.

4.2.2. Ознакомиться с исходными данными в прил. 4. По данным заданного варианта выполнить расчет заряда одиночной скважины и параметров расположения скважин на уступе при однорядном расположении скважин.

Расчет выполняется в следующей последовательности:

4.2.2.1. По заданному диаметру шарошечного долота (прил. 4) определяется диаметр взрывных скважин ($d_с$, мм)

$$d_с = d_д k_{разб}, \tag{4.1}$$

где $d_д$ – диаметр долота, мм;

$k_{разб}$ – коэффициент разбуривания, принимаемый в зависимости от крепости пород (прил. 5).

4.2.2.2. Определяется длина перебура ($l_{пер}$, м)

$$l_{пер} = 11 d_с, \tag{4.2}$$

где $d_с$ – диаметр скважины, м.

4.2.2.3. Определяется длина скважины ($l_с$, м)

$$l_с = H_у + l_{пер}, \tag{4.3}$$

где $H_у$ – высота уступа, м.

4.2.2.4. Принимается (задается) тип взрывчатого вещества (ВВ) (прил. 4) и конструкция скважины (заряда) – сплошной вертикальный заряд (рис. 4.1).

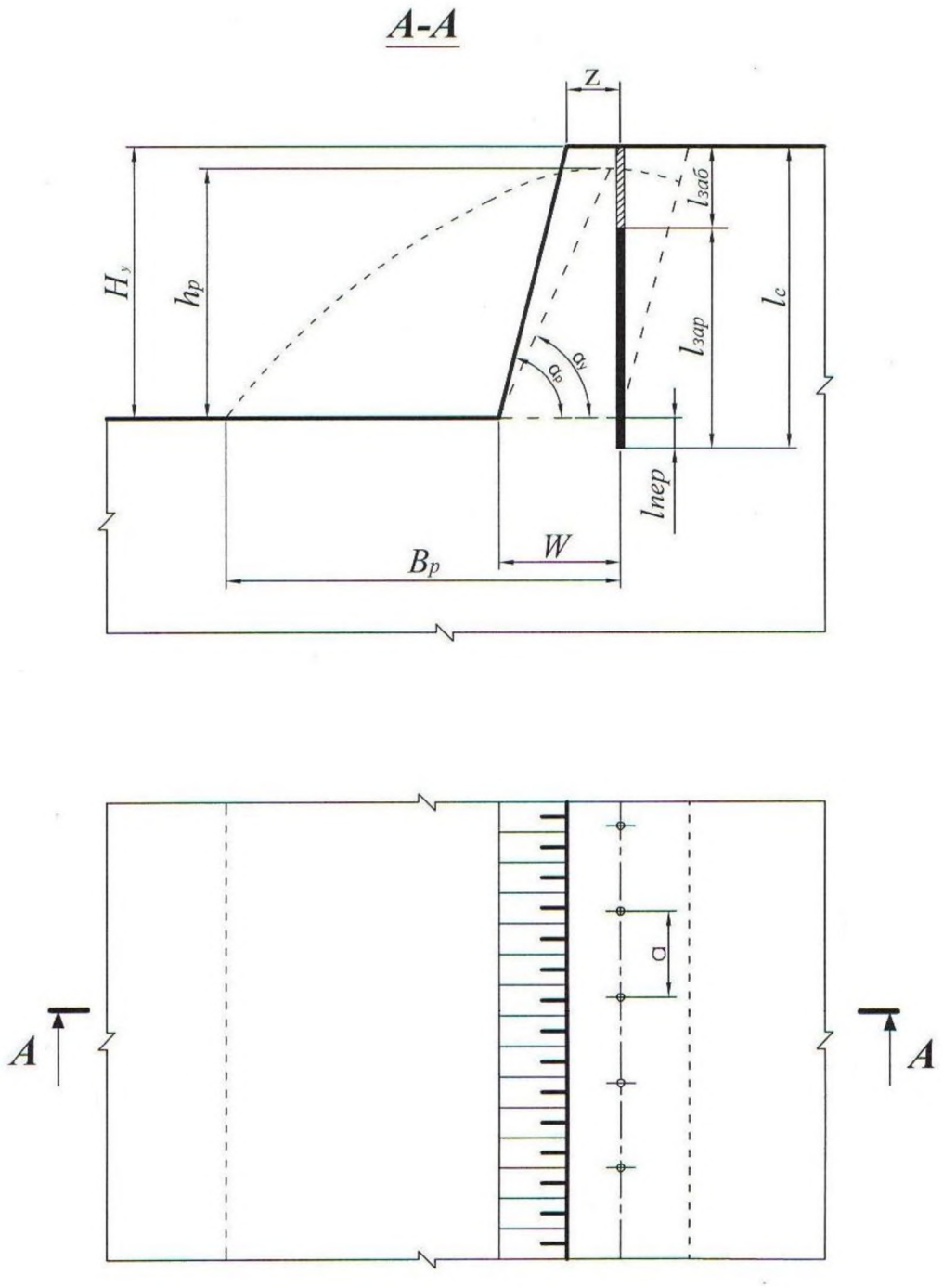


Рис. 4.1. Расположение скважин на уступе

4.2.2.5. Определяется длина забойки ($l_{заб}$, м)

$$l_{заб} = 0{,}27 l_с, \qquad (4.4)$$

где $l_с$ – длина скважины, м.

4.2.2.6. Определяется длина заряда взрывчатого вещества (ВВ) в скважине ($l_{зар}$, м)

$$l_{зар} = l_с - l_{заб}. \quad (4.5)$$

4.2.2.7. Определяется удельная вместимость скважины (p, кг/м)

$$p = 7{,}85 d_с^2 \Delta, \quad (4.6)$$

где $d_с$ – диаметр скважины, дм;

Δ – плотность заряда в скважине, кг/дм^3 (см. прил. 4).

4.2.2.8. Исходя из заданных удельного расхода эталонного ВВ (q', кг/м^3) и коэффициента, учитывающего тип ВВ ($k_{ВВ}$) (см. прил. 4), вычисляется удельный расход принятого ВВ ($q_п$, кг/м^3)

$$q_п = q' k_{ВВ}. \quad (4.7)$$

4.2.2.9. Определяется величина преодолеваемой линии сопротивления по подошве (W, м)

$$W = 0{,}9\sqrt{\frac{p}{q_п}}. \quad (4.8)$$

4.2.2.10. Выполняется проверка величины линии сопротивления по подошве по условию:

$$W \geq W_{min}, \quad (4.9)$$

$$W_{min} = H_у \operatorname{ctg} \alpha_р + Z, \quad (4.10)$$

где $\alpha_р$ – угол откоса рабочего уступа, град (прил. 4);

Z – расстояние от верхней бровки уступа до скважины первого ряда, м.

$$Z = H_у(\operatorname{ctg} \alpha_у - \operatorname{ctg} \alpha_р) \geq 2,$$

где $\alpha_у$ – угол устойчивого откоса уступа, град ($\alpha_у$ на 5-10° меньше $\alpha_р$);

$H_у(\operatorname{ctg} \alpha_у - \operatorname{ctg} \alpha_р)$ – ширина призмы возможного обрушения уступа, м.

Если $W < W_{min}$, то, по согласованию с руководителем, увеличивается диаметр скважины до ближайшего стандартного и соответственно по формуле (4.6) увеличивается величина p, по формуле (4.8) увеличивается W и снова проверка по формуле (4.9).

4.2.2.11. Выполняется проверка $l_{\text{пер}}$ по условию

$$l_{\text{пер}} \le 0{,}3W. \tag{4.11}$$

Если $l_{\text{пер}} > 0{,}3W$, то принимается $l_{\text{пер}} = 0{,}3W$ и производится перерасчет величин $l_{\text{с}}$, $l_{\text{заб}}$ и $l_{\text{зар}}$.

4.2.2.12. Определяется масса заряда в скважине ($Q_{\text{З}}$, кг)

$$Q_{\text{З}} = pl_{\text{зар}}. \tag{4.12}$$

4.2.2.13. Определяется расстояние между скважинами в ряду (a, м)

$$a = \frac{Q_{\text{З}}}{q_{\text{п}} H_{\text{у}} W}. \tag{4.13}$$

4.2.2.14. Выполняется проверка величины a по допустимому коэффициенту сближения скважин m

$$m = a/W. \tag{4.14}$$

На практике коэффициент сближения скважин составляет: $m = 0{,}8 \div 1{,}4$.

При расчетном значении m, отличающемся от рекомендуемого, необходимая величина его достигается путем изменения величины заряда в скважине $Q_{\text{З}}$ и соответствующего изменения расстояния между скважинами в ряду. При этом необходимо пересчитать длину заряда $l_{\text{зар}} = \dfrac{Q_{\text{З}}}{p}$ и длину забойки

$l_{\text{заб}} = l_{\text{с}} - l_{\text{зар}}$.

4.2.2.15. Определяется ширина развала ($B_{\text{р}}$, м)

$$B_{\text{р}} \approx k_{\text{З}} k_{\text{в}} \sqrt{q_{\text{п}}} H_{\text{у}}, \tag{4.15}$$

где $k_{\text{в}}$ – коэффициент, характеризующий взрываемость породы (для средневзрываемых пород $k_{\text{в}} = 2{,}5 \div 3{,}0$);

$k_{\text{З}}$ – коэффициент дальности отброса породы, зависящий от принятого интервала замедления между отдельными скважинами (прил. 6);

Интервал замедления (τ, мс)

$$\tau = kW, \tag{4.16}$$

где k – коэффициент, зависящий от взрываемости пород (для средневзрываемых пород k = 3,0 ÷4,0).

4.2.2.16. Определяется высота развала ($h_р$, м)

$$h_р \approx \frac{2H_у W k_р}{B_р}, \tag{4.17}$$

где $k_р$ – коэффициент разрыхления пород после взрыва (в развале).

При взрывании пород на дробление с однорядным расположением скважин развал имеет форму, близкую к треугольной. При этом $k_р$ = 1,4 ÷ 1,6.

4.2.2.17. Определяется выход взорванной горной массы с 1 п. м скважины ($q_{г.м}$, м^3/м)

$$q_{г.м} = \frac{H_у a W}{l_с}. \tag{4.18}$$

4.2.3. Вычертить буровую заходку (план и разрез), взрывные скважины и развал породы (на разрезе) с указанием всех необходимых размеров (см. рис. 4.1).

Форма отчетности. По результатам занятия представляется отчет, содержащий исходную информацию, расчетные зависимости, необходимые расчеты и их результаты, а также чертеж буровой заходки в выбранном масштабе.

Контрольные вопросы к практической работе № 4

1. Дайте определение скважинного заряда.
2. Перечислите параметры скважинного заряда.
3. Исходя из каких условий принимается (задается) тип ВВ?
4. Что такое линия сопротивления по подошве (W)? В чем ее геометрический и физический смысл?
5. Каким условием определяется минимально допустимая линия сопротивления по подошве (W_{min})?
6. Каким параметром определяется положение первого ряда скважин?

7. Какими параметрами характеризуется сетка скважин?
8. Что такое «удельная вместимость скважины»? В каких единицах она измеряется? Выведите формулу для определения удельной вместимости скважины.
9. По какой формуле определяется выход горной массы с одного погонного метра скважины?
10. Какими факторами определяется ширина развала взорванной горной массы?
11. Каким показателем определяется отношение площади поперечного сечения развала взорванной горной массы к площади поперечного сечения буровой (взрывной) заходки? В каких пределах он изменяется?

Практическая работа № 5

РАСЧЕТ ПРОИЗВОДИТЕЛЬНОСТИ БУРОВОГО СТАНКА

Цель работы – изучить методику определения производительности буровых станков типа СБШ.

5.1. Задачи работы

5.1.1. Ознакомиться с технологией бурения взрывных скважин станками шарошечного бурения.

5.1.2. Выполнить расчет технической скорости бурения и производительности бурового станка.

5.1.3. Исследовать зависимость технической скорости бурения от показателя буримости горных пород.

5.2. Порядок выполнения работы

5.2.1. По учебнику [1, с. 49 - 50] ознакомиться с технологией, условиями и областью применения шарошечного бурения взрывных скважин на карьерах.

5.2.2. Ознакомиться с исходными данными в прил. 7. По данным заданного варианта выполнить расчет технической скорости бурения и сменной производительности бурового станка типа СБШ.

Техническая скорость бурения ($v_б$, м/ч) скважин станками СБШ определяется по формуле

$$v_б = \frac{P_о n_в^{0,8}}{П_б^{1,6} d_д}, \qquad (5.1)$$

где $P_о$ – осевое усилие, кН;

$n_в$ – частота вращения бурового става, мин$^{-1}$;

$П_б$ – показатель буримости пород;

$d_д$ – диаметр долота (коронки), см.

Сменная производительность бурового станка ($A_{б}^{см}$, м/смену) рассчитывается по формуле

$$A_{б}^{см} = \frac{T_{см} - (T_{п.з} + T_{р})}{v_{б}^{-1} + T_{в}}, \quad (5.2)$$

где $T_{см}$ – продолжительность смены, ч/смену;

$T_{п.з}$ – затраты времени на подготовительно-заключительные операции в течение смены, ч/смену;

$T_{р}$ – затраты времени на ремонты в течение смены, ч/смену;

$T_{в}$ – затраты времени на вспомогательные операции при бурении в расчёте на 1 м скважины ч/м;

$v_{б}$ – техническая скорость бурения, м/ч.

Расчет выполняется в следующей последовательности:

5.2.2.1. По заданным величинам $\sigma_{сж}$, $\sigma_{сд}$, ρ определяется показатель буримости горных пород ($П_{б}$)

$$П_{б} = 0{,}07(\sigma_{сж} + \sigma_{сд}) + 0{,}7\rho, \quad (5.3)$$

где $\sigma_{сж}$ – предел прочности породы на сжатие, МПа;

$\sigma_{сд}$ – предел прочности породы на сдвиг, МПа;

ρ – плотность горных пород, т/м^3.

По показателю буримости ($П_{б}$) определяется класс горных пород:

I класс – легкобуримые породы ($П_{б}$ = 1÷5);

II класс – породы средней трудности бурения ($П_{б}$ = 5,1÷10);

III класс – труднобуримые породы ($П_{б}$ = 10,1÷15,0);

IV класс – весьма труднобуримые породы ($П_{б}$ = 15,1÷20,0);

V класс – исключительно труднобуримые породы ($П_{б}$ = 20,1÷25,0).

5.2.2.2. В зависимости от показателей буримости пород ($П_б$) и заданного диаметра долота ($d_д$) по графику (прил. 8) определяется частота вращения бурового става ($n_в$).

5.2.2.3. Рассчитывается осевое усилие ($P_о$, кН) по выражению

$$P_о \geq kП_б d_д, \tag{5.4}$$

где $d_д$ – диаметр долота, см;

k – коэффициент, зависящий от показателя буримости (прил. 9).

5.2.2.4. По формуле (5.1) рассчитывается техническая скорость бурения ($v_б$, м/ч).

5.2.2.5. По заданным величинам $T_{см}$, ($T_{п.з}$+$T_р$), $T_в$ и полученному значению $v_б$ рассчитывается сменная производительность станка ($A_б^{см}$, м/смену).

5.2.2.6. Определяется суточная производительность бурового станка ($A_б^с$, м/смену)

$$A_б^с = A_б^{см} n_{см}, \tag{5.5}$$

где $n_{см}$ – количество рабочих смен станка в сутки, смен/сут. ($n_{см} = 2 \div 3$).

5.2.2.7. Определяется годовая производительность станка ($A_б^г$, м/год)

$$A_б^г = A_б^с n_{р.д.с}, \tag{5.6}$$

где $n_{р.д.с}$ – число рабочих дней станка в году, дней/год (с учетом вычета времени: ремонтов, перемещений с участка на участок, остановок в работе по климатическим условиям и др.). Для станков СБШ $n_{р.д.с} = 230 \div 280$ дней/год.

5.2.2.8. Рассчитывается парк буровых станков.

Списочный парк станков ($N_{б.с}$, ед.)

$$N_{\text{б.с}} = \frac{V_{\text{г.м}}}{A_{\text{б}}^{\text{г}} q_{\text{г.м}}}, \qquad (5.7)$$

где $V_{\text{г.м}}$ – годовой объем обуриваемой горной массы, м^3 (принимается $V_{\text{г.м}} = П_{\text{г.м}}$ по результатам выполнения практ. работы № 3);

$q_{\text{г.м}}$ – выход взорванной горной массы с 1 п. м скважины, м^3/м (принимается по результатам выполнения практ. работы № 4).

Рабочий парк буровых станков ($N_{\text{бр}}$, ед.)

$$N_{\text{бр}} = \frac{N_{\text{бс}}}{k_{\text{рез}}}, \qquad (5.8)$$

где $k_{\text{рез}}$ – коэффициент резерва буровых станков.

$$k_{\text{рез}} = \frac{T_{\text{г}}}{n_{\text{р.д.с}}}, \qquad (5.9)$$

где $T_{\text{г}}$ – число рабочих дней карьера в году, дней/год ($T_{\text{г}}$ = 350 дней/год).

5.2.3. Исследовать зависимость технической скорости бурения ($v_{\text{б}}$, м/ч) от показателя буримости горных пород ($П_{\text{б}}$).

Для этого произвести расчет $v_{\text{б}}$ для пяти значений $П_{\text{б}}$. За базовое значение принять $П_{\text{б}}$, полученное при выполнении п. 5.2.2.1. Для принятия четырех оставшихся значений $П_{\text{б}}$ принять шаг варьирования от базового $\Delta П_{\text{б}}$ = 0,5÷1,5. Два принятых значения $П_{\text{б}}$ должны превышать базовое, а два быть меньше его. Строится график $v_{\text{б}} = f(П_{\text{б}})$.

Форма отчетности. По результатам занятия представляется отчет, содержащий исходную информацию, расчетные формулы, все необходимые расчеты, а также график зависимости $v_{\text{б}} = f(П_{\text{б}})$.

Контрольные вопросы к практической работе № 5

1. Перечислите основные элементы станков шарошечного бурения.
2. Как маркируются модели станков шарошечного бурения?
3. От каких свойств пород зависят показатели буримости и что характеризуют эти свойства? В каких единицах они измеряются?
4. От каких факторов зависит скорость бурения?

5. От каких факторов зависит величина требуемого осевого усилия?
6. Написать формулу часовой производительности бурового станка.
7. Как определяется списочный парк бурстанков?
8. Как определяется рабочий парк бурстанков?

Практическая работа № 6

РАСЧЕТ ПРОИЗВОДИТЕЛЬНОСТИ КАРЬЕРНЫХ ЭКСКАВАТОРОВ

Цель работы – ознакомиться с технико-экономическими показателями и освоить методику расчета производительности одноковшовых экскаваторов.

6.1. Задачи работы

6.1.1. Ознакомиться с распределением рабочего времени, производительностью и технико-экономическими показателями одноковшовых экскаваторов.

6.1.2. Выполнить расчет технической, сменной и годовой производительности экскаватора типа ЭКГ в скальных породах.

6.1.3. Исследовать зависимость технической производительности экскаватора от угла поворота на разгрузку.

6.2. Порядок выполнения работы

6.2.1. По учебнику [1, с. 103 - 108] ознакомиться с распределением рабочего времени, принципами расчета производительности и технико-экономическими показателями работы одноковшовых экскаваторов.

6.2.2. Ознакомиться с исходными данными в прил. 10. По данным заданного варианта выполнить расчет технической, сменной и годовой производительности и параметров забоя одноковшового экскаватора типа ЭКГ в скальных породах.

Расчет выполняется в следующей последовательности:

6.2.2.1. Определяется техническая производительность экскаватора ($A_т$, м^3/ч)

$$A_т = \frac{3600E}{T_ц} k_э, \qquad (6.1)$$

где E – вместимость ковша экскаватора, м^3;

$T_{ц}$ – продолжительность цикла экскавации, с;

$$T_{ц} = T_{ч} + T_{пов} + T_{р}, \qquad (6.2)$$

где $T_{ч}$ – длительность черпания, с;

$$T_{ч} = \frac{194 d_{ср}^2}{E} + \frac{E}{0{,}11E + 0{,}6}, \qquad (6.3)$$

$d_{ср}$ – размер «среднего» куска в развале взорванной горной массы, м;

$$d_{ср} = (0{,}3 \div 0{,}4)\sqrt[3]{E}, \qquad (6.4)$$

$T_{пов}$ – длительность поворота экскаватора для разгрузки ковша, с;

$$T_{пов} = (10 + E) + 0{,}18(\beta - 90°), \qquad (6.5)$$

$T_{р}$ – длительность разгрузки ковша, с;

где β – средний угол поворота экскаватора для разгрузки ковша, град;

(при E = 1÷3 м^3, $T_{р}$ = 1,5÷2,5 с;

при E = 3÷8 м^3, $T_{р}$ = 2,5÷2,7 с;

при E = 12÷20 м^3, $T_{р}$ = 2,9÷3,5 с);

$k_{э}$ – коэффициент экскавации пород,

$$k_{э} = \frac{k_{н}}{k_{р}},$$

где $k_{н}$ – коэффициент наполнения ковша;

$k_{р}$ – коэффициент разрыхления пород в ковше экскаватора.

Значения $k_{н}$ и $k_{р}$ принимать по прил. 11 в зависимости от заданной категории пород по трудности экскавации.

6.2.2.2. Сменная производительность экскаватора ($A_{см}$, м^3/смену)

$$A_{см} = A_{т}\, T_{см}\, k_{и}, \qquad (6.6)$$

где $T_{см}$ – продолжительность смены, ч/смену;

$k_{и}$ – коэффициент использования экскаватора в течение смены (прил. 10).

6.2.2.3. Суточная производительность экскаватора ($A_с$, м^3/сут)

$$A_с = A_{см}\, n_{см}, \tag{6.7}$$

где $n_{см}$ – число рабочих смен в сутках, смен/сут. ($n_{см} = 2 \div 3$).

6.2.2.4. Годовая производительность экскаватора ($A_г$, м^3/год)

$$A_г = A_с\, n_г, \tag{6.8}$$

где $n_г$ – число рабочих дней экскаватора в году, дней/год (прил. 10).

6.2.2.5. Определяется парк экскаваторов. Списочный парк экскаваторов ($N_{эс}$, ед.)

$$N_{эс} = \frac{П_{г.м}}{А г}, \tag{6.9}$$

где $П_{г.м}$ – производительность карьера по горной массе, м^3/год (принимается по результатам выполнения практической работы № 3).

Рабочий парк экскаваторов ($N_{эр}$, ед.)

$$N_{эр} = \frac{N_{эс}}{k_{рез}}, \tag{6.10}$$

где $k_{рез}$ – коэффициент резерва экскаваторов

$$k_{рез} = \frac{T_г}{n_г}, \tag{6.11}$$

где $T_г$ – число рабочих дней карьера в году, дней/год ($T_г$ = 350 дней/год).

6.2.2.6. Определяется ширина экскаваторной заходки (забоя) ($A_з$, м):

при железнодорожном транспорте

$$A_з = (1{,}5 \div 1{,}7) R_{ч.у}\,; \tag{6.12}$$

при автомобильном транспорте

$$A_э = (0{,}8 \div 1{,}2) R_{ч.у}\,, \tag{6.13}$$

где $R_{ч.у}$ – радиус черпания экскаватора на уровне стояния, м [1, с. 85, табл. 10].

6.2.2.7. Определяется допустимая высота уступа (забоя) ($H_у$, м) для скальных пород

$$H_у \le 1{,}5 H_ч^{max}, \tag{6.14}$$

где $H_ч^{max}$ – максимальная высота черпания экскаватора, м [1, с. 85, табл. 10].

6.2.3. Исследовать зависимость технической производительности экскаватора от угла поворота и построить график $A_т = f(\beta)$.

Для этого производится расчет $A_т$ для пяти значений β. Область варьирования угла поворота $150^\circ > \beta > 90^\circ$. Интервал варьирования $\Delta\beta = 5 \div 10^\circ$.

Базовое значение β принять из прил. 10 для заданного варианта. Для принятия четырех оставшихся значений β принять шаг варьирования от базового $\Delta\beta = (5 \div 10)^\circ$.

Форма отчетности. По результатам занятия представляется отчет, содержащий исходную информацию, расчетные формулы и результаты расчетов, а также график зависимости $A_т = f(\beta)$.

Контрольные вопросы к практической работе № 6

1. Дайте определение производительности.
2. Вывести формулу технической производительности экскаватора.
3. Из каких элементов складывается цикл экскавации?
4. Вывести формулу максимальной ширины экскаваторной заходки.
5. Почему рациональная ширина экскаваторной заходки при железнодорожном транспорте больше, чем при автомобильном транспорте?
6. Как определяется допустимая высота уступа в сыпучих и связных породах?
7. Как определяется рабочий и списочный парк экскаваторов?

Практическая работа № 7

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПРОИЗВОДИТЕЛЬНОСТИ КАРЬЕРНЫХ АВТОСАМОСВАЛОВ

Цель работы – ознакомиться с методикой и освоить принципы расчета производительности карьерных автосамосвалов.

7.1. Задачи работы

7.1.1. Ознакомиться с техническими характеристиками и областью применения карьерных автосамосвалов для перевозки горной массы.

7.1.2. Выполнить расчет сменной производительности карьерного автосамосвала.

7.1.3. Исследовать зависимость сменной производительности карьерного автосамосвала от заданных параметров трассы.

7.2. Порядок выполнения работы

7.2.1. По учебнику [1, с. 145 - 151] ознакомиться с техническими характеристиками и областью применения карьерных автосамосвалов для перевозки горной массы.

7.2.2. Ознакомиться с исходными данными в прил. 12. По данным заданного варианта выполнить расчет сменной производительности автосамосвала.

Производительность автосамосвала по заданной трассе ($Q_{\text{а}}$, т/смену) рассчитывается

$$Q_{\text{а}} = N_{\text{р}} q = \frac{T_{\text{см}}}{T_{\text{ц}}^{\text{а}}} k_{\text{и}} q, \qquad (7.1)$$

где $T_{\text{см}}$ – продолжительность смены, мин./смену;

q – вес груза в кузове автосамосвала, т;

$k_{и}$ – коэффициент использования сменного времени;

$T_{ц}^{а}$ – продолжительность транспортного цикла автосамосвала, мин.;

$N_{р}$ – количество рейсов автосамосвала в течение смены, рейс/смену.

Продолжительность транспортного цикла ($T_{ц}^{а}$, мин.)

$$T_{ц}^{а} = t_{о} + t_{п} + t_{д} + t_{м.п} + t_{м.р} + t_{р}\,, \qquad (7.2)$$

где $t_{о}$ – продолжительность ожидания погрузки, мин. ($t_{о} \approx 0{,}5t_{п}$);

$t_{п}$ – продолжительность погрузки автосамосвала, мин.;

$t_{д}$ – продолжительность движения автосамосвала в грузовом и порожняковом направлениях, мин.;

$t_{м.п}$, $t_{м.р}$ – продолжительность маневровых операций соответственно при установке на погрузку и разгрузку, мин.;

$t_{р}$ – продолжительность разгрузки, мин.

Расчеты выполняются в следующей последовательности:

7.2.2.1. По заданной модели экскаватора (см. практическую работу № 6) подбирается модель автосамосвала прил. 13. Подбор осуществляется из условия обеспечения рационального соотношения (μ) между вместимостью кузова автосамосвала и ковша экскаватора

$$\mu = \frac{V_{а}}{E} = 3 \div 5, \qquad (7.3)$$

где $V_{а}$ – геометрическая вместимость кузова выбранного автосамосвала, м^3 (см. прил. 13);

E – вместимость ковша экскаватора, м^3.

7.2.2.2. Производится расчет времени погрузки автосамосвала ($t_{п}$, мин.) и веса груза в кузове (q, т)

$$t_{п} = \frac{T_{ц}^{э}(n_{\min\ цик} - 0{,}5)}{60}, \qquad (7.4)$$

где $T_{\text{ц}}^{\text{э}}$ – длительность цикла экскавации, с (см. практическую работу № 6);

$n_{\min\text{ цик}}$ – количество циклов экскавации при загрузке автосамосвала.

Для определения $n_{\min\text{ цик}}$ рассчитывается необходимое количество ковшей для полной загрузки автосамосвала ($n_{\text{к}}$):

исходя из грузоподъемности автосамосвала

$$n_{\text{к}} = \frac{q_{\text{а}} k_{\text{р}}}{E k_{\text{н}} \rho}, \tag{7.5}$$

где $q_{\text{а}}$ – грузоподъемность автосамосвала, т;

$k_{\text{р}}$ – коэффициент разрыхления породы в ковше экскаватора;

$k_{\text{н}}$ – коэффициент наполнения ковша экскаватора;

ρ – плотность пород в целике, т/м^3 (значения $k_{\text{н}}$, $k_{\text{р}}$ и ρ принимаются по прил. 11 в зависимости от заданной категории пород);

исходя из вместимости кузова автосамосвала с «шапкой»

$$n_{\text{к}} = \frac{0{,}9 V_{\text{а}}'}{E k_{\text{н}}}, \tag{7.6}$$

где $V_{\text{а}}'$ – вместимость кузова автосамосвала с «шапкой» (см. прил. 13), м^3.

Затем сравниваются значения $n_{\text{к}}$, вычисленные по формулам (7.5) и (7.6), выбирается меньшее ($n_{\text{к}}$) и округляется до ближайшего целого числа, которое принимается за $n_{\min\text{ цик}}$.

Вес груза рассчитывается (q, т)

$$q = \frac{E k_{\text{н}}}{k_{\text{р}}} n_{\min\text{ цик}} \rho. \tag{7.7}$$

Осуществляется проверка условия

$$q \le 1{,}1 q_{\text{а}}, \tag{7.8}$$

где $q_{\text{а}}$ – грузоподъемность автосамосвала, т.

7.2.2.3. Производится расчет времени движения автосамосвала в грузовом и порожняковом направлениях ($t_{\text{д}}$, мин.)

$$t_{\text{д}} = 60\frac{2L}{v_{\text{ср.т}}}, \qquad (7.9)$$

где L – расстояние транспортирования горной массы, км;

$v_{\text{ср.т}}$ – средняя техническая скорость движения автосамосвала по трассе, км/ч;

$v_{\text{ср.т}}$ определяется в зависимости от заданного расстояния транспортирования (L, км) и высоты подъема горной массы ($H_{\text{п}}$, м) по прил. 15.

7.2.2.4. Производится расчет $T_{\text{ц}}^{\text{а}}$. При этом $t_{\text{м.п}}$, $t_{\text{м.р}}$ и $t_{\text{р}}$ принимаются из прил. 13 для выбранной модели автосамосвала.

7.2.2.5. По формуле 7.1 производится расчет сменной производительности автосамосвала при $k_{\text{и}} = 0{,}8$; $T_{\text{см}} = 8$ ч.

7.2.2.6. Производится расчет рабочего и инвентарного парка автосамосвалов.

Рабочий парк автосамосвалов ($N_{\text{а.р}}$, ед.)

$$N_{\text{а.р}} = \frac{V_{\text{см}}}{Q_{\text{а}}}, \qquad (7.10)$$

где $V_{\text{см}}$ – сменный объем перевозок, т/смену.

$$V_{\text{см}} = k_{\text{н}}\left(П_{\text{п.и}}^{\text{см}} + П_{\text{в}}^{\text{см}}\rho\right), \qquad (7.11)$$

где $k_{\text{н}}$ – коэффициент неравномерности выдачи горной массы из карьера ($k_{\text{н}} = 1{,}1$);

$П_{\text{п.и}}^{\text{см}}$ – сменная производительность карьера по полезному ископаемому, т/смену;

$П_{\text{в}}^{\text{см}}$ – сменная производительность карьера по вскрыше в целике, м^3/смену;

ρ – плотность вскрышных пород в целике, т/м^3.

$П_{\text{п.и}}^{\text{см}}$ и $П_{\text{в}}^{\text{см}}$ принимаются по результатам выполнения практической работы № 3, ρ – по прил. 11 в зависимости от заданной категории пород по трудности экскавации.

Инвентарный парк автосамосвалов ($N_{\text{а.и}}$, ед.)

$$N_{\text{а.и}} = \frac{N_{\text{а.р}}}{k_{\text{т.г}}}, \tag{7.12}$$

где $k_{\text{т.г}}$ – коэффициент технической готовности, определяемый по прил. 14, в зависимости от суточного пробега автосамосвала.

Суточный пробег автосамосвала ($L_{\text{с}}$, км/сут)

$$L_{\text{с}} = \frac{2LQ_{\text{а}}}{q} k_{\text{о}} k_{\text{см}}, \tag{7.13}$$

где $k_{\text{о}}$ – коэффициент, учитывающий нулевой пробег от гаража до места работы и обратно ($k_{\text{о}}$ = 1,05);

$k_{\text{см}}$ – коэффициент сменности – среднее количество полных смен отработанных автосамосвалом за сутки (принять $k_{\text{см}}$ = 2,5).

7.2.3. Исследовать зависимость сменной производительности автосамосвала от расстояния транспортирования или высоты подъема горной массы и построить график $Q_{\text{а}} = f(L)$ или $Q_{\text{а}} = f(H_{\text{п}})$.

Производится расчет для пяти значений L или $H_{\text{п}}$. Интервал варьирования расстояния транспортирования ΔL = 0,2÷0,4 км, высоты подъема горной массы $\Delta H_{\text{п}}$ = 20 м.

Форма отчетности. По результатам занятия представляется отчет, содержащий исходную информацию, расчетные формулы и результаты расчетов, а также графики зависимостей $Q_{\text{а}} = f(L)$ или $Q_{\text{а}} = f(H_{\text{п}})$.

Контрольные вопросы к практической работе № 7

1. Чем отличается процесс выемки горной массы от процесса транспортирования горной массы?
2. Вывести формулу сменной производительности автосамосвала.
3. От каких факторов зависит сменная производительность автосамосвала?
4. Из каких элементов складывается транспортный цикл?
5. Как определить количество рейсов (транспортных циклов) автосамосвала за смену?
6. От чего зависит продолжительность погрузки автосамосвала?
7. В чем различие между величиной количества циклов экскавации для загрузки автосамосвала и количества ковшей для загрузки автосамосвала?
8. От каких факторов зависит время движения автосамосвала в транспортном цикле?

9. Какое различие между рабочим и инвентарным парком автосамосвалов?
10. Как определить сменный пробег автосамосвала?

Практическая работа № 8

КОНСТРУКЦИЯ РАБОЧЕГО И НЕРАБОЧЕГО БОРТОВ КАРЬЕРА

Цель работы – изучить конструкцию рабочего и нерабочего бортов карьера, освоить методику расчета ширины рабочей площадки и угла откоса рабочих и нерабочих бортов.

8.1. Задачи работы

8.1.1. Ознакомиться с конструкцией рабочего и нерабочего бортов карьера.

8.1.2. Выполнить расчет углов откоса рабочих и нерабочих бортов.

8.1.3. Исследовать зависимость величины угла откоса рабочего борта от определяющих факторов.

8.2. Порядок выполнения работы

8.2.1. По учебнику [1, с. 23 - 27; 269 - 271] ознакомиться с конструкцией рабочего и нерабочего бортов карьера и факторами, определяющими величины углов их откосов.

8.2.2. Ознакомиться с исходными данными в прил. 16. По данным заданного варианта выполнить расчет углов откоса рабочего и нерабочего бортов.

Порядок выполнения расчетов

8.2.2.1. Определяется высота рабочего борта карьера ($H_{р.б}$, м)

$$H_{р.б} = H_у n_{р.у}, \qquad (8.1)$$

где $H_у$ – высота уступа, м;

$n_{р.у}$ – количество рабочих уступов.

8.2.2.2. Определяется ширина рабочей площадки при погрузке горной массы в автомобильный транспорт ($Ш_{р.п}$, м)

$$Ш_{р.п} = B_р + C + T + S + Z + Ш_{в.б}, \quad (8.2)$$

где $B_р$ – ширина развала породы, м (принимается по результатам расчетов из практической работы № 4);

C – безопасный зазор между нижней бровкой развала и транспортной полосой, м (2-3 м);

T – ширина транспортной полосы (проезжей части временной автодороги при двухполосном движении), м (см. прил. 13);

S – безопасное расстояние (1,5÷2,0 м) от транспортной полосы до призмы возможного обрушения;

Z – ширина призмы возможного обрушения, м;

$Ш_{в.б}$ – ширина взрывного блока, м (при однорядном взрывании $Ш_{в.б} = W$, принимается по результатам расчетов из практической работы № 4);

$$Z = H_у (\text{ctg}\, \alpha_у - \text{ctg}\, \alpha); \quad (8.3)$$

α – угол откоса рабочего уступа, град.;

$\alpha_у$ – угол устойчивого откоса уступа, град. (см. прил. 16).

8.2.2.3. Определяется горизонтальное проложение откоса рабочего борта ($C_{р.б}$, м)

$$C_{р.б} = H_у \,\text{ctg}\, \alpha\, n_{р.у} + Ш_{р.п}(n_{р.у} - 1). \quad (8.4)$$

8.2.2.4. Определяется тангенс угла откоса рабочего борта карьера (φ)

$$\text{tg}\, \varphi = H_{р.б} / C_{р.б}. \quad (8.5)$$

8.2.2.5. Определяется величина угла откоса, град, рабочего борта φ: $\varphi = \text{arctg}\, (\text{tg}\, \varphi)$.

8.2.2.6. Определяется высота нерабочего борта карьера ($H_{н.б}$, м)

$$H_{н.б} = H_у\, n_{н.у}, \quad (8.6)$$

где $n_{н.у}$ – количество нерабочих уступов (принимается $n_{н.у} = 3$).

8.2.2.7. Определяется горизонтальное проложение откоса нерабочего борта ($C_{н.б}$, м)

$$C_{н.б} = n_{н.у} (H_у \operatorname{ctg} \alpha_у + b_с) + (n_{н.у} - 1)\, b_б, \quad (8.7)$$

где $b_с$ – ширина съезда, м;

$b_б$ – ширина бермы безопасности, м ($b_б$ = 8÷10 м).

8.2.2.8. Определяется тангенс угла откоса нерабочего борта карьера (γ)

$$\operatorname{tg} \gamma = H_{н.б} / C_{н.б}. \quad (8.8)$$

Затем сам угол откоса, град, нерабочего борта карьера (γ):

$$\gamma = \operatorname{arctg} (\operatorname{tg} \gamma). \quad (8.9)$$

8.2.3. Вычертить разрез рабочей площадки (рис. 8.1), рабочего борта (рис. 8.2), план и разрез нерабочего борта карьера с тупиковыми съездами (рис. 8.3) в выбранном масштабе.

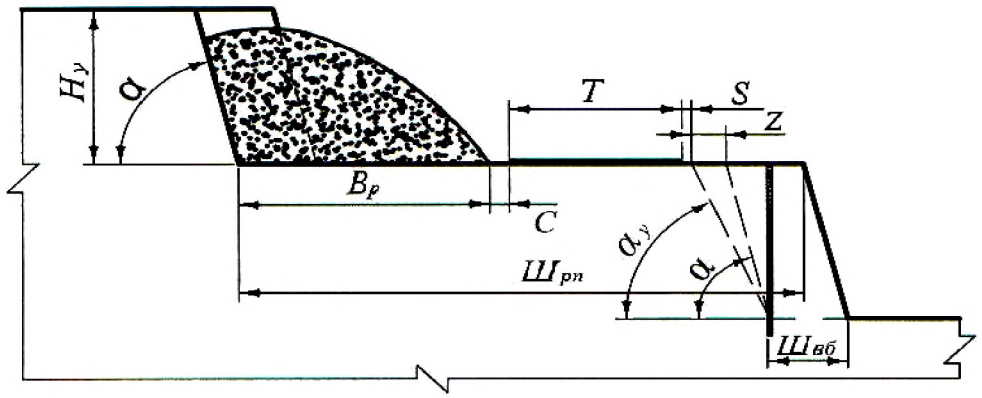


Рис. 8.1. Рабочая площадка

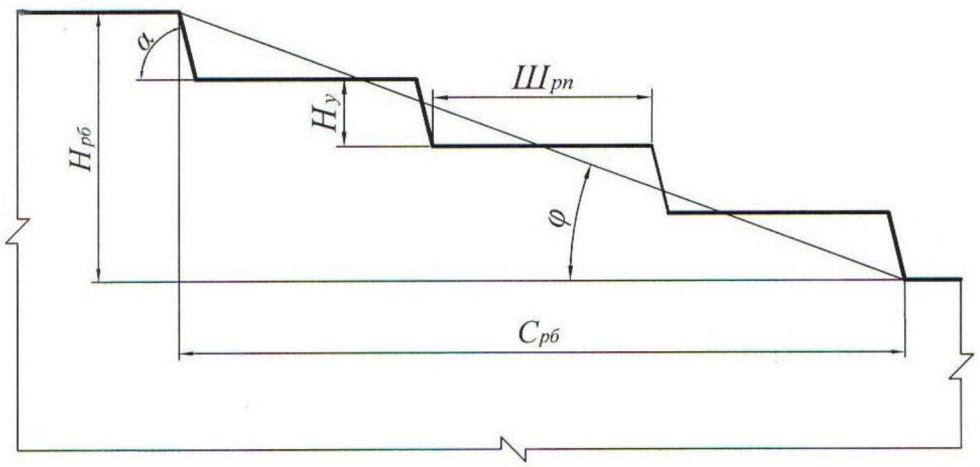
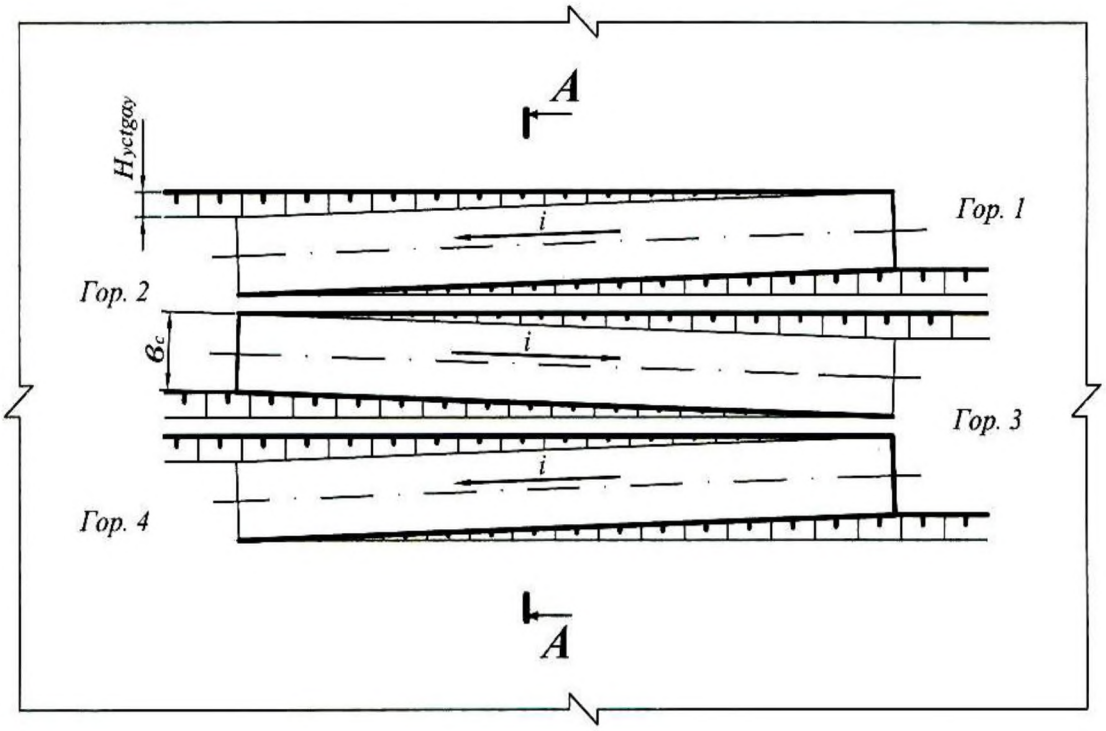


Рис. 8.2. Рабочий борт карьера

а)



б)

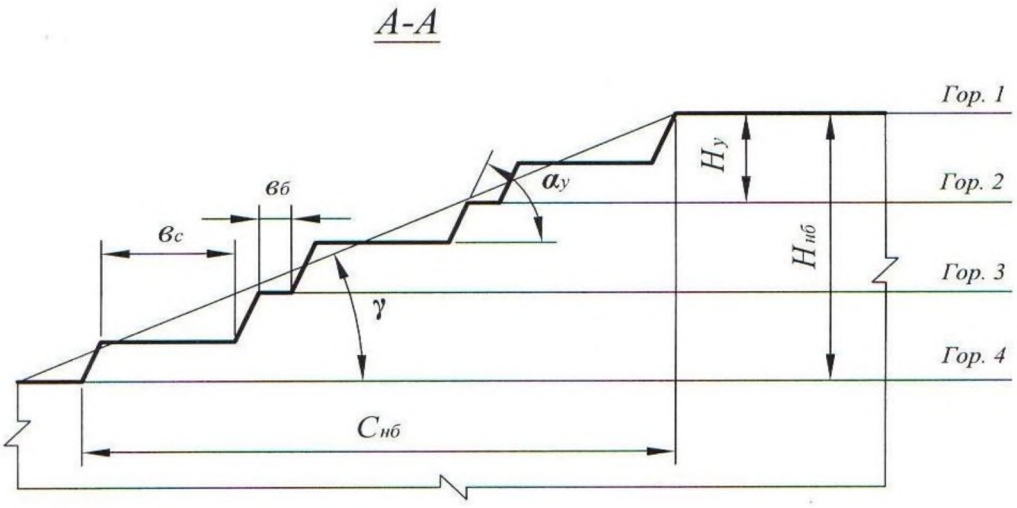


Рис. 8.3. Нерабочий борт карьера:
а – автомобильный съезд на нерабочем борту; *б* – профиль нерабочего борта

8.2.4. Исследовать зависимость угла откоса рабочего борта карьера (φ, град) от высоты уступа ($H_у$, м) или ширины рабочей площадки ($Ш_{р.п}$, м) и построить график $\varphi = f(H_у)$ или $\varphi = f(Ш_{р.п})$.

Производится расчет φ для пяти значений $H_у$ и $Ш_{р.п}$. Величина аргумента задается в пределах 10 м ≤ $H_у$ ≤ 25 м и 30 м ≤ $Ш_{р.п}$ ≤ 80 м.

Форма отчетности. По результатам занятия представляется отчет, содержащий исходную информацию, расчетные формулы и результаты расчетов, а также графики зависимостей $\varphi = f(H_у)$ или $\varphi = f(Ш_{р.п})$.

Контрольные вопросы к практической работе № 8

1. Дайте определение рабочего и нерабочего борта карьера.
2. Из каких элементов состоят рабочий и нерабочий борт карьера?
3. Назовите параметры рабочего и нерабочего бортов карьера и их элементов.
4. Какими условиями определяется угол откоса нерабочего борта карьера?
5. От каких факторов зависит угол откоса рабочего борта карьера?
6. Из каких элементов состоит рабочая площадка (как определяется ширина рабочей площадки)?
7. Как определяется ширина призмы возможного обрушения уступа?
8. Как определить угол откоса борта карьера, если известны его высота и горизонтальное проложение?
9. Как определить горизонтальное проложение борта карьера (рабочего и нерабочего)?
10. Как определяется уклон внутрикарьерной траншеи?
11. В каких единицах измеряется уклон траншеи?

Практическая работа № 9

РАСЧЕТ БУЛЬДОЗЕРНОГО ОТВАЛООБРАЗОВАНИЯ ПРИ АВТОМОБИЛЬНОМ ТРАНСПОРТЕ

Цель работы – ознакомиться с методикой и освоить принципы расчета основных параметров бульдозерного отвалообразования при автомобильном транспорте.

9.1. Задачи работы

9.1.1. Изучить технологию бульдозерного отвалообразования при автомобильном транспорте.

9.1.2. Выполнить расчет основных параметров бульдозерного отвалообразования при автомобильном транспорте.

9.2. Порядок выполнения работы

9.2.1. По учебнику [1, с. 176 - 177] ознакомиться с основными параметрами отвалов и технологией бульдозерного отвалообразования при автомобильном транспорте.

9.2.2. Ознакомиться с исходными данными в прил. 17. По данным заданного варианта выполнить расчет основных параметров бульдозерного отвалообразования при автомобильном транспорте.

Порядок выполнения расчетов

9.2.2.1. Определяется требуемая площадь отвала ($S_о$, м^2)

$$S_о = \frac{W k_р^о}{n_я h_я \eta_о}, \qquad (9.1)$$

где W – объем пород, подлежащих размещению в отвале за срок его существования, м^3 (см. прил. 17);

$k_{\text{р}}^{\text{о}}$ – коэффициент разрыхления пород в отвале (см. прил. 18);

$h_{\text{я}}$ – высота яруса, м (см. прил. 18);

$n_{\text{я}}$ – количество ярусов;

$\eta_{\text{о}}$ – коэффициент использования площади отвала ($\eta_{\text{о}}$ принимать: для одно- и двухъярусных отвалов – 0,8÷0,7; для трехъярусных и более – 0,5).

Тип (категорию) складируемых пород принимать согласно прил. 17. Количество отвальных ярусов принимать самостоятельно (на практике отвалы формируются, как правило, из одного-трех ярусов), исходя из необходимости минимизировать площадь отвалов и максимальной общей высоты отвала не более 120-180 м. По требуемой площади отвала, определяются его размеры в плане: ширина (B, м), длина (L, м). При этом рекомендуется выдерживать соотношение $B : L = 1 : 2$, тогда: $L = \sqrt{2S_0}$.

9.2.2.2. Рассчитывается количество автосамосвалов, разгружающихся на отвале в течение часа ($N_{\text{о}}$, ед./ч)

$$N_{\text{о}} = \frac{П_{\text{в}}^{\text{ч}} k_{\text{н}}}{Q_{\text{п}}}, \qquad (9.2)$$

где $П_{\text{в}}^{\text{ч}}$ – часовая производительность карьера по вскрыше, м^3/ч;

$k_{\text{н}}$ – коэффициент неравномерности работы карьера по вскрыше ($k_{\text{н}} = 1{,}1 \div 1{,}2$);

$Q_{\text{п}}$ – объем вскрыши в целике в кузове автосамосвала, м^3.

$$Q_{\text{п}} = q/\rho, \qquad (9.3)$$

где q – вес груза в кузове автосамосвала, т (величина q принимается по результатам расчетов в практической работе № 7);

ρ – плотность пород в целике, т /м^3.

$$П_{в}^{ч} = \frac{П_{в}}{T_{г} n_{см} T_{см}},$$

где $П_{в}$ – годовая производительность карьера по вскрыше (см. прил. 17), м^3/год;

$T_{г}$ – число рабочих дней карьера в году, дней/год ($T_{г}$ = 350 дн./год);

$n_{см}$ – число рабочих смен в сутки, смен/сут. ($n_{см}$ = 3 смены/сут.);

$T_{см}$ – продолжительность смены, ч/смену ($T_{см}$ = 8 ч/смену).

9.2.2.3. Определяется число одновременно разгружающихся автосамосвалов на отвале ($N_{а.о}$, ед.)

$$N_{а.о} = N_{о} \frac{t_{р} + t_{м.р}}{60}, \qquad (9.4)$$

где $t_{р}$, $t_{м.р}$ – продолжительность разгрузки и маневровых операций при установке на разгрузку, мин. (см. прил. 13).

9.2.2.4. Определяется длина участка разгрузки ($L_{р}$, м)

$$L_{р} = N_{а.о}\, l_{п}, \qquad (9.5)$$

где $l_{п}$ – ширина полосы по рабочему фронту отвала, м, занимаемой одним автосамосвалом при маневрировании, для автосамосвалов грузоподъемностью:

30 – 55 т $l_{п}$ = 30÷40 м,
80 – 130 т $l_{п}$ = 50÷60 м,
180 – 240 т $l_{п}$ = 60÷70 м.

9.2.2.5. Отвальный фронт состоит из трех участков: разгрузки, планировки и резервный.

По мере заполнения участка разгрузки и выравнивания участка планировки, последний начинает выполнять функцию первого, а участок разгрузки становится участком планировки. Если участок планировки не подготовлен, то разгрузка производится на резервном участке. Таким образом, все три участка должны иметь одинаковую длину и общая длина отвального фронта ($L_{о}$, м) определится:

$$L_{\text{о}} = 3L_{\text{р}}. \quad (9.6)$$

9.2.2.6. Определяется сменный объем бульдозерных работ по формированию отвала ($Q_{\text{б}}$, м^3/смену)

$$Q_{\text{б}} = П_{\text{в}}^{\text{см}} k_{\text{н}} k_{\text{зав}}, \quad (9.7)$$

где $П_{\text{в}}^{\text{см}}$ – сменная производительность карьера по вскрыше, м^3/смену;

$$П_{\text{в}}^{\text{см}} = П_{\text{в}}^{\text{ч}} T_{\text{см}}, \quad (9.8)$$

где $k_{\text{зав}}$ – средний коэффициент «заваленности» (см. прил. 18).

9.2.2.7. Выбирается модель бульдозера (см. прил. 19) и определяется число бульдозеров в работе ($N_{\text{б}}$, ед.):

$$N_{\text{б}} = Q_{\text{б}} / П_{\text{б}}, \quad (9.9)$$

где $П_{\text{б}}$ – сменная производительность бульдозера, м^3/смену (принимается по прил. 19).

9.2.2.8. Рассчитывается инвентарный парк бульдозеров ($N_{\text{б.и}}$, ед.)

$$N_{\text{б.и}} = 1{,}4\ N_{\text{б}}, \quad (9.10)$$

где 1,4 – ориентировочное значение коэффициента резерва бульдозеров.

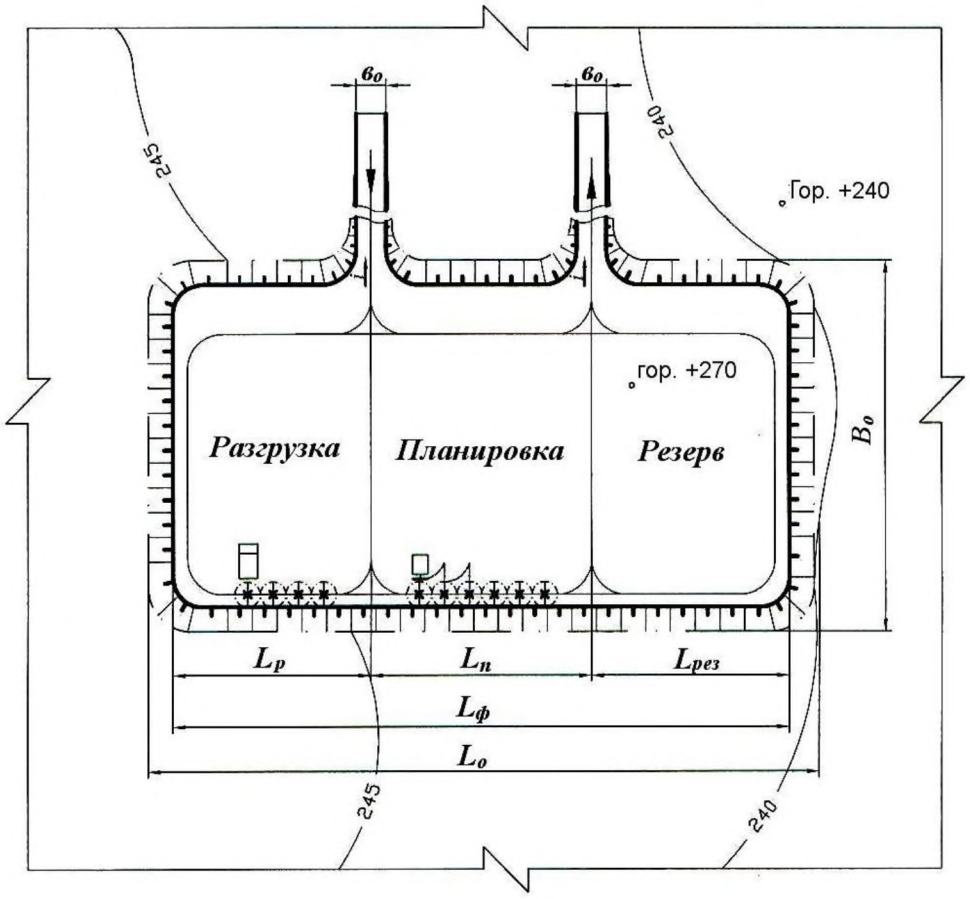


Рис. 9.1. План бульдозерного отвала

9.2.3. Вычертить план бульдозерного отвала с выделением рабочих участков, участков, находящихся в планировке, и резервных участков (см. рис. 9.1).

Форма отчетности. По результатам занятия представляется отчет, содержащий исходную информацию, расчетные формулы результаты расчетов, а также план бульдозерного отвала.

Контрольные вопросы к практической работе № 9

1. Перечислите способы отвалообразования, применяемые при открытой разработке месторождений.
2. В чем заключается отличительный признак бульдозерного отвалообразования?
3. Перечислите достоинства и недостатки бульдозерного отвалообразования.
4. Перечислите параметры отвалов.
5. От каких факторов зависит высота яруса отвала?
6. Перечислите операции технологии бульдозерного отвалообразования.

7. Перечислите параметры технологии бульдозерного отвалообразования.
8. Из каких участков состоит фронт отвальных работ при бульдозерном отвалообразовании?
9. Как соотносятся между собой размеры участков фронта отвальных работ?
10. От каких факторов зависит длина участка разгрузки?
11. Как определить количество одновременно разгружающихся автосамосвалов на участке разгрузки?
12. Как определить объем бульдозерных работ по формированию отвала (по планировке вскрышных пород на отвале)?

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ И РЕКОМЕНДУЕМЫХ ЛИТЕРАТУРНЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Хохряков, В. С. Открытая разработка месторождений полезных ископаемых /В. С. Хохряков. – 5-е изд. – М.: Недра, 1991. – 336 с.
2. Томаков, П. И.; Наумов, И. К. Технология, механизация и организация открытых горных работ /П. И. Томаков, И. К. Наумов: учебник для вузов. 3-е изд., перераб. и доп. – М.: Изд-во Моск. горного ин-та, 1992. – 464 с.
3. Пахомов, Е. М..; Буянов, М. И. Открытая разработка месторождений полезных ископаемых /Е. М. Пахомов, М. И. Буянов. – М.: Недра, 1990. – 250 с.
4. Русский, И. И. Технология отвальных работ и рекультивация на карьерах /И. И. Русский. – М.: Недра, 1979. – 262 с.
5. Половов Б.Д., Химич А.А., Валиев Н.Г. Основы горного дела: общие сведения и понятия горного дела. Подземная, открытая и строительная геотехнологии: учебник для вузов / Б. Д. Половов, А. А. Химич, Н. Г. Валиев; ФГБОУ ВПО «Урал. гос. горный ун-т». Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2012. 789
6. Репин, Н. Я. Практикум по дисциплине «Процессы открытых горных работ» : учебное пособие / Н. Я. Репин, Л. Н. Репин. — 2-е изд., стер. — Москва : Горная книга, 2018. — 156 с. — ISBN 978-5-98672-489-8. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/134951 (дата обращения: 17.12.2021). — Режим доступа: для авториз. пользователей.

Исходные данные к лабораторной работе № 1 «Графическое изображение элементов горных работ»

Таблица П.1.1 **Графическое изображение забоев и уступов**

Номер варианта	Уступ			Забой												
	тип уступа, м	высота $H_р$, м	угол откоса, A, град	тип забоя	высота уступа, $H_у$, м	высота развала, $H_р$, м	ширина развала, $B_р$, м	ширина взрывной заходки, $B_б$, м	ширина заходки экскаватора (забоя), $A_э$, м	угол откоса, град		$R_{ч.у}$, м	$R_{ч.max}$, м	R_1, м	R_2, м	$H_{сл}$, м
										забоя, F	уступа, A					
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
1	Вскрышной	12	70	Экскаваторный (мехлопата)	10		Без БВР	-	13	65	70	9,04				
	Склад руды	10	60	Экскаваторный (драглайн)	30		Без БВР	-	25	40	65		71,4			
2	Рудный	12	75	Экскаваторный (мехлопата)	15	16	26	17	13	70	80	13,5				
	Отвал	25	55	Экскаваторный (мехлопата)	15		Без БВР	-	20	60	65	13,5				
3	Сложный (руда и порода)	7,5	78	Экскаваторный (роторный)	10		Без БВР	-	20	60	60			15	16	2
	Отвал	30	55	бульдозерный	7		Без БВР	-	30	20	65					
4	Вскрышной	15	75	бульдозерный	5		Без БВР	-	30	10	65					
	Склад руды	12	55	Экскаваторный (драглайн)	35		Без БВР	-	25	30	60		83,0			
5	Рудный	12	80	Экскаваторный (роторный)	17		Без БВР	-	25	60	60			21	24	4
	Отвал	25	50	Экскаваторный (драглайн)	40		Без БВР	-	35	35	55		91,5			
6	Вскрышной	20	80	Бульдозерный	3		Без БВР	-	25	10	65					
	Склад руды	10	50	Экскаваторный (мехлопата)	12	15	45	30	15	50	80	12,6				

Продолжение табл. П.1.1

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
7	Сложный	7,5	70	Экскаваторный (драглайн)	40		Без БВР	-	35	30	60		94,8			
	Вскрышной	35	50	Экскаваторный (роторный)	15	15	Без БВР	-	24	55	55			21	24	
8	Рудный	15	75	Экскаваторный (мехлопата)	12		Без БВР	-	20	60	65	13,5				
	Отвал	30	55	Экскаваторный (мехлопата)	12		Без БВР	-	18	45	70	12,6				
9	Вскрышной	12	60	Экскаваторный (драглайн)	30		Без БВР	-	30	40	65		71,4			
	Склад руды	10	50	Экскаваторный (мехлопата)	15		Без БВР	-	14	55	60	14,3				
10	Рудный	12	80	Бульдозерный	5		Без БВР	-	35	10	65					
	Отвал	25	55	Экскаваторный (роторный)	17		Без БВР	-	28	60	65	14,3				
11	Вскрышной	15	65	Экскаваторный (мехлопата)	15	18	45	32	15	55	75	14,3				
	Склад руды	12	50	Экскаваторный (мехлопата)	12		Без БВР	-	16	50	80	12,6				
12	Рудный	15	80	Экскаваторный (драглайн)	40	40	Без БВР	-	30	30	60		91,5			
	Отвал	25	55	Экскаваторный (мехлопата)	15	15	Без БВР	-	20	55	65	15,2				
13	Сложный	7,5	65	Экскаваторный (мехлопата)	15	18	36	24	12	55	75	14,3				
	Склад руды	10	50	Бульдозерный	5		Без БВР	-	35	15	65					
14	Вскрышной	20	80	Экскаваторный (роторный)	16		Без БВР	-	25	60	60			18	24	8
	Склад руды	15	55	Экскаваторный (мехлопата)	12		Без БВР	-	9	45	70	12,6				
15	Рудный	20	75	Бульдозерный	10		Без БВР	-	40	18	65					
	Отвал	20	55	Экскаваторный (мехлопата)	12		Без БВР	-	13	55	65	12,6				
16	Сложный	7,5	80	Бульдозерный	10	10	Без БВР	-	40	20	60					
	Отвал	25	50	Экскаваторный (драглайн)	30		Без БВР	-	25	30	60		71,4			

Продолжение табл. П.1.1

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
17	Вскрышной	15	75	Экскаваторный (мехлопата)	12	14	36	24	18	45	70	12,6				
	Склад руды	15	55	Экскаваторный (мехлопата)	15		Без БВР	-	22	55	65	15,2				
18	Рудный	15	80	Бульдозерный	7		Без БВР	-	35	20	65					
	Отвал	25	50	Экскаваторный (роторный)	20		Без БВР	-	34	60	60			29	33	5
19	Вскрышной	20	80	Экскаваторный (драглайн)	45		Без БВР	-	25	35	60		91,5			
	Склад руды	10	60	Бульдозерный	5	5	Без БВР	-		15	60					
20	Сложный	10	70	Экскаваторный (мехлопата)	15	12	28	6	12	55	75	14,3				
	Отвал	30	50	Бульдозерный	5		Без БВР	-		17	65					
21	Рудный	12	70	экскаваторный (мехлопата)	15	15	28	8	14	55	75	14,3				
	Отвал	35	50	Экскаваторный (драглайн)	40		Без БВР	-	30	45	65		91,5			
22	Вскрышной	12	65	Экскаваторный (драглайн)	30		Без БВР	-	25	45	60		83,0			
	Склад руды	12	50	Экскаваторный (мехлопата)	10		Без БВР	-	8	55	65	9,04				
23	Рудный	15	70	экскаваторный (драглайн)	40		Без БВР	-	35	45	65		91,5			
	Отвал	25	50	Экскаваторный (роторный)	18		Без БВР	-	27	65	65			18	26	8
24	Вскрышной	20	80	Экскаваторный (мехлопата)	15	18	60	30	20	55	80	14,3				
	Склад руды	12	55	Бульдозерный	3		Без БВР	-	40	10	60					
25	Рудный	15	65	Экскаваторный (мехлопата)	10		Без БВР	-	12	55	65	9,04				
	Отвал	25	50	Экскаваторный (мехлопата)	15	12	28	6	14	50	80	14,3				
26	Сложный	12	70	Экскаваторный (драглайн)	30	30	Без БВР	-	25	45	65		71,4			
	Склад руды	10	50	Бульдозерный	5		Без БВР	-	20	20	55					

Окончание табл. П.1.1

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
27	Рудный	15	80	Бульдозерный	7		Без БВР	-	25	18	60					
	Отвал	15	55	Экскаваторный (роторный)	16		Без БВР	-	25	65	65			18	26	8
28	Вскрышной	15	75	Экскаваторный (драглайн)	40		Без БВР	-	30	45	60		83,5			
	Склад руды	10	50	Экскаваторный (мехлопата)	12	9	24	7	12	45	70	12,6				
29	Сложный	7,5	70	Экскаваторный (мехлопата)	10		Без БВР	-	12	50	60	9,04				
	Склад руды	10	50	Бульдозерный	7		Без БВР	-	30	8	55					
30	Рудный	15	80	Экскаваторный (мехлопата)	15		Без БВР	-	12	55	60	15,2				
	Отвал	40	50	Экскаваторный (мехлопата)	12	14	48	32	16	45	70	12,6				

Таблица П.1.2

Графическое изображение траншей и съездов

Номер варианта	Горизонтальная траншея								Наклонная траншея					
	тип траншеи	уклон косогора, Y, град	внешний радиус серпантины, $R_{вн}$, м	радиус поворота трассы, R, м	глубина траншеи, $H_{тр}$, м	ширина траншеи, $B_{тр}$, м	длина траншеи, $L_{тр}$, м	угол откоса борта траншеи, G, град	тип траншеи	ширина траншеи, $B_{тр}$, м	уклон траншеи, i, %	число вскрываемых уступов, ед.	высота уступа, $H_{у}$, м	угол откоса борта траншеи, G, град
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
1	На косогоре	10			20	25		65	Съезд	25	4	1	10	75
	Внутри карьера				15	25	500	70	Крутая траншея	22	32	3	10	60
2	Серпантина	40	45	30		25		75	Внешняя траншея	25	6	1	12	50
	На косогоре	15			25	30	350	60	Съезд	30	8	1	10	65
3	На косогоре	12			10	18	400	60	Внешняя траншея	18	4	1	15	60
	Серпантина	35	60	35		30		70	Крутая траншея	25	27	3	17	70
4	Серпантина	45	60	35		25		80	Внешняя групповая траншея	25	4	2	10	70
	Внутри карьера				10	35	500	80	Съезд	35	10	1	15	75

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
5	Серпантина	30	45	30		20		70	Съезд	20	6	1	12	50
6	На косогоре	13			20	30		60	Внешняя групповая траншея	30	4	3	10	55
	Внутри карьера				15	30	700	70	Крутая траншея	24	27	8	12	60
7	Внутри карьера				10	22	500	80	Съезд	25	10	1	15	75
	Серпантина	60	50	30		22		75	Крутая траншея	25	32	6	12	75
8	На косогоре	10			17	28		55	Внешняя траншея	30	8	1	15	75
	Серпантина	50	50	30		30		70	Съезд	30	10	1	12	65
9	На косогоре	8			12	25		60	Внешняя траншея	24	4	1	15	60
	Внутри карьера				15	22	550	65	Крутая траншея	22	32	4	12	65
10	Серпантина	30	45	30		25		75	Внешняя групповая траншея	22	4	2	10	70
	На косогоре	11			17			60	Съезд	22	4	1	20	55
11	Внутри карьера				10	30	100	75	Съезд	26	6	1	20	75
	Серпантина	50	60	35		25		75	Внешняя групповая траншея	26	6	3	12	60
12	Внутри карьера				15	22	200	65	Внешняя траншея	28	8	1	17	65
	На косогоре	12			25	30		50	Крутая траншея	24	32	6	12	50
13	Серпантина	45	50	30		28		65	Съезд	30	8	1	15	60
	На косогоре	12				28		50	Крутая траншея	24	27	5	15	55
14	Внутри карьера				12	22	700	70	Внешняя траншея	32	8	1	12	60
	Серпантина	30	50	35		30		75	Съезд	30	8	1	12	75
15	На косогоре	15			15	25		60	Съезд	30	10	1	10	75
	Серпантина	45	50	35		30		70	Крутая траншея	22	27	4	10	60
16	Внутри карьера				15	22	250	65	Внешняя траншея	22	4	1	15	65
	Серпантина	35	50	35		25		70	Съезд	24	6	1	15	70
17	Внутри карьера				12	25	300	80	Внешняя траншея	24	6	1	17	70
	На косогоре	10			17	28		75	Крутая траншея	24	32	6	12	65
18	На косогоре	15			25	30		60	Внешняя групповая траншея	25	4	2	12	65
	Серпантина	40	50	35		25		65	Съезд	22	4	1	12	80

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
19	Серпантина	60	60	40		25		75	Съезд	28	8	1	15	75
	Внутри карьера				17	22	700	70	Внешняя траншея	28	8	1	20	60
20	Внутри карьера				7,5	22	450	65	Внешняя траншея	25	6	1	20	60
	На косогоре	12			20	30		50	Крутая траншея	24	27	8	15	55
21	На косогоре	8			12	30		55	Съезд	24	8	1	20	70
	Внутри карьера				10	28	500	75	Крутая траншея	22	27	8	10	65
22	На косогоре	8			10	25		50	Внешняя траншея	30	8	1	15	60
	Внутри карьера				12	25	700	80	Съезд	28	8	1	17	70
23	Серпантина	50	60	40		28		75	Съезд	30	8	1	12	70
	На косогоре	10			15	24		55	Крутая траншея	24	32	7	12	60
24	На косогоре	8			15	24		70	Внешняя траншея	26	8	1	15	65
	Серпантина	40	50	30		24		75	Съезд	26	10	1	12	75
25	Серпантина	60	70	40		25		65	Внешняя траншея	22	4	1	17	60
	Внутри карьера				10	30	300	75	Крутая траншея	22	32	4	8	55
26	Серпантина	30	60	35		25		75	Внешняя групповая траншея	20	4	3	10	75
	На косогоре	8			12	25		65	Съезд	22	6	1	15	80
27	На косогоре	10			12	30		75	Съезд	28	10	1	17	80
	Внутри карьера				7	30	600	65	Внешняя траншея	30	8	1	17	70
28	Внутри карьера				15	30	600	75	Внешняя групповая траншея	24	6	3	12	60
	Серпантина	30	50	30		25		80	Крутая траншея	24	27	5	12	60
29	На косогоре	12			15	25		63	Съезд		8	1	15	70
	Серпантина	50	60	35		30		75	Крутая траншея	22	32		15	55
30	На косогоре	15			25	25		58	Внешняя траншея	26	8	1	17	60
	Внутри карьера				20	25	500	70	Съезд	26	8	1	17	70
31	Серпантина	55	50	30		25		80	Съезд	28	8	1	15	70
	На косогоре	15			22	25		60	Крутая траншея	22	32	6	12	65
32	Внутри карьера				10	30	280	70	Внешн. траншея	24	4	1	17	65
	Серпантина	55	40	25		23		70	Съезд	26	6	1	12	70

ИСХОДНЫЕ ДАННЫЕ К ПРАКТИЧЕСКОЙ РАБОТЕ № 2
«Определение объема капитальных траншей»

Вариант	$h_т$, м	$b_т$, м	i, ед.	$\alpha_т$, град	Исследуемая зависимость
1	5	10	0,025	35	$V_т = f(b_т)$
2	6	12	0,030	40	$V_т = f(\alpha_т)$
3	8	16	0,040	41	$V_т = f(b_т)$
4	16	50	0,060	65	$V_т = f(i)$
5	15	22	0,055	25	$V_т = f(\alpha_т)$
6	35	29	0,060	50	$V_т = f(b_т)$
7	45	26	0,080	65	$V_т = f(\alpha_т)$
8	55	10	0,100	35	$V_т = f(h_т)$
9	54	18	0,110	37	$V_т = f(i)$
10	18	11	0,035	34	$V_т = f(\alpha_т)$
11	41	22	0,085	62	$V_т = f(h_т)$
12	26	17	0,036	40	$V_т = f(i)$
13	37	44	0,085	43	$V_т = f(h_т)$
14	19	23	0,040	38	$V_т = f(i)$
15	82	30	0,120	49	$V_т = f(b_т)$
16	66	38	0,066	62	$V_т = f(\alpha_т)$
17	45	34	0,040	51	$V_т = f(h_т)$
18	75	40	0,080	45	$V_т = f(h_т)$
19	67	20	0,080	37	$V_т = f(i)$
20	25	25	0,035	30	$V_т = f(b_т)$

ИСХОДНЫЕ ДАННЫЕ К ПРАКТИЧЕСКОЙ РАБОТЕ № 3

«Определение объема, размеров, производительности и срока службы карьера, запасов полезного ископаемого коэффициента вскрыши»

Вариант	L, м	M, м	$H_к$, м	$h_н$, м	$\rho_{п.и}$, т/м^3	$\gamma_{ср}$, град	$\eta_и$	$П_{п.и}$, млн т/год
1	1200	300	350	45	2,8	40	0,92	10,7
2	1500	400	460	40	2,9	39	0,93	20,9
3	1700	500	170	20	3,0	38	0,94	12,8
4	1600	450	280	30	3,1	36	0,92	16,1
5	1400	350	390	40	3,2	35	0,93	14,0
6	1300	250	200	20	3,3	34	0,94	6,1
7	1900	550	210	30	3,2	33	0,93	17,9
8	1800	180	220	40	3,1	32	0,94	5,8
9	1900	280	330	30	3,0	31	0,95	15,4
10	2000	380	240	10	2,9	40	0,96	15,1
11	2200	200	450	25	3,1	41	0,97	20,0
12	1300	100	210	40	3,4	42	0,92	2,5
13	1500	250	180	15	2,1	43	0,93	4,5
14	1900	150	250	30	2,8	44	0,94	5,7
15	1200	230	320	45	2,7	45	0,92	7,9
16	1800	210	280	20	2,5	44	0,94	9,1
17	2200	190	345	25	3,0	43	0,95	13,2
18	1900	245	360	35	1,9	40	0,92	8,7
19	2100	320	500	10	2,7	39	0,93	9,9
20	1600	195	370	12	2,5	38	0,95	9,7

Исходные данные к практической работе № 4
«Расчет заряда одиночной скважины»

Расчет проводится для станков шарошечного бурения (СБШ), пород II – IV классов по буримости и взрываемости, III – IV категорий по трещиноватости, сухих вертикальных скважин, сплошных колонковых зарядов.

Вариант	$d_д$, мм	f	$H_у$, м	$\alpha_р$, град	Тип ВВ	Δ, кг/дм^3	q', кг/м^3	$K_{ВВ}$	$\alpha_у$, град
1	214	9,7	10	65	Граммонит 79/21	0,9	0,85	1,00	55
2	190	8,0	10	70	Граммонит 79/21	0,9	0,80	1,00	55
3	243	14,0	12	65	Граммонит 79/21	0,9	0,95	1,00	55
4	320	15,9	12	70	Граммонит 79/21	0,9	1,10	1,00	55
5	243	12,0	15	70	Ифзанит Т-80	1,0	0,90	1,08	55
6	214	8,7	15	75	Ифзанит Т-80	1,0	0,80	1,08	55
7	320	14,5	18	75	Ифзанит Т-80	1,0	1,20	1,08	55
8	214	9,0	18	80	Ифзанит Т-80	1,0	0,85	1,08	55
9	190	8,5	10	75	Игданит	1,0	0,80	1,13	55
10	269	11,4	15	80	Игданит	1,0	0,90	1,13	55
11	320	16,4	20	65	Граммонит 50/50	1,0	1,20	1,01	55
12	320	15,2	10	70	Граммонит 50/50	1,0	1,20	1,01	55
13	269	11,2	15	65	Граммонит 50/50	1,0	1,15	1,01	55
14	190	8,0	20	70	Граммонит 50/50	1,0	0,75	1,01	55
15	269	10,0	12	70	Ифзанит	1,0	0,80	1,08	55
16	190	16,0	10	80	Ифзанит	1,0	1,20	1,08	55
17	320	16,4	12	65	Ифзанит	1,0	1,20	1,08	55
18	214	14,5	20	70	Граммонит 79/21	0,9	1,15	1,00	55
19	269	15,0	15	70	Граммонит 79/21	0,9	1,20	1,00	55
20	214	8,0	20	75	Граммонит 79/21	0,9	0,80	1,00	55

Приложение 5

Значение коэффициента $k_{разб}$ в зависимости от крепости пород

Крепость пород, f	2	4	6	8 - 10	12 - 14	16
$k_{разб}$	1,00	1,05	1,04	1,037 - 1,031	1,03 - 1,021	1,02

Приложение 6

Значение коэффициента $k_з$

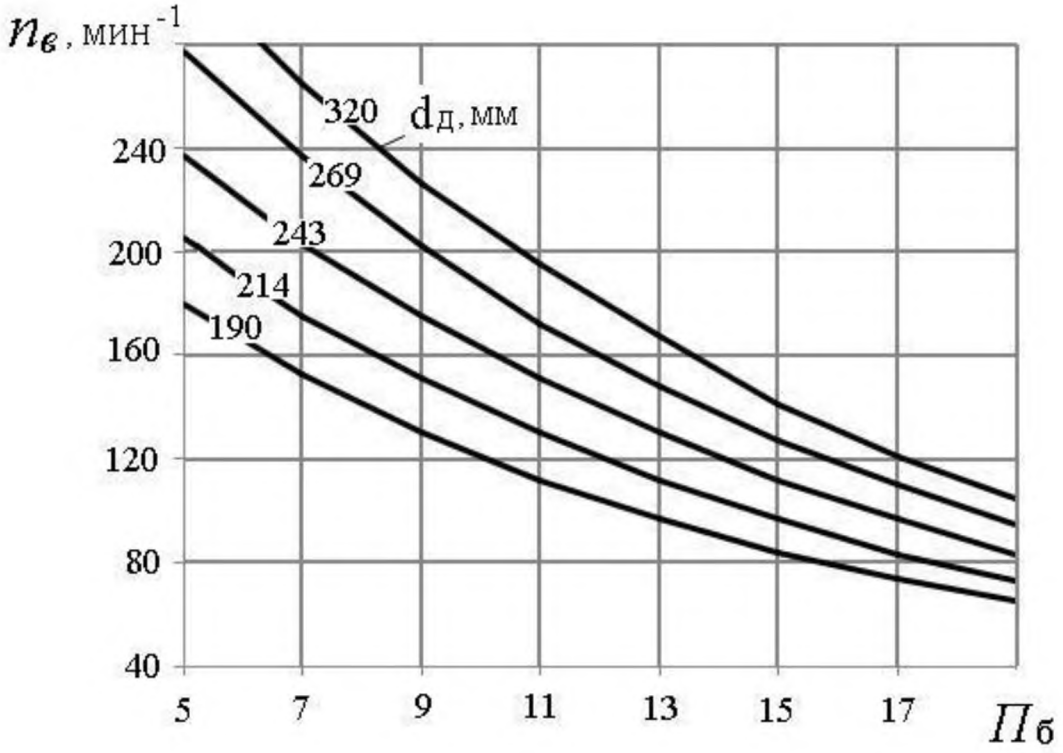
Время замедления, τ, мс	0	10	25	50	75 и более
$k_з$	1	0,95	0,90	0,85	0,80

Исходные данные к практической работе № 5
«Расчет производительности бурового станка»

Вариант	$d_д$, мм	$\sigma_{сж}$, МПа	$\sigma_{сд}$, МПа	ρ, т/м^3	$T_{см}$, ч/смен	$T_в$, ч/м	$(T_{п.з} + T_р)$, ч/смен
1	214	97	13	3,4	8	0,03	0,5
2	190	80	9	3,0	12	0,03	0,7
3	243	140	14	3,8	8	0,04	0,6
4	320	159	16	2,7	12	0,04	0,7
5	243	120	10	2,5	8	0,05	0,5
6	214	87	10	3,9	12	0,05	0,7
7	320	145	17	3,7	8	0,03	0,6
8	214	90	10	2,7	12	0,03	0,7
9	190	95	17,5	2,8	8	0,04	0,5
10	269	113,5	8,5	2,9	12	0,04	0,7
11	320	164	8,5	3,1	8	0,05	0,6
12	320	152	9	4,0	12	0,05	0,7
13	269	112	14	3,4	8	0,03	0,5
14	190	80	8	2,3	12	0,03	0,7
15	269	100	15	2,4	8	0,04	0,6
16	190	160	10	3,2	8	0,03	0,7
17	320	164	9	2,7	12	0,04	0,6
18	214	145	16	2,3	8	0,03	0,5
19	269	150	15	3,1	12	0,04	0,7
20	214	80	12	2,5	8	0,05	0,6

Приложение 8

Зависимость оптимальной скорости вращения $n_в$ бурового става станков СБШ от $П_б$ и $d_д$



Приложение 9

Значение коэффициента k в зависимости от показателя буримости горных пород

$П_б$	≥ 8	10	12	14	16	18
k	0,700	0,725	0,750	0,775	0,800	0,825

Приложение 10

ИСХОДНЫЕ ДАННЫЕ ДЛЯ РАСЧЕТОВ К ПРАКТИЧЕСКОЙ РАБОТЕ № 6
«Расчет производительности карьерных экскаваторов»

Вариант	Модель экскаватора	Категория пород по трудности экскавации	β, град	$T_{см}$, ч/смен	$n_г$, дней/год	Вид транспорта	$k_и$
1	ЭКГ-3,2	III	90	8	260	Авто	0,75
2	ЭКГ-5А	IV	130	12	260	Ж.-д.	0,60
3	ЭКГ-8И	V	120	8	250	Авто	0,72
4	ЭКГ-6,3УС	III	100	12	250	Ж.-д.	0,63
5	ЭКГ-5А	IV	120	8	250	Авто	0,74
6	ЭКГ-8И	V	130	12	250	Ж.-д.	0,68
7	ЭКГ-6,3УС	III	120	8	250	Авто	0,75
8	ЭКГ-12,5	IV	110	12	230	Ж.-д.	0,65
9	ЭКГ-3,2	V	90	8	260	Авто	0,73
10	ЭКГ-5А	III	120	12	240	Ж.-д.	0,68
11	ЭКГ-6,3УС	IV	130	8	240	Авто	0,75
12	ЭКГ-8И	V	140	12	240	Ж.-д.	0,63
13	ЭКГ-12,5	III	150	8	250	Авто	0,73
14	ЭКГ-20	IV	90	12	230	Ж.-д.	0,64
15	ЭКГ-5А	V	120	8	240	Авто	0,74
16	ЭКГ-3,2	III	110	12	260	Ж.-д.	0,65
17	ЭКГ-5А	IV	115	8	240	Авто	0,75
18	ЭКГ-6,3УС	V	140	12	250	Ж.-д.	0,68
19	ЭКГ-8И	III	95	8	240	Авто	0,74
20	ЭКГ-12,5	IV	115	12	250	Ж.-д.	0,63

Приложение 11

Коэффициенты разрыхления пород в ковше экскаватора и наполнении ковша (по ЕНВ)

Категория пород по трудности экскавации	Плотность пород в целике ρ, т/м^3	$k_р$	$k_н$
I	1,6	1,15	1,05
II	1,8	1,25	1,05
III	2,0	1,35	0,95
IV	2,5	1,50	0,90
V	3,5	1,60	0,90

ИСХОДНЫЕ ДАННЫЕ ДЛЯ РАСЧЕТОВ К ПРАКТИЧЕСКОЙ РАБОТЕ № 7
«Определение производительности карьерных автосамосвалов»

Вариант	Категория пород (по ЕНВ)	Параметры трассы		Исследуемая зависимость
		L, км	$H_{п}$, м	
1	I	1,2	20	$Q_{а} = f(L)$
2	II	4,0	80	$Q_{а} = f(H_{п})$
3	III	1,4	40	$Q_{а} = f(L)$
4	IV	3,8	20	$Q_{а} = f(H_{п})$
5	V	1,6	60	$Q_{а} = f(L)$
6	I	3,6	200	$Q_{а} = f(H_{п})$
7	II	1,8	100	$Q_{а} = f(L)$
8	III	3,4	120	$Q_{а} = f(H_{п})$
9	IV	2,0	60	$Q_{а} = f(L)$
10	V	3,2	140	$Q_{а} = f(H_{п})$
11	I	2,2	80	$Q_{а} = f(L)$
12	II	3,0	140	$Q_{а} = f(H_{п})$
13	III	2,4	140	$Q_{а} = f(L)$
14	IV	2,8	60	$Q_{а} = f(H_{п})$
15	V	2,6	160	$Q_{а} = f(L)$
16	I	4,0	200	$Q_{а} = f(H_{п})$
17	II	1,0	20	$Q_{а} = f(L)$
18	III	1,4	60	$Q_{а} = f(H_{п})$
19	IV	1,8	80	$Q_{а} = f(L)$
20	V	3,6	220	$Q_{а} = f(H_{п})$

Приложение 13

Техническая характеристика карьерных автосамосвалов БелАЗ

Показатель	Модель автосамосвала				
	БелАЗ - 7540	БелАЗ - 7548	БелАЗ - 7549	БелАЗ - 7514	БелАЗ - 7521
Грузоподъемность, q_a, т……..	30,0	42,0	80,0	120,0	180,0
Собственная масса, G_a, т……	21,9	29,5	67,0	95,0	163,0
Геометрическая вместимость кузова, V_a, м^3……	15,0	21,0	35,0	47,0	84,0
Вместимость кузова «с шапкой», V'_a, м^3 ……	18,0	26,0	46,0	61,0	110,0
К. п. д. трансмиссии, $\eta_т$ ……..	0,70	0,70	0,78	0,77	0,77
Мощность двигателя, $N_д$, кВт…….	310	368,0	809	1029,0	1691
Продолжительность, мин:					
маневровых операций при установке на погрузку, $t_{м.п}$ ……	0,50	0,59	0,64	0,70	0,87
маневровых операций при установке на разгрузку, $t_{м.р}$ ……	0,54	0,64	0,69	0,76	0,94
разгрузки, $t_р$ ……	0,67	0,78	1,00	1,17	1,51
Ширина проезжей части автодороги при двухполосном движении, T, м	10,5	11,5	14,5	16,0	19,0

Приложение 14

Значение коэффициента технической готовности автосамосвалов ($k_{т.г}$)

Грузоподъемность автосамосвала, т	Значение $k_{т.г}$ при суточном пробеге, $L_с$, км						
	50	100	150	200	250	300	350
30 – 42	0,94	0,88	0,84	0,80	0,76	0,73	0,70
80	0,93	0,86	0,81	0,76	0,72	0,69	0,64
110 – 180	0,92	0,86	0,81	0,76	0,72	0,68	0,64

Среднетехнические скорости движения карьерных автосамосвалов ($v_{ср.т}$), км/ч

Расстояние, L, км	Высота подъема горной массы, $H_п$, м												
	0	20	40	60	80	100	120	140	160	180	200	220	240
1,0	22,7	21,1	18,4	16,0									
1,2	23,9	21,8	19,5	17,5	15,8								
1,4	24,1	22,0	20,0	18,3	16,7								
1,6	24,7	22,5	20,6	19,0	17,6	16,3							
1,8	25,3	23,3	21,5	19,9	18,6	17,4	16,2						
2,0	26,0	24,0	22,3	20,8	19,5	18,3	17,2						
2,2	26,7	24,8	23,1	21,7	20,4	19,2	18,1	17,2					
2,4	27,3	25,5	23,9	22,5	21,2	20,0	19,0	18,0	17,2				
2,6	27,9	26,2	24,6	23,2	22,0	20,8	19,8	18,9	17,9	17,2			
2,8	28,6	26,9	25,4	24,0	22,7	21,6	20,6	19,6	18,8	18,0			
3,0	29,2	27,5	26,1	24,7	23,5	22,4	21,3	20,4	19,5	18,7	18,0		
3,2	29,7	28,2	26,7	25,3	24,2	23,2	22,0	21,1	20,2	19,4	18,6		
3,4	30,4	28,8	27,4	26,1	24,9	23,7	22,7	21,8	20,9	20,1	19,2	18,2	
3,6	31,0	29,4	28,0	26,7	25,5	24,4	23,4	22,5	21,6	20,8	19,6	18,7	17,7
3,8	31,6	30,0	28,6	27,4	26,1	25,1	24,1	23,1	22,3	21,4	20,2	19,4	18,4
4,0	32,0	30,6	29,2	28,0	26,8	25,7	24,7	23,8	22,9	22,1	20,9	20,0	19,2

Исходные данные к практической работе № 8
«Конструкция рабочего и нерабочего бортов карьера»

Вариант	$H_у$, м	$n_{ру}$	α, град	$\alpha_у$, град	$b_с$, м	i, ед	Исследуемая зависимость φ от следующих параметров
1	10	3	65	55	16	0,08	$\varphi = f(H_у)$
2	10	4	70	55	12	0,04	$\varphi = f(Ш_{р.п})$
3	12	5	65	52	15	0,06	$\varphi = f(H_у)$
4	12	3	70	64	20	0,03	$\varphi = f(Ш_{р.п})$
5	15	4	70	60	15	0,04	$\varphi = f(H_у)$
6	15	5	75	67	18	0,06	$\varphi = f(Ш_{р.п})$
7	18	3	75	70	12	0,03	$\varphi = f(H_у)$
8	18	4	80	70	10	0,04	$\varphi = f(Ш_{р.п})$
9	10	5	75	68	15	0,06	$\varphi = f(H_у)$
10	15	3	80	69	16	0,03	$\varphi = f(Ш_{р.п})$
11	20	4	65	57	12	0,04	$\varphi = f(H_у)$
12	10	5	70	60	13	0,06	$\varphi = f(Ш_{р.п})$
13	15	3	65	57	10	0,03	$\varphi = f(H_у)$
14	20	4	70	65	15	0,04	$\varphi = f(Ш_{р.п})$
15	12	5	70	59	16	0,06	$\varphi = f(H_у)$
16	10	3	80	68	17	0,03	$\varphi = f(Ш_{р.п})$
17	12	4	65	58	18	0,04	$\varphi = f(H_у)$
18	20	5	70	60	15	0,06	$\varphi = f(Ш_{р.п})$
19	15	3	70	60	12	0,08	$\varphi = f(H_у)$
20	20	4	75	60	13	0,04	$\varphi = f(Ш_{р.п})$

Исходные данные к практической работе № 9
«Расчет бульдозерного отвалообразования при автомобильном транспорте»

Вариант	W, млн м^3	$П_в^г$, млн м^3/год	Характеристика складируемых пород	
			тип	ρ, т/м^3
1	160	8,0	Рыхлые	1,6
2	180	9,0	Полускальные	1,8
3	200	10,0	Полускальные	2,0
4	220	11,0	Скальные	2,5
5	120	5,0	Скальные	3,5
6	140	6,0	Рыхлые	1,6
7	185	7,5	Полускальные	1,8
8	260	12,5	Полускальные	2,0
9	170	8,5	Скальные	2,5
10	210	9,5	Скальные	3,5
11	250	13,0	Рыхлые	1,6
12	280	13,5	Полускальные	1,8
13	300	14,0	Полускальные	2,0
14	320	14,5	Скальные	2,5
15	195	9,0	Скальные	3,5
16	100	5,0	Рыхлые	1,6
17	150	7,5	Полускальные	1,8
18	200	9,4	Полускальные	2,0
19	210	8,3	Скальные	2,5
20	240	12,7	Скальные	3,5

Приложение 18

Значение коэффициентов $k_{\text{р}}^{\text{о}}$, $k_{\text{зав}}$ и высоты яруса $h_{\text{я}}$

Породы	$h_{\text{я}}$, м	Значения коэффициентов	
		$k_{\text{р}}^{\text{о}}$	$k_{\text{зав}}$
Скальные	30 - 60	1,12 - 1,20	0,7
Полускальные, смешанные	20 - 40	1,06 - 1,12	0,8
Рыхлые, глинистые	15 - 20	1,05 - 1,07	0,9

Приложение 19

Производительность бульдозеров (по данным института Гипроруда)

Тип бульдозера	Сменная (за 8 ч) производительность при дальности перемещения грунта до 10 м в породах, м^3		
	рыхлые	полускальные	скальные
Д-685 на базе Т-100М	1100	950	750
ДЗ-27 на базе Т-130	1500	1300	1000
Д-575 на базе Т-180	1900	1650	1300
ДЗ-118 на базе ДЭТ-250М	2200	1850	1500
ДЗ-159УХЛ на базе Т-50.01	4740	4000	3230
D10N (фирма «Катерпиллер»)	3730	3130	2536
D11N (фирма «Катерпиллер»)	5510	4630	3750

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебно-методическому комплексу _____ С.А. Упоров

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ И ЗАДАНИЯ К КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЕ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ

Б1.О.ДВ.01.03 ВЕДЕНИЕ АВАРИЙНО-СПАСАТЕЛЬНЫХ РАБОТ

Специальность
21.05.04 Горное дело

Направленность (профиль)
Технологическая безопасность и горноспасательное дело»

Автор: Батанин Ф.К. ст. преподаватель, Кочнева Л.В. ст. преподаватель

Одобрена на заседании кафедры	Рассмотрена методической комиссией
Безопасности горного производства	Горнотехнологического факультета
(название кафедры)	*(название факультета)*
Зав. кафедрой _____ *(подпись)*	Председатель _____ *(подпись)*
Елохин В.А.	Колчина Н.В.
(Фамилия И.О.)	*(Фамилия И.О.)*
Протокол № 1 от 20.09.2023	Протокол № 2 от 20.10.2023
(Дата)	*(Дата)*

Екатеринбург

Оглавление

Методические указания по выполнению контрольной работы.....3
Практико-ориентированное задание №1 «Ликвидация аварий и чрезвычайных ситуаций на горных предприятиях».....4
Практико-ориентированное задание №2 «Тактические приемы аварийно-спасательных работ» 7

Методические указания по выполнению контрольной работы

В соответствии с учебным планом при изучении дисциплины «Ведение аварийно-спасательных работ» каждый студент специальности 21.05.04 «Горное дело» направленности (профиля) «***Мехатроника и робототехника промышленных комплексов***» выполняет 2 (две) контрольных работы.

Каждая контрольная работа содержит ответ на теоретический вопрос и выполнение практико-ориентированного задания.

Контрольные работы выполняются по следующим темам:

- контрольная работа №1 «Ликвидация аварий и чрезвычайных ситуаций на горных предприятиях»;
- контрольная работа №2 «Тактические приемы аварийно-спасательных работ».

Контрольные работы выполняются студентами в течение семестра и передаются на проверку (рецензирование) преподавателем. Успешное выполнение контрольных работ является обязательным условием допуска студента к сдаче экзамена по дисциплине.

Вариант для выполнения задания выбирается по списку!

К контрольной работе предъявляются следующие требования:

1) работа должна быть полностью выполнена и аккуратно оформлена;
2) текст работы может быть рукописным или машинописным;
3) все страницы должны быть пронумерованы и на каждой оставлены поля (25-30 мм) для замечаний рецензента;
4) необходимые схемы и чертежи должны выполняться с использованием чертежных принадлежностей;
5) на первой странице необходимо указать вариант контрольной работы и его содержание, в конце работы приводится список использованной литературы, составленный в соответствии с библиографическими требованиями;
6) выполненная работа в конце обязательно подписывается студентом с указанием даты ее выполнения;
7) работа, оформленная с нарушением перечисленных требований, к рассмотрению не принимается.

Сроки выполнения контрольных работ фиксируются учебным графиком. Выполненная работа рецензируется и оценивается преподавателем («зачтено» или «не зачтено»). В случае отрицательной рецензии студент должен исправить все ошибки и дать исчерпывающие ответы. Стирать или зачеркивать замечания не разрешается. Исправленная работа направляется на повторное рецензирование. Исправления отдельно от работы не рассматриваются.

Контрольная работа №1 «Ликвидация аварий и чрезвычайных ситуаций на горных предприятиях»

I. Теоретический вопрос:

1. Аппараты для защиты органов дыхания и приборы для ее проверки военизированных горноспасательных частей (ВГСЧ).
2. Горноспасательные работы в выработках с непригодной для дыхания атмосферой. Разведка горных выработок.
3. Организация руководства работами по локализации и ликвидации аварии и горноспасательными работами.
4. План мероприятий по локализации и ликвидации последствий аварии. Назначение, состав и прилагаемые документы.
5. Виды аварий на горных предприятиях и причины их возникновения.
6. Средства защиты и противотепловой защиты военизированных горноспасательных частей (ВГСЧ).
7. Средства первой и медицинской помощи и приборы их проверки военизированных горноспасательных частей (ВГСЧ).
8. Состав и структура военизированных горноспасательных частей (ВГСЧ).
9. Действия лиц, участвующих в локализации и ликвидации аварии.
10. Порядок проведения аттестации аварийно-спасательных служб (формирований) и спасателей
11. Организация подземной базы и связи при ведении горноспасательных работ.
12. Основные задачи, численность, состав, структура, комплектование, оснащение и руководство вспомогательными горноспасательными командами (ВГК).
13. Назначение, принципы деятельности, задачи и функции ВГСЧ. Обеспечение форменной и спецодеждой работников ВГСЧ.
14. Требования к комплектованию военизированных горноспасательных частей (ВГСЧ). Состав ВГСЧ и служебные группы. Условия несения службы, прием на службу, испытание. Режим несения службы. Распорядок дня.
15. Оплата труда работников военизированных горноспасательных частей (ВГСЧ).

II. Практико-ориентированное задание

Для вашего производственного объекта (по материалам технологической практики или практики по получению опыта профессиональной деятельности практик) разработать донесение о ходе ликвидации аварии (пример форм заполняемых документов приведен ниже).

ДОНЕСЕНИЕ О ХОДЕ ЛИКВИДАЦИИ АВАРИИ

Объект:

Вышестоящая организация:

Место аварии:

Характер аварии:

Время возникновения аварии:

Ответственный руководитель работ по ликвидации аварии:

Руководитель горноспасательных работ:

Дата	Часы и минуты	Содержание заданий по ликвидации аварии и срок выполнения	Ответственные лица за выполнение задания	Отметка об исполнении заданий (число, часы, минуты)

Ответственный руководитель ликвидацией аварии _____

Руководитель горноспасательными работами _____

ОПЕРАТИВНЫЙ ПЛАН №

Составлен __ч ___ мин « ___» _____ 20___ г.

Обстановка в шахте:

№ п/п	Описание	Срок выполнения	Ответственный за выполнение
1.			
2.			
3.			

Ответственный руководитель ликвидацией аварии _____

Руководитель горноспасательными работами _____

Контрольная работа №2 «Тактические приемы аварийно-спасательных работ»

I. Теоретический вопрос:

1. Приборы для контроля параметров рудничной атмосферы военизированных горноспасательных частей (ВГСЧ).
2. Средства связи, оповещения и навигации ВГСЧ.
3. Диспозиция выездов подразделений военизированных горноспасательных частей. Путевка на выезд подразделения. Организация командного пункта.
4. Тушение пожаров на объектах ведения горных работ, опасных по газу и (или) пыли.
5. Выезд подразделений военизированных горноспасательных частей для проведения горноспасательных работ.
6. Проветривание горных выработок при локализации и ликвидации последствий аварий.
7. Тушение пожаров методом изоляции горных выработок.
8. Перечень минимального оснащения отделения военизированных горноспасательных частей (ВГСЧ).
9. Ликвидация последствий прорыва воды, заиловки, горной массы.
10. Ликвидация последствий взрывов горючих газов и (или) пыли.
11. Ликвидация последствий горного удара, обрушения горных пород.
12. Тушение пожаров в горных выработках. Способы тушения. Тушение пожара активным способом.
13. Средства и установки для тушения пожаров военизированных горноспасательных частей (ВГСЧ).
14. Тушение пожаров в тупиковых, наклонных и вертикальных горных выработках.
15. Тушение пожаров на объектах ведения горных работ, опасных по газу и (или) пыли.

II. Практико-ориентированное задание

Ведение горноспасательных работ в горных выработках с непригодной для дыхания атмосферой

При работе в горных выработках с непригодной для дыхания атмосферой в бал-лоне дыхательного аппарата (далее – ДА) со сжатым кислородом или кислородно-азотной смесью (далее - дыхательная смесь) должен резервироваться запас дыхательной смеси, соответствующий давлению 5 МПа (50 атм).

Рабочий запас дыхательной смеси в баллоне ДА, соответствующий давлению 15 МПа (150 атм), следует расходовать исходя из расчета:

при передвижении вверх, по горизонтальным горным выработкам или вниз по горным выработкам с углом наклона до 10° включительно - половину рабочего запаса на передвижение в направлении вперед и половину на возвращение;

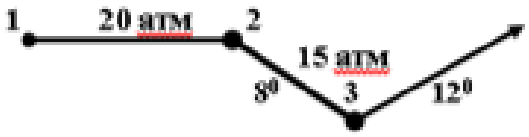
при передвижении по горным выработкам с углом наклона более 10° вниз - одну треть рабочего запаса на передвижение в направлении вперед и две трети - на воз-вращение.

Если отделение передвигается по горным выработкам с непригодной для дыхания атмосферой с использованием механических транспортных средств, запас дыхательной смеси в баллоне ДА на обратный путь определяется из расчета возвращения пешком.

Вариант 1

1. Определить расход кислорода на движение вперед из точки «3»
2. При каком давлении кислорода в баллоне респиратора отделение возвращается на ПБ.

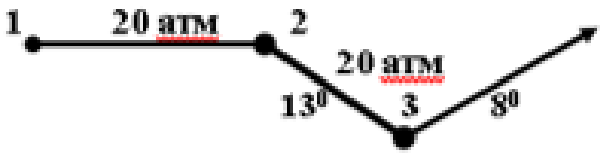
Для расчета принимаем: первоначальное давление в баллоне 210 атм, резерв кислорода 50 атм



Вариант 2

1. Определить расход кислорода на движение вперед из точки «3»
2. При каком давлении кислорода в баллоне респиратора отделение возвращается на ПБ.

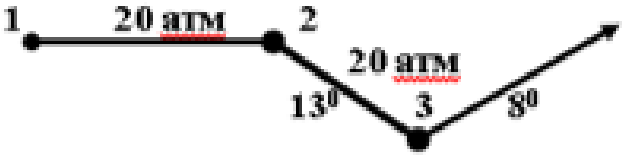
Для расчета принимаем: первоначальное давление в баллоне 20 0 атм, резерв кислорода 50 атм



Вариант 3

1. Определить расход кислорода на движение вперед из точки «3»
2. При каком давлении кислорода в баллоне респиратора отделение возвращается на ПБ.

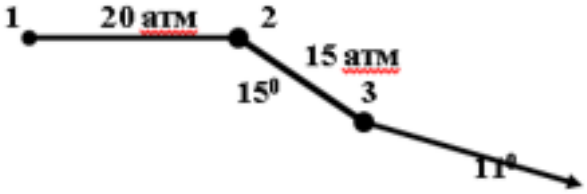
Для расчета принимаем: первоначальное давление в баллоне 210 атм, резерв кислорода 50 атм



Вариант 4

1. Определить расход кислорода на движение вперед из точки «3»
2. При каком давлении кислорода в баллоне респиратора отделение возвращается на ПБ.

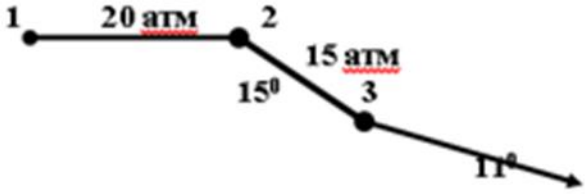
Для расчета принимаем: первоначальное давление в баллоне 210 атм, резерв кислорода 50 атм



Вариант 5

1. Определить расход кислорода на движение вперед из точки «3»
2. При каком давлении кислорода в баллоне респиратора отделение возвращается на ПБ.

Для расчета принимаем: первоначальное давление в баллоне 200 атм, резерв кислорода 50 атм

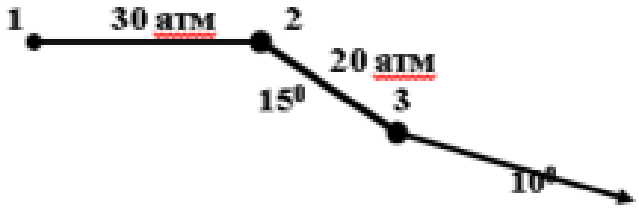


Вариант 6

1. Определить расход кислорода на движение вперед из точки «3»

2. При каком давлении кислорода в баллоне респиратора отделение возвращается на ПБ.

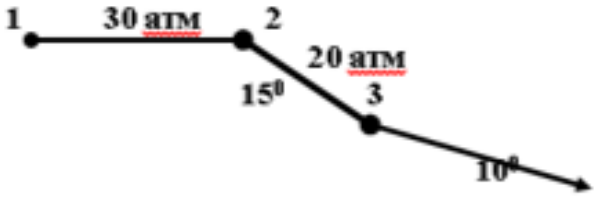
Для расчета принимаем: первоначальное давление в баллоне 210 атм, резерв кислорода 50 атм



Вариант 7

1. Определить расход кислорода на движение вперед из точки «3»
2. При каком давлении кислорода в баллоне респиратора отделение возвращается на ПБ.

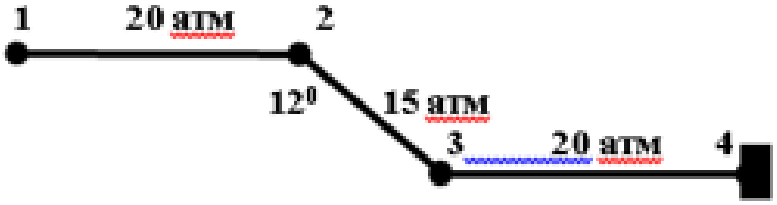
Для расчета принимаем: первоначальное давление в баллоне 200 атм, резерв кислорода 50 атм



Вариант 8

1. Определить расход кислорода на движение вперед из точки «4»
2. При каком давлении кислорода в баллоне респиратора отделение возвращается на ПБ.

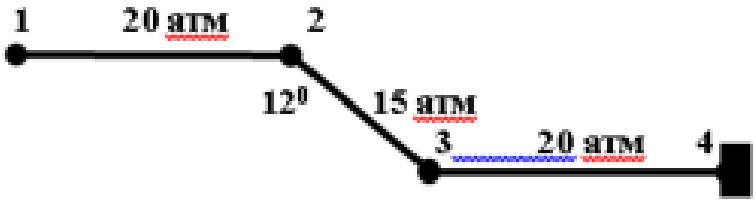
Для расчета принимаем: первоначальное давление в баллоне 190 атм, резерв кислорода 50 атм



Вариант 9

1. Определить расход кислорода на движение вперед из точки «4»
2. При каком давлении кислорода в баллоне респиратора отделение возвращается на ПБ.

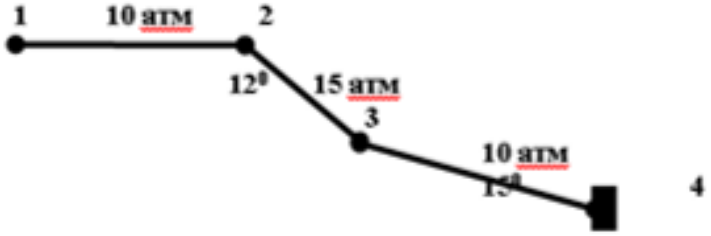
Для расчета принимаем: первоначальное давление в баллоне 200 атм, резерв кислорода 50 атм



Вариант 10

1. Определить расход кислорода на движение вперед из точки «4»
2. При каком давлении кислорода в баллоне респиратора отделение возвращается на ПБ.

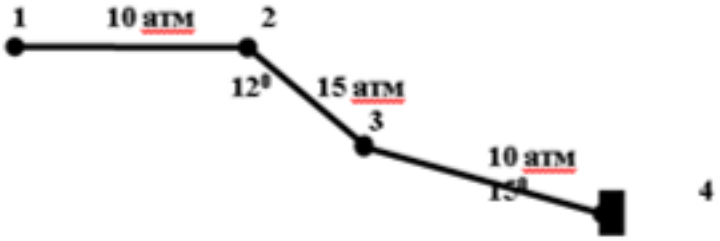
Для расчета принимаем: первоначальное давление в баллоне 210 атм, резерв кислорода 50 атм



Вариант 11

1. Определить расход кислорода на движение вперед из точки «4»
2. При каком давлении кислорода в баллоне респиратора отделение возвращается на ПБ.

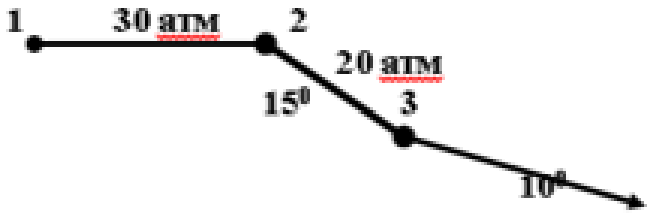
Для расчета принимаем: первоначальное давление в баллоне 200 атм, резерв кислорода 50 атм



Вариант 12

1. Определить расход кислорода на движение вперед из точки «3»
2. При каком давлении кислорода в баллоне респиратора отделение возвращается на ПБ.

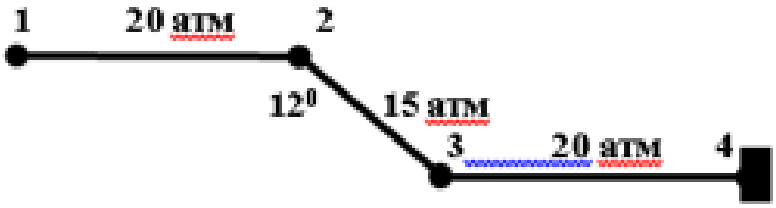
Для расчета принимаем: первоначальное давление в баллоне 195 атм, резерв кислорода 50 атм



Вариант 13

1. Определить расход кислорода на движение вперед из точки «4»
2. При каком давлении кислорода в баллоне респиратора отделение возвращается на ПБ.

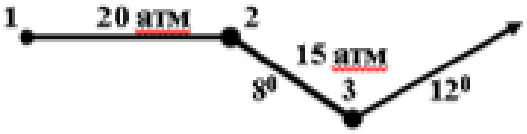
Для расчета принимаем: первоначальное давление в баллоне 195 атм, резерв кислорода 50 атм



Вариант14

1. Определить расход кислорода на движение вперед из точки «3»
2. При каком давлении кислорода в баллоне респиратора отделение возвращается на ПБ.

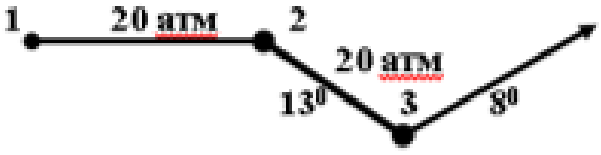
Для расчета принимаем: первоначальное давление в баллоне 195 атм, резерв кислорода 50 атм



Вариант15

1. Определить расход кислорода на движение вперед из точки «3»
2. При каком давлении кислорода в баллоне респиратора отделение возвращается на ПБ.

Для расчета принимаем: первоначальное давление в баллоне 190 атм, резерв кислорода 50 атм



МИНОБРНАУКИ РОССИИ
ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебно-методическому комплексу _____ С.А. Упоров

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ОРГАНИЗАЦИИ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ И ЗАДАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ

Б1.О.ДВ.01.03 ВЕДЕНИЕ АВАРИЙНО-СПАСАТЕЛЬНЫХ РАБОТ

Специальность
21.05.04 Горное дело

Направленность (профиль)
Технологическая безопасность и горноспасательное дело»

Автор: Батанин Ф.К., ст. преподаватель, Кочнева Л.В., ст. преподаватель

Одобрена на заседании кафедры

Безопасности горного производства
(название кафедры)

Зав. кафедрой _____
(подпись)

Елохин В.А.
(Фамилия И.О.)

Протокол № 1 от 20.09.2023
(Дата)

Рассмотрена методической комиссией

Горнотехнологического факультета
(название факультета)

Председатель _____
(подпись)

Колчина Н.В.
(Фамилия И.О.)

Протокол № 2 от 20.10.2023
(Дата)

Екатеринбург

ВВЕДЕНИЕ

Методические рекомендации для обучающихся по освоению учебной дисциплины

В процессе изучения учебной дисциплины следует:

1. Ознакомиться с рабочей учебной программой дисциплины. Рабочая учебная программа содержит перечень тем, которые необходимо изучить, планы лекционных и практических занятий, содержание дисциплины с указанием объема лекционных занятий, практических занятий и самостоятельной работы, перечень основной, дополнительной литературы и ресурсов информационно-коммуникационной сети «Интернет».

2. Ознакомиться с календарно-тематическим планом самостоятельной работы обучающихся.

3. Посещать теоретические (лекционные) и практические занятия.

4. При подготовке к практическим занятиям, а также при выполнении самостоятельной работы следует использовать методические указания для обучающихся.

При подготовке к практическим занятиям требуется:

- изучить теоретический материал, используя основную и дополнительную литературу, электронные ресурсы;
- ответить на вопросы тестов.

Изучение дисциплины производится в тематической последовательности. Самостоятельному изучению материала, как правило, предшествует лекция. На лекции даются указания по организации самостоятельной работы, срокам сдачи заданий, порядке проведения экзамена. Информацию о графике выполнения самостоятельных работ и критериях оценки учебной работы студента преподаватель сообщает на первой лекции курса.

Для организации и контроля учебной работы студентов используется проверка выполнения тестовых заданий. Форма промежуточной аттестации: экзамен.

Организация самостоятельной работы студентов

Самостоятельная работа студентов (СРС) - обязательная и неотъемлемая часть учебной работы студента по данной учебной дисциплине. Объемы и виды трудозатрат по всем отдельным видам представлены в программе. Общие планируемые затраты времени на выполнение всех видов аудиторных и внеаудиторных заданий соответствуют бюджету времени работы студентов, предусмотренному учебными планами по дисциплине в текущем семестре.

Перечни аудиторных и внеаудиторных занятий и заданий (тестов), вносимых в графики СРС, определяются в соответствии с программой учебной дисциплины.

Работа с книгой

Изучать курс рекомендуется по темам, предварительно ознакомившись с содержанием каждой из них по программе. При первом чтении следует стремиться к получению общего представления об излагаемых вопросах, а также отмечать трудные или неясные моменты. При повторном изучении темы необходимо освоить все теоретические положения. Рекомендуется вникать в сущность того или иного вопроса, но не пытаться запомнить отдельные факты и явления. Изучение любого вопроса на уровне сущности, а не на уровне отдельных явлений, способствует более глубокому и прочному усвоению материала.

Для более эффективного запоминания и усвоения изучаемого материала, полезно иметь рабочую тетрадь (использовать лекционный конспект) и заносить в нее формулировки и основные понятия, новые незнакомые термины, названия, определения и т.п. Весьма целесооб-

разно пытаться систематизировать учебный материал, проводить обобщение разнообразных фактов, сводить их в таблицы. Такая методика облегчает запоминание и уменьшает объем конспектируемого материала.

Изучая курс, полезно обращаться и к предметному указателю в конце книги. Пока тот или иной раздел не усвоен, переходить к изучению новых разделов не следует. Краткий конспект курса будет полезен при повторении материала в период подготовки к экзамену.

Изучение курса должно обязательно сопровождаться выполнением необходимых упражнений и решением задач. Решение задач - один из лучших методов прочного усвоения, проверки и закрепления теоретического материала. Этой же цели служат вопросы для самопроверки и тренировочные тесты, позволяющие контролировать степень успешности изучения учебного материала.

Консультации

Изучение дисциплины проходит под руководством преподавателя на базе делового сотрудничества. В случае затруднений, возникающих при изучении учебной дисциплины, студентам следует обращаться за консультацией к преподавателю, реализуя различные коммуникационные возможности: очные консультации (непосредственно в университете в часы приема преподавателя), заочные консультации (посредством электронной почты).

САМОСТОЯТЕЛЬНОЕ ИЗУЧЕНИЕ ТЕМ КУРСА

При самостоятельном изучении теоретического курса студентам необходимо самостоятельно освоить и проработать темы теоретического курса в соответствии с учебной программой дисциплины, основательно подготовить ответы на вопросы тестов по темам программы.

Самостоятельно изучаемые вопросы курса в последующем включаются в экзаменационные билеты.

ПОВТОРЕНИЕ МАТЕРИЛА ЛЕКЦИЙ

Для приобретения прочных знаний и выработки навыков самостоятельной работы по учебной дисциплине «Ведение аварийно-спасательных работ» необходимо повторить материал лекционных занятий, а также прочитать основную и дополнительную литературу, рекомендованную для самостоятельного изучения по данной дисциплине. Работа с материалом должна носить системный характер.

ПОДГОТОВКА К ПРАКТИЧЕСКИМ ЗАНЯТИЯМ

Для успешной подготовки к практическим занятиям студенту невозможно ограничиться слушанием лекций. Требуется предварительная самостоятельная работа студентов по теме планируемого занятия. Студенты должны предварительно поработать над конспектом, учебником, учебным пособием, чтобы основательно овладеть теорией вопроса.

ПОДГОТОВКА К ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

При подготовке к экзамену по дисциплине «Ведение аварийно-спасательных работ» обучающемуся рекомендуется:

Повторить пройденный материал и ответить на вопросы, используя конспект и материалы лекций. Если по каким-либо вопросам у студента недостаточно информации в лекционных материалах, то необходимо получить информацию из раздаточных материалов и/или учебников (литературы), рекомендованных для изучения дисциплины «Ведение аварийно-спасательных работ».

Целесообразно также дополнить конспект лекций наиболее существенными и важными тезисами для рассматриваемого вопроса.

УЧЕБНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ПРИ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЕ И ПРИ ПОДГОТОВКЕ К ПРАКТИЧЕСКИМ ЗАНЯТИЯМ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

1. О промышленной безопасности опасных производственных объектов [Электронный ресурс]: федеральный закон от 21.07.1997 № 116-ФЗ (с доп. и изм.). - Режим доступа: ИПС «КонсультантПлюс», в локальной сети вуза.

2. Об аварийно-спасательных службах и статусе спасателя. [Электронный ресурс]: федеральный закон от 22.08.1995 № 151-ФЗ (с доп. и изм.). - Режим доступа: ИПС «Гарант», в локальной сети вуза.

3. Об утверждении Положения о профессиональных аварийно-спасательных службах, профессиональных аварийно-спасательных формированиях, выполняющих горноспасательные работы, и Правил расчета стоимости обслуживания объектов ведения горных работ профессиональными аварийно-спасательными службами, профессиональными аварийно-спасательными формированиями, выполняющими горноспасательные работы [Электронный ресурс]: постановление Правительства РФ от 27.04.2018 № 517. - Режим доступа: ИПС «Гарант», в локальной сети вуза.

4. Об утверждении Положения о ВГСЧ [Электронный ресурс]: постановление Правительства РФ от 28.01.2012 № 45 (с изм. и доп.). - Режим доступа: ИПС «Гарант», в локальной сети вуза.

5. Положение о проведении аттестации аварийно-спасательных служб, аварийно-спасательных формирований, спасателей и граждан, приобретающих статус спасателя [Электронный ресурс]: постановление Правительства РФ от 22.12.2011г. № 1091. - Режим доступа: ИПС «Гарант», в локальной сети вуза.

6. Положение о разработке планов мероприятий по локализации и ликвидации последствий аварий на опасных производственных объектах [Электронный ресурс]: постановление Правительства РФ от 15.09.2020г. № 1437. Режим доступа: ИПС «Гарант», в локальной сети вуза.

7. «Методические рекомендации о порядке составления планов ликвидации аварий при ведении работ в подземных условиях» [Электронный ресурс]:. РД 15-11-2007: приказ Ростехнадзора от 24.05.2007 № 364. - Режим доступа: ИПС «КонсультантПлюс», в локальной сети вуза

8. Об утверждении табеля технического оснащения ВГСЧ [Электронный ресурс]: приказ МЧС России от 13.12.2012. № 766. - Режим доступа: ИПС «Гарант», в локальной сети вуза.

9. Руководство по организации технического обслуживания горноспасательного оснащения ФГУП «ВГСЧ» [Электронный ресурс]:: приказ ФГУП «ВГСЧ» МЧС России от 27.05.2014г. № 375. – Режим доступа: ИПС «КонсультантПлюс», в локальной сети вуза

10. Нормативы организации ВГСЧ [Электронный ресурс]: приказ МЧС от 29.11.2012г. № 707. - Режим доступа: ИПС «Гарант», в локальной сети вуза.

11. Положение о прохождении службы в ВГСЧ [Электронный ресурс]: Приказ МЧС от 18.03.2013г. № 180. - Режим доступа: ИПС «КонсультантПлюс», в локальной сети вуза

12. Устав внутренней службы военизированных горноспасательных частей [Электронный ресурс]: Приказ МЧС от 31.10.2018г. № 484. - Режим доступа: ИПС «КонсультантПлюс», в локальной сети вуза

13. Порядок создания ВГК [Электронный ресурс]: приказ МЧС от 22.11.2013г. № 765 (с доп. и изм.). - Режим доступа: ИПС «Гарант», в локальной сети вуза.

14. Положение об условиях оплаты труда, предоставления гарантий и компенсаций работникам ВГСЧ [Электронный ресурс]: приказ МЧС от 03.11.2015г № 581. - Режим доступа: ИПС «Гарант», в локальной сети вуза.

15. Устав ВГСЧ по организации и ведению горноспасательных работ [Электронный ресурс]:. приказ МЧС России от 09.06.2017 № 251. - Режим доступа: ИПС «КонсультантПлюс», в локальной сети вуза

16. Федеральные нормы и правила в области промышленной безопасности «Правила безопасности при ведении горных работ и переработке твердых полезных ископаемых» [Электронный ресурс]: приказ Ростехнадзора от 8.12.2020 № 505. – Режим доступа: ИПС «КонсультантПлюс», в локальной сети вуза.

17. Федеральные нормы и правила в области промышленной безопасности «Инструкция по локализации и ликвидации последствий аварий на опасных производственных объектах, на которых ведутся горные работы» [Электронный ресурс]: приказ Ростехнадзора от 11.12.2020 г. № 520. - Режим доступа: ИПС «Гарант», в локальной сети вуза.

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ И ЗАДАНИЯ ДЛЯ ВЫПОЛНЕНИЯ ПРАКТИЧЕСКИХ И РАСЧЕТНО-ГРАФИЧЕСКИХ РАБОТ

ЭЛЕКРОТЕХНИЕСКОЕ МАТЕРИАЛОВЕДЕНИЕ

Специальность
21.05.04 Горное дело

Екатеринбург

СОДЕРЖАНИЕ

Часть 1. ЦЕЛИ, ЗАДАЧИ И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ 5
1.1. Цель преподавателя дисциплины 5
1.2. Задачи изучения дисциплины 5
1.3. Перечень дисциплин с указанием разделов (тем), усвоение которых необходимо для изучения данной дисциплины 5
1.4. Содержание дисциплины 6

Часть 2. ДИЭЛЕКТРИКИ 12
2.1. Основные сведения о пробое диэлектриков 12
2.2. Пробой газообразных диэлектриков 13
2.3. Пробой твердых диэлектриков 18
2.4. Практическая работа № 1. Определение электрической прочности твердых и газообразных диэлектриков. Цель работы 21
2.5. Объект исследования 21
2.6. Средства измерения 21
2.7. Рабочее задание 21
2.8. Методические указания по выполнению рабочего задания 22
2.9. Контрольные вопросы 27

Часть 3. МАГНИТНЫЕ МАТЕРИАЛЫ 28
3.1. Основные характеристики магнитных веществ 28
3.2. Физическая природа магнетизма 29
3.3 Классификация веществ по магнитным свойствам 32
3.4. Строение ферромагнетиков 33
3.5. Явления магнитной анизотропии и магнитострикции 36
3.6. Намагничивание ферромагнетика 38
3.7. Свойства ферромагнитных материалов в квазипостоянных магнитных полях 41
3.8. Дифференциальная магнитная проницаемость 44
3.9. Свойства ферромагнетиков в переменных магнитных полях 46
3.10. Индукционный метод определения параметров магнитных материалов с использованием осциллографа 53

3.11. Объект исследования 58
3.12. Средства измерения и вспомогательные средства исследования 59
3.13. Подготовка осциллографа к работе 59
3.14. Калибровка осциллографа и определение масштабов по напряженности и индукции магнитного поля 60
3.15. Подготовка звукового генератора к работе 61
3.16. Практическая работа №1. «Исследование свойств магнитных материалов в магнитных полях постоянной частоты». Цель работы 62
3.17. Рабочее задание 62
3.18. Методические рекомендации к выполнению рабочего задания 63
3.19. Содержание отчета 66
3.20. Вопросы для самоконтроля 67
3.21. Практическая работа №2. «Исследование свойств магнитных материалов в магнитных полях переменной частоты». Цель работы 67
3.22. Рабочее задание 68
3.23. Методические указания к выполнению рабочего задания 68
3.24. Содержание отчета 70
3.25. Вопросы для самоконтроля 70

Часть 4. РАСЧЕТНО-ГРАФИЧЕСКАЯ РАБОТА № 1. «ОПРЕДЕЛЕНИЕ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКИХ СВОЙСТВ ИЗОЛЯЦИИ ДВУХЖИЛЬНОГО КАБЕЛЯ» 72
4.1. Требование к оформлению контрольной работы 72
4.2. Задание на контрольную работу 72
4.3. Методические указания к выполнению контрольной работы 74
4.4. Экзаменационные вопросы 78
Учебно-методические материалы 80

Часть 1
ЦЕЛИ, ЗАДАЧИ И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

1.1. Цель преподавателя дисциплины

В дисциплине «Электротехническое и конструкционное материаловедение» излагается широкий круг вопросов, связанных со свойствами различных материалов по отношению к электрическому и магнитному полям. Излагаются свойства разновидностей электротехнических материалов, применяемых в технике.

Целью преподавания дисциплины является изложение основных сведений о процессах, происходящих в электротехнических материалах под воздействием электрического и магнитного полей, ознакомление с основными характеристиками и параметрами, посредством которых оцениваются свойства материалов к этим полям, методами их практического определения, ознакомление с основными видами электротехнических материалов, областями и способами их применения.

Дисциплина «Электротехническое и конструкционное материаловедение» является одним из основных предметов, необходимых для последующего успешного освоения специальных дисциплин, изучаемых студентами направления подготовки бакалавров «Электроэнергетика и электротехника».

1.2. Задачи изучения дисциплины

В результате изучения дисциплины «Электротехническое и конструкционное материаловедение» студенты должны иметь ясное представление о процессах, происходящих в электротехнических материалах при воздействии на них электрического и магнитных полей, знать основные характеристики и параметры материалов, научится определять их экспериментально, усвоить требования, которым должны удовлетворять материалы при использовании в устройствах, предназначенных для работы в условиях горной промышленности, уметь производить выбор конкретных видов электротехнических материалов.

1.3. Перечень дисциплин с указанием разделов (тем), усвоение которых необходимо для изучения данной дисциплины

Успешное усвоение дисциплины «Электротехническое и конструкционное материаловедение» базируется на знаниях, полученных студентами при изучении физики (разделы: физика твёрдого тела,

электричество, магнетизм), химии, теоретических основ электротехники (разделы: электрические цепи постоянного и переменного тока, магнитные цепи), электрических измерений (разделы: основы метрологии, методы измерения электрических величин).

1.4. Содержание дисциплины

1.4.1. Введение

Краткий исторический обзор развития производства и использования электротехнических материалов. Значение электротехнических материалов в развитии и совершенствовании современного электромашиностроения.

Роль русских и советских учёных в создании и совершенствовании современных электротехнических материалов.

Предмет дисциплины «Электротехническое и конструкционное материаловедение». Классификация электротехнических материалов.

Вопросы для самопроверки

1. Какое значение имеют электротехнические материалы в развитии электромашиностроения?
2. Перечислите основные классы электротехнических материалов по свойствам, которыми обладают по отношению к электромагнитному полю.
3. Каковы перспективы развития производства электротехнических материалов?

1.4.2. Диэлектрики

Понятие о диэлектриках. Поляризация диэлектриков и основные виды поляризации.

Классификация диэлектриков. Понятие о диэлектрической проницаемости, абсолютная и относительная диэлектрические проницаемости. Зависимость величины диэлектрической проницаемости от внешних факторов.

Понятие о электропроводности диэлектриков. Удельные объёмное и поверхностное сопротивления и методика их определения.

Диэлектрические потери. Угол диэлектрических потерь. Схемы замещения диэлектриков для учёта диэлектрических потерь. Виды диэлектрических потерь.

Понятие о электрическом пробое диэлектриков. Пробивное напряжение и электрическая прочность. Пробой газообразных диэлектриков. Виды пробоев жидких и твёрдых диэлектриков.

Физико-механические свойства диэлектриков. Основные механические свойства диэлектриков. Нагревостойкость. Классы нагревостойкости. Температура воспламенения и температура вспышки. Морозостойкость и тропикостойкость. Гигроскопичность и влагопроницаемость. Химические и радиационные свойства.

Вопросы для самопроверки

1. Какие вещества называются диэлектриками?
2. По каким признакам классифицируются диэлектрики?
3. Какой процесс называется поляризацией диэлектриков?
4. Как происходит электронная поляризация?
5. Как зависит диэлектрическая проницаемость от температуры и частоты электрического поля при электронной поляризации?
6. Как происходит ионная поляризация, и в каких веществах она наблюдается?
7. Как происходит дипольная поляризация?
8. Как зависит величина диэлектрической проницаемости от температуры и частоты электрического поля?
9. Как происходит ионно-релаксационная, электронно-релаксационная и миграционная (структурная) поляризации?
10. Как осуществляется спонтанная поляризация и для каких диэлектриков она характерна?
11. На какие группы подразделяются диэлектрики в соответствии с видами поляризации, которыми они обладают?
12. Как зависит диэлектрическая проницаемость газообразных диэлектриков от давления и температуры, величины напряжённости и частоты внешнего электрического поля?
13. Как зависит диэлектрическая проницаемость жидких диэлектриков от температуры, величины напряженности и частоты электрического поля?
14. Как зависит диэлектрическая проницаемость твёрдых диэлектриков от температуры, величины напряженности и частоты электрического поля?
15. Как определяется диэлектрическая проницаемость сложных диэлектриков?
16. Назовите причины возникновения электрического тока в диэлектрике под воздействием внешнего электрического поля.
17. Что такое объёмное и поверхностное удельные сопротивления и как они определяются?
18. Как зависит электропроводность газообразных диэлектриков от напряжения и почему?
19. Чем обуславливается электропроводность твёрдых диэлектриков и как она зависит от температуры и напряжённости электрического поля?
20. Чем обуславливается электропроводность жидких диэлектриков, как она зависит от температуры и напряжённости электрического поля?

21. Какие потери называются диэлектрическими?
22. Какой угол называется углом диэлектрических потерь?
23. Нарисуйте схемы замещения диэлектрика и соответствующие им векторные диаграммы для учёта величины диэлектрических потерь.
24. Установите связь между параметрами параллельной и последовательной схем замещения диэлектрика с потерями.
25. Какие виды диэлектрических потерь существуют в диэлектриках?
26. Какое явление называется электрическим пробоем диэлектриков?
27. Каким образом происходит пробой газообразных диэлектриков?
28. От каких факторов зависит электрическая прочность газообразных диэлектриков?
29. Объясните, как осуществляется электрический пробой жидких диэлектриков с высокой степенью очистки?
30. Как осуществляется электрический пробой технически чистых диэлектриков?
31. Назовите виды пробоев твёрдых диэлектриков.
32. Как происходит электрический, электротепловой и электрохимический пробой?
33. Что такое гигроскопичность диэлектрика и как она влияет на его электрические свойства?
34. Перечислите основные механические свойства диэлектриков.
35. Назовите основные параметры, с помощью которых характеризуются тепловые свойства диэлектриков.
36. Перечислите классы нагревостойкости диэлектриков и дайте краткую характеристику каждого из них.

1.4.3. Изоляционные материалы

Газообразные изоляционные материалы. Сравнительные характеристики основных газообразных изоляционных материалов и области их применения.

Жидкие изоляционные материалы. Нефтяные масла. Трансформаторное масло, его основные харктеристики и свойства, старение и регенерация, методы испытаний и области применения.

Синтетические жидкие диэлектрики, сравнительные характеристики и области применения. Компаунды.

Полимерные изоляционные материалы. Волокнистые изоляционные материалы и слоистые пластики.

Слюда и материалы на основе слюды. Керамика и стекло.

Вопросы для самопроверки

1. Какие из газообразных изоляционных материалов нашли наибольшее практическое применение?
2. Произведите сравнительный анализ свойств газообразных изоляционных материалов.

3. В чём заключается старение трансформаторного масла и как оно восстанавливается?
4. Какими параметрами характеризуется трансформаторное масло как электроизоляционный материал?
5. Перечислите основные синтетические жидкие диэлектрики, используемые на практике, их основные свойства и области применения.
6. Какие органические высокомолекулярные изоляционные материалы, используемые на практике, вам известны?
7. Какими свойствами обладают компаунды и основные области их применения?

1.4.4. Магнитные материалы

Природа магнетизма. Условия возникновения ферромагнитных свойств у веществ. Классификация веществ по магнитным свойствам.

Строение ферромагнетиков. Явление магнитной анизотропии и магнитострикции. Использование этих явлений в технике.

Основные характеристики магнитных материалов. Петля гистерезиса и основная кривая намагничивания. Остаточная индукция и коэрцитивная сила, индукция технического насыщения.

Относительная и абсолютная магнитные проницаемости. Потери на гистерезис и вихревые токи при перемагничивании в переменных магнитных полях. Явление вытеснения магнитного поля и его последствия.

Магнитомягкие, магнитотвёрдые материалы и магнитные материалы специального назначения.

Разновидности магнитных материалов. Листовые электротехнические стали и пермаллой, основные характеристики и применение.

Вопросы для самопроверки

1. Какие элементарные круговые точки существуют в атоме?
2. Какой круговой ток создаёт наибольший магнитный момент в атоме?
3. Чем объяснить то, что не у всех химических элементов атомы обладают собственным магнитным моментом?
4. Как называются области в ферромагнетиках, в пределах которых магнитные моменты атомов ориентированы параллельно?
5. Как происходит намагничивание ферромагнетиков?
6. Какое явление в ферромагнетиках называется магнитной анизотропией?
7. Где и как учитывается явление магнитной анизотропии?
8. В чём заключается явление магнитострикции и где оно используется?
9. Чем отличается основная кривая намагниченности от петли гистерезиса?

10. Назовите основные характеристики ферромагнитных материалов.
11. Как зависит величина магнитной проницаемости от напряжённости магнитного поля?
12. Как зависит магнитная проницаемость от частоты переменного магнитного поля?
13. Как расшифровать обозначения марок электротехнических сталей?
14. Назовите основные характеристики листовых электротехнических сталей и области их применения.
15. Что представляют собой сплавы пермаллои?
16. В чём преимущество холоднокатаных сталей перед горячекатаными?
17. Какие основные виды магнитотвёрдых материалов используется на практике?
18. Какие материалы специального назначения используются на практике?
19. Что представляют собой ферриты и в чём их преимущество перед другими видами магнитных материалов?

1.4.5. Полупроводники

Понятие о полупроводниках. Классификация полупроводников. Понятия о видах электропроводности полупроводников.

Вопросы для самопроверки

1. Какие вещества называются полупроводниками?
2. Какие виды электропроводности свойственны собственным полупроводникам?
3. Как получить полупроводник с основной электронной электропроводностью?
4. Как получить полупроводник с основной дырочной электропроводностью?
5. Как зависит удельная электропроводность полупроводников от температуры?
6. Как влияет механическая деформация на электропроводность полупроводника?
7. Как зависит электропроводность полупроводников от частоты и интенсивности световой энергии?
8. Как влияет напряжённость электрического поля на электропроводность полупроводника?

1.4.6. Проводники

Понятие о проводниках природа электропроводности проводников. Основные характеристики. Классификация проводниковых материалов. Понятие о сверхпроводимости проводников.

Вопросы для самопроверки

1. Какой механизм электропроводности свойственен металлам?
2. Какой механизм электропроводности свойственен электролитам?

3. В чём разница в объяснении механизма электропроводности с позиций классической электронной теории строения металлов и кантовой механики?
4. Какими параметрами характеризуются свойства проводников?
5. Чем объяснить зависимость удельной электропроводности металлов от температуры?
6. Почему удельное сопротивление металла зависит от его деформации?
7. Какие материалы относятся к материалам высокой проводимости?
8. Дайте сравнительную характеристику меди и алюминия.
9. Какие сплавы высокого сопротивления применяются в технике?
10. Что такое явление сверхпроводимости?
11. Каким материалам и при каких условиях свойственно явление сверхпроводимости?

1.4.7. Примерный перечень лабораторных работ

1. Определение электрической прочности газообразных и твёрдых диэлектриков.
2. Определение динамических характеристик ферромагнетиков при постоянной частоте магнитного поля.
3. Определение динамических характеристик ферромагнетиков при изменяющейся частоте магнитного поля.

Часть 2
ДИЭЛЕКТРИКИ

2.1. Основные сведения о пробое диэлектриков

Важнейшей областью использования диэлектриков в технических целях является применение их в качестве изоляционных материалов, предназначающихся для предотвращения протекания электрического тока по путям, не предусмотренным электрической схемой установки. Такое использование диэлектриков связано с их исключительно малой электропроводностью.

Так, удельная объемная электропроводность этих материалов при комнатной температуре не превышает 10^{-8} см/м, а удельное объемное сопротивление соответственно больше 10^{8} Ом·м.

Такое значение электропроводности и удельного объемного сопротивления сохраняется только для определенного напряжения. Превышение этого напряжения приводит к резкому (скачкообразному) возрастанию электропроводности и уменьшению сопротивления диэлектрика.

Потеря диэлектриком изоляционных свойств под воздействием внешнего электрического поля называется ***пробоем***.

Напряжение, при котором в диэлектрике возникает электрический пробой, называется ***пробивным*** или ***напряжением пробоя***.

Пробивное напряжение обозначается $U_{\text{пр}}$. Единицей измерения пробивного напряжения в системе СИ является вольт (В). Допускается использовать в качестве единицы измерения пробивного напряжения киловольт (кВ).

Значение пробивного напряжения зависит от химического состава, структуры строения, толщины диэлектрика и воздействия ряда других факторов.

Другой важнейшей характеристикой способности диэлектриков выдерживать воздействие высоких напряжений без потери изоляционных свойств является электрическая прочность ($E_{\text{пр}}$). Под электрической прочностью понимается отношение пробивного напряжения диэлектрика к его толщине:

$$E_{\text{пр}} = \frac{U_{\text{пр}}}{h},$$

где h – толщина диэлектрика.

Единицей измерения электрической прочности в системе СИ является В/м. В связи с тем, что использование этой единицы на практике неудобно из-за

малой толщины изоляции в различных электромеханических установках и больших значений пробивных напряжений, ГОСТом допускается применение внесистемной единицы измерения, равной кВ/мм. Соотношение между этими единицами – кВ/мм = 10^6 В/м.

Если на диэлектрик воздействует внешнее однородное электрическое поле, то электрическая прочность представляет собой напряженность этого поля, при которой происходит пробой.

В зависимости от механизма развития и причин возникновения различают следующие виды пробоев: электрический, тепловой и электрохимический.

Электрический пробой связан с развитием процессов ударной и фотонной ионизации, возникающих в сильных электрических полях и приводящих к быстрому росту концентрации свободных носителей электрических зарядов к скачкообразному увеличению электрического тока в месте пробоя при превышении значения напряженности электрического поля, равного электрической прочности диэлектрика.

Тепловой пробой возникает под воздействием тепловой энергии, выделяющейся в диэлектриках за счет диэлектрических потерь или поступающей от посторонних источников тепловой энергии. Тепловая энергия вызывает уменьшение активного сопротивления диэлектриков и возрастание активного потока, приводящих к дальнейшему увеличению температуры диэлектриков с последующим их термическим разрушением.

Электрохимический пробой возникает при длительной эксплуатации диэлектриков в электрических полях и связан с изменением химического состава в результате протекающих в диэлектриках электрохимических процессов.

Более подробно каждый из видов пробоя диэлектриков рассмотрен в последующих параграфах.

2.2. Пробой газообразных диэлектриков

В газообразных диэлектриках пробой является электрическим и связан с развитием процессов ударной и фотонной ионизации под воздействием сильных электрических полей.

В любом газообразном диэлектрике содержится малое количество положительных и отрицательных ионов и электронов, находящихся в хаотическом тепловом движении. Под воздействием электрического поля эти частицы начинают перемещаться либо в направлении напряженности поля

(положительные ионы), либо в направлении, противоположном ей (электроны, отрицательные ионы).

При этом каждая из частиц получает добавочную энергию за счет электрического поля

$$W_{ч} = g \cdot U_{\lambda}, \tag{2.1}$$

где g – электрический заряд напряженной частицы; U_{λ} – разность потенциалов на длине свободного пробега заряженной частицы.

В однородном электрическом поле

$$U_{\lambda} = E \cdot \lambda, \tag{2.2}$$

где E – напряженность однородного электрического поля; λ – длина свободного пробега частицы.

Таким образом, в однородном электрическом поле добавочная энергия, приобретенная частицей в результате воздействия электрического поля:

$$W_{ч} = g \cdot E \cdot \lambda. \tag{2.3}$$

В конце пути свободного пробега заряженная частица сталкивается с нейтральной молекулой. Если при этом энергия заряженной частицы оказывается больше энергии ионизации нейтральной молекулы газообразного диэлектрика, то последняя расщепляется на электрон и положительно заряженный ион. Этот процесс получил название процесса ударной ионизации.

Таким образом, условие возникновения ударной ионизации описывается уравнением

$$W_{ч} \geq W_{и}. \tag{2.4}$$

С учетом уравнений (2.2) и (2.3) получим:

$$E_{н} \cdot g \cdot \lambda \geq W_{и},$$

а

$$U_{\lambda} = E_{н} \cdot \lambda \geq W_{и}, \tag{2.5}$$

где U_{λ} – ионизационный потенциал газообразного диэлектрика; $E_{н}$ – начальная напряженность поля.

Ионизационный потенциал характеризует энергию ионизации диэлектрика. У различных газообразных диэлектриков он лежит в диапазоне от 4 до 25 В, что соответствует энергии ионизации от 4 до 25 эВ.

Так как λ и g для каждого из газообразных диэлектриков постоянны, то ударная ионизация начинается при определенной напряженности поля, называемой начальной напряженностью.

В ряде случаев столкновение заряженной частицы с нейтральной молекулой может не ионизировать последнюю, а принести ее в возбужденное состояние. Через определенный промежуток времени возбужденная молекула испускает фотон, отдавая при этом избыточную энергию. Фотон поглощается

другой нейтральной молекулой, которая в этом случае ионизируется, расщепляясь на электрон и положительно заряженный ион. Такая ионизация называется фотонной. Фотонная ионизация приводит к быстрому развитию канала пробоя в газообразном промежутке.

Развитие процессов ударной и фотонной ионизации при напряженности электрического поля большей, чем начальная, приводит к резкому возрастанию количества свободных носителей электрических зарядов и возникновению двух встречных источников разноименно заряженных частиц в канале пробоя.

В результате пробоя пространство, занимаемое каналом пробоя, заполнено движущимися заряженными частицами газа. Такое состояние газообразного диэлектрика получило название газоразрядной плазмы.

За счет фотонной ионизации пробой газов осуществляется практически мгновенно.

Электрическая прочность газообразного диэлектрика зависит от длительности воздействия электрического поля. При кратковременном воздействии напряжение пробоя диэлектрика, выше чем при длительном воздействии. Повышение пробивного напряжения характеризуется коэффициентом импульса

$$\beta = \frac{U_{\text{пр}}}{U_{\text{пр50}}}, \qquad (2.6)$$

где $U_{\text{пр}}$ – пробивное напряжение при данной длительности импульса; $U_{\text{пр50}}$ – пробивное напряжение при постоянном или переменном напряжении частотой 50 Гц.

Значения коэффициента импульса находятся в диапазоне от 1 до 1,5.

Электрическая прочность газообразных диэлектриков зависит от расстояния между электродами или толщины диэлектрика. Зависимость $E_{\text{пр}}=f(h)$ представлена на рисунке 2.1.

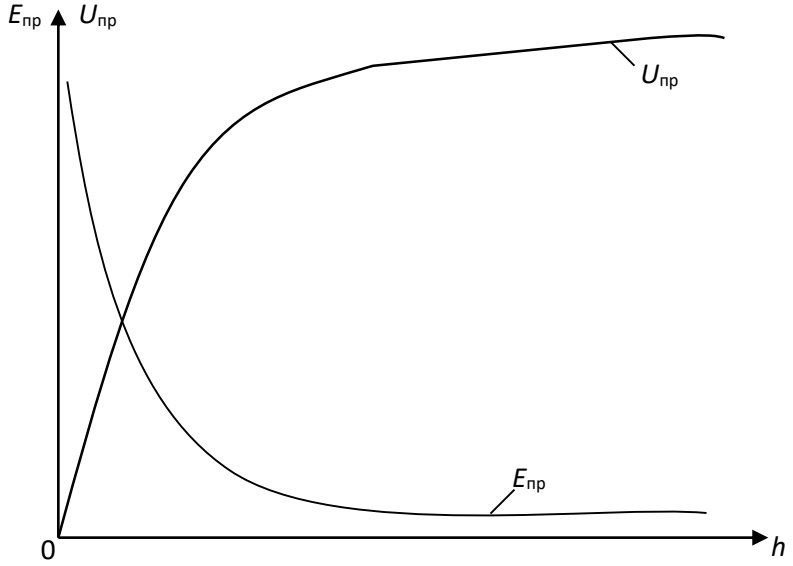


Рис. 2.1. Зависимость электрической прочности и пробивного напряжения газообразного диэлектрика от расстояния между электродами

Из рис. 2.1 видно, что с ростом толщины диэлектрика его электрическая прочность уменьшается, а пробивное напряжение увеличивается. Это объясняется тем, что при малых расстояниях между электродами затрудняется возникновение процесса ударной ионизации. Это видно из анализа уравнения (2.5).

Решив уравнение (2.5) относительно $E_н$, получим

$$E_н = \frac{W_и}{g \cdot \lambda}.$$

При малых расстояниях между электродами, когда $h \geq \lambda$, можно записать

$$E_н = \frac{W_и}{g \cdot h}. \qquad (2.7)$$

Из уравнения (2.7) видим, что чем меньше толщина газообразного диэлектрика, тем больше начальная напряженность электрического поля, при которой энергия движущийся заряженной частицы обеспечивает ионизацию молекулы газообразного диэлектрика и возникновение процессов ударной и фотонной ионизации.

Электрическая прочность газообразного диэлектрика зависит также и от давления газа. Эта зависимость представлена на рисунке 2.2.

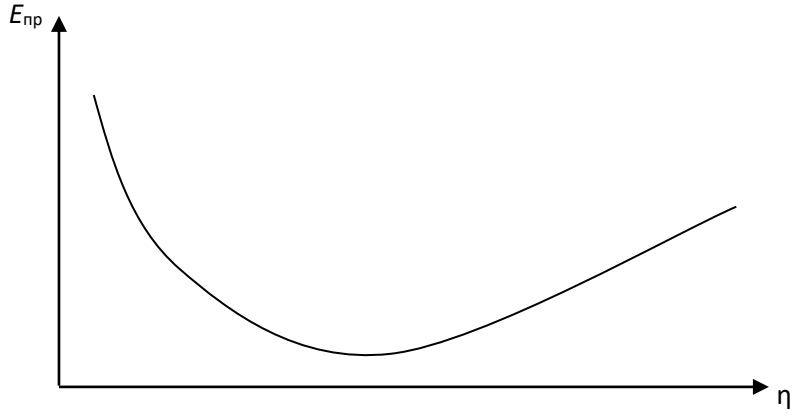


Рис. 2.2. Зависимость электрической прочности газа от давления

Как видно из рис. 2.2, при малых значениях давления наблюдается уменьшение электрической прочности с ростом давления. Такое явление объясняется тем, что при малых давлениях вероятность столкновения заряженной частицы с нейтральной молекулой незначительная, и затрудняется развитие процессов ударной и фотонной ионизации. С ростом давления плотность молекул газа увеличивается, что приводит к возрастанию

вероятности столкновений заряженных частиц с молекулами газа и облегчает развитие процессов ударной ионизации. При сверхвысоких давлениях существенно уменьшается длина свободного пробега заряженной частицы, что, согласно уравнению (2.7), приводит к росту начальной напряженности поля.

Электрическая прочность газообразного диэлектрика существенно зависит от однородности электрического поля (рис. 2.3).

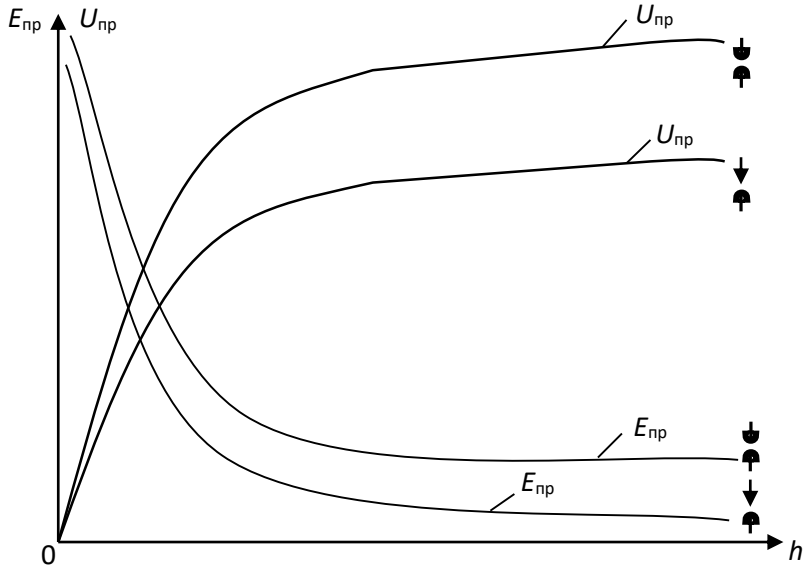


Рис. 2.3. Зависимости электрической прочности и пробивного напряжения газообразного диэлектрика от расстояния между электродами в однородном и неоднородном электрических полях

В однородных электрических полях, возникающих между плоскими электродами с закругленными краями, либо между сферическими электродами большого диаметра, электрическая прочность значительно выше, чем в неоднородных электрических полях между электродами типа «игла – игла», «полусфера – игла», « плоскость – игла» и т. п. Неоднородное электрическое поле возникает также между двумя полусферами, когда расстояние между ними больше радиуса сферы.

Меньшее значение электрической прочности газообразных диэлектриков в неоднородных электрических полях по сравнению с электрической прочностью в однородных полях объясняется тем, что при одной и той же разности потенциалов между электродами напряженность поля в точках, расположенных по кратчайшему расстоянию между двумя электродами, в неоднородных полях значительно выше, чем напряженность однородного электрического поля. Следовательно и электрический пробой газообразного диэлектрика в неоднородном электрическом поле произойдет при меньшем напряжении, приложенном к электродам, чем в однородном поле.

По разному развивается электрический пробой в однородных и неоднородных электрических полях.

В однородном электрическом поле при определенном значении напряжения, зависящем от температуры, давления газа и расстояния между электродами возникает искровой разряд, переходящий в дуговой при дальнейшем росте напряжения.

В неоднородных электрических полях вначале возникает частичный разряд в местах, где напряженность достигает максимальных значений (коронный разряд). При дальнейшем возрастании напряжения коронный разряд переходит в искровой, а затем и в дуговой разряды.

Электрическая прочность газообразного диэлектрика зависит от полярности электродов типа «игла – плоскость», «игла – сфера».

При положительной полярности иглы пробой происходит при меньшем напряжении, чем при обратной полярности. Это явление объясняется тем, что ионизация газа начинается в районе кончика иглы, независимо от ее полярности, так как именно в этой области напряженность поля максимальная. При положительной полярности иглы у ее кончика возникает положительный объемный заряд из положительно заряженных ионов газа, который как бы является продолжением иглы, способствуя уменьшению длины газообразного промежутка и соответствующему уменьшению пробивного напряжения.

При отрицательной полярности иглы образовавшийся объемный положительный заряд как бы экранизирует иглу, препятствуя перемещению электронов от иглы к поверхности положительно заряженной плоскости или сферы. Наличие экрана из положительно заряженных ионов около кончика иглы и приводит к возрастанию пробивного напряжения при отрицательной полярности иглы, по сравнению с пробивным напряжением при обратной полярности иглы.

2.3. Пробой твердых диэлектриков

В твердых диэлектриках могут возникать четыре вида пробоев:

- электрический пробой макроскопически однородных твердых диэлектриков;
- электрический пробой макроскопически неоднородных твердых диэлектриков;
- электротепловой (тепловой) пробой;
- электрохимический пробой.

Электрический пробой макроскопически однородных твердых диэлектриков развивается аналогично электрическому пробою в газообразных диэлектриках в результате осуществления процесса ударной ионизации, когда

исключено влияние электропроводности и диэлектрических потерь, обуславливающих разогрев диэлектрика.

В связи с этим, зависимости электрической прочности и пробивного напряжения твердых диэлектриков от толщины и конфигураций электродов анологичны таким же зависимостям для газообразных диэлектриков (рис. 2.1, рис. 2.3).

Электрический пробой неоднородных диэлектриков характерен для технических диэлектриков, в структуре которых имеются поры и капилляры, заполненные газообразным диэлектриком. Чаще всего таким газообразным диэлектриком является воздух. Так как электрическая прочность воздуха значительно меньше электрической прочности твердых диэлектриков, то наличие капилляров и пор в структуре твердых диэлектриков обуславливает значительную меньшую электрическую прочность неоднородных диэлектриков сравнению с однородными.

С ростом толщины неоднородного твердого диэлектрика наблюдается уменьшение его электрической прочности, так как возрастает количество газовых включений.

Электрическая прочность неоднородных твердых диэлектриков зависит от однородности и неоднородности электрического поля. Но, в отличие от газообразных и однородных твердых диэлектриков, электрическая прочность неоднородных твердых диэлектриков может быть в неоднородном поле больше, чем в однородном. Это связано с тем, что при большей площади электродов, между которыми создается однородное поле, возрастает количество слабых мест (пор, капилляров, трещин и т. д.), приводящих к снижению электрической прочности твердого диэлектрика.

Электротепловой (тепловой) пробой связан с разогревом материала в электрическом поле за счет возрастания сквозной электропроводности и диэлектрических потерь, приводящих к потере изоляционных свойств материала. Пробивное напряжение при электротепловом пробое зависит от частоты поля, условий охлаждения, температуры окружающей среды и т. п.

Установившийся температурный режим возникает тогда, когда выделение тепла в изоляционном материале равняется теплоотдаче в окружающую среду. Этот режим описывается следующим уравнением

$$U^2 \cdot \omega \cdot c \cdot \mathrm{tg}\delta = \sigma \cdot S\left(t_{\text{раб}} - t_{\text{о}}\right), \qquad (2.8)$$

где U – напряжение на электродах; ω – угловая частота; c – емкость изоляционного материала; $\mathrm{tg}\delta$ – тангенс угла диэлектрических потерь изоляционного материала σ – коэффициент теплоотдачи; S – поверхность изоляционного материала; $t_{\text{раб}}$ – температура изоляционного материала; $t_{\text{о}}$ – температура окружающей среды.

На рисунке 2.4 построены зависимости мощности диэлектрических потерь P_a и мощности теплоотдачи P_t от температуры.

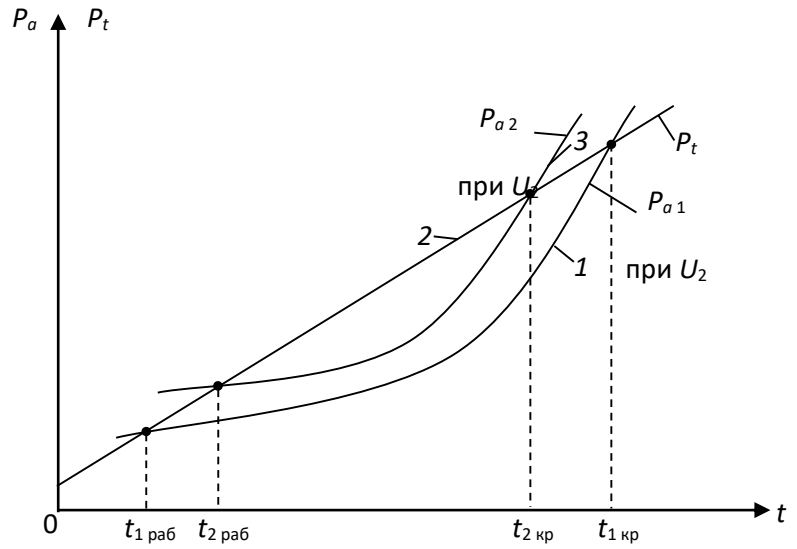


Рис. 2.4. Зависимость мощности диэлектрических потерь и мощности теплоотдачи изоляционного материала от температуры

Как видно из рис. 2.4, зависимость $P_{a1}=f(t)$ имеет две точки пересечения с прямой $P_t = f(t)$ и следовательно, два установившихся режима при $t_{1раб}$ и $t_{1кр}$. Учитывая, что в условиях эксплуатации не исключается дополнительный разогрев изоляционного материала за счет посторонних источников тепловой энергии, рабочая температура может случайно возрасти. Если с учетом возможного возрастания $t_{1раб}<t_{1кр}$, то тепловой пробой не произойдет, так как количество тепла, выделяемое внутри диэлектрика, возрастает медленнее, чем увеличивается теплоотдача. Если за счет дополнительного нагрева установится соотношение $t_{1раб}>t_{1кр}$, то количество тепловой энергии, выделяемой в изоляционном материале, превысит теплоотдачу, и температура будет расти до полного разрушения диэлектрика. С ростом напряжения зависимость $P_a=f(t)$ смещается вверх (см. кривую *3*, полученную при $U_2>U_1$). При тех же самых условиях охлаждения повышение напряжения приводит к росту рабочей температуры ($t_{2раб}>t_{1раб}$) и уменьшению критической температуры ($t_{1кр}>t_{2кр}$).

Таким образом, как видно из рис. 2.4, увеличение напряжения приводит к возрастанию рабочей температуры за счет роста количества тепла, выделяемого в материале.

Выделение тепловой энергии вследствие диэлектрических потерь приводит к увеличению электрической прочности диэлектрика. На рисунке 2.5 приведены зависимости электрической прочности и пробивного напряжения

твердого диэлектрика от толщины при электрическом и электротепловом пробоях.

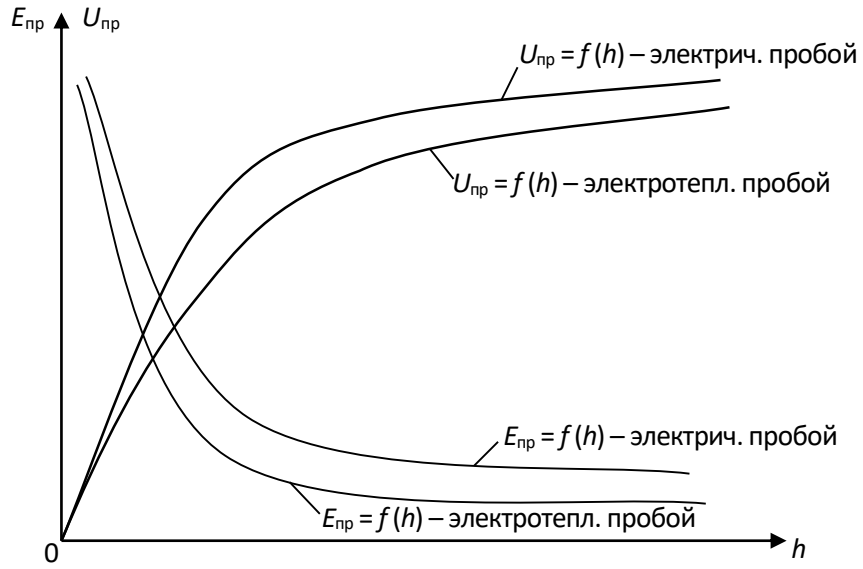


Рис. 2.5. Зависимости электрической прочности и пробивного напряжения от толщины диэлектрика

Как видно из рис. 2.5, электрическая прочность изоляционного материала при электротепловом пробое меньше, чем при чисто электрическом пробое.

Уменьшение электрической прочности при электротепловом пробое связано с одной стороны с разрушением структуры строения изоляционного материала (растрескивание, обугливание и т. д.), когда рабочая температура превышает критическую. С другой стороны, электрическая прочность при электротепловом пробое меньше, чем при электрическом даже в том случае, когда рабочая температура не превышает критическую. Такое явление можно объяснить следующим образом: с ростом температуры изоляционного материала увеличивается кинетическая энергия теплового хаотического движения заряженных частиц и нейтральных молекул твердого диэлектрика. Возрастание энергии теплового хаотического движения молекул приводит к тому, что полю необходимо сообщить меньшую дополнительную энергию движущихся заряженных частиц, чтобы последняя могла ионизировать нейтральную молекулу при столкновении с ней. И, следовательно, выполнение условия развития ударной ионизации наступает при меньшем напряжении, подаваемом на электроды.

2.4. Лабораторная работа № 1. Определение электрической прочности твердых и газообразных диэлектриков. Цель работы

Целью лабораторной работы является научить студентов определять электрическую прочность твердых и газообразных диэлектриков и выявлять зависимости электрической прочности от толщины диэлектрика и конфигурации электродов, формирование навыков использования теоретических сведений к объяснению результатов эксперимента.

2.5. Объект исследования

1. Образцы твердых диэлектриков. Материал, размеры образцов и их толщины задаются преподавателем.
2. Воздух. Длины воздушных зазоров задаются преподавателем.

2.6. Средства измерения

1. Испытательная высоковольтная установка с максимальным напряжением до 10 кВ. Принципиальная электрическая схема установки приведена на рис. 2.6.
2. Вольтметр переменного тока с пределом измерения до 150 В.
3. Микрометр типа МК с пределом измерения 0 – 25 мм. Цена деления микрометра – 0,1 мм.
4. Штангенциркуль. Цена деления – 0,1 мм.

2.7. Рабочее задание

1. Испытать на электрический пробой образцы твердого диэлектрика различной толщины, определяя пробивное напряжение каждого из них. Число образцов и измерений определяет преподаватель.
2. Рассчитать электрическую прочность каждого образца.
3. Произвести электротепловой пробой аналогичных по химическому составу и толщине образцов твердого диэлектрика, определяя пробивное напряжение каждого образца. Количество образцов и измерений такое же, как и при испытании на электрический пробой.
4. Рассчитать электрическую прочность каждого образца при электротепловом пробое.
5. Построить для одних и тех же образцов:
   - зависимости $U_{пр}=f(h)$ при электрическом и электротепловом пробоях в одних осях координат;

- зависимости $E_{пр}=f(h)$ при электрическом и электротепловом пробоях в одних осях координат.

6. Осуществить электрический пробой воздуха при различных толщинах воздушного зазора h, определяя каждый раз значение пробивного напряжения. Электрический пробой произвести для двух сочетаний электродов с различной конфигурацией, заданных преподавателем.
7. Рассчитать электрическую прочность воздуха для каждого пробоя.
8. Построить:
   - зависимости $U_{пр}=f(h)$ для каждого из сочетаний электродов в одних осях координат;
   - зависимости $E_{пр}=f(h)$ для каждого из сочетаний электродов в одних осях координат.
9. Сделать выводы по работе.

2.8. Методические указания по выполнению рабочего задания

2.8.1. Устройство и принцип действия лабораторной установки

Принципиальная электрическая схема лабораторной установки для определения пробивного напряжения и электрической прочности твердых и газообразных диэлектриков приведена на рис. 2.6.

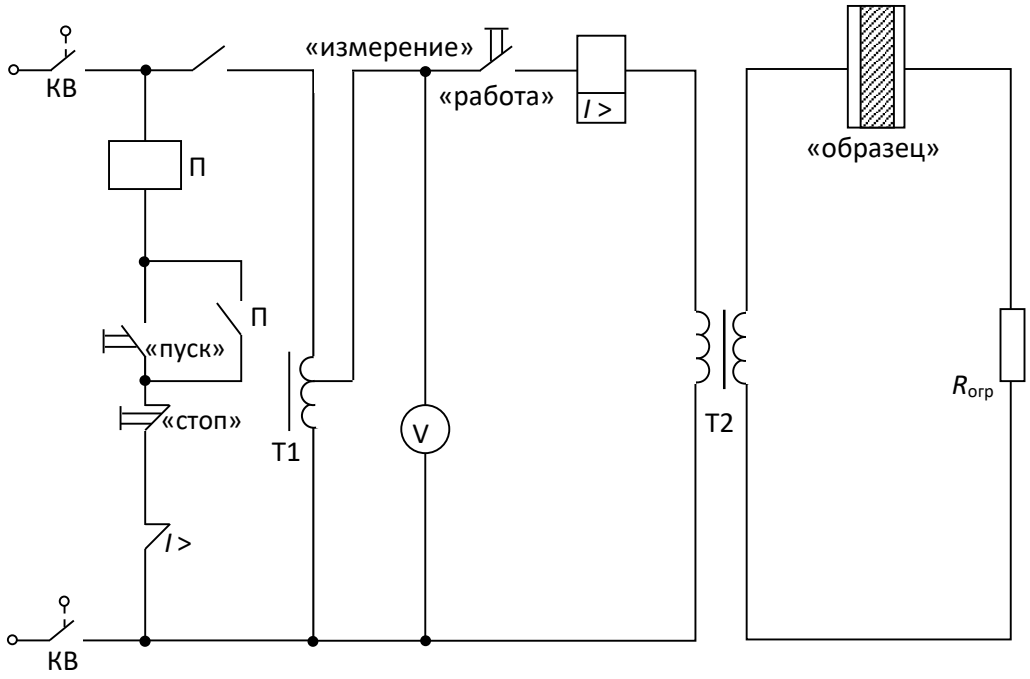


Рис. 2.6. Принципиальная электрическая схема установки

В состав установки входят:

– линейный автотрансформатор Т1, предназначенный для регулирования напряжения, подаваемого на испытательный образец;

– высоковольтный трансформатор Т2 с максимальным напряжением вторичной обмотки U_{2max}=10 кВ и коэффициентом K=10;
– сопротивление $R_{огр}$, предназначенное для ограничения тока в обмотке высокого напряжения при возникновении пробоя образца;
– электромагнитный пускатель: кнопки «пуск» и «стоп»;
– сигнальная лампа «напряжение подано»;
– переключатель режима работы установки «работа – измерение»;
– многопредельный вольтметр.

В нижней части лабораторной установки находится высоковольтный трансформатор и токоограничивающее сопротивление. Эта часть установки закрыта металлическим заземленным экраном, исключающим возможность попадания работающего на установке под высокое напряжение.

На верхней, горизонтально расположенной части установки находятся линейный автотрансформатор, вольтметр, переключатель режима работы и высоковольтная камера со сменными электродами.

Принцип действия лабораторной установки заключается в следующем. При закрытой дверце высоковольтной камеры контакты концевых выключателей КВ замкнуты и электрическая цепь установки подготовлена к работе.

При нажатии кнопки «пуск», расположенной в левом верхнем углу стенда, срабатывает электромагнитный пускатель П и через его замкнутые контакты напряжение подается на автотрансформатор Т1. Одновременно в камере высокого напряжения загорается сигнальная лампа «напряжение подано». Вторая пара контактов пускателя блокирует кнопку «пуск». Напряжение с выхода автотрансформатора поступает на обмотку низкого напряжения высоковольтного трансформатора, если переключатель режима работы установлен в положении «работа». Это напряжение измеряется многопредельным вольтметром переменного тока. На обмотке высокого напряжения трансформатора создается напряжение, значение которого может быть вычислено по формуле

$$U_2 = K \cdot U_1 . \qquad (2.9)$$

Когда напряжение U_2 достигает значения, равного напряжению пробоя $U_{пр}$, происходит пробой образца, и в цепи вторичной обмотки возрастает ток, амплитуда которого ограничивается сопротивлением $R_{огр}$. Возрастание тока вторичной обмотки вызывает соответствующее увеличение тока первичной обмотки трансформатора, в результате которого срабатывает реле максимального тока $I >$. Контакты этого реле размыкаются, разрывая цепь питания обмотки электромагнитного пускателя. Контакты пускателя размыкаются и отключают стенд от сети.

Обычно пробой образца происходит внезапно, что затрудняет отсчет по вольтметру напряжения, при котором произошел пробой. Поэтому для облегчения отсчета напряжения пробоя предусмотрена возможность работы установки в режиме «измерение». Для перевода установки в этот режим переключатель режима работы устанавливается в положение «измерение». В этом режиме высоковольтный трансформатор отключается от выхода автотрансформатора. Если положение рукояти автотрансформатора, регулирующей его выходное напряжение, сохранить таким же, как и в момент пробоя, то после нажатия на кнопку «пуск» вольтметр покажет то же напряжение, что было установлено при пробое.

2.8.2. Методика экспериментального определения пробивного напряжения и электрической прочности твердых диэлектриков при электрическом пробое

1. Перед началом эксперимента необходимо проверить правильность подключения элементов установки (рис. 2.7), предварительно установив рукоятку автотрансформатора в нулевое положение и открыв дверку камеры высокого напряжения. Лампа «напряжение подано» не должна гореть.

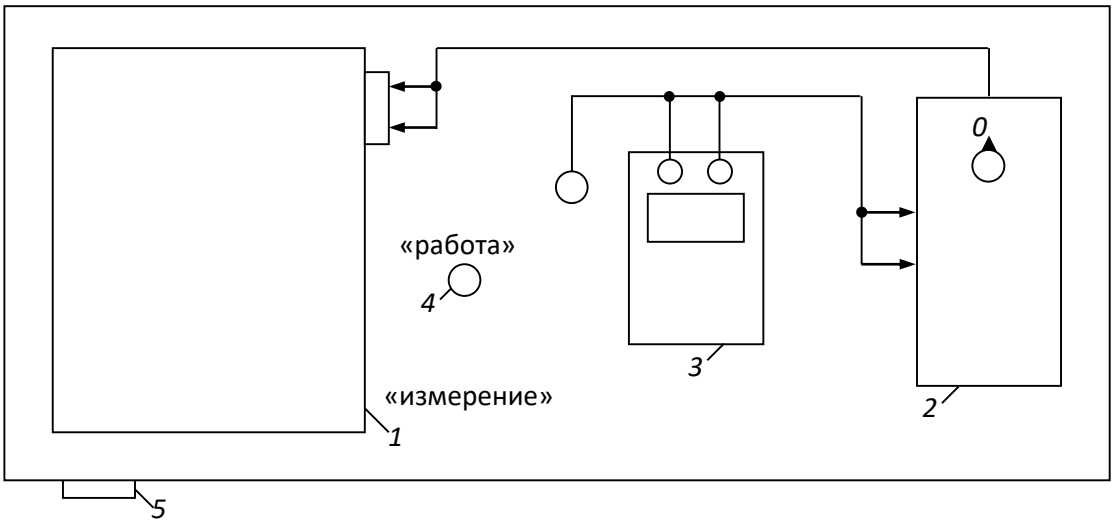


Рис. 7. Схема соединения элементов лабораторной установки:
1 – высоковольтная камера; 2 – линейный автотрансформатор; 3 – вольтметр; 4 – переключатель режима работы установки; 5 – кнопки «пуск» и «стоп»

2. Установить по указанию преподавателя сменные электроды.

3. Измерить микрометром толщину испытываемого образца диэлектрика. Рекомендуется начинать эксперимент с образца наибольшей величины. Данные измерений записать в таблицу 2.1.

Таблица 2.1

Экспериментальное определение напряжение пробоя и электрической прочности твердых диэлектриков при электрическом пробое

№ п/п	h, мм	U_1, В	$U_{пр}$, кВ	$E_{пр}$, кВ/мм	Конфигурация электродов

Примечание: высота столбцов таблицы должна быть рассчитана для записи результатов пробоя 7 – 8 образцов.

4. Разместить образец между электродами в высоковольтной камере. Для этого необходимо отвернуть стопорный винт верхнего электрода до тех пор, пока последний не начнет свободно перемещаться. Поднять верхний электрод и поместить образец в образовавшийся зазор. Опустить верхний электрод на образец и повернуть стопорный винт в обратном направлении до упора.

5. Закрыть крышку камеры высокого напряжения.

6. Установить переключатель режима работы в положение «работа».

7. Нажать кнопку «пуск». При этом загорается лампа «напряжение подано».

8. Плавно вращая рукоятку автотрансформатора, увеличивать напряжение, подаваемое на образец, до тех пор, пока не произойдет автоматическое отключение напряжения, свидетельствующее о пробое образца. Сигнальная лампа «напряжение подано» должна погаснуть.

9. Переключатель режима работы установить в положение «измерение».

10. Нажать на кнопку «пуск». Сигнальная лампа «напряжение подано» должна загореться.

11. По вольтметру отсчитать напряжение U_1, при котором произошел пробой диэлектрика и записать в табл. 2.1.

12. Нажать кнопку «стоп». Сигнальная лампа «напряжение подано» должна погаснуть.

13. Установить рукоятку линейного автотрансформатора в нулевое положение, открыть дверцу камеры высокого напряжения и убрать пробитый образец.

14. Рассчитать пробивное напряжение и электрическую прочность образца по формуле

$$U_{пр} = \frac{K \cdot U_1}{1000}; \qquad (2.10)$$

$$E_{пр} = \frac{U_{пр}}{h}, \qquad (2.11)$$

где U_1 – действующее значение выходного напряжения автотрансформатора, В; $U_{пр}$ – действующее значение напряжения пробоя образца, кВ; K=100 – коэффициент

трансформации высоковольтного трансформатора; $E_{пр}$ – электрическая прочность образца, кВ/мм.

Рассчитанные значения $U_{пр}$ и $E_{пр}$ записать в таблицу 2.1.

2.8.3. Методика экспериментального определения электрической прочности твердых диэлектриков при электротепловом пробое

1. Электротепловой пробой производится на образцах диэлектриков, аналогичных по химическому составу и геометрическим размерам образцам, использованным при электрическом пробое. Количество испытываемых образцов и их толщины задаются преподавателем.

2. Перед началом испытаний необходимо рассчитать значения начального напряжения $U_{нач}$ и интервал, через который будет изменяться напряжение установки ΔU по следующим формулам:

$$U_{нач} = 0{,}6 \cdot U_{пр} \cdot 1000\ ; \qquad (2.12)$$

$$\Delta U = 1000 \cdot U_{пр} \cdot \frac{(1-0{,}6)}{6 \div 7} = \frac{0{,}4}{6 \div 7} \cdot U_{пр} \cdot 1000\ , \qquad (2.13)$$

где $U_{пр}$ – пробивное напряжение образца, полученное при электрическом пробое, кВ; ΔU – интервал, через который изменяется напряжение, приложенное к образцу при электротепловом пробое, В.

3. Выполнить пункты 3 – 7 из 2.8.2. данных методических указаний.

4. Плавно вращая рукоятку автотрансформатора, установить напряжение, подаваемое на образец, равным ___.

5. Выдержать образец под действием напряжения $U_{нач}$ и в течение интервала времени, указанного преподавателем.

6. Вращая рукоятку автотрансформатора увеличить напряжение на образец на ΔU.

7. Выдержать образец под действием напряжения в течение указанного преподавателем интервала времени.

8. Повторить операции, перечисленные в пунктах 6 и 7, до тех пор пока не произойдет пробой образца.

9. Измерить пробивное напряжение в соответствии с пунктами 9 – 13 из методики 2.8.2.

10. Рассчитать пробивное напряжение и электрическую прочность образца при электротепловом пробое по формулам (2.10) и (2.11). Данные измерений и расчётов записываются в таблицу 2.2. Пример заполнения таблицы приведен ниже.

Таблица 2.2

Экспериментальное определение напряжение пробоя и электрической прочности твердых диэлектриков при электротепловом пробое

№ п/п	h, мм	$U_{нач}$, В	ΔU, В	U_1, В	$U_{пр}$, кВ	$E_{пр}$, кВ/мм	Конфигурация электродов

11. Построить зависимости $U_{пр}=f(h)$ при электротепловом и электрическом пробоях в одних осях координат.

12. Построить зависимости $E_{пр}=f(h)$ при электротепловом и электрическом пробоях твердого диэлектрика в одних осях координат.

2.8.4. Методика экспериментального определения электрической прочности воздуха

1. Установить электроды заданной преподавателем конфигурации в высоковольтной камере стенда.

2. Установить необходимую толщину воздушного зазора между электродами. Для этого отвернуть стопорный винт верхнего электрода и разместить калиброванные пластины между электродами. Опустить верхний электрод на поверхность пластин и зафиксировать его положение с помощью стопорного винта. Убрать калиброванные пластины из камеры.

3. Осуществить электрический пробой воздуха в соответствии с пунктами 5 – 14 из 2.8.2. данных методических указаний. Электрический пробой воздуха произвести для двух сочетаний электродов различной формы в соответствии с указаниями преподавателя.

4. Построить зависимости $U_{пр}=f(h)$ для обоих сочетаний электродов в одних осях координат.

5. Построить зависимости $E_{пр}=f(h)$ для обоих сочетаний электродов в одних осях координат.

2.9. Контрольные вопросы

1. С помощью каких показателей характеризуется способность диэлектрика противостоять электрическому пробою?
2. Какая из величин (пробивное напряжение или электрическая прочность) более точно оценивает способность различных диэлектриков противостоять электрическому пробою?
3. Чем объяснить, что электрическая прочность пористых твердых диэлектриков ниже прочности однородных по структуре строения твердых диэлектриков?
4. Какими процессами обуславливается развитие электрического пробоя в газообразных диэлектриках?
5. В чем разница между электротепловым и чисто электрическим пробоем диэлектриков?
6. Какое явление называется пробоем диэлектриков?
7. В каком из электрических полей (однородном или неоднородном) электрическая прочность диэлектриков выше? Чем это можно объяснить?
8. По каким причинам электрическая прочность диэлектриков при тепловом пробое меньше, чем при электрическом?

9. Зависит ли электрическая прочность воздуха от полярности электродов при следующих сочетаниях электродов: игла – плоскость, игла – полусфера? Ответ аргументируйте.
10. Чем объяснить, что электрическая прочность воздуха при сочетании электродов игла плоскость или игла полусфера уменьшается в большем диапазоне, чем его прочность при сочетании электродов плоскость – плоскость, полусфера – полусфера, с ростом толщины воздушного зазора?
11. Чем объяснить, что электрическая прочность диэлектриков уменьшается с ростом толщины?
12. При каких условиях в твердых диэлектриках может произойти электротепловой пробой?
13. Почему необходимо учитывать процесс старения электрической изоляции при определении рабочего напряжения различных электрических машин?
14. Как изменяется электрическая прочность газообразных диэлектриков с ростом давления и почему?
15. Влияет ли температура на электрическую прочность диэлектриков? Ответ аргументируйте.

Часть 3
МАГНИТНЫЕ МАТЕРИАЛЫ

3.1. Основные характеристики магнитных веществ

Магнитное состояние вещества оценивается намагниченностью. Намагниченностью называется сумма элементарных магнитных моментов в единице объема вещества

$$M = \frac{\sum_{i=1}^{n} m_i}{V}, \qquad (3.1)$$

где m_i – элементарный магнитный момент (спин электрона); V – объем образца.

Значение намагниченности зависит от напряженности магнитного поля H и связано с последней в соответствии с уравнением:

$$M = \chi \cdot H$$

где χ – магнитная восприимчивость вещества.

В системе СИ магнитная восприимчивость является безразмерной величиной.

Под воздействием напряженности магнитного поля в веществе создается магнитная индукция, зависимость которой от напряженности поля и намагниченности материала описывается уравнением

$$B = \mu_0 (H + \chi \cdot H), \qquad (3.2)$$

где μ_0=1,256·10^{-6} – магнитная постоянная вакуума, Гн/м.

В системе СИ индукция измеряется в теслах (Тл), а в ситстеме СГС – в гауссах (ГС).

Связь между индукцией и напряженностью магнитного поля может быть также описана следующим уравнением:

$$B = \mu_a \cdot H = \mu_0 \cdot \mu_r \cdot H, \qquad (3.3)$$

где μ_a – абсолютная магнитная проницаемость; μ_r – относительная магнитная проницаемость.

Абсолютная магнитная проницаемость имеет ту же размеренность, что и магнитная постоянная вакуума, а относительная магнитная проницаемость является безразмерной величиной.

Абсолютная и относительная магнитная проницаемости связаны между собой соотношением

$$\mu_a = \mu_0 \cdot \mu_r. \qquad (3.4)$$

Если учесть, что

$$\mu_a = \frac{B}{H},$$

а (3.5)

$$\mu_r = \frac{B}{H \cdot \mu_0},$$

становится ясным физический смысл относительной магнитной проницаемости. Она показывает, во сколько раз магнитная индукция в веществе больше, чем индукция в вакууме под воздействием намагничивающих полей одинаковой напряженности.

3.2. Физическая природа магнетизма

Известно, что элементарный замкнутый круговой электрический ток i создает магнитное поле, основной характеристикой которого является магнитный элемент

$$\underline{m} = i \cdot \underline{S},$$

где $\underline{S}$ – векторная величина площади, охватываемой током.

На уровне атома можно условно выделить три основные формы движения электрических зарядов, создающих элементарные магнитные моменты:

- движение электронов по круговой орбите вокруг ядра;
- вращение электронов вокруг собственной оси;
- вращение протонов ядра атома.

Наибольший магнитный момент создается за счет вращения электрона вокруг собственной оси. Этот магнитный момент получил название – спин электрона. Спины электронов могут принимать только вполне определенные дискретные значения, кратные постоянной Планка. Минимальное значение спина электрона превышает магнитный момент, создаваемый протоном, примерно в 650 раз.

Но не все электроны, создающие электронные оболочки атома, участвуют в создании магнитного момента атома. Рассмотрим, как создается результирующий магнитный момент атома вещества. Электроны в атомах вещества занимают различные энергетические уровни, которые принято изображать в виде ряда электронных оболочек. Количество оболочек в атоме химического элемента определяется номером периода таблицы Менделеева, в котором расположен данный элемент. Каждая из электронных оболочек состоит из ряда подоболочек, число которых колеблется от 1 до 4. Номер электронной оболочки индексируется цифрами от 1 до 7, а номер подоболочки буквами *S*, *p*, *d*, *f*. Пример обозначения оболочек и подоболочек приведен на рис. 3.1.

В подоболочках с индексом *S* могут находиться максимально 2, в подоболочках *p* – 6, в подоболочках *d* – 10 и в подоболочках *f* – 14 электронов.

Заполнение электронами оболочек и подоболочек у подавляющего большинства элементов подчиняются следующему правилу.

Прежде всего заполняются наиболее близко расположенные к ядру атома оболочки и подоболочки. Заполнение последующих электронных подоболочек начинается после того, как полностью заполнена предыдущая.

В полностью заполненных подоболочках половина количества электронов, заполнивших электронную подоболочку, вращаются в одном направлении, создавая спиновые моменты, направление которых условно принимается за *положительное*.

Другая половина электронов данной подоболочки вращается в противоположном направлении, создавая спиновые моменты, направление которых принимается за *отрицательное*.

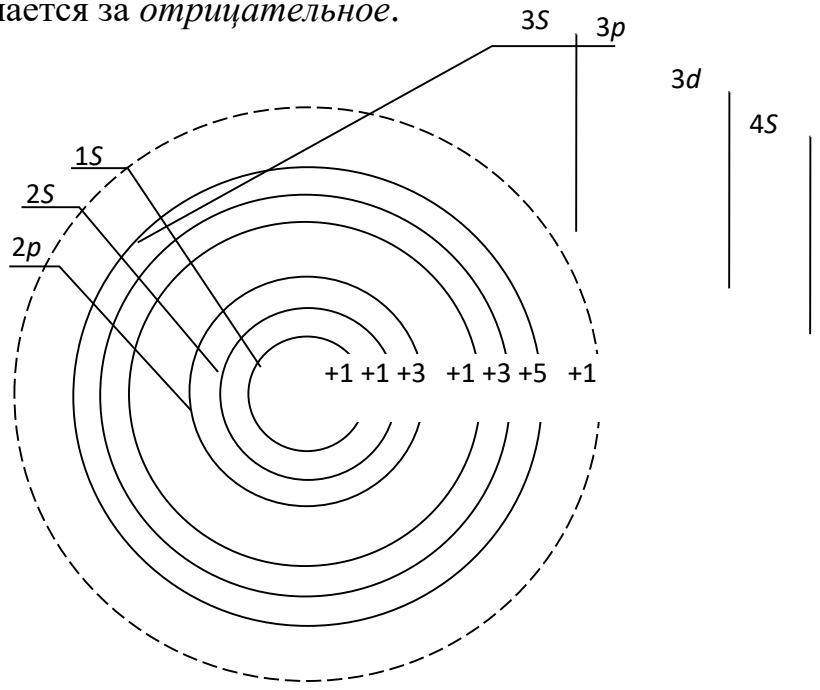


Рис. 3.1. Распределение электронов по оболочкам и подоболочкам в атоме железа

Так как количество положительных и отрицательных спинов в полностью заполненной электронной подоболочке одинаково, то они взаимокомпенсируются.

Следовательно, атомы элементов, электронные оболочки и подоболочки которых полностью заполнены электронами, не имеют собственных магнитных моментов, а сами вещества слабо намагничиваются в магнитном поле.

Но у ряда химических элементов такой порядок заполнения электронами оболочек и подоболочек нарушается.

Как видно из рис. 3.1, у атома железа не заполнена полностью подоболочка $3d$, на которой находится всего 6 электронов вместо 10, а уже заполнена следующая, валентная для железа, подоболочка $4S$.

Пять из шести электронов подоболочки $3d$ вращаются в одном направлении, создавая положительные спины электронов. Шестой электрон вращается в направлении обратном, создавая противоположно направленный спин – отрицательный.

Таким образом в подоболочке $3d$ атома железа существует 4 нескомпенсированных спинов электронов, которые, суммируясь, вызывают появление магнитного момента у атома.

Наличие нескомпенсированных спинов электронов в различных подоболочках наблюдается и у атомов ряда других элементов: кобальта, никеля, марганца и др.

Электроны, находящиеся в наружной валентной подоболочке, служить источником магнитных моментов не могут, т. к. при образовании молекул и кристаллов их магнитные моменты компенсируются спинами валентных электронов соседних атомов.

Учитывая вышеизложенное, можно сформулировать первое условие возникновения ферромагнетизма у веществ.

Для того чтобы вещество хорошо намагничивалось и в нем создавалась большая магнитная индукция, необходимо, чтобы у атомов этого вещества существовали нескомпенсированные спины электронов в подоболочках, предшествующих валентной.

Однако выполнения только одного этого условия недостаточно для того, чтобы вещество являлось ферромагнетиком. Связано это с тем, что в любом объеме вещества, с которым приходится иметь дело на практике, содержится большое количество атомов. Электроны атомов образуют многоэлектронный коллектив.

Между атомами происходит постоянный обмен электронами. При обмене между электронами соседних атомов возникает сильное электростатическое взаимодействие. Данное взаимодействие получило название «обменного», а энергия этого взаимодействия называется «обменной энергией».

Такое электростатическое взаимодействие электронов соседних атомов способно ориентировать нескомпенсированные спины электронов определенным образом. Направление ориентации спинов электронов соседних атомов определяется значением обменной энергии.

График зависимости обменной энергии от отношения K приведен на рис. 3.2.

Известно, что обменная энергия зависит от отношения

$$k = \frac{a}{r},$$

где a – расстояние между центрами соседних атомов; r – радиус электронной подоболочки с некомпенсированными спинами электронов.

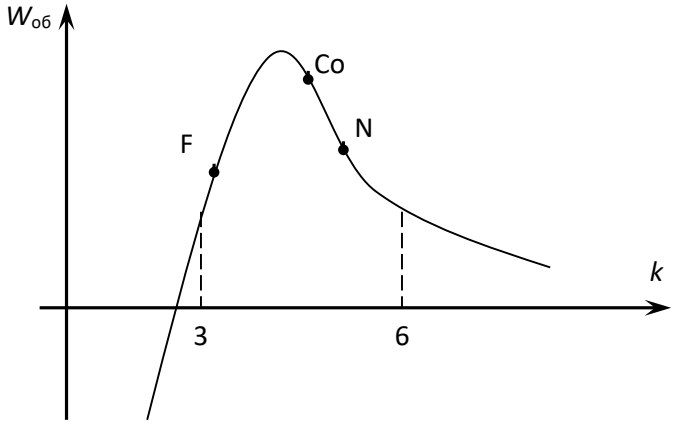


Рис. 2.2. Зависимость «обменной» энергии от геометрических размеров кристаллической решетки вещества

При $k > 3$ обменная энергия положительна, но настолько мала, что спины электронов соседних атомов ориентируются хаотично, вещества с такой ориентацией спинов намагничиваются слабо и относятся к классу парамагнетиков. С уменьшением k значение обменной энергии возрастает, что заставляет спиновые моменты соседних атомов ориентироваться параллельно друг другу. Это приводит к тому, что спиновые моменты атомов складываются и возникает самопроизвольное намагниченное состояние вещества. При $k = 3{,}5$ обменная энергия достигает максимума и при дальнейшем сближении атомов начинает убывать. Когда $k < 3$, обменная энергия становится отрицательной. При отрицательной обменной энергии энергетически выгодным становится взаимопротивоголожная ориентация спинов электронов соседних атомов, приводящая к их взаимной компенсации. Вещества с отрицательной обменной энергией называются антиферромагнетиками.

Таким образом, второе условие возникновения ферромагнетизма в веществе заключается в том, что оно должно обладать достаточно большей положительной обменной энергией, т. е. отношение k должно находиться в диапазоне $3 < k < 6$.

При выполнении обоих условий в веществе возникает внутреннее магнитное поле, характеризуемое намагниченностью М, определяемой в соответствии с уравнением (3.1).

3.3. Классификация веществ по магнитным свойствам

В 3.2. показано, что магнитные свойства веществ зависят от наличия или отсутствия нескомпенсированных спиновых моментов в электронных подоболочках атомов и от длины междуатомных расстояний между соседними атомами (отношение *k*).

По способности намагничиваться под воздействием магнитного поля все вещества подразделяются на следующие большие группы: диамагнетики, парамагнетики, магнетики.

Магнетики, в свою очередь, подразделяются на ферромагнетики, ферримагнетики и антиферромагнетики. Краткая характеристика каждой из групп материалов приведена в табл. 3.1.

Таблица 3.1.

Классификация веществ по магнитным свойствам

Группа	Ориентация спиновых электронов соседних атомов	Краткая характеристика свойств
Диамагнетики	нескопенсированные спины электронов, отсутствуют	при отсутствии намагничивающего поля (H=0), намагниченность M=0. При $H\neq0$ появляются индуктированные магнитные моменты и $M\neq0$. Отсюда $\chi=-10^{-6}$, а $\mu_r<1$. Магнитная проницаемость μ_r не зависит от напряженности поля
Парамагнетики	ориентация спиновых моментов соседних атомов хаотичная	при H=0, у атомов существуют собственные магнитные моменты m, но намагниченность M=0, из-за хаотической оринетации спиновых моментов, $10^{-6}<\chi<10^{-3}$. Магнитная проницаемость $\mu_r>1$, но не значительно и не зависит от напряженности магнитного поля

Продолжение табл. 3.1

Группа	Ориентация спиновых электронов соседних атомов	Краткая характеристика свойств
Ферромагнетики	ориентация спиновых моментов паралельная	при H=0, у атомов существуют собственные магнитные моменты m, возникают области с самопроизвольной намагниченностью ($M\neq0$). Но в целом намагниченность всего атома вещества равна 0. $X=10^5\ldots10^7$. Магнитная проницаемость $\mu_r>>1$ и ее значение зависит от напряженности магнитного поля
Ферримагнетики (ферриты)	антипаралельная ориентация магнитных моментов разного	материалы, получаемые спеканием оксидов железа, никеля, цинка,

	значения	марганца и других металлов, являются нескомпенсированными антиферомагнетиками. При H=0 существуют области самопроизвольного намагничивания с $M \neq 0$. В целом вещество остается ненамагниченным. Магнитная проницаемость $\mu_r >> 1$ и зависит от напряженности поля
Антиферомагнетики	антипаралельная ориентация спиновых моментов соседних атомов	атомы имеют собственные магнитные моменты, одинаковые по значению и противоположно направленные. При H=0, намагниченность M=0, т. к. эти вещества обладают отрицательной обменной энергией. Легированием других веществ могут быть превращены в ферримагнетики.

Из таблицы видно, что наиболее высокими свойствами обладают ферромагнетики и ферримагнетики, в которых можно создавать значительно большие магнитные индукции, чем в других материалах, из-за наличия у них самопроизвольной намагниченности.

3.4. Строение ферромагнетиков

Все процессы намагничивания и перемагничивания обусловлены магнитным взаимодействием атомов. Это взаимодействие приводит к тому, что при отсутствии внешнего магнитного поля ферромагнитные тела разбиваются на области с самопроизвольным намагничиванием, называемые *доменами*.

Объем домена колеблется в пределах $10^{-1} \div 10^{-6}$ см^3. Каждый из доменов намагничен до насыщения в направлении, отличном от направления намагниченности соседних доменов. Насыщенное магнитное состояние домена оценивается намагниченностью насыщения M_S, которая определяется из следующего уравнения:

$$M_S = \lim_{V \to 0} \left(\sum_{i=1}^{n} \frac{m_i}{V} \right). \qquad (3.6)$$

Направление намагниченности каждого из доменов устанавливается таким, чтобы магнитные моменты их взаимокомпенсировались, и намагниченность ферромагнетика в целом равнялась нулю при отсутствии внешнего намагничивающего поля.

Рассмотрим подробнее, почему это происходит. Допустим, что ферромагнетик имеет однодоменную структуру, при которой магнитные моменты атомов ориентированы параллельно.

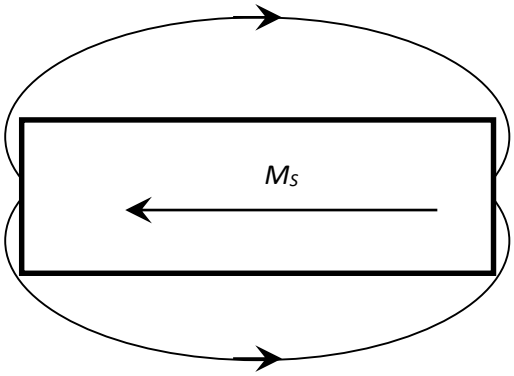


Рис. 3.3. Однодоменная структура строения ферромагнетика

При такой структуре строения (рис. 3.3.) силовые линии магнитного поля замыкаются через окружающее образец воздушное пространство, и, следовательно, в нем возникает размагничивающее поле напряженностью:

$$H_p = -N \cdot M_S\,, \tag{3.7}$$

где N – коэффициент размагничивания, значение которого зависит от структуры строения, ферромагнетика (числа доменов).

В отсутствие внешнего магнитного поля свободная магнитостатическая энергия образца в собственном размагничивающем поле зависит от коэффициента размагничивания и может быть определена из уравнения

$$W_{\text{ст}} = -0{,}5N \cdot H_p \cdot M_S = 0{,}5N \cdot M_S^2. \tag{3.8}$$

Так как коэффициент размагничивания имеет наибольшее значение при однодоменной структуре строения, то и свободная магнитостатическая энергия максимальна именно при такой структуре строения.

Известно, что при отсутствии внешних источников энергии вещество стремится приобрести такую структуру строения, при которой его собственная энергия была бы минимальна. С этой точки зрения однодоменная структура строения для ферромагнетика является энергетически невыгодной, так как в этом случае он обладает максимальной свободной магнитостатической энергией.

Стремясь уменьшить значение магнитостатической энергии, ферромагнетик начинает самопроизвольно делиться на области со спонтанным намагничиванием.

Энергетически более выгодными являются структуры с двумя и четырьмя доменами, рис. 3.4.

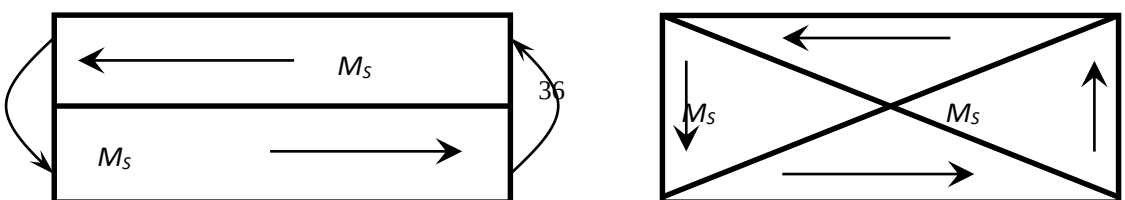


Рис. 3.4. Двухдоменная и четырехдоменная структура строения ферромагнетика

При двухдоменной структуре коэффициент размагничивания и, следовательно, свободная магнитостатическая энергия приблизительно в два раза меньше, чем при однодоменной.

Энергетически еще более выгодной является структура с четырьмя доменами. При самопроизвольном разбиении образца на 4 домена в каждом из них устанавливаются такие направления спонтанной намагниченности, при которых магнитный поток замыкается внутри образца и размагничивающее поле отсутствует, $H_p = 0$.

При переходе от домена к домену направление намагниченности изменяется плавно в пределах слоя, расположенного между соседними доменами. Этот слой получил название стенки, или границы (рис. 3.5).

В пределах границы происходит постепенный поворот спинов от одного направления намагниченности к другому. Толщина стенок соответствует определенному значению общей свободной энергии стенки, которая складывается из обменной энергии, магнитоупругой энергии и энергии магнитной анизотропии.

Спонтанное деление образца ферромагнетика на домены приводит к уменьшению свободной магнитостатической энергии образца. Но одновременно возрастает количество стенок между доменами, что приводит к увеличению свободной энергии, равной сумме свободных энергий всех стенок.

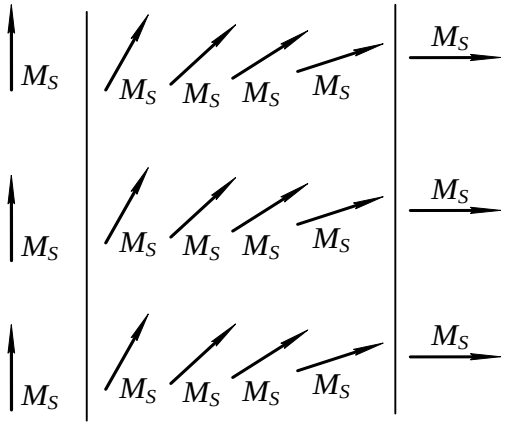


Рис. 3.5. Схема поворота спинов атома в пределах границы домена

Деление ферромагнетика на домены будет продолжаться до тех пор, пока затраты энергии на создание нового домена, равные свободной энергии стенки,

не сравняются с уменьшением магнитостатической энергии. Дальнейшее деление ферромагнетика на домены становится энергетически невыгодным.

Доменная структура строения ферромагнетика сохраняется только до определенной температуры, называемой температурой Кюри, или точкой Кюри.

Точка Кюри соответствует равенству кинетической энергии теплового движения и обменной энергии. Поэтому у разных ферромагнетиков точка Кюри различна. Так, у железа она равна 770 °С, у никеля – 358 °С, у кобальта – 1127 °С.

При температуре выше, чем точка Кюри, кинетическая энергия теплового движения становится достаточной для преодоления ориентирующего действия обменной энергии, и состояние самопроизвольной намагниченности доменов нарушается. Ферромагнетик превращается в парамагнетик.

3.5. Явления магнитной анизотропии и магнитострикции

Практически все ферромагнетики состоят из большого числа кристаллов. Кристаллы различных материалов имеют разные пространственные кристаллические решетки, в узлах которых находятся атомы вещества. Так, кристалл железа представляет собой куб, в вершинах и в центре которого располагаются атомы железа (рис. 3.6, *а*).

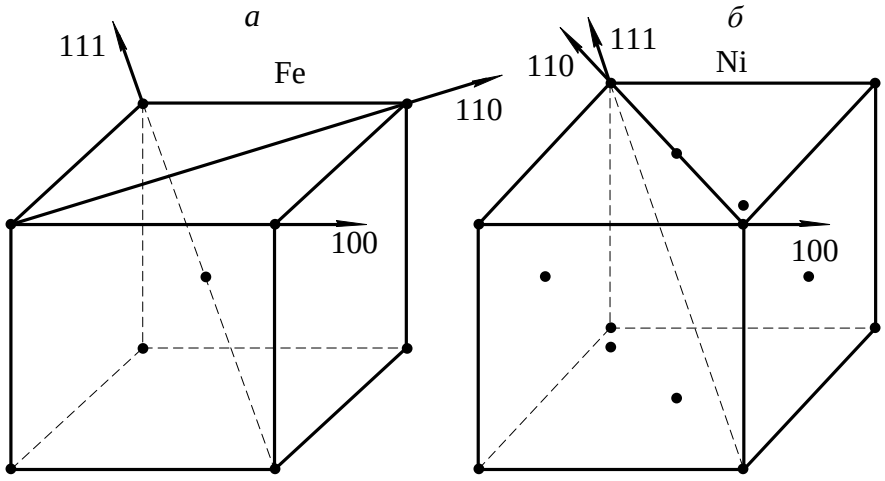


Рис. 3.6. Основные кристаллографические направления железа и никеля

В кристаллах железа различают три основные кристаллографических направления:

- 100 – направление по ребру куба;
- 110 – направление по диагонали грани куба;
- 111 – направление по диагонали грани самого куба.

Если ферромагнетик намагничивать по различным кристаллографическим направлениям, то состояние насыщения будет достигаться при разных значениях напряженности магнитного поля.

Состояние магнитного насыщения железа достигается при наименьшей напряженности намагничивающего поля, если намагничивание производится по направлению 100, т. е. по ребру куба. И наоборот, насыщение железа происходит при максимальной напряженности намагничивающего поля, если намагничивание производится по кристаллографической оси 111.

Направление 100 называется *осью легкого намагничивания*, направление 111 – *осью трудного намагничивания*.

Если железо намагничивать по кристаллографическому направлению 110, то насыщение материала достигается при меньшей напряженности намагничивающего поля, чем при намагничивании по оси 111 и большей, чем при намагничивании по кристаллографическому направлению 100. Кристаллографическое направление 110 называется *осью среднего намагничивания*. Кривые намагничивания для разных направлений железа приведены на рисунке 3.7.

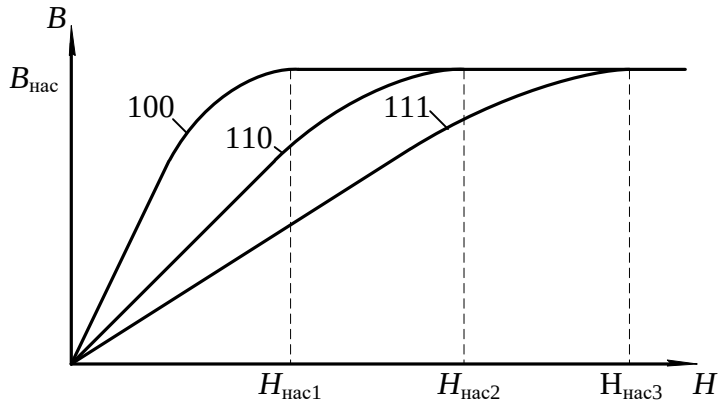


Рис. 3.7. Кривые намагничивания для разных направлений железа

В отличие от железа, у кристалла никеля атомы располагаются в вершинах и в центрах каждой грани куба. Такое расположение атомов в кристалле никеля приводит к изменению осей легкого и трудного намагничивания. У никеля осью легкого намагничивания является направление 111, а осью трудного намагничивания – кристаллографическое направление 100 (рис. 3.6, *б*). Направление среднего намагничивания у никеля остается таким же, что и у железа –110.

Различие магнитных свойств у ферромагнетиков при намагничивании по различным кристаллографическим направлениям называется *магнитной анизотропией*.

Явление магнитной анизотропии учитывается при изготовлении холоднокатаных анизотропных текстурованных электротехнических сталей. У таких сталей оси легкого намагничивания всех кристаллов совпадают с направлением прокатки. Применение анизотропных холоднокатаных сталей позволяет уменьшить вес электрических машин примерно на одну треть, по

сравнению с электрическими машинами такой же мощности, в которых используется изотропная горячекатаная сталь.

Намагничивание ферромагнетиков сопровождается изменением линейных размеров образца за счет магнитного взаимодействия электронов, вызывающего изменение расстояний и деформацию кристаллической решетки. Это явление называется *магнитострикцией*. Относительное изменение линейных размеров ферромагнетика при намагничивании оценивается коэффициентом магнитострикции:

$$\lambda = \pm \frac{\Delta l}{l},$$

где Δl – удлинение образца ферромагнетика при намагничивании; l – исходная длина образца до намагничивания.

Значение и знак коэффициента магнитострикции зависят от направления намагничивания и вида ферромагнетика.

Так, при намагничивании кристалла железа по оси легкого намагничивания происходит его удлинение вдоль этой оси и, следовательно, коэффициент магнитострикции является положительным.

Если же железо намагничивать по оси трудного намагничивания, то происходит укорочение образца вдоль данной оси, т. е. коэффициент магнитострикции отрицателен.

В отличие от железа, у кристаллов никеля коэффициент магнитострикции отрицателен при намагничивании по оси легкого намагничивания 111, и положителен, если намагничивать кристалл по оси трудного намагничивания.

Удлинение или сжатие ферромагнетика в направлении намагничивающего поля сопровождается сжатием или удлинением, соответственно, в поперечном направлении.

Явление магнитострикции обнаруживается и во влиянии внешних механических воздействий на магнитные свойства ферромагнетиков.

Растяжение ферромагнетика внешними механическими силами вызывает облегчение, а сжатие – затруднение процесса намагничивания, если у ферромагнетика положительный коэффициент магнитострикции. Для материалов с отрицательным коэффициентом магнитострикции сжатие приводит к облегчению, а растяжение – к затруднению процесса намагничивания. Явление магнитострикции широко используется в технике. Например, в области ультразвуковой локации магнитострикционные материалы широко используются как источники ультразвука.

Явление магнитострикции, свойственное магнитным материалам, приводит к тому, что линейные размеры магнитопроводов машин переменного тока колеблются с частотой, равной частоте переменного магнитного поля. Это

приводит к возникновению дополнительных механических напряжений в местах крепления магнитопровода к корпусу электрической машины и появлению шума, что является нежелательным.

3.6. Намагничивание ферромагнетика

Если размагниченный ферромагнетик поместить в магнитное поле, то под воздействием напряженности поля начинается перераспределение магнитных моментов доменов, в результате которого появляется намагниченность ферромагнетика в направлении напряженности намагничивающегося поля.

Внутри ферромагнетика создается магнитная индукция, значение которой определяется намагниченностью ферромагнетика и напряженностью H намагничивающего поля:

$$B = \mu_0(H + M). \qquad (3.9)$$

В ферромагнетиках внутренняя намагниченность значительно больше напряженности намагничивающего поля ($H > M$). В связи с этим значение магнитной индукции, в основном, определяется внутренней намагниченностью ферромагнетика, а не напряженностью внешнего поля.

Рассмотрим подробнее процесс намагничивания ферромагнетика. На рис. 3.8. приведена основная кривая намагничивания .

Выделим на этой кривой участки, в пределах которых возрастание магнитной индукции обусловливается различными процессами.

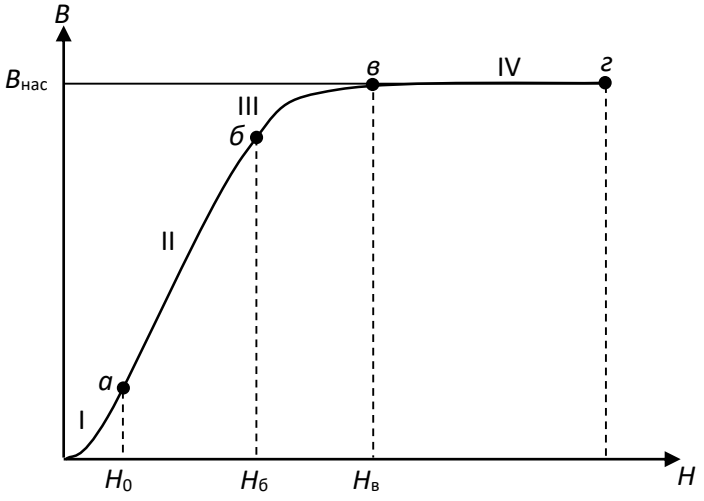


Рис. 3.8. Основная кривая намагничивания ферромагнетика

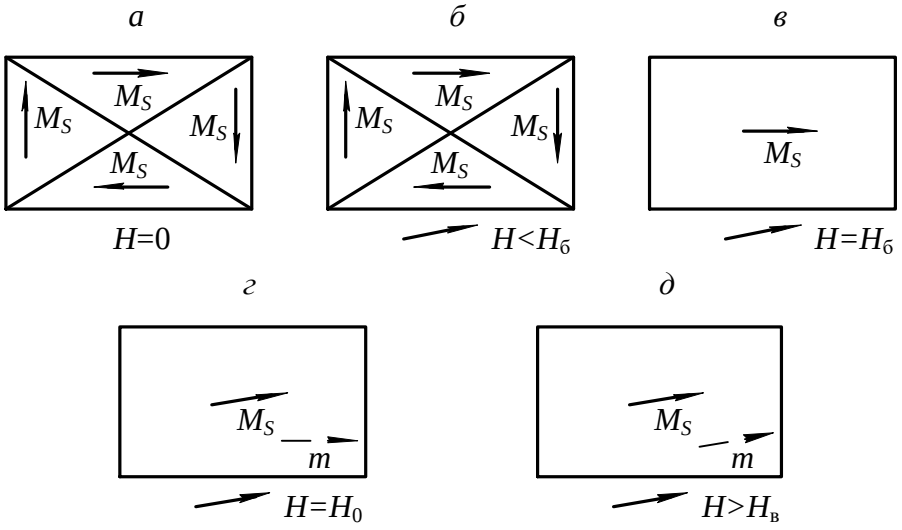


Рис. 3.9. Схема намагничивания ферромагнетика

Из параграфа 3.4. известно, что размагниченный образец ферромагнитного материала при отсутствии магнитного поля (H = 0) самопроизвольно разбивается на домены, направление намагниченности каждого из которых такое, что суммарная намагниченность образца в целом равна 0 (рис. 3.9, *а*).

Намагничиваем образец, плавно увеличивая напряженность магнитного поля. В диапазоне изменения напряженности H от 0 до $H_а$ происходит рост объема (смещение границ) тех доменов, у которых направление собственной намагниченности наиболее близко к направлению напряженности внешнего намагничивающего поля (рис. 3.9, *б*). Процесс роста домена в этом диапазоне осуществляется вполне упруго и без потерь энергии. Если напряженность поля опять уменьшить до 0, то ферромагнетик вернется в исходное размагниченное состояние (см. рис. 3.9, *а*).

При возрастании напряженности в диапазоне $H_а < H < H_б$ магнитная индукция за счет продолжающегося смягчения границ доменов с наименьшим углом между собственностью и напряженностью намагничивающегося поля (рис. 3.9, *б*). Только этот процесс приобретает необратимый характер и связан с потерями энергии. Необратимость процесса на участке II кривой намагничивания (см. рис. 3.8) обусловлена тем, что неоднородные внутренние напряжения, инородные включения, пустоты и дефекты, всегда имеющиеся в материале, препятствуют смещению границ доменов. Наличие препятствий приводит к тому, что при плавном повышении напряженности поля индукция в ферромагнетике изменяется скачкообразно. Скачкообразное изменение индукции вызывает появление микроскопических вихревых токов, при

протекании которых происходит нагрев образца, т.е. в материале возникают потери энергии на намагничивание.

Чтобы размагнитить образец после того, как напряженность поля возросла до $H > H_а$, необходимо изменить направление напряженности поля на обратное и опять затратить энергию. Когда напряженность поля $H = H_б$, ферромагнетик приобретает однодоменную структуру строения (рис. 3.9, *в*), но направление намагниченности отлично от направления напряженности намагничивающегося поля.

Дальнейшее повышение напряженности поля вызывает рост магнитной индукции в образце за счет процесса ориентации магнитных моментов в направлении поля (поворот моментов). Когда направление магнитных моментов домена совпадает с направлением напряженности намагничивающего поля, рост магнитной индукции практически прекратится с ростом напряженности поля (рис. 3.9, *г*).

Такое состояние ферромагнетика называется техническим насыщением. Напряженность поля в точке «в» кривой намагничивания обозначается H_S и называется *напряженностью насыщения*.

С дальнейшим ростом напряженности поля ($H > H_в$) наблюдается медленное и весьма незначительное повышение намагниченности за счет парапроцесса, заключающегося в дополнительной ориентации спиновых моментов электронов, направление которых отлично от направления поля из-за теплового движения частиц.

3.7. Свойства ферромагнитных материалов в квазипостоянных магнитных полях

Квазипостоянным магнитным полем называется такое переменное поле, напряженность которого изменяется с частотой, близкой к 0, и амплитудой, равной H_m .

Если предварительно размагниченный образец поместить в квазипостоянное магнитное поле, то при возрастании напряженности поля от 0 до + H_m индукция в образце увеличивается в соответствии с основной кривой намагничивания (участок *ОА*, рис. 3.10).

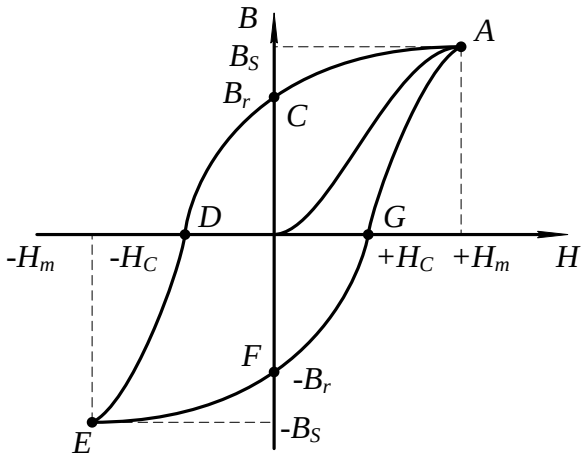


Рис. 3.10. Петля гистерезиса ферромагнетика

После того, как напряженность намагничивающего поля достигнет значения, равного амплитудному, она начинает уменьшаться до 0, вызывая снижение магнитной индукции за счет обратного поворота магнитного момента домена в направлении ближайшей оси легкого намагничивания. Когда напряженность поля станет равной 0, в ферромагнетике сохранится остаточная магнитная индукция B_r (участок *AC*, см. рис. 3.10). В дальнейшем напряженность намагничивающего поля изменяет свое направление на обратное и становится «отрицательной», вызывая дальнейшее уменьшение магнитной индукции (участок *CD*, см. рис. 3.10). На этом участке происходит необратимое разделение однодоменной структуры ферромагнетика на ряд доменов с различными направлениями собственных магнитных моментов. Когда напряженность поля H становится равной $-H_C$ (коэрцитивная сила), ферромагнетик приобретает структуру, аналогичную структуре строения до начала намагничивания, а индукция образца становится равной нулю (точка *D*, см. рис. 3.10).

На участке *DE* напряженность поля изменяется в пределах от $-H_C$ до $-H_m$. Магнитная индукция в образце возрастает за счет смещения границ доменов и последующей ориентации векторов намагниченности в направлении действия поля.

Достигнув амплитудного значения, напряженность магнитного поля начинает изменяться от $-H_m$ до 0.

Индукция в образце уменьшается до значения, равного остаточной магнитной индукции (участок *EF*) за счет процесса, аналогичного процессу размагничивания ферромагнетика на участке АС.

При изменении напряженности поля от 0 до $+H_C$ (участок *FG*) продолжается процесс размагничивания образца аналогично размагничиванию на участке *CD*. Когда $H = H_C$, индукция в образце равна 0.

Дальнейшее возрастание напряженности поля до амплитудного значения приводит к намагничиванию образца и возрастанию индукции.

Таким образом, зависимость магнитной индукции от напряженности квазипостоянного поля за полный цикл перемагничивания представляет петлю, называемую *петлей гистерезиса*.

Площадь петли гистерезиса пропорциональна потерям на гистерезис.

Если после каждого цикла перемагничивания увеличивать амплитуду напряженности квазипостоянного магнитного поля, то получится семейство петель гистерезиса. Причем большему значению амплитуды напряженности поля будет соответствовать петля с большей амплитудой магнитной индукции и площадью петли (рис. 3.11). Когда напряженность поля достигает значения, при котором наступает насыщение ферромагнетика, площадь петли гистерезиса максимальна. При дальнейшем возрастании амплитуды напряженности площадь петли остается постоянной, а в концах петли появляются прямолинейные участки со слабым возрастанием магнитной индукции.

Петля с наибольшей площадью называется *предельной петлей гистерезиса*.

По предельной петле гистерезиса определяются основные характеристики магнитных материалов, значения которых приводятся в справочниках; индукция технического насыщения, B_s; напряженность поля, при которой достигается насыщение ферромагнетика, H_s; остаточная индукция, B_r; коэрцитивная сила, H_c.

Если через вершины семейства петель гистерезиса провести линию, то полученная кривая $B_m = f(H_m)$ представляет собой основную кривую намагничивания.

По основной кривой намагничивания определяются абсолютная и относительная магнитные проницаемости:

$$\mu_a = \frac{B_m}{H_m}; \tag{3.10}$$

$$\mu_r = \frac{B_m}{(\mu_0 \cdot H_m)}, \tag{3.11}$$

где μ_a – абсолютная магнитная проницаемость.

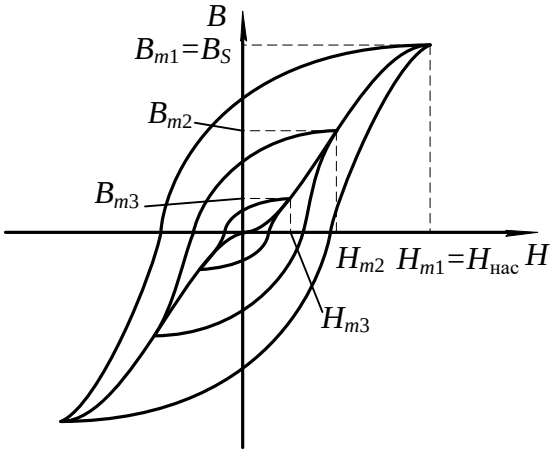


Рис. 3.11. Семейство петель гистерезиса

Определяя значение относительной магнитной проницаемости для каждого значения напряженности намагничивающего поля по основой кривой намагничивания, можно получить зависимость $\mu_r = f(H_m)$, (рис. 3.12).

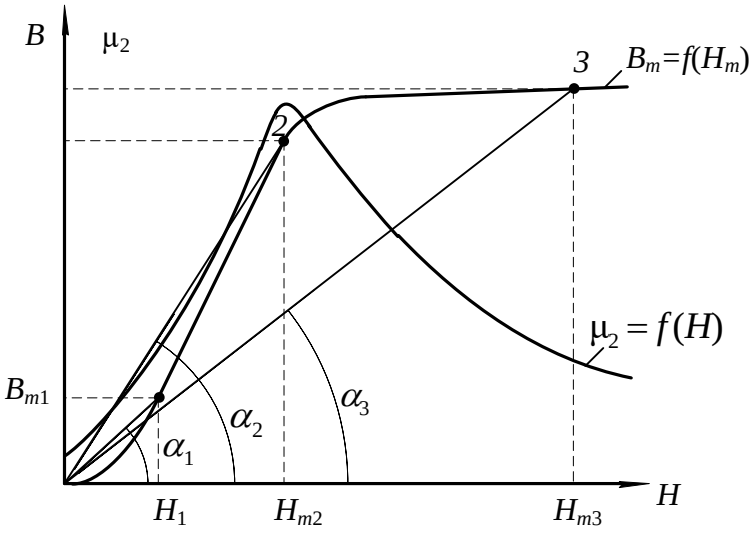


Рис. 3.12. Зависимость относительной магнитной проницаемости от напряженности поля

Как видно из рис. 3.12,относительная магнитная проницаемость с ростом напряженности поля вначале возрастает от $\mu_{нач}$ до μ_{max}, а затем уменьшается. Неоднозначный характер изменения μ_r связан с видом основной кривой намагничивания. Покажем это на примере. Допустим, что необходимо определить проницаемость материала μ_r в точках 1, 2 и 3.

Тогда, в соответствии с формулой (3.11):

$$\mu_{r1} = \frac{B_1}{(\mu_o \cdot H_1)};$$

$$\mu_{r2} = \frac{B_2}{(\mu_o \cdot H_2)};$$

$$\mu_{r3} = \frac{B_3}{(\mu_o \cdot H_3)}.$$

B_1 и H_1, B_2 и H_2, B_3 и H_3 с учетом масштабов по индукции и напряженности представляют собой катеты прямоугольных треугольников с вершинами O_{11}, O_{22} и O_{33} соответственно, а отношения B_1/H_1, B_2/H_2, B_3/H_3 являются тангенсами углов наклона, образованных прямыми, проведенными из начала координат в точки 1, 2, 3, на кривой намагничивания.

Вследствие переменной крутизны основной кривой намагничивания, угол наклона этих прямых сначала возрастает, затем, когда ферромагнетик входит в состояние насыщения, уменьшается с ростом напряженности намагничивающего поля. Максимальное значение магнитной проницаемости μ_r достигается в той точке кривой намагничивания, в которой прямая, соединяющая эту точку с началом координат, является касательной к кривой намагничивания. Значение магнитной проницаемости в этой точке обозначается $\mu_{r\,max}$ и обычно находится в начале участка *б – в* кривой намагничивания (см. рис. 3.8).

Определение магнитной проницаемости μ_r при напряженности поля $H = 0$ в соответствии с уравнением (3.11) лишено смысла, так как значение относительной магнитной проницаемости в этом случае неопределенно. В связи с этим введено понятие *начальной магнитной проницаемости* $\mu_{r\,нач}$.

За начальную магнитную проницаемость принимается предельное значение отношения индукции, деленной на магнитную постоянную, к напряженности при стремлении напряженности магнитного поля к нулю:

$$\mu_{r\ нач} = \frac{1}{\mu_o} \cdot \lim_{H \to 0} \frac{B}{H}. \qquad (3.12)$$

Практически начальная магнитная проницаемость $\mu_{r\,нач}$ определяется при напряженности поля $H \leq 0{,}1$ А/м.

Значения начальной $\mu_{r\,нач}$ и максимальной $\mu_{r\,max}$ магнитных проницаемостей для каждого магнитного материала приводятся в справочниках.

3.8. Дифференциальная магнитная проницаемость

Неоднозначность зависимости магнитной индукции от напряженности поля существенно усложняет расчет и анализ цепей, содержащих магнитные элементы. С целью упрощения, расчеты и анализ электромагнитных цепей часто ведутся по основной кривой намагничивания $B=f(H)$, что в ряде случаев приводит к существенным ошибкам. Особенно это касается тех ферромагнитных устройств, форма и значение выходного напряжения которых зависят от того, как и в каких пределах изменяется на напряженность магнитного поля. Для таких устройств введена еще одна характеристика магнитного материала – дифференциальная магнитная проницаемость:

$$\mu_{rg} = \frac{1}{\mu_0} \cdot \frac{dB}{dH}, \qquad (3.13)$$

где $\frac{dB}{dH}$ – производная от магнитной индукции по напряженности поля в заданной точке петли гистезиса.

Если определить μ_{rg} в каждой точке петли гистезиса, то можно получить зависимость $\mu_{rg}=f(H)$, представленную на рис. 3.13.

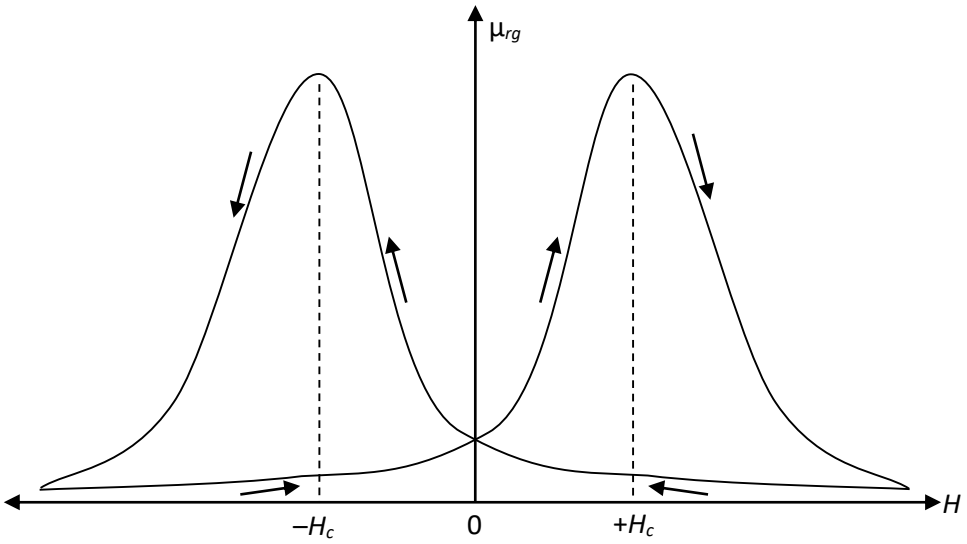


Рис. 3.13. Зависимость дифференциальной магнитной проницаемости от напряженности магнитного поля

Полученная зависимость $\mu_{rg}=f(H)$ за полный цикл перемагничивания представляет собой замкнутую петлю с двумя максимумами. Максимальные значения μ_{rg} достигаются при напряженностях магнитного поля, приблизительно равных коэффициентной силе $H=\pm H_c$. Минимальные значения μ_{rg} соответствуют вершинам предельной петли гистезиса.

В диапазоне напряженности от 0 до $+H_c$ дифференциальная магнитная проницаемость возрастает до $\mu_{rg\max}$, т. к. возрастает производная от индукции по напряженности (крутизна петли гистезиса) $\frac{dB}{dH}$ (участок *FG*, рис. 3.10).

При изменении напряженности поля от $+H_c$ до $+H_m$ μ_{rg} уменьшается из-за уменьшения крутизны петли гистезиса (участок *GA* рис. 3.10).

Последующее уменьшение H от $+H_m$ до 0, вызывает медленное возрастание дифференциальной магнитной проницаемости, т. к. крутизна петли гистезиса на участке *AC* (рис. 3.10) медленно растет.

Характер зависимости $\mu_{rg}=f(H)$ при отрицательных значениях напряженности аналогичен характеру этой же зависимости при положительных значениях напряженности.

3.9. Свойства ферромагнетиков в переменных магнитных полях

3.9.1. Динамическая петля намагничивания

Когда на магнитный материал воздействует переменное магнитное поле, напряженность которого изменяется с частотой *f*, то он периодически перемагничивается с той же самой частотой. При таком циклическом перемагничивании зависимость магнитной индукции от напряженности магнитного поля представляет собой петлю, которая называется *д и н а м и ч е с к о й п е т л е й намагничивания.*

Площадь динамической петли намагничивания больше площади петли гистерезиса, полученной при той же амплитуде напряженности поля. Это объясняется тем, что потери на перемагничивание в переменных магнитных полях больше, чем в квазипостоянных. Если изменять амплитуду напряженности переменного магнитного поля, то можно получить семейство динамических петель намагничивания (рис. 3.14).

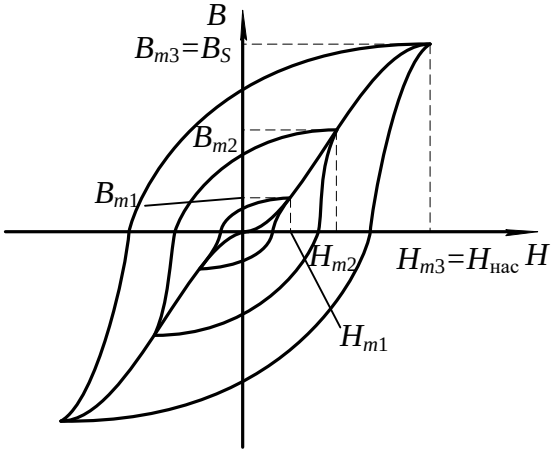


Рис. 3.14. Семейство динамических петель намагничивания

Как видно из рис. 3.14, с увеличением амплитуды напряженности магнитного поля растут амплитуда магнитной индукции и площадь динамической петли намагничивания. После того, как амплитуда напряженности поля достигает значения, при котором наступает насыщение магнитного материала, возрастание индукции и площади петли прекращается, а в вершинах петли появляются линейные участки, практически параллельные оси напряженности поля.

Петля с наибольшей площадью называется *предельной динамической петлей намагничивания.*

Если через вершины семейства динамических петель намагничивания провести линию, то полученная зависимость $B_m = f(H_m)$ называется *основной динамической кривой намагничивания*.

По предельной динамической петле намагничивания и динамической кривой намагничивания определяются основные характеристики магнитных материалов в переменном магнитном поле аналогично определению характеристик этих материалов в квазипостоянном магнитном поле.

3.9.2. Эффект вытеснения магнитного поля при перемагничивании ферромагнетиков в переменном поле

Перемагничивание в переменном магнитном поле приводит к появлению в магнитных материалах вихревых токов, протекание которых вызывает появление эффекта вытеснения магнитного поля из центра к периферии образца.

Рассмотрим подробнее это явление.

Пусть имеется образец магнитного материала площадью сечения S (рис. 3.15).

Можно разбить сечение такого образца на ряд элементарных замкнутых контуров толщиной Δh. Переменный магнитный поток, сцепляясь с каждым из элементарных витков, наводит в них ЭДС.

Под воздействием наведенной ЭДС в каждом из витков начнет протекать макроскопический вихревой ток, который создает свою магнитодвижущую силу $F_{вт}$, направленную противоположно основной магнитодвижущей силе, создающей переменный магнитный поток в образце. Таким образом, в переменном магнитном поле на магнитный материал воздействуют две магнитодвижущие силы, направленные встречно друг другу. В результате возникает результирующая магнитодвижущая сила (МДС), которая может быть определена как разность двух магнитодвижущих сил:

$$F_{р} = F - F_{вт},$$

где $F_{р}$ – результирующая МДС; F – основная МДС, создаваемая намагничивающим током; $F_{вт}$ – МДС вихревого тока.

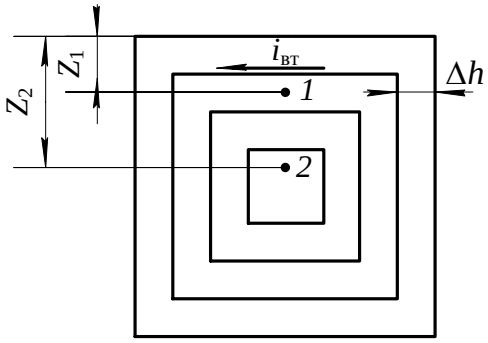


Рис. 3.15. К объяснению эффекта вытеснения

Известно, что значение магнитодвижущей силы вихревого тока в какой-либо точке сечения образца зависит от числа элементарных контуров, охватывающих данную точку. Поскольку точка *2* охвачена большим числом элементарных контуров с вихревыми токами, чем точка *1*, то можно сделать вывод, что магнитодвижущая сила вихревого тока возрастает по мере удаления от поверхности образца к центру (рис. 3.16). Экспериментально установлено, что МДС вихревого тока зависит от расстояния до заданной точки от поверхности образца по экспоненциальному закону (кривые $F_{вт1}$ и $F_{вт2}$).

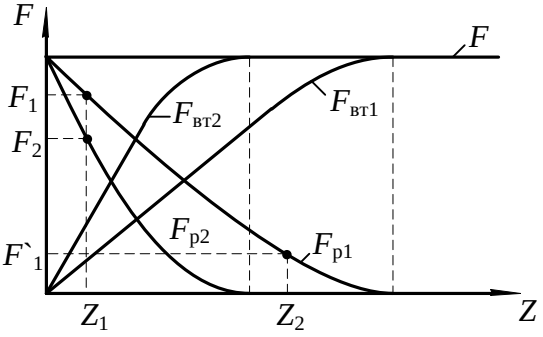


Рис. 3.16. Зависимость изменения результирующей МДС от расстояния до поверхности

образца

На рис. 3.16 построены зависимости магнитодвижущих сил от расстояния Z для двух различных частот намагничивающего поля f_1 и f_2 ($f_1 > f_2$). Тогда результирующая магнитодвижущая сила по мере удаления от поверхности образца к его центру убывает также по экспоненциальному закону (кривые F_{p1} и F_{p2}). Аналогично результирующей магнитодвижущей силе уменьшается и напряженность магнитного поля по мере удаления от поверхности образца к центру. Зависимость напряженности поля от расстояния определяется из уравнения:

$$H(Z) = H_{\max} \cdot e^{-bz}.$$

где $H_{\max}$ – напряженность поля на поверхности образца; Z – расстояние от поверхности образца; $b = 2\pi \frac{\sqrt{\frac{\mu_p \cdot \gamma}{T}}}{C}$; C – константа, обусловленная выбором системы единиц; T – период волны напряженности поля; γ – удельная проводимость образца.

В соответствии с изменением напряженности переменного магнитного поля уменьшается индукция в образце с увеличением расстояния от его поверхности. При достаточно большой толщине образца уменьшение индукции может привести к тому, что в центральной части сечения образца индукция будет равна 0, а магнитный поток в ней отсутствовать. Таким образом, за счет макроскопических вихревых токов возникает эффект вытеснения магнитного потока из центральной части сечения образца к периферии. Следовательно, из-за эффекта-вытеснения магнитного поля уменьшается площадь сечения образца, по которой проходит магнитный поток. Уменьшение площади сечения приводит к возрастанию магнитного сопротивления образца и соответствующему падению величины магнитного потока. Зависимость магнитного потока Ф в ферромагнетике от магнитодвижущей силы F и от сопротивления магнитной цепи $R_м$ описывается формулой

$$\Phi = \frac{F}{R_м}.$$

Магнитное сопротивление определяется по уравнению:

$$R_м = \frac{l}{S' \cdot \mu_a},$$

где и S' – длина и площадь сечения образца ферромагнетика, через которую проходит магнитный поток; μ_a – абсолютная магнитная проницаемость ферромагнетика.

Как видно из вышеприведенных равенств, уменьшение площади, по которой проходит магнитный поток, вызываем возрастание магнитного сопротивления образца. А увеличение магнитного сопротивления уменьшает магнитный поток в ферромагнетике при неизменной магнитодвижущей силе. Т.к. геометрические размеры образца (длина и площадь сечения) остаются постоянными при намагничивании, то уменьшение магнитного потока к снижению магнитной индукции в образце:

$$B = \frac{\Phi}{S},$$

где S – геометрическая площадь сечения образца.

Для оценки влияния эффекта вытеснения на магнитное сопротивление образца используется характеристика, называемая *глубиной проникновения переменного магнитного поля в ферромагнетик*:

$$Z_1 = \frac{1}{b},$$

где Z_1 – глубина проникновения переменного магнитного поля.

Глубиной проникновения называется расстояние от поверхности образца, на котором амплитудное значение напряженности магнитного поля уменьшается в 2,7 раза, по сравнению с напряженностью поля на поверхности образца.

Глубина проникновения определяется химическим составом ферромагнетика и частотой магнитного поля.

Для ослабления эффекта вытеснения магнитопроводы электрических машин собирают из отдельных листов электротехнической стали, толщина которых не превышает Z_1. На поверхности листов стали наносятся электроизоляционные покрытия (лаковые, оксидные и т. п.), обладающие высокими электрическими сопротивлениями, наличие участков с высоким электрическим сопротивлением на пути протекания вихревых токов приводит к их уменьшению и соответственному ослаблению эффекта вытеснения.

При больших толщинах листов, чем Z_1 или цельнолитых магнитопроводах, магнитные свойства ферромагнетиков используются плохо из-за ярко выраженного эффекта вытеснения.

Существенное влияние на эффект вытеснения оказывает частота переменного магнитного поля. Это объясняется тем, что с ростом частоты увеличивается ЭДС $E_{вт}$, наводимая в элементарном контуре, так как значение ее прямо пропорционально частоте. Возрастание ЭДС приводит к увеличению

вихревого тока и МДС $F_{вт}$. Поэтому на одном и том же расстоянии Z от поверхности образца (см. рис. 3.16) результирующая магнитодвижущая сила при большей частоте окажется меньше, чем при меньшей частоте намагничивающего тока. Следовательно, с ростом частоты глубина проникновения переменного магнитного поля уменьшается, что вызывает соответствующее снижение среднего значения индукции в образце.

На рис. 3.16 приведены зависимости $F_{р} = f(Z)$ для двух значений частоты магнитного поля. Зависимость $F_{р2} = f(Z)$ соответствует большей частоте магнитного поля, чем у $F_{р1} = f(Z)$.

3.9.3. Потери на перемагничивание в переменном магнитном поле

Потери мощности на перемагничивание в переменном магнитном поле больше, чем в квазипостоянном поле. Это связано с тем, что в переменном магнитном поле помимо потерь на гистерезис существуют также потери от вихревых токов и добавочные потери.

Потери мощности на перемагничивание определяются следующим образом:

$$P = P_r + P_{вт} + P_g, \tag{3.14}$$

где потери мощности на гистерезис:

$$P_r = \vartheta \cdot f \cdot B_{max}^n \cdot V, \tag{3.15}$$

то же от вихревых токов:

$$P_{вт} = \xi \cdot f^2 \cdot B_{max}^2 \cdot V, \tag{3.16}$$

где ϑ – коэффициент, зависящий от марки ферромагнетика; ξ – коэффициент, зависящий от марки ферромагнетика, толщины листа и формы образца; V – объем ферромагнитного образца; P_g – добавочные потери; n – коэффициент, значение которого определяется величиной индукции в ферромагнетике.

Коэффициент n принимает следующие значения:

$n = 1$ при $B_{max} \le 0{,}1$ Тл;

$n = 1{,}6$ при $B_{max} \approx 0{,}1 – 1{,}0$ Тл;

$n = 2 – 3$ при $B_{max} > 1{,}0$ Тл.

Природа добавочных потерь полностью не выяснена. Эти потери связаны со структурой строения ферромагнетика, формой и размерами зерен вещества. При практических расчетах потерь их значение принимается примерно равным (0,2 – 0,3) от суммы потерь на гистерезис и вихревые токи:

$$P_g = (0{,}2 – 0{,}3) \cdot (P_r + P_{вт}).$$

3.9.4. Потери на перемагничивание в переменном магнитном поле

Определение свойств ферромагнитных материалов может производиться двумя методами. Первый из них заключается в следующем. Изменяется частота магнитного поля, а индукция, создаваемая в образце, поддерживается неизменной ($f = V_{ar}$, $B_m = \text{const}$). При втором методе с изменением частоты поля поддерживается неизменной напряженность магнитного поля ($f = V_{ar}$, $H_m = \text{const}$).

С увеличением частоты переменного магнитного поля, при условии постоянства амплитуды магнитной индукции, в образце $B_m = \text{const}$, форма динамической петли приближается к эллипсу, вытянутому по оси H (рис. 3.17).

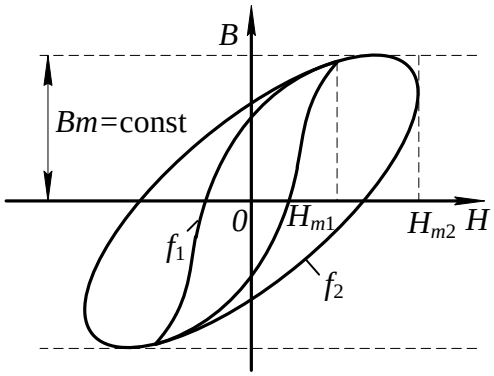


Рис. 3.17. Семейство динамических петель намагничивания

Площадь динамической петли с ростом частоты увеличивается пропорционально потерям мощности на перемагничивание.

Определив значения относительной магнитной проницаемости в вершинах семейства динамических петель намагничивания и потери на перемагничивание, можно построить зависимости $\mu_r = F(f)$ и $P = F(f)$. Эти зависимости приведены на рис. 3.18.

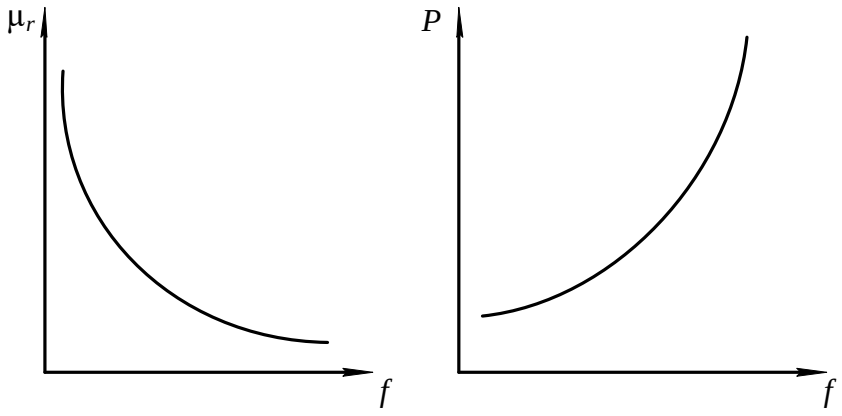


Рис. 3.18. Зависимости $\mu_r = F(f)$

Из рис. 3.18 видно, что с ростом частоты относительная магнитная проницаемость уменьшается. Это явление можно объяснить следующим. С

возрастанием частоты переменного магнитного поля уменьшается среднее значение индукции в образце за счет усиления эффекта вытеснения магнитного поля.

Для того чтобы компенсировать уменьшение индукции, необходимо увеличивать напряженность намагничивающего поля. А так как

$$\mu_r = \frac{B_m}{H_m \cdot \mu_0},$$

то относительная магнитная проницаемость μ_r уменьшается с ростом частоты из-за увеличения амплитуды напряженности поля H_m.

При неизменной магнитной индукции характер изменения потерь мощности на перемагничивание определяется зависимостью этих потерь от вихревых токов. А так как потери мощности пропорциональны квадрату частоты переменного поля, то и зависимость этих потерь в ферромагнетике имеет квадратичный характер от изменения частоты (см. рис. 3.18).

Если увеличивать частоту переменного магнитного поля, поддерживая постоянной его напряженность, то форма динамической петли приближается к эллипсу, а амплитуда магнитной индукции уменьшается (рис. 3.19).

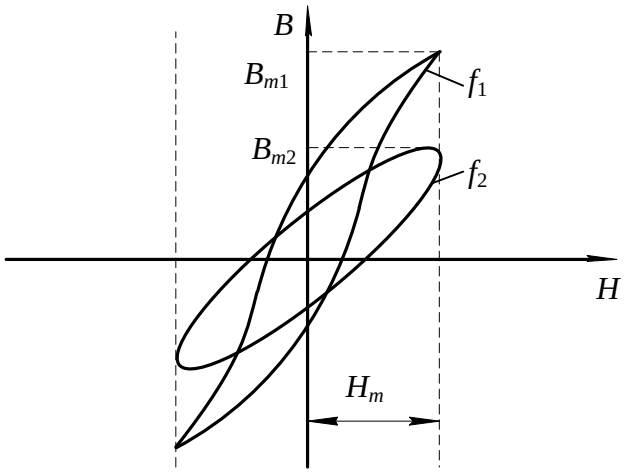


Рис. 3.19. Семейство динамических петель намагничивания при $H_m = \text{const}$

Определив по семейству динамических петель намагничивания значения магнитной проницаемости μ_r и потери мощности на перемагничивание, строим зависимости $\mu_r = F(f)$ и $P = F(f)$ (рис. 3.20).

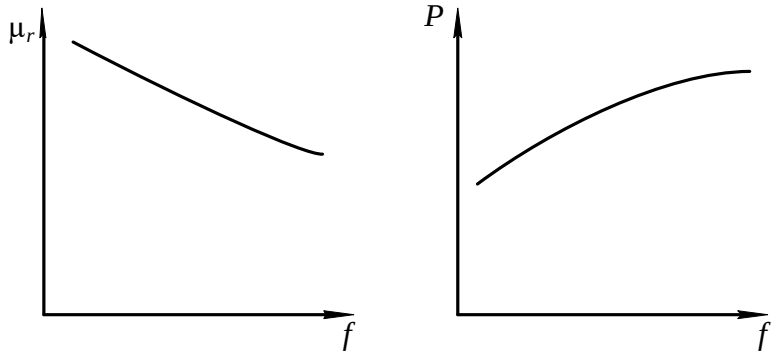


Рис. 3.20. Зависимости $\mu_r = F(f)$ и $P = F(f)$

С ростом частоты относительная магнитная проницаемость ферромагнетика уменьшается, но в меньших пределах, по сравнению с пределом изменения ее при $B_m = \text{const}$ в одном и том же интервале изменения частоты. Это объясняется тем, что с ростом частоты уменьшается амплитуда магнитной индукции ферромагнетика из-за усиления эффекта вытеснения. Электродвижущая сила, наводимая в элементарном контуре $E_{\text{вт}}$, зависит от индукции B_m и частоты f магнитного поля:

$$E_{\text{вт}} \approx S \cdot B_m \cdot f \ ,$$

где S – поперечное сечение образца.

Из приведенного уравнения видно, что электродвижущая сила вихревого тока при неизменной напряженности поля возрастает с увеличением частоты медленнее, чем при постоянной амплитуде магнитной индукции, так как рост ЭДС за счет частоты частично компенсируется ее уменьшением из-за снижения магнитной индукции. Медленное возрастание электродвижущей силы, а следовательно, и вихревого тока, протекающего по элементарному контуру, приводит к тому, что эффект вытеснения при неизменной амплитуде напряженности выражен менее ярко, чем при $B_m = \text{const}$.

Поэтому относительная магнитная проницаемость изменяется в меньшем диапазоне по сравнению со случаем, когда магнитная индукция поддерживалась неизменно.

Анализ уравнений (3.15, 3.16) показывает, что потери на гистерезис и вихревые токи возрастают незначительно с повышением частоты, так как их рост с повышением частоты частично компенсируется за счет уменьшения магнитной индукции в образце. Таким образом, потери на перемагничивание ферромагнетика в целом медленно увеличиваются с ростом частоты магнитного поля.

3.10. Индукционный метод определения параметров магнитных материалов с использованием осциллографа

Общие сведения

В связи с тем, что невозможно с достаточной степенью точности рассчитать характеристики магнитных материалов при намагничивании в переменном поле, широко используются экспериментальные методы их определения.

В настоящее время разработаны и используются на практике различные методы испытаний ферромагнитных материалов в переменном магнитном поле.

Основными из них являются:

- индукционный с использованием амперметра и вольтметра;
- индукционный с использованием фазочувствительного вольтметра (феррометр);
- индукционный с использованием осциллографического способа измерения (феррограф);
- индукционный с использованием компенсатора переменного тока;
- параметрический (мостовой).

При испытаниях индукционными методами измеряются ЭДС, индуктируемые в измерительных обмотках, и токи, протекающие по намагничивающим обмоткам, намотанным на образцах исследуемого магнитного материала.

Измерение ЭДС, пропорциональной магнитной индукции и намагничивающего тока, пропорционально магнитодвижущей силе намагничивающей обмотки, осуществляется с помощью либо показывающих приборов (амперметров и вольтметров) либо электронных осциллографов либо компенсаторов переменного тока.

Наиболее простым из индукционных методов является метод с использованием амперметра и вольтметра для определения магнитной проницаемости и потерь в образцах, основной динамической кривой намагничивания и динамических петель намагничивания. Недостатком этого метода является погрешность при перемагничивании материала до индукции свыше 1,2 Тл из-за отклонения формы кривой индукции от синуссидальной.

Наиболее точным из индукционных методов испытания магнитных материалов является компенсационный, основанный на измерении напряжений, пропорциональных индукций и напряженности магнитного поля с помощью компенсаторов переменного напряжения. С помощью этого метода определяется зависимости индукции от напряженности поля, потери на перемагничивание и т. д. Достоинствами способа являются полнота информации, высокая точность измерения, широкий диапазон измерения измеряемых величин. Недостатки заключаются в большой длительности процесса измерения, сложности и высокой стоимости аппаратуры.

Параметрический (мостовой) метод испытаний магнитных материалов, обеспечивающий высокую точность измерения в широком частотном диапазоне, заключается в определении индуктивности и сопротивления катушки с испытуемым образцом путем уравновешивания мостовой схемы изменением двух переменных параметров. Метод позволяет исследовать зависимости максимальной индукции от максимального значения напряженности поля, определять магнитную проницаемость, потери на перемагничивание и составляющие комплексного магнитного сопротивления. В основном мостовой метод предназначен для определения характеристик в слабых полях, когда индукция в образце не превышает 80 % от индукции насыщения исследуемого материала.

Достоинствами данного метода являются высокая точность измерения, возможность определения практически всех характеристик, широкий частотный диапазон испытаний.

Наиболее удобным и наглядным методом исследования динамических характеристик магнитных материалов является индукционный с использованием осциллографа, суть которого заключается в измерении электрических напряжений, пропорциональных магнитной индукции и напряженности поля, с помощью электронно-лучевого осциллографа. Этот метод используется для измерения показателей и визуального наблюдения основной динамической кривой намагничивания, семейств динамических петель намагничивания, определения потерь на перемагничивание, дифференциальной магнитной проницаемости, абсолютной и относительной магнитных проницаемостей в диапазоне частот магнитного поля от 20 Гц до нескольких десятков кГц.

Основной недостаток этого метода заключается в сравнительно высокой погрешности используемого средства регистрации, составляющей несколько процентов.

Вышеперечисленные достоинства осциллографического метода измерения, обусловили его использование для исследования свойств магнитных материалов в лабораторной работе.

Рассмотрим более подробно суть этого метода.

Принципиальная электрическая схема установки для исследования магнитных материалов индукционным методом с использованием электронно-лучевого осциллографа приведена на рис. 3.21.

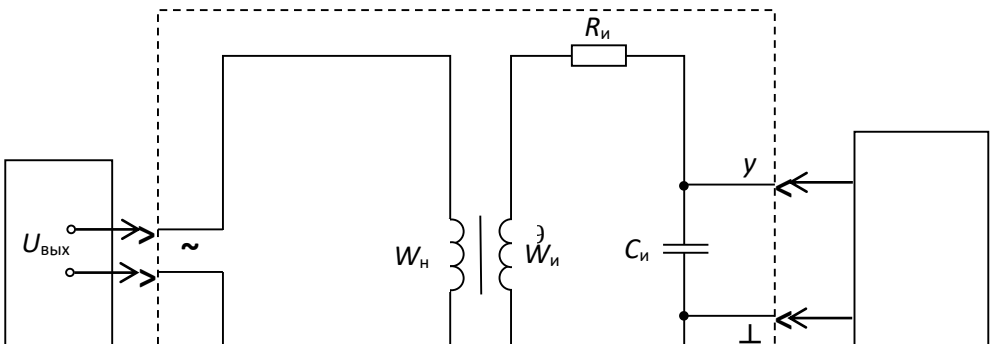


Рис. 3.21. Принципиальная электрическая схема установки:
1 – звуковой генератор; 2 – исследуемый образец; 3 - электронно-лучевой осциллограф

Для обеспечения необходимой точности измерений лучше всего применять образцы, в которых исключено влияние воздушных зазоров и рассеяния магнитного тока и в которых напряженность поля во всех точках образца практически одна и та же.

Чтобы выполнить данные требования, используются кольцевые (тороидальные) образцы и образцы в виде стержней с различным отношением длины к поперечному сечению.

Кольцевые образцы, намагничиваемые по замкнутому контуру, наиболее широко применяются для испытания магнитных материалов с максимальной напряженностью магнитного поля до 50 кА/м. Площадь сечения образца должна быть постоянной по всей длине. Разность между наибольшей и наименьшей площадями сечения допускается не более 1 %. Кольцевые образцы листовых и ленточных материалов изготавливают сборкой из штампованных и точеных колец или спиральной навивкой. Ферритовые образцы изготавливаются прессованием.

Внешний диаметр образца не должен превышать внутренний более чем в 1,3 раза. Это объясняется тем, что в кольцевых образцах с большим отношением внешнего диаметра к внутреннему наблюдается сильная неравномерность намагничивания, приводящая к значительным погрешностям при исследовании.

В работе исследуются образцы из различных магнитных материалов тороидальной формы, на каждом из которых намотано по две обмотки: намагничивающая $W_н$ и измерительная $W_и$.

Последовательно с намагничивающей обмоткой включено активное сопротивление $R_о$, а к зажимам измерительной обмотки подключена

интегрирующая цепь, состоящая из пассивных элементов: активного сопротивления $R_и$ и конденсатора емкостью $C_и$.

При подаче на зажим «~» выходного напряжения звукового генератора $U_{вых}$ по намагничивающей обмотке образца начнет протекать намагничивающий ток $i_н$, который создает магнитодвижущую силу, вызывающую появление в образце магнитного поля.

Мгновенное значение магнитодвижущей силы F_t связано с мгновенным значением напряженности поля в любой точке образца H_t следующим соотношением:

$$F_t = i_н \cdot W_н = 2\pi \cdot r_{ср} \cdot H_t, \qquad (3.17)$$

где $i_н$ – мгновенное значение намагничивающего тока; $r_{ср}$ – средний радиус кольцевого образца, равный

$$r_{ср} = \frac{r_{вш} + r_{вн}}{2},$$

где $r_{вш}$ – внешний радиус сердечника образца; $r_{вш}$ – внутренний радиус сердечника образца.

Из уравнения (3.17) выразим H_t через намагничивающий ток. Получим:

$$H_t = \frac{i_н \cdot W_н}{2\pi \cdot r_{ср}}. \qquad (3.18)$$

Из выражения (3.18) видно, что мгновенное значение напряженности магнитного поля в любой точке образца прямопропорционально намагничивающему току $i_н$.

Таким образом, измерив значение намагничивающего тока и зная число витков намагничивающей обмотки и средний радиус образца, можно определить по уравнению (3.18) мгновенное значение напряженности магнитного поля.

Преобразовав выражение (3.18), получим уравнение для амплитудных значений напряженности поля и намагничивающего тока.

$$H_m = \frac{I_{mн} \cdot W_н}{2\pi \cdot r_{ср}}. \qquad (3.19)$$

Учитывая, что отклонение луча в электронно-лучевом осциллографе пропорционально значению напряжения, подаваемого на вход усилителя, возникает необходимость преобразования намагничивающего тока в напряжение. Это осуществляется последовательным включением с намагничивающей обмоткой эталонного активного сопротивления $R_о$ (рис. 3.21). При протекании тока $i_н$ по сопротивлению $R_о$, на последнем создается падение напряжения

$$U_x = R_о \cdot i_н.$$

Амплитудное значение этого напряжения

$$U_{mx} = R_{\text{о}} \cdot I_{\text{н}}. \qquad (3.20)$$

Подставив в уравнение (3.19) вместо тока $I_{m\text{н}}$ его выражение из (3.20), получим

$$H_m = \frac{W_{\text{н}}}{2\pi \cdot r_{\text{ср}} \cdot R_{\text{о}}} \cdot U_{mx}. \qquad (3.21)$$

Из уравнения (3.21) видно, что если на вход «*x*» падать напряжение U_{mx} с сопротивления $R_{\text{о}}$, то отклонение луча осциллографа по горизонтальной оси прямопропорционально напряженности магнитного поля в образце.

Магнитодвижущая сила тока $i_{\text{н}}$ создает в сердечнике образца магнитный поток, который наводит в измерительной наводке ЭДС

$$e = -W_{\text{и}} \cdot \frac{d\Phi_t}{dt} = -W_{\text{и}} \cdot S \cdot \frac{dB_t}{dt}. \qquad (3.22)$$

где $W_{\text{и}}$ – число витков измерительной обмотки; Φ_t – мгновенное значение магнитного потока в сердечнике образца; S – площадь поперечного сечения сердечника образца; B_t – мгновенное значениемагнитной индукциив сердечнике образца.

Чтобы получить на экране осциллографа динамическую петлю намагничивания надо на вход «*y*» электронно-лучевого осциллографа подать напряжение, которое должно быть пропорционально магнитной индукции, создаваемой в образце. С этой целью измерительная обмотка образца подсоединяется по входу интегрирующей цепи с пассивными элементами $R_{\text{и}}$ и $C_{\text{и}}$ (рис. 3.21).

Тогда мгновенное значение тока, протекающего по интегрирующей цепи, определяется

$$i = \frac{e}{Z_{\text{и}}}. \qquad (3.23)$$

Если выполнить условие $R_{\text{и}} >> x_{C_{\text{и}}}$, то можно считать, что ток в интегрирующей цепи является практически активным (i=i_a). Тогда напряжение на входе интегратора будет равно интегралу от ЭДС, наводимой в измерительной обмотке

$$U_{\text{вых}} = \frac{1}{C_{\text{и}}} \int_0^t i \cdot dt = \frac{1}{C_{\text{и}}} \int_0^t \frac{e}{R_{\text{и}}} \cdot dt \approx -\frac{W_{\text{и}} \cdot S}{R_{\text{и}} \cdot C_{\text{и}}} \cdot B_t. \qquad (3.24)$$

Решив уравнение (3.24) относительно величины B_t получим

$$B_t = \frac{R_{\text{и}} \cdot C_{\text{и}}}{W_{\text{и}} \cdot S} \cdot U_{\text{вых}}, \qquad (3.25)$$

где $R_и$ – активное сопротивление интегрирующей цепи; $C_и$ – емкость конденсатора этой цепи.

Из уравнения (3.25) видно, что индукция в образце пропорциональна выходному напряжению интегрирующей цепи.

Переходя к амплитудным значениям индукции и выходного напряжения интегрирующей цепи, получим

$$B_m = \frac{R_и \cdot C_и}{W_и \cdot S} \cdot U_{m\text{вых}}, \qquad (3.26)$$

Подав напряжение с выхода интегратора $U_{m\text{вых}}$ на вход «*y*» и напряжение с сопротивления R_o на вход «*x*» осциллографа, на экране последнего получим динамическую петлю намагничивания.

Чтобы реакция измерительной цепи не влияла на форму динамической петли, желательно, чтобы магнитодвижущая сила тока измерительной обмотки была значительно меньше, чем магнитодвижущая сила тока намагниченной обмотки, т. е.

$$\frac{R_и \cdot C_и}{W_и \cdot S} \geq 0{,}001.$$

Для получения неискаженной формы динамической петли постоянная времени интегратора должна удовлетворять следующему требованию:

$$\tau_и = R_и \cdot C_и \geq (60 \div 100) \cdot \frac{1}{2\pi \cdot f_{\min}}, \qquad (3.27)$$

где $f_{\min}$ – наименьшая частота переменного магнитного поля.

По активному сопротивлению $R_и$ и емкости конденсатора $C_и$, рассчитывается постоянная времени интегрирующей цепи $\tau_и$ по уравнению

$$\tau_и = R_и \cdot C_и. \qquad (3.28)$$

Затем определяется наименьшая частота магнитного поля, при которой выходное напряжение интегратора пропорционально магнитной индукции в образце:

$$f_{\min} = \frac{60}{2\pi \cdot \tau_и}. \qquad (3.29)$$

При частоте магнитного поля $f<f_{\min}$ исследовать образец нельзя из-за больших искажений формы динамической петли намагничивания, вызываемых интегрирующей цепью образца.

3.11. Объект исследования

Образцы ферромагнитных материалов тороидальной формы с двумя обмотками: намагничивающей и измерительной. Параметры образцов и

обмоток приведены в таблицах, расположенных на корпусах образцов. Параметры образцов и обмоток записываются в табл. 3.2.

Таблица 3.2

Данные исследуемого образца

Номер образца			Данные схемы						
			Число витков			Интегратор			
средний радиус, $r_{ср}$, м	поперечное сечение, S, м2	плотность, γ, кг/м3	намагничивающей обмотки, $W_н$	измерительной обмотки, $W_и$	образцовое сопротивление, $R_о$, Ом	активное сопротивление, $R_и$, Ом	емкость, Си, Ф	постоянная времени, $\tau_и$, С	наименьшая частота, f_{min}, Гц

3.12. Средства измерения и вспомогательные средства исследования

Осциллограф универсальный типа CI-73.

Звуковой генератор с регулируемым напряжением и частотой.

3.13. Подготовка осциллографа к работе

Перед включением осциллографа установить органы управления на передней панели в следующие положения:

- ручку «яркость» – в крайнее левое;
- ручку «фокус» – в среднее;
- переключатель «V/дел» – 0,01;
- ручку «усиление» - крайнее правое;
- ручку «↕» – в среднее;
- переключатель «~⊥≂» в «≂»;
- ручку «уровень» – в крайнее правое»
- ручку «↔» – в среднее.

Далее установить тумблер «разверт. X» на правой боковой панели в положение «⊖ X». Подключить осциллограф кабелем питания к сети 220 В и включить тумблер «питание» на передней панели осциллографа. При этом должна загореться сигнальная лампочка. В течение 2-3 минут прогреть

осциллограф. Пока осциллограф прогревается, необходимо нанести координатную сетку осциллографа на листки кальки. После прогрева осциллографа установите ручкой «яркость» удобную яркость точки. Рукояткой «↕» установите точку на горизонтальную ось экрана осциллографа. Рукояткой «↔» установите точку точно по центру экрана.

В результате выполнения вышеперечисленных операций осциллограф подготовлен к выполнению экспериментальной части лабораторной работы.

3.14. Калибровка осциллографа и определение масштабов по напряженности и индукции магнитного поля

Для определения амплитудных значений индукции и напряженности магнитного поля образца по динамическим петлям необходимо определить чувствительность осциллографа по входам «*x*» и «*y*». Если при зарисовке динамических петель намагничивания ручка «усиление» находится в крайнем правом положении, то чувствительность осциллографа по оси «*y*» определяется по числу, против которого находилась риска переключателя «*V*/дел», если осциллограф был правильно откалиброван. Для проверки правильности калибровки необходимо переключатель «*V*/дел» установить в положение «5 дел». При правильной калибровке на экране осциллографа появятся две горизонтальные линии или две точки, смещенные на 5 клеток (делений) относительно друг друга.

Пример: при зарисовке динамических петель намагничивания ручка «усиление» находится в крайнем правом положении, а переключатель «*V*/дел» – против числа 0,02. При переключении переключателя «*V*/дел» в положение «5 дел» на экране появились две горизонтальные линии на расстоянии 5 клеток друг от друга.

В этом случае масштаб осциллографа по входу «н» составляет

$$m_{\text{в}} = 0{,}02 \ \text{В/дел.}$$

Масштаб $m_{\text{в}}$ необходимо записать в табл. 3.3.

Таблица 3.3

Определение масштабов по напряженности и индукции магнитного поля

Измерено				Вычислено			
$n_{\text{в}}$	$m'_{\text{в}}$	n_r	U_r	$m_{\text{в}}$	m_r	$M_{\text{в}}$	$M_{\text{н}}$
дел.	В/дел.	дел.	В	В/дел.	В/дел.	Т\мм	А/м/мм

Если ручка «усиление» находилась в положении, отличном от крайнего правого, то расчет масштаба осуществляется следующим образом. Сохраняя ручку «усиление» в том же положении, что и при зарисовке динамических петель намагничивания, переключатель «*V*/дел» установить в положение «5 дел». Измерить расстояние по вертикальной оси между двумя горизонтальными линиями или точками $n_в$ и записать в таблицу 3.3. Тогда чувствительность осциллографа по оси «*y*» может быть рассчитана следующим образом:

$$m_в = \frac{m'_в}{n_в} \cdot 5, \tag{3.30}$$

где $m'_в$ – чувствительность осциллографа, определенная числом напротив переключателя «*V*/дел» в рабочем положении; $n_в$ – расстояние между горизонтальными линиями в дел.

Результат расчета записывается в табл. 3.3.

При калибровке усилителя сигнала на оси «*x*» необходимо соединить гнездо «⊖ X», расположенное на правой боковой панели. С гнездом « ⊖⎍1V», расположенным на левой боковой панели. Определить расстояние между двумя вертикальными линиями n_r и записать в табл. 3.3. Напряжение, подаваемое на вход усилителя *x*, равно 1 В. Тогда чувствительность осциллографа по горизонтальной оси (оси «*x*») рассчитывается по уравнению

$$m_r = \frac{U_r}{n_r}. \tag{3.31}$$

Рассчитанное значение m_r записывается в табл. 3.3.

По определенным масштабам $m_в$ и $m_н$ рассчитываются масштабы по индукции и напряженности магнитного поля $M_в$ и $M_н$ по уравнениям

$$M_в = \frac{m_в \cdot R_и \cdot C_и}{6 \cdot W_и \cdot S}; \tag{3.32}$$

$$M_н = \frac{m_r \cdot W_н}{6 \cdot R_о \cdot 2\pi \cdot r_{ср}}, \tag{3.33}$$

где $r_{ср}$ – средний радиус сердечника, м; $R_о$ – образцовое сопротивление в цепи намагничивающей обмотки; $W_н$ – число витков намагничивающей обмотки; $W_и$ – число витков измерительной обмотки; $R_и$ – сопротивление интегрирующей цепи, Ом; $C_и$ – емкость интегрирующей цепи, ф; *S* – площадь поперечного сечения сердечника образца м^2.

Определенные масштабы $M_в$ и $M_н$ записываются в таблицу 3.3.

3.15. Подготовка звукового генератора к работе

Методика подготовки звукового генератора к работе, написана применительно к генератору Г3-53. При использовании генератора другого типа необходимо производить подготовку к работе согласно инструкции по эксплуатации или в соответствии с указанием преподавателя.

Перед включением звукового генератора необходимо установить органы управления на передней панели прибора в следующие положения:

- переключатель «поддиапазоны» – «Ок Hz»;
- рукоятку «частота Hz» – в положение при котором риска указателя частоты оказывается против цифры 0 на шкале частоты соответствующей поддиапазону 0 – 5 кГц;
- переключатель «пределы шкал, ослабление» – 3 в;
- рукоятка «регулировка выхода» – в положение, соответствующее значению выходного напряжения, равного нулю.

Затем следует подключить генератор кабелем питания к сети 220 В и включить переключатель «сеть». При этом должна загореться сигнальная лампа.

В течение 2 – 3 минут прогреть генератор. Если после прогрева вольтметр «напряжение выхода» покажет напряжение, отличное от нуля, необходимо плавным вращением рукоятки «уст. нуля» добиться нулевого показания вольтметра.

После выполнения вышеуказанных операций звуковой генератор подготовлен к работе.

3.16. Лабораторная работа №1. «Исследование свойств магнитных материалов в магнитных полях постоянной частоты». Цель работы

Целью лабораторной работы является ознакомление студентов с индукционным методом измерения магнитных величин и экспериментальное определение свойств и характеристик ферромагнитных материалов при воздействии на них магнитного поля постоянной частоты с изменяющейся по амплитуде напряженностью.

3.17. Рабочее задание

Собрать схему установки (рис. 3.21).

Зарисовать с экрана осциллографа семейство динамических петель намагничивания, начиная с предельной динамической петли до минимально различимой (6 – 7 петель.)

Произвести калибровку осциллографа.

По данным калибровки рассчитать масштабы по напряженности и индукции магнитного поля.

Для каждой из динамических петель намагничивания определить амплитудные значения напряженности и магнитной индукции.

Для каждой из динамических петель намагничивания определить удельные потери на перемагничивание.

Определить для каждой динамической петли значение магнитной проницаемости.

Рассчитать по предельной динамической петле дифференциальную магнитную проницаемость при различных значениях напряженности поля в диапазоне изменения ее от 0 до H_m и обратно.

Построить зависимости $B_m=F(H_m)$, $\mu_r=(H_m)$, $\mu_{rg}=(H)$, $P=F(B_m)$.

Сделать выводы по работе.

3.18. Методические рекомендации к выполнению рабочего задания

3.18.1. Подготовка к проведению эксперимента

Перед началом выполнения лабораторной работы необходимо получить у лаборанта комплект соединительных проводов, осциллограф, звуковой генератор и исследуемый образец по указанию преподавателя.

Данные образца записать в табл. 3.2.

По известным параметрам интегрирующей цепи образца рассчитайте наименьшую частоту магнитного поля $f_{\min}$ в соответствии с уравнением (3.29) и запишите ее в таблицу 3.2.

Соберите схему установки (рис. 3.21).

При сборке схемы, в соответствии с рис. 3.21, гнезда «вход *y*» и «⊥» исследуемого образца соединить с гнездом « ⊖ УIМ Ω 35*pF*» тракта вертикального отклонения луча осциллографа, а гнезда «вход *x*» и «⊥» образца с гнездом « ⊖X» осциллографа.

Произведите подготовку осциллографа к работе в соответствии с методикой, изложенной в разделе 3.13 данных методических указаний и звукового генератора (раздел 3.15).

3.18.2. Рекомендации по зарисовке семейства динамических петель намагничивания

Увеличивая выходное напряжение генератора, получите на экране осциллографа предельную динамическую петлю намагничивания. Предельной динамической петлей является наибольшая по площади динамическая петля, у которой появляются «усы», свидетельствующие о начале насыщения. Наложив кальку с нанесенной координатной сеткой, зарисуйте предельную динамическую петлю намагничивания.

Уменьшая выходное напряжение звукового генератора, зарисуйте на кальку семейство 6 – 7 динамических петель от предельной до минимально различимой петли намагничивания.

3.18.3. Калибровка осциллографа

Калибровка осциллографа осуществляется в соответствии с пунктом 3.14 данных методических указаний. При калибровке положение точки «усиление» должно быть таким же как и во время зарисовки динамических петель.

3.18.4. Определение амплитудных значений индукции, напряженности магнитного поля и потерь в сердечнике образца на перемагничивание

По имеющимся на кальках изображениям определяются для каждой динамической петли намагничивания координаты вершин H'_m и B'_m в миллиметрах. Значения H'_m и B'_m записываются в табл. 3.4. Пример определения координат H'_m и B'_m приведен на рис. 3.22.

Таблица 3.4

Определение амплитудных значений индукции, напряженности магнитного поля и потерь в сердечнике образца на перемагничивание

Номер опыта	Измерено				Вычислено			
	f	B'_m	H'_m	S_n	B_m	H_m	μ_r	P
	Гц	мм	мм	мм^2	Т	А/м	10^3	Вт/кг

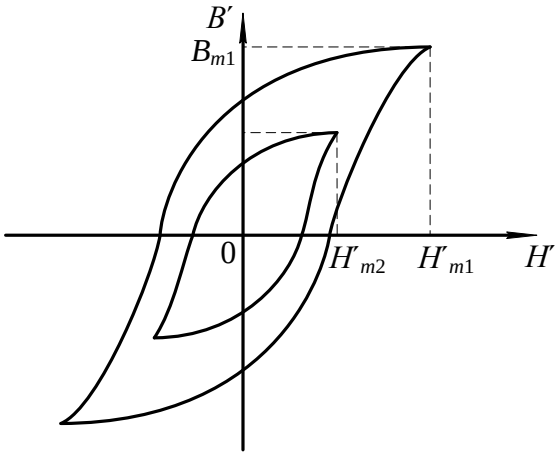


Рис. 3.22. Определение координат вершин динамических петель намагничивания

Амплитудные значения индукции и напряженности магнитного поля рассчитываются:

$$B_m = B'_m \cdot M_{\text{в}}. \tag{3.34}$$

$$H_m = H'_m \cdot M_{\text{н}}. \tag{3.35}$$

Для определения потерь на перемагничивание образца подсчитываются площади каждой из динамических петель намагничивания по клеткам миллиметровой бумаги, на которую накладывается калька с динамическими петлями намагничивания. Значения площадей записываются в табл. 3.4.

По найденным значениям B_m, H_m, S_n вычисляются значения относительной магнитной проницаемости и потери на перемагничивание для каждой петли

$$\mu_r = \frac{B_m}{\mu_{\text{о}} \cdot H_m}; \tag{3.36}$$

$$P = \frac{S_n \cdot M_{\text{в}} \cdot M_{\text{н}}}{\gamma} \cdot f, \tag{3.37}$$

где $\mu_{\text{о}}=1{,}256 \cdot 10^{-6}$ Гн/м – магнитная постоянная вакуума; f – частота намагничивающего потока, Гц; γ – плотность сердечника образца, кг/м^3.

Результаты расчетов записываются в табл.3.4.

3.18.5. Определение дифференциальной магнитной проницаемости

Определение дифференциальной магнитной проницаемости производится по предельной динамической петле намагничивания в следующем порядке. В интервале изменения H' от 0 до H'_m откладываются 6 – 7 значений H' (H'_0, H'_1, H'_2 … H'_m) на одинаковом расстоянии друг от друга. Затем в окрестности каждого значения H' задаются приращениями $\Delta H'$ так, чтобы эти значения Н′ находились посередине отрезка равного $\Delta H'$ (рис. 3.23).

Проведя из концов $\Delta H'$ линии, параллельные оси B до пересечения с восходящей и нисходящей ветвями предельной динамической петли намагничивания, определяем для каждого значения напряженности поля приращение индукции $\Delta B'_1$ и $\Delta B'_2$. $\Delta B'_1$ – приращение индукции, когда размагничивание осуществляется по нисходящей ветви при уменьшении напряженности поля от H'_m до 0.

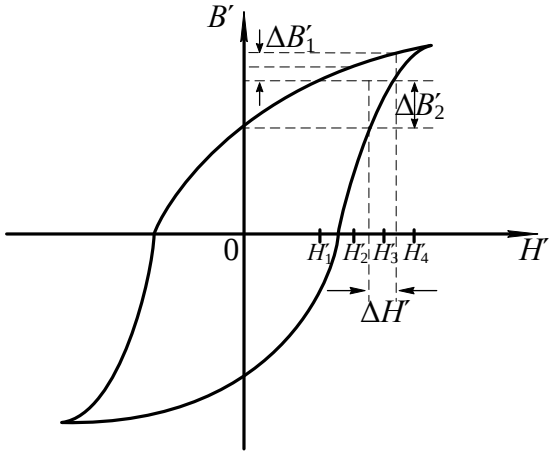


Рис. 3.23. К определению дифференциальной магнитной проницаемости

Значения напряженности $\Delta H'$, приращений $\Delta H'$, $\Delta B'_1$, $\Delta B'_2$ записываются в таблицу 3.5.

Таблица 3. 5

Определение дифференциальной магнитной проницаемости

H', мм	$\Delta H'$, мм	$\Delta B'_1$, мм	$\Delta B'_2$, мм	H, А/м	ΔH, А/м	ΔB_1, Тл	ΔB_2, Тл	μ'_{rg}	μ''_{rg}

Затем производится перерасчет значений напряженности H' по уравнению (3.35), а $\Delta H'$, $\Delta B'_1$, $\Delta B'_2$ по нижеследующим формулам

$$\Delta H = \Delta H' \cdot M_{\text{н}}, \tag{3.38}$$

$$\Delta B_1 = \Delta B_1^{'} \cdot M_{\text{в}}, \tag{3.39}$$

$$\Delta B_2 = \Delta B_2^{'} \cdot M_{\text{в}}. \tag{3.40}$$

Значения дифференциальной магнитной проницаемости рассчитывается по формулам

$$\mu_{rg}^{'} = \frac{\Delta B_1}{\mu_{\text{о}} \cdot \Delta H}, \tag{3.41}$$

$$\mu_{rg}^{''} = \frac{\Delta B_2}{\mu_{\text{о}} \cdot \Delta H}. \tag{3.42}$$

При построении зависимости $\mu_{rg}=F\ (H)$ по оси абсцисс откладываются значения напряженности Н, а по оси ординат соответствующие им значения μ'_{rg} и μ''_{rg}. В результате построения должен получится график, представленный на рис. 3.24.

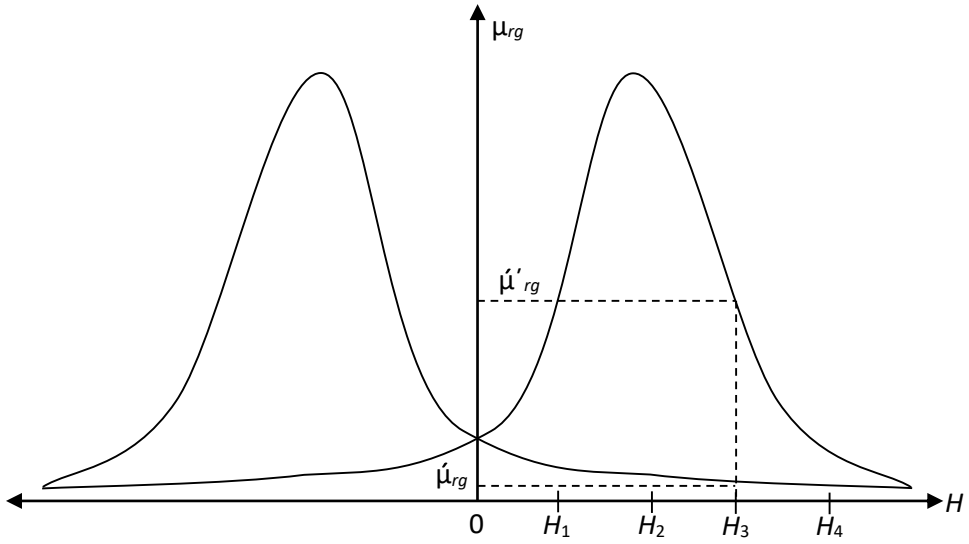


Рис. 3.25. Зависимость $\mu_{rg}=F\ (H)$

3.19. Содержание отчета

Отчет по лабораторной работе должен иметь следующее содержание:

1. Цель лабораторной работы.

2. Характеристика и основные параметры исследуемого образца.

3. Характеристики средства измерения и вспомогательных средств исследования.

4. Таблицы с записью результатов экспериментальных исследований и расчетов.

5. Основные расчетные формулы.

6. Зависимости магнитной индукции $B_m=F(H_m)$ и относительной магнитной проницаемости $\mu_r=F\ (H_m)$, дифференциальной магнитной проницаемости $\mu_{rg}=F\ (H)$ от напряженности магнитного поля.

7. Зависимость потерь на перемагничивание от индукции в образце $P=F(B_m)$.

Зависимости магнитной индукции $B_m=F(H_m)$ и относительной магнитной проницаемости $\mu_r=F\ (H_m)$ необходимо строить в одной системе координат, откладывая по оси абсцисс значения H_m, а по оси ординат значения B_m и μ_r, в выбранных для каждой из этих величин масштабах.

Отчет заканчивается выводами, в которых в краткой форме должны быть описаны характеры полученных экспериментально зависимостей и дано их теоретическое обоснование.

3.20. Вопросы для самоконтроля

1. Как зависит относительная магнитная проницаемость от напряженности магнитного поля?
2. Чем объяснить, что сначала магнитная проницаемость возрастает с ростом напряженности, а затем уменьшается при дальнейшем возрастании последней?
3. Как изменяется магнитная индукция в образце с ростом напряженности намагничивающего поля?
4. На чем основан принцип действия лабораторной установки?
5. Какими параметрами установки ограничивается наименьшая частота намагничивающего тока?
6. Определите наименьшую частоту магнитного поля, при которой можно исследовать образец.
7. Как зависят потери на перемагничивание от магнитной индукции, создаваемой в образце?
8. Какие причины обуславливают рост потерь на перемагничивание с ростом магнитной индукции?
9. Объясните, как осуществляется намагничивание ферромагнетиков на различных участках основной кривой намагничивания?
10. В какой точке основной кривой намагничивания относительная магнитная проницаемость максимальна?
11. Каким основным условиям должно удовлетворять вещество, являющееся ферромагнетиком?
12. Какой из видов элементарного движения электрических зарядов создает основной магнитный момент в атоме?
13. Какое явление называется магнитной анизотропией?
14. Какое явление называется магнитострикцией?
15. Почему ферромагнетик самопроизвольно делится на отдельные области, домены?
16. Какая область ферромагнетика называется доменом?
17. Как и где происходит изменение направления намагниченности между доменами?

3.21. Лабораторная работа №2. «Исследование свойств магнитных материалов в магнитных полях переменной частоты». Цель работы

Целью лабораторной работы является ознакомление студентов с индукционным методом измерения магнитных величин и экспериментальное

определение свойств и характеристик магнитных материалов при воздействии на них магнитного поля переменной частоты.

3.22. Рабочее задание

Рассчитать для полученного образца постоянную времени интегрирующей цепочки $\tau_и$ и минимальную частоту магнитного поля, при которой его можно исследовать.

Собрать схему установки (рис. 3.21).

Зарисовать с экрана осциллографа семейство динамических петель намагничивания при различных частотах намагничивающего тока, поддерживая неизменной магнитную индукцию B_m=const.

Зарисовать семейство динамических петель намагничивания при различных частотах намагничивающего тока, поддерживая неизменной напряженность магнитного поля H_m=const.

Произвести калибровку осциллографа.

По данным калибровки рассчитать масштаб по напряженности и индукции магнитного поля.

Для каждой из динамических петель намагничивания рассчитать амплитудные значения напряженности и магнитной индукции.

Для каждой из динамических петель намагничивания определить потери на перемагничивание образца.

Рассчитать для каждой динамической петли значение относительной магнитной проницаемости.

Построить зависимости $\mu_r=F(f)$, $P=F(f)$ для обоих семейств динамических петель намагничивания.

Сделать выводы по работе.

3.23. Методические указания к выполнению рабочего задания

3.23.1. Подготовка к проведению эксперимента.

Подготовка к проведению эксперимента осуществляется в соответствии с пунктом 3.18.1.

3.23.2. Рекомендации по зарисовке семейств динамических петель намагничивания.

Перед началом экспериментальных исследований выбирается диапазон частот магнитного поля в пределах от f_{min} до f_{max}, который задается преподавателем.

Зарисовка динамических петель намагничивания при различных частотах магнитного поля с неизменной магнитной индукцией в образце B_m=const производится в следующем порядке. Необходимо установить на генераторе частоту $f=f_{max}$. Увеличивая выходное напряжение генератора добиться, чтобы динамическая петля намагничивания касалась двух горизонтальных линий, отстоящих друг от друга на расстоянии 5 клеток (рис. 3.26) и зарисовать на кальку.

Затем уменьшить частоту генератора на Δf. При этом амплитуда B_m возрастает. Уменьшая выходное напряжение генератора, восстановить прежнее значение индукции B_m в образце и снова зарисовать динамическую петлю намагничивания. В диапазоне изменения частоты генератора от f_{max} до f_{min} необходимо зарисовать шесть – семь петель, сохраняя индукцию в образце неизменной при каждой частоте.

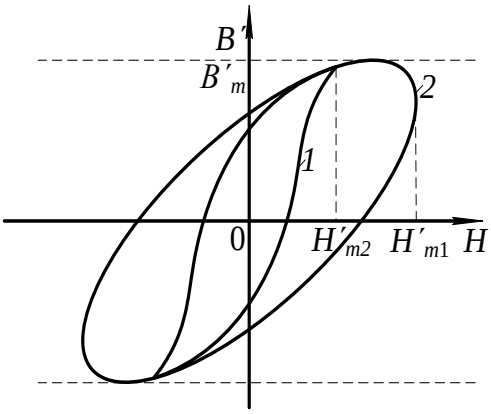


Рис. 3.26. Свойство динамических петель намагничивания с постоянной магнитной индукцией и различной частотой магнитного поля

Зарисовка семейства динамических петель намагничивания на различных частотах магнитного поля при постоянной напряженности магнитного поля в образце производится следующим образом. Частота звукового генератора устанавливается равной f_{min}. Увеличивая выходное напряжение генератора добиваются максимальной по размеру экрана магнитной индукции B_m. Через вершины петель паралельно оси B_m проводятся две вертикальные линии на кальке. Затем увеличивают частоту генератора до следующего значения. При этом ширина динамической петли или H_m уменьшится. Увеличивая выходное напряжение генератора, добиваются, чтобы динамическая петля касалась

линий, проведенных параллельно оси B_m и зарисовывают петлю на кальку (см. рис. 3.27).

Изменяя частоту генератора в диапазоне от f_{min} до f_{max} зарисовывают 6 – 7 динамических петель намагничивания на различных частотах, сохраняя H_m=const по вышеприведенной методике.

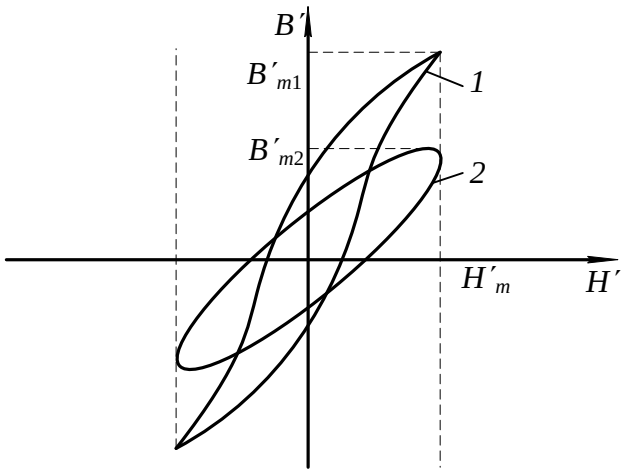


Рис. 3.27. Семейство динамических петель намагничивания при H_m=const

3.23.2. Рекомендации по зарисовке семейств динамических петель намагничивания.

Определение амплитудных значений индукции и напряженности магнитного поля потерь в сердечнике, значений относительной магнитной проницаемости для вершин каждой из зарисованных динамических петель намагничивания производится в соответствии с методикой, изложенной в пункте 3.18.4 данных методических указаний.

3.24. Содержание отчета

Содержание отчета по данной лабораторной работе должно отличаться от содержания отчета по лабораторной работе 1 (см. 3.19) полученными экспериментально зависимостями.

В этой работе определяются и строятся графики зависимостей $\mu_r=F(f)$, $P=F(f)$, когда B_m=const, и эти же зависимости, когда H_m=const. Необходимо строить зависимости $\mu_r=F(f)$ при B_m=const и $\mu_r=F(f)$ при H_m=const в одной системе координат откладывая по оси абсцисс значения H_m, а по оси ординат – значения μ_r.

Аналогично, в одной системе координат строятся зависимости $P=F(f)$ для обоих режимов испытания образца.

3.25. Вопросы для самоконтроля

1. Чем отличается динамическая петля намагничивания от петли гистерезиса?
2. Какие виды потерь существуют при перемагничивании ферромагнетика в переменном магнитном поле?
3. От каких параметров намагничивающего поля и как зависят потери на гистерезис?
4. От каких параметров намагничивающего поля и как зависят потери на вихревые токи?
5. Объясните суть явления вытеснения магнитного поля.
6. К каким последствиям приводит явление вытеснения магнитного поля?
7. Почему с ростом частоты уменьшается индукция, если B_m=const?
8. Почему с ростом частоты уменьшается магнитная индукция, если H_m=const?
9. Как и почему изменяются потери на перемагничивание с ростом частоты при B_m=const?
10. Как и почему изменяются потери на перемагничивание с ростом частоты при H_m=const?
11. Почему в одном и том же диапазоне изменения частоты относительная магнитная проницаемость изменяется в больших пределах, когда, как и почему изменяются потери на перемагничивание с ростом частоты при B_m=const, а не при H_m=const?
12. Почему в одном и том же диапазоне изменения частоты потери на перемагничивание ферромагнетика изменяются в больших пределах при B_m=const, а не при H_m=const?

Часть 4
КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 1. «ОПРЕДЕЛЕНИЕ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКИХ СВОЙСТВ ИЗОЛЯЦИИ ДВУХЖИЛЬНОГО КАБЕЛЯ»

4.1. Требование к оформлению контрольной работы

Контрольная работа состоит из двадцати вариантов с нумерацией вариантов от 0 до 19.

Номер варианта задачи, решаемой студентов в контрольной работе, определяется суммой двух последних цифр шифра студента. Например, если номер шифра студента 4298, то номер варианта задачи – 17.

К оформлению контрольной работы предъявляются следующие требования:

1. Контрольная работа выполняется в тетради, на обложке которой должны быть указаны фамилия, имя, отчество студента, учебный шифр, наименование дисциплины и домашний адрес.

2. Условия задачи переписываются полностью, без сокращений.

3. Текстовая часть, формулы, числовые выкладки должны быть выполнены чернилами без помарок и исправлений.

4. Графическая часть работы выполняется в карандаше с помощью чертёжных инструментов.

5. Электрические схемы вычерчиваются с соблюдением установленных стандартом условных обозначений.

6. Ответы на вопросы должны быть аргументированы теоретически с использованием в необходимом объёме рисунков, графиков.

7. В конце работы необходимо привести список использованной при выполнении контрольной работы литературы.

8. После списка литературы необходимо проставить дату выполнения работы и подпись.

4.2. Задание на контрольную работу

Питание электротехнической установки осуществляется с помощью кабельной линии длиной l. Кабель со свинцовой оболочкой имеет две токопроводящие жилы радиусом R (Рис.1). В качестве электрической изоляции жил друг от друга и жил от оболочки использована кабельная бумага. В пористой структуре диэлектрика имеются капилляры, заполненные воздухом. К жилам кабеля приложено переменное напряжение, действующее значение которого U, частотой f . При расчёте считать, что электрическое поле внутри кабеля однородно.

Требуется определить:

1) ёмкость между жилами кабеля, $C_к$;
2) сопротивление изоляции между жилами кабеля, $Z_{из}$;
3) значение тока утечки между жилами кабеля, $I_у$;
4) диэлектрические потери в изоляции кабеля, P;
5) пробивное напряжение изоляции между жилами кабеля, $U_{пр}$;
6) ёмкость $C_{кп}$, сопротивление изоляции $Z_{изп}$ и ток утечки $I_{уп}$ диэлектрические потери $P_п$, пробивное напряжение $U_{прп}$ при условии, что оболочка кабеля заполнена газообразным либо жидким диэлектриком. При расчёте принять, что поры и капилляры полностью заполнены этим диэлектриком;
7) после расчёта составить таблицу сравнительных данных кабелей без пропитки и с пропиткой и произвести анализ влияния пропитки изоляции кабеля на его электрические свойства;
8) определить соответствие изоляционных свойств электрической изоляции кабеля требованиям правил установки электропотребителей (ПУЭ);

Геометрические размеры кабеля и электрические параметры диэлектриков, использованных в качестве изоляции, приведены в таблице 4.1.

Вопросы к контрольной работе

1. Дайте расшифровку цифр, используемых в обозначениях марок электрических сталей.
2. На основной кривой намагничивания укажите участки, на которых намагничивание осуществляется за счёт роста доменов. В чём отличие процессов намагничивания на этих участках?
3. Как влияют на магнитные свойства материалов вихревые токи. В каких магнитных полях возникают эти токи?

Таблица 4.1

Исходные данные для решения контрольной работы

Номер варианта	Длинна линии l	Радиус жилы, R	Расстояние между жилами, S	Рабочее напряжение, U	Частота, f	Плотность		Относительная диэлектрическая проницаемость			Тангенс угла диэлектрических потерь			Электрическая прочность		
						Целлюлозы, D_1	Бумаги, D	Целлюлозы, ε_{21}	Воздуха, ε_{22}	Пропитки, ε_{23}	Целлюлозы, $tg\delta_1$	Воздуха, $tg\delta_2$	Пропитки, $tg\delta_3$	Целлюлозы, $E_{пр1}$	Воздуха, $E_{пр2}$	Пропитки, $E_{пр3}$
	м	мм	мм	В	Гц	кг/м^3	кг/м^3				10^{-4}	10^{-6}	10^{-3}	кВ/мм	кВ/мм	кВ/мм
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
0	120	1,38	7,5	220	50	1550	780	6,6	1,00059	2,1	65,0	4,0	3,0	15,0	3,2	20,0
1	50	1,78	8,3	380	50	1550	850	6,6	1,00059	2,7	65,0	4,0	10,0	15,0	3,2	60,0

2	1000	2,25	12,24	2200	50	1550	1100	6,6	1,00059	4,5	65,0	4,0	25,0	15,0	3,2	50,0
3	800	2,82	13,58	1100	50	1550	1090	6,6	1,00059	4,1	65,0	4,0	15,0	15,0	3,2	55,0
4	150	3,34	17,92	6600	50	1550	780	6,6	1,00059	2,8	65,0	4,0	0,2	15,0	3,2	43,0
5	1500	3,99	19,42	3300	50	1550	770	6,6	1,00059	5,2	65,0	4,0	30,0	15,0	3,2	35,0
6	3000	4,72	14,18	6600	50	1550	900	6,6	1,00059	4,8	65,0	4,0	5,0	15,0	3,2	20,0

Окончание табл. 4.1

Номер варианта	Длинна линии l	Радиус жилы, R	Расстояние между жилами, S	Рабочее напряжение, U	Частота, f	Плотность		Относительная диэлектрическая проницаемость			Тангенс угла диэлектрических потерь			Электрическая прочность		
						Целлюлозы, D_1	Бумаги, D	Целлюлозы, ε_{21}	Воздуха, ε_{22}	Пропитки, ε_{23}	Целлюлозы, $tg\delta_1$	Воздуха, $tg\delta_2$	Пропитки, $tg\delta_3$	Целлюлозы, $E_{пр1}$	Воздуха, $E_{пр2}$	Пропитки, $E_{пр3}$
	м	мм	мм	В	Гц	кг/м^3	кг/м^3				10^{-4}	10^{-6}	10^{-3}	кВ/мм	кВ/мм	кВ/мм
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
7	500	5,5	15,74	380	50	1550	970	6,6	1,00059	2,4	65,0	4,0	3,0	15,0	3,2	18,0
8	250	6,18	19,5	2200	50	1550	800	6,6	1,00059	1,01	65,0	4,0	4,0	15,0	3,2	20,0
9	2000	6,91	20,76	1100	50	1550	1100	6,6	1,00059	3,8	65,0	4,0	0,2	15,0	3,2	45,0
10	200	7,68	24,8	3300	50	1550	1100	6,6	1,00059	2,1	65,0	4,0	3,0	15,0	3,2	20,0
11	4000	8,74	27,3	6600	50	1550	850	6,6	1,00059	2,3	65,0	4,0	1,0	15,0	3,2	18,0
12	3500	1,38	11,2	1100	50	1550	780	6,6	1,00059	5,0	65,0	4,0	20,0	15,0	3,2	42,0
13	1600	1,78	11,2	2200	50	1550	900	6,6	1,00059	4,4	65,0	4,0	5,0	15,0	3,2	45,0
14	600	7,68	20,1	220	50	1550	770	6,6	1,00059	2,8	65,0	4,0	0,2	15,0	3,2	24,0
15	800	8,74	22,2	660	50	1550	970	6,6	1,00059	4,8	65,0	4,0	8,0	15,0	3,2	25,0
16	300	2,25	16,14	3300	50	1550	1090	6,6	1,00059	2,7	65,0	4,0	10,0	15,0	3,2	25,0
17	1400	3,34	17,92	6600	50	1550	780	6,6	1,00059	1,019	65,0	4,0	0,2	15,0	3,2	50,0
18	700	6,18	17,1	660	50	1550	780	6,6	1,00059	3,8	65,0	4,0	20,0	15,0	3,2	32,0

4.3. Методические указания к выполнению контрольной работы

Кабельная бумага представляет собой механическую смесь целлюлозы и воздуха с неодинаковой относительной диэлектрической проницаемостью. Определение относительной диэлектрической проницаемости такого диэлектрика производится в соответствии с уравнением Лихтенеккера для последовательного расположения компонентов. В связи с тем, что при использовании этого уравнения необходимо знать объёмные концентрации компонентов, расчёт

следует начать с определения последних по заданным значениям плотности целлюлозы и кабельной бумаги в соответствии с уравнениями

$$\theta_1 = \frac{D}{D_1}\ ; \tag{4.1}$$

$$\theta_2 = 1 - \frac{D}{D_1}, \tag{4.2}$$

где θ_1 – объёмная концентрация целлюлозы; θ_2 – объёмная концентрация воздуха; D – плотность кабельной бумаги, кг/м^3; D_1 – плотность целлюлозы, кг/м^3.

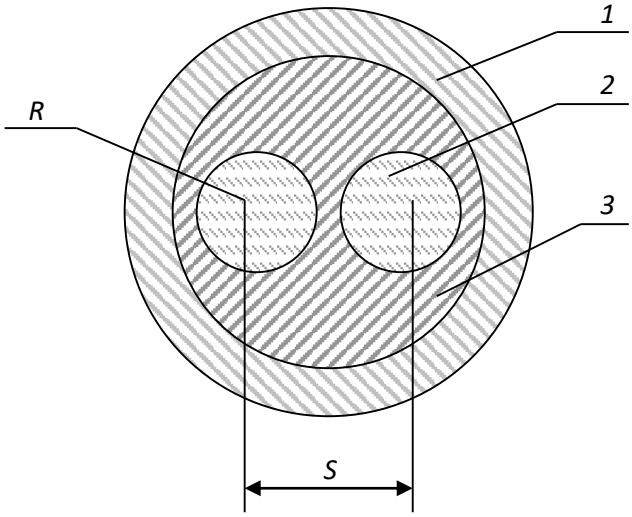


Рис. 4.1. Сечение двужильного кабеля
1- оплётка кабеля; 2- жила кабеля; 3- изоляция кабеля

По вычисленному значению относительной диэлектрической проницаемости непропитанной кабельной бумаги и заданным геометрическим размерам кабеля рассчитывается ёмкость кабельной линии.

Для двухжильного кабеля ёмкость между жилами может быть определена из уравнения:

$$C_k = \xi_r \cdot \xi_0 \times \frac{2 \cdot \pi \cdot l}{\ln K^2}, \tag{4.3}$$

где

$$K = \frac{a + x - R}{a + R - x};$$

$$x = \frac{S}{2};$$

$$a = \sqrt{(\frac{S}{2})^2 - R^2}\ ;$$

S – расстояние между центрами жил кабеля, м; R – радиус жил кабеля, м; l – длинна кабельной линии, м.

Тангенс угла диэлектрических потерь кабельной бумаги вычисляются по заданным значениям тангенсов углов диэлектрических потерь целлюлозы и воздуха по формуле

$$\mathrm{tg}\delta = \frac{\mathrm{tg}\delta_1}{1+\dfrac{\theta_2 \cdot \xi_{r1}}{(1-\theta_2)\cdot \xi_{r2}}} + \frac{\mathrm{tg}\delta_2}{1+\dfrac{(1-\theta_2)\cdot \xi_{r2}}{\theta_2 \cdot \xi_{r1}}}. \qquad (4.4)$$

Удельная активная ($\gamma_а$) и удельная реактивная ($\gamma_р$) проводимости изоляции в переменном электрическом поле с частотой f вычисляются по формулам, приведённым в основных учебных пособиях.

Удельная полная проводимость изоляции кабеля связана с удельными активной и реактивной проводимостями соотношением

$$\gamma_{из} = \sqrt{\gamma_а^2 + \gamma_р^2} \qquad (4.5)$$

Полная проводимость $Y_{из}$ изоляции кабеля определяется по удельной проводимости $\gamma_{из}$ и геометрическим размерам кабеля

$$Y_{из} = \gamma_{из} \cdot \frac{2\pi \cdot l}{\ln K^2} \qquad (4.6)$$

Ток утечки кабеля, возникающий под воздействием приложенного напряжения, сопротивление изоляции между жилами в двухжильных кабелях рассчитываются на основании соотношений

$$I_у = U \cdot Y_{из}; \qquad (4.7)$$

$$Z_{из} = \frac{1}{Y_{из}}. \qquad (4.8)$$

Диэлектрические потери в изоляции кабеля P находятся по действующему значению приложенного переменного напряжения, ёмкости кабельной лини, тангенсу угла диэлектрических потерь и частоте питающей сети

$$P = U^2 \cdot 2\pi \cdot f \cdot C_k \cdot \mathrm{tg}\delta, \qquad (4.9)$$

где U – рабочее напряжение кабельной линии, В; f – частота, Гц; C_k – ёмкость кабельной линии, Ф; tgδ – тангенс угла диэлектрических потерь; P – диэлектрические потери, Вт.

Для упрощения расчёта величины пробивного напряжения делаем допущение, что электрическое поле внутри кабеля однородное, то есть напряженность поля в любой его точке одинакова. Тогда электрическая прочность кабельной бумаги может быть получена по заданным значениям

электрической прочности компонентов (целлюлозы и воздуха) из следующего уравнения

$$E_{\text{пр}} = \frac{E_{\text{пр}1} \cdot E_{\text{пр}2}}{E_{\text{пр}1} + E_{\text{пр}2} \cdot (1 - \frac{\xi_{r2}}{\xi_{r1}})}. \qquad (4.10)$$

Пробивное напряжение изоляции:

$$U_{\text{пр}} = E_{\text{пр}} \cdot h_{\text{из}}, \qquad (4.11)$$

где $h_{\text{из}}$ – минимальная толщина изоляции, мм.

Минимальная толщина изоляции между жилами кабеля для двухжильного кабеля определяется из уравнения

$$h_{\text{из}} = S - 2R \qquad (4.12)$$

Вычислив электрические параметры линии, в кабеле которой в качестве изоляции использована непропитанная кабельная бумага, следует произвести расчёт параметров этой линии при условии, что оболочка кабеля заполнена вместо воздуха либо газообразным диэлектриком, либо жидким изоляционным материалом. При этом считаем, что в порах капиллярах воздух полностью замещается этими диэлектриками.

Последовательность расчёта остаётся той же, что для непропитанной кабельной бумаги. В уравнениях (4.2), (4.4) и (4.10) необходимо вместо электрических параметров воздуха подставлять аналогичные параметры замещающего воздух другого диэлектрика согласно условию задачи. При записи расчётного уравнения необходимо индекс 2, обозначающий, что это параметр воздуха, изменить на индекс 3.

Например, при определении $\text{tg}\delta_n$ пропитанной жидким диэлектриком кабельной бумаги уравнение (4.4) нужно записать в следующем виде:

$$\text{tg}\delta_{\text{п}} = \frac{\text{tg}\delta_q}{1 + \frac{\theta_3 \cdot \xi_{r1}}{(1-\theta_3) \cdot \xi_{r2}}} + \frac{\text{tg}\delta_3}{1 + \frac{(1-\theta_3) \cdot \xi_{r3}}{\theta_3 \cdot \xi_{r1}}}.$$

При расчёте следует полагать, что объёмные концентрации целлюлозы и заменяющего воздух другого газообразного или жидкого диэлектрика остались такими же, как целлюлозы и воздуха, то есть

$$\theta_3 = \theta_2.$$

После окончания расчёта следует *обязательно* проанализировать, как влияет на электрические параметры кабельной линии пропитка её изоляции жидким диэлектриком. Для удобства анализа необходимо составить таблицу расчётных значений электрических параметров кабельной линии дои после пропитки. Образец такой таблицы представлен ниже.

Таблица 4.2

Таблица сравнительных данных кабельной линии

Обозначение параметра	ξ_r	C_k, Ф	$X_{из}$, См/м	$Z_{из}$, Ом	$Y_{из}$, См	P, Вт	$U_{пр}$, кВ
Кабель без пропитки							
Кабель с пропиткой							

При анализе необходимо указывать, как влияет пропитка изоляции на значение каждого из рассчитанных параметров с использованием теоретических сведений.

В конце анализа необходимо сделать вывод о соответствии изоляции пропитанного и непропитанного кабелей требованиям, предъявляемых к кабельной линии правилами устройства электроустановок (ПУЭ).

В соответствии с этими требованиями кабельные линии с рабочим напряжением до 1000 В должны обладать сопротивлением изоляции $R_{из}$>0,5 МОм при прозвонке их мегаомметром на напряжение 2,5 кВ.

Изоляция кабельных линий с рабочим напряжением более 1 кВ должна выдерживать воздействия постоянных напряжений, значение которых приводятся в табл. 4.3.

Таблица 4.3

Испытательное напряжение выпрямленного тока для силовых кабелей

Изоляция	Напряжение, кВ, для кабелей на рабочее напряжение, кВ								Продолжительность
	2	3	6	10	20	35	110	220	
Бумажная	12	18	36	60	100	175	300	450	

Для установления соответствия изоляции кабельных линий с рабочим напряжением до 1 кВ требованиям ПУЭ необходимо рассчитать сопротивление изоляции $R_{из}$ постоянному току. Расчёт $R_{из}$ осуществляется по активной удельной проводимости в соответствии с уравнениями

$$g_{из} = \gamma_а \cdot \frac{2\pi \cdot l}{\ln K^2}; \quad (4.13)$$

$$R_{из} = \frac{1}{g_{из}}, \quad (4.14)$$

где $g_{из}$ – активная проводимость кабельной линии, См; $\gamma_а$ – удельная активная проводимость кабельной линии, См/м; $R_{из}$ – сопротивление изоляции постоянному току, Ом.

Если рассчитанное значение сопротивления изоляции $R_{из}$ больше 0,5 мОм, то кабельная линия удовлетворяет требованиям ПУЭ.

Для кабельных линий с рабочим напряжением свыше 1000В проверка изоляции на соответствие требованиям ПУЭ производится путём сравнения рассчитанного пробивного напряжения с $U_{пр}$ с испытательным напряжением, приведённым в табл. 4.3.

4.4. Экзаменационные вопросы

1. Понятия об электротехнических материалах. Классификация (определения).
2. Диэлектрики. Основные понятия. Определения. Классификация.
3. Понятия поляризации. Механизм поляризации.
4. Виды поляризации. Электронная поляризация.
5. Виды поляризации. Ионная поляризация.
6. Виды поляризации. Спонтанная (остаточная) поляризация.
7. Обобщенная схема замещения диэлектрика.
8. Относительная диэлектрическая проницаемость газообразных диэлектриков.
9. Относительная диэлектрическая проницаемость твердых диэлектриков
10. Относительная диэлектрическая проницаемость сложных диэлектриков. Уравнение Лихтеннекера.
11. Понятия об электропроводности диэлектриков. Электропроводность твердых диэлектриков. Объемное и поверхностное удельные сопротивления диэлектриков.
12. Диэлектрические потери. Основные понятия. Схемы замещения. Виды диэлектрических потерь.
13. Понятие пробоя диэлектриков. Электрический пробой газообразных диэлектриков.
14. Понятие электрического пробоя диэлектриков. Электротепловой пробой.
15. Механические, физические и тепловые свойства диэлектриков.
16. Электроизоляционные материалы. Газообразные, жидкие твердые и твердеющие изоляционные материалы.
17. Физика магнетизма. Условия возникновения ферромагнетизма.
18. Основные характеристики магнитных веществ.
19. Строение ферромагнетиков.
20. Явление магнитной анизотропии и магнитострикции.
21. Намагничивание ферромагнетиков.
22. Свойства ферромагнетиков в квазипостоянных магнитных полях.
23. Динамическая петля намагничивания.
24. Эффект вытеснения магнитного поля диэлектрика в переменном магнитном поле.
25. Потери мощности на перемагничивание ферромагнетиков в переменном магнитном поле.

26. Магнитные материалы. Магнитомягкие и магнитотвердые магнитные материалы.
27. Исследование ферромагнетика в переменном магнитном поле.
28. Полупроводники. Основные понятия. Классификация.
29. Электропроводность полупроводников.
30. Электронно-дырочный переход полупроводников.
31. Проводники. Классификация. Основные понятия.
32. Удельное сопротивление проводников. Температурный коэффициент удельного сопротивления.
33. ТермоЭДС. Температурный коэффициент линейного расширения металлических проводников.
34. Основы конструкционного и электротехнического материаловедение.
35. Агрегатные состояния и дефекты строения материалов.
36. Термическая обработка.
37. Металлы и сплавы.
38. Искусственные и синтетические материалы.
39. Классификация материалов.
40. Технологии получения материалов.

Учебно-методические материалы

Основная литература

Богородицкий Н. П., Пасынков В. В., Тареев Б. М. Электротехнические материалы. 7-е издание. Л.: Энергоатомиздат, 1985. 304 с.

Угольников А. В. Электротехническое и конструкционное материаловедение. Екатеринбург, Изд-во УГГУ, 2015. 147 с.

Хахин Ю. М. Электротехническое материаловедение. Екатеринбург, Изд. УГГГА, 1995. 100 с.

Дополнительная литература

Справочник по электрическим материалам / *под ред. Ю. В. Корицкого* 2-е изд. М.: Энергия, том 1, 1974. 583 с.; том 2, 1974. 615 с; том 3, 1976. 896 с.

Агеева Н. Д., Винаковская Н. Г, Лифанов В. Н. Электротехническое материаловедение, Владивосток: Изд-во ДВГТУ, 2006. 76 с.

Дудкин А. Н. Ким В. С. Электротехническое материаловедение. Томск: Издательство Томского политехнического университета, 2012. 216 с.

Журавлева Л. В. Электроматериаловедение, М ПрофОбрИздат, 2001. 312 с.

Попов В. С. Теоретическая электротехника. М.: Энергоатомиздат, 1990.

Розенблат М. А. Магнитные элементы автоматики и вычислительной техники. М.: Наука, 1966. 720с.

Тареев Б. М. Физика диэлектрических материалов. М.: Энергия, 1982. 320 с.

Штофа Ян. Электротехнические материалы в вопросах и ответах. М.: Энергоатомиздат, 1984. 200 с.

Электротехнические и конструкционные материалы. В. Н. Бородулин, А. С. Воробьев, В. М. Матюгин и др. М: Издательский центр «Академия», 2005. 280 с.

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

МЕТОДИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ

ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКОЕ МАТЕРИАЛОВЕДЕНИЕ

Специальность
21.05.04 Горное дело

Екатеринбург

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ 3
ВИДЫ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТА 4
МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ПОДГОТОВКЕ КО ВСЕМ ВИДАМ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ 4
Повторение материала лекций и самостоятельное изучение курса 4
Подготовка к практическим занятиям и лабораторным работам 5
Подготовка и написание контрольной работы 6
Подготовка к выполнению и написанию курсовой работы (проекта) 7
МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ПОДГОТОВКЕ К ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ 8
Подготовка к зачёту 8
Подготовка к экзамену 8

ВВЕДЕНИЕ

Самостоятельная работа студентов – это разнообразные виды деятельности студентов, осуществляемые под руководством, но без непосредственного участия преподавателя в аудиторное и/или внеаудиторное время.

Это особая форма обучения по заданиям преподавателя, выполнение которых требует активной мыслительной, поисково-исследовательской и аналитической деятельности.

Методологическую основу самостоятельной работы студентов составляет деятельностный подход, когда цели обучения ориентированы на формирование умений решать типовые и нетиповые задачи, то есть на реальные ситуации, где студентам надо проявить знание конкретной дисциплины, использовать внутрипредметные и межпредметные связи.

Цель самостоятельной работы – закрепление знаний, полученных на аудиторных занятиях, формирование способности принимать на себя ответственность, решать проблему, находить конструктивные выходы из сложных ситуаций, развивать творческие способности, приобретение навыка организовывать своё время

Кроме того самостоятельная работа направлена на обучение студента осмысленно и самостоятельно работать сначала с учебным материалом, затем с научной информацией, заложить основы самоорганизации и самовоспитания с тем, чтобы привить умение в дальнейшем непрерывно повышать свой профессиональный уровень.

Самостоятельная работа реализует следующие задачи:

- систематизация и закрепление полученных теоретических знаний и практических умений студентов;
- углубление и расширение теоретических знаний;
- формирование умений использовать нормативную, правовую, справочную документацию и специальную литературу;
- развитие познавательных способностей и активности студентов: творческой инициативы, самостоятельности, ответственности и организованности;
- формирование самостоятельности мышления, способностей к саморазвитию, самосовершенствованию и самореализации;
- формирование практических (общеучебных и профессиональных) умений и навыков;
- развитие исследовательских умений;
- получение навыков эффективной самостоятельной профессиональной (практической и научно-теоретической) деятельности.

В учебном процессе выделяют два вида самостоятельной работы:

- аудиторная;
- внеаудиторная.

Аудиторная самостоятельная работа по дисциплине выполняется на учебных занятиях под непосредственным руководством преподавателя и по его заданию.

Внеаудиторная самостоятельная работа – планируемая учебная, учебно-исследовательская, научно-исследовательская работа студентов, выполняемая во внеаудиторное время по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия.

Самостоятельная работа, не предусмотренная образовательной программой, учебным планом и учебно-методическими материалами, раскрывающими и конкретизирующими их содержание, осуществляется студентами инициативно, с целью реализации собственных учебных и научных интересов.

Для более эффективного выполнения самостоятельной работы по дисциплине преподаватель рекомендует студентам источники и учебно-методические пособия для работы, характеризует наиболее рациональную методику самостоятельной работы, демонстрирует ранее выполненные студентами работы и т. п.

ВИДЫ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТА

Основные формы организации самостоятельной работы студентов определяются следующими параметрами:

- содержание учебной дисциплины;
- уровень образования и степень подготовленности студентов;
- необходимость упорядочения нагрузки студентов при самостоятельной работе.

В соответствии с реализацией рабочей программы дисциплины в рамках самостоятельной работы студенту необходимо выполнить следующие виды работ:

для подготовки ко всем видам текущего контроля:

- повторение материала лекций;
- самостоятельное изучение курса;
- подготовка к практическим занятиям и лабораторным работам;
- подготовка к контрольной работе, написание контрольной работы;
- выполнение и написание курсовой работы (проекта);

для подготовки ко всем видам промежуточной аттестации:

- подготовка к зачёту;
- подготовка к экзамену.

Особенностью организации самостоятельной работы студентов является необходимость не только подготовиться к сдаче зачета /экзамена, но и собрать, обобщить, систематизировать, проанализировать информацию по темам дисциплины.

Технология организации самостоятельной работы студентов включает использование информационных и материально-технических ресурсов образовательного учреждения.

Самостоятельная работа может осуществляться индивидуально или группами студентов как online, так и на занятиях в зависимости от цели, объема, конкретной тематики самостоятельной работы, уровня сложности, уровня умений студентов.

В качестве форм и методов контроля внеаудиторной самостоятельной работы студентов могут быть использованы обмен информационными файлами, семинарские занятия, тестирование, опрос, доклад, реферат, самоотчеты, контрольные работы, защита контрольных и курсовых работ (проектов), защита зачётных работ в виде доклада с презентацией и др.

Текущий контроль результатов внеаудиторной самостоятельной работы студентов осуществляется в пределах времени, отведенного на обязательные учебные занятия по дисциплине.

Промежуточный контроль результатов внеаудиторной самостоятельной работы студентов осуществляется в пределах времени, отведенного для сдачи экзамена / зачёта.

В методических указаниях по каждому виду контроля представлены материалы для самостоятельной работы и рекомендации по организации отдельных её видов.

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ПОДГОТОВКЕ КО ВСЕМ ВИДАМ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ

Повторение материала лекций и самостоятельное изучение курса

Лекционный материал по дисциплине излагается в виде устных лекций преподавателя во время аудиторных занятий. Самостоятельная работа студента во время лекционных аудиторных занятий заключается в ведении записей (конспекта лекций).

Конспект лекций, выполняемый во время аудиторных занятий, дополняется студентом при самостоятельном внеаудиторном изучении некоторых тем курса. Самостоятельное изучение тем курса осуществляется на основе списка основной и дополнительной литературы к дисциплине.

Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины приведён в рабочей программе дисциплины.

Рекомендуемые задания для самостоятельной внеаудиторной работы студента, направленные на повторение материала лекций и самостоятельное изучение тем курса:

для овладения знаниями:

- конспектирование текста;
- чтение основной и дополнительной литературы;
- составление плана текста;
- работа со словарями, справочниками и нормативными документами;
- просмотр обучающих видеозаписей.

для закрепления и систематизации знаний:

- работа с конспектом лекций;
- повторная работа над учебным материалом;
- составление таблиц для систематизации учебного материала;
- изучение нормативных материалов;
- составление плана и тезисов ответа на вопросы для самопроверки;
- ответы на вопросы для самопроверки;
- составление библиографических списков по изучаемым темам.

для формирования навыков и умений:

- выполнение рисунков, схем, эскизов оборудования;
- рефлексивный анализ профессиональных умений.

Тематический план изучения дисциплины и содержание учебной дисциплины приведены в рабочей программе дисциплины.

Вопросы для самопроверки приведены учебной литературе по дисциплине или могут быть предложены преподавателем на лекционных аудиторных занятиях после изучения каждой темы.

Подготовка к практическим занятиям и лабораторным работам

Практические занятия по дисциплине выступают средством формирования у студентов системы интегрированных умений и навыков, необходимых для освоения профессиональных компетенций, а также умений определять, разрабатывать и применять оптимальные методы решения профессиональных задач.

На практических занятиях происходит закрепление теоретических знаний, полученных в ходе лекций, осваиваются методики и алгоритмы решения типовых задач по образцу и вариантных задач, разбираются примеры применения теоретических знаний для практического использования, выполняются доклады с презентацией по определенным учебно-практическим, учебно-исследовательским или научным темам с последующим их обсуждением.

Рекомендуемые задания для самостоятельной внеаудиторной работы студента, направленные на подготовку к практическим занятиям:

для овладения знаниями:

- чтение основной и дополнительной литературы;
- работа со словарями, справочниками и нормативными документами;
- просмотр обучающих видеозаписей.

для закрепления и систематизации знаний:

- работа с конспектом лекций;
- ответы на вопросы для самопроверки;
- подготовка публичных выступлений;
- составление библиографических списков по изучаемым темам.

для формирования навыков и умений:

- решение задач по образцу и вариативных задач;
- выполнение рисунков, схем, эскизов оборудования;

– рефлексивный анализ профессиональных умений.

Тематический план изучения дисциплины и содержание учебной дисциплины приведены в рабочей программе дисциплины.

Лабораторные занятия по дисциплине выступают средством формирования у студентов навыков работы с использованием лабораторного оборудования, планирования и выполнения экспериментов, оформления отчётной документации по выполнению лабораторных работ.

Рекомендуемые задания для самостоятельной внеаудиторной работы студента, направленные на подготовку к лабораторным занятиям:

для овладения знаниями:

– изучение методик работы с использованием различных видов и типов лабораторного оборудования;
– изучение правил безопасной эксплуатации лабораторного оборудования;
– работа со словарями, справочниками и нормативными документами.

для закрепления и систематизации знаний:

– составление плана проведения эксперимента;
– составление отчётной документации по результатам экспериментирования;
– аналитическая обработка результатов экспериментов.

для формирования навыков и умений:

– выполнение рисунков, схем, эскизов оборудования;
– оформление отчётной документации по выполнению лабораторных работ.

Подготовка и написание контрольной работы

Контрольная работа – индивидуальная деятельность обучающегося по концентрированному выражению накопленного знания, обеспечивает возможность одновременной работы всем обучающимся за фиксированное время по однотипным заданиям, что позволяет преподавателю оценить всех обучающихся. Контрольная работа является средством проверки умений применять полученные знания для решения задач определенного типа по теме или разделу.

Рекомендуемые задания для самостоятельной внеаудиторной работы студента, направленные на подготовку к контрольной работе:

для овладения знаниями:

– чтение основной и дополнительной литературы;
– работа со словарями, справочниками и нормативными документами.

для закрепления и систематизации знаний:

– работа с конспектом лекций;
– ответы на вопросы для самопроверки.

для формирования навыков и умений:

– решение задач по образцу и вариативных задач;
– выполнение рисунков, схем, эскизов оборудования;
– оформление отчётной документации по выполнению контрольной работы.

Контрольная работа может быть выполнена в виде доклада с презентацией.

Доклад с презентацией – это публичное выступление по представлению полученных результатов знаний по определенной учебно-практической, учебно-исследовательской или научной теме.

При подготовке доклада с презентацией обучающийся должен продемонстрировать умение самостоятельного изучения отдельных вопросов, структурирования основных положений рассматриваемых проблем, публичного выступления, позиционирования себя перед коллективом, навыки работы с библиографическими источниками и оформления научных текстов.

В ходе подготовки к докладу с презентацией обучающемуся необходимо:

- выбрать тему и определить цель выступления;
- осуществить сбор материала к выступлению;
- организовать работу с источниками;
- -во время изучения источников следует записывать вопросы, возникающие по мере ознакомления, ключевые слова, мысли, суждения; представлять наглядные примеры из практики;
- сформулировать возможные вопросы по теме доклада, подготовить тезисы ответов на них;
- обработать материал и представить его в виде законченного доклада и презентации.

При выполнении контрольной работы в виде доклада с презентацией самостоятельная работа студента включает в себя:

для овладения знаниями:

- чтение основное и дополнительной литературы по заданной теме доклада;
- составление плана доклада;
- работа со словарями, справочниками и нормативными документами;
- просмотр обучающих видеозаписей по теме доклада

для закрепления и систематизации знаний:

- составление плана и тезисов презентации по теме доклада;
- составление презентации;
- составление библиографического списка по теме доклада;
- подготовка к публичному выступлению;
- составление возможных вопросов по теме доклада и ответов на них.

для формирования навыков и умений:

- публичное выступление;
- выполнение рисунков, схем, эскизов оборудования;
- рефлексивный анализ профессиональных умений.

Варианты контрольных работ и темы докладов приведены в комплекте оценочных средств дисциплины.

Подготовка к выполнению и написанию курсовой работы (проекта)

Курсовая работа (проект) – форма контроля для демонстрации обучающимся умений работать с объектами изучения, критическими источниками, справочной и энциклопедической литературой, логично и грамотно излагать собственные умозаключения и выводы, обосновывать и строить априорную модель изучаемого объекта или процесса, создавать содержательную презентацию выполненной работы.

При выполнении и защите курсовой работы (проекта) оценивается умение самостоятельной работы с объектами изучения, справочной литературой, логично и грамотно излагать собственные умозаключения и выводы, обосновывать выбранную технологическую схему и принятый тип и количество оборудования, создавать содержательную презентацию выполненной работы (пояснительную записку и графический материал).

Рекомендуемые задания для самостоятельной внеаудиторной работы студента, направленные на подготовку к курсовой работе (проекту):

для овладения знаниями:

- чтение основной и дополнительной литературы;
- работа со словарями, справочниками и нормативными документами;
- составление плана выполнения курсовой работы (проекта);
- составление списка использованных источников.

для закрепления и систематизации знаний:

- работа учебно-методическими материалами по выполнению курсовой работы (проекта);
- изучение основных методик расчёта технологических схем, выбора и расчёта оборудования;
- подготовка тезисов ответов на вопросы по тематике курсовой работы (проекта).

для формирования навыков и умений:

- решение задач по образцу и вариативных задач;
- выполнение рисунков, схем, компоновочных чертежей;
- оформление текстовой и графической документации.

Тематика курсовых работ (проектов) приведены в комплекте оценочных средств дисциплины.

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ПОДГОТОВКЕ К ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

Подготовка к зачёту

Зачёт по дисциплине может быть проведён в виде теста или включать в себя защиту контрольной работы (доклад с презентацией).

Тест – это система стандартизированных заданий, позволяющая автоматизировать процедуру измерения уровня знаний и умений обучающегося.

При самостоятельной подготовке к зачёту, проводимому в виде теста, студенту необходимо:

- проработать информационный материал (конспект лекций, учебное пособие, учебник) по дисциплине; проконсультироваться с преподавателем по вопросу выбора дополнительной учебной литературы;
- выяснить условия проведения теста: количество вопросов в тесте, продолжительность выполнения теста, систему оценки результатов и т. д.;
- приступая к работе с тестом, нужно внимательно и до конца прочитать вопрос и предлагаемые варианты ответов, выбрать правильные (их может быть несколько), на отдельном листке ответов вписать цифру вопроса и буквы, соответствующие правильным ответам.

В процессе выполнения теста рекомендуется применять несколько подходов в решении заданий. Такая стратегия позволяет максимально гибко оперировать методами решения, находя каждый раз оптимальный вариант. Не нужно тратить слишком много времени на трудный вопрос, а сразу переходить к другим тестовым заданиям, к трудному вопросу можно обратиться в конце. Необходимо оставить время для проверки ответов, чтобы избежать механических ошибок.

Зачёт также может проходить в виде защиты контрольной работы (доклад с презентацией). Методические рекомендации по подготовке и выполнению доклада с презентацией приведены в п. «Подготовка и написание контрольной работы».

Подготовка к экзамену

Промежуточная аттестация по итогам освоения дисциплины проводится в форме экзамена.

Билет на экзамен включает в себя теоретические вопросы и практико-ориентированные задания.

Теоретический вопрос – индивидуальная деятельность обучающегося по концентрированному выражению накопленного знания, обеспечивает возможность

одновременной работы всем обучающимся за фиксированное время по однотипным заданиям, что позволяет преподавателю оценить всех обучающихся.

Практико-ориентированное задание – средство проверки умений применять полученные знания для решения задач определенного типа по определенной теме.

При самостоятельной подготовке к экзамену студенту необходимо:

- получить перечень теоретических вопросов к экзамену;
- проработать пройденный материал (конспект лекций, учебное пособие, учебник) по дисциплине, при необходимости изучить дополнительные источники;
- составить планы и тезисы ответов на вопросы;
- проработать все типы практико-ориентированных заданий;
- составить алгоритм решения основных типов задач;
- выяснить условия проведения экзамена: количество теоретических вопросов и практико-ориентированных заданий в экзаменационном билете, продолжительность и форму проведения экзамена (устный или письменный), систему оценки результатов и т. д.;
- приступая к работе с экзаменационным билетом, нужно внимательно прочитать теоретические вопросы и условия практико-ориентированного задания;
- при условии проведения устного экзамена составить план и тезисы ответов на теоретические вопросы, кратко изложить ход решения практико-ориентированного задания;
- при условии проведения письменного экзамена дать полные письменные ответы на теоретические вопросы; изложить ход решения практико-ориентированного задания с численным расчётом искомых величин.

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебно-методическому комплексу _____ С.А. Упоров

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЕ СТУДЕНТОВ

Б1.О.ДВ.03.02 КОММУНИКАТИВНАЯ КУЛЬТУРА ЛИЧНОСТИ

Специальность
21.05.04 Горное дело

Направленность (профиль)
Технологическая безопасность и горноспасательное дело

Одобрена на заседании кафедры	Рассмотрена методической комиссией
Философии и культурологии	Горнотехнологический факультета
(название кафедры)	*(название факультета)*
Зав .кафедрой _____	Председатель _____
(подпись)	*(подпись)*
Беляев В.П.	Колчина Н.В.
(Фамилия И.О.)	*(Фамилия И.О.)*
Протокол № 1 от 18.09.2023	Протокол № 2 от 20.10.2023
(Дата)	*(Дата)*

Екатеринбург

СОДЕРЖАНИЕ

	Введение	3
1	Методические рекомендации по работе с текстом лекций	5
2	Методические рекомендации по подготовке к опросу	8
3	Методические рекомендации по подготовке доклада (презентации)	9
4	Методические рекомендации по написанию эссе	11
5	Методические рекомендации по подготовке к семинарским занятиям	14
6	Методические рекомендации по подготовке к дискуссии	15
7	Методические рекомендации по написанию реферата	17
8	Методические рекомендации по подготовке к сдаче экзаменов и зачетов	19
	Заключение	21
	Список использованных источников	22

ВВЕДЕНИЕ

Инициативная самостоятельная работа студента есть неотъемлемая составная часть учебы в вузе. В современном формате высшего образования значительно возрастает роль самостоятельной работы студента. Правильно спланированная и организованная самостоятельная работа обеспечивает достижение высоких результатов в учебе.

Самостоятельная работа студента (СРС) - это планируемая учебная, учебно-исследовательская, научно-исследовательская работа студентов, выполняемая во внеаудиторное (аудиторное) время по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия, при сохранении ведущей роли студентов.

Целью СРС является овладение фундаментальными знаниями, профессиональными умениями и навыками по профилю будущей специальности, опытом творческой, исследовательской деятельности, развитие самостоятельности. Ответственности и организованности, творческого подхода к решению проблем учебного и профессионального уровней. Самостоятельная работа студента – важнейшая составная часть учебного процесса, обязательная для каждого студента, объем которой определяется учебным планом. Методологическую основу СРС составляет деятельностный подход, при котором цели обучения ориентированы на формирование умений решать типовые и нетиповые задачи, т. е. на реальные ситуации, в которых студентам надо проявить знание конкретной дисциплины. Предметно и содержательно СРС определяется государственным образовательным стандартом, действующими учебными планами и образовательными программами различных форм обучения, рабочими программами учебных дисциплин, средствами обеспечения СРС: учебниками, учебными пособиями и методическими руководствами, учебно-программными комплексами и т.д.

Самостоятельная работа студентов может рассматриваться как организационная форма обучения - система педагогических условий, обеспечивающих управление учебной деятельностью студентов по освоению знаний и умений в области учебной и научной деятельности без посторонней помощи.

Самостоятельная работа студентов проводится с целью:

- систематизации и закрепления полученных теоретических знаний и практических умений студентов;
- углубления и расширения теоретических знаний;
- формирования умений использовать нормативную, правовую, справочную документацию и специальную литературу;
- развития познавательных способностей и активности студентов: творческой инициативы, самостоятельности, ответственности и организованности;
- формирования самостоятельности мышления, способностей к саморазвитию, самосовершенствованию и самореализации;
- формирования практических (общеучебных и профессиональных) умений и навыков;
- развития исследовательских умений;
- получения навыков эффективной самостоятельной профессиональной (практической и научно-теоретической) деятельности.

Самостоятельная работа студента - это особым образом организованная деятельность, включающая в свою структуру такие компоненты, как:

- уяснение цели и поставленной учебной задачи;
- четкое и системное планирование самостоятельной работы;
- поиск необходимой учебной и научной информации;
- освоение информации и ее логическая переработка;
- использование методов исследовательской, научно-исследовательской работы для решения поставленных задач;
- выработка собственной позиции по поводу полученной задачи;
- представление, обоснование и защита полученного решения;

- проведение самоанализа и самоконтроля.

В учебном процессе выделяют два вида самостоятельной работы: аудиторная и внеаудиторная.

Аудиторная самостоятельная работа по дисциплине выполняется на учебных занятиях под непосредственным руководством преподавателя и по его заданию: текущие консультации, коллоквиум, прием и разбор домашних заданий и другие.

Внеаудиторная самостоятельная работа - планируемая учебная, учебно-исследовательская, научно-исследовательская работа студентов, выполняемая во внеаудиторное время по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия: подготовка презентаций, составление глоссария, подготовка к практическим занятиям, подготовка рецензий, аннотаций на статью, подготовка к дискуссиям, круглым столам.

СРС может включать следующие формы работ:

- изучение лекционного материала;
- работа с источниками литературы: поиск, подбор и обзорлитературы и электронных источников информации по заданной проблеме курса;
- выполнение домашних заданий, выдаваемых на практических занятиях: тестов, докладов, контрольных работ и других форм текущего контроля;
- изучение материала, вынесенного на самостоятельное изучение; подготовка к практическим занятиям;
- подготовка к контрольной работе или коллоквиуму;
- подготовка к зачету, экзамену, другим аттестациям;
- написание реферата, эссе по заданной проблем;
- выполнение расчетно-графической работы;
- выполнение курсовой работы или проекта;
- анализ научной публикации по определенной преподавателем теме, ее реферирование;
- исследовательская работа и участие в научных студенческих конференциях, семинарах и олимпиадах.

Особенностью организации самостоятельной работы студентов является необходимость не только подготовиться к сдаче зачета /экзамена, но и собрать, обобщить, систематизировать, проанализировать информацию по темам дисциплины.

Технология организации самостоятельной работы студентов включает использование информационных и материально-технических ресурсов образовательного учреждения. Для более эффективного выполнения самостоятельной работы по дисциплине преподаватель рекомендует студентам источники и учебно-методические пособия для работы, характеризует наиболее рациональную методику самостоятельной работы.

Самостоятельная работа может осуществляться индивидуально или группами студентов online и на занятиях в зависимости от цели, объема, конкретной тематики самостоятельной работы, уровня сложности, уровня умений студентов.

В качестве форм и методов контроля внеаудиторной самостоятельной работы студентов могут быть использованы обмен информационными файлами, семинарские занятия, тестирование, опрос, доклад, реферат, самоотчеты, контрольные работы, защита творческих работ и электронных презентаций и др.

1. Методические рекомендации по работе с текстом лекций

На лекционных занятиях необходимо конспектировать учебный материал. Обращать внимание на формулировки, определения, раскрывающие содержание тех или иных понятий, научные выводы и практические рекомендации, положительный опыт в ораторском мастерстве. Внимательное слушание и конспектирование лекций предполагает интенсивную умственную деятельность студента, и помогает усвоить учебный материал.

Желательно оставлять в рабочих конспектах поля, на которых делать пометки, дополняющие материал прослушанной лекции, а также подчеркивающие особую важность тех или иных теоретических положений, фиксировать вопросы, вызывающие личный интерес, варианты ответов на них, сомнения, проблемы, спорные положения. Рекомендуется вести записи на одной стороне листа, оставляя вторую сторону для размышлений, разборов, вопросов, ответов на них, для фиксирования деталей темы или связанных с ней фактов, которые припоминаются самим студентом в ходе слушания.

Слушание лекций - сложный вид интеллектуальной деятельности, успех которой обусловлен *умением слушать*, и стремлением воспринимать материал, нужное записывая в тетрадь. Запись лекции помогает сосредоточить внимание на главном, в ходе самой лекции продумать и осмыслить услышанное, осознать план и логику изложения материала преподавателем.

Такая работа нередко вызывает трудности у студентов: некоторые стремятся записывать все дословно, другие пишут отрывочно, хаотично. Чтобы избежать этих ошибок, целесообразно придерживаться ряда правил.

1. После записи ориентирующих и направляющих внимание данных (тема, цель, план лекции, рекомендованная литература) важно попытаться проследить, как они раскрываются в содержании, подкрепляются формулировками, доказательствами, а затем и выводами.

2. Записывать следует основные положения и доказывающие их аргументы, наиболее яркие примеры и факты, поставленные преподавателем вопросы для самостоятельной проработки.

3. Стремиться к четкости записи, ее последовательности, выделяя темы, подтемы, вопросы и подвопросы, используя цифровую и буквенную нумерацию (римские и арабские цифры, большие и малые буквы), красные строки, выделение абзацев, подчеркивание главного и т.д.

Форма записи материала может быть различной - в зависимости от специфики изучаемого предмета. Это может быть стиль учебной программы (назывные предложения), уместны и свои краткие пояснения к записям.

Студентам не следует подробно записывать на лекции «все подряд», но обязательно фиксировать то, что преподаватели диктуют – это базовый конспект, содержащий основные положения лекции: определения, выводы, параметры, критерии, аксиомы, постулаты, парадигмы, концепции, ситуации, а также мысли-маяки (ими часто являются афоризмы, цитаты, остроумные изречения). Запись лекции лучше вести в сжатой форме, короткими и четкими фразами. Каждому студенту полезно выработать свою систему сокращений, в которой он мог бы разобраться легко и безошибочно.

Даже отлично записанная лекция предполагает дальнейшую самостоятельную работу над ней (осмысление ее содержания, логической структуры, выводов). С целью доработки конспекта лекции необходимо в первую очередь прочитать записи, восстановить текст в памяти, а также исправить описки, расшифровать не принятые ранее сокращения, заполнить пропущенные места, понять текст, вникнуть в его смысл. Далее прочитать материал по рекомендуемой литературе, разрешая в ходе чтения возникшие ранее затруднения, вопросы, а также дополняя и исправляя свои записи. В ходе доработки конспекта углубляются, расширяются и закрепляются знания, а также дополняется, исправляется и совершенствуется конспект. Доработанный конспект и рекомендуемая

литература используется при подготовке к практическому занятию. Знание лекционного материала при подготовке к практическому занятию обязательно.

Особенно важно в процессе самостоятельной работы над лекцией выделить новый понятийный аппарат, уяснить суть новых понятий, при необходимости обратиться к словарям и другим источникам, заодно устранив неточности в записях. Главное - вести конспект аккуратно и регулярно, только в этом случае он сможет стать подспорьем в изучении дисциплины.

Работа над лекцией стимулирует самостоятельный поиск ответов на самые различные вопросы: над какими понятиями следует поработать, какие обобщения сделать, какой дополнительный материал привлечь.

Важным средством, направляющим самообразование, является выполнение различных заданий по тексту лекции, например, составление ее развернутого плана или тезисов; ответы на вопросы проблемного характера, (скажем, об основных тенденциях развития той или иной проблемы); составление проверочных тесты по проблеме, написание по ней реферата, составление графических схем.

По своим задачам лекции могут быть разных жанров: *установочная лекция* вводит в изучение курса, предмета, проблем (что и как изучать), а *обобщающая лекция* позволяет подвести итог (зачем изучать), выделить главное, усвоить законы развития знания, преемственности, новаторства, чтобы применить обобщенный позитивный опыт к решению современных практических задач. Обобщающая лекция ориентирует в истории и современном состоянии научной проблемы.

В процессе освоения материалов обобщающих лекций студенты могут выполнять задания разного уровня. Например: задания *репродуктивного* уровня (составить развернутый план обобщающей лекции, составить тезисы по материалам лекции); задания *продуктивного* уровня (ответить на вопросы проблемного характера, составить опорный конспект по схеме, выявить основные тенденции развития проблемы); задания *творческого* уровня (составить проверочные тесты по теме, защитить реферат и графические темы по данной проблеме). Обращение к ранее изученному материалу не только помогает восстановить в памяти известные положения, выводы, но и приводит разрозненные знания в систему, углубляет и расширяет их. Каждый возврат к старому материалу позволяет найти в нем что-то новое, переосмыслить его с иных позиций, определить для него наиболее подходящее место в уже имеющейся системе знаний.

.

2. Методические указания по подготовке к опросу

Самостоятельная работа обучающихся включает подготовку к устному или письменному опросу на семинарских занятиях. Для этого обучающийся изучает лекции, основную и дополнительную литературу, публикации, информацию из Интернет-ресурсов. Темы и вопросы к семинарским занятиям, вопросы для самоконтроля приведены в методических указаниях по разделам и доводятся до обучающихся заранее.

Письменный опрос

Письменный опрос является одной из форм текущего контроля успеваемости студента. При изучении материала студент должен убедиться, что хорошо понимает основную терминологию темы, умеет ее использовать в нужном контексте. Желательно составить краткий конспект ответа на предполагаемые вопросы письменной работы, чтобы убедиться в том, что студент владеет материалом и может аргументировано, логично и грамотно письменно изложить ответ на вопрос. Следует обратить особое внимание на написание профессиональных терминов, чтобы избегать грамматических ошибок в работе. При изучении новой для студента терминологии рекомендуется изготовить карточки, которые содержат новый термин и его расшифровку, что значительно облегчит работу над материалом.

Устный опрос

Целью устного собеседования являются обобщение и закрепление изученного курса. Студентам предлагаются для освещения сквозные концептуальные проблемы. При подготовке следует использовать лекционный материал и учебную литературу. Для более глубокого постижения курса и более основательной подготовки рекомендуется познакомиться с указанной дополнительной литературой. Готовясь к семинару, студент должен, прежде всего, ознакомиться с общим планом семинарского занятия. Следует внимательно прочесть свой конспект лекции по изучаемой теме и рекомендуемую к теме семинара литературу. С незнакомыми терминами и понятиями следует ознакомиться в предлагаемом глоссарии, словаре или энциклопедии [1].

Критерии качества устного ответа.

1. Правильность ответа по содержанию.
2. Полнота и глубина ответа.
3. Сознательность ответа (учитывается понимание излагаемого материала).
4. Логика изложения материала (учитывается умение строить целостный, последовательный рассказ, грамотно пользоваться профессиональной терминологией).
5. Рациональность использованных приемов и способов решения поставленной учебной задачи (учитывается умение использовать наиболее прогрессивные и эффективные способы достижения цели).
6. Своевременность и эффективность использования наглядных пособий и технических средств при ответе (учитывается грамотно и с пользой применять наглядность и демонстрационный опыт при устном ответе).
7. Использование дополнительного материала (приветствуется, но не обязательно для всех студентов).
8. Рациональность использования времени, отведенного на задание (не одобряется затянутость выполнения задания, устного ответа во времени, с учетом индивидуальных особенностей студентов)[2].

---

[1] Методические рекомендации для студентов [Электронный ресурс]: Режим доступа: http://lesgaft.spb.ru/sites/default/files/u57/metod.rekomendacii_dlya_studentov_21.pdf

[2]Методические рекомендации для студентов [Электронный ресурс]: http://priab.ru/images/metod_agro/Metod_Inostran_yazyk_35.03.04_Agro_15.01.2016.pdf

Ответ на каждый вопрос из плана семинарского занятия должен быть содержательным и аргументированным. Для этого следует использовать документы, монографическую, учебную и справочную литературу.

Для успешной подготовки к устному опросу, студент должен законспектировать рекомендуемую литературу, внимательно осмыслить лекционный материал и сделать выводы. Объем времени на подготовку к устному опросу зависимости от сложности темы и особенностей организации обучающимся своей самостоятельной работы.

3.Методические рекомендации по подготовке доклада (презентации)

Доклад – публичное сообщение по заданной теме, представляющее собой развернутое изложение на определенную тему, вид самостоятельной работы, который используется в учебных и внеаудиторных занятиях и способствует формированию навыков исследовательской работы, освоению методов научного познания, приобретению навыков публичного выступления, расширяет познавательные интересы, приучает критически мыслить.

При подготовке доклада используется дополнительная литература, систематизируется материал. Работа над докладом не только позволяет учащемуся приобрести новые знания, но и способствует формированию важных научно-исследовательских навыков самостоятельной работы с научной литературой, что повышает познавательный интерес к научному познанию.

Приветствуется использование мультимедийных технологий, подготовка докладов-презентаций.

Доклад должен соответствовать следующим требованиям:

- тема доклада должна быть согласованна с преподавателем и соответствовать теме занятия;

- иллюстрации (слайды в презентации) должны быть достаточными, но не чрезмерными;

- материалы, которыми пользуется студент при подготовке доклада-презентации, должны соответствовать научно-методическим требованиям ВУЗа и быть указаны в докладе;

- необходимо соблюдать регламент: 7-10 минут выступления.

Преподаватель может дать тему сразу нескольким студентам одной группы, по принципу: докладчик и оппонент. Студенты могут подготовить два выступления с противоположными точками зрения и устроить дискуссию по проблемной теме. Докладчики и содокладчики во многом определяют содержание, стиль, активность данного занятия, для этого необходимо:

- использовать технические средства;
- знать и хорошо ориентироваться в теме всей презентации (семинара);
- уметь дискутировать и быстро отвечать на вопросы;
- четко выполнять установленный регламент: докладчик - 7-10 мин.; содокладчик - 5 мин.; дискуссия - 10 мин;
- иметь представление о композиционной структуре доклада.

После выступления докладчик и содокладчик, должны ответить на вопросы слушателей.

В подготовке доклада выделяют следующие этапы:

1. Определение цели доклада: информировать, объяснить, обсудить что-то (проблему, решение, ситуацию и т. п.)

2. Подбор литературы, иллюстративных примеров.

3. Составление плана доклада, систематизация материала, композиционное оформление доклада в виде печатного /рукописного текста и электронной презентации.

Общая структура доклада

Построение доклада включает три части: вступление, основную часть и заключение.

Вступление.

Вступление должно содержать:

- название презентации (доклада);
- сообщение основной идеи;
- обоснование актуальности обсуждаемого вопроса;
- современную оценку предмета изложения;

- краткое перечисление рассматриваемых вопросов;
- живую интересную форму изложения;
- акцентирование оригинальности подхода.

Основная часть.

Основная часть состоит из нескольких разделов, постепенно раскрывающих тему. Возможно использование иллюстрации (графики, диаграммы, фотографии, карты, рисунки) Если необходимо, для обоснования темы используется ссылка на источники с доказательствами, взятыми из литературы (цитирование авторов, указание цифр, фактов, определений). Изложение материала должно быть связным, последовательным, доказательным.

Задача основной части - представить достаточно данных для того, чтобы слушатели и заинтересовались темой и захотели ознакомиться с материалами. При этом логическая структура теоретического блока не должны даваться без наглядных пособий, аудио-визуальных и визуальных материалов.

Заключение.

Заключение - это ясное четкое обобщение, в котором подводятся итоги, формулируются главные выводы, подчеркивается значение рассмотренной проблемы, предлагаются самые важные практические рекомендации. Требования к оформлению доклада. Объем машинописного текста доклада должен быть рассчитан на произнесение доклада в течение 7 -10 минут (3-5 машинописных листа текста с докладом).

Доклад оценивается по следующим критериям:

Критерии оценки доклада, сообщения	*Количество баллов*
Содержательность, информационная насыщенность доклада	1
Наличие аргументов	1
Наличие выводов	1
Наличие презентации доклада	1
Владение профессиональной лексикой	1
Итого:	5

Электронные презентации выполняются в программе MS PowerPoint в виде слайдов в следующем порядке: • титульный лист с заголовком темы и автором исполнения презентации; • план презентации (5-6 пунктов - это максимум); • основная часть (не более 10 слайдов); • заключение (вывод). Общие требования к стилевому оформлению презентации: • дизайн должен быть простым и лаконичным; • основная цель - читаемость, а не субъективная красота; цветовая гамма должна состоять не более чем из двух-трех цветов; • всегда должно быть два типа слайдов: для титульных и для основного текста; • размер шрифта должен быть: 24–54 пункта (заголовок), 18–36 пунктов (обычный текст); • текст должен быть свернут до ключевых слов и фраз. Полные развернутые предложения на слайдах таких презентаций используются только при цитировании; каждый слайд должен иметь заголовок; • все слайды должны быть выдержаны в одном стиле; • на каждом слайде должно быть не более трех иллюстраций; • слайды должны быть пронумерованы с указанием общего количества слайдов

4. Методические рекомендации по написанию эссе

Эссе - это самостоятельная письменная работа на тему, предложенную преподавателем. Цель эссе состоит в развитии навыков самостоятельного творческого мышления и письменного изложения собственных мыслей. Писать эссе чрезвычайно полезно, поскольку это позволяет автору научиться четко и грамотно формулировать мысли, структурировать информацию, использовать основные категории анализа, выделять причинно-следственные связи, иллюстрировать понятия соответствующими примерами, аргументировать свои выводы; овладеть научным стилем речи.

Эссе должно содержать: четкое изложение сути поставленной проблемы, включать самостоятельно проведенный анализ этой проблемы с использованием концепций и аналитического инструментария, рассматриваемого в рамках дисциплины, выводы, обобщающие авторскую позицию по поставленной проблеме. В зависимости от специфики дисциплины формы эссе могут значительно дифференцироваться. В некоторых случаях это может быть анализ имеющихся статистических данных по изучаемой проблеме, анализ материалов из средств массовой информации и использованием изучаемых моделей, подробный разбор предложенной задачи с развернутыми мнениями, подбор и детальный анализ примеров, иллюстрирующих проблему и т.д.

Построение эссе - это ответ на вопрос или раскрытие темы, которое основано на классической системе доказательств.

Структура эссе

1. *Титульный лист* (заполняется по единой форме);
2. *Введение* - суть и обоснование выбора данной темы, состоит из ряда компонентов, связанных логически и стилистически.

На этом этапе очень важно правильно *сформулировать вопрос, на который вы собираетесь найти ответ в ходе своего исследования.*

3. *Основная часть* - теоретические основы выбранной проблемы и изложение основного вопроса.

Данная часть предполагает развитие аргументации и анализа, а также обоснование их, исходя из имеющихся данных, других аргументов и позиций по этому вопросу. В этом заключается основное содержание эссе и это представляет собой главную трудность. Поэтому важное значение имеют подзаголовки, на основе которых осуществляется структурирование аргументации; именно здесь необходимо обосновать (логически, используя данные или строгие рассуждения) предлагаемую аргументацию/анализ. Там, где это необходимо, в качестве аналитического инструмента можно использовать графики, диаграммы и таблицы.

В зависимости от поставленного вопроса анализ проводится на основе следующих категорий:

Причина - следствие, общее - особенное, форма - содержание, часть - целое, постоянство - изменчивость.

В процессе построения эссе необходимо помнить, что один параграф должен содержать только одно утверждение и соответствующее доказательство, подкрепленное графическим и иллюстративным материалом. Следовательно, наполняя содержанием разделы аргументацией (соответствующей подзаголовкам), необходимо в пределах параграфа ограничить себя рассмотрением одной главной мысли.

Хорошо проверенный (и для большинства — совершено необходимый) способ построения любого эссе - использование подзаголовков для обозначения ключевых моментов аргументированного изложения: это помогает посмотреть на то, что предполагается сделать (и ответить на вопрос, хорош ли замысел). Такой подход поможет следовать точно определенной цели в данном исследовании. Эффективное использование подзаголовков - не только обозначение основных пунктов, которые необходимо осветить.

Их последовательность может также свидетельствовать о наличии или отсутствии логичности в освещении темы.

4. *Заключение* - обобщения и аргументированные выводы по теме с указанием области ее применения и т.д. Подытоживает эссе или еще раз вносит пояснения, подкрепляет смысл и значение изложенного в основной части. Методы, рекомендуемые для составления заключения: повторение, иллюстрация, цитата, впечатляющее утверждение. Заключение может содержать такой очень важный, дополняющий эссе элемент, как указание на применение (импликацию) исследования, не исключая взаимосвязи с другими проблемами.

Структура аппарата доказательств, необходимых для написания эссе

Доказательство - это совокупность логических приемов обоснования истинности какого-либо суждения с помощью других истинных и связанных с ним суждений. Оно связано с убеждением, но не тождественно ему: аргументация или доказательство должны основываться на данных науки и общественно-исторической практики, убеждения же могут быть основаны на предрассудках, неосведомленности людей в вопросах экономики и политики, видимости доказательности. Другими словами, доказательство или аргументация - это рассуждение, использующее факты, истинные суждения, научные данные и убеждающее нас в истинности того, о чем идет речь.

Структура любого доказательства включает в себя три составляющие: тезис, аргументы и выводы или оценочные суждения.

Тезис - это положение (суждение), которое требуется доказать. *Аргументы* - это категории, которыми пользуются при доказательстве истинности тезиса. *Вывод* - это мнение, основанное на анализе фактов. *Оценочные суждения* - это мнения, основанные на наших убеждениях, верованиях или взглядах. *Аргументы* обычно делятся на следующие группы:

1. *Удостоверенные факты* — фактический материал (или статистические данные).
2. *Определения* в процессе аргументации используются как описание понятий, связанных с тезисом.
3. *Законы* науки и ранее доказанные теоремы тоже могут использоваться как аргументы доказательства.

Требования к фактическим данным и другим источникам

При написании эссе чрезвычайно важно то, как используются эмпирические данные и другие источники (особенно качество чтения). Все (фактические) данные соотносятся с конкретным временем и местом, поэтому прежде, чем их использовать, необходимо убедится в том, что они соответствуют необходимому для исследований времени и месту. Соответствующая спецификация данных по времени и месту — один из способов, который может предотвратить чрезмерное обобщение, результатом которого может, например, стать предположение о том, что все страны по некоторым важным аспектам одинаковы (если вы так полагаете, тогда это должно быть доказано, а не быть голословным утверждением).

Всегда можно избежать чрезмерного обобщения, если помнить, что в рамках эссе используемые данные являются иллюстративным материалом, а не заключительным актом, т.е. они подтверждают аргументы и рассуждения и свидетельствуют о том, что автор умеет использовать данные должным образом. Нельзя забывать также, что данные, касающиеся спорных вопросов, всегда подвергаются сомнению. От автора не ждут определенного или окончательного ответа. Необходимо понять сущность фактического материала, связанного с этим вопросом (соответствующие индикаторы? насколько надежны данные для построения таких индикаторов? к какому заключению можно прийти на основании имеющихся данных и индикаторов относительно причин и следствий? и т.д.), и продемонстрировать это в эссе. Нельзя ссылаться на работы, которые автор эссе не читал сам.

Как подготовить и написать эссе?

Качество любого эссе зависит от трех взаимосвязанных составляющих, таких как:

1. Исходный материал, который будет использован (конспекты прочитанной литературы, лекций, записи результатов дискуссий, собственные соображения и накопленный опыт по данной проблеме).

2. Качество обработки имеющегося исходного материала (его организация, аргументация и доводы).

3. Аргументация (насколько точно она соотносится с поднятыми в эссе проблемами).

Процесс написания эссе можно разбить на несколько стадий: обдумывание - планирование - написание - проверка - правка.

Планирование - определение цели, основных идей, источников информации, сроков окончания и представления работы.

Цель должна определять действия.

Идеи, как и цели, могут быть конкретными и общими, более абстрактными. Мысли, чувства, взгляды и представления могут быть выражены в форме аналогий, ассоциации, предположений, рассуждений, суждений, аргументов, доводов и т.д.

Аналогии - выявление идеи и создание представлений, связь элементов значений.

Ассоциации - отражение взаимосвязей предметов и явлений действительности в форме закономерной связи между нервно - психическими явлениями (в ответ на тот или иной словесный стимул выдать «первую пришедшую в голову» реакцию).

Предположения - утверждение, не подтвержденное никакими доказательствами.

Рассуждения - формулировка и доказательство мнений.

Аргументация - ряд связанных между собой суждений, которые высказываются для того, чтобы убедить читателя (слушателя) в верности (истинности) тезиса, точки зрения, позиции.

Суждение - фраза или предложение, для которого имеет смысл вопрос: истинно или ложно?

Доводы - обоснование того, что заключение верно абсолютно или с какой-либо долей вероятности. В качестве доводов используются факты, ссылки на авторитеты, заведомо истинные суждения (законы, аксиомы и т.п.), доказательства (прямые, косвенные, «от противного», «методом исключения») и т.д.

Перечень, который получится в результате перечисления идей, поможет определить, какие из них нуждаются в особенной аргументации.

*Источники***.** Тема эссе подскажет, где искать нужный материал. Обычно пользуются библиотекой, Интернет-ресурсами, словарями, справочниками. Пересмотр означает редактирование текста с ориентацией на качество и эффективность.

Качество текста складывается из четырех основных компонентов: ясности мысли, внятности, грамотности и корректности.

Мысль - это содержание написанного. Необходимо четко и ясно формулировать идеи, которые хотите выразить, в противном случае вам не удастся донести эти идеи и сведения до окружающих.

Внятность - это доступность текста для понимания. Легче всего ее можно достичь, пользуясь логично и последовательно тщательно выбранными словами, фразами и взаимосвязанными абзацами, раскрывающими тему.

Грамотность отражает соблюдение норм грамматики и правописания. Если в чем-то сомневаетесь, загляните в учебник, справьтесь в словаре или руководстве по стилистике или дайте прочитать написанное человеку, чья манера писать вам нравится.

Корректность — это стиль написанного. Стиль определятся жанром, структурой работы, целями, которые ставит перед собой пишущий, читателями, к которым он обращается.

5. Методические рекомендации по подготовке семинарским занятиям

Семинар представляет собой комплексную форму и завершающее звено в изучении определенных тем, предусмотренных программой учебной дисциплины. Комплексность данной формы занятий определяется тем, что в ходе её проведения сочетаются выступления обучающихся и преподавателя: рассмотрение обсуждаемой проблемы и анализ различных, часто дискуссионных позиций; обсуждение мнений обучающихся и разъяснение (консультация) преподавателя; углубленное изучение теории и приобретение навыков умения ее использовать в практической работе.

По своему назначению семинар, в процессе которого обсуждается та или иная научная проблема, способствует:

- углубленному изучению определенного раздела учебной дисциплины, закреплению знаний;
- отработке методологии и методических приемов познания;
- выработке аналитических способностей, умения обобщения и формулирования выводов;
- приобретению навыков использования научных знаний в практической деятельности;
- выработке умения кратко, аргументированно и ясно излагать обсуждаемые вопросы;
- осуществлению контроля преподавателя за ходом обучения.

Семинары представляет собой *дискуссию* в пределах обсуждаемой темы (проблемы). Дискуссия помогает участникам семинара приобрести более совершенные знания, проникнуть в суть изучаемых проблем. Выработать методологию, овладеть методами анализа социально-экономических процессов. Обсуждение должно носить творческий характер с четкой и убедительной аргументацией.

По своей структуре семинар начинается со вступительного слова преподавателя, в котором кратко излагаются место и значение обсуждаемой темы (проблемы) в данной дисциплине, напоминаются порядок и направления ее обсуждения. Конкретизируется ранее известный обучающимся план проведения занятия. После этого начинается процесс обсуждения вопросов обучающимися. Завершается занятие подведением итога обсуждения, заключительным словом преподавателя.

Проведение семинарских занятий в рамках учебной группы (20 - 25 человек) позволяет обеспечить активное участие в обсуждении проблемы всех присутствующих.

По ходу обсуждения темы помните, что изучение теории должно быть связано с определением (выработкой) средств, путей применения теоретических положений в практической деятельности, например, при выполнении функций государственного служащего. В то же время важно не свести обсуждение научной проблемы только к пересказу случаев из практики работы, к критике имеющих место недостатков. Дискуссии имеют важное значение: учат дисциплине ума, умению выступать по существу, мыслить логически, выделяя главное, критически оценивать выступления участников семинара.

В процессе проведения семинара обучающиеся могут использовать разнообразные по своей форме и характеру пособия, демонстрируя фактический, в том числе статистический материал, убедительно подтверждающий теоретические выводы и положения. В завершение обсудите результаты работы семинара и сделайте выводы, что хорошо усвоено, а над чем следует дополнительно поработать.

В целях эффективности семинарских занятий необходима обстоятельная подготовка к их проведению. В начале семестра (учебного года) возьмите в библиотеке необходимые методические материалы для своевременной подготовки к семинарам. Готовясь к конкретной теме занятия следует ознакомиться с новыми официальными документами, статьями в периодических журналах, вновь вышедшими монографиями.

6. Методические рекомендации по подготовке к дискуссии

Современная практика предлагает широкий круг типов семинарских занятий. Среди них особое место занимает *семинар-дискуссия,* где в диалоге хорошо усваивается новая информация, видны убеждения студента, обсуждаются противоречия (явные и скрытые) и недостатки. Для обсуждения берутся конкретные актуальные вопросы, с которыми студенты предварительно ознакомлены. Дискуссия является одной из наиболее эффективных технологий группового взаимодействия, обладающей особыми возможностями в обучении, развитии и воспитании будущего специалиста.

Дискуссия (от лат. discussio - рассмотрение, исследование) - способ организации совместной деятельности с целью интенсификации процесса принятия решений в группе посредством обсуждения какого-либо вопроса или проблемы.

Дискуссия обеспечивает активное включение студентов в поиск истины; создает условия для открытого выражения ими своих мыслей, позиций, отношений к обсуждаемой теме и обладает особой возможностью воздействия на установки ее участников в процессе группового взаимодействия. Дискуссию можно рассматривать как *метод интерактивного обучения* и как особую технологию, включающую в себя другие методы и приемы обучения: «мозговой штурм», «анализ ситуаций» и т.д.

Обучающий эффект дискуссии определяется предоставляемой участнику возможностью получить разнообразную информацию от собеседников, продемонстрировать и повысить свою компетентность, проверить и уточнить свои представления и взгляды на обсуждаемую проблему, применить имеющиеся знания в процессе совместного решения учебных и профессиональных задач.

Развивающая функция дискуссии связана со стимулированием творчества обучающихся, развитием их способности к анализу информации и аргументированному, логически выстроенному доказательству своих идей и взглядов, с повышением коммуникативной активности студентов, их эмоциональной включенности в учебный процесс.

Влияние дискуссии на личностное становление студента обусловливается ее целостно - ориентирующей направленностью, созданием благоприятных условий для проявления индивидуальности, самоопределения в существующих точках зрения на определенную проблему, выбора своей позиции; для формирования умения взаимодействовать с другими, слушать и слышать окружающих, уважать чужие убеждения, принимать оппонента, находить точки соприкосновения, соотносить и согласовывать свою позицию с позициями других участников обсуждения.

Безусловно, наличие оппонентов, противоположных точек зрения всегда обостряет дискуссию, повышает ее продуктивность, позволяет создавать с их помощью конструктивный конфликт для более эффективного решения обсуждаемых проблем.

Существует несколько видов дискуссий, использование того или иного типа дискуссии зависит от характера обсуждаемой проблемы и целей дискуссии.

Дискуссия- диалог чаще всего применяется для совместного обсуждения учебных и производственных проблем, решение которых может быть достигнуто путем взаимодополнения, группового взаимодействия по принципу «индивидуальных вкладов» или на основе согласования различных точек зрения, достижения консенсуса.

Дискуссия - спор используется для всестороннего рассмотрения сложных проблем, не имеющих однозначного решения даже в науке, социальной, политической жизни, производственной практике и т.д. Она построена на принципе «позиционного противостояния» и ее цель - не столько решить проблему, сколько побудить участников дискуссии задуматься над проблемой, уточнить и определить свою позицию; научить аргументировано отстаивать свою точку зрения и в то же время осознать право других иметь свой взгляд на эту проблему, быть индивидуальностью.

Условия эффективного проведения дискуссии:

- информированность и подготовленность студентов к дискуссии,

- свободное владение материалом, привлечение различных источников для аргументации отстаиваемых положений;

- правильное употребление понятий, используемых в дискуссии, их единообразное понимание;

- корректность поведения, недопустимость высказываний, задевающих личность оппонента; установление регламента выступления участников;

- полная включенность группы в дискуссию, участие каждого студента в ней.

Подготовка студентов к дискуссии: если тема объявлена заранее, то следует ознакомиться с указанной литературой, необходимыми справочными материалами, продумать свою позицию, четко сформулировать аргументацию, выписать цитаты, мнения специалистов.

В проведении дискуссии выделяется несколько этапов.

Этап 1-й, введение в дискуссию: формулирование проблемы и целей дискуссии; определение значимости проблемы, совместная выработка правил дискуссии; выяснение однозначности понимания темы дискуссии, используемых в ней терминов, понятий.

Этап 2-й, обсуждение проблемы: обмен участниками мнениями по каждому вопросу. Цель этапа - собрать максимум мнений, идей, предложений, соотнося их друг с другом.

Этап 3-й, подведение итогов обсуждения: выработка студентами согласованного мнения и принятие группового решения.

Далее подводятся итоги дискуссии, заслушиваются и защищаются проектные задания. После этого проводится "мозговой штурм" по нерешенным проблемам дискуссии, а также выявляются прикладные аспекты, которые можно рекомендовать для включения в курсовые и дипломные работы или в апробацию на практике.

Семинары-дискуссии проводятся с целью выявления мнения студентов по актуальным и проблемным вопросам.

7. Методические рекомендации по написанию реферата

Слово "реферат" (от латинского – referre – докладывать, сообщать) означает сжатое изложение в устной или письменной форме содержания какого–либо вопроса или темы на основе критического обзора информации.

Написание реферата - вид самостоятельной работы студента, содержащий информацию, дополняющую и развивающую основную тему, изучаемую на аудиторных занятиях. Реферат может включать обзор нескольких источников и служить основой для доклада на семинарах, конференциях.

При подготовке реферата необходимо соблюдать следующие правила.

Ясно и четко сформулировать цель и задачи реферата, отражающие тему или решение проблемы.

Найти литературу по выбранной теме; составить перечень источников, обязательных к прочтению.

Только после предварительной подготовки следует приступать к написанию реферата. Прежде всего, составить план, выделить в нем части.

Введение. В этом разделе раскрывается цель и задачи работы; здесь необходимо сформулировать проблему, которая будет проанализирована в реферате, изложить своё отношение к ней, то есть мотивацию выбора; определить особенность постановки данной проблемы авторами изученной литературы; объяснить актуальность и социальную значимость выбранной темы.

Основная часть. Разделы, главы, параграфы основной части должны быть направлены на рассмотрение узловых моментов в теме реферата. Изложение содержания изученной литературы предполагает его критическое осмысление, глубокий логический анализ.

Каждый раздел основной части реферата предполагает детальное изучение отдельного вопроса темы и последовательное изложение структуры текстового материала с обязательными ссылками на первоисточник. В целом, содержание основной части должно отражать позиции отдельных авторов, сравнительную характеристику этих позиций, выделение узловых вопросов дискурса по выбранной для исследования теме.

Заключение. В заключении автор реферата должен сформулировать личную позицию в отношении изученной проблемы и предложить, может быть, свои способы её решения. Целесообразно сделать общие выводы по теме реферата и ещё раз отметить её актуальность и социальную значимость.

Список использованных источников и литературы.

Написание рефератов является одной из форм обучения студентов, направленной на организацию и повышение уровня самостоятельной работы, а также на усиление контроля за этой работой.

В отличие от теоретических семинаров, при проведении которых приобретаются, в частности, навыки высказывания своих суждений и изложения мнений других авторов в устной форме, написание рефератов формирует навыки изложения своих мыслей в письменной форме грамотным языком, хорошим стилем.

В зависимости от содержания и назначения в учебном процессе рефераты можно подразделить на два основных типа: научно-проблемные и обзорно-информационные.

Научно-проблемный реферат. При написании такого реферата следует изучить и кратко изложить имеющиеся в литературе суждения по определенному, спорному в теории, вопросу (проблеме) по данной теме, высказать по этому вопросу (проблеме) собственную точку зрения с соответствующим ее обоснованием.

Обзорно-информационный реферат. Разновидностями такого реферата могут быть следующие:

1) краткое изложение основных положений той или иной книги, монографии, содержащих материалы, относящиеся к изучаемой теме по курсу дисциплины;

2) подбор и краткое изложение содержания статей по определенной проблеме (теме, вопросу), опубликованных в различных журналах за определенный период, либо в сборниках («научных трудах», «ученых записках» и т.д.).

Темы рефератов определяются преподавателем. Литература либо рекомендуется преподавателем, либо подбирается аспирантами самостоятельно, что является одним из элементов самостоятельной работы.

Объем реферата должен быть в пределах 15 страниц машинописного текста через 1,5 интервала. При оформлении реферата необходимо ориентироваться на правила и установленные стандарты для учебных и научных работ.

Реферат сдается в указанные преподавателем сроки.

Критерии оценивания:

- достижение поставленной цели и задач исследования (новизна и актуальность поставленных в реферате проблем, правильность формулирования цели, определения задач исследования, правильность выбора методов решения задач и реализации цели; соответствие выводов решаемым задачам, поставленной цели, убедительность выводов);
- уровень эрудированности автора по изученной теме (знание автором состояния изучаемой проблематики, цитирование источников, степень использования в работе результатов исследований);
- личные заслуги автора реферата (новые знания, которые получены помимо основной образовательной программы, новизна материала и рассмотренной проблемы, научное значение исследуемого вопроса);
- культура письменного изложения материала (логичность подачи материала, грамотность автора);
- культура оформления материалов работы (соответствие реферата всем стандартным требованиям);
- знания и умения на уровне требований стандарта данной дисциплины: знание фактического материала, усвоение общих понятий и идей;
- степень обоснованности аргументов и обобщений (полнота, глубина, всестороннее раскрытие темы, корректность аргументации и системы доказательств, характер и достоверность примеров, иллюстративного материала, наличие знаний интегрированного характера, способность к обобщению);
- качество и ценность полученных результатов (степень завершенности реферативного исследования, спорность или однозначность выводов);
- корректное использование литературных источников, грамотное оформление ссылок.

8. Методические рекомендации по подготовке к сдаче экзаменов и зачетов

Экзамен (зачет) - одна из важнейших частей учебного процесса, имеющая огромное значение.

Во-первых, готовясь к экзамену, студент приводит в систему знания, полученные на лекциях, семинарах, практических и лабораторных занятиях, разбирается в том, что осталось непонятным, и тогда изучаемая им дисциплина может быть воспринята в полном объеме с присущей ей строгостью и логичностью, ее практической направленностью. А это чрезвычайно важно для будущего специалиста.

Во-вторых, каждый хочет быть волевым и сообразительным., выдержанным и целеустремленным, иметь хорошую память, научиться быстро находить наиболее рациональное решение в трудных ситуациях. Очевидно, что все эти качества не только украшают человека, но и делают его наиболее действенным членом коллектива. Подготовка и сдача экзамена помогают студенту глубже усвоить изучаемые дисциплины, приобрести навыки и качества, необходимые хорошему специалисту.

Конечно, успех на экзамене во многом обусловлен тем, насколько систематически и глубоко работал студент в течение семестра. Совершенно очевидно, что серьезно продумать и усвоить содержание изучаемых дисциплин за несколько дней подготовки к экзамену просто невозможно даже для очень способного студента. И, кроме того, хорошо известно, что быстро выученные на память разделы учебной дисциплины так же быстро забываются после сдачи экзамена.

При подготовке к экзамену студенты не только повторяют и дорабатывают материал дисциплины, которую они изучали в течение семестра, они обобщают полученные знания, осмысливают методологию предмета, его систему, выделяют в нем основное и главное, воспроизводят общую картину с тем, чтобы яснее понять связь между отдельными элементами дисциплины. Вся эта обобщающая работа проходит в условиях напряжения воли и сознания, при значительном отвлечении от повседневной жизни, т. е. в условиях, благоприятствующих пониманию и запоминанию.

Подготовка к экзаменам состоит в приведении в порядок своих знаний. Даже самые способные студенты не в состоянии в короткий период зачетно-экзаменационной сессии усвоить материал целого семестра, если они над ним не работали в свое время. Для тех, кто мало занимался в семестре, экзамены принесут мало пользы: что быстро пройдено, то быстро и забудется. И хотя в некоторых случаях студент может «проскочить» через экзаменационный барьер, в его подготовке останется серьезный пробел, трудно восполняемый впоследствии.

Определив назначение и роль экзаменов в процессе обучения, попытаемся на этой основе пояснить, как лучше готовиться к ним.

Экзаменам, как правило, предшествует защита курсовых работ (проектов) и сдача зачетов. К экзаменам допускаются только студенты, защитившие все курсовые работы проекты) и сдавшие все зачеты. В вузе сдача зачетов организована так, что при систематической работе в течение семестра, своевременной и успешной сдаче всех текущих работ, предусмотренных графиком учебного процесса, большая часть зачетов не вызывает повышенной трудности у студента. Студенты, работавшие в семестре по плану, подходят к экзаменационной сессии без напряжения, без излишней затраты сил в последнюю, «зачетную» неделю.

Подготовку к экзамену следует начинать с первого дня изучения дисциплины. Как правило, на лекциях подчеркиваются наиболее важные и трудные вопросы или разделы дисциплины, требующие внимательного изучения и обдумывания. Нужно эти вопросы выделить и обязательно постараться разобраться в них, не дожидаясь экзамена, проработать их, готовясь к семинарам, практическим или лабораторным занятиям, попробовать самостоятельно решить несколько типовых задач. И если, несмотря на это,

часть материала осталась неусвоенной, ни в коем случае нельзя успокаиваться, надеясь на то, что это не попадется на экзамене. Факты говорят об обратном; если те или другие вопросы учебной дисциплины не вошли в экзаменационный билет, преподаватель может их задать (и часто задает) в виде дополнительных вопросов.

Точно такое же отношение должно быть выработано к вопросам и задачам, перечисленным в программе учебной дисциплины, выдаваемой студентам в начале семестра. Обычно эти же вопросы и аналогичные задачи содержатся в экзаменационных билетах. Не следует оставлять без внимания ни одного раздела дисциплины: если не удалось в чем-то разобраться самому, нужно обратиться к товарищам; если и это не помогло выяснить какой-либо вопрос до конца, нужно обязательно задать этот вопрос преподавателю на предэкзаменационной консультации. Чрезвычайно важно приучить себя к умению самостоятельно мыслить, учиться думать, понимать суть дела. Очень полезно после проработки каждого раздела восстановить в памяти содержание изученного материала. кратко записав это на листе бумаги. создать карту памяти (умственную карту), изобразить необходимые схемы и чертежи (логико-графические схемы), например, отобразить последовательность вывода теоремы или формулы. Если этого не сделать, то большая часть материала останется не понятой, а лишь формально заученной, и при первом же вопросе экзаменатора студент убедится в том, насколько поверхностно он усвоил материал.

В период экзаменационной сессии происходит резкое изменение режима работы, отсутствует посещение занятий по расписанию. При всяком изменении режима работы очень важно скорее приспособиться к новым условиям. Поэтому нужно сразу выбрать такой режим работы, который сохранился бы в течение всей сессии, т. е. почти на месяц. Необходимо составить для себя новый распорядок дня, чередуя занятия с отдыхом. Для того чтобы сократить потерю времени на включение в работу, рабочие периоды целесообразно делать длительными, разделив день примерно на три части: с утра до обеда, с обеда до ужина и от ужина до сна.

Каждый рабочий период дня надо заканчивать отдыхом. Наилучший отдых в период экзаменационной сессии - прогулка, кратковременная пробежка или какой-либо неутомительный физический труд.

При подготовке к экзаменам основное направление дают программа учебной дисциплины и студенческий конспект, которые указывают, что наиболее важно знать и уметь делать. Основной материал должен прорабатываться по учебнику (если такой имеется) и учебным пособиям, так как конспекта далеко недостаточно для изучения дисциплины. Учебник должен быть изучен в течение семестра, а перед экзаменом сосредоточьте внимание на основных, наиболее сложных разделах. Подготовку по каждому разделу следует заканчивать восстановлением по памяти его краткого содержания в логической последовательности.

За один - два дня до экзамена назначается консультация. Если ее правильно использовать, она принесет большую пользу. Во время консультации студент имеет полную возможность получить ответ на нее ни ясные ему вопросы. А для этого он должен проработать до консультации все темы дисциплины. Кроме того, преподаватель будет отвечать на вопросы других студентов, что будет для вас повторением и закреплением знаний. И еще очень важное обстоятельство: преподаватель на консультации, как правило, обращает внимание на те вопросы, по которым на предыдущих экзаменах ответы были неудовлетворительными, а также фиксирует внимание на наиболее трудных темах дисциплины. Некоторые студенты не приходят на консультации либо потому, что считают, что у них нет вопросов к преподавателю, либо полагают, что у них и так мало времени и лучше самому прочитать материал в конспекте или и учебнике. Это глубокое заблуждение. Никакая другая работа не сможет принести столь значительного эффекта накануне экзамена, как консультация преподавателя.

Но консультация не может возместить отсутствия длительной работы в течение семестра и помочь за несколько часов освоить материал, требующийся к экзамену. На консультации студент получает ответы на трудные или оставшиеся неясными вопросы и, следовательно, дорабатывается материал. Консультации рекомендуется посещать, подготовив к ним все вопросы, вызывающие сомнения. Если студент придет на консультацию, не проработав всего материала, польза от такой консультации будет невелика.

Итак, *основные советы* для подготовки к сдаче зачетов и экзаменов состоят в следующем:

- лучшая подготовка к зачетам и экзаменам - равномерная работа в течение всего семестра;
- используйте программы учебных дисциплин - это организует вашу подготовку к зачетам и экзаменам;
- учитывайте, что для полноценного изучения учебной дисциплины необходимо время;
- составляйте планы работы во времени;
- работайте равномерно и ритмично;
- курсовые работы (проекты) желательно защищать за одну - две недели до начала зачетно-экзаменационной сессии;
- все зачеты необходимо сдавать до начала экзаменационной сессии;
- помните, что конспект не заменяет учебник и учебные пособия, а помогает выбрать из него основные вопросы и ответы;
- при подготовке наибольшее внимание и время уделяйте трудным и непонятным вопросам учебной дисциплины;
- грамотно используйте консультации;
- соблюдайте правильный режим труда и отдыха во время сессии, это сохранит работоспособность и даст хорошие результаты;
- учитесь владеть собой на зачете и экзамене;
- учитесь точно и кратко передавать свои мысли, поясняя их, если нужно, логико-графическими схемами.

Очень важным условием для правильного режима работы в период экзаменационной сессии является нормальный сон, иначе в день экзамена не будет чувства бодрости и уверенности.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Методические указания по выполнению самостоятельной работы обучающихся являются неотъемлемой частью процесса обучения в вузе. Правильная организация самостоятельной работы позволяет обучающимся развивать умения и навыки в усвоении и систематизации приобретаемых знаний, обеспечивает высокий уровень успеваемости в период обучения, способствует формированию навыков совершенствования профессионального мастерства. Также внеаудиторное время включает в себя подготовку к аудиторным занятиям и изучение отдельных тем, расширяющих и углубляющих представления обучающихся по разделам изучаемой дисциплины.

Таким образом, обучающийся используя методические указания может в достаточном объеме усвоить и успешно реализовать конкретные знания, умения, навыки и получить опыт при выполнении следующих условий:

1) систематическая самостоятельная работа по закреплению полученных знаний и навыков;

2) добросовестное выполнение заданий;

3) выяснение и уточнение отдельных предпосылок, умозаключений и выводов, содержащихся в учебном курсе;

4) сопоставление точек зрения различных авторов по затрагиваемым в учебном курсе проблемам; выявление неточностей и некорректного изложения материала в периодической и специальной литературе;

Контроль результатов внеаудиторной самостоятельной работы студентов осуществляется в пределах времени, отведенного на обязательные учебные занятия по дисциплине

Автор: Гладкова И. В., доцент, к. ф. н.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Долгоруков А. Метод case-study как современная технология профессионально - ориентированного обучения [Электронный ресурс]. Режим доступа: //http://evolkov.net/case/case.study.html/

2. Методические рекомендации по написанию реферата. [Электронный ресурс]. Режим доступа: http://www.hse.spb.ru/edu/recommendations/method-referat-2005.phtml

3. Фролова Н. А. Реферирование и аннотирование текстов по специальности (на материале немецкого языка): Учеб. пособие / ВолгГТУ, Волгоград, 2006. - С.5.