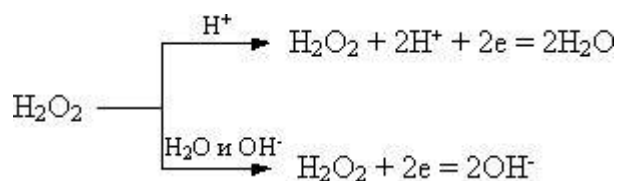
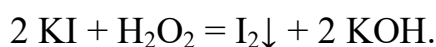


Пероксид водорода в зависимости от среды восстанавливается по-разному:



При этом в результате реакций образуется вода или гидроксид-ионы:



Задания для самостоятельной работы

Расставьте коэффициенты уравнениях методом полуреакций. Укажите окислитель и восстановитель.

Вариант 1.

- 1) $\text{Zn} + \text{H}_2\text{SO}_{4(\text{конц.})} \rightarrow \text{ZnSO}_4 + \text{SO}_2\uparrow + \text{H}_2\text{O}$
- 2) $\text{Br}_2 + \text{KOH} \rightarrow \text{KBr} + \text{KBrO}_3 + \text{H}_2\text{O}$
- 3) $\text{K}_2\text{Cr}_2\text{O}_7 + \text{H}_2\text{SO}_4 + \text{H}_2\text{O}_2 \rightarrow \text{O}_2\uparrow + \text{Cr}_2(\text{SO}_4)_3 + \text{K}_2\text{SO}_4 + \text{H}_2\text{O}$
- 4) $\text{C}_3\text{H}_6 + \text{KMnO}_4 + \text{H}_2\text{O} \rightarrow \text{MnO}_2\downarrow + \text{C}_2\text{H}_6(\text{OH})_2 + \text{KOH}$

Вариант 2

- 1) $\text{Zn} + \text{H}_2\text{SO}_{4(\text{конц.})} \rightarrow \text{ZnSO}_4 + \text{S}\downarrow + \text{H}_2\text{O}$
- 2) $\text{S} + \text{KOH} \rightarrow \text{K}_2\text{S} + \text{K}_2\text{SO}_3 + \text{H}_2\text{O}.$
- 3) $\text{BaS} + \text{HNO}_{3(\text{конц.})} \rightarrow \text{Ba}(\text{NO}_3)_2 + \text{S}\downarrow + \text{NO}_2\uparrow + \text{H}_2\text{O}$
- 4) $\text{CH}_2=\text{C}(\text{CH}_3)_2 + \text{KMnO}_4 + \text{H}_2\text{SO}_4 \rightarrow \text{MnSO}_4 + \text{K}_2\text{SO}_4 + \text{CH}_3(\text{CO})\text{CH}_3 + \text{H}_2\text{O} + \text{CO}_2\uparrow$

Вариант 3

- 1) $\text{Zn} + \text{H}_2\text{SO}_{4(\text{конц.})} \rightarrow \text{ZnSO}_4 + \text{H}_2\text{S}\uparrow + \text{H}_2\text{O}$
- 2) $\text{NO}_2 + \text{NaOH} \rightarrow \text{NaNO}_2 + \text{NaNO}_3 + \text{H}_2\text{O}$
- 3) $\text{CrCl}_3 + \text{Cl}_2 + \text{H}_2\text{O} \rightarrow \text{K}_2\text{Cr}_2\text{O}_7 + \text{HCl}$
- 4) $\text{CH}_3\text{C}=\text{C}(\text{CH}_3)_2 + \text{KMnO}_4 + \text{H}_2\text{SO}_4 \rightarrow \text{MnSO}_4 + \text{K}_2\text{SO}_4 + \text{CH}_3(\text{CO})\text{CH}_3 + \text{H}_2\text{O} + \text{CH}_3\text{COOH}$

Вариант 4

- 1) $\text{Al} + \text{H}_2\text{SO}_{4(\text{конц., гор.})} \rightarrow \text{Al}_2(\text{SO}_4)_3 + \text{H}_2\text{S}\uparrow + \text{H}_2\text{O}$

- 2) $\text{AuCl}_3 + \text{H}_2\text{O}_2 + \text{KOH} \rightarrow \text{Au} + \text{H}_2\text{O} + \text{O}_2\uparrow + \text{KCl}$
- 3) $\text{KMnO}_4 + \text{Fe}(\text{OH})_2 + \text{H}_2\text{O} \rightarrow \text{MnO}_2\downarrow + \text{Fe}(\text{OH})_3\downarrow + \text{KOH}$
- 4) $\text{C}_5\text{H}_{10} + \text{KMnO}_4 + \text{H}_2\text{SO}_4 \rightarrow \text{MnSO}_4 + \text{K}_2\text{SO}_4 + \text{H}_2\text{O} + \text{C}_2\text{H}_5\text{COOH} + \text{CH}_3\text{COOH}$

Вариант 5

- 1) $\text{Ag} + \text{H}_2\text{SO}_{4(\text{конц., гор.})} \rightarrow \text{Ag}_2\text{SO}_4\downarrow + \text{SO}_2\uparrow + 2\text{H}_2\text{O}$
- 2) $\text{NH}_4\text{HS} + \text{HNO}_{3(\text{конц.})} \rightarrow \text{S}\downarrow + 2\text{NO}_2\uparrow + \text{NH}_4\text{NO}_3 + 2\text{H}_2\text{O}$
- 3) $\text{MnSO}_4 + \text{H}_2\text{O}_2 + \text{KOH} \rightarrow \text{MnO}_2\downarrow + \text{K}_2\text{SO}_4 + \text{H}_2\text{O}$
- 4) $\text{C}_6\text{H}_{12} + \text{KMnO}_4 + \text{H}_2\text{SO}_4 \rightarrow \text{MnSO}_4 + \text{K}_2\text{SO}_4 + \text{H}_2\text{O} + \text{C}_2\text{H}_5\text{COOH}$

Вариант 6

- 1) $\text{Bi} + \text{H}_2\text{SO}_4 \rightarrow \text{Bi}_2(\text{SO}_4)_3 + \text{SO}_2\uparrow + \text{H}_2\text{O}$
- 2) $\text{CuS} + \text{HNO}_3 \rightarrow \text{NO}_2\uparrow + \text{CuSO}_4 + \text{H}_2\text{O}$
- 3) $\text{C} + \text{H}_2\text{SO}_{4(\text{конц.})} + \text{K}_2\text{Cr}_2\text{O}_{7(\text{конц.})} \rightarrow \text{CO}_2\uparrow + \text{Cr}_2(\text{SO}_4)_3 + \text{K}_2\text{SO}_4 + \text{H}_2\text{O}$
- 4) $\text{HCOH} + \text{NaOH} + \text{I}_2 \rightarrow \text{HCOONa} + \text{NaI} + \text{H}_2\text{O}$

Вариант 7

- 1) $\text{Ag} + \text{HNO}_{3(\text{разб.})} \rightarrow \text{AgNO}_3 + \text{NO}\uparrow + \text{H}_2\text{O}$
- 2) $\text{Cr}_2(\text{SO}_4)_3 + \text{Br}_2 + \text{KOH} \rightarrow \text{K}_2\text{CrO}_4 + \text{KBr} + \text{K}_2\text{SO}_4 + \text{H}_2\text{O}$
- 3) $\text{Br}_2 + \text{S} + \text{H}_2\text{O} \rightarrow \text{H}_2\text{SO}_4 + \text{HBr}$
- 4) $\text{CH}_3\text{C}\equiv\text{CCH}_3 + \text{KMnO}_4 + \text{H}_2\text{SO}_4 \rightarrow \text{MnSO}_4 + \text{K}_2\text{SO}_4 + \text{CH}_3\text{COOH} + \text{H}_2\text{O}$

Вариант 8

- 1) $\text{Ba} + \text{HNO}_{3(\text{разб.})} \rightarrow \text{Ba}(\text{NO}_3)_2 + \text{N}_2\text{O}\uparrow + \text{H}_2\text{O}$
- 2) $\text{MnO}_2 + \text{HCl} \rightarrow \text{MnCl}_2 + \text{H}_2\text{O} + \text{Cl}_2\uparrow$
- 3) $\text{As}_2\text{O}_3 + \text{NaOH} + \text{NaNO}_3 \rightarrow \text{Na}_3\text{AsO}_4 + \text{NaNO}_2 + \text{H}_2\text{O}$
- 4) $\text{C}_6\text{H}_5\text{-CH}_3 + \text{KMnO}_4 \rightarrow \text{C}_6\text{H}_5\text{COOK} + \text{KOH} + \text{MnO}_2\downarrow + \text{H}_2\text{O}$

Вариант -9

- 1) $\text{Be} + \text{HNO}_{3(\text{разб., гор.})} \rightarrow \text{Be}(\text{NO}_3)_2 + \text{NO}\uparrow + \text{H}_2\text{O}$
- 2) $\text{P} + \text{H}_2\text{SO}_4 \rightarrow \text{H}_3\text{PO}_4 + \text{SO}_2\uparrow + \text{H}_2\text{O}$
- 3) $\text{Bi}(\text{NO}_3)_3 + \text{NaClO} + \text{NaOH}_{(\text{конц.})} \rightarrow \text{NaBiO}_3\downarrow + \text{NaNO}_3 + \text{NaCl} + \text{H}_2\text{O}$
- 4) $\text{C}_6\text{H}_5\text{-C}_2\text{H}_5 + \text{KMnO}_4 \rightarrow \text{C}_6\text{H}_5\text{COOK} + \text{K}_2\text{CO}_3 + \text{MnO}_2 + \text{H}_2\text{O}$

Вариант 10

- 1) $\text{Cd} + \text{HNO}_{3(\text{конц.})} \rightarrow \text{Cd}(\text{NO}_3)_2 + \text{NO}_2\uparrow + 2\text{H}_2\text{O}$
- 2) $\text{AlBr}_{3(\text{тв.})} + \text{H}_2\text{SO}_{4(\text{конц.})} \rightarrow \text{Al}_2(\text{SO}_4)_3 + \text{Br}_2 + \text{SO}_2\uparrow + \text{H}_2\text{O}$
- 3) $\text{AsH}_3 + \text{NaOH}_{(\text{разб.})} + \text{NaClO} \rightarrow \text{Na}_3\text{AsO}_4 + \text{NaCl} + \text{H}_2\text{O}$
- 4) $\text{C}_6\text{H}_5\text{-CH}_3 + \text{KMnO}_4 + \text{H}_2\text{SO}_4 \rightarrow \text{MnSO}_4 + \text{K}_2\text{SO}_4 + \text{C}_6\text{H}_5\text{-COOH} + \text{H}_2\text{O}$

Вариант 11

- 1) $\text{Ca} + \text{HNO}_{3(\text{разб.})} \rightarrow \text{Ca}(\text{NO}_3)_2 + \text{N}_2\text{O}\uparrow + \text{H}_2\text{O}$
- 2) $\text{NH}_4\text{I}_{(\text{твр.})} + \text{H}_2\text{SO}_{4(\text{конц.})} \rightarrow \text{I}_2\downarrow + \text{H}_2\text{S}\uparrow + \text{H}_2\text{O} + \text{NH}_4\text{HSO}_4$
- 3) $\text{Bi}(\text{OH})_3 + \text{KOH}_{(\text{конц.})} + \text{KMnO}_4 \rightarrow \text{KBiO}_3\downarrow + \text{K}_2\text{MnO}_4 + \text{H}_2\text{O}$
- 4) $\text{C}_6\text{H}_5\text{-CH}(\text{CH}_3)_2 + \text{KMnO}_4 + \text{H}_2\text{SO}_4 \rightarrow \text{MnSO}_4 + \text{K}_2\text{SO}_4 + \text{C}_6\text{H}_5\text{-COOH} + \text{H}_2\text{O} + \text{CO}_2\uparrow$

Вариант 12

- 1) $\text{Ba} + \text{HNO}_{3(\text{оч. разб.})} \rightarrow \text{Ba}(\text{NO}_3)_2 + \text{NH}_4\text{NO}_3 + \text{H}_2\text{O}$
- 2) $\text{Au}_2\text{S}_3 + \text{HNO}_{3(\text{конц.})} \rightarrow \text{Au}\downarrow + \text{H}_2\text{SO}_4 + \text{NO}_2\uparrow + \text{H}_2\text{O}$
- 3) $\text{HBrO}_3 + \text{H}_2\text{O} + \text{S} \rightarrow \text{HBr} + \text{H}_2\text{SO}_4$
- 4) $\text{C}_6\text{H}_5\text{-CH}_3 + \text{K}_2\text{Cr}_2\text{O}_4 + \text{H}_2\text{SO}_4 \rightarrow \text{Cr}_2(\text{SO}_4)_3 + \text{K}_2\text{SO}_4 + \text{C}_6\text{H}_5\text{-COOH} + \text{H}_2\text{O}$

Вариант 13

- 1) $\text{Bi} + \text{HNO}_{3(\text{разб.})} \rightarrow \text{Bi}(\text{NO}_3)_3 + \text{NO}\uparrow + \text{H}_2\text{O}$
- 2) $\text{PbO}_2 + \text{HCl} \rightarrow \text{PbCl}_2 + \text{Cl}_2 + \text{H}_2\text{O}$
- 3) $\text{AsH}_3 + \text{H}_2\text{O} + \text{AgNO}_3 \rightarrow \text{As}_2\text{O}_3\downarrow + \text{Ag}\downarrow + \text{HNO}_3$
- 4) $\text{CH}_3\equiv\text{CCH}_3 + \text{KMnO}_4 + \text{H}_2\text{SO}_4 \rightarrow \text{MnSO}_4 + \text{K}_2\text{SO}_4 + \text{CH}_3\text{COOH} + \text{H}_2\text{O} + \text{CO}_2$

Вариант 14

- 1) $\text{Cd} + \text{HNO}_{3(\text{конц.})} \rightarrow \text{Cd}(\text{NO}_3)_2 + \text{NO}_2\uparrow + \text{H}_2\text{O}$
- 2) $\text{C}_2\text{N}_2 + \text{KOH} \rightarrow \text{KCN} + \text{KCNO} + \text{H}_2\text{O}$
- 3) $\text{H}_2\text{SO}_3 + \text{I}_2 + \text{H}_2\text{O} \rightarrow \text{H}_2\text{SO}_4 + \text{HI}$
- 4) $\text{C}_4\text{H}_8 + \text{KMnO}_4 + \text{H}_2\text{SO}_4 \rightarrow \text{MnSO}_4 + \text{K}_2\text{SO}_4 + \text{CO}_2\uparrow + \text{H}_2\text{O} + \text{C}_2\text{H}_5\text{COOH}$

Вариант 15

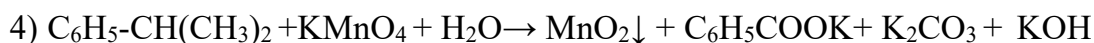
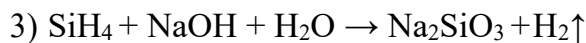
- 1) $\text{Cu} + \text{H}_2\text{SO}_4 \rightarrow \text{CuSO}_4 + \text{SO}_2\uparrow + \text{H}_2\text{O}$
- 2) $\text{AlP} + \text{HNO}_{3(\text{конц., гор.})} \rightarrow \text{Al}(\text{NO}_3)_3 + \text{H}_3\text{PO}_4 + \text{NO}_2\uparrow + \text{H}_2\text{O}$
- 3) $\text{Br}_2 + \text{SO}_2 + \text{H}_2\text{O} \rightarrow \text{HBr} + \text{H}_2\text{SO}_4$
- 4) $\text{C}_2\text{H}_4 + \text{KMnO}_4 + \text{H}_2\text{SO}_4 \rightarrow \text{MnSO}_4 + \text{K}_2\text{SO}_4 + \text{CO}_2\uparrow + \text{H}_2\text{O}$

Вариант 16

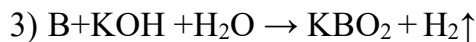
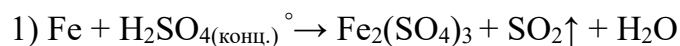
- 1) $\text{Cu} + \text{HNO}_3 \rightarrow \text{Cu}(\text{NO}_3)_2 + \text{NO} + \text{H}_2\text{O}$
- 2) $\text{H}_2\text{Cr}_2\text{O}_7 + \text{H}_2\text{O}_2 \rightarrow \text{H}_2\text{CrO}_6 + \text{H}_2\text{O}$
- 3) $\text{Si} + \text{NaOH} + \text{H}_2\text{O} \rightarrow \text{Na}_2\text{SiO}_3 + \text{H}_2\uparrow$
- 4) $\text{C}_2\text{H}_2 + \text{KMnO}_4 + \text{H}_2\text{SO}_4 \rightarrow \text{MnSO}_4 + \text{K}_2\text{SO}_4 + \text{CO}_2\uparrow + \text{H}_2\text{O}$

Вариант 17

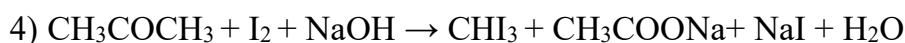
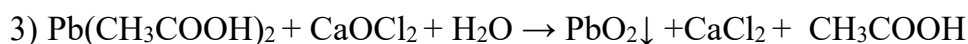
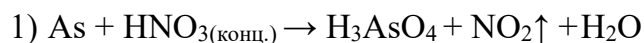
- 1) $\text{As} + \text{H}_2\text{SO}_{4(\text{конц., гор.})} \rightarrow \text{As}_2\text{O}_3\downarrow + \text{SO}_2\uparrow + \text{H}_2\text{O}$
- 2) $\text{B}_2\text{S}_3 + \text{HNO}_{3(\text{конц.})} \rightarrow \text{H}_3\text{BO}_3\downarrow + \text{H}_2\text{SO}_4 + \text{NO}_2\uparrow + \text{H}_2\text{O}$



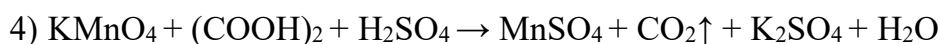
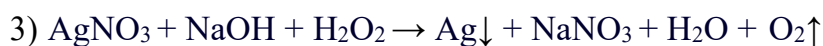
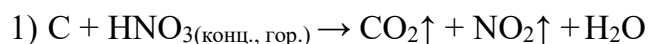
Вариант 18



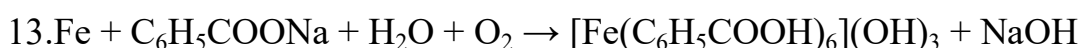
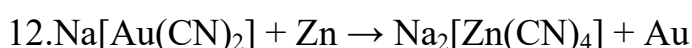
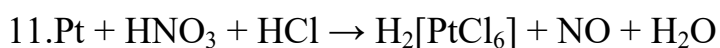
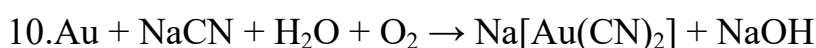
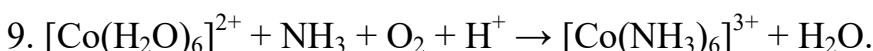
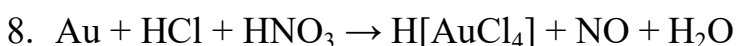
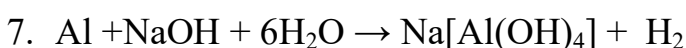
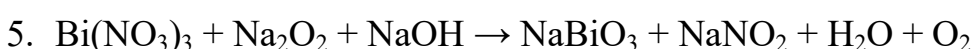
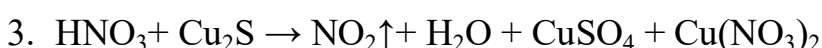
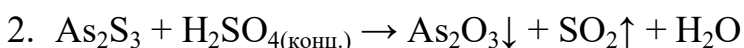
Вариант 19



Вариант 20

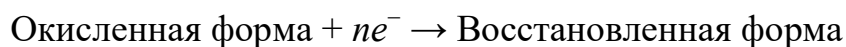


Дополнительные уравнения



Направление протекания окислительно-восстановительных реакций

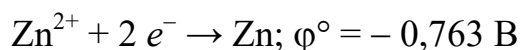
Направление протекания ОВР в водном растворе устанавливается в стандартных условиях по значениям **стандартных потенциалов** φ° полуреакций восстановления:



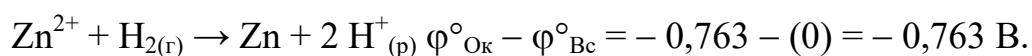
Окислительно-восстановительные реакции протекают самопроизвольно, если разность стандартных электродных потенциалов окислителя и восстановителя, или э.д.с. окислительно-восстановительной реакции $\Delta E > 0$.

Стандартные условия протекания реакции: температура 298,15 К, давление в системе при отсутствии газообразных реагентов или продуктов 1 атмосфера (101325 Па), парциальное давление каждого газообразного реагента или продукта при их наличии 1 атмосфера. Стандартная концентрация каждой окисленной и восстановленной формы в растворе 1 моль/л. Стандартные потенциалы измеряют по отношению к стандартному водородному электроду, потенциал которого условно принят равным нулю.

Если значение φ° для окислительно-восстановительной пары, отрицательное, например

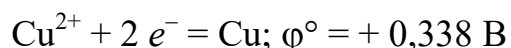


то реакция, в которой Zn^{2+} – окислитель и H_2 – восстановитель, характеризуется отрицательным значением разности стандартных потенциалов соответствующих пар.

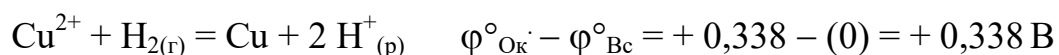


Направление ОВР определяет окислитель, у которого значение электродного потенциала больше. На практике самопроизвольно осуществляется обратный процесс: $\text{Zn} + 2\text{H}^+_{(\text{р})} \rightarrow \text{Zn}^{2+} + \text{H}_{2(\text{г})}$ $\varphi^\circ_{\text{ок}} - \varphi^\circ_{\text{вс}} = 0 - (-0,763) = +0,763 \text{ В}$

Для положительных значений φ° , например пары $\text{Cu}^{2+} / \text{Cu}$

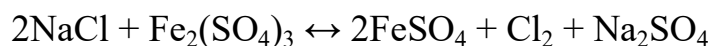


реакция



где $2\text{H}_{(\text{p})}^{+}$ – окислитель и H_2 – восстановитель, характеризуется положительным значением разности потенциалов, и может протекать самопроизвольно.

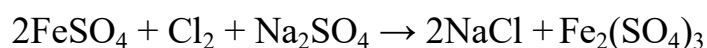
Пример 1. Установить, в каком направлении возможно самопроизвольное протекание реакции



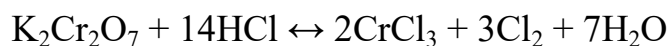
Запишем уравнения электронного баланса и стандартные электродные потенциалы электрохимических систем, участвующих в реакции :



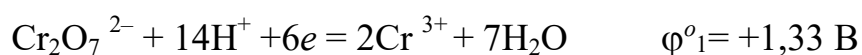
Поскольку $\varphi_1^{\circ} > \varphi_2^{\circ}$, то окислителем будет служить хлор, а восстановителем – ион Fe^{2+} ; рассматриваемая реакция будет протекать так:



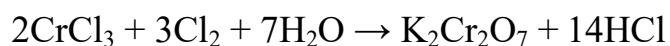
Пример 2. Установить, в каком направлении возможно самопроизвольное протекание реакции



Запишем уравнения электронно-ионного баланса и стандартные электродные потенциалы электрохимических систем, участвующих в реакции:



Поскольку $\varphi_2^{\circ} > \varphi_1^{\circ}$, то окислителем будет служить хлор, а восстановителем – бихромат-ион; рассматриваемая реакция будет протекать так::



В примере 1 стандартные электродные потенциалы взаимодействующих электрохимических систем существенно различались, так что направление протекания процесса однозначно определялось значениями φ° при любых концентрациях реагирующих веществ. В тех случаях, когда сравниваемые

значения φ^0 близки (разность не более 0,3 В), направление протекания процесса может изменяться в зависимости от концентраций участников реакции (пример 2).

Величина окислительно-восстановительного потенциала в условиях, отличающихся от стандартных, определяется уравнением Нернста:

$$\varphi = \varphi^0 + \frac{RT}{nF} \cdot \ln \frac{[Ox]}{[Red]},$$

где φ – окислительно-восстановительный потенциал в данных условиях, В;

φ^0 – стандартный окислительно-восстановительный потенциал, В;

R – универсальная газовая постоянная (8.314 Дж/(моль·К));

T – абсолютная температура, К;

n – число электронов, принимающих участие в потенциалопределяющей полуреакции;

F – постоянная Фарадея ($F = 96484.56$ Кл/моль);

$[Ox]$ – концентрация окисленной формы ионов;

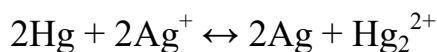
$[Red]$ – концентрация восстановленной формы ионов.

Концентрация твердой фазы принимается за единицу.

Для стандартной температуры 298 К и с переходом от натурального логарифма к десятичному уравнение Нернста будет иметь вид

$$\varphi = \varphi^0 + \frac{0,059}{n} \cdot \lg \frac{[Ox]}{[Red]},$$

Пример 3. Определить направление возможного самопроизвольного протекания реакции



при стандартной температуре и следующих концентрациях ионов:

а) $[\text{Ag}^+] = 10^{-4}$ моль/л, $[\text{Hg}_2^{2+}] = 10^{-1}$ моль/л;

б) $[\text{Ag}^+] = 10^{-1}$ моль/л, $[\text{Hg}_2^{2+}] = 10^{-4}$ моль/л.

Выпишем значения стандартных электродных потенциалов взаимодействующих электрохимических систем:



По уравнению Нернста вычислим значения электродных потенциалов при указанных в условиях задачи концентрациях.

$$\text{а) } \varphi_1 = \varphi_1^{\circ} + 0,059/2 \cdot \lg [\text{Hg}_2^{2+}] = 0,79 + 0,030 \lg 10^{-1} = 0,79 - 0,03 = 0,76 \text{ В};$$

$$\varphi_2 = \varphi_2^{\circ} + 0,059 \cdot \lg [\text{Ag}^+] = 0,80 + 0,059 \lg 10^{-4} = 0,80 - 0,24 = 0,56 \text{ В}.$$

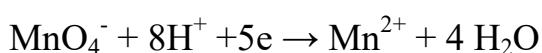
В данном случае $\varphi_1 > \varphi_2$, реакция будет протекать справа налево.

$$\text{б) } \varphi_1 = 0,79 + 0,030 \cdot \lg 10^{-4} = 0,79 - 0,12 = 0,67 \text{ В};$$

$$\varphi_2 = 0,80 + 0,059 \cdot \lg 10^{-1} = 0,80 - 0,06 = 0,74 \text{ В}.$$

Теперь $\varphi_1 < \varphi_2$, и реакция протекает слева направо.

Зависимость окислительной способности некоторых веществ от кислотности среды так же определяется уравнением Нернста. Например, для полуреакции



окислительно-восстановительный потенциал можно вычислить по формуле

$$\varphi = \varphi^{\circ} + \frac{0,059}{5} \cdot \lg \frac{[\text{MnO}_4^-] \cdot [\text{H}^+]^8}{[\text{Mn}^{2+}]}, \text{ или}$$

$$\varphi = 1,507 + 0,012 \cdot \lg \frac{[\text{MnO}_4^-]}{[\text{Mn}^{2+}]} - 0,095 \text{pH}$$

Потенциалы процесса зависят от pH среды и будут тем больше, чем кислее раствор. Зависимость окислительного потенциала KMnO_4 от концентрации ионов водорода используются для фракционного окисления анионов галогенидов до свободных галогенов. При pH от 5 до 6 перманганат окисляет только йодиды до йода (не действуя на бромиды и хлориды), при pH = 3 окисляются бромиды, и только при значительно более высокой кислотности окисляются хлориды.

Задания для самостоятельной работы

Обоснуйте возможность самопроизвольного протекания реакций №1 вашего варианта на стр. 16-19, используя Приложение.

Глава 7. Электролиз водных растворов солей

Электролиз – химическая реакция под действием электрического тока.

Устройство, в котором осуществляют электролиз, называется электролизером. Простейший лабораторный электролизер представляет собой U-образную стеклянную трубку, в которую наливают раствор соли, а в колена помещают электроды, присоединенные к источнику постоянного тока. Таким способом достигается частичное разделение катодного и анодного пространства.

На характер и течение электродных процессов при электролизе большое влияние оказывают состав электролита, растворитель, материал электродов и режим электролиза (напряжение, плотность тока, температура и др.). Прежде всего, надо различать электролиз расплавленных электролитов и их растворов. В последнем случае в электродных процессах будут принимать участие молекулы растворителя – воды.

Электрод, присоединенный к отрицательному полюсу внешнего источника постоянного тока (отрицательно заряженный электрод), называется **катодом**. При электролизе к нему будут двигаться положительно заряженные ионы – **катионы**. На катоде происходит процесс присоединения электронов катионами (или атомами, молекулами), то есть **восстановление**.

Положительно заряженный электрод называется **анодом**, к нему движутся отрицательно заряженные частицы – **анионы**, на нем происходит процесс отдачи электронов, то есть **окисление**.

Следует обратить внимание на название электродов: в **гальваническом элементе** отрицательный электрод – анод, а положительный – катод; в **электролизере**, наоборот, отрицательный электрод – катод, а положительный – анод.

Принципиальное различие между реакциями в гальваническом элементе и электролизере заключается только в их направлении и самопроизвольности. В замкнутой цепи гальванического элемента окислительно-восстановительная реакция протекает самопроизвольно, а в электролизере – только под воздействием электрического тока внешнего источника. Общее в этих процессах состоит в том, что как в гальваническом элементе, так и в электролизере на отрицательном

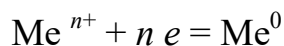
электроде создается избыток электронов, а на положительном – их недостаток. На катоде ионы (или молекулы) восстанавливаются под действием электронов, а на аноде частицы окисляются, отдавая свои электроны электроду.

Используемые электроды могут быть нерастворимыми (инертными, пассивными). К ним относятся угольные или графитовые электроды, а также электроды, изготовленные из металлов, покрытых прочной оксидной пленкой или образующие в данном растворе труднорастворимые соли (платина, титан, иридий, тантал, золото). Растворимые (активные) аноды изготавливаются из цинка, кадмия, никеля, олова, свинца, сурьмы, меди, серебра. Они принимают участие в электродных процессах.

Особенности катодных процессов в водных растворах

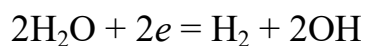
Рассмотрим процессы, которые могут протекать на катоде при электролизе водных растворов солей:

1. При электролизе к катоду будут двигаться катионы металла, которые могут разряжаться, принимая электроны и восстанавливаясь до металла, осаждающегося на электроде.



Для этого нужно приложить потенциал, соответствующий стандартному электродному потенциалу этого металла $E^0_{\text{Me}^0/\text{Me}^{n+}}$ (см. приложение I, табл. 1).

2. Под действием электрического тока молекулы воды, имеющие дипольное строение, будут ориентироваться положительно заряженным концом диполя у катода. При этом они могут восстанавливаться по уравнению:

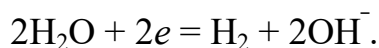


На электроде будет выделяться водород, а в прикатодном пространстве появятся гидроксид-ионы. Значение стандартного окислительно-восстановительного потенциала этого процесса $E^0_{\text{H}_2/2\text{H}_2\text{O}} = 0,41 \text{ В}$ при $\text{pH}=7$. Однако, выделение на катоде газообразного водорода затрудняется из-за *перенапряжения* (см. приложение II) и требует большего потенциала: 0,83 В.

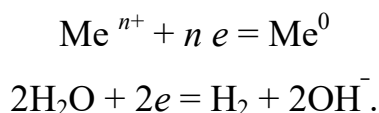
Следует иметь в виду, что из двух возможных катодных процессов наиболее вероятно будет протекать тот, который требует наименьшей затраты энергии, то есть тот процесс, у которого алгебраическая величина стандартного электродного потенциала больше.

Руководствуясь рядом значений стандартных электродных потенциалов, можно указать три случая:

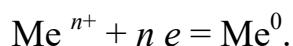
1. Катионы металлов, имеющих малую алгебраическую величину стандартного электродного потенциала (от Li^+ до Mn^{2+} включительно, $E^0_{\text{Me}^0/\text{Me}^{n+}} \leq E^0_{\text{Mn}^0/\text{Mn}^{2+}} = 1,05 \text{ В}$), обладают меньшей окислительной способностью, чем молекулы воды. Поэтому они не восстанавливаются на катоде, а вместо них восстанавливаются молекулы воды:



2. Катионы металлов, имеющих стандартный потенциал меньший, чем у водорода ($E^0_{\text{H}_2/2\text{H}^+} = 0$ при $\text{pH}=0$), но больший, чем у марганца ($E^0_{\text{Me}^0/\text{Me}^{n+}} > E^0_{\text{Mn}^0/\text{Mn}^{2+}} = 1,05 \text{ В}$) при электролизе восстанавливаются на катоде. И эти металлы могут быть получены электролизом водных растворов их солей. Однако, при этом возможно одновременное восстановление молекул воды:



3. Катионы металлов, имеющие высокие значения электродных потенциалов ($E^0_{\text{Me}^0/\text{Me}^{n+}} > 0$, от Sb^{3+} до Au^{3+}), при электролизе практически полностью восстанавливаются на катоде:



Если к раствору, содержащему катионы различных металлов, приложить постепенно возрастающее напряжение, то электролиз начинается тогда, когда достигается *потенциал осаждения* катиона с самым высоким электродным потенциалом (наиболее положительным). После восстановления этих катионов на катоде начнется выделение катионов другого металла в порядке уменьшения алгебраической величины стандартного электродного потенциала. Таким образом,

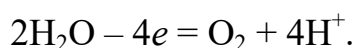
при электролизе возможно последовательное выделение металлов из раствора, содержащего смесь катионов различных металлов.

Особенности анодных процессов в водных растворах

Характер реакций, протекающих на аноде, зависит не только от природы электролита, присутствия молекул воды, но и от природы вещества, из которого сделан анод.

В случае **нерастворимого анода** возможно протекание следующих процессов:

1. Диполи воды, ориентируясь отрицательно заряженной стороной к аноду, могут окисляться по уравнению:



Стандартный окислительно-восстановительный потенциал этого процесса $E^0_{2\text{H}_2\text{O}/\text{O}_2} = +1,23 \text{ В}$, но выделение кислорода происходит с перенапряжением при более высоких значениях потенциала (+1,8 В).

2. Может происходить окисление анионов кислотных остатков, которые под действием приложенного напряжения будут двигаться к аноду. Причем окисление будет происходить тем легче, чем меньше алгебраическая величина окислительно-восстановительного потенциала аниона (см. приложение III, табл. 2).

Анионы бескислородных кислот, за исключением фторид-ионов, при их достаточной концентрации окисляются довольно легко, значения их окислительно-восстановительных потенциалов меньше +1,8 В (см. приложение III, табл. 2). Например, $2\text{Br}^- - 2e = \text{Br}_2$ ($E^0_{\text{Br}^-/\text{Br}_2} = +1,09 \text{ В}$). Большинство **анионов кислородсодержащих кислот** (например, SO_4^{2-} , NO_3^- , CO_3^{2-} , PO_4^{3-}), кроме ацетат-иона, в водном растворе не разряжаются. Вместо них в нейтральных и кислых растворах происходит разложение воды: $2\text{H}_2\text{O} - 4e = \text{O}_2 + 4\text{H}^+$, а в щелочных растворах окисление гидроксид-ионов $4\text{OH}^- - 4e = \text{O}_2 + 2\text{H}_2\text{O}$.

В том случае, когда при электролизе используют металлический **растворимый анод**, наиболее легко будет протекать процесс окисления (растворения) самого анода (см. значения электродных потенциалов металлов, табл. 1): $\text{Me}^0 - ne = \text{Me}^{n+}$. Одновременно на катоде будет происходить процесс

восстановления ионов металлов. Таким образом, электролиз с растворимым анодом сводится к переносу металла с анода на катод. Этот процесс применяется для очистки металлов (*электрорафинирование*).

Таким образом, при рассмотрении электролиза водных растворов солей, необходимо учитывать, что в процессе может принимать участие как электролит, так и молекулы растворителя. Продукты восстановления и окисления будут **основными** или **первичными** продуктами электролиза, а в прикатодном и прианодном пространствах будут накапливаться **побочные** или **вторичные** продукты. В том случае, когда при электролизе раствора соли в электродных процессах принимает участие только вода, в прикатодном пространстве накапливается щелочь, а в прианодном пространстве – кислота. Если электролиз проводится в химическом стакане или другом подобном сосуде, растворы кислоты и щелочи смешиваются и электролиз сводится к образованию водорода и кислорода за счет разложения воды. Если же катодное и анодное пространства разделить перегородкой – *диафрагмой*, пропускающей ионы-переносчики тока, но препятствующей смешению приэлектродных растворов, то в качестве вторичных продуктов электролиза можно получить растворы кислоты и щелочи.

Примеры решения задач

Рассмотрим несколько примеров электролиза водных растворов солей.

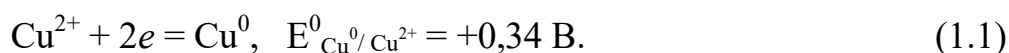
Пример 1. Как протекает электролиз водного раствора хлорида меди (II) с инертными угольными электродами?

1. Рассмотрим состав электролита. Для этого запишем уравнение процесса электролитической диссоциации:

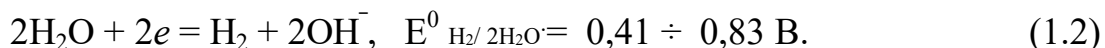


2. Определим, какие частицы будут участвовать в **катодном** процессе.

На катоде возможно восстановление ионов меди. Запишем уравнение реакции восстановления и выпишем значение стандартного электродного потенциала (см. приложение I, табл. 1):



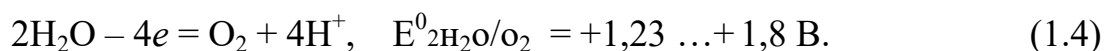
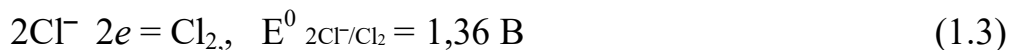
Поскольку электролизу подвергается **раствор** электролита, на катоде также возможно восстановление молекул воды:



Большей окислительной способностью обладают ионы меди (значение стандартного электродного потенциала более положительное), поэтому на катоде будет протекать процесс (1.1).

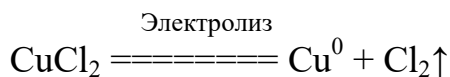
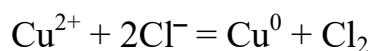
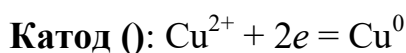
3. Определим, какие частицы будут участвовать в **анодном** процессе.

На инертном аноде возможно окисление хлорид-ионов и окисление молекул воды. Запишем уравнения соответствующих реакций окисления и выпишем значения их окислительно-восстановительных потенциалов (см. приложение III, табл. 2):



Так как перенапряжение выделения кислорода велико, окисление хлорид-ионов происходит легче (сравните электродные потенциалы: $E^0_{2\text{Cl}^-/\text{Cl}_2} = 1,36 \text{ В} \ll E^0_{2\text{H}_2\text{O}/\text{O}_2} = +1,8 \text{ В}$, потенциала разряда молекул воды). Следовательно, на аноде будет выделяться хлор (процесс (1.3)).

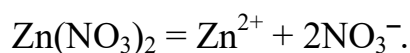
4. Составим суммарное ионное уравнение и от него перейдем к молекулярному уравнению окислительно-восстановительной реакции, протекающей при электролизе раствора хлорида меди.



Таким образом, из этого уравнения следует, что в процессе электролиза водного раствора хлорида меди принимает участие только электролит.

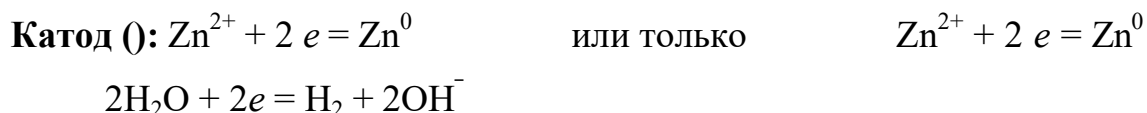
Пример 2. Как протекает электролиз водного раствора нитрата цинка с инертными графитовыми электродами?

1. Рассмотрим состав электролита:

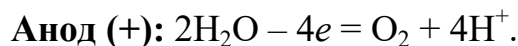


2. Определим, какие частицы будут участвовать в **катодном** процессе.

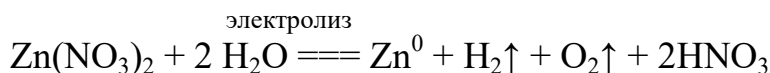
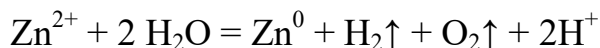
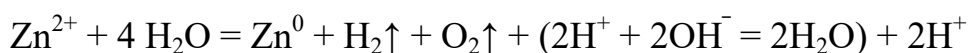
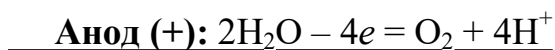
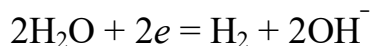
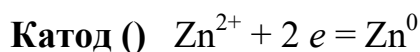
На катоде возможно восстановление ионов цинка и восстановление молекул воды. Для выбора процесса выпишем из таблицы значение стандартного электродного потенциала: $E^0_{\text{Zn}^0/\text{Zn}^{2+}} = 0,76 \text{ В}$. По величине E^0 цинк относится к группе металлов, катионы которых участвуют в катодном процессе: $E^0 > 1,05 \text{ В}$ (потенциала выделения марганца). Одновременно будет происходить восстановление молекул воды. Изменяя условия протекания электролиза, можно добиться преимущественного осаждения металла.



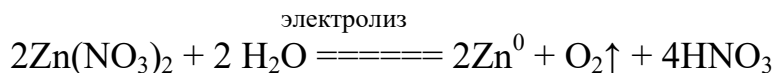
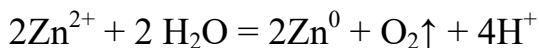
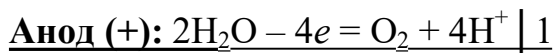
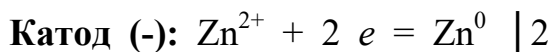
3. Определим **анодный** процесс. Электроды – инертные, следовательно, на аноде будет протекать окисление анионов кислотных остатков или молекул воды. Ион NO_3^- является анионом кислородсодержащей кислоты. Такие анионы не принимают участие в анодных процессах. Следовательно, на аноде будет протекать окисление молекул воды:



4. Запишем суммарное уравнение электролиза нитрата цинка.



или



Таким образом, путем электролиза раствора нитрата цинка можно получить цинк, кислород и вторичный продукт электролиза – азотную кислоту, которая накапливается в прианодном пространстве.

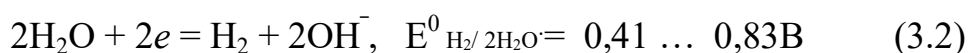
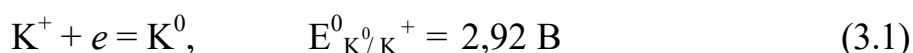
П р и м е р 3. Как протекает электролиз водного раствора сульфата калия с платиновыми электродами?

1. Рассмотрим состав электролита. Для этого запишем уравнение процесса электролитической диссоциации:



2. Определим, какие частицы будут участвовать в **катодном** процессе.

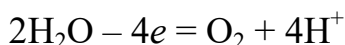
На катоде возможно протекание следующих процессов: восстановления ионов калия и восстановления молекул воды. Запишем уравнения реакции восстановления и выпишем значение стандартного электродного потенциала (см. приложение I, табл. 1)



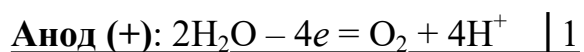
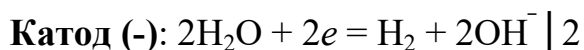
Так как $E_{\text{K}^0/\text{K}^+}^0 < E_{\text{H}_2/2\text{H}_2\text{O}}^0$, следовательно, ионы калия более слабые окислители, поэтому на катоде будет протекать процесс (3.2).

3. Определим, какие частицы будут участвовать в **анодном** процессе.

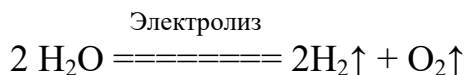
Так как анионы кислородсодержащих кислот не принимают участие в электродном процессе, на инертном платиновом аноде будет происходить окисление молекул воды.



4. Составим суммарное ионное уравнение и от него перейдем к молекулярному уравнению окислительно-восстановительной реакции, протекающей при электролизе раствора сульфата калия.



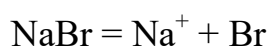
Если катодное и анодное пространства не разделены диафрагмой, то при перемешивании ионы H^+ и OH^- взаимодействуют и образуют воду. Поэтому окончательное уравнение будет иметь вид:



Таким образом, из этого уравнения следует, что процесс электролиза водного раствора сульфата калия сводится к электролизу воды, а количество растворенной соли остается неизменным, ее роль сводится лишь к созданию токопроводящей среды.

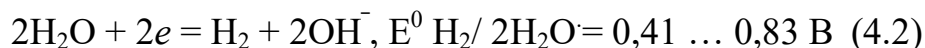
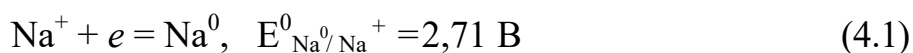
Пример 4. Как протекает электролиз водного раствора бромида натрия с инертными иридиевыми электродами?

1. Рассмотрим состав электролита. Для этого запишем уравнение процесса электролитической диссоциации:



2. Определим, какие частицы будут участвовать в **катодном** процессе.

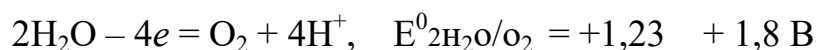
На катоде возможно протекание следующих процессов: восстановления ионов натрия и восстановления молекул воды. Запишем уравнения реакции восстановления и выпишем значение стандартного электродного потенциала (см. приложение I, табл. 1).



Так как $E^0_{\text{Na}^0/\text{Na}^+} < E^0_{\text{H}_2/2\text{H}_2\text{O}}$, следовательно, ионы натрия более слабые окислители, поэтому на катоде будет протекать процесс (4.2).

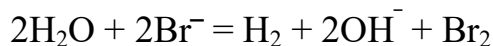
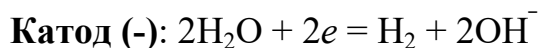
3. Определим, какие частицы будут участвовать в **анодном** процессе.

На инертном аноде возможно окисление бромид-ионов и окисление молекул воды. Запишем уравнения соответствующих реакций окисления и выпишем значения их окислительно-восстановительных потенциалов (см. приложение III, табл. 2).

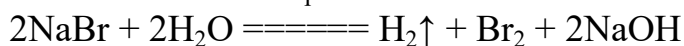


Окисление бромид-ионов протекает легче, так как $E^0_{2\text{Br}^-/\text{Br}_2} < E^0_{2\text{H}_2\text{O}/\text{O}_2}$, следовательно, на аноде будет выделяться бром.

4. Составим суммарное ионное уравнение и от него перейдем к молекулярному уравнению окислительно-восстановительной реакции, протекающей при электролизе раствора бромида калия.



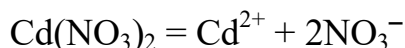
Электролиз



Таким образом, при электролизе водного раствора бромида натрия образуется водород, бром и побочный продукт электролиза – щелочь (NaOH).

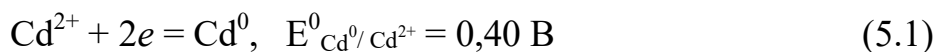
Пр и м е р 5. Как протекает электролиз водного раствора нитрата кадмия $\text{Cd}(\text{NO}_3)_2$ с анодом из кадмия?

1. Рассмотрим состав электролита. Для этого запишем уравнение процесса электролитической диссоциации:

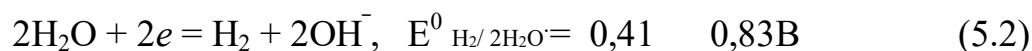


2. Определим, какие частицы будут участвовать в **катодном** процессе.

На катоде возможно восстановление ионов кадмия. Запишем уравнение реакции восстановления и выпишем значение стандартного электродного потенциала (см. приложение I, табл.1)



Поскольку электролизу подвергается раствор электролита, на катоде также возможно восстановление молекул воды

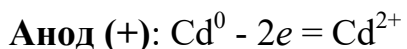
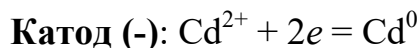


Большей окислительной способностью обладают ионы кадмия (значение стандартного электродного потенциала более положительное), поэтому на катоде будет протекать процесс (5.1).

3. Определим, какие частицы будут участвовать в **анодном** процессе, принимая во внимание, что анод сделан из кадмия. Анионы кислородсодержащих кислот не принимают участие в анодных процессах. Поэтому на аноде возможно окисление молекул воды и окисление материала анода – кадмия. Последний процесс требует меньше энергии: сравните стандартные электродные потенциалы

$E_{\text{Cd}^0/\text{Cd}^{2+}}^0 = 0,40 \text{ В} < E_{2\text{H}_2\text{O}/\text{O}_2}^0 = +1,23 \text{ В}$. Следовательно, при электролизе будет происходить анодное растворение металла.

4. Запишем уравнения катодного и анодного процессов:



$$0 = 0$$

При суммировании этих процессов не получается общее уравнение электролиза. Это говорит о том, что в данном случае процесс сводится к анодному окислению кадмия и катодному восстановлению его ионов, то есть переносу кадмия с анода на катод.

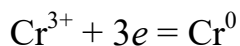
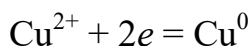
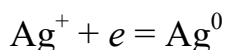
П р и м е р 6. В какой последовательности будут восстанавливаться ионы металлов при пропускании электрического тока через раствор, содержащий нитраты серебра, алюминия, хрома (III) и меди (II)?

Раствор этих солей содержит катионы Ag^+ , Al^{3+} , Cr^{3+} и Cu^{2+} , образовавшиеся в результате электролитической диссоциации. Эти ионы должны восстанавливаться на катоде в порядке уменьшения их окислительной активности. Количественной характеристикой окислительно-восстановительной активности вещества является величина стандартного электродного потенциала. Окислительная активность катионов будет уменьшаться в порядке уменьшения алгебраической величины их стандартных электродных потенциалов.

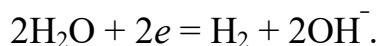
1. Выпишем из таблицы значения $E_{\text{Me}^0/\text{Me}^{n+}}^0$ (см. приложение I, табл. 1).

$$E_{\text{Ag}^0/\text{Ag}^+}^0 = +0,80 \text{ В}; E_{\text{Al}^0/\text{Al}^{3+}}^0 = 1,67 \text{ В}; E_{\text{Cr}^0/\text{Cr}^{3+}}^0 = 0,71 \text{ В}; E_{\text{Cu}^0/\text{Cu}^{2+}}^0 = +0,34 \text{ В}.$$

2. Сравним эти величины: $E_{\text{Ag}^0/\text{Ag}^+}^0 > E_{\text{Cu}^0/\text{Cu}^{2+}}^0 > E_{\text{Cr}^0/\text{Cr}^{3+}}^0 > E_{\text{Al}^0/\text{Al}^{3+}}^0$, следовательно, легче всего будут восстанавливаться катионы серебра, затем ионы меди и хрома:



Катионы алюминия никогда не будут восстанавливаться на **катоде** при электролизе водных растворов, так как $E_{\text{Al}^0/\text{Al}^{3+}}^0 < 0,83 \text{ В}$ – потенциала, при котором восстанавливаются молекулы воды:.



П р и м е р 7. При электролизе водного раствора соли значение pH в приэлектродном пространстве одного из электродов возросло. Раствор какой соли при этом подвергался электролизу: а) KCl; б) Cu(NO₃)₂?

Рассмотрим электролиз растворов этих солей, то есть определим, какие частицы будут участвовать в катодном и анодном процессах, и составим суммарное уравнение соответствующей окислительно-восстановительной реакции, протекающей при электролизе.

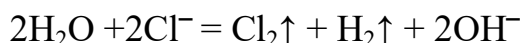
а) соль KCl

Уравнение диссоциации соли: $\text{KCl} = \text{K}^+ + \text{Cl}^-$

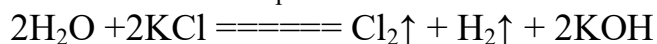
При электролизе раствора этой соли на катоде будет происходить восстановление молекул воды (см. выбор катодного процесса в примере 3), а на аноде – окисление хлорид-ионов (см. выбор анодного процесса в примере 1).

Катод (0): $2\text{H}_2\text{O} + 2e = \text{H}_2 + 2\text{OH}^-$

Анод (+): $2\text{Cl}^- - 2e = \text{Cl}_2$



электролиз



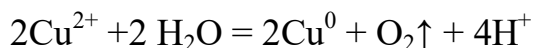
б) соль Cu(NO₃)₂

Уравнение диссоциации соли $\text{Cu(NO}_3)_2 = \text{Cu}^{2+} + 2\text{NO}_3^-$

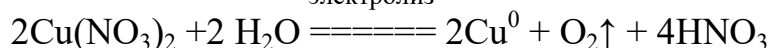
При электролизе раствора этой соли на катоде будет происходить восстановление ионов меди (см. выбор катодного процесса в примере 1), а на аноде – окисление молекул воды (см. выбор анодного процесса в примере 2).

Катод (0): $\text{Cu}^{2+} + 2e = \text{Cu}^0 \quad | \cdot 2$

Анод (+): $2\text{H}_2\text{O} - 4e = \text{O}_2 + 4\text{H}^+ \quad | \cdot 1$



электролиз



Значение pH водного раствора повышается в том случае, когда в растворе появляются гидроксид-ионы. Следовательно, электролизу подвергался раствор

хлорида калия, так как только в этом случае в прикатодном пространстве образуется основание KOH.

Задачи для самостоятельной работы

1. Как протекает электролиз водных растворов веществ с инертными электродами? Запишите катодный и анодный процессы, составьте итоговое уравнение электролиза.

Номер варианта	Вещество	Номер варианта	Вещество	Номер варианта	Вещество
1	KMnO ₄	8	BeSO ₄	15	K ₂ SO ₄
2	K ₂ Cr ₂ O ₇	9	Na ₂ CO ₃	16	K ₂ S
3	K ₂ HPO ₄	10	HF	17	MgCl ₂
4	CuCl ₂	11	H ₃ PO ₄	18	CoBr ₂
5	Fe ₂ (SO ₄) ₃	12	ZnCl ₂	19	Bi(NO ₃) ₃
6	K ₂ SiO ₃	13	Al ₂ (SO ₄) ₃	20	NaHSO ₃
7	NiSO ₄	14	Ca(NO ₃) ₂		

2. Покажите, используя значения стандартных электродных потенциалов, в какой последовательности будут восстанавливаться ионы металлов при пропускании электрического тока через раствор, содержащий следующие соли:

Номер варианта	Соли	Номер варианта	Соли
1	Pb(NO ₃) ₂ , KNO ₃ , Cu(NO ₃) ₂	11	Pb(NO ₃) ₂ , Mg(NO ₃) ₂ , Co(NO ₃) ₂
2	AgNO ₃ , Mg(NO ₃) ₂ , Cu(NO ₃) ₂	12	Pb(NO ₃) ₂ , Ni(NO ₃) ₂ , Cu(NO ₃) ₂
3	NaNO ₃ , Mg(NO ₃) ₂ , Co(NO ₃) ₂	13	Zn(NO ₃) ₂ , Mg(NO ₃) ₂ , Cu(NO ₃) ₂
4	Pb(NO ₃) ₂ , Al(NO ₃) ₃ , AgNO ₃	14	Ca(NO ₃) ₂ , Ni(NO ₃) ₂ , Hg(NO ₃) ₂
5	Pb(NO ₃) ₂ , LiNO ₃ , Cr(NO ₃) ₃	15	Al(NO ₃) ₃ , Mn(NO ₃) ₂ , Cu(NO ₃) ₂
6	Hg(NO ₃) ₂ , Mn(NO ₃) ₂ , RbNO ₃	16	Pb(NO ₃) ₂ , CsNO ₃ , Hg(NO ₃) ₂
7	Ni(NO ₃) ₂ , La(NO ₃) ₃ , Cu(NO ₃) ₂	17	Co(NO ₃) ₂ , Fe(NO ₃) ₂ , Cr(NO ₃) ₃

8	$\text{Pb}(\text{NO}_3)_2$, $\text{Mn}(\text{NO}_3)_2$, $\text{Cd}(\text{NO}_3)_2$	18	$\text{Pb}(\text{NO}_3)_2$, $\text{Mg}(\text{NO}_3)_2$, $\text{Cu}(\text{NO}_3)_2$
9	$\text{Sn}(\text{NO}_3)_2$, AgNO_3 , $\text{Cu}(\text{NO}_3)_2$	19	$\text{Bi}(\text{NO}_3)_3$, $\text{Fe}(\text{NO}_3)_2$, $\text{Al}(\text{NO}_3)_3$
10	$\text{Pb}(\text{NO}_3)_2$, $\text{Al}(\text{NO}_3)_3$, TlNO_3	20	$\text{Pb}(\text{NO}_3)_2$, $\text{Mg}(\text{NO}_3)_2$, $\text{Cu}(\text{NO}_3)_2$

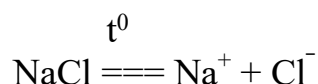
3. При электролизе водного раствора соли значение pH в приэлектродном пространстве одного из электродов уменьшилось. Раствор какой из двух солей при этом подвергался электролизу? Ответ обоснуйте.

Номер варианта	Соли	Номер варианта	Соли
1	a) NaCl ; б) $\text{Cu}(\text{NO}_3)_2$	11	a) K_2S ; б) $\text{Pb}(\text{NO}_3)_2$
2	a) CuCl_2 ; б) AgNO_3	12	a) LiCl ; б) $\text{Ni}(\text{NO}_3)_2$
3	a) KCl ; б) CuSO_4	13	a) NaBr ; б) CoSO_4
4	a) AlCl_3 ; б) $\text{Co}(\text{NO}_3)_2$	14	a) Na_2S ; б) $\text{Ni}(\text{NO}_3)_2$
5	a) KI ; б) BeSO_4	15	a) CaCl_2 ; б) $\text{Co}(\text{NO}_3)_2$
6	a) NaI ; б) NaNO_3	16	a) NaHS ; б) NiSO_4
7	a) KBr ; б) CuSO_4	17	a) KI ; б) KF
8	a) KF ; б) CuCl_2	18	a) KCl ; б) $\text{Bi}(\text{NO}_3)_3$
9	a) NaCl ; б) AgNO_3	19	a) NaBr ; б) NaF
10	a) NiCl_2 ; б) $\text{Hg}(\text{NO}_3)_2$	20	a) MgCl_2 ; б) $\text{Cu}(\text{NO}_3)_2$

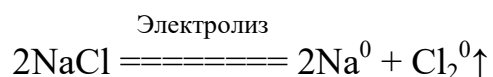
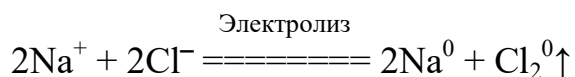
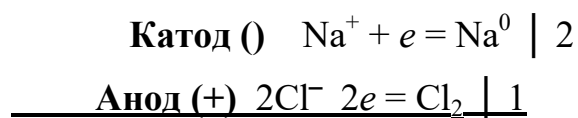
Электролиз расплавов электролитов

Все вышеизложенные закономерности электролиза распространяются и на электролиз расплавов электролитов. Отсутствие в этом случае воды сказывается на характере электродных процессов. Простейшим примером такого электролиза может служить электролиз расплава хлорида натрия с применением нерастворимых электродов.

Известно, что расплавы солей являются сильными электролитами и при высоких температурах полностью диссоциируют на ионы.



При электролизе расплава на катоде будет происходить процесс восстановления ионов Na^+ , а на аноде – процесс окисления ионов Cl^- . При сложении уравнений двух электродных процессов получается суммарное уравнение окислительно-восстановительной реакции, протекающей при электролизе расплава NaCl .

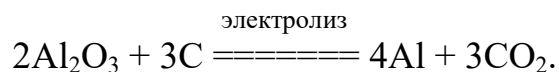


Таким образом, при электролизе расплава хлорида натрия получается металлический натрий и хлор. Если применять растворимый электрод, то и в расплавах может происходить анодное растворение металла.

Электролизом в расплавах получают активные щелочные и щелочноземельные металлы: литий, калий, магний и др., которые не могут быть получены в водных растворах.

Весь производимый промышленностью алюминий получают электролизом расплава боксита $\text{Al}_2\text{O}_3 \cdot n\text{H}_2\text{O}$ ($n=1,2,3$) в смеси с криолитом Na_3AlF_6 . Алюминий восстанавливается на катоде, а анод, изготовленный из угля, окисляется до

углекислого газа, то есть в целом под действием электрического тока происходит реакция:



Законы Фарадея

Количество вещества, выделившегося при электролизе, может быть определено с помощью законов Фарадея.

Первый закон Фарадея: масса веществ, выделившихся на электродах при электролизе, прямо пропорциональна количеству электричества, прошедшему через раствор или расплав электролита.

Второй закон Фарадея: масса веществ, выделяющихся на электродах при прохождении через растворы или расплавы электролитов одинакового количества электричества, прямо пропорциональна их химическим эквивалентам.

Другими словами, для выделения на электроде одного эквивалента любого вещества необходимо затратить одно и то же количество электричества, равное **постоянной Фарадея** $F = 96485$ Кл/моль (≈ 96500 Кл/моль). Именно такое количество электричества необходимо, чтобы восстановить N_A (число Авогадро) $= 6,02 \cdot 10^{23}$ однозарядных ионов. **Молярная масса эквивалента** $M_{\text{э}}$ (г/моль) равна атомной массе элемента, деленной на величину заряда иона в соединении. **Электрохимическим эквивалентом** вещества называют величину $E = M_{\text{э}}/F$. Данная величина характеризует массу вещества, окисляющегося или восстанавливающегося на электродах при прохождении через электролит 1 Кл электричества.

Законы Фарадея можно объединить в следующей формуле:

$$m = \frac{M_{\text{э}} \cdot Q}{F} \quad \text{или} \quad m = \frac{M_{\text{э}} \cdot I \cdot t}{F},$$

где m – масса вещества, выделившегося на электроде, г;

$M_{\text{э}}$ – молярная масса эквивалента вещества, г/моль;

I – сила тока, А;

t – продолжительность электролиза, с;

Q – количество электричества, прошедшего через электролит, Кл; $Q = I \cdot t$

F – постоянная Фарадея, $F = 96500$ Кл/моль = 26,8 А · ч/моль .

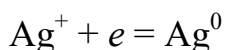
Следует учитывать, что при практическом проведении электролиза возможно протекание побочных процессов, например: взаимодействие образовавшегося вещества с электродом или электролитом, выделение наряду с металлом водорода и др., поэтому действительный расход количества электричества обычно превышает его количество, рассчитанное по законам Фарадея. В связи с этим введено понятие «выход по току» (A_m , % или η , %). Это отношение массы действительно получаемого вещества ($m_{\text{эксн.}}$) к массе, теоретически вычисленной, то есть $A_m = (m_{\text{эксн.}} / m_{\text{теор.}}) \cdot 100 \%$,

$$A_T = \frac{m_{\text{эксн.}} \cdot 96500}{M_{\text{э}} \cdot I \cdot t} \cdot 100 \%$$

Пример решения задачи

Через раствор AgNO_3 пропусклся ток силой в 5 А в течение 15 мин. Масса выделившегося серебра 5,01 г. Какому выходу по току это соответствует?

По условию задачи нам известна масса серебра, фактически выделившегося при электролизе. Следовательно, для того чтобы определить выход по току, мы должны вычислить массу серебра, которая теоретически должна была выделиться на катоде.



Записываем математическое выражение закона Фарадея:

$$m = \frac{M_{\text{э}} \cdot I \cdot t}{F}$$

Из условий задачи нам известны сила тока $I = 5$ А и время пропускания тока $t = 15$ мин = 0,25 час. Молярная масса эквивалента серебра равна атомной массе серебра, деленной на число электронов, принимающих участие в катодном процессе.

$$M_{\text{э}} = A(\text{Ag}) / 1 = 107,87 \text{ г/моль}$$

Определяем массу серебра, которое теоретически должно выделиться на катоде. Используем значение числа Фарадея, выраженное в А · ч / моль.

$$m_{\text{Ag}}^{\text{теор.}} = 107,87 \cdot 5 \cdot 0,25 / 26,8 = 5,03 \text{ г}$$

Считаем выход по току: $A_m = (m_{\text{Ag}}^{\text{эксп.}} / m_{\text{Ag}}^{\text{теор.}}) \cdot 100 \% = (5,01/5,03) \cdot 100 \% = 99,6 \%$. Таким образом, выход по току составляет 99,6 %.

Задачи для самостоятельной работы

1. Определите объём газа (н.у.), выделившегося на аноде при электролизе раствора серной кислоты, производившегося в течение 10 мин при силе тока 1,5А.
2. При прохождении через раствор сульфата никеля (II) тока силой 2А масса катода увеличилась на 2,4г. Рассчитайте время электролиза, если выход по току равен 0,8.
3. При электролизе водного раствора хлорида цинка на катоде выделился цинк массой 68,25 г, а на аноде – газ объемом 28,22 л (н.у.). Определите выход цинка, если выход хлора составил 90% от теоретически возможного.
4. При электролизе водного раствора нитрата серебра (I) на аноде выделилось 13,44 л кислорода (н.у.). Определите массу выделившегося на катоде серебра, если выход серебра составил 90% от теоретически возможного, а выход кислорода – количественный
5. Определите массу и объём газа (н.у.), выделившегося на аноде при электролизе раствора соляной кислоты, производившегося в течение 10 мин при силе тока 1,5 А. Выход по току равен 0,85.
6. Определите массу и объём газа (н.у.), выделившегося на катоде при электролизе раствора соляной кислоты, производившегося в течение 5 мин при силе тока 0,5 А. Выход по току равен 0,75.
7. При прохождении через раствор NiSO_4 тока силой 2 А масса катода увеличилась на 2,4 г. Рассчитайте время электролиза и объем выделившегося на аноде газа (н.у.).
8. Определите массу сульфата меди, помещенного в электролизёр, если при электролизе его водного раствора выделился кислород объемом 5,71 (н.у.).

9. Какая масса цинка выделится при электролизе ZnCl_2 за полчаса при силе тока $I = 110$ мА? Определите массу выделившегося газа на другом электроде.
10. При электролизе раствора хлорида меди (II) на катоде выделилась медь массой 12,7 г. Вычислите объем газа (н.у.), выделившегося на аноде.
11. При электролизе водного раствора нитрата серебра (I) на аноде выделилось 13,44 л кислорода (н.у.). Определите массу выделившегося на катоде серебра.
12. Какая масса цинка выделится при электролизе ZnCl_2 за 8 часов при силе тока $I = 110$ мА? На каком электроде (катоде или аноде) происходит выделение металла?
13. Какая масса газа выделится при электролизе ZnCl_2 за 10 минут при силе тока $I = 150$ мА? Выход по току 90% .
14. Какая масса хлора выделится при электролизе ZnCl_2 за 5 часов при силе тока $I = 100$ мА? Выход по току 80%.
15. Какой объем газа выделится при электролизе ZnCl_2 за 30 минут при силе тока $I = 0,2$ А? Выход по току 75% .
16. При электролизе водного раствора нитрата серебра (I) на аноде выделилось 22,4 л газа (н.у.). Определите массу выделившегося на катоде серебра.
17. Определите массу CuSO_4 , помещенного в электролизёр, если при электролизе его водного раствора выделился кислород объемом 5,71 (н.у.), выход которого ставил 85% от теоретически возможного.
18. Через электролизер, содержащий раствор гидроксида калия объемом 300 мл с массовой долей вещества 22,4% (плотность 1,2 г/мл), пропустили электрический ток. Рассчитайте массовую долю гидроксида калия в растворе после отключения тока, если известно, что на катоде выделился газ объемом 89,6 л (н.у.).
19. При электролизе 16 г расплава некоторого соединения водорода с одновалентным элементом на аноде выделился водород количеством вещества 1 моль. Установите формулу вещества, взятого для электролиза
20. При действии постоянного тока силой 6,4 А на расплав соли трехвалентного металла на катоде в течение 30 мин выделилось 1,07 г металла, а аноде – 1344 мл. (н.у.) газа, относительная плотность паров которого по гелию составляет 17,75. Определите состав соли, расплав которой подвергли электролизу.

Практическое применение электролиза

Электролиз используют в различных областях современной техники.

Приведем несколько основных направлений применения.

Получение активных металлов. Такие активные металлы, как натрий, литий, магний, алюминий, бериллий, кальций, а также сплавы некоторых металлов, получают электролизом расплавов их соединений.

Электрорафинирование металлов. Для очистки (рафинирования) металлов (меди, золота, серебра, никеля, кадмия и др.) их отливают в пластины, которые используют в качестве анода, катод же изготавливается из чистого металла, электролитом служит водный раствор соли металла. Процесс сводится к растворению анода в процессе электролиза и осаждению чистого металла на катоде. При этом примеси, находящиеся в аноде, либо остаются нерастворимыми (анодный *шлак*), либо переходят в электролит, но на катоде не осаждаются. Например, при электрорафинировании меди электролитом служит раствор сульфата меди и серной кислоты, анод изготавливают из неочищенной (черновой) меди. При электролизе загрязнения из более благородных металлов (Ag, Au) в раствор не переходят и собираются на дне электролизера. Загрязнения из менее благородных металлов (Pb, Fe, Zn), как и сама медь, переходят в раствор, но на катоде не осаждаются и поэтому не загрязняют осаждающуюся на нем медь. Электрорафинированием получают также чистые никель, кадмий, алюминий и другие металлы.

Гальванопластика. Электролиз с растворимым анодом используется в гальванотехнике для покрытий одних металлов тонкими слоями других. При этом покрываемое металлом изделие является при электролизе катодом, а в качестве анода используется металл покрытия. Так, хромирование применяют для увеличения твердости поверхностного слоя, а также повышения коррозионной стойкости черных металлов. Никелирование используют для изменения внешнего вида изделия и т. п. Иногда нанесение многослойных покрытий применяют с целью уменьшения расходов дорогих металлов. Например, прочное и стойкое

покрытие внешних деталей автомобиля достигается нанесением тонких слоев меди, никеля, а затем хрома.

Электрохимическая обработка поверхности металлов может быть использована для полировки поверхности, электрохимического окрашивания, заточки режущих инструментов и т. д.

Список литературы

Карапетьянци М.Х., Дракин С.И. Общая и неорганическая химия.: учебник 5-е изд. Изд-во Книжный дом «Либроком» 2015. 592 с.

Глинка Н.Л. Общая химия.: учебник / под ред. В.А. Попкова, А.В. Бабкова. 18-е изд., перераб. и доп. М.: Изд-во «Юрайт»; ИД «Юрайт», 2011. 886 с.

Глинка Н.Л. Общая химия. Задачи и упражнения: учебно-практическое пособие. Изд-во «Юрайт»; ИД «Юрайт», 2014. 240 с.

Хомченко И.Г. Общая химия. Сборник задач и упражнений. Изд-во «Новая волна», 2011. 256 с.

Таблица растворимости веществ.											
Катионы	Анионы										
	OH ⁻	F ⁻	Cl ⁻	Br ⁻	I ⁻	S ²⁻	NO ₃ ⁻	CO ₃ ²⁻	SiO ₃ ²⁻	SO ₄ ²⁻	PO ₄ ³⁻
H ⁺	P	P	P	P	P	M	P	-	H	P	P
Na ⁺	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P
K ⁺	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P
NH ₄ ⁺	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P
Mg ²⁺	H	PK	P	P	P	M	P	H	PK	P	PK
Ca ²⁺	M	HK	P	P	P	M	P	H	PK	M	PK
Sr ²⁺	M	HK	P	P	P	P	P	H	PK	PK	PK
Ba ²⁺	P	PK	P	P	P	P	P	H	PK	HK	PK
Sn ²⁺	H	P	P	P	M	PK	P	H	H	P	H
Pb ²⁺	H	H	M	M	M	PK	P	H	H	H	H
Al ³⁺	H	M	P	P	P	Г	P	Г	HK	P	PK
Cr ³⁺	H	P	P	P	P	Г	P	Г	H	P	PK
Mn ²⁺	H	P	P	P	P	H	P	H	H	P	H
Fe ²⁺	H	M	P	P	P	H	P	H	H	P	H
Fe ³⁺	H	P	P	P	-	-	P	Г	H	P	PK
Co ²⁺	H	M	P	P	P	H	P	H	H	P	H
Ni ²⁺	H	M	P	P	P	PK	P	H	H	P	H
Cu ²⁺	H	M	P	P	-	H	P	Г	H	P	H
Zn ²⁺	H	M	P	P	P	PK	P	H	H	P	H
Cd ²⁺	H	P	P	P	P	PK	P	H	H	P	H
Hg ²⁺	H	P	P	M	HK	HK	P	H	H	P	H
Hg ₂ ²⁺	H	P	HK	HK	HK	PK	P	H	H	M	H
Ag ⁺	H	P	HK	HK	HK	HK	P	H	H	M	H

P - вещество хорошо растворимо в воде

M – малорастворимо

H - практически нерастворимо в воде, но легко растворяется в слабых или разбавленных кислотах

PK - нерастворимо в воде и растворяется только в сильных неорганических кислотах

HK - нерастворимо ни в воде, ни в кислотах

Г - полностью гидролизуеться при растворении и не существует в контакте с водой

Приложение2

СТАНДАРТНЫЕ ЭЛЕКТРОДНЫЕ ПОТЕНЦИАЛЫ

Элемент	Реакция	E ⁰	Элемент	Реакция	E ⁰
Ag	$\alpha\text{-Ag}_2\text{S} + 2\bar{e} = 2\text{Ag} + \text{S}^{2-}$	-0,70	B	$\text{BF}_4^- + 3e = \text{B} + 4\text{F}^-$	-1,04
	$\text{Ag}(\text{CN})_2 + \bar{e} = \text{Ag} + 2\text{CN}^-$	-0,29		$\text{H}_3\text{BO}_3 + 3\text{H}^+ + 3e = \text{B} + 3\text{H}_2\text{O}$	-0,869
	$\text{AgI} + \bar{e} = \text{Ag} + \text{I}^-$	-0,152		$\text{BO}_3^{3-} + 6\text{H}^+ + 3e = \text{B} + 3\text{H}_2\text{O}$	-0,165
	$\text{AgCN} + \bar{e} = \text{Ag} + \text{CN}^-$	-0,04	Ba	$\text{Ba}^{2+} + 2e = \text{Ba}$	-2,905
	$\text{Ag}(\text{S}_2\text{O}_3)_2 + \bar{e} = \text{Ag} + 2\text{S}_2\text{O}_3^{2-}$	0,01	Be	$\text{Be}^{2+} + 2e = \text{Be}$	-1,847
	$\text{AgBr} + \bar{e} = \text{Ag} + \text{Br}^-$	0,071		$\text{Be}(\text{OH})_2 + 2\text{H}^+ + 2e = \text{Be} + 2\text{H}_2\text{O}$	-1,820
	$\text{AgCl} + \bar{e} = \text{Ag} + \text{Cl}^-$	0,222		$\text{BeO}_2^{2-} + 4\text{H}^+ + 2e = \text{Be} + 2\text{H}_2\text{O}$	-0,909
	$\text{Ag}_2\text{O} + \text{H}_2\text{O} + 2\bar{e} = 2\text{Ag} + 2\text{OH}^-$	0,344	Bi	$\text{Bi}_2\text{O}_3 + 3\text{H}_2\text{O} + 6e = 2\text{Bi} + 6\text{OH}^-$	-0,46
	$\text{Ag}(\text{NH}_3)_2 + \bar{e} = \text{Ag} + 2\text{NH}_3$	0,373		$\text{BiOCl} + 2\text{H}^+ + 3e = \text{Bi} + \text{Cl}^- + \text{H}_2\text{O}$	0,16
	$\text{Ag}_2\text{CrO}_4 + 2\bar{e} = 2\text{Ag} + \text{CrO}_4^{2-}$	0,446		$\text{Bi}^{3+} + 3e = \text{Bi}$	0,215
	$\text{Ag}_2\text{C}_2\text{O}_4 + 2\bar{e} = 2\text{Ag} + \text{C}_2\text{O}_4^{2-}$	0,472		$\text{BiO}^+ + 2\text{H}^+ + 3e = \text{Bi} + \text{H}_2\text{O}$	0,32
	$\text{AgBrO}_3 + \bar{e} = \text{Ag} + \text{BrO}_3^-$	0,55		$\text{Bi}_2\text{O}_3 + 6\text{H}^+ + 6e = 2\text{Bi} + 3\text{H}_2\text{O}$	0,371
	$2\text{AgO} + \text{H}_2\text{O} + 2\bar{e} = \text{Ag}_2\text{O} + 2\text{OH}^-$	0,60		$\text{NaBiO}_3(\text{т}) + 6\text{H}^+ + 2e = \text{Bi}^{3+} + \text{Na}^+ + 3\text{H}_2\text{O}$	1,6 - 1,808
	$\text{Ag}^+ + \bar{e} = \text{Ag}$	0,799	Br	$2\text{BrO}^- + 2\text{H}_2\text{O} + 2e = \text{Br}_2 + 4\text{OH}^-$	0,45
	$\text{Ag}_2\text{O} + 2\text{H}^+ + 2\bar{e} = 2\text{Ag} + \text{H}_2\text{O}$	1,173		$2\text{BrO}_3^- + 6\text{H}_2\text{O} + 10e = \text{Br}_2 + 12\text{OH}^-$	0,50
	$2\text{AgO} + 2\text{H}^+ + 2\bar{e} = \text{Ag}_2\text{O} + \text{H}_2\text{O}$	1,398		$\text{BrO}_3^- + 2\text{H}_2\text{O} + 4e = \text{BrO}^- + 4\text{OH}^-$	0,54
Al	$\text{AlO}_2^- + 2\text{H}_2\text{O} + 3\bar{e} = \text{Al} + 4\text{OH}^-$	-2,35		$\text{BrO}_3^- + 3\text{H}_2\text{O} + 6e = \text{Br}^- + 6\text{OH}^-$	0,61
	$\text{Al}(\text{OH})_3 + 3\bar{e} = \text{Al} + 3\text{OH}^-$	-2,31		$\text{BrO}^- + \text{H}_2\text{O} + 2e = \text{Br}^- + 2\text{OH}^-$	0,76
	$\text{AlF}_6^{3-} + 3\bar{e} = \text{Al} + 6\text{F}^-$	-2,07		$\text{Br}_3^- + 2e = 3\text{Br}^-$	1,05
	$\text{Al}^{3+} + 3e = \text{Al}$	-1,663		$\text{Br}_2(\text{ж}) + 2e = 2\text{Br}^-$	1,065
	$\text{Al}(\text{OH})_3 + 3\text{H}^+ + 3e = \text{Al} + 3\text{H}_2\text{O}$	-1,471		$\text{BrO}_3^- + 6\text{H}^+ + 6e = \text{Br}^- + 3\text{H}_2\text{O}$	1,44
	$\text{AlO}_2^- + 4\text{H}^+ + 3e = \text{Al} + 2\text{H}_2\text{O}$	-1,262		$2\text{BrO}_3^- + 12\text{H}^+ + 10e = \text{Br}_2 + 6\text{H}_2\text{O}$	1,52
As	$\text{As} + 3\text{H}^+ + 3e = \text{AsH}_3$	-0,60	C	$2\text{HBrO} + 2\text{H}^+ + 2e = \text{Br}_2 + 2\text{H}_2\text{O}$	1,59
	$\text{HAsO}_2 + 3\text{H}^+ + 3e = \text{As} + 2\text{H}_2\text{O}$	0,248		$\text{HCOO}^- + 2\text{H}_2\text{O} + 2e = \text{HCHO} + 3\text{OH}^-$	-1,07
	$\text{H}_3\text{AsO}_4 + 2\text{H}^+ + 2e = \text{HAsO}_2 + 2\text{H}_2\text{O}$	0,559		$2\text{CO}_2 + 2\text{H}^+ + 2e = \text{H}_2\text{C}_2\text{O}_4$	-0,49
	$\text{H}_3\text{AsO}_4 + 2\text{H}^+ + 2e = \text{H}_3\text{AsO}_3 + \text{H}_2\text{O}$	0,58		$\text{CO}_2 + 2\text{H}^+ + 2e = \text{HCOOH}$	-0,20
Au	$\text{Au}(\text{CN})_2 + e = \text{Au} + 2\text{CN}^-$	-0,61		$\text{C}(\text{графит}) + 4\text{H}^+ + 4e = \text{CH}_4$	-0,132
	$\text{AuBr}_4^- + 2e = \text{AuBr}_2^- + 2\text{Br}^-$	0,802		$\text{CO}_2 + 2\text{H}^+ + 2e = \text{CO} + \text{H}_2\text{O}$	-0,12
	$\text{AuCl}_4^- + 2e = \text{AuCl}_2^- + 2\text{Cl}^-$	0,926		$\text{HCOOH} + 2\text{H}^+ + 2e = \text{HCHO} + \text{H}_2\text{O}$	-0,01
	$\text{AuBr}_2 + e = \text{Au} + 2\text{Br}^-$	0,959		$\text{HCOOH} + 4\text{H}^+ + 4e = \text{CH}_3\text{OH} + \text{H}_2\text{O}$	0,145
	$\text{AuCl}_2 + 2e = \text{Au} + 2\text{Cl}^-$	1,15		$\text{HCOO}^- + 3\text{H}^+ + 2e = \text{HCHO} + \text{H}_2\text{O}$	0,167
	$\text{Au}^{3+} + 2e = \text{Au}^+$	1,401		$\text{CH}_3\text{CHO} + 2\text{H}^+ + 2e = \text{C}_2\text{H}_5\text{OH}$	0,19
	$\text{Au}^{3+} + 3e = \text{Au}$	1,498		$\text{CO}_3^{2-} + 6\text{H}^+ + 4e = \text{HCHO} + 2\text{H}_2\text{O}$	0,197
	$\text{Au}^+ + 3e = \text{Au}$	1,692		$\text{HCOO}^- + 5\text{H}^+ + 4e = \text{CH}_3\text{OH} + \text{H}_2\text{O}$	0,199
Элемент	Реакция	E ⁰	Элемент	Реакция	E ⁰

C	$\text{CO}_3^{2-} + 8\text{H}^+ + 6\text{e} = \text{CH}_3\text{OH} + 2\text{H}_2\text{O}$	0,209	Co	$\text{Co}(\text{OH})_2 + 2\text{e} = \text{Co} + 2\text{OH}^-$	-0,73
	$\text{CO}_3^{2-} + 3\text{H}^+ + 2\text{e} = \text{HCOO}^- + \text{H}_2\text{O}$	0,227		$\text{CoCO}_3 + 2\text{e} = \text{Co} + \text{CO}_3^{2-}$	-0,64
	$\text{HCHO} + 2\text{H}^+ + 2\text{e} = \text{CH}_3\text{OH}$	0,232		$\text{Co}(\text{NH}_3)_6^{2+} + 2\text{e} = \text{Co} + 6\text{NH}_3$	-0,42
	$2\text{CO}_3^{2-} + 4\text{H}^+ + 2\text{e} = \text{C}_2\text{O}_4^{2-} + 2\text{H}_2\text{O}$	0,441		$\text{Co}^{2+} + 2\text{e} = \text{Co}$	-0,277
	$\text{C}_2\text{H}_5\text{OH} + 2\text{H}^+ + 2\text{e} = \text{C}_2\text{H}_6 + \text{H}_2\text{O}$	0,46		$\text{Co}(\text{OH})_2 + 2\text{H}^+ + 2\text{e} = \text{Co} + 2\text{H}_2\text{O}$	0,095
	$\text{CO}_3^{2-} + 6\text{H}^+ + 4\text{e} = \text{C}(\text{графит}) + 3\text{H}_2\text{O}$	0,475		$\text{Co}(\text{NH}_3)_6^{3+} + \text{e} = \text{Co}(\text{NH}_3)_6^{2+}$	0,1
	$\text{CO} + 6\text{H}^+ + 6\text{e} = \text{CH}_4 + \text{H}_2\text{O}$	0,497		$\text{CoO} + 2\text{H}^+ + 2\text{e} = \text{Co} + \text{H}_2\text{O}$	0,166
	$\text{CH}_3\text{OH} + 2\text{H}^+ + 2\text{e} = \text{CH}_4 + \text{H}_2\text{O}$	0,59		$\text{Co}(\text{OH})_3 + \text{e} = \text{Co}(\text{OH})_2 + \text{OH}^-$	0,17
Ca	$\text{Ca}^{2+} + 2\text{e} = \text{Ca}$	-2,866	Cr	$\text{Co}^{3+} + 3\text{e} = \text{Co}$	0,33
Cd	$\text{CdS} + 2\text{e} = \text{Cd} + \text{S}^{2-}$	-1,175		$\text{Co}^{3+} + \text{e} = \text{Co}^{2+}$	1,38 - 1,842
	$\text{Cd}(\text{CN})_4^{2-} + 2\text{e} = \text{Cd} + 4\text{CN}^-$	-1,09		$\text{Cr}(\text{OH})_2 + 2\text{e} = \text{Cr} + 2\text{OH}^-$	-1,4
	$\text{Cd}(\text{OH})_2 + 2\text{e} = \text{Cd} + 2\text{OH}^-$	-0,81		$\text{Cr}(\text{OH})_3 + 3\text{e} = \text{Cr} + 3\text{OH}^-$	-1,3
	$\text{Cd}(\text{NH}_3)_4^{2+} + 2\text{e} = \text{Cd} + 4\text{NH}_3$	-0,61		$\text{CrO}_2^- + 2\text{H}_2\text{O} + 3\text{e} = \text{Cr} + 4\text{OH}^-$	-1,2
	$\text{Cd}^{2+} + 2\text{e} = \text{Cd}$	-0,403		$\text{Cr}^{2+} + 2\text{e} = \text{Cr}$	-0,913
	$\text{Cd}(\text{OH})_2 + 2\text{H}^+ + 2\text{e} = \text{Cd} + 2\text{H}_2\text{O}$	0,005		$\text{Cr}^{3+} + 3\text{e} = \text{Cr}$	-0,744
	$\text{CdO} + 2\text{H}^+ + 2\text{e} = \text{Cd} + \text{H}_2\text{O}$	0,063		$\text{Cr}(\text{OH})_3 + 3\text{H}^+ + 3\text{e} = \text{Cr} + 3\text{H}_2\text{O}$	-0,654
Ce	$\text{Ce}^{3+} + 3\text{e} = \text{Ce}$	-2,48		$\text{Cr}^{3+} + \text{e} = \text{Cr}^{2+}$	-0,407
	$\text{Ce}^{4+} + \text{e} = \text{Ce}^{3+}$ (1M H_2SO_4)	1,44	Cs	$\text{CrO}_4^{2-} + 4\text{H}_2\text{O} + 3\text{e} = \text{Cr}(\text{OH})_3 + 5\text{OH}^-$	-0,13
	$\text{Ce}^{4+} + \text{e} = \text{Ce}^{3+}$ (1M HNO_3)	1,61		$\text{Cr}_2\text{O}_7^{2-} + 14\text{H}^+ + 12\text{e} = 2\text{Cr} + 7\text{H}_2\text{O}$	0,294
	$\text{Ce}^{4+} + \text{e} = \text{Ce}^{3+}$ (1M HClO_4)	1,70		$\text{CrO}_4^{2-} + 8\text{H}^+ + 6\text{e} = \text{Cr} + 4\text{H}_2\text{O}$	0,366
	$\text{Ce}^{4+} + \text{e} = \text{Ce}^{3+}$	1,77		$\text{CrO}_4^{2-} + 4\text{H}^+ + 3\text{e} = \text{CrO}_2^- + 2\text{H}_2\text{O}$	0,945
Cl	$\text{ClO}_4^- + \text{H}_2\text{O} + 2\text{e} = \text{ClO}_3^- + 2\text{OH}^-$	0,36		$\text{CrO}_2^- + 4\text{H}^+ + \text{e} = \text{Cr}^{2+} + 2\text{H}_2\text{O}$	1,188
	$2\text{ClO}^- + 2\text{H}_2\text{O} + 2\text{e} = \text{Cl}_2 + 4\text{OH}^-$	0,40	Cu	$\text{Cr}_2\text{O}_7^{2-} + 14\text{H}^+ + 6\text{e} = 2\text{Cr}^{3+} + 7\text{H}_2\text{O}$	1,333
	$\text{ClO}_4^- + \text{H}_2\text{O} + 8\text{e} = \text{Cl}^- + 8\text{OH}^-$	0,56		$\text{CrO}_4^{2-} + 8\text{H}^+ + 3\text{e} = \text{Cr}^{3+} + 4\text{H}_2\text{O}$	1,477
	$\text{ClO}_3^- + 3\text{H}_2\text{O} + 6\text{e} = \text{Cl}^- + 6\text{OH}^-$	0,63		$\text{Cs}^+ + \text{e} = \text{Cs}$	-2,923
	$\text{ClO}_2 + 2\text{H}_2\text{O} + 5\text{e} = \text{Cl}^- + 4\text{OH}^-$	0,85		$\text{Cu}_2\text{S} + 2\text{e} = 2\text{Cu} + \text{S}^{2-}$	-0,89
	$\text{ClO}^- + \text{H}_2\text{O} + 2\text{e} = \text{Cl}^- + 2\text{OH}^-$	0,88		$\text{CuS} + 2\text{e} = \text{Cu} + \text{S}^{2-}$	-0,71
	$\text{ClO}_3^- + 2\text{H}^+ + \text{e} = \text{ClO}_2 + \text{H}_2\text{O}$	1,15		$\text{Cu}(\text{CN})_2^- + \text{e} = \text{Cu} + 2\text{CN}^-$	-0,43
	$\text{ClO}_4^- + 2\text{H}^+ + 2\text{e} = \text{ClO}_3^- + \text{H}_2\text{O}$	1,189		$\text{Cu}_2\text{O} + \text{H}_2\text{O} + 2\text{e} = 2\text{Cu} + 2\text{OH}^-$	-0,36
	$\text{ClO}_2 + 4\text{H}^+ + 4\text{e} = 2\text{HCl} + \text{H}_2\text{O}$	1,351		$\text{Cu}(\text{OH})_2 + 2\text{e} = \text{Cu} + 2\text{OH}^-$	-0,22
	$\text{Cl}_2 + 2\text{e} = 2\text{Cl}^-$	1,3595		$\text{CuI} + \text{e} = \text{Cu} + \text{I}^-$	-0,185
	$\text{ClO}_4^- + 8\text{H}^+ + 8\text{e} = \text{Cl}^- + 4\text{H}_2\text{O}$	1,38		$\text{Cu}(\text{NH}_3)_2^+ + \text{e} = \text{Cu} + 2\text{NH}_3$	-0,12
	$2\text{ClO}_4^- + 16\text{H}^+ + 14\text{e} = \text{Cl}_2 + 8\text{H}_2\text{O}$	1,39		$\text{Cu}(\text{NH}_3)_4^{2+} + 2\text{e} = \text{Cu} + 4\text{NH}_3$	-0,07
	$\text{ClO}_2 + 5\text{H}^+ + 5\text{e} = \text{HCl} + 2\text{H}_2\text{O}$	1,436		$\text{Cu}(\text{NH}_3)_4^{2+} + 2\text{e} = \text{Cu}(\text{NH}_3)_2^+ + 2\text{NH}_3$	-0,01
	$\text{ClO}_3^- + 6\text{H}^+ + 6\text{e} = \text{Cl}^- + 3\text{H}_2\text{O}$	1,451		$\text{CuI}_2^- + \text{e} = \text{Cu} + 2\text{I}^-$	0,00
	$2\text{ClO}_3^- + 12\text{H}^+ + 10\text{e} = \text{Cl}_2 + 6\text{H}_2\text{O}$	1,47		$\text{CuBr} + \text{e} = \text{Cu} + \text{Br}^-$	0,03
	$\text{HClO} + \text{H}^+ + 2\text{e} = \text{Cl}^- + \text{H}_2\text{O}$	1,494		$\text{CuCl} + \text{e} = \text{Cu} + \text{Cl}^-$	0,137
	$\text{ClO}_2 + 4\text{H}^+ + 5\text{e} = \text{Cl}^- + 2\text{H}_2\text{O}$	1,51		$\text{Cu}^{2+} + \text{e} = \text{Cu}^+$	0,153
	$2\text{ClO}_2 + 8\text{H}^+ + 8\text{e} = \text{Cl}_2 + 4\text{H}_2\text{O}$	1,549		$\text{CuCl}_2^- + \text{e} = \text{Cu} + 2\text{Cl}^-$	0,177
	$\text{HClO}_2 + 3\text{H}^+ + 4\text{e} = \text{Cl}^- + 2\text{H}_2\text{O}$	1,57		$2\text{Cu}^{2+} + \text{H}_2\text{O} + 2\text{e} = \text{Cu}_2\text{O} + 2\text{H}^+$	0,203
	$2\text{HClO} + 2\text{H}^+ + 2\text{e} = \text{Cl}_2 + 2\text{H}_2\text{O}$	1,63		$\text{Cu}^{2+} + 2\text{e} = \text{Cu}$	0,345
	$2\text{HClO}_2 + 6\text{H}^+ + 6\text{e} = \text{Cl}_2 + 4\text{H}_2\text{O}$	1,64		$\text{Cu}^{2+} + 2\text{Cl}^- + \text{e} = \text{CuCl}_2^-$	0,463
Co	$\beta\text{-CoS} + 2\text{e} = \text{Co} + \text{S}^{2-}$	-1,07		$\text{Cu}^+ + \text{e} = \text{Cu}$	0,520
	$\alpha\text{-CoS} + 2\text{e} = \text{Co} + \text{S}^{2-}$	-0,90	Hg	$\text{Cu}^{2+} + \text{Cl}^- + \text{e} = \text{CuCl}$	0,538
Cu	$\text{CuO} + 2\text{H}^+ + 2\text{e} = \text{Cu} + \text{H}_2\text{O}$	0,570		$\text{HgBr}_4^{2-} + 2\text{e} = \text{Hg} + 4\text{Br}^-$	0,21

	$\text{Cu(OH)}_2 + 2\text{H}^+ + 2\text{e} = \text{Cu} + 2\text{H}_2\text{O}$	0,609		$\text{Hg}_2\text{Cl}_2 + 2\text{K}^+ + 2\text{e} = 2\text{Hg} + 2\text{KCl (TB)}$	0,2415
	$\text{Cu}^{2+} + \text{Br}^- + \text{e} = \text{CuBr}$	0,640		$\text{Hg}_2\text{Cl}_2 + 2\text{e} = 2\text{Hg} + 2\text{Cl}^-$	0,268
	$2\text{CuO} + 2\text{H}^+ + 2\text{e} = \text{Cu}_2\text{O} + \text{H}_2\text{O}$	0,669		$\text{Hg}_2\text{Cl}_2 + 2\text{e} = 2\text{Hg} + 2\text{Cl}^- (1\text{M KCl})$	0,28
	$\text{Cu}^{2+} + \text{I}^- + \text{e} = \text{CuI}$	0,86		$\text{Hg}_2\text{Cl}_2 + 2\text{e} = 2\text{Hg} + 2\text{Cl}^- (0,1\text{M KCl})$	0,334
	$\text{Cu}^{2+} + 2\text{CN}^- + \text{e} = \text{Cu(CN)}_2$	1,12		$\text{HgCl}_4^{2-} + 2\text{e} = \text{Hg} + 4\text{Cl}^-$	0,48
Dy	$\text{Dy}^{3+} + 3\text{e} = \text{Dy}$	-2,353		$\text{Hg}_2\text{SO}_4 + 2\text{e} = 2\text{Hg} + \text{SO}_4^{2-}$	0,6151
Eu	$\text{Eu}^{2+} + 2\text{e} = \text{Eu}$	-3,395		$\text{Hg}_2^{2+} + 2\text{e} = 2\text{Hg}$	0,788
	$\text{Eu}^{3+} + \text{e} = \text{Eu}^{2+}$	-0,429		$\text{Hg}^{2+} + 2\text{e} = \text{Hg}$	0,850
F	$\text{F}_2\text{O} + 2\text{H}^+ + 4\text{e} = 2\text{F}^- + \text{H}_2\text{O}$	2,1		$2\text{Hg}^{2+} + 2\text{e} = \text{Hg}_2^{2+}$	0,920
	$\text{F}_2 + 2\text{e} = 2\text{F}^-$	2,87		$\text{HgO} + 2\text{H}^+ + 2\text{e} = \text{Hg} + \text{H}_2\text{O}$	0,926
Fe	$\text{FeS} + 2\text{e} = \text{Fe} + \text{S}^{2-}$	-0,95	Ho	$\text{Ho}^{3+} + 3\text{e} = \text{Ho}$	-2,319
	$\text{Fe(OH)}_2 + 2\text{e} = \text{Fe} + 2\text{OH}^-$	-0,877	I	$\text{IO}_3^- + 2\text{H}_2\text{O} + 4\text{e} = \text{I}^- + 4\text{OH}^-$	0,14
	$\text{FeCO}_3 + 2\text{e} = \text{Fe} + \text{CO}_3^{2-}$	-0,756		$2\text{IO}_3^- + 6\text{H}_2\text{O} + 10\text{e} = \text{I}_2 + 12\text{OH}^-$	0,21
	$\text{Fe(OH)}_3 + \text{e} = \text{Fe(OH)}_2 + \text{OH}^-$	-0,56		$\text{IO}_3^- + 3\text{H}_2\text{O} + 6\text{e} = \text{I}^- + 6\text{OH}^-$	0,25
	$\text{Fe}^{2+} + 2\text{e} = \text{Fe}$	-0,440		$2\text{IO}^- + \text{H}_2\text{O} + 2\text{e} = \text{I}_2 + 4\text{OH}^-$	0,45
	$\text{Fe}_3\text{O}_4 + 8\text{H}^+ + 8\text{e} = 3\text{Fe} + 4\text{H}_2\text{O}$	-0,085		$\text{IO}^- + \text{H}_2\text{O} + 2\text{e} = \text{I}^- + 2\text{OH}^-$	0,49
	$\text{Fe}_2\text{O}_3 + \text{H}_2\text{O} + 2\text{H}^+ + 2\text{e} = 2\text{Fe(OH)}_2$	-0,057		$\text{I}_2 + 2\text{e} = 2\text{I}^-$	0,536
	$\text{Fe}_2\text{O}_3 + 6\text{H}^+ + 6\text{e} = 2\text{Fe} + 3\text{H}_2\text{O}$	-0,051		$\text{I}_3^- + 2\text{e} = 3\text{I}^-$	0,545
	$\text{Fe(OH)}_2 + 2\text{H}^+ + 2\text{e} = \text{Fe} + 2\text{H}_2\text{O}$	-0,047		$\text{IO}_3^- + 2\text{H}_2\text{O} + 4\text{e} = \text{I}^- + 4\text{OH}^-$	0,56
	$\text{Fe}^{3+} + 3\text{e} = \text{Fe}$	-0,037		$\text{HIO} + \text{H}^+ + 2\text{e} = \text{I}^- + \text{H}_2\text{O}$	0,99
	$\text{Fe(OH)}_3 + 3\text{H}^+ + 3\text{e} = \text{Fe} + 3\text{H}_2\text{O}$	0,059		$2\text{ICl}_2^- + 2\text{e} = \text{I}_2 + 4\text{Cl}^-$	1,06
	$\text{Fe(OH)}_3 + \text{H}^+ + \text{e} = \text{Fe(OH)}_2 + \text{H}_2\text{O}$	0,271		$\text{IO}_3^- + 6\text{H}^+ + 6\text{e} = \text{I}^- + 3\text{H}_2\text{O}$	1,085
	$\text{Fe(CN)}_6^{3-} + \text{e} = \text{Fe(CN)}_6^{4-}$	0,356		$\text{IO}_3^- + 5\text{H}^+ + 4\text{e} = \text{HIO} + 2\text{H}_2\text{O}$	1,14
	$\text{Fe}^{3+} + \text{e} = \text{Fe}^{2+} (1\text{M H}_2\text{SO}_4)$	0,68		$2\text{IO}_3^- + 12\text{H}^+ + 10\text{e} = \text{I}_2 + 6\text{H}_2\text{O}$	1,19
	$\text{Fe}^{3+} + \text{e} = \text{Fe}^{2+} (1\text{M HCl})$	0,70		$2\text{HIO} + 2\text{H}^+ + 2\text{e} = \text{I}_2 + 2\text{H}_2\text{O}$	1,45
	$\text{Fe(CN)}_6^{3-} + \text{e} = \text{Fe(CN)}_6^{4-} (1\text{M HCl})$	0,71		$\text{H}_3\text{IO}_6 + \text{H}^+ + 2\text{e} = \text{IO}_3^- + 3\text{H}_2\text{O}$	1,60
	$\text{Fe}^{3+} + \text{e} = \text{Fe}^{2+}$	0,771	Ir	$\text{IrO}_2 + 4\text{H}^+ + 4\text{e} = \text{Ir} + \text{H}_2\text{O}$	0,93
	$\text{Fe}_3\text{O}_4 + 8\text{H}^+ + 2\text{e} = 3\text{Fe}^{2+} + 4\text{H}_2\text{O}$	0,980		$\text{Ir}^{3+} + 3\text{e} = \text{Ir}$	1,15
Ga	$\text{Ga}^{3+} + 3\text{e} = \text{Ga}$	-0,53	K	$\text{K}^+ + \text{e} = \text{K}$	-2,924
Gd	$\text{Gd}^{3+} + 3\text{e} = \text{Gd}$	-2,397	La	$\text{La}^{3+} + 3\text{e} = \text{La}$	-2,522
Ge	$\text{H}_2\text{GeO}_3 + 4\text{H}^+ + 2\text{e} = \text{Ge}^{2+} + 3\text{H}_2\text{O}$	-0,363	Li	$\text{Li}^+ + \text{e} = \text{Li}$	-3,045
	$\text{GeO}_2 + 4\text{H}^+ + 4\text{e} = \text{Ge} + 2\text{H}_2\text{O}$	-0,15	Mg	$\text{Mg(OH)}_2 + 2\text{e} = \text{Mg} + 2\text{OH}^-$	-2,69
	$\text{H}_2\text{GeO}_3 + 4\text{H}^+ + 4\text{e} = \text{Ge} + 3\text{H}_2\text{O}$	-0,13		$\text{Mg}^{2+} + 2\text{e} = \text{Mg}$	-2,363
	$\text{Ge}^{2+} + 2\text{e} = \text{Ge}$	0,000		$\text{Mg(OH)}_2 + 2\text{H}^+ + 2\text{e} = \text{Mg} + 2\text{H}_2\text{O}$	-1,862
H	$2\text{H}_2\text{O} + 2\text{e} = \text{H}_2 + 2\text{OH}^-$	-0,828	Mn	$\text{MnCO}_3 + 2\text{e} = \text{Mn} + \text{CO}_3^{2-}$	-1,48
	$2\text{H}^+ + 2\text{e} = \text{H}_2$	0,0000		$\text{Mn}^{2+} + 2\text{e} = \text{Mn}$	-1,18
	$\text{H}_2\text{O}_2 + 2\text{H}^+ + 2\text{e} = 2\text{H}_2\text{O}$	1,776		$\text{Mn(OH)}_2 + 2\text{H}^+ + 2\text{e} = \text{Mn} + 2\text{H}_2\text{O}$	-0,727
Hf	$\text{Hf}^{4+} + 4\text{e} = \text{Hf}$	-1,70		$\text{MnO}_4^- + \text{e} = \text{MnO}_4^{2-}$	0,564
	$\text{HfO}_2 + 4\text{H}^+ + 4\text{e} = \text{Hf} + 2\text{H}_2\text{O}$	-1,57		$\text{MnO}_4^- + 2\text{H}_2\text{O} + 3\text{e} = \text{MnO}_2 + 4\text{OH}^-$	0,60
Hg	$\text{HgS} + 2\text{e} = \text{Hg} + \text{S}^{2-}$	-0,69		$\text{MnO}_2 + 4\text{H}^+ + 2\text{e} = \text{Mn}^{2+} + 2\text{H}_2\text{O}$	1,228
	$\text{Hg(CN)}_4^{2-} + 2\text{e} = \text{Hg} + 4\text{CN}^-$	-0,37		$\text{Mn}_2\text{O}_3 + 6\text{H}^+ + 2\text{e} = 2\text{Mn}^{2+} + 3\text{H}_2\text{O}$	1,443
	$\text{Hg}_2\text{I}_2 + 2\text{e} = 2\text{Hg} + 2\text{I}^-$	-0,041		$\text{MnO}_4^- + 8\text{H}^+ + 5\text{e} = \text{Mn}^{2+} + 4\text{H}_2\text{O}$	1,507
	$\text{HgI}_4^{2-} + 2\text{e} = \text{Hg} + 4\text{I}^-$	-0,04		$\text{Mn}^{3+} + \text{e} = \text{Mn}^{2+} (8\text{M H}_2\text{SO}_4)$	1,509
	$\text{HgO(красная)} + \text{H}_2\text{O} + 2\text{e} = \text{Hg} + 2\text{OH}^-$	0,098		$\text{MnO}_4^- + 4\text{H}^+ + 3\text{e} = \text{MnO}_2 + 2\text{H}_2\text{O}$	1,692
	$\text{Hg}_2\text{Br}_2 + 2\text{e} = 2\text{Hg} + 2\text{Br}^-$	0,140		$\text{MnO}_4^{2-} + 4\text{H}^+ + 2\text{e} = \text{MnO}_2 + 2\text{H}_2\text{O}$	2,257
Mo	$\text{H}_2\text{MoO}_4 + 2\text{H}^+ + 2\text{e} = \text{MoO}_2 + 2\text{H}_2\text{O}$	-1,091	Nd	$\text{Nd}^{3+} + 3\text{e} = \text{Nd}$	-2,431

	$\text{MoO}_4^{2-} + 4\text{H}_2\text{O} + 6\text{e} = \text{Mo} + 8\text{OH}^-$	-1,05	Ni	$\gamma\text{-NiS} + 2\text{e} = \text{Ni} + \text{S}^{2-}$	-1,04
	$\text{Mo}^{3+} + 3\text{e} = \text{Mo}$	-0,200		$\alpha\text{-NiS} + 2\text{e} = \text{Ni} + \text{S}^{2-}$	-0,83
	$\text{MoO}_2 + 4\text{H}^+ + 4\text{e} = \text{Mo} + 2\text{H}_2\text{O}$	-0,072		$\text{Ni(OH)}_2 + 2\text{e} = \text{Ni} + 2\text{OH}^-$	-0,72
	$\text{MoO}_4^{2-} + 8\text{H}^+ + 6\text{e} = \text{Mo} + 4\text{H}_2\text{O}$	0,154		$\text{Ni(NH}_3)_6^{2+} + 2\text{e} = \text{Ni} + 6\text{NH}_3$	-0,49
	$\text{MoO}_3 + 2\text{H}^+ + 2\text{e} = \text{MoO}_2 + \text{H}_2\text{O}$	0,320		$\text{NiCO}_3 + 2\text{e} = \text{Ni} + \text{CO}_3^{2-}$	-0,45
	$\text{MoO}_4^{2-} + 4\text{H}^+ + 2\text{e} = \text{MoO}_2 + 2\text{H}_2\text{O}$	0,606		$\text{Ni}^{2+} + 2\text{e} = \text{Ni}$	-0,25
N	$3\text{N}_2 + 2\bar{\text{e}} = 2\text{N}_3^-$	-3,4	O	$\text{Ni(OH)}_2 + 2\text{H}^+ + 2\text{e} = \text{Ni} + 2\text{H}_2\text{O}$	0,110
	$3\text{N}_2 + 2\text{H}^+ + 2\bar{\text{e}} = 2\text{HN}_3$	-3,1		$\text{NiO} + 2\text{H}^+ + 2\text{e} = \text{Ni} + \text{H}_2\text{O}$	0,116
	$\text{N}_2 + 4\text{H}_2\text{O} + 2\bar{\text{e}} = 2\text{NH}_2\text{OH} + 2\text{OH}^-$	-3,04		$\text{NiO}_2 + 4\text{H}^+ + 2\text{e} = \text{Ni}^{2+} + 2\text{H}_2\text{O}$	1,68
	$\text{N}_2 + 4\text{H}_2\text{O} + 4\bar{\text{e}} = \text{N}_2\text{H}_4 + 4\text{OH}^-$	-1,16		$\text{O}_2 + 2\text{H}_2\text{O} + 4\text{e} = 4\text{OH}^-$	0,401
	$\text{N}_2 + 8\text{H}_2\text{O} + 6\bar{\text{e}} = 2\text{NH}_4\text{OH} + 6\text{OH}^-$	-0,74		$\text{O}_2 + 2\text{H}^+ + 2\text{e} = \text{H}_2\text{O}_2$	0,682
	$\text{NO}_2^- + \text{H}_2\text{O} + \bar{\text{e}} = \text{NO} + 2\text{OH}^-$	-0,46		$\text{H}_2\text{O}_2 + 2\text{e} = 3\text{OH}^-$	0,88
	$\text{NO}_2^- + 6\text{H}_2\text{O} + 6\bar{\text{e}} = \text{NH}_4\text{OH} + 7\text{OH}^-$	-0,15		$\text{O}_2 + 4\text{H}^+ + 4\text{e} = 2\text{H}_2\text{O}$	1,229
	$\text{NO}_3^- + 2\text{H}_2\text{O} + 3\bar{\text{e}} = \text{NO} + 4\text{OH}^-$	-0,14		$\text{O}_3 + \text{H}_2\text{O} + 3\text{e} = \text{O}_2 + 2\text{OH}^-$	1,24
	$\text{NO}_3^- + 7\text{H}_2\text{O} + 8\bar{\text{e}} = \text{NH}_4\text{OH} + 9\text{OH}^-$	-0,12		$\text{O}_3 + 6\text{H}^+ + 6\text{e} = 3\text{H}_2\text{O}$	1,511
	$\text{NO}_3^- + \text{H}_2\text{O} + 2\bar{\text{e}} = \text{NO}_2 + 2\text{OH}^-$	0,01		$\text{H}_2\text{O}_2 + 2\text{H}^+ + 2\text{e} = 2\text{H}_2\text{O}$	1,776
	$\text{N}_2 + 6\text{H}^+ + 6\bar{\text{e}} = 2\text{NH}_3$	0,057		$\text{O}_3 + 2\text{H}^+ + 2\text{e} = \text{O}_2 + \text{H}_2\text{O}$	2,07
	$\text{N}_2\text{H}_4 + 4\text{H}_2\text{O} + 2\bar{\text{e}} = 2\text{NH}_4\text{OH} + 2\text{OH}^-$	0,1	Os	$\text{OsO}_2 + 2\text{H}_2\text{O} + 4\text{e} = \text{Os} + 4\text{OH}^-$	-0,15
	$\text{N}_2 + 8\text{H}^+ + 6\bar{\text{e}} = 2\text{NH}_4^+$	0,275		$\text{OsCl}_6^{3-} + \text{e} = \text{Os}^{2+} + 6\text{Cl}^-$	0,4
	$2\text{NO}_2 + 4\text{H}_2\text{O} + 6\bar{\text{e}} = \text{N}_2 + 8\text{OH}^-$	0,41		$\text{OsO}_4 + 8\text{H}^+ + 8\text{e} = \text{Os} + 4\text{H}_2\text{O}$	0,85
	$\text{NH}_2\text{OH} + 2\text{H}_2\text{O} + 2\bar{\text{e}} = \text{NH}_4\text{OH} + 2\text{OH}^-$	0,42		$\text{OsCl}_6^{2-} + \text{e} = \text{OsCl}_6^{3-}$	0,85
	$2\text{NO}_2 + 4\text{H}_2\text{O} + 8\text{e} = \text{N}_2 + 8\text{OH}^-$	0,53		$\text{Os}^{2+} + 2\text{e} = \text{Os}$	0,85
	$\text{NO}_3^- + 2\text{H}^+ + \text{e} = \text{NO}_2 + \text{H}_2\text{O}$	0,78		$\text{OsO}_4 + 4\text{H}^+ + 4\text{e} = \text{OsO}_2 + 2\text{H}_2\text{O}$	0,96
	$\text{NO}_3^- + 2\text{H}^+ + \text{e} = \text{NO}_2 + \text{H}_2\text{O}$	0,80	P	$\text{H}_2\text{PO}_2^- + \text{e} = \text{P} + 2\text{OH}^-$	-2,05
	$2\text{NO} + 2\text{H}_2\text{O} + 4\text{e} = \text{N}_2 + 4\text{OH}^-$	0,85		$\text{HPO}_3^{2-} + 2\text{H}_2\text{O} + 2\text{e} = \text{H}_2\text{PO}_2^- + 3\text{OH}^-$	-1,57
	$\text{HNO}_2 + 7\text{H}^+ + 6\text{e} = \text{NH}_4^+ + 2\text{H}_2\text{O}$	0,864		$\text{PO}_4^{3-} + 2\text{H}_2\text{O} + 2\text{e} = \text{HPO}_3^{2-} + 3\text{OH}^-$	-1,12
	$\text{NO}_3^- + 10\text{H}^+ + 8\text{e} = \text{NH}_4^+ + 3\text{H}_2\text{O}$	0,87		$2\text{H}_3\text{PO}_4 + 2\text{H}^+ + 2\text{e} = \text{H}_4\text{P}_2\text{O}_6 + 2\text{H}_2\text{O}$	-0,94
	$2\text{NO}_2 + 2\text{e} = 2\text{NO}_2^-$	0,88		$\text{P} + 3\text{H}_2\text{O} + 3\text{e} = \text{PH}_3 + 3\text{OH}^-$	-0,89
	$\text{N}_2\text{O} + \text{H}_2\text{O} + 2\text{e} = \text{N}_2 + 2\text{OH}^-$	0,94		$\text{H}_3\text{PO}_2 + \text{H}^+ + \text{e} = \text{P} + 2\text{H}_2\text{O}$	-0,51
	$\text{NO}_3^- + 3\text{H}^+ + 2\text{e} = \text{HNO}_2 + \text{H}_2\text{O}$	0,94		$\text{H}_3\text{PO}_3 + 3\text{H}^+ + 3\text{e} = \text{P(бел)} + 3\text{H}_2\text{O}$	-0,502
	$\text{NO}_3^- + 4\text{H}^+ + 3\text{e} = \text{NO} + 2\text{H}_2\text{O}$	0,957		$\text{H}_3\text{PO}_3 + 3\text{H}^+ + 2\text{e} = \text{H}_3\text{PO}_2 + \text{H}_2\text{O}$	-0,50
	$\text{NO}_3^- + 4\text{H}^+ + 3\text{e} = \text{NO} + 2\text{H}_2\text{O}$	0,96		$\text{H}_3\text{PO}_3 + 3\text{H}^+ + 3\text{e} = \text{P(кp)} + 3\text{H}_2\text{O}$	-0,454
	$\text{HNO}_2 + \text{H}^+ + \text{e} = \text{NO} + \text{H}_2\text{O}$	1,00		$\text{H}_3\text{PO}_4 + 5\text{H}^+ + 5\text{e} = \text{P(бел)} + 4\text{H}_2\text{O}$	-0,411
	$\text{NO}_2 + 2\text{H}^+ + 2\text{e} = \text{NO} + \text{H}_2\text{O}$	1,03		$\text{H}_3\text{PO}_4 + 4\text{H}^+ + 4\text{e} = \text{H}_3\text{PO}_2 + 2\text{H}_2\text{O}$	-0,39
	$\text{NO}_2 + \text{H}^+ + \text{e} = \text{HNO}_2$	1,09		$\text{H}_3\text{PO}_4 + 5\text{H}^+ + 5\text{e} = \text{P(кp)} + 4\text{H}_2\text{O}$	-0,383
	$2\text{NO}_3^- + 10\text{H}^+ + 8\text{e} = \text{N}_2\text{O} + 5\text{H}_2\text{O}$	1,116		$\text{H}_3\text{PO}_4 + 2\text{H}^+ + 2\text{e} = \text{H}_3\text{PO}_3 + \text{H}_2\text{O}$	-0,276
	$2\text{NO}_3^- + 12\text{H}^+ + 10\text{e} = \text{N}_2 + 6\text{H}_2\text{O}$	1,246		$\text{H}_3\text{PO}_3 + 2\text{H}^+ + 2\text{e} = \text{H}_3\text{PO}_2 + \text{H}_2\text{O}$	-0,50
	$2\text{HNO}_2 + 4\text{H}^+ + 4\text{e} = \text{N}_2\text{O} + 3\text{H}_2\text{O}$	1,297		$\text{P} + 3\text{H}^+ + 3\text{e} = \text{PH}_3$	0,06
	$2\text{NO}_2 + 8\text{H}^+ + 8\text{e} = \text{N}_2 + 4\text{H}_2\text{O}$	1,36		$\text{H}_4\text{P}_2\text{O}_6 + 2\text{H}^+ + 2\text{e} = 2\text{H}_3\text{PO}_3$	0,38
	$2\text{HNO}_2 + 6\text{H}^+ + 6\text{e} = \text{N}_2 + 4\text{H}_2\text{O}$	1,45	Pb	$\text{PbS} + 2\text{e} = \text{Pb} + \text{S}^{2-}$	-0,93
	$2\text{NO} + 4\text{H}^+ + 4\text{e} = \text{N}_2 + 2\text{H}_2\text{O}$	1,678		$\text{PbO} + \text{H}_2\text{O} + 2\text{e} = \text{Pb} + 2\text{OH}^-$	-0,58
	$\text{N}_2\text{O} + 2\text{H}^+ + 2\text{e} = \text{N}_2 + \text{H}_2\text{O}$	1,766		$\text{PbCO}_3 + 2\text{e} = \text{Pb} + \text{CO}_3^{2-}$	-0,506
				$\text{PbI}_2 + 2\text{e} = \text{Pb} + 2\text{I}^-$	0,365
Na	$\text{Na}^+ + \text{e} = \text{Na}$	-2,714	S	$\text{S} + 2\text{H}^+ + 2\text{e} = \text{H}_2\text{S}$	0,141
Pb	$\text{PbSO}_4 + 2\text{e} = \text{Pb} + \text{SO}_4^{2-}$	-0,3563			

	$\text{PbF}_2 + 2\text{e} = \text{Pb} + 2\text{F}^-$	-0,350		$\text{SO}_4^{2-} + 4\text{H}^+ + 2\text{e} = \text{H}_2\text{SO}_3 + \text{H}_2\text{O}$	0,17
	$\text{PbBr}_2 + 2\text{e} = \text{Pb} + 2\text{Br}^-$	-0,280		$\text{SO}_3^{2-} + 6\text{H}^+ + 6\text{e} = \text{S} + 3\text{H}_2\text{O}$	0,231
	$\text{PbCl}_2 + 2\text{e} = \text{Pb} + 2\text{Cl}^-$	-0,268		$2\text{SO}_4^{2-} + 10\text{H}^+ + 8\text{e} = \text{S}_2\text{O}_3^{2-} + 5\text{H}_2\text{O}$	0,29
	$\text{Pb}^{2+} + 2\text{e} = \text{Pb}$	-0,126		$\text{SO}_4^{2-} + 10\text{H}^+ + 8\text{e} = \text{H}_2\text{S} + 4\text{H}_2\text{O}$	0,311
	$\text{PbO}_3^{2-} + \text{H}_2\text{O} + 2\text{e} = \text{PbO}_2 + 2\text{OH}^-$	0,2		$\text{SO}_4^{2-} + 8\text{H}^+ + 6\text{e} = \text{S} + 4\text{H}_2\text{O}$	0,357
	$\text{PbO} + 2\text{H}^+ + 2\text{e} = \text{Pb} + \text{H}_2\text{O}$	0,248		$2\text{H}_2\text{SO}_3 + 2\text{H}^+ + 4\text{e} = \text{S}_2\text{O}_3^{2-} + 3\text{H}_2\text{O}$	0,40
	$\text{Pb}(\text{OH})_2 + 2\text{H}^+ + 2\text{e} = \text{Pb} + \text{H}_2\text{O}$	0,277		$\text{H}_2\text{SO}_3 + 4\text{H}^+ + 4\text{e} = \text{S} + 3\text{H}_2\text{O}$	0,449
	$\text{PbO}_2 + \text{H}_2\text{O} + 2\text{e} = \text{PbO} + 2\text{OH}^-$	0,28		$\text{S}_2\text{O}_3^{2-} + 6\text{H}^+ + 4\text{e} = 2\text{S} + 3\text{H}_2\text{O}$	0,5
	$\text{Pb}_3\text{O}_4 + 2\text{H}^+ + 2\text{e} = 3\text{PbO} + \text{H}_2\text{O}$	0,972		$2\text{SO}_3^{2-} + 6\text{H}^+ + 4\text{e} = \text{S}_2\text{O}_3^{2-} + 3\text{H}_2\text{O}$	0,705
	$\text{PbO}_2 + 4\text{H}^+ + 2\text{e} = \text{Pb}^{2+} + 2\text{H}_2\text{O}$	1,449-1,455		$\text{S}_2\text{O}_8^{2-} + 2\text{e} = 2\text{SO}_4^{2-}$	2,01
	$\text{PbO}_2 + \text{SO}_4^{2-} + 4\text{H}^+ + 2\text{e} = \text{PbSO}_4 + 2\text{H}_2\text{O}$	1,685	Sb	$\text{SbO}_2^- + 2\text{H}_2\text{O} + 3\text{e} = \text{Sb} + 4\text{OH}^-$	-0,675
	$\text{Pb}^{4+} + 2\text{e} = \text{Pb}^{2+}$	1,694		$\text{Sb} + 3\text{H}^+ + 3\text{e} = \text{SbH}_3$	-0,51
Pd	$\text{Pd}(\text{OH})_2 + 2\text{e} = \text{Pd} + 2\text{OH}^-$	0,07		$\text{SbO}_3^- + \text{H}_2\text{O} + 2\text{e} = \text{SbO}_2^- + 2\text{OH}^-$	-0,43
	$\text{PdI}_6^{2-} + 2\text{e} = \text{PdI}_4 + 2\text{I}^-$	0,623		$\text{Sb}_2\text{O}_3 + 6\text{H}^+ + 6\text{e} = 2\text{Sb} + 3\text{H}_2\text{O}$	0,152
	$\text{PdCl}_4^{2-} + 2\text{e} = \text{Pd} + 4\text{Cl}^-$	0,623		$\text{SbO}^+ + 2\text{H}^+ + 3\text{e} = \text{Sb} + \text{H}_2\text{O}$	0,212
	$\text{PdO} + 2\text{H}^+ + 2\text{e} = \text{Pd} + \text{H}_2\text{O}$	0,896		$\text{SbO}_3^- + 2\text{H}^+ + 3\text{e} = \text{SbO}_2^- + \text{H}_2\text{O}$	0,353
	$\text{PdCl}_6^{2-} + 4\text{e} = \text{Pd} + 6\text{Cl}^-$	0,96		$\text{SbO}_2^- + 4\text{H}^+ + 3\text{e} = \text{Sb} + 2\text{H}_2\text{O}$	0,446
	$\text{Pd}^{2+} + 2\text{e} = \text{Pd}$	0,987		$\text{Sb}_2\text{O}_5 + 6\text{H}^+ + 4\text{e} = 2\text{SbO}^+ + 3\text{H}_2\text{O}$	0,581
	$\text{PdBr}_6^{2-} + 2\text{e} = \text{PdBr}_4 + 2\text{Br}^-$	0,993		$\text{Sb}_2\text{O}_5 + 4\text{H}^+ + 4\text{e} = \text{Sb}_2\text{O}_3 + 2\text{H}_2\text{O}$	0,671
	$\text{PdO}_2 + 2\text{H}^+ + 2\text{e} = \text{PdO} + \text{H}_2\text{O}$	1,283	Sc	$\text{Sc}^{3+} + 3\text{e} = \text{Sc}$	-2,077
Pt	$\text{PdCl}_6^{2-} + 2\text{e} = \text{PdCl}_4 + 2\text{Cl}^-$	1,288	Se	$\text{Se} + 2\text{e} = \text{Se}^{2-}$	-0,92
	$\text{PtS} + 2\text{e} = \text{Pt} + \text{S}^{2-}$	-0,95		$\text{Se} + 2\text{H}^+ + 2\text{e} = \text{H}_2\text{Se}$	-0,40
	$\text{PtS}_2 + 2\text{e} = \text{PtS} + \text{S}^{2-}$	-0,64		$\text{SeO}_3^{2-} + 3\text{H}_2\text{O} + 4\text{e} = \text{Se} + 6\text{OH}^-$	-0,366
	$\text{Pt}(\text{OH})_2 + 2\text{e} = \text{Pt} + 2\text{OH}^-$	0,15		$\text{SeO}_4^{2-} + \text{H}_2\text{O} + 2\text{e} = \text{SeO}_3^{2-} + 2\text{OH}^-$	0,05
	$\text{PtI}_6^{2-} + 2\text{e} = \text{PtI}_4 + 2\text{I}^-$	0,393		$\text{H}_2\text{SeO}_3 + 4\text{H}^+ + 4\text{e} = \text{Se} + 3\text{H}_2\text{O}$	0,741
	$\text{PtBr}_4^{2-} + 2\text{e} = \text{Pt} + 4\text{Br}^-$	0,58		$\text{SeO}_4^{2-} + 4\text{H}^+ + 2\text{e} = \text{H}_2\text{SeO}_3 + \text{H}_2\text{O}$	1,15
	$\text{PtBr}_6^{2-} + 2\text{e} = \text{PtBr}_4 + 2\text{Br}^-$	0,59	Si	$\text{SiO}_3^{2-} + 3\text{H}_2\text{O} + 4\text{e} = \text{Si} + 6\text{OH}^-$	-1,7
	$\text{PtCl}_6^{2-} + 2\text{e} = \text{PtCl}_4 + 2\text{Cl}^-$	0,720		$\text{SiF}_6^{2-} + 4\text{e} = \text{Si} + 6\text{F}^-$	-1,2
Ra	$\text{PtCl}_4^{2-} + 2\text{e} = \text{Pt} + 4\text{Cl}^-$	0,73		$\text{SiO}_3^{2-} + 6\text{H}^+ + 4\text{e} = \text{Si} + 3\text{H}_2\text{O}$	-0,455
	$\text{Pt}(\text{OH})_2 + 2\text{H}^+ + 2\text{e} = \text{Pt} + 2\text{H}_2\text{O}$	0,980		$\text{Si} + 4\text{H}^+ + 4\text{e} = \text{SiH}_4$	0,102
	$\text{PtO}_2 + 2\text{H}^+ + 2\text{e} = \text{Pt}(\text{OH})_2$	1,045	Sn	$\text{SnS} + 2\text{e} = \text{Sn} + \text{S}^{2-}$	-0,94
	$\text{Pt}^{2+} + 2\text{e} = \text{Pt}$	1,188		$\text{Sn}(\text{OH})_6^{2-} + 2\text{e} = \text{HSnO}_2^- + \text{H}_2\text{O} + 3\text{OH}^-$	-0,93
S	$\text{Ra}^{2+} + 2\text{e} = \text{Ra}$	-2,925		$\text{HSnO}_2^- + \text{H}_2\text{O} + 2\text{e} = \text{Sn} + 3\text{OH}^-$	-0,91
	$\text{Rb}^+ + \text{e} = \text{Rb}$	-2,925		$\text{SnF}_6^{2-} + 4\text{e} = \text{Sn} + 6\text{F}^-$	-0,25
	$\text{SO}_4^{2-} + \text{H}_2\text{O} + 2\text{e} = \text{SO}_3^{2-} + 2\text{OH}^-$	-0,93		$\text{Sn}^{2+} + 2\text{e} = \text{Sn}$	-0,136
	$2\text{SO}_4^{2-} + 5\text{H}_2\text{O} + 8\text{e} = \text{S}_2\text{O}_3^{2-} + 10\text{OH}^-$	-0,76		$\text{SnO}_2 + 2\text{H}^+ + 2\text{e} = \text{SnO} + \text{H}_2\text{O}$	-0,108
	$\text{SO}_3^{2-} + 3\text{H}_2\text{O} + 4\text{e} = \text{S} + 6\text{OH}^-$	-0,66		$\text{SnO}_2 + 4\text{H}^+ + 4\text{e} = \text{Sn} + 2\text{H}_2\text{O}$	-0,106
	$2\text{SO}_3^{2-} + 3\text{H}_2\text{O} + 4\text{e} = \text{S}_2\text{O}_3^{2-} + 6\text{OH}^-$	-0,58		$\text{SnO} + 2\text{H}^+ + 2\text{e} = \text{Sn} + \text{H}_2\text{O}$	-0,104
	$\text{S}_2^{2-} + 2\text{e} = 2\text{S}^{2-}$	-0,524		$\text{Sn}(\text{OH})_2 + 2\text{H}^+ + 2\text{e} = \text{Sn} + 2\text{H}_2\text{O}$	-0,091
	$\text{S} + 2\text{e} = \text{S}^{2-}$	-0,48		$\text{SnCl}_6^{2-} + 2\text{e} = \text{SnCl}_4 + 2\text{Cl}^-$	0,14
	$2\text{S} + 2\text{e} = \text{S}_2^{2-}$	-0,476		$\text{Sn}^{4+} + 2\text{e} = \text{Sn}^{2+}$	0,151
	$\text{S} + \text{H}^+ + 2\text{e} = \text{HS}^-$	-0,065	Sr	$\text{Sr}^{2+} + 2\text{e} = \text{Sr}$	-2,888
	$\text{S}_2\text{O}_3^{2-} + 6\text{H}^+ + 8\text{e} = 2\text{S} + 3\text{H}_2\text{O}$	-0,006	Te	$\text{Te} + 2\text{e} = \text{Te}^{2-}$	-1,14
	$\text{S}_4\text{O}_6^{2-} + 2\text{e} = 2\text{S}_2\text{O}_3^{2-}$	0,08		$\text{Te} + 2\text{H}^+ + 2\text{e} = \text{H}_2\text{Te}$	-0,72
	$\text{SO}_4^{2-} + 8\text{H}^+ + 8\text{e} = \text{S} + 4\text{H}_2\text{O}$	0,149		$\text{TeO}_3^{2-} + 2\text{H}_2\text{O} + 4\text{e} = \text{Te} + 6\text{OH}^-$	-0,57
	$\text{TeO}_2 + 4\text{H}^+ + 4\text{e} = \text{Te} + 2\text{H}_2\text{O}$	0,529		$\text{V}^{2+} + 2\text{e} = \text{V}$	-1,175

	$\text{TeO}_4^{2-} + 2\text{H}^+ + 2\text{e} = \text{TeO}_3 + \text{H}_2\text{O}$	0,892		$\text{V}^{3+} + \text{e} = \text{V}^{2+}$	-0,255
	$\text{H}_6\text{TeO}_6 + 2\text{H}^+ + 2\text{e} = \text{TeO}_2 + 4\text{H}_2\text{O}$	1,02		$\text{VO}_2^+ + 4\text{H}^+ + 5\text{e} = \text{V} + 2\text{H}_2\text{O}$	-0,25
Ti	$\text{Ti}^{2+} + 2\text{e} = \text{Ti}$	-1,63		$\text{VO}_2^{2+} + \text{e} = \text{VO}^+$	-0,044
	$\text{TiO} + 2\text{H}^+ + 2\text{e} = \text{Ti} + \text{H}_2\text{O}$	-1,306		$\text{VO}_2^+ + 4\text{H}^+ + 3\text{e} = \text{V} + 2\text{H}_2\text{O}$	0,360
	$\text{TiF}_6^{2-} + 4\text{e} = \text{Ti} + 6\text{F}^-$	-1,19	V	$\text{V}_2\text{O}_5 + 6\text{H}^+ + 2\text{e} = 2\text{VO}^{2+} + 3\text{H}_2\text{O}$	0,958
	$\text{TiO}_2 + 4\text{H}^+ + 4\text{e} = \text{Ti} + 2\text{H}_2\text{O}$	-0,86		$\text{VO}_2^+ + 2\text{H}^+ + \text{e} = \text{VO} + \text{H}_2\text{O}$	1,004
	$\text{TiO}_2(\text{рутил}) + \text{H}^+ + 4\text{e} = \text{Ti}^{3+} + 2\text{H}_2\text{O}$	-0,666		$\text{VO}_4^{3-} + 6\text{H}^+ + 2\text{e} = \text{VO}^+ + 3\text{H}_2\text{O}$	1,256
	$\text{TiO}_2(\text{рутил}) + 2\text{H}^+ + 4\text{e} = \text{Ti}^{2+} + 2\text{H}_2\text{O}$	-0,502		$\text{H}_2\text{VO}_4^- + 4\text{H}^+ + \text{e} = \text{VO}^{2+} + 3\text{H}_2\text{O}$	1,314
	$\text{Ti}^{3+} + \text{e} = \text{Ti}^{2+}$	-0,368		$\text{WO}_4^{2-} + 4\text{H}_2\text{O} + 6\text{e} = \text{W} + 8\text{OH}^-$	-1,05
	$\text{Ti}^{4+} + \text{e} = \text{Ti}^{3+} (5\text{M H}_3\text{PO}_4)$	-0,15	W	$\text{WO}_2 + 4\text{H}^+ + 4\text{e} = \text{W} + 2\text{H}_2\text{O}$	-0,119
	$\text{TiO}^{2+} + 2\text{H}^+ + 2\text{e} = \text{Ti}^{2+} + \text{H}_2\text{O}$	-0,135		$\text{WO}_3 + 6\text{H}^+ + 6\text{e} = \text{W} + 3\text{H}_2\text{O}$	-0,09
	$\text{TiO}^{2+} + 2\text{H}^+ + \text{e} = \text{Ti}^{3+} + \text{H}_2\text{O}$	0,10		$\text{W}_2\text{O}_5 + 2\text{H}^+ + 2\text{e} = 2\text{WO}_2 + \text{H}_2\text{O}$	-0,031
Tl	$\text{Tl}_2\text{S} + 2\text{e} = 2\text{Tl} + \text{S}^{2-}$	-0,93		$2\text{WO}_3 + 2\text{H}^+ + 2\text{e} = \text{W}_2\text{O}_5 + \text{H}_2\text{O}$	-0,029
	$\text{TlI} + \text{e} = \text{Tl} + \text{I}^-$	-0,753		$\text{WO}_4^{2-} + 8\text{H}^+ + 6\text{e} = \text{W} + 4\text{H}_2\text{O}$	0,049
	$\text{TlBr} + \text{e} = \text{Tl} + \text{Br}^-$	-0,658		$2\text{WO}_4^{2-} + 6\text{H}^+ + 2\text{e} = \text{W}_2\text{O}_5 + 3\text{H}_2\text{O}$	0,801
	$\text{TlCl} + \text{e} = \text{Tl} + \text{Cl}^-$	-0,557		$\text{ZnS} + 2\text{e} = \text{Zn} + \text{S}^{2-}$	-1,405
	$\text{TlOH} + \text{e} = \text{Tl} + \text{OH}^-$	-0,344	Zn	$\text{Zn}(\text{CN})_4^{2-} + 2\text{e} = \text{Zn} + 4\text{CN}^-$	-1,26
	$\text{Tl}^+ + \text{e} = \text{Tl}$	-0,3363		$\text{Zn}(\text{OH})_2 + 2\text{e} = \text{Zn} + 2\text{OH}^-$	-1,245
	$\text{Tl}(\text{OH})_3 + 2\text{e} = \text{TlOH} + 2\text{OH}^-$	-0,05		$\text{Zn}(\text{OH})_4^{2-} + 2\text{e} = \text{Zn} + 4\text{OH}^-$	-1,22
	$\text{Tl}_2\text{O}_3 + 3\text{H}_2\text{O} + 4\text{e} = 2\text{Tl}^+ + 6\text{OH}^-$	0,02		$\text{ZnO}_2^{2-} + 2\text{H}_2\text{O} + 2\text{e} = \text{Zn} + 4\text{OH}^-$	-1,216
	$\text{TlOH} + \text{H}^+ + \text{e} = \text{Tl} + \text{H}_2\text{O}$	0,778		$\text{ZnCO}_3 + 2\text{e} = \text{Zn} + \text{CO}_3^{2-}$	-1,06
	$\text{Tl}^{3+} + 2\text{e} = \text{Tl}^+$	1,252		$\text{Zn}(\text{NH}_3)_4^{2+} + 2\text{e} = \text{Zn} + 4\text{NH}_3$	-1,04
U	$\text{UO}_2 + 2\text{H}_2\text{O} + 4\text{e} = \text{U} + 4\text{OH}^-$	-2,39		$\text{Zn}^{2+} + 2\text{e} = \text{Zn}$	-0,763
	$\text{U}^{3+} + 3\text{e} = \text{U}$	-1,798		$\text{ZnO}_2^{2-} + 4\text{H}^+ + 2\text{e} = \text{Zn} + 2\text{H}_2\text{O}$	0,441
	$\text{U}^{4+} + \text{e} = \text{U}^{3+}$	-0,607		$\text{ZrO}^{2+} + 2\text{H}^+ + 4\text{e} = \text{Zr} + \text{H}_2\text{O}$	-1,570
	$\text{UO}_2^{2+} = \text{UO}_2^+$	0,05	Zr	$\text{ZrO}_2 + 4\text{H}^+ + 4\text{e} = \text{Zr} + 2\text{H}_2\text{O}$	-1,553
	$\text{UO}_2^{2+} + 4\text{H}^+ + 2\text{e} = \text{U} + 2\text{H}_2\text{O}$	0,334		$\text{Zr}^{4+} + 4\text{e} = \text{Zr}$	-1,539
	$\text{UO}_2^+ + 4\text{H}^+ + \text{e} = \text{U} + 2\text{H}_2\text{O}$	0,62			

Электрохимический ряд напряжений металлов

Электрохимический ряд напряжений металлов – это ряд стандартных электродных потенциалов металлов, расположенных в порядке их возрастания.

Таблица 1

Стандартные электродные потенциалы металлов

Элемент	Электродная реакция	E^0 , В	Элемент	Электродная реакция	E^0 , В
Цезий	$\text{Cs}^+ + e^- \rightleftharpoons \text{Cs}^0$	–3,08	Кадмий	$\text{Cd}^{2+} + 2e^- \rightleftharpoons \text{Cd}^0$	–0,40
Литий	$\text{Li}^+ + e^- \rightleftharpoons \text{Li}^0$	–3,02	Таллий	$\text{Tl}^+ + e^- \rightleftharpoons \text{Tl}^0$	–0,34
Рубидий	$\text{Rb}^+ + e^- \rightleftharpoons \text{Rb}^0$	–2,99	Кобальт	$\text{Co}^{2+} + 2e^- \rightleftharpoons \text{Co}^0$	–0,28
Калий	$\text{K}^+ + e^- \rightleftharpoons \text{K}^0$	–2,92	Никель	$\text{Ni}^{2+} + 2e^- \rightleftharpoons \text{Ni}^0$	–0,25
Барий	$\text{Ba}^{2+} + 2e^- \rightleftharpoons \text{Ba}^0$	–2,90	Олово	$\text{Sn}^{2+} + 2e^- \rightleftharpoons \text{Sn}^0$	–0,14
Стронций	$\text{Sr}^{2+} + 2e^- \rightleftharpoons \text{Sr}^0$	–2,89	Свинец	$\text{Pb}^{2+} + 2e^- \rightleftharpoons \text{Pb}^0$	–0,13
Кальций	$\text{Ca}^{2+} + 2e^- \rightleftharpoons \text{Ca}^0$	–2,87	Водород	$2\text{H}^+ + 2e^- \rightleftharpoons \text{H}_2$	0,00
Натрий	$\text{Na}^+ + e^- \rightleftharpoons \text{Na}^0$	–2,71	Сурьма	$\text{Sb}^{3+} + 3e^- \rightleftharpoons \text{Sb}^0$	+0,20
Лантан	$\text{La}^{3+} + 3e^- \rightleftharpoons \text{La}^0$	–2,37	Висмут	$\text{Bi}^{3+} + 3e^- \rightleftharpoons \text{Bi}^0$	+0,23
Магний	$\text{Mg}^{2+} + 2e^- \rightleftharpoons \text{Mg}^0$	–2,34	Медь	$\text{Cu}^{2+} + 2e^- \rightleftharpoons \text{Cu}^0$	+0,34
Бериллий	$\text{Be}^{2+} + 2e^- \rightleftharpoons \text{Be}^0$	–1,70	Серебро	$\text{Ag}^+ + e^- \rightleftharpoons \text{Ag}^0$	+0,80
Алюминий	$\text{Al}^{3+} + 3e^- \rightleftharpoons \text{Al}^0$	–1,67	Палладий	$\text{Pd}^{2+} + 2e^- \rightleftharpoons \text{Pd}^0$	+0,83
Титан	$\text{Ti}^{2+} + 2e^- \rightleftharpoons \text{Ti}^0$	–1,63	Ртуть	$\text{Hg}_2^{2+} + 2e^- \rightleftharpoons \text{Hg}^0$	+0,79
Марганец	$\text{Mn}^{2+} + 2e^- \rightleftharpoons \text{Mn}^0$	–1,05	Ртуть	$\text{Hg}^{2+} + 2e^- \rightleftharpoons \text{Hg}^0$	+0,85
Цинк	$\text{Zn}^{2+} + 2e^- \rightleftharpoons \text{Zn}^0$	–0,76	Платина	$\text{Pt}^{2+} + 2e^- \rightleftharpoons \text{Pt}^0$	+1,20
Хром	$\text{Cr}^{3+} + 3e^- \rightleftharpoons \text{Cr}^0$	–0,71	Золото	$\text{Au}^{3+} + 3e^- \rightleftharpoons \text{Au}^0$	+1,50
Железо	$\text{Fe}^{2+} + 2e^- \rightleftharpoons \text{Fe}^0$	–0,44	Золото	$\text{Au}^+ + e^- \rightleftharpoons \text{Au}^0$	+1,68

Учебное издание

Ирина Альбертовна Низова, Наталья Анатольевна Зайцева

ЗАДАЧИ И ВОПРОСЫ ПО КУРСУ «ХИМИЯ»

Учебное пособие

Редактор изд-ва

Компьютерная верстка И.А.Низовой

Подписано в печать .Бумага писчая. Формат 60×84 1/16.

Печать на ризографе. Гарнитура Times New Roman.

Печ. л. Уч.-изд. л. 1,0 .Тираж 100 .Заказ

Издательство УГГУ

620144, Екатеринбург, ул. Куйбышева, 30

Уральский государственный горный университет

Отпечатано с оригинал-макета

в лаборатории множительной техники УГГУ

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

**УТВЕРЖДАЮ**
Проректор по учебно-методическому
комплексу
С.А. Упоров

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ
по выполнению контрольной работы по дисциплине

Б1.О.15 МАТЕРИАЛОВЕДЕНИЕ В МАШИНОСТРОЕНИИ

Специальность

15.05.01 Проектирование технологических машин и комплексов

Специализация № 24

Проектирование технологических машин и комплексов

Автор: Хазин М.Л., д-р. техн. н., профессор

Одобрены на заседании кафедры

Эксплуатации горного оборудования
(название кафедры)

Зав. кафедрой

(подпись)

Симисинов Д. И.
(Фамилия И.О.)

Протокол № 1 от 18.09.2023
(Дата)

Рассмотрены методической комиссией
факультета

Горно-механического
(название факультета)

Председатель

(подпись)

Осипов П. А.
(Фамилия И.О.)

Протокол № 2 от 20.10.2023
(Дата)

Екатеринбург

Контрольная работа по темам 1-2

Вариант 1

1. Каковы характерные свойства металлов и чем они определяются?
2. Дайте определение ударной вязкости (KCV). Опишите методику измерения этой характеристики механических свойств металла.
3. Вычертите диаграмму состояния железо - углерод, укажите структурные составляющие во всех областях диаграммы, опишите превращения и постройте кривую охлаждения (с применением правила фаз) для сплава, содержащего 3,6 % С. Какова структура этого сплава при комнатной температуре и как такой сплав называется?

Исходные данные для выполнения задания:

Диаграмма железо-углерод.

Вариант 2

1. Опишите физическую сущность и механизм процесса кристаллизации.
2. Для чего проводится рекристаллизационный отжиг? Как назначается режим этого вида обработки?
3. Опишите превращения и постройте кривую охлаждения (с применением правила фаз) для сплава, содержащего 0,4 % С. Какова структура этого сплава при комнатной температуре и как такой сплав называется?
4. Используя диаграмму изотермического превращения аустенита, объясните, почему нельзя получить в стали чисто мартенситную структуру при охлаждении ее со скоростью меньше критической?
5. После термической обработки углеродистой стали получена структура цементит + мартенсит отпуска. Нанесите на диаграмму состояния железо-цементит ординату заданной стали (примерно) и обоснуйте температуру нагрева этой стали под закалку. Так же укажите температуру отпуска. Опишите превращения, которые произошли при термической обработке.

Исходные данные для выполнения задания:

Диаграмма железо-углерод.

Вариант 3

1. Опишите явление полиморфизма в приложении к железу. Какое практическое значение оно имеет?
2. Как изменяются свойства деформированного металла при нагреве, какие процессы происходят при этом?
3. Постройте кривую охлаждения (с применением правила фаз) для сплава железа, содержащего 0,7 % С. Какова структура этого сплава при комнатной температуре и как такой сплав называется?
4. Вычертите диаграмму изотермического превращения аустенита стали 80. Нанесите на нее кривую режима изотермической обработки, обеспечивающей твердость 20...25 HRC. Укажите, как называется этот режим и какая структура образуется в данном случае.
5. Плашки из стали У10А закалены: первая - от температуры 760° С, вторая - от температуры 850° С. Используя диаграмму состояния железо - цементит, укажите температуры закалки, объясните, какая из этих плашек закалена правильно, имеет более высокие режущие свойства и почему.

Исходные данные для выполнения задания:
Диаграмма железо-углерод.

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ВОПРОСЫ

1. Кристаллическое строение
2. Дефекты кристаллического строения
3. Нарушение правильного чередования атомных плоскостей в кристалле
4. Диаграмма деформации
5. Способность материала сопротивляться действию внешних сил, не разрушаясь
6. Способы измерения твердости материалов
7. Химико-термическая обработка
8. Отжиг стали второго рода
9. Диффузионная металлизация
10. Управление структурой
11. Закалка, прокаливаемость и закаливаемость
12. Основные фазы в системе железа
13. Зависимость физических свойств от направления в кристалле:
14. Отпуск и его виды
15. Термомеханическая обработка
16. Разрушение материалов
17. Отпуск
18. Кристаллизация сплавов
19. Основные виды сплавов
20. Линия солидус на диаграмме состояния

Теоретические вопросы

1. Углеродистые качественные стали
2. Серые чугуны
3. Композиционные материалы
4. Износостойкие стали
5. Легированные стали
6. Керамика
7. Твердые сплавы
8. Стекло неорганическое
9. Стали обыкновенного качества
10. Рессорно-пружинные стали
11. Порошковые сплавы алюминия
12. Автоматные стали
13. Ковкие чугуны
14. Медь и ее сплавы
15. Сплавы алюминия
16. Белые чугуны
17. Улучшаемые стали
18. Инструментальные стали
19. Высокопрочные чугуны
20. Латунь

ПРАКТИКО-ОРИЕНТИРОВАННЫЕ ЗАДАНИЯ

1. Расшифруйте состав и марку сплавов КЧ 30-6 и А12
2. Рассчитайте число атомов в элементарной ячейке в ГЦК решетки.
3. Расшифруйте состав и марку сплавов 8Х18Н9АТ и 8Х18Н9ТА
4. Расшифруйте состав и марку сплавов 12ХГ2МТР и ТТ15К6
5. Расшифруйте состав и марку сплавов ВЧ 45-6
6. Укажите режим закалки для конструкционной стали 45.
7. Расшифруйте состав и марку сплавов Р8 и У8А
8. Расшифруйте состав и марку сплавов 22ХВ2М
9. Расшифруйте состав и марку сплавов Бр АЖС 7-6-1
10. Расшифруйте состав и марку сплавов 8Х18Н9АТ и 8Х18Н9ТА
11. Рассчитайте координационное число ОЦК решетки.
12. Расшифруйте состав и марку сплавов 12ХГ2МТР и ТТ15К6
13. Расшифруйте состав и марку сплавов Бр 30С
14. Рассчитайте содержание углерода в стали 20, если перлита содержится 67 %.
15. Расшифруйте состав и марку сплавов 8Х18НА
16. Расшифруйте состав и марку сплавов 8Х18Н9АТ и 8Х18Н9ТА
17. Укажите содержание углерода в чугуна состава: ледобурит – 35%, цементит 65 %.
18. Расшифруйте состав и марку сплавов Бр АЖС 7-2-1.
19. Расшифруйте состав и марку сплавов 12ХГ2МТР и ТТ15К67.
20. Выберите режим термической обработки для получения пружины из стали 70.



Министерство науки и высшего
образования РФ
ФГБОУ ВО
«Уральский государственный
горный университет»

М. Л. Хазин

Б1.О.15 МАТЕРИАЛОВЕДЕНИЕ В МАШИНОСТРОЕНИИ

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЕ
СТУДЕНТОВ

Специальность

15.05.01 Проектирование технологических машин и комплексов

Специализация № 24

Проектирование технологических машин и комплексов

форма обучения: очная

Екатеринбург

Министерство науки и высшего образования РФ
ФГБОУ ВО
«Уральский государственный
горный университет»

ОДОБРЕНО
Методической комиссией
горно-механического
факультета УГГУ
14.10.2022г.
Председатель комиссии
П. А. Осипов

М. Л. Хазин

Б1.О.15 МАТЕРИАЛОВЕДЕНИЕ В МАШИНОСТРОЕНИИ

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЕ СТУДЕНТОВ

Специальность

15.05.01 Проектирование технологических машин и комплексов

Специализация № 24

Проектирование технологических машин и комплексов

форма обучения: очная

X12

Рецензенты: Жуков Ю. Н., д-р. техн. наук, профессор (УрФУ)

Учебное пособие рассмотрено на заседании кафедры
Эксплуатации горного оборудования 20.10.2022 (протокол № 2)
и рекомендовано для издания в УГГУ

Хазин М. Л.

X12 МАТЕРИАЛОВЕДЕНИЕ В МАШИНОСТРОЕНИИ: методические указания по самостоятельной работе студентов специальности 15.05.01 – «Проектирование технологических машин и комплексов». - Екатеринбург: Изд-во, УГГУ, 2022. – 14 с.

Для студентов специальности 15.05.01 – «Проектирование технологических машин и комплексов». Представлены современные конструкционные материалы, которые будут использоваться в горных машинах и оборудовании в ближайшие десятилетия. Данная работа позволяет учащимся ориентироваться в широкой номенклатуре материалов, осуществлять подбор по физико-механическим характеристикам с целью обеспечения наивысшего качества и точности изготавливаемых конструкций.

Табл. 2. Библ. 9 назв.

© Хазин М. Л., 2022

© Уральский государственный
горный университет, 2022

Оглавление

1. ЦЕЛЬ И ЗАДАЧИ ДИСЦИПЛИНЫ.....	5
1.1. Цель преподавания дисциплины.....	5
1.2. Задачи изучения дисциплины.....	5
1.3. Место дисциплины в структуре ОПОП.....	5
1.4. Компетенции, формируемые в процессе изучения дисциплины	5
2. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ.....	6
2.1. Наименование тем, их содержание, объем в часах.....	6
2.2. Распределение часов по темам и видам занятий.....	6
3. РЕКОМЕНДАЦИИ ПО САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ ПОДГОТОВКЕ СТУДЕНТОВ.....	7
3.1. Методические рекомендации по самостоятельной подготовке теоретического материала	8
3.2. Методические рекомендации по подготовке к практическим за- нятиям	10
3.3. Методические рекомендации по подготовке практико- ориентированного задания	11
3.4. Контроль знаний студентов.....	11
4. ПЕРЕЧЕНЬ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ, ИСПОЛЬЗУЕМЫХ ПРИ ОСУЩЕСТВЛЕНИИ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА ПО ДИСЦИПЛИНЕ.....	13
ЗАКЛЮЧЕНИЕ.....	14
БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК.....	14

1. ЦЕЛЬ И ЗАДАЧИ ДИСЦИПЛИНЫ

1.1. Цель дисциплины

Цель дисциплины: формирование научного и практического представления о структуре и свойствах материалов, овладение навыками решения задач, возникающие при выполнении профессиональных функций.

1.2. Задачи изучения дисциплины

Основная задача дисциплины – подготовка студентов к применению навыков разработки систем по обеспечению экологической и промышленной безопасности при производстве работ по эксплуатационной разведке, добыче и переработке твердых полезных ископаемых, строительству и эксплуатации подземных объектов.

Для этого необходимо:

- развитие у обучаемых знаний и навыков, необходимых для выбора материалов;
- ознакомление обучаемых с методами стандартных испытаний по определению физико-механических свойств и технологических показателей используемых материалов и готовых изделий;
- обучение студентов применению полученных практических и теоретических знаний при обеспечении качества и надежности горных машин и оборудования.

1.3. Место дисциплины в структуре ОПОП

Место дисциплины в структуре ОПОП: дисциплина «Материаловедение в машиностроении» является дисциплиной обязательной части Блока 1 «Дисциплины (модули)» учебного плана специальности 15.05.01 «Проектирование технологических машин и комплексов» специализации № 24 «Проектирование технологических машин и комплексов».

1.4. Компетенции, формируемые в процессе изучения дисциплины

В процессе изучения дисциплины формируются общепрофессиональные компетенции:

- способен обеспечивать технологичность изделий и процессов их изготовления, контролировать соблюдение технологической дисциплины при изготовлении изделий в машиностроении (ОПК-7).

В результате изучения дисциплины студенты должны:

Знать:

- общую классификацию материалов, их характерные свойства, области применения;

- типовые методы измерения параметров и свойств материалов;

Уметь:

- выбирать материалы с необходимым комплексом физико-механических характеристик;
- проводить измерения параметров материалов;

Владеть:

- навыками выбора материалов с необходимым комплексом физико-механических характеристик;
- навыками проведения измерений параметров материалов;
- навыками использования технической и справочной литературы для выбора материалов.

2. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

2.1. Наименование и содержание тем

Тема 1: Строение, свойства и кристаллизация материалов.

Аморфная и кристаллическая структура. Кристаллизация и структура металлов и сплавов. Виды сплавов. Диаграммы состояния сплавов. Диаграмма железо-углерод. Технологии термической обработки: отжиг, закалка, отпуск, нормализация. Поверхностная закалка; химико-термическая обработка. Деформация и разрушение. Виды деформации, диаграмма деформации. Твердость, усталость, выносливость и износостойкость.

Тема 2: Конструкционные металлы и сплавы. Композиционные материалы.

Углеродистые и легированные конструкционные стали. Чугуны. Цветные металлы и их сплавы. Стекло и керамика. Пластмассы и полимеры. Классификация и виды композиционных материалов.

2.2. Распределение часов по темам и видам занятий

Тематический план изучения дисциплины для студентов очной формы обучения

№	Тема	Контактная работа обучающихся с преподавателем, час		Самостоятельная работа
		лекции	практич. занятия/	
1.	Строение, свойства и кристаллизация материалов.	8	8	45
2.	Конструкционные металлы и сплавы. Композиционные материалы.	8	8	48

3.	Выполнение контрольной работы			10
	Подготовка к зачету			9
	ИТОГО	16	16	112

Освоение дисциплины предусматривает репродуктивные (информационные лекции, опросы, работа с книгой и т.д.); активные (доклады, работа с информационными ресурсами).

3. РЕКОМЕНДАЦИИ ПО САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ ПОДГОТОВКЕ СТУДЕНТОВ

Самостоятельная работа студентов по дисциплине «Материаловедение в машиностроении» позволяет сформировать знания, умения и навыки студентам, обучающимся по специальности 15.05.01 «Проектирование технологических машин и комплексов» специализации № 24 «Проектирование технологических машин и комплексов» в области представления о структуре и свойствах материалов, овладения навыками решения задач, возникающих при выполнении профессиональных функций. Проверка знаний материала лекционных и практических занятий проводится в виде тестирования.

Основные цели самостоятельной работы:

- систематизация и закрепление теоретических знаний и практических умений обучающихся;
- углубление и расширение теоретических знаний, формирование умений использовать справочную документацию и дополнительную литературу;
- развитие познавательных способностей и активности обучающихся, творческой инициативы, самостоятельности, ответственности и организованности;
- формирование самостоятельного мышления;
- развитие исследовательских умений.

Особую важность приобретают умения обучающихся выбирать материалы для профессиональной деятельности, определять основные свойства материалов по маркам, знание свойств, классификации, характеристики применяемых в профессиональной деятельности материалов, самостоятельное применение полученных знаний и умений на практике. Методические рекомендации помогут обучающимся целенаправленно изучать материал по теме, определять свой уровень знаний и умений при выполнении самостоятельной работы.

3.1. Методические рекомендации по самостоятельной подготовке теоретического материала

Основной формой изучения курса является самостоятельная работа студента с книгой. Вначале следует ознакомиться с программой курса, затем

прочитать соответствующие разделы по учебнику. При изучении раздела необходимо усвоить основные понятия, термины, внимательно рассмотреть примеры и выводы. Усвоив тот или иной раздел учебника необходимо ответить на вопросы для самопроверки, приведённые в настоящих методических указаниях. Вопросы для самопроверки обращают внимание студента на наиболее важные разделы курса и дают возможность установить, всё ли главное им усвоено.

Самостоятельная работа студентов по изучению отдельных тем дисциплины включает поиск учебных пособий по данному материалу, проработку и анализ теоретического материала, самоконтроль знаний по данной теме с помощью нижеприведенных контрольных вопросов и заданий.

Контрольные вопросы

1. В чем сущность металлического, ионного и ковалентного типов связи?
2. Каковы характерные свойства металлов и чем они определяются?
3. Что такое элементарная ячейка?
4. Что такое полиморфизм?
5. Что такое параметр кристаллической решетки, плотность упаковки и координационное число?
6. Что такое мозаичная структура?
7. Виды дислокаций и их строение.
8. Каковы термодинамические условия фазового превращения?
9. Каковы параметры процесса кристаллизации?
10. Что такое переохлаждение?
11. Что такое компонент, фаза, физико-химическая система, число степеней свободы?
12. Приведите объяснение твердого раствора, механической смеси, химического (металлического) соединения.
13. Что представляют собой твердые растворы замещения и внедрения?
4. Как строятся диаграммы состояния?
14. Объясните принцип построения кривых нагрева и охлаждения с помощью правила фаз.
15. Начертите и проанализируйте диаграмму состояния для случая образования непрерывного ряда твердых растворов.
16. Начертите и проанализируйте диаграмму состояния для случая полной нерастворимости компонентов в твердом состоянии.
17. Начертите и проанализируйте диаграмму состояния для случая образования эвтектики, состоящей из ограниченных твердых растворов.

18. Каким образом определяются состав фаз и их количественное соотношение?
19. Чем объясняется назначение процесса улучшения для конструкционной стали?
20. Как влияет степень легирования на механические свойства улучшаемой стали?
21. Какие требования предъявляются к рессорно-пружинным сталям?
22. Какие вы знаете износостойкие стали?
23. Каковы требования, предъявляемые к нержавеющей сталям?
24. Что такое композиты?
25. Как подразделяют композиты в зависимости от формы и размеров наполнителя?
26. Как подразделяют композиты по виду матрицы?
27. От чего зависят механические свойства композитов?
28. Какие композиционные материалы используют для работы при высоких температурах (жаропрочные)?
29. Что лежит в основе классификации полимеров?
30. Какие материалы относятся к обратимым и необратимым полимерам?
31. Какие вы знаете наполнители пластмасс?
32. Для чего вводят в пластмассы отвердители?
33. Приведите примеры пластиков с твердыми наполнителями.
34. Укажите область применения термопластов и реактопластов.
35. В чем преимущества пластмасс по сравнению с металлическими материалами? Каковы их недостатки?

3.2. Методические рекомендации по подготовке к практическим занятиям

Самостоятельная работа студентов по подготовке к практическим занятиям, включает проработку и анализ теоретического материала, а также самоконтроль знаний по теме практического занятия с помощью нижеприведенных контрольных вопросов и заданий. При изучении тем дисциплины рекомендуется использовать литературные источники.

Контрольные вопросы

1. Какие вы знаете хладостойкие стали и сплавы? Укажите их состав, свойства и назначение.
2. Какие вы знаете жаропрочные и жаростойкие стали и сплавы? Укажите их состав, свойства и назначение.

3. Какие вы знаете материалы с высокой твердостью? Укажите их состав, свойства и назначение.
4. Какие требования предъявляются к сплавам с высокой упругостью? Приведите примеры таких сплавов с указанием их состава, структуры, свойств и области применения.
5. Приведите примеры сплавов с особенностями теплового расширения. Их состав, свойства и назначение.
6. Какие вы знаете сплавы с заданными упругими свойствами? Их состав, свойства и назначение.
7. Каковы особенности титановых сплавов и области их применения?
8. Какой термической обработке подвергают сплавы на основе титана?
9. Приведите примеры сплавов на основе титана. Укажите их состав, обработку, свойства и область применения.
10. Высокопрочные стали.
11. Как классифицируются конструкционные стали по технологии термической обработки?
12. Какие требования предъявляются к цементуемым изделиям?
13. Чем определяется выбор марки цементуемой стали для изделий различного назначения?
14. Какова термическая обработка цементуемых деталей?
15. Приведите определения основных процессов термической обработки: отжига, нормализации и закали.
16. Какие вам известны разновидности процесса отжига и для чего они применяются?
17. Какова природа фазовых и термических напряжений?
18. Какие вам известны разновидности закали и в каких случаях они применяются?
19. Каковы виды и причины брака при закалке?
20. Какие Вам известны группы охлаждающих сред и каковы их особенности?
21. От чего зависит прокаливаемость стали и в чем ее технологическое значение?
22. Какие вам известны технологические приемы уменьшения деформации при термической обработке?
23. Для чего и как производится обработка холодом?
24. . В чем сущность и особенности термомеханической обработки.

3.3. Методические рекомендации по подготовке практико-

ориентированного задания

Необходимо уяснить принципы обозначения сталей и сплавов. Обратить внимание на различие обозначений конструкционных и инструментальных сталей. Помнить, что одна и та же буква может обозначать различные легирующие элементы в обозначениях сталей и цветных металлов.

Примерные практико-ориентированные задания

1. Расшифруйте состав и марку сплавов КЧ30-6 и А12
2. Расшифруйте состав и марку сплавов 8Х18Н9АТ и 8Х18Н9ТА
3. Расшифруйте состав и марку сплавов 12ХГ2МТР и ТТ15К6

3.4. Контроль знаний студентов

Зачет – форма контроля промежуточной аттестации, в результате которого обучающийся получает оценку: «зачтено», «не зачтено».

Цель зачета – завершить курс изучения дисциплины, проверить сложившуюся у обучающегося систему знаний, понятий, отметить степень полученных знаний, определить сформированность компетенций.

Для того чтобы быть уверенным на зачете, необходимо ответы на наиболее трудные, с точки зрения обучающегося, вопросы подготовить заранее и тезисно записать. Запись включает дополнительные ресурсы памяти.

К зачету необходимо начинать готовиться с первой лекции, практического занятия, так как материал, набираемый памятью постепенно, неоднократно подвергавшийся обсуждению, образует качественные знания, формирует необходимые компетенции.

При подготовке к зачету следует пользоваться конспектами лекций, учебниками. Прежде всего, необходимо запоминать определение каждого понятия, так как именно в нем фиксируются признаки, показывающие его сущность и позволяющие отличать данную категорию от других. В процессе заучивания определений конкретных понятий обучающийся «наращивает» знания. Предмет имеет свою систему понятий, и обучающийся через запоминание конкретной учебной информации приобщается к данной системе, «поднимается» до ее уровня, говорит на ее языке (не пытайтесь объяснить суть той или иной категории с помощью обыденных слов).

Однако преподаватель на зачете проверяет не столько уровень запоминания учебного материала, сколько то, как обучающийся понимает те или иные категории и реальные проблемы, как умеет мыслить, аргументировать, отстаивать определенную позицию, объяснять заученную дефиницию.

Таким образом, необходимо разумно сочетать запоминание и понимание, простое воспроизводство учебной информации и работу мысли.

Для того чтобы быть уверенным на зачете, необходимо ответы на наиболее трудные, с точки зрения обучающегося, вопросы подготовить заранее и тезисно записать. Запись включает дополнительные ресурсы памяти.

Зачет по дисциплине - «Материаловедение в машиностроении» может проводиться в устной, письменной форме (по билетам, в форме компьютер-

ного тестирования, с использованием электронной информационно-образовательной среды).

При опоздании к началу письменного зачета - обучающийся на зачет не допускается. Использование средств связи, «шпаргалок», подсказок на зачете является основанием для удаления обучающегося с зачета, а в зачетной ведомости проставляется оценка «не зачтено».

Для подготовки к зачету в письменной форме обучающийся должен иметь лист (несколько листов) формата А-4.

Лист (листы) формата А-4, на котором будет выполняться зачетное задание, должен быть подписан обучающимся в начале работы в правом верхнем углу. Здесь следует указать:

- Ф. И. О. обучающегося;
- группу, курс
- дату выполнения работы
- название дисциплины

Страницы листов с ответами должны быть пронумерованы.

Проверка письменных работ осуществляется преподавателем, проводившим зачет, в течение 3-х рабочих дней после его проведения. Результаты письменного зачета - объявляются путем выдачи копии зачетной ведомости старосте группы, результаты устного зачета объявляются в процессе проведения зачета - после ответа обучающегося.

4. ПЕРЕЧЕНЬ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ, ИСПОЛЬЗУЕМЫХ ПРИ ОСУЩЕСТВЛЕНИИ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Профессиональные пакеты программных средств:

1. Microsoft Windows 8 Professional
2. Microsoft Office Professional 2010
3. Microsoft Windows 8.1 Professional

Информационные справочные системы

ИПС «КонсультантПлюс»

ИПС «Гарант»

Базы данных

Scopus: база данных рефератов и цитирования

<https://www.scopus.com/customer/profile/display.uri>

E-library: электронная научная библиотека: <https://elibrary.ru>

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Разработка систем по обеспечению экологической и промышленной безопасности при производстве работ по эксплуатационной разведке, добыче и переработке твердых полезных ископаемых, строительству и эксплуатации подземных объектов является одной из важнейших составляющих деятельности человека, без которых невозможно создание и последующее внедрение в производство наукоемких ресурсосберегающих и экологически чистых технологий и, тем самым, развитие научно-технического прогресса, определяющего будущее любого государства, в том числе и России.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Балин В. С. Конструкционные материалы: учебное пособие. - Екатеринбург: Изд-во УГГУ. 2006. - 138 с.
2. Балин В. С., Зубов В. В. Материаловедение: учебное пособие/ 2-е изд., перераб. и доп. - Екатеринбург: УГГУ, 2012. - 202 с.
3. Балин В. С., Хазин М. Л. Стали и сплавы с особыми физическими свойствами: учебное пособие. - 3-е изд., стер. - Екатеринбург: УГГУ, 2007. - 49 с.
4. Болтон У. Конструкционные материалы: металлы, сплавы, полимеры, керамика, композиты: Карманный справочник = Engineering materials : пер. с англ. / - 2-е изд., стер. - Москва: Додэка-XXI, 2007. - 320 с.
5. Комаров О. С., Керженцева А. Ф., Макаева Г. Г. Материаловедение в машиностроении. М.: Высшая школа. 2009. 304 с.
6. Хазин М. Л. МАТЕРИАЛОВЕДЕНИЕ: учебно-практическое пособие, Урал. гос. горный ун-т – Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2019. – 184 с.
7. Хазин М. Л. Материаловедение: методические материалы. Екатеринбург: Изд-во УГГГА, 2008. 208 с.

Учебное издание

Хазин Марк Леонтьевич

МАТЕРИАЛОВЕДЕНИЕ В МАШИНОСТРОЕНИИ:

методические указания по самостоятельной работе

студентов специальности

15.05.01 «Проектирование технологических машин и комплексов»

Учебное пособие
для самостоятельной работы

Редактор В. В. Баклаева

Подписано в печать . .22 г. Бумага писчая. Формат 60 x 84 1/16

Печать офсетная. Печ. л. 5,0. Уч.-изд. л 4,41. Тираж 50. Заказ № _____

Издательство УГГУ
620144, г. Екатеринбург, ул. Куйбышева, 30.
Уральский государственный горный университет

Отпечатано с оригинал-макета
В лаборатории множительной техники УГГУ

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

**УТВЕРЖДАЮ**
Проректор по учебно-методическому
комплексу _____ С.А. Упоров

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ И ЗАДАНИЯ К КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЕ

ПРИКЛАДНОЕ ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ

Специальность

15.05.01 Проектирование технологических машин и комплексов

Специализация № 24

Проектирование технологических машин и комплексов

Автор: Дружинин А.В., доцент, канд. техн. наук

Одобрены на заседании кафедры

Информатики

(название кафедры)

Зав. кафедрой _____

(подпись)

к.т.н., доц. Дружинин А. В.

(Фамилия И.О.)

Протокол № 1 от 26.09.2023

(Дата)

Рассмотрены методической комиссией

Горно-механического факультета

(название факультета)

Председатель _____

(подпись)

Осипов П. А.

(Фамилия И.О.)

Протокол № 2 от 20.10.2023

(Дата)

Екатеринбург

ВВЕДЕНИЕ

Данные методические рекомендации необходимы для студентов специальности 15.05.01 Проектирование технологических машин и комплексов при организации самостоятельной работы по дисциплине «Прикладное программное обеспечение» в рамках подготовки и защиты контрольной работы.

В методических рекомендациях содержатся особенности организации подготовки контрольной работы в виде реферата, требования к его оформлению, а также порядок защиты и критерии оценки.

ОРГАНИЗАЦИЯ ПОДГОТОВКИ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ (РЕФЕРАТА)

Общая характеристика реферата

Написание реферата практикуется в учебном процессе в целях приобретения студентом необходимой профессиональной подготовки, развития умения и навыков самостоятельного научного поиска: изучения литературы по выбранной теме, анализа различных источников и точек зрения, обобщения материала, выделения главного, формулирования выводов и т. п. С помощью реферата студент может глубже постигать наиболее сложные проблемы дисциплины, учиться лаконично излагать свои мысли, правильно оформлять работу, докладывать результаты своего труда.

В «Толковом словаре русского языка» дается следующее определение: **«реферат** – краткое изложение содержания книги, статьи, исследования, а также доклад с таким изложением».

Различают два вида реферата:

- *репродуктивный* – воспроизводит содержание первичного текста в форме реферата-конспекта или реферата-резюме. В реферате-конспекте содержится фактическая информация в обобщённом виде, иллюстрированный материал, различные сведения о методах исследования, результатах исследования и возможностях их применения. В реферате-резюме содержатся только основные положения данной темы;

- *продуктивный* – содержит творческое или критическое осмысление реферируемого источника и оформляются в форме реферата-доклада или реферата-обзора. В реферате-докладе, наряду с анализом информации первоисточника, дается объективная оценка проблемы, и он имеет развёрнутый характер. Реферат-обзор составляется на основе нескольких источников и в нем сопоставляются различные точки зрения по исследуемой проблеме.

Студент для изложения материала должен выбрать продуктивный вид реферата.

Выбор темы реферата

Студенту предоставляется право выбора темы реферата из рекомендованного преподавателем дисциплины списка. Выбор темы должен быть осознанным и обоснованным с точки зрения познавательных интересов автора, а также полноты освещения темы в имеющейся научной литературе.

Если интересующая тема отсутствует в рекомендованном списке, то по согласованию с преподавателем студенту предоставляется право самостоятельно предложить тему реферата, раскрывающую содержание изучаемой дисциплины. Тема не должна быть слишком общей и глобальной, так как небольшой объем работы (до 20-25 страниц без учёта приложений) не позволит раскрыть ее.

Начинать знакомство с избранной темой лучше всего с чтения обобщающих работ по данной проблеме, постепенно переходя к узкоспециальной литературе. При этом

следует сразу же составлять библиографические выходные данные используемых источников (автор, название, место и год издания, издательство, страницы).

На основе анализа прочитанного и просмотренного материала по данной теме следует составить тезисы по основным смысловым блокам, с пометками, собственными суждениями и оценками. Предварительно подобранный в литературных источниках материал может превышать необходимый объем реферата.

Формулирование цели и составление плана реферата

Выбрав тему реферата и изучив литературу, необходимо сформулировать цель работы и составить план реферата.

Цель – это осознаваемый образ предвосхищаемого результата. Возможно, формулировка цели в ходе работы будет меняться, но изначально следует ее обозначить, чтобы ориентироваться на нее в ходе исследования. Формулирование цели реферата рекомендуется осуществлять при помощи глаголов: исследовать, изучить, проанализировать, систематизировать, осветить, изложить (представления, сведения), создать, рассмотреть, обобщить и т. д.

Определяясь с целью дальнейшей работы, параллельно необходимо думать над составлением плана, при этом четко соотносить цель и план работы. Правильно построенный план помогает систематизировать материал и обеспечить последовательность его изложения.

Наиболее традиционной является следующая **структура реферата**:

Титульный лист.

Оглавление (план, содержание).

Введение.

1. (полное наименование главы).

1.1. (полное название параграфа, пункта);

1.2. (полное название параграфа, пункта).

2. (полное наименование главы).

2.1. (полное название параграфа, пункта);

2.2. (полное название параграфа, пункта).

Заключение (выводы).

Библиография (список использованной литературы).

Приложения (по усмотрению автора).

Титульный лист оформляется в соответствии с Приложением.

Оглавление(план, содержание) включает названия всех глав и параграфов (пунктов плана) реферата и номера страниц, указывающие их начало в тексте реферата.

Введение. В этой части реферата обосновывается актуальность выбранной темы, формулируются цель и задачи работы, указываются используемые материалы и дается их краткая характеристика с точки зрения полноты освещения избранной темы. Объем введения не должен превышать 1-1,5 страницы.

Основная часть реферата может быть представлена двумя или тремя главами, которые могут включать 2-3 параграфа (пункта).

Здесь достаточно полно и логично излагаются главные положения в используемых источниках, раскрываются все пункты плана с сохранением связи между ними и последовательности перехода от одного к другому.

Автор должен следить за тем, чтобы изложение материала точно соответствовало цели и названию главы (параграфа). Материал в реферате рекомендуется излагать своими словами, не допуская дословного переписывания из литературных источников. В тексте обязательны ссылки на первоисточники, т. е. на тех авторов, у которых взят данный материал в виде мысли, идеи, вывода, числовых данных, таблиц, графиков, иллюстраций и пр.

Работа должна быть написана грамотным литературным языком. Сокращение слов в тексте не допускается, кроме общеизвестных сокращений и аббревиатуры. Каждый раздел рекомендуется заканчивать кратким выводом.

Заключение(выводы). В этой части обобщается изложенный в основной части материал, формулируются общие выводы, указывается, что нового лично для себя вынес автор реферата из работы над ним. Выводы делаются с учетом опубликованных в литературе различных точек зрения по проблеме, рассматриваемой в реферате, сопоставления их и личного мнения автора реферата. Заключение по объему не должно превышать 1,5-2 страниц.

Библиография(список использованной литературы) – здесь указывается реально использованная для написания реферата литература, периодические издания и электронные источники информации. Список составляется согласно правилам библиографического описания.

Приложения могут включать графики, таблицы, расчеты.

ТРЕБОВАНИЯ К ОФОРМЛЕНИЮ РЕФЕРАТА

Общие требования к оформлению реферата

Рефераты, как правило, требуют изучения и анализа значительного объема статистического материала, формул, графиков и т. п. В силу этого особое значение приобретает правильное оформление результатов проделанной работы.

Текст реферата должен быть подготовлен в печатном виде. Исправления и пометки не допускаются. Текст работы оформляется на листах формата А4, на одной стороне листа, с полями: левое – 25 мм, верхнее – 20 мм, правое – 15 мм и нижнее – 25 мм. При компьютерном наборе шрифт должен быть таким: тип шрифта TimesNewRoman, кегль 14, междустрочный интервал 1,5.

Рекомендуемый объем реферата – не менее 20 страниц. Титульный лист реферата оформляется студентом по образцу, данному в приложении 1.

Текст реферата должен быть разбит на разделы: главы, параграфы и т. д. Очередной раздел нужно начинать с нового листа.

Все страницы реферата должны быть пронумерованы. Номер страницы ставится снизу страницы, по центру. Первой страницей является титульный лист, но на ней номер страницы не ставится.

Таблицы

Таблицы по содержанию делятся на аналитические и неаналитические. Аналитические таблицы являются результатом обработки и анализа цифровых показателей. Как правило, после таких таблиц делается обобщение, которое вводится в текст словами: «таблица позволяет сделать вывод о том, что...», «таблица позволяет заключить, что...» и т. п.

В неаналитических таблицах обычно помещаются необработанные статистические данные, необходимые лишь для информации и констатации фактов.

Таблицы размещают после первого упоминания о них в тексте таким образом, чтобы их можно было читать без поворота работы или с поворотом по часовой стрелке.

Каждая таблица должна иметь нумерационный и тематический заголовок. Тематический заголовок располагается по центру таблицы, после нумерационного, размещённого в правой стороне листа и включающего надпись «Таблица» с указанием арабскими цифрами номера таблицы. Нумерация таблиц сквозная в пределах каждой главы. Номер таблицы состоит из двух цифр: первая указывает на номер главы, вторая – на номер таблицы в главе по порядку (например, «Таблица 2.2» – это значит, что представленная таблица вторая во второй главе).

Цифры в графах таблиц должны проставляться так, чтобы разряды чисел во всей графе были расположены один под другим. В одной графе количество десятичных знаков должно быть одинаковым. Если данные отсутствуют, то в графах ставят знак тире. Округление числовых значений величин до первого, второго и т. д. десятичного знака для различных значений одного и того же наименования показателя должно быть одинаковым.

Таблицу с большим количеством строк допускается переносить на другую страницу, при этом заголовок таблицы помещают только над ее первой частью, а над переносимой частью пишут «Продолжение таблицы» или «Окончание таблицы». Если в работе несколько таблиц, то после слов «Продолжение» или «Окончание» указывают номер таблицы, а само слово «таблица» пишут сокращенно, например, «Продолжение табл. 1.1», «Окончание табл. 1.1».

На все таблицы в тексте реферата должны быть даны ссылки с указанием их порядкового номера, например, «...в табл. 2.2».

Формулы

Формулы – это комбинации математических знаков, выражающие какие-либо предложения.

Формулы, приводимые в реферате, должны быть наглядными, а обозначения, применяемые в них, соответствовать стандартам.

Пояснения значений символов и числовых коэффициентов следует приводить непосредственно под формулой, в той последовательности, в какой они даны в формуле. Значение каждого символа и числового коэффициента дается с новой строки. Первую строку объяснения начинают со слова «где» без двоеточия после него.

Формулы и уравнения следует выделять из текста свободными строками. Если уравнение не умещается в одну строку, оно должно быть перенесено после знака равенства (=) или после знака (+), минус (–), умножения (x) и деления (:).

Формулы нумеруют арабскими цифрами в пределах всей реферата или главы. В пределах реферата используют нумерацию формул одинарную, в пределах главы – двойную. Номер указывают с правой стороны листа на уровне формулы в круглых скобках.

В тексте ссылки на формулы приводятся с указанием их порядковых номеров, например: «...в формуле (2.2)» (второй формуле второй главы).

Иллюстрации

Иллюстрации позволяют наглядно представить явление или предмет такими, какими мы их зрительно воспринимаем, но без лишних деталей и подробностей.

Основными видами иллюстраций являются схемы, диаграммы и графики.

Схема – это изображение, передающее обычно с помощью условных обозначений и без соблюдения масштаба основную идею какого-либо устройства, предмета, сооружения или процесса и показывающее взаимосвязь их главных элементов.

Диаграмма – один из способов изображения зависимости между величинами. Наибольшее распространение получили линейные, столбиковые и секторные диаграммы.

Для построения линейных диаграмм используется координатное поле. По горизонтальной оси в изображенном масштабе откладывается время или факториальные признаки, на вертикальной – показатели на определенный момент (период) времени или размеры результативного независимого признака. Вершины ординат соединяются отрезками – в результате получается ломаная линия.

На столбиковых диаграммах данные изображаются в виде прямоугольников (столбиков) одинаковой ширины, расположенных вертикально или горизонтально. Длина (высота) прямоугольников пропорциональна изображенным ими величинам.

Секторная диаграмма представляет собой круг, разделенный на секторы, величины которых пропорциональны величинам частей изображаемого явления.

График – это результат обработки числовых данных. Он представляет собой условные изображения величин и их соотношений через геометрические фигуры, точки и линии.

Количество иллюстраций в работе должно быть достаточным для пояснения излагаемого текста.

Иллюстрации обозначаются словом «Рис.» и располагаются после первой ссылки на них в тексте так, чтобы их было удобно рассматривать без поворота работы или с поворотом по часовой стрелке. Иллюстрации должны иметь номер и наименование, расположенные по центру, под ней. Иллюстрации нумеруются в пределах главы арабскими цифрами, например: «Рис. 1.1» (первый рисунок первой главы). Ссылки на иллюстрации в тексте реферата приводят с указанием их порядкового номера, например: «...на рис. 1.1».

При необходимости иллюстрации снабжаются поясняющими данными (подрисуночный текст).

Приложения

Приложение – это часть основного текста, которая имеет дополнительное (обычно справочное) значение, но, тем не менее, необходима для более полного освещения темы. По форме они могут представлять собой текст, таблицы, графики, карты. В приложении помещают вспомогательные материалы по рассматриваемой теме: инструкции, методики, положения, результаты промежуточных расчетов, типовые проекты, имеющие значительный объем, затрудняющий чтение и целостное восприятие текста. В этом случае в тексте приводятся основные выводы (результаты) и делается ссылка на приложение, содержащее соответствующую информацию. Каждое приложение должно начинаться с новой страницы. В правом верхнем углу листа пишут слово «Приложение» и указывают номер приложения. Если в реферате больше одного приложения, их нумеруют последовательно арабскими цифрами, например: «Приложение 1», «Приложение 2» и т. д.

Каждое приложение должно иметь заголовок, который помещают ниже слова «Приложение» над текстом приложения, по центру.

При ссылке на приложение в тексте реферата пишут сокращенно строчными буквами «прил.» и указывают номер приложения, например: «...в прил. 1».

Приложения оформляются как продолжение текстовой части реферата со сквозной нумерацией листов. Число страниц в приложении не лимитируется и не включается в общий объем страниц реферата.

Библиографический список

Библиографический список должен содержать перечень и описание только тех источников, которые были использованы при написании реферата.

В библиографическом списке должны быть представлены монографические издания отечественных и зарубежных авторов, материалы профессиональной периодической печати (экономических журналов, газет и еженедельников), законодательные и др. нормативно-правовые акты. При составлении списка необходимо обратить внимание на достижение оптимального соотношения между монографическими изданиями, характеризующими глубину теоретической подготовки автора, и периодикой, демонстрирующей владение современными экономическими данными.

Наиболее распространенным способом расположения наименований литературных источников является алфавитный. Работы одного автора перечисляются в алфавитном порядке их названий. Исследования на иностранных языках помещаются в порядке латинского алфавита после исследований на русском языке.

Ниже приводятся примеры библиографических описаний использованных источников.

Статья одного, двух или трех авторов из журнала

Зотова Л. А., Еременко О. В. Инновации как объект государственного регулирования // Экономист. 2010. № 7. С. 17–19.

Статья из журнала, написанная более чем тремя авторами

Валютный курс и экономический рост / С. Ф. Алексашенко, А. А. Клепач, О. Ю. Осипова [и др.] // Вопросы экономики. 2010. № 8. С. 18–22.

Книга, написанная одним, двумя или тремя авторами

Олейник А. Н. Институциональная Горное дело: учебное пособие. М.: ИНФРА-М, 2011. 416 с.

Книга, написанная более чем тремя авторами

Экономическая теория: учебник / В. Д. Камаев [и др.]. М.: ВЛАДОС, 2011. 143 с.

Сборники

Актуальные проблемы экономики и управления: сборник научных статей. Екатеринбург: УГГУ, 2010. Вып. 9. 146 с.

Статья из сборника

Данилов А. Г. Система ценообразования промышленного предприятия // Актуальные проблемы экономики и управления: сб. научных статей. Екатеринбург: УГГУ, 2010. Вып. 9. С. 107–113.

Статья из газеты

Крашаков А. С. Будет ли обвал рубля // Аргументы и факты. 2011. № 9. С. 3.

Библиографические ссылки

Библиографические ссылки требуется приводить при цитировании, заимствовании материалов из других источников, упоминании или анализе работ того или иного автора, а также при необходимости адресовать читателя к трудам, в которых рассматривался данный вопрос.

Ссылки должны быть затекстовыми, с указанием номера соответствующего источника (на который автор ссылается в работе) в соответствии с библиографическим списком и соответствующей страницы.

Пример оформления затекстовой ссылки

Ссылка в тексте: «Под трансакцией понимается обмен какими-либо благами, услугами или информацией между двумя агентами» [10, С. 176].

В списке использованных источников:

10. *Сухарев О. С.* Институциональная Горное дело: учебник и практикум для специалитета и магистратуры / О. С. Сухарев. М.: Издательство Юрайт, 2016. 501 с.

ОРГАНИЗАЦИЯ ЗАЩИТЫ РЕФЕРАТА

Необходимо заранее подготовить тезисы выступления (план-конспект).

Порядок защиты реферата.

1. Краткое сообщение, характеризующее цель и задачи работы, ее актуальность, полученные результаты, вывод и предложения.

2. Ответы студента на вопросы преподавателя.

3. Отзыв руководителя-консультанта о ходе выполнения работы.

Советы студенту:

• Готовясь к защите реферата, вы должны вспомнить материал максимально подробно, и это должно найти отражение в схеме вашего ответа. Но тут же необходимо выделить главное, что наиболее важно для понимания материала в целом, иначе вы сможете проговорить все 15-20 минут и не раскрыть существа вопроса. Особенно строго следует отбирать примеры и иллюстрации.

- Вступление должно быть очень кратким – 1-2 фразы (если вы хотите подчеркнуть при этом важность и сложность данного вопроса, то не говорите, что он сложен и важен, а покажите его сложность и важность).

- Целесообразнее вначале показать свою схему раскрытия вопроса, а уж потом ее детализировать.

- Рассказывать будет легче, если вы представите себе, что объясняете материал очень способному и хорошо подготовленному человеку, который не знает именно этого раздела, и что при этом вам обязательно нужно доказать важность данного раздела и заинтересовать в его освоении.

- Строго следите за точностью своих выражений и правильностью употребления терминов.

- Не пытайтесь рассказать побольше за счет ускорения темпа, но и не мямлите.

- Не демонстрируйте излишнего волнения и не напрашивайтесь на сочувствие.

- Будьте особенно внимательны ко всем вопросам преподавателя, к малейшим его замечаниям. И уж ни в коем случае его не перебивайте!

- Не бойтесь дополнительных вопросов – чаще всего преподаватель использует их как один из способов помочь вам или сэкономить время. Если вас прервали, а при оценке ставят в вину пропуск важной части материала, не возмущайтесь, а покажите план своего ответа, где эта часть стоит несколько позже того, на чем вы были прерваны.

- Прежде чем отвечать на дополнительный вопрос, необходимо сначала правильно его понять. Для этого нужно хотя бы немного подумать, иногда переспросить, уточнить: правильно ли вы поняли поставленный вопрос. И при ответе следует соблюдать тот же принцип экономности мышления, а не высказывать без разбора все, что вы можете сказать.

- Будьте доброжелательны и тактичны, даже если к ответу вы не готовы (это вина не преподавателя, а ваша).

ТЕМЫ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ (РЕФЕРАТА)

1. Хост-компьютеры.
2. Локальные сети и персональные компьютеры.
3. Каналы связи.
4. Хранение и предоставление доступа к информации.
5. Управление передачей сообщений.
6. Каналы связи, обеспечивающие взаимодействие между хост-компьютерами.
7. Обмен информацией между абонентами сети.
8. Использование баз данных сети.
9. Классификация прикладного программного обеспечения.
10. Пакеты прикладных программ.
11. Методо-ориентированные пакеты.
12. Системы реального времени.
13. Офисные приложения.
14. Инструменты электронных таблиц для решения экономических задач.
15. Классификация баз данных (БД).
16. Системы управления базами данных (СУБД). Классификация СУБД.
17. Локальные и глобальные сети. Intranet и Internet. Сетевые службы.
18. Поисковые системы: Яндекс, Rambler, Google, ПОИСК@mail.ru.

МЕТОДИКА ОЦЕНКИ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ (РЕФЕРАТА)

Проверяемые компетенции:ОПК-5

Знать:

- офисные приложения;
- основы создания баз данных;
- принципы работы в разных поисковых системах интернет и в системах коммуникации.

Уметь:

- использовать офисные приложения;
- создавать базы данных средствами офисных приложений;
- использовать электронную почту и другие средства коммуникаций с помощью Интернета.

Владеть:

- инструментарием офисных приложений;
- технологией разработки баз данных;
- навыками работы в разных поисковых системах интернет и в системах коммуникации.

Критерии оценивания:

достижение поставленной цели и задач исследования (новизна и актуальность поставленных в реферате проблем, правильность формулирования цели, определения задач исследования, правильность выбора методов решения задач и реализации цели; соответствие выводов решаемым задачам, поставленной цели, убедительность выводов);

уровень эрудированности автора по изученной теме (знание автором состояния изучаемой проблематики, цитирование источников, степень использования в работе результатов исследований);

личные заслуги автора реферата (новые знания, которые получены помимо основной образовательной программы, новизна материала и рассмотренной проблемы, научное значение исследуемого вопроса);

культура письменного изложения материала (логичность подачи материала, грамотность автора);

культура оформления материалов работы (соответствие реферата всем стандартным требованиям);

знания и умения на уровне требований стандарта данной дисциплины: знание фактического материала, усвоение общих понятий и идей;

степень обоснованности аргументов и обобщений (полнота, глубина, всестороннее раскрытие темы, корректность аргументации и системы доказательств, характер и достоверность примеров, иллюстративного материала, наличие знаний интегрированного характера, способность к обобщению);

качество и ценность полученных результатов (степень завершенности реферативного исследования, спорность или однозначность выводов);

использование профессиональной терминологии;

использование литературных источников.

Правила оценивания:

Каждый показатель оценивается в 1 балл

Критерии оценки:

9-10 баллов (90-100%) - оценка «отлично»;

7-8 баллов (70-89%) - оценка «хорошо»;

5-6 баллов (50-69%) - оценка «удовлетворительно»;

0-4 балла (0-49%) - оценка «неудовлетворительно».

Образец оформления титульного листа контрольной работы (реферата)

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Уральский государственный горный университет»

Инженерно-экономический факультет

Кафедра информатики

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА (РЕФЕРАТ)

по дисциплине
«Прикладное программное обеспечение»

на тему:

УПРАВЛЕНИЕ ПЕРЕДАЧЕЙ СООБЩЕНИЙ

Руководитель:
Дружинин А.В.
Студент гр. Х-20
Артёмова Елена Юрьевна

Екатеринбург – 2020

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»



МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ И ЗАДАНИЯ К ПРАКТИЧЕСКИМ РАБОТАМ

ПРИКЛАДНОЕ ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ

Специальность

15.05.01 Проектирование технологических машин и комплексов

Специализация № 24

Проектирование технологических машин и комплексов

Автор: Дружинин А.В., доцент, канд. техн. наук

Одобрены на заседании кафедры

Информатики

(название кафедры)

Зав. кафедрой

(подпись)

к.т.н., доц. Дружинин А. В.

(Фамилия И.О.)

Протокол № 1 от 26.09.2023

(Дата)

Рассмотрены методической комиссией

Горно-механического факультета

(название факультета)

Председатель

(подпись)

Осипов П. А.

(Фамилия И.О.)

Протокол № 2 от 20.10.2023

(Дата)

Екатеринбург

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ.....	3
ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 1	10
Создание таблиц базы данных «Реализация товаров»	10
Создание файла базы данных Access	10
ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 2	19
Работа с простыми запросами.....	19
Конструирование запросов на выборку с условием отбора.....	19
Вычисляемые поля в запросах	22
Параметры в запросах.....	25
Групповые операции в запросах.....	27
ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 3	30
Работа с многотабличными запросами.....	30
Запросы на изменение.....	35
Задание для самостоятельной работы	37
ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 4	39
Работа с формами.....	39
Условное форматирование элементов управления.....	40
Создание разделенной формы.....	42
Многотабличные формы.....	43
Создание многотабличной формы с помощью мастера.....	44
Одиночная многотабличная форма	47
Задание для самостоятельной работы	51
ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 5	51
Работа с отчетами.....	51
Задание для самостоятельной работы	53
ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 6	54
Создание главной кнопочной формы.....	54
с использованием макросов	54
Создание управляющих кнопок на экране	57
ВАРИАНТЫ ЗАДАНИЙ ДЛЯ ПРАКТИЧЕСКОЙ РАБОТЫ	62
Указания к выполнению работы.....	62
Варианты заданий	62
СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ.....	74

ВВЕДЕНИЕ

Система управления базами данных

СУБД (система управления базами данных) является универсальным программным инструментом создания и обслуживания баз данных и приложений пользователя в самых разных предметных областях. СУБД обеспечивает создание, многоаспектный доступ к данным и использование одних и тех же данных различными задачами и приложениями пользователей.

СУБД поддерживаются различные модели данных. *Модель данных* – это метод (принцип) логической организации данных, используемый СУБД. Наиболее известными являются иерархическая, сетевая и реляционная модели.

В СУБД для персональных компьютеров (настольных СУБД) поддерживается преимущественно *реляционная модель*, которую отличает простота и единообразие представления данных простейшими *двумерными таблицами*.

Основной логической структурной единицей манипулирования данными является *строка* таблицы – *запись*. *Структура записи* определяется составом входящих в неё *полей*. Совокупность полей записи соответствует логически связанным реквизитам, характеризующим некоторую сущность предметной области.

Типовыми функциями СУБД по манипулированию данными являются выборка, добавление, удаление, изменение данных.

- *Выборка данных* – выборка записей из одной или нескольких взаимосвязанных таблиц в соответствии с заданными условиями.
- *Добавление и удаление данных* – добавление новых записей в таблицы и удаление существующих.
- *Изменение данных* – изменение значений данных в полях существующих записей.

Данные из одной или нескольких взаимосвязанных таблиц могут подвергаться обработке. К операциям *обработки* относятся, например, расчеты в пределах каждой записи, группировка записей в соответствии с *заданным* критерием группировки и обработка записей выделенных групп с помощью статистических функций, таких как суммирование, определение максимального, подсчет числа записей в группе и т. п.

СУБД Access включает разнообразные и многочисленные относительно автономные инструментальные средства, ориентированные на создание объектов базы данных и приложений пользователя.

- *Разнообразие мастера* в режиме ведения диалога с пользователем позволяют создавать объекты и выполнять разнообразные функции по реорганизации объектов базы данных и приложений пользователя.
- *Средства программирования СУБД* включают язык запросов *SQL*, язык макрокоманд и язык объектно-ориентированного программирования для приложений *Microsoft Visual Basic for Applications (VBA)*.
- *Средства графического конструирования* позволяют создавать объекты базы данных и объекты приложения с помощью многочисленных графических элементов, не прибегая непосредственно к программированию. Среди многочисленных средств графического конструирования и диалоговых средств Access следует выделить средства для создания:
 - таблиц и схем баз данных, отображающих их связи;
 - запросов выборки, отбирающих и объединяющих данные нескольких таблиц в виртуальную таблицу, которая может использоваться во многих задачах приложения;
 - запросов на изменение данных базы;
 - экранных форм, предназначенных для ввода, просмотра и обработки данных в диалоговом режиме;
 - отчетов, предназначенных для ввода, просмотра и вывода на печать данных из базы и результатов их обработки в удобном для пользователя виде.

Реляционная база данных

База данных является организованной на машинном носителе совокупностью взаимосвязанных данных и содержит сведения о различных сущностях одной предметной области: реальных объектах, процессах, событиях или явлениях.

Реляционная база данных представляет собой множество взаимосвязанных двумерных таблиц – *реляционных таблиц*, называемых также *отношениями*, в каждой из которых содержатся сведения об одной сущности автоматизируемой предметной области.

Логическую структуру реляционной базы данных образует совокупность реляционных таблиц, между которыми установлены логические связи.

В таблицах базы должны сохраняться все данные, необходимые для решения задач предметной области, причем каждый элемент данных должен храниться в базе только в одном экземпляре. Для создания таблиц,

соответствующих реляционной модели данных, используется процесс, называемый нормализацией данных. *Нормализация* – это удаление из таблиц повторяющихся данных путем их переноса в новые таблицы, записи которых не содержат повторяющихся значений.

Структура реляционной таблицы определяется составом полей. Каждое *поле* отражает определенную характеристику сущности. Для поля указывается *тип* и *размер* элементарного данного, размещаемого в нем, и ряд др. свойств. Содержимое поля отображается в столбце таблицы. Столбец таблицы содержит данные одного типа.

Содержание таблицы заключено в её строках, однотипных по структуре, каждая строка таблицы содержит данные о конкретном экземпляре сущности и называется *записью*.

Для однозначного определения (*идентификации*) каждой записи таблица должна иметь *уникальный (первичный) ключ*. По значению ключа таблицы отыскивается единственная запись в таблице. Ключ может состоять из одного или нескольких полей таблицы. Значение уникального ключа не может повторяться в нескольких записях.

Логические связи между таблицами дают возможность объединять данные из разных таблиц. Связь каждой пары таблиц задается одинаковыми полями в них – *ключом связи*. Таким образом, обеспечивается рациональное хранение недублированных данных и их объединение в соответствии с требованиями решаемых задач.

В нормализованной реляционной базе данных связь двух таблиц характеризуется отношениями записей типа «один-к-одному» (1:1) или «один-ко-многим» (1:M). Отношение 1:1 предполагает, что каждой записи одной таблицы соответствует одна запись другой таблицы. Отношение типа 1:M предполагает, что каждой записи первой таблицы соответствует много записей во второй, но каждой записи второй таблицы соответствует только одна запись в первой.

Для двух таблиц, находящихся в отношении типа 1:M, связь устанавливается по уникальному ключу таблицы, представляющей в отношении сторону «один», – *главной таблицы* в связи. Во второй таблице, представляющей в отношении сторону «многие» и называемой *подчиненной*, этот ключ связи может быть либо частью уникального ключа, либо не входить в состав ключа. В подчиненной таблице ключ связи называется ещё *внешним ключом*.

Схема данных

В СУБД Access процесс создания реляционной базы данных включает создание *схемы данных*. Схема данных наглядно отображает логическую структуру базы данных: таблицы и связи между ними, а также обеспечивает использование установленных в ней связей при обработке данных.

Для нормализованной базы данных, основанной на одно-многозначных и однозначных отношениях между таблицами, в схеме данных для связей таких таблиц по первичному ключу или уникальному индексу главной таблицы могут устанавливаться параметры *связной целостности*.

При поддержании целостности взаимосвязанных данных не допускается наличия записи в подчиненной таблице, если в главной таблице отсутствует связанная с ней запись. Соответственно при первоначальной загрузке базы данных, а также корректировке, добавлении и удалении записей система допускает выполнение операции только в том случае, если она не приводит к нарушению целостности. Связи, определенные в схеме данных, автоматически используются для объединения таблиц при разработке многотабличных форм, запросов, отчетов, существенно упрощая процесс их конструирования. В схеме связи могут устанавливаться для любой пары таблиц, имеющих одинаковое поле, позволяющее объединять эти таблицы. **Объекты Access**

База данных Access включает следующие сохраняемые в одном accdb-файле объекты:

- *таблицы, запросы, схемы данных*, непосредственно имеющие отношение к базе данных;
- *формы, отчеты, макросы и модули*, называемые *объектами приложения*.

Формы и отчеты предназначены для типовых процессов обработки данных: просмотра, обновления, поиска по заданным критериям, получения отчетов. Эти объекты приложений конструируются из графических элементов, называемых *элементами управления*. Основные элементы управления служат для отображения полей таблиц, являющихся источниками данных объекта.

Для автоматизации доступа к объектам и их взаимодействия используется программный код. Только с помощью программного кода получается полноценное приложение пользователя, функции которого доступны через меню, панели инструментов и формы. Для создания программного кода служат модули на языке *VBA* и макросы.

Каждый объект и элемент управления имеет свои свойства, определяя которые можно настраивать их. С каждым объектом и элементом управления связывается набор событий, которые могут обрабатываться макросами или

процедурами обработки событий на VBA, входящими в состав модулей форм, отчетов.

Объекты представлены в области навигации окна базы данных Access. Все операции по работе с объектами и приложениями начинаются в этом окне.

- *Таблицы* создаются пользователем для хранения данных об одной сущности – одном информационном объекте модели данных предметной области. Таблица состоит из полей (столбцов) и записей (строк). Каждое поле содержит одну характеристику информационного объекта предметной области. В записи собраны сведения об одном экземпляре информационного объекта. База данных Access может включать до 32768 объектов (в том числе формы, отчеты и т. д.). Одновременно может открываться до 2048 таблиц.
- *Запросы.* Запросы на выборку служат для выборки нужных данных из одной или нескольких связанных таблиц. Результатом выполнения запроса является виртуальная таблица. В запросе можно указать, какие поля исходных таблиц следует включить в запись таблицы запроса и как отобрать нужные записи. Таблица запроса может быть использована с другими таблицами базы при обработке данных. Запросы на изменение позволяют обновлять, удалять или добавлять данные в таблицы, а также создавать новые таблицы на основе уже существующих.
- *Схема данных* определяет, с помощью каких полей таблицы связываются между собой, как будет выполняться объединение данных этих таблиц, нужно ли проверять связную целостность при добавлении и удалении записей, изменение ключей таблиц. Схемы данных в области навигации в окне базы данных отображаются только в проектах Access, работающих с базами данных сервера. Для отображения схемы данных в базах данных Access используется команда **Схема данных**, размещенная на вкладке ленты **Работа с базами данных** в группе **Отношения**.
- *Формы* являются основным средством создания диалогового интерфейса приложения пользователя. Форма может создаваться для работы с электронными документами, сохраняемыми в таблицах базы данных. Вид таких документов может соответствовать привычному для пользователя бумажному документу. Форма используется для разработки интерфейса по управлению приложением. Включаемые в форму процедуры обработки событий позволяют управлять процессом обработки данных в приложении. Такие процедуры хранятся в модуле формы. В формы могут вставляться рисунки, диаграммы, звуковые фрагменты, видео. Возможна разработка форм с набором вкладок, с

каждой из которых связано выполнение той или иной функции приложения.

- *Отчеты* предназначены для формирования на основе данных базы выходных документов любых форматов, содержащих результаты решения задач пользователя, и вывода их на печать. Как и формы, отчеты могут включать процедуры обработки событий. Использование графических объектов позволяет дополнять данные отчета иллюстрациями. Отчеты обеспечивают возможность анализа данных при использовании фильтрации, агрегирования и представления данных источника в различных разрезах. *Макросы* являются программами, состоящими из последовательностей макрокоманд, которые выполняются по вызову или при наступлении некоторого события в объекте приложения или его элементе управления. Макросы данных выполняются при наступлении некоторого события в исходных таблицах. Макросы позволяют автоматизировать некоторые действия в приложении пользователя. Создание макросов осуществляется в диалоговом режиме путем выбора нужных макрокоманд и задания параметров, используемых ими при выполнении.
- *Модули* содержат процедуры на языке *Visual Basic for Applications*. Могут создаваться процедуры-программы, процедуры-функции, которые разрабатываются пользователем, и процедуры для обработки событий.

Интерфейс пользователя Access

Для Access 2013 разработан интерфейс пользователя, упрощающий доступ к многочисленным функциональным возможностям в процессе создания и работы с объектами базы данных и приложений пользователя.

Основу этого интерфейса составляют *ленты* и *область навигации*. Собранные на одной ленте команды четко соответствуют задачам, выполняемым в Access, что позволяет легко находить нужную команду.

Основные элементы интерфейса пользователя в Access 2013:

- *страницы*, предназначенные для управления файлами баз данных. Стартовая страница отображается при запуске Access и позволяет открыть существующие файлы баз данных или создать новые. В процессе работы доступны страницы, открываемые при щелчке на цветном значке **Файл**.

Они содержат команды для сохранения, сжатия и восстановления базы данных, определения параметров и ряд др.;

- *лента* – широкая полоса, расположенная в верхней части окна Access. Она содержит стандартные вкладки с группами наиболее часто используемых команд, контекстные вкладки, которые появляются только тогда, когда их использование допустимо, и *панель быстрого доступа* – небольшую панель инструментов, на которую можно добавить нужные команды. Лента является основой интерфейса пользователя и обеспечивает быстрый доступ к набору команд, применимых к выполняемым в базе данных в текущий момент работам;
- *коллекция (галерея)* – элемент интерфейса, который не просто отображает команды, а показывает набор результатов выполнения этих команд с отображением внешнего вида вариантов выбора;
- *диалоговые окна* могут выводиться при выполнении команд для уточнения операции и передачи параметров. В некоторых группах вкладок ленты имеются кнопки вызова диалоговых окон;
- *контекстное меню* вызывается щелчком правой кнопкой мыши на элементе объекта. Содержит команды, зависящие от контекста – элемента объекта, с которым работает пользователь, или выполняемой задачи; *Панель быстрого доступа* – единственная панель инструментов, предусмотренная в интерфейсе. Она обеспечивает доступ одним нажатием кнопки к наиболее часто используемым командам. Это панель настраивается в соответствии с предпочтениями пользователя;
- *область навигации* расположена в левой части окна. В ней отображаются объединенные в группы объекты базы данных;
- *вкладки документов* – таблицы, запросы, формы, отчеты и макросы отображаются на вкладках в рабочем пространстве окна Access – окне документов;
- *строка состояния* – полоса в нижней части окна программы, в которой отображаются сведения о состоянии объекта и располагаются кнопки, позволяющие изменить режим его представления;
- *мини-панель инструментов* – прозрачный элемент, подключенный к объекту, который появляется над выбранным текстом и позволяет легко отформатировать его;
- *панель сообщений* – это единственное средство вывода всех предупреждений системы безопасности. Отображается, когда в открываемой базе данных имеется любое потенциально опасное выполняемое содержимое.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 1

Создание таблиц базы данных «Реализация товаров»

Создать базу данных для учета реализации товаров со складов. Организовать хранение информации в создаваемой базе данных с помощью четырех таблиц: «Товары», «Фирмы», «Склады» и «Продажи».

Этапы проектирования базы данных:

1. Исследование предметной области и формулировка основных допущений (накладываемых условий). На этом этапе составляется список всех форм и отчетов, которые могут быть затребованы пользователями вашей БД.
2. Анализ данных. Составить перечень всех элементов данных, входящих в формы и отчеты, и сгруппировать их в таблицы БД.
3. Установить, какие взаимосвязи существуют между элементами данных. Определить первичные и вторичные (внешние) ключи отношений. Организовать поля данных в таблицах.

Создать базу данных «Реализация товаров», при условии, что на одном складе может храниться только один вид товара.

Создание файла базы данных Access

Для создания файла новой локальной базы данных щелкните в области создания базы данных стартового окна Access на элементе **Пустая база данных** (рис. 1.1). В открывшемся окне введите имя файла в поле **Имя файла** – например, *Реализация товаров*.

Щелчком по кнопке **Создать**, завершите процесс создания пустого файла новой базы данных. В результате по умолчанию откроется окно созданной базы данных с пустой таблицей с именем **Таблица1** в режиме таблицы (рис. 1.2).

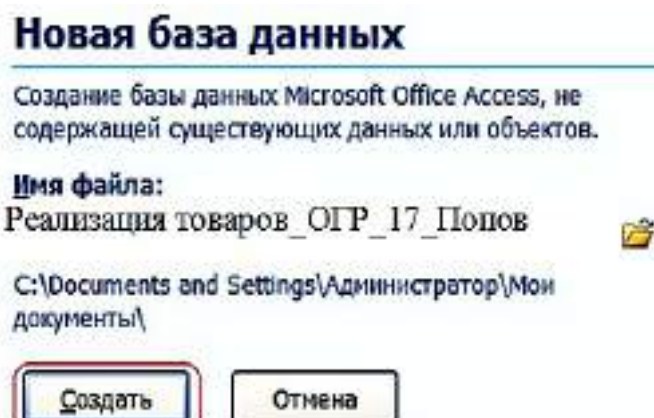


Рис. 1.1. Определение имени и местоположения файла новой базы данных

Так как создание таблиц будет происходить при помощи конструктора таблиц, поэтому закройте таблицу при помощи щелчка по значку «Заккрыть».



Рис. 1.2. Таблица1 в режиме таблицы

Задание 1. Создание таблицы базы данных «Реализация товаров»

Рассмотрим последовательность действий при создании таблиц. Для этого начнем создание таблицы «Товар» с определения её структуры в режиме конструктора таблиц. На вкладке ленты **Создание** в группе **Таблицы** выполним команду **Конструктор таблиц** (рис. 1.3).

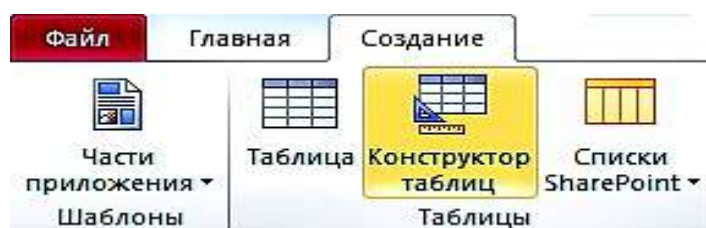


Рис. 1.3. Лента с открытой вкладкой **Создание**

В окне конструктора **Таблица1** определим все поля таблицы «Товар». Для каждого поля таблицы «Товар» определим **Имя поля**, **Тип данных**.

Товары	
Имя поля	Тип данных
Код товара	Счетчик
Наименование	Текстовый
Марка	Текстовый
Номер склада	Числовой
Количество	Числовой
Цена	Денежный
Свойства поля	
Общие	Подстановка
Формат поля	Денежный

Рис. 1.4. Таблица «Товары» в режиме «Конструктор»

Теперь определим первичный ключ таблицы. Выделим поле «**Код товара**», щелкнув кнопкой мыши на области маркировки, слева от имени поля, и нажмем кнопку **Ключевое поле** на вкладке ленты **Конструктор** в группе **Сервис**. Признаком установки ключа является изображение ключа слева от имени поля .

Сохраним созданную структуру таблицы и присвоим имя новой таблице – «Товар». Для этого выполним команду **Сохранить** на Панели быстрого доступа или на вкладке **ФАЙЛ**. В окне **Сохранение** введем имя таблицы.

При сохранении таблицы происходит обновление файла базы данных, в которую помещается созданная таблица. Таблица «Товар» появится в списке объектов **Таблицы** в области навигации открытой базы данных «Реализация товаров».

После сохранения структуры таблицы переходите ко второму этапу создания таблицы – созданию записей. Для этого переключитесь в режим таблицы нажатием кнопки **Режим** на ленте конструктора или выбором нужного режима при открытии списка данной кнопки (рис. 1.5).



Рис. 1.5. Выбор режима представления таблицы

Как и в режиме конструктора, в режиме таблицы можно удалить столбец. При этом следует помнить, что удаляются все данные столбца, и отменить удаление невозможно. Удаление поля первичного ключа в режиме таблицы невозможно. Для этого необходимо использовать режим конструктора.

Открыть таблицу для ввода исходных данных. Установить курсор в первую строку таблицы и ввести исходные данные. Ввод данных в каждое поле таблицы завершать нажатием клавиши **Enter**. По окончании ввода данных при необходимости увеличить ширину полей. Записать таблицу «Товар» на диск.

Товары						
	Код товара ▾	Наименование ▾	Марка ▾	Номер склада ▾	Количество ▾	Цена ▾
⊕	1	Тахеометр	SP FOKUS 6	1	5	319 463,00 ₽
⊕	2	Тахеометр	SP FOKUS 6W	1	7	357 487,00 ₽
⊕	3	Тахеометр	Soutn NTS-365 R	2	6	225 000,00 ₽
⊕	4	Тахеометр	Soutn NTS-362 R	2	5	240 000,00 ₽
⊕	5	Теодолит	3T2КП	3	9	84 193,00 ₽
⊕	6	Теодолит	4T15П	3	5	58 764,00 ₽
⊕	7	Теодолит	4T30П	3	8	50 625,00 ₽
⊕	8	Теодолит	VEGA TEO 5	3	10	30 000,00 ₽
⊕	9	Нивелир	4Н -2КЛ	4	15	16 680,00 ₽
⊕	10	Нивелир	4Н-3КЛ	4	18	12 500,00 ₽
*	(№)					

Рис. 1.6. Таблица «Товары» в режиме таблицы

Задание 2. Создание таблицы «Фирмы»

Для поля Телефон следует задать маску ввода: (###)###-##-##

Имя поля	Тип данных
Код фирмы	Числовой
Название	Текстовый
Адрес	Текстовый
Телефон	Текстовый
Контактное лицо	Текстовый
Должность	Текстовый

Свойства поля

Общие	Подстановка
Размер поля	255
Формат поля	
Маска ввода	(###)###-##-##

Рис. 1.7. Таблица «Фирмы» в режиме «Конструктор»

Код фирмы	Название	Адрес	Телефон	Контактное лицо	Должность
1	ООО "Геомар Недра"	Москва, Ленина, 80	[495]618-05-10	Долженко И.М.	заведующий
2	ООО "Навгесном"	Екатеринбург, Народной воли, 65	[343]253-53-55	Васильева З.О.	начальница
3	ООО "А-ГЕО"	Белгород, Мокроусова, 7	[904]095-70-45	Ашихмин Р.Ю.	кладовщик
4	ГеоСтройПрибор	Воронеж, Жуков, 3	[473]271-21-44	Яковлева Ю.К.	менеджер

Рис. 1.8. Таблица «Фирмы» в режиме таблицы

Задание 3. Создание таблицы «Склады»

Имя поля	Тип данных
Номер склада	Числовой
Телефон	Текстовый
Адрес	Текстовый
Заведующий	Текстовый

Свойства поля

Общие	Подстановка
Размер поля	255
Формат поля	
Маска ввода	(###)###-##-##

Рис. 1.9. Таблица «Склады» в режиме «Конструктор»

Склады				
Номер склада	Телефон	Адрес	Заведующий	
1	(343)381-88-88	Екатеринбург, пер. Базовый, 7	Амелина И.В.	
2	(343)379-51-62	В-Пышма, пер. Индустриальный, 1	Мясников Д.О.	
3	(343)275-18-22	Екатеринбург, Монтажных, 18а	Куликова А.Н.	
4	(343)310-22-22	Екатеринбург, Радищева, 4	Ромашенко К.Д.	

Рис. 1.10. Таблица «Склады» в режиме «Таблицы»

Задание 4. Создание таблицы «Продажи»

1. Ввести в первой строке имя поля: **Дата продажи** и выбрать для него тип Дата/время.
2. Сформировать поле **Код фирмы** и выбрать для него числовой тип.
3. Указать в качестве источника данных для поля **Код фирмы** список кодов фирмы, внесенных в поле с таким же названием в таблицу «Фирмы», рис. 1.11.
4. Не переводя курсор со строки **Код фирмы**, щелкнуть мышью по закладке **Подстановка**.
5. Щелкнуть мышью по слову **Поле** в строке **Тип элемента управления**, а затем – по появившейся при этом кнопке **Раскрыть список**.
6. Выбрать щелчком мыши из раскрывшегося списка строку **Поле со списком**.
7. Щелкнуть мышью по незаполненному полю в строке **Источник строк**, а затем – по появившейся при этом кнопке **Раскрыть список**.
8. Щелчком мыши выбрать строку с названием таблицы «Фирмы».

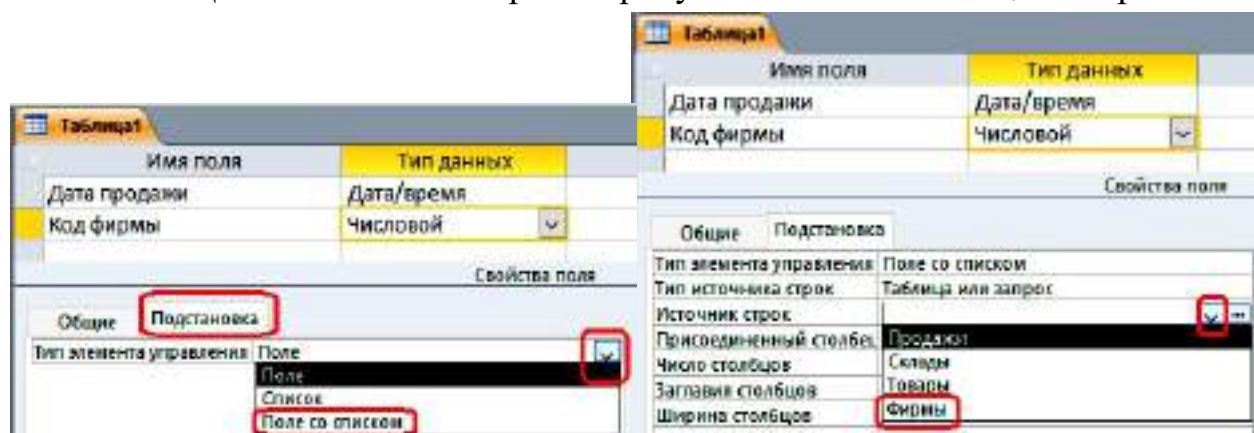


Рис. 1.11. Окно таблицы с подстановкой в режиме «Конструктора»



Имя поля	Тип данных
Дата продажи	Дата/время
Код фирмы	Числовой
Код товара	Числовой

Свойства поля

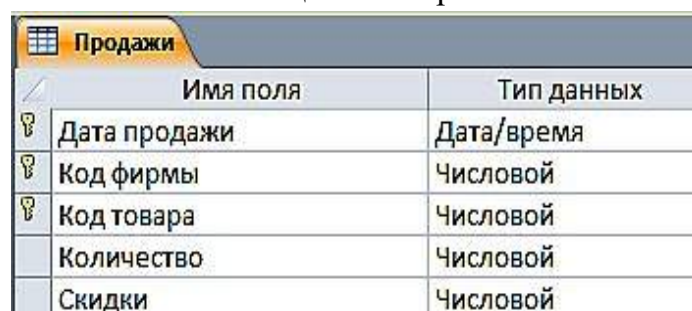
Общие Подстановка

Тип элемента управления: Поле со списком

Тип источника строк: Таблица или запрос

Источник строк: Товары

Рис. 1.12. Окно таблицы с выбором источника строк



Имя поля	Тип данных
Дата продажи	Дата/время
Код фирмы	Числовой
Код товара	Числовой
Количество	Числовой
Скидки	Числовой

Рис. 1.13. Окно таблицы «Продажи» в режиме «Конструктора»



Дата прода. ▾	Код фирмы ▾	Код товара ▾	Количество ▾	Скидки ▾
15.01.2018	4	10	10	5
19.01.2018	1	2	6	10
20.01.2018	3	5	8	5
25.01.2018	2	4	4	10
27.01.2018	1	1	4	15
30.01.2018	3	7	4	10
02.02.2018	2	3	5	5
05.02.2018	4	9	10	10
10.02.2018	3	8	9	10
15.02.2018	3	5	8	10

Рис. 1.14. Таблица «Продажи» в режиме «Таблицы»

Задание 5. Создание схемы данных

Создание схемы данных начинается с выполнения команды **Схема данных** в группе **Отношения** на вкладке ленты **Работа с базами данных**. В результате выполнения этой команды открывается окно схемы данных и диалоговое окно **Добавление таблицы**, в котором осуществляется выбор таблиц, включаемых в схему (рис. 1.15).

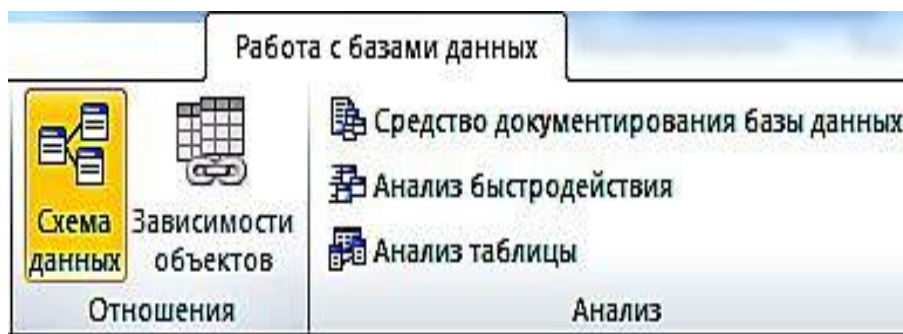


Рис. 1.15. Вкладка ленты **Работа с базами данных**

В окне **Добавление таблицы** отображаются все таблицы и запросы, содержащиеся в базе данных. Выберем вкладку **Таблицы** и с помощью кнопки **Добавить** разместим в окне **Схема данных** все ранее созданные таблицы базы данных «Реализация товаров». При создании связей в схеме данных используется проект структуры реляционной базы данных, в котором показаны все одно-многочленные связи таблиц. Реализуются связи с помощью добавления в связанные таблицы общих полей, называемых *ключом связи*.

На рис. 1.16 в созданной схеме данных БД «Реализация товаров» все связи отмечены символами **1** или **∞**. Это свидетельствует о том, что одно-многочленные связи установлены правильно (по простому и составному ключу).

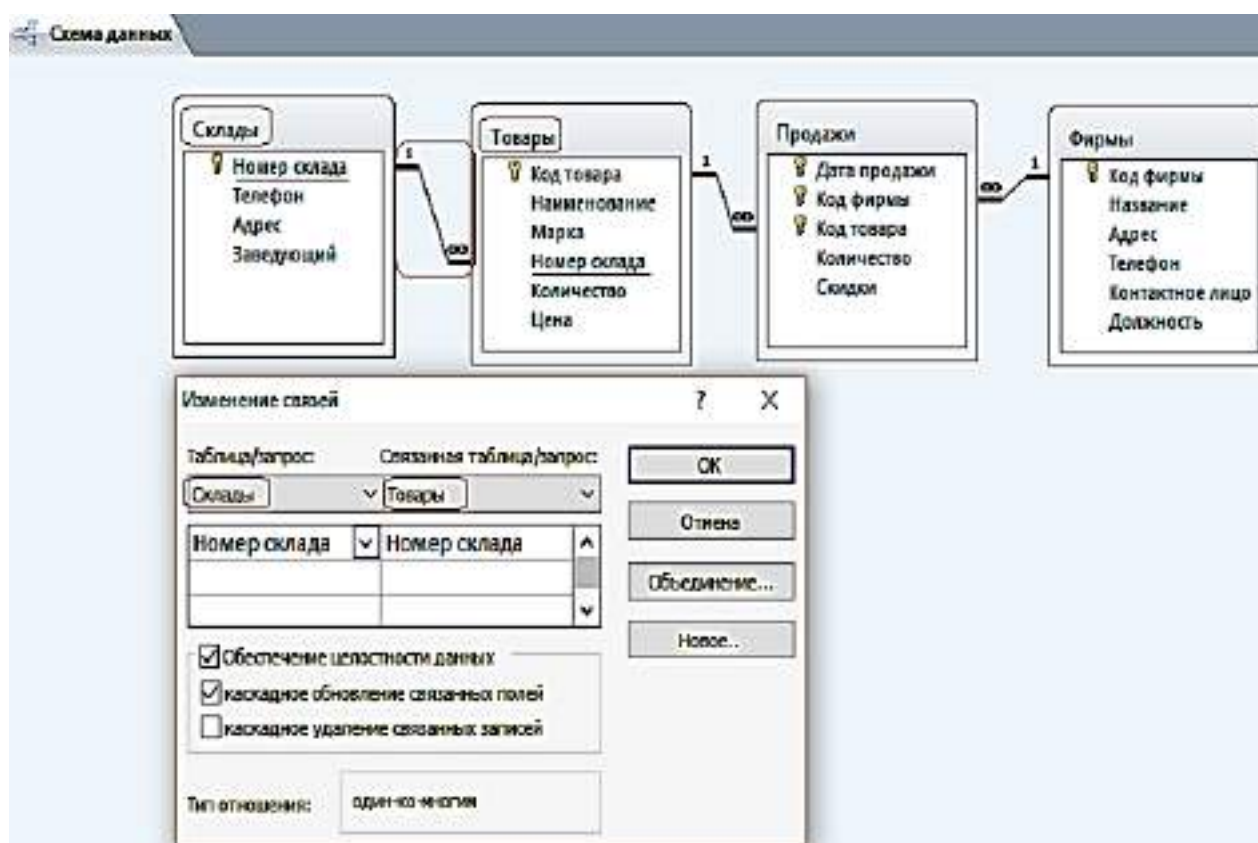


Рис. 1.16. Схема данных БД «Реализация товаров»

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 2

Работа с простыми запросами

Конструирование запросов на выборку с условием отбора

Задание 1. Выбрать товар по его наименованию

1. Для создания запроса в окне базы данных выберите вкладку ленты – **Создание** и в группе **Запросы** нажмите кнопку **Конструктор запросов**.

2. В окне **Добавление таблицы** выберите таблицу «Товар» и нажмите кнопку **добавить**. Выбранная таблица будет отображена в области схемы данных запроса. Закройте окно **Добавление таблицы**, нажав кнопку **Заккрыть**. На ленте появляется и автоматически активизируется новая вкладка **Работа с запросами / Конструктор**, на которой цветом выделен тип создаваемого запроса – **Выборка**.

3. В окне конструктора (рис. 2.1) последовательно перетащите из списка полей таблицы «Товар» поля **Наименование, Марка и Цена** в столбцы бланка запроса в строку **Поле**. Для этого необходимо щелкнуть двойным щелчком на имени поля таблицы в схеме данных запроса.

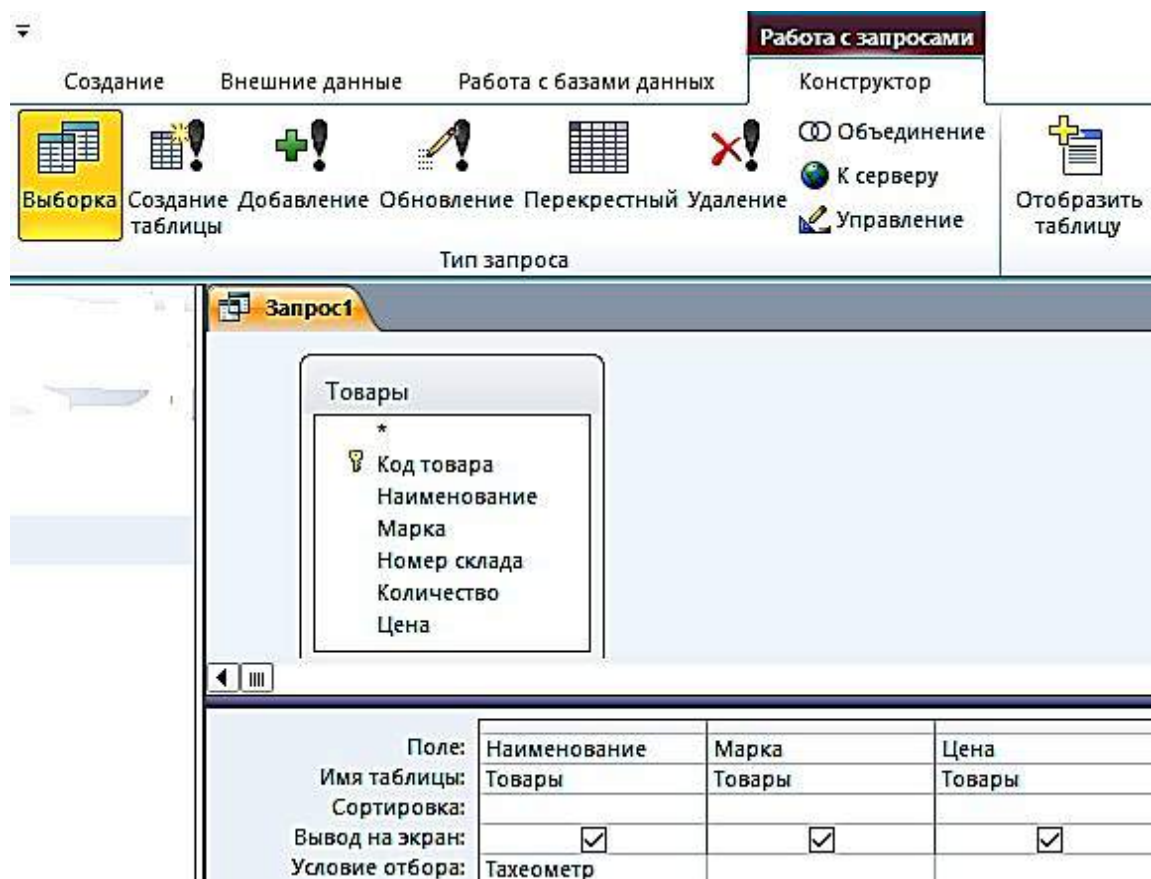


Рис. 2.1. Окно конструктора запроса на выборку

4. Запишите в строке **Условия отбора** наименование товара – Тахеометр. Используемое в выражении текстовое значение вводится в двойных кавычках, которые добавляются автоматически.

5. Выполните запрос, щелкнув по кнопке **Выполнить !** или на кнопке **Режим**  в группе **Результаты**. На экране откроется окно запроса в режиме таблицы с записью из таблицы «Товар», отвечающий заданным условиям (рис. 2.2). Дайте ему имя **2_По наименованию Тахеометр**.

1_По наименованию Тахеометр		
Наименование	Марка	Цена
Тахеометр	SP FOKUS 6	319 463,00 ₽
Тахеометр	SP FOKUS 6W	357 487,00 ₽
Тахеометр	South NTS-365 R	225 000,00 ₽
Тахеометр	South NTS-362 R	240 000,00 ₽

Рис. 2.2. Просмотр запроса в режиме «Таблицы»

Задание 2. Выбрать товары, цена которых менее 100 000 руб. и более 20 000 руб., и количество больше или равно 9

1. Создайте новый запрос в режиме конструктора, добавьте таблицу «Товар». В окне конструктора последовательно перетащите из списка полей таблицы «Товар» в бланк запроса поля (рис. 2.3).

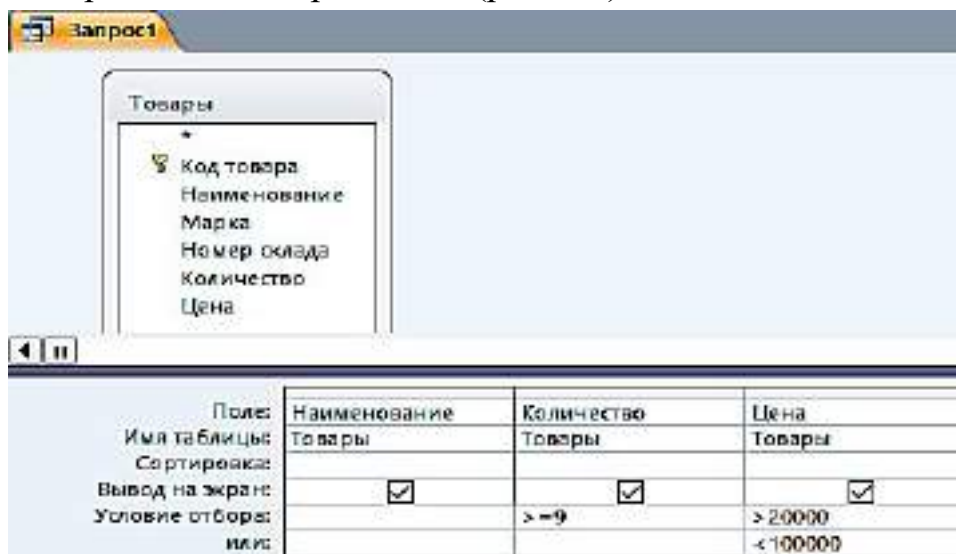


Рис. 2.3. Окно конструктора запроса на выборку с логическими операциями в условии отбора

2. Запишите **Условия отбора**, как показано в бланке запроса. Между условиями, записанными в одной строке, выполняется логическая операция AND. Между условиями, записанными в разных строках, выполняется логическая операция OR.

3. Выполните запрос. Дайте ему имя **2_Цена_количество** (рис. 2.4).

Наименование	Количество	Цена
Теодолит	9	84 193,00 ₽
Теодолит	5	58 764,00 ₽
Теодолит	8	50 625,00 ₽
Теодолит	10	30 000,00 ₽
Нивелир	15	16 680,00 ₽
Нивелир	18	12 500,00 ₽

Рис. 2.4. Просмотр запроса в режиме «Таблицы»

Задание 3. Выбрать скидки, равные 10, за заданный период (после 25 января 2018 г.) (рис. 2.5, 2.6)

Поле:	Дата продажи	Код фирмы	Скидки
Имя таблицы:	Продажи	Продажи	Продажи
Сортировка:			
Вывод на экран:	☒	☒	☒
Условие отбора:	> =25.01.2018		= 10

Рис. 2.5. Окно конструктора запроса на выборку с логическими операциями в условии отбора

Дата прода.	Код фирмы	Скидки
25.01.2018	2	10
30.01.2018	3	10
05.02.2018	4	10
10.02.2018	3	10
15.02.2018	3	10

Рис. 2.6. Просмотр запроса в режиме «Таблицы»

Вычисляемые поля в запросах

В запросе, как и в таблице, для каждой записи могут производиться вычисления с числовыми, строковыми значениями или со значениями дат с использованием данных из одного или нескольких полей. Результат вычисления образует в таблице запроса новое вычисляемое поле (рис. 2.7).

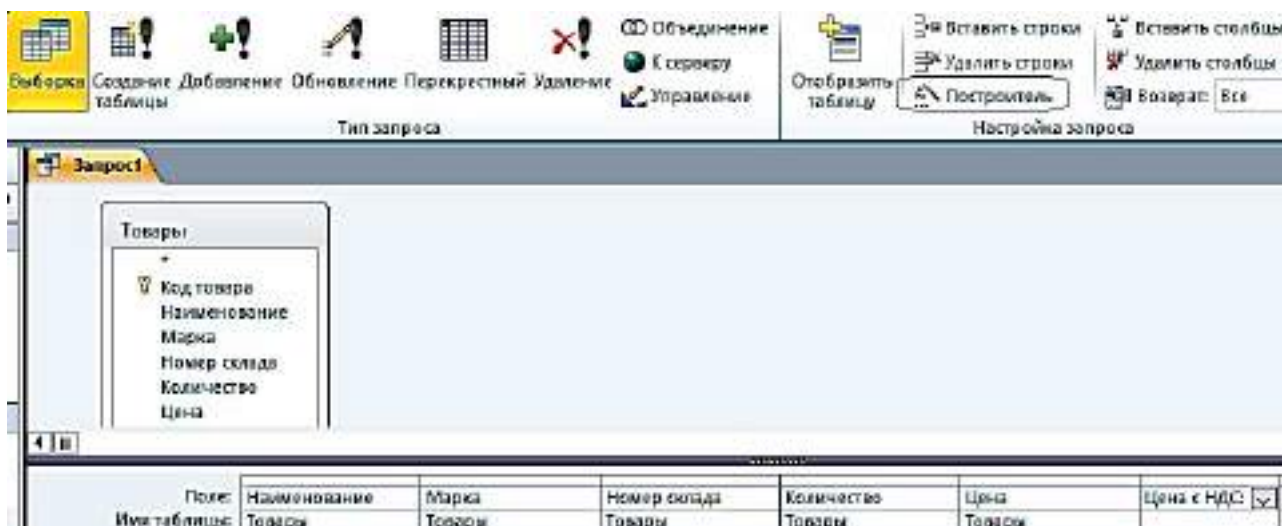


Рис. 2.7. Запрос с вычисляемым полем

Задание 4. В таблице «Товар» вычислить Цену с НДС, при ставке НДС 35 %

1. Создайте в режиме конструктора запрос на выборку для таблицы «Товары». Перетащите в бланк запроса поля **Наименование, Марка, Номер склада, Количество, Цена** (рис. 2.8).

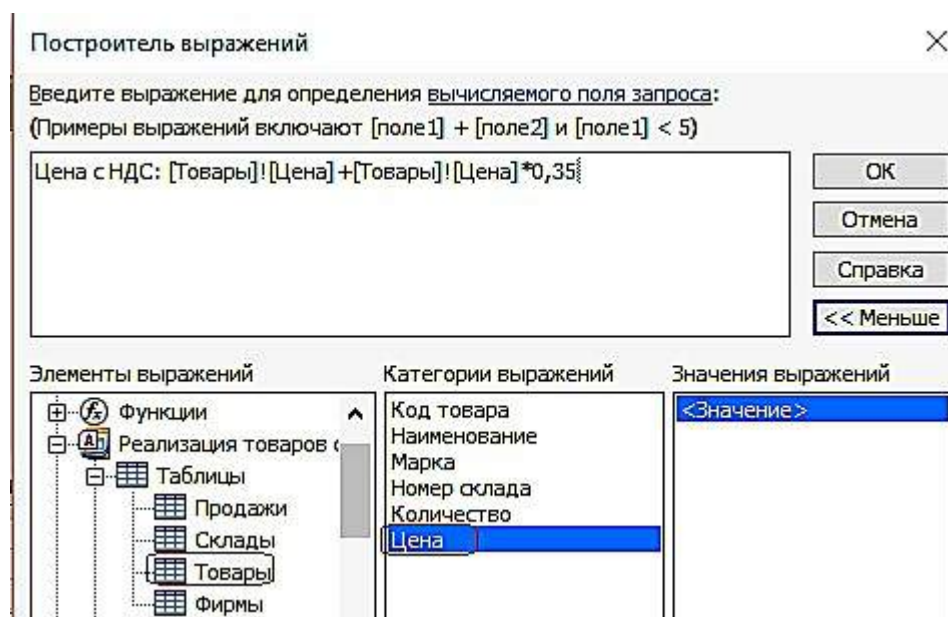


Рис. 2.8. Построитель выражений

2. Для подсчета цены с учетом НДС создайте после поля Цена вычисляемое поле **Цена с НДС** (с правой стороны) при помощи построителя.

3. Вызовите построитель выражений, нажав кнопку **Построитель**  в группе **Настройка запроса** ленты «**Конструктор**». Курсор мыши должен быть установлен предварительно в ячейке ввода выражения.

4. В левой верхней части окна **Построитель выражений** (см. рис. 2.8) выберите свою базу данных «Реализация товаров со складов», далее выберите таблицу «**Товары**», на которой построен запрос. Справа отобразится список её полей. Последовательно выбирайте нужные поля и операторы, двойным щелчком вставляя в выражение. Выражение сформируется в верхней части окна. Обратите внимание – построитель перед именем поля указал имя таблицы, которой оно принадлежит, и отделил его от имени поля восклицательным знаком.

5. Слово «Выражение» удаляйте, иначе оно выдает, синтаксическую ошибку.

Полученный запрос «4_Цена с НДС» в режиме «Таблицы» изображен на рис. 2.9.



Наименование	Марка	Номер склада	Количество	Цена	Цена с НДС
Тахеометр	SP FOKUS 6	1	5	319 463,00 ₽	431 275,05 ₽
Тахеометр	SP FOKUS 6W	1	7	357 487,00 ₽	482 607,45 ₽
Тахеометр	South NTS-365 R	2	6	225 000,00 ₽	303 750,00 ₽
Тахеометр	South NTS-362 R	2	5	240 000,00 ₽	324 000,00 ₽
Теодолит	ЗТ2КП	3	9	84 193,00 ₽	113 660,55 ₽
Теодолит	4Т15П	3	5	58 764,00 ₽	79 331,40 ₽
Теодолит	4Т30П	3	8	50 625,00 ₽	68 343,75 ₽
Теодолит	VEGA TEO 5	3	10	30 000,00 ₽	40 500,00 ₽
Нивелир	4Н -2КЛ	4	15	16 680,00 ₽	22 518,00 ₽
Нивелир	4Н-3КЛ	4	18	12 500,00 ₽	16 875,00 ₽

Рис. 2.9. Просмотр запроса «4_Цена с НДС» в режиме «Таблицы»

Задание 5. В вычисляемых полях и условиях отбора можно использовать встроенные функции. Необходимо выбрать количество продаж, в заданном месяце

1. Создайте в режиме конструктора запрос на выборку по таблице «Продажи».

2. Создайте вычисляемое поле **Заданный месяц** (в правой) пустой ячейке строки, записав туда одно из выражений: а `Format([Продажи]![Дата продажи];"mmmm")` – эта функция возвратит полное название месяца;

б или `Format([Продажи]![Дата продажи];"mm")` – эта функция возвратит номер месяца;

3. Для отбора продаж в заданном месяце, в вычисляемом поле в строку **Условие отбора** введите название месяца, например, – Январь, или номер месяца, например, 1, в соответствии с параметром в функции `Format` (рис. 2.10, 2.11).



Рис. 2.10. Запрос с функцией выделения из даты полного названия месяца в вычисляемом поле

5_Заданный месяц				
Дата продажи	Код фирмы	Код товара	Количество	Заданный месяц
15.01.2018	4	10	10	Январь
19.01.2018	1	2	6	Январь
20.01.2018	3	5	8	Январь
25.01.2018	2	4	4	Январь
27.01.2018	1	1	4	Январь
30.01.2018	3	7	4	Январь

Рис. 2.11. Просмотр запроса «5_Заданный месяц» в режиме «Таблицы»

Параметры в запросах

При решении практических задач удобнее вводить выражение в условие отбора в процессе выполнения запроса в диалоге с пользователем, не переходя в режим конструктора. Обеспечить такой диалог можно с помощью *параметра запроса*. Имя параметра запроса задается в строке **Условие отбора** в квадратных скобках. При выполнении запроса это имя появиться в диалоговом окне **Введите значение параметра**.

Задание 6. Скопируйте запрос «5_Заданный месяц» и переименуйте его в «6_Параметрический запрос»

1. Замените в условии отбора рассмотренного запроса название месяца Январь на имя параметра – [Название месяца].
2. Выполните запрос. Открывшееся диалоговое окно (рис. 2.12) позволит ввести значение параметра запроса – **Название месяца**.
3. Введите Январь и получите результат.

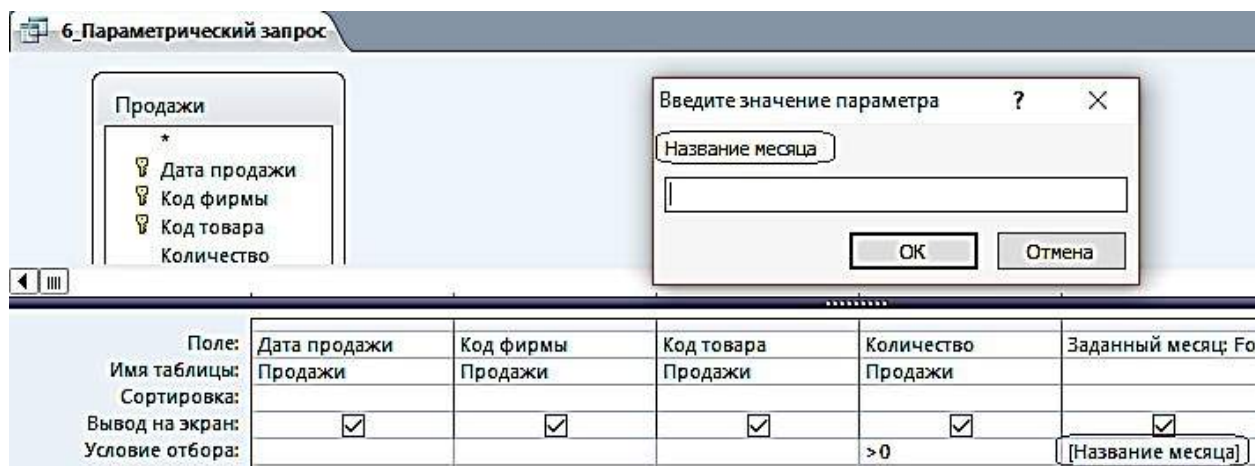


Рис. 2.12. Диалоговое окно ввода значения параметра

Параметры запроса могут быть использованы не только в выражениях условий отбора, но и для ввода значений операндов в вычисляемых полях.

Задание 7. Создайте в режиме конструктора запрос на выборку для таблицы «Товар»

Перетащите в бланк запроса поля Наименование и Цена. Для увеличения цены на заданный процент в вычисляемое поле запишите выражение с параметром запроса [На сколько процентов увеличить?]/100 (рис. 2.13).



Рис. 2.13. Использование параметра в выражении вычисляемого поля

Задание 8. Скопируйте запрос «7_На сколько % увеличить» и переименуйте его в «8_Проценты» (рис. 2.14)

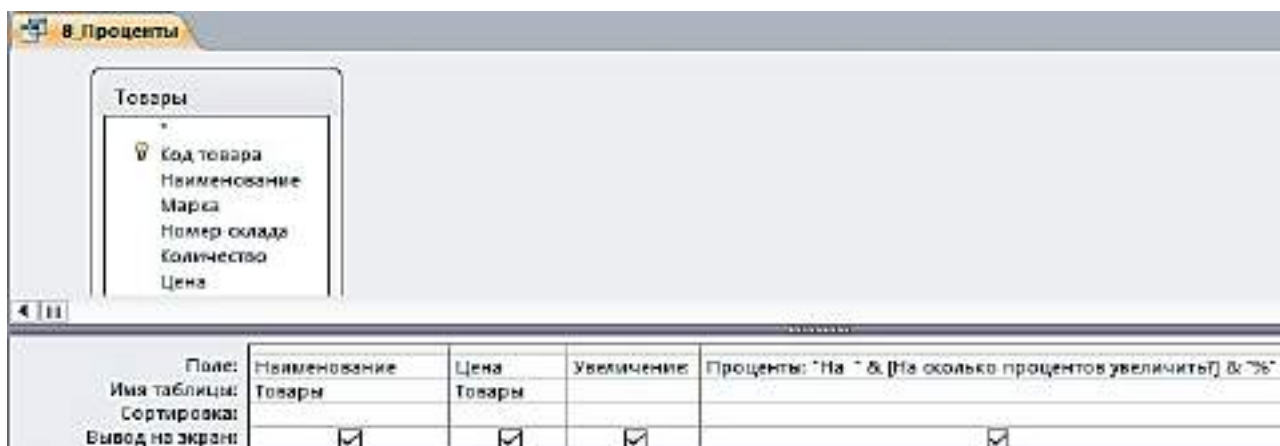


Рис. 2.14. Использование параметра в выражении вычисляемого поля «Проценты»

После выполнения предыдущего запроса в таблице отображается результат вычисления с использованием введенного значения параметра. Однако значение параметра при этом не выводится. Для отображения в таблице запроса введенного значения параметра дополните запрос ещё одним вычисляемым полем, в котором запишите выражение:

Проценты: "На " & [На сколько процентов увеличить?] & "%".

Теперь в таблице запроса появится поле «Проценты», в котором будет записано, например, при вводе 35 – **На 35 %** (рис. 2.15).

Наименование	Цена	Увеличение	Проценты
Тахеометр	319 463,00 ₺	431 275,05 ₺	На 35%
Тахеометр	357 487,00 ₺	482 607,45 ₺	На 35%
Тахеометр	225 000,00 ₺	303 750,00 ₺	На 35%
Тахеометр	240 000,00 ₺	324 000,00 ₺	На 35%
Теодолит	84 193,00 ₺	113 660,55 ₺	На 35%
Теодолит	58 764,00 ₺	79 331,40 ₺	На 35%
Теодолит	50 625,00 ₺	68 343,75 ₺	На 35%
Теодолит	30 000,00 ₺	40 500,00 ₺	На 35%
Нивелир	16 680,00 ₺	22 518,00 ₺	На 35%
Нивелир	12 500,00 ₺	16 875,00 ₺	На 35%

Рис. 2.15. Просмотр запроса «8_Проценты» в режиме «Таблицы»

Групповые операции в запросах

Групповые операции позволяют выделить группы записей с одинаковыми значениями в указанных полях и вычислить итоговые данные для каждой из групп по др. полям, используя одну из статистических функций.

Статистические функции применимы к полям с типом данных **Числовой**, **Денежный**, **Дата и время**.

Задание 9. Запрос с функцией Sum

Определите суммарное количество и цену каждого из товаров.

1. Создайте в режиме конструктора запрос на выборку из таблицы «Товары».
2. Из списка таблицы перетащите в бланк запроса поле «Наименование». По этому полю будет производиться группировка записей таблицы.
3. Перетащите в бланк запроса поля «Количество» и «Цена», по которым будет подсчитываться суммарное количество каждого из товаров.
4. Выполните команду **Итоги** из группы **Показать или Скрыть**. В бланке запроса появится новая строка **Групповая операция** со значением **Группировка** во всех полях запроса.
5. В столбцах «Количество» и «Цена» замените слово **Группировка** на функцию **Sum**. Для этого вызовите раскрывающийся список и выберите эту функцию (рис. 2.16).

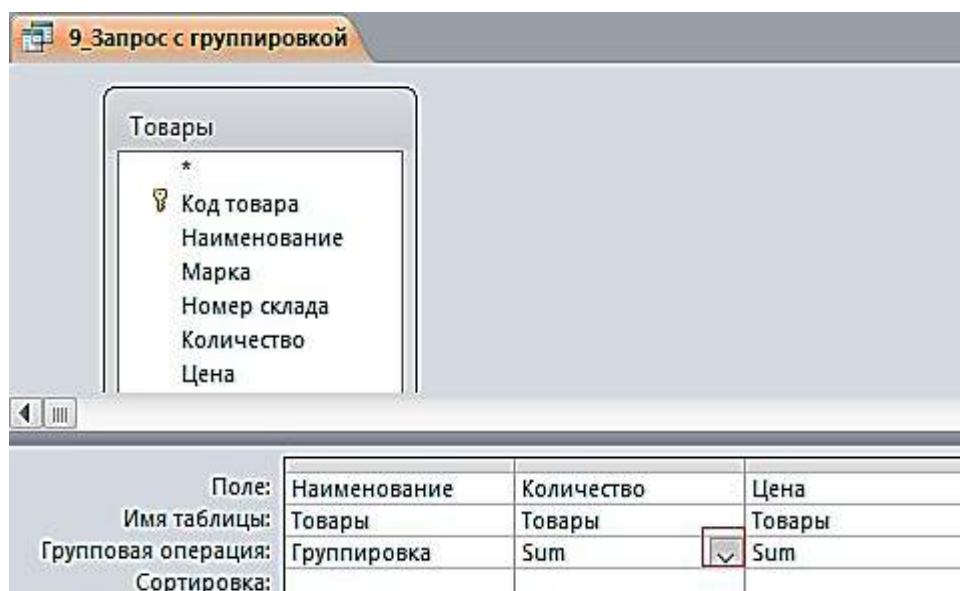


Рис. 2.16. Запрос с группировкой по коду товара и суммированием количества и цены в группе

6. Для отображения результата запроса (рис. 2.17) щелкните по кнопке **Выполнить** в группе **Результаты**.

9_Запрос с группировкой		
Наименование ▾	Sum-Количество ▾	Sum-Цена ▾
Нивелир	33	29 180,00 ₽
Тахеометр	23	1 141 950,00 ₽
Теодолит	32	223 582,00 ₽

Рис. 2.17. Результат подсчета суммарного количества и цены

Задание 10. Запрос с функцией Count

Определите, сколько раз продавался товар по коду фирмы.

1. Создайте в режиме конструктора запрос на выборку из таблицы «Продажи».
2. Из списка таблицы перетащите в бланк запроса поле «**Код фирмы**». По этому полю будет производиться группировка записей таблицы.
3. Перетащите в бланк запроса поле «**Количество**», по которому будет происходить подсчет числа товаров с одинаковыми номерами фирм.
4. Выполните команду **Итоги** из группы **Показать или Скрыть**. В бланке запроса появится новая строка **Групповая операция** со значением **Группировка** во всех полях запроса.
5. В столбце «**Количество**» замените слово **Группировка** на функцию Count. Для этого вызовите раскрывающийся список и выберите эту функцию (рис. 2.18).

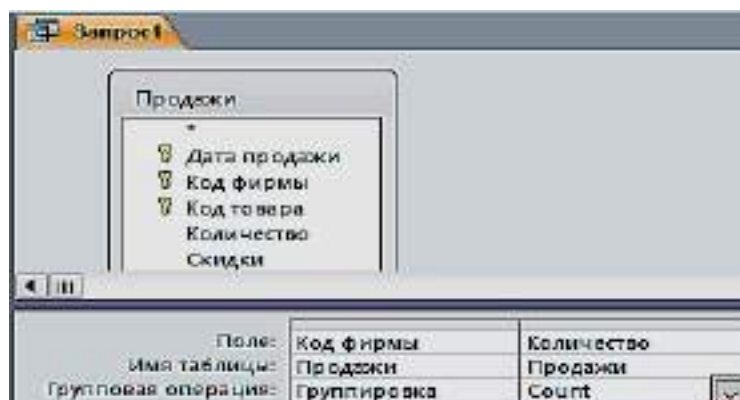


Рис. 2.18. Запрос для подсчета количества товара по коду фирмы

6. Сохраните запрос под именем «**10_Число продаж по коду фирмы**». Результат запроса показан на рис. 2.19.

Код фирмы	Count-Количество
1	2
2	2
3	4
4	2

Рис. 2.19. Результат подсчета количества товара по коду фирмы

Задание 11. Запрос с отображением строки итогов по столбцу

Строка итогов используется для быстрого расчета и отображения в столбце таблицы или запроса в режиме таблицы таких значений, как итоговая сумма, среднее, минимальное и максимальное, количество значений.

1. Для добавления строки итогов в таблицу запроса откройте запрос «1_По наименованию тахеометр» в режиме таблицы. На вкладке ленты Главная в группе Записи выполните команду **Итоги**. В таблице отобразится строка **Итог**.

2. В строке **Итог** нажмите кнопку раскрывающегося списка в столбце «Цена», для которого требуется выполнить расчет, и выберите в списке **Сумма** (рис. 2.20).

Наименование	Марка	Цена
Тахеометр	SP FOKUS 6	319 463,00 Р
Тахеометр	SP FOKUS 6W	357 487,00 Р
Тахеометр	South NTS-365 R	225 000,00 Р
Тахеометр	South NTS-362 R	240 000,00 Р
Итог		1 141 950,00 Р

Рис. 2.20. Результат отображения строки итогов с расчетом суммы по столбцу

3. Для того, чтобы скрыть строку итогов, повторно выполните команду **Итоги**.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 3

Работа с многотабличными запросами

Многотабличный запрос позволяет сформировать записи результата путем объединения взаимосвязанных записей из таблиц базы данных и выбора из них нужных полей и записей. Многотабличный запрос часто осуществляет

объединение данных, которые на этапе проектирования были разделены на множество таблиц, отвечающих требованиям нормализации.

При конструировании многотабличного запроса важнейшим условием является правильное представление о том, как идет объединение записей таблиц при формировании результата.

Рассмотрим технологию конструирования многотабличного запроса на выборку для расчета разности количества товаров и количества проданных товаров.

Задание 1. Запрос с вычисляемым полем «Остаток»

1. Создайте в режиме конструктора запрос на выборку для таблиц «Товары» и «Продажи». Перетащите в бланк запроса из таблицы «Товары» поля «Наименование», «Марка», «Количество», и из таблицы «Продажи» поле «Количество».

2. Для подсчета разности количества товаров создайте после поля «Количество», вычисляемое поле «Остаток» (с правой стороны), при помощи построителя (рис. 3.1).

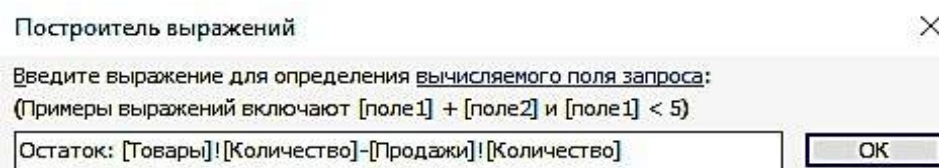


Рис. 3.1. Построитель выражений

3. Вызовите построитель выражений, нажав кнопку **Построитель**  в группе **Настройка запроса** ленты «**Конструктор**». Курсор мыши должен быть установлен предварительно в ячейке ввода выражения (рис. 3.2).

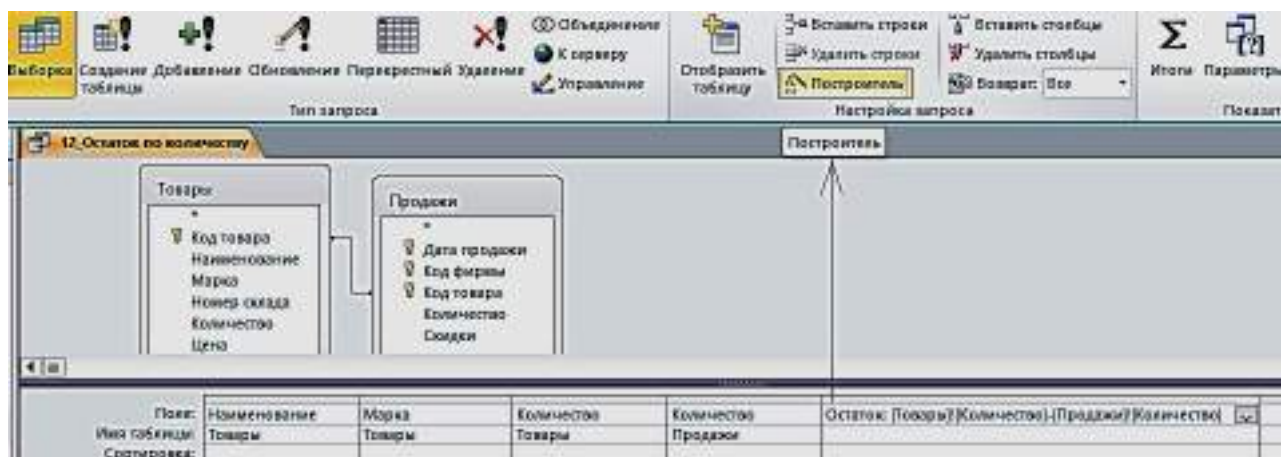


Рис. 3.2. Запрос с вычисляемым полем

4. В левой части окна **Построитель выражений** выберите свою базу данных **«Реализация товаров со складов»**, далее выберите таблицу **«Товары»**. Справа отобразится список её полей. Выберите поле **«Количество»** и знак минус, двойным щелчком вставляя в выражение. Снова выберите таблицу **«Продажи»** и поле **«Количество»** (рис. 3.3).



Наименование	Марка	Товары.Количество	Продажи.Количество	Остаток
Тахеометр	SP FOKUS 6	5	4	1
Тахеометр	SP FOKUS 6W	7	6	1
Тахеометр	Soutn NTS-365 R	6	5	1
Тахеометр	Soutn NTS-362 R	5	4	1
Теодолит	3T2КП	9	8	1
Теодолит	3T2КП	9	8	1
Теодолит	4T30П	8	4	4
Теодолит	VEGA TEO 5	10	9	1
Нивелир	4Н -2КЛ	15	10	5
Нивелир	4Н-3КЛ	18	10	8

Рис. 3.3 Результат запроса «Остаток по количеству»

5. Слово «Выражение» удаляйте, оно выдает, синтаксическую ошибку.

Задание 2. Формирование запроса об увеличении цены на 15 % в феврале месяце

1. Создайте в режиме конструктора запрос на выборку для таблиц **«Товары»** и **«Продажи»**. Перетащите в бланк запроса из таблицы **«Продажи»** поле **«Дата продажи»**, а из таблицы **«Товары»** поля **«Наименование»**, **«Марка»**, **«Номер склада»**, **«Количество»**, **«Цена»**.

2. Создайте новое поле **«Новая цена»**. Для этого создайте после поля Цена, вычисляемое поле **«Новая Цена»** (с правой стороны) при помощи построителя.

3. Вызовите построитель выражений, нажав кнопку **Построитель**  в группе **Настройка запроса** ленты **«Конструктор»**. Курсор мыши должен быть установлен предварительно в ячейке ввода выражения. В окне **«Построительвыражений»** выбрать **«Элементы выражений»**, в нем найти название своей базы данных, затем Таблицы **«Товары»** и в поле **«Категории выражений»** выбрать **«Цена»**, а с клавиатуры набрать **«*1,05»**.

4. В поле **«Дата продажи»** введите условие отбора **$\geq 01.02.2018$** (рис. 3.4).

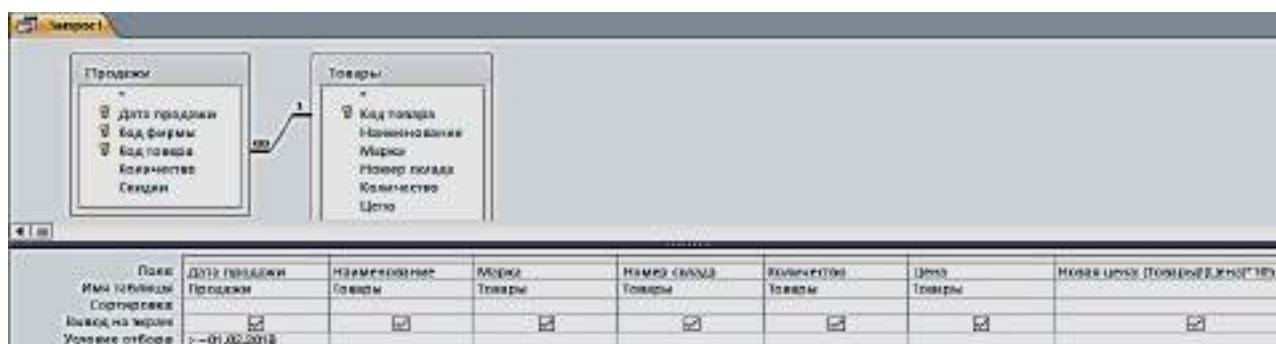


Рис. 3.4. Запрос «Новая цена» в режиме конструктора
5. Сохранить запрос с именем «Новая цена» (рис. 3.5).

Дата прода -	Наименование -	Марка -	Номер склада -	Количество -	Цена -	Новая цена -
02.02.2018	Тахеометр	South NTS-365 R	2	6	225 000,00 Р	23 825 000,00 Р
15.02.2018	Теодолит	3T2KP	3	9	84 193,00 Р	8 840 265,00 Р
10.02.2018	Теодолит	VEGA TEO 5	3	10	30 000,00 Р	3 150 000,00 Р
05.02.2018	Нивелир	4H-2K/L	4	15	16 680,00 Р	1 751 400,00 Р

Рис. 3.5. Результат запроса «Новая цена»

Задание 3. Создание запроса о товарах на складе в г. Екатеринбурге (рис. 3.6, 3.7)

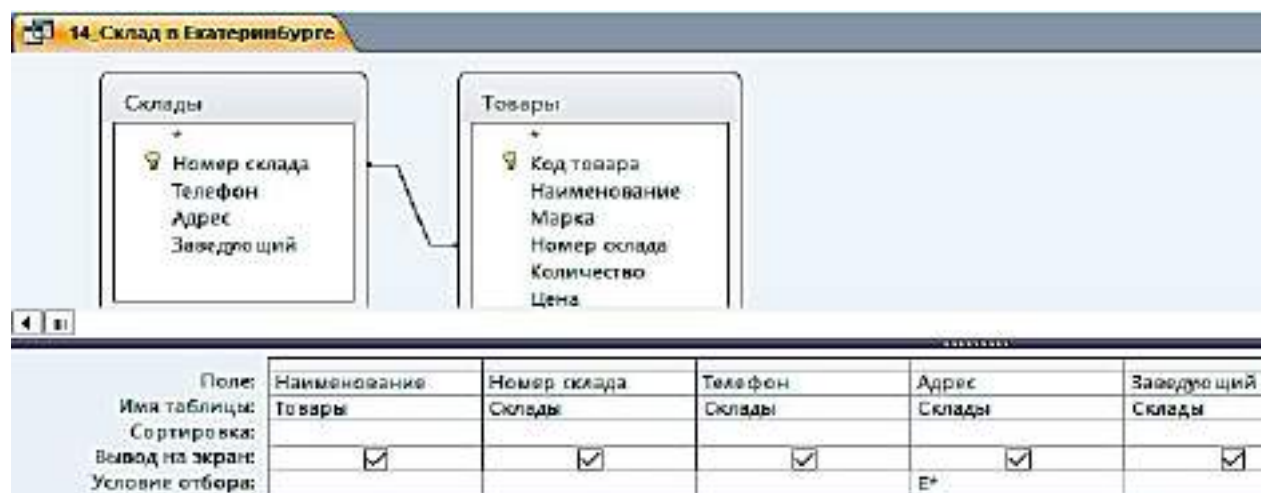


Рис. 3.6. Запрос «Склад в Екатеринбурге» в режиме Конструктора

14. Склад в Екатеринбурге				
Наименование	Номер склада	Телефон	Адрес	Заведующий
Тахеометр	1	(343)381-88-88	Екатеринбург, пер. Базовый, 7	Амелина И.В.
Тахеометр	1	(343)381-88-88	Екатеринбург, пер. Базовый, 7	Амелина И.В.
Теодолит	3	(343)275-18-22	Екатеринбург, Монтажник, 18а	Куликова А.Н.
Теодолит	3	(343)275-18-22	Екатеринбург, Монтажник, 18а	Куликова А.Н.
Теодолит	3	(343)275-18-22	Екатеринбург, Монтажник, 18а	Куликова А.Н.
Теодолит	3	(343)275-18-22	Екатеринбург, Монтажник, 18а	Куликова А.Н.
Нивелир	4	(343)310-22-22	Екатеринбург, Радищева, 4	Ромашенко К.Д.
Нивелир	4	(343)310-22-22	Екатеринбург, Радищева, 4	Ромашенко К.Д.

Рис. 3.7. Результат запроса «Склад в Екатеринбурге»

Задание 4. Создание запроса о товарах в феврале, с вычисляемым полем «Сумма» и отображения строки итогов с расчетом суммы по этому столбцу (рис. 3.8, 3.9)

Запрос1							
Продажи		Товары					
- Дата продажи - Код фирмы - Код товара - Количество - Скидки		- Код товара - Наименование - Марка - Номер склада - Количество - Цена					
Поле:	Дата продажи	Скидки	Наименование	Марка	Количество	Цена	Сумма: [Товары].[Количество]*[Товары].[Цена]
Имя таблицы:	Продажи	Продажи	Товары	Товары	Товары	Товары	
Вывод на экран:	☒	☒	☒	☒	☒	☒	☒
Условие отбора:	>=01.02.2018						

Рис. 3.8. Запрос «Стоимость» в режиме Конструктора

15. Стоимость						
Дата прода.	Скидки	Наименование	Марка	Количество	Цена	Сумма
02.02.2018	5	Тахеометр	South NTS-385 R	6	225 000,00 Р	1 350 000,00 Р
15.02.2018	10	Теодолит	3T2HPI	9	84 193,00 Р	757 737,00 Р
10.02.2018	10	Теодолит	VEGA TEC 3	10	30 000,00 Р	300 000,00 Р
05.02.2018	10	Нивелир	4H-2KLI	15	16 680,00 Р	250 200,00 Р
Итог:						2 657 937,00 Р
Нет						Сумма

Рис. 3.9. Результат запроса «Стоимость» и итог с расчетом суммы по столбцу

Задание 5. Создание запроса из четырех таблиц (рис. 3.10, рис. 3.11)

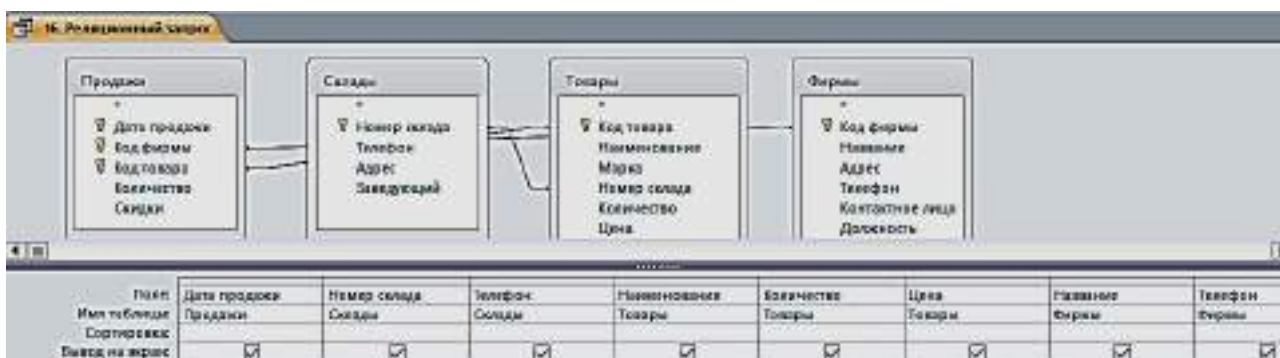


Рис. 3.10. Реляционный запрос в режиме Конструктора

Дата продажи	Номер склада	Склады.Телефон	Наименование	Количество	Цена	Название	Фирмы.Телефон
15.01.2018	4	(343)310-22-22	Нивелир	10	12 500,00 Р	ГеоСтройПрибор	(473)271-21-44
19.01.2018	1	(343)381-88-88	Тахеометр	7	357 487,00 Р	ООО "Геомар Недра"	(495)618-05-10
20.01.2018	3	(343)275-18-22	Теодолит	9	84 193,00 Р	ООО "А-ГЕО"	(904)095-70-45
25.01.2018	2	(343)379-51-62	Тахеометр	5	240 000,00 Р	ООО "Навгоком"	(343)253-53-55
27.01.2018	1	(343)381-88-88	Тахеометр	5	319 463,00 Р	ООО "Геомар Недра"	(495)618-05-10
30.01.2018	3	(343)275-18-22	Теодолит	8	50 625,00 Р	ООО "А-ГЕО"	(904)095-70-45
02.02.2018	2	(343)379-51-62	Тахеометр	6	225 000,00 Р	ООО "Навгоком"	(343)253-53-55
05.02.2018	4	(343)310-22-22	Нивелир	15	16 680,00 Р	ГеоСтройПрибор	(473)271-21-44
10.02.2018	1	(343)381-88-88	Тахеометр	10	20 000,00 Р	ООО "А-ГЕО"	(904)095-70-45
15.02.2018	3	(343)275-18-22	Теодолит	9	84 193,00 Р	ООО "А-ГЕО"	(904)095-70-45

Рис. 3.11. Результат сложного запроса

Запросы на изменение

К запросам на изменение относятся запросы на обновление данных в записях таблицы базы, на добавление и удаление записей из таблицы, а также запросы на создание таблицы из записей, сформированных в нем.

Задание 6. Создать запрос на обновление таблицы «Товары». Увеличьте цену товара на 20 %:

1. Создайте запрос на выборку, путем отбора соответствующих полей. Присвойте ему имя «17_Обновление».

2. Откройте этот запрос в режиме Конструктора. Выполните команду **Запрос – Обновление** – Введите в строке «Обновление» выражение для новых значений $[Цена] * 1,2$ (рис. 3.12). Закройте запрос. У запроса изменится вид значка. Проверьте правильность его выполнения (рис. 3.13).

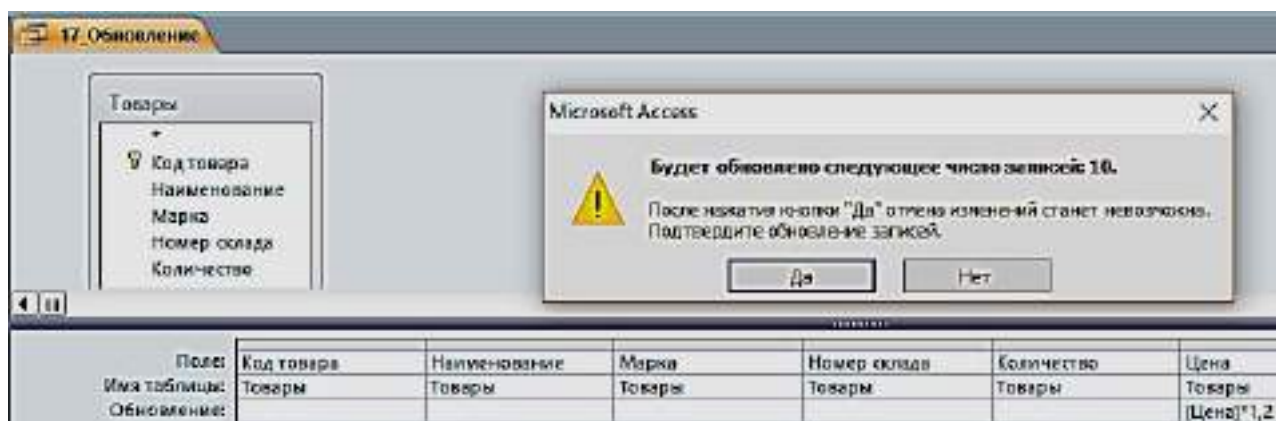


Рис. 3.12. Запрос на обновление в режиме Конструктора

Рис. 3.13. С правой стороны
результат
обновления таблицы

Цена	Цена
319 463,00 Р	383 355,60 Р
357 487,00 Р	428 984,40 Р
225 000,00 Р	270 000,00 Р
240 000,00 Р	288 000,00 Р
84 193,00 Р	101 031,60 Р
58 764,00 Р	70 516,80 Р
50 625,00 Р	60 750,00 Р
30 000,00 Р	36 000,00 Р
16 680,00 Р	20 016,00 Р
12 500,00 Р	15 000,00 Р

Задание 6. Создать запрос на создание новой таблицы «18_Создание таблицы»:

1. Создайте запрос на выборку по всем таблицам путем отбора нужных полей. Присвойте ему имя и проверьте правильность его выполнения.
2. В области навигации выделите названный запрос и с помощью команды контекстного меню откройте его в режиме Конструктора.
3. Преобразуйте этот запрос на выборку в запрос на создание таблицы, выполнив команду **Создание таблицы** в группе **Тип запроса** на вкладке Конструктора, или выбрав команду контекстного меню запроса **Тип запроса – Создание таблицы**.
4. В окне **Создание таблицы** введите имя создаваемой таблицы «Объединенная» (рис. 3.14).
5. Для того чтобы просмотреть, какие записи будут помещены в новую таблицу, щелкните по кнопке **Режим** на ленте Конструктора запросов в группе **Результаты**.

6. Выполните запрос. Откроется окно сообщений с запрашиваемым разрешением (рис. 3.15). Подтвердите согласие на создание новой таблицы. После этого таблицу можно увидеть в списке таблиц области навигации (рис. 3.16).

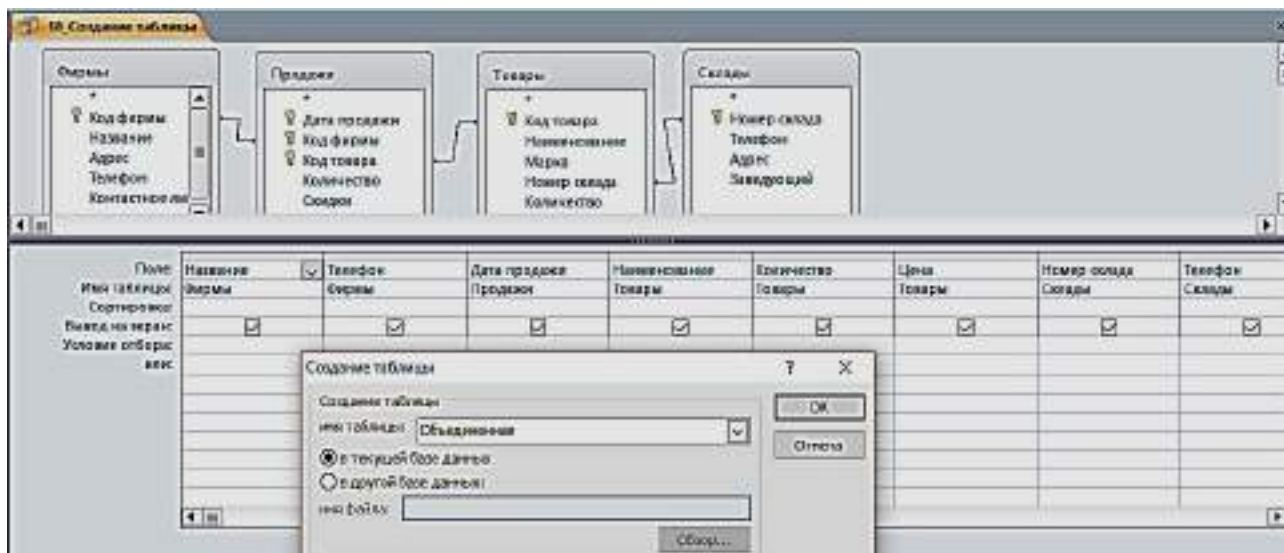


Рис. 3.14. Определение имени таблицы, создаваемой в запросе

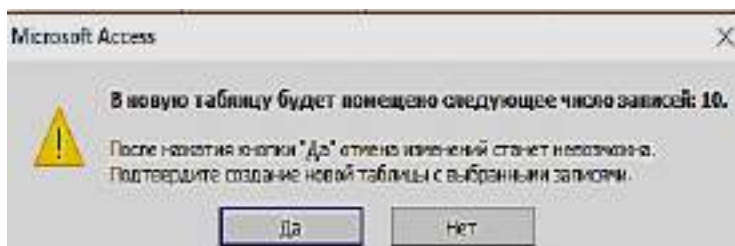


Рис. 3.15. Окно сообщений

Название	Фирма	Телефон	Дата продажи	Наименование	Количество	Цена	Номер склада	Склады	Телефон
ООО "Геомар Недра"	4956180510		19.01.2018	Тахеометр	7	428 984,40 Р	1	3433818888	
ООО "Геомар Недра"	4956180510		27.01.2018	Тахеометр	5	383 350,80 Р	1	3433818888	
ООО "Навгеом"	3432535355		25.01.2018	Тахеометр	5	288 800,80 Р	2	3433795162	
ООО "Навгеом"	3432535355		02.02.2018	Тахеометр	6	270 800,80 Р	2	3433795162	
ООО "А-ГЕО"	9940557045		20.01.2018	Теодолит	9	101 931,80 Р	3	3432751822	
ООО "А-ГЕО"	9940557045		30.01.2018	Теодолит	8	60 750,80 Р	3	3432751822	
ООО "А-ГЕО"	9940557045		20.02.2018	Теодолит	10	36 800,80 Р	3	3432751822	
ООО "А-ГЕО"	9940557045		15.02.2018	Теодолит	9	101 931,80 Р	3	3432751822	
ГеоСтройПрибор	4732712144		15.01.2018	Нивелир	18	15 800,80 Р	4	3433102222	
ГеоСтройПрибор	4732712144		05.02.2018	Нивелир	15	20 916,80 Р	4	3433102222	

Рис. 3.16. Результат запроса на создание новой таблицы

Задание для самостоятельной работы

1. По таблице «Товары» сформировать запрос по наименованию товаров на букву Т.
2. По таблице «Товары» сформировать запрос на выборку товаров, цена которых более 100 000 рублей и количество больше или равно 5.
3. По таблице «Продажи» сформировать запрос на выборку товаров, скидки которых равны 5, за период меньше или равный 02 февраля 2018 г.
4. По таблице «**Товары**» сформировать запрос с вычисляемым полем, вычислить цену с НДС, при ставке 18 %.
5. Создать параметрический запрос, в котором выдавалось бы сообщение «**Введите наименование товара**».
6. По таблице «**Товары**» сформировать запрос с вычисляемым полем, об увеличении цены на 10 % в январе месяце.
7. По таблице «**Товары**» сформировать запрос с вычисляемым полем, вычислить сумму за январь.
8. По таблице «**Товары**» сформировать запрос с вычисляемым полем, найти увеличение количества нивелиров в 2 раза.
9. Создать новую таблицу, состоящую из таблиц «**Продажи**» и «**Фирмы**», с полями на ваш выбор (поле – количество обязательно).
10. По новой созданной таблице создать запрос на обновление количества товара в 3 раза.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 4

Работа с формами

Формы являются основой разработки диалоговых приложений пользователя с базой данных. Работая с формой, пользователь может добавлять, удалять и изменять записи таблиц, получать расчетные данные. Форма состоит из элементов управления, которые отображают поля таблиц и графические элементы, не связанные с полями таблиц. Элементы управления предназначены для разработки макета формы: размещение полей таблиц и запросов, надписей, внедряемых объектов (рисунков, диаграмм), вычисляемых полей, кнопок, выполняющих печать и открывающих др. объекты или задачи.

Однотабличная форма предназначена для загрузки, просмотра и корректировки данных одной таблицы. Источником данных такой формы служит единственная таблица. Она может быть создана одним щелчком мыши с помощью команд автоматического создания формы: **Форма**, **Разделенная форма** или **Несколько элементов**, размещенных на вкладке **Создание** в группе **Формы** (рис. 4.1).

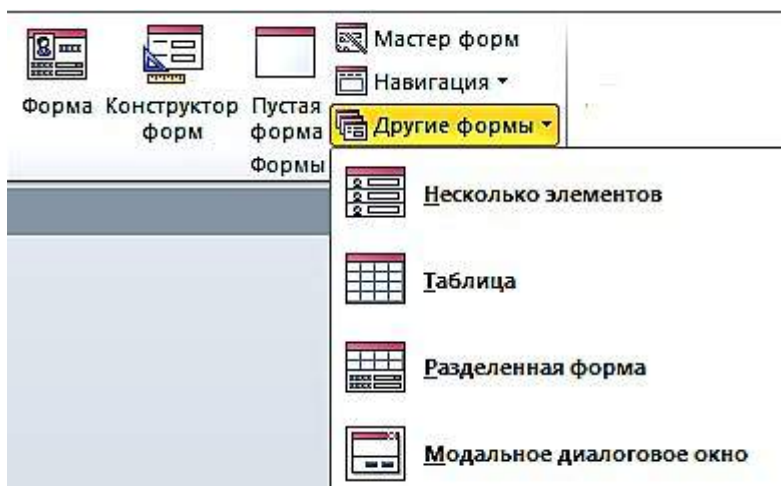


Рис. 4.1. Команды группы формы на вкладке ленты **Создание**

Задание 1. Создать однотабличную форму «Товары для ввода, просмотра и корректировки данных» таблицы «Товары». Чтобы источником записей формы стала таблица «Товары», выберите её в области навигации и выполните команду форма на вкладке **Создание**. Эта команда обеспечит автоматическое создание формы на основе только выбранной таблицы (рис. 4.2).

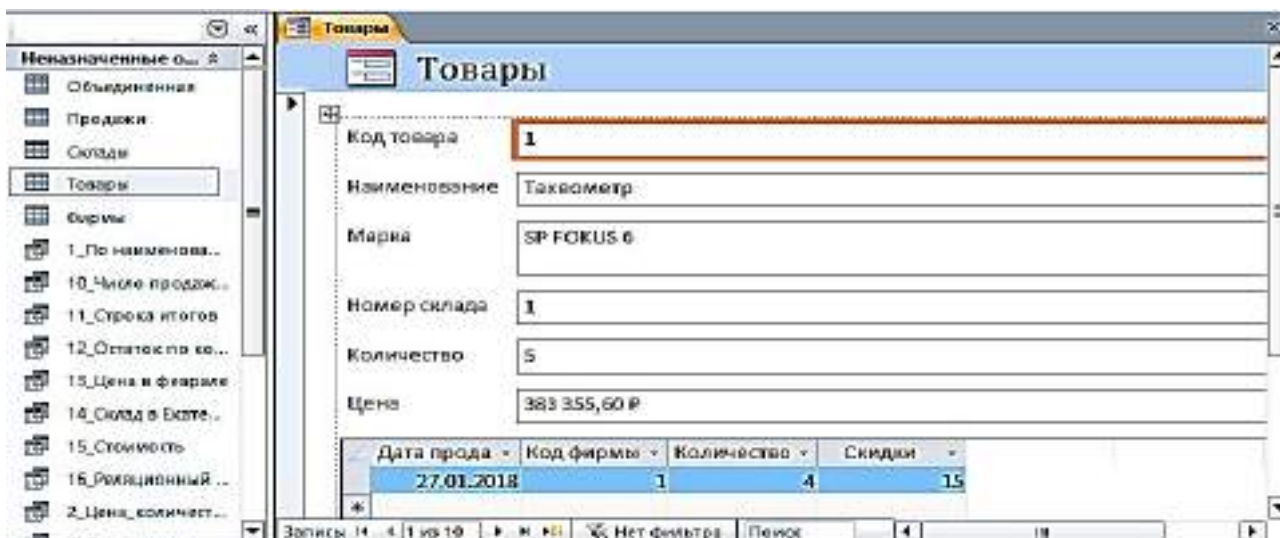


Рис. 4.2. Форма, полученная по команде **Форма**, для работы с таблицей «Товары»

Условное форматирование элементов управления

Для изменения внешнего вида элемента управления в форме, в зависимости от одного или нескольких условий используйте условное форматирование.

Задание 2. Изменить в форме «Товары» цвет денежных значений в поле «Цена» на красный, заливку на желтый, шрифт жирный, когда они оказываются выше заданной величины, например, 100 000 руб.

1. Выберите поле Цена, в котором нужно произвести изменения. На вкладке ленты **Формат** в группе **Форматирование элементов управления** выберите команду **Условное форматирование**. Откроется диалоговое окно **Диспетчер правил условного форматирования** (рис. 4.3).

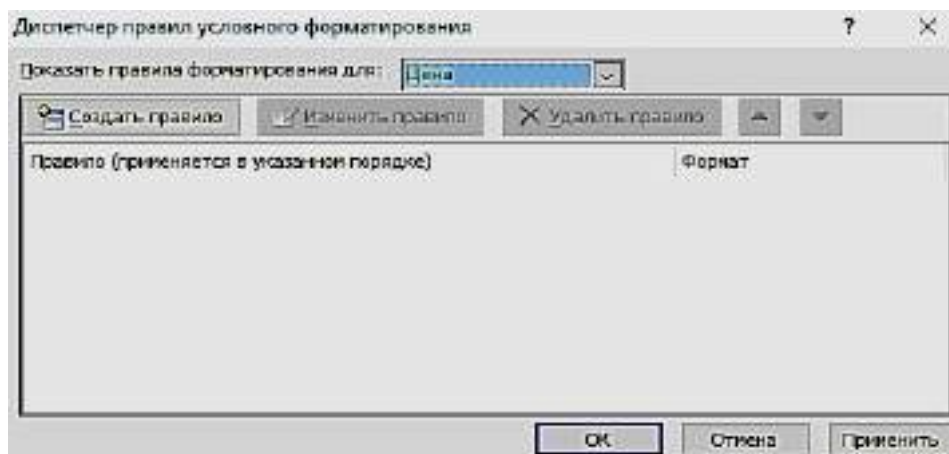


Рис. 4.3. Окно с пустым списком правил форматирования

2. Чтобы создать первое правило условного форматирования щелкните по кнопке **Создать правило**.

3. В окне **Новое правило форматирования** выберите тип правила и сформируйте описание правил, согласно которым будет производиться заданное форматирование поля.

4. В первом поле со списком выберите пункт **Значения поля**, во втором выберите тип сравнения – **больше** и введите постоянное значение в третье поле – 100000, не используя знака денежных единиц.

5. Выберите начертание шрифта, цвет и другие параметры форматирования. Нажмите кнопку ОК (рис. 4.4).

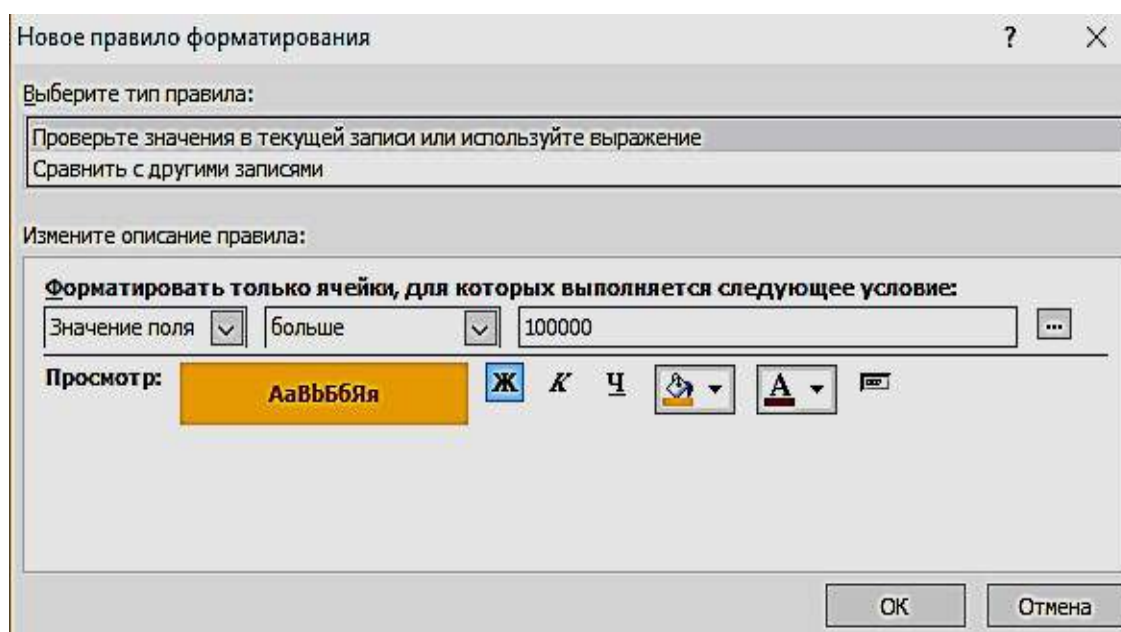


Рис. 4.4. Окно определения условий форматирования

Задание 3. Создать однотабличную форму «Склады». Для создания выбрать таблицу «Склады», использовать команду **Форма**, автоматически будет создана форма, содержащая встроенную подчиненную таблицу «Товары». Источником записей главной формы будет таблица «Склады». Такое поведение команды **Форма** вызвано тем, что таблица «Склады» имеет подчиненную таблицу «Товары», с которой она находится в отношении 1:∞, и эта связь определена в схеме данных (рис. 4.5).

Склады

Номер склада: 1

Телефон: (343)381-88-88

Адрес: Екатеринбург, пер. Базовый, 7

Заведующий: Амелина И.В.

Код товара	Наименование	Марка	Количество	Цена
1	Тахометр	SP FOXUS 6	5	383 355,60 Р
2	Тахометр	SP FOXUS 6W	7	428 984,40 Р
(No)				

Записи: 1 из 4 | Нет фильтра | Поиск

Рис. 4.5. Форма по таблице «Склады» с встроенной подчиненной «Товары»
Создание разделенной формы

Разделенная форма позволяет синхронно отображать данные одного источника в двух представлениях: в режиме формы и в режиме таблицы.

Задание 4. Создать однотабличную разделенную форму для работы с данными таблицы «Продажи». Выберите таблицу «Продажи» в области навигации и выполните команду **Разделенная форма** на вкладке ленты **Создание** в группе **Формы**. Эта команда обеспечит автоматическое создание формы на основе только одной выбранной таблицы. Созданная форма отобразится в режиме макета (рис. 4.6).

Дата прода.	Код фирмы	Код товара	Количество	Скидки
15.01.2018	4	10	10	5
19.01.2018	1	2	6	10
20.01.2018	3	5	8	5
25.01.2018	2	4	4	10
27.01.2018	1	1	4	15
30.01.2018	3	7	4	10
02.02.2018	2	3	5	5
05.02.2018	4	9	10	10
10.02.2018	3	8	9	10

Рис. 4.6. Разделенная форма «Продажи»

Многотабличные формы

Многотабличная форма создается для работы с данными нескольких взаимосвязанных таблиц. Источником данных такой формы является многотабличный запрос. При этом форма может быть простой, отображающей одну запись в столбик, или ленточной, отображающей все записи в табличном виде с надписями в заголовке формы. Для такой формы могут быть использованы команды **Форма** или **Несколько элементов**.

Многотабличная форма может быть составной: состоять из главной формы и одной или нескольких подчиненных включаемых форм.

Задание 5. Создать составную форму воспользовавшись реляционным запросом. Выберите запрос «16_реляционный запрос» в области навигации и выполните команду **Форма** на вкладке **Создание**. Эта команда обеспечит автоматическое создание формы на основе выбранного запроса (рис. 4.7). В режиме Конструктора можно изменить заголовков.

Составная форма на основе Реляционного запроса

Дата продажи	15.01.2018	Количество	18
Номер склада	4	Цена	15 000,00 Р
Склады.Телефон	(343)310-22-22	Название	ГеоСтройПрибор
Наименование	Нивелир	Фирма.Телефон	(473)271-21-44

Дата продажи	Номер склада	Склады.Телефон	Наименование	Количество	Цена	Название	Фирма.Телефон
15.01.2018	4	(343)310-22-22	Нивелир	18	15 000,00 Р	ГеоСтройПрибор	(473)271-21-44
19.01.2018	1	(343)381-88-88	Тахеометр	7	428 984,40 Р	ООО "Геомар Недра"	(495)618-05-10
20.01.2018	3	(343)275-18-22	Теодолит	9	101 031,80 Р	ООО "А-ГЕО"	(304)095-70-45
25.01.2018	2	(343)375-51-62	Тахеометр	5	208 000,00 Р	ООО "Навселем"	(343)253-53-55
27.01.2018	1	(343)381-88-88	Тахеометр	5	282 355,60 Р	ООО "Геомар Недра"	(495)618-05-10
30.01.2018	3	(343)275-18-22	Теодолит	8	60 750,00 Р	ООО "А-ГЕО"	(304)095-70-45
02.02.2018	2	(343)375-51-62	Тахеометр	6	270 000,00 Р	ООО "Навселем"	(343)253-53-55
05.02.2018	4	(343)310-22-22	Нивелир	15	20 016,00 Р	ГеоСтройПрибор	(473)271-21-44
10.02.2018	3	(343)275-18-22	Теодолит	10	36 000,00 Р	ООО "А-ГЕО"	(304)095-70-45
13.02.2018	3	(343)275-18-22	Теодолит	9	101 031,80 Р	ООО "А-ГЕО"	(304)095-70-45

Рис. 4.7. Составная форма

Создание многотабличной формы с помощью мастера

Основным средством создания многотабличной формы можно считать мастер форм, который, запросив у пользователя сведения о включаемых в форму полях из нескольких взаимосвязанных таблиц и запросов, создает составную или одиночную форму.

Задание 6. С помощью мастера создайте форму для работы с данными о продажах товаров

Для вызова мастера форм выполните на вкладке ленты **Создание** в группе **Формы** команду **Мастер форм**. Отобразится окно мастера **Создания форм**, представленное на рис. 4.8.

Создание форм

Выберите поля для формы.
Допускается выбор нескольких таблиц или запросов.

Таблицы и запросы
Таблица: Продажи

Доступные поля:
Дата продажи
Код фирмы
Код товара
Количество
Склады

Выбранные поля:

Оформление: [Иконка]

Отмена < Назад Далее > Готово

Рис. 4.8. Выбор таблиц и полей для создаваемой формы

Если предварительно в области навигации не была выбрана таблица «**Продажи**», выберите её в раскрывающемся списке **Таблицы и запросы** диалогового окна мастера. Затем отберите из списка **Доступные поля**, в нашем случае все, кроме поля «**Скидки**» (рис. 4.9).

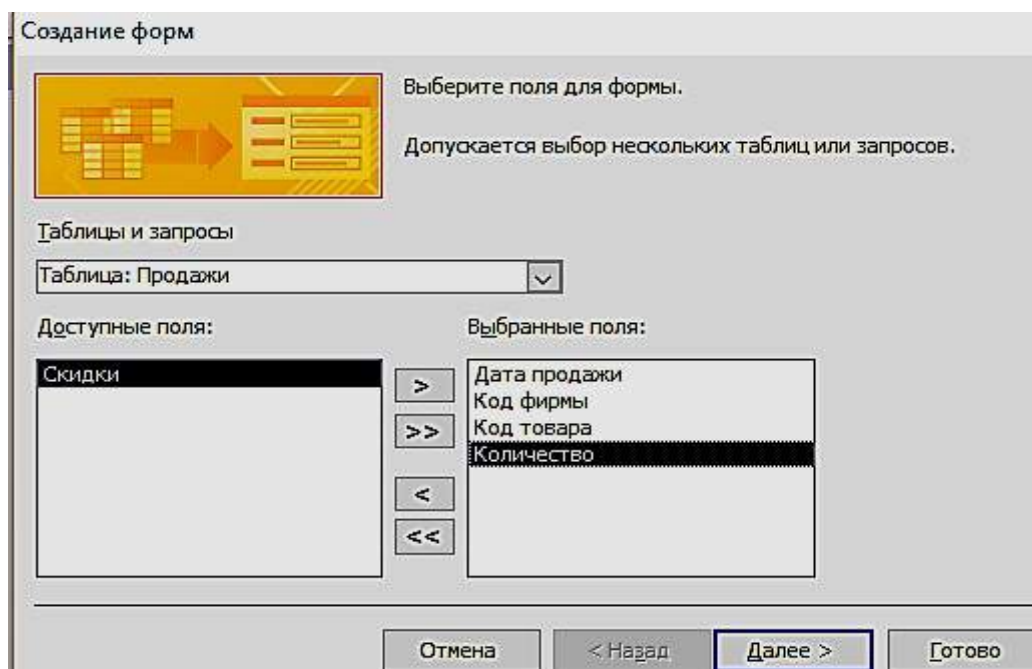


Рис. 4.9. Выбранные поля таблицы «**Продажи**» для создаваемой формы

Переходим к выбору полей из таблицы «**Товары**». Перетаскиваем все поля, кроме поля Код товара. После выбора полей для обеих таблиц и нажатия кнопки **Далее** в окне создание форм в списке **Выберите тип представления данных** надо выделить имя таблицы **Продажи** и щелкнуть по кнопке «**Далее**» (рис. 4.10).

Создание форм

Выберите вид представления данных:

- Товары

- Продажи

Дата продажи, Код фирмы, Код товара,
Продажи_Количество, Наименование,
Марка, Номер склада, Товары_Количество,
Цена

☒ Одиночная форма
 ☐ Связанные формы

Отмена
< Назад
Далее >
Готово

Рис. 4.10. Выбор вида представления данных

В следующем диалоговом окне предоставляется возможность выбрать внешний вид формы и нажать кнопку «Готово» (рис. 4.11).

Создание форм

Выберите внешний вид формы:

☒ В один столбец

☐ ленточный

☐ табличный

☐ выровненный

Отмена
< Назад
Далее >
Готово

Рис. 4.11. Выбор вида формы в один столбец

Рис. 4.12. Форма, открытая для просмотра, корректировки и ввода данных

Одиночная многотабличная форма

Одиночную форму, включающую поля из нескольких связанных таблиц, позволяет быстро построить инструмент **Пустая форма**. Выполните команду **Пустая форма** на вкладке ленты **Создать** в группе **Формы**. Откроется пустая форма в режиме макета и отобразится область **Список полей**. В списке перечислены все таблицы базы данных, и предоставляется возможность открыть список полей каждой из них (рис. 4.13). Чтобы добавить поле в форму, щелкните на нем двойным щелчком или перетащите его в форму. Для отображения каждого поля Access создает в форме соответствующий элемент управления и привязывает его к полю. Кроме того, для элемента управления создается присоединенная надпись.

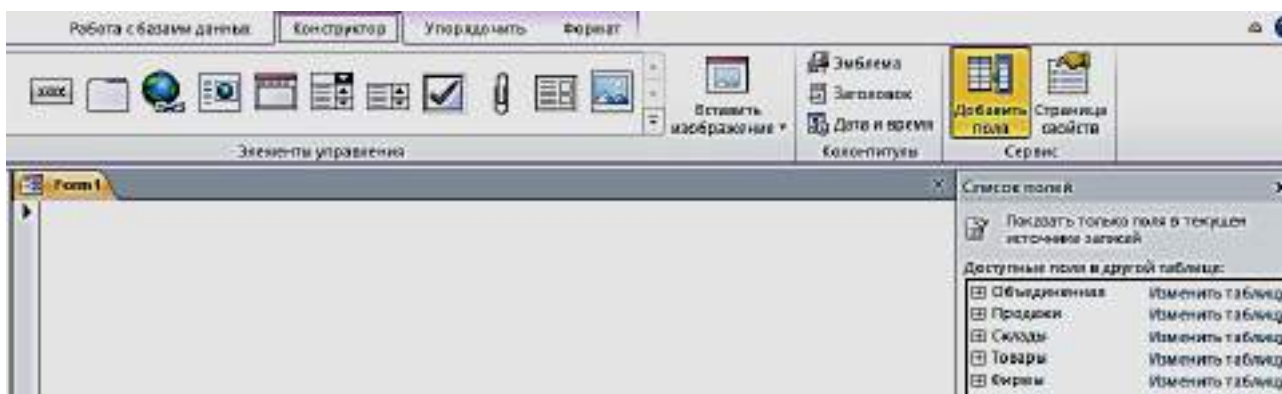


Рис. 4.13. Область **Список полей** при создании одиночной формы

Задание 7. Создать одиночную многотабличную форму для просмотра всех данных базы. Выполните команду **Пустая форма**. В области **Список полей** откройте список полей таблицы «Продажи», щелкнув знак «Плюс»

рядом с её именем. Добавьте в форму необходимые поля (Дата продажи, Код фирмы, Код товара, Количество, Скидки). Далее последовательно добавляйте поля из таблицы «Товары» (Наименование, Марка, Цена), затем из таблицы «Склады» (Номер склада, Телефон, Адрес, Заведующий) и из таблицы «Фирмы поля» – (Название, Адрес, Телефон, Контактное лицо, Должность). Сохранить форму под именем «Общие данные».

Дата продажи	15.01.2018
Код фирмы	4
Код товара	10
Количество	10
Наименование	Нивелир
Марка	4Н-ЗКЛ
Цена	15 000,00 Р
Номер склада	4
Телефон	{343}310-22-22
Адрес	Екатеринбург, Радищева, 4
Заведующий	Ромашенко К.Д.
Название	ГеоСтройПрибор
Адрес_Фирмы	Воронеж, Жуков, 3
Телефон_Фирмы	{473}271-21-44
Контактное лицо	Яковлева Ю.К.
Должность	менеджер

Запись: 1 из 10 | Нет фильтра | Поиск

Рис. 4.14. Форма «Общие данные», созданная с помощью инструмента Пустая форма

Задание 8. Создать одиночную форму с помещенной в неё гистограммой

Для этого откройте таблицу «Товары». В группе **Импорт и связи** на вкладке **Внешние данные** выберите на ленте **Экспорт в таблицу Excel** (рис. 4.15).

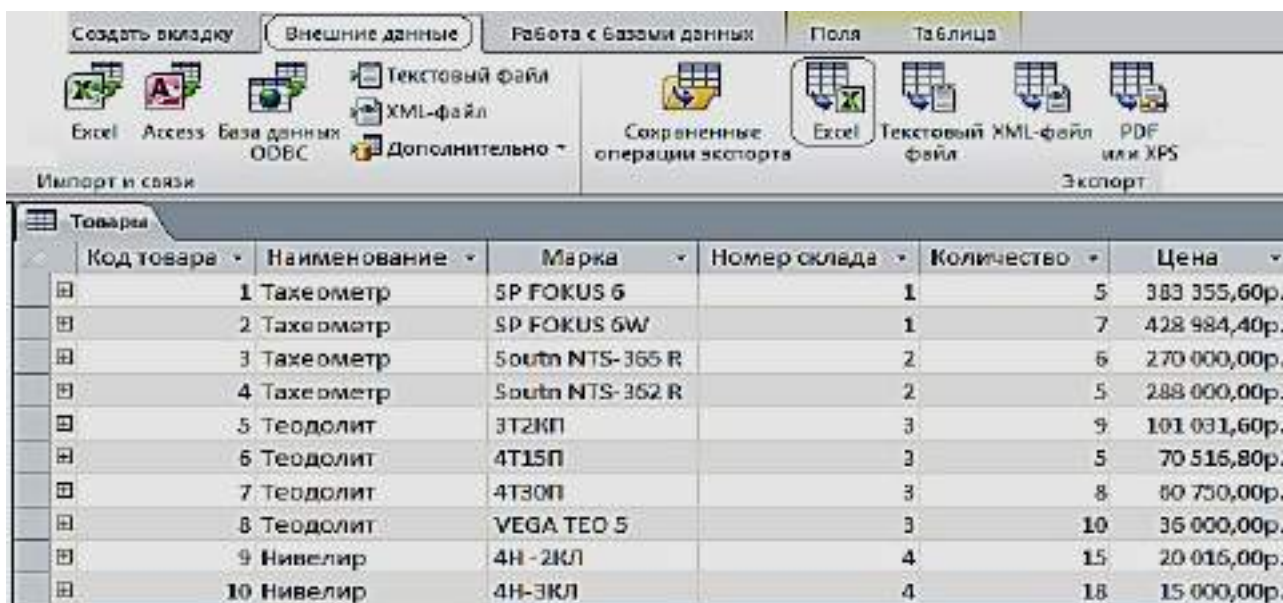


Рис. 4.15. Окно экспорта таблицы «Товары» на лист Excel

Выберите место назначения для экспорта таблицы «Товары», для этого нажмите на кнопку **Обзор**, выберите соответствующую папку (рис. 4.16, 4.17).

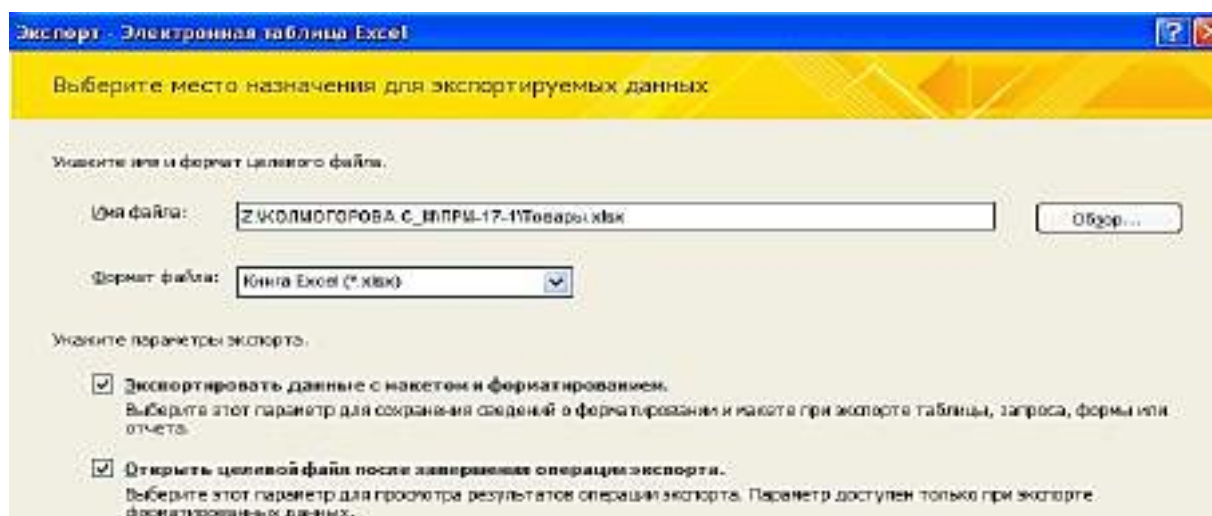


Рис. 4.16. Окно выбора места назначения для экспорта таблицы «Товары»

	A	B	C	D	E	F
1	Код товара	Наименование	Марка	Номер склада	Количество	Цена
2	1	Таксометр	SP FOKUS 6	1	5	383 355,60р.
3	2	Таксометр	SP FOKUS 6W	1	7	428 984,40р.
4	3	Таксометр	South NTS-365 R	2	6	270 000,00р.
5	4	Таксометр	South NTS-362 R	2	5	288 000,00р.
6	5	Теодолит	3T2КП	3	9	101 031,60р.
7	6	Теодолит	4T15П	3	5	70 516,80р.
8	7	Теодолит	4T30П	3	8	60 750,00р.
9	8	Теодолит	VEGA TEO 5	3	10	36 000,00р.
10	9	Нивелир	4Н-2КЛ	4	15	20 016,00р.
11	10	Нивелир	4Н-3КЛ	4	18	15 000,00р.

Рис. 4.17. Таблица «Товары» в Excel, экспортируемая из Access

Построение гистограммы по колонкам «**Наименование**» и «**Цена**» (рис. 4.18).

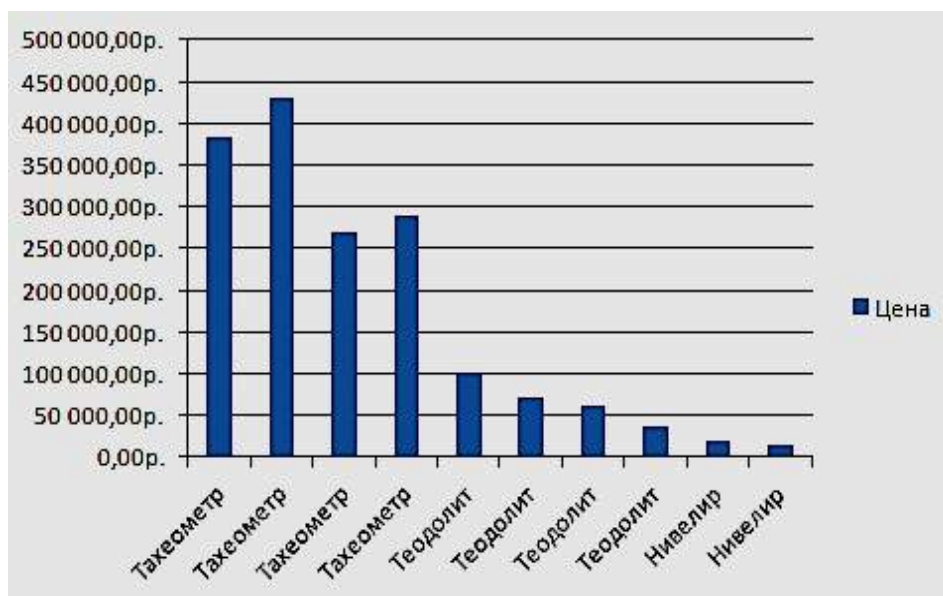


Рис. 4.18. Гистограмма, соответствующая таблице «**Товары**»

Скопируйте гистограмму в Excel. В Access выполните команду **Пустая форма** на вкладке ленты **Создать** в группе **Формы**. В режиме «**Конструктор**» произвести вставку гистограммы. Сохранить форму под названием **Гистограмма** (рис. 4.19).

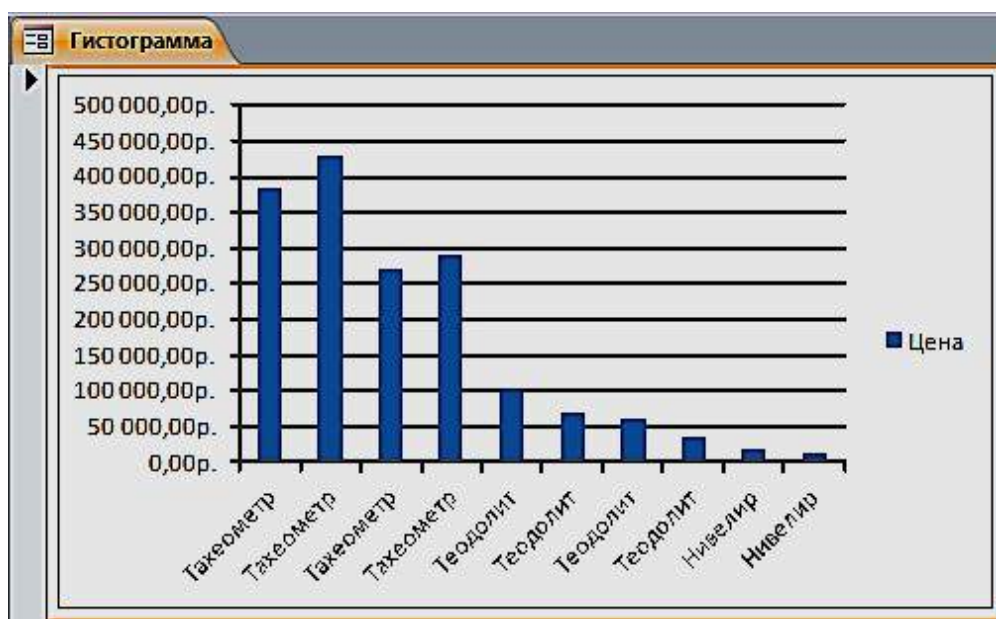


Рис. 4.19. Форма «Гистограмма»

Задание для самостоятельной работы

1. Изменить в форме «Товары» цвет денежных значений в поле «Цена» на зеленый, заливку на светло-зеленый, начертание шрифта – жирный курсив, когда они оказываются меньше или равны 80000 руб.
2. Создать форму «Фирмы» с подчиненной «Продажи».

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 5

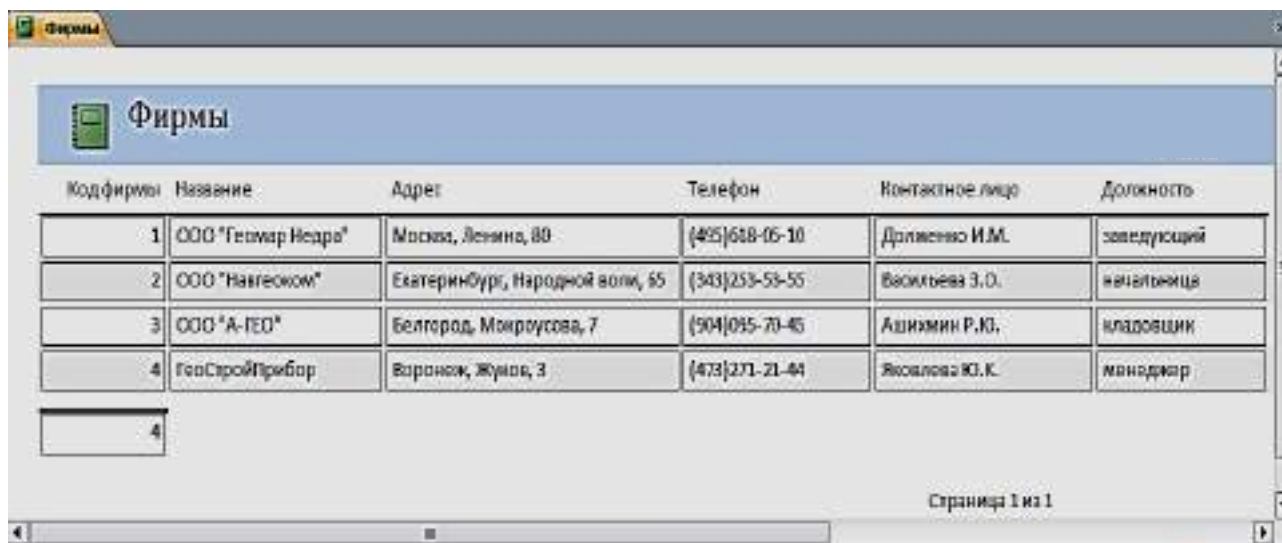
Работа с отчетами

Средства Access по разработке отчетов предназначены для конструирования макета отчета, в соответствии с которым осуществляется вывод данных из определенного источника записей в виде выходного печатного документа.

Отчет может создаваться с помощью Мастера или в режиме Конструктора отчетов.

Задание 1. Выберем в области навигации таблицу «Фирмы», данные из которой будут источником записей отчета. На вкладке ленты **Создание** в группе **Отчеты** выполнить команду **Отчет**.

Access создаст отчет и отобразит его в режиме макета (рис. 5.1). В отчете будут представлены все записи таблицы «Фирмы». Размещение полей таблицы – источника записей отчета – в разделах отчета представлено на рис. 5.2.



Кодфирмы	Название	Адрес	Телефон	Контактное лицо	Должность
1	ООО "Геомар Недро"	Москва, Ленина, 80	(425)618-05-10	Дрищенко И.М.	заместитель
2	ООО "Нагеском"	Екатеринбург, Народной воли, 65	(343)253-53-55	Васильева З.О.	начальница
3	ООО "А-ГЕО"	Белгород, Мокроусова, 7	(904)045-70-45	Алишмин Р.Ю.	кладовщик
4	ГеоСтройПрибор	Воронеж, Жуков, 3	(473)271-21-44	Яковлева Ю.К.	менеджер

Рис. 5.1. Отчет в режиме «Макета»

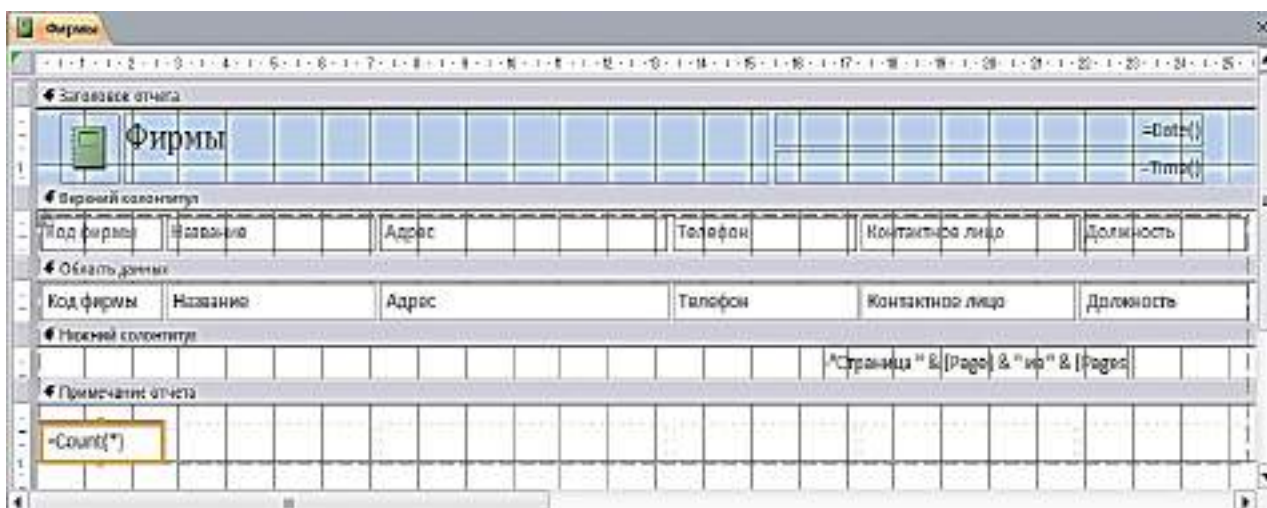


Рис. 5.2. Разделы однотобличного отчета в режиме Конструктора

В режиме макета легко привести созданный отчет в соответствие с заданными требованиями. Измените название отчета на «Контакты». Для этого выполните двойной щелчок на нем и введите новое название. Выделите макет отчета и измените заливку, размер шрифта, выбрав его на вкладке **Главная** в группе **Форматирование текста** или на вкладке **Формат** в группе **Шрифт**. Для изменения параметров страницы выполняйте команды соответствующей вкладки ленты. Пунктирной линией в отчете отмечена граница полей страницы. Отображение этой линии регулируется кнопкой **Показать поля** на вкладке ленты **Параметры страницы**. Для выбора размеров полей страницы может быть использована коллекция, отображаемая при нажатии кнопки **Поля**. На этой же вкладке можно выбрать размер бумаги, ориентацию страницы и ряд др. параметров (рис. 5.3).



Рис 5.3. Отформатированный отчет в режиме Макета

Задание 2. Выберем в области навигации форму **Продажи товаров**, данные из которой будут источником записей отчета. На вкладке ленты **Создание** в группе **Отчеты** выполнить команду **Отчет**. Для группировки данных по дате продажи выполним команду **Группировка, сортировка и итоги**. Выберем для предлагаемого уровня группировки поле «**Дата продажи**». Откроем список, щелкнув на параметре **по кварталам**, и выберем **по месяцам**. Для закрытия списка щелкните на любом месте за его пределами (рис. 5.4, 5.5).

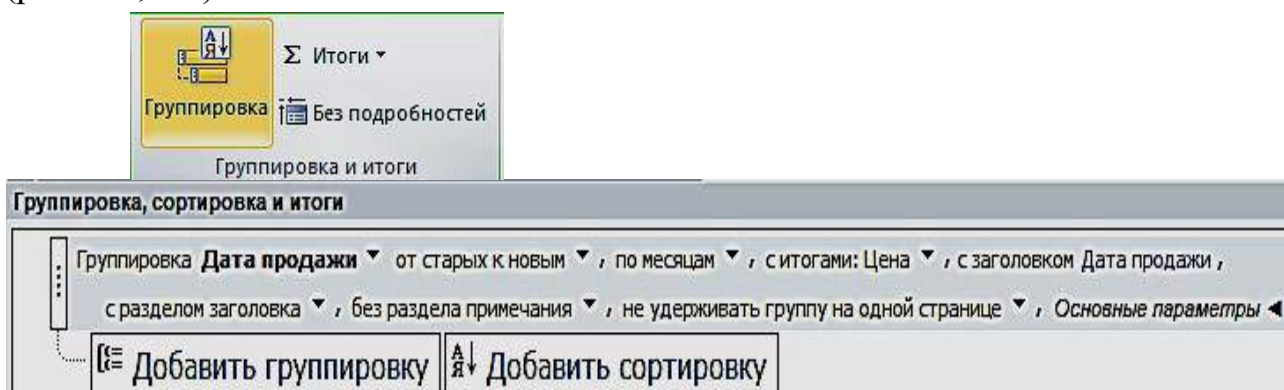


Рис. 5.4. Выбор для поля с датой группировки по месяцам

Дата продажи	Код фирмы	Код товара	Продажи_Количество	Наименование	Марка	Номер склада	Товары_Количество	Цена
Январь 2018								
30.01.2018	8	7	4	Термометр	4T30P	8	8	90 750,00 P
27.01.2018	1	1	4	Тахометр	SP FOCUS G	1	5	183 355,60 P
23.01.2018	2	4	4	Тахометр	South NTS-352 R	2	5	288 000,00 P
20.01.2018	3	3	8	Термометр	3T28P	3	9	101 031,60 P
14.01.2018	1	2	8	Тахометр	SP FOCUS BW	1	7	428 969,80 P
15.01.2018	4	10	10	Извещатель	4H-38A	4	18	15 000,00 P
Февраль 2018								
15.02.2018	3	5	8	Термометр	3T28P	3	9	101 031,60 P
10.02.2018	3	8	9	Термометр	VEGA TED 3	3	10	35 000,00 P
09.02.2018	4	9	10	Извещатель	4H-2KL	4	15	20 018,00 P
02.02.2018	2	3	5	Тахометр	South NTS-355 R	2	6	270 000,00 P
								1 704 593,20 P

Рис 5.5. Форма с датой группировки по месяцам

Задание для самостоятельной работы

Создать отчет по таблице «**Объединенная**», изображенного на рис. 5.6.

ОТЧЕТ ПРОДАЖИ								
Дата продажи – по месяцам	Название	Фирма_Телефон	Дата продажи	Наименование	Количество	Цена	Номер склада	Склад_Телефон
Август 2018	ГеоСтройПрибор	4732712144	15.01.2018	Инвентар	10	15 000,00 Р	4	3432102222
	ООО "Геомар Индра"	4956180510	19.01.2018	Таксометр	7	428 964,40 Р	1	3433818888
	ООО "А-ТЕО"	9040557045	26.01.2018	Теодалит	9	101 031,00 Р	3	3432751822
	ООО "Навгоном"	3432535355	25.01.2018	Таксометр	5	288 000,00 Р	2	3433795162
	ООО "Геомар Индра"	4956180510	27.01.2018	Таксометр	5	383 355,60 Р	1	3433818888
	ООО "А-ТЕО"	9040557045	36.01.2018	Теодалит	8	69 750,00 Р	3	3432751822
Итого для 'Дата продажи' = 30.01.2018 00 записей:								
Сумма					32	1 277 121,00 Р		
Февраль 2018	ООО "Навгоном"	3432535355	07.02.2018	Таксометр	6	279 000,00 Р	2	3433795162
	ГеоСтройПрибор	4732712144	05.02.2018	Инвентар	15	29 016,00 Р	4	3433102222
	ООО "А-ТЕО"	9040557045	16.02.2018	Теодалит	10	36 000,00 Р	3	3432751822
	ООО "А-ТЕО"	9040557045	15.02.2018	Теодалит	9	101 031,00 Р	3	3432751822
Итого для 'Дата продажи' = 15.02.2018 04 записей:								
Сумма					40	427 047,00 Р		
Итого:					92	1 704 168,00 Р		

Рис. 5.6. Результат отчета

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 6

Создание главной кнопочной формы

с использованием макросов

Использование макросов для автоматизации управления реакцией приложения на действия пользователя в формах или отчетах позволяет создавать полноценные интерактивные приложения без написания кода *VBA*.

Макрос (от слова «макрокоманда») – программа, состоящая из последовательности макрокоманд. *Макрокоманда* – это инструкция, ориентированная на выполнение определенного действия над объектами Access и их элементами.

Например, макрокомандой можно открыть форму, отчет, напечатать отчет, запустить на выполнение запрос, применить фильтр, присвоить значение и т. д.

Задание 1. Создать главную форму управления приложением, в которой будут представлены:

- элементы для кнопочных форм запросов и гистограмма;
- макросы для таблиц и отчетов;
- макрос, с помощью которого будет закрыта база данных.

1. Выполним команду **Пустая форма** на вкладке ленты **Создать** в группе **Формы**, режим «**Конструктор**» (рис. 6.1).

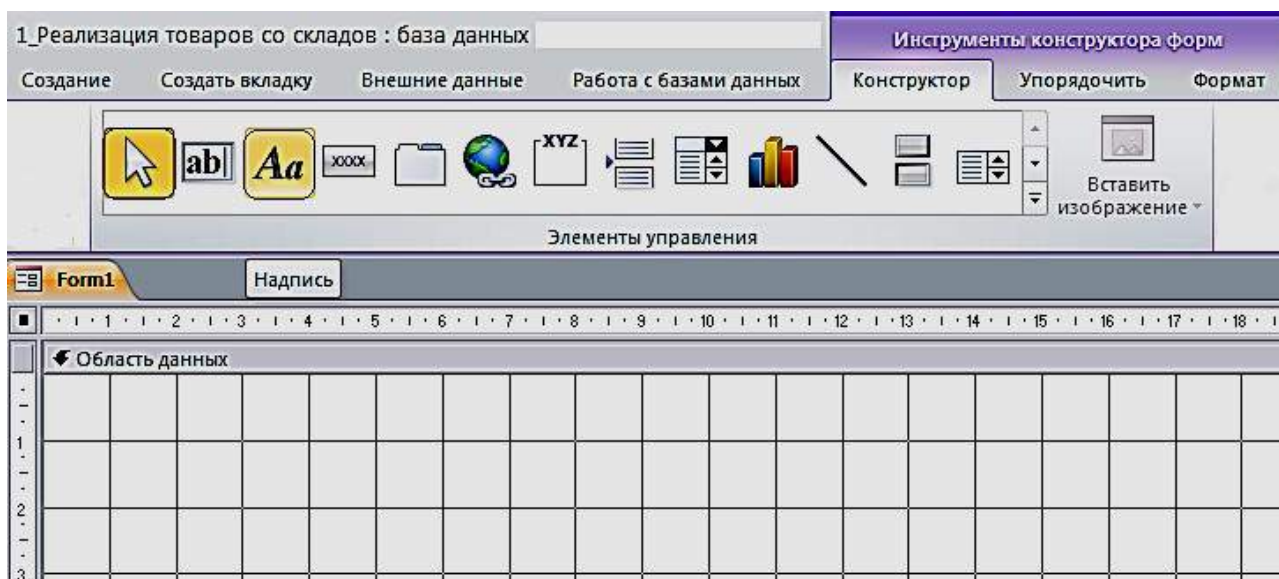


Рис. 6.1. Пустая форма в режиме «Конструктор» с элементами управления

2. Расположим в области **Формы** элемент **Надпись**, поместим в него название **Реализация товаров со складов** (рис. 6.2). Форматирование шрифта в надписях и кнопках осуществляется для выделенного объекта, при помощи **Инструмента конструктора форм**, в объекте **Формат**. Сохраним форму под именем «**Главная форма**».

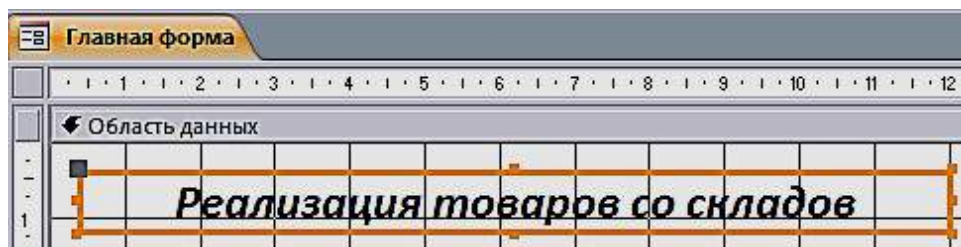


Рис. 6.2. Использование элемента управления **Надпись**

Создание макроса осуществляется в диалоговом режиме и сводится к записи в окне конструктора макроса последовательности макрокоманд, для которых задаются аргументы. Каждому макросу присваивается имя. При выполнении макроса макрокоманды выполняются последовательно в порядке их расположения. При этом используются объекты или данные, указанные в аргументах макрокоманд.

Создание макроса начинается с выполнением команды **Макрос** на вкладке ленты **Создание** в группе **Макросы и код**. В результате выполнения команды открывается окно макроса и каталог макрокоманд (рис. 6.3).

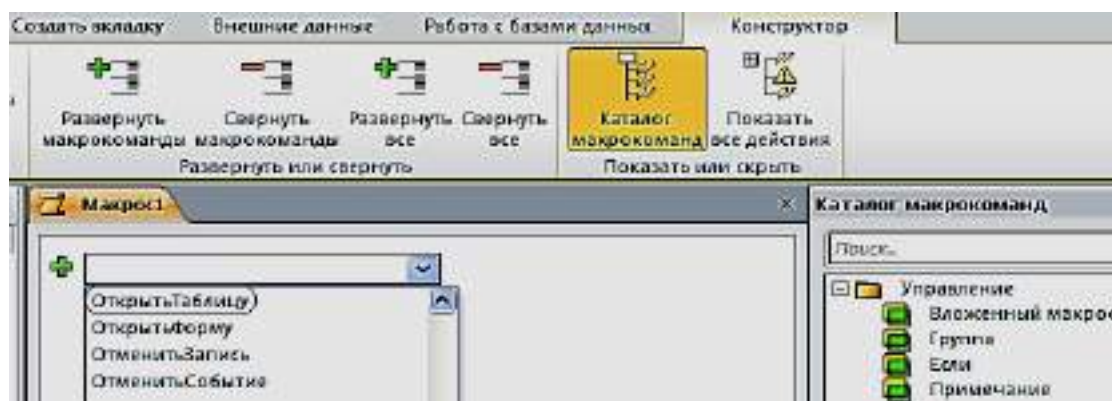


Рис. 6.3. Окно конструирования макроса с Каталогом макроккоманд

3. Создадим первый макрос **Таблицы**, при выполнении которого откроются четыре таблицы: «Продажи», «Склады», «Товары» и «Фирмы». Сохраним его под именем **Таблицы** (рис. 6.4).

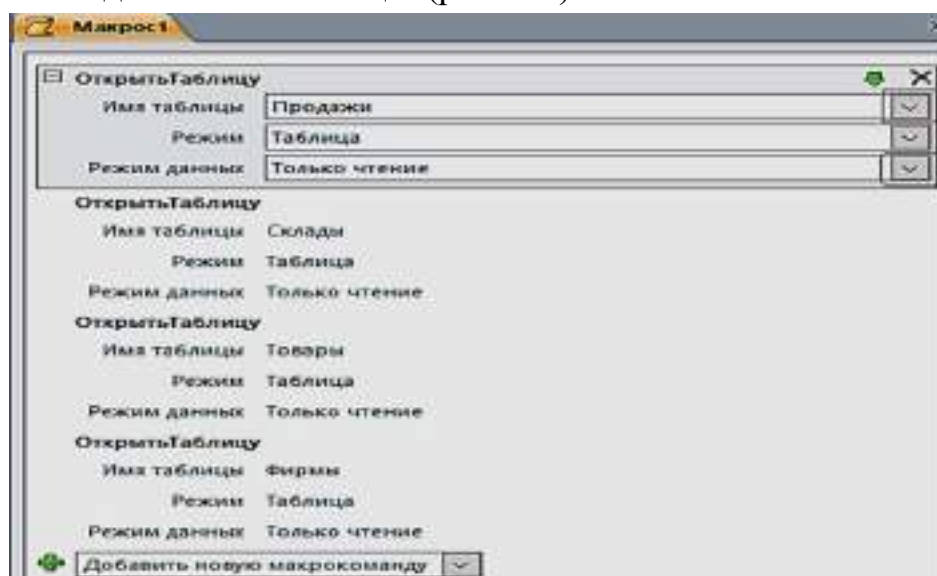


Рис. 6.4. Блок конструирования Макроса «Таблицы»

4. Создадим второй макрос, при выполнении которого откроется отчет «Продажи товаров» (рис. 6.5). Сохраним его под именем **Отчет**.

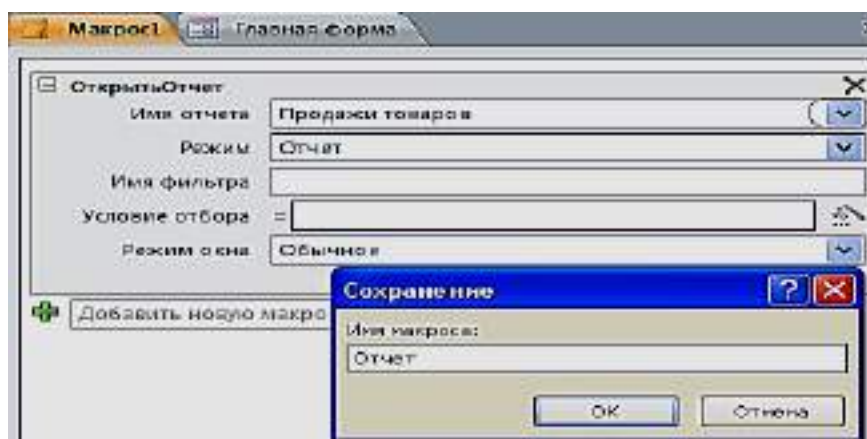


Рис. 6.5. Создание макроса **ОткрытьОтчет**

5. Создадим третий макрос, при выполнении которого откроется отчет «Продажи товаров» (рис. 6.6). Сохраним под именем **Выход**.



Рис. 6.6. Создание макроса **ЗакретьБазуДанных**

Создание управляющих кнопок на экране

1. Создадим кнопки: **Таблицы**, **Отчет** и **Выход из БД**. Расположим в области **Главной формы** три кнопки с ранее созданными макросами. Для размещения кнопок предусмотрим, чтобы все действия осуществлялись при нажатой кнопке **«Использовать мастера»**. Переместим элемент управления **Кнопка** на форму, появится окно для создания кнопок. Выберем категорию: **Разное**, затем – действия: **Выполнить макрос**, нажмем кнопку **Далее** (рис. 6.7).

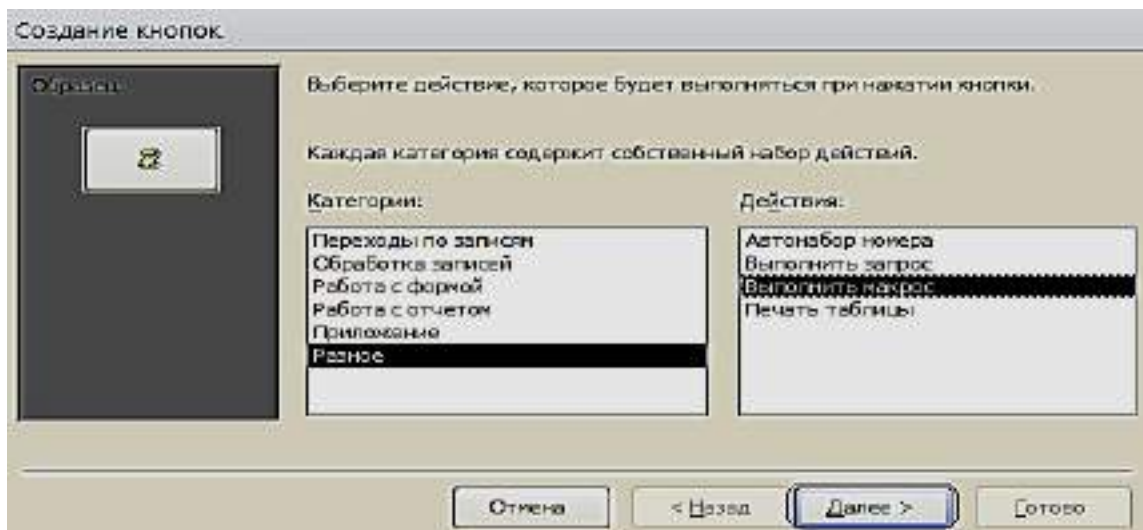


Рис. 6.7. Окно создания кнопок при работе с **Макросами**

2. Выберем соответствующий макрос (рис. 6.8). Разместим текст на кнопке.

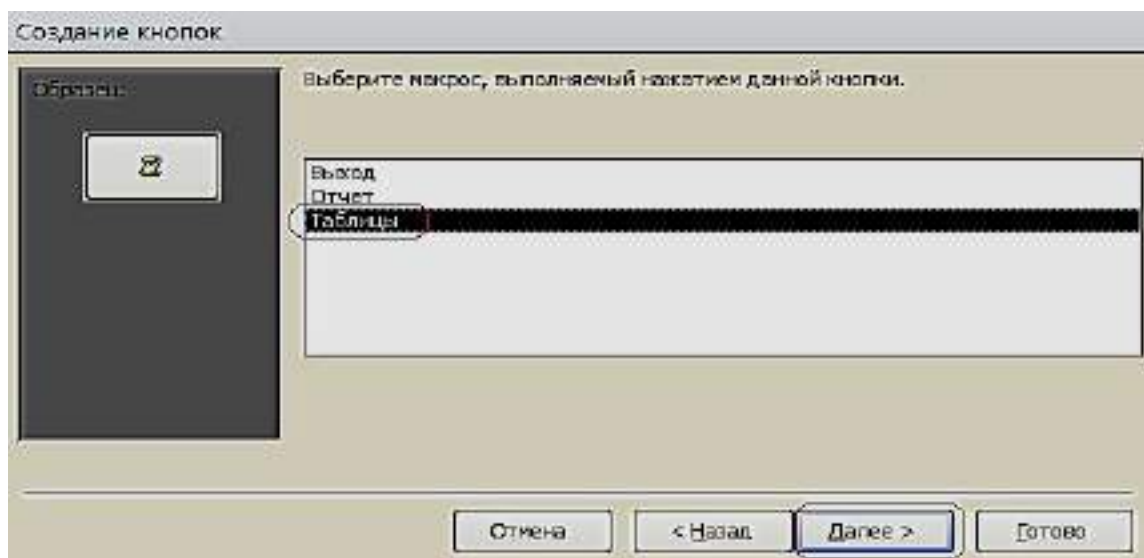


Рис. 6.8. Окно выбора макроса

3. В тексте напомним название **Таблицы** и выполним действия, указанные по кнопке **Далее** (рис. 6.9).

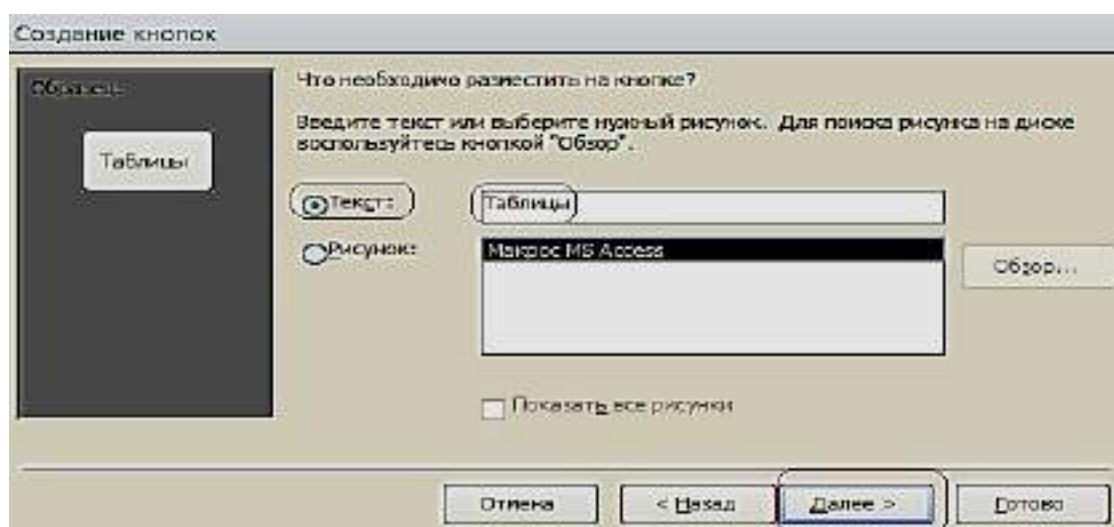


Рис. 6.9. Размещение текста на кнопке

4. Таким образом, создадим все кнопки, которые будут открываться с помощью макросов (рис. 6.10).

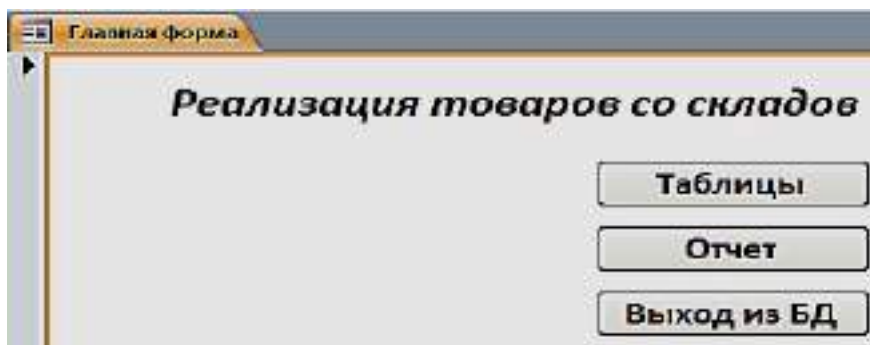


Рис. 6.10. Главная форма в режиме Макета

5. Расположим в области **Главной формы** три кнопки: **Составная форма**, **Общие данные** и **Гистограмма**. Переместим элемент управления **Кнопка** на форму, появится окно для создания кнопок. Выберем категорию: **Работа с формой**, действия: **Открыть форму**, нажмем кнопку **Далее** (рис. 6.11).

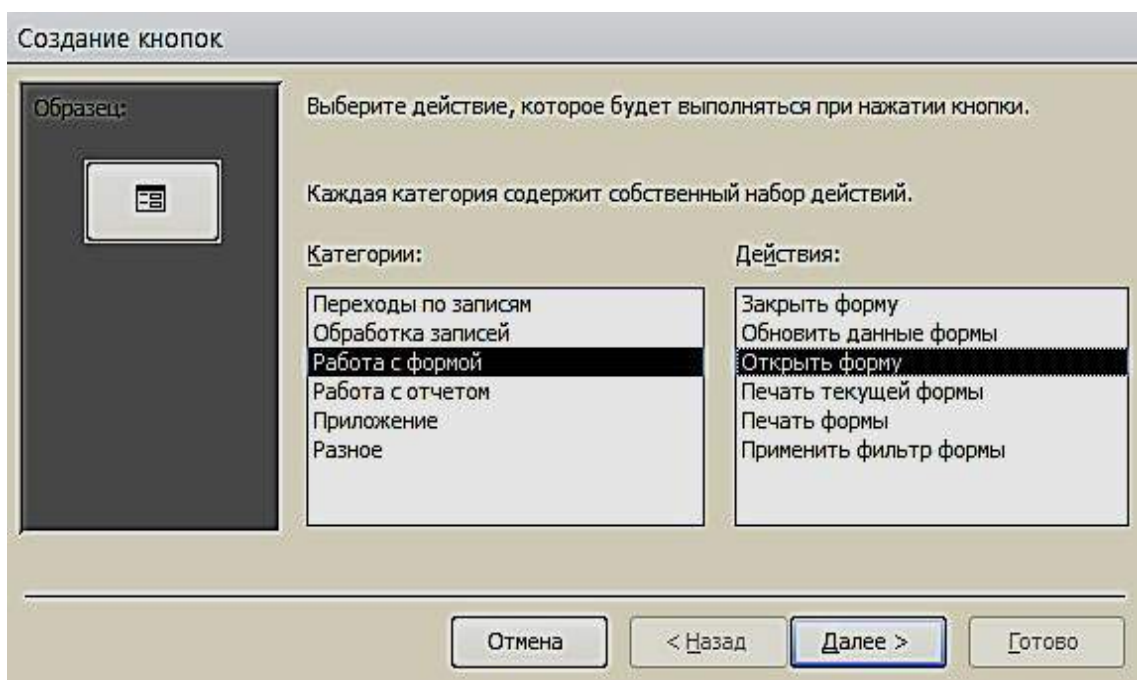


Рис. 6.11. Окно создания кнопок при работе с формами

6. Выберем соответствующую форму (рис. 6.12).

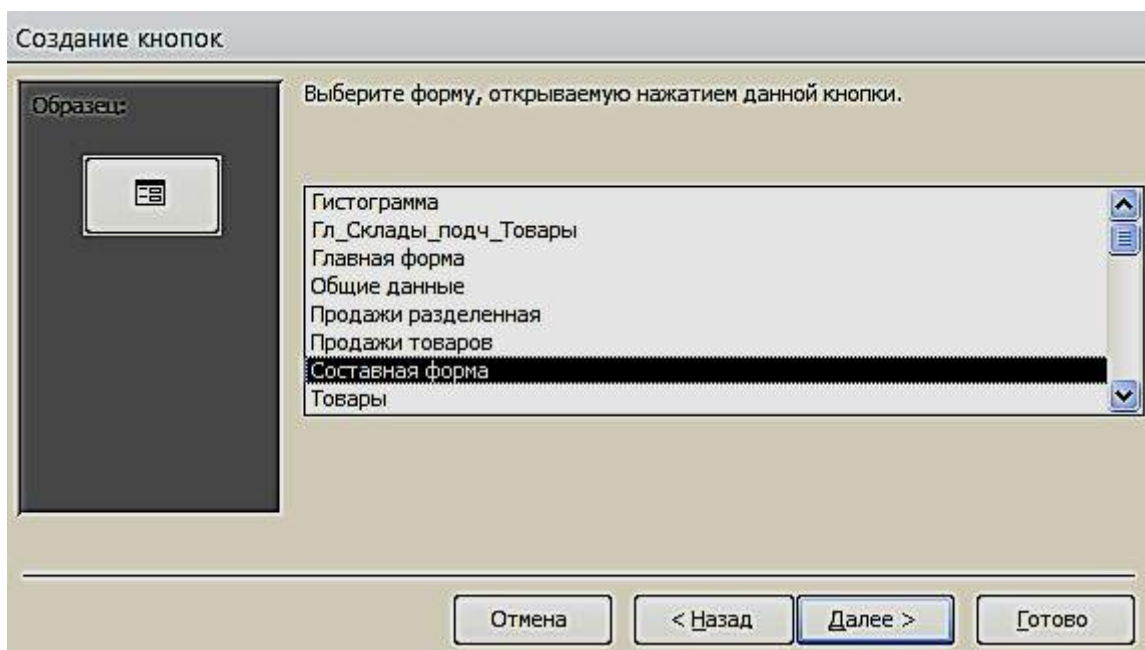


Рис. 6.12. Окно выбора формы

Поместим текст на кнопке (рис. 6.13). В тексте напишем название **Гистограмма** и выполним действия, указанные по кнопке **Далее**. Таким образом, создадим все кнопки, которые будут открываться с помощью Форм.

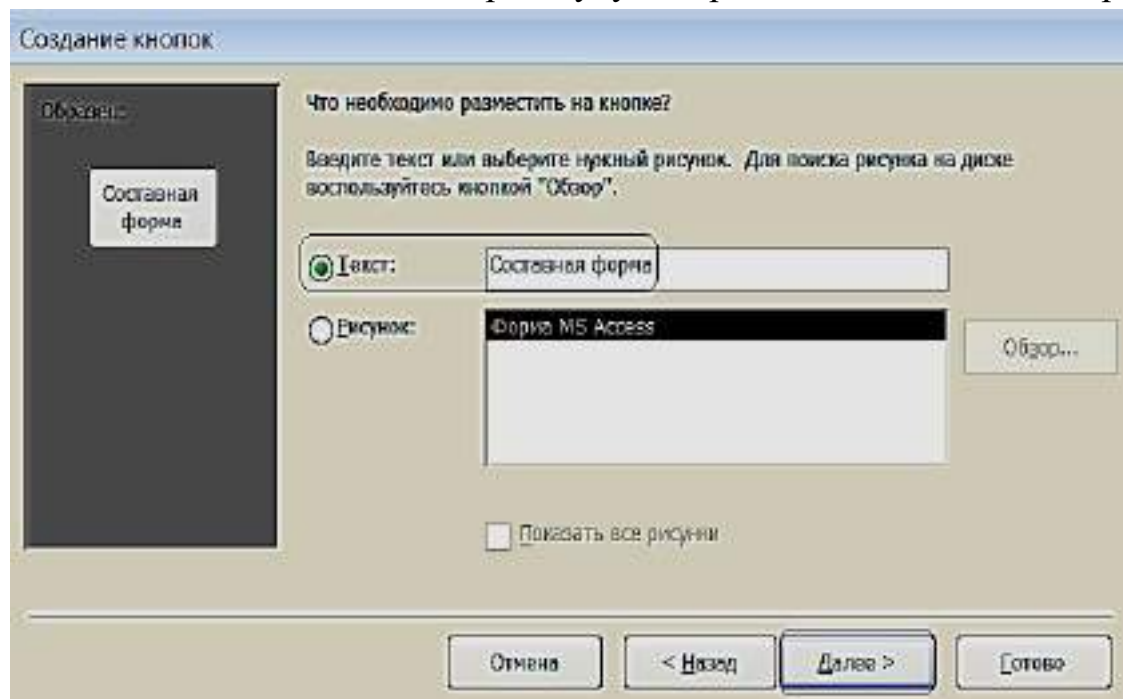


Рис. 6.13. Размещение текста на кнопке

7. Для создания картинки воспользуемся элементом управления «**Рисунок**».

8. По завершению разработки приложения, сохраним и закроем форму. Затем откроем и проверим работоспособность всех её элементов (рис. 6.14).



Рис. 6.14. Управляющая форма в режиме «Формы»

ВАРИАНТЫ ЗАДАНИЙ ДЛЯ ПРАКТИЧЕСКОЙ РАБОТЫ

Указания к выполнению работы

- Создать логическую модель базы данных: для заданной предметной области, представленной в виде перечня реквизитов, сформировать таблицы, определить в них ключевые поля, описать имена, типы и свойства полей и создать связи между таблицами.
- Создать формы для ввода данных в таблицы (простая и сложная формы). Заполнить таблицы. Каждая таблица должна содержать не менее 7 строк.
- Создать запросы по пунктам вариантов задания.
- Создать кнопочную форму для вызова созданных объектов.

Варианты заданий

Вариант № 1

Исходные данные:

- **Рабочие:** табельный номер, фамилия, имя, отчество, дата рождения.
- **Цеха:** наименование цеха, категория производства (основное, управление, вспомогательное).
- **Движение по службе:** должность, оклад, тип работы (штатный, совместитель, почасовик).
 - *Вычислить* общую сумму выплат за месяц по выбранному цеху, а также среднемесячный заработок этого цеха.
 - *Создать* ведомость для начисления заработной платы рабочих этого цеха.

Вариант № 2

Исходные данные:

- **Сотрудники:** фамилия, имя, отчество, дата рождения, дата поступления на работу
- **Оплата труда:** должность, оклад
- **Отделы:** номер отдела, фамилия сотрудника
- **Определить:**
 - возраст сотрудников (количество полных лет) при поступлении

на работу и на текущее время; ○ количество сотрудников заданного отдела младше 30 лет; ○ минимальный размер оклада.

- **Создать таблицу**, которая содержит сведения о 5-и самых высокооплачиваемых сотрудниках фирмы.

Вариант № 3

Исходные данные:

Работники: фамилия, имя, отчество, цех.

- **Изделия:** наименование изделия, категория изделия (А, В, С), стоимость изготовления.

- **Итоги:** шифр сборщика, количество изготовленных изделий по категориям.

Рассчитать: ○ общее количество изделий каждой категории;

- общее количество изделий, собранных всеми рабочими заданного цеха;

- **Создать ведомость** для начисления заработной платы рабочих заданного цеха. Определить средний размер заработной платы работников этого цеха.

Вариант № 4

Исходные данные:

- **Абоненты:** фамилия, имя, отчество, телефон, дата установки.

- **Расценки:** тип заказа (по городу, область, Украина, Европа, ...), цена 1 мин. разговора.

- **Заказ:** телефон вызова, вызываемый пункт, время в минутах.

- *Рассчитать* общее количество телефонов, установленных начиная с заданного года по сегодняшний день. Выдавать по вводимой фамилии абонента номер его телефона. ○ **Создать таблицу**, которая содержит фамилии задолжников и их телефоны.

Вариант № 5

Исходные данные:

- **Поставка:** поставщик, дата поставки, объем поставки.

- **Игрушки:** артикул, наименование, цена, нижняя и верхняя возрастные границы.

- **Чеки:** номер чека, дата продажи, сумма.

- *Определить* стоимость наиболее дорогой игрушки и ее наименование. По введенному значению A , B и X , выводить названия игрушек, которые по стоимости не превышают X и подходят ребенку от A до B лет. ○ *Создать таблицу*, которая содержит следующую информацию: наименование игрушек, которые подходят детям от 1 до 3 лет и их цены.

Вариант № 6

Исходные данные:

- **Студенты:** фамилия, имя отчество студента; код группы, дата рождения.
- **Предметы:** наименование предмета, категория предмета (фундаментальный, профессионально-ориентированный, на выбор), тип аттестации (зачет, экзамен).

Журнал: оценки по 5 экзаменам, признак участия в общественной работе. ○ *Определить* общее число активистов в списке.

- *Создать таблицу*, которая содержит сведения о начислении стипендии студентам заданной группы. Рассчитать размер стипендии по следующему алгоритму: студенту, который получил все оценки «5» и активно принимает участие в общественной работе, назначается повышенная стипендия – доплата 50 %; студенту, который получил «4» и «5», назначается обычная стипендия – ее необходимо задать; студенту, который получил одну оценку «3», но активно занимается общественной работой, также назначается обычная стипендия; другим студентам стипендия не назначается.

Вариант № 7

Исходные данные:

- **Авторы:** фамилия, имя отчество, название книги.
- **Книги:** год издания, количество экземпляров.
- **Местоположение:** шифр книги, номер стеллажа, номер шкафа, номер полки. ○ *Определить* общее количество книг в коллекции, а также число книг заданного года издания. По заданному автору и названию книги выдать информацию о местонахождении книги. ○ *Создать таблицу*, которая содержит информацию о книгах заданного автора, которые находятся в коллекции.

Вариант № 8

Исходные данные:

- **Группа:** факультет, шифр группы, фамилия куратора, должность.
- **Студент.** Фамилия студента, шифр группы, номер зачетной книжки, дата рождения, дата поступления.
- **Результаты сессии:** оценки по 5-и экзаменам и результаты сдачи 5 зачетов («З» – зачет, «Н» – незачет). ◦ *Вычислить* средний балл, полученный каждым студентом за-
данной группы, и средний балл этой группы по каждому предмету. Определить общее количество задолженностей (по экзаменам и зачетам в сумме) каждого студента заданной группы и общее число студентов-должников той же группы.
 - *Создать таблицу*, которая содержит сведения о неуспевающих студентах: группу, фамилия и количество задолженностей.

Вариант № 9 *Исходные*

данные:

- **Рейсы:** номер рейса, пункт назначения, время вылета, время прибытия, стоимость билета.
- **Самолеты:** шифр самолета, марка, количество посадочных мест, срок службы.
- **Билеты:** дата вылета, количество свободных мест в самолете.
Определить: ◦ номера рейсов и время отправления самолетов в заданный город; ◦ по заданному городу и времени отправления наличие свободных мест на рейс; ◦ общее количество рейсов через сутки в заданный город. ◻ *Создать таблицу*, которая содержит номера рейсов и время отправления самолетов в заданный город.

Вариант №

10 *Исходные данные:*

- **Поставка:** артикул обуви (артикул начинается с буквы Ж – для женской обуви, М – для мужской, Д – для детской обуви, например: Д0321), наименование, объем поставки.
- **Обувь:** цвет, стоимость.
- **Наличие:** размер, количество.
Определить:
 - стоимость обуви заданного артикула, и какие размеры есть в

наличии; о общее количество пар детской обуви, имеющейся в магазине, и ее суммарную стоимость.

- *Создать таблицу*, которая содержит информацию обо всех моделях женской обуви.

Вариант №

11 Исходные данные:

- **Игроки:** фамилия, имя, отчество, год рождения, название футбольного клуба.
- **Футбольный клуб:** название клуба, фамилия директора, фамилия главного тренера.
- **Результаты:** шифр игрока, число заброшенных им шайб, число сделанных им голевых передач, заработанное штрафное время. о *Вычислить* общее число шайб, забитых хоккеистами каждой команды, и суммарное штрафное время. о *Создать таблицу*, которая содержит фамилии шести лучших игроков, и сумму очков каждого игрока (голы + передачи).

Вариант № 12

Исходные данные:

- **Студенты:** фамилия, имя, дата рождения, дата поступления.
- **Выбор дисциплины:** код студента, наименование пяти дисциплин (выбираемая дисциплина отмечается символом «1», иначе – пробел).
- **Успеваемость:** средний балл, наличие задолженности.
 - о *Вычислить* количество слушателей каждой дисциплины. Определить число слушателей заданной дисциплины, у которых средний балл превышает заданный. о *Создать таблицу*, которая содержит фамилию, группу и средний балл всех слушателей заданной дисциплины. Если число их превысит заданное, то отобрать студентов, которые имеют более высокий средний балл успеваемости.

Вариант № 13

Исходные данные:

- **Рейсы:** номер поезда, станция назначения, время отправления, время прибытия, стоимость билета в вагоны каждого вида отдельно.

- **Поезда:** количество посадочных мест в купейных вагонах, плацкартных, количество мест в вагоны повышенной комфортности.

- **Билеты:** дата отправления, номер поезда, наличие билетов в вагоны каждого вида отдельно.

Определить:

- количество свободных мест в купейные вагоны поезда с заданным номером;
- количество поездов, которые отправляются к заданной станции назначения.

- **Создать таблицу,** содержащую информацию о поездах, которые отправляются к заданной станции в заданном интервале времени (временной интервал задать двумя значениями, например, 13:00 и 18:30).

Вариант №

14 Исходные данные:

- **Сотрудники:** табельный номер фамилия, имя, отчество, дата рождения, дата поступления на работу.

- **Отделы:** номер отдела, количество сотрудников, фамилия начальника.

- **Движение по службе:** должность, оклад, тип работы (штатный, совместитель, почасовик). ◦ **Рассчитать** стаж работы всех сотрудников; средний стаж работы сотрудников заданного отдела; количество сотрудников с окладом ниже заданного. ◦ **Создать таблицу,** которая содержит список сотрудников пен-

сионного возраста (на сегодняшний день) с указанием стажа работы.

- **Определить разницу** в стаже работы женщин и мужчин пенсионного возраста.

Вариант №

15 Исходные данные:

- **Пациенты:** фамилия, имя, отчество, пол, дата рождения, местожительство (город).
- **Палата:** количество мест в палате.
- **Учет:** дата поступления, диагноз поступления, уточненный диагноз, дата выписки, если выписался).

Определить: ○ количество иногородних граждан, прибывших в клинику; ○ количество пациентов с заданным диагнозом; ○ количество пациентов пенсионного возраста.

- *Создать таблицу*, которая содержит список пациентов старше заданного возраста с заданным диагнозом.

Вариант № 16

Исходные данные:

- **Пассажир:** фамилия, шифр багажа.
- **Багаж:** количество вещей, вес.
- **Учет:** дата сдачи, время сдачи, номер секции, номер стойки.

Определить: ○ общий средний вес одной вещи;

- багаж, у которого средний вес одной вещи отличается не больше чем на 0,3 кг от общего среднего веса одной вещи;
- количество пассажиров, которые имеют больше 2 вещей. □ *Создать таблицу*, содержащую информацию о багаже, вес которого превышает заданный.

Вариант №

17 Исходные данные:

- **Компания:** наименование компании, дата создания компании, фамилия директора, номинал акции.

- **Курс:** дата, продажа, покупка.
- **Учет:** количество проданных акций, количество купленных акций.

Определить: ○ среднее количество проданных и купленных акций;
○ максимальное различие между курсом продажи и покупки акций;
○ суммарное количество акций, проданных всеми фирмами, и общую сумму, на которую они проданы.

- *Создать таблицу*, которая содержит наименование фирмы и стоимость проданных акций.

Вариант № 18

Исходные данные:

- **Заказчик:** фамилия, адрес, телефон.
 - **Ремонт:** номер заказа, наименование оборудования, вид ремонта, стоимость.
 - **Учет:** фамилия мастера, дата начала ремонта, дата окончания ремонта.
- Определить:* ○ суммарную стоимость всех заказов; ○ количество заказов на ремонт заданного вида; ○ минимальная стоимость ремонта.
- *Создать таблицу,* которая содержит сведения о продолжительности ремонта заказов, оформленных весной: номер заказа, фамилия заказчика, наименование оборудования, продолжительность заказа.

Вариант № 19

Исходные данные:

- **Абоненты:** фамилия, имя, отчество, телефон, дата установки.
 - **Расценки:** код города, стоимость 1 минуты разговора.
 - **Заказ:** дата разговора, телефон вызова, вызываемый пункт, продолжительность в минутах.
- Определить:* ○ максимальную стоимость разговора; ○ суммарную стоимость всех разговоров; ○ общее количество разговоров в город с заданным кодом. *Создать таблицу,* которая содержит сведения о стоимости разговоров, которые состоялись в интервале между двумя заданными датами.

Вариант №

20 *Исходные данные:*

- **Товары:** шифр товара, наименование товара, категория (А, В, С), страна-производитель.
 - **Поставка:** дата поставки, поставщик (наименование фирмы), объем, оптовая цена.
 - **Учет:** дата продажи, розничная цена, количество проданного товара.
 - По заданному шифру товара выдавать информацию о нем.
- Определить:* ○ суммарную прибыль от продажи всех товаров;

○ наименование товаров, продаваемых по наивысшей и наиболее низкой цене.

• *Создать таблицу*, которая содержит наименование товара и суммарную выручку.

Вариант №

21*Исходные данные:*

- **Продукция:** номер цеха изготовителя, наименование изделия
- **Стоимость:** код изделия, себестоимость
- **Учет:** дата изготовления, количество изготовленных изделий,

цена.

Определить: ○ суммарное различие между себестоимостью и ценой всех изго-

товленных изделий; ○общее количество изделий, изготовленных до заданной даты; ○цену изделия по заданному наименованию.

• *Создать таблицу*, которая содержит сведения о товарах, изготовленных в заданном цехе.

Вариант №

22*Исходные данные:*

• **Рабочие:** фамилия, имя, отчество, дата рождения, дата поступления на работу, номер цеха.

• **Расценки:** разряд, стоимость одного часа.

• **Учет:** дата, количество отработанных часов.

Определить: ○ среднее количество часов, отработанных за день; ○ максимальную стоимость одного часа; ○ по заданной дате количество отработанных часов.

• *Создать таблицу*, которая содержит следующие сведения о работниках заданного цеха: ○фамилия работника; ○ суммарная стоимость отработанного им времени.

Вариант № 23

Исходные данные:

• **Клиенты:** фамилия, адрес, телефон.

• **Заказ:** номер заказа, наименование изделия, фамилия мастера.

• **Учет:** дата приема, дата выполнения заказа, стоимость заказа.

Определить: ◦ количество заказов, выполненных мастером с заданной фамилией; ◦ стоимость самого дорого заказа; ◦ среднюю стоимость заказов.

• *Создать таблицу*, которая содержит фамилию клиента, номер заказа и продолжительность его выполнения.

Вариант № 24

Исходные данные:

• **Импортёры:** фирма-импортёр, страна, наименование товара.

• **Поставка:** шифр товара, объем партии в штуках, стоимость / штуки в условных единицах.

• **Учет:** дата поставки, дата получения, подтверждение приема партии. *Определить:* ◦ суммарный объем товаров, импортированных заданной страной;

◦ суммарную стоимость партии товара по заданному шифру; ◦ минимальную стоимость товара.

• *Создать таблицу*, которая содержит сведения о стоимости товаров, импортированных заданной страной. Таблица должна содержать наименование товара и суммарную стоимость партии.

Вариант №

25 *Исходные данные:*

• **Рабочие:** фамилия, имя, отчество, дата рождения, дата поступления на работу, номер цеха.

• **Оплата:** разряд, оплата за изготовление одной качественной детали.

• **Учет:** дата, количество изготовленных деталей, количество бракованных деталей. *Определить:* ◦ общее количество бракованных деталей, изготовленных всеми

мастерами заданного цеха; ◦ сумму штрафа за каждую бракованную деталь, которая состав-

ляет 20 % от оплаты за качественную работу; ◦ фамилию мастера, который изготовил максимальное количество качественных деталей.

• *Создать таблицу*, которая содержит сведения об оплате труда рабочих. Таблица должна содержать фамилию рабочего, номер цеха и сумму к

выплате с учетом штрафа и налога (налог составляет 15 % от стоимости оплаты).

Вариант №

26*Исходные данные:*

- **Отделение:** номер отделения, фамилию заведующего, номер корпуса, этаж.
- **Лечение:** шифр болезни, продолжительность.
- **Оплата:** диагностика, стоимость 1 дня лечения, затраты на лекарство.
- **Суммарная стоимость:** отработанного им времени.

Определить: ○ по названию болезни затраты на лекарство; ○ среднюю стоимость 1 дня лечения;

○ рассчитать суммарную стоимость лечения каждой болезни, включая затраты на лекарство.

- **Создать таблицу,** которая содержит сведения о стоимости лечения в заданном отделении.

Вариант № 27

Исходные данные:

- **Книги:** наименование книги, фамилия автора, издательство, год издания, тираж.
- **Магазины:** шифр книги, номер магазина, цена.
- **Учет продаж:** код продажи, продано, остаток.

Определить: ○ количество проданных книг в заданном магазине; ○ суммарную стоимость всех непроданных книг; ○ среднюю цену одной книги.

- **Создать таблицу,** которая содержит суммарную стоимость книг, проданных каждым магазином.

Вариант №

28*Исходные данные:*

- **Детали:** наименование детали, цех-изготовитель
- **Изготовление:** шифр материала, шифр детали, затрата материала на 1 деталь.

- **Учет:** дата изготовления, количество изготовленных деталей, количество брака.

Определить: ○ для всех деталей суммарные затраты материала на брак; ○ количество качественных деталей; ○ деталь, на которую тратится более всего материала. □

Создать таблицу, которая содержит шифр детали и процент брака.

Вариант №

29*Исходные данные:*

- **Лекарство:** название лекарства, категория (антибиотик, жаропонижающее, витамины, противовоспалительное, антидепрессант), дата изготовления, дата истечения срока.

- **Стоимость:** шифр лекарства, код аптеки, цена за 1 упаковку.

- **Продажа:** количество проданных упаковок, остаток.

Определить: ○ суммарное количество упаковок лекарства, проданных всеми

аптеками и принадлежащее заданной категории.

- стоимость всех непроданных упаковок;

- среднюю стоимость лекарства.

- *Создать таблицу,* которая содержит информацию о просроченных лекарствах: номер аптеки, название, категория и дату истечения срока.

Вариант № 30

Исходные данные:

- **Продавцы:** табельный номер, фамилия, имя, отчество, дата рождения.

- **Товары:** шифр товара, тип товара, сложность продажи (средняя, высокая);

- **Журнал регистрации:** количество проданных товаров по дням недели

(понедельник, вторник, ..., суббота); *Определить:* ○ общее количество товаров, проданных каждым продавцом; ○ фамилия продавца, который продал наибольшее число товаров, и определить день, когда он достиг наивысшей производительности труда.

- *Создать таблицу,* которая содержит следующую информацию: фамилия продавца и общее количество товаров, проданное им за неделю.

СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

Основная литература:

1. Бекаревич Ю. Б., Пушкина Н. В. СПб.: БХВ - Петербург, 2016. 464 с. (Самоучитель Microsoft Access 2013).
2. Гурвиц Г. Microsoft Access 2013. Разработка приложений на реальном примере: М., 2012. 258 с.
3. Одиноккина С. В. Разработка баз данных в Microsoft Access 2010, НИУ ИТМО, 2012. 81 с.

Дополнительная литература:

1. Домострой А. MS Access 2013. Создание базы данных. Урок 1. Режим доступа: <https://www.youtube.com/watch?v=uCenTUX1QcQ>
<https://www.youtube.com/watch?v=uCenTUX1QcQ>
2. Домострой А. MS Access 2013. Таблицы. Урок 2. Режим доступа: <https://www.youtube.com/watch?v=VDuyue8ra2Q>
<https://www.youtube.com/watch?v=VDuyue8ra2Q>
3. Домострой А. MS Access 2013. Запросы. Урок 3. Режим доступа: <https://www.youtube.com/watch?v=nSIHUvfBy34>
<https://www.youtube.com/watch?v=nSIHUvfBy34>
4. Домострой А. MS Access 2013. Формы. Урок 4. Режим доступа: <https://www.youtube.com/watch?v=54ZZhSYrz8s>
<https://www.youtube.com/watch?v=54ZZhSYrz8s>
5. Домострой А. MS Access 2013. Многотабличные формы. Урок 5. Режим доступа: <https://www.youtube.com/watch?v=ou-1q4Q6NjY>
<https://www.youtube.com/watch?v=ou-1q4Q6NjY>
6. Домострой А. MS Access 2013. Создание отчетов. Урок 6. Режим доступа: <https://www.youtube.com/watch?v=PrH-S8r0nlE>
<https://www.youtube.com/watch?v=PrH-S8r0nlE>
7. Домострой А. MS Access 2013. Главная Кнопочная форма Урок 7. Режим доступа: <https://www.youtube.com/watch?v=Ou0HJtzyOU>
<https://www.youtube.com/watch?v=Ou0HJtzyOU>
8. Макарова Н. В. Информатика: учебник для вузов. Стандарт третьего поколения. СПб: Питер, 2011. 576 с.: ил.

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»



Дружинин А. В.

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ОРГАНИЗАЦИИ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ И ЗАДАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ

ПРИКЛАДНОЕ ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ

Специальность

15.05.01 Проектирование технологических машин и комплексов

Специализация № 24

Проектирование технологических машин и комплексов

Екатеринбург

Оглавление

ЧАСТЬ I. ПОНЯТИЕ ППП.....	3
Тема 1.1 Введение в предмет. Понятие ППП.....	4
Тема 1.2 Структура и основные компоненты ППП.....	10
Тема 1.3 Эволюция ППП. Примеры современных ППП.....	13
ЧАСТЬ II. ПППMSOFFICE.....	22
Тема 2.1 Структура и состав MS Office. Основные приложения	23
Тема 2.2 Введение в офисное программирование.....	29
Тема 2.3 Макросы. Использование макрорекордера.....	34
Тема 2.4 Среда разработки VBA.....	38

ЧАСТЬ I. ПОНЯТИЕ ППП

ТЕМА 1.1 ВВЕДЕНИЕ В ПРЕДМЕТ. ПОНЯТИЕ ППП

Цели и задачи дисциплины

- Изучение основных принципов, используемых в разработке интегрированных программных продуктов.
- Изучение структуры, состава и назначения компонентов интегрированного ПО, а также средств организации взаимодействия между компонентами и инструментальных средств расширения функциональности.
- Формирование навыков работы со средствами автоматизации решения прикладных задач.
- Формирование навыков использования встроенных средств разработки.
- Требования к уровню освоения дисциплины
- В результате изучения дисциплины студенты должны:
- знать принципы построения прикладных информационных систем
- уметь использовать современные программные средства для обработки разнородной информации;
- уметь автоматизировать процесс решения прикладных задач с помощью встроенных языков программирования;
- иметь представление о современном состоянии и тенденциях развития рынка прикладного ПО.

Основные понятия и определения

Информационная система (ИС) - организационно упорядоченная совокупность документов (массивов документов) и информационных технологий, в том числе с использованием средств вычислительной техники и связи, реализующих информационные процессы. Информационные системы предназначены для хранения, обработки, поиска, распространения, передачи и представления информации.

Автоматизированная (информационная) система (АС) - совокупность программных и аппаратных средств, предназначенных для хранения и/или управления данными и ин-

формацией и производства вычислений и управляемая человеком-оператором (в этом главное отличие автоматизированной системы от автоматической).

Многоуровневое представление ИС - модель представления информационной системы в виде совокупности взаимосвязанных уровней, разделенных по функциональному назначению (рис. 1).

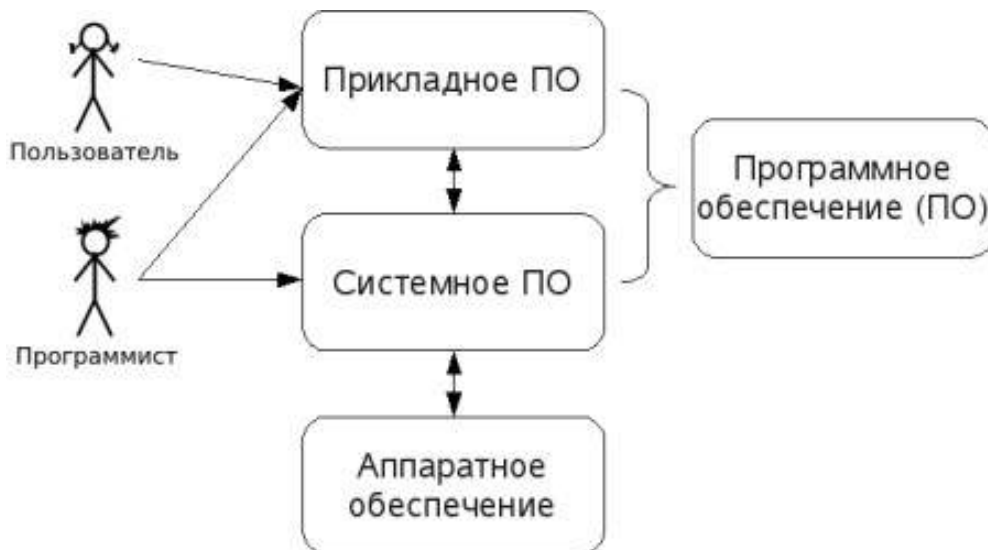


Рис. 1. Многоуровневое представление информационных систем.

Аппаратное обеспечение ИС - комплекс электронных, электрических и механических устройств, входящих в состав информационной системы или сети.

Программное обеспечение (ПО) — совокупность программ и данных, предназначенных для решения определенного круга задач и хранящиеся на машинных носителях.

Программа — последовательность формализованных инструкций, представляющих алгоритм решения некоторой задачи и предназначенная для исполнения устройством управления вычислительной машины. Инструкции программы записываются при помощи машинного кода или специальных языков программирования. В зависимости от контекста термин «программа» может относиться к исходным текстам, при помощи которых записывается алгоритм, или к исполняемому машинному коду.

Программист - специалист, занимающийся разработкой и проверкой программ. Различают системных и прикладных программистов.

Пользователь - человек, принимающий участие в управлении объектами и системами некоторой предметной области и являющийся составным элементом автоматизированной системы.

Прикладное программное обеспечение - программное обеспечение, ориентированное на конечного пользователя и предназначенное для решения пользовательских задач.

Прикладное ПО состоит из:

- отдельных прикладных программ и пакетов прикладных программ, предназначенных для решения различных задач пользователей;
- автоматизированных систем, созданных на основе этих пакетов.

Пакет прикладных программ - комплект программ, предназначенных для решения задач из определенной проблемной области. Обычно применение пакета прикладных программ предполагает наличие специальной документации: лицензионного свидетельства, паспорта, инструкции пользователя и т.п.

Классификация программного обеспечения

Любая классификация подразумевает выбор некоторого группировочного признака (или нескольких), на основании которого и производится отнесение объектов к тому или иному классу. Так, при классификации программного обеспечения по способу распространения можно выделить следующие категории (список не полный):

- Commercial Software - коммерческое (с ограниченными лицензией возможностями на использование), разрабатываемое для получения прибыли.
- Freeware - свободное ПО, распространяемое без ограничений на использование, модификацию и распространение.
- Shareware - условно-бесплатное ПО, с частичными ограничениями при работе в ознакомительном режиме (например, определенное количество запусков программы).
- Abandonware - «заброшенное» ПО, поддержка которого непосредственным разработчиком прекращена, но продолжается третьими лицами (например, партнерами или энтузиастами).
- Adware - ПО, в код которого включены рекламные материалы. Такое ПО распространяется бесплатно, но для отключения рекламных блоков необходима оплата.
- Sareware - «благотворительное» ПО, оплату за которое разработчик (или распространитель) просит переводить на благотворительные нужды.

При классификации программного обеспечения по назначению в качестве критерия используют уровень представления ИС, на который ориентирована та или иная программа.

Соответственно выделяют следующие классы ПО:

1. Системное ПО - решает задачи общего управления и поддержания работоспособности системы в целом. К этому классу относят операционные системы, менеджеры загрузки, драйверы устройств, программные кодеки, утилиты и программные средства защиты информации.
2. Инструментальное ПО включает средства разработки (трансляторы, отладчики, интегрированные среды, различные SDK и т.п.) и системы управления базами данных (СУБД).
3. Прикладное ПО - предназначено для решения прикладных задач конечными пользователями.

Прикладное ПО - самый обширный класс программ, в рамках которого возможна дальнейшая классификация, например, по предметным областям. В этом случае группировочным признаком является класс задач, решаемых программой. Приведем несколько примеров:

- Офисные приложения - предназначены для автоматизации офисной деятельности (текстовые редакторы и процессоры, электронные таблицы, редакторы презентаций и т.п.)
- Корпоративные информационные системы - бухгалтерские программы, системы корпоративного управления, системы управления проектами (Project Management), инструменты автоматизации документооборота (EDM-системы) и управления архивами документов (DWM-системы)
- Системы проектирования и производства - системы автоматизированного проектирования (САПР, CAD/CAM-системы), системы управления технологическими (SCADA) и производственными (MES) процессами
- Научное ПО - системы математического и статистического расчета, анализа и моделирования
- Геоинформационные системы (ГИС)
- Системы поддержки принятия решений (СППР)
- Клиенты доступа к сетевым сервисам (электронная почта, веб-браузеры, передача сообщений, чат-каналы, клиенты файлообменных сетей и т.п.)
- Мультимедийное ПО - компьютерные игры, средства просмотра и редактирования аудио- и видеоинформации, графические редакторы и вьюеры, анимационные редакторы и т.п.

С точки зрения конечного пользователя такая классификация оправдана и наглядна, для разработчика же более значимым фактором является структура прикладной программы, в общем случае состоящей из нескольких компонентов. Назначение этих компонентов, связи между ними и способность к взаимодействию определяют интеграцию прикладного ПО. Чем теснее связаны программные компоненты, тем выше степень интеграции.

В зависимости от степени интеграции многочисленные прикладные программные средства можно классифицировать следующим образом¹:

1. отдельные прикладные программы;
2. библиотеки прикладных программ;
3. пакеты прикладных программ;
4. интегрированные программные системы.

Отдельная прикладная программа пишется, как правило, на некотором высокоуровневом языке программирования (Pascal, Basic и т.п.) и предназначена для решения конкретной прикладной задачи. Такая программа может быть реализована в виде набора модулей, каждый из которых выполняет некоторую самостоятельную функцию (например, модуль пользовательского интерфейса, модуль обработки ошибок, модуль печати и т.п.).

При этом доступ к функциям модулей из внешних программ невозможен.

Библиотека представляет собой набор отдельных программ, каждая из которых решает некоторую прикладную задачу или выполняет определенные вспомогательные функции (управление памятью, обмен с внешними устройствами и т.п.). Библиотеки программ зарекомендовали себя эффективным средством решения вычислительных задач. Они интенсивно используются при решении научных и инженерных задач с помощью ЭВМ.

Условно их можно разделить на библиотеки общего назначения и специализированные библиотеки.

Пакет прикладных программ (ППП) - это комплекс взаимосвязанных программ, ориентированный на решение определенного класса задач. Формально такое определение не исключает из числа пакетов и библиотеки программ, однако у ППП, как отдельной категории, есть ряд особенностей, среди которых: ориентация на решение классов задач, унифицированный интерфейс, наличие языковых средств.

¹ Следует отметить отсутствие безусловных границ между перечисленными формами прикладного программного обеспечения

Интегрированная программная система - это комплекс программ, элементами которого являются различные пакеты и библиотеки программ. Примером служат системы автоматизированного проектирования, имеющие в своем составе несколько ППП различного назначения. Часто в подобной системе решаются задачи, относящиеся к различным классам или даже к различным предметным областям.

Понятие пакета прикладных программ

Итак, пакет прикладных программ (ППП) – это комплекс взаимосвязанных программ для решения определенного класса задач из конкретной предметной области. На текущем этапе развития информационных технологий именно ППП являются наиболее востребованным видом прикладного ПО. Это связано с упомянутыми ранее особенностями ППП. Рассмотрим их подробнее:

- Ориентация на решение класса задач. Одной из главных особенностей является ориентация ППП не на отдельную задачу, а на некоторый класс задач, в том числе и специфичных, из определенной предметной области. Так, например, офисные пакеты ориентированы на офисную деятельность, одна из задач которой - подготовка документов (в общем случае включающих не только текстовую информацию, но и таблицы, диаграммы, изображения). Следовательно, офисный пакет должен реализовывать функции обработки текста, представлять средства обработки табличной информации, средства построения диаграмм разного вида и первичные средства редактирования растровой и векторной графики.
- Наличие языковых средств. Другой особенностью ППП является наличие в его составе специализированных языковых средств, позволяющих расширить число задач, решаемых пакетом или адаптировать пакет под конкретные нужды. Пакет может представлять поддержку нескольких входных языков, поддерживающих различные парадигмы. Поддерживаемые языки могут быть использованы для формализации исходной задачи, описания алгоритма решения и начальных данных, организации доступа к внешним источникам данных, разработки программных модулей, описания модели предметной области, управления процессом решения в диалоговом режиме и других целей. Примерами входных языков ППП являются VBA в пакете MS Office, AutoLISP/VisualLISP в Autodesk AutoCAD, StarBasic в OpenOffice.org

- Единообразие работы с компонентами пакета. Еще одна особенность ППП состоит в наличии специальных системных средств, обеспечивавших унифицированную работу с компонентами. К их числу относятся специализированные банки данных, средства информационного обеспечения, средства взаимодействия пакета с операционной системой, типовой пользовательский интерфейс и т.п.
-

ТЕМА 1.2 СТРУКТУРА И ОСНОВНЫЕ КОМПОНЕНТЫ ППП

Несмотря на разнообразие конкретных пакетных разработок, их обобщенную внутреннюю структуру можно представить в виде трех взаимосвязанных элементов¹ (рис. 2):

1. входной язык (макроязык, язык управления) - представляет средство общения пользователя с пакетом;
2. предметное обеспечение (функциональное наполнение) - реализует особенности конкретной предметной области;
3. системное обеспечение (системное наполнение) - представляет низкоуровневые средства, например, доступ к функциям операционной системы.

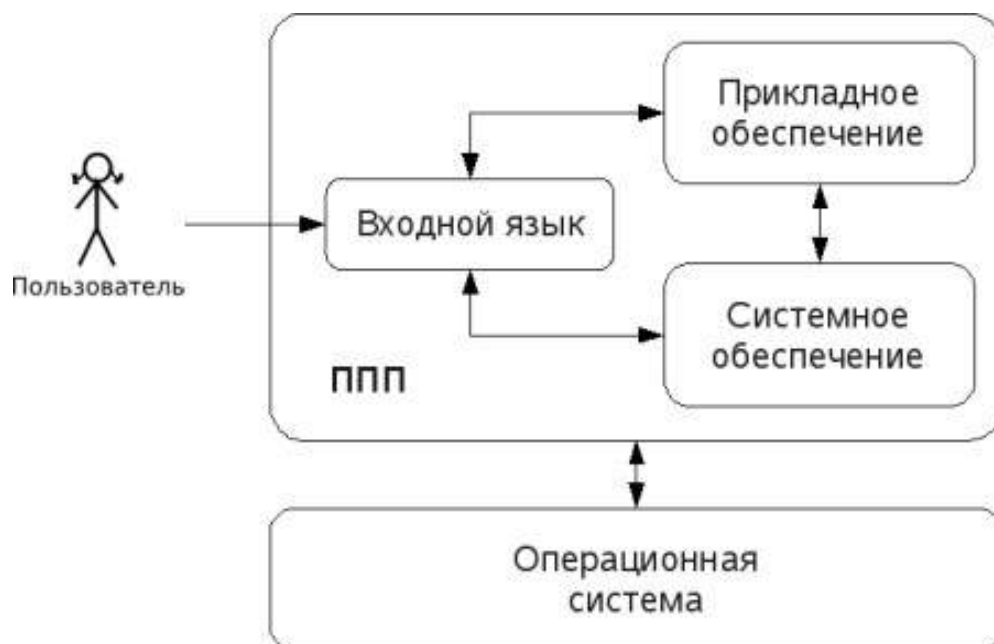


Рис. 2. Структура ППП.

Входной язык - основной инструмент при работе пользователя с пакетом прикладных программ. В качестве входного языка могут использоваться как универсальные (Pascal, Basic и

т.п.), так и специализированные, проблемно-ориентированные языки программирования (Cobol - для бизнес-приложений, Lisp - списочные структуры данных, Fortran и MathLAB - математические задачи и т.п.).

Развитый пакет может обладать несколькими входными языками, предназначенными для выполнения различных функций в рамках решаемого класса задач. Так, например, в пакете OpenOffice.org поддерживаются языки StarBasic, Python, JavaScript и Java. StarBasic является основным входным языком, предназначенным для автоматизации работы с пакетом, для этого языка имеется интегрированная среда разработки и встроенный отладчик. Скрипты на языках Python и JavaScript загружаются и исполняются из внешних файлов. На Java (через SDK и функции API OpenOffice) можно создавать модули расширения и полнофункциональные приложения-компоненты.

Входные языки отражают объем и качество предоставляемых пакетом возможностей, а также удобство их использования. Таким образом, именно входной язык является основным показателем возможностей ППП. Однако стоит отметить, что в современных пакетах обращение пользователя к языковым средствам обычно происходит косвенно, через графический интерфейс.

Предметное обеспечение отражает особенности решаемого класса задач из конкретной предметной области и включает:

- программные модули, реализующие алгоритмы (или их отдельные фрагменты) прикладных задач;
- средства сборки программ из отдельных модулей.

Наиболее распространено в настоящее время оформление программных модулей в виде библиотек, подключаемых статически или динамически. В зависимости от использованного разработчиками подхода к проектированию и реализации ППП такие библиотеки содержат встроенные классы и описания их интерфейсов (при использовании объектно-ориентированного программирования). При использовании парадигмы структурного программирования в библиотечных модулях содержатся процедуры и функции, предназначенные для решения некоторых самостоятельных задач. В обоих случаях библиотеки связаны с другими модулями пакета лишь входной и выходной информацией.

Системное обеспечение представляет собой совокупность низкоуровневых средств (программы, файлы, таблицы и т.д.), обеспечивающих определенную дисциплину работы

пользователя при решении прикладных задач и формирующих окружение пакета. К системному обеспечению ППП относятся следующие компоненты:

- монитор - программа, управляющая взаимодействием всех компонентов ППП;
- транслятор(ы) с входных языков - для ППП характерно использование интерпретируемых языков;
- средства доступа к данным - драйверы баз данных и/или компоненты, представляющие доступ через унифицированные интерфейсы (ODBC, JDBC, ADO, BDE и т.п.);
- информационно-справочный модуль - предоставляет функции поддержки, среди которых информационные сообщения, встроенная справочная системы и т.п.

различные служебные программы, выполняющие низкоуровневые операции (автосохранение, синхронизация совместно используемых файлов и т.д.)

Приведенная логическая структура ППП достаточна условна и в конкретном ППП может отсутствовать четкое разделение программ на предметное и системное обеспечение. Например, программа планирования вычислений, относящаяся к прикладному обеспечению, может одновременно выполнять и ряд служебных функций (информационное обеспечение, связь с операционной системой и т.п.).

Кроме того, одни и те же программы в одном пакете могут относиться к предметному обеспечению, а в другом - к системному. Так, программы построения диаграмм в рамках специализированного пакета машинной графики естественно отнести к предметному обеспечению. Однако те же программы следует считать вспомогательными и относящимися к системному обеспечению, например, в пакете решения вычислительных задач.

ТЕМА 1.3 ЭВОЛЮЦИЯ ППП. ПРИМЕРЫ СОВРЕМЕННЫХ ППП

Этапы развития ППП

Первые ППП представляли собой простые тематические подборки программ для решения отдельных задач в той или иной прикладной области, обращение к ним выполнялось с помощью средств оболочки ОС или из других программ. Современный пакет является сложной программной системой, включающей специализированные системные и языковые средства. В относительно короткой истории развития вычислительных ППП можно выделить *4 основных поколения* (класса) пакетов. Каждый из этих: классов характеризуется определенными

особенностями входящих состав ППП компонентов - входных языков, предметного и системного обеспечения.

Первое поколение

В качестве входных языков ППП первого поколения использовались универсальные языки программирования (Фортран, Алгол-60 и т.п.) или языки управления заданиями соответствующих операционных систем. Проблемная ориентация входных языков достигалась за счет соответствующей мнемоники в идентификаторах. Составление заданий на таком языке практически не отличалось от написания программ на алгоритмическом языке.

Предметное обеспечение первых ППП, как правило, было организовано в форме библиотек программ, т.е. в виде наборов (пакетов) независимых программ на некотором базовом языке программирования (отсюда впервые возник и сам термин «пакет»). Такие ППП иногда называют *пакетами библиотечного типа*, или *пакетами простой структуры*.

В качестве системного обеспечения пакетов первого поколения обычно использовались штатные компоненты программного обеспечения ЭВМ: компиляторы с алгоритмических языков, редакторы текстов, средства организации библиотек программ, архивные системы и т.д. Эти пакеты не требовали сколько-нибудь развитой системной поддержки, и для их функционирования вполне хватало указанных системных средств общего назначения. В большинстве случаев разработчиками таких пакетов были прикладные программисты, которые пытались приспособить универсальные языки программирования к своим нуждам.

Второе поколение

Разработка ППП второго поколения осуществлялась уже с участием системных программистов. Это привело к появлению специализированных входных языков на базе универсальных языков программирования. Проблемная ориентация таких языков достигалась не только за счет использования определенной мнемоники, но также применением соответствующих языковых конструкций, которые упрощали формулировку задачи и делали ее более наглядной. Транслятор с такого языка представлял собой препроцессор (чаще всего макропроцессор) к транслятору соответствующего алгоритмического языка.

В качестве модулей в пакетах этого класса стали использоваться не только программные единицы (т.е. законченные программы на том или ином языке программирования), но и такие объекты, как последовательность операторов языка программирования, совокупность данных, схема счета и др.

Существенные изменения претерпели также принципы организации системного обеспечения ППП. В достаточно развитых пакетах второго поколения уже можно выделить элементы системного обеспечения, характерные для современных пакетов: монитор, трансляторы с входных языков, специализированные банки данных, средства описания модели предметной области и планирования вычислений и др.

Третье поколение

Третий этап развития ППП характеризуется появлением самостоятельных входных языков, ориентированных на пользователей-непрограммистов. Особое внимание в таких ППП уделяется системным компонентам, обеспечивающим простоту и удобство. Это достигается главным образом за счет специализации входных языков и включения в состав пакета средств автоматизированного планирования вычислений.

Четвертое поколение

Четвертый этап характеризуется созданием ППП, эксплуатируемых в интерактивном режиме работы. Основным преимуществом диалогового взаимодействия с ЭВМ является возможность активной обратной связи с пользователем в процессе постановки задачи, ее решения и анализа полученных результатов. Появление и интенсивное развитие различных форм диалогового общения обусловлено прежде всего прогрессом в области технических средств (графическая подсистема ЭВМ и средства мультимедиа, сетевые средства). Развитие аппаратного обеспечения повлекло за собой создание разнообразных программных средств поддержки диалогового режима работы (диалоговые операционные системы, диалоговые пакеты программ различного назначения и т. д.).

Прикладная система состоит из *диалогового монитора* - набора универсальных программ, обеспечивающих ведение диалога и обмен данными, и базы знаний об области. Информация о структуре, целях и форма диалога задает сценарий, в соответствии с которым монитор управляет ходом диалога. Носителями процедурных знаний о предметной области являются прикладные модули, реализующие функции собственной системы. Таким образом, создание прикладной системы сводится к настройке диалогового монитора на конкретный диалог, путем заполнения базы знаний. При этом программировать в традиционном смысле этого слова приходится лишь прикладные модули, знания о диалоге вводятся в систему с помощью набора соответствующих средств - редактора сценариев. Логично требовать, чтобы редактор сценариев также представлял собой диалоговую программу, отвечающую

рассмотренным выше требованиям. Благодаря готовому универсальному монитору программист может сосредоточиться на решении чисто прикладных задач, выделение же знаний о диалоге в сценарий обеспечивает в значительной степени необходимая гибкость программного продукта.

Большое внимание в настоящее время уделяется проблеме создания *«интеллектуальных ППП»*. Такой пакет позволяет конечному пользователю лишь сформулировать свою задачу в содержательных терминах, не указывая алгоритма ее решения. Синтез решения и сборка целевой программы производятся автоматически. При этом детали вычислений скрыты от пользователя, и компьютер становится интеллектуальным партнером человека, способным понимать его задачи. Предметное обеспечение подобного ППП представляет собой некоторую базу знаний, содержащую как процедурные, так и описательные знания. Такой способ решения иногда называют концептуальным программированием, характерными особенностями которого является программирование в терминах предметной области использование ЭВМ уже на этапе постановки задач, автоматический синтез программ решения задачи, накопление знаний о решаемых задачах в базе знаний.

Краткий обзор некоторых ППП

Для иллюстрации ранее рассмотренных материалов приведем несколько примеров современных пакетов прикладных программ из различных предметных областей. Учитывая, что постоянно появляются новые версии программных продуктов, здесь будут рассматриваться не возможности конкретных версий, а лишь основные структурные компоненты, входящие в состав того или иного пакета.

Autodesk AutoCAD

Основное назначение ППП AutoCAD - создание чертежей и проектной документации. Современные версии этого пакета представляют существенно большие возможности, среди которых построение трехмерных твердотельных моделей, инженерно-технические расчеты и многое другое.

Первые версии системы AutoCAD, разрабатываемой американской фирмой Autodesk, появились еще в начале 80-х годов двадцатого века, и сразу же привлекли к себе внимание своим оригинальным оформлением и удобством для пользователя. Постоянное развитие системы, учет замечаний, интеграция с новыми продуктами других ведущих фирм сделали

AutoCAD мировым лидером на рынке программного обеспечения для автоматизированного проектирования.

Языковые средства

В основе языковых средств ППП AutoCAD - технология Visual LISP, базирующаяся на языке AutoLISP (подмножество языка LISP) и используемая для создания приложений и управления в AutoCAD. Visual LISP представляет полное окружение, включающее:

- Интегрированную среду разработки, облегчающую написание, отладку и сопровождение приложений на AutoLISP
- Доступ к объектам ActiveX и обработчикам событий
- Защиту исходного кода
- Доступ к файловым функциям операционной системы
- Расширенные функции языка LISP для обработки списочных структур данных.

Для разработчиков совместимых приложений в AutoCAD включена поддержка ObjectARX. Это программное окружение представляет объектно-ориентированный интерфейс для приложений на языках C++, C# и VB.NET и обеспечивает прямой доступ к структурам БД, графической подсистеме и встроенным командам пакета.

Кроме того, в AutoCAD имеется поддержка языка Visual Basic for Applications (VBA), что позволяет использовать этот пакет совместно с другими приложениями, в частности, из семейства Microsoft Office.

Предметное обеспечение

К предметному обеспечению пакета в первую очередь относятся функции построения примитивов - различных элементов чертежа. Простые примитивы - это такие объекты как точка, отрезок, круг (окружность) и т.д. К сложным примитивам относятся: полилиния, мультилиния, мультитекст (многострочный текст), размер, выноска, допуск, штриховка, вхождение блока или внешней ссылки, атрибут, растровое изображение. Кроме того, есть пространственные примитивы, видовые экраны и пр. Операции построения *большой части* примитивов могут быть выполнены через пользовательский интерфейс, *все* - через команды языка.

Высокоуровневые средства представлены расширениями и приложениями AutoCAD для конкретных предметных областей. Например в машиностроении используется Autodesk

Mechanical Desktop - предназначенный для сложного трехмерного моделирования, в том числе валов и пружин. Для проектирования деталей из листовых материалов предназначена система Copra Sheet Metal Bender Desktop (разработчик - Data-M Software GmbH). Моделирование динамики работы механизмов может выполняться в системе Dynamic Designer (Mechanical Dynamics). В числе известных архитектурных и строительных приложений можно отметить системы АРКО (АПИО-Центр), СПДС GraphiCS (Consistent Software), ArchiCAD. Для проектирования промышленных объектов может использоваться система PLANT-4D (CEA Technology). Это лишь некоторые из областей использования AutoCAD.

Системное обеспечение

Среди системного обеспечения следует отметить основной формат файлов AutoCAD .dwg, который стал стандартом «де факто» для прочих САПР.

К системному же обеспечению относятся типовые и специализированные библиотеки деталей и шаблонов, использование которых позволяет существенно ускорить процесс проектирования. Здесь же упомянем требования отраслевых и государственных стандартов, которым должны соответствовать чертежи и спецификации.

Конфигурация и настройки различных режимов AutoCAD устанавливаются через т.н. системные переменные. Изменяя их значения можно задавать пути к файлам, точность вычислений, формат вывода и многое другое.

Adobe Flash

Adobe (ранее Macromedia) Flash - это технология и инструментарий разработки интерактивного содержания с большими функциональными возможностями для цифровых, веб- и мобильных платформ. Она позволяет создавать компактные, масштабируемые анимированные приложения (ролики), которые можно использовать как отдельно, так и встраивая в различное окружение (в частности, в веб-страницы). Эти возможности обеспечиваются следующими компонентами технологии: языком Action Script, векторным форматом .swf и видеоформатом .flv, всевозможными flash-плеерами для просмотра и редакторами для создания.

Рассмотрим интегрированную среду Adobe Flash как основное средство создания flash-приложений. При этом отметим, что языковые и системные средства относятся не только к этому пакету, а к технологии в целом.

Язык ActionScript

ActionScript — объектно-ориентированный язык программирования, который добавляет интерактивность, обработку данных и многое другое в содержимое Flash-приложений. Синтаксис ActionScript основан на спецификации ECMAScript (сюда же относятся языки JavaScript и JScript). Библиотека классов ActionScript, написанная на C++, представляет доступ к графическим примитивам, фильтрам, принтерам, геометрическим функциям и пр.

ActionScript как язык появился с выходом 5 версии Adobe (тогда еще Macromedia) Flash, которая стала первой программируемой на ActionScript средой. Первый релиз языка назывался ActionScript 1.0. Flash 6 (MX). В 2004 году Macromedia представила новую версию ActionScript 2.0 вместе с выходом Flash 7 (MX 2004), в которой было введено строгое определение типов, основанное на классах программирование: наследование, интерфейсы и т. д. Также Macromedia была выпущена модификация языка Flash Lite для программирования под мобильные телефоны. ActionScript 2.0 является не более чем надстройкой над ActionScript 1.0, то есть на этапе компиляции ActionScript 2.0 осуществляет некую проверку и превращает классы, методы ActionScript 2.0 в прежние прототипы и функции ActionScript 1.0.

В 2005 году вышел ActionScript 3.0 в среде программирования Adobe Flex, а позже в Adobe Flash 9.

ActionScript 3.0 (текущая версия на момент подготовки этого материала) представляет, по сравнению с ActionScript 2.0 качественное изменение, он использует новую виртуальную машину AVM 2.0 и дает взамен прежнего формального синтаксиса классов настоящее классовое (class-based) Объектно-ориентированное программирование. ActionScript 3.0 существенно производительней предыдущих версий и по скорости приблизился к таким языкам программирования, как Java и C++.

С помощью ActionScript можно создавать интерактивные мультимедиа-приложения, игры, веб-сайты и многое другое.

Системное обеспечение

ActionScript исполняется виртуальной машиной (ActionScript Virtual Machine), которая является составной частью Flash Player. ActionScript компилируется в байткод, который включается в SWF-файл.

SWF-файлы исполняются Flash Player-ом. Flash Player существует в виде плагина к веб-браузеру, а также как самостоятельное исполняемое приложение. Во втором случае возможно создание исполняемых exe-файлов, когда swf-файл включается во Flash Player.

Для создания и просмотра видеофайлов в формате flv используются программные кодеки, поддерживающие этот формат.

Прикладное обеспечение

К прикладному обеспечению в рамках технологии Flash относятся средства создания роликов в форматах .swf, .flv и .exe. Основным инструментом является среда Adode Flash, включающая различные средства для создания и редактирования мультимедийного содержания, в т.ч. видео- и аудиофайлов, интегрированную среду разработки на ActionScript и множество дополнительных функций упрощения процесса создания роликов.

Пакет MatLab

MatLab (сокращение от англ. «Matrix Laboratory») — пакет прикладных программ для решения задач технических вычислений, и язык программирования, используемый в этом пакете. По данным фирмы-разработчика, более 1000000 инженерных и научных работников используют этот пакет, который работает на большинстве современных операционных систем, включая GNU/Linux, Mac OS, Solaris и Microsoft Windows.

Язык MatLab

MATLAB как язык программирования был разработан Кливом Моулером (англ. Cleve Moler) в конце 1970-х годов. Целью разработки служила задача использования программных математических библиотек Linpack и EISPACK без необходимости изучения языка Фортран. Акцент был сделан на матричные алгоритмы.

Программы, написанные на MATLAB, бывают двух типов — функции и скрипты. Функции имеют входные и выходные аргументы, а также собственное рабочее пространство для хранения промежуточных результатов вычислений и переменных. Скрипты же используют общее рабочее пространство. Как скрипты, так и функции не компилируются в машинный код, а сохраняются в виде текстовых файлов. Существует также возможность сохранять так называемые pre-parsed программы — функции и скрипты, приведенные в вид, удобный для машинного исполнения и, как следствие, более быстрые по сравнению с обычными.

Системное обеспечение

Язык MATLAB является высокоуровневым интерпретируемым языком программирования, включающим основанные на матрицах структуры данных, широкий спектр функций, интегрированную среду разработки, объектно-ориентированные возможности и интерфейсы к программам, написанным на других языках программирования. Имеются интерфейсы для получения доступа к внешним данным, клиентам и серверам, общающимся через технологии Component Object Model (COM) или Dynamic Data Exchange (DDE), а также периферийным устройствам, которые взаимодействуют напрямую с MATLAB. Многие из этих возможностей известны под названием MATLAB API.

Встроенная среда разработки позволяет создавать графические интерфейсы пользователя с различными элементами управления, такими как кнопки, поля ввода и другими. С помощью компонента MATLAB Compiler эти графические интерфейсы могут быть преобразованы в самостоятельные приложения.

Для MATLAB имеется возможность создавать специальные наборы инструментов (англ. toolbox), расширяющие его функциональность. Наборы инструментов представляют собой коллекции функций, написанных на языке MATLAB для решения определенного класса задач.

Прикладное обеспечение

MATLAB предоставляет удобные средства для разработки алгоритмов, включая высокоуровневые с использованием концепций объектно-ориентированного программирования. В нем имеются все необходимые средства интегрированной среды разработки, включая отладчик и профайлер.

MATLAB предоставляет пользователю большое количество (несколько сотен) функций для анализа данных, покрывающие практически все области математики, в частности:

- Матрицы и линейная алгебра — алгебра матриц, линейные уравнения, собственные значения и вектора, сингулярности, факторизация матриц и другие.
- Многочлены и интерполяция — корни многочленов, операции над многочленами и их дифференцирование, интерполяция и экстраполяция кривых и другие.
- Математическая статистика и анализ данных — статистические функции, статистическая регрессия, цифровая фильтрация, быстрое преобразование Фурье и другие.
- Обработка данных — набор специальных функций, включая построение графиков, оптимизацию, поиск нулей, численное интегрирование (в квадратурах) и другие.

- Дифференциальные уравнения — решение дифференциальных и дифференциально-алгебраических уравнений, дифференциальных уравнений с запаздыванием, уравнений с ограничениями, уравнений в частных производных и другие.
- Разреженные матрицы — специальный класс данных пакета MATLAB, использующийся в специализированных приложениях.

В составе пакета имеется большое количество функций для построения графиков, в том числе трехмерных, визуального анализа данных и создания анимированных роликов, функции для создания алгоритмов для микроконтроллеров и других приложений.

ЧАСТЬ II. ППП MSOFFICE

ТЕМА 2.1 СТРУКТУРА И СОСТАВ MS OFFICE. ОСНОВНЫЕ ПРИЛОЖЕНИЯ

Структура MS Office и назначение компонентов

ППП Microsoft Office - это совокупность программных средств автоматизации офисной деятельности. В состав пакета входит множество приложений, каждое из которых предназначено для выполнения определенных функций и может быть использовано автономно и независимо от остальных. Весь набор офисных приложений можно разделить на *основные* и *дополнительные*.

Основные компоненты Microsoft Office

Список и назначение основных компонентов, входящих в состав Microsoft Office приведен в таб. 1.

Таблица 1. Основные компоненты Microsoft Office

Название приложения	Функциональное назначение приложения
Microsoft Word	Текстовый процессор
Microsoft Excel	Табличный процессор
Microsoft PowerPoint	Система подготовки презентаций
Outlook	Система управления персональной информацией
Microsoft Access	Система управления базами данных
Microsoft Binder	Система управления подшивками

Microsoft FrontPage	Система управления Web-узлами
Microsoft PhotoDraw	Графический редактор
Microsoft Publisher	Настольная издательская система
Microsoft Project	Система управления проектами
Microsoft Team Manager	Система управления персоналом

Дополнительные компоненты MS Office

Кроме основных компонентов, в семейство Microsoft Office входит большое количество вспомогательных приложений, которые устанавливаются (или не устанавливаются) вместе с основными. Ими можно воспользоваться из основных приложений или вызвать независимо. В таб. 2 перечислены некоторые из вспомогательных приложений.

Таблица 2. Некоторые вспомогательные приложения Microsoft Office

Название приложения	Функциональное назначение приложения
Microsoft Query	Интерпретатор запросов к внешним базам данных
Microsoft Organization Chart	Программа рисования блок-схем
Microsoft WordArt	Программа создания фигурных текстов
Microsoft Equation	Редактор математических формул
Microsoft Map	Программа отображения данных на географических картах
Microsoft Graph	Программа построения диаграмм
Microsoft Photo Editor	Графический редактор
Microsoft Draw	Средство рисования
Microsoft Find Fast	Служба индексации документов
Microsoft Extended Finder	Средство поиска документов в папках файловой системы и электронной почты
Microsoft Script Editor	Редактор сценариев
Microsoft ClipArt	Коллекция картинок и клипов
Панель Microsoft Office	Средство быстрого доступа к приложениям Office

Кроме основных и вспомогательных приложений, могут быть установлены и использованы различные расширения (надстройки). Их можно условно разделить на три группы:

1. *Самостоятельные приложения*, разработанные фирмой Microsoft, которые являются компонентами семейства Microsoft Office, но формально не входят в состав пакета. Примерами являются приложения Microsoft Project и Microsoft Team Manager.
2. *Надстройки* над компонентами Microsoft Office, разработанные фирмой Microsoft и представляющие собой дополнительные функции. Как правило, надстройки оформляются не в виде готовых к выполнению программ, а в виде документов специального типа: шаблонов, рабочих книг, библиотек динамической компоновки (DLL) и т.п.
3. *Приложения третьих фирм*, разработанные для пользователей Microsoft Office. В этот класс попадают как продукты сторонних фирм, так и собственные разработки пользователей. Сюда можно отнести средства распознавания текстов (OCR), автоматического перевода текста, средства управления большими массивами документов (перечисленные задачи не реализованы или слабо развиты в самом пакете MS Office).

Приведенный перечень основных компонентов носит условный характер, поскольку состав пакета зависит от следующих факторов:

1. *Устанавливаемый комплект (или редакция) пакета*. Пакет выпускается в нескольких редакциях, и состав приложений в разных редакциях различен.
2. *Источник установки*. Установка может быть выполнена с компакт-диска или с сетевого сервера. Наборы файлов, которые устанавливаются на компьютер, существенно различаются.
3. *Операционная система*. Microsoft Office может работать под управлением различных ОС: MS Windows и Mac OS. Эти операционные системы могут иметь разные версии и модификации, что также влияет на состав устанавливаемых компонентов.

4. *Наличие на компьютере в момент установки предшествующих версий.* Некоторые компоненты старых версий автоматически включаются в состав обновляемой версии Microsoft Office (если они уже установлены на компьютере).
5. *Параметры, заданные при установке.* В случае так называемой выборочной (т.е. по выбору пользователя) установки, можно указать несколько десятков независимых параметров, влияющих на состав пакета.

Несмотря на большое число различных приложений в составе пакета, все они в совокупности образуют единое целое. Для каждого из приложений MS Office характерно наличие следующих отличительных признаков:

1. совместимость по данным;
2. унифицированный интерфейс;
3. единые средства программирования.

Документы Microsoft Office

Единица данных самого верхнего уровня структуризации в Microsoft Office называется **документом**.

Документы классифицируются по типам в зависимости от того, какого сорта информация в них хранится. Как правило, документы разных типов обрабатываются разными приложениями Microsoft Office. Основные типы документов, с которыми работают программы Microsoft Office, перечислены в таб. 3.

Таблица 3. Основные типы документов Microsoft Office

Название	Расширение	Приложение	Краткое описание
Документ	.doc	Word	Основной тип документов Word. Содержит форматированный текст, т.е. текст с дополнительной информацией о шрифтах, отступах, интервалах и т.п., а также рисунки, таблицы и другие элементы
Рабочая книга	.xls	Excel	Основной тип документов Excel. Содержит данные различных типов: формулы, диаграммы и макросы
База данных	.mdb	Access	Основной тип документов Access. Содержит как собственно базу данных, то есть совокупность таблиц, так и соответствующие запросы, макросы, модули, формы и отчеты

Презентация	.ppt	PowerPoint	Основной тип документов PowerPoint. Содержит презентацию, состоящую из набора слайдов, заметок выступающего, раздаточных материалов и другой информации
Публикация	.pub	Publisher	Основной тип документов Publisher. Как и Word, содержит форматированный текст, рисунки, таблицы и т.п.
План проекта	.mpp	Project	Основной тип документов Project. Содержит календарный план проекта, описание задач, ресурсов и их взаимосвязи

Исходя из вышесказанного, можно сделать следующий вывод: входящие в состав пакета MS Office приложения способны тесно взаимодействовать при решении прикладных задач; они создают единую информационную среду и позволяют обмениваться объектами. Документы Microsoft Office являются частными примерами объектов. Поэтому Microsoft Office является *документно-ориентированным пакетом* (средой).

Программная среда

Основным средством разработки приложений в MS Office является комплексное решение на основе языка Visual Basic, а именно - Visual Basic for Application (VBA). Эта технология включает макрорекордер, интерпретатор Visual Basic, интегрированную среду разработки с встроенным отладчиком, библиотеки времени выполнения (runtime library) и библиотеки типов, представляющие объекты пакета. Эти средства позволяют расширять функциональность пакета и адаптировать его к решению специализированных задач.

Интерфейс MS Office

Приложения Microsoft Office имеют унифицированный интерфейс, суть которого заключается в следующем: сходные функции имеют одинаковое обозначение (название команды или значок на кнопке), а несходные функции имеют различные обозначения.

В большей степени унификация коснулась интерфейсов таких приложений, как Microsoft Word, Microsoft Excel и Microsoft PowerPoint.

Одним из достоинств пакета Microsoft Office является последовательное использование графического интерфейса пользователя (Graphical User Interface, GUI), представляемого операционной системой и различных элементов управления. Как

правило, отдельные элементы группируются в более крупные конструкции, такие как окна, панели инструментов, меню. Рассмотрим характеристику каждой из этих групп.

Оконный интерфейс

Оконный интерфейс - такой способ организации пользовательского интерфейса программы, когда каждая интегральная часть располагается в *окне* — собственном субэкранном пространстве, находящемся в произвольном месте «над» основным экраном. Несколько окон одновременно располагающихся на экране могут перекрываться, находясь

«выше» или «ниже» друг относительно друг

В MS Office использует окна четырех типов:

- окно приложения;
- окно документа; • диалоговое окно;
- форма.

Панели инструментов

Панели инструментов - это элементы пользовательского интерфейса, на которых могут располагаются такие элементы управления, как кнопки быстрого вызова и раскрывающиеся списки. Панели инструментов разных приложений могут содержать кнопки, сходные по функциям и внешнему виду, что упрощает освоение интерфейса Microsoft Office.

Панели инструментов могут быть:

- пристыкованными вдоль границы окна приложения;
- плавающими, т.е. находится в любой части окна приложения;
- представленными в отдельных окнах; в этом случае форму и размеры панели инструментов можно менять произвольно.

Меню

Меню представляет доступ к иерархическим спискам доступных команд. Результатом выбора команды из меню может быть:

- непосредственное выполнение некоторого действия;
- раскрытие еще одного меню;

- раскрытие диалогового окна или формы.

Меню интерфейса Microsoft Office, кроме строки меню любого приложения, можно разделить (по способу перехода к ним) на раскрывающиеся и контекстные (или всплывающие).

Элементы управления

Элементы управления - это объекты оконного интерфейса, реализующие типовые операции с интерфейсом: щелчок мышью, выбор из списка, выбор вариантов, прокрутка и т.п. К элементам управления относятся следующие: кнопки, текстовые поля (или поля ввода), флажки, переключатели, списки и раскрывающиеся списки, полосы прокрутки, палитры, счетчики и прочие, специфичные для некоторых приложений или условий.

ТЕМА 2.2 ВВЕДЕНИЕ В ОФИСНОЕ ПРОГРАММИРОВАНИЕ

Офисное программирование — это процесс разработки приложений, предназначенных для автоматизации офисной деятельности с использованием специализированных пакетов (MS Office, OpenOffice.org или подобных).

Офисное программирование имеет ряд особенностей, отличающих его от программирования в общем смысле:

- цели разработки;
- область применения;
- макроязык;
- среда разработки;
- поддержка объектно-ориентированного программирования.

Рассмотрим эти особенности на примере MS Office.

Цели разработки

В офисной среде *программный проект неразрывно связан с документом*, хранится как часть документа и не может существовать независимо от него. *Документ, а не программа, является целью разработки.*

Стандартные возможности среды по работе с документами велики. Однако возможность изменить типовой документ, снабдив его дополнительными функциями – это одна из важнейших задач офисного программирования. Для ее решения офисная среда представляет совокупность библиотек классов, которые составляют каркас (Framework)

текстовых документов, электронных таблиц, презентаций, баз данных и приложений на основе этих документов. Всякий раз, когда создается новый документ, его каркас составляют объекты библиотек, заданные по умолчанию. Этот каркас можно существенно изменить, добавив в документ новые свойства. Расширение каркаса не требует от программиста значительных усилий – достаточно включить в него необходимые библиотеки классов.

Область применения

Область применения офисного программирования широка – от настройки отдельных документов до решения задач автоматизации офисной деятельности масштаба предприятия, в т.ч. ориентированных на совместную работу в глобальной сети.

Visual Basic for Application

Visual Basic для приложений (Visual Basic for Application, VBA) – это инструмент разработки приложений, который позволяет создавать программные продукты, решающие практически все задачи, встречающиеся в среде Windows. Эти продукты можно использовать, например, для оформления документов (подготовки текстов) или анализа данных таблиц (электронных таблиц). VBA – уникальное приложение, поскольку оно встраивается в другое приложение и расширяет его функциональные возможности.

Visual Basic for Application (VBA) - стандартный макроязык пакета Microsoft Office, предназначенный для расширения функциональных возможностей приложения в котором используется.

С помощью VBA можно:

- создать собственное диалоговое окно и придать ему требуемый внешний вид;
- создать макросы, расширяющие функциональные возможности приложения, в которое встроен VBA;
- изменить меню приложения Microsoft Office;
- управлять другим приложением Microsoft Office или принадлежащими ему данными;
- объединить данные из нескольких приложений Microsoft Office в одном документе;
- автоматически создавать или изменять страницы Web, совместно используя приложения Microsoft Office и VBA.

Для разработчика доступны следующие инструменты и средства, которые используются при создании проекта VBA:

- отладка приложений без предварительной компиляции;
- средства Win32 API;
- SQL и объекты доступа к данным для управления данными и извлечения их из внешних источников данных, таких как Microsoft SQL Server;
- построение и проверка элементов интерфейса непосредственно в среде разработки VBA (Integrated Development Environment, IDE);
- связывание программ и процедур с событиями, которые возникают в приложениях VBA.

Среда разработки

Среда приложений Office ориентирована в первую очередь на пользователей, а не на программистов и в ней можно создавать документы без всякого программирования. Поэтому программист обычно начинает работать с документами не на пустом месте, а с их заготовками, созданными пользователями, т.е. и сам программист может выступать в роли пользователя. Средства совместной работы над документами Office обеспечивают одновременную работу программистов и пользователей.

Среда MS Office предлагает два способа создания программ, отличающихся подходом к процессу: использование макрорекордера и ручное кодирование (на языке VBA). Эти подходы ориентированы на разные категории: непосредственно пользователей и программистов соответственно.

Макрорекордер (MacroRecorder) – это программный инструмент, записывающий действия пользователя при работе с документами и приложениями, с сохранением записи в виде макроса -исходного кода на языке VBA. При вызове сохраненного макроса воспроизводится вся сохраненная последовательность действий.

Макрорекордер представляет возможность создания программного проекта или, по крайней мере, его отдельных компонентов автоматически, без программирования. Для записи и воспроизведения макроса не требуется специальных знаний, поэтому пользователь может самостоятельно создавать программы (макросы), в общем случае даже не представляя себе, как они работают.

Для программиста макрорекордер полезен тем, что позволяет создавать фрагменты программы автоматически, тем самым увеличивая скорость разработки и уменьшая время отладки.

Интегрированная среда разработки на VBA (Visual Basic Environment, VBA) - встроенное в MS Office средство для написания, тестирования и отладки приложений на VBA. Среда VBA представляет все возможности для создания законченных офисных приложений, включая средства визуального проектирования пользовательского интерфейса. VBA ориентирована на использование программистами для разработки офисных приложений (это отнюдь не означает, что пользователи не могут применять VBA).

Поддержка ООП

Разработка приложений для MS Office тесно связана с парадигмой объектно-ориентированного программирования. Все документы (более того, сами компоненты пакета) в MS Office - суть объекты, наделенные собственными наборами свойств (характеристик объекта), методов (подпрограмм управления свойствами) и событий (подпрограмм, обрабатывающих изменения состояния объекта в результате некоторых действий). Соответственно, для обеспечения более полной интеграции с пакетом, входной язык (VBA) также поддерживает ООП.

Все объекты приложения MS Office образуют иерархическую структуру, которая определяет связь между ними и способ доступа. Такая структура называется объектной моделью (object model). За рамки объектной модели выходят, но также могут использоваться в офисных приложениях, внешние объекты, поддерживающие технологии DDE, OLE/ActiveX и ряд других.

В объектно-ориентированную концепцию удачно вписывается технология *визуального программирования*. Все отображаемые элементы графического интерфейса, такие как формы, элементы управления, меню и панели инструментов являются объектами, наделенными набором свойств и методов и способными реагировать на события (например, щелчки мыши, нажатия клавиш и т.п.). При визуальном подходе не требуется программного задания (хотя это и возможно) их основных свойств (например, ширина или высота, цвет фона и т.п.). Эти свойства можно задать при помощи мыши (например, ширину и высоту формы путем операции "перетаскивания" маркеров) или

установить их в окне свойств (название формы, цвет фона формы и т. д.). Таким образом, визуальное программирование делает проектирование интерфейса программы более наглядным и быстрым. При этом сохраняется возможность управлять всеми объектами и программно.

Преимущества офисного программирования

Преимущества, которые получает конечный пользователь, использующий программируемые офисные документы:

- Пользователь получает документы, обладающие новыми функциями и способные решать задачи, характерные для проблемной области пользователя.
- Пользователь находится в единой офисной среде независимо от того, с каким документом он работает в данный момент и какой программист разрабатывал этот документ.
- Большинство доступных при работе с документами функций являются общими для всех документов, поскольку их предоставляет сама офисная среда. Единый стиль интерфейса разных документов облегчает работу с ними.
- Пользователь сам, не будучи программистом, способен создавать простые виды программируемых офисных документов, постепенно совершенствуясь в этой деятельности.

Преимущества, которые получает программист, работающий в Office:

- В распоряжении программиста находится мощная интегрированная среда. Для него эта среда представлена в виде совокупности хорошо организованных объектов, доступных в языке программирования и по принципу работы ничем не отличающихся от встроенных объектов языка или объектов, создаваемых самим программистом.
- Большинство повседневных задач становятся для него простыми, – чтобы их решить, зачастую достаточно стандартных средств.
- Там, где стандартных средств не хватает, где у документа должны появиться новые функциональные возможности, где необходимо создать документ по заказу, вступает в силу язык программирования – VBA, существенная особенность которого – возможность работы с объектами любого из приложений Office.

- Офисное программирование позволяет применять на практике идеи компонентного программирования. Компонентный подход предполагает взаимодействие компонентов, создаваемых в разных программных средах, на разных языках, на разных платформах и находящихся на разных машинах. Работа с компонентами (DLL, ActiveX, AddIns, ComAddIns) является неотъемлемой частью офисного программирования.

ТЕМА 2.3 МАКРОСЫ. ИСПОЛЬЗОВАНИЕ МАКРОРЕКОРДЕРА

Макросы

Независимо от используемых операционной системы и программных приложений MS Office пользователь часто выполняет одни и те же последовательности команд для многих рутинных задач. Вместо повторения последовательности команд каждый раз, когда необходимо выполнить какую-либо задачу, можно создать макрос (macro), который вместо пользователя будет выполнять эту последовательность. Термин macro произошел от греческого слова, означающего расширенный или растянутый.

Макрос – это программа (в контексте офисного программирования - созданная автоматически), состоящая из списка команд, которые должны быть выполнены приложением.

Основными преимуществами использования макросов являются:

- повышение точности и скорости работы, поскольку компьютеры лучше приспособлены для выполнения повторяющихся задач, чем человек;
- при выполнении макросов обычно нет необходимости в присутствии человека-оператора; в случае, если макрос очень длинный и выполняет операции, требующие значительного времени (например, поиск в базе данных и сортировка), пользователь может переключиться на другое приложение.

Макрос служит для объединения нескольких различных действий в одну процедуру, которую можно легко вызвать. Этот список команд состоит в основном из макрокоманд, которые тесно связаны с приложением, в котором создается макрос – т.е. с командами Word, Excel или других приложений Microsoft Office.

Можно выделить *три основные разновидности макросов*:

1. *Командные макросы* – это наиболее распространенные макросы, обычно состоящие из операторов, эквивалентным тем или иным командам меню или параметрам диалоговых окон. Основным предназначением такого макроса является выполнение действий, аналогичных командам меню – т.е. изменение окружения и основных объектов приложения.
2. *Пользовательские функции* – работают аналогично встроенным функциям приложения. Отличие этих функций от командных макросов состоит в том, что они используют значения передаваемых им аргументов, производят некоторые вычисления и возвращают результат в точку вызова, но не изменяют среды приложения.
3. *Макрофункции* – представляют сочетание командных макросов и пользовательских функций. Они могут использовать аргументы и возвращать результат, подобно пользовательским функциям, а также могут изменять среду приложения, как и командные макросы. Чаще всего эти макросы вызываются из других макросов, и активно используются для модульного программирования.

Поддержка макросов позволяет порой обойтись вообще безо всякого программирования: достаточно включить автоматическую запись выполняемых пользователем действий и в результате получить готовый макрос, а затем назначить ему кнопку на панели инструментов или новую команду меню, которые будут использоваться для вызова. Простые макросы удастся создавать, не написав вручную ни одной строки программного кода.

Для разработки же серьезных приложений приходится программировать.

Таким образом, различают 2 способа разработки макроса:

- автоматическое создание, с использованием макрорекордера;
- написание макроса "с нуля", используя язык программирования VBA.

Отметим, что возможен и комбинированный подход: фрагменты будущей программы записываются автоматически, а затем они корректируются и дополняются "рукописным" кодом.

Для записи макросов из приложений Microsoft Office используется **макрорекордер**. Это встроенный инструмент, который фиксирует все действия пользователя, включая ошибки и неправильные запуски. При выполнении макроса интерпретируется каждая

записанная макрорекордером команда точно в такой последовательности, в которой пользователь выполнял их во время записи.

Для **записи макроса** в приложении Microsoft Office можно использовать меню "Сервис/Макрос/Начать запись" или выбрать кнопку "Записать макрос" на панели инструментов Visual Basic. До начала записи нужно указать имя макроса и определить, где он будет храниться и как будет доступен. Затем выполнить действия, которые требуется сохранить в макросе. Для завершения записи нужно на панели инструментов "Остановка записи" щелкнуть кнопку "Остановить запись".

Для **выполнения макроса** необходимо:

1. Установить курсор в место вставки выполнения макроса.
2. Выбрать пункт меню "Сервис/Макрос/Макросы".
3. В появившемся диалоговом окне "Макрос" выбрать имя нужного макроса и выбрать "Выполнить".

Чтобы **просмотреть код** записанного макроса, надо выбрать меню "Сервис/Макрос/Макросы". В появившемся диалоговом окне выбрать имя нужного макроса и щелкнуть кнопку "Изменить". Исходный код указанного макроса будет загружен в окно редактора Visual Basic.

Структура записанного макроса

Макросы, создаваемые макрорекордером MS Office, сохраняются в специальной части файла данных, называемой *модулем*. Модуль VBA содержит исходный код программы на языке VBA. Фактически макрос является подпрограммой (а точнее, процедурой) VBA. Записанный макрос имеет строго определенную структуру. Ниже представлен исходный код простого макроса, созданного в Microsoft Word.

Листинг 1. Пример макроса

```
Sub Hello()  
' Макрос изменяет размер, начертание шрифта, выравнивание абзаца и  
' выводит надпись в активный документ MS Word  
,  
  
    Selection.Font.Size = 24  
    Selection.Font.Bold = wdToggle  
    Selection.ParagraphFormat.Alignment = wdAlignParagraphCenter
```

```
Selection.TypeText Text:="Hello, World!"  
End Sub
```

В общем виде структуру кода макроса можно представить следующим образом²:

```
Sub имяМакроса ()  
' текст комментария  
    Оператор1  
    Оператор2 ...  
    ОператорN  
End Sub
```

Каждый макрос VBA начинается с ключевого слова Sub, за которым следует имя макроса. Строку, содержащую ключевое слово Sub и имя макроса, называют *строкой объявления (declaration)* макроса. За именем макроса всегда следуют пустые круглые скобки (т.к. макрос является процедурой VBA без параметров).

За строкой объявления макроса следуют строки комментариев. *Комментарий (comment)* – это строка в макросе VBA, которая не содержит инструкций, являющихся частью этого макроса. Каждая строка комментария начинается с символа апострофа ('). Комментарии содержат имя макроса и текст, который был введен пользователем в текстовое поле "Описание" ("Description") диалогового окна "Запись макроса" ("Record Macro") в момент записи этого макроса.

Сразу за объявлением макроса следует *тело макроса (body)*. Каждая строка в теле макроса состоит из одного или более операторов VBA. *Оператор VBA (statement)* – это последовательность ключевых слов и других символов, которые вместе составляют одну полную инструкцию для VBA. Макрос VBA состоит из одного или нескольких операторов.

Конец макроса выделяется ключевой строкой End Sub, завершающей тело макроса.

ТЕМА 2.4 СРЕДА РАЗРАБОТКИ VBA

Visual Basic for Application (VBA) – это система программирования, которая используется как единое средство программирования во всех приложениях Microsoft

² Локализованные версии пакета MS Office позволяют использовать в макросах символы национальных алфавитов (например, в идентификаторах). Однако не следует пользоваться этой сомнительной возможностью во избежании сложностей с отладкой и портированием приложений на VBA.

Office. Всякая система программирования включает в себя, по меньшей мере, три составные части:

1. Язык (или языки) программирования.
2. Среду разработки, т.е. набор инструментов для написания программ, редактирования, отладки и т.п.
3. Библиотеку (или библиотеки) стандартных программ, т.е. набор готовых программ (процедур, функций, объектов и т.д.), которые можно использовать как готовые элементы при построении новых программ.

Для создания офисных приложений в MS Office имеется *интегрированная среда разработки* (Integrated Development Environment, *IDE*) с унифицированным интерфейсом. VBA IDE – это набор инструментов разработки программного обеспечения, таких как редактор Visual Basic (Visual Basic Editor, VBA), средства отладки, средства управления проектом и т.д.

Вызов VBA IDE из любого приложения выполняется через комбинацию клавиш Alt+F11 или меню "Сервис/Макрос/Редактор Visual Basic".

Структура VBA

VBA – это стандартное интерфейсное окно, содержащее меню, панели инструментов, другие окна и элементы, которые применяются при создании проектов VBA. Общий вид окна редактора Visual Basic представлен на рис. 3.

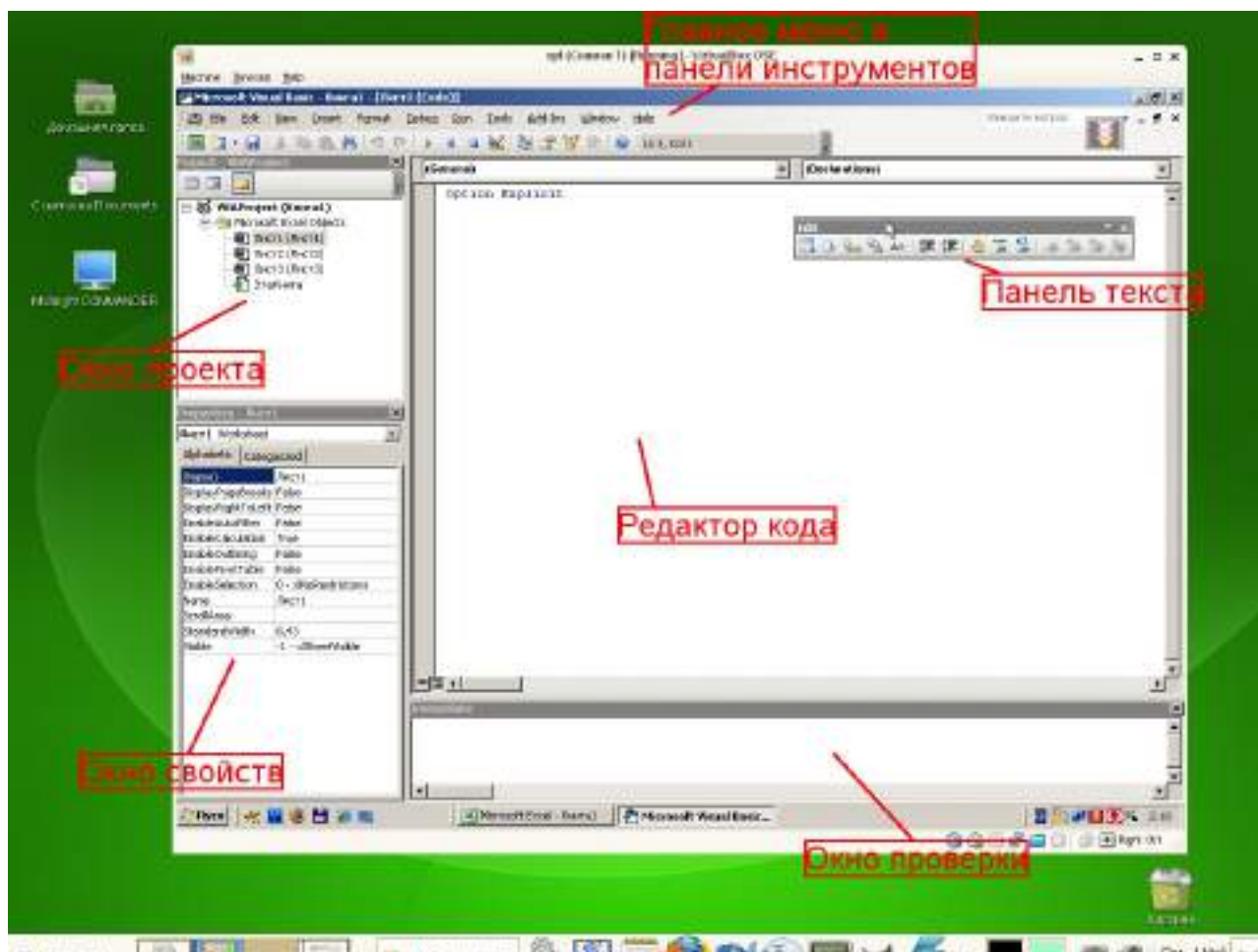


Рисунок 3. Окно редактора Visual Basic

Основными (открываемыми по умолчанию) являются три окна: окно проекта, окно свойств и окно редактирования кода. Краткое описание этих и некоторых других компонентов VBA приведено в таб. 4. Все они доступны через команды, представленные в меню "Вид".

Таблица 4. Назначение компонентов VBA

Наименование окна	Описание
Project (Проект)	Предназначено для отображения всех открытых проектов, а также их составляющих: модулей, форм и ссылок на другие проекты
Toolbox (Панель элементов)	Содержит элементы управления для конструирования форм
UserForm	Используется для создания форм путем размещения на них элементов

Наименование окна	Описание
	управления
Code (Программа)	Предназначено для просмотра, написания и редактирования программы на языке VBA. Поскольку среда разработки является многооконной, то для каждого модуля проекта можно открыть отдельное окно
Properties (Свойства)	Отображает свойства выделенных объектов. В этом окне можно задавать новые значения свойств формы и элементов управления
Object Browser (Просмотр объектов)	Отображает классы, свойства, методы, события и константы различных библиотек объектов. Используется для быстрого получения информации об объектах
Immediate (Проверка)	Предназначено для быстрого выполнения вводимых в него инструкций. В данном окне также выводятся результаты выполнения вводимых инструкций
Locals (Локальные переменные)	Автоматически показывает все переменные данной процедуры
Watches (Контрольные значения)	Применяется при отладке программ для просмотра значений выражений

Характеристики компонентов VBA

Окно проекта (Project)

Проект – это совокупность всех программных модулей, связанных с документом Microsoft Office. Окно *Project (Проект)* предназначено для быстрого получения информации о различных составляющих проекта.

Проект может содержать модули следующих видов:

- *Объекты основного приложения.* Проекты VBA выполняются совместно с другими приложениями. Приложение, в котором разрабатывается и выполняется проект VBA, называется основным.
- *Модули форм.* В VBA имеется возможность создавать пользовательские формы, предназначенные для ввода или вывода данных, а также процедуры обработки событий, возникающие в этих формах.

- *Модули кода.* Модульность - один из основных принципов парадигмы структурного программирования. Каждый модуль, как правило, содержит подпрограммы, сходные по назначению. Небольшие модули проще отлаживать и использовать повторно. В частности, в VBA имеются средства импорта/экспорта готового кода.
- *Модули классов.* VBA позволяет создавать и использовать собственные объекты. Описание объектов включается в модули класса. Каждый модуль класса содержит полную информацию об одном типе объекта.

С помощью окна проекта можно добавить или удалить какой-либо объект из проекта. Модули кода добавляются в проект командой "Вставить/Модуль". Формы создаются командой "Вставить/UserForm", а модули класса командой "Вставить/Модуль класса".

Окно проекта можно использовать также для быстрой навигации по формам проекта и программному коду. Для этого необходимо выбрать в контекстном меню соответственно команды "Объект" или "Программа".

Окно свойств (Properties)

Список свойств выделенного объекта выводится в окне Properties (Свойства). Для того чтобы выделить объект, необходимо с помощью окна проекта выбрать форму и перейти в режим конструктора, используя команду "View Object". Свойства объекта можно упорядочить в алфавитном порядке (Alphabetic (По алфавиту)) или по категориям (Categorized (По категориям)), выбрав соответствующую вкладку. Предусмотрена также возможность получения быстрой справки по какому-либо свойству объекта. Для этого достаточно установить курсор на нужное свойство и нажать клавишу F1.

Окно просмотра объектов(Object Browser)

Окно Object Browser (Просмотр объектов) предназначено для просмотра объектов, доступных при создании программы. Точнее, в этом окне отображаются не сами объекты, а структура соответствующего класса объектов. Окно просмотра объектов может использоваться для поиска метода или свойства объекта.

Окно Code (Окно редактирования кода)

Окно Code (Программа) представляет собой текстовый редактор, предназначенный для написания и редактирования кода процедур приложения. Это окно появляется на экране, например, при создании нового модуля. Код внутри модуля организован в виде отдельных разделов для каждого объекта, программируемого в модуле. Переключение между разделами выполняется путем выбора значений из списка "Object" ("Объект"), который находится в левом верхнем углу окна. Каждый раздел может содержать несколько процедур, которые можно выбрать из списка "Procedure" ("Процедура") в правом верхнем углу.

Интеллектуальные возможности редактора кода:

1. При написании кода пользователю предлагается список компонентов, логически завершающих вводимую пользователем инструкцию.
2. На экране автоматически отображаются сведения о процедурах, функциях, свойствах и методах после набора их имени.
3. Автоматически проверяется синтаксис набранной строки кода сразу после нажатия клавиши Enter. В результате проверки выполняется выделение определенных фрагментов текста:
 - красным цветом – синтаксические ошибки; • синим цветом – зарезервированные ключевые слова;
 - зеленым цветом – комментарии.
4. Если курсор расположить на ключевом слове VBA, имени процедуры, функции, свойства или метода и нажать клавишу F1, то на экране появится окно со справочной информацией об этой функции.

Окно редактирования форм (UserForm)

Для создания диалоговых окон, разрабатываемых приложений VBA, используются формы. Редактор форм является одним из основных средств визуального программирования. При добавлении формы в проект (команда "Insert" – "UserForm" ("Вставить" – "UserForm")) на экран выводится незаполненная форма с панелью инструментов Toolbox (Панель элементов).

Используя панель инструментов Toolbox (Панель элементов) из незаполненной формы конструируется требуемое для приложения диалоговое окно. Размеры формы и

размещаемых на ней элементов управления можно изменять. Также окно редактирования форм поддерживает операции буфера обмена. Кроме того, команды меню "Format" ("Формат") автоматизируют и облегчают процесс выравнивания элементов управления как по их взаимному местоположению, так и по размерам.

Окна отладочной информации

Окно Immediate (Проверка) позволяет ввести инструкцию и выполнить ее. При этом инструкция должна быть записана в одну строку, директивы которой будут выполнены после нажатия клавиши Enter. Данное окно можно использовать для быстрой проверки действий, выполняемой той или иной инструкцией. Это позволяет не запускать всю процедуру, что удобно при отладке программ.

Окно Locals (Локальные переменные) автоматически отображает все объявленные переменные текущей процедуры и их значения.

Окно Watches (Контрольные значения) применяется при отладке программ для просмотра значений выражений.

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»



УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебно-методическому комплексу
С.А. Упоров

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ И ЗАДАНИЯ

к контрольной работе

Б1.О.17 ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА

Специальность

15.05.01 Проектирование технологических машин и комплексов

Специализация № 24

Проектирование технологических машин и комплексов

Форма обучения: **очная**

Автор: Волков Е. Б., доцент, к. т. н.

Одобрены на заседании кафедры

Технической механики
(название кафедры)

Зав. кафедрой

Волков Е. Б.
(Фамилия И. О.)

Протокол № 1 от 15.09.2023
(Дата)

Рассмотрены методической комиссией
факультета

Горно-механического
(название факультета)

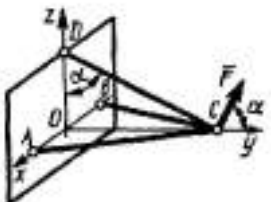
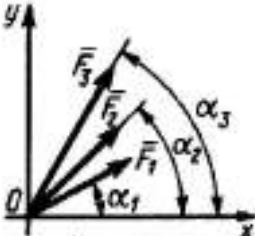
Председатель

Осипов П. А.
(Фамилия И. О.)

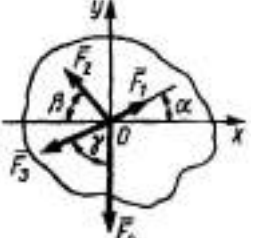
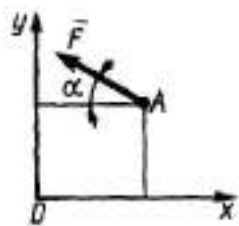
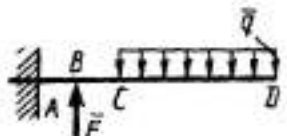
Протокол № 2 от 20.10.2023
(Дата)

Екатеринбург

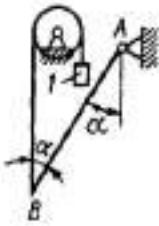
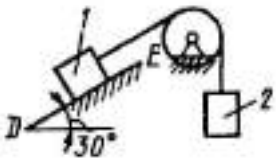
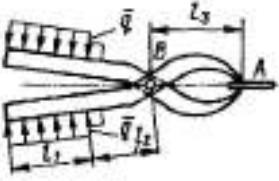
Контрольная № 1 (Статика) Вариант 1

	На балку АВ действуют вертикальная сила $F = 5$ кН и распределенная нагрузка интенсивностью $q = 4$ кН/м. Определить в кН реакцию опоры В, если длины $AC = 3$ м, $BC = 6$ м.
	Три стержня AC, BC и DC соединены шарнирно в точке С. Определить усилие в стержне DC, если заданы сила $F = 50$ Н и угол $\alpha = 60^\circ$. Сила F находится в плоскости Oyz.
	Определить модуль равнодействующей сходящихся сил $F_1 = 10$ Н, $F_2 = 15$ Н и $F_3 = 20$ Н, если известны углы, образованные векторами этих сил с осью Ox: $\alpha_1 = 30^\circ$, $\alpha_2 = 45^\circ$ и $\alpha_3 = 60^\circ$.

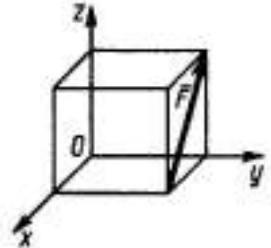
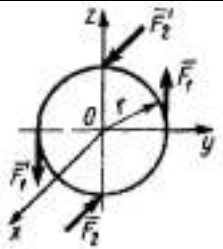
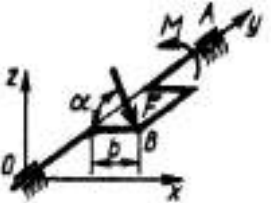
Вариант 2

	На твердое тело в точке О действует плоская система сходящихся сил $F_1 = 1$ Н, $F_2 = 2$ Н, $F_3 = 3$ Н, $F_4 = 4$ Н. Определить сумму проекций заданных сил на ось Oy, если заданы углы $\alpha = 30^\circ$, $\beta = 45^\circ$, $\gamma = 60^\circ$.
	Сила $F = 420$ Н, приложенная к точке А, лежит в плоскости Oxy. Определить момент силы относительно точки О, если координаты $x_A = 0,2$ м, $y_A = 0,3$ м и угол $\alpha = 30^\circ$.
	Определить вертикальную силу F_1 при которой момент в заделке А равен 240 Н·м, если интенсивность распределенной нагрузки $q = 40$ Н/м, а размеры $CD = 3$ м, $AB = BC = 1$ м.

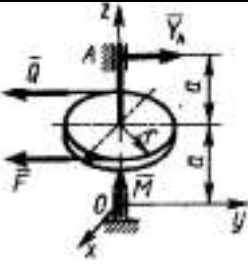
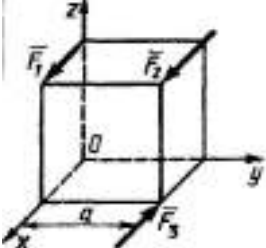
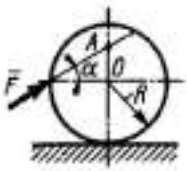
Вариант 3

	Вес однородной балки АВ равен 140 Н. Определить вес груза 1, необходимый для того, чтобы балка АВ находилась в равновесии в указанном положении.
	Определить наименьший вес тела 1, при котором оно скользит вниз по плоскости DE, если вес груза 2 равен 320 Н, коэффициент трения скольжения между телом 1 и плоскостью DE равен 0,2.
	К щипцам приложена равномерно распределенная нагрузка интенсивностью $q = 5 \text{ кН/м}$. Определить вертикальную составляющую силы в кН, действующей на сжимаемый предмет, если размеры $l_1 = 6 \text{ см}$, $l_2 = 10 \text{ см}$, $l_3 = 2 \text{ см}$.

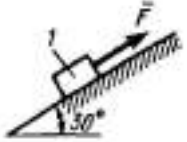
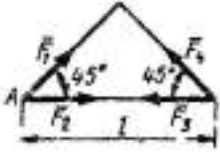
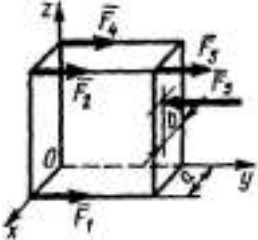
Вариант 4

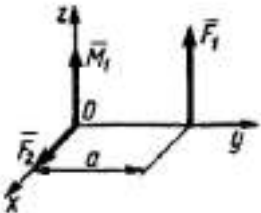
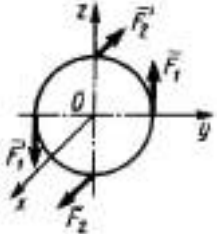
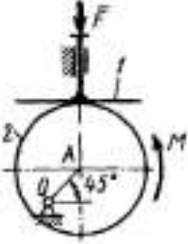
	Определить момент силы F относительно оси Oz, если значение ее равно 5 Н, а ребро куба равно 0,2 м.
	На диск радиуса $r = 0,5 \text{ м}$ действуют пары сил (F_1, F'_1) и (F_2, F'_2). Причем $F_1 \parallel Oz$, $F_2 \parallel Ox$. Модули всех сил равны 2 Н. Определить модуль момента равнодействующей пары сил.
	К коленчатому валу OA в точке B под углом $\alpha = 60^\circ$ к горизонту приложена сила $F = 10 \text{ Н}$, которая уравнивается парой сил с моментом M. Определить модуль момента, если сила $F \parallel Oxz$ и $b = 0,9 \text{ м}$.

Вариант 5

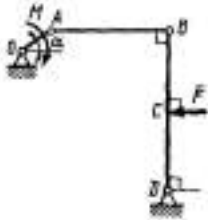
	Сила $F = 2Q = 120$ Н, приложенная к шкиву, уравновешивается парой сил с моментом $M = 18$ Н·м. Составив уравнение моментов сил относительно оси Ox, определить реакцию Y_A подшипника А, если радиус шкива $r = 0,3$ м, $a = 0,3$ м и сила $F \parallel Q \parallel Oy$.
	Определить модуль силы F_3, при которой система сил, приложенная к кубу, приводится к паре сил, если дано $F_2 = 2F_1 = 10$ Н, $a = 1$ м.
	Определить наименьшую силу F_1 необходимую для качения катка радиуса $R = 0,3$ м, если предельный момент трения качения равен $3,46$ Н·м, угол $\alpha = 30^\circ$, расстояние $OA = 0,2$ м.

Вариант 6

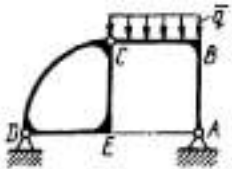
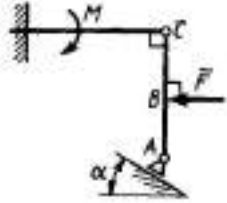
	Каким должен быть вес тела 1, для того чтобы началось скольжение вверх по наклонной плоскости, если сила $F = 90$ Н, а коэффициент трения скольжения $f = 0,3$?
	На каком кратчайшем расстоянии от точки А проходит линия действия равнодействующей системы четырех сил, если $F_1 = F_2 = F_3 = F_4 = 1$ Н, расстояние $l = 0,1$ м?
	К параллелепипеду параллельно оси Oy приложена уравновешенная система сил $F_1 = F_2 = F_3 = F_4 = 10$ Н и $F_5 = 40$ Н. Определить расстояние b силы F_5 от плоскости Oyz, если ребро $a = 0,4$ м.

	Определить угол между главным вектором и моментом данной системы сил, принимая за центр приведения точку O, если расстояние $a = 1$ м, момент пары сил $M_1 = 1$ Н·м, сила $F_1 = F_2 = 1$ Н.
	На диск действуют пары сил (F_1, F'_1) и (F_2, F'_2), причем $F_1 \parallel Oz$, $F_2 \parallel Ox$. Модули всех сил равны. Определить, какой угол в градусах образует вектор момента равнодействующей пары сил с осью Ox.
	На толкатель 1 кулачкового механизма действует сила $F = 100$ Н. При каком моменте M пары сил, приложенных к кулачку 2, возможно равновесие механизма, если расстояние $OA = 10$ см.

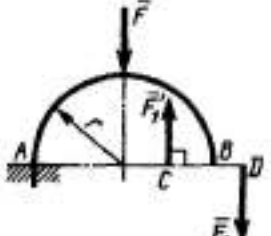
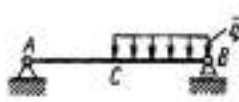
Вариант 7

	Шарнирный четырехзвенник, весом которого можно пренебречь, находится в равновесии. Определить силу F, если к кривошипу OA приложена пара сил с моментом $M = 10$ Н·м, а размеры $OA = 10$ см, $BC = CD$, угол $\alpha = 30^\circ$.

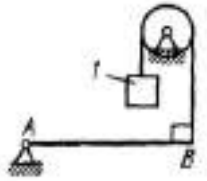
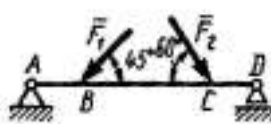
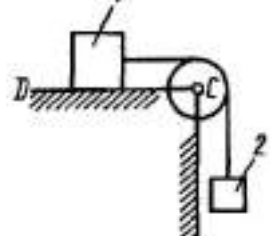
Вариант 8

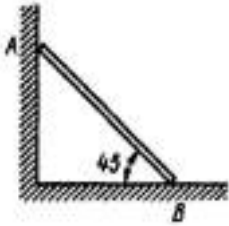
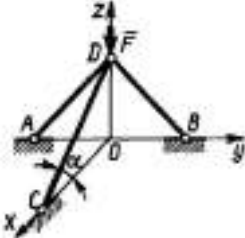
	Определить длину BC, для того чтобы вертикальная составляющая реакции шарнира D равнялась 6 кН, если интенсивность распределенной нагрузки $q = 6 \text{ кН/м}$ и размеры $DE = AE = CE = BC$.
	Определить реакцию опоры A в кН, если сила $F = 3 \text{ кН}$, угол $\alpha = 30^\circ$, размеры $AB = BC$.

Вариант 9

	Вес однородной горизонтальной балки АВ равен 180 Н. Задан угол $\alpha = 45^\circ$. Определить реакцию шарнира А.
	На арку АВ действуют пара сил (F_1, F_2) и сила F. Определить сумму их моментов относительно точки А, если силы $F = 4$ Н, $F_1 = 2$ Н, радиус $r = 2$ м, плечо $CD = 1,5$ м.
	На однородную балку АВ, вес которой $G = 20$ кН, действует распределенная нагрузка интенсивностью $q = 0,5$ кН/м. Определить в кН реакцию опоры А, если длины $AB = 6$ м, $AC = BC$.

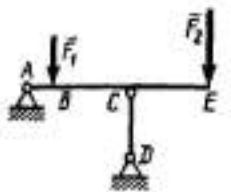
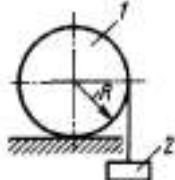
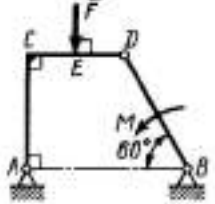
Вариант 10

	Определить вес груза 1, необходимый для того, чтобы однородная балка АВ весом 340 Н в положении равновесия была горизонтальна.
	Определить реакцию опоры D если силы $F_1 = 84,6$ Н, $F_2 = 208$ Н, размеры $AB = 1$ м, $BC = 3$ м, $CD = 2$ м.
	Определить наименьший коэффициент трения скольжения между грузом 1 весом 400 Н и плоскостью DC, при котором груз 1 останется в покое, если вес груза 2 равен 96 Н.

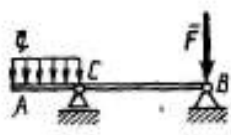
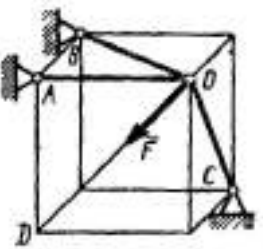
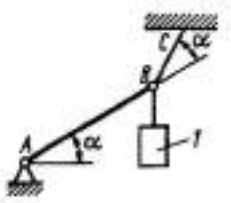
	Однородный брус АВ опирается в точке А на гладкую стену, а в точке В на негладкий пол. Определить наименьший коэффициент трения скольжения между брусом и полом, при котором брус останется в указанном положении в покое.
	Определив интенсивность нагрузки q, при которой момент в заделке А равен $400 \text{ Н}\cdot\text{м}$, если размеры $AB = 2 \text{ м}$, $BC = 4 \text{ м}$
	Три стержня AD, BD и CD соединены в точке D шарнирно. Определить усилие в стержне CD, если сила $F = 8 \text{ Н}$ находится в плоскости Oyz и угол $\alpha = 20^\circ$.

Вариант 11

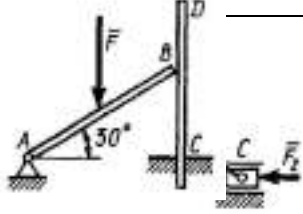
Вариант 12

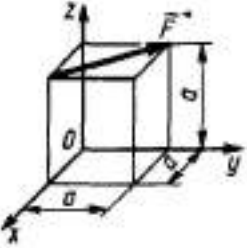
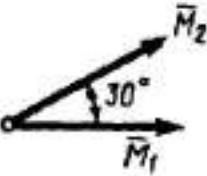
	Балка АЕ шарнирно закреплена в точке А и опирается на вертикальный стержень CD. Определить в кН усилие в стержне CD, если длина $AB = 1$ м, $BC = CE = 2$ м, а силы $F_1 = 2$ кН и $F_2 = 4$ кН вертикальны.
	К катку 1 с помощью нерастяжимой нити подвешен груз 2. Определить наибольший вес этого груза, при котором каток 1 весом 3,2 кН останется в покое, если коэффициент трения качения $\delta = 0,004$ м, радиус $R = 32,4$ см.
	Определить в кН силу F, при которой вертикальная составляющая реакции в шарнире А равна 9 кН, если размеры $AB = BD = 1$ м, $CE = DE$, момент пары сил $M = 6$ кН·м.

Вариант 13

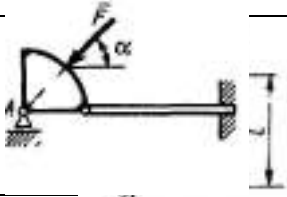
	На балку АВ действуют вертикальная сила $F = 5$ кН и распределенная нагрузка интенсивностью $q = 4$ кН/м. Определить в кН реакцию опоры В, если длины $AC = 3$ м, $BC = 6$ м.
	Три стержня АО, ВО и СО соединены в шарнире О. Определить реакцию стержня СО, возникающую под действием силы $F = 12$ Н, приложенной к шарниру О, если расстояния $AB=AO=AD$.
	Один конец стержня АВ закреплён шарнирно в точке А. К другому концу В привязан груз 1 весом 50 Н. Стержень удерживается в равновесии веревкой ВС. Определить реакцию веревки ВС, если угол $\alpha = 30^\circ$.

Вариант 14

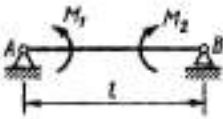
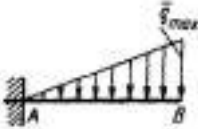
	Кривошипно-ползунный механизм находится в состоянии равновесия под действием пары сил с моментом M, сил $F_1 = 200 \text{ Н}$ и $F_2 = 500 \text{ Н}$. Определить силу воздействия поршня C на направляющую, если расстояния $AB = BC = 30 \text{ см}$.

	Стержень AB концом B свободно опирается на вертикальный стержень CD, один конец которого заделан в основание. К середине стержня AB приложена вертикальная сила $F = 2 \text{ кН}$. Определить в кН реакцию в точке B.
	Определить момент силы F относительно оси Ox, если ее значение $F = 16 \text{ Н}$, ребро куба $a = 0,75 \text{ м}$.
	Определить модуль главного момента двух пар сил, заданных векторами моментов, модули которых $M_1 = 29 \text{ Н}\cdot\text{м}$ и $M_2 = 14 \text{ Н}\cdot\text{м}$.

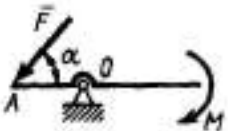
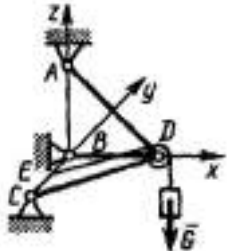
Вариант 15

	Пренебрегая весом конструкции, определить реакцию опоры А, если сила $F = 400 \text{ Н}$, угол $\alpha = 45^\circ$ и какой интенсивности распределенной нагрузки q момент пары, возникающей в заделке, $M_A = 200 \text{ Н}\cdot\text{м}$, если расстояние $l = 1 \text{ м}$?
	К однородному катку радиуса $R = 0,4 \text{ м}$ приложена пара сил с моментом $M = 210 \text{ Н}\cdot\text{м}$. Каким должен быть наибольший вес катка, для того чтобы он мог катиться вверх по наклонной плоскости, если коэффициент трения качения $\delta = 0,006 \text{ м}$?

Вариант 16

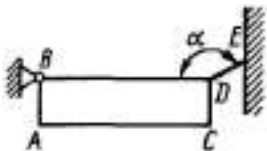
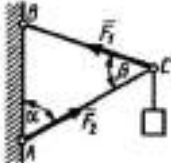
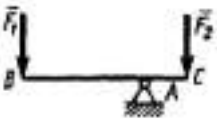
	На конец кабеля, намотанного на барабан, действует сила $F = 20 \text{ Н}$. Барабан катится равномерно по горизонтальной плоскости без скольжения. Определить в кН вес барабана, если его радиусы $r = 0,5 \text{ м}$ и $R = 1 \text{ м}$. Коэффициент трения качения барабана $\delta = 0,01 \text{ м}$.
	На балку, длина которой $l = 3 \text{ м}$, действуют пары сил с моментами $M_1 = 2 \text{ кН}\cdot\text{м}$ и $M_2 = 8 \text{ кН}\cdot\text{м}$. Определить в кН модуль реакции опоры В.
	Определить момент в заделке А, если интенсивность распределенной нагрузки $q_{\max} = 100 \text{ Н/м}$, а длина бруса АВ равна 3 м.

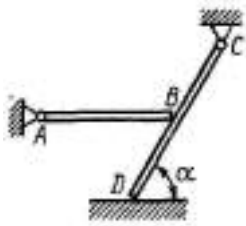
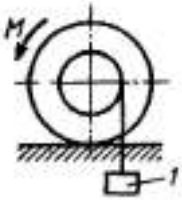
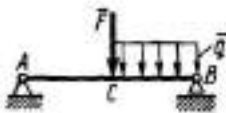
Вариант 17

	На рычаг с неподвижной осью О действуют пара сил с моментом $M = 3 \text{ Н} \cdot \text{м}$ и сила F. Определить модуль силы F, при которой рычаг находится в равновесии, если угол $\alpha = 45^\circ$, длина $AO = 0,3 \text{ м}$.
	Определить усилие в невесомом стержне CD, если дан вес груза $G = 200 \text{ Н}$. Известны длины сторон шарнирно-стержневой конструкции $CE = BE = 2 \text{ м}$ и $AB = BD = 4 \text{ м}$.

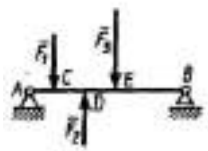
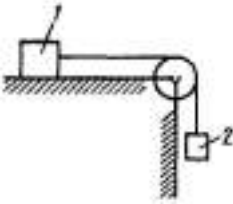
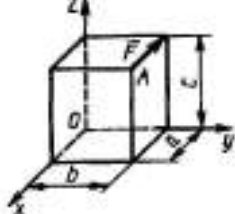
Вариант 18

Вариант 19

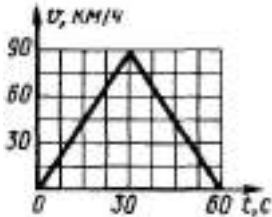
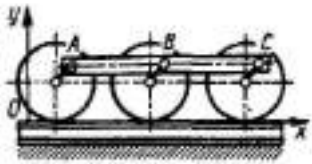
	Горизонтальный брус весом 200 Н удерживается в равновесии с помощью шарнира В и веревки DE, образующей угол $\alpha = 150^\circ$ со стороной BD. Определить реакцию шарнира В, если известно соотношение линейных размеров $4AB = AC$.
	Шарнирный трехзвенник ABC удерживает в равновесии груз, подвешенный к шарнирному болту С. Под действием груза стержень AC сжат силой $F_2 = 25 \text{ Н}$. Заданы углы $\alpha = 60^\circ$ и $\beta = 45^\circ$. Считая стержни AC и BC невесомыми, определить усилие в стержне BC.
	На брус BC, закрепленный в шарнире А, действуют вертикальные силы $F_1 = 4 \text{ кН}$ и F_2. Определить силу F_2 в кН, необходимую для того, чтобы брус в положении равновесия был горизонтальным, если расстояния $AC = 2 \text{ м}$, $AB = 6 \text{ м}$.

	Однородная горизонтальная балка АВ, вес которой 3 кН, в точке В свободно опирается на балку CD. Определить в кН силу воздействия балки CD на основание в точке D, если расстояние $BD = BC$, угол $\alpha = 60^\circ$. Весом балки CD пренебречь.
	К однородному катку, малый радиус которого 0,2 м, подвешен груз 1 весом 200 Н и приложена пара сил с моментом $M = 57,6 \text{ Н}\cdot\text{м}$. Определить в кН наибольший вес катка, при котором он будет катиться влево, если коэффициент трения качения $\delta = 0,008 \text{ м}$.
	На балку АВ действуют силы $F = 9 \text{ Н}$ и распределенная нагрузка интенсивностью $q = 3 \text{ кН/м}$. Определить реакцию опоры В, если длины $AB = 5 \text{ м}$, $BC = 2 \text{ м}$.

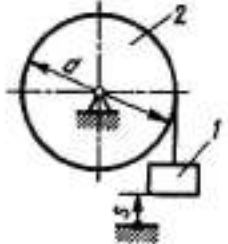
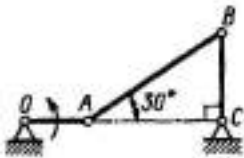
Вариант 20

	На балку АВ действуют вертикальные силы $F_1 = 1 \text{ кН}$, $F_2 = 2 \text{ кН}$ и $F_3 = 3 \text{ кН}$. Определить в кН реакцию опоры В, если расстояния $AC = CD = DE = 1 \text{ м}$, $BE = 2 \text{ м}$.
	Каким должен быть наименьший вес тела 2, для того чтобы тело 1 весом 200 Н начало скользить по горизонтальной плоскости, если коэффициент трения скольжения $f = 0,2$.
	К точке А прямоугольного параллелепипеда приложена сила $F = 4 \text{ кН}$. Определить момент этой силы относительно оси Oy, если размеры $a = 10 \text{ м}$, $b = 6 \text{ м}$, $c = 20 \text{ м}$.

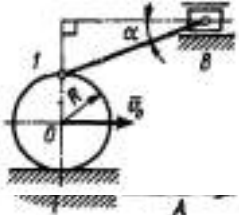
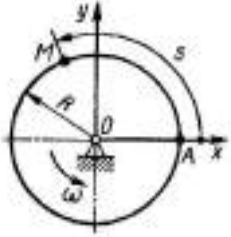
Вариант 1

	Дан график скорости движения точки $v = f(t)$. Определить пройденный путь в момент времени $t = 60$ с.
Задан закон движения точки в прямоугольной системе координат: $x = 2\sin t$, $y = 2\cos t$. Определить криволинейную координату s точки в момент времени $t = 5$ с, если при $t_0 = 0$ $s_0 = 0$ и точка движется в положительном направлении координаты s.	
	На прямолинейном участке пути центр В спарника теплового движется по закону $x_B = 15t - 0,25\cos 30t$, $y_B = 0,5 - 0,25\sin 30t$. В момент времени (с) $t = \pi$ определить скорость точки С спарника, если $BC = 1,5$ м.

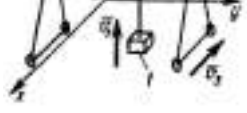
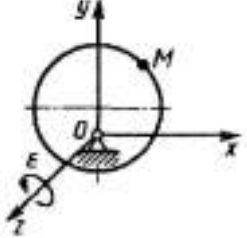
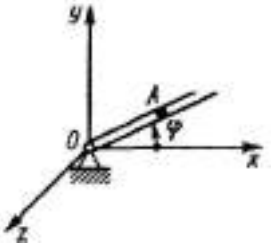
Вариант 2

	Ускорение точки М диска, вращающегося вокруг неподвижной оси, равно 4 м/с^2. Определить угловую скорость этого диска, если его радиус $R = 0,5$ м, а угол $\gamma = 60^\circ$.
	Груз 1 поднимается с помощью лебедки 2. Закон движения груза имеет вид: $s = 7 + 5t^2$, где s - в см. Определить угловую скорость барабана в момент времени $t = 3$ с, если его диаметр $d = 50$ см.
	Для заданного положения шарнирного четырехзвенника определить скорость точки В, если точка А имеет скорость 1 м/с.

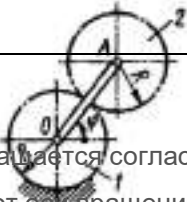
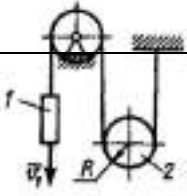
Вариант 3

	Стержень АВ движется в вертикальной плоскости так, что для данного положения механизма определить ускорение его конца А, скользящего по горизонтальной направляющей со скоростью $0,2 \text{ м/с}$, а его центр С скользит по диску радиуса r. Определить скорость точки С стержня в положении, когда угол $\alpha = 45^\circ$.
Определить проекцию на неподвижную ось Ox скорости точки А свободного тела, если в момент времени $t = 1 \text{ с}$ ее радиус-вектор относительно полюса $OA = 2i + j + 2k$, мгновенная угловая скорость $\omega = 2i - j + k$, уравнения движения полюса $x_0 = 2t$, $y_0 = 8t$, $z_0 = 5t^2$.	
	Точка М движется по диску радиуса $R = 0,5 \text{ м}$ согласно уравнению $AM = 2t^2$. Диск вращается с постоянной угловой скоростью $\omega = 2 \text{ рад/с}$. Определить дуговую координату s точки М в момент времени $t = 0,5 \text{ с}$, если в начальный момент точка находилась на оси Ox.

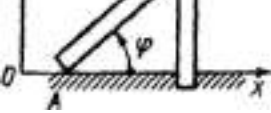
Вариант 4

	Подъем груза 1 осуществляется со скоростью $v_1 = 0,4 \text{ м/с}$. Тележка 2 козлового крана движется со скоростью $v_2 = 0,3 \text{ м/с}$, а скорость крана $v_3 = 0,2 \text{ м/с}$. Определить абсолютную скорость груза 1.
	Диск-эксцентрик вращается равноускоренно из состояния покоя с угловым ускорением $\epsilon = 3 \text{ рад/с}^2$ вокруг оси Oz. По его ободу равномерно движется точка М со скоростью $0,1 \text{ м/с}$. Определить ускорение Кориолиса точки М в момент времени $t = 3 \text{ с}$.
	В трубке, вращающейся по закону $\varphi = 4t$ вокруг оси Oz, движется шарик по закону $OA = 5t^2$. Определить координату x_A шарика в момент времени $t = 0,25 \text{ с}$.

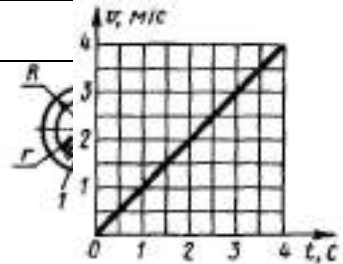
Вариант 5

 Тело вращается согласно закону $\varphi = 1 + 4t$. Определить ускорение точки тела на расстоянии $r = 0,2$ м от оси вращения.	Кривошип OA вращается согласно закону $\varphi = 0,5t^2$. Определить угловое ускорение колеса 2.
	Скорость груза 1 $v = 0,5$ м/с. Определить угловую скорость подвижного блока 2, если его радиус $R = 0,1$ м.

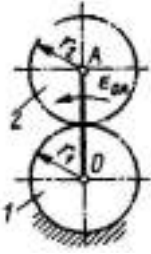
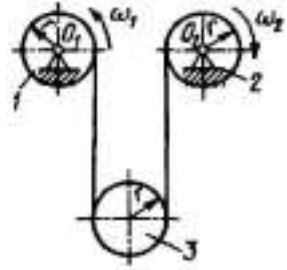
Вариант 6

	Определить ускорение ползуна B кривошипно-ползунного механизма в данном положении, если угловая скорость кривошипа $\omega = 1$ рад/с = const; длины звеньев $OA = 0,3$ м; $AB = 0,5$ м.
	Балка AD движется согласно уравнениям $x_A = t^2$, $y_A = 0$, $\varphi = \arcsin\{2/[4+(3,5-t^2)^2]^{0.5}\}$. Определить абсциссу точки A в положении балки, когда ее угол поворота $\varphi = 38^\circ$.
В данный момент времени ротор электродвигателя вращается с угловой скоростью $\omega = 3\pi$ и угловым ускорением $\epsilon = 8\pi$. Определить ускорение точки ротора на расстоянии 0,04 м от оси вращения.	

Вариант 7

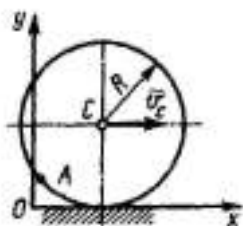
	Дан график скорости $v = v(t)$ движения точки по окружности радиуса 8 м. Определить полное ускорение в момент времени $t = 4$ с. Барабан лебедки 1 вращается с угловой скоростью $\omega = 6$ рад/с. Определить угловую скорость поднимаемой трубы 2, если отношение радиусов $r/R = 2/3$.
Точка движется по окружности радиуса $R = 7$ м согласно уравнению $s = 0,7t^2$. Определить координату s точки в момент времени, когда ее нормальное ускорение $a_n = 3$ м/с².	

Вариант 8

Угловая скорость тела изменяется по закону $\omega = 2t^3$. Определить касательное ускорение точки этого тела на расстоянии $r = 0,2$ м от оси вращения в момент времени $t = 2$ с.	
	Кривошип OA начал равномерно вращаться из состояния покоя с угловым ускорением $\epsilon_{OA} = 0,1\pi$. Определить, сколько оборотов совершит шестерня 2 по истечении 10 с. Радиусы шестерен $r_1 = r_2 = 10$ см.
	Блоки 1 и 2 вращаются вокруг неподвижных осей O_1 и O_2 с угловыми скоростями $\omega_1 = 4$ рад/с и $\omega_2 = 8$ рад/с. Определить угловую скорость подвижного блока 3. Радиусы блоков одинаковы и равны $r = 10$ см.

Вариант 9

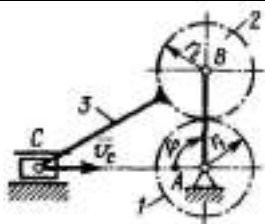
Маховое колесо в данный момент времени вращается с угловым ускорением $\varepsilon = 20\pi$, а его точка на расстоянии от оси вращения 5 см имеет ускорение $a = 8\pi$. Определить нормальное ускорение указанной точки.



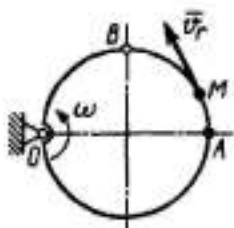
Вследствие удара колесо радиуса $R = 0,2$ м катится с постоянной скоростью центра $v_C = 0,1$ м/с. Определить абсциссу точки A в момент времени $t_1 = 1$ с, если в момент $t_0 = 0$ точка A находилась в начале координат.

Вариант 10

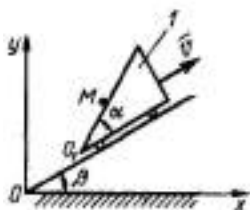
Вариант 11



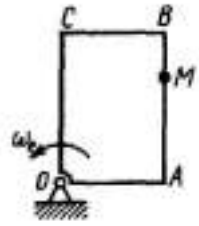
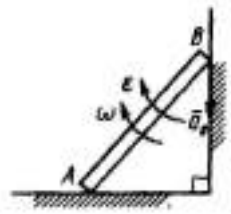
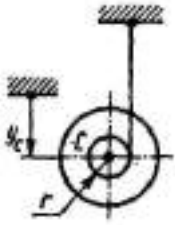
На ось A независимо друг от друга насажены шестерня 1 и кривошип AB длиной 30 см. На оси B кривошипа установлена шестерня 2 радиуса $r_2 = 15$ см, к которой прикреплен шатун 5. Определить угловую скорость шестерни 1, когда угол $\varphi = 90^\circ$ и скорость v_C точки C ползуна равна 0,3 м/с.



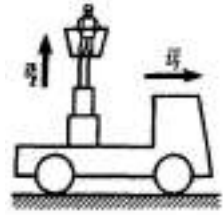
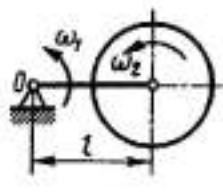
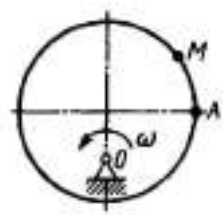
По ободу диска, вращающегося в плоскости чертежа с угловой скоростью $\omega = 2$ рад/с, движется точка M с относительной скоростью $v_r = 0,2$ м/с. Изменится ли модуль ускорения Кориолиса точки M при переходе ее из A в B?



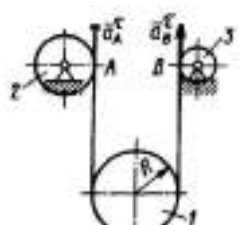
Тело 1 движется по наклонной плоскости равномерно со скоростью $v = 2$ м/с. Точка M относительно тела 1 движется согласно уравнению $O_1M = 0,5t$. Определить координату x_M точки M в момент времени $t = 1$ с, если при $t = 0$ $x_M = 0$, $\alpha = \beta = 30^\circ$.

	Почему? В блоке 10 узловой пластины, вращающейся в плоскости, вращательное движение задано $\omega = 1 \text{ рад/с}$ по закону $\omega = 1 \text{ рад/с}$. Определить ускорение точки M, если момент времени $t = 0,5 \text{ с}$, если ускорение Кориолиса в точке M в этот момент равно 4 м/с^2.
	Конец A балки скользит вдоль пола, а конец B - вдоль стены. В данный момент времени балка имеет угловую скорость $\omega = 0,6 \text{ рад/с}$ и угловое ускорение $\epsilon = 0,36 \text{ рад/с}^2$. Определить в рад угол между вектором ускорения a_B и отрезком, соединяющим точку B с мгновенным центром ускорений.
	Центр C барабана, разматывающего нить, движется вертикально вниз по закону $y_c = 0,33t^2$. Определить угловое ускорение барабана, если радиус $r = 0,066 \text{ м}$.

Вариант 12

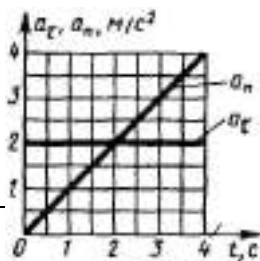
	Автомобиль движется со скоростью $v_1 = 3,6 \text{ км/ч}$, а монтажная вышка поднимается со скоростью $v_2 = 0,5 \text{ м/с}$. Определить абсолютную скорость рабочего, который стоит на вышке неподвижно.
	Стержень длиной $l = 0,5 \text{ м}$ вращается с угловой скоростью $\omega_1 = 4 \text{ рад/с}$, а диск относительно стержня - с угловой скоростью $\omega_2 = 2 \text{ рад/с}$. На каком расстоянии от мгновенной оси вращения диска находится точка O?
	Диск-эксцентрик равномерно вращается в плоскости чертежа. По его ободу движется точка M по закону $AM = 4t^2$. Чему должна равняться угловая скорость диска ω, для того чтобы ускорение Кориолиса точки M в момент времени $t = 1 \text{ с}$ было равно 24 м/с^2?

Вариант 13



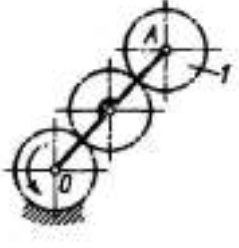
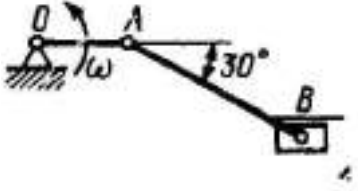
При пуске ротор электродвигателя вращается согласно закону $\varphi = \pi t + \pi e^{-t}$. Определить угловую скорость ротора в момент времени $t = 2$ с.	
	Угловая скорость тела изменяется по закону $\omega = 1 + t$. Определить ускорение точки этого тела на расстоянии $r = 0,2$ м от оси вращения в момент времени $t = 1$ с. Угловая скорость зубчатого колеса 1 изменяется по закону $\omega_1 = 2t^2$. Определить ускорение груза 3 в момент времени $t = 2$ с, если радиусы шестерен $R_1 = 1$ м, $R_2 = 0,8$ м и радиус барабана $r = 0,4$ м.

Вариант 14



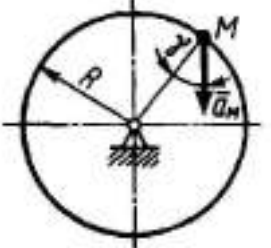
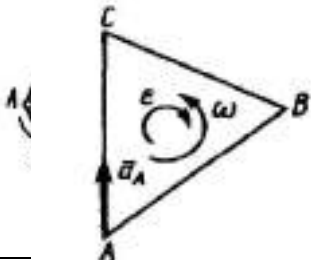
Угловое ускорение тела изменяется согласно закону $\varepsilon = 2t$. Определить угловую скорость тела в момент времени $t = 4$ с, если при $t_0 = 0$ угловая скорость равна нулю.	
	Даны графики ускорения $a_t = a_t(t)$ и $a_n = a_n(t)$. Определить, какой угол в градусах образует полное ускорение с направлением скорости в момент времени $t = 3$ с.
Точка движется по криволинейной траектории с касательным ускорением $a_t = 1,4$ м/с ² . Определить нормальное ускорение точки в момент времени, когда ее полное ускорение $a = 2,6$ м/с ² .	

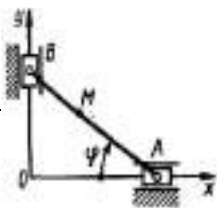
Вариант 15

	Кривошип OA вращается по закону $\varphi = 0,5t$. Определить угловую скорость колеса 1 планетарного механизма, если длина звена OA = 0,2 м и радиусы всех колес одинаковы.
	Определить угловую скорость шатуна АВ кривошипно-ползунного механизма в указанном положении, если точка А имеет скорость $v_A = 3$ м/с, а длина шатуна АВ = 3 м.

Вариант 16

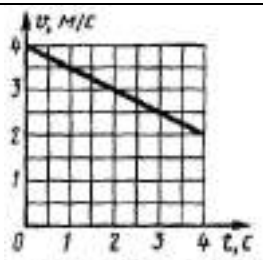
Вариант 17

	Ускорение точки М диска, вращающегося вокруг неподвижной оси, равно 8 м/с^2. Определить угловое ускорение этого диска, если его радиус $R = 0,4$ м, а угол $\gamma = 30^\circ$.
	Шкив 1 радиуса $r_1 = 0,2$ м и диск 2 радиуса $r_2 = 0,5$ м шарнирно соединены штангой АВ. Для положения, показанного на рисунке, определить расстояние от точки В до мгновенного центра скоростей штанги.
	Треугольник ABC совершает плоскопараллельное движение. Определить расстояние от вершины А до мгновенного центра ускорений, если ускорение $a_A = 10 \text{ м/с}^2$, угловая скорость в данный момент $\omega = 2 \text{ рад/с}$ и угловое ускорение $\epsilon = 3 \text{ рад/с}^2$.



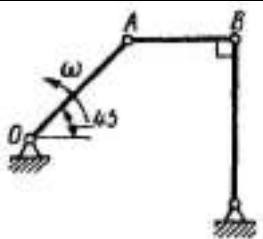
Положение линейки АВ определяется углом $\varphi = 0,2t$. Определить в см/с^2 проекцию ускорения точки М на ось Оу в момент времени $t = 3$ с, если расстояние $AM = 50$ см.

Угловое ускорение тела изменяется согласно закону $\varepsilon = 3t^2$. Определить угловую скорость тела в момент времени $t = 2$ с, если при $t_0 = 0$ угловая скорость $\omega_0 = 2$ рад/с.



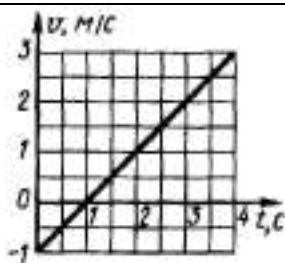
Дан график скорости $v = v(t)$ движения точки по окружности радиуса 5 м. Определить нормальное ускорение точки в момент времени 3 с.

Вариант 18



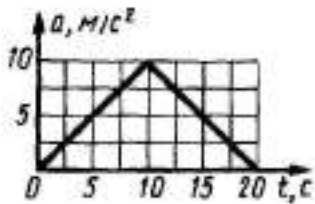
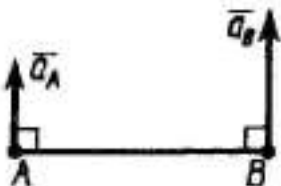
Для изображенного положения механизма определить расстояние от точки А до мгновенного центра скоростей стержня АВ, если кривошип ОА вращается с угловой скоростью $\omega_0 = 10$ рад/с, а длина $AB = 0,6$ м.

При вращении ротора угловая скорость меняется согласно закону $\omega = 6\pi(4t + e^{-0,01t} \sin \pi t)$ Определить угловое ускорение при $t = 100$ с.

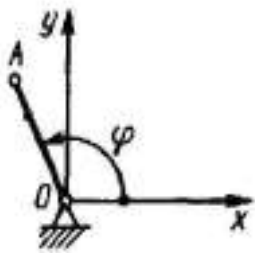
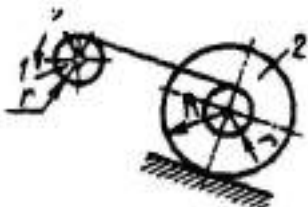


Дан график скорости $v = v(t)$ движения точки по окружности радиуса 8 м. Определить момент времени t , когда нормальное ускорение точки $a_n = 0,5$ м/с.

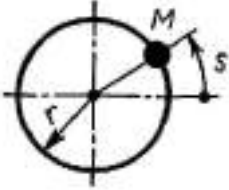
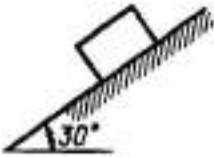
Вариант 19

	Дан график ускорения $a = f(t)$ прямолинейно движущейся точки. Определить скорость точки в момент времени $t = 20$ с, если при $t_0 = 0$ скорость $v_0 = 0$.
Даны уравнения движения точки: $x = 8 - t^2$, $y = t^2 - \cos t$. Определить проекцию ускорения a_y в момент времени, когда координата $x = 0$.	 Стержень АВ длиной 80 см движется в плоскости чертежа. В некоторый момент времени точки А и В стержня имеют ускорения $a_A = 5 \text{ м/с}^2$, $a_B = 10 \text{ м/с}^2$. Определить угловое ускорение стержня.

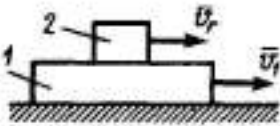
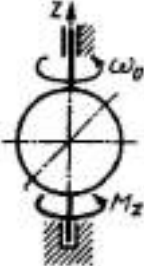
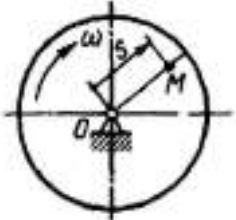
Вариант 20

	Положение кривошипа ОА определяется углом $\varphi = 2t$. Определить проекцию ускорения a_x точки А в момент времени $t = 1$ с, если длина ОА = 1 м.
Точка движется по прямой Ох с ускорением $a_x = 0,7t$. Определить координату x точки в момент времени $t = 5$ с, если при $t_0 = 0$ скорость $v_0 = 0$ и координата $x_0 = 0$.	
	Барабан 1 вращается согласно закону $\varphi = 0,5t^2$, а ступенчатое колесо 2 катится по наклонной плоскости. Определить угловое ускорение колеса 2, если радиусы $r = 0,1$ м, $R = 0,3$ м.

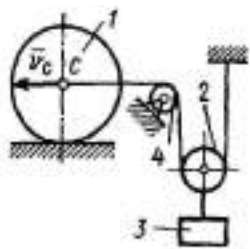
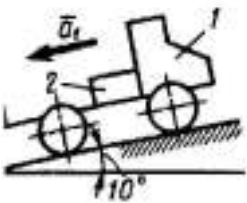
Контрольная № 3 (Динамика) Вариант 1

	Материальная точка М массой 1,2 кг движется по окружности радиуса $r = 0,6$ м согласно уравнению $s = 2,4t$. Определить модуль равнодействующей сил, приложенных к материальной точке.
Материальная точка массой $m = 12$ кг движется из состояния покоя по направляющей радиуса R, расположенной в горизонтальной плоскости. Определить скорость точки в момент времени $t = 4$ с после начала движения, если на нее действует сила $F = 22$ Н, которая образует постоянный угол 40° с касательной к траектории точки.	
	По наклонной плоскости спускается без начальной скорости тело массой $m = 1$ кг. Определить кинетическую энергию тела в момент времени, когда оно прошло путь, равный 3 м, если коэффициент трения скольжения между телом и наклонной плоскостью $f = 0,2$.

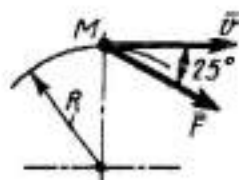
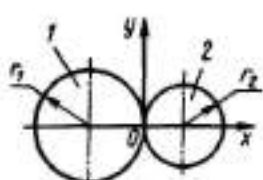
Вариант 2

	Пластина 1 массой 40 кг движется поступательно и прямолинейно со скоростью $v_1 = 1$ м/с. Тело 2 массой 10 кг движется по отношению к пластине поступательно со скоростью $v_r = 0,4$ м/с. Определить кинетическую энергию системы тел, если векторы v_1 и v_r параллельны.
	Однородный шар с моментом инерции $I_z = 4$ кг·м² вращается с угловой скоростью $\omega_0 = 4,5$ рад/с. Определить, за какое время под действием вращающего момента $M_z = 1,2$ Н·м угловая скорость шара удвоится.
	Диск вращается с угловой скоростью $\omega = 8$ рад/с. По радиусу диска движется точка М массой $m = 1$ кг по закону $s = 0,2t$. Определить модуль количества движений этой механической системы в момент времени $t = 0,5$ с.

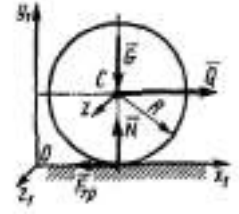
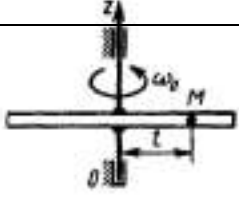
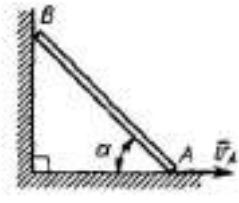
Вариант 3

	Определить модуль количества движения механической системы, если центр масс C цилиндра 1 движется со скоростью $v_C = 4$ м/с, а массы тел 1, 2 и 3 равны соответственно $m_1 = 40$ кг, $m_2 = 10$ кг, $m_3 = 12$ кг. Тела 2 и 4 - однородные диски.
Материальная точка массой $m = 14$ кг движется из состояния покоя по гладкой направляющей радиуса R, расположенной в горизонтальной плоскости. Определить путь, пройденный точкой за время $t = 5$ с после начала движения, если на нее действует сила $F = 24$ Н, которая образует постоянный угол 45° с касательной к траектории точки.	
	Грузовой автомобиль 1 движется на подъеме с постоянным замедлением $a_1 = 2$ м/с². Определить силу давления груза 2 массой 200 кг на переднюю стенку кузова автомобиля.

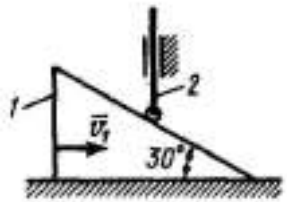
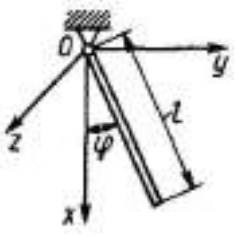
Вариант 4

Материальная точка массой $m = 18$ кг движется по окружности радиуса $R = 8$ м согласно уравнению $s = e^{0,3t}$. Определить проекцию равнодействующей сил, приложенных к точке, на касательную к траектории в момент времени $t = 10$ с.	
	Материальная точка M массой $m = 1,6$ кг движется из состояния покоя в горизонтальной плоскости по окружности радиуса $R = 12$ м под действием силы $F = 0,2t$. Определить скорость точки в момент времени $t = 18$ с, если сила образует постоянный угол 25° с вектором скорости.
	Механическая система состоит из двух тонких однородных сферических оболочек 1 и 2 радиуса $r_1 = 0,6$ м и $r_2 = 0,4$ м. Определить момент инерции этой системы относительно оси Oy, если массы оболочек $m_1 = 80$ кг, $m_2 = 40$ кг.

Вариант 5

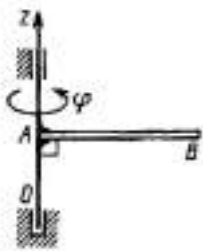
	Цилиндр 1 вращается с угловой скоростью $\omega = 20$ рад/с. Его масса $m = 2$ кг, радиус $R = 0,5$ м. По цилиндру действует горизонтальная сила $Q = 1,2$ Н. Определить кинетический момент механической системы относительно оси симметрии $I_{Cz} = 0,9$ кг·м².
	Трубка вращается вокруг вертикальной оси Oz, ее момент инерции $I_z = 0,075$ кг·м². По трубке под действием внутренних сил системы движется шарик M массой $m = 0,1$ кг. Когда шарик находится на оси Oz, угловая скорость $\omega_0 = 4$ рад/с. При каком расстоянии l угловая скорость равна 3 рад/с?
	Однородный стержень AB длиной 2 м и массой $m = 6$ кг при своем движении скользит концами A и B по горизонтальной и вертикальной плоскостям. Определить кинетическую энергию стержня в момент времени, когда угол $\alpha = 45^\circ$ и скорость точки A равна $v_A = 1$ м/с.

Вариант 6

	Призма 1 массой $m_1 = 5$ кг движется по горизонтальной плоскости со скоростью $v_1 = 1$ м/с. Масса толкателя 2 равна 1 кг. Определить кинетическую энергию механизма.
	Однородный диск массой m и радиуса r катится без скольжения по наклонной плоскости вверх. В начальный момент времени скорость центра диска $v_0 = 4$ м/с. Определить путь, пройденный центром C диска до остановки.
	Однородный стержень массой m и длиной $l = 1$ м может вращаться вокруг горизонтальной оси Oz. Стержень отклонили от положения равновесия на малый угол φ и отпустили без начальной угловой скорости. Определить угловую частоту малых колебаний стержня.

Вариант 7

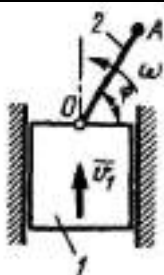
Ротору массой $m = 314$ кг и радиусом инерции относительно оси вращения, равным 1 м, сообщена угловая скорость $\omega_0 = 10$ рад/с. Предоставленный самому себе, он остановился, сделав 100 оборотов. Определить момент трения в подшипниках, считая его постоянным.



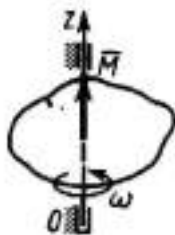
Однородный стержень, масса которого $m = 3$ кг и длина $AB = 1$ м, вращается вокруг оси Oz по закону $\varphi = 2t^3$. Определить кинетическую энергию стержня в момент времени $t = 1$ с.

Вариант 8

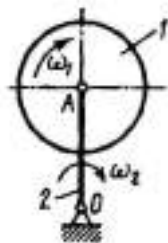
Вариант 9



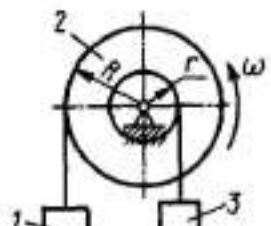
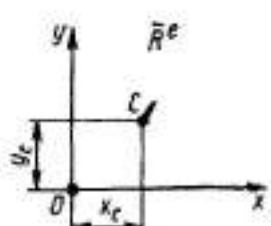
Тело 1 движется вертикально вверх со скоростью $v_1 = 1$ м/с. К стержню 2 длиной $OA = 0,2$ м, который вращается вокруг горизонтальной оси O с постоянной угловой скоростью $\omega = 10$ рад/с, прикреплен точечный груз A массой $0,1$ кг. Определить кинетическую энергию груза при $\varphi = 60^\circ$.



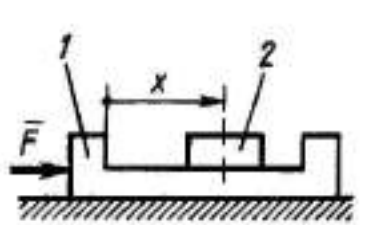
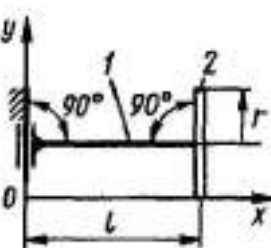
Тело вращается вокруг вертикальной оси Oz под действием пары сил с моментом $M = 16t$. Определить момент инерции тела относительно оси Oz , если известно, что в момент времени $t = 3$ с угловая скорость $\omega = 2$ рад/с. При $t = 0$ тело находилось в покое.



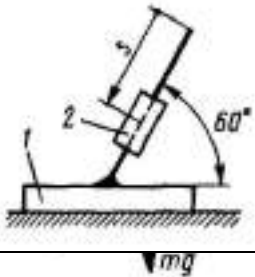
Кривошип 2 длиной $OA = 1$ м вращается с угловой скоростью $\omega_2 = 10$ рад/с. Относительно кривошипа вращается однородный диск 1 массой $m_1 = 10$ кг с угловой скоростью ω_1 . Определить модуль количества движения системы, считая кривошип 2 однородным стержнем массой $m_2 = 5$ кг.

	На барабан 2, момент инерции которого относительно оси Материальная точка М движется в вертикальной плоскости вращения $I = 0,05 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$, намотаны нити, к которым прикреплены грузы 1 и 3 массой $m_1 = 2m_3 = 2 \text{ кг}$. Определить максимальную высоту подъема h в км, если в начальный момент скорость нетического момент системы тел относительно оси вращения $v_0 = 600 \text{ м/с}$. ния, если угловая скорость $\omega = 8 \text{ рад/с}$, радиусы $R = 2r = 20 \text{ см}$.
Точка движется по оси Ох под действием силы $F_x = 6m \sin 2t$. В начальный момент времени скорость точки $v_{0x} = 3 \text{ м/с}$. Определить постоянную интегрирования в уравнении скорости.	
	Определить проекцию ускорения центра масс С механической системы на ось Оу в момент времени, когда координата $y_c = 0,8 \text{ м}$, если масса системы $m = 10 \text{ кг}$, а главный вектор приложенных внешних сил $R^e = 3i + 6tj$. В начальный момент времени центр масс системы находился в точке О в покое.

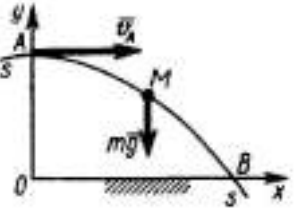
Вариант 10

Материальная точка массой $m = 18 \text{ кг}$ движется по окружности радиуса $R = 8 \text{ м}$ согласно уравнению $s = e^{0,3t}$. Определить проекцию равнодействующей сил, приложенных к точке, на касательную к траектории в момент времени $t = 10 \text{ с}$.	
	На тело 1 действует постоянная сила $F = 10 \text{ Н}$. Определить ускорение этого тела в момент времени $t = 0,5 \text{ с}$, если относительно него под действием внутренних сил системы движется тело 2 согласно уравнению $x = \cos t$. Массы тел: $m_1 = 4 \text{ кг}$, $m_2 = 1 \text{ кг}$. Тела движутся поступательно.
	Механическая система состоит из однородного тонкого стержня 1 массой $m_1 = 0,4 \text{ кг}$ и однородного тонкого диска 2 массой $m_2 = 2 \text{ кг}$. Определить момент инерции этой системы относительно оси Оу, если радиус $r = 0,1 \text{ м}$, а длина $l = 0,3 \text{ м}$.

Вариант 11

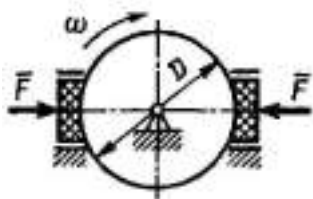
Материальная точка массой $m = 20$ кг движется по окружности радиуса $R = 6$ м согласно уравнению $s = \ln t$. Определить проекцию равнодействующей сил, приложенных к точке, на нормаль	
мент времени $t = 0,5$ с.	
	Тело 1 массой $m_1 = 0,7$ кг может двигаться по горизонтальной направляющей. Определить модуль ускорения тела 1 в момент времени $t = 0,25$ с, если относительно него под действием внутренних сил движется тело 2 массой $m_2 = 0,4$ кг согласно уравнению $s = \sin 4t$.

Вариант 12

	Кривошип OA вращается с постоянной угловой скоростью $\omega = 6$ рад/с. Колесо 2 катится по неподвижному колесу 1. Определить кинетический момент колеса 2 относительно его мгновенного центра скоростей K, если радиус $r = 0,15$ м. Колесо 2 считать однородным диском массой $m = 3$ кг.
	Определить проекцию на ось Oy главного вектора количества движения системы двух материальных точек, массы которых $m_1 = 4$ кг, $m_2 = 2$ кг, в момент времени, когда их скорости $v_1 = 2$ м/с, $v_2 = 1$ м/с.
	Материальная точка M движется по параболе s-s в вертикальной плоскости под действием силы тяжести. Определить скорость точки в положении B, если в положении A ее скорость $v_A = 30$ м/с, а высота OA = 600 м.

Вариант 13

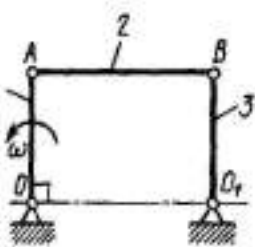
Материальная точка массой $m = 4$ кг движется по горизонтальной прямой. Через сколько секунд скорость точки уменьшится в 10 раз, если сила сопротивления движению $R = 0,8v$?



К диску диаметра $D = 20$ см, который вращается с угловой скоростью $\omega = 100$ рад/с, прижимаются две колодки с силой $F = 200$ Н каждая. Определить мощность силы трения, если коэффициент трения скольжения тормозной колодки о диск $f = 0,2$.

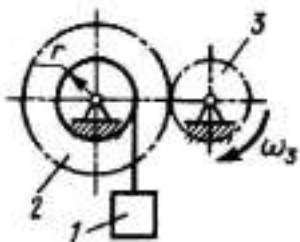
Вариант 14

Вариант 15

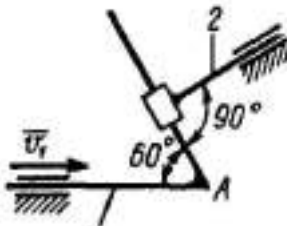
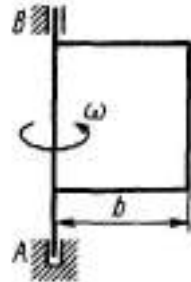


Звено 1 длиной $OA = 1$ м шарнирного параллелограмма $OABO_1$ вращается с угловой скоростью $\omega = 20$ рад/с. Определить модуль количества движения механизма в указанном положении. Звенья 1, 2 и 3 считать однородными стержнями, массы которых $m_1 = m_2 = m_3 = 4$ кг.

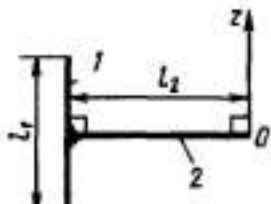
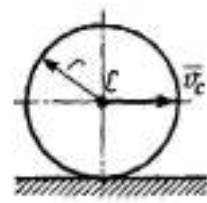
На материальную точку массой $m = 250$ кг, которая движется по горизонтальной прямой, действует сила сопротивления $R = 5v^2$. Определить скорость точки в момент времени $t = 6$ с, если при $t_0 = 0$ ее скорость $v_0 = 20$ м/с.



Для подъема груза 1 массой $m_1 = 200$ кг используется лебедка. Зубчатое колесо 3, соединенное с валом электродвигателя, вращается равномерно с угловой скоростью $\omega_3 = 30$ рад/с. Определить в кВт мощность электродвигателя, если число зубьев колес $z_2 = 2z_3$ и радиус барабана $r = 0,1$ м.

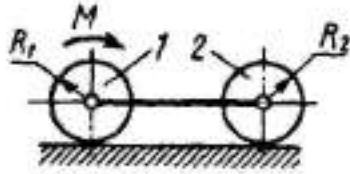
	Составлены на шаровой массе m_1 и m_2 катится вправо со скоростью v_1 по горизонтальной поверхности. Угловая скорость ω m_2 относительно своей оси вращения 90° к скорости v_1. Определить кинетическую энергию системы стержней.
Моторчик тянет лодку со скоростью 8 м/с. Сила тяги двигателя равна 3500 Н. Определить в кВт мощность силы тяги двигателя.	
	Однородная прямоугольная пластина массой $m = 18$ кг вращается вокруг оси АВ с угловой скоростью $\omega = 4$ рад/с. Определить кинетическую энергию пластины, если длина $b = 1$ м.

Вариант 16

	Определить момент инерции конструкции, состоящей из однородных стержней 1 и 2, относительно оси Oz, если массы стержней $m_1 = 2$ кг, $m_2 = 1$ кг, а размеры $l_1 = 0,6$ м, $l_2 = 0,9$ м.
Однородный цилиндр массой 40 кг катится прямолинейно без скольжения по горизонтальной плоскости с угловой скоростью $\omega = 4$ рад/с. Коэффициент трения качения $\delta = 0,01$ м. Определить мощность сил сопротивления качению.	
	Диск массой $m = 2$ кг радиуса $r = 1$ м катится по плоскости, его момент инерции относительно оси, проходящей через центр C перпендикулярно плоскости рисунка, $I_C = 2$ кг·м². Определить кинетическую энергию диска в момент времени, когда скорость его центра $v_C = 1$ м/с.

Вариант 17

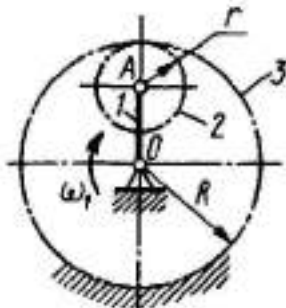
На вал двигателя действует крутящий момент $M = 80 (1 - \omega/400)$. Определить в кВт мощность двигателя в момент времени, когда вал двигателя имеет угловую скорость, равную 200 рад/с.



Однородные цилиндрические катки 1 и 2 массой 20 кг каждый приводятся в движение из состояния покоя постоянным моментом пары сил $M = 2 \text{ Н} \cdot \text{м}$. Определить скорость осей катков при их перемещении на расстояние 3 м, если радиусы $R_1 = R_2 = 0,2 \text{ м}$.

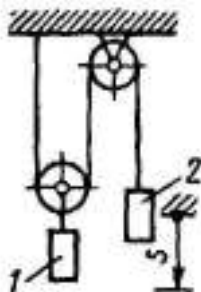
Вариант 18

Вариант 19

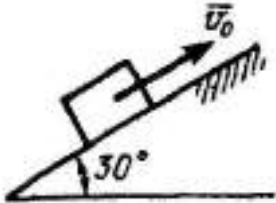
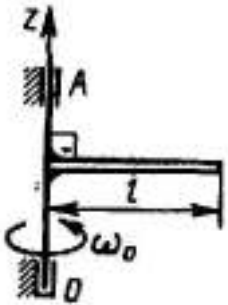


Кривошип 1, вращаясь с угловой скоростью $\omega = 10 \text{ рад/с}$, приводит в движение колесо 2 массой 1 кг, которое можно считать однородным диском. Момент инерции кривошипа относительно оси вращения равен $0,1 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$. Определить кинетическую энергию механизма, если радиус $R = 3r = 0,6 \text{ м}$.

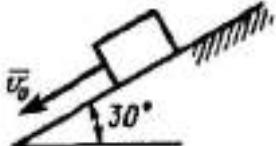
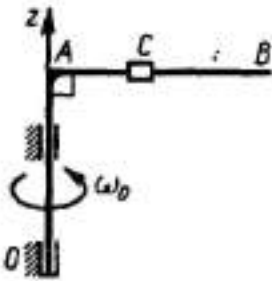
Модуль вектора количества движения механической системы изменяется по закону $Q = 4t^2$. Определить модуль главного вектора внешних сил, действующих на систему, в момент времени $t = 2 \text{ с}$, если вектор количества движения и главный вектор внешних сил параллельны.



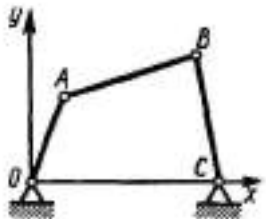
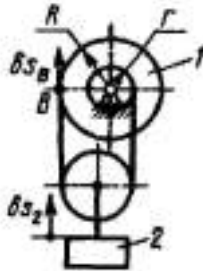
Определить скорость груза 2 в момент времени, когда он опустился вниз на расстояние $s = 4 \text{ м}$, если массы грузов $m_1 = 2 \text{ кг}$, $m_2 = 4 \text{ кг}$. Система тел вначале находилась в покое.

	Тело, которому сообщили начальную скорость $v_0 = 20$ м/с, скользило по шероховатой наклонной плоскости и остановилось. Найти время движения до остановки, если коэффициент трения скольжения $f = 0,1$.
Материальная точка массой $m = 7$ кг из состояния покоя движется по оси Ox под действием силы $F_x = 1e^t$. Определить скорость точки в момент времени $t = 2$ с.	
	Однородный стержень массой $m = 3$ кг и длиной $l = 1$ м вращается вокруг вертикальной оси Oz с угловой скоростью $\omega_0 = 24$ рад/с. К валу OA прикладывается постоянный момент сил торможения. Определить модуль этого момента, если стержень останавливается через 4 с после начала торможения.

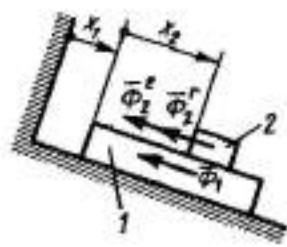
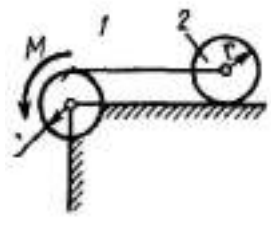
Вариант 20

	Тело, которому сообщили начальную скорость $v_0 = 5$ м/с, соскользнет по гладким наклонным направляющим. Определить, через какое время скорость этого тела будет равна 9,81 м/с.
Материальная точка массой $m = 2$ кг движется по горизонтальной оси Ox под действием силы $F_x = 5\cos 0,5 t$. Определить скорость точки в момент времени $t = 4$ с, если при $t_0 = 0$ скорость $v_0 = 0$.	
	По стержню AB движется ползун C согласно закону $AC = 0,2 + 1,2t$. Ползун считать материальной точкой массой $m = 1$ кг. Момент инерции вала OA со стержнем $I_z = 2,5$ кг·м². Определить угловую скорость вала в момент времени $t = 1$ с, если начальная угловая скорость $\omega_0 = 10$ рад/с.

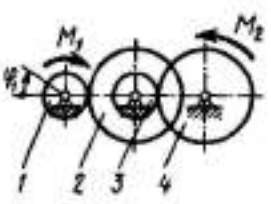
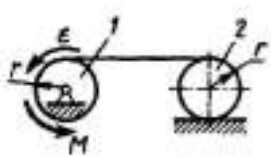
Вариант 1

	Определить число степеней свободы шарнирного четырехзвенника, если длины звеньев $OA = l_1$, $AB = l_2$ и $BC = l_3$.
В некоторый момент времени обобщенная координата $\varphi = 3$ рад, а обобщенная скорость $\dot{\varphi} = 2$ рад/с. Определить при этом модуль кинетического потенциала механической системы, если известно, что кинетическая энергия системы $T = 10\varphi^2$, а потенциальная энергия $\Pi = 2\varphi^2$.	
	Определить отношение между возможными перемещениями δs_B точки B барабана 1 и δs_C груза 2 дифференциального ворота, если радиусы $R = 2r = 20$ см.

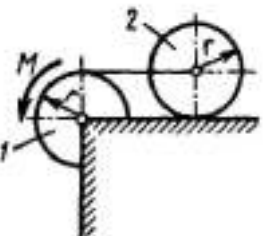
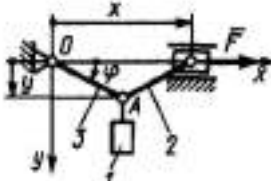
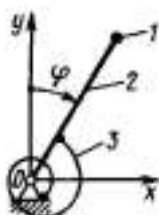
Вариант 2

	Определить обобщенную силу инерции, соответствующую обобщенной координате x_2, если сила инерции тела 1 $\Phi_1 = 8$ Н, переносная и относительная силы инерции тела 2 соответственно $\Phi_2^e = 5$ Н, $\Phi_2^r = 5$ Н.
	Определить угловое ускорение барабана 1, если к нему приложена пара сил с постоянным моментом $M = 0,2$ Н·м, массы тел $m_1 = m_2 = 1$ кг, моменты инерции относительно центральных осей $I_1 = I_2 = 0,02$ кг·м², радиус $r = 0,2$ м.
	Система трех стержней, связанных шарнирами, может двигаться в одной вертикальной плоскости. Определить число обобщенных координат системы.

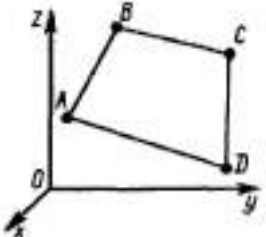
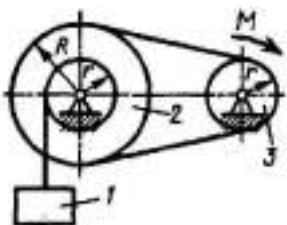
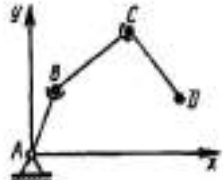
Вариант 3

	Радиусы колес 1 и 3, 2 и 4 соответственно равны: $r_1 = r_3 = 10$ см, $r_2 = r_4 = 15$ см. Моменты сил $M_1 = 5$ Н·м, $M_2 = 9$ Н·м. Определить угловое ускорение φ_1 колеса 1, если кинетическая энергия системы $T = 2\varphi_1^2$.
	Определить модуль постоянного момента M пары сил, при действии которой барабан 1 вращается с угловым ускорением $\epsilon = 1$ рад/с². Барабан 1 и каток 2 - однородные цилиндры одинакового радиуса $r = 0,2$ м, массы тел $m_1 = m_2 = 2$ кг.
	Тела 1 и 2 - однородные диски, массы и радиусы которых одинаковы. Определить ускорение тела 3, если его масса $m_3 = m_2 = m_1$.

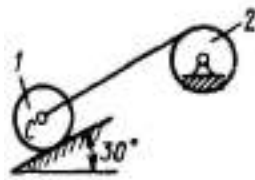
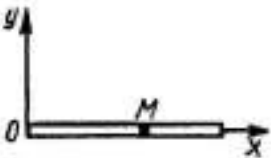
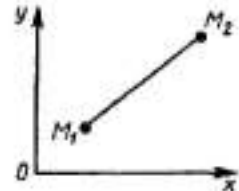
Вариант 4

	Определить угловое ускорение катка 2, катящегося без скольжения, если на блок 1 действует пара сил с моментом $M = 0,6$ Н·м. Каток 2 считать однородным цилиндром массой $m = 4$ кг и радиусом $r = 0,5$ м.
	Два стержня 2 и 3 одинаковой длины $l = 0,5$ м соединены шарниром А. Определить обобщенную силу, соответствующую обобщенной координате в момент времени, когда угол $\varphi = 25^\circ$, если сила $F = 100$ Н, а масса груза 1 равна 5 кг.
	Стержень 2 длиной 0,5 м вместе с присоединенным точечным грузом 1 массой $m_1 = 20$ кг колеблется в вертикальной плоскости. На стержень действует пружина 3 с моментом силы $M = -80\varphi$. Определить обобщенную силу соответствующую координате φ, когда угол $\varphi = \pi/6$.

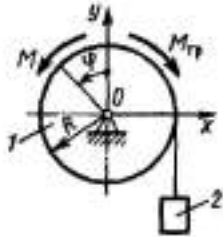
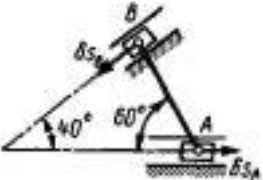
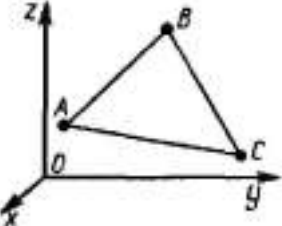
Вариант 5

	Материальные точки A, B, C и D соединены между собой невесомыми жесткими стержнями постоянной длины. Точка A неподвижна, а точки B, C и D движутся в пространстве. Определить число степеней свободы системы материальных точек.
	Определить модуль момента M на ры сил, который необходимо приложить к шкиву 3 для равномерного подъема груза 1 весом 900 Н. Радиусы шкивов $R = 2r = 40$ см.
	Материальные точки A, B, C и D соединены между собой невесомыми жесткими стержнями постоянной длины. Точка A неподвижна, а точки B, C и D движутся в плоскости Axy. Определить число степеней свободы системы материальных точек.

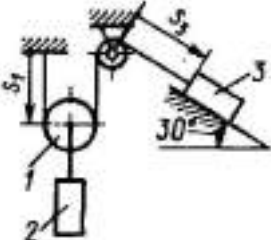
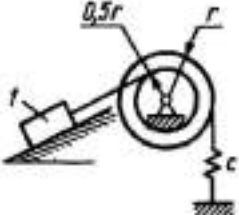
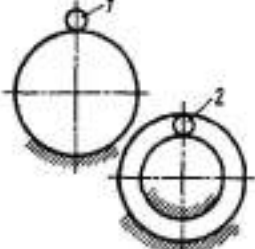
Вариант 6

	Определить ускорение центра С катка 1, если тела 1 и 2 - однородные сплошные цилиндры с одинаковыми массами и радиусами.
	Материальная точка M движется в плоскости Oxy по трубке, расположенной вдоль оси Ox. Определить число степеней свободы этой точки.
	Материальные точки M_1 и M_2, соединенные жестким невесомым стержнем, движутся в плоскости чертежа. Определить число степеней свободы системы материальных точек.

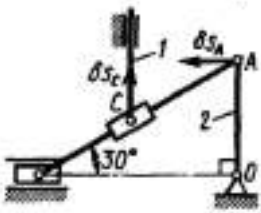
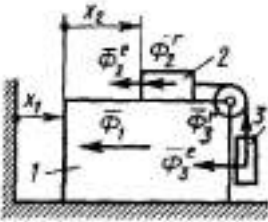
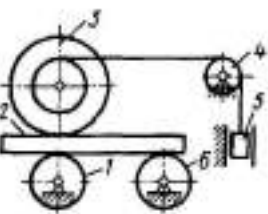
Вариант 7

	К цилиндру 1 приложена пара сил с моментом $M = 120 \text{ Н} \cdot \text{м}$ и момент сил трения $M_{\text{тр}} = 10 \text{ Н} \cdot \text{м}$. К концу нерастяжимой нити привязан груз 2 массой $m_2 = 40 \text{ кг}$. Выбирая в качестве обобщенной координаты угол φ, определить обобщенную силу, если радиус $R = 0,3 \text{ м}$.
	Определить отношение между возможными перемещениями δs_A и δs_B точек A и B шатуна AB механизма эллипсографа.
	Материальные точки A, B и C, соединенные между собой невесомыми стержнями постоянной длины, движутся в пространстве. Определить число степеней свобода системы материальных точек.

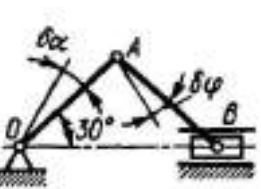
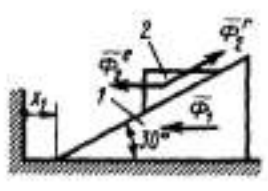
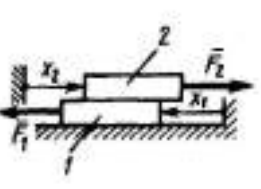
Вариант 10

	Тела 1, 2, 3, массы которых $m_1 = m_2 = m_3 = 5 \text{ кг}$, соединены нерастяжимой нитью. Определить обобщенную силу, соответствующую обобщенной координате s_1.
	Определить угловую частоту свободных колебаний тела 1, если его масса $m = 1 \text{ кг}$, коэффициент жесткости пружины $c = 1 \text{ Н/см}$.
	Шарик 1 катится по поверхности гладкого неподвижного цилиндра, а шарик 2 движется между двумя неподвижными цилиндрическими поверхностями. Укажите номер шарика, на который наложена удерживающая связь.

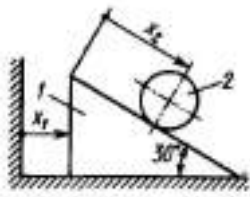
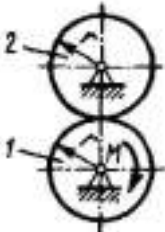
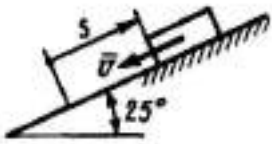
Вариант 11

	Определить отношение между возможными перемещениями δs_A точки A кривошипа 2 и δs_C точки C толкателя 1.
	Определить обобщенную силу инерции, соответствующую обобщенной координате x_2, если сила инерции тела 1 $\Phi_1 = 4$ Н, переносная и относительная силы инерции тела 2 соответственно $\Phi_2^e = 2$ Н, $\Phi_2^r = 1$ Н, переносная и относительная силы инерции тела 3 соответственно $\Phi_3^e = 2$ Н, $\Phi_3^r = 1$ Н.
	Механическая система состоит из катка 3, колес 1 и 6, бруса 2, блока 4 и груза 5. Определить число обобщенных координат этой системы.

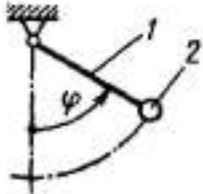
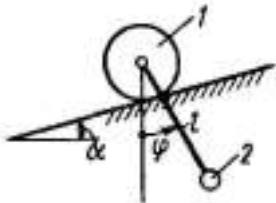
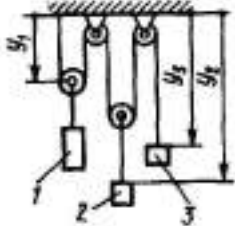
Вариант 12

	Определить отношение между возможными угловыми перемещениями $\delta \varphi$ шатуна AB и $\delta \alpha$ кривошипа OA, если длины $OA = AB$.
	Определить обобщенную силу инерции, соответствующую обобщенной координате x_1, если сила инерции тела 1 $\Phi_1 = 10$ Н, переносная и относительная силы инерции тела 2 соответственно $\Phi_2^e = 5$ Н, $\Phi_2^r = 10$ Н.
	На пластины 1 и 2, массы которых $m_1 = m_2 = 10$ кг, действуют сизгы $F_1 = 50$ Н и $F_2 = 30$ Н. Определить обобщенную силу, соответствующую координате x_1, если коэффициент трения скольжения между всеми поверхностями $f = 0,15$.

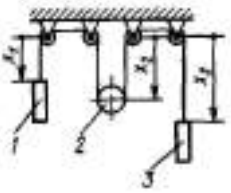
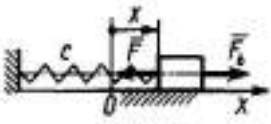
Вариант 13

	Определить обобщенную силу, соответствующую обобщенной координате x_2, если заданы массы тел $m_1 = 4$ кг, $m_2 = 2$ кг.
	Определить угловое ускорение диска 1, если на него действует пара сил с моментом $M = 0,4$ Н·м. Массы и радиусы однородных дисков 1 и 2 одинаковы: $m = 10$ кг, $r = 0,2$ м.
	Тело массой $m = 20$ кг скользит по гладкой поверхности вниз. Определить кинетический потенциал тела в момент времени, когда координата тела $s = 2$ м и скорость $v = 3$ м/с. Принять потенциальную энергию тела P_0 равной нулю в положении, когда координата $s = 0$.

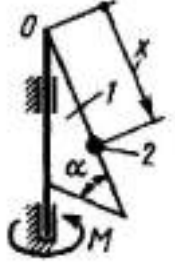
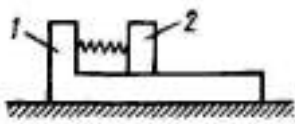
Вариант 14

	Груз 2 прикреплен к стержню 1 и движется в вертикальной плоскости. Потенциальная энергия маятника $\Pi = 9,81(1 - \cos\varphi)$, кинетическая энергия $T = 0,8\varphi^2$. Определить кинетический потенциал в момент времени, когда угол $\varphi = 60^\circ$ и угловая скорость $\dot{\varphi} = 1$ рад/с.
	Определить обобщенную силу, соответствующую обобщенной координате φ, в момент времени, когда угол отклонения маятника $\varphi = 30^\circ$, если его длина $l = 1$ м, массы тел $m_1 = 10$ кг, $m_2 = 1$ кг, угол $\alpha = 15^\circ$.
	Грузы 1, 2, 3, массы которых $m_1 = 12$ кг, $m_2 = 6$ кг, $m_3 = 4$ кг, перемещаются в вертикальной плоскости. Выбрав координаты y_1 и y_2 в качестве обобщенных, определить обобщенную силу, соответствующую координате y_1.

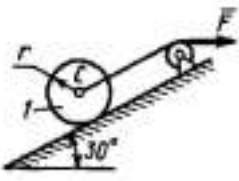
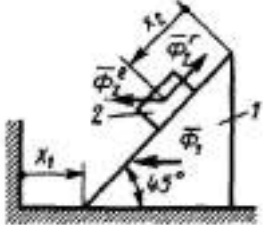
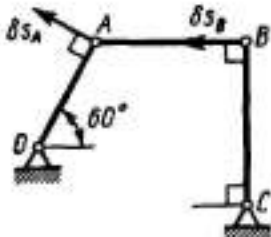
Вариант 15

	Грузы 1, 3 и цилиндр 2, массы которых $m_1 = 100$ кг, $m_3 = 150$ кг, $m_2 = 220$ кг, движутся в вертикальной плоскости. Выбрав координаты x_1 и x_3 в качестве обобщенных, определить обобщенную силу, соответствующую координате x_3.
	Сила $F_b = 40\cos 3t$, коэффициент жесткости пружины $c = 300$ Н/м. Определить обобщенную силу, соответствующую обобщенной координате x в момент времени $t = 2$ с, если координата $x = 0,1$ м.
	Деталь в форме кольца катится со скольжением по лотку. Определить число обобщенных координат детали.

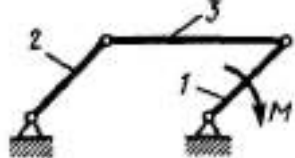
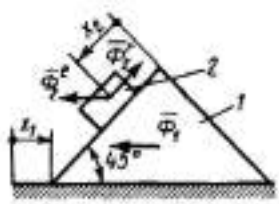
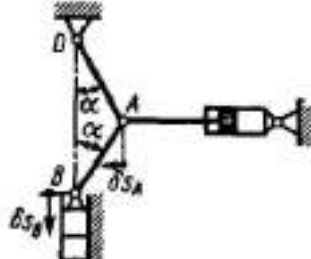
Вариант 16

	Пара сил с постоянным моментом $M = 1$ Н·м вращает треугольную пластину 1 с углом $\alpha = 60^\circ$. Точка 2 массой $m = 0,1$ кг движется по стороне пластины. Определить обобщенную силу, соответствующую координате x.
	Груз массой $m = 6$ кг подвешен на пружине, при деформации которой возникает восстанавливающая сила $F = -300y$. Определить в см координату y, при которой обобщенная сила Q_y равна нулю. Точка А является концом пружины в недеформированном состоянии.
	Тело 1 может свободно двигаться по горизонтальной плоскости. Тело 2 связано с телом 1 пружиной. Предполагая, что движение системы происходит в плоскости рисунка, определить число обобщенных координат.

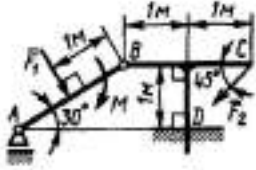
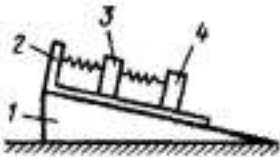
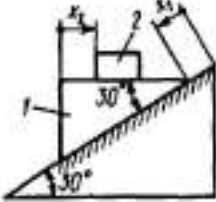
Вариант 17

	Определить модуль силы F, под действием которой центр C однородного сплошного катка 1, масса которого $m_1 = 20$ кг, а радиус $r = 0,4$ м, движется вверх с постоянным ускорением $a_C = 1 \text{ м/с}^2$.
	Определить обобщенную силу инерции, соответствующую обобщенной координате x_2, если сила инерции тела 1 $\Phi_1 = 5$ Н, переносная и относительная силы инерции тела 2 соответственно $\Phi_2^e = 1$ Н, $\Phi_2^r = 8$ Н.
	Определить отношение между возможными перемещениями δs_A и δs_B точек A и B шатуна AB шарнирного четырехзвенника.

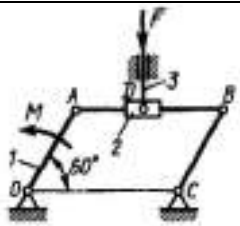
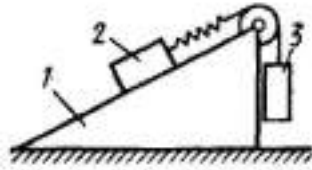
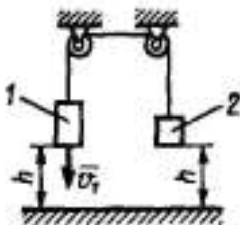
Вариант 18

	Пара сил с постоянным моментом $M = 0,8 \text{ Н·м}$ приводит в движение механизм, расположенный в горизонтальной плоскости. Кривоштыпы 1 и 2 - однородные стержни длиной $l = 0,2$ м и массой $m_1 = m_2 = 1$ кг, масса $m_3 = 2$ кг. Определить угловое ускорение кривоштыпа 1.
	Определить обобщенную силу инерции, соответствующую обобщенной координате x_1, если сила инерции тела 1 $\Phi_1 = 5$ Н, переносная и относительная силы инерции тела 2 соответственно $\Phi_2^e = 1$ Н, $\Phi_2^r = 8$ Н.
	Определить отношение между возможными перемещениями δs_A и δs_B точек A и B шатуна механизма прессы, если длины $OA = AB$ и угол $\alpha = 30^\circ$.

Вариант 19

	Стержень АВ нагружен силой $F_1 = 800 \text{ Н}$ и парой сил с моментом $M = 70 \text{ Н·м}$. На точку С стержня BCD действует сила $F_2 = 280 \text{ Н}$. Определить модуль горизонтальной составляющей реакции опоры D.
	Призма 1 может двигаться по горизонтальной плоскости. Тело 2 скользит по ее верхней грани. Тела 3 и 4 связаны между собой и с телом 2 пружинами. Определить число обобщенных координат системы, если все тела движутся в одной вертикальной плоскости.
	Определить обобщенную силу, соответствующую обобщенной координате x_1, если массы тел $m_1 = 8 \text{ кг}$, $m_2 = 2 \text{ кг}$.

Вариант 20

	На шатун АВ шарнирного параллелограмма OABC надета втулка 2, к которой с помощью шарнира D прикреплен вертикальный стержень 3. Определить в случае равновесия механизма момент M пары сил, если сила $F = 400 \text{ Н}$ и длина кривошипа $OA = 0,2 \text{ м}$
	Призма 1 может свободно двигаться по горизонтальной плоскости. Тела 2 и 3 связаны между собой пружиной и могут перемещаться относительно призмы. Предполагая, что движение системы происходит в плоскости рисунка, определить число обобщенных координат.
	Определить кинетический потенциал тел 1 и 2, массы которых $m_1 = 10 \text{ кг}$ и $m_2 = 5 \text{ кг}$. Скорость $v_1 = 3 \text{ м/с}$ и оба тела находятся на высоте $h = 2 \text{ м}$ над горизонтальной поверхностью, на которой потенциальная энергия тел принимается $\Pi_0 = 0$.

ФГБОУ ВО «УРАЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ГОРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

ГОРНО-МЕХАНИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ

Кафедра технической механики

КОМПЛЕКТ ЗАДАНИЙ ДЛЯ РАСЧЕТНО-ГРАФИЧЕСКОЙ РАБОТЫ

дисциплина **ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА**

Задания контрольной работы, направленные на оценку уровня умений и навыков, формирующих компетенцию ОК-7 (*Знание*: методов определения и расчета кинематических и динамических параметров деталей механизмов и машин. *Умения*: определять неизвестные силы реакций несвободных тел; исследовать движение материальных точек и тел под действием заданных сил; находить силы по заданному движению материальных объектов. *Владения*: методами кинематического и динамического анализа деталей механизмов и машин; навыками по применению принципов и законов механики при создании и эксплуатации новой техники и новых технологий.); **СПК-2** (*Знания*: принципов и законов механического движения и их взаимосвязь. *Умения*: определять неизвестные силы реакций несвободных тел; исследовать движение материальных точек и тел под действием заданных сил; находить силы по заданному движению материальных объектов. *Владения*: фундаментальными принципами и методами решения научно-технических задач, связанных с механическими явлениями; навыками по применению принципов и законов механики при создании и эксплуатации новой техники и новых технологий.)

Расчетно-графическая работа по темам 1-4

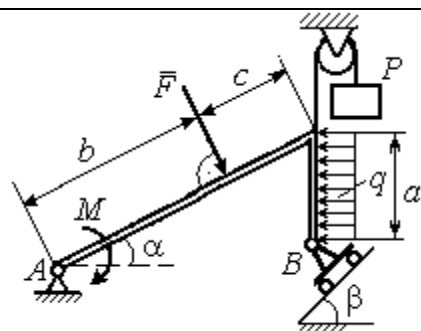
С1. Равновесие произвольной плоской системы сил. Равновесие системы тел

Каждый вариант задания включает две задачи по темам: «Равновесие произвольной плоской системы сил» и «Равновесие системы тел».

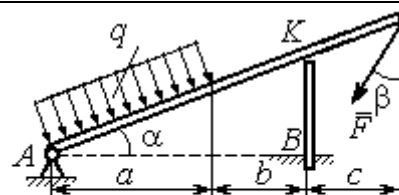
В задачах требуется определить реакции связей конструкции исходя из условия равновесия произвольной плоской системы сил. Весом стержневых подпорок, поддерживающих балочные конструкции, и блоков, через которые перекинута невесомые нити, пренебречь.

Из таблицы исходных данных выбираются значения тех параметров, которые указаны на схемах.

Варианты № 1, 11, 21	
Задача 1 Найти реакцию жесткой заделки в точке A	Задача 2 Найти реакции шарниров A, B, реакцию стержня CD и реакцию опоры в точке K
Варианты № 2, 12, 22	
Задача 1 Найти реакции шарниров A и C	Задача 2 Найти реакции шарниров A, B, реакцию опоры в точке E и реакцию стержня CD
Варианты № 3, 13, 23	
Задача 1	Задача 2



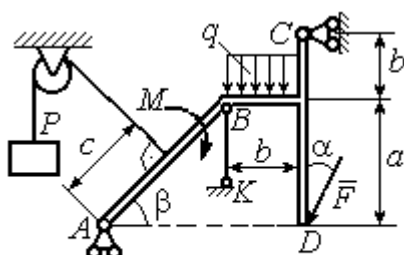
Найти реакцию шарниров A и B



Найти реакцию шарнира A ,
реакцию опоры в точке K
и реакцию жесткой заделки
в точке B

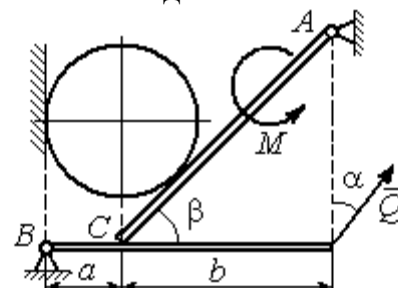
Варианты № 4, 14, 24

Задача 1



Найти усилие в стержне BK
и реакцию шарниров A, C

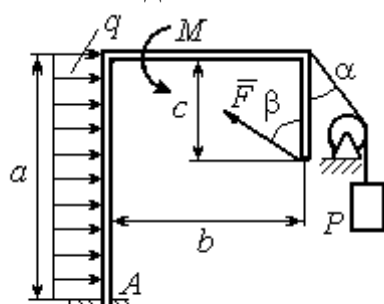
Задача 2



Вес шара P . Найти реакцию
шарниров A, B , давление шара на балку
и стенку, реакцию опоры балки
в точке C и уравновешивающую силу Q

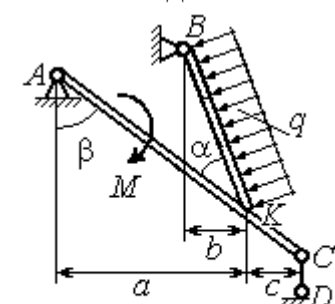
Варианты № 5, 15, 25

Задача 1



Найти реакцию жесткой заделки
в точке A

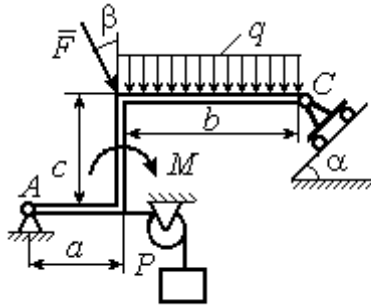
Задача 2



Найти реакцию шарниров A, B ,
реакцию стержня CD
и реакцию опоры в точке K

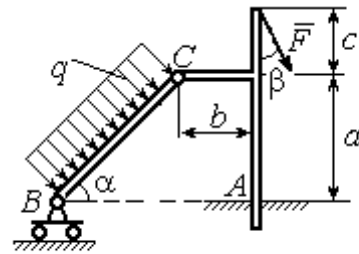
Варианты № 6, 16, 26

Задача 1



Найти реакции шарниров A и C

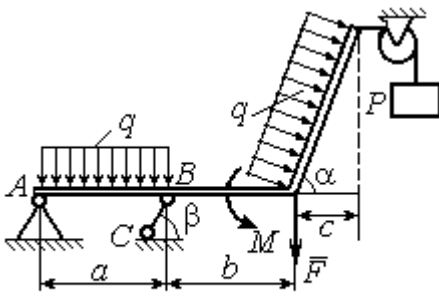
Задача 2



Найти реакцию жесткой заделки в точке A и реакции шарниров B и C

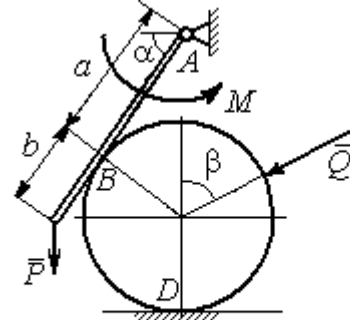
Варианты № 7, 17, 27

Задача 1



Найти реакцию стержня BC и реакцию шарнира A

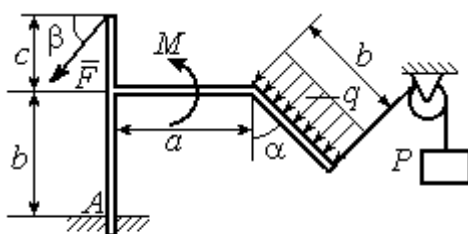
Задача 2



Найти реакцию шарнира A , давление балки на шар, реакцию опоры шара в точке D и уравновешивающую силу Q

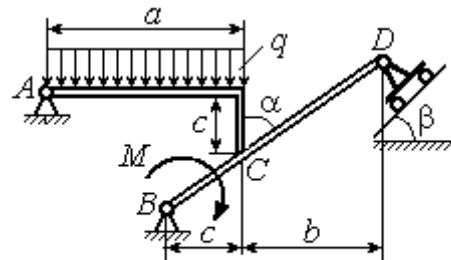
Варианты № 8, 18, 28

Задача 1



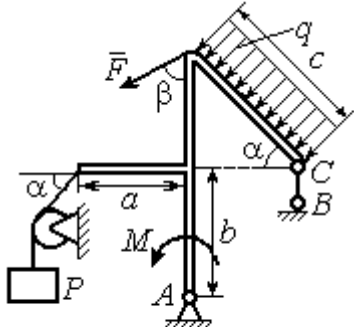
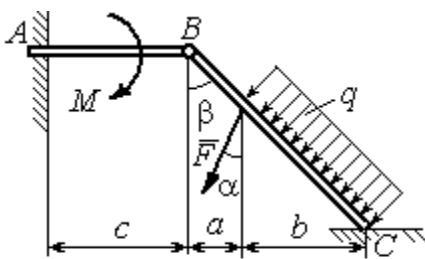
Найти реакцию жесткой заделки в точке A

Задача 2

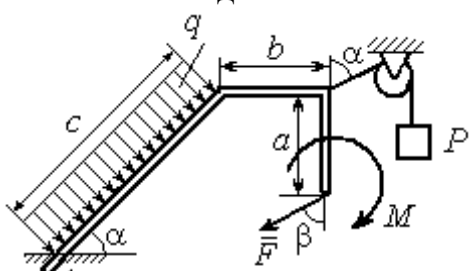
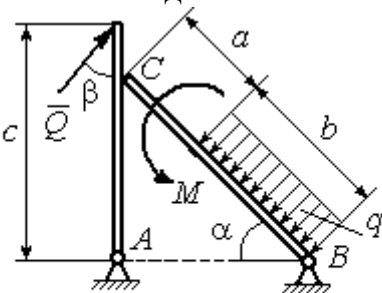


Найти реакцию шарниров A, B и D и реакцию опоры в точке C

Варианты № 9, 19, 29

Задача 1	Задача 2
 Найти реакцию стержня BC и реакцию шарнира A	 Найти реакцию жесткой заделки в точке A, реакцию шарнира B и реакцию опоры в точке C

Варианты № 10, 20, 30

Задача 1	Задача 2
 Найти реакцию жесткой заделки в точке A	 Найти реакцию шарниров A, B, реакцию опоры в точке C и уравновешивающую силу Q

Исходные данные задания С1. Равновесие произвольной плоской системы сил. Равновесие системы тел.

Номер варианта задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
P , кН	6	5	6	12	6	6	10	3	8	5	10	4	8	10	8
F , кН	12	6	10	5	12	8	6	5	6	2	12	8	12	6	10
q , кН/м	5	4	2	3	6	3	5	2	2	4	6	2	3	4	5
M , кН·м	12	8	6	8	12	5	12	8	4	6	8	12	10	6	10
α , град	45	60	30	60	30	30	45	60	30	30	45	30	60	45	60
β , град	60	30	45	30	60	90	60	60	30	45	30	45	30	60	30
a , м	3	4	3	4	3	4	3	4	1	2	2	3	2	3	4
b , м	3	3	4	3	2	4	3	3	2	3	3	3	4	3	2
c , м	4	2	2	2	3	2	2	1	5	4	4	2	1	2	2

Номер варианта задания	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
P , кН	10	8	10	6	4	6	12	10	5	6	8	6	8	4	6
F , кН	6	12	12	8	3	14	10	8	15	10	12	8	10	10	2
q , кН/м	5	3	4	3	2	3	2	5	4	2	3	4	5	2	4
M , кН·м	10	6	8	6	5	12	4	6	8	10	12	10	6	4	8
α , град	60	60	30	45	60	30	60	45	30	60	45	30	30	30	45
β , град	45	30	30	60	60	45	30	60	30	45	90	30	60	45	30
a , м	3	4	3	1	2	2	4	1	4	3	4	3	2	1	2
b , м	2	4	3	3	4	1	4	3	2	2	2	2	2	2	2
c , м	3	2	2	4	5	4	2	2	1	1	1	2	1	3	5

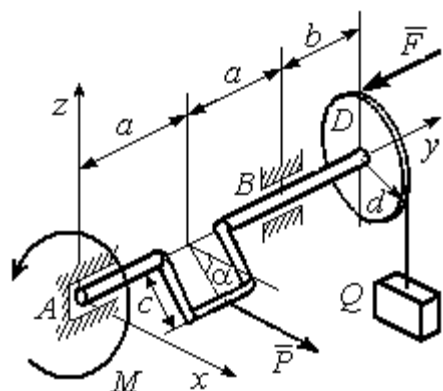
Задание С2. Равновесие пространственной системы сил

В заданиях рассматривается равновесие однородной плиты или вала (прямого или с «ломаной» осью) с насаженным на него шкивом.

Вал закреплен подпятником и подшипником и удерживается в равновесии. На вал действуют сила $\vec{F}$, пара сил с моментом M и сила $\vec{P}$. На шкив вала намотана нить, к свободному концу которой, перекинутому через невесомый блок, подвешен груз весом Q . Для вала определить реакции подшипника и подпятника и величину уравнивающей силы Q (или момента M).

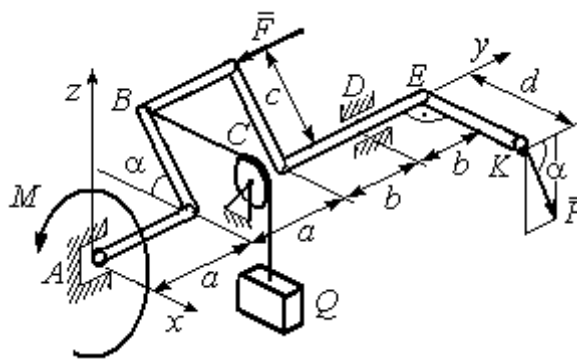
Плита весом P закреплена пространственным шарниром, подшипником и удерживается в заданном положении невесомым стержнем. На плиту действуют силы $\vec{F}$, $\vec{Q}$ и пара сил с моментом M . Для плиты найти реакции сферического и цилиндрического шарниров и реакцию стержня.

Варианты № 1, 11, 21



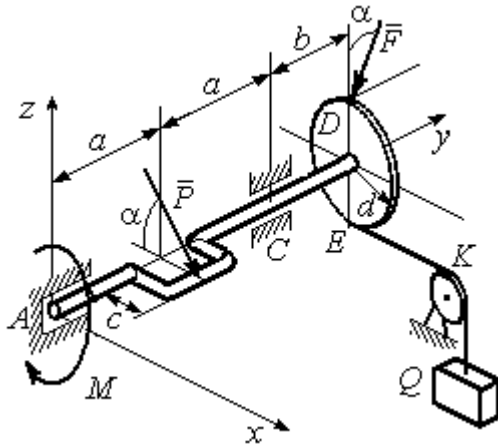
Сила $\vec{F}$ параллельна оси Ay ; сила $\vec{P}$ параллельна оси Ax ; нить, удерживающая груз, сходит со шкива вертикально. Найти реакции подпятника и подшипника в точках A и B и величину уравнивающего груза Q .

Варианты № 2, 12, 22



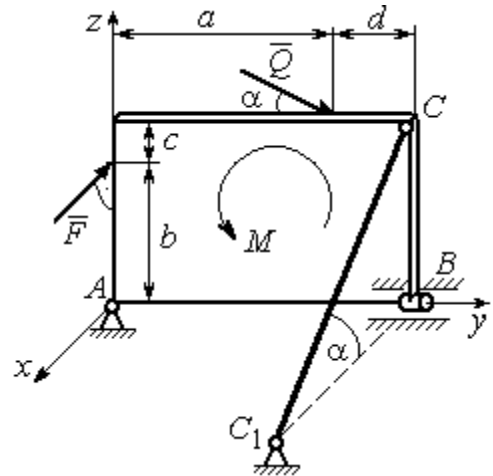
Сила $\vec{F}$ параллельна оси Ay ; сила $\vec{P}$ лежит в плоскости, параллельной zAy ; отрезок нити BC параллелен оси Ax ; рукоятка вала EK параллельна оси Ax . Найти реакции подпятника и подшипника в точках A и D и величину уравнивающего момента M .

Варианты № 3, 13, 23



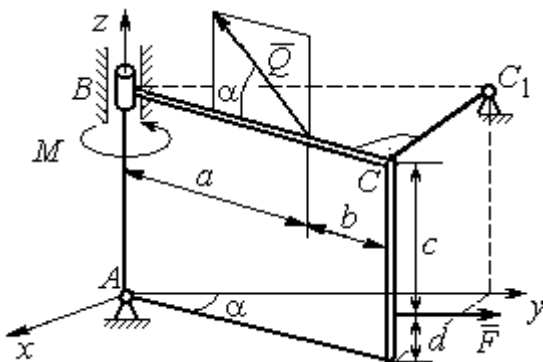
Сила $\vec{F}$, лежит в плоскости zAy ; сила $\vec{P}$ лежит в плоскости, параллельной zAx , отрезок нити EK параллелен оси Ax .
Найти реакции подпятника и подшипника в точках A и C , а также величину уравновешивающего груза Q

Варианты № 4, 14, 24



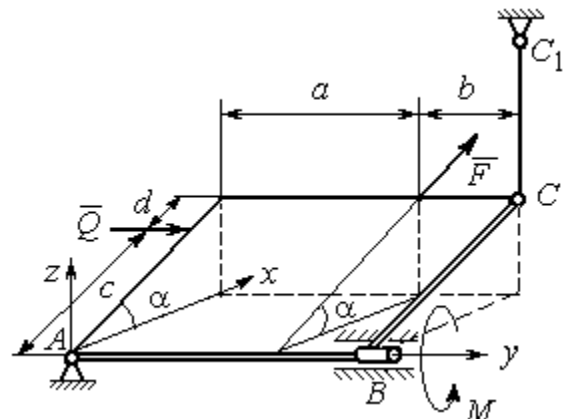
Плита весом P расположена в плоскости zAy ; пара сил с моментом M действует в плоскости плиты; стержень CC_1 расположен в плоскости, параллельной zAx ; сила $\vec{Q}$ действует в плоскости плиты; сила $\vec{F}$ перпендикулярна плоскости плиты.
Найти реакции сферического и цилиндрического шарниров в точках A и B и реакцию стержня CC_1

Варианты № 5, 15, 25

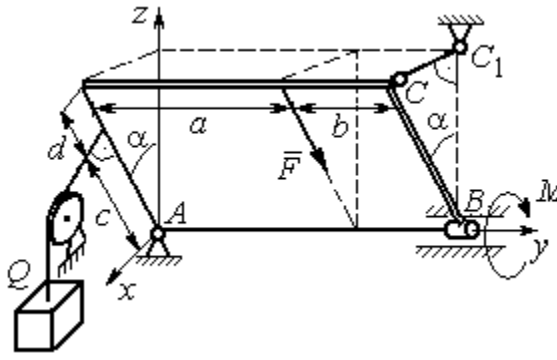
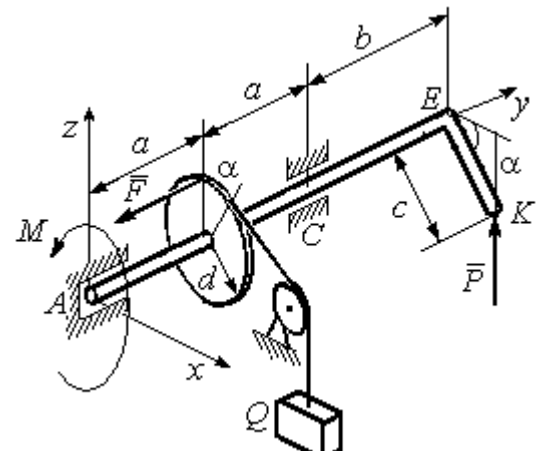
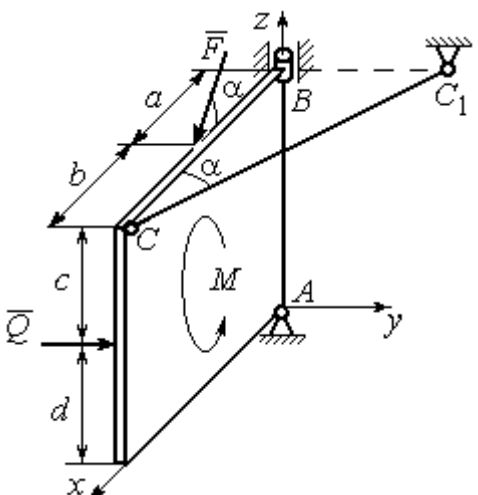
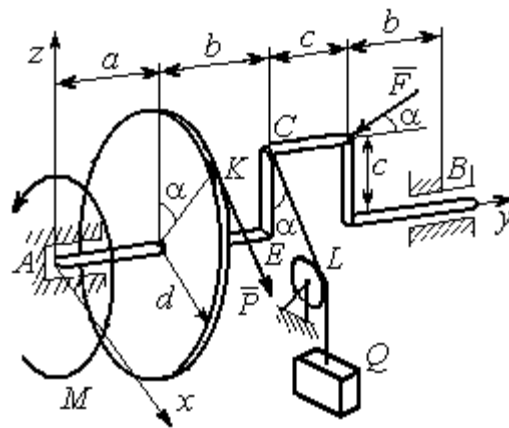


Плита весом P отклонена на угол α от вертикальной плоскости zAy ; сила $\vec{Q}$ лежит в плоскости плиты; сила $\vec{F}$ параллельна оси Ay ; стержень CC_1 перпендикулярен плоскости плиты.
Найти реакции сферического и цилиндрического шарниров в точках A и B и реакцию стержня CC_1

Варианты № 6, 16, 26



Плита весом P отклонена на угол α от горизонтальной плоскости xAy ; сила $\vec{Q}$ перпендикулярна боковой стенке плиты и параллельна оси Ay ; сила $\vec{F}$ расположена в плоскости плиты и параллельна её боковым стенкам; стержень CC_1 параллелен оси Az .
Найти реакции сферического и цилиндрического шарниров в точках A и B и реакцию стержня CC_1

Варианты № 7, 17, 27	Варианты № 8, 18, 28
 Плита весом P отклонена на угол α от вертикальной плоскости zAy; нить, удерживающая груз Q, находится в плоскости zAx, прикреплена к боковой стенке плиты и перпендикулярна ей; сила $\bar{F}$ параллельна боковым стенкам плиты; стержень CC_1 перпендикулярен плоскости zAy. Найти реакции сферического и цилиндрического шарниров в точках A и B и реакцию стержня CC_1.	 Рукоять EK перпендикулярна оси вала и наклонена под углом α к горизонтальной плоскости xAy; сила $\bar{P}$ параллельна оси Az; сила $\bar{F}$ параллельна оси Ay; нить, удерживающая груз Q, сходит со шкива по касательной. Найти реакции подпятника A, подшипника C, и величину уравновешивающего груза Q.
 Плита весом P находится в вертикальной плоскости zAx; стержень CC_1 расположен в плоскости, параллельной xAy; пара сил с моментом M действует в плоскости плиты; сила $\bar{Q}$ перпендикулярна плоскости плиты; сила $\bar{F}$ лежит в плоскости плиты. Найти реакции сферического и цилиндрического шарниров в точках A и B и реакцию стержня CC_1.	 Сила $\bar{F}$ находится в плоскости zAy; стойка CE находится в плоскости zAy; отрезок CL нити, удерживающей груз, находится в плоскости параллельной xAz; сила $\bar{P}$ находится в плоскости шкива и направлена по касательной к ободу в точке K. Найти реакции подпятника A, подшипника B и величину уравновешивающего момента M.

Исходные данные для задания С2.

Равновесие пространственной системы сил

Номер варианта задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
P , кН	5	4	6	10	16	15	12	10	15	14
F , кН	8	6	12	6	10	10	8	12	12	10
Q , кН	—	12	—	12	8	12	10	—	10	12
M , кН·м	12	—	10	8	12	6	8	6	8	—
α , град	60	30	30	30	60	60	60	30	30	60
a , м	1,2	0,8	1,4	0,6	1,2	0,9	1,4	0,4	0,8	0,8
b , м	1,0	0,6	1,1	0,4	0,8	0,4	0,6	1,2	0,2	0,6
c , м	0,8	0,5	0,8	0,3	1,4	0,8	1,2	0,8	0,4	0,4
d , м	0,4	0,4	0,6	0,2	0,4	0,2	0,4	0,6	0,6	0,6

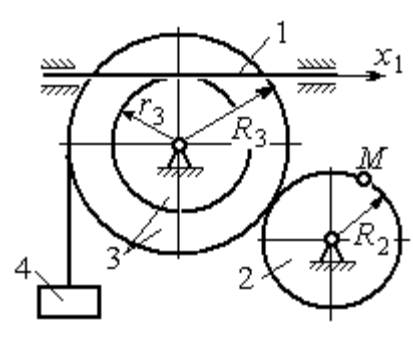
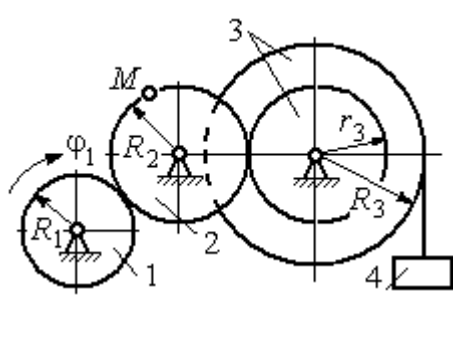
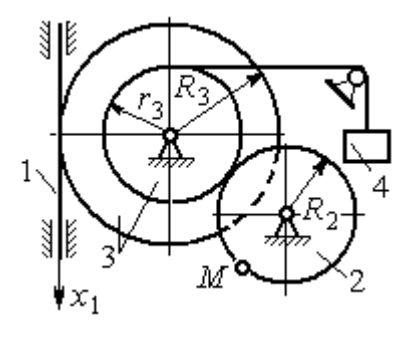
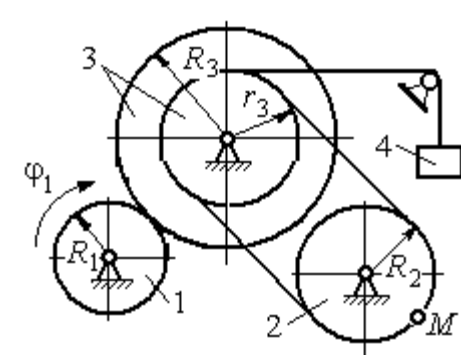
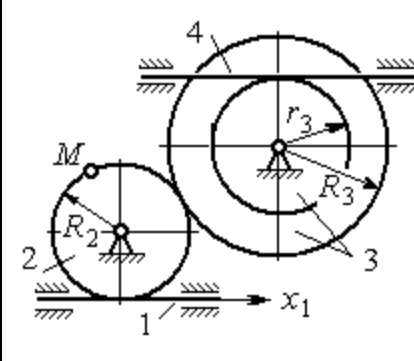
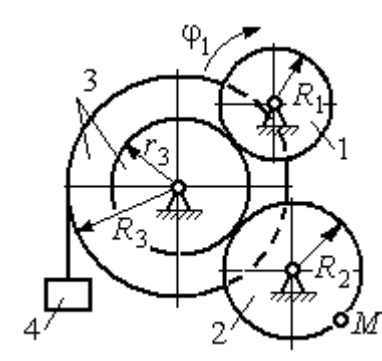
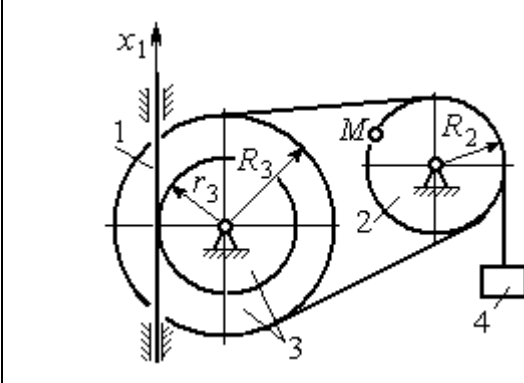
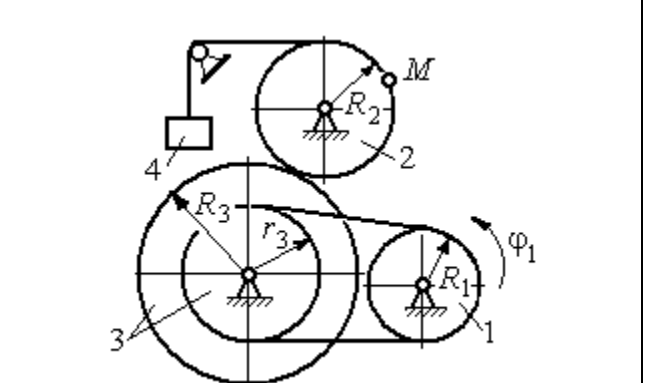
Номер варианта задания	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
P , кН	8	10	10	15	14	10	16	9	10	12
F , кН	6	12	16	8	12	14	10	15	8	10
Q , кН	—	14	—	10	10	12	14	—	12	14
M , кН·м	10	—	12	12	12	8	10	10	10	—
α , град	30	60	60	60	30	30	30	60	60	30
a , м	0,8	1,3	0,9	0,5	1,3	1,2	1,6	0,6	0,9	1,2
b , м	0,6	1,1	0,6	0,4	0,9	0,6	0,8	1,2	0,3	0,8
c , м	0,4	0,8	0,5	0,2	1,5	0,9	1,2	0,4	0,6	0,6
d , м	0,2	0,4	0,4	0,1	0,5	0,4	0,6	0,2	0,2	0,8

Номер варианта задания	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
P , кН	10	12	5	8	10	14	18	12	14	10
F , кН	12	8	15	10	12	8	10	15	9	8
Q , кН	—	10	—	12	14	10	16	—	12	6
M , кН·м	12	—	16	14	8	10	8	12	10	—
α , град	90	30	60	30	45	30	30	60	60	30
a , м	0,6	0,8	1,1	1,2	1,5	0,8	1,0	0,8	1,2	0,9
b , м	0,8	0,6	0,9	1,0	0,9	0,6	0,8	1,4	0,6	0,4
c , м	0,4	1,2	0,8	0,6	1,5	0,9	1,1	0,5	0,8	0,6
d , м	0,4	1,5	0,5	0,2	0,4	0,3	0,3	0,4	0,6	0,5

Задание К1. Определение скоростей и ускорений точек твердого тела при поступательном и вращательном движениях

По заданному движению одного из звеньев механизма $x_1 = x_1(t)$ (варианты 1, 3, 5, 7, 9) или $\varphi_1 = \varphi_1(t)$ (варианты 2, 4, 6, 8, 10) найти в момент времени t_1 скорость, касательное, нормальное и полное ускорения точки M звена механизма, совершающего враща-

тельное движение, а также скорость и ускорение звена 4, совершающего поступательное движение.

Варианты № 1, 11, 21	Варианты № 2, 12, 22	Варианты № 3, 13, 23
		
Варианты № 4, 14, 24	Варианты № 5, 15, 25	Варианты № 6, 16, 26
		
Варианты № 7, 17, 27	Варианты № 8, 18, 28	
		

Варианты № 9, 19, 29	Варианты № 10, 20, 30

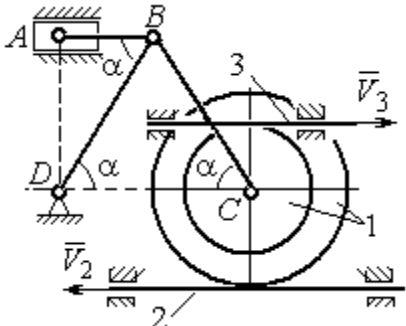
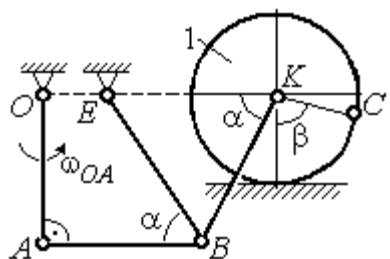
Исходные данные вариантов задания К1. Определение скоростей и ускорений точек при поступательном и вращательном движениях твёрдого тела

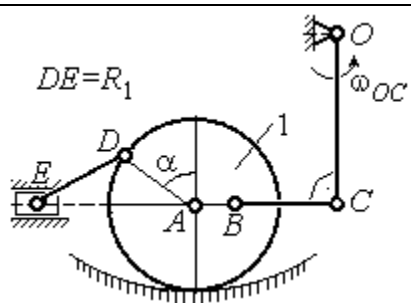
Номер варианта задания	R_1 , см	R_2 , см	R_3 , см	r_3 , см	$x_1(t)$, см $\varphi_1(t)$, рад	t_1 , с
1	—	40	45	35	$x_1(t) = (3t - 1)^2$	2
2	10	20	38	18	$\varphi_1(t) = t^2 + 6\cos(\pi t/6)$	3
3	—	30	42	18	$x_1(t) = 5t^2 - 2\cos(\pi t/2)$	1
4	15	30	45	20	$\varphi_1(t) = 5t^2 + \cos(\pi t/2)$	2
5	—	30	40	20	$x_1(t) = 6t - \cos(\pi t/3)$	3
6	10	20	30	10	$\varphi_1(t) = t^3 - \cos(\pi t/2)$	1
7	—	30	40	30	$x_1(t) = 2\sin(\pi t/2) + \cos(\pi t/2)$	2
8	8	10	30	25	$\varphi_1(t) = 5t + \cos(\pi t/2)$	2
9	—	18	30	18	$x_1(t) = 5t + \cos(\pi t/3)$	3
10	15	30	50	20	$\varphi_1(t) = 2t^2 + \sin(\pi t/4)$	2
11	—	30	40	25	$x_1(t) = (t^2 - 3t)$	2
12	12	20	40	28	$\varphi_1(t) = 3t^2 + 6\sin(\pi t/6)$	3
13	—	25	60	42	$x_1(t) = 2t^2 + \cos(\pi t/2)$	1
14	10	30	45	30	$\varphi_1(t) = 3t^2 + 2\cos(\pi t/2)$	2
15	—	20	30	20	$x_1(t) = 3t^2 - \cos(\pi t/3)$	3
16	12	18	40	20	$\varphi_1(t) = 2t^3 + \cos(\pi t/2)$	1
17	—	20	35	15	$x_1(t) = 2\sin(\pi t/2) - \cos(\pi t/2)$	2
18	15	18	40	25	$\varphi_1(t) = 5t + \cos(\pi t/2)$	1

Номер варианта задания	$R_1, \text{см}$	$R_2, \text{см}$	$R_3, \text{см}$	$r_3, \text{см}$	$x_1(t), \text{см}$ $\varphi_1(t), \text{рад}$	$t_1, \text{с}$
19	—	22	50	18	$x_1(t) = t^2 + \cos(\pi t/3)$	3
20	10	20	45	10	$\varphi_1(t) = 2t^2 + \sin(\pi t/4)$	4
21	—	20	40	20	$x_1(t) = t + (3t - 4)^2$	2
22	8	18	42	18	$\varphi_1(t) = 2t^2 + 12\cos(\pi t/6)$	3
23	—	45	60	40	$x_1(t) = 4t^2 + \sin(\pi t/2)$	1
24	5	15	30	20	$\varphi_1(t) = 2t^2 + 4\cos(\pi t/2)$	2
25	—	15	35	25	$x_1(t) = 2t^2 + \cos(\pi t/3)$	3
26	18	20	35	20	$\varphi_1(t) = 2t^3 + \sin(\pi t/2)$	1
27	—	15	35	15	$x_1(t) = 2\sin(\pi t/2) - \cos(\pi t/2)$	1
28	10	12	40	25	$\varphi_1(t) = 2t^2 + \cos(\pi t/2)$	1
29	—	35	50	10	$x_1(t) = t^3 - \cos(\pi t/2)$	1
30	10	20	40	10	$\varphi_1(t) = 2t^2 + \cos(\pi t/4)$	4

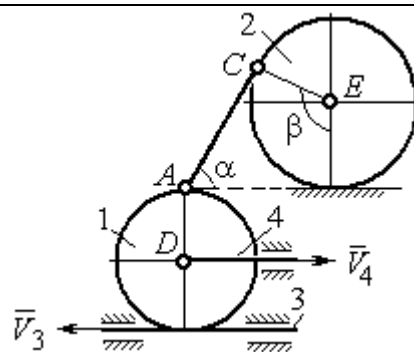
Задание К2. Определение скоростей точек твёрдого тела при плоскопараллельном движении

Для заданного положения плоского механизма определить скорости точек и угловые скорости звеньев механизма.

Варианты № 1, 11, 21							Варианты № 2, 12, 22						
 Найти: $V_A, V_B, V_C, \omega_{AB}, \omega_{BC}, \omega_1, \omega_{BD}$							 Найти: $V_A, V_B, V_K, \omega_1, \omega_{AB}, \omega_{OA}, \omega_{BE}, \omega_{BK}$						
Номер вари- анта задания	$R_1,$ см	$r_1,$ см	$AD,$ см	$\alpha,$ град	$V_2,$ см/с	$V_3,$ см/с	Номер вари- анта задания	$R_1,$ см	$OA,$ см	$OE,$ см	$\alpha,$ град	$\beta,$ град	$V_C,$ см/с
1	10	5	20	30	8	10	2	3	5	4	30	60	10
11	12	8	25	45	10	4	12	4	8	6	45	90	8
21	10	6	15	60	5	5	22	5	12	2	60	120	12
Варианты № 3, 13, 23							Варианты № 4, 14, 24						



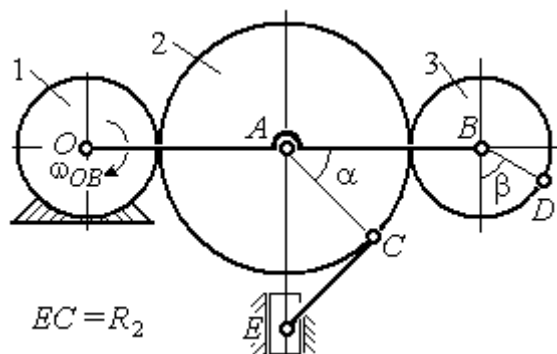
Найти: $V_A, V_B, V_C, V_D, V_E,$
 $\omega_{BC}, \omega_1, \omega_{DE}$



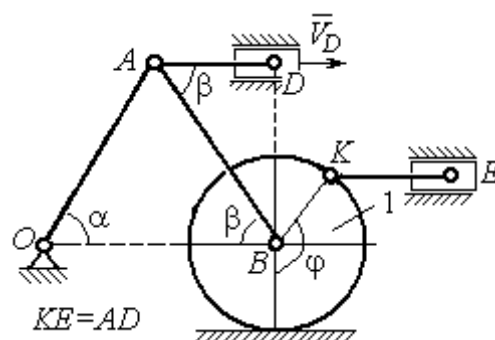
Найти: $V_A, V_C, V_E,$
 $\omega_1, \omega_2, \omega_{AC}$

Номер вари- анта задания	$R_1,$ см	$OC,$ см	$AB,$ см	$BC,$ см	$\alpha,$ град	$\omega_{OC},$ рад/с	Номер вари- анта задания	$R_1,$ см	$R_2,$ см	$\alpha,$ град	$\beta,$ град	$V_3,$ см/с	$V_4,$ см/с
3	12	18	10	35	60	4	4	10	15	30	60	8	4
13	10	15	10	25	90	8	14	6	10	45	90	4	6
23	15	20	5	20	120	6	24	10	12	60	120	3	3

Варианты № 5, 15, 25

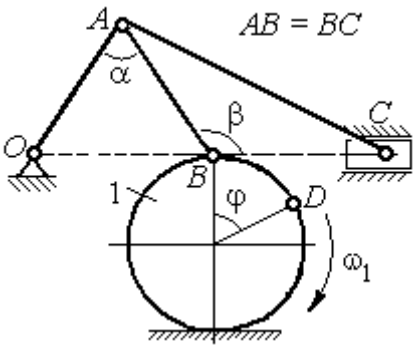
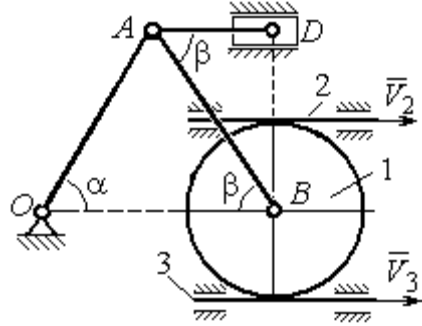
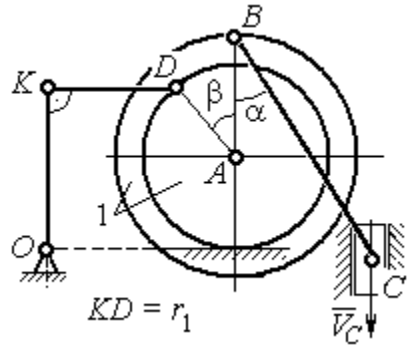
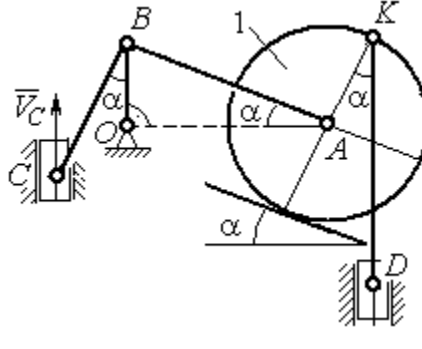


Найти: $V_A, V_B, V_C, V_D, V_E, \omega_2, \omega_3, \omega_{EC}$



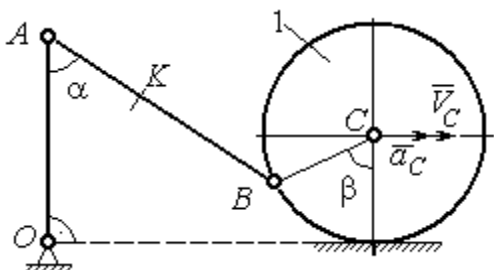
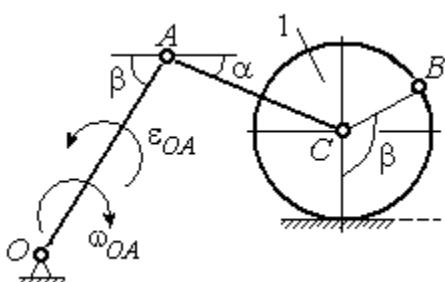
Найти: $V_A, V_B, V_K, V_E,$
 $\omega_1, \omega_{OA}, \omega_{AB}, \omega_{AD}, \omega_{KE}$

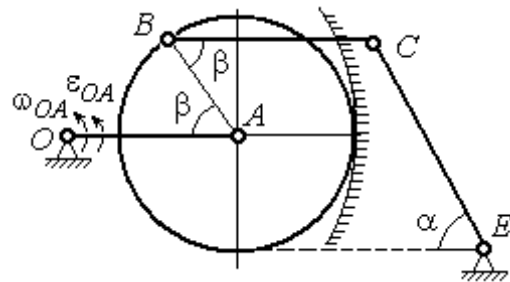
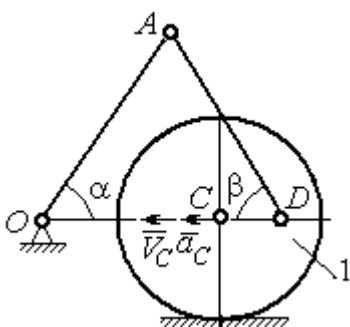
Номер вари- анта задания	$R_1,$ см	$R_2,$ см	$R_3,$ см	$\alpha,$ град	$\beta,$ град	$\omega_{OB},$ рад/с	Номер вари- анта задания	$R_1,$ см	$OA,$ см	$\alpha,$ град	$\beta,$ град	$\phi,$ град	$V_D,$ см/с
5	10	20	12	60	0	6	6	10	20	30	60	60	12
15	6	18	10	90	90	8	16	12	26	30	30	90	8
25	20	25	15	120	180	4	26	15	30	60	60	120	15

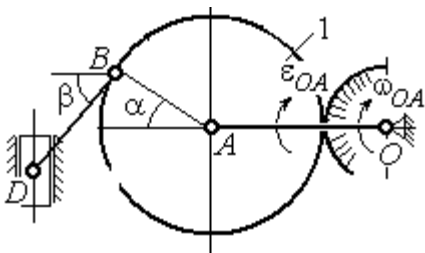
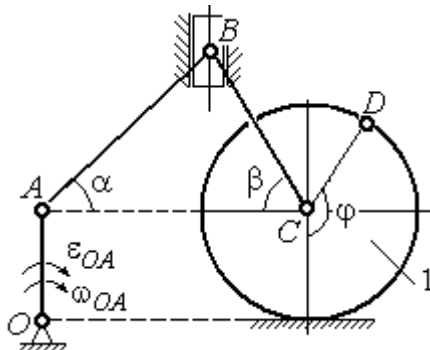
Варианты № 7, 17, 27							Варианты № 8, 18, 29						
 Найти: $V_A, V_B, V_C, \omega_1, \omega_{OA}, \omega_{AB}, \omega_{AC}$							 Найти: $V_A, V_B, V_D, \omega_1, \omega_{OA}, \omega_{AB}, \omega_{AD}$						
Номер вари- анта задания	R_1 , см	AB , см	α , град	β , град	φ , град	V_D , см/с	Номер вари- анта задания	R_1 , см	OA , см	α , град	β , град	V_2 , см/с	V_3 , см/с
7	10	20	30	60	60	12	8	10	20	30	60	12	4
17	12	25	60	120	90	16	18	12	26	30	30	8	2
27	8	16	30	60	120	10	28	15	30	60	60	6	3
Варианты № 9, 19, 29							Варианты № 10, 20, 30						
 Найти: $\omega_{OK}, \omega_{KD}, \omega_{BC}, \omega_1, V_A, V_B, V_K, V_D$							 Найти: $V_A, V_B, V_D, V_K, \omega_{CB}, \omega_1, \omega_{OB}, \omega_{AB}, \omega_{KD}$						
Номер вари- анта задания	R_1 , см	r_1 , см	α , град	β , град	BC , см	V_C , см/с	Номер вари- анта задания	R_1 , см	CB , см	OB , см	KD , см	α , град	V_C , см/с
9	20	12	45	60	60	8	10	10	20	30	60	30	4
19	24	16	60	90	50	4	20	12	26	30	50	45	2
29	16	10	30	120	40	6	30	15	30	60	60	60	3

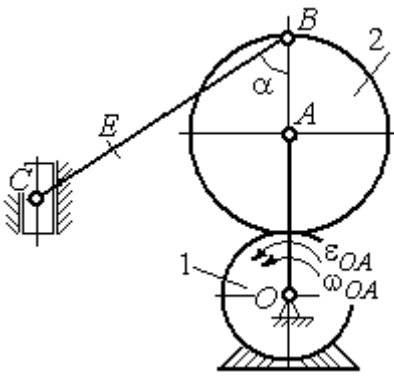
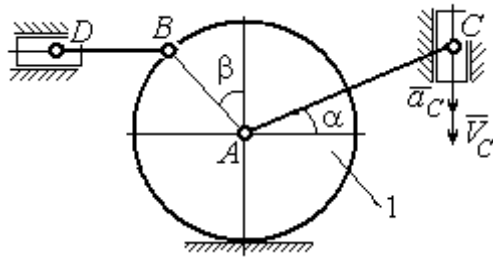
Задание К3. Определение ускорений точек твёрдого тела при плоскопараллельном движении

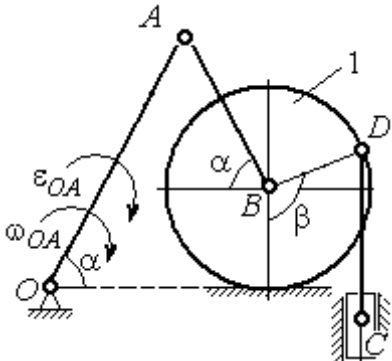
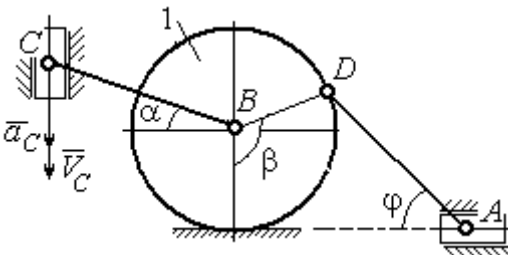
Для заданного положения плоского механизма определить ускорения точек звеньев механизма и угловые ускорения звеньев.

Варианты № 1, 11, 21								Варианты № 2, 12, 22							
 Найти: $a_A, a_K, \varepsilon_{AB}$								 Найти: $a_C, a_B, \varepsilon_{AC}$							
Номер вари- анта задания	AB, см	AK, см	α , град	β , град	R_1 , см	V_C , см/с	a_C , см/с ²	Номер вари- анта задания	R_1 , см	OA, см	AC, см	α , град	β , град	ω_{OA} , рад/с	ε_{OA} , рад/с ²
1	16	10	60	120	10	12	6	2	5	10	12	30	60	2	4
11	20	16	30	60	8	10	8	12	8	24	20	30	120	1	2
21	18	10	60	180	6	8	4	22	6	12	15	60	90	2	3

Варианты № 3, 13, 23								Варианты № 4, 14, 24							
 Найти: $a_C, a_B, \varepsilon_{BC}$								 Найти: $a_A, a_D, \varepsilon_{DA}$							
Номер вари- анта задания	BC, см	AO, см	α , град	β , град	R_1 , см	ω_{OA} , рад/с	ε_{OA} , рад/с ²	Номер вари- анта задания	R_1 , см	OA, см	DC, см	α , град	β , град	V_C , см/с	a_C , см/с ²
3	16	15	60	90	10	2	3	4	10	28	5,78	60	30	10	2
13	18	12	90	60	8	3	2	14	8	24	4,62	30	90	8	3
23	14	12	30	120	10	2	4	24	6	20	6	45	45	12	2

Варианты № 5, 15, 25								Варианты № 6, 16, 26							
 Найти: a_D, a_B, ϵ_{BD}								 Найти: a_B, a_D, ϵ_{BC}							
Номер вари- анта задания	OA , см	BD , см	α , град	β , град	R_1 , см	ω_{OA} , рад/с	ϵ_{OA} , рад/с ²	Номер вари- анта задания	R_1 , см	AB , см	φ , град	α , град	β , град	ω_{OA} , рад/с	ϵ_{OA} , рад/с ²
5	16	10	60	30	10	4	3	6	6	18	60	30	30	2	3
15	18	8	90	45	12	2	4	16	8	20	90	60	30	2	4
25	14	12	30	60	8	3	2	26	5	16	120	30	60	3	4

Варианты № 7, 17, 27								Варианты № 8, 18, 28							
 Найти: a_E, a_C, ϵ_{BC}								 Найти: a_D, a_B, ϵ_{BD}							
Номер вари- анта задания	BC , см	BE , см	α , град	R_1 , см	R_2 , см	ω_{OA} , рад/с	ϵ_{OA} , рад/с ²	Номер вари- анта задания	R_1 , см	BD , см	AC , см	α , град	β , град	V_C , см/с	a_C , см/с ²
7	22	10	60	2	10	2	3	8	4	5	12	60	60	12	5
17	28	15	30	3	6	3	4	18	6	10	16	45	90	10	8
27	20	8	45	4	8	2	2	28	8	8	16	30	120	8	6

Варианты № 9, 19, 29								Варианты № 10, 20, 30							
 Найти: $a_C, a_B, \varepsilon_{AB}$								 Найти: $a_A, a_B, \varepsilon_{CB}$							
Номер вари- анта задания	OA , см	DC , см	α , град	β , град	R_1 , см	ω_{OA} , рад/с	ε_{OA} , рад/с ²	Номер вари- анта задания	R_1 , см	BC , см	φ , град	α , град	β , град	V_C , см/с	a_C , см/с ²
9	18	10	30	120	4	2	3	10	6	14	60	30	120	15	3
19	20	12	60	60	6	3	4	20	5	18	45	60	90	10	5
29	18	8	60	90	4	2	3	30	4	16	30	45	60	12	4

Задание К4. Определение скорости и ускорения точки при сложном движении

Задание включает две задачи с вращательным и поступательным видами переносного движения точки.

Задача 1. Вращение тела относительно неподвижной оси задается законом изменения угла поворота: $\varphi_e = \varphi_e(t)$ или законом изменения его угловой скорости: $\omega_e = \omega_e(t)$. Движение точки относительно тела отсчитывается от её начального положения в точке C и задается законом изменения длины дуги окружности или отрезка прямой линии: $CM = S_r = S_r(t)$.

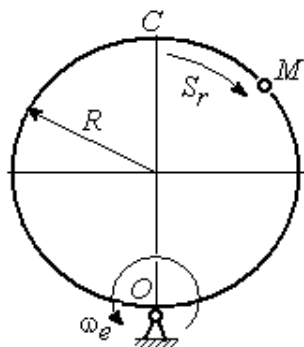
Определить абсолютные скорость и ускорение точки в заданный момент времени t_1 .

Задача 2. Поступательное движение тела, несущего точку, задается законом изменения координаты $x_e = x_e(t)$. Движение точки относительно тела отсчитывается от её начального положения в точке C и задается законом изменения длины дуги окружности или отрезка прямой линии: $CM = y_r = y_r(t)$.

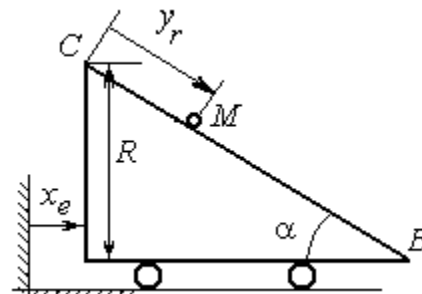
Определить абсолютные скорость и ускорение точки в момент времени t_2 , который либо задаётся в исходных данных задачи, либо на схеме описаны условия, из которых он находится.

Варианты № 1, 11, 21

Задача 1



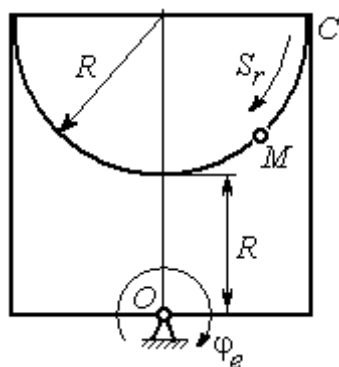
Задача 2



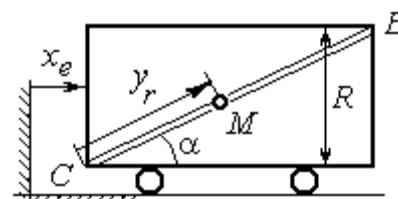
В момент $t = t_2$ точка M прошла половину пути CB

Варианты № 2, 12, 22

Задача 1



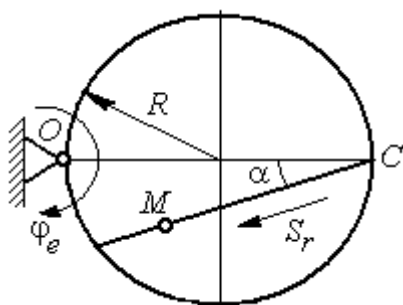
Задача 2



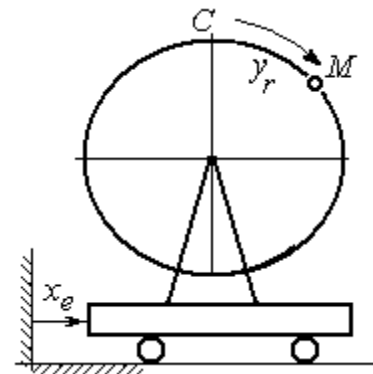
В момент $t = t_2$ точка M прошла $2/3$ пути CB

Варианты № 3, 13, 23

Задача 1

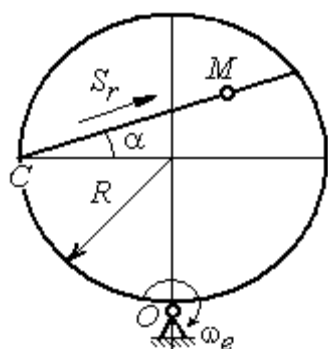


Задача 2

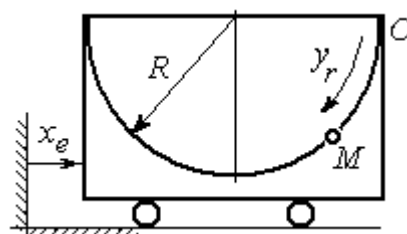


Варианты № 4, 14, 24

Задача 1

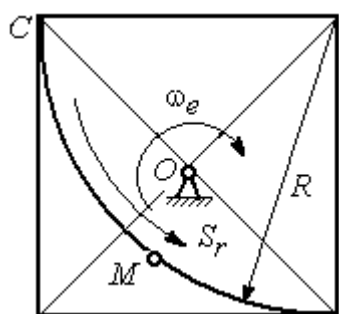


Задача 2

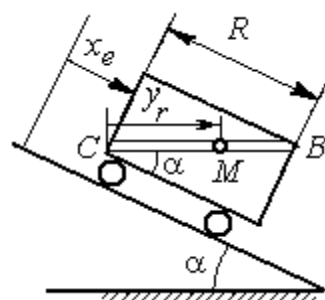


Варианты № 5, 15, 25

Задача 1



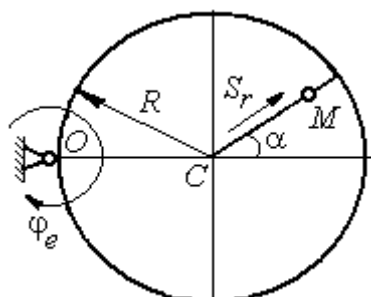
Задача 2



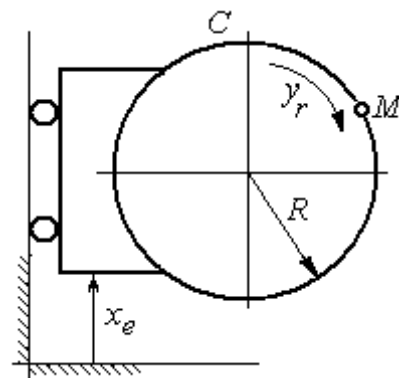
В момент $t = t_2$ точка M прошла путь CB

Варианты № 6, 16, 26

Задача 1

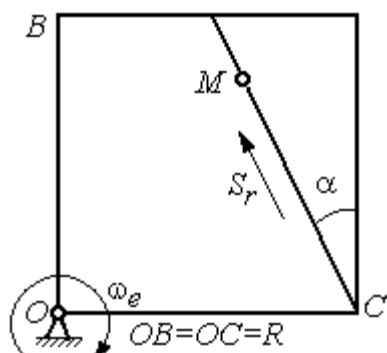


Задача 2

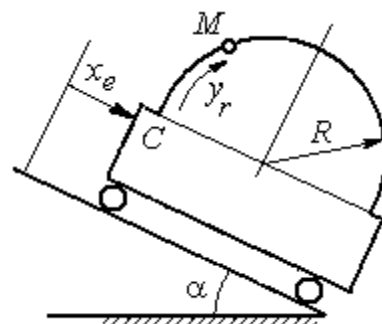


Варианты № 7, 17, 27

Задача 1

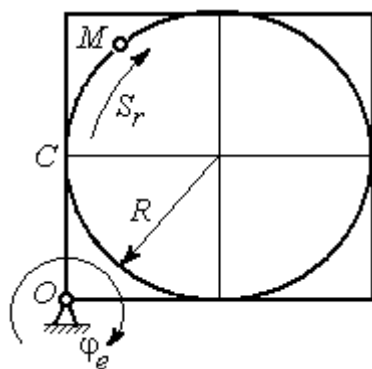


Задача 2

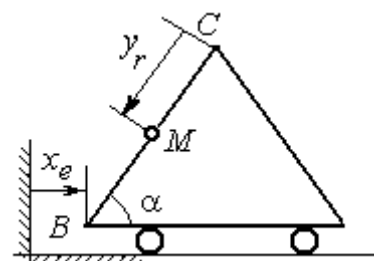


Варианты № 8, 18, 28

Задача 1



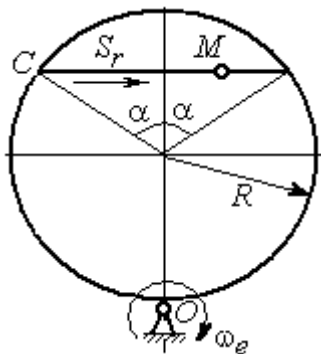
Задача 2



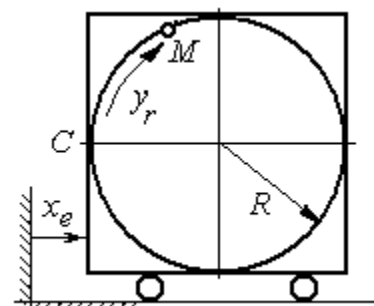
В момент $t = t_2$ точка M прошла половину пути $CB = R$

Варианты № 9, 19, 29

Задача 1

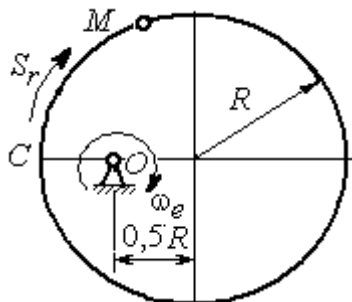


Задача 2

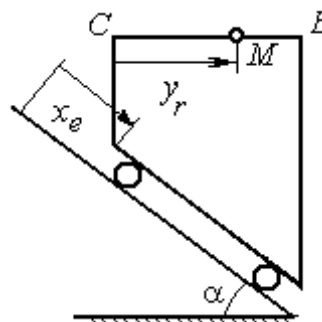


Варианты № 10, 20, 30

Задача 1



Задача 2



В момент $t = t_2$ точка M прошла половину пути $CB = R$

Исходные данные для заданий по сложному движению точки

Номер варианта задания	Номер задачи	R , см	α , град	$\overset{\sim}{CM} = S_r(t)$, см $\overset{\sim}{CM} = y_r(t)$, см	$\varphi_e(t)$, рад; $\omega_e(t)$, рад/с $x_e(t)$, см	t_1 , с t_2 , с
1	1	3	—	$S_r = 2\pi \sin(\pi t/6)$	$\omega_e = 4t^2$	1
	2	4	30	$y_r = 4t^2$	$x_e = 2\cos(\pi t/6)$	—
2	1	2	—	$S_r = 4\pi \sin^2(\pi t/6)$	$\varphi_e = 6\cos(\pi t/3)$	1
	2	3	60	$y_r = t^2 + t$	$x_e = 1 + \cos(\pi t)$	—
3	1	4	30	$S_r = 2\sqrt{3}[t + \sin(\pi t/2)]$	$\varphi_e = 4t - t^2$	1
	2	6	—	$y_r = \pi[2t + \sin \pi t]$	$x_e = 5t - t^2$	1
4	1	4	60	$S_r = 2(t^3 + t)$	$\omega_e = 6\cos(\pi t/6)$	1
	2	3	—	$y_r = \pi[2t + \cos(\pi t/2)]$	$x_e = t^3 - 4t$	1
5	1	6	—	$S_r = 4\pi \sin^2(\pi t/6)$	$\omega_e = 6\cos(\pi t/3)$	1
	2	2	30	$y_r = t^2 + 2t$	$x_e = t^2 - 4t$	—
6	1	6	60	$S_r = t + 10\sin(\pi t/6)$	$\varphi_e = 2t^2 - 5t$	1
	2	3	—	$y_r = 4\pi \sin(\pi t/6)$	$x_e = [1 - \cos(\pi t/4)]$	1
7	1	8	30	$S_r = 2(t^3 + 3t)$	$\omega_e = 6\cos(\pi t/6)$	1
	2	4	30	$y_r = 2\pi t^2$	$x_e = t^3 - 5t$	1
8	1	8	—	$S_r = 2\pi[t^2 + \sin \pi t]$	$\varphi_e = t^2 - 5t$	2
	2	6	30	$y_r = t(t + 1)$	$x_e = \cos \pi t$	—

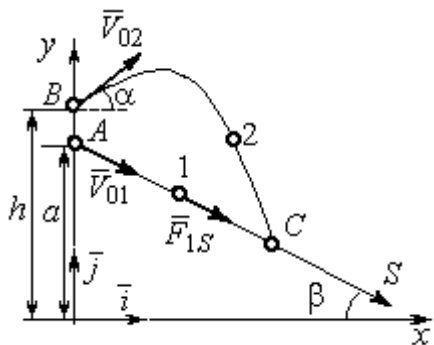
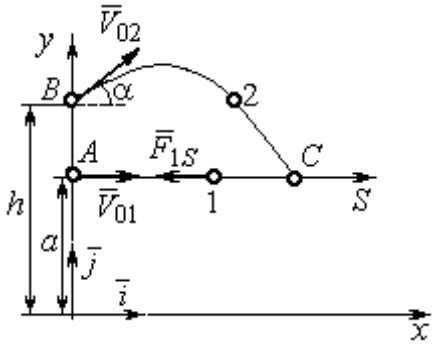
Номер варианта задания	Номер задачи	R , см	α , град	$\tilde{CM} = S_r(t)$, см $\tilde{CM} = y_r(t)$, см	$\varphi_e(t)$, рад; $\omega_e(t)$, рад/с $x_e(t)$, см	t_1 , с t_2 , с
9	1	8	30	$S_r = 2t^2$	$\omega_e = \cos(\pi t/8)$	2
	2	3	–	$y_r = 4\pi \sin^2(\pi t/4)$	$x_e = (3 - 2t)^2$	1
10	1	6	–	$S_r = \pi(2t^3 + \sin \pi t)$	$\omega_e = 5t - 2t^3$	1
	2	4	30	$y_r = t^2 + 2t$	$x_e = 1 + \cos \pi t$	–
11	1	6	–	$S_r = 8\pi \sin(\pi t/12)$	$\omega_e = 2 + \cos(\pi t/4)$	2
	2	6	60	$y_r = 4\sin \pi t$	$x_e = t^2 - 2t$	–
12	1	18	–	$S_r = \pi(2t^2 + 2t)$	$\varphi_e(t) = 3t - t^2$	2
	2	6	30	$y_r = 2t^2 + t$	$x_e = 1 + \cos(\pi t)$	–
13	1	10	60	$S_r = t^3 + t$	$\varphi_e = 6\cos(\pi t/6)$	2
	2	6	–	$y_r = 6\pi \cos(\pi t/3)$	$x_e = t(t + 1)$	1
14	1	4	30	$S_r = 8\sqrt{3}\sin(\pi t/12)$	$\omega_e = (3 - 2t)^2$	2
	2	3	–	$y_r = 2\pi \sin(\pi t/6)$	$x_e = 2t^2 - 5t$	1
15	1	8	–	$S_r = 4\pi \sin^2(\pi t/4)$	$\omega_e = 2 + \cos(\pi t/4)$	1
	2	5	60	$y_r = 5t + t^2$	$x_e = \cos(\pi t/6)$	–
16	1	12	90	$S_r = 3[t + \sin(\pi t/2)]$	$\varphi_e = 2t - 3t^2$	1
	2	15	–	$y_r = \pi(4t + t^2)$	$x_e = 6\sin(\pi t/3)$	1
17	1	6	45	$S_r = 3\sqrt{2}[t^2 + 2\sin \pi t]$	$\omega_e(t) = 4t^2 - 6$	1
	2	6	60	$y_r = 8\pi \sin(\pi t/12)$	$x_e = \sqrt{2}\sin(\pi t/8)$	2
18	1	8	–	$S_r = 4\pi\sqrt{2}\sin(\pi t/8)$	$\varphi_e = 18t - 4t^2$	2
	2	8	60	$y_r = 3t + 2t^2$	$x_e = \sin \pi t$	–
19	1	8	60	$S_r = 2\sqrt{3}[t + \sin(\pi t/2)]$	$\omega_e = 5t - t^2$	1
	2	9	–	$y_r = 6\pi \cos(\pi t/3)$	$x_e = \cos(\pi t/6)$	1
20	1	4	–	$S_r = 4\pi \sin(\pi t/6)$	$\omega_e = 3t - 5$	1
	2	6	60	$y_r = 3t + 2t^2$	$x_e = \pi \sin \pi t$	–
21	1	3	–	$S_r = 4\pi\sqrt{2}\sin(\pi t/8)$	$\omega_e = 6t - 14$	2
	2	8	45	$y_r = (t^2 + 3t)$	$x_e = t + 2\sin \pi t$	–
22	1	4	–	$S_r = 2\pi(t^2 + 2t)$	$\varphi_e = 6\cos(\pi t/6)$	1
	2	9	60	$y_r = 8\sin \pi t$	$x_e = 5t - t^2$	–
	1	6	45	$S_r = 12\sin(\pi t/8)$	$\varphi_e = t^2 + \cos(\pi t/4)$	2

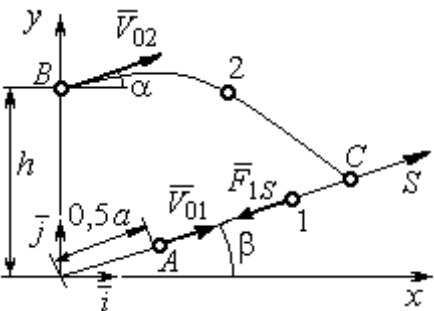
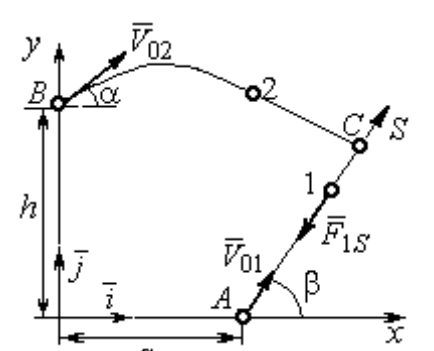
Номер варианта задания	Номер задачи	R , см	α , град	$\tilde{CM} = S_r(t)$, см $\tilde{CM} = y_r(t)$, см	$\varphi_e(t)$, рад; $\omega_e(t)$, рад/с $x_e(t)$, см	t_1 , с t_2 , с
23	2	6	—	$y_r = 6\pi[t + \sin(\pi t/6)]$	$x_e = 5t - t^2$	1
24	1	6	45	$S_r = 12\sin(\pi t/8)$	$\omega_e = t + 4\cos(\pi t/4)$	2
	2	6	—	$y_r = \pi(t^2 + 2t)$	$x_e = 6\cos(\pi t/6)$	1
25	1	6	—	$S_r = 2\pi t^2$	$\omega_e = 3\sin(\pi t/3)$	1
	2	4	45	$y_r = 2t(t + 3t)$	$x_e = 2(t^3 - 3t)$	—
26	1	6	120	$S_r = t^2 + t$	$\varphi_e = 12\cos(\pi t/12)$	2
	2	9	—	$y_r = \pi\sqrt{3}\sin(\pi t/3)$	$x_e = 2(t^2 - 3t)$	1
27	1	10	60	$S_r = \sqrt{3}(t^2 + t)$	$\omega_e = 6\cos(\pi t/6)$	2
	2	9	30	$y_r = \sqrt{3}\pi\sin(\pi t/3)$	$x_e = t + 4\cos(\pi t/4)$	1
28	1	2	—	$S_r = 6\pi\sin(\pi t/6)$	$\varphi_e = 2t + \cos(\pi t/2)$	1
	2	6		$y_r = 2t + 3t^2$	$x_e = t + \sin\pi t$	—
29	1	8	30	$S_r = (t^2 + 2t)$	$\omega_e = 6\sin(\pi t/12)$	2
	2	3	—	$y_r = 2\pi\sqrt{3}\sin(\pi t/3)$	$x_e = 5t - t^2$	1
30	1	2	—	$\pi(t^2 + 2t)$	$\omega_e(t) = 6\cos(\pi t/6)$	1
	2	3	60	$y_r = t + t^2$	$x_e = t + \sin\pi t$	—

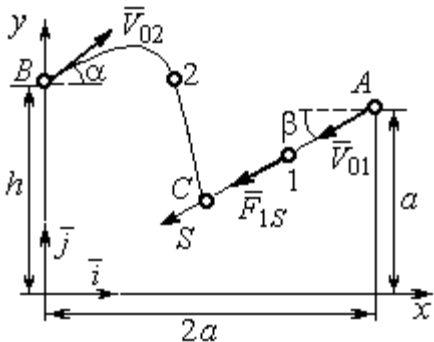
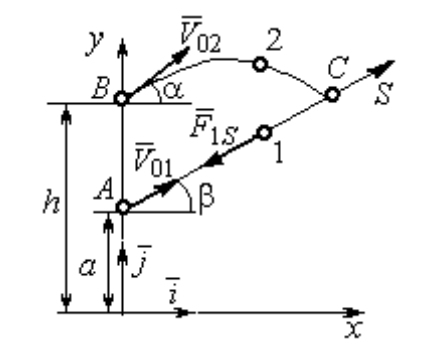
Задание Д1. Интегрирование дифференциальных уравнений движения точки

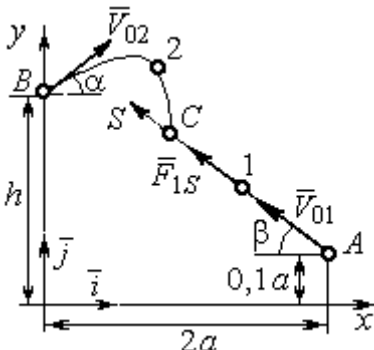
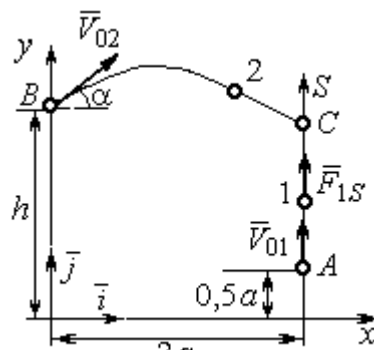
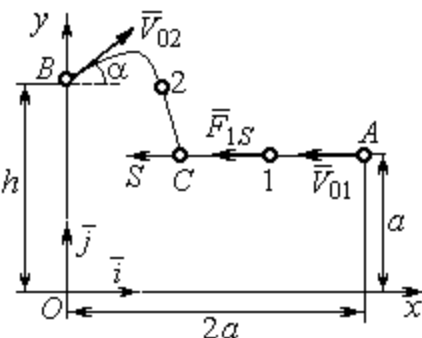
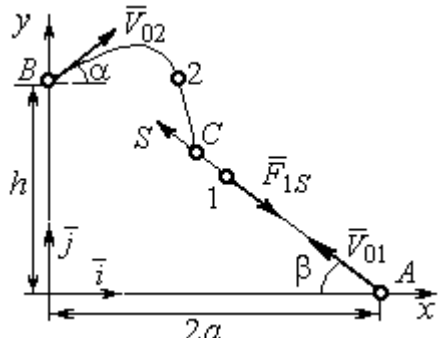
Две материальные точки движутся в вертикальной плоскости xOy . Точка 1 массой m_1 , получив в начальном положении A скорость V_{01} , движется вдоль гладкой оси AS , наклоненной под углом β к горизонту. Во время движения на точку 1 действуют сила тяжести и постоянная сила $\vec{F}_1$, направленная вдоль оси AS . Направление вектора проекции силы на ось $\vec{F}_{1S}$ показано на схеме.

Одновременно с точкой 1 начинает движение точка 2 массой m_2 из положения B на оси y . На точку 2 действуют сила тяжести и постоянная сила $\vec{F}_2$. Направление вектора силы $\vec{F}_2$ определяется его разложением по единичным векторам $\vec{i}$, $\vec{j}$ координатных осей x , y . Определить величину и направление (угол α) начальной скорости V_{02} точки 2, чтобы в момент времени t_1 точки 1 и 2 встретились на оси AS в точке C . Момент времени t_1 задаётся в условиях задачи или определяется по дополнительным условиям встречи.

Варианты № 1, 11, 21	Варианты № 2, 12, 22
 Встреча в точке C в момент, когда скорость точки 1 увеличилась в 1,5 раза относительно начальной	 Встреча в точке C в момент, когда точка 1 максимально удалилась от места старта

Варианты № 3, 13, 23	Варианты № 4, 14, 24
 Встреча в точке C в момент, когда скорость точки 1 уменьшилась в 2 раза относительно начальной	 Встреча в точке C в момент времени $t_1 = 0,5$ с

Варианты № 5, 15, 25	Варианты № 6, 16, 26
 Встреча в точке C в момент, когда скорость точки 1 увеличилась в 1,5 раза относительно начальной	 Встреча в точке C, когда точка 1 максимально удалилась от места старта

Варианты № 7, 17, 27	Варианты № 8, 18, 28
 Встреча в точке C в момент времени $t_1 = 0,4$ с	 Встреча в точке C в момент максимального подъёма точки 1
Варианты № 9, 19, 29	Варианты № 10, 20, 30
 Встреча в точке C в момент времени $t_1 = 0,6$ с	 Встреча в точке C в момент, когда точка 1 достигла максимальной высоты подъёма

Исходные данные задания Д1. Интегрирование уравнений движения точки

Номер варианта задания	m_1 , кг	F_{1S} , Н	V_{01} , м/с	β , град	m_2 , кг	$\vec{F}_2$, Н	a , м	h , м
1	1	3	3	30	2	$7\vec{i}$	2	4
2	3	6	2	0	2	$4\vec{i} + 12\vec{j}$	1,5	1
3	2	5	4	35	1,5	$10\vec{i} + 4\vec{j}$	2	2,5
4	1	10	2	60	2	$4\vec{i} + 8\vec{j}$	2,2	2
5	1	3	3	30	2	$5\vec{i}$	3	4,5
6	0,8	6	6	50	3	$3\vec{i} + 12\vec{j}$	1,5	4
7	2	5	4,5	40	1	$10\vec{i} + 2\vec{j}$	3	2,5
8	1	2	3,5	90	2	$6\vec{i} + 8\vec{j}$	1,2	2
9	2	4	4	0	1	$3\vec{i} + 2\vec{j}$	2	2,5

Номер варианта задания	m_1 , кг	F_{1S} , Н	V_{01} , м/с	β , град	m_2 , кг	$\vec{F}_2$, Н	a , м	h , м
10	1	3	3	55	1,5	$4\vec{i}$	1	1,5
11	0,5	2	3	60	2	$3\vec{i} + 8\vec{j}$	1,5	2,5
12	0,2	3	4	0	1	$5\vec{i} - 2\vec{j}$	1	2,5
13	1	2	6	50	1,5	$6\vec{i} - 4\vec{j}$	0,8	2
14	0,5	6	4	35	1	$3\vec{i} - 2\vec{j}$	2,5	2
15	0,2	3	3	50	2	$2\vec{i} - 2\vec{j}$	3	4
16	2	4	6	40	2	$3\vec{i} + 12\vec{j}$	1	1,5
17	1	6	5	60	1,5	$5\vec{i} + 4\vec{j}$	3	2,5
18	1	2	2	90	2	$4\vec{i} + 4\vec{j}$	2	2
19	1	3	2	2	2	$2\vec{i} + 10\vec{j}$	1	1,5
20	5	4	2	30	1	$3\vec{i} - 2\vec{j}$	1,5	1,5
21	0,2	4	4	45	1	$6\vec{i} - 2\vec{j}$	1	3
22	0,4	3	2	0	2	$4\vec{i} + 6\vec{j}$	1,5	2,5
23	1	3	8	60	2	$4\vec{i} + 2\vec{j}$	1,2	1,5
24	0,5	8	3	30	2	$6\vec{i} + 7\vec{j}$	2	1,5
25	2	4	4	60	1	$2\vec{i} - 2\vec{j}$	3,5	4
26	1	3	5	50	2	$4\vec{i} + 6\vec{j}$	0,5	1,5
27	1,5	3	6	30	2	$4\vec{i} + 4\vec{j}$	2	2,5
28	2	5	3	90	2	$6\vec{i} + 7\vec{j}$	2	1,5
29	2	4	4	0	1	$5\vec{i} - 2\vec{j}$	1,5	2
30	1	3	2,5	70	2	$4\vec{i} + 6\vec{j}$	1	1

Задание Д2. Исследование колебаний точки

Задание Д2 на исследование колебаний точки включает две задачи.

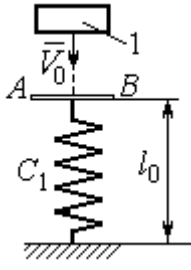
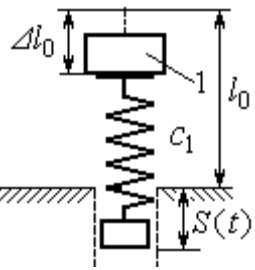
Задача 1. Исследование гармонических колебаний точки.

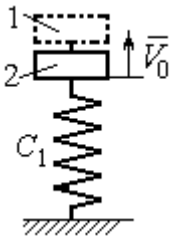
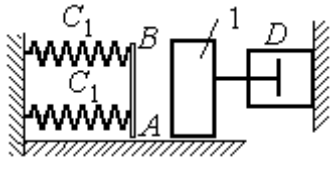
Найти уравнение движения груза массой m_1 (или одновременно двух грузов массой m_1 и m_2) на пружине жесткостью c_1 (или на двух пружинах жесткостью c_1 и c_2). Расположение грузов на пружине и описание условий, при которых начались колебания, приведено на схемах. Определить амплитуду и частоту колебаний.

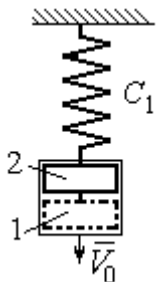
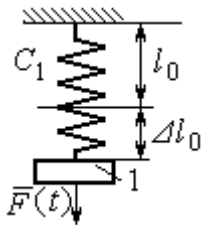
Задача 2. Исследование вынужденных колебаний точки.

Груз движется на пружинах, расположенных вертикально или горизонтально. При движении груза по горизонтальной поверхности трение не учитывается. Жёсткость пружин c_1 и c_2 . Направление возмущающего усилия $F = F(t)$, приложенного к грузу, или возмущающего движения точки крепления пружин $S = S(t)$, а также описание условий начала колебаний приведено на схемах. В задачах, где на схемах присутствует амортизатор, создающий сопротивление движению груза, сила сопротивления пропорциональна скорости движения груза и находится по формуле: $\vec{R} = -\mu\vec{V}$ Н, где μ – коэффициент

сопротивления; V – скорость груза. Определить уравнение колебаний груза, амплитуды собственных и вынужденных колебаний.

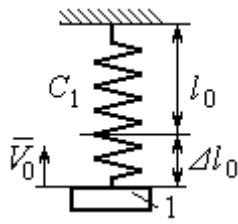
Варианты № 1, 11, 21	
Задача 1  Невесомая пластина AB укреплена на нерастянутой пружине. Груз 1, получив начальную скорость V_0, падает вертикально вниз. Через 1 с после начала падения груз достигает пластины и продолжает движение вместе с ней	Задача 2  К верхнему концу пружины, сжатой на величину Δl_0, прикрепляют груз 1 и отпускают без начальной скорости. Одновременно нижний конец пружины начинает двигаться по закону $S = S(t)$

Варианты № 2, 12, 22	
Задача 1  В положении статического равновесия двух грузов (1 и 2), установленных на пружине, груз 1 убрали, а грузу 2 сообщили скорость V_0, направленную вверх	Задача 2  Груз 1 движется по гладкой горизонтальной поверхности с начальной скоростью V_0. Через 1 с груз упирается в площадку AB, укрепленную на недеформированных пружинах, соединённых параллельно, и продолжает движение вместе с ней. Во время движения (до упора в площадку AB и вместе с ней) груз испытывает сопротивление, создаваемое демпфером D

Варианты № 3, 13, 23	
Задача 1  В положении статического равновесия груза 2, укрепленного на пружине, к нему присоединили груз 1 и оба груза толкнули вниз со скоростью V_0	Задача 2  Недеформированную пружину оттянули вниз на расстояние Δl_0, подцепили груз 1 и отпустили без начальной скорости. Одновременно на груз стала действовать возмущающая сила $\vec{F}(t)$

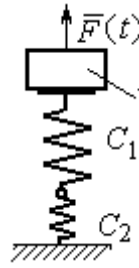
Варианты № 4, 14, 24

Задача 1



К недеформированной пружине подцепили груз 1, оттянули его вниз на расстояние Δl_0 и сообщили скорость V_0 , направленную вверх

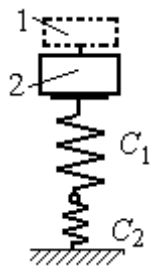
Задача 2



Грузу 1, укрепленному на двух последовательно соединенных пружинах в положении статического равновесия, сообщили начальную скорость V_0 , направленную вниз. Одновременно на груз стала действовать возмущающая сила $\vec{F}(t)$

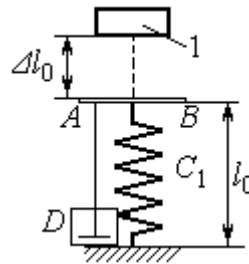
Варианты № 5, 15, 25

Задача 1



В положении статического равновесия грузов 1 и 2, укрепленных на двух вертикальных последовательно соединенных пружинах, убрали груз 1, а груз 2 отпустили без начальной скорости

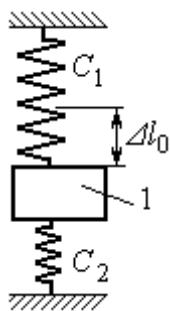
Задача 2



Груз 1 падает с высоты Δl_0 на площадку AB , установленную на недеформированной пружине, и продолжает движение вместе с ней. Демпфер D создает сопротивление движению груза на пружине

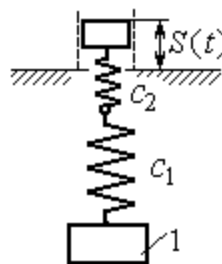
Варианты № 6, 16, 26

Задача 1

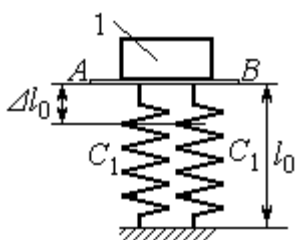
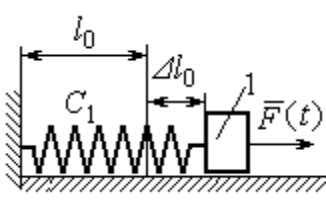


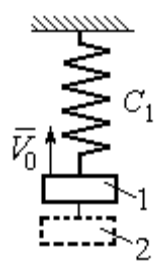
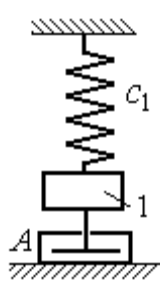
Груз 1 поместили между двумя недеформированными пружинами, затем оттянули вниз на расстояние Δl_0 и отпустили без начальной скорости

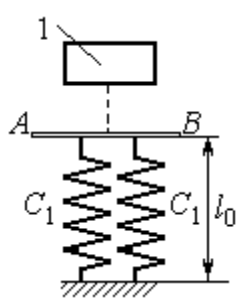
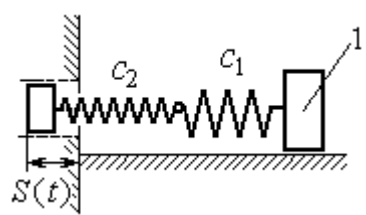
Задача 2



К недеформированным пружинам, соединенным последовательно, подцепили груз 1 и толкнули его вниз со скоростью V_0 . Одновременно верхний конец пружины начинает двигаться по закону $S = S(t)$

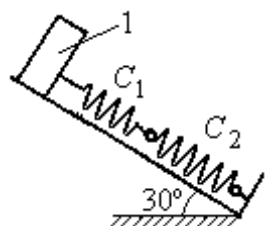
Варианты № 7, 17, 27	
Задача 1  К недеформированным пружинам приложили груз 1, переместили его вниз на величину Δl_0 и сообщили скорость V_0, направленную вниз	Задача 2  К нерастянутой пружине, расположенной на горизонтальной гладкой поверхности, подцепили груз 1, оттянули его на расстояние Δl_0 и отпустили. Одновременно на груз стала действовать горизонтальная возмущающая сила $\vec{F}(t)$

Варианты № 8, 18, 28	
Задача 1  Грузы 1 и 2 находятся на пружине в положении статического равновесия. Груз 2 удаляют, а грузу 1 сообщают скорость V_0, направленную вверх	Задача 2  В положении статического равновесия груза 1 ему сообщили скорость V_0, направленную вниз. Демпфер A создаёт сопротивление движению груза

Варианты № 9, 19, 29	
Задача 1  Груз 1 без начальной скорости падает вниз. Пройдя путь 1 м, груз достигает невесомой пластины AB, укрепленной на недеформированных, параллельно соединённых пружинах, и дальше движется вместе с ней	Задача 2  К двум горизонтальным пружинам, соединённым последовательно, в положении их нерастянутого состояния прицепили груз 1 и сообщили ему горизонтальную скорость V_0, направленную в сторону сжатия пружин. Одновременно левый конец пружинной системы начинает двигаться по закону $S = S(t)$

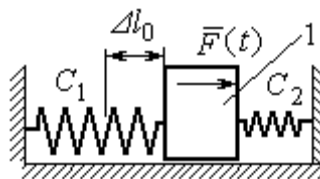
Варианты № 10, 20, 30

Задача 1



В положении статического равновесия груза 1, укрепленного на двух последовательно соединенных пружинах, сообщили скорость V_0 , направленную вниз по наклонной плоскости

Задача 2



Между двумя горизонтальными недеформированными пружинами на гладкую поверхность поместили груз 1, оттянули его влево на расстояние Δl_0 и отпустили без начальной скорости. Одновременно на груз стала действовать возмущающая сила $\vec{F}(t)$

Исходные данные задания Д2. Исследование колебаний точки

Номер варианта задания	Номер задачи	m_1 , кг	m_2 , кг	V_0 , м/с	c_1 , Н/м	c_2 , Н/м	Δl_0 , м	μ , Н·с/м	$F(t)$, Н	$S(t)$, м
1	1	2,5	—	2,0	200	—	—	—	—	—
	2	2,0	—	—	210	—	0,1	—	—	$0,02\sin 12t$
2	1	1,5	2,0	4	250	—	—	—	—	—
	2	2,0	—	4	220	—	—	1,0	—	—
3	1	2,0	1,5	3	250	—	—	—	—	—
	2	1,2	—	—	200	—	0,14	—	$12\sin 5t$	—
4	1	2,0	—	3	180	—	0,1	—	—	—
	2	1,5	—	2	150	120	—	—	$8\sin 12t$	—
5	1	1,0	2,0	—	120	100	—	—	—	—
	2	1,0	—	—	50	—	0,5	18	—	—
6	1	1,2	—	—	120	180	0,12	—	—	—
	2	1,4	—	2,4	120	180	—	—	—	$0,03\sin 14t$
7	1	1,6	—	3,2	140	—	0,15	—	—	—
	2	1,5	—	—	120	—	0,12	—	$12\sin 6t$	—
8	1	1,0	2,0	3,0	150	—	—	—	—	—
	2	2,0	—	3,5	120	—	—	15	—	—
9	1	1,5	—	—	100	—	—	—	—	—
	2	1,4	—	2,0	100	110	—	—	—	$0,015\sin 8t$
10	1	2,5	—	2,5	110	100	—	—	—	—
	2	2,0	—	—	110	52	0,08	—	$5\sin 9t$	—
11	1	2,0	—	4,0	300	—	—	—	—	—

Номер варианта задания	Номер задачи	m_1 , кг	m_2 , кг	V_0 , м/с	c_1 , Н/м	c_2 , Н/м	$\Delta\ell_0$, м	μ , Н·с/м	$F(t)$, Н	$S(t)$, м
	2	1,0	—	—	200	—	0,12	—	—	$0,01\sin 4t$
12	1	1,8	2,4	4	220	—	—	—	—	—
	2	1,0	—	5	240	—	—	0,6	—	—
13	1	1,5	1,5	2	200	—	—	—	—	—
	2	1,8	—	—	180	—	0,08	—	$10\sin 10t$	—
14	1	2,0	—	2	200	—	0,12	—	—	—
	2	2,0	—	2	150	120	—	—	$10\sin 8t$	—
15	1	1,5	2,0	—	120	250	—	—	—	—
	2	1,5	—	—	120	—	0,4	4	—	—
16	1	2,0	—	—	150	75	0,1	—	—	—
	2	2,0	—	2,5	150	75	—	—	—	$0,01\sin 5t$
17	1	1,5	—	2,1	160	—	0,11	—	—	—
	2	1,8	—	—	150	—	0,1	—	$8\sin 12t$	—
18	1	2,0	1,0	2,5	80	—	—	—	—	—
	2	1,5	—	2,5	50	—	—	21	—	—
19	1	1,6	—	—	120	—	—	—	—	—
	2	1,2	—	2,0	85	120	—	—	—	$0,015\sin 7t$
20	1	2,0	—	2,0	90	100	—	—	—	—
	2	2,5	—	—	100	90	0,12	—	$6\sin 10t$	—
21	1	2,0	—	1,6	220	—	—	—	—	—
	2	2,5	—	—	250	—	0,14	—	—	$0,01\sin 10t$
22	1	2,2	1,5	3	180	—	—	—	—	—
	2	1,5	—	4	280	—	—	0,8	—	—
23	1	2,2	1,2	2	220	—	—	—	—	—
	2	1,6	—	—	200	—	0,12	—	$5\sin 7t$	—
24	1	1,6	—	2,4	160	—	0,13	—	—	—
	2	1,0	—	3	150	300	—	—	$6\sin 10t$	—
25	1	0,8	1,2	—	120	80	—	—	—	—
	2	0,8	—	—	180	—	0,4	12	—	—
26	1	1,4	—	—	100	120	0,15	—	—	—
	2	1,8	—	2,2	150	120	—	—	—	$0,015\sin 8t$
27	1	2	—	4,0	150	—	0,12	—	—	—
	2	2	—	—	162	—	0,13	—	$5\sin 9t$	—
28	1	1,5	2,0	2,0	140	—	—	—	—	—

Номер варианта задания	Номер задачи	m_1 , кг	m_2 , кг	V_0 , м/с	c_1 , Н/м	c_2 , Н/м	$\Delta\ell_0$, м	μ , Н·с/м	$F(t)$, Н	$S(t)$, м
	2	1,5	—	3,1	180	—	—	12	—	—
29	1	1,0	—	—	140	—	—	—	—	—
	2	2,0	—	2,4	75	150	—	—	—	$0,08\sin 5t$
30	1	1,6	—	3	75	150	—	—	—	—
	2	1,5	—	3	80	70	0,15	—	$8\sin 10t$	—

**Задание Д3. Исследование движения точки
с применением теоремы об изменении кинетической энергии**

Тонкий стержень с надетым на него шариком массой m расположен в вертикальной плоскости и состоит из дуг окружностей радиусами r и $R = 2r$, соединённых прямолинейным отрезком EK , сопряжённым с дугами окружностей в точках E и K . В этих точках шарик переходит с одного участка стержня на другой, не изменяя величины и направления скорости. Длина отрезка $EK = a$.

В точке A , положение которой на дуге окружности определяется углом α , шарiku сообщают начальную скорость V_0 . По дугам окружностей шарик скользит без трения, а при движении по прямолинейному отрезку EK на него действует постоянная сила трения с коэффициентом трения f . На участках с вертикальным отрезком EK считать, что шарик прижимается к стержню силой, равной половине веса шарика.

Достигнув на дуге окружности точки D , шарик упирается в недеформированную пружину жёсткостью s и, продолжая движение по сопряженной прямой, сжимает её. Положение точки D определяется углом φ .

Определить величину максимального сжатия пружины, если шарик проходит наивысшее положение траектории – точку B со скоростью $V_B = kV_0$. При найденном значении начальной скорости рассчитать давление шарика на стержень в точке C , положение которой на дуге определяется углом β .

Варианты № 1, 11, 21	Варианты № 2, 12, 22	Варианты № 3, 13, 23

Варианты № 4, 14, 24	Варианты № 5, 15, 25	Варианты № 6, 16, 26
Варианты № 7, 17, 27	Варианты № 8, 18, 28	
Варианты № 9, 19, 29	Варианты № 10, 20, 30	

Исходные данные задания Д3. Исследование движения точки с применением теоремы об изменении кинетической энергии

Номер варианта задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
m , кг	0,8	0,5	0,6	0,4	1,0	0,6	0,9	0,5	0,3	0,4	0,8	0,6	0,5	0,3	1,0
α , град	30	45	0	30	30	0	0	45	30	0	60	30	30	45	60
β , град	60	30	60	0	60	30	60	60	30	45	30	60	60	30	30
φ , град	0	60	30	0	0	30	45	0	30	45	30	30	0	30	45
r , м	0,4	0,4	0,5	0,3	0,6	0,5	0,3	0,6	0,4	0,5	0,3	0,5	0,4	0,5	0,8
a , м	0,5	0,6	0,9	1,4	0,8	1,2	0,5	0,5	1,4	0,5	0,8	0,5	0,8	0,6	0,6
f	0,4	0,3	0,4	0,3	0,4	0,3	0,5	0,3	0,4	0,3	0,4	0,5	0,3	0,4	0,3
k	0,3	0,4	0,3	0,4	0,3	0,3	0,4	0,4	0,3	0,4	0,3	0,3	0,4	0,3	0,4
c , Н/м	100	80	90	80	120	100	90	80	60	80	90	60	80	60	110

Номер варианта задания	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
m , кг	0,6	0,5	0,6	0,4	0,8	0,5	0,4	1,0	0,6	0,5	0,4	0,8	0,4	0,6	0,8
α , град	60	30	0	45	60	90	90	60	60	90	30	60	60	45	90
β , град	60	30	45	90	60	45	90	60	60	30	30	60	60	0	60
φ , град	45	60	60	60	30	90	0	90	45	60	60	90	30	60	0
r , м	0,6	0,4	0,8	0,5	0,6	0,6	0,6	0,4	0,6	0,8	0,4	0,4	0,8	0,6	0,4
a , м	0,4	1,2	0,9	1,2	1,2	0,9	0,6	1,5	1,4	0,8	1,2	0,9	0,6	0,8	0,5
f	0,3	0,4	0,4	0,5	0,3	0,3	0,4	0,3	0,3	0,4	0,4	0,3	0,4	0,3	0,4
k	0,4	0,3	0,3	0,4	0,3	0,4	0,4	0,3	0,4	0,3	0,3	0,4	0,4	0,3	0,3
c , Н/м	80	60	90	60	100	90	80	110	80	60	60	80	60	80	100

Задание Д4. Динамический расчет механической системы

Механизм состоит из трёх тел – груза 1, катка 2 и блока 3, соединённых нерастяжимыми нитями или невесомыми стержнями.

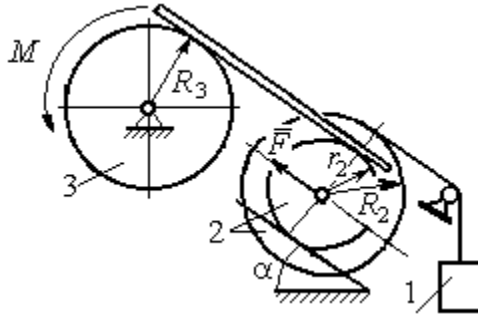
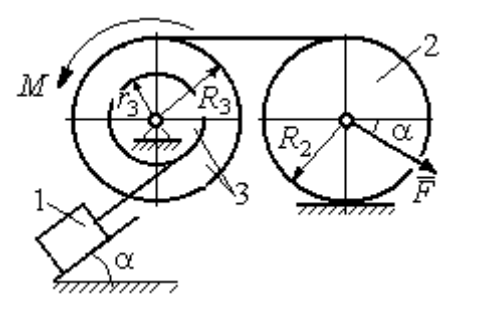
Движение механизма происходит в вертикальной плоскости под действием сил тяжести $\vec{P}_1$, $\vec{P}_2$, $\vec{P}_3$, силы $\vec{F}$ и пары сил с моментом M . Направление действия силы $\vec{F}$ определяется углом α . Качение катка 2 происходит без скольжения. Проскальзывание между дисками и соединяющими их невесомыми стержнями или нитями отсутствует.

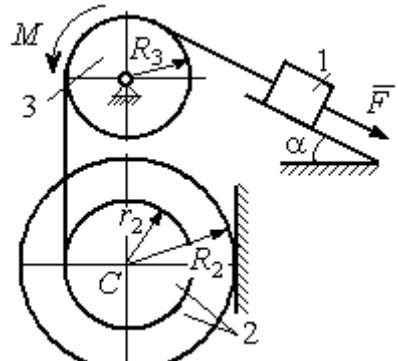
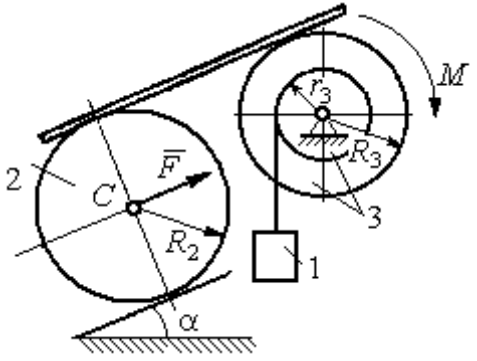
Радиусы ступеней катка 2 и блока 3 на схемах обозначены R_2 , r_2 и R_3 , r_3 .

Сплошные диски считать однородными. Радиусы инерции неоднородных (ступенчатых) дисков относительно осей, проходящих через центры масс перпендикулярно плоскости движения, равны i_{z2} , i_{z3} .

Найти ускорение груза 1 и динамические реакции, действующие на ось блока 3.

Варианты № 1, 11, 21	Варианты № 2, 12, 22
Варианты № 3, 13, 23	Варианты № 4, 14, 24
Варианты № 5, 15, 25	Варианты № 6, 16, 26

Варианты № 7, 17, 27	Варианты № 8, 18, 28
	

Варианты № 9, 19, 29	Варианты № 10, 20, 30
	

Исходные данные задания Д4. Динамический расчёт механической системы

Номер варианта задания	P_1 , Н	P_2 , Н	P_3 , Н	F , Н	M , Н·м	α , град	R_2 , м	r_2 , м	R_3 , м	r_3 , м	i_{z2} , м	i_{z3} , м
1	P	P	$2P$	P	$2Pr$	60	$3r$	r	$2r$	r	$2r$	$r\sqrt{2}$
2	$3P$	P	$3P$	$3P$	Pr	30	$2r$	r	$2r$	—	$2r$	—
3	$4P$	$3P$	$4P$	$2P$	$2Pr$	60	$2r$	r	$2r$	r	$2r$	$2r$
4	$2P$	$2P$	$4P$	P	$4Pr$	45	$3r$	—	$3r$	r	—	$r\sqrt{2}$
5	P	$3P$	$3P$	$2P$	$3Pr$	30	$3r$	r	r	—	$2r$	—
6	P	$2P$	$4P$	$4P$	$6Pr$	60	$3r$	—	$3r$	r	—	$r\sqrt{2}$
7	P	$2P$	$3P$	$2P$	$3Pr$	45	$3r$	r	r	—	$r\sqrt{3}$	—
8	$2P$	$3P$	$3P$	P	$3Pr$	30	$2r$	—	$2r$	r	—	$r\sqrt{3}$
9	$3P$	P	$3P$	P	$2Pr$	30	$2r$	r	$2r$	—	$r\sqrt{2}$	—
10	P	P	$3P$	P	$2Pr$	60	$3r$	—	$3r$	r	—	$r\sqrt{3}$
11	P	P	$3P$	$2P$	$3Pr$	30	$3r$	$2r$	$2r$	r	$r\sqrt{2}$	$r\sqrt{2}$
12	$2P$	P	$2P$	$4P$	Pr	60	$3r$	r	$3r$	—	$r\sqrt{3}$	—

Номер варианта задания	P_1 , Н	P_2 , Н	P_3 , Н	F , Н	M , Н·м	α , град	R_2 , м	r_2 , м	R_3 , м	r_3 , м	i_{z2} , м	i_{z3} , м
13	$3P$	P	$3P$	$3P$	$2Pr$	30	$3r$	$2r$	$2r$	r	$2r$	$r\sqrt{2}$
14	$2P$	P	$3P$	$2P$	$4Pr$	60	$2r$	—	$3r$	$2r$	—	$2r$
15	P	$2P$	$4P$	P	$4Pr$	45	$3r$	$2r$	$2r$	—	$r\sqrt{3}$	—
16	P	$3P$	$4P$	$2P$	$3Pr$	30	$2r$	—	$2r$	r	—	$r\sqrt{2}$
17	P	P	$3P$	$2P$	$6Pr$	60	$3r$	r	$3r$	—	$r\sqrt{3}$	—
18	$2P$	$2P$	$3P$	P	$3Pr$	60	$2r$	—	$3r$	r	—	$r\sqrt{2}$
19	$2P$	P	$2P$	$3P$	$4Pr$	30	$3r$	r	$3r$	—	$2r$	—
20	P	P	$3P$	P	$2Pr$	45	$2r$	—	$2r$	r	—	$r\sqrt{3}$
21	$2P$	P	$4P$	$2P$	$4Pr$	60	$2r$	r	$3r$	r	$r\sqrt{2}$	$2r$
22	P	P	$2P$	$5P$	$2Pr$	45	$3r$	$2r$	$2r$	—	$2r$	—
23	$2P$	$2P$	$3P$	$3P$	$2Pr$	60	$3r$	r	$2r$	r	$2r$	$r\sqrt{2}$
24	$4P$	P	$3P$	P	$3Pr$	30	$2r$	—	$3r$	r	—	$r\sqrt{3}$
25	P	$3P$	$2P$	P	$2Pr$	60	$3r$	r	r	—	$r\sqrt{3}$	—
26	P	$3P$	$4P$	$3P$	$3Pr$	45	$2r$	—	$3r$	$2r$	—	$r\sqrt{3}$
27	P	P	$4P$	$2P$	$4Pr$	30	$2r$	r	$2r$	—	$r\sqrt{3}$	—
28	$2P$	$3P$	$3P$	P	$6Pr$	30	$2r$	—	$3r$	$2r$	—	$r\sqrt{2}$
29	$2P$	P	$2P$	$2P$	$2Pr$	45	$2r$	r	r	—	$2r$	—
30	P	P	$4P$	P	$4Pr$	60	$3r$	—	$3r$	$2r$	—	$2r$

Задание Д5. Исследование движения механической системы с применением теоремы об изменении кинетической энергии

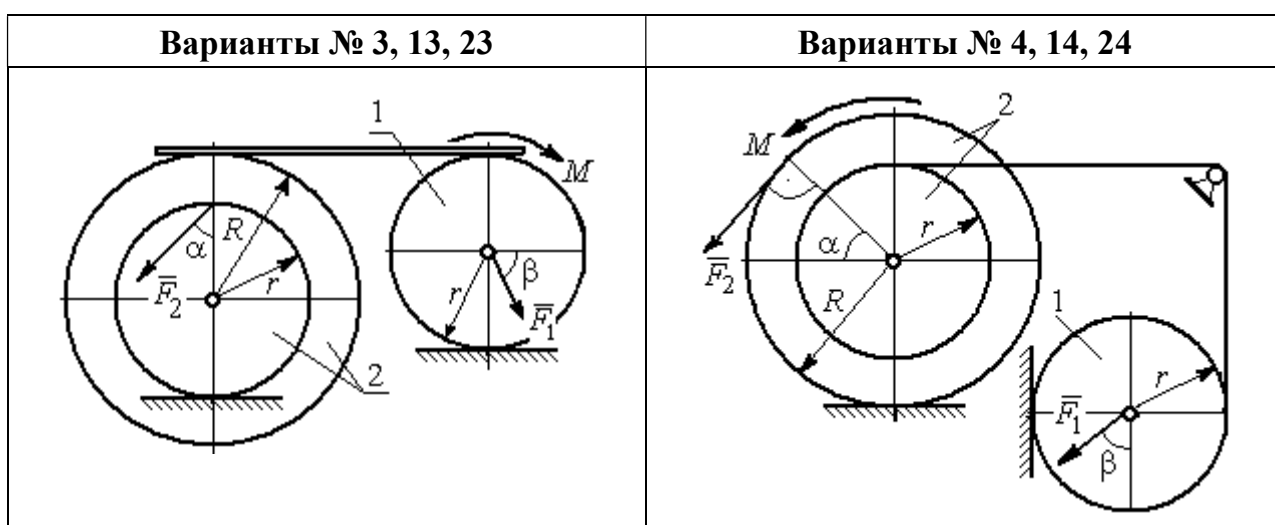
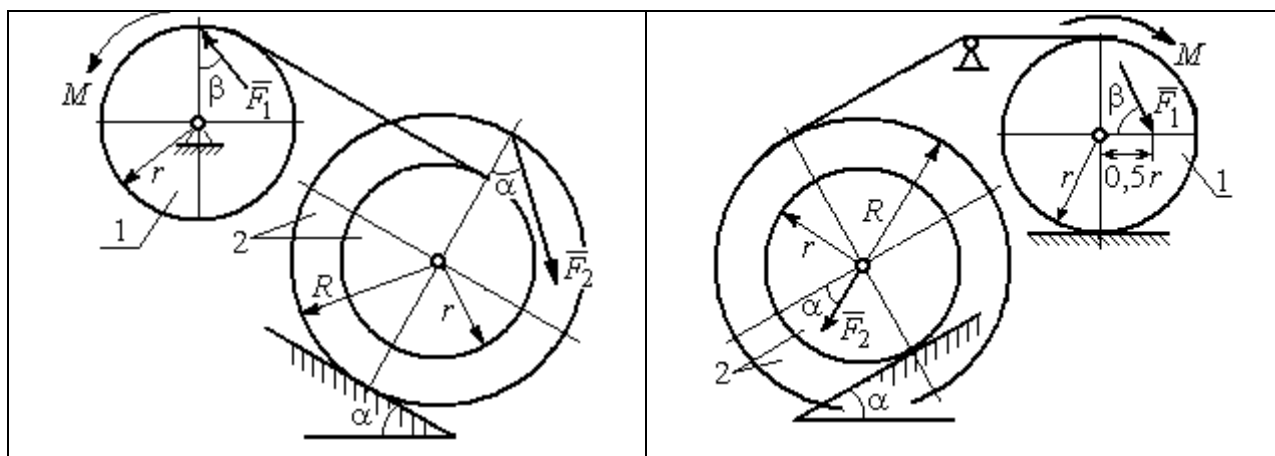
Неизменяемая механическая система состоит из ступенчатого и однородного дисков, соединённых нерастяжимой нитью или невесомым стержнем. Нити и стержни, соединяющие диски, параллельны плоскостям качения дисков. Качение дисков без скольжения. Скольжение между невесомым стержнем и дисками отсутствует.

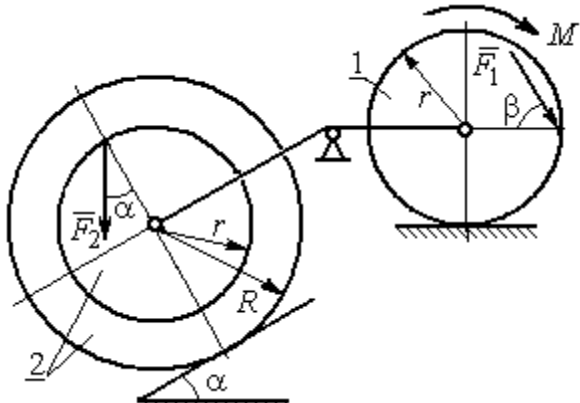
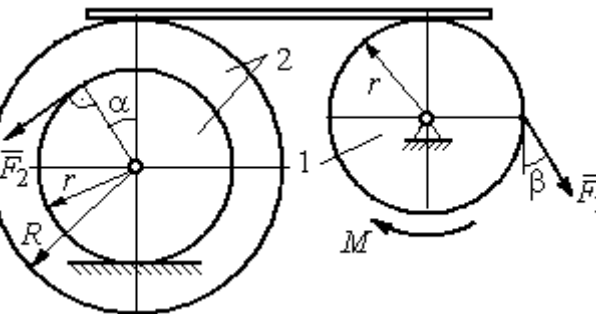
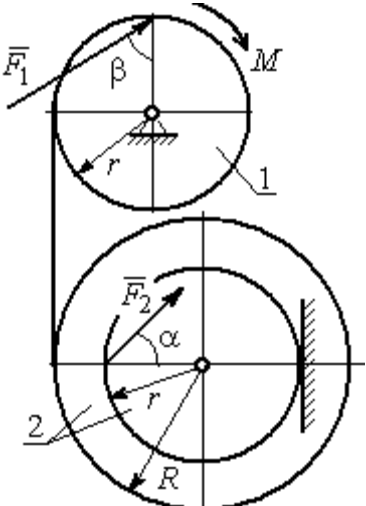
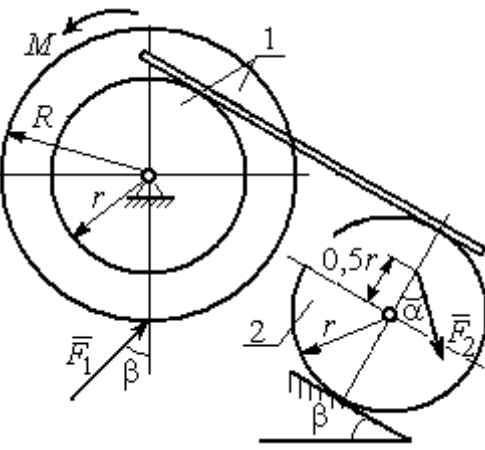
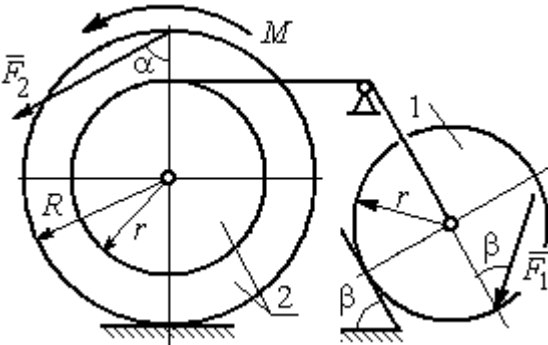
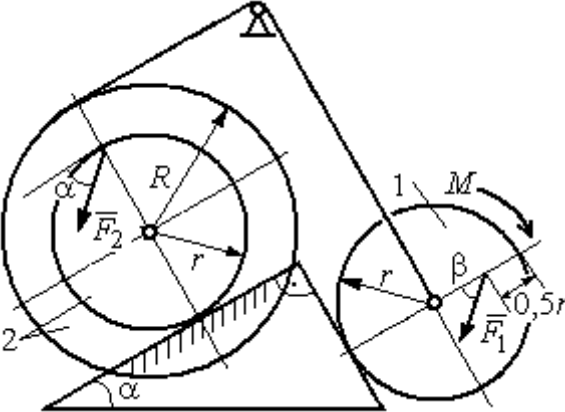
Вес дисков P_1 и P_2 . Система движется в вертикальной плоскости под действием сил тяжести $\vec{P}_1$, $\vec{P}_2$, сил $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ и пары сил с моментом M . Направления действия сил $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ и наклон плоскости (если он есть) определяются углами α или β , показанными на схемах механизмов.

Радиус однородного диска r . Радиусы ступеней ступенчатого диска R и r . Радиус инерции ступенчатого диска относительно оси, проходящей через центр масс перпендикулярно плоскости движения, равен i_z .

1. Найти ускорение центра масс диска 2.
2. Найти реакцию опоры диска 2 на плоскость (её нормальную составляющую и силу сцепления диска с плоскостью).

Варианты № 1, 11, 21	Варианты № 2, 12, 22



Вариант № 5, 15, 25	Варианты № 6, 16, 26
	
Варианты № 7, 17, 27	Варианты № 8, 18, 28
	
Варианты № 9, 19, 29	Варианты 10, 20, 30
	

Исходные данные задания Д5. Исследование движения механической системы с применением теоремы об изменении кинетической энергии

Номер варианта задания	P_1 , Н	P_2 , Н	F_1 , Н	F_2 , Н	M , Н·м	α , град	β , град	R , м	r , м	i_z , м
1	10	20	15	20	25	30	60	0,4	0,3	0,3
2	20	30	10	20	20	60	30	0,6	0,3	0,4
3	10	15	12	20	25	60	60	1,2	0,6	0,8
4	12	25	20	25	35	30	30	1,5	0,5	1,2
5	15	20	10	20	30	60	30	0,8	0,4	0,7
6	18	20	18	22	22	45	60	1,2	0,4	0,9
7	15	25	10	8	20	45	45	0,9	0,6	0,7
8	25	22	10	12	30	45	60	1,0	0,8	0,9
9	12	25	18	10	32	30	30	0,8	0,6	0,7
10	10	15	8	10	28	60	30	1,4	0,7	1,2
11	15	22	20	25	30	60	45	0,6	0,4	0,5
12	20	25	15	40	30	30	60	0,8	0,4	0,6
13	10	20	10	25	30	45	30	1,0	0,5	0,9
14	12	15	18	15	25	30	30	0,9	0,3	0,8
15	20	25	20	20	30	45	60	1,0	0,5	0,8
16	10	15	10	15	16	60	45	1,2	0,4	1,1
17	18	25	12	10	30	30	30	1,5	0,9	1,3
18	25	20	10	15	20	60	60	0,8	0,5	0,7
19	12	25	10	10	32	60	60	1,2	0,9	1,1
20	15	20	8	20	25	30	45	0,8	0,4	0,7
21	10	25	25	15	30	45	30	0,7	0,5	0,6
22	18	20	20	20	35	60	45	1,4	0,7	0,9
23	10	15	10	30	30	30	30	1,4	0,7	0,8
24	10	15	12	20	20	30	30	1,2	0,4	0,8
25	12	18	20	18	30	60	30	1,2	0,6	1,1
26	10	12	12	15	15	30	30	0,9	0,3	0,8
27	15	22	10	12	20	45	60	0,8	0,6	0,7
28	22	20	8	16	8	30	45	0,6	0,2	0,4
29	18	25	10	8	32	60	60	1,2	0,8	1,1
30	20	25	8	20	28	30	30	0,8	0,4	0,6

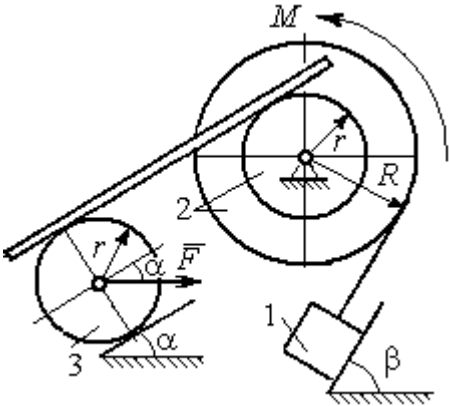
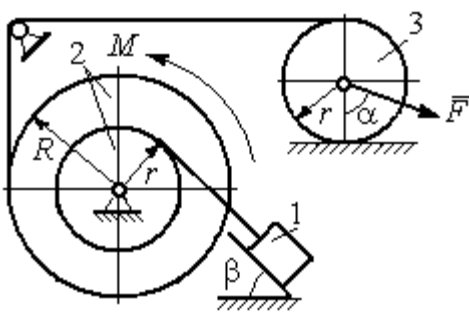
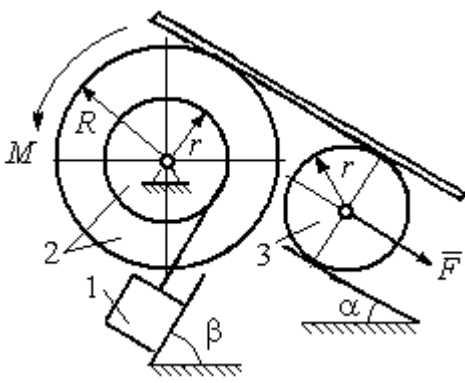
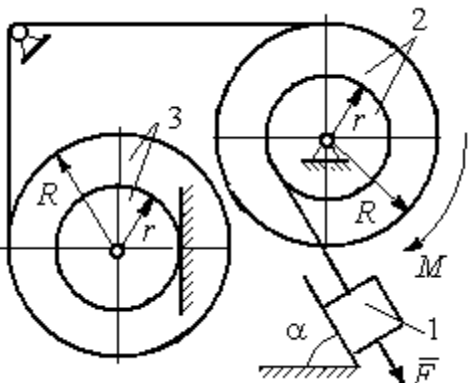
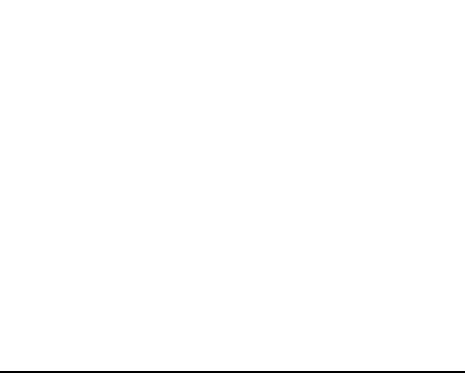
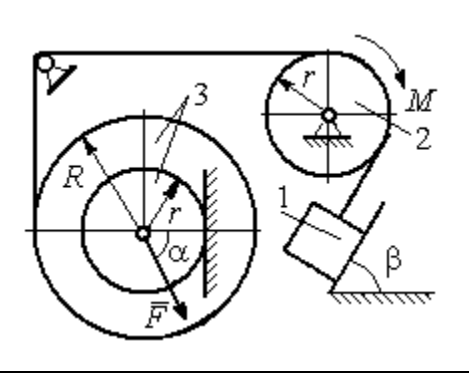
Задание Д6. Исследование механической системы с применением общего уравнения динамики

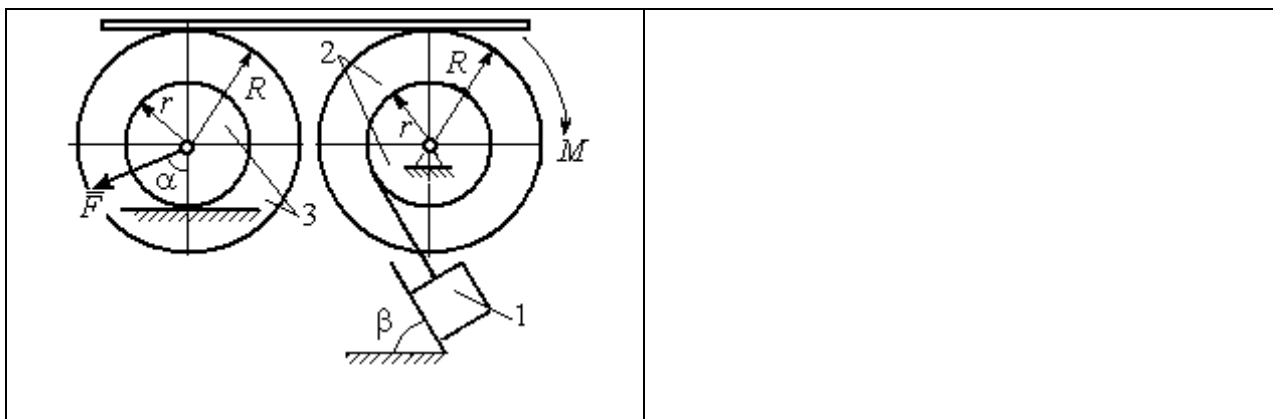
Механическая система с идеальными связями включает груз и два диска – однородного радиусом R или r и ступенчатого. Ступенчатый диск состоит из двух одноосных цилиндров радиусом R и r . Радиусы дисков указаны на схеме. Тела соединены нерастяжимыми нитями или невесомыми стержнями. Система движется в вертикальной плоскости из состояния покоя под действием сил тяжести, постоянной силы $\vec{F}$, а также пары сил с переменным моментом M . Направление действия силы $\vec{F}$ и наклон плоскости движущихся тел определяются углами α и β . Радиус инерции ступенчатого диска

относительно оси, проходящей через центр масс перпендикулярно плоскости движения, равен i_z .

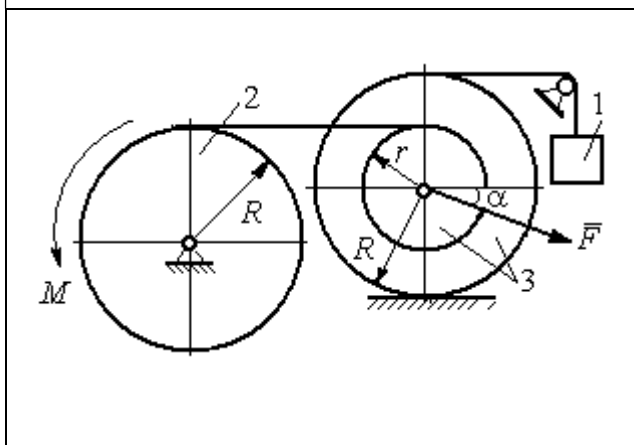
Качение дисков без проскальзывания. Скольжение между невесомым стержнем и дисками отсутствует. Движение грузов по плоскости без трения. Нити и стержни, соединяющие груз и диски, параллельны соответствующим плоскостям, по которым движутся тела.

Найти уравнение движения центра масс диска 3. Определить реакцию шарнира диска 2 в момент времени $t = 1$ с.

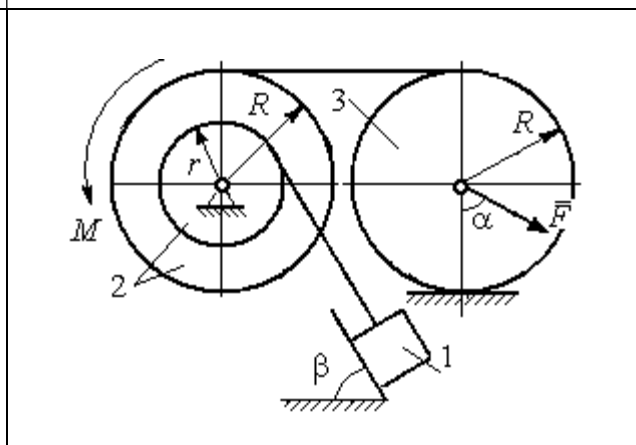
Варианты № 1, 11, 21	Варианты № 2, 12, 22
	
Варианты 3, 13, 23	Варианты № 4, 14, 24
	
Варианты № 5, 15, 25	Варианты № 6, 16, 26
	



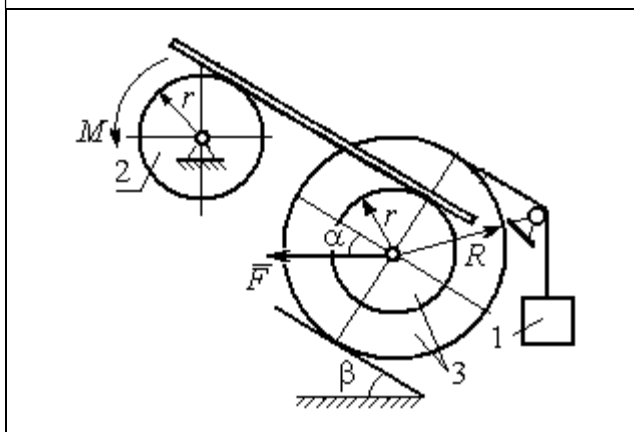
Варианты № 7, 17, 27



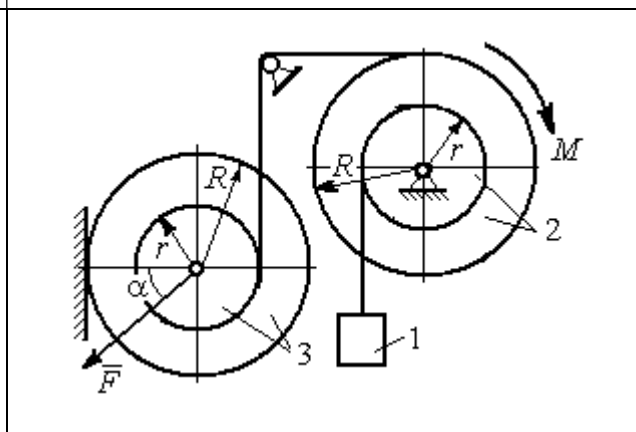
Варианты № 8, 18, 28



Варианты № 9, 19, 29



Варианты № 10, 20, 30



Исходные данные задания Д6. Исследование движения механической системы с применением общего уравнения динамики

Номер варианта задания	P_1 , Н	P_2 , Н	P_3 , Н	F , Н	M , Н·м	α , град	β , град	R , м	r , м	i_z , м
1	10	20	8	20	$3(2+t^2)$	30	60	0,6	0,3	0,4
2	10	22	15	15	$4(t+3)$	30	30	0,8	0,4	0,6
3	5	18	10	6	$8(t^2+1)$	90	30	0,4	0,3	0,3

4	5	22	10	5	$14(t^2+t+1)$	30	–	0,6	0,5	0,6
5	5	20	16	9	$3(t^2+4)$	45	60	0,6	0,3	0,5
6	10	16	14	15	$4(5+t)$	60	30	1,0	0,6	0,8
7	6	20	20	8	$9(3t^2+2)$	45	–	0,8	0,6	0,8
8	16	25	15	12	$5(t^2+4)$	30	60	1,2	0,6	0,8
9	5	20	12	8	$4(3+5t)$	60	30	0,6	0,4	0,5
10	6	25	8	10	$5(3t+6)$	30	–	1,0	0,8	0,9
11	4	22	8	15	$2+t^2$	45	45	0,8	0,4	0,6
12	15	18	15	10	$5(t+3)$	30	60	1,0	0,5	0,7
13	6	20	10	4	$5(t^2+2)$	30	60	0,6	0,5	0,4
14	10	25	15	8	$16(t+2)$	60	–	0,8	0,6	0,7
15	8	18	20	10	$6(t+2)$	30	90	1,2	0,6	1,0
16	8	18	12	12	$5(3+t^2)$	90	60	0,8	0,6	0,7
17	5	20	10	10	$2t^2+20$	60	–	0,9	0,6	0,8
18	20	15	20	15	$3(t+4)$	60	30	0,8	0,4	0,7
19	8	20	12	10	$4(3+t)$	45	45	1,2	0,4	0,8
20	12	20	10	6	$6(3t+4)$	45	–	1,0	0,6	0,9
21	15	25	12	12	$6+t^2$	60	60	0,6	0,3	0,5
22	20	22	18	15	$2(2t+9)$	45	45	0,8	0,4	0,6
23	8	24	12	8	$7(3t^2+2)$	30	45	0,8	0,5	0,6
24	12	20	18	10	$6(t+4)$	90	–	0,5	0,3	0,4
25	5	20	12	12	$9(2+t^2)$	60	30	1,4	0,7	1,2
26	10	12	10	8	$6(2+t)$	30	45	1,2	0,8	0,9
27	6	18	16	14	$8(2t^2+3)$	30	–	0,8	0,2	0,6
28	10	20	20	20	$3(t^2+3)$	45	30	0,6	0,3	0,5
29	10	18	8	12	$5(4+t+t^2)$	30	60	1,2	0,8	0,9
30	8	18	10	15	$8(t^2+5)$	60	–	1,0	0,8	0,9

Задание Д7. Исследование механической системы с одной степенью свободы с применением уравнений Лагранжа

Механическая система состоит из трёх тел – бруса 1, блока 2, катка 3 и невесомой пружины жесткостью c . Брус 1, соединяющий каток 3 с блоком 2, расположен параллельно линии качения катка 3. Радиусы ступеней ступенчатого диска и радиус однородного диска указаны на схеме.

Качение катка 3 происходит без проскальзывания. Скольжение между брусом и дисками отсутствует. В задачах, где пружина соединяется с блоком 2, передача движения блоку 2 производится посредством невесомого стержня без скольжения.

Радиус инерции ступенчатого диска относительно оси, проходящей через его центр масс перпендикулярно плоскости движения, равен i_z .

Система движется в вертикальной плоскости под действием сил тяжести $\vec{P}_1, \vec{P}_2, \vec{P}_3$, силы $\vec{F}$ и пары сил с моментом M .

Определить закон движения бруса 1 и закон угловых колебаний блока 2, если в начальный момент пружина находилась в нерастянутом состоянии, а блоку 2 придали угловую скорость ω_{20} , направленную в сторону заданного момента пары сил.

Варианты заданий даны на рис. 6.9, 6.10. Варианты исходных данных в табл. 6.2. Отрицательные значения величин F или M в табл. 6.2 означают, что при заданных

модулях силы или момента направление вектора силы $\vec{F}$ или момента M на схеме следует изменить на противоположные.

Варианты № 1, 11, 21	Варианты № 2, 12, 22
Варианты № 3, 13, 23	Варианты № 4, 14, 24
Варианты № 5, 15, 25	Варианты № 6, 16, 26

Варианты № 7, 17, 27	Варианты № 8, 18, 28
Варианты № 9, 19, 29	Варианты № 10, 20, 30

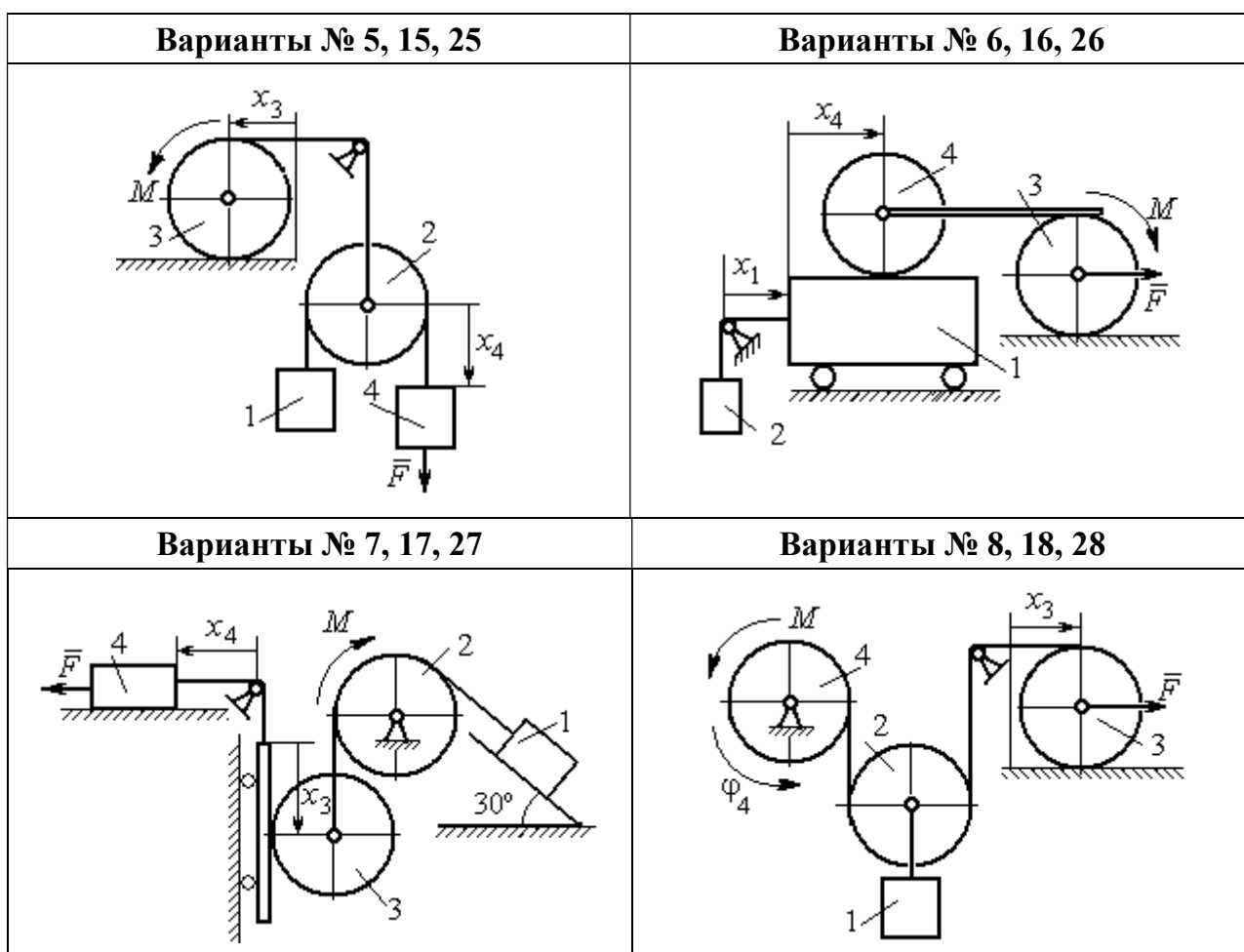
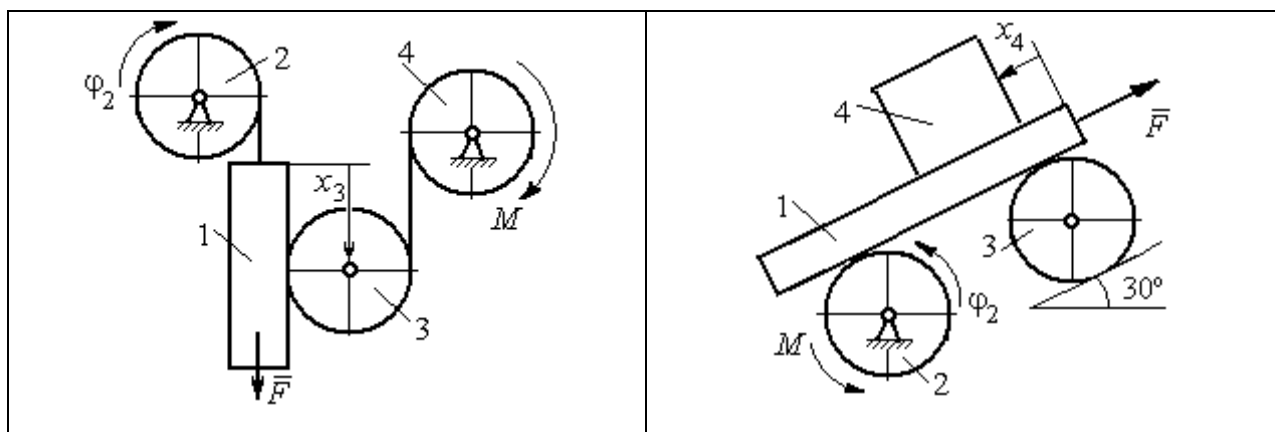
Исходные данные задания Д7. Исследование движения механической системы с одной степенью свободы с применением уравнений Лагранжа

Номер варианта задания	$P_1, \text{Н}$	$P_2, \text{Н}$	$P_3, \text{Н}$	$F, \text{Н}$	$M, \text{Н}\cdot\text{м}$	$c, \text{Н/м}$	$\omega_{20}, \text{рад/с}$	$R, \text{м}$	$r, \text{м}$	$i_z, \text{м}$
1	8	12	18	15	3	50	0,3	0,6	0,3	0,4
2	10	8	15	12	5	55	0,4	0,8	0,5	0,6
3	5	18	10	8	4	60	0,2	0,5	0,3	—
4	5	20	12	10	6	70	0,5	0,6	0,5	0,6
5	5	8	16	8	8	65	0,2	0,6	0,3	—
6	8	10	14	6	2	50	0,1	1,0	0,6	0,8
7	10	12	15	12	3	65	0,2	0,8	0,6	0,7
8	12	15	15	6	2	50	0,3	1,2	0,6	0,8
9	5	20	12	8	4	75	0,1	0,6	0,4	0,5
10	6	25	8	5	12	60	0,4	1,0	0,8	0,9

Номер варианта задания	$P_1, \text{Н}$	$P_2, \text{Н}$	$P_3, \text{Н}$	$F, \text{Н}$	$M, \text{Н}\cdot\text{м}$	$c, \text{Н/м}$	$\omega_{20}, \text{рад/с}$	$R, \text{м}$	$r, \text{м}$	$i_2, \text{м}$
11	4	10	12	-10	-2	60	0,2	0,8	0,4	0,6
12	5	8	15	-8	3	50	0,5	1,0	0,5	0,7
13	6	15	8	-12	-4	65	0,4	0,6	0,5	—
14	10	25	10	6	10	55	0,1	0,8	0,6	0,7
15	8	6	20	-10	2	70	0,2	1,2	0,6	—
16	10	12	12	-5	6	60	0,3	0,8	0,6	0,7
17	12	16	12	-6	-2	55	0,4	0,9	0,6	0,8
18	10	20	20	10	4	60	0,1	0,8	0,4	0,7
19	8	20	12	-10	6	65	0,2	1,2	0,4	0,8
20	12	20	10	-3	6	50	0,24	1,0	0,6	0,9
21	5	12	15	12	-3	55	0,3	0,6	0,5	0,55
22	10	15	18	6	-2	65	0,1	0,8	0,4	0,6
23	8	20	12	-8	2	45	0,2	0,8	0,6	—
24	12	20	18	-4	-8	70	0,4	0,5	0,3	0,4
25	6	10	15	-6	-2	60	0,1	1,4	0,7	—
26	8	12	10	10	-3	65	0,2	1,2	0,8	0,9
27	6	18	16	5	-3	70	0,2	0,8	0,2	0,6
28	8	12	12	-6	2	65	0,3	0,6	0,3	0,5
29	10	18	20	-10	4	60	0,2	1,2	0,8	0,9
30	8	18	10	8	6	75	0,1	1,0	0,8	0,9

Задание Д8. Исследование механической системы с двумя степенями свободы
Механическая система, состоящая из четырёх тел, из состояния покоя движется в вертикальной плоскости под действием сил тяжести $\vec{P}_1, \vec{P}_2, \vec{P}_3, \vec{P}_4$, силы $\vec{F}$ и пары сил с моментом M . Качение тел во всех случаях происходит без проскальзывания, скольжение грузов по поверхностям – без трения. Радиусы дисков одинаковы и равны R . Найти уравнения движения системы в обобщённых координатах.

Варианты № 1, 11, 21	Варианты № 2, 12, 22
Варианты № 3, 13, 23	Варианты № 4, 14, 24



Варианты № 9, 19, 29	Варианты № 10, 20, 30

Исходные данные задания Д8. Исследование движения механической системы с двумя степенями свободы

Номер варианта задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
$P_1, \text{ Н}$	P	$2P$	P	$1,5P$	P	$3P$	P	$1,2P$	$3P$	P	$2P$	P	P	$2P$	P
$P_2, \text{ Н}$	$3P$	$3P$	$4P$	$3P$	$2P$	P	$2P$	$3P$	P	$2P$	$3P$	$2P$	$3P$	$4P$	$3P$
$P_3, \text{ Н}$	$2P$	$2P$	$3P$	$2P$	$2P$	$2P$	$3P$	P	$2P$	$3P$	$2P$	$2P$	$2P$	P	$2P$
$P_4, \text{ Н}$	$2P$	P	P	$2P$	$3P$	$3P$	P	P	$2P$	P	P	P	$2P$	$2P$	$2P$
$R, \text{ м}$	$2r$	$1,5r$	$2,5r$	$1,2r$	$2r$	r	$1,5r$	r	$2r$	r	$1,5r$	$1,2r$	$2r$	$2r$	$2r$
$F, \text{ Н}$	P	$2P$	P	$3P$	P	P	$2P$	$4P$	P	$2P$	P	$2P$	$1,5P$	$4P$	$2P$
$M, \text{ Н}\cdot\text{м}$	$2Pr$	$3Pr$	$4Pr$	$3Pr$	$3Pr$	$4Pr$	$2Pr$	$2Pr$	$3Pr$	$2Pr$	$3Pr$	$4Pr$	$3Pr$	$3Pr$	$2Pr$

Номер варианта задания	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
$P_1, \text{ Н}$	$4P$	$1,5P$	P	$2P$	P	P	$1,5P$	$1,5P$	$2P$	P	P	$2P$	$1,2P$	$3P$	$1,2P$
$P_2, \text{ Н}$	$2P$	$2P$	$2P$	$4P$	$3P$	$4P$	$3P$	$4P$	$3P$	$2P$	$2P$	$1,2P$	$2P$	$3P$	$2P$
$P_3, \text{ Н}$	$2P$	$2P$	$3P$	$2P$	$2P$	$3P$	$2P$	$2P$	P	$2P$	$3P$	$2P$	P	P	$3P$
$P_4, \text{ Н}$	$1,5P$	$2P$	$3P$	P	$2P$	$2P$	$2P$	P	$2P$	$3P$	P	P	$2P$	P	$2P$
$R, \text{ м}$	$1,5r$	r	$1,5r$	$2r$	r	$1,2r$	$2r$	$1,5r$	$2r$	r	$1,5r$	$2r$	r	$1,2r$	$2r$
$F, \text{ Н}$	$2P$	$2P$	P	$3P$	$4P$	$2P$	$3P$	$2P$	$3P$	P	$3P$	$1,5P$	$4P$	$2P$	$3P$
$M, \text{ Н}\cdot\text{м}$	$3Pr$	$2Pr$	$4Pr$	Pr	$4Pr$	$4Pr$	$2Pr$	Pr	$4Pr$	$2Pr$	$4Pr$	$2Pr$	$2Pr$	$3Pr$	$2Pr$



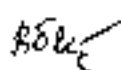
Министерство науки и высшего образования РФ
ФГБОУ ВО
«Уральский государственный горный университет»

ОДОБРЕНО

Методической комиссией
горно-механического факультета

«__» _____ 2018 г.

Председатель комиссии

 проф. В. П. Барановский

Брагин В. Г., Волков Е. Б., Казаков Ю. М.

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА

Учебное пособие

УДК 531
Б 87

Рецензент: *Н. М. Суслов*, д-р техн. наук, заведующий кафедрой ГМК
Уральского государственного горного университета.

Учебное пособие рассмотрено на заседании кафедры технической механики от
«07» июня 2018 г. (протокол № 7) и рекомендовано для издания в УГГУ.

Печатается по решению Учебно-методического совета Уральского государственного горного университета.

Брагин В. Г., Волков Е. Б., Казаков Ю. М.

Б 87 ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА: Учебное пособие / Ю. М. Казаков, В. Г. Брагин, Е. Б. Волков. – Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2018. – 250 с.
ISBN 978-5-8019-0460-3

Учебное пособие содержит краткие методические указания, примеры решений задач и упражнения для самостоятельной работы по основным темам курса теоретической механики: статика, кинематика точки и простейшие движения твёрдых тел, сложное движение точки, динамика точки и механической системы. Учебное пособие для студентов всех специальностей очной и заочной форм обучения.

ISBN 978-5-8019-0460-3

©Брагин В. Г., Волков Е. Б.,
Казаков Ю. М., 2018

©Уральский государственный горный
университет, 2018

ОГЛАВЛЕНИЕ

1. СТАТИКА.....	4
1.1. Основные понятия статики	4
1.2. Система сходящихся сил. Условия равновесия	9
1.3. Произвольная плоская система сил.....	16
1.4. Равновесие систем тел	26
1.5. Произвольная пространственная система сил	34
1.6. Равновесие тел при наличии сил трения.....	44
2. КИНЕМАТИКА ТОЧКИ И ТВЁРДОГО ТЕЛА.....	55
2.1. Криволинейное движение точки	55
2.2. Поступательное движение и вращение твердого тела	62
вокруг неподвижной оси	62
2.3. Скорости точек при плоскопараллельном движении твёрдого тела	73
2.4. Ускорения точек при плоскопараллельном движении твёрдого тела	84
3. СЛОЖНОЕ ДВИЖЕНИЕ ТОЧКИ	100
3.1. Основные понятия и определения сложного движения точки.....	100
4. ДИНАМИКА ТОЧКИ	114
4.1. Дифференциальные уравнения движения точки	114
4.2. Колебания материальной точки.....	124
4.3. Теорема об изменении кинетической энергии точки.....	134
5. ОБЩИЕ ТЕОРЕМЫ ДИНАМИКИ СИСТЕМЫ.....	146
5.1. Теорема о движении центра масс системы	146
5.2. Теорема об изменении кинетического момента системы	
относительно оси.....	148
5.3. Теорема об изменении кинетической энергии системы	153
5.4. Применение общих теорем динамики системы к описанию	
движений твёрдого тела	162
6. ПРИНЦИПЫ МЕХАНИКИ	177
6.1. Принцип Даламбера для системы	177
6.2. Принцип возможных перемещений	182
6.3. Общее уравнение динамики.....	189
6.4. Уравнения Лагранжа II рода	201
7. ОТВЕТЫ И КРАТКИЕ ПОЯСНЕНИЯ.....	220
7.1. Ответы к упражнениям главы 1	220
7.2. Ответы к упражнениям главы 2	226
7.3. Ответы к упражнениям главы 3	231
7.4. Ответы к упражнениям главы 4	233
7.5. Ответы к упражнениям главы 5	236
7.6. Ответы к упражнениям главы 6	241
СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ	249

1. СТАТИКА

1.1. Основные понятия статики

Статика представляет раздел теоретической механики, в котором освещаются условия равновесия тел под действием систем сил.

Материальной точкой называют простейшую модель материального тела, размерами которого можно пренебречь и которое можно принять за геометрическую точку, имеющую массу, равную массе тела. Совокупность материальных точек называется **системой материальных точек**. Если система материальных точек такова, что движение каждой точки зависит от положения и движения остальных точек системы, то система называется **механической системой материальных точек**. Любое материальное тело представляет собой механическую систему материальных точек. Если точки системы связаны между собой так, что расстояния между любыми двумя точками не изменяются, то система называется **неизменяемой системой**, а тело – **абсолютно твердым телом**.

Силой в механике называют меру механического действия одного материального объекта (например, твердого тела) на другой. Единицей измерения силы в системе СИ является ньютон (Н). Совокупность сил, действующих на механическую систему (в частности, на твёрдое тело), называют **системой сил**.

Если система сил, приложенная к твердому телу, оставляет его в состоянии покоя или равномерного прямолинейного движения, то такая система сил называется **уравновешенной**, или **системой сил, эквивалентной нулю**.

Если одну систему сил, действующих на твердое тело или материальную точку, можно заменить другой системой, не изменяя при этом состояния покоя или движения, в котором находится тело или материальная точка, то такие две системы сил называются **эквивалентными**. Если система сил эквивалентна одной силе, то эта сила называется **равнодействующей** данной системы сил.

Основные виды связей и их реакции

Всякое твердое тело, которое может занимать произвольное положение в пространстве, называется свободным. Если на тело наложены внешние связи, стесняющие (ограничивающие) свободу его перемещений, то тело является несвободным. Сила, с которой данная связь действует на тело, препятствуя его перемещениям, называется **реакцией связи**. Всякое несвободное твердое тело можно рассматривать как свободное, если освободить тело от связей и заменить действие связей их реакциями. **Реакция связи направлена в сторону, противоположную тому направлению, вдоль которого связь препятствует перемещению тела.**

Опора тела на гладкую плоскость (поверхность) без трения. Реакция $\vec{R}$ абсолютно гладкой поверхности приложена в точке касания и направлена перпендикулярно к общей касательной соприкасающихся поверхностей (рис. 1.1, *a*). Такая реакция называется **нормальной реакцией**.

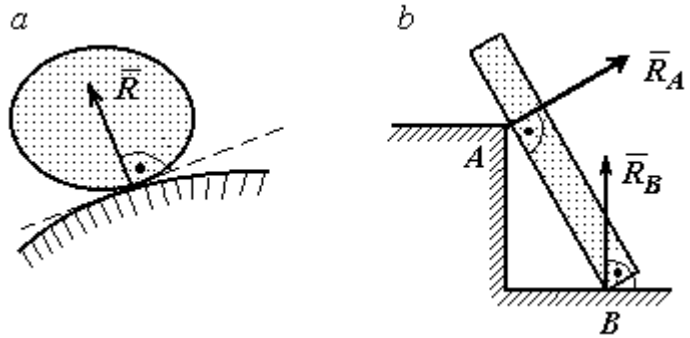


Рис. 1.1. Реакция опоры:

Брус с гладкой поверхностью (рис. 1.1, *b*), опирающийся в точке *B* на гладкий пол и в точке *A* на ребро (точечную опору), имеет реакциями опор $\vec{R}_B$ – реакцию пола и $\vec{R}_A$ – реакцию ребра (точечной опоры). Реакции приложены к брусу и направлены по нормальям к поверхности пола и поверхности бруса.

Цилиндрический шарнир и подвижная опора (каток). Цилиндрический шарнир (на рис. 1.2, *a* обозначен буквой *A*) представляет собой устройство, которое допускает поворот тела в плоскости, перпендикулярной оси шарнира (например, цилиндрическая втулка, надетая на неподвижный цилиндр).

Реакция цилиндрического шарнира $\vec{R}_A$ лежит в плоскости, перпендикулярной оси шарнира. При решении задач неизвестную по величине и направлению реакцию цилиндрического шарнира представляют в виде составляющих, $\vec{X}_A$, $\vec{Y}_A$, направленных вдоль координатных осей (см. рис. 1.2, *a*). Величина реакции $\vec{R}_A$ определяется по формуле: $R_A = \sqrt{X_A^2 + Y_A^2}$, где $\vec{X}_A$, $\vec{Y}_A$ – составляющие реакции.

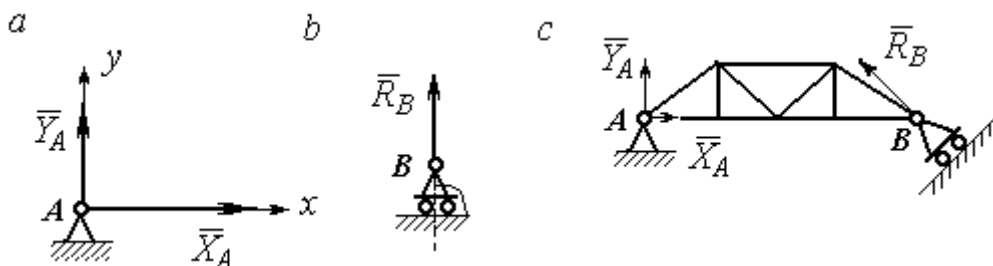


Рис. 1.2. Реакции шарнирных опор:
a – цилиндрический шарнир; *b* – каток; *c* – мостовая конструкция с цилиндрической шарнирной опорой и опорой на каток

Реакция $\vec{R}_B$ опоры на каток (подвижной опоры) (рис. 1.2, *b*) перпендикулярна опорной поверхности.

На рис. 1.2, *c* показаны реакции связей мостовой конструкции с цилиндрической шарнирной опорой и подвижной опорой (катком). Реакция цилиндрического шарнира в точке *A* изображена в виде разложения на взаимно перпендикулярные составляющие $\vec{X}_A$, $\vec{Y}_A$, реакция $\vec{R}_B$ катка в точке *B* перпендикулярна наклонной плоскости, на которой стоит каток.

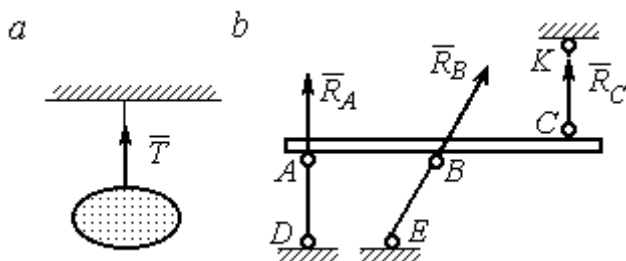


Рис. 1.3. Реакция гибкой нити и невесомого стержня

Гибкая связь и жесткий невесомый стержень. Связь в виде гибкой нерастяжимой нити (каната, троса) препятствует удалению тела от точки подвеса. (рис. 1.3, *a*). Реакция связи $\vec{T}$,

равная натяжению нити, приложена к телу и направлена вдоль нити в сторону противоположную направлению, вдоль которого нить препятствует перемещению тела

Если опорой тела служит невесомый стержень с шарнирами на концах, то реакция прямолинейного стержня приложена к телу и направлена вдоль стержня. Направление реакции стержня противоположно направлению, по которому стержень препятствует перемещению тела.

Реакции невесомых стержней, удерживающих балку, изображённую на рис. 1.3, *b*, направлены исходя из предположения, что балка может перемещаться вниз. При этом стержни *AD* и *BE* сжаты, а стержень *CK* растянут.

Сферический шарнир. Связь в виде сферического шарнира не позволяет перемещать тело в пространстве, но допускает поворот в пространстве вокруг неподвижной точки. Реакция сферического шарнира может иметь любое направление в пространстве. При решении задач реакцию изображают ее составляющими. На рис. 1.4 реакция $\vec{R}_A$ сферического шарнира *A* разложена на составляющие $\vec{X}_A, \vec{Y}_A, \vec{Z}_A$ по направлениям координатных осей. Величина реакции сферического шарнира определяется по формуле: $R_A = \sqrt{X_A^2 + Y_A^2 + Z_A^2}$.

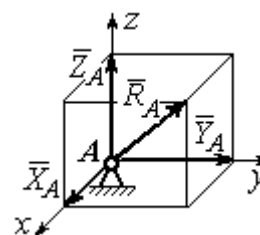


Рис. 1.4. Реакция сферического шарнира

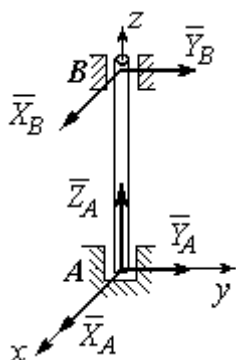


Рис. 1.5. Реакции подшипника и подпятника

Подшипник и подпятник. Подшипник представляет собой цилиндрический шарнир (рис. 1.5, подшипник *B*). Его реакция может иметь любое направление в плоскости, перпендикулярной оси шарнира. При решении задач реакция подшипника раскладывается на две составляющие. Например, на рис. 1.5 реакция $\vec{R}_B$ подшип-

ника B разложена на составляющие $\vec{X}_B, \vec{Y}_B$, параллельные координатным осям.

Величина реакции подшипника определяется по формуле: $R_B = \sqrt{X_B^2 + Y_B^2}$.

Подпятник является цилиндрическим шарниром с упором. В задачах реакция подпятника обычно изображается векторами $\vec{X}_A, \vec{Y}_A, \vec{Z}_A$, представляющими разложение силы реакции подпятника по заданным направлениям координатных осей (см. рис. 1.5, подпятник A). Величина реакции подпятника определяется по формуле: $R_A = \sqrt{X_A^2 + Y_A^2 + Z_A^2}$.

Проекция силы на ось и на плоскость

Проекция силы на ось есть алгебраическая величина, равная произведению модуля силы на косинус угла между силой и положительным направлением оси. Если этот угол острый, проекция положительна, если тупой – отрицательна. Если сила перпендикулярна оси, её проекция на ось равна нулю.

Проекции сил $\vec{F}$, $\vec{Q}$, $\vec{P}$, изображённых на рис. 1.6, a , на ось x :
 $F_x = F \cos \alpha$, $Q_x = Q \cos \alpha_1 = -Q \cos \varphi$, $P_x = P \cos 90^\circ = 0$.

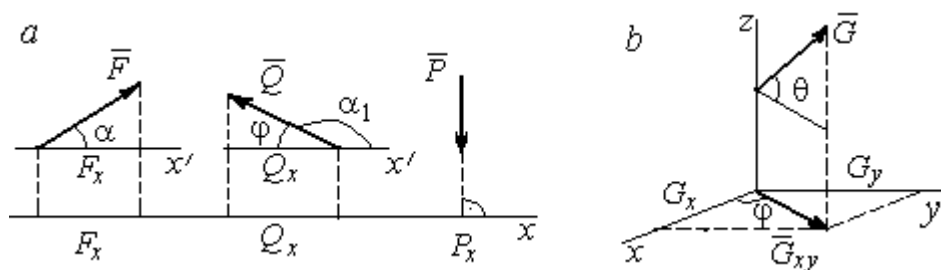


Рис. 1.6. Проекция силы на ось и на плоскость:
 a – проекция силы на ось; b – проекция силы на плоскость

Проекцией силы на плоскость называется вектор, заключённый между проекциями начала и конца силы $\vec{G}$ на эту плоскость.

На рис. 1.6, b вектор $\vec{G}_{xy}$ является проекцией силы $\vec{G}$ на плоскость xy . По величине $G_{xy} = G \cos \theta$, где θ – угол между направлением силы $\vec{G}$ и её проек-

ции $\vec{G}_{xy}$. Проекции силы $\vec{G}$ на оси xyz : $G_x = G_{xy} \cos \varphi = G \cos \theta \cos \varphi$, $G_y = G_{xy} \sin \varphi = G \cos \theta \sin \varphi$, $G_z = G \sin \theta$.

1.2. Система сходящихся сил. Условия равновесия

Для равновесия **пространственной системы сходящихся сил** необходимо и достаточно, чтобы суммы проекций всех сил на каждую из трёх осей прямоугольной системы координат были равны нулю:

$$\sum F_{kx} = 0, \sum F_{ky} = 0, \sum F_{kz} = 0,$$

где F_{kx}, F_{ky}, F_{kz} – проекции всех сил на координатные оси.

Для равновесия **плоской системы сходящихся сил** необходимо и достаточно, чтобы суммы проекций всех сил на каждую из двух осей прямоугольной системы координат, расположенной в плоскости действия сил, были равны нулю: $\sum F_{kx} = 0, \sum F_{ky} = 0$, где F_{kx}, F_{ky} – проекции всех сил на координатные оси.

Примеры решения задач на равновесие сходящейся системы сил

Задача 1. Каток весом 20 кН удерживается на гладкой наклонной плоскости тросом, который одним концом закреплён на поверхности шара, а другим – на вертикальной стене (рис. 1.7). Угол наклона троса к вертикальной стене $\beta = 120^\circ$. Угол наклона плоскости к горизонту $\alpha = 45^\circ$. Определить силу давления катка на плоскость и натяжение троса.

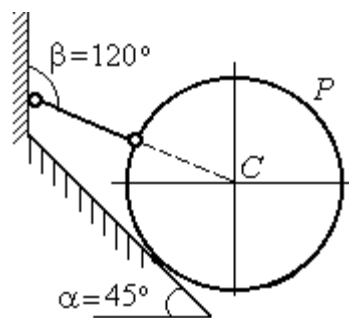


Рис. 1.7. Равновесие шара

Решение

При равновесии на каток действуют сила тяжести $\vec{P}$, реакция троса $\vec{N}$ и реакция опоры $\vec{R}$. Линии действия всех сил находятся в одной плоскости и пересекаются в центре шара. Направления реакций показаны на рис. 1.8.

Условия равновесия плоской сходящейся системы сил:

$$\sum F_{kx} = 0, \sum F_{ky} = 0.$$

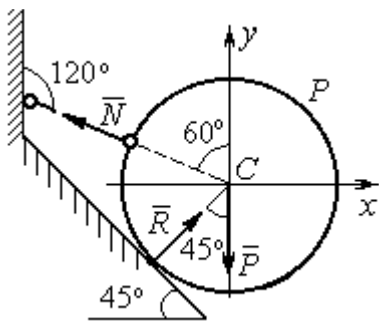


Рис. 1.8. Силы, действующие на каток, при его равновесии

Проведя оси координат, как показано на рис. 1.8, выразим условия равновесия в виде системы уравнений:

$$\sum F_{kx} = -N \cos 30^\circ + R \cos 45^\circ = 0;$$

$$\sum F_{ky} = N \cos 60^\circ + R \cos 45^\circ - P = 0.$$

Подставляя в уравнения исходные данные задачи, найдем: $N = 14,64 \text{ кН}$, $R = 17,93 \text{ кН}$.

Натяжение троса равно модулю его реакции. Сила давления катка на плоскость равна реакции опоры гладкой плоскости, но направлена в противоположную сторону.

Задача 2. Кронштейн состоит из невесомых стержней AC и BC , скрепленных друг с другом и с вертикальной стеной шарнирами, как показано на рис. 1.9. Стержень BC горизонтален, стержень AC составляет с горизонталью угол $\beta = 60^\circ$. К шарниру C прикреплены два троса, удерживающие грузы 1 и 2 весом $G_1 = 10 \text{ кН}$ и $G_2 = 12 \text{ кН}$. Трос, удерживающий груз 1, вертикален, а другой перекинут через блок D так, что угол наклона участка троса CD к вертикали $\alpha = 60^\circ$. Определить реакции стержней BC и AC .

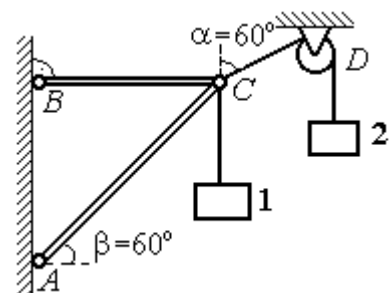


Рис. 1.9. Равновесие кронштейна

Решение

Рассмотрим равновесие узла C , в котором закреплены стержни и тросы. На узел C действуют реакции $\vec{T}_1$ и $\vec{T}_2$ тросов, натянутых грузами 1 и 2, и реакции $\vec{N}_1$ и $\vec{N}_2$ стержней BC и AC (рис. 1.10). Модули реакций тросов $\vec{T}_1$ и $\vec{T}_2$ равны весу грузов: $T_1 = G_1$, $T_2 = G_2$.

Плоская система сил ($\vec{T}_1$, $\vec{T}_2$, $\vec{N}_1$, $\vec{N}_2$) является сходящейся. Условия равновесия: $\sum F_{kx} = 0$, $\sum F_{ky} = 0$. Проведя оси координат xOy , как показано на рис. 1.10, и определяя проекции сил на оси, получим систему уравнений:

$$N_1 + N_2 \cos 60^\circ - T_2 \cos 30^\circ = 0;$$

$$N_2 \cos 30^\circ + T_1 - T_2 \sin 60^\circ = 0.$$

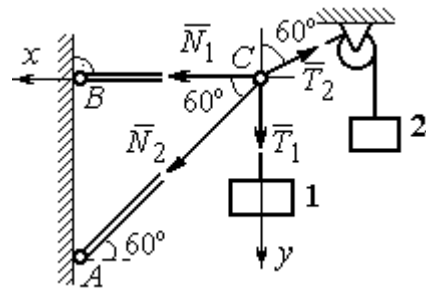


Рис. 1.10. Силы, действующие на узел C при его равновесии

Подставим в уравнения исходные данные задачи. С учётом того, что $T_1 = G_1 = 10$ кН, $T_2 = G_2 = 12$ кН, найдём значения реакций: $N_1 = 12,7$ кН, $N_2 = -4,62$ кН. Отрицательная величина N_2 означает, что вектор $\vec{N}_2$ реакции стержня AC направлен в противоположную сторону.

Задача 3. Груз весом $P = 20$ кН поднимается стержневым краном ABC

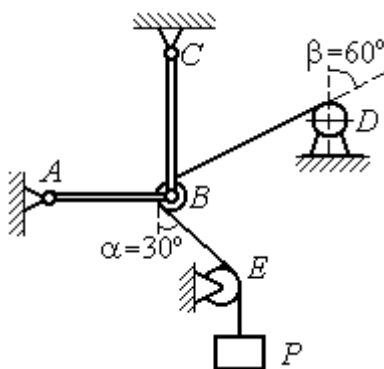


Рис. 1.11. Равновесие стержневой конструкции

посредством каната, перекинутого через блоки B и D (рис. 1.11). Блок B установлен в месте шарнирного соединения невесомых стержней AB и BC , блок D укреплен так, что участок троса DB составляет с вертикалью угол $\beta = 60^\circ$. Стержни AB и BC соединены со стенками шарнирами. Конец троса, несущий груз P , переброшен через блок E и на отрезке BE составляет с вертикалью угол $\alpha = 30^\circ$. Пренебрегая трением в блоке и размерами блока B , определить усилия в стержнях AB и BC при равновесии груза.

Решение

Рассмотрим равновесие блока B вместе с отрезками нити BE и BD . Освободим блок B от связей и заменим их реакциями.

Рассматривая блок и отрезок нити как одно целое, можно не учитывать

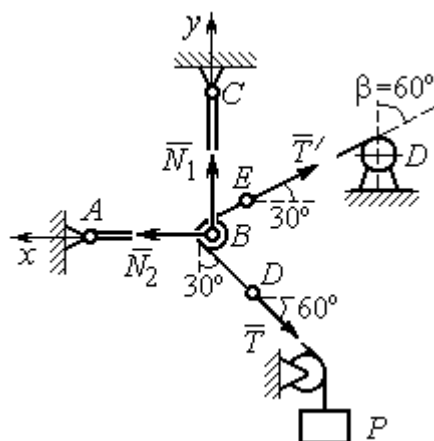


Рис. 1.12. Силы, действующие на блок B , при его равновесии

силы взаимного давления нити и блока. На блок действует реакция $\vec{T}$ нити BD , приложенная в точке D , численно равная весу груза P , реакция $\vec{T}'$ нити BE , приложенная в точке E и также численно равная весу груза P и реакции стержней $\vec{N}_1, \vec{N}_2$ (см. рис. 1.12).

Пренебрегая размерами блока, можно считать систему сил сходящейся. Проведём координатные оси, как показано на рис. 1.12, и

выразим условия равновесия плоской сходящейся системы сил в виде системы уравнений:

$$\sum F_{kx} = N_2 - T' \cos 30^\circ - T \cos 60^\circ = 0; \quad \sum F_{ky} = N_1 + T' \cos 60^\circ - T \cos 30^\circ = 0.$$

Решая полученную систему уравнений с учётом, что $T' = T = P = 20$ кН, получим: $N_1 = 7,32$ кН, $N_2 = 27,32$ кН.

Задача 4. Шахта ориентируется в вертикальной плоскости с помощью несвободного проволочного отвеса $CBDP$, натянутого грузом весом $P = 50$ Н (рис. 1.13).

Определить натяжения частей отвеса CB , BD , DP и натяжения оттяжек BA и DE , если угол отклонения оттяжки BC от горизонтали $\alpha = 60^\circ$, а отклонение средней части отвеса BD от вертикали $\beta = 4^\circ$. Весом проволоки отвеса пренебречь.

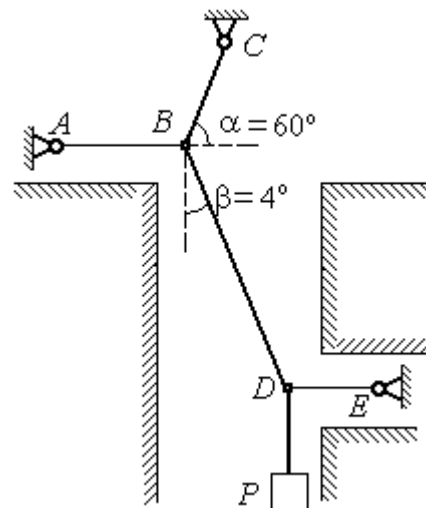


Рис. 1.13. Схема отвеса

Решение

Рассмотрим равновесие узла D , в котором сходятся три силы – реакция $\vec{S}$ средней части отвеса, реакция $\vec{T}_E$ оттяжки DE и реакция $\vec{T}_P$ отвеса на участке

DP , равная весу груза $T_P = P$ (рис. 1.14). Выберем оси координат xDu , как показано на рис. 1.14, и составим уравнения равновесия узла D :

$$\sum F_{kx} = S \cos 86^\circ - T_E = 0; \quad \sum F_{ky} = S \cos 4^\circ - T_P = 0.$$

Из второго уравнения с учётом, что натяжение отвеса на участке DP $T_P = P = 50$ Н, находим натяжение S на сред-

нем участке отвеса: $S = \frac{T_P}{\cos 4^\circ} = 50,12$ Н. Из

первого уравнения находим натяжение $T_E = S \cos 86^\circ = 3,49$ Н.

Теперь рассмотрим равновесие узла B , на который действуют реакция $\vec{T}_A$ оттяжки BA , реакция $\vec{T}_C$ верхней части отвеса BC и реакция $\vec{S}'$ средней части отвеса. Вектор силы $\vec{S}'$ противоположен направлению вектора $\vec{S}$: $\vec{S}' = -\vec{S}$,

а численно (по принципу равенства действия и противодействия) они равны $S' = S$ (см. рис. 1.14). Выберем оси координат xBy , как показано на рис. 1.14, и составим уравнения равновесия узла B :

$$\sum F_{kx} = T_C \cos 60^\circ + S' \cos 86^\circ - T_A = 0; \quad \sum F_{ky} = T_C \cos 30^\circ - S' \cos 4^\circ = 0.$$

Находим натяжение отвеса на верхнем участке BC и натяжение T_A оттяжки BA : $T_C = \frac{S' \cos 4^\circ}{\cos 30^\circ} = 57,73$ Н; $T_A = T_C \cos 60^\circ + S' \cos 86^\circ = 32,36$ Н.

Задача 5. Груз $P = 20$ кН удерживается двумя стержнями AC , AD одинаковой длины и цепью AB , скреплённых в точке A , так, что плоскость треугольника ADC горизонтальна (рис. 1.15). Цепь BA отклонена от вертикальной стены на угол $\beta = 60^\circ$ и расстояние $CE = ED$. Трос закреплён одним концом в точке A , а другой его конец, несущий груз, переброшен через блок K так, что отрезок

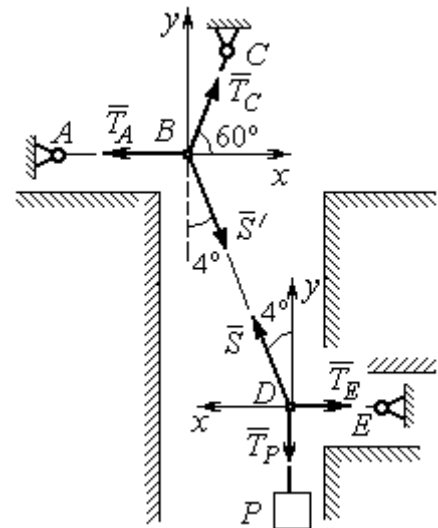


Рис.1.14. Силы, действующие в узлах B и D при равновесии отвеса

троса AK находится в плоскости, параллельной плоскости стены, и составляет с

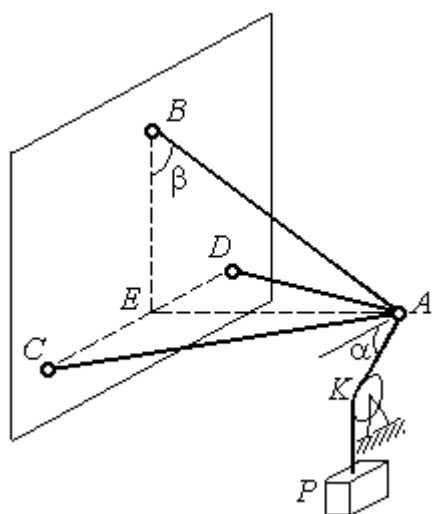


Рис. 1.15. Конструкция пространственного кронштейна

горизонтом угол $\alpha = 30^\circ$. Крепления стержней шарнирные. Углы у оснований стержней $\angle DCA = \angle CDA = 60^\circ$. Определить реакции стержней и натяжение цепи. Весами стержней пренебречь.

Решение

Рассмотрим равновесие узла A . Освобождаем узел от связей, заменяя действие связей реакциями. Реакции стержней $\vec{S}_D$ и $\vec{S}_C$ направлены по стержням,

реакция цепи $\vec{S}_B$ направлена вдоль линии натянутой цепи (рис. 1.16). Реакция троса $\vec{T}$ направлена вдоль троса по линии AK и численно равна весу груза: $T = P$. Направления реакций выбраны в предположении, что стержни и цепь растянуты.

Выберем систему координат, как показано на рис. 1.16. На узел A действует пространственная сходящаяся система сил.

Условия равновесия пространственной сходящейся системы сил $\sum F_{kx} = 0$, $\sum F_{ky} = 0$, $\sum F_{kz} = 0$, где F_{kx} , F_{ky} , F_{kz} — проекции всех сил на координатные оси. Составляем уравнения равновесия:

$$\sum F_{kx} = S_C \cos 60^\circ - S_D \cos 60^\circ + T \cos 30^\circ = 0;$$

$$\sum F_{ky} = S_C \cos 30^\circ + S_D \cos 30^\circ + S_B \cos 30^\circ = 0; \quad \sum F_{kz} = S_B \cos 60^\circ - T \cos 60^\circ = 0.$$

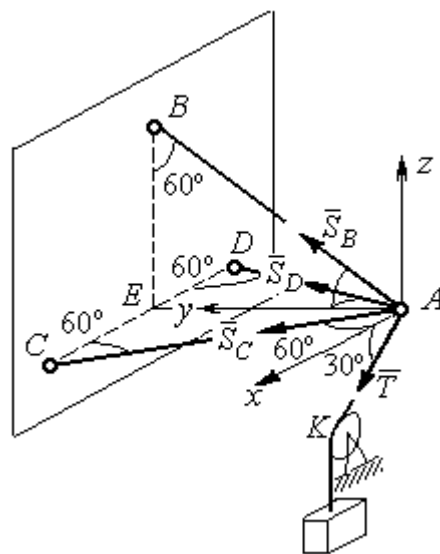


Рис. 1.16. Силы, действующие на узел A , при его равновесии

Решая эту систему, находим $S_B = T = P = 20$ кН; $S_C = -27,32$ кН; $S_D = 7,32$ кН. Знак минус величины S_C показывает, что реакция стержня AC имеет обратное направление. Натяжение цепи равно модулю реакции $\vec{S}_B$.

Задача 6. Подъёмное устройство (рис. 1.17) состоит из двух стержневых опор DB и DA и растяжки DC , соединённых в точке D . В точке D к устройству прикреплена вертикальная нить, удерживающая груз весом $P = 50$ кН.

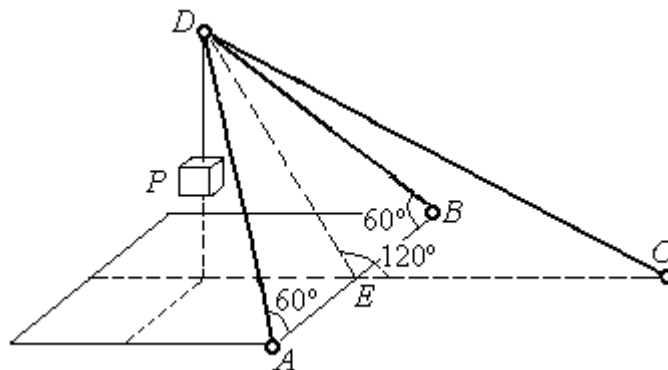


Рис. 1.17. Конструкция подъёмного устройства

Определить реакцию стержневых опор и усилие в растяжке подъёмного устройства, если крепления стержней шарнирные, угол $\angle DEC = 120^\circ$, $AE = EB$, $DE = EC$, а углы в основании опор $\angle DAB = \angle DBA = 60^\circ$.

Решение

Рассматриваем равновесие узла D . Освобождаем узел от связей, заменяя действие связей реакциями. Реакции стержней $\vec{S}_A$, $\vec{S}_B$, $\vec{S}_C$ направлены по стержням, реакция нити $\vec{T}$, численно равная весу тела, направлена вдоль нити (рис. 1.18). Направление реакций выбрано в предположении, что все стержни растянуты.

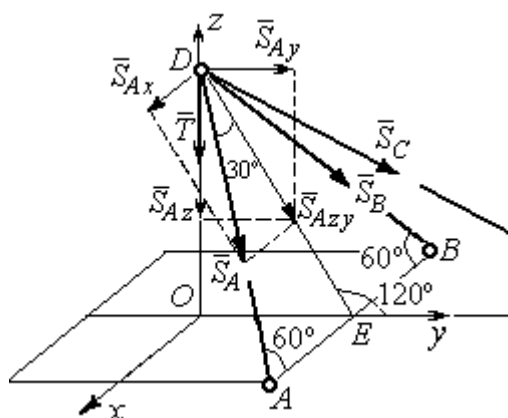


Рис. 1.18. Силы, действующие на узел D , при его равновесии

На узел D действует пространственная сходящаяся система сил. Выберем систему координат $Oxyz$, как показано на рис. 1.18, и составим уравнения равновесия. Заметим, что при определении проекции си-

составим уравнения равновесия. Заметим, что при определении проекции си-

лы $\vec{S}_A$ на оси координат следует вначале получить её проекции $\vec{S}_{Ax}$ на ось Ox и $\vec{S}_{Azy}$ – на плоскость Oyz , а затем найти проекции силы $\vec{S}_{Azy}$ на оси Oy и Oz . На рис. 1.18 показана последовательность вычисления проекций силы $\vec{S}_A$ на оси координат: $S_{Ax} = S_A \cos 60^\circ$, $S_{Ay} = S_{Azy} \cos 60^\circ = S_A \cos 30^\circ \cos 60^\circ$, $S_{Az} = -S_{Azy} \cos 30^\circ = -S_A \cos^2 30^\circ$. Определение проекций силы $\vec{S}_B$ производится аналогично. Сила $\vec{S}_C$ расположена в плоскости Oyz и имеет своими проекциями $S_{Cy} = S_C \cos 30^\circ$, $S_{Cz} = -S_C \cos 60^\circ$. В результате уравнения равновесия узла D принимают вид

$$\sum F_{ky} = S_A \cos 30^\circ \cos 60^\circ + S_B \cos 30^\circ \cos 60^\circ + S_C \cos 30^\circ = 0;$$

$$\sum F_{kx} = S_A \cos 60^\circ - S_B \cos 60^\circ = 0;$$

$$\sum F_{kz} = -S_A \cos^2 30^\circ - S_B \cos^2 30^\circ - S_C \cos 60^\circ - T = 0.$$

Решая систему, получим: $S_A = S_B = -50$ кН, $S_C = 50$ кН.

Отрицательные значения S_A и S_B означают, что реакций стержней AD и DB направлены в противоположную сторону. В результате стержни AD и DB сжаты, а стержень DC растянут.

1.3. Произвольная плоская система сил

Система сил, расположенных в одной плоскости, называется **плоской системой сил**.

Алгебраическим моментом $M_O(\vec{F})$ силы $\vec{F}$ относительно центра O , или просто **моментом силы $\vec{F}$** относительно центра, называют взятое с соответствующим знаком произведение модуля силы $\vec{F}$ и кратчайшего расстояния h от центра до линии действия силы (рис. 1.19, а): $M_O(\vec{F}) = \pm Fh$. Величину h называют **плечом силы**. Единица измерения момента – Н·м. Момент считается положительным, если сила $\vec{F}$ стремится повернуть тело вокруг центра в

направлении против хода часовой стрелки, и отрицательным – в обратном случае.

На рис. 1.19, *b* показаны знаки моментов сил $\vec{F}$ и $\vec{Q}$ относительно центра O : $M_O(\vec{F}) = +Fh_2$, $M_O(\vec{Q}) = -Qh_1$. Момент силы $\vec{R}$ относительно центра O равен нулю: $M_O(\vec{R}) = 0$, так как плечо силы равно нулю.

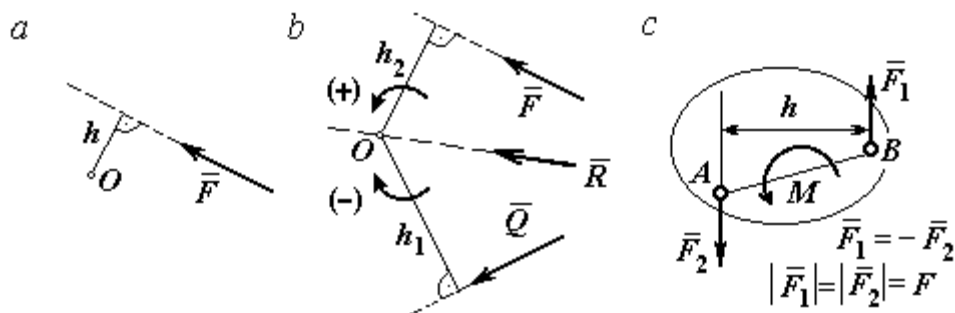


Рис. 1.19. Схемы к вычислению момента силы:
a, b – момент силы относительно центра; *c* – момент пары сил

Парой сил, или просто парой (рис.1.19, *c*), называют систему двух равных по модулю сил, параллельных, направленных в противоположные стороны и не лежащих на одной прямой. **Плечом пары** называют кратчайшее расстояние между линиями действия ее сил. Алгебраическим моментом пары сил, или **моментом пары**, называют взятое со знаком плюс или минус произведение модуля одной из сил пары и плеча пары. Правило знаков такое же, как и для момента силы. Пара сил, показанная на рис. 1.19, *c*, имеет плечо h и момент M : $M = F_1 h = F_2 h$. Поскольку пара сил характеризуется только ее моментом, на схемах пару часто изображают дуговой стрелкой, показывающей направление поворота твердого тела под действием пары (см. M на рис. 1.19, *c*).

Жесткая заделка. Такая связь (рис. 1.20) препятствует не только линейным перемещениям тела, но и повороту. Реакция жесткой заделки состоит из силы

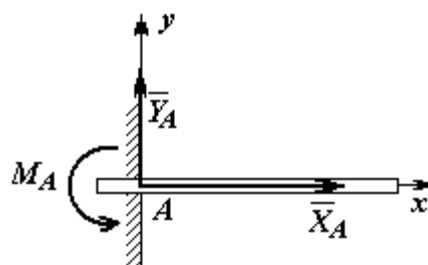


Рис. 1.20. Реакция жесткой заделки

реакции $\vec{R}_A$ и пары сил с моментом M_A . Силу реакции жесткой заделки $\vec{R}_A$ изображают ее составляющими $\vec{X}_A$ и $\vec{Y}_A$, направленными вдоль координатных осей (см. рис. 1.20). Величина силы реакции $\vec{R}_A$ определяется по формуле: $R_A = \sqrt{X_A^2 + Y_A^2}$.

При вычислении моментов сил часто применяют **теорему Вариньона** о том, что момент равнодействующей системы сил относительно любого центра равен сумме моментов всех сил этой системы относительно того же центра. На

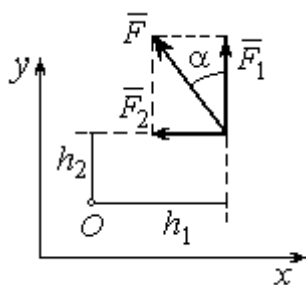


Рис.1.21. Применение теоремы Вариньона

рис. 1.21 показана схема применения теоремы Вариньона. Силу $\vec{F}$ раскладываем на составляющие $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$, направленные вдоль координатных осей так, что имеет место равенство $\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$. Численно составляющие $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_2$ равны проекциям силы $\vec{F}$ на координатные оси: $F_1 = F \cos \alpha$, $F_2 = F \sin \alpha$. Для каждой из составляющих находим плечи h_1 и h_2 относительно

центра O . Тогда (с учётом знаков) момент силы $\vec{F}$ относительно центра O : $M_O(\vec{F}) = M_O(\vec{F}_1) + M_O(\vec{F}_2) = F_1 h_1 + F_2 h_2$.

Распределённая нагрузка. Силы, приложенные непрерывно вдоль некоторой поверхности, называются **распределёнными**. Распределённая нагрузка характеризуется интенсивностью q . Интенсивность нагрузки, равномерно распределённой вдоль прямой, измеряется в Н/м. На рис. 1.22 приведена плоская система сил, равномерно распределённых вдоль прямой. Равнодействующая $\vec{Q}$ сил, равномерно распределённых вдоль прямой, приложена в середине отрезка действия распределённой нагрузки и по модулю равна про-

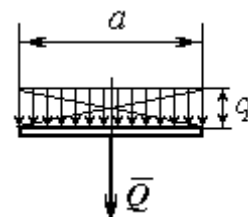


Рис. 1.22. Нагрузка, равномерно распределённая по прямой

нодействующая $\vec{Q}$ сил, равномерно распределённых вдоль прямой, приложена в середине отрезка действия распределённой нагрузки и по модулю равна про-

изведению интенсивности нагрузки на длину её действия: $Q = qa$, где a – длина отрезка действия распределённой нагрузки.

Основная форма условий равновесия плоской системы сил. Для равновесия плоской системы сил необходимо и достаточно, чтобы суммы проекций всех сил на каждую из двух осей прямоугольной системы координат, расположенной в плоскости действия сил, были равны нулю и сумма моментов сил относительно любого центра, находящегося в плоскости действия сил, была равна нулю:

$$\sum F_{kx} = 0, \quad \sum F_{ky} = 0, \quad \sum M_A(\vec{F}_k) = 0,$$

где F_{kx}, F_{ky} – проекции всех сил на координатные оси; $M_A(\vec{F}_k)$ – моменты всех сил относительно произвольно выбранного центра A .

Примеры решения задач на равновесие произвольной плоской системы сил

Задача 7. Однородная балка AB весом $P = 100$ кН прикреплена к стене шарниром A (рис.1.23). Балка удерживается под углом 60° к вертикали при помощи троса, прикреплённого к балке в точке B , перекинутого через блок D и несущего груз Q . Участок троса DB образует с вертикалью угол 30° . В точке C к балке подвешен груз G весом $G = 200$ кН. Определить вес груза Q , удерживающий балку в равновесии, и реакцию шарнира A , пренебрегая трением в блоке, если расстояние $BC = 0,25BA$.

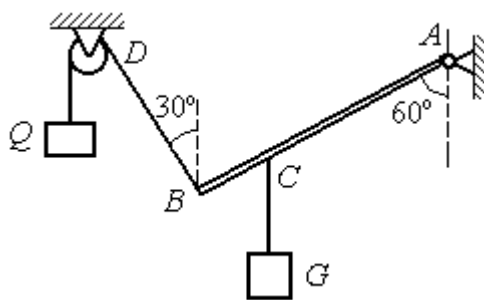


Рис. 1.23. Равновесие балки

Решение

Объектом равновесия является балка AB . На балку действуют сила тяжести $\vec{P}$, приложенная в середине отрезка AB , реакция шарнира A , представлен-

ная в виде двух составляющих $\vec{X}_A$ и $\vec{Y}_A$, направленных вдоль координатных осей, реакция $\vec{T}_1$ нити, удерживающей груз Q , и реакция $\vec{T}_2$ нити, удерживающей груз G . Направления сил и реакций связей показаны на рис. 1.24.

Силы – $\vec{T}_1$, $\vec{T}_2$, $\vec{P}$, $\vec{X}_A$, $\vec{Y}_A$, действующие на балку, составляют произвольную плоскую систему. Условия равновесия произвольной плоской системы сил:

$$\sum F_{kx} = 0; \sum F_{ky} = 0; \sum M_A(\vec{F}_k) = 0.$$

Выберем систему координат xAy , как показано на рис. 1.24.

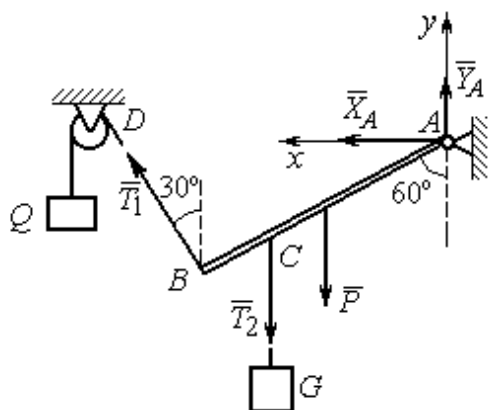


Рис. 1.24. Внешние силы и реакции связей при равновесии балки

Первые два уравнения равновесия имеют вид

$$\sum F_{kx} = X_A + T_1 \cos 60^\circ = 0;$$

$$\sum F_{ky} = Y_A + T_1 \cos 30^\circ - T_2 - P = 0.$$

Выберем центром точку A и будем вычислять моменты сил относительно этого центра. Обозначим (для удобства записи) длину $AB = \ell$. Условие равновесия балки в форме равенства нулю суммы моментов сил относительно центра A имеет вид

$$\sum M_A(\vec{F}_k) = -T_1 \ell + T_2 \frac{3}{4} \ell \cos 30^\circ + P \frac{1}{2} \ell \cos 30^\circ = 0.$$

Подставим данные из условия задачи, с учётом, что реакция нити, удерживающей груз Q , по модулю равна весу этого груза: $T_1 = Q$, а реакция нити, удерживающей груз G , численно равна весу груза G : $T_2 = G$.

Получим систему уравнений:

$$X_A + Q \cdot 0,5 = 0, \quad Y_A + Q \cdot 0,866 - 300 = 0, \quad -Q + 173,2 = 0.$$

Решая систему, найдём $Q = 173,2$ кН, $X_A = -86,6$ кН, $Y_A = 150,01$ кН.

Задача 8. Рама ACE (рис. 1.25, a) в точке A закреплена на цилиндрической шарнирной опоре, а в точке B поддерживается вертикальным невесомым стержнем BK . На раму действуют: пара сил с моментом $M = 8 \text{ кН}\cdot\text{м}$, сила $\vec{F}$, равная по модулю $F = 10 \text{ кН}$, приложенная в точке D под углом 60° к раме, и равномерно распределенная на отрезке AB нагрузка интенсивностью $q = 2 \text{ кН/м}$. В точке E под прямым углом к отрезку CE рамы прикреплен трос, переброшенный через блок и несущий груз $P = 20 \text{ кН}$.

Пренебрегая весом балки, определить реакцию шарнира A и реакцию стержневой опоры BK , если $a = 2 \text{ м}$.

Решение

Рассмотрим равновесие рамы ACE . Выбираем систему координат xAy , например, как показано на рис. 1.25, b .

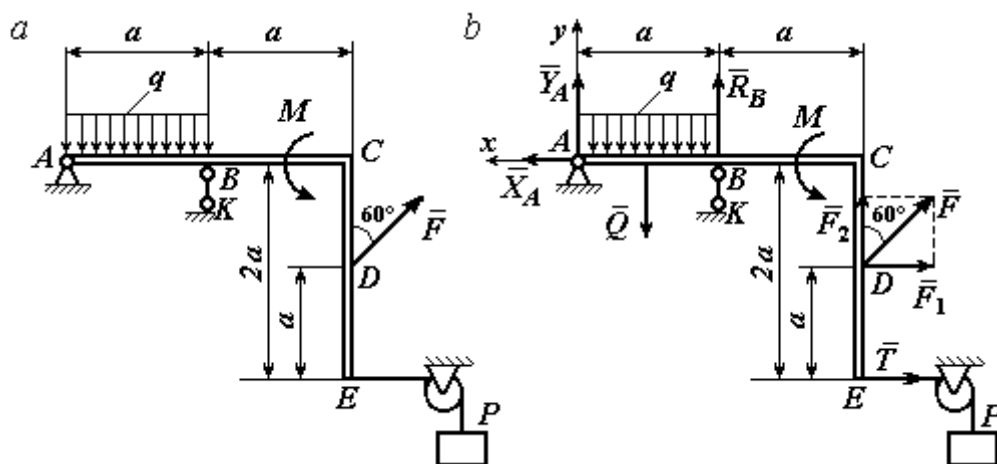


Рис. 1.25. Равновесие рамы:
 a – конструкция и нагрузка рамы; b – внешние силы и реакции связей при равновесии рамы

Заменяем действие связей их реакциями. Изображаем реакцию $\vec{R}_A$ шарнира A двумя ее составляющими $\vec{X}_A$ и $\vec{Y}_A$, направленными, соответственно, вдоль горизонтальной оси Ax и вертикальной Ay . Реакция $\vec{R}_B$ невесомой стержневой опоры BK приложена в точке B и направлена вдоль стержня BK . Действие груза P на раму изображается реакцией троса $\vec{T}$, модуль которой ра-

вен весу груза $T = P$. Заменяем распределенную нагрузку её равнодействующей $\vec{Q}$. Сила $\vec{Q}$ приложена в середине отрезка AB и численно равна: $Q = qa = 2 \cdot 2 = 4$ кН. На рис. 1.25, b показано направление внешних сил и реакций при равновесии рамы. Направление реакции стержневой опоры BK выбрано в предположении, что стержень сжимается.

При равновесии рамы ACE действующие на неё силы составляют уравновешенную произвольную плоскую систему сил $(\vec{Q}, \vec{F}, \vec{X}_A, \vec{Y}_A, \vec{R}_B, \vec{T}, M) \sim 0$. Условия равновесия имеют вид $\sum F_{kx} = 0$; $\sum F_{ky} = 0$; $\sum M_A(\vec{F}_k) = 0$. Вычисляя проекции сил на оси Ax, Ay , первые два уравнения из условий равновесия получим в виде:

$$\sum F_{kx} = X_A - F \cos 30^\circ - T = 0; \quad \sum F_{ky} = Y_A - Q + R_B + F \cos 60^\circ = 0. \quad (1.1)$$

При составлении третьего уравнения моменты сил будем вычислять относительно центра A . В этом случае линии действия сил $\vec{X}_A$ и $\vec{Y}_A$, составляющих реакцию шарнира A , проходят через центр A , плечи сил равны нулю, и, следовательно, моменты этих сил относительно данного центра равны нулю: $M_A(\vec{X}_A) = 0$, $M_A(\vec{Y}_A) = 0$.

При определении момента силы $\vec{F}$ удобнее воспользоваться теоремой Вариньона. С этой целью представим вектор силы $\vec{F}$ как равнодействующую двух сил $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_2$, параллельных осям Ax и Ay : $\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$ (см. рис. 1.25, b). Величины сил $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_2$ определяются как проекции силы F на оси координат: $F_1 = F \cos 30^\circ$, $F_2 = F \cos 60^\circ$. По теореме Вариньона момент силы $\vec{F}$ относительно центра A равен сумме моментов сил $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_2$ относительно того же центра A : $M_A(\vec{F}) = M_A(\vec{F}_1) + M_A(\vec{F}_2) = F_1 \cdot a + F_2 \cdot 2a$.

В результате уравнение равновесия в форме моментов имеет вид

$$\sum M_A(\vec{F}_k) = -Q \cdot 0,5a + R_B a + M + F \cos 60^\circ \cdot 2a + F \cos 30^\circ \cdot a + T 2a = 0. \quad (1.2)$$

Подставляя в уравнения равновесия (1.1), (1.2) численные значения из условий задачи, получим систему уравнений относительно неизвестных X_A, Y_A, R_B . Решая эту систему, найдем: $X_A = 28,66$ кН; $Y_A = 59,66$ кН; $R_B = -60,66$ кН.

Отрицательное значение величины R_B означает, что фактическое направление реакции $\vec{R}_B$ стержневой опоры BK противоположно направлению, показанному на рис. 1.25, *b*, т. е. стержень BK растягивается. Реакция шарнирной опоры A – сила $\vec{R}_A$ – находится как геометрическая (векторная) сумма сил $\vec{X}_A$ и $\vec{Y}_A$. Величина реакции $R_A = \sqrt{X_A^2 + Y_A^2} = \sqrt{28,66^2 + 59,66^2} = 66,18$ кН.

Задача 9. Прямоугольная рама $ABCED$ (рис. 1.26) в точке A закреплена жёсткой заделкой. В точке E к раме прикреплена нить, составляющая угол 60° к горизонту. Другой конец нити, переброшенный через невесомый блок, несёт груз весом $P = 15$ кН. На раму

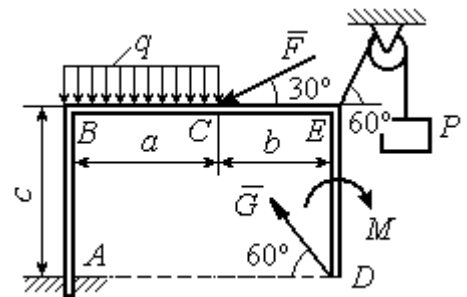


Рис. 1.26. Конструкция рамы

действуют: пара сил с моментом $M = 12$ кН·м, сила $\vec{F}$, равная по модулю $F = 10$ кН, приложенная в точке C под углом 30° к горизонтальному участку рамы BE , и равномерно распределенная на отрезке BC нагрузка интенсивностью $q = 2$ кН/м. В точке D под углом 60° к горизонту на раму действует сила $\vec{G}$, численно равная 20 кН.

Пренебрегая весом рамы, определить реакцию жесткой заделки в точке A , если размеры рамы: $a = 2$ м, $b = 1$ м, $c = 5$ м.

Решение

Объектом равновесия является рама $ABCED$. Связями в данной конструкции являются жесткая заделка рамы в точке A и нить, натянутая грузом P . Заменяем действие связей их реакциями. Изображаем реакцию жесткой заделки в точке A в виде силы, которую представим двумя ее составляющими – $\vec{X}_A$ и

$\vec{Y}_A$, и парой сил с моментом M_A (рис. 1.27). Реакция нити $\vec{T}$, приложенная к раме в точке E , направлена вдоль нити и численно равна весу груза $T = P$. За-

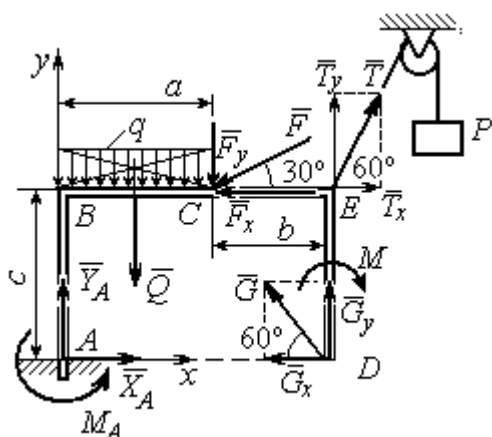


Рис. 1.27. Внешние силы и реакции связей при равновесии рамы

меняем распределенную нагрузку её равнодействующей $\vec{Q}$. Сила $\vec{Q}$ приложена в середине отрезка AB и численно равна: $Q = qa = 4$ кН.

Действующие на раму силы составляют уравновешенную произвольную плоскую систему сил: $(\vec{Q}, \vec{F}, \vec{X}_A, \vec{Y}_A, \vec{G}, \vec{T}, M) \sim 0$.

Условия равновесия для такой системы

сил: $\sum F_{kx} = 0$; $\sum F_{ky} = 0$; $\sum M_A(\vec{F}_k) = 0$.

Выбираем систему координат xAy , например, как показано на рис. 1.27, и составляем уравнения равновесия:

$$\sum F_{kx} = X_A - F \cos 30^\circ + T \cos 60^\circ - G \cos 60^\circ = 0; \quad (3)$$

$$\sum F_{ky} = Y_A - Q - F \cos 60^\circ + T \cos 30^\circ + G \cos 30^\circ = 0. \quad (4)$$

Моменты сил будем вычислять относительно центра A . В этом случае моменты сил $\vec{X}_A$ и $\vec{Y}_A$ равны нулю: $M_A(\vec{X}_A) = 0$; $M_A(\vec{Y}_A) = 0$.

При определении момента силы $\vec{F}$ удобно воспользоваться теоремой Вариньона. С этой целью представим вектор силы $\vec{F}$ как равнодействующую двух сил $\vec{F}_x$ и $\vec{F}_y$, параллельных осям Ax и Ay : $\vec{F} = \vec{F}_x + \vec{F}_y$ (см. рис. 1.27). Величины сил $\vec{F}_x$ и $\vec{F}_y$ определяются как проекции силы $\vec{F}$ на оси координат: $F_x = F \cos 30^\circ$, $F_y = F \cos 60^\circ$. Плечо вектора силы $\vec{F}_x$ относительно центра A равно c (как длина перпендикуляра, проведённого из центра A на линию действия силы $\vec{F}_x$), плечом силы $\vec{F}_y$ является расстояние a . По теореме Вариньона

момент силы $\vec{F}$ относительно центра A равен алгебраической сумме моментов сил $\vec{F}_x$ и $\vec{F}_y$ относительно того же центра:

$$M_A(\vec{F}) = M_A(\vec{F}_x) + M_A(\vec{F}_y) = F_x \cdot c - F_y \cdot a = F \cos 30^\circ \cdot c - F \cos 60^\circ \cdot a.$$

Аналогично вычисляем моменты сил $\vec{G}$ и $\vec{T}$: $M_A(\vec{G}) = G \cos 30^\circ \cdot (a + b)$;

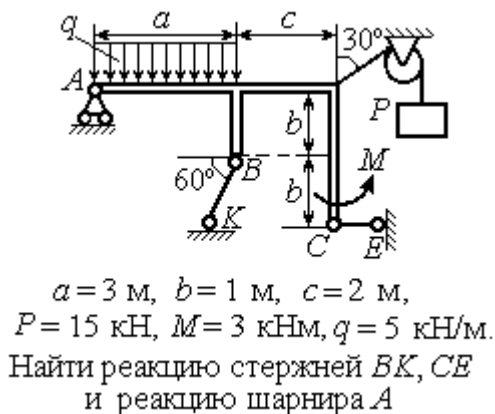
$M_A(\vec{T}) = -T \cos 60^\circ \cdot c + T \cos 30^\circ \cdot (a + b)$. В результате уравнение моментов имеет вид:

$$\begin{aligned} \sum M_A(\vec{F}_k) = F \cos 30^\circ \cdot c - F \cos 60^\circ \cdot a - T \cos 60^\circ \cdot c + T \cos 30^\circ \cdot (a + b) + \\ + G \cos 30^\circ \cdot (a + b) - Q \frac{a}{2} - M + M_A = 0. \end{aligned} \quad (1.5)$$

Подставляя в уравнения равновесия (1.3) – (1.5) численные значения из условий задачи, получим систему уравнений относительно неизвестных X_A, Y_A, M_A , откуда найдём значения реакций: $X_A = 11,16$ кН; $Y_A = -21,31$ кН; $M_A = -70,73$ Н·м. Знаки показывают, что составляющая $\vec{Y}_A$ силы реакции жёсткой заделки и момент реакции M_A направлены в противоположную сторону. Величина силы реакции жесткой заделки $R_A = \sqrt{X_A^2 + Y_A^2} = 24,05$ кН.

Упражнения

Упражнение 1.1



Упражнение 1.2

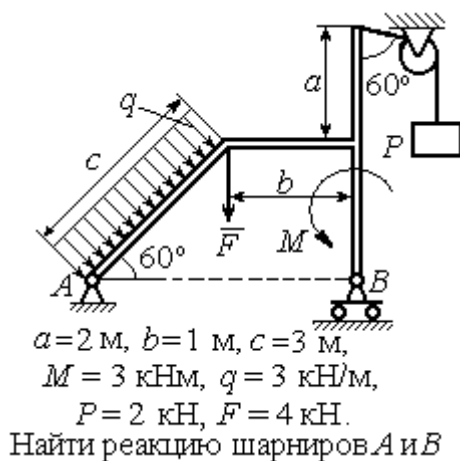
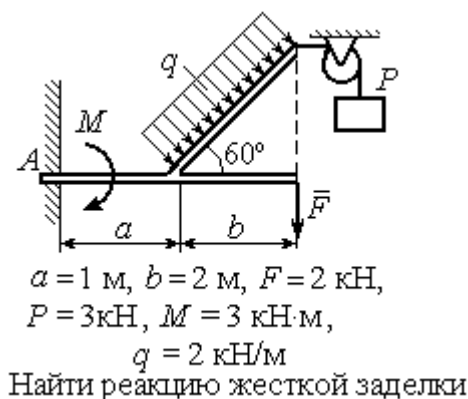


Рис. 1.28. Задания для самостоятельного решения. Упражнения 1.1, 1.2

Упражнение 1.3



Упражнение 1.4

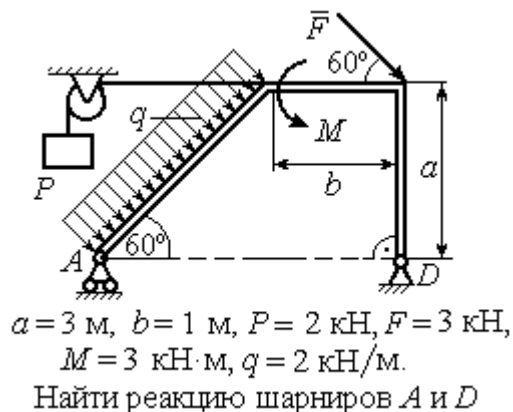


Рис. 1.29. Задания для самостоятельного решения. Упражнения 1.3, 1.4

1.4. Равновесие систем тел

Связи, соединяющие части конструкции, называются **внутренними** в отличие от **внешних** связей, скрепляющих конструкцию с внешними телами, не входящими в данную конструкцию.

Одним из способов решения задач на равновесие сил, действующих на сочленённую конструкцию, является **разбиение конструкции на отдельные тела** и составление уравнений равновесия для каждого из тел, входящих в конструкцию. В уравнения равновесия будут входить только силы, непосредственно приложенные к телу, равновесие которого рассматривается. При этом **реакции внутренних связей, приложенные к разным телам, будут попарно равны по модулю и противоположны по направлению.**

Примеры решения задач на равновесие систем тел

Задача 10. Диск весом $Q = 100 \text{ кН}$ опирается на вертикальную стенку и на наклонную балку AB . На диск действует сила $\vec{F}$, равная по величине 50 кН (рис. 1.30). Линия действия силы $\vec{F}$ проходит через центр диска под углом 30° к его вертикальному диаметру.

Однородная балка AB весом $G = 80$ кН закреплена в точке A шарнирно и удерживается под углом 60° к стене при помощи вертикального троса, один конец которого закреплён на балке в точке B , а другой – переброшен через блок и несёт груз весом P . Определить давление диска на стенку и на балку, реакцию шарнира A и вес груза P , удерживающий конструкцию в равновесии, если длина балки AB $\ell = 6$ м, радиус диска $r = 1$ м.

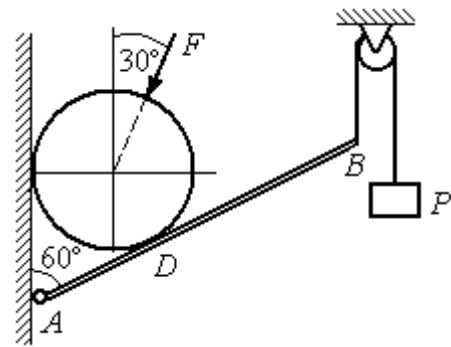


Рис. 1.30. Равновесие составной конструкции

Решение

Объект равновесия включает балку и диск и представляет собой составную конструкцию. Опора диска на балку в точке D является внутренней связью конструкции. Рассмотрим равновесие диска и балки отдельно.

Освобождаем диск от связей. На диск действует сила веса $\vec{Q}$, сила $\vec{F}$ и

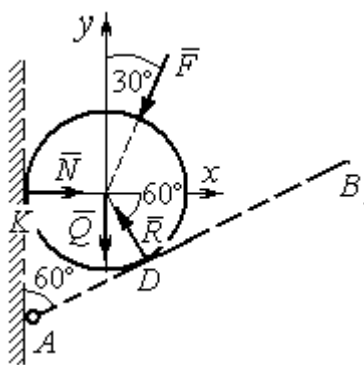


Рис. 1.31. Внешние силы и реакции связей при равновесии диска

реакции $\vec{N}$ и $\vec{R}$ опор диска на стену в точке K и на балку в точке D (рис. 1.31). Силы, приложенные к диску, составляют плоскую систему сходящихся сил. Выберем систему координат, как показано на рис. 1.31, и составим уравнения равновесия:

$$\sum F_{kx} = -F \cos 60^\circ - R \cos 60^\circ + N = 0; \quad (1.6)$$

$$\sum F_{ky} = -F \cos 30^\circ + R \cos 30^\circ - Q = 0. \quad (1.7)$$

Рассмотрим равновесие балки AB (рис. 1.32).

На балку действуют сила тяжести $\vec{G}$, реакция шарнира A , (на рис. 1.32 показано её разложение на составляющие $\vec{X}_A$ и $\vec{Y}_A$), реакция нити $\vec{T}$, численно равная весу груза P , и сила $\vec{R}'$ давления диска на балку. Сила давления $\vec{R}'$ про-

тивоположна реакции $\vec{R}$ опоры диска на балку и численно равна ей. Система сил ($\vec{X}_A, \vec{Y}_A, \vec{G}, \vec{T}, \vec{R}'$), действующих на

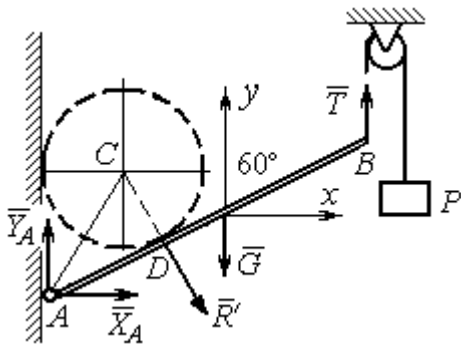


Рис. 1.32. Силы, действующие на балку, при равновесии

балку, является произвольной плоской. Условия равновесия такой системы сил: $\sum F_{kx} = 0$;

$$\sum F_{ky} = 0; \sum M_A(\vec{F}_k) = 0.$$

Выберем оси, как показано на рис. 1.32, и составим уравнения равновесия, полагая точку A центром, относительно которого производятся вычисления моментов сил:

$$\sum F_{kx} = X_A + R' \cos 60^\circ = 0, \quad (1.8)$$

$$\sum F_{ky} = Y_A - R' \cos 30^\circ - G + T = 0, \quad (1.9)$$

$$\sum M_A(\vec{F}_k) = -R' \cdot AD - G \cdot \frac{\ell}{2} \cos 30^\circ + T \ell \cos 30^\circ = 0. \quad (1.10)$$

Добавив к уравнениям (1.8) – (1.10) равновесия балки AB уравнения (1.6), (1.7) равновесия диска с учётом, что $R' = R$, получим систему пяти уравнений с пятью неизвестными. Подставляя данные из условия задачи и решая совместную систему, найдём: $R = 165,47$ кН; $N = 107,74$ кН; $P = 95,26$ кН; $X_A = -82,73$ кН; $Y_A = 128,03$ кН.

Сила давления диска на стену равна модулю реакции опоры $\vec{N}$ и направлена в противоположную сторону, сила давления диска на балку равна $\vec{R}'$.

Задача 11. Кронштейн состоит из горизонтальной балки AD , прикрепленной к вертикальной стене в точке A , и откоса BC , соединённого с балкой AD в точке C под углом

60° и прикреплённого к вертикальной стене в точке B (рис. 1.33). Все соедине-

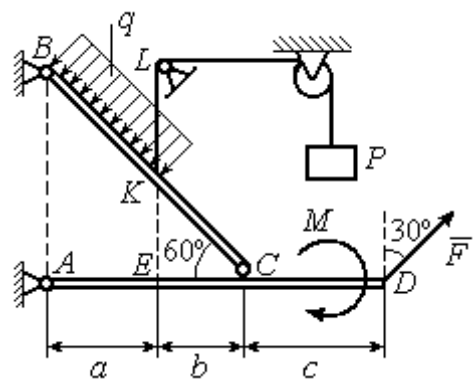


Рис.1.33. Равновесие кронштейна как сочленённой конструкции

ния шарнирные. На конструкцию действуют сила $\vec{F}$, приложенная в точке D под углом 30° к вертикали и равная по модулю $F=10$ кН, пара сил с моментом $M=8$ кН·м и равномерно распределенная на отрезке BK нагрузка интенсивностью $q=3$ кН/м. В точке K к балке BC прикреплена нить, другой конец которой, переброшенный через невесомые блоки, несёт груз весом $P=5$ кН (см. рис. 1.33).

Определить реакции шарниров A , B и C , если $a=2$ м, $b=1$ м, $c=3$ м, а на отрезке KL нить натянута вертикально.

Решение

Рассмотрим равновесие каждой из составных частей конструкции – балки BC и балки AD . Освобождаем балки от связей и заменяем их реакциями (рис. 1.34).

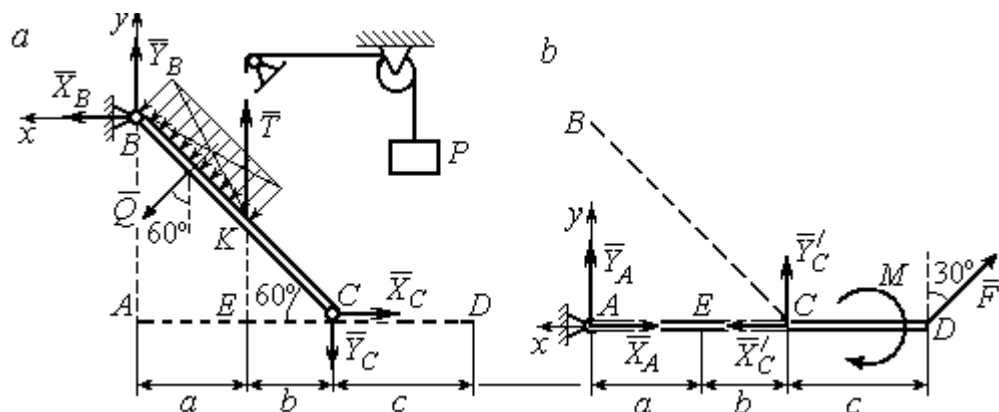


Рис. 1.34. Равновесие элементов конструкции кранштейна:
 a - силы, действующие на балку BC ; b - силы, действующие на балку AD

На рис. 1.34, a показаны реакции внешних и внутренних связей балки BC : реакция $\vec{R}_B$ шарнира B , реакция нити $\vec{T}$, равная по величине весу груза, $T=P$ и реакция $\vec{R}_C$ внутреннего шарнира C . Реакции шарниров B и C представлены в виде разложения на составляющие $\vec{X}_B$, $\vec{Y}_B$ и $\vec{X}_C$, $\vec{Y}_C$. Заменяем равномерную нагрузку равнодействующей силой $\vec{Q}$, приложенной в середине отрезка BK (см. рис. 1.34, a) и численно равной $Q=q \cdot BK = q \cdot \frac{a}{\cos 60^\circ} = q \cdot 2a$.

Система сил $(\vec{Q}, \vec{X}_B, \vec{Y}_B, \vec{X}_C, \vec{Y}_C, \vec{T})$, действующая на балку BC , является произвольной плоской уравновешенной системой сил. Выберем оси координат xBy , как показано на рис. 1.34, a , и составим уравнения равновесия. При этом моменты сил будем вычислять относительно центра C :

$$\sum F_{kx} = X_B + Q\cos 30^\circ - X_C = 0; \quad (1.11)$$

$$\sum F_{ky} = Y_B - Q\cos 60^\circ + T - Y_C = 0; \quad (1.12)$$

$$\sum M_C(\vec{F}_k) = X_B \cdot AB - Y_B(a+b) - Tb + Q\left(CK + \frac{1}{2}BK\right) = 0, \quad (1.13)$$

где $AB = (a+b)\operatorname{tg} 60^\circ$; $CK = 2b$; $\frac{1}{2}BK = a$.

Рассмотрим равновесие балки AD (рис. 1.34, b).

На балку действует сила $\vec{F}$, реакция $\vec{R}_A$ шарнира A и реакция $\vec{R}'_C$ внутреннего шарнира C . Реакция $\vec{R}'_C$ равна по величине и противоположна по направлению реакции $\vec{R}_C$. На рис. 1.34, b реакция $\vec{R}_A$ представлена составляющими $\vec{X}_A$ и $\vec{Y}_A$, реакция $\vec{R}'_C$ – составляющими $\vec{X}'_C$ и $\vec{Y}'_C$. При этом следует отметить: $\vec{X}'_C = -\vec{X}_C$; $\vec{Y}'_C = -\vec{Y}_C$.

Выберем оси координат xAy как показано на рис. 1.34, b , и составим уравнения равновесия балки AD , вычисляя моменты сил относительно центра C :

$$\sum F_{kx} = -X_A + X'_C - F\cos 60^\circ = 0; \quad (1.14)$$

$$\sum F_{ky} = Y_A + Y'_C + F\cos 30^\circ = 0; \quad (1.15)$$

$$\sum M_C(\vec{F}_k) = -Y_A(a+b) + F\cos 30^\circ \cdot c - M = 0. \quad (1.16)$$

Решая совместно систему уравнений (1.11) – (1.16) с учётом исходных данных задачи и равенства модулей сил $X_C = X'_C$ и $Y_C = Y'_C$, находим:

$$X_A = 5,99 \text{ кН}, Y_A = 5,99 \text{ кН}, X_C = 10,99 \text{ кН}, Y_C = -14,65 \text{ кН};$$

$$X_B = 0,6 \text{ кН}, Y_B = -13,65 \text{ кН},$$

$$R_B = \sqrt{X_B^2 + Y_B^2} = 13,65 \text{ кН.}$$

Рис. 1.35. Равновесие
сочленённой конструкции

но равной $Q_1 = qa = 4$ кН. На балку действует сила $\vec{Q}_1$, пара сил с моментом M и реакции связей – жёсткой заделки в точке A и шарнира C .

Рассмотрим балку ABC (рис. 1.36, a). Заменим распределенную нагрузку эквивалентной силой $\vec{Q}_1$, числен-

31

На рис. 1.36, *a* изображена реакция жесткой заделки в точке *A* в виде силы, разложенной на составляющие $\vec{X}_A$, $\vec{Y}_A$, и пары с моментом M_A . Реакция $\vec{R}_C$ шарнира *C* показана разложением на составляющие $\vec{X}_C$, $\vec{Y}_C$. Силы образуют произвольную плоскую систему.

Введём систему координат, как показано на рис. 1.36, *a*, и составим уравнения равновесия балки, выбрав центром вычисления моментов сил точку *A*.

Имеем систему

$$\sum F_{kx} = X_A + Q_1 + X_C = 0; \quad \sum F_{ky} = Y_A + Y_C = 0; \quad (1.17)$$

$$\sum M_A(\vec{F}_k) = -M_A - Q_1 \cdot \left(2a + \frac{a}{2}\right) - M + Y_C a - X_C 2a = 0. \quad (1.18)$$

Рассмотрим теперь равновесие балки *EC* (рис. 1.36, *b*). Заменим распределённую нагрузку эквивалентной силой $\vec{Q}_2$, приложенной в середине отрезка *ED* и равной $Q_2 = \frac{qa}{\cos 60^\circ} = q \cdot 2a = 8 \text{ кН}$. На балку действуют силы $\vec{Q}_2$, $\vec{F}$, реакция $\vec{R}_E$ подвижной опоры – катка *E* и реакция $\vec{R}'_C$ шарнира *C*. На рис. 1.36, *b* реакция $\vec{R}'_C$ показана в виде разложения на составляющие $\vec{X}'_C$, $\vec{Y}'_C$. При этом силы $\vec{X}'_C$, $\vec{Y}'_C$ направлены противоположно силам $\vec{X}_C$, $\vec{Y}_C$ и равны им по модулю: $X_C = X'_C$; $Y_C = Y'_C$ (см. рис. 1.36, *a*, *b*).

Действующие на балку *EC* силы образуют уравновешенную произвольную плоскую систему сил. Выберем систему координат, как показано на рис. 1.36, *b*, и составим уравнения равновесия, вычисляя моменты сил относительно центра *C*. Получим:

$$\sum F_{kx} = Q_2 \sin 60^\circ + F \cos 30^\circ + \vec{X}'_C = 0, \quad (1.19)$$

$$\sum F_{ky} = R_E - Q_2 \cos 60^\circ - F \sin 30^\circ - Y'_C = 0, \quad (1.20)$$

$$\sum M_C(\vec{F}_k) = -F \cdot \left(\frac{2a}{\cos 30^\circ} - 2a\right) - Q_2 \cdot \left(\frac{2a}{\cos 30^\circ} - a\right) + R_E \cdot 2a \tan 30^\circ = 0. \quad (1.21)$$

Подставим в совместную систему (1.17) – (1.21) исходные данные задачи и, воспользовавшись тем, что модули сил $\vec{X}_C$, $\vec{Y}_C$ и $\vec{X}'_C$, $\vec{Y}'_C$ равны, найдём:

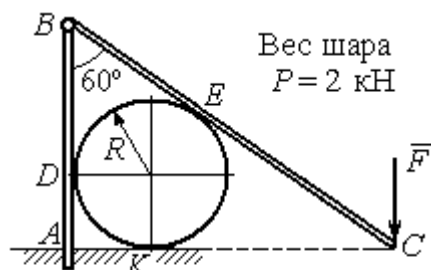
$$X_A = 11,59 \text{ кН}; \quad Y_A = -2,76 \text{ кН}; \quad M_A = 42,87 \text{ кН}\cdot\text{м};$$

$$X_C = -15,59 \text{ кН}; \quad Y_C = 2,76 \text{ кН}; \quad R_E = 11,76 \text{ кН}.$$

Полные величины сил реакции жесткой заделки и взаимного давления в шарнире C : $R_A = \sqrt{X_A^2 + Y_A^2} = 11,91 \text{ кН}$; $R_C = \sqrt{X_C^2 + Y_C^2} = 15,83 \text{ кН}$.

Упражнения

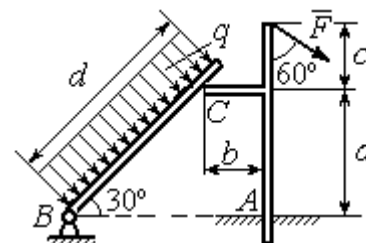
Упражнение 1.5



$$R = 1 \text{ м}, \quad F = 8 \text{ кН}.$$

Найти реакцию жесткой заделки в точке A , реакцию шарнира B , реакцию опоры шара в точках D, K, E

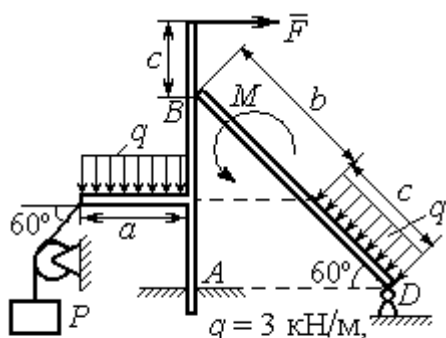
Упражнение 1.6



$$a = 2 \text{ м}, \quad b = 1 \text{ м}, \quad c = 1 \text{ м}, \quad d = 5 \text{ м}, \\ q = 3 \text{ кН/м}, \quad F = 4 \text{ кН}.$$

Найти реакцию жесткой заделки в точке A , реакцию шарнира B и реакцию опоры в точке C

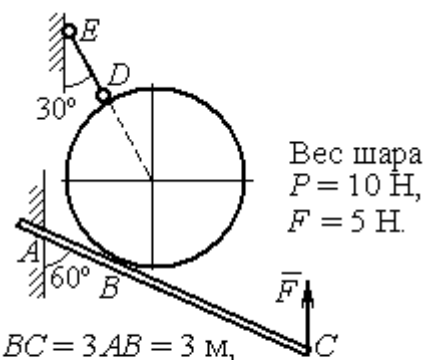
Упражнение 1.7



$$F = 4 \text{ кН}, \quad P = 3 \text{ кН}, \quad M = 2 \text{ кН}\cdot\text{м}, \\ a = 2 \text{ м}, \quad b = 3 \text{ м}, \quad c = 1 \text{ м}$$

Найти реакцию заделки A , шарнира D и реакцию опоры B

Упражнение 1.8



$$BC = 3AB = 3 \text{ м},$$

Найти реакцию жесткой заделки A , реакцию стержня DE и реакцию опоры в точке B

Рис. 1.37. Задания для самостоятельного решения. Упражнения 1.5 – 1.8

1.5. Произвольная пространственная система сил

Моментом силы относительно оси называют момент вектора проекции этой силы на плоскость, перпендикулярную оси, относительно точки пересечения

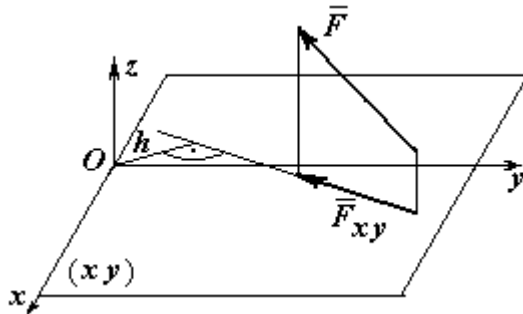


Рис. 1.38. Момент силы относительно оси

ния оси с плоскостью. На рис. 1.38 показано вычисление момента силы $\vec{F}$ относительно оси z :

$$M_z(\vec{F}) = M_O(\vec{F}_{xy}) = F_{xy}h,$$

где O – точка пересечения оси z с плоскостью xy , перпендикулярной оси z ;

$\vec{F}_{xy}$ – вектор проекции силы $\vec{F}$ на плос-

кость xy ; h – плечо силы $\vec{F}_{xy}$ относительно центра O . Момент силы относительно оси считается положительным, если при взгляде с положительного направления оси он создаёт вращение против хода часовой стрелки.

Равновесие пространственной системы сил. Для равновесия пространственной системы сил необходимо и достаточно, чтобы суммы проекций всех сил на оси прямоугольной системы координат x, y, z были равны нулю и суммы моментов всех сил относительно тех же осей также были равны нулю:

$$\sum F_{kx} = 0; \sum F_{ky} = 0; \sum F_{kz} = 0;$$

$$\sum M_x(\vec{F}_k) = 0; \sum M_y(\vec{F}_k) = 0; \sum M_z(\vec{F}_k) = 0,$$

где F_{kx}, F_{ky}, F_{kz} – проекции всех сил на координатные оси; $M_x(\vec{F}_k), M_y(\vec{F}_k), M_z(\vec{F}_k)$ – моменты всех сил относительно выбранных осей, $k = 1, 2, \dots$

Примеры решения задач на равновесие пространственных систем сил

Задача 13. Горизонтальный вал (рис. 1.39) закреплён в подпятнике C и подшипнике K . Вал имеет шкив B радиуса R и шкив D радиуса r .

Оба шкива перпендикулярны оси вала. Рукоять AE параллельна оси Cx .

Нить, удерживающая груз Q , сходит со шкива D по касательной в точке L параллельно плоскости zCx , так что радиус шкива D , проведенный в точку схода нити, составляет с вертикальным диаметром угол 30° .

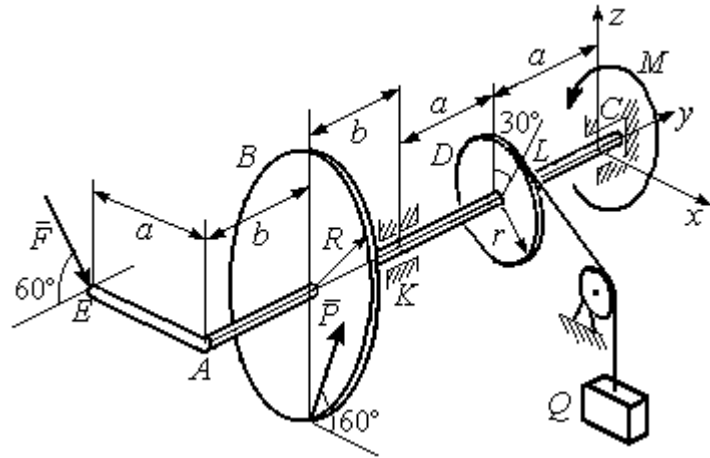


Рис. 1 39. Равновесие вала

На вал действуют силы: $\vec{F}$, $\vec{P}$ и пара сил с моментом M . Сила $\vec{F}$ находится в плоскости, параллельной zCy , и составляет угол 60° с направлением оси Cy . Сила $\vec{P}$ приложена в нижней точке шкива B , параллельна плоскости zCx и составляет угол 60° с направлением оси Cx . Определить вес удерживаемого груза Q и реакции подшипника и подпятника, если $P = 4$ кН; $F = 2$ кН; $M = 3$ кН·м; $R = 0,6$ м; $r = 0,3$ м; $a = 0,8$ м; $b = 0,4$ м.

Решение

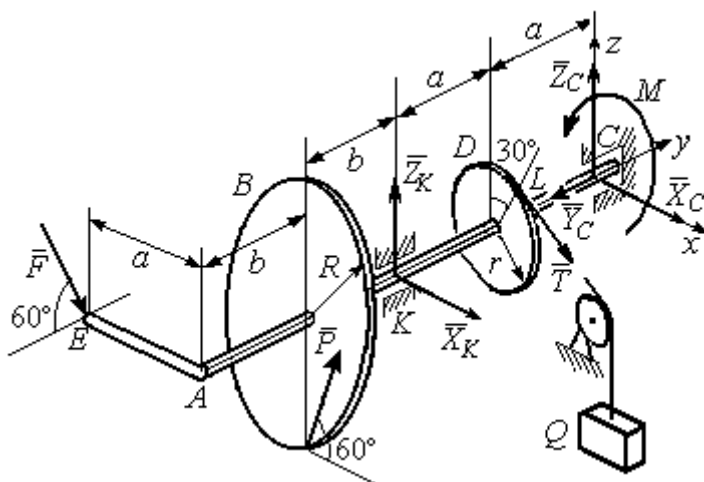


Рис. 1.40. Активные силы и реакции связей, действующие на вал, при его равновесии

Рассмотрим равновесие вала. На вал действуют активные силы $\vec{F}$, $\vec{P}$, пара с моментом M и реакции связей. Связями являются нить, натянутая грузом Q , подпятник C и подшипник K . Освобождаем вал от связей, заменяя их действие реакциями. Реакцию $\vec{R}_C$ подпятника C рас-

кладываем на три составляющие: $\vec{X}_C$, $\vec{Y}_C$, $\vec{Z}_C$, направленные вдоль координатных осей (рис. 1.40). Реакция $\vec{R}_K$ подшипника K лежит в плоскости, пер-

пендикулярной оси вала, и ее составляющими будут вектора $\vec{X}_K, \vec{Z}_K$, направленные вдоль координатных осей x, z . Реакция нити $\vec{T}$ направлена вдоль нити от точки L и по модулю равна весу груза Q .

Активные силы и реакции связей составляют произвольную пространственную уравновешенную систему сил. При составлении уравнений равновесия изобразим вал вместе с действующими на него силами в проекциях на координатные плоскости (рис. 1.41).

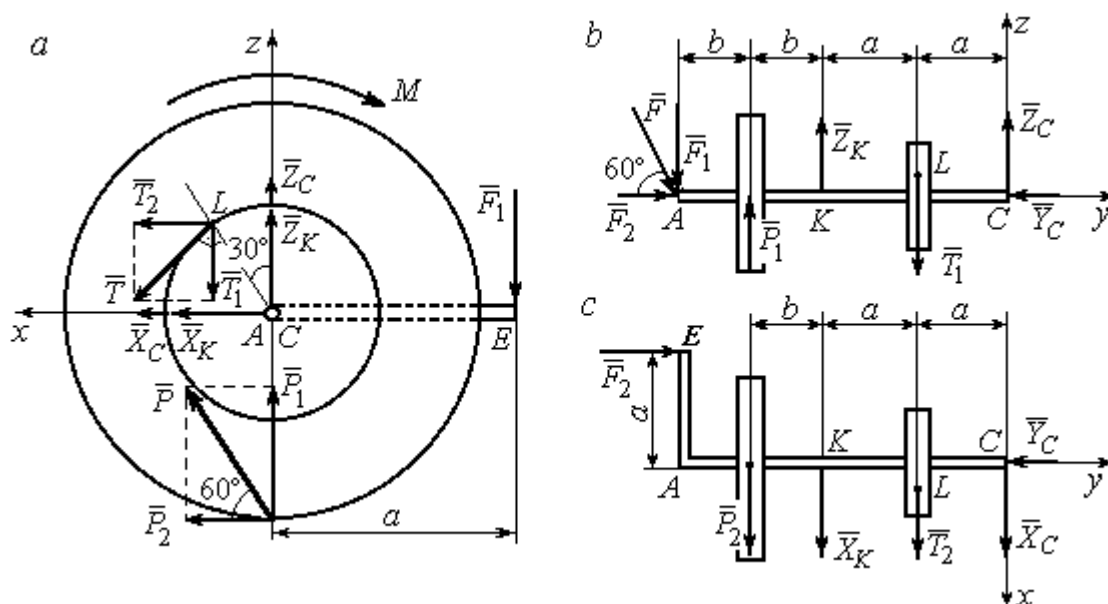


Рис. 1.41. Вал и действующие на него силы в проекциях на координатные плоскости:

- a – вид вала в проекции на плоскость zCx с положительного конца оси y ;
- b – вид вала в проекции на плоскость zCy с положительного конца оси x ;
- c – вид вала в проекции на плоскость xCy с положительного конца оси z

На рис. 1.41, a показаны проекции вала и всех сил на плоскость zCx . Вычисляя моменты проекций сил относительно точки C , получим значения моментов этих сил относительно оси y . При вычислении моментов сил относительно оси x достаточно вычислить моменты проекций сил на плоскость zCy относительно точки C (рис. 1.41, b), а вычисляя моменты проекций сил на

плоскость xCy относительно точки C , получим значения моментов сил относительно оси z (рис. 1.41, c).

Величины проекций сил определяются равенствами: $P_1 = P \cos 30^\circ$;
 $P_2 = P \cos 60^\circ$; $T_1 = T \cos 60^\circ$; $T_2 = T \cos 30^\circ$; $F_1 = F \cos 30^\circ$; $F_2 = F \cos 60^\circ$.

Составляем уравнения равновесия:

$$\sum F_{kx} = P \cos 60^\circ + X_K + T \cos 30^\circ + X_C = 0; \quad \sum F_{ky} = F \cos 60^\circ - Y_C = 0;$$

$$\sum F_{kz} = P \cos 30^\circ + Z_K - T \cos 60^\circ + Z_C - F \cos 30^\circ = 0;$$

$$\sum M_x(\vec{F}_k) = T \cos 60^\circ \cdot a - Z_K \cdot 2a - P \cos 30^\circ \cdot (2a + b) + \\ + F \cos 30^\circ \cdot (2a + 2b) = 0;$$

$$\sum M_y(\vec{F}_k) = -F \cos 30^\circ \cdot a - P \cos 60^\circ \cdot R + T \cdot r - M = 0;$$

$$\sum M_z(\vec{F}_k) = T \cos 30^\circ \cdot a + X_K \cdot 2a + P \cos 60^\circ \cdot (2a + b) - F \cos 60^\circ \cdot a = 0.$$

Подставляя исходные данные задачи, получим систему шести уравнений с шестью неизвестными, решая которую, найдём:

$$X_C = -8,09 \text{ кН}, \quad Y_C = 1 \text{ кН}, \quad Z_C = 4,65 \text{ кН}, \quad Z_K = 2,92 \text{ кН};$$

$$X_K = -10,02 \text{ кН}, \quad T = 18,6 \text{ кН}.$$

Реакции подпятника и подшипника:

$$R_C = \sqrt{X_C^2 + Y_C^2 + Z_C^2} = 9,4 \text{ кН}, \quad R_K = \sqrt{X_K^2 + Z_K^2} = 10,44 \text{ кН}.$$

Вес удерживаемого груза Q равен реакции нити T .

Задача 14. Однородная прямоугольная плита (рис. 1.42) веса 25 кН прикреплена к полу при помощи шарового шарнира A , подшипника B и удерживается в вертикальном положении стержнем CO , лежащим в плоскости, перпендикулярной плоскости плиты так, что $\angle COB = 60^\circ$. В плоскости плиты на неё действуют пара сил с моментом $M = 6 \text{ кН} \cdot \text{м}$, сила $\vec{F}_1$, равная $F_1 = 10 \text{ кН}$, приложенная на верхней стороне плиты в точке H под углом 30° к линии EC , и сила $\vec{F}_2$, равная $F_2 = 5 \text{ кН}$, приложенная в точке D параллельно стороне AB .

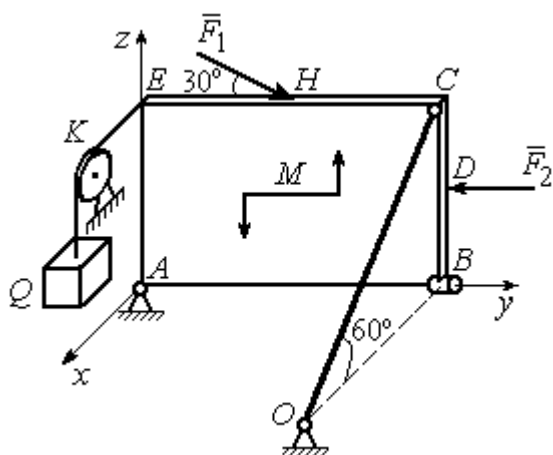


Рис. 1.42. Равновесие плиты

В точке E к плите прикреплен трос, на другом конце которого, перекинутым через блок K , подвешен груз весом $Q = 20$ кН. Отрезок троса EK перпендикулярен плоскости плиты.

Определить реакции шарнира A , подшипника B и реакцию стержня CO , если ширина плиты $AB = 3$ м; высота $AE = 2$ м; $EH = HC$, $CD = DB$.

Решение

Рассмотрим равновесие плиты $ABCE$. На плиту действуют активные силы $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$, сила тяжести плиты $\vec{P}$, пара сил с моментом M и реакции связей. Связями являются пространственный шарнир A , нить, натянутая грузом Q , подшипник B и невесомый стержень CO .

Выберем систему координат, как показано на рис. 1.43. Освобождаем плиту от связей, заменяя их действие реакциями. Реакцию $\vec{R}_A$ шарнира A раскладываем на три составляющие: $\vec{X}_A$, $\vec{Y}_A$, $\vec{Z}_A$, направленные вдоль координатных осей. Реакция нити $\vec{T}$ направлена вдоль нити параллельно оси Ax и равна весу груза

$T = Q$, реакция $\vec{R}_B$ подшипника B расположена в плоскости, перпендикулярной оси Ay , и представлена в виде двух своих составляющих $\vec{X}_B$, $\vec{Z}_B$, реакция $\vec{S}$ невесомого стержня CO направлена вдоль стержня. Направления активных сил и реакций связей показаны на рис. 1.43.

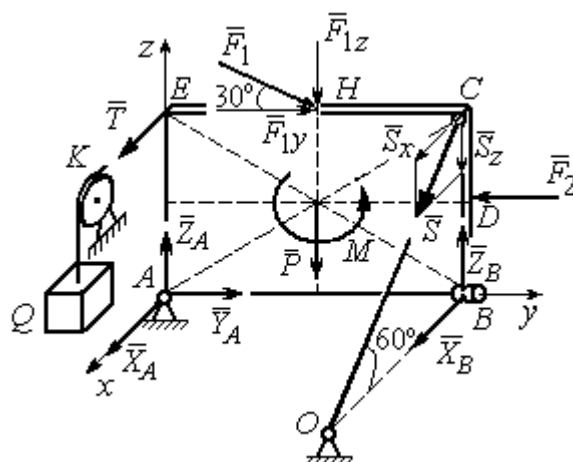


Рис. 1.43. Силы, действующие на плиту, при её равновесии

Силы, действующие на плиту, и реакции связей составляют пространственную уравновешенную систему сил. Составим уравнения равновесия:

$$\sum F_{kx} = X_A + T + X_B + S \cos 60^\circ = 0;$$

$$\sum F_{ky} = Y_A - F_2 + F_1 \cos 30^\circ = 0;$$

$$\sum F_{kz} = Z_A - F_1 \cos 60^\circ - P + Z_B - S \cos 30^\circ = 0;$$

$$\begin{aligned} \sum M_x(\vec{F}_k) = & -F_1 \cos 60^\circ \cdot 0,5 \cdot AB - F_1 \cos 30^\circ \cdot AE - P \cdot 0,5 \cdot AB + \\ & + F_2 \cdot BD + Z_B \cdot AB - S \cos 30^\circ \cdot AB + M = 0; \end{aligned}$$

$$\sum M_y(\vec{F}_k) = T \cdot AE + S \cos 60^\circ \cdot CB = 0;$$

$$\sum M_z(\vec{F}_k) = -X_B \cdot AB + S \cos 60^\circ \cdot EC = 0.$$

Подставляя исходные данные задачи, получим систему уравнений, решая которую, найдём значения реакций: $S = -40$ кН; $X_B = -20$ кН; $Z_B = -17,53$ кН; $X_A = 20$ кН; $Y_A = -3,66$ кН; $Z_A = 12,89$ кН.

Задача 15. Прямоугольная фрамуга $ACEB$ весом $P = 50$ Н, закреплённая в точках A и B цилиндрическими шарнирами, открыта на угол 60° (рис. 1.44). На фрамуге в точке H закреплена верёвка, другой конец которой, переброшенный через невесомый блок K , несёт груз Q . При этом линия верёвки HK параллельна прямой ED . На фрамугу действует сила $\vec{F}$, приложенная в верхнем углу в точке C перпендикулярно плоскости фрамуги и равная по величине $F = 15$ Н.

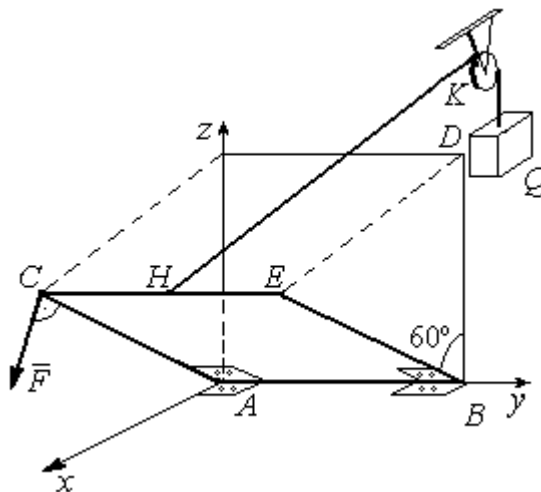


Рис. 1.44. Равновесие фрамуги

Определить вес груза Q , необходимый для удержания фрамуги в равновесии и реакции цилиндрических шарниров A и B , если размеры фрамуги $BE = BD = 2$ м; $AB = 3$ м; $CH = HE$.

Решение

Рассмотрим равновесие фрамуги $ABCE$. Изображаем внешние активные

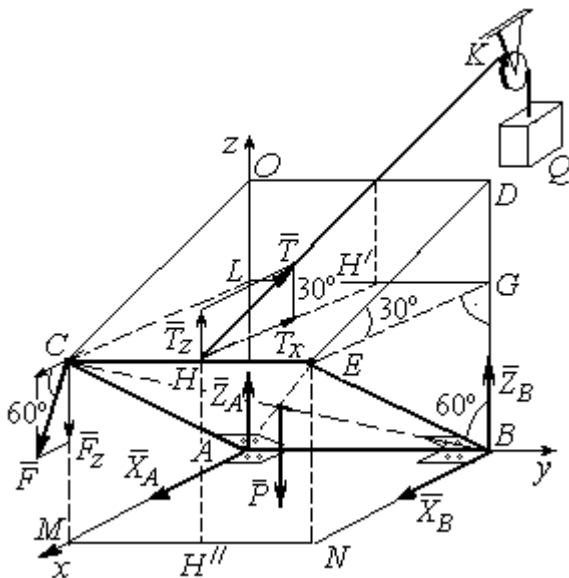


Рис. 1.45. Активные силы и реакции при равновесии фрамуги

силы: силу $\vec{F}$, силу тяжести фрамуги $\vec{P}$, а также реакции связей. Связями являются два цилиндрических шарнира A и B (связь, аналогичная подшипнику) и нить, натянутая грузом Q . Выберем систему координат $Axuz$, как показано на рис. 1.45. Освобождаем фрамугу от связей, заменяя их действие реакциями. Реакции $\vec{R}_A$ и $\vec{R}_B$ шарниров A и B раскладываем на взаимно перпендикулярные составляющие: $\vec{X}_A$, $\vec{Z}_A$ и $\vec{X}_B$, $\vec{Z}_B$ в

плоскостях, перпендикулярных оси вращения фрамуги (ось Ay), реакция нити $\vec{T}$ направлена вдоль нити и равна весу груза $T = Q$. Направления активных сил и реакций связей показаны на рис. 1.45.

Силы, действующие на фрамугу, составляют уравновешенную пространственную систему сил.

Составим уравнения равновесия. При этом для удобства вычисления моментов сил относительно осей изобразим плоскости, перпендикулярные этим осям, с проекциями на них сил, действующих на фрамугу (рис. 1.46). Тогда моменты сил, действующих на фрамугу, например, относительно оси Ax определяются как моменты векторов проекций этих сил на плоскость zAy относительно точки A – пересечения оси Ax и перпендикулярной ей плоскости zAy (см. рис. 1.46, a). Аналогично при вычислении моментов сил относительно оси Az достаточно вычислить моменты векторов проекций сил на плоскость xAy относительно точки A (см. рис. 1.46, b).

Значения моментов сил относительно оси Ay получим, вычисляя моменты векторов проекций сил на плоскость zAx относительно точки A (см. рис. 1.46, c).

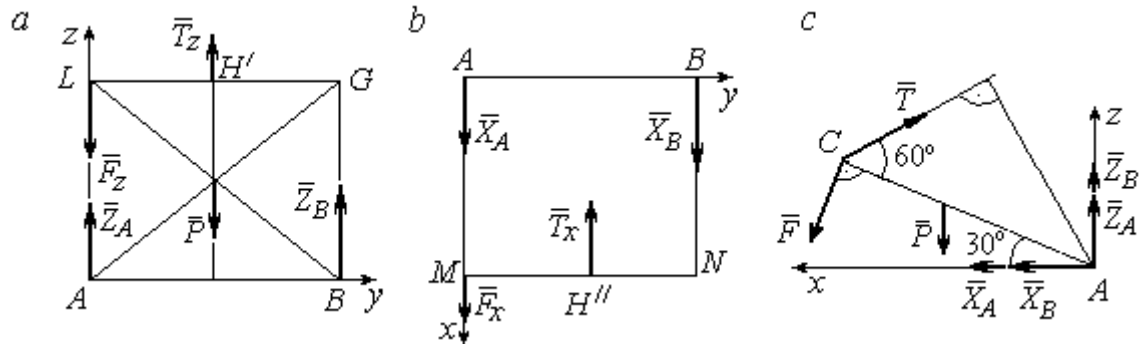


Рис. 1.46. Фрамуга и действующие на неё силы в проекциях на координатные плоскости:

a – проекция на плоскость zAy со стороны положительного направления оси x ;
 b – проекция на плоскость xAy со стороны положительного направления оси z ; c – проекция на плоскость zAx со стороны положительного направления оси y

Уравнения равновесия фрамуги имеют вид:

$$X_A + X_B + F \cos 60^\circ - T \cos 30^\circ = 0;$$

$$Z_A + Z_B - P - F \cos 30^\circ + T \cos 60^\circ = 0;$$

$$\begin{aligned} \sum M_x(\vec{F}_k) &= T_z \cdot 0,5 \cdot AB - P \cdot 0,5 \cdot AB + Z_B \cdot AB = \\ &= T \cos 60^\circ \cdot 0,5 \cdot AB - P \cdot 0,5 \cdot AB + Z_B \cdot AB = 0; \end{aligned}$$

$$\sum M_y(\vec{F}_k) = P \cdot 0,5 \cdot AC \cos 30^\circ + F \cdot AC - T \cdot AC \sin 60^\circ = 0;$$

$$\sum M_z(\vec{F}_k) = -X_B \cdot AB + T_x \cdot 0,5 \cdot AB = -X_B \cdot AB + T \cos 30^\circ \cdot 0,5 \cdot AB = 0.$$

Подставляя исходные данные из условия задачи и решая систему, найдём реакции шарниров фрамуги:

$$X_B = 18,22 \text{ Н}, Z_B = 14,41 \text{ Н}, R_B = \sqrt{X_B^2 + Z_B^2} = 23,31 \text{ Н};$$

$$X_A = 10,83 \text{ Н}, Z_A = 27,41 \text{ Н}, R_A = \sqrt{X_A^2 + Z_A^2} = 29,47 \text{ Н}.$$

Вес груза, удерживающий фрамугу в равновесии, численно равен реакции верёвки: $Q = T = 42,37 \text{ Н}$.

Задача 16. Горизонтальный коленчатый вал AD (рис. 1.47) закреплён в подпятнике A и подшипнике C . Вал имеет шкив радиуса r и рукоять DH , перпендикулярные оси вала. Рукоять DH образует угол 30° к направлению оси Ax . Колено вала расположено в горизонтальной плоскости xAy . Нить, удерживающая груз Q , намотана на шкив и сходит с него вертикально вниз. На вал действуют силы $\vec{F}$, $\vec{P}$, $\vec{G}$ и пара сил с моментом M . Сила $\vec{F}$ приложена в верхней

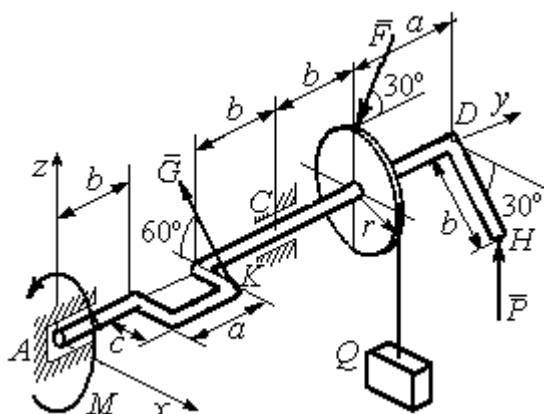


Рис. 1.47. Равновесие вала

пендикулярные оси вала. Рукоять DH образует угол 30° к направлению оси Ax . Колено вала расположено в горизонтальной плоскости xAy . Нить, удерживающая груз Q , намотана на шкив и сходит с него вертикально вниз. На вал действуют силы $\vec{F}$, $\vec{P}$, $\vec{G}$ и пара сил с моментом M . Сила $\vec{F}$ приложена в верхней

точке вертикального диаметра шкива под углом 30° к направлению оси Ay и находится в плоскости zAy . Сила $\vec{P}$ приложена в нижней точке H рукояти параллельно оси Az . Сила $\vec{G}$ приложена в крайней точке K стойки колена вала под углом 60° к стойке и находится в плоскости, перпендикулярной оси вала. Пара сил с моментом M создаёт вращение вала вокруг оси Ay .

Определить вес удерживаемого груза Q и реакции подшипника и подпятника, если: $P = 10$ кН; $F = 12$ кН; $G = 6$ кН; $M = 3$ кН·м; $r = 0,3$ м; $a = 0,8$ м; $b = 0,4$ м; $c = 0,2$ м.

Решение

Рассмотрим равновесие вала. На вал действуют активные силы – $\vec{F}$, $\vec{P}$, $\vec{G}$, пара сил с моментом M и реакции связей. Связями являются нить, натянутая грузом Q , подпятник A и подшипник C .

Освобождаем вал от связей, заменяя их действие реакциями.

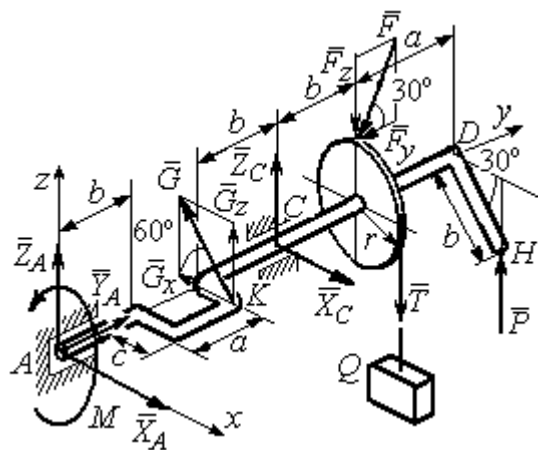


Рис. 1.48. Силы и реакции, действующие на вал при равновесии

Реакцию подпятника A раскладываем на три составляющие: $\vec{X}_A, \vec{Y}_A, \vec{Z}_A$, направленные вдоль координатных осей. Реакция подшипника C лежит в плоскости, перпендикулярной оси вала, и также может быть разложена на составляющие $\vec{X}_C, \vec{Z}_C$, направленные вдоль координатных осей Ax, Az . Реакция нити $\vec{T}$ направлена вдоль нити и по модулю равна весу груза, $T = Q$. Действие на вал активных сил и реакций связи показано на рис. 1.48.

Указанные силы составляют произвольную пространственную уравновешенную систему сил.

Составим уравнения равновесия:

$$\sum F_{kx} = X_A - G \cos 60^\circ + X_C = 0;$$

$$\sum F_{ky} = Y_A - F \cos 30^\circ = 0;$$

$$\sum F_{kz} = Z_A + G \cos 30^\circ + Z_C - F \cos 60^\circ - T + P = 0.$$

$$\begin{aligned} \sum M_x(\vec{F}_k) = G_z(b+a) + Z_C(b+a+b) - F_z(b+a+b+b) + F_y r - \\ - T(b+a+b+b) + P(b+a+b+b+a) = 0; \end{aligned}$$

$$\sum M_y(\vec{F}_k) = -G_z c + Tr - Pb \cos 30^\circ - M = 0;$$

$$\sum M_z(\vec{F}_k) = G_x(b+a) - X_C(b+a+b) = 0,$$

где значения проекций сил на оси $G_z = G \cos 30^\circ$; $G_x = G \cos 60^\circ$; $F_z = F \cos 60^\circ$; $F_y = F \cos 30^\circ$.

Подставляя исходные данные и решая систему, получим значения реакций:

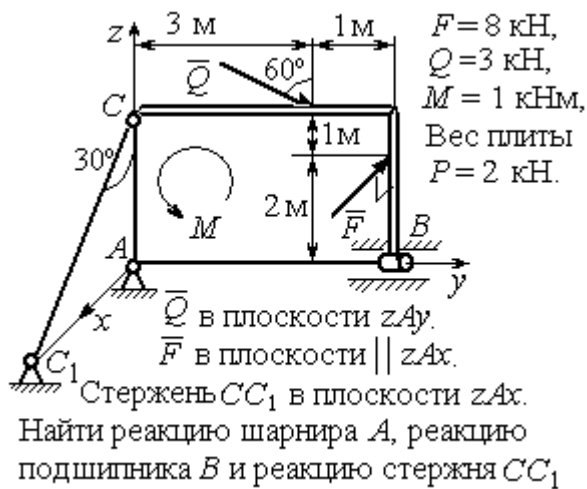
$$X_C = 2,25 \text{ кН}; Z_C = 13,57 \text{ кН}; R_C = \sqrt{X_C^2 + Z_C^2} = 15,58 \text{ кН};$$

$$Z_A = 0,39 \text{ кН}; Y_A = 10,39 \text{ кН}; X_A = 0,75 \text{ кН}; R_A = \sqrt{X_A^2 + Y_A^2 + Z_A^2} = 10,42 \text{ кН}.$$

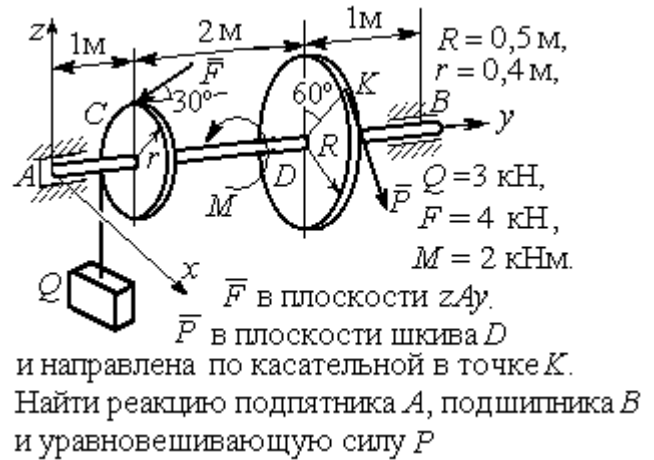
Вес удерживаемого груза равен реакции нити $Q = T = 25,03 \text{ кН}$.

Упражнения

Упражнение 1.9



Упражнение 1.10



Упражнение 1.11



Упражнение 1.12

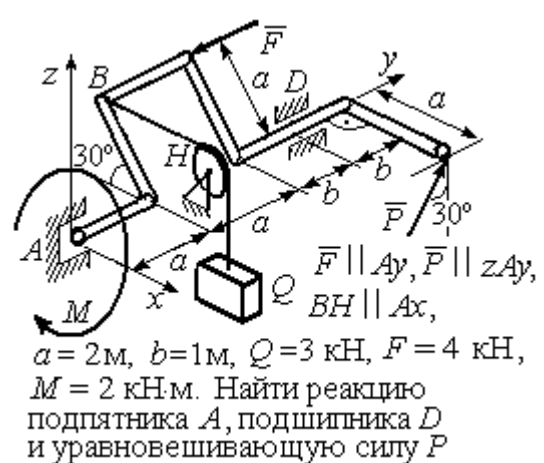


Рис. 1.49. Задания для самостоятельного решения. Упражнения 1.9 – 1.12

1.6. Равновесие тел при наличии сил трения

Трение скольжения. При наличии трения скольжения полная реакция $\vec{R}$ шероховатой опоры раскладывается на нормальную составляющую $\vec{N}$ опоры и

силу $\vec{F}_{\text{тр с}}$ трения скольжения, направленную по касательной к поверхности в точке опоры.

В покое сила трения скольжения может принимать любые значения от нуля до некоторого предельного значения $F_{\text{тр с}}$, называемого **предельной силой трения скольжения** (рис. 1.50).

Наибольший угол φ_0 , который полная реакция шероховатой поверхности образует с нормалью к поверхности, называется **предельным углом трения**.

Предельная сила трения численно равна произведению коэффициента трения на величину нормальной реакции опоры тела на поверхность: $F_{\text{тр с}} = f \cdot N$, где f – безразмерный коэффициент трения, определяемый экспериментально.

Изучение равновесия тел с учетом сил трения сводится к рассмотрению предельного равновесия, когда сила трения принимает предельное значение.

Трением качения называется сопротивление, возникающее при качении одного тела по шероховатой поверхности другого. Реакция шероховатой опоры раскладывается на нормальную составляющую $\vec{N}$ и силу трения качения $\vec{F}_{\text{тр к}}$, направленную по касательной к поверхности качения. При этом за счёт небольшого вдавливания в поверхность качения нормальная реакция опоры $\vec{N}$

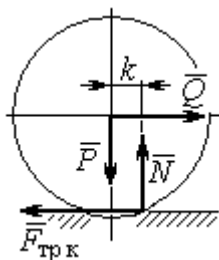


Рис. 1.51. Реакция опоры с трением качения

смещена в сторону от линии действия силы тяжести $\vec{P}$ так, что вместе с ней образует пару, противодействующую качению (рис. 1.51). В предельном положении равновесия тела смещение нормальной реакции опоры максимально. Величина максимального смещения k называется **коэффициентом трения качения**, измеряемого в единицах длины. Момент,

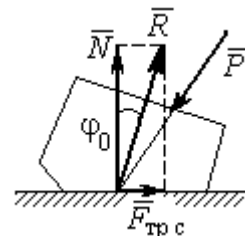


Рис. 1.50. Реакция опоры с трением скольжения

создаваемый парой $(\vec{N}, \vec{P})$, называется **моментом трения качения** $M_{\text{тр к}} = kN$.

Максимальная сила трения качения $\vec{F}_{\text{тр к}}$ определяется из условия, что в предельном положении равновесия момент трения качения равен моменту качения, создаваемого парой $(\vec{F}_{\text{тр к}}, \vec{Q})$ (рис. 1.51).

Если максимальная сила трения качения меньше предельной силы трения скольжения, движение представляет качение без скольжения.

Примеры решения задач на равновесие тел с трением

Задача 17. Груз Q весом 50 Н удерживается нитью на шероховатой наклонной плоскости (рис.1.52). Один конец нити закреплен на грузе Q , а к

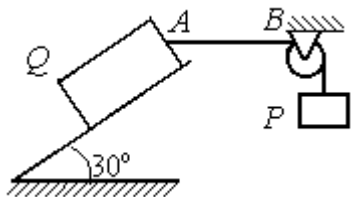


Рис.1.52. Равновесие груза на наклонной плоскости с трением

другому, перекинута через невесомый блок, подвешен груз весом P . Отрезок нити AB горизонтальный. Угол наклона плоскости составляет 30° к горизонту. Определить максимальное и минимальное значения веса груза P , при которых груз Q может начать скольжение по плос-

кости без опрокидывания, если коэффициент трения скольжения между грузом Q и наклонной плоскостью $f = 0,4$.

Решение

Рассмотрим равновесие груза Q при минимальном значении веса груза P . На груз действуют сила тяжести $\vec{Q}$, реакция нити $\vec{T}_{\text{min}}$ и реакция шероховатой поверхности наклонной плоскости, состоящая из нормальной реакции наклонной плоскости $\vec{N}$ и силы трения $\vec{F}_{\text{тр1}}$ (рис. 1.53, а). Особенностью задач на равновесие призм является то, что точка приложения нормальной реакции не определена. В случае необходимости она находится из уравнений равновесия.

Определим направление силы трения. Если вес уравнивающего груза P имеет минимальное значение $P_{\min}$, то при его дальнейшем уменьшении груз Q начнёт двигаться вниз по наклонной плоскости. Таким образом, предельная сила трения $\vec{F}_{\text{тр}1}$, обеспечивающая равновесие при минимальном значении веса груза P , направлена вверх по наклонной плоскости (см. рис. 1.53, a).

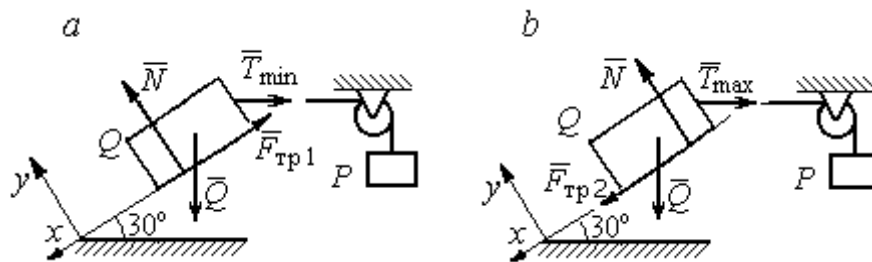


Рис. 1.53. Силы, действующие на груз при равновесии:
 a – минимальный вес уравнивающего груза;
 b – максимальный вес уравнивающего груза

Выберем систему координат, как показано на рис. 1.53, и составим уравнения равновесия в виде проекций сил:

$$\sum F_{kx} = Q \cos 60^\circ - T_{\min} \cos 30^\circ - F_{\text{тр}} = 0;$$

$$\sum F_{ky} = -Q \cos 30^\circ + N - T_{\min} \cos 60^\circ = 0.$$

Полагая в первом уравнении $F_{\text{тр}1} = fN$, решаем систему и находим реакцию нити $T_{\min} = 7,21$ Н. Минимальное значение веса уравнивающего груза равно реакции нити: $P_{\min} = T_{\min} = 7,21$ Н.

Рассмотрим равновесие груза Q при максимальном $P_{\max}$ значении веса груза P . На груз действует сила тяжести $\vec{Q}$, реакция нити $\vec{T}_{\max}$ и реакция шероховатой поверхности наклонной плоскости, состоящая, как и в первом случае, из нормальной реакции наклонной плоскости $\vec{N}$ и силы трения $\vec{F}_{\text{тр}2}$ (см. рис. 1.53, b).

При определении направления силы трения заметим, что увеличение веса груза P больше максимального вызывает движение груза Q вверх по наклонной плоскости. Тогда предельная сила трения $\vec{F}_{\text{тр}2}$, действующая против возможного движения, должна быть направлена вниз по наклонной плоскости (см. рис. 1.53, *b*). Уравнения равновесия груза Q :

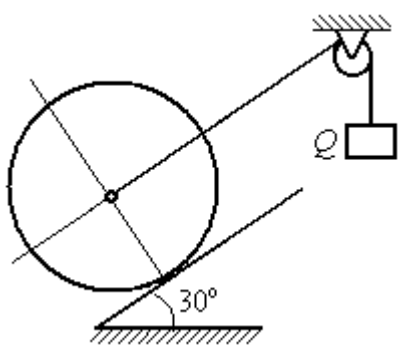
$$\sum F_{kx} = Q \cos 60^\circ - T_{\max} \cos 30^\circ + F_{\text{тр}2} = 0;$$

$$\sum F_{ky} = -Q \cos 30^\circ + N - T_{\max} \cos 60^\circ = 0.$$

Решаем систему, подставляя вместо силы трения её значение $F_{\text{тр}2} = fN$, и находим максимальное значение веса груза P : $P_{\max} = T_{\max} = 63,54 \text{ Н}$.

Таким образом, груз Q будет находиться в равновесии на наклонной плоскости, если вес уравнивающего груза находится в пределах $8,87 < P < 48,87 \text{ Н}$.

Задача 18. Цилиндрический каток радиуса $r = 0,5 \text{ м}$, весом $P = 50 \text{ Н}$ удерживается в равновесии на наклонной плоскости нитью, один конец кото-



рой закреплён в центре катка, а другой перекинут через блок и несёт груз весом Q (рис. 1.54). Коэффициент трения качения катка $f_k = 0,02 \text{ м}$. Наклонная плоскость составляет угол 30° с горизонтом.

Определить наименьшую и наибольшую величину веса Q , при которых каток будет в равновесии. Найти наименьшее значение коэффициента трения скольжения f_c , при котором в случае движения каток будет катиться без скольжения.

Решение

Рассмотрим равновесие катка при минимальном значении веса груза Q . На каток действует сила тяжести $\vec{P}$, реакции нити $\vec{Q}_{\min}$ и реакция шероховатой

поверхности наклонной плоскости $\vec{R}$, имеющая своими составляющими нормальную реакцию поверхности $\vec{N}$ и силу трения качения $\vec{F}_{\text{тр1к}}$ (рис. 1.55, *a*).

Минимальный вес груза $Q_{\min}$ удерживает каток от качения вниз по наклонной плоскости. В этом случае составляющие реакции шероховатой поверхности наклонной плоскости приложены в точке K_1 , слева от нормально-

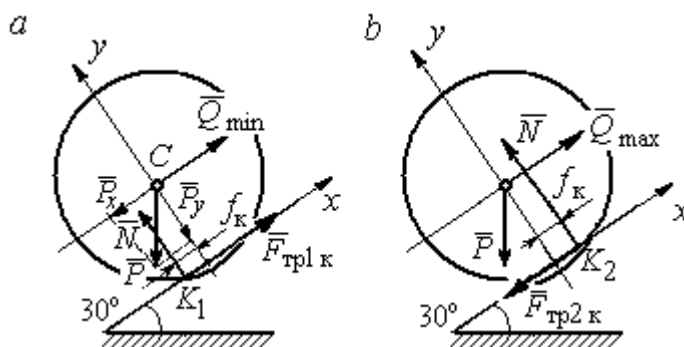


Рис. 1.55. Силы, действующие на каток, при равновесии:
a – минимальный вес груза; *b* – максимальный вес груза

го к плоскости диаметра катка (см. рис. 1.55, *a*). Выбор точки приложения реакции шероховатой поверхности основан на том, что пара $(\vec{N}, \vec{P}_y)$ должна создавать момент трения качения, противодействующий предполагаемому движению.

На каток действует плоская уравновешенная система сил $(\vec{Q}_{\min}, \vec{F}_{\text{тр1к}}, \vec{N}, \vec{P}) \propto 0$. Выберем систему координат, как показано на рис. 1.55, *a*, и составим уравнения равновесия катка, где уравнение моментов сил составлено относительно точки K_1 :

$$\sum F_{kx} = -P \cos 60^\circ + Q_{\min} + F_{\text{тр1к}} = 0;$$

$$\sum F_{ky} = -P \cos 30^\circ + N = 0;$$

$$\sum M_{K_1}(\vec{F}_k) = P \cos 60^\circ \cdot r - Q_{\min} r - P \cos 30^\circ \cdot f_k = 0.$$

Подставляем данные задачи и находим минимальное значение веса груза, при котором каток находится в равновесии $Q_{\min} = 7,68$ Н, величину нормальной реакции наклонной плоскости $N = 43,3$ Н и значение силы трения качения, удерживающей каток в равновесии, $F_{\text{тр1к}} = 17,32$ Н.

Рассмотрим равновесие катка при максимальном значении веса груза $Q_{\max}$. Здесь нарушение предельного равновесия при увеличении веса груза Q вызывает движение катка вверх по наклонной плоскости. В таком случае точка приложения реакции опоры шероховатой поверхности (точка K_2) расположена справа от нормального к плоскости качения диаметра катка (рис. 1.55, *b*).

На каток действует плоская уравновешенная система сил $(\vec{Q}_{\max}, \vec{F}_{\text{тр}2\text{к}}, \vec{N}, \vec{P}) \propto 0$. Выберем систему координат, как показано на рис. 1.55, *b*. Уравнения равновесия катка, где уравнение моментов сил составлено относительно точки K_2 имеют вид:

$$\sum F_{kx} = -P \cos 60^\circ + Q_{\max} - F_{\text{тр}2\text{к}} = 0;$$

$$\sum F_{ky} = -P \cos 30^\circ + N = 0;$$

$$\sum M_{K_2}(\vec{F}_k) = -P \cos 60^\circ \cdot r + Q_{\max} r - P \cos 30^\circ \cdot f_k = 0.$$

Решая систему, получим: $Q_{\max} = 42,32 \text{ Н}$; $N = 43,3 \text{ Н}$; $F_{\text{тр}2\text{к}} = 17,32 \text{ Н}$.

Таким образом, на шероховатой поверхности каток находится в равновесии, если вес уравновешивающего груза выбран в пределах $7,68 \leq Q \leq 42,32 \text{ Н}$.

При любом движении (вверх или вниз) качение катка будет без скольжения, если предельная сила трения скольжения $F_{\text{тр}c}$ больше аналогичной силы трения качения: $F_{\text{тр}c} > F_{\text{тр}к}$. Величина силы трения скольжения не зависит от направления движения: $F_{\text{тр}c} = f_c N = 43,3 f_c$, где f_c – коэффициент трения скольжения. Величина силы трения качения также не зависит от направления движения: $F_{\text{тр}к} = F_{\text{тр}1к} = F_{\text{тр}2к} = 17,32 \text{ Н}$. Таким образом, для определения требуемого коэффициента скольжения имеет место неравенство $43,3 f > 17,32$, откуда $f > 0,4$.

Задача 19. Для подъёма и опускания грузов в выработках используется ступенчатый ворот с тормозом, изображённый на рис. 1.56. Радиусы большой и малой ступенек барабана ворота $R = 0,5$ м и $r = 0,2$ м. Ворот тормозят, надавливая на конец A рычага AB , соединённого цепью CD с

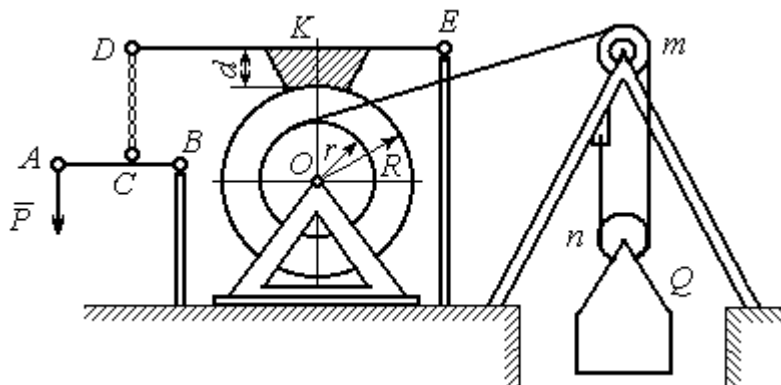


Рис. 1.56. Ворот с колодочным тормозом

концом D тормозного рычага ED с расположенной на нём тормозной колодкой. Коэффициент трения между тормозной колодкой и барабаном ворота $f = 0,4$. На малой ступеньке барабана ворота навита верёвка, другой конец которой, переброшенный через невесомые неподвижный блок m и подвижный блок n , удерживает груз Q весом 1 кН (см. рис. 1.56). Угол наклона к горизонту участка верёвки, соединяющей барабан с неподвижным блоком m , составляет 30° .

Определить величину силы $\vec{P}$, уравнивающей груз Q , и реакции шарниров O и E , если вес ворота $G = 140$ Н, высота тормозной колодки $d = 0,1$ м, расстояния $AB = 1$ м, $BC = 0,1$ м; $ED = 1,2$ м; $EK = 0,6$ м.

Решение

Рассмотрим отдельно равновесие барабана ворота, тормозного рычага DE и рычага AB (рис. 1.57).

Для того; чтобы определить силу натяжения верёвки, прикреплённой к барабану, рассмотрим равновесие груза вместе с подвижным блоком n (см. рис. 1.57, а). На объект равновесия действует сила тяжести груза $\vec{Q}$ и реакции $\vec{T}'$ и $\vec{T}''$ двух ветвей верёвки, огибающей снизу блок n .

Уравнения равновесия такой системы сил:

$$T' + T'' - Q = 0; \quad T''r_{\text{бл}} = T'r_{\text{бл}},$$

где моменты сил вычислены относительно центра блока; $r_{\text{бл}}$ – радиус блока n .

Решая систему уравнений, получим: $T' = T'' = 0,5Q = 500 \text{ Н}$.

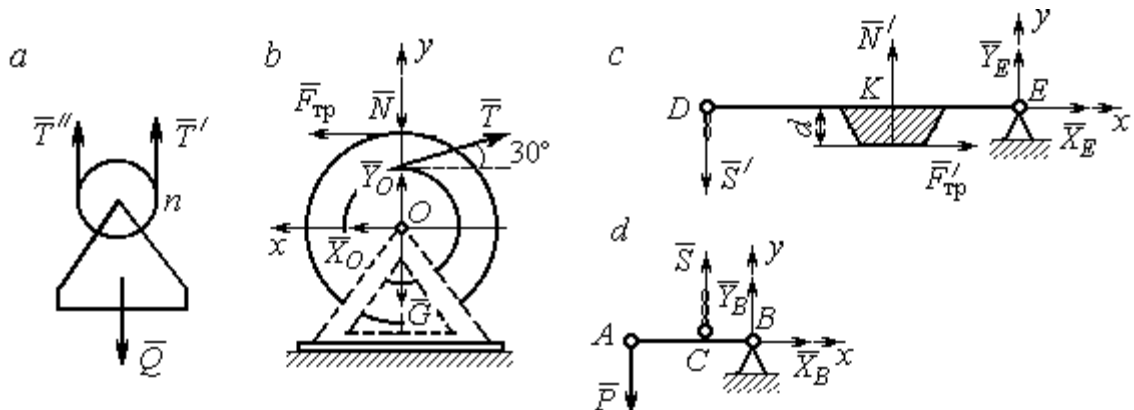


Рис. 1.57. Равновесие элементов конструкции ворота:
 а – равновесие груза; б – силы, действующие на барабан; в – силы, действующие на тормозной рычаг DE; д – силы, действующие на рычаг AB

Рассмотрим равновесие барабана. На барабан действуют: сила веса барабана $\vec{G}$, сила давления $\vec{N}$ со стороны рычага, направленная по радиусу барабана, сила трения $\vec{F}_{\text{тр}}$, действующая по касательной к барабану в сторону, противоположную движению барабана при опускании груза, реакция $\vec{R}_O$ шарнира O , представленная двумя составляющими $\vec{X}_O, \vec{Y}_O$, и реакция верёвки $\vec{T}$, численно равная модулю силы $\vec{T}'$ (см. рис. 1.57, б).

Силы, действующие на барабан, составляют уравновешенную произвольную плоскую систему сил $(\vec{G}, \vec{X}_O, \vec{Y}_O, \vec{T}, \vec{N}, \vec{F}_{\text{тр}}) \sim 0$. Составим уравнение моментов относительно точки O :

$$-Tr + F_{\text{тр}}R = 0, \text{ откуда с учётом } T = T' \quad F_{\text{тр}} = 200 \text{ Н.}$$

Величина силы $\vec{N}$ давления рычага на барабан находится из вида зависимости силы трения $F_{\text{тр}} = fN$, тогда $N = \frac{F_{\text{тр}}}{f} = 500 \text{ Н}$.

Составим уравнения равновесия барабана в виде проекций сил на оси, выбранные, как показано на рис. 1.57, б:

$$\sum F_{kx} = X_O + F_{\text{тр}} - T \cos 30^\circ = 0;$$

$$\sum F_{ky} = Y_O + T \cos 60^\circ - N - G = 0.$$

Решая систему, найдём реакцию шарнира O :

$$X_O = 233 \text{ Н}; Y_O = 390 \text{ Н}; R_O = \sqrt{X_O^2 + Y_O^2} = 454,3 \text{ Н}.$$

Рассмотрим теперь равновесие тормозного рычага DE (см. рис. 1.57, c).

На рычаг действуют сила $\vec{N}'$ давления со стороны барабана и сила трения $\vec{F}'_{\text{тр}}$, приложенные в точке касания тормозной колодки с барабаном, равные по величине и противоположные по направлению, соответственно, силам $\vec{N}$ и $\vec{F}_{\text{тр}}$. Кроме того, в точке D на рычаг действует сила $\vec{S}'$, под действием которой рычаг прижимается к барабану, и реакция шарнира E , разложенная на составляющие $\vec{X}_E, \vec{Y}_E$ вдоль осей x, y . Уравнения равновесия рычага имеют вид:

$$\sum F_{kx} = X_E + F'_{\text{тр}} = 0; \quad \sum F_{ky} = Y_E + N' - S' = 0;$$

$$\sum M_E(\vec{F}_k) = S' \cdot DE - N' \cdot EK + F'_{\text{тр}} d = 0.$$

Подставляя в систему данные из условия задачи, с учётом найденных значений $F'_{\text{тр}} = F_{\text{тр}} = 200 \text{ Н}$, $N' = N = 500 \text{ Н}$, определим усилие S' , с которым тормозной рычаг прижимается к барабану, и реакцию шарнира E :

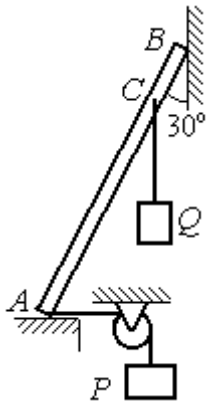
$$S' = 233,33 \text{ Н}; X_E = -200 \text{ Н}; Y_E = -266,67 \text{ Н}; R_E = \sqrt{X_E^2 + Y_E^2} = 333,34 \text{ Н}.$$

Силу $\vec{P}$, необходимую для уравнивания груза Q , найдём рассматривая равновесие рычага AB (см. рис. 1.57, d). На рычаг действуют сила $\vec{P}$, реакция цепи $\vec{S}$ и реакция шарнира B , показанная на рис. 1.57, d составляющими $\vec{X}_B, \vec{Y}_B$.

Составим уравнение равновесия рычага в форме равенства нулю суммы моментов сил относительно точки B : $P \cdot AB - S \cdot CB = 0$. С учётом того, что модули сил $\vec{S}$ и $\vec{S}'$ равны, найдём $P = 23,3 \text{ Н}$.

Упражнения

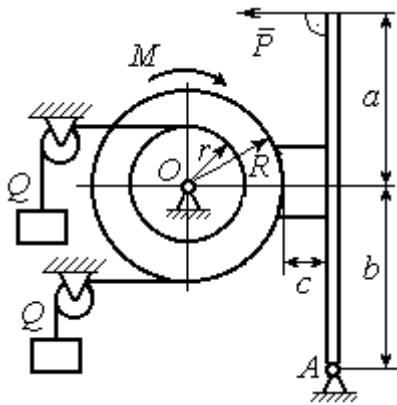
Упражнение 1.13



Невесомый стержень AB опирается в точках A и B на шероховатые поверхности – горизонтальный пол и вертикальную стену. Коэффициент трения между стержнем и полом и между стержнем и стеной $f = 0,2$. Угол наклона стержня к вертикальной стене 30° . В точке C к стержню подвешен груз Q . Стержень удерживается в равновесии горизонтальной нитью, прикреплённой в точке A и перекинутой через блок. К другому концу нити подвешен груз P . В каких границах можно изменять вес груза P , не нарушая равновесия стержня?

$$AB = 3 \text{ м}, AC = 2 \text{ м}, Q = 200 \text{ Н}.$$

Упражнение 1.14



Шкив O состоит из двух барабанов радиусов R и r . На барабаны навиты верёвки, натянутые одинаковыми грузами Q . К шкиву приложена пара сил с моментом M . Шкив затормаживается с помощью рычажного тормоза. Коэффициент трения между тормозной колодкой и шкивом $f = 0,4$. Определить силу $\vec{P}$, приложенную к рычагу тормозной колодки и уравнивающую шкив. Найти реакцию шарнира A .

$$a = b = 1 \text{ м}; c = 0,1 \text{ м}; Q = 100 \text{ Н}; M = 120 \text{ Н} \cdot \text{м}; \\ R = 0,6 \text{ м}; r = 0,2 \text{ м}.$$

Рис. 1.58. Задания для самостоятельного решения. Упражнения № 1.13, 1.14

2. КИНЕМАТИКА ТОЧКИ И ТВЁРДОГО ТЕЛА

2.1. Криволинейное движение точки

Кривая, которую описывает движущаяся точка, называется **траекторией** точки. Движение точки может быть задано **векторным, координатным** или **естественным** способами.

Координатный способ задания движения точки основан на том, что положение точки определяется ее координатами, заданными для каждого момента времени (рис. 2.1): $x = x(t)$, $y = y(t)$, $z = z(t)$.

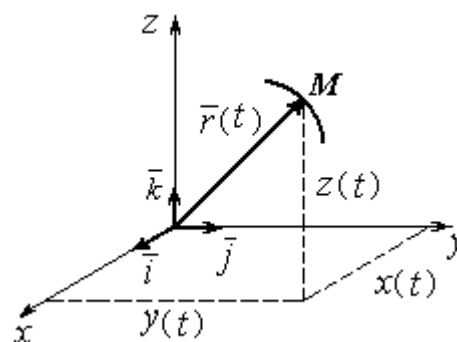


Рис. 2.1. Векторный и координатный способы задания движения точки

Мгновенная скорость, или скорость точки в данный момент времени, является векторной величиной и определяется как производная по времени от радиус-вектора точки: $\vec{V} = \frac{d\vec{r}}{dt}$. **Вектор скорости точки $\vec{V}$ всегда направлен по касательной к траектории в сторону движения точки.** Величины V_x , V_y , V_z проекций вектора скорости $\vec{V}$ на координатные оси определяются как производные по времени от соответствующих координат: $V_x = \frac{dx}{dt} = \dot{x}$; $V_y = \frac{dy}{dt} = \dot{y}$; $V_z = \frac{dz}{dt} = \dot{z}$. Модуль вектора скорости: $V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2 + V_z^2}$.

Мгновенное ускорение точки, или ускорение в данный момент времени, является векторной величиной и определяется как производная по времени от вектора скорости точки или как вторая производная от радиус-вектора точки:

$\vec{a} = \frac{d\vec{V}}{dt} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2}$. Величины a_x , a_y , a_z проекций вектора ускорения на координатные оси определяются как производные по времени от соответствующих проекций вектора скорости:

натные оси определяются равенствами: $a_x = \frac{dV_x}{dt} = \dot{V}_x = \ddot{x}$; $a_y = \frac{dV_y}{dt} = \dot{V}_y = \ddot{y}$;

$a_z = \frac{dV_z}{dt} = \dot{V}_z = \ddot{z}$. Модуль вектора ускорения: $a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}$.

Естественный способ задания движения используется, если траектория движения точки заранее известна. Тогда положение точки однозначно опреде-

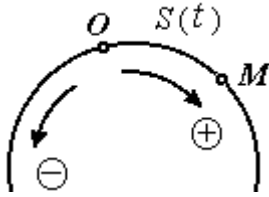


Рис. 2.2. Естественный способ задания движения точки

ляется длиной дуги $OM = S(t)$, отсчитываемой от некоторой фиксированной точки O , принятой за начало отсчета (рис. 2.2). При этом заранее устанавливаются положительное и отрицательное направления отсчета дуговой координаты.

При естественном способе задания движения вектор скорости точки определяется равенством: $\vec{V} = \dot{S} \vec{\tau} = V_\tau \vec{\tau}$, где S – дуговая координата; $\vec{\tau}$ – единичный вектор касательной к траектории движения, направленный в сторону положительного направления дуговой координаты. Величина $V_\tau = \dot{S}$ называется алгебраической скоростью точки и представляет собой проекцию вектора скорости точки на касательную к траектории.

Вектор ускорения точки $\vec{a}$ раскладывается на составляющие по направлениям естественных осей – касательную (ось τ) и перпендикулярную к ней нормальную (ось n):

$$\vec{a} = a_\tau \vec{\tau} + a_n \vec{n} \text{ или } \vec{a} = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n,$$

где $\vec{\tau}$ – единичный направляющий вектор касательной; $\vec{n}$ – единичный направляющий вектор нормали траектории; a_τ – проекция ускорения точки на касательную называется **касательным ускорением**; a_n – проекция вектора ускорения точки на нормаль называется **нормальным ускорением** (рис. 2.3). Касательная составляющая ускорения характеризует изменение величины скорости точки, нормальная – изменение направления вектора скорости.

Если проекции V_τ и a_τ имеют одинаковые знаки (направлены в одну сторону), движение будет ускоренным, если разных знаков (разнонаправлены) – замедленным (см. рис. 2.3, *a*, *b*).

Проекции ускорения на естественные оси и модуль вектора ускорения вычисляются по формулам:

$$a_\tau = \ddot{S} = \dot{V}_\tau, \quad a_n = \frac{V^2}{\rho};$$

$$a = \sqrt{a_n^2 + a_\tau^2},$$

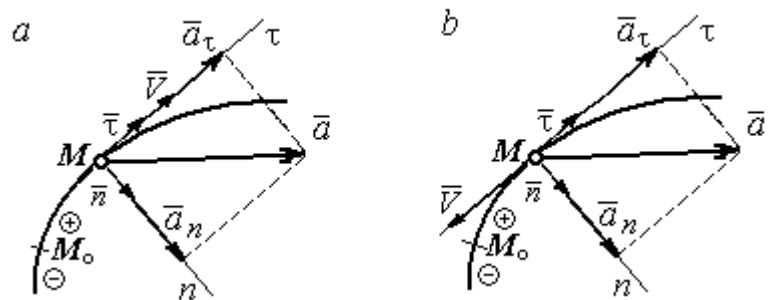


Рис. 2.3. Скорость и ускорение точки. Разложение ускорения на нормальную и касательную составляющие:
a – ускоренное движение; *b* – замедленное движение

где ρ – радиус кривизны траектории. Иногда при вычислении касательной составляющей ускорения удобнее пользоваться формулой $a_\tau = \frac{a_x V_x + a_y V_y}{V_\tau}$.

Вектор нормальной составляющей ускорения $\vec{a}_n$ всегда направлен к центру кривизны траектории. Вектор касательной составляющей ускорения $\vec{a}_\tau$ направлен в сторону положительного направления касательной (по направлению единичного вектора $\vec{\tau}$), если $\ddot{S} > 0$, и в противоположную сторону – при $\ddot{S} < 0$.

Криволинейное движение точки называется **равномерным**, если проекция вектора скорости на касательную – постоянная величина: $V_\tau = \text{const}$.

Криволинейное движение точки называется **равнопеременным**, если постоянна проекция вектора ускорения на касательную: $a_\tau = \text{const}$.

Примеры решения задач на криволинейное движение точки

Задача 20. Движение точки задано координатным способом уравнениями $x(t) = 2\sin\pi t$, $y(t) = \cos 2\pi t$, где x, y – в сантиметрах, t – в секундах.

Найти траекторию точки, величину и направление скорости и ускорения в моменты времени $t_1 = 0,25$ с, $t_2 = 0,75$ с. Определить участки ускоренного и замедленного движений точки.

Решение

Определяем траекторию точки. Из уравнений движения находим $y = \cos 2\pi t = \cos^2 \pi t - \sin^2 \pi t = 1 - 2\sin^2 \pi t = 1 - \frac{x^2}{2}$. Траекторией точки является парабола $y = 1 - \frac{x^2}{2}$ (рис. 2.4). Однако не вся парабола будет траекторией движения, а только та её часть, точки которой согласно уравнениям движения удовлетворяют неравенствам: $-2 \leq x \leq 2$, $-1 \leq y \leq 1$.

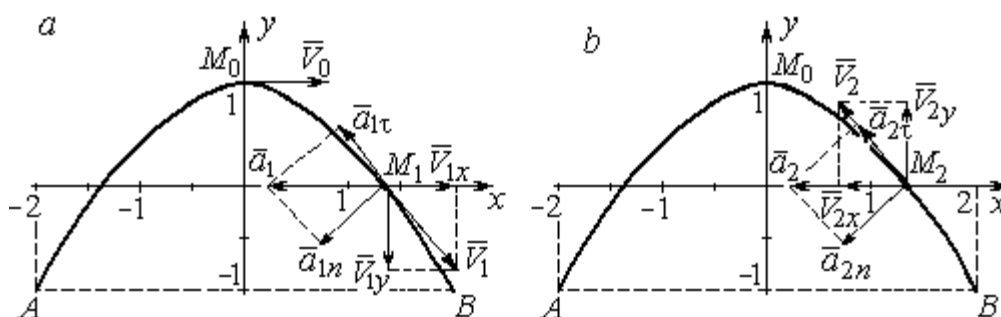


Рис. 2.4. Траектория движения точки:

a – замедленное движение точки на участке от M_0 к B ;
b – ускоренное движение точки на участке от B к M_0

Определяем параметры движения точки в момент времени $t_1 = 0,25$ с.

Находим координаты x_1, y_1 положения точки M_1 :

$$x_1 = x(0,25) = 2\sin \frac{\pi}{4} = \sqrt{2} \text{ см}, \quad y_1 = y(0,25) = \cos \frac{\pi}{2} = 0.$$

Находим проекции V_{1x}, V_{1y} вектора $\vec{V}_1$ скорости точки на оси системы координат:

$$V_x(t) = \dot{x} = 2\pi \cos \pi t; \quad V_y(t) = \dot{y} = -2\pi \sin 2\pi t;$$

$$V_{1x} = V_x(0,25) = 2\pi \cos \frac{\pi}{4} = \pi\sqrt{2} \text{ см/с}; \quad V_{1y} = V_y(0,25) = -2\pi \sin \frac{\pi}{2} = -2\pi \text{ см/с}.$$

Модуль скорости $V_1 = \sqrt{V_{1x}^2 + V_{1y}^2} = \pi\sqrt{6}$ см/с.

Находим проекции a_{1x} , a_{1y} вектора $\vec{a}_1$ ускорения точки на оси системы координат:

$$a_x(t) = \dot{V}_x = -2\pi^2 \sin \pi t; \quad a_y(t) = \dot{V}_y = -4\pi^2 \cos 2\pi t;$$

$$a_{1x} = a_x(0,25) = -2\pi^2 \sin \frac{\pi}{4} = -\pi^2 \sqrt{2} \text{ см/с}^2; \quad a_{1y} = a_y(0,25) = -4\pi^2 \cos \frac{\pi}{2} = 0.$$

Модуль вектора ускорения $a_1 = \sqrt{a_{1x}^2 + a_{1y}^2} = \pi^2 \sqrt{2}$ см/с.

Положение точки M_1 в момент времени $t_1 = 0,25$ с, построение векторов скорости $\vec{V}_1$ и ускорения $\vec{a}_1$ по их проекциям показано на рис. 2.4, а.

Для того чтобы определить характер движения точки в положении M_1 – ускоренное или замедленное, найдём направление касательного ускорения. С этой целью разложим известный уже вектор ускорения $\vec{a}_1$ на нормальную и касательную составляющие согласно равенству $\vec{a}_1 = \vec{a}_{1\tau} + \vec{a}_{1n}$. При этом направление касательной совпадает с направлением вектора скорости $\vec{V}_1$, а направление нормали – перпендикулярно ему. Касательное ускорение $\vec{a}_{1\tau}$ оказалось направленным противоположно вектору скорости $\vec{V}_1$ (см. рис. 2.4, а). Следовательно, точка в рассматриваемый момент движется замедленно.

В момент времени $t_2 = 0,75$ с положение M_2 совпадает с положением M_1 :

$$x_2 = x(0,75) = 2\sin \frac{3\pi}{4} = \sqrt{2} \text{ см}; \quad y_2 = y(0,75) = \cos 2\pi \frac{3}{4} = 0.$$

Проекции векторов скорости $\vec{V}_2$ и ускорения $\vec{a}_2$ точки на оси координат:

$$V_{2x} = V_x(0,75) = 2\pi \cos \frac{3\pi}{4} = -\pi\sqrt{2} \text{ см/с}; \quad V_{2y} = V_y(0,75) = -2\pi \sin 2\pi \frac{3}{4} = 2\pi \text{ см/с};$$

$$a_{2x} = a_x(0,75) = -2\pi^2 \sin \frac{3\pi}{4} = -\pi^2 \sqrt{2} \text{ см/с}^2; \quad a_{2y} = a_y(0,75) = -4\pi^2 \cos 2\pi \frac{3}{4} = 0.$$

Модули скорости и ускорения точки в момент времени $t_2 = 0,75$ с:

$$V_2 = \sqrt{V_{2x}^2 + V_{2y}^2} = \pi\sqrt{6} \text{ см/с}; \quad a_2 = |a_{2x}| = \pi^2\sqrt{2} \text{ см/с}^2.$$

Положение точки M_2 в момент времени $t_2 = 0,75$ с, построение векторов скорости $\vec{V}_2$ и ускорения $\vec{a}_2$ по их проекциям, а также разложение вектора ускорения $\vec{a}_2$ на составляющие $\vec{a}_{2n}$ и $\vec{a}_{2\tau}$ показано на рис. 2.4, *b*. В данном случае вектор касательного ускорения совпадает по направлению с вектором скорости (см. рис. 2.4, *b*), поэтому движение ускоренное.

В целом движение точки по траектории происходит следующим образом. Из начального положения M_0 ($t_0 = 0$) точка с замедлением перемещается по правой ветви параболы. Достигнув положения B на траектории ($t_B = 0,5$ с), точка совершает мгновенную остановку и начинает обратное ускоренное движение. Достигнув положения M_0 ($t_{M_0} = 1$ с), точка переходит на левую часть параболы, где движется аналогично.

Задача 21. Рудничный поезд выходит на закруглённый участок пути радиуса $R = 1$ км с начальной скоростью 54 км/ч. Считая движение поезда равнопеременным, определить его скорость и ускорение в конце 10-й секунды движения по закруглённому участку, если за это время поезд прошёл путь 500 м.

Решение

Примем за начало отсчёта расстояния точку M_0 , где поезд выходит на за-

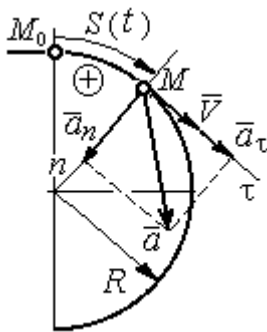


Рис. 2.5. Скорость и ускорение поезда

круглённый участок пути (рис. 2.5). Предположим, движение поезда равноускоренное и происходит в сторону возрастания дуговой координаты S . В этом случае вектор скорости и вектор касательного ускорения направлены в положительную сторону касательной.

При равнопеременном движении проекция вектора ускорения на касательную постоянна: $a_\tau = \text{const}$. Так как

$a_\tau = \frac{dV_\tau}{dt}$, то $V_\tau = a_\tau t + C_1$, где V_τ – проекция вектора скорости на касательную

ось. Далее, поскольку $V_\tau = \frac{dS}{dt}$, имеем $S = \frac{a_\tau t^2}{2} + C_1 t + C_2$. Константы интегрирования C_1 и C_2 находятся из начальных условий: при $t = 0$ $S = 0$ и $V_\tau = V_0 = 54 \text{ км/ч} = 15 \text{ м/с}$. Подставив эти условия в уравнения движения, найдём константы интегрирования: $C_1 = 15 \text{ м/с}$; $C_2 = 0$.

В результате получена система уравнений:

$$V_\tau = a_\tau t + 15; \quad S = \frac{a_\tau t^2}{2} + 15t.$$

По условию задачи через 10 с от начала движения по закруглённому участку поезд прошёл по дуге путь $S = 500 \text{ м}$. Подставляя это условие во второе уравнение, получим $a_\tau = 7 \text{ м/с}^2$. Скорость поезда в конце пройденного пути с учётом известной величины касательного ускорения найдём из первого уравнения $V_\tau = 85 \text{ м/с}$. Следует заметить, что при указанном движении поезда проекция вектора скорости на касательную ось положительна и равна его модулю: $V_\tau = V$.

Нормальное ускорение поезда при движении по дуге окружности радиуса $R = 1000 \text{ м}$ в момент времени $t = 10 \text{ с}$ равно $a_n = \frac{V_\tau^2}{R} = 7,23 \text{ м/с}^2$. Величина (модуль) полного ускорения поезда $a = \sqrt{a_n^2 + a_\tau^2} = 10,06 \text{ м/с}^2$. Разложение вектора ускорения поезда на нормальную и касательную составляющие показано на рис. 2.5.

Задача 22. Вагонетка движется равнопеременно по дуге окружности радиуса $R = 80 \text{ м}$. За время движения скорость вагонетки изменилась от начальной $V_0 = 18 \text{ км/ч}$ до конечной $V_1 = 9 \text{ км/ч}$.

Определить характер движения – ускоренное или замедленное. Найти ускорение вагонетки в начале и в конце участка движения, если за это время она прошла путь $S = 60 \text{ м}$.

Решение

Выберем некоторую точку на траектории в качестве начальной, а направление положительного отсчёта расстояний – в сторону движения вагонетки.

Уравнения равнопеременного движения точки при начальных условиях: $t = 0$; $S = 0$ и $V_\tau = V_0 = 5$ м/с имеют вид:

$$V_\tau = 5 + a_\tau t; \quad S = 5t + \frac{a_\tau t^2}{2}.$$

Подставим в уравнения параметры движения в момент времени $t = t_1$, когда скорость вагонетки стала $V_{1\tau} = 2,5$ м/с, а пройденный ею путь составил 60 м.

Получим систему:

$$-2,5 = a_\tau t_1; \quad 60 = 5t_1 + \frac{a_\tau t_1^2}{2},$$

откуда найдём касательное ускорение: $a_\tau = -0,16$ м/с².

Отрицательная величина означает, что вектор касательного ускорения направлен в сторону, противоположную направлению вектора скорости, и движение равнозамедленное.

Нормальное ускорение вагонетки в начале движения $a_{n0} = \frac{V_0^2}{R} = 0,31$ м/с².

Полное ускорение $a_0 = \sqrt{a_{n0}^2 + a_\tau^2} = 0,35$ м/с². В конце движения нормальное

ускорение $a_{n1} = \frac{V_1^2}{R} = 0,08$ м/с². Полное ускорение $a_1 = \sqrt{a_{n1}^2 + a_\tau^2} = 0,18$ м/с².

2.2. Поступательное движение и вращение твердого тела вокруг неподвижной оси

Движение твёрдого тела называется **поступательным**, если любой произвольный отрезок, связанный с телом, остаётся в процессе движения параллельным самому себе. При **поступательном** движении твёрдого тела все его

точки движутся по одинаковым траекториям, имеют равные скорости и ускорения.

Вращением твёрдого тела вокруг неподвижной оси называется такое его движение, при котором две точки тела остаются неподвижными в течение всего времени движения. Прямая, проходящая через неподвижные точки, называется **осью вращения** тела.

Положение вращающегося тела определяется углом поворота $\varphi = \varphi(t)$ относительно какой-либо системы отсчёта, например, относительно неподвижной плоскости, проходящей через ось вращения.

Вектор угловой скорости вращения тела $\vec{\omega}$ лежит на оси вращения и направлен в сторону, откуда вращение тела видно против хода часовой стрелки. **Алгебраическим значением угловой скорости** вращения тела называют проекцию вектора угловой скорости на ось вращения (ось z) $\omega_z = \dot{\varphi}$. При $\dot{\varphi} > 0$ тело вращается в сторону положительного направления отсчёта угла φ , при $\dot{\varphi} < 0$ – в обратную сторону. Направление угловой скорости обычно показывают дуговой стрелкой вокруг оси вращения. Модуль алгебраического значения угловой скорости вращения тела называется угловой скоростью $\omega = |\omega_z| = |\dot{\varphi}|$.

Алгебраическим значением **углового ускорения** вращающегося тела называют проекцию вектора углового ускорения на ось вращения (ось z) $\varepsilon_z = \dot{\omega}_z = \ddot{\varphi}$. Модуль алгебраического значения углового ускорения вращения тела называется угловым ускорением: $\varepsilon = |\varepsilon_z| = |\dot{\omega}_z| = |\ddot{\varphi}|$.

Вектор углового ускорения направлен вдоль оси вращения. Если $\varepsilon_z \omega_z > 0$ (вектора угловой скорости и углового ускорения сонаправлены), движение ускоренное, если $\varepsilon_z \omega_z < 0$ (векторы угловой скорости и углового ускорения противоположны по направлению), – замедленное.

При равномерном вращении угловая скорость тела (алгебраическое значение) – постоянная величина: $\omega_z = \text{const}$. Угол поворота тела изменяется по линейному закону $\varphi = \varphi_0 + \omega_z t$, где φ_0 – начальный угол поворота тела.

При равнопеременном вращении постоянной величиной является алгебраическое значение углового ускорения: $\varepsilon_z = \text{const}$. В этом случае справедливы уравнения движения: $\omega_z = \omega_{z0} + \varepsilon_z t$; $\varphi = \varphi_0 + \omega_{z0} t + \frac{\varepsilon_z t^2}{2}$.

При вращательном движении тела все его точки движутся по окружностям, радиусы которых равны расстояниям от выбранной точки до неподвижной оси. **Скорость точки** вращающегося твердого тела (в отличие от угловой скорости тела) называют **линейной**, или **окружной скоростью** точки. Модуль скорости точки рассчитывается по формуле: $V = \omega h$, где ω – угловая скорость тела; h – расстояние от точки до оси вращения. Вектор скорости направлен по

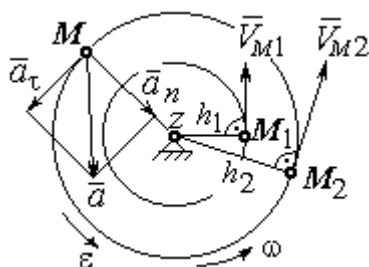


Рис. 2.6. Скорость и ускорение точек вращающегося тела

касательной к описываемой точкой окружности в сторону вращения тела.

При вращении тела отношение скоростей двух точек тела равно отношению расстояний от

этих точек до оси вращения: $\frac{V_{M_1}}{V_{M_2}} = \frac{h_1}{h_2}$ (рис. 2.6).

Ускорение точки вращающегося твердого

тела рассчитывается как ускорение точки при естественном способе задания движения в виде суммы векторов касательного и нормального ускорений (см. рис. 2.6): $\vec{a} = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n$, где модули векторов $a_\tau = \varepsilon h$, $a_n = \omega^2 h$;

$a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2}$; ω , ε – угловая скорость и угловое ускорение тела, $\varepsilon = |\varepsilon_z|$; h – расстояние от точки до оси вращения. **Вектор касательного ускорения точки** $\vec{a}_\tau$ направлен по касательной к описываемой точкой окружности в сторону движения точки, если вращение тела ускоренное, и в противоположную сторо-

ну, если движение тела замедленное. **Вектор нормального ускорения точки** $\vec{a}_n$ направлен вдоль радиуса описываемой точкой окружности к её центру.

При **передаче вращения** одного тела другому без проскальзывания соотношения между угловыми скоростями и угловыми ускорениями выражаются из равенства скоростей и касательных ускорений в точке

контакта: $\frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{r_2}{r_1}$; $\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} = \frac{r_2}{r_1}$ (рис. 2.7).

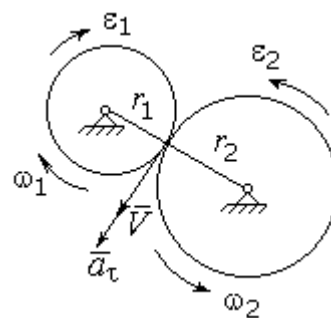


Рис. 2.7. Передача вращения одного тела другому

Примеры решения задач на вращательное движение тел

Задача 23. Вал, начиная вращаться равноускоренно из состояния покоя, за первые 2 мин. сделал 3600 оборотов. Определить угловую скорость вала в конце 2-й минуты и угловое ускорение вала.

Решение

Допустим, вращение вала вокруг оси z происходит в сторону положительного направления отсчёта угла. Тогда алгебраические значения угловой скорости и углового ускорения равны модулям соответствующих векторов $\omega_z = \omega$; $\varepsilon_z = \varepsilon$.

Воспользуемся уравнениями равнопеременного вращения вала с нулевыми начальными условиями (начальный угол поворота $\varphi_0 = 0$ и начальная угловая скорость вала $\omega_0 = 0$). Имеем $\omega = \varepsilon t$; $\varphi = \frac{\varepsilon t^2}{2}$.

Подставим в уравнения параметры движения вала в момент времени $t = t_1 = 2 \text{ мин} = 120 \text{ с}$; $\varphi_1 = 3600 \text{ об} = 7200\pi \text{ рад}$. Получим систему:

$$\omega_1 = \varepsilon \cdot 120, \quad 7200\pi = \frac{\varepsilon \cdot 120^2}{2}, \text{ откуда } \varepsilon = \pi \text{ с}^{-2}; \quad \omega_1 = 120\pi \text{ с}^{-1}.$$

Задача 24. В механизме стрелочного индикатора (рис. 2.8) движение от рейки мерительного штифта 1 передаётся шестерне 2, скреплённой на одной

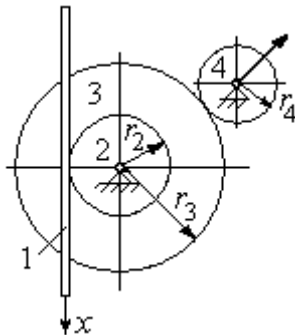


Рис. 2.8. Механизм стрелочного индикатора

оси с зубчатым колесом 3. Колесо 3 сцепляется, в свою очередь, с шестернёй 4, несущей стрелку-индикатор. Определить угловую скорость стрелки, если движение штифта задаётся уравнением $x = 4\sin\pi t$ и радиусы зубчатых колёс: $r_2 = 6$ см, $r_3 = 10$ см, $r_4 = 4$ см.

Решение

Мерительный штифт движется поступательно вдоль оси x (см. рис. 2.8). Проекция скорости любой точки штифта на ось x $V_{1x} = \dot{x} = 4\pi\cos\pi t$ см/с. Такую же скорость имеет и точка касания штифта с шестернёй 2.

Полагая, что точка касания штифта с шестернёй 2 принадлежит и шестерне, найдём алгебраическое значение угловой скорости шестерни 2:

$$\omega_{2z} = \frac{V_{1x}}{r_2} = \frac{4\pi\cos\pi t}{6} = \frac{2\pi}{3}\cos\pi t \text{ рад/с.}$$

Зубчатое колесо 3 скреплено с шестернёй 2 на одной оси и имеет ту же угловую скорость $\omega_{3z} = \omega_{2z}$. Вращение колеса 3 через точку зацепления передаётся шестерне 4. Выразим соотношение между алгебраическими значениями угловых скоростей при передаче вращения одно-

$$\text{го тела другому: } \frac{\omega_{3z}}{\omega_{4z}} = \frac{r_4}{r_3}. \text{ Отсюда получим: } \omega_{4z} = \frac{V_{1x}r_3}{r_2r_4} = \frac{5\pi}{3}\cos\pi t \text{ с}^{-1}.$$

Угловая скорость стрелки равна угловой скорости шестерни 4.

Задача 25. Ведущее колесо 1 подъёмного устройства (рис. 2.9) передаёт движение шестерне 2. На одной оси с шестернёй 2 расположен шкив 3, жёстко скреплённый с шестернёй. Шкив 3 соединяется со шкивом 4 бесконечным

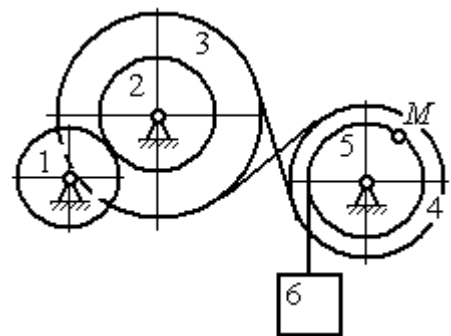


Рис. 2.9. Схема механизма подъёмного устройства

перекрёстным ремнём. Барабан 5 скреплён со шкивом 4 и находится с ним на одной оси. На барабан намотана нить, удерживающая груз 6. По заданному уравнению движения колеса 1 определить скорость, нормальное, касательное и полное ускорения точки M на ободе барабана 5 в момент времени $t_1 = 1$ с, а также скорость и ускорение груза 6. Скольжение между звеньями механизма отсутствует.

Значения радиусов колёса, шкивов и барабана механизма: $r_1 = 20$ см, $r_2 = 10$ см, $r_3 = 40$ см, $r_4 = 16$ см, $r_5 = 8$ см. Уравнение вращения колеса 1: $\varphi_1 = 2t^2 - 5t$ рад.

Решение

Ведущим звеном в механизме является колесо 1. Выберем положительное направление отсчёта угла поворота колеса 1 в сторону, противоположную

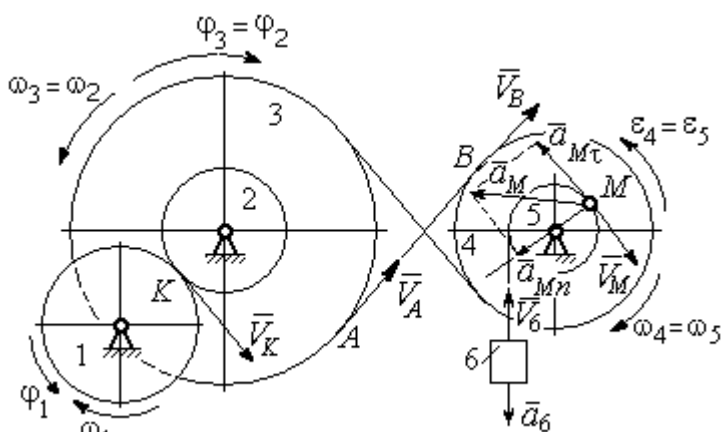


Рис. 2.10. Расчётная схема механизма

направлению вращения часовой стрелки. На рис. 2.10 это направление показано дуговой стрелкой φ_1 .

Продифференцировав по времени уравнение движения колеса 1, получим алгебраическое значение его угловой

скорости: $\omega_{1z} = \dot{\varphi}_1 = 4t - 5$ рад/с. В момент времени $t_1 = 1$ с алгебраическое значение угловой скорости колеса 1 отрицательно: $\dot{\varphi}_1(1) = -1$ рад/с. Это означает, что в данный момент времени колесо 1 вращается в сторону, противоположную положительному направлению отсчёта угла φ_1 . Угловая скорость колеса 1 равна модулю: $\omega_1 = |\omega_{1z}| = 1$ рад/с. Направление угловой скорости ω_1 колеса 1 в момент времени $t_1 = 1$ с показано дуговой стрелкой ω_1 .

Вращение колеса 1 передаётся шестерне 2 через точку контакта K . Из соотношения $\frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{r_2}{r_1}$ найдём угловую скорость шестерни 2: $\omega_2 = \frac{\omega_1 r_1}{r_2}$. Шкив 3, закреплённый на одной оси с шестернёй 2 имеет такую же угловую скорость, $\omega_3 = \omega_2$. Направление угловых скоростей шестерни 2 и шкива 3 показано на рис. 2.10 дуговой стрелкой ω_2 .

Передача движения шкива 3 шкиву 4 производится с помощью ремённой передачи. На участке от точки A , где ремень сходит со шкива 3, и до точки B , где ремень набегаёт на шкив 4, ремень движется поступательно, поэтому скорости точек A и B равны: $V_A = V_B$. Выразив скорости точек через угловые скорости тел, имеем равенство $\omega_3 r_3 = \omega_4 r_4$, откуда с учётом, что $\omega_3 = \omega_2$, найдём угловую скорость шкива 4: $\omega_4 = \frac{\omega_3 r_3}{r_4} = \frac{\omega_1 r_1 r_3}{r_2 r_4}$. Угловая скорость барабана 5 равна угловой скорости шкива 4, $\omega_5 = \omega_4$. Направление угловых скоростей шкива 4 и барабана 5 показано на рис. 2.10 дуговой стрелкой ω_4 .

Величина (модуль) скорости точки M рассчитывается по формуле:

$$V_M = \omega_5 r_5. \text{ В момент времени } t_1 = 1 \text{ с } \omega_5 = \frac{\omega_1 r_1 r_3}{r_2 r_4} = 5 \text{ рад/с и } V_M = 20 \text{ см/с.}$$

Вектор скорости $\vec{V}_M$ направлен по касательной к ободу барабана в точке M и направлен в сторону вращения барабана 5 (см. рис. 2.10).

Нить, несущая груз 6, сматываясь с обода барабана, имеет скорость, равную скорости точек обода барабана, и, следовательно, равна скорости точки M : $V_6 = V_M$. Направление скорости груза 6 определяется направлением вращения барабана 5. При $t_1 = 1$ с груз поднимается со скоростью $V_6 = 20$ см/с.

Определим ускорение точки M . Вектор ускорения точки M равен сумме векторов: $\vec{a}_M = \vec{a}_M^{\tau} + \vec{a}_M^n$, где $\vec{a}_M^{\tau}$, $\vec{a}_M^n$ — касательная и нормальная составляющие ускорения.

Найдём алгебраическое значение угловой скорости барабана 5:

$$\omega_{5z} = \frac{\omega_{1z} r_1 r_3}{r_2 r_4} = 20t - 25 \text{ рад/с. Алгебраическое значение углового ускорения}$$

барабана 5 ε_{5z} равно производной $\varepsilon_{5z} = \dot{\omega}_{5z} = 20 \text{ рад/с}^2$. Так как в момент времени $t_1 = 1 \text{ с}$ знаки алгебраических значений угловой скорости барабана и его углового ускорения разные ($\omega_{5z} = -5 \text{ рад/с}$, $\vec{a}_M = \vec{a}_M^{\tau} + \vec{a}_M^n$, $\varepsilon_{5z} = +20 \text{ рад/с}^2$), угловое ускорение (по величине равное модулю $\varepsilon_5 = |\varepsilon_{5z}|$) направлено в сторону, противоположную угловой скорости. На рис. 2.10 направление углового ускорения барабана 5 показано дуговой стрелкой ε_5 .

Касательное ускорение точки: $a_{M\tau} = \varepsilon_5 r_5 = 80 \text{ см/с}^2$. Вектор $\vec{a}_{M\tau}$ касательного ускорения точки M направлен по касательной к траектории в точке M в сторону углового ускорения ε_5 (см. рис. 2.10).

Нормальное ускорение точки M рассчитывается как $a_M^n = \omega_5^2 r_5$, где угловая скорость барабана $\omega_5 = |\omega_{5z}|$. В момент времени $t_1 = 1 \text{ с}$ $\omega_5 = 5 \text{ рад/с}$ и величина нормального ускорения: $\vec{a}_M^n = 100 \text{ см/с}^2$. Вектор нормального ускорения $\vec{a}_M^n$ направлен по радиусу к центру барабана 5.

Модуль полного ускорения точки M в заданный момент времени: $a_M = \sqrt{(a_M^{\tau})^2 + (a_M^n)^2} = 128,06 \text{ см/с}^2$. Вектор ускорения $\vec{a}_M$ направлен по диагонали прямоугольника, построенного на векторах $\vec{a}_M^n$ и $\vec{a}_M^{\tau}$ (см. рис. 2.10).

Ускорение a_6 груза 6 находится из условия, что груз движется прямолинейно. При прямолинейном движении нормальная составляющая ускорения равна нулю. В результате, ускорение груза 6 $a_6 = a_6^{\tau} = \dot{V}_6 = \dot{V}_M = a_M^{\tau} = \varepsilon_5 r_5 = 80 \text{ см/с}^2$. Направление вектора ускорения груза 6 определяется направлением углового ускорения барабана 5. На рис. 2.10 направление ускорения груза 6 показано вектором $\vec{a}_6$.

Задача 26. По заданному уравнению поступательного движения звена 1 механизма (рис. 2.11, *a*) определить скорость, нормальное, касательное и полное ускорения точки M диска 3 в момент времени $t_1 = 1$ с, а также скорость и ускорение звена 4. Скольжение между звеньями механизма отсутствует. Значения радиусов колес механизма и закон движения звена 1: $R_2 = 20$ см, $r_2 = 5$ см, $R_3 = 8$ см, $r_3 = 4$ см, $x_1 = \cos \pi t + \sin \pi t$ см.

Решение

Звено 1 движется поступательно вдоль оси x . Положительное направление движения задаётся направлением оси x (рис. 2.11, *a*). Продифференцировав по времени уравнение движения звена 1, получим его алгебраическое значение скорости: $V_{1x}(t) = \dot{x}_1 = -\pi \sin \pi t + \pi \cos \pi t$.

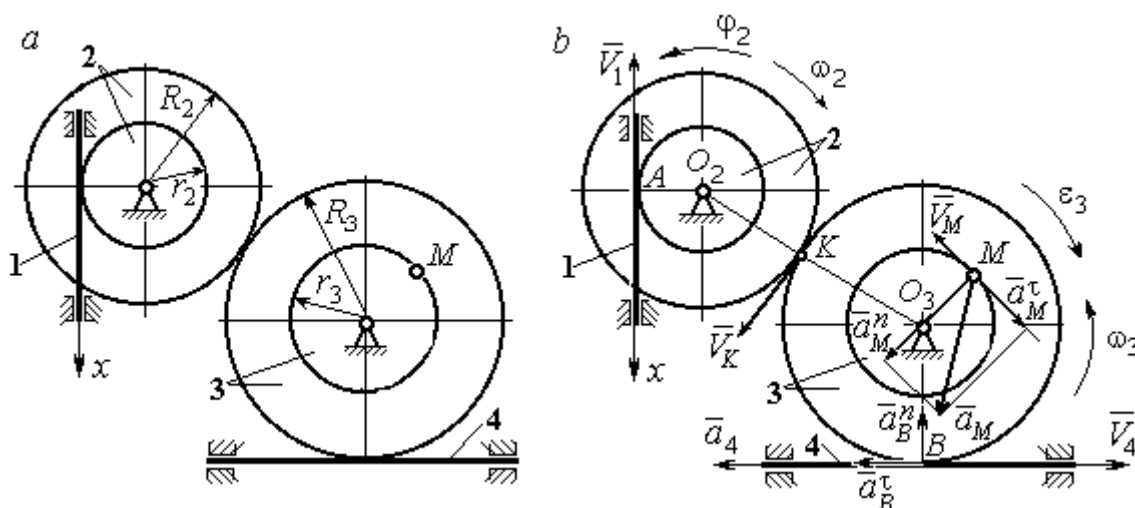


Рис. 2.11. Кинематика поступательного и вращательного движений твердого тела:
a – схема механизма; *b* – расчетная схема для определения скоростей и ускорений точек механизма

В момент времени $t_1 = 1$ с алгебраическое значение скорости звена 1 отрицательное: $V_{1x}(1) = -\pi$ см/с. Это показывает, что в данный момент времени звено 1 движется в сторону, противоположную положительному направлению оси x . Скорость звена 1 равна модулю производной $V_1(1) = |\dot{x}_1| = \pi$ см/с. На рис. 2.11, *b* показано направление вектора скорости $\vec{V}_1$.

Точка A соприкосновения звена 1 с диском 2 имеет ту же скорость, что и звено 1. Угловая скорость диска 2 определяется из равенства $\omega_2 = \frac{V_1}{r_2}$ рад/с. Направление угловой скорости вращения диска 2 показано на рис. 2.11, b дуговой стрелкой ω_2 .

Передача вращения диска 2 диску 3 происходит в точке K . Из соотношения $\frac{\omega_3}{\omega_2} = \frac{R_2}{R_3}$ находим угловую скорость диска 3: $\omega_3 = \frac{V_1 R_2}{r_2 R_3} = \frac{\pi}{2}$. Направление угловой скорости диска 3 показано на рис. 2.11, b дуговой стрелкой ω_3 .

Модуль скорости точки M $V_M = \omega_3 r_3 = 2\pi$ см/с. Вектор скорости $\vec{V}_M$ направлен по касательной к траектории движения точки M в сторону вращения диска 3 (см. рис. 2.11, b).

Звено 4 движется поступательно. Величина и направление скорости звена 4 совпадают с величиной и направлением скорости точки B касания звена 4 с диском 3: $V_4 = V_B = \omega_3 R_3$. В момент времени $t_1 = 1$ с $V_4 = 4\pi$ см/с. Направление вектора скорости $\vec{V}_4$ определяется направлением вращения диска 3.

Определим ускорение точки M . Найдём алгебраическое значение ω_{3z} угловой скорости диска 3: $\omega_{3z} = \frac{V_{1x} R_2}{r_2 R_3} = \frac{\pi}{2}(-\sin\pi t + \cos\pi t)$. Алгебраическое значение ε_{3z} углового ускорения диска 3: $\varepsilon_{3z} = \dot{\omega}_{3z} = -\frac{\pi^2}{2}(\cos\pi t + \sin\pi t)$ и в момент времени $t_1 = 1$ с $\varepsilon_{3z} = \frac{\pi^2}{2}$. Разные знаки алгебраических значений угловой скорости и углового ускорения диска 3 ($\omega_{3z} = -\frac{\pi}{2}$; $\varepsilon_{3z} = +\frac{\pi^2}{2}$) показывают, что угловое ускорение направлено в сторону, противоположную угловой скорости. На рис 2.11, b направление углового ускорения диска 3 показано дуговой стрелкой ε_3 .

Касательное ускорение точки M рассчитывается по формуле $a_M^\tau = \varepsilon_3 r_3$, где угловое ускорение $\varepsilon_3 = |\varepsilon_{3z}|$. В момент времени $t_1 = 1$ с $a_M^\tau = 2\pi^2$ см/с². Вектор касательного ускорения точки M $\vec{a}_M^\tau$ направлен по касательной к траектории точки M в сторону углового ускорения ε_3 (см. рис. 2.11, б).

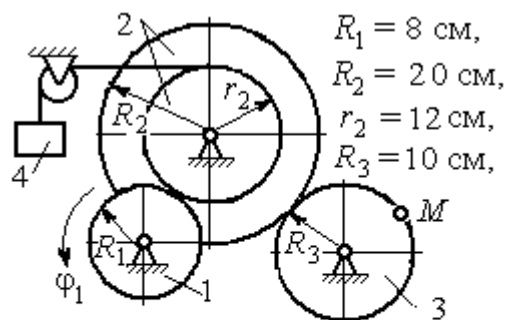
Нормальное ускорение точки M рассчитывается как $a_M^n = \omega_3^2 r_3$. В момент времени $t_1 = 1$ с величина нормального ускорения $a_M^n = \pi^2$ см/с². Вектор нормального ускорения $\vec{a}_M^n$ направлен по радиусу к центру диска 3.

Модуль полного ускорения точки M : $a_M = \sqrt{(a_M^n)^2 + (a_M^\tau)^2} = \pi^2 \sqrt{5}$ см/с². Вектор полного ускорения $\vec{a}_M$ направлен по диагонали прямоугольника, построенного на векторах $\vec{a}_M^n$ и $\vec{a}_M^\tau$.

Звено 4 движется поступательно и прямолинейно. Ускорение звена 4 равно проекции ускорения точки B (касания диска 3 со звеном 4) на линию движения звена 4: $a_4 = a_B^\tau = \varepsilon_3 R_3 = 4\pi^2$ см/с². Направление ускорения звена 4 совпадает с касательным ускорением точки B .

Упражнения

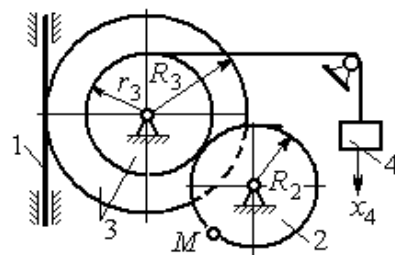
Упражнение 2.1



$$\varphi_1 = 3t + 2 \sin \frac{\pi t}{2} \text{ рад},$$

Найти скорость и ускорение точки M и груза 4 в момент $t = 1$ с

Упражнение 2.2



$$R_2 = 0,2 \text{ м}, \quad R_3 = 0,4 \text{ м}, \quad r_3 = 0,3 \text{ м},$$

$$x_4 = t - 1 - \sin \frac{\pi t}{3} + \cos \frac{\pi t}{3} \text{ м}.$$

Найти скорость и ускорение точки M и звена 1 в момент $t = t_1 = 3$ с.

Рис. 2.12. Задания для самостоятельного решения. Упражнения 2.1, 2.2

2.3. Скорости точек при плоскопараллельном движении твёрдого тела

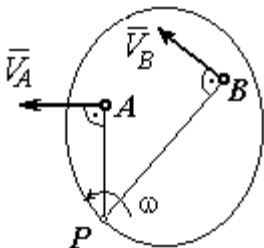
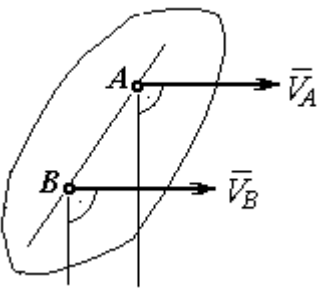
Плоскопараллельным, или **плоским** движением твёрдого тела, называется такое движение, при котором все точки тела движутся параллельно некоторой неподвижной (основной) плоскости.

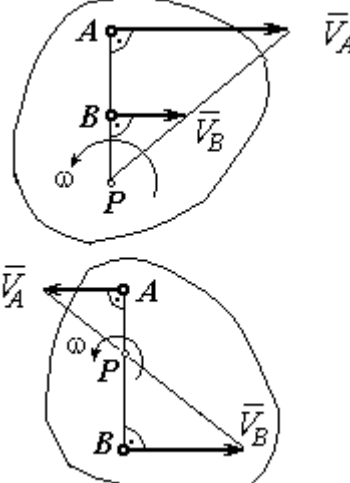
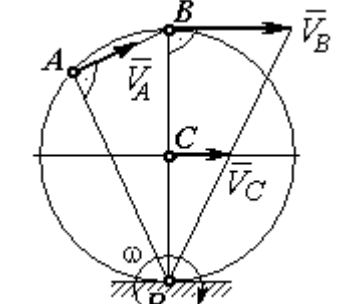
Для скоростей $\vec{V}_A$ и $\vec{V}_M$ двух точек A и M тела, совершающего плоское движение, справедливо утверждение: **проекции скоростей двух точек твёрдого тела на ось, проходящую через эти точки, равны друг другу:** $V_A \cos \alpha = V_M \cos \beta$, где α , β – углы между векторами скорости $\vec{V}_A$ и $\vec{V}_M$ и осью, проходящей через точки A и M .

Мгновенным центром скоростей (МЦС) называется точка P плоской фигуры, скорость которой в данный момент времени равна нулю. При известном положении МЦС скорость любой точки плоской фигуры находят так, как если бы движение фигуры было мгновенно вращательным вокруг мгновенного центра скоростей с угловой скоростью, равной угловой скорости плоской фигуры. Способы построения мгновенного центра скоростей приведены в табл. 2.1.

Таблица 2.1

Способы построения мгновенного центра скоростей

1. Если известны направления скоростей $\vec{V}_A$ и $\vec{V}_B$ каких-нибудь двух точек A и B плоской фигуры, то мгновенный центр скоростей P находится в точке пересечения перпендикуляров, восстановленных из этих точек к векторам скоростей.	
2. Если скорости двух точек $\vec{V}_A$ и $\vec{V}_B$ параллельны, но точки A и B не лежат на общем перпендикуляре к скоростям, то, как видно из рисунка, мгновенный центр P бесконечно удалён. В этом случае угловая скорость $\omega = 0$ и тело в данный момент движется поступательно (движение является мгновенным поступательным). При таком движении скорость любой точки тела равна $\vec{V}_A$.	

3. Если скорости двух точек $\vec{V}_A$ и $\vec{V}_B$ параллельны, а точки A и B лежат на общем перпендикуляре к скоростям, то мгновенный центр скоростей P находится как пересечение прямой, соединяющей точки A и B и линии, проходящей через концы векторов, изображающих скорости $\vec{V}_A$ и $\vec{V}_B$.	
4. Если плоскопараллельное движение осуществляется путем качения без скольжения одного тела по неподвижной поверхности другого, то мгновенный центр скоростей P расположен в точке касания катящегося тела с неподвижной поверхностью.	

Примеры решения задач на плоскопараллельное движение тела

Задача 27. Приводной механизм насоса находится в положении, показанном на рис. 2.13. Кривошип O_1C вращается с постоянной угловой скоростью

$\omega_{O_1C} = 2$ рад/с вокруг оси, проходящей через точку O_1 перпендикулярно плоскости чертежа.

Определить скорость поршня D и угловые скорости шатуна BC , коромысла AB и штока AD , если $O_1C = 20$ см, $OB = 2 \cdot OA = 40$ см, $AD = 60$ см.

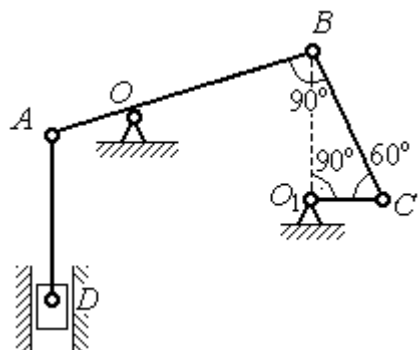


Рис. 2.13. Приводной механизм насоса

Решение

Предположим для определённости, что кривошип O_1C вращается в направлении по ходу часовой стрелки. Вектор $\vec{V}_C$ скорости точки C направлен

перпендикулярно кривошипу O_1C , в сторону его вращения (рис. 2.14). Модуль скорости $V_C = \omega_{O_1C} \cdot O_1C = 40$ см/с.

Коромысло AB качается (вращается) вокруг оси, проходящей через точку O , параллельно оси вращения кривошипа.

Скорость точки B направлена перпендикулярно коромыслу AB вдоль шатуна BC (рис. 2.14).

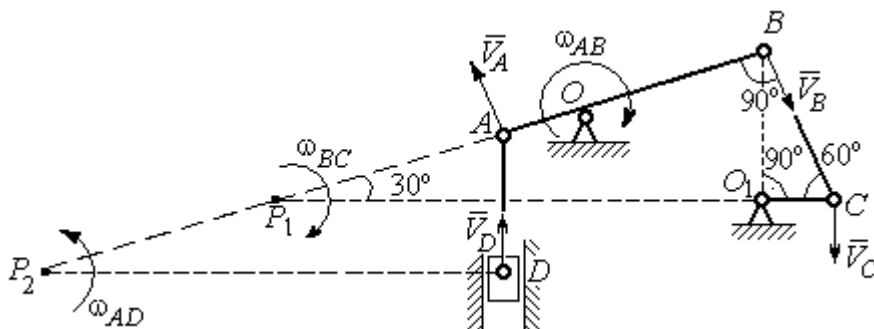


Рис. 2.14. Расчётная кинематическая схема механизма привода насоса

Шатун BC совершает плоскопараллельное движение. Мгновенный центр скоростей шатуна P_1 расположен в точке пересечения перпендикуляров к скоростям $\vec{V}_C$ и $\vec{V}_B$ точек C и B шатуна. Находим $P_1C = 4O_1C = 80$ см. Угловая скорость вращения шатуна BC $\omega_{BC} = \frac{V_C}{CP_1} = 0,5$ рад/с. Направление угловой скорости вращения шатуна BC определяется направлением вращения кривошипа O_1C и на рис. 2.14 показано дуговой стрелкой ω_{BC} .

Скорость V_B найдём по теореме о проекциях скоростей. Спроектируем вектора скоростей $\vec{V}_C$ и $\vec{V}_B$ точек C и B на линию BC . Получим $V_B \cos 0^\circ = V_C \cos 30^\circ$. Отсюда $V_B = 20\sqrt{3}$ см/с.

Угловая скорость коромысла AB $\omega_{AB} = \frac{V_B}{OB} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ рад/с. Направление угловой скорости коромысла определяется направлением вектора скорости $\vec{V}_B$ и показано дуговой стрелкой ω_{AB} .

Скорость точки A коромысла равна половине скорости точки B : $V_A = \frac{1}{2}V_B = 10\sqrt{3}$ см/с. Вектор скорости $\vec{V}_A$ направлен перпендикулярно коромыслу AB в сторону его вращения.

Точка P_2 пересечения перпендикуляров к скоростям $\vec{V}_A$ и $\vec{V}_D$ является мгновенным центром скоростей штока AD . Тогда угловая скорость штока $\omega_{AD} = \frac{V_A}{AP_2} = \frac{\sqrt{3}}{12}$ рад/с. Направление угловой скорости штока определяется по направлению скорости точки A и на рис. 2.14 показано дуговой стрелкой ω_{AD} .

Скорость поршня $V_D = \omega_{AD} \cdot P_2D = 15$ см/с.

Задача 28. Механизм качалки (рис. 2.15) состоит из кривошипа OA ,

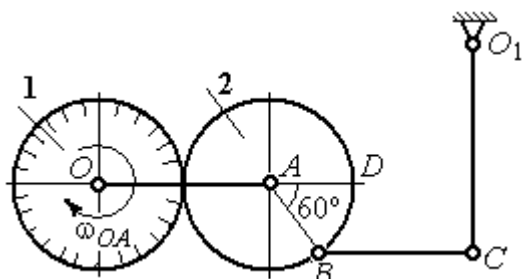


Рис. 2.15. Схема механизма качалки

вращающегося вокруг оси O и несущего в точке A ось подвижной шестерни 2, которая катится по неподвижной шестерне 1. Вращение кривошипа происходит с угловой скоростью $\omega_{OA} = 2$ рад/с. Радиусы шестерён $r_1 = r_2 = 6$ см. К ободу шестерни 2 в

точке B шарнирно прикреплен шатун BC длиной $BC = 8$ см, который в точке C передаёт движение коромыслу CO_1 длиной $CO_1 = 16$ см.

Определить угловые скорости шестерни 2, шатуна BC , коромысла CO_1 , а также скорости точек A , B , C , D в момент, когда кривошип OA и шатун BC горизонтальны и угол $\angle DAB = 60^\circ$.

Решение

Найдём скорость точки A кривошипа: $V_A = \omega_{OA} \cdot OA = 24$ см/с. Вектор скорости точки $\vec{V}_A$ расположен перпендикулярно кривошипу OA и направлен в сторону вращения кривошипа (рис. 2.16).

Мгновенный центр скоростей P_2 шестерни 2 находится в точке касания с неподвижной поверхностью шестерни 1. Угловая скорость шестерни 2

$$\omega_2 = \frac{V_A}{AP_2} = 4 \text{ рад/с.}$$

Направление угловой скорости шестерни 2 определяется направлением вектора скорости $\vec{V}_A$ и на рис. 2.16 показано дуговой стрелкой ω_2 .

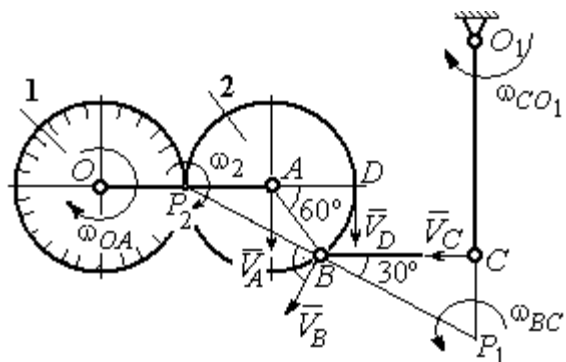


Рис.2.16. Расчётная кинематическая схема механизма качалки

Найдём расстояние P_2B из равнобедренного треугольника P_2AB по

теореме косинусов: $P_2B = \sqrt{r^2 + r^2 - 2r^2 \cos 120^\circ} = 6\sqrt{3}$ см. Скорость точки B $V_B = \omega_2 \cdot P_2B = 24\sqrt{3}$ см/с. Вектор скорости $\vec{V}_B$ перпендикулярен линии P_2B и направлен в сторону вращения шестерни 2.

Скорость точки D : $V_D = \omega_2 \cdot P_2D = 48$ см/с. Вектор скорости $\vec{V}_D$ перпендикулярен линии P_2D и направлен в ту же сторону (см. рис. 2.16).

Скорость точки C перпендикулярна линии CO_1 . Восстанавливая перпендикуляры к скоростям $\vec{V}_B$ и $\vec{V}_C$, получим точку пересечения P_1 , которая будет

мгновенным центром скоростей шатуна BC . Расстояние $P_1B = \frac{BC}{\cos 30^\circ} = \frac{16}{\sqrt{3}}$ см.

Угловая скорость шатуна $\omega_{BC} = \frac{V_B}{P_1B} = \frac{9}{2}$ рад/с. Направление угловой скорости определяется по направлению скорости $\vec{V}_B$ и показано дуговой стрелкой ω_{BC} .

Скорость точки C : $V_C = \omega_{BC} \cdot P_1C = \frac{36}{\sqrt{3}}$ см/с. Направление вектора скорости определяется направлением вращения шатуна BC .

$$\text{Угловая скорость коромысла } CO_1: \omega_{CO_1} = \frac{V_C}{O_1C} = \frac{9}{4\sqrt{3}} \text{ рад/с.}$$

Задача 29. В планетарном механизме (рис. 2.17) кривошип OA длиной

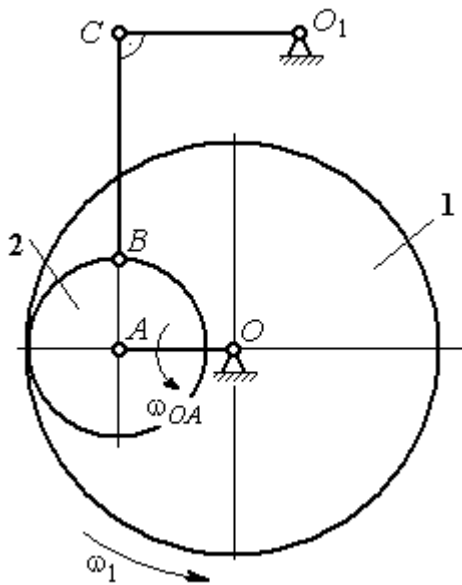


Рис. 2.17. Планетарный механизм

$OA = 25$ см вращается вокруг неподвижной оси O , перпендикулярной плоскости рисунка, с угловой скоростью $\omega_{OA} = 3,6$ рад/с. На конец A кривошипа насажена шестерёнка 2, находящаяся во внутреннем зацеплении с колесом 1 радиуса $r_1 = 45$ см, соосным с кривошипом OA и вращающимся с угловой скоростью $\omega_1 = 1$ рад/с. Шатун BC , шарнирно соединённый с шестерёнкой 2 на её ободе в точке B , приводит в движение кривошип CO_1 . Определить угловые скорости шестерёнки 2, шатуна BC и кривошипа CO_1 . Определить угловые скорости шестерёнки 2, шатуна BC и кривошипа CO_1 , скорости точек A , B , C в положении, показанном на рис.2.17, если длина шатуна $BC = 100$ см, длина кривошипа $CO_1 = 50$ см.

Решение

Найдём скорости точек A и D

$$V_A = \omega_{OA} \cdot OA = 90 \text{ см/с}; \quad V_D = \omega_1 \cdot r_1 = 45 \text{ см/с}.$$

Вектор скорости $\vec{V}_A$ направлен перпендикулярно кривошипу OA в сторону его вращения. Вектор скорости $\vec{V}_D$ перпендикулярен радиусу OD колеса 1 и направлен в сторону вращения колеса (рис. 2.18).

Мгновенный центр скоростей P_2 шестерни 2 находится на пересечении прямой, соединяющей точки A и D , и линии, проходящей через концы векторов $\vec{V}_A$ и $\vec{V}_D$, изображающих скорости точек A и D . Расстояние P_2D от центра скоростей до точки D находится из пропорции $\frac{V_A}{V_D} = \frac{AP_2}{DP_2} = \frac{DP_2 + 20}{DP_2}$, откуда $P_2D = 20$ см.

Угловая скорость шестерёнки 2 $\omega_2 = \frac{V_D}{P_2D} = 2,25$ рад/с. Направление уг-

ловой скорости ω_2 показано на рис. 2.18 дуговой стрелкой ω_2 .

Скорость точки B , которая находится на ободе шестеренки, $V_B = \omega_2 \cdot P_2B = 45\sqrt{5}$ см/с. Вектор скорости $\vec{V}_B$ перпендикулярен линии P_2B и направлен в сторону вращения шестерни 2.

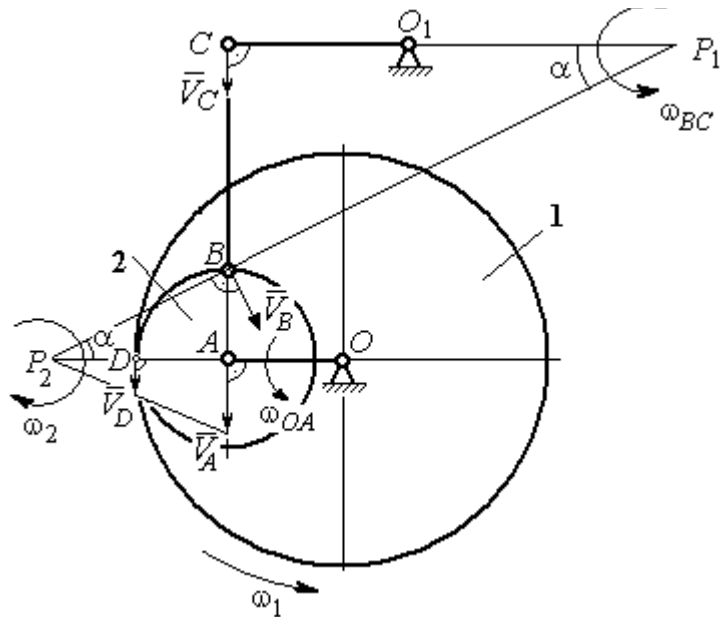


Рис. 2.18. Расчётная кинематическая схема планетарного механизма

Направим вектор скорости $\vec{V}_C$ перпендикулярно кривошипу CO_1 и восстановим перпендикуляры к скоростям $\vec{V}_C$ и $\vec{V}_B$. Точка P_1 пересечения перпендикуляров является мгновенным центром скоростей шатуна BC . Расстояние P_1B найдём из треугольника P_1BC : $P_1B = \frac{BC}{\sin \alpha}$, где $\sin \alpha = \frac{AB}{P_2B} = \frac{1}{\sqrt{5}}$. Тогда

$P_1B = 100\sqrt{5}$ см. Угловая скорость шатуна $\omega_{BC} = \frac{V_B}{P_1B} = 0,45$ рад/с. Скорость

точки C шатуна BC найдём по теореме о проекциях скоростей. Спроектируем скорости $\vec{V}_C$ и $\vec{V}_B$ точек C и B на линию, проходящую через эти точки. Имеем: $V_C \cos 0^\circ = V_B \cos \alpha$, откуда $V_C = 90$ см/с.

Угловая скорость кривошипа CO_1 $\omega_{CO_1} = \frac{V_C}{O_1C} = 1,8$ рад/с.

Задача 30. В плоском механизме (рис. 2.19) кривошип OA вращается вокруг оси O с угловой скоростью ω_{OA} . На конец A кривошипа насажена шестерня 2, находящаяся во внешнем зацеплении с неподвижным колесом 1. Радиусы колеса и шестерни r_1 и r_2 . Шестерня 2 соединяется с колесом 3 шатуном BC , закреплённым на шестерне в точке B и на колесе в точке C . Колесо 3 катится без скольжения по горизонтальной поверхности. Все соединения шарнирные. Качение шестерни 2 по неподвижному колесу 1 без проскальзывания. Для положения механизма, изображенного на рис. 2.19, определить скорости точек A , B , C и угловые скорости шатуна BC , шестерни 2 и колеса 3, если $\omega_{OA} = 4$ рад/с; $r_1 = 4$ см; $r_2 = r_3 = 8$ см.

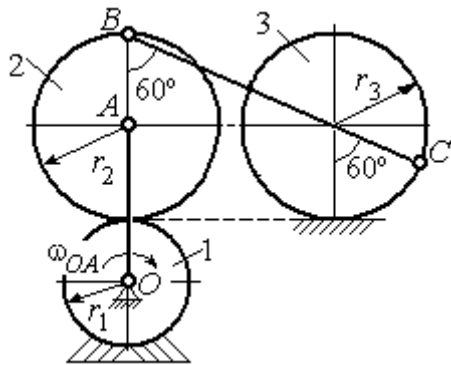


Рис. 2.19. Схема движения плоского механизма

круг оси O с угловой скоростью ω_{OA} . На конец A кривошипа насажена шестерня 2, находящаяся во внешнем зацеплении с неподвижным колесом 1. Радиусы колеса и шестерни r_1 и r_2 . Шестерня 2 соединяется с колесом 3 шатуном BC , закреплённым на шестерне в точке B и на колесе в точке C . Колесо 3 катится

без скольжения по горизонтальной поверхности. Все соединения шарнирные. Качение шестерни 2 по неподвижному колесу 1 без проскальзывания. Для положения механизма, изображенного на рис. 2.19, определить скорости точек A , B , C и угловые скорости шатуна BC , шестерни 2 и колеса 3, если $\omega_{OA} = 4$ рад/с; $r_1 = 4$ см; $r_2 = r_3 = 8$ см.

Решение

Рассмотрим вращательное движение кривошипа OA . Скорость точки A кривошипа: $V_A = \omega_{OA} \cdot OA = 48$ см/с. Вектор скорости $\vec{V}_A$ направлен перпендикулярно кривошипу OA в сторону его вращения (рис. 2.20).

При качении шестерни 2 по неподвижной поверхности колеса 1 точка их соприкосновения P_2 является мгновенным центром скоростей шестерни.

Угловая скорость шестерни 2

$$\omega_2 = \frac{V_A}{AP_2} = 6 \text{ рад/с.}$$

Скорость точки B шестерни 2 $V_B = \omega_2 \cdot BP_2 = 96$ см/с.

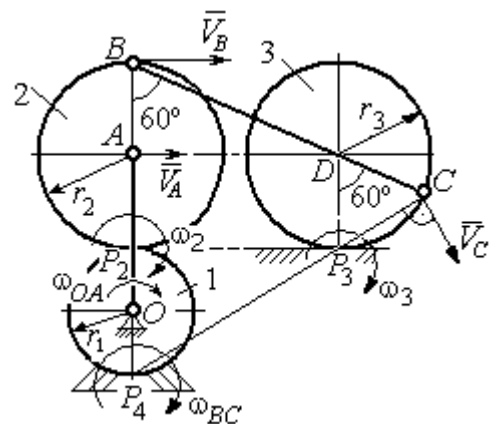


Рис. 2.20. Расчетная схема для определения угловых скоростей звеньев механизма

Точка P_3 касания колеса 3 с неподвижной поверхностью является его мгновенным центром скоростей. Вектор $\vec{V}_C$ скорости точки C колеса 3 перпендикулярен линии P_3C и направлен в сторону качения колеса (см. рис. 2.20).

Мгновенный центр скоростей шатуна BC – точка P_4 находится на пересечении перпендикуляров, восстановленных к скоростям точек B и C . По построению $BP_4 = BC = BD + DC = 2r_2 + r_3 = 24$ см. Угловая скорость шатуна BC $\omega_{BC} = \frac{V_B}{BP_4} = 4$ рад/с. Так как $BP_4 = CP_4$, скорости точек C и B $V_C = 96$ см/с.

Угловая скорость колеса 3 $\omega_3 = \frac{V_C}{CP_3} = 12$ рад/с.

Задача 31. В плоском механизме (рис. 2.21) кривошип OC , вращаясь вокруг неподвижной оси O , приводит в движение два шатуна CD и CE , присоединённых к кривошипу в точке C . Шатун CE прикреплен в точке E к ободу цилиндрического выступа диска 1, который катится без проскальзывания своим выступом по неподвижному горизонтальному рельсу. К другому шатуну CD в точке D прикреплен ползун, перемещающийся вдоль направления вертикального диаметра диска 1. Все соединения шарнирные. Радиусы диска и цилиндрического выступа $R_1 = 3$ см, $r_1 = 2$ см. Длина шатуна $CE = 4$ см. В заданном положении механизма (см. рис. 2.21) шатун CE горизонтален.

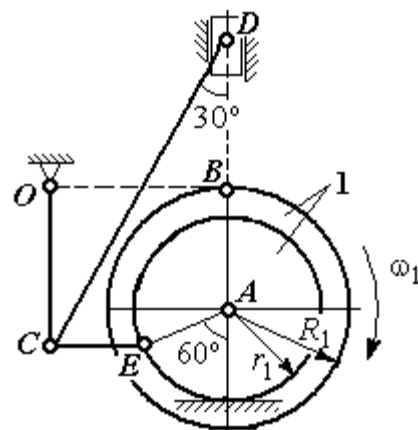


Рис. 2.21. Схема движения плоского механизма

Определить скорости точек A , E , C , D и угловые скорости диска 1, шатунов CE , CD и кривошипа CO , если известна скорость точки B на ободу диска 1 $V_B = 10$ см/с и направление ω_1 угловой скорости диска.

Решение

Изобразим вектор скорости точки B диска 1 в соответствии с заданным направлением его движения. При качении диска 1 по неподвижной поверхности

рельса точка P_1 касания обода выступа с поверхностью рельса является его мгновенным центром скоростей (рис. 2.22).

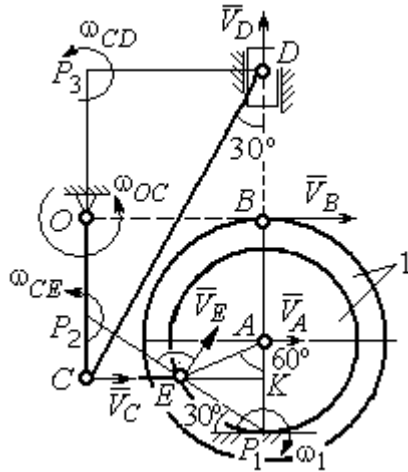


Рис. 2.22. Расчётная схема для определения скоростей точек и угловых скоростей звеньев механизма

Угловая скорость диска 1

$$\omega_1 = \frac{V_B}{BP_1} = 2 \text{ рад/с.}$$

Скорость точки A

$V_A = \omega_1 \cdot AP_1 = 4 \text{ см/с.}$ Скорость точки E

$V_E = \omega_1 \cdot EP_1 = 4 \text{ см/с.}$ Вектор скорости $\vec{V}_A$

и вектор скорости $\vec{V}_E$ перпендикулярны,

соответственно, линиям AP_1 EP_1 и направлены в сторону вращения диска.

Шатун CE совершает плоскопараллельное движение. Скорость точки C шатуна неизвестна по величине, но известно, что вектор скорости $\vec{V}_C$ перпендикулярен кривошипу OC и направлен вдоль CE в сторону точки E . Мгновенный центр скоростей P_2 шатуна CE находится на пересечении перпендикуляров, восстановленных к скоростям $\vec{V}_E$ и $\vec{V}_C$ (см. рис. 2.22).

Расстояние $EP_2 = \frac{EC}{\cos 30^\circ} = 4,62 \text{ см.}$ Угловая скорость шатуна CE

$\omega_{CE} = \frac{V_E}{EP_2} = 0,86 \text{ рад/с.}$ Направление угловой скорости шатуна, определяемое

по направлению скорости точки E , на рис. 2.22 показано дуговой стрелкой

ω_{CE} . Скорость точки C шатуна CE $V_C = \omega_{CE} \cdot CP_2 = \frac{V_E}{2} = 2 \text{ см/с.}$

Длина кривошипа $OC = BK = R_1 + r_1 \sin 30^\circ = 4$ см. Угловая скорость кривошипа $\omega_{OC} = \frac{V_C}{OC} = 0,5$ рад/с.

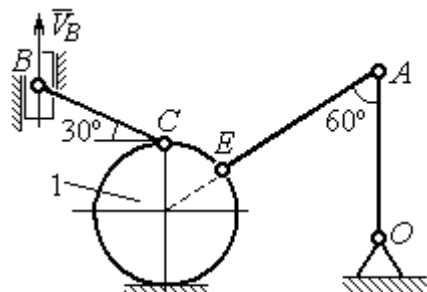
Для шатуна CD известны величина и направление вектора $\vec{V}_C$ скорости точки C и направление вектора $\vec{V}_D$ скорости точки D . Мгновенный центр скоростей шатуна CD находится в точке P_3 , полученной на пересечении перпендикуляров, восстановленных к скоростям $\vec{V}_C$ и $\vec{V}_D$.

Расстояние $CP_3 = DK = (CE + r_1 \cos 30^\circ) \operatorname{ctg} 30^\circ = 9,92$ см (см. рис. 2.22). Угловая скорость шатуна CD : $\omega_{CD} = \frac{V_C}{CP_3} = 0,21$ рад/с.

Скорость ползуна D : $V_D = \omega_{CD} DP_3 = \omega_{CD} (CE + r_1 \cos 30^\circ) = 1,2$ см/с.

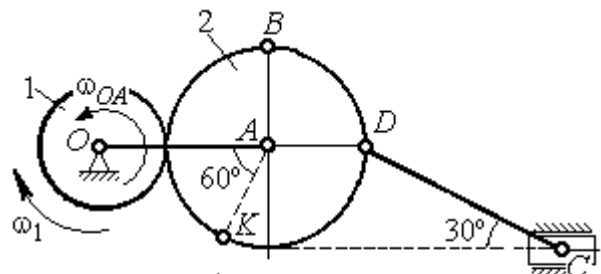
Упражнения

Упражнение 2.3



$R_1 = 2$ см, $OA = AE = 6$ см,
 $BC = 5$ см, $V_B = 5$ см/с.
 Найти: ω_{OA} , ω_{AE} , ω_{CB} , ω_1 , V_C , V_A , V_E

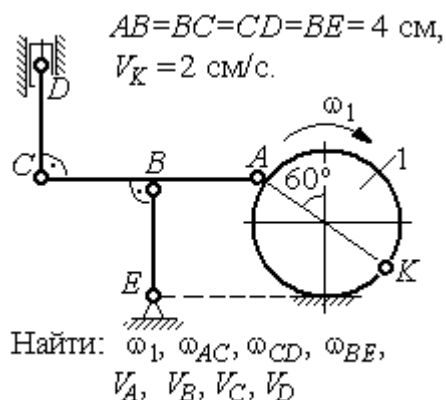
Упражнение 2.4



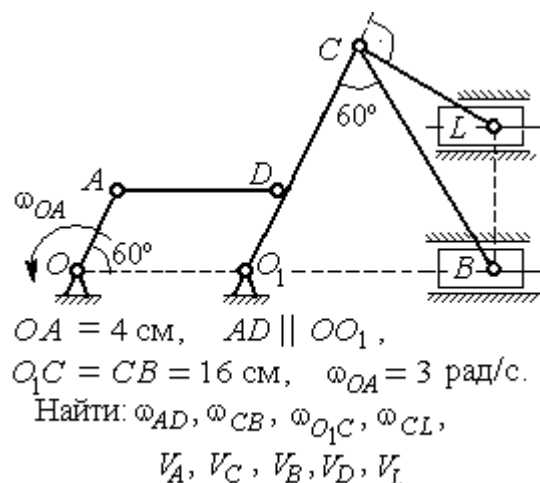
$\omega_{OA} = 2$ рад/с, $\omega_1 = 6$ рад/с,
 $r_1 = 3$ см, $r_2 = 6$ см.
 Найти: ω_2 , ω_{DC} , V_B , V_K , V_D , V_C

Рис. 2.23. Задания для самостоятельного решения. Упражнения 2.3, 2.4

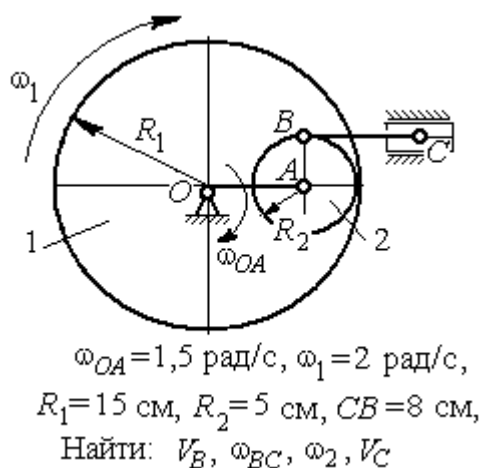
Упражнение 2.5



Упражнение 2.6



Упражнение 2.7



Упражнение 2.8

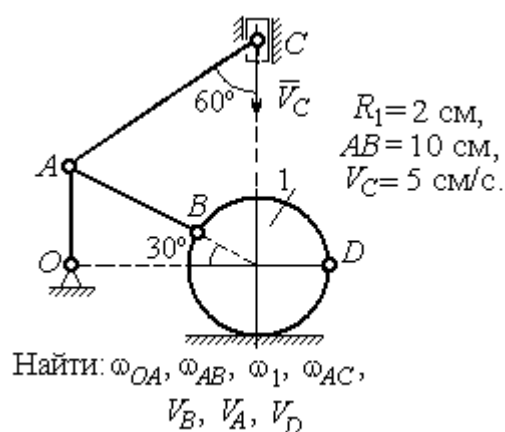


Рис. 2.24. Задания для самостоятельного решения. Упражнения 2.5 – 2.8

2.4. Ускорения точек при плоскопараллельном движении твёрдого тела

Ускорение любой точки M плоской фигуры при плоскопараллельном движении твёрдого тела представляется как сумма векторов $\vec{a}_M = \vec{a}_A + \vec{a}_{MA}^{\tau} + \vec{a}_{MA}^n$, где $\vec{a}_A$ – ускорение полюса A ; $\vec{a}_{MA}^{\tau}$, $\vec{a}_{MA}^n$ – касательная и

нормальная составляющие ускорения точки M при вращении фигуры вокруг полюса A (рис. 2.25).

Вектор нормального ускорения $\vec{a}_{MA}^n$ всегда направлен от точки M к полюсу A . Вектор касательного ускорения $\vec{a}_{MA}^\tau$ направлен перпендикулярно отрезку AM в сторону вращения, если оно ускоренное (см. рис. 2.25, a), и против вращения, если оно замедленное (см. рис. 2.25, b). Величины касательного и нормального составляющих ускорения точки M определяются по формулам:

$a_{MA}^\tau = \varepsilon \cdot AM$; $a_{MA}^n = \omega^2 \cdot AM$, где ω , ε – угловая скорость и угловое ускорение тела (плоской фигуры); AM – расстояние от точки M до полюса A .

Если при движении плоской фигуры известны траектории движения полюса A и точки M , то для определения ускорения точки M используется векторное равенство $\vec{a}_M^\tau + \vec{a}_M^n = \vec{a}_A^\tau + \vec{a}_A^n + \vec{a}_{MA}^\tau + \vec{a}_{MA}^n$, где $\vec{a}_M^\tau$, $\vec{a}_M^n$, $\vec{a}_A^\tau$, $\vec{a}_A^n$ – касательная и нормальная составляющие ускорения точки M и полюса A при движении их по заданным траекториям.

Примеры решения задач на определение ускорений точек

Задача 32. Поршень D гидравлического прессы приводится в движение шарнирно-рычажным механизмом $OABD$. В положении механизма, указанном на рис. 2.26, точка L рычага имеет скорость $V_L = 0,6$ м/с и ускорение $a_L = 0,5$ м/с². Длина рычага $OA = 2 \cdot AL = 0,6$ м, длина звена $AB = 0,4$ м. Определить скорость и ускорение поршня D , угловую скорость и ускорение звена AB .

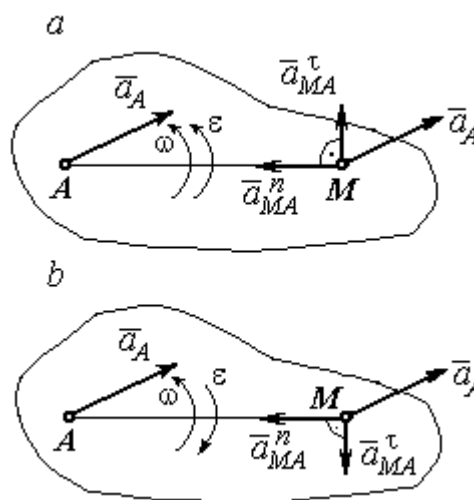


Рис. 2.25. Ускорение точки плоской фигуры:
 a – ускоренное движение;
 b – замедленное движение

Решение

Найдём угловую скорость рычага OL : $\omega_{OL} = \frac{V_L}{OL} = \frac{2}{3}$ рад/с.

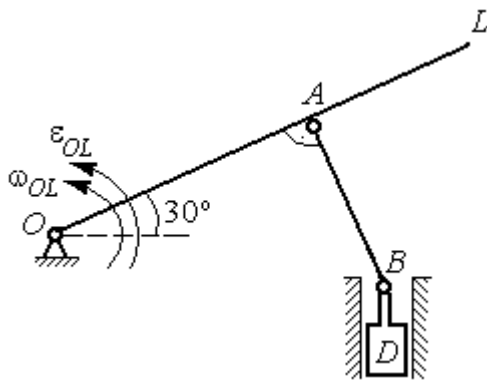


Рис. 2.26. Шарнирно-рычажный механизм гидравлического пресса

Ускорение точки L представляется в виде суммы векторов нормального и касательного ускорений: $\vec{a}_L = \vec{a}_L^\tau + \vec{a}_L^n$ (рис. 2.27). Модуль нормального ускорения точки L $a_L^n = \omega_{OL}^2 \cdot OL = 0,4$ м/с². Модуль её касательного ускорения и угловое ускорение рычага, соответственно, равны:

$$a_L^\tau = \sqrt{a_L^2 - (a_L^n)^2} = 0,3 \text{ м/с}^2, \quad \epsilon_{OL} = \frac{a_L^\tau}{OL} = \frac{1}{3} \text{ рад/с}^2.$$

Скорость $\vec{V}_A$ точки A перпендикулярна рычагу OL и направлена в сторону вращения рычага. Её модуль $V_A = \omega_{OL} \cdot OA = 0,4$ м/с. Скорость $\vec{V}_B$ точки B направлена вертикально вверх вдоль линии движения поршня. Направления векторов скоростей $\vec{V}_A$ и $\vec{V}_B$ показаны на рис. 2.27. Точка P_1 – пересечения перпендикуляров, восстановленных к векторам скоростей $\vec{V}_A$ и $\vec{V}_B$ – определяет положение мгновенного центра скоростей звена AB . Расстояние $AP_1 = P_1B \cdot \cos 30^\circ = 0,4\sqrt{3}$ м.

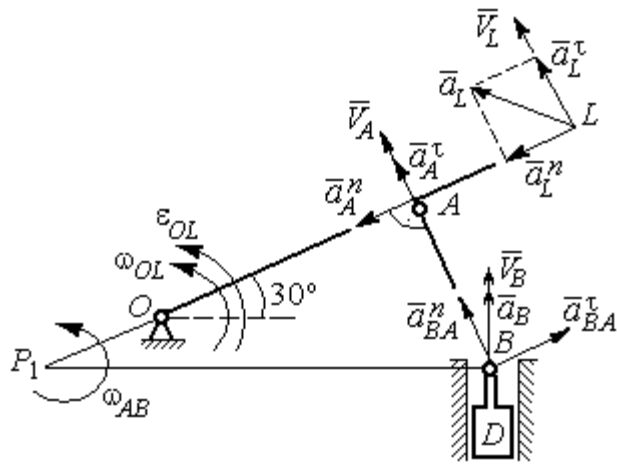


Рис. 2.27. Расчётная кинематическая схема механизма

Угловая скорость звена AB $\omega_{AB} = \frac{V_A}{P_1A} = \frac{1}{\sqrt{3}}$ рад/с.

Представим ускорение точки B через полюс A : $\vec{a}_B = \vec{a}_A + \vec{a}_{BA}^\tau + \vec{a}_{BA}^n$, где $\vec{a}_A$ – ускорение полюса A ; $\vec{a}_{BA}^\tau$, $\vec{a}_{BA}^n$ – касательная и нормальная составляющие ускорения точки B при вращении звена AB вокруг полюса A . Так как траекторией точки A является окружность с центром в точке O , ускорение этой точки может быть разложено на две составляющие: $\vec{a}_A = \vec{a}_A^\tau + \vec{a}_A^n$. В результате ускорение точки B представляется в виде векторной суммы $\vec{a}_B = \vec{a}_A^\tau + \vec{a}_A^n + \vec{a}_{BA}^\tau + \vec{a}_{BA}^n$. Направления векторов ускорений показаны на рис. 2.27.

Модули ускорений:

$$a_A^n = \omega_{OL}^2 \cdot OA = 0,27 \text{ см/с}^2; a_{BA}^n = \omega_{AB}^2 \cdot AB = 0,13 \text{ см/с}^2;$$

$$a_A^\tau = \varepsilon_{OL} \cdot OA = 0,2 \text{ см/с}^2.$$

Ускорение $a_{BA}^\tau = \varepsilon_{AB} \cdot AB$ остаётся неизвестной величиной, так как угловое ускорение ε_{AB} звена AB неизвестно.

Спроектируем векторное равенство ускорения точки B на оси x, y , где ось x проходит вдоль линии звена AB , ось y – перпендикулярна ей (рис. 2.28). Получим равенства:

$$a_B \cdot \cos 30^\circ = a_A^\tau + a_{BA}^n; a_B \cdot \cos 60^\circ = -a_A^n + a_{BA}^\tau.$$

Решая систему уравнений, находим модуль ускорения точки B : $a_B = 0,38 \text{ см/с}^2$ и величину касательного ускорения: $a_{BA}^\tau = 0,46 \text{ см/с}^2$. Угловое ускорение стержня AB

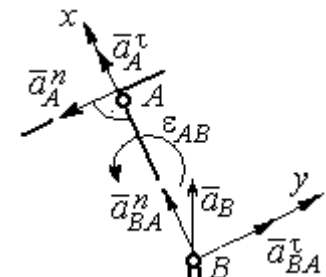


Рис. 2.28. Вычисление проекций векторов ускорений

$\varepsilon_{AB} = \frac{a_{BA}^\tau}{AB} = 1,15 \text{ рад/с}^2$. Направление углового ускорения ε_{AB} звена AB определяется направлением вектора $\vec{a}_{BA}^\tau$ касательного ускорения точки B при вращении звена вокруг полюса A (см. рис. 2.28).

Ускорение поршня D равно ускорению точки B : $a_D = a_B = 0,38 \text{ см/с}^2$.

Задача 34. Колесо 1 радиуса $r_1 = 0,6$ м катится без скольжения по прямой

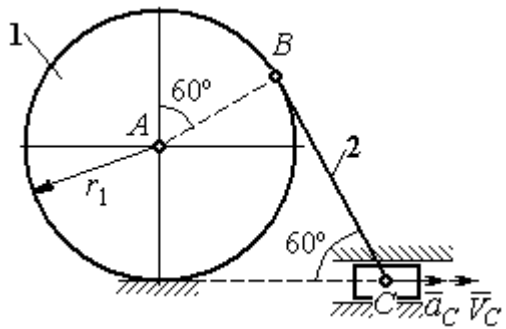


Рис. 2.29. Механизм, связывающий качение колеса с поступательным движением ползуна

молинейному участку пути и приводит в движение шатун 2, соединённый шарнирно с колесом в точке B на его ободе. На другом конце шатуна в точке C к нему присоединён ползун, перемещающийся горизонтально (рис. 2.29).

В положении механизма, показанном на рис. 2.29, найти ускорение центра

A колеса 1, его угловое ускорение, а также угловое ускорение шатуна 2, если заданы скорость и ускорение ползуна C : $V_C = 9$ м/с; $a_C = 4$ м/с².

Решение

При качении диска 1 по неподвижной поверхности точка P_1 касания его с поверхностью является мгновенным центром скоростей диска. Вектор скорости $\vec{V}_B$ перпендикулярен линии P_1B . Восстановим перпендикуляры к скоростям $\vec{V}_B$ и $\vec{V}_C$. Их пересечение в точке P_2 определяет положение мгновенного центра скоростей шатуна 2 (рис. 2.30).

Вычислим необходимые расстояния.

Расстояние P_1B (см. рис. 2.30) найдём из треугольника P_1AB по теореме косинусов:

$P_1B = r_1\sqrt{3} = 1,04$ м. Из построения мгновенных центров скоростей P_1 и P_2 следует: $P_1B = BP_2 = BC$. Расстояние P_2C определяется из треугольника P_1P_2C : $P_2C = P_1P_2 \cdot \cos 30^\circ = 1,8$ м.

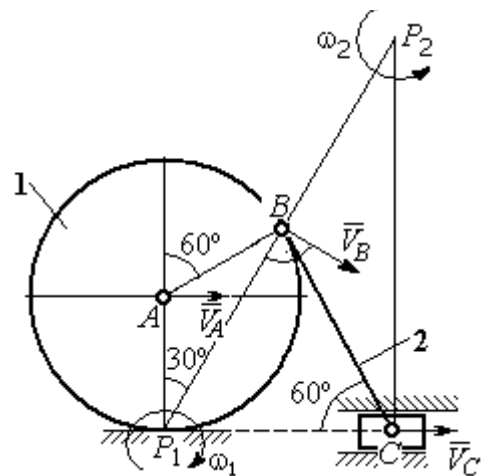


Рис. 2.30. Расчётная схема механизма для определения скоростей точек

Угловая скорость шатуна 2 $\omega_2 = \frac{V_C}{P_2C} = 5 \text{ рад/с}$. Направление угловой скорости ω_2 определяется направлением скорости $\vec{V}_C$.

Скорость точки B найдём по формуле $V_B = \omega_2 \cdot P_2B = 5,2 \text{ м/с}$.

Угловая скорость диска 1 $\omega_1 = \frac{V_B}{P_1B} = 5 \text{ рад/с}$. Скорость центра колеса 1 $V_A = \omega_1 \cdot P_1A = 3 \text{ м/с}$.

Найдём ускорение точки A .

Примем точку B за полюс и выразим ускорение точки A через полюс B :

$\vec{a}_A = \vec{a}_B + \vec{a}_{AB}^\tau + \vec{a}_{AB}^n$, где $\vec{a}_B$ – ускорение полюса B ; $\vec{a}_{AB}^\tau$, $\vec{a}_{AB}^n$ – касательная и нормальная составляющие ускорения точки A при вращении диска 1 вокруг полюса B (рис. 2.31). Направления ускорения точки $\vec{a}_A$ и касательной составляющей ускорения $\vec{a}_{AB}^\tau$ точки A выбраны в предположении ускоренного движения диска.

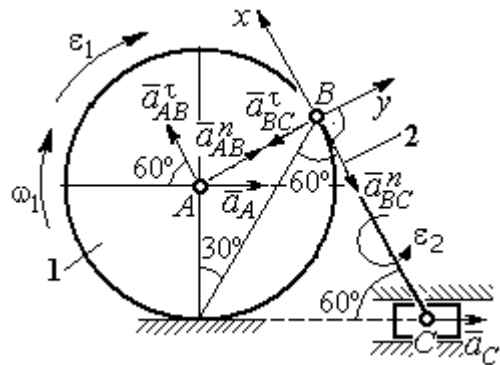


Рис. 2.31. Расчётная схема механизма для определения ускорений точек

Ускорение полюса B выразим через полюс C : $\vec{a}_B = \vec{a}_C + \vec{a}_{BC}^\tau + \vec{a}_{BC}^n$, где $\vec{a}_C$ – ускорение полюса C ; $\vec{a}_{BC}^\tau$, $\vec{a}_{BC}^n$ – касательная и нормальная составляющие ускорения точки B при вращении шатуна 2 вокруг полюса C . Направление касательной составляющей ускорения $\vec{a}_{BC}^\tau$ точки B выбрано в направлении вращения шатуна 2 (см. рис. 2.30) исходя из предположения его ускоренного движения. В результате ускорение точки A выражается векторной суммой:

$$\vec{a}_A = \vec{a}_{AB}^\tau + \vec{a}_{AB}^n + \vec{a}_{BC}^\tau + \vec{a}_{BC}^n + \vec{a}_C.$$

Направления векторов ускорений показаны на рис. 2.31.

Заметим, что в любой момент времени движения колеса 1 расстояние от точки A до мгновенного центра скоростей колеса P_1 остаётся постоянным, равным радиусу колеса. Дифференцируем выражение $V_A = \omega_1 \cdot P_1 A = \omega_1 \cdot r_1$. Получим $\frac{dV_A}{dt} = \frac{d\omega_1}{dt} r_1 = \varepsilon_1 \cdot r_1$, откуда с учётом $\frac{dV_A}{dt} = a_A$ (прямолинейное движение точки A) угловое ускорение диска 1 $\varepsilon_1 = \frac{a_A}{r_1}$. В результате, касательное ускоре-

ние a_{AB}^τ точки A при вращении диска 1 вокруг полюса B $a_{AB}^\tau = \varepsilon_1 \cdot AB = a_A$.

Найдём модули векторов ускорений:

$$a_{AB}^n = \omega_1^2 \cdot AB = 15 \text{ м/с}^2; \quad a_{BC}^n = \omega_2^2 \cdot BC = 26 \text{ м/с}^2.$$

Ускорение $a_{BC}^\tau = \varepsilon_2 \cdot BC$ остаётся неизвестным. Применить здесь способ дифференцирования выражения $V_C = \omega_2 \cdot P_2 C$ для определения углового ускорения ε_2 невозможно, так как расстояние $P_2 C$ от мгновенного центра скоростей P_2 шатуна 2 до точки C меняется во время движения механизма неизвестным образом.

Спроектируем векторное равенство ускорения точки A на оси x , y , выбранные, как показано на рис. 2.31. Получим систему уравнений:

$$\text{проекция на ось } x: -a_A \cos 60^\circ = a_{AB}^\tau - a_{BC}^n - a_C \cos 60^\circ;$$

$$\text{проекция на ось } y: a_A \cos 30^\circ = a_{AB}^n - a_{BC}^\tau + a_C \cos 30^\circ.$$

Из первого уравнения с учётом того, что $a_{AB}^\tau = a_A$, найдём ускорение точки A : $a_A = 18,67 \text{ м/с}^2$. Положительное значение ускорения точки A означает, что вектор $\vec{a}_A$ направлен так, как показано на рис. 2.31, – в сторону направления вектора скорости $\vec{V}_A$. Из этого следует, что диск 1 движется ускоренно и угловое ускорение направлено в сторону его угловой скорости.

Из второго уравнения получим: $a_{BC}^{\tau} = 2,29 \text{ м/с}^2$. Угловое ускорение шатуна 2: $\varepsilon_2 = \frac{|a_{BC}^{\tau}|}{BC} = 2,2 \text{ рад/с}^2$. Из того, что касательное ускорение a_{BC}^{τ} положительно, следует, что направление вектора $\vec{a}_{BC}^{\tau}$ совпадает с направлением, указанным на рис. 2.31. Это, в свою очередь, означает, что в данном положении механизма угловое ускорение шатуна 2 направлено так, как показано на рис. 2.31, – по направлению его угловой скорости, то есть шатун 2 вращается ускоренно.

Задача 35. По неподвижной шестерне 1 радиуса r_1 обкатывается шестерня 2 радиуса r_2 , насаженная в центре на кривошип OA (рис. 2.32). Кривошип OA вращается вокруг оси O с угловой скоростью ω_{OA} и угловым ускорением ε_{OA} . На ободе шестерни 2 в точке B шарнирно прикреплен стержень BC , соединенный другим концом с центром C диска 3, катящегося без скольжения вдоль горизонтальной прямой. Радиус диска 3 равен радиусу шестерни 2: $r_3 = r_2$. Для положения механизма, изображенного на рис. 2.32, определить ускорение точки D и угловое ускорение стержня BC , если $r_1 = 0,2 \text{ м}$, $r_2 = 0,4 \text{ м}$, $\omega_{OA} = 4 \text{ рад/с}$, $\varepsilon_{OA} = 2 \text{ рад/с}^2$. Длина стержня $BC = 1 \text{ м}$.

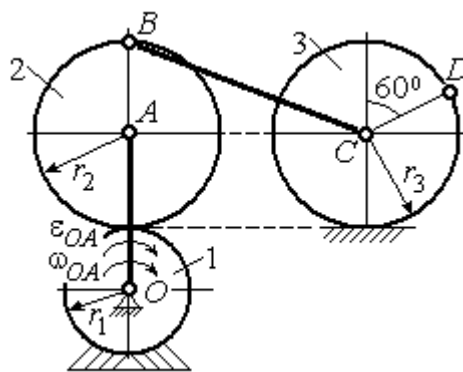


Рис. 2.32. Схема движения плоского механизма

Решение

Найдём угловые скорости звеньев механизма.

Рассмотрим вращательное движение кривошипа OA . Скорость его точки A : $V_A = \omega_{OA} \cdot OA = 2,4 \text{ м/с}$. Вектор скорости $\vec{V}_A$ направлен перпендикулярно кривошипу OA в сторону его вращения (рис. 2.33).

При качении подвижной шестерни 2 по неподвижной 1, точка их соприкосновения P_2 является мгновенным центром скоростей шестерни 2. Угловая скорость шестерни 2: $\omega_2 = \frac{V_A}{AP_2} = 6$ рад/с. Скорость точки B шестерни 2:

$$V_B = \omega_2 \cdot BP_2 = 4,8 \text{ м/с.}$$

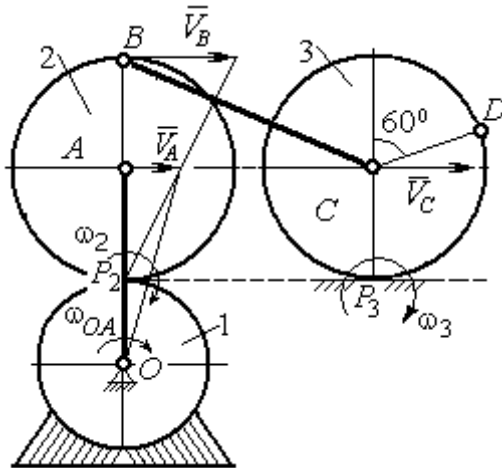


Рис. 2.33. Расчетная схема для определения угловых скоростей звеньев механизма

Для определения угловой скорости стержня BC заметим, что скорости двух точек стержня $\vec{V}_B$ и $\vec{V}_C$ параллельны, но точки B и C не лежат на общем перпендикуляре к скоростям. В этом случае мгновенный центр скоростей стержня BC отсутствует (или бесконечно удалён), угловая скорость стержня равна нулю и стержень совершает мгновенное поступательное движение.

При таком движении мгновенные скорости всех точек стержня BC одинаковы по величине и направлению. Таким образом, $\omega_{BC} = 0$; $V_C = V_B = 4,8$ м/с.

При качении диска 3 по неподвижной поверхности без проскальзывания точка P_3 касания диска с поверхностью является его мгновенным центром скоростей. Угловая скорость диска 3: $\omega_3 = \frac{V_C}{CP_3} = 12$ рад/с. Направление угловой скорости ω_3 определяется направлением вектора $\vec{V}_C$.

Найдём ускорения точек и угловые ускорения звеньев механизма.

Выразим ускорение $\vec{a}_C$ точки C , направленное вдоль линии движения центра колеса 3, через полюс B . Ускорение представляется векторной суммой: $\vec{a}_C = \vec{a}_B + \vec{a}_{CB}^n + \vec{a}_{CB}^{\tau}$, где $\vec{a}_B$ – вектор ускорения полюса B ; $\vec{a}_{CB}^n$, $\vec{a}_{CB}^{\tau}$ – нормальная и касательная составляющие ускорения точки C при вращении

стержня BC вокруг полюса B .

Вектор $\vec{a}_{CB}^n$ направлен вдоль стержня от точки C к полюсу B , вектор $\vec{a}_{CB}^\tau$ перпендикулярен стержню BC . Направление вектора $\vec{a}_{CB}^\tau$ выбрано по предполагаемому угловому ускорению стержня BC , показанному на рис. 2.34 дуговой стрелкой ε_{CB} .

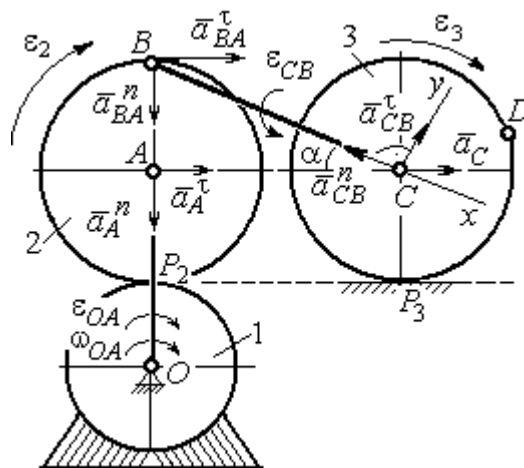


Рис. 2.34. Расчетная схема для определения ускорений точек механизма и угловых ускорений его звеньев

Рассмотрим плоскопараллельное движение шестерни 2 и выразим ускорение точки B через полюс A в виде векторного равенства: $\vec{a}_B = \vec{a}_A + \vec{a}_{BA}^n + \vec{a}_{BA}^\tau$, где $\vec{a}_A$ – ускорение полюса A ; $\vec{a}_{BA}^n$, $\vec{a}_{BA}^\tau$ – нормальная и касательная составляющие ускорения точки B при вращении шестерни 2 вокруг полюса A . Вектор $\vec{a}_{BA}^n$ направлен вдоль радиуса шестерни от точки B к полюсу A , вектор $\vec{a}_{BA}^\tau$ перпендикулярен линии BA . Направление вектора $\vec{a}_{BA}^\tau$ соответствует ускоренному вращению шестерни 2.

Рассмотрим вращение кривошипа OA . Вектор ускорения точки A кривошипа при вращении его вокруг неподвижной оси O представляется в виде суммы: $\vec{a}_A = \vec{a}_A^n + \vec{a}_A^\tau$, где $\vec{a}_A^n$ и $\vec{a}_A^\tau$ – вектора нормальной и касательной составляющих ускорения точки A . Вектор $\vec{a}_A^n$ направлен вдоль кривошипа по направлению к оси вращения, вектор $\vec{a}_A^\tau$ перпендикулярен кривошипу и направлен в сторону углового ускорения ε_{OA} вращения кривошипа.

В результате для определения ускорения точки C имеем векторное равенство:

$$\vec{a}_C = \vec{a}_A^n + \vec{a}_A^\tau + \vec{a}_{BA}^n + \vec{a}_{BA}^\tau + \vec{a}_{CB}^n + \vec{a}_{CB}^\tau.$$

Направления всех векторов ускорений показаны на рис. 2.34.

Вычислим модули векторов, составляющих векторную сумму:

$$a_A^n = \omega_{OA}^2 \cdot OA = 9,6 \text{ м/с}^2; \quad a_A^\tau = \varepsilon_{OA} \cdot OA = 1,2 \text{ м/с}^2;$$

$$a_{BA}^n = \omega_2^2 \cdot BA = 14,4 \text{ м/с}^2; \quad a_{CB}^n = \omega_{BC}^2 \cdot BC = 0.$$

Заметим, что во время движения шестерни 2 расстояние AP_2 остается постоянным, равным r_2 . Дифференцируя равенство $V_A = \omega_2 \cdot AP_2 = \omega_2 r_2$, получим: $\frac{dV_A}{dt} = \frac{d\omega_2}{dt} r_2$. При криволинейном движении точки A производная от скорости

равна касательному ускорению: $\frac{dV_A}{dt} = a_A^\tau$. С учётом, что $\frac{d\omega_2}{dt} = \varepsilon_2$, по-

лучим: $a_A^\tau = \varepsilon_2 r_2$, откуда $\varepsilon_2 = \frac{a_A^\tau}{r_2} = 3 \text{ рад/с}^2$ и $a_{BA}^\tau = \varepsilon_2 \cdot BA = 1,2 \text{ м/с}^2$.

Выберем оси Cx , Cy , как показано на рис. 2.34, – вдоль отрезка BC и перпендикулярно ему и спроектируем на них векторное равенство ускорения точки C . Получим систему уравнений:

$$a_C \cos \alpha = a_A^n \sin \alpha + a_A^\tau \cos \alpha + a_{BA}^n \sin \alpha + a_{BA}^\tau \cos \alpha - a_{CB}^n;$$

$$a_C \sin \alpha = -a_A^n \cos \alpha + a_A^\tau \sin \alpha - a_{BA}^n \cos \alpha + a_{BA}^\tau \sin \alpha + a_{CB}^\tau,$$

где α – угол между стержнем BC и линией центров AC , $\sin \alpha = \frac{AB}{BC} = 0,4$; $\cos \alpha = 0,92$.

Находим из первого уравнения ускорение точки C : $a_C = 12,83 \text{ м/с}^2$, из второго – касательное ускорение точки C при вращении стержня BC вокруг полюса B : $a_{CB}^\tau = 33,95 \text{ м/с}^2$. Величина углового ускорения стержня BC :

$\varepsilon_{CB} = \frac{|a_{CB}^\tau|}{BC} = 33,95 \text{ рад/с}^2$. Положительное значение a_{CB}^τ означает, что вектор

касательного ускорения $\vec{a}_{CB}^\tau$ направлен так, как показано на рис. 2.34. Тогда и

направление углового ускорения ε_{CB} стержня BC совпадает с направлением, показанным дуговой стрелкой на рис. 2.34.

При качении диска 3 точка C движется по прямой и расстояние CP_3 остается постоянным, равным радиусу диска 3. В этом случае равенство $V_C = \omega_3 \cdot CP_3 = \omega_3 r_3$ можно продифференцировать

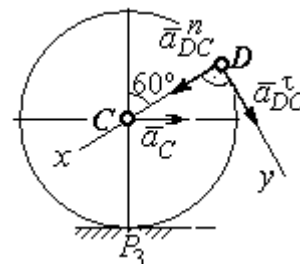


Рис.2.35. Расчетная схема для определения ускорения точки D

по времени. Получим: $\frac{dV_C}{dt} = \frac{d\omega_3}{dt} r_3$. Так как дви-

жение точки C является прямолинейным, производная от скорости точки C

равна ускорению этой точки: $\frac{dV_C}{dt} = a_C$. Тогда с учётом $\frac{d\omega_3}{dt} = \varepsilon_3$ имеем равен-

ство $a_C = \varepsilon_3 r_3$. Угловое ускорение диска 3: $\varepsilon_3 = \frac{a_C}{r_3} = 32,07 \text{ рад/с}^2$.

Выразим ускорение точки D через полюс C , ускорение которого известно и по величине, и по направлению: $\vec{a}_D = \vec{a}_C + \vec{a}_{DC}^n + \vec{a}_{DC}^\tau$, где $\vec{a}_C$ – ускорение точки C ; $\vec{a}_{DC}^n$, $\vec{a}_{DC}^\tau$ – нормальное и касательное составляющие ускорения точки D при вращении диска 3 вокруг полюса C . Модули ускорений

$$a_C = 12,83 \text{ м/с}^2; a_{DC}^n = \omega_3^2 DC = 57,6 \text{ м/с}^2; a_{DC}^\tau = \varepsilon_3 DC = 12,83 \text{ м/с}^2.$$

Проведём оси Dx и Dy , как показано на рис. 2.34, и спроектируем векторное равенство ускорения точки D на оси. Получим систему уравнений:

$$a_{Dx} = -a_C \cos 30^\circ + a_{DC}^n; \quad a_{Dy} = a_C \cos 60^\circ + a_{DC}^\tau.$$

Подставляя в уравнения проекций значения модулей ускорений, найдём: $a_{Dx} = 46,49 \text{ м/с}^2$; $a_{Dy} = 19,25 \text{ м/с}^2$.

$$\text{Величина ускорения точки } D: a_D = \sqrt{a_{Dx}^2 + a_{Dy}^2} = 50,32 \text{ м/с}^2.$$

Заметим, что для определения ускорения точки D невозможно было сразу использовать приём с последовательным выражением ускорения точки D через

ускорения полюсов C , B и A , так как в полученной в результате проекций системе двух уравнений будет три неизвестных величины - a_{Dx} , a_{Dy} и величина ускорения a_{CB}^{τ} .

Задача 36. Механизм качалки (рис. 2.36) включает в себя кривошип OA , вращающийся вокруг неподвижной оси O , шестерню 1 радиуса r_1 , насаженную

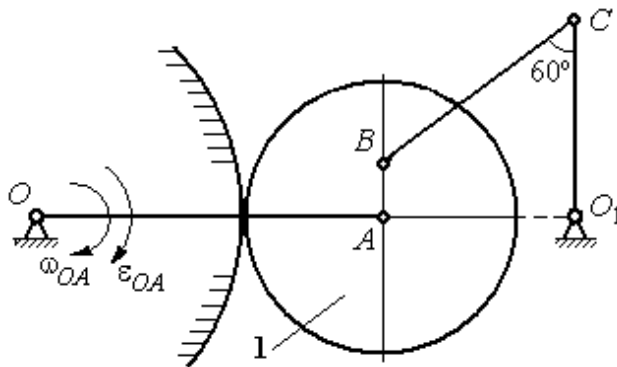


Рис. 2.36. Механизм качалки

на кривошип в точке A и обкатывающуюся по неподвижной цилиндрической поверхности, и шатун BC , присоединённый одним концом в точке B к шестерне, а другим – в точке C к коромыслу CO_1 . В положении,

указанном на рис. 2.36, определить угловую скорость и угловое ускорение коромысла CO_1 , если $\omega_{OA} = 2$ рад/с; $\epsilon_{OA} = 4$ рад/с²; $OA = 0,8$ м; $r_1 = 0,4$ м; $AB = 0,2$ м; $BC = 0,6$ м. Для этого же положения определить ускорение точки C .

Решение

Найдём угловые скорости звеньев механизма.

Скорость точки A кривошипа $V_A = \omega_{OA} \cdot OA = 1,6$ м/с. Вращаясь, кривошип передаёт движение шестерне 1, которая катится по неподвижной поверхности. Точка касания P_1 шестерни с неподвижной поверхностью является мгновенным центром скоростей шестерни. Тогда её угловая скорость $\omega_1 = \frac{V_A}{AP_1} = 4$ рад/с. Направление угловой скорости показано на рис. 2.37 дуговой стрелкой ω_1 .

Расстояние от мгновенного центра скоростей шестерни до её точки B $P_1B = 0,45$ м. Скорость точки B : $V_B = \omega_1 \cdot P_1B = 1,8$ м/с. Вектор скорости $\vec{V}_B$ перпендикулярен линии P_1B и направлен в сторону вращения шестерни.

При вращении коромысла CO_1 вокруг неподвижной оси O_1 вектор скорости $\vec{V}_C$ перпендикулярен коромыслу. Точка P_2 , лежащая на пересечении перпендикуляров, восстановленных к векторам $\vec{V}_B$ и $\vec{V}_C$ – скоростей точек B и C , является мгновенным центром скоростей шатуна BC (рис. 2.37). Расстояние

$$BK = BC \cos 30^\circ = 0,52 \text{ м}; \quad \cos \alpha = \frac{AP_1}{BP_1} = 0,89; \quad P_2B = \frac{BK}{\cos \alpha} = 0,58 \text{ м.}$$

Угловая скорость шатуна $\omega_{BC} = \frac{V_B}{BP_2} = 3,1 \text{ рад/с.}$

Направление угловой скорости шатуна показано на рис. 2.37 дуговой стрелкой ω_{BC} .

Расстояние

$$P_2C = BC \cdot \sin 30^\circ - P_2B \cdot \sin \alpha = 0,04 \text{ м.}$$

Скорость точки C шатуна BC :

$$V_C = \omega_{BC} \cdot P_2C = 0,12 \text{ м/с.}$$

Длина коромысла $CO_1 = CK + KO_1 = 0,5 \text{ м}$, угловая скорость коромысла $\omega_{CO_1} = \frac{V_C}{CO_1} = 0,24 \text{ рад/с.}$

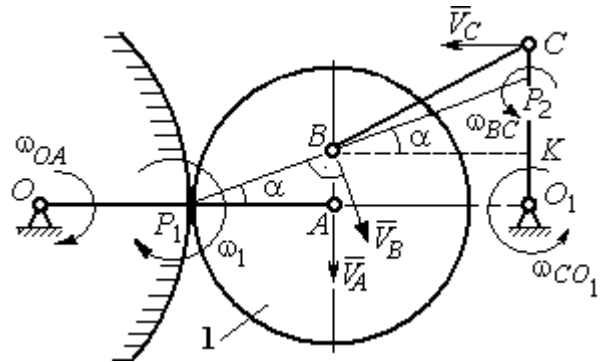


Рис. 2.37. Расчётная схема для определения угловых скоростей звеньев механизма

Найдём ускорения звеньев механизма.

Считая, что точка C принадлежит шатуну BC , выразим ускорение точки C через полюс B : $\vec{a}_C = \vec{a}_B + \vec{a}_{CB}^n + \vec{a}_{CB}^\tau$, где $\vec{a}_B$ – ускорение полюса B ; $\vec{a}_{CB}^n$, $\vec{a}_{CB}^\tau$ – нормальная и касательная составляющие вектора ускорения точки C при вращении шатуна вокруг полюса B .

Полагая, что точка B принадлежит шестерне 1, выразим её ускорение через полюс A : $\vec{a}_B = \vec{a}_A + \vec{a}_{BA}^n + \vec{a}_{BA}^\tau$, где $\vec{a}_A$ – ускорение точки A шестерни; $\vec{a}_{BA}^n$, $\vec{a}_{BA}^\tau$ – нормальная и касательная составляющие вектора ускорения точки B при вращении шестерни вокруг полюса A .

Поскольку точка A принадлежит и кривошипу OA , а точка C – коромыслу CO_1 , вращающихся вокруг своих неподвижных осей, вектора ускорений этих

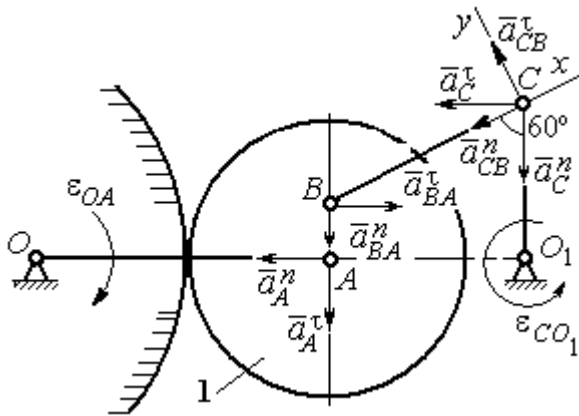


Рис. 2.38. Расчётная схема для определения ускорений точек механизма

точек можно представить в виде сумм векторов:

$$\vec{a}_A = \vec{a}_A^n + \vec{a}_A^\tau, \quad \vec{a}_C = \vec{a}_C^n + \vec{a}_C^\tau,$$

где $\vec{a}_A^n$, $\vec{a}_A^\tau$ – нормальная и касательная составляющие вектора ускорения точки A при вращении кривошипа вокруг оси O ; $\vec{a}_C^n$, $\vec{a}_C^\tau$ – нормальная и касательная составляющие

вектора ускорения точки C при вращении коромысла вокруг оси O_1 .

В результате подстановок получим полное векторное равенство, связывающее ускорения точек механизма:

$$\vec{a}_C^n + \vec{a}_C^\tau = \vec{a}_{CB}^n + \vec{a}_{CB}^\tau + \vec{a}_{BA}^n + \vec{a}_{BA}^\tau + \vec{a}_A^n + \vec{a}_A^\tau.$$

Направления векторов ускорений показаны на рис. 2.38.

Модули векторов ускорений:

$$a_C^n = \omega_{CO_1}^2 \cdot CO_1 = 0,03 \text{ м/с}^2; \quad a_{CB}^n = \omega_{CB}^2 \cdot CB = 5,77 \text{ м/с}^2,$$

$$a_A^n = \omega_{OA}^2 \cdot OA = 3,2 \text{ м/с}^2; \quad a_A^\tau = \varepsilon_{OA} \cdot OA = 3,2 \text{ м/с}^2,$$

$$a_{BA}^n = \omega_1^2 \cdot BA = 3,2 \text{ м/с}^2; \quad a_{BA}^\tau = \varepsilon_1 \cdot BA.$$

Для определения ε_1 углового ускорения шестерни 1 продифференциру-

ем равенство $V_A = \omega_1 \cdot AP_1 = \omega_1 r_1$. Получим: $a_A^\tau = \varepsilon_1 r_1$, откуда $\varepsilon_1 = \frac{a_A^\tau}{r_1} = 8 \text{ рад/с}^2$.

Тогда $a_{BA}^\tau = 1,6 \text{ м/с}^2$.

Неизвестными в векторном равенстве ускорений остаются модули векторов $\vec{a}_{CB}^{\tau}$ и $\vec{a}_C^{\tau}$. Выберем ось x вдоль шатуна BC , как показано на рис. 2.38, и спроектируем на неё полное векторное равенство.

Получим уравнение:

$$-a_C^n \cos 60^\circ - \vec{a}_C^{\tau} \cos 30^\circ = -a_{CB}^n - a_{BA}^n \cos 60^\circ + a_{BA}^{\tau} \cos 30^\circ - a_A^n \cos 30^\circ - a_A^{\tau} \cos 60^\circ,$$

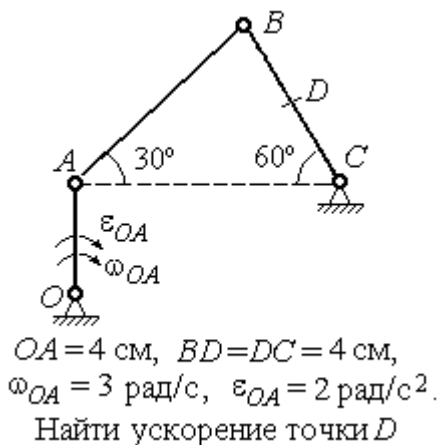
откуда найдём ускорение $a_C^{\tau} = 11,94 \text{ м/с}^2$. Угловое ускорение качалки

$$\varepsilon_{CO_1} = \frac{|\vec{a}_C^{\tau}|}{CO_1} = 23,88 \text{ рад/с}^2.$$

Положительное значение касательного ускорения a_C^{τ} свидетельствует о том, что направление вектора ускорения $\vec{a}_C^{\tau}$ совпадает с направлением, показанным на рис. 2.38. В эту же сторону направлена и скорость $\vec{V}_C$ точки C (см. рис. 2.37). Следовательно, в данном положении движение качалки ускоренное и угловое ускорение направлено в сторону угловой скорости.

Упражнения

Упражнения 2.9



Упражнения 2.10

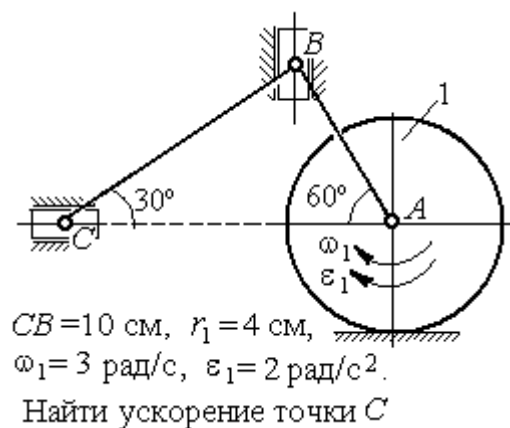


Рис. 2.39. Задания для самостоятельного решения. Упражнения 2.9, 2.10

3. СЛОЖНОЕ ДВИЖЕНИЕ ТОЧКИ

3.1. Основные понятия и определения сложного движения точки

Рассматривается подвижное твердое тело и точка, перемещающаяся относительно тела.

Неподвижная система координат, относительно которой определяются движения точки и тела, называется **основной**. Связанная с телом и движущаяся вместе с ним система координат называется **подвижной**.

Движение точки относительно подвижной системы координат (фактически движение точки относительно тела) называется **относительным**. **Переносным** движением называют движение, которое совершает точка вместе с подвижной системой координат (фактически вместе с телом). Движение точки относительно основной (неподвижной) системы координат называется **абсолютным**.

Скорость точки относительно подвижной системы координат называют **относительной скоростью**, ускорение – **относительным ускорением**.

Переносной скоростью точки и **переносным ускорением** называют скорость и ускорение той точки тела, с которой в данный момент совпадает движущаяся точка.

Скорость и ускорение точки относительно основной системы называют **абсолютной скоростью и абсолютным ускорением**.

При вычислении абсолютной скорости используется теорема о сложении скоростей: **скорость абсолютного движения точки равна векторной сумме переносной и относительной скоростей**: $\vec{V} = \vec{V}_e + \vec{V}_r$, где $\vec{V}$, $\vec{V}_e$, $\vec{V}_r$ – вектора абсолютной, переносной и относительной скоростей точки.

При вычислении абсолютного ускорения используется теорема Кориолиса о сложении ускорений: **абсолютное ускорение точки равно векторной сумме трех ускорений – относительного, переносного и ускорения Кориолиса**: $\vec{a} = \vec{a}_e + \vec{a}_r + \vec{a}_k$, где $\vec{a}$ – вектор абсолютного ускорения точки; $\vec{a}_e$, $\vec{a}_r$ –

вектора соответственно переносного и относительного ускорений точки; $\vec{a}_k$ – вектор ускорения Кориолиса.

Вектор ускорения Кориолиса определяется векторным произведением: $\vec{a}_k = 2(\vec{\omega}_e \times \vec{V}_r)$, где $\vec{\omega}_e$ – вектор угловой скорости переносного движения; $\vec{V}_r$ – вектор относительной скорости точки. Модуль ускорения Кориолиса:

$|\vec{a}_k| = 2|\vec{\omega}_e| \cdot |\vec{V}_r| \sin \alpha$, где α – угол между вектором угловой скорости переносного движения $\vec{\omega}_e$ и вектором относительной скорости точки $\vec{V}_r$ (рис. 3.1).

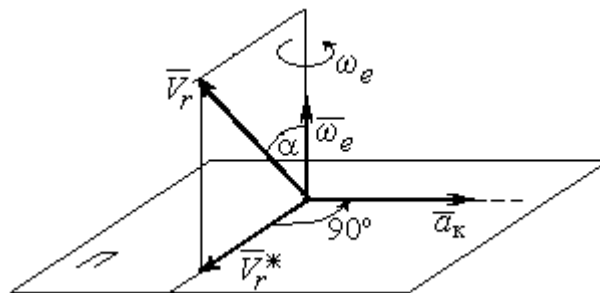


Рис. 3.1. Определение ускорения Кориолиса по правилу Жуковского

На рис. 3.1 показан способ определения вектора ускорения Кориолиса по правилу Н. Е. Жуковского. Правило состоит в следующем. Построим плоскость Π , перпендикулярную вектору угловой скорости $\vec{\omega}_e$, и спроектируем вектор относительной скорости $\vec{V}_r$ на эту плоскость. Проекцию обозначим $\vec{V}_r^*$ (см. рис. 3.1). Чтобы получить направление ускорения Кориолиса, следует вектор проекции относительной скорости $\vec{V}_r^*$ повернуть на 90° в плоскости Π вокруг оси переносного вращения в направлении этого вращения.

Если сложное движение точки происходит в плоскости, перпендикулярной оси переносного вращения, направление ускорения Кориолиса можно получить простым поворотом вектора относительной скорости на угол 90° вокруг оси переносного вращения в направлении этого вращения. При этом модуль ускорения Кориолиса $a_k = 2|\omega_e| \cdot |V_r| \sin 90^\circ = 2\omega_e V_r$.

Примеры решения задач на сложное движение точки

Задача 37. Компрессор с криволинейными каналами (рис. 3.2) вращается с постоянной угловой скоростью $\omega = 10$ рад/с вокруг оси O , перпендикулярной

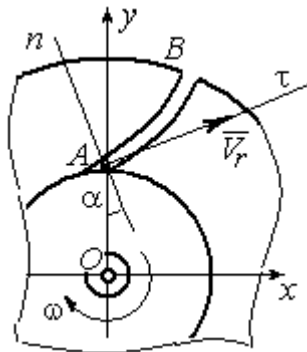


Рис.3.2. Движение воздуха по каналу компрессора

плоскости рисунка. Воздух перемещается по каналу AB с постоянной относительной скоростью $V_r = 4$ м/с. Найти ускорение частицы воздуха в начале канала в точке A и проекции этого ускорения на оси неподвижной системы координат xOy , если радиус $OA = 0,5$ м, радиус кривизны канала в точке A $\rho = 0,8$ м, угол между нормалью n к кривой AB в точке A и радиусом OA $\alpha = 30^\circ$.

Решение

Переносным движением для частицы воздуха будет вращательное движение компрессора, а скорость точки A компрессора, где по условию находится частица воздуха, будет её переносной скоростью: $V_e = \omega \cdot OA = 5$ м/с. Вектор $\vec{V}_e$ переносной скорости частицы перпендикулярен радиусу OA и направлен в сторону угловой скорости вращения компрессора (рис. 3.3).

Вектор $\vec{V}_r$ относительной скорости частицы воздуха направлен вдоль касательной к кривой AB (стенки канала) в точке A .

Вектор абсолютной скорости частицы воздуха равен геометрической сумме векторов относительной и переносной скоростей:

$\vec{V} = \vec{V}_r + \vec{V}_e$ (см. рис. 3.3). Спроектируем это векторное равенство на оси x, y . Получим систему уравнений:

$$V_x = V_e + V_r \cos 30^\circ = 8,46 \text{ м/с}; V_y = V_r \cos 60^\circ = 2 \text{ м/с}.$$

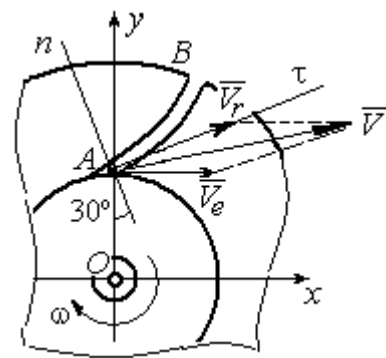


Рис. 3.3. Построение вектора абсолютной скорости частицы

Модуль абсолютной скорости $V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2} = 8,69 \text{ м/с}$.

Найдём ускорение частицы воздуха.

Абсолютное ускорение частицы определяется по теореме сложения ускорений:

$$\vec{a} = \vec{a}_r + \vec{a}_e + \vec{a}_k.$$

В относительном движении частица движется между стенками канала по криволинейной траектории, и её ускорение $\vec{a}_r$ представляется суммой: $\vec{a}_r = \vec{a}_r^n + \vec{a}_r^\tau$, где $\vec{a}_r^n$, $\vec{a}_r^\tau$ – вектора нормальной и касательной составляющих относительного ускорения частицы.

Переносное ускорение частицы $\vec{a}_e$ есть ускорение точки A вращающегося компрессора, которое выражается суммой $\vec{a}_e = \vec{a}_e^n + \vec{a}_e^\tau$, где $\vec{a}_e^n$, $\vec{a}_e^\tau$ – вектора нормальной и касательной составляющих переносного ускорения частицы.

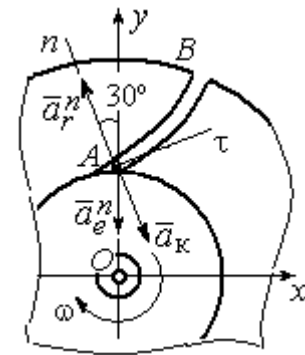


Рис. 3.4. Составляющие ускорения частицы в сложном движении

В результате абсолютное ускорение частицы воздуха в точке A выражается векторной суммой:

$$\vec{a} = \vec{a}_r^n + \vec{a}_r^\tau + \vec{a}_e^n + \vec{a}_e^\tau + \vec{a}_k.$$

Вычислим модули ускорений:

$$a_r^\tau = \dot{V}_r = 0, \quad a_r^n = \frac{V_r^2}{\rho} = 20 \text{ м/с}^2; \quad a_e^\tau = \varepsilon \cdot OA = \dot{\omega} \cdot OA = 0,$$

$$a_e^n = \omega^2 r = 50 \text{ м/с}^2; \quad a_k = 2\omega V_r = 80 \text{ м/с}^2.$$

Направление ускорения Кориолиса определяется простым поворотом вектора относительной скорости на угол 90° вокруг оси переносного вращения в направлении этого вращения. Вектора ускорений показаны на рис. 3.4.

Спроектируем векторное равенство ускорения частицы на оси неподвижной системы координат xOy . Получим:

$$a_x = -a_r^n \cos 60^\circ + a_k \cos 60^\circ = 30 \text{ м/с}^2 ;$$

$$a_y = a_r^n \cos 30^\circ - a_e^n - a_k \cos 30^\circ = -101,96 \text{ м/с}^2.$$

$$\text{Модуль ускорения } a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = 106,28 \text{ м/с}^2.$$

Задача 38. При совмещении работы механизмов подъёма груза и поворо-

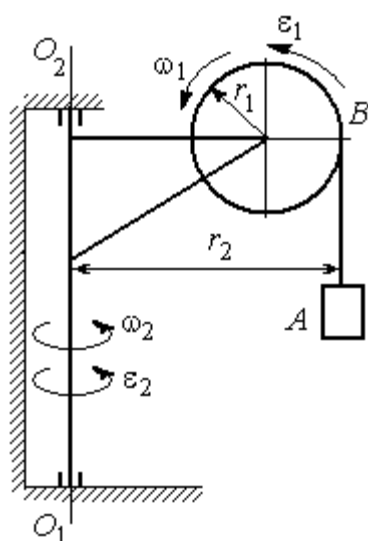


Рис. 3.5. Механизм поворотного крана

та крана (рис. 3.5) груз A перемещается в горизонтальном и вертикальном направлениях. На участке разгона барабан B радиуса $r_1 = 0,5$ м, на который навит канат, поддерживающий груз, вращается с постоянным угловым ускорением $\varepsilon_1 = 3 \text{ рад/с}^2$, а кран разворачивается вокруг оси O_1O_2 с угловым ускорением $\varepsilon_2 = 0,5 \text{ рад/с}^2$.

Пренебрегая отклонением каната от вертикали, определить скорость и ускорение груза в момент времени $t_1 = 1$ с, если вылет стрелы крана до линии подвеса груза $r_2 = 10$ м.

Решение

Подъём груза A на канате является для груза относительным движением, а вращение крана – переносным. Вектор абсолютной скорости груза равен сумме $\vec{V} = \vec{V}_r + \vec{V}_e$, где вектора относительной $\vec{V}_r$ и переносной $\vec{V}_e$ скоростей.

При равноускоренном вращении барабана B из состояния покоя его угловая скорость $\omega_1 = \varepsilon_1 t$. В момент времени $t_1 = 1$ с $\omega_1 = 3 \text{ рад/с}$. Скорость подъёма груза A в этот момент $V_r(1) = \omega_1(1)r_1 = 1,5 \text{ м/с}$. Вектор относительной скорости $\vec{V}_r$ направлен вдоль линии движения груза, в сторону его подъёма (рис. 3.6).

Угловая скорость крана при постоянном угловом ускорении $\omega_2 = \varepsilon_2 t$.

При $t_1 = 1$ с $\omega_2 = 0,5$ рад/с. Переносная скорость груза A равна скорости груза, движущегося вместе со стрелой крана по окружности радиуса r_2 : $V_e = \omega_2 r_2 = 5$ м/с. Вектор переносной скорости груза $\vec{V}_e$ направлен по касательной к траектории переносного движения груза в сторону угловой скорости вращения крана (см. рис. 3.6).

Так как вектора относительной и переносной скоростей груза взаимно перпендикулярны, модуль абсолютной скорости $V = \sqrt{V_r^2 + V_e^2} = 5,22$ м/с.

Найдём абсолютное ускорение груза.

Теорема сложения ускорений имеет вид векторной суммы: $\vec{a} = \vec{a}_r + \vec{a}_e + \vec{a}_k = \vec{a}_r^n + \vec{a}_r^\tau + \vec{a}_e^n + \vec{a}_e^\tau + \vec{a}_k$, где $\vec{a}_r^n$, $\vec{a}_r^\tau$, $\vec{a}_e^n$, $\vec{a}_e^\tau$, $\vec{a}_k$ – вектора нормального и касательного ускорений груза в относительном и переносном движениях и ускорение Кориолиса. Найдём модули векторов ускорений.

Нормальное относительное ускорение a_r^n груза, движущегося прямолинейно, равно нулю: $a_r^n = 0$, а касательное a_r^τ равно по величине касательному ускорению точки на поверхности барабана: $a_r^\tau = \varepsilon_1 r_1 = 1,5$ м/с². Направление вектора $\vec{a}_r^\tau$ относительного касательного ускорения груза определяется направлением углового ускорения барабана.

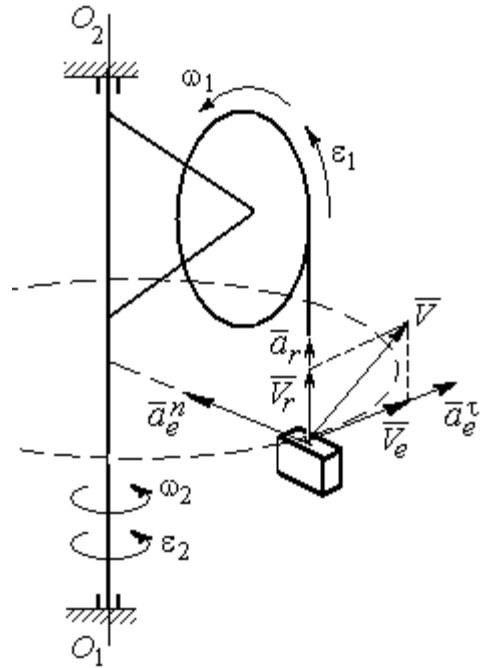


Рис. 3.6. Расчётная схема для определения скорости и ускорения груза на поворотном кране

Переносные нормальное a_e^n и касательное a_e^τ ускорения груза: $a_e^n = \omega_2^2 r_2 = 2,5 \text{ м/с}^2$; $a_e^\tau = \varepsilon_2 r_2 = 5 \text{ м/с}^2$. Вектор касательного ускорения $\vec{a}_e^\tau$ направлен в сторону углового ускорения вращения крана.

Ускорение Кориолиса a_k равно нулю, так как вектор $\vec{V}_r$ параллелен вектору $\vec{\omega}_2$: $a_k = 0$.

Направления векторов ускорений, модули которых отличны от нуля, показаны на рис. 3.6. В результате вектор абсолютного ускорения груза представлен в виде разложения на три взаимно перпендикулярных вектора: $\vec{a} = \vec{a}_e^n + \vec{a}_e^\tau + \vec{a}_r^\tau$, поэтому модуль абсолютного ускорения груза $a = \sqrt{(a_e^n)^2 + (a_e^\tau)^2 + (a_r^\tau)^2} = 5,79 \text{ м/с}^2$.

Задача 39. Фигура, состоящая из половины диска и построенного на его диаметре равнобедренного треугольника (рис. 3.7), вращается вокруг оси, перпендикулярной плоскости фигуры и проходящей через вершину A треугольника, по закону $\varphi_e = 5t - 2t^2$ рад. Положительное направление вращения отмечено на схеме дуговой стрелкой φ .

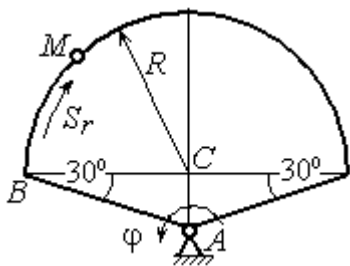


Рис. 3.7. Схема сложного движения точки

По ободу диска из начального положения B движется точка M . Уравнение движения точки:

$B\ddot{M} = S_r = 9\pi t^2$, см.. Положительное направление отсчёта дуги BM показано дуговой стрелкой S_r (см. рис. 3.7). Радиус диска $R = 9$ см. Найти абсолютную скорость и абсолютное ускорение точки M в момент времени $t_1 = 1$ с.

Решение

Переносным движением точки M является вращение фигуры вокруг оси A , относительным – её движение по окружности обода диска.

Положение точки M на окружности определяется центральным углом:

$\alpha = \frac{S_r}{R}$, где S_r – длина дуги окружности, пройденная точкой. В момент времени $t_1 = 1$ с $S_r = 9\pi$ см и $\alpha = \pi$. Расчётное положение точки M на рис. 3.8 обозначено M_1 .

Угловая скорость вращения фигуры равна модулю производной $\omega_e = |\dot{\phi}_e| = |5 - 4t|$. При $t_1 = 1$ с $\omega_e(1) = 1$ рад/с.

Направление угловой скорости определяется знаком производной $\dot{\phi}_e$. Положительная на данный момент времени величина производной ($\dot{\phi}_e = 1$) показывает, что вращение фигуры происходит в положительном направлении отсчёта угла ϕ_e и отмечено на рис. 3.8 дуговой стрелкой ω_e .

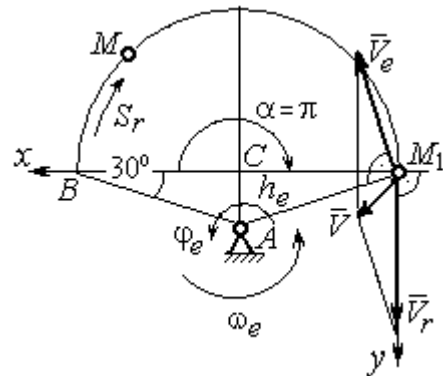


Рис. 3.8. Расчетная схема для вычисления абсолютной скорости точки

Переносная скорость точки V_e – это скорость расчётного положения точки M вращающейся фигуры: $V_e = \omega_e h_e = \omega_e AM_1 = \frac{\omega_e R}{\cos 30^\circ} = 10,39$ см/с. Вектор переносной скорости точки $\vec{V}_e$ перпендикулярен отрезку AM_1 и направлен в сторону вращения фигуры (см. рис. 3.8).

Скорость точки в относительном движении определяется как модуль производной: $V_r = |\dot{S}_r| = |18\pi t|$. При $t_1 = 1$ с $V_r = 56,5$ см/с. Положительное значение производной $\dot{S}_r = 18\pi > 0$ указывает, что в этот момент времени относительное движение точки происходит в положительном направлении отсчёта дуги окружности, по которой движется точка. Вектор $\vec{V}_r$ относительной скорости точки перпендикулярен отрезку CM_1 и направлен в сторону её движения.

Абсолютная скорость точки равна сумме векторов переносной и относительной скоростей $\vec{V} = \vec{V}_e + \vec{V}_r$. Для того чтобы найти абсолютную скорость

точки, выберем оси координат M_1x , M_1y , как показано на рис. 3.8, и спроектируем обе части векторного равенства теоремы сложения скоростей на эти оси:

$$V_x = V_e \cos 60^\circ = 5,2 \text{ cm/c}, V_y = -V_e \cos 30^\circ + V_r = 47,5 \text{ cm/c}.$$

Модуль абсолютной скорости: $V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2} = 47,8 \text{ см/с}$.

Абсолютное ускорение точки определяется по теореме сложения ускорений: $\vec{a} = \vec{a}_e + \vec{a}_r + \vec{a}_k$.

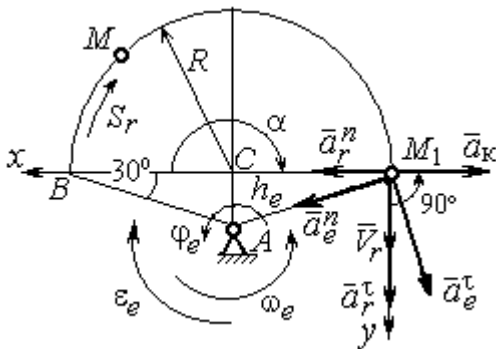


Рис. 3.9. Расчетная схема для определения абсолютного ускорения точки

Переносное ускорение точки представ-
ляется в виде суммы: $\vec{a}_e = \vec{a}_e^\tau + \vec{a}_e^n$, где $\vec{a}_e^\tau$ и $\vec{a}_e^n$ – переносные касательное и нормальное ускорения. В относительном движении точки (по дуге окружности) ускорение также может быть разложено на две составляющие – относительные касательное и нормальное ускорения: $\vec{a}_r = \vec{a}_r^\tau + \vec{a}_r^n$. В результате теоре-

ма о сложении ускорений приобретает вид: $\vec{a} = \vec{a}_r^\tau + \vec{a}_r^n + \vec{a}_e^\tau + \vec{a}_e^n + \vec{a}_k$.

Вычислим модули и направления векторов ускорений в расчётном положении точки M_1 .

Относительное касательное ускорение a_r^τ вычисляется по формуле:

$$a_r^\tau = |\ddot{S}_r|, \text{ где } \ddot{S}_r = 18\pi = 56,5 \text{ см/с}^2. \text{ Так как значение второй производной } \ddot{S}_r$$

положительно, вектор ускорения $\vec{a}_r^\tau$ направлен по касательной в сторону положительного отсчёта траектории относительного движения. Относительное нормальное ускорение точки a_r^n вычисляется по формуле: $a_r^n = \frac{V_r^2}{R}$ и в момент $t_1 = 1 \text{ с}$ равно $355,3 \text{ см/с}^2$. Вектор ускорения $\vec{a}_r^n$ направлен по радиусу диска к центру C (рис. 3.9).

Угловое ускорение фигуры в момент времени $t_1 = 1$ с, $\varepsilon_e = |\ddot{\phi}_e| = 4$ рад/с².

Поскольку значение второй производной угла поворота отрицательное ($\ddot{\phi}_e = -4$ рад/с²), то угловое ускорение направлено в сторону, противоположную положительному направлению отсчёта угла поворота фигуры, как показано на рис. 3.9 дуговой стрелкой ε_e . Модуль переносного касательного ускорения a_e^τ определяется по формуле $a_e^\tau = \varepsilon_e h_e = \varepsilon_e \cdot AM_1$ и в момент времени $t_1 = 1$ с равен 41,6 см/с². Вектор переносного касательного ускорения точки $\vec{a}_e^\tau$ перпендикулярен AM_1 и направлен в сторону углового ускорения фигуры ε_e (см. рис. 3.9). Переносное нормальное ускорение вычисляется по формуле $a_e^n = \omega_e^2 h_e = \omega_e^2 \cdot AM_1$ и на момент времени $t_1 = 1$ с: $a_e^n = 10,4$ см/с². Вектор переносного нормального ускорения $\vec{a}_e^n$ направлен вдоль отрезка M_1A к оси вращения тела (см. рис. 3.9).

Модуль ускорения Кориолиса в момент времени $t_1 = 1$ с $a_k = 2\omega V_r = 113,1$ см/с². По условию задачи вектор $\vec{V}_r$ скорости относительного движения точки перпендикулярен вектору $\vec{\omega}_e$ угловой скорости переносного движения. В этом случае для определения направления ускорения Кориолиса достаточно повернуть вектор относительной скорости $\vec{V}_r$ на 90° в сторону переносного движения (см. рис. 3.9).

Для определения абсолютного ускорения точки выберем оси M_1x и M_1y , как показано на рис. 3.9, и спроектируем обе части векторного равенства теоремы сложения ускорений на эти оси. Получим:

$$a_x = -a_e^\tau \cos 60^\circ + a_e^n \cos 30^\circ + a_r^n - a_k = 230,4 \text{ см/с}^2;$$

$$a_y = a_e^\tau \cos 30^\circ + a_e^n \cos 60^\circ + a_r^\tau = 97,9 \text{ см/с}^2.$$

Модуль абсолютного ускорения

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = 250,3 \text{ см/с}^2.$$

Задача 40. Диск (рис. 3.10) вращается вокруг оси O_1O_2 , проходящей вдоль вертикального диаметра, с угловой скоростью $\omega = 2t^2 + 4\cos\pi t$ рад/с. Положительное направление отсчёта угла поворота диска отмечено на схеме дуговой стрелкой φ . Вдоль другого диаметра диска, наклоненного под углом 30° к вертикальному, движется точка M по закону $CM = S_r = (4t - 1)^2 - 1$ см. Расстояние отсчитывается от точки C на краю диска. Положительное направление движения точки M показано стрелкой S_r . Радиус диска $R = 4$ см. Найти абсолютную скорость и абсолютное ускорение точки M

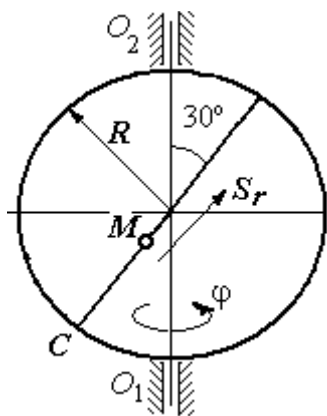


Рис. 3.10. Схема сложного движения точки

в момент времени $t_1 = 1$ с.

Решение

Переносным движением точки M является вращение диска вокруг вертикального диаметра, относительным – её прямолинейное движение вдоль наклонного диаметра диска.

Расстояние S_r , пройденное точкой, к моменту времени $t_1 = 1$ с равно 8 см. При радиусе диска $R = 4$ см точка M в данный момент времени находится на противоположном от точки C конце диаметра. На рис. 3.11 это положение обозначено буквой M_1 .

Угловая скорость диска равна модулю производной: $\omega = |\dot{\varphi}| = |2 + 4\cos\pi t|$ и при $t_1 = 1$ с $\omega = 2$ рад/с. Направление угловой скорости определяется по знаку производной $\dot{\varphi}$. В данном случае производная имеет отрицательное значение ($\dot{\varphi} = -2$ рад/с). Это означает, что вращение диска происходит в сторону, противоположную положительному направлению отсчёта угла поворота. Направление угловой скорости диска в данный момент времени отмечено на рис. 3.11 дуговой стрелкой ω .

Переносная скорость точки V_e – это скорость точки M_1 на вращающемся диске: $V_e = \omega h_e = \omega \cdot KM_1$, где $KM_1 = h_e$ – расстояние от оси вращения диска до точки M_1 . Очевидно, $KM_1 = 0,5R = 2$ см. При $t_1 = 1$ с величина переносной скорости $V_e = 4$ см/с. Вектор переносной скорости $\vec{V}_e$ перпендикулярен плоскости диска $O_1M_1O_2$ и направлен в сторону вращения диска (рис. 3.11, а).

(На рис. 3.11, а символ $\odot$ рядом с вектором означает, что данный вектор направлен перпендикулярно плоскости рисунка «к нам», символ $\oplus$ – «от нас».)

Относительная скорость точки равна модулю производной: $V_r = |\dot{S}_r| =$

$= |8(4t - 1)|$. При $t_1 = 1$ с $V_r = 24$ см/с. Положительное значение самой производной $\dot{S}_r$ указывает, что относительное движение точки в данный момент времени происходит в положительном направлении. Вектор $\vec{V}_r$ относительной скорости точки в положении M_1 направлен вдоль диаметра диска CM_1 в сторону движения.

Абсолютная скорость точки равна сумме векторов переносной и относительной скоростей: $\vec{V} = \vec{V}_e + \vec{V}_r$. Так как векторы $\vec{V}_e$ и $\vec{V}_r$ взаимно перпендикулярны, модуль абсолютной скорости $V = \sqrt{V_e^2 + V_r^2} = 24,33$ см/с. Вектор абсолютной скорости на рис. 3.11 не показан.

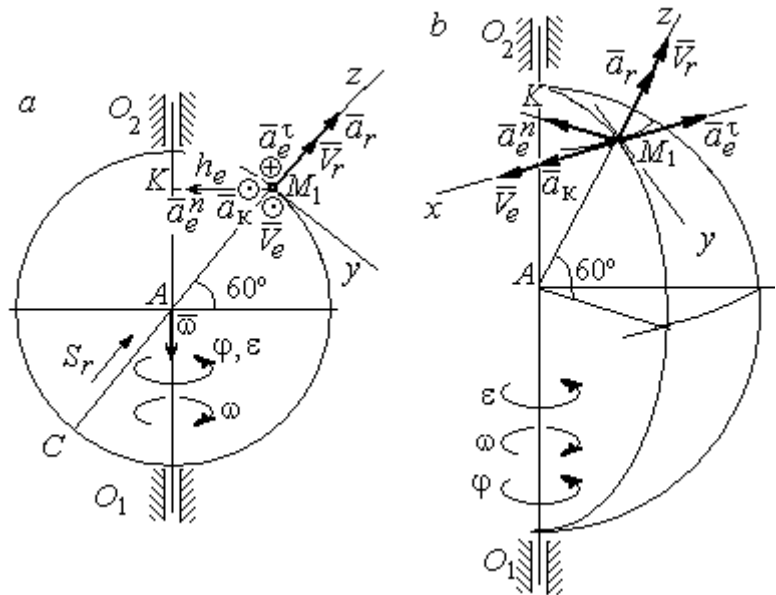


Рис. 3.11. Расчётная схема определения абсолютной скорости и ускорения точки:
а – плоская модель движения;
б – пространственная модель движения

Абсолютное ускорение точки определяется векторной суммой, которая при прямолинейном относительном и вращательном переносном движениях представляется в виде: $\vec{a} = \vec{a}_r + \vec{a}_e^\tau + \vec{a}_e^n + \vec{a}_k$.

Относительное ускорение точки $a_r = |\ddot{S}_r| = 32 \text{ см/с}^2$. Так как значение второй производной $\ddot{S}_r$ положительно, вектор ускорения $\vec{a}_r$ в точке M_1 направлен по линии движения точки в сторону положительного направления (см. рис. 3.11).

Угловое ускорение диска $\varepsilon = |\dot{\omega}| = |4t - 4\pi \sin \pi t|$. В момент времени $t_1 = 1 \text{ с}$ $\varepsilon = 4 \text{ рад/с}^2$. Положительное значение производной в данный момент времени ($\dot{\omega} = 4 \text{ рад/с}^2$) означает, что угловое ускорение ε направлено в сторону положительного направления отсчёта угла поворота диска. Направление углового ускорения показано на рис. 3.11 дуговой стрелкой ε . Модуль переносного касательного ускорения a_e^τ определяется по формуле $a_e^\tau = \varepsilon h_e$, и при $t_1 = 1 \text{ с}$ $a_e^\tau = 8 \text{ см/с}^2$. Вектор ускорения $\vec{a}_e^\tau$ перпендикулярен плоскости диска $O_1M_1O_2$ в точке M_1 и направлен в сторону углового ускорения (противоположно вектору скорости).

Переносное нормальное ускорение a_e^n рассчитывается по формуле $a_e^n = \omega^2 h_e = \omega^2 \cdot KM_1$, и при $t_1 = 1 \text{ с}$ $a_e^n = 8 \text{ см/с}^2$. Вектор переносного нормального ускорения $\vec{a}_e^n$ направлен вдоль отрезка M_1K к оси вращения диска (см. рис. 3.11).

Вектор скорости относительного движения точки $\vec{V}_r$ составляет с вектором угловой скорости переносного движения $\vec{\omega}$ угол 150° . Модуль ускорения Кориолиса на момент времени $t_1 = 1 \text{ с}$ $a_k = 2|\omega||V_r|\sin 150^\circ = 48 \text{ см/с}^2$. Направление вектора ускорения Кориолиса определяем по правилу Жуковского. Так, вектор относительной скорости точки $\vec{V}_r$ проектируем на плоскость, перпенди-

кулярную вектору $\vec{\omega}$ (т. е. на плоскость, перпендикулярную оси вращения тела). На рис 3.11, a это будет проекция на линию KM_1 . Далее следует повернуть вектор проекции относительной скорости вокруг оси вращения на 90° в сторону угловой скорости вращения диска. На рис 1.11, a вектор ускорения Кориолиса перпендикулярен плоскости рисунка в точке M_1 и направлен «на нас».

Для определения абсолютного ускорения точки выберем оси координат M_1x , M_1y и M_1z , как показано на рис. 3.11 (на рис. 3.11, a ось M_1x направлена перпендикулярно рисунку «к нам» и на рисунке не показана). Спроектируем обе части векторного равенства теоремы сложения ускорений на оси

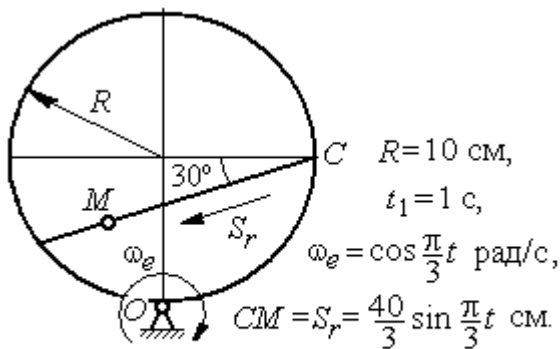
$$a_x = -a_e^\tau + a_k = 40 \text{ см/с}^2; \quad a_y = -a_e^n \cos 30^\circ = 6,93 \text{ см/с}^2;$$

$$a_z = a_r - a_e^n \cos 60^\circ = 28 \text{ см/с}^2.$$

$$\text{Модуль абсолютного ускорения } a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2} = 49,32 \text{ см/с}^2.$$

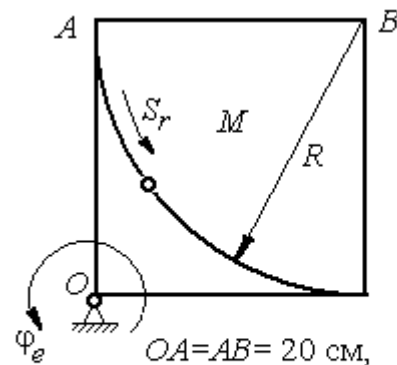
Упражнения

Упражнение 3.1



Найти скорость и ускорение точки M в момент $t = t_1$

Упражнение 3.2



Найти скорость и ускорение точки M в момент $t = t_1 = 1 \text{ с}$

Рис. 3.12. Задания для самостоятельного решения. Упражнения 3.1, 3.2

4. ДИНАМИКА ТОЧКИ

4.1. Дифференциальные уравнения движения точки

Движение материальной точки под действием системы сил $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_K$ в прямоугольной декартовой системе координат $Oxyz$ описывается **дифференциальными уравнениями**:

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = \sum F_{kx}, \quad m \frac{d^2 y}{dt^2} = \sum F_{ky}, \quad m \frac{d^2 z}{dt^2} = \sum F_{kz}.$$

Обозначая вторые производные от координат по времени двумя точками, уравнения движения можно записать в виде:

$$m \ddot{x} = \sum F_{kx}; \quad m \ddot{y} = \sum F_{ky}; \quad m \ddot{z} = \sum F_{kz},$$

где m – масса точки; x, y, z – текущие координаты точки; $\ddot{x}, \ddot{y}, \ddot{z}$ – проекции вектора ускорения точки на оси координат; $\sum F_{kx}, \sum F_{ky}, \sum F_{kz}$ – алгебраические суммы проекций всех сил на оси координат.

Для удобства интегрирования дифференциальные уравнения движения иногда представляют в виде:

$$m \frac{dV_x}{dt} = \sum F_{kx}; \quad m \frac{dV_y}{dt} = \sum F_{ky}; \quad m \frac{dV_z}{dt} = \sum F_{kz},$$

где $V_x = \dot{x}, V_y = \dot{y}, V_z = \dot{z}$ – проекции вектора скорости точки на оси координат.

В естественной системе координат движение материальной точки описывается уравнениями в естественной форме:

$$m \frac{dV}{dt} = \sum F_{k\tau}; \quad m \frac{V^2}{\rho} = \sum F_{kn}; \quad 0 = \sum F_{kb},$$

где ρ – радиус кривизны траектории; τ, n, b – оси естественного трехгранника – касательная, нормаль и бинормаль.

В общем случае правые части дифференциальных уравнений зависят от времени, положения и скорости точки. Интегрирование дифференциальных

уравнений производится в зависимости от их вида методами, известными из курса математики.

Примеры решения задач на интегрирование уравнений движения

Задача 41. При обогащении по трению разделение частиц производится следующим образом. Барабанный питатель (рис. 4.1) сообщает частице в точке A сортировочного стола AB начальную скорость V_0 , направленную вдоль поверхности стола, наклоненного под углом α к горизонту. Нижний край стола в точке B поднят на высоту h над уровнем пола. Частица скользит по столу, испытывая силу трения скольжения с коэффициентом трения f . Дойдя до края стола в точке B , частица отрывается от него и совершает свободное падение с высоты h . На каком расстоянии $CK = \ell$ на полу нужно установить стенку приёмного устройства, чтобы частицы с коэффициентом трения меньше заданного $f < f_1$ перелетали за точку C и попадали в приёмник, а с большим коэффициентом $f > f_1$ – не долетали до него.

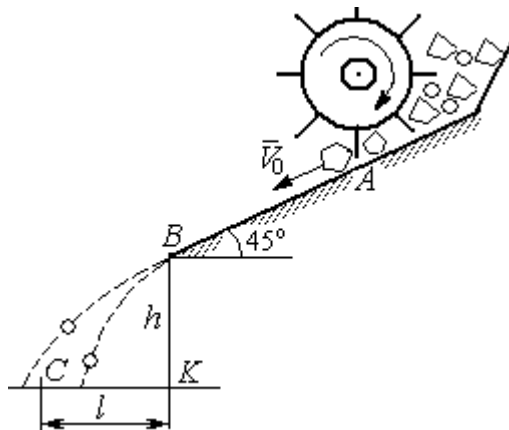


Рис. 4.1. Разделение частиц по трению

Начальная скорость частицы $V_0 = 1$ м/с, длина сортировочного стола $AB = S = 1,2$ м, угол наклона $\alpha = 45^\circ$, высота точки отрыва $BK = h = 1,5$ м, заданный коэффициент трения для разделения частиц $f_1 = 0,4$.

Решение

Из условия задачи следует, что частица с коэффициентом трения, равным заданному, $f = f_1$ в конце своего движения (скольжение по столу + свободное падение) должна попасть ровно в точку C (см. рис. 4.1).

Рассмотрим первый участок движения такой частицы – прямолинейное движение по шероховатой поверхности наклонного стола. На частицу действуют сила тяжести $\vec{P}$, реакция опоры $\vec{N}$ и сила трения $\vec{F}_{\text{тр}}$. Выберем систему координат xAy , направив ось x вдоль линии движения, а ось y – перпендикулярно ей (рис. 4.2). Движение частицы описывается уравнениями:

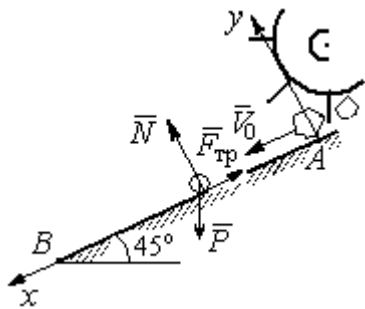


Рис. 4.2. Движение частицы по наклонной плоскости

$$m\ddot{x} = \sum F_{kx} = P\cos 45^\circ - F_{\text{тр}};$$

$$m\ddot{y} = \sum F_{ky} = -P\cos 45^\circ + N.$$

Поскольку вдоль оси y частица не перемещается, то $\ddot{y} = 0$. Тогда второе уравнение движения представляется в виде: $-P\cos 45^\circ + N = 0$, откуда реакция опоры частицы $N = mg\cos 45^\circ$. Сила трения,

которую испытывает частица, двигаясь по сортировочному столу: $F_{\text{тр}} = fN = fmg\cos 45^\circ$, где f – коэффициент трения.

Подставляя в уравнение движения частицы, выражение силы трения и полагая ускорение $\ddot{x} = \frac{dV_x}{dt}$, получим дифференциальное уравнение

$$\frac{dV_x}{dt} = g(1 - f)\cos 45^\circ \text{ или при } f = f_1 = 0,4: \frac{dV_x}{dt} = 4,18.$$

После интегрирования найдём скорость и закон движения частицы как функции времени: $V_x = 4,18t + C_1$; $x = 2,09t^2 + C_1t + C_2$.

Константы интегрирования C_1, C_2 находятся из начальных условий движения. Подставляя начальные условия $x(0) = 0$, $\dot{x}(0) = V_x(0) = V_0$ в уравнение движения частицы, найдём $C_2 = 0$, $C_1 = V_0$.

Окончательно движение частицы на прямолинейном участке AB сортировочного стола описывается системой уравнений: $V_x = 4,18t + 1$; $x = 2,09t^2 + t$.

Допустим частица достигает края стола B в момент времени $t = t_B$. Её координата равна длине сортировочного стола: $x(t_B) = S$, а скорость равна скорости отрыва её от стола: $V_x(t_B) = V_B$. Подставим эти условия в уравнения движения, получим систему: $V_B = 4,18t_B + 1$, $S = 2,09t_B^2 + t_B$, откуда скорость частицы в точке отрыва её от стола $V_B = \sqrt{1 + 8,36S}$. При длине стола $S = 1,2$ м скорость отрыва $V_B = 3,32$ м/с.

Рассмотрим участок BC свободного падения частицы, брошенной с высоты h с начальной скоростью V_B , направленной под углом 45° к горизонту (рис. 4.3). В полёте на частицу действует только сила тяжести $\vec{P}$. Выберем прямоугольную систему координат xKy с началом координат в точке K (см. рис. 4.3). Дифференциальные уравнения движения точки

$$m\ddot{x} = 0; m\ddot{y} = -P = -mg \text{ или } \ddot{x} = 0, \ddot{y} = -g.$$

Интегрируя первое уравнение, получим, что движение частицы вдоль оси x описывается уравнениями $\dot{x} = C_3$; $x = C_3t + C_4$. Константы интегрирования C_3 и C_4 определяются из начальных условий движения: при $t = 0$, $x(0) = 0$, $\dot{x}(0) = V_{Bx}$, где V_{Bx} – проекция вектора скорости $\vec{V}_B$ на ось x , $V_{Bx} = V_B \cos 45^\circ = 2,35$ м/с. После подстановки начальных условий в уравнение движения частицы получим: $C_4 = 0$, $C_3 = 2,35$. В результате, движение частицы вдоль оси x при её свободном падении описывается уравнением $x = 2,35t$.

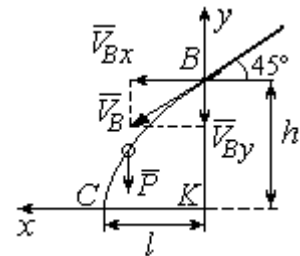


Рис. 4.3. Свободное падение частицы

Проинтегрируем уравнение движения частицы в направлении оси y . Получим: $\dot{y} = -gt + C_5$ и $y = -g\frac{t^2}{2} + C_5t + C_6$. Начальные условия движения частицы вдоль оси y : при $t = 0$, $y(0) = h = 1,5$ м, $\dot{y}(0) = V_{By} = -V_B \cos 45^\circ = -2,35$ м/с, где V_{By} – проекция вектора скорости $\vec{V}_B$ на ось y . Подставляя начальные

условия в уравнение движения, найдём: $C_6 = h$; $C_5 = V_{By} = -2,35$. Таким образом, движение частицы вдоль оси y при её свободном падении описывается уравнением $y = -4,91t^2 - 2,35t + 1,5$.

В момент $t = t_{\Pi}$ падения частицы на пол её вертикальная координата обращается в нуль: $y = 0$, а горизонтальная – равна дальности полёта: $x = \ell$. Подставляя эти условия в уравнения движения частицы, получим систему:

$$\ell = 2,35t_{\Pi}, \quad 0 = -4,91t_{\Pi}^2 - 2,35t_{\Pi} + 1,5.$$

Исключая в системе время t_{Π} , выразим уравнение для определения дальности горизонтального полёта: $\ell^2 + 1,12\ell - 1,68 = 0$. Отсюда находим: $\ell = 0,85$ м.

Таким образом, частицы с коэффициентом трения $f = 0,4$ в конце своего движения падают на горизонтальную поверхность на расстоянии 0,85 м от края стола. Очевидно, именно здесь необходимо установить разделительную стенку приёмного устройства. Частицы с меньшим коэффициентом трения ($f < 0,4$) будут улетать за стенку, а при большем ($f > 0,4$) – не долетать. К примеру, длина горизонтального полёта частицы с коэффициентом трения $f = 0,3$ составляет 0,89 м, а при $f = 0,5$ равна 0,61 м.

Задача 42. Материальная точка массой $m = 1$ кг движется прямолинейно

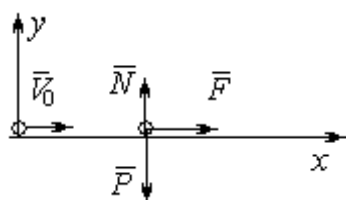


Рис. 4.4. Прямолинейное движение точки

по горизонтальной поверхности под действием силы $F = 10 - kt$ Н, где k – коэффициент пропорциональности; $k = \text{const}$; t – время в секундах. Определить величину коэффициента k , при котором скорость точки за первую секунду от начала движения

увеличится от начального значения $V_0 = 2$ м/с до величины $V_1 = 10$ м/с, а также путь, пройденный точкой до остановки.

Решение

Для описания движения точки выберем прямоугольную систему координат x, y с началом в том месте, откуда точка начала движение (рис. 4.4).

На точку действуют сила тяжести $\vec{P}$, реакция опоры $\vec{N}$ и заданная сила $\vec{F}$. Направление силы $\vec{F}$ на рис. 4.4 соответствует начальному этапу движения, когда проекция силы на ось x положительная. Движение точки описывается уравнением $m\ddot{x} = F_x = 10 - kt$.

Положим $\ddot{x} = \frac{dV}{dt}$. Здесь в силу того, что движение происходит только вдоль одной координаты, индекс x у скорости опущен. Учитывая массу точки, получим уравнение $\frac{dV}{dt} = 10 - kt$. Разделив переменные и проинтегрировав полученное уравнение, найдём закон изменения скорости точки $V = 10t - k\frac{t^2}{2} + C_1$. Выражая скорость через производную от координаты $V = \frac{dx}{dt}$, получим дифференциальное уравнение $\frac{dx}{dt} = 10t - k\frac{t^2}{2} + C_1$, интегрируя которое, найдём уравнение движения точки $x = 5t^2 - k\frac{t^3}{6} + C_1t + C_2$.

Подставляя начальные условия (при $t = 0$, $V = V_0 = 2$ м/с, $x = 0$) в уравнения, получим: $C_1 = 2$, $C_2 = 0$. Окончательно движение точки описывается системой уравнений: $V = 10t - k\frac{t^2}{2} + 2$; $x = 5t^2 - k\frac{t^3}{6} + 2t$.

Известно, что через 1 с от начала движения точка приобрела скорость $V_1 = 10$ м/с. Подставляя это условие в первое уравнение, найдём $k = 4$.

В момент t_1 точка остановилась и её скорость обращается в нуль: $V(t_1) = 0$, а координата равна пройденному пути: $x(t_1) = S$. Подставляя эти условия в уравнения движения с учетом вычисленного значения коэффициента k , получим систему: $0 = 10t_1 - 2t_1^2 + 2$; $S = 5t_1^2 - \frac{2}{3}t_1^3 + 2t_1$, откуда находим путь, пройденный точкой до остановки: $S = 51,86$ м.

Задача 43. Материальная точка массой $m = 1$ кг, находясь на высоте $h_1 = 2$ м над уровнем Земли, подброшена вертикально вверх (ось x) с начальной скоростью $V_0 = 4$ м/с (рис. 4.5, a). При движении на точку действует сила сопротивления, пропорциональная квадрату скорости, так, что проекция её на вертикаль направлена в сторону, противоположную движению, $R_x = -0,5mV^2$ Н, где V – скорость точки. Определить, на какой высоте h_2 от уровня Земли скорость падающей обратно точки достигнет значения начальной стартовой скорости.

Решение

Решение задачи осуществляется в два этапа. На первом этапе рассматри-

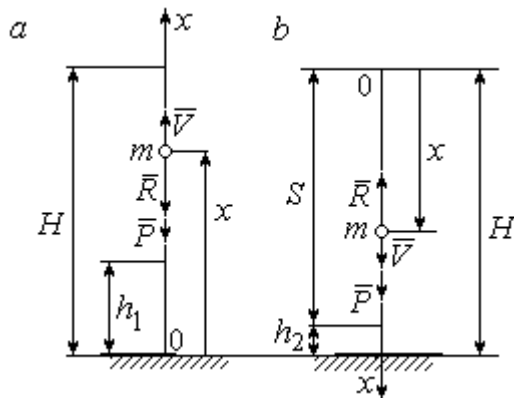


Рис. 4.5. Силы, действующие на точку в полёте:
 a – движение точки вверх;
 b – движение точки вниз

вается движение точки вверх с высоты h_1 с начальной скоростью V_0 и определение максимальной высоты полёта H , на втором этапе – падение точки вниз с высоты H без начальной скорости (рис. 4.5, b).

Рассмотрим первый этап движения и найдём максимальную высоту подъёма точки. На рис. 4.5, a показаны силы, действующие на точку в полёте: сила тяжести $\vec{P}$ и сила сопротивления $\vec{R}$. Ось x , вдоль

которой происходит движение точки, выбрана по направлению движения, начало координат – на уровне Земли (см. рис. 4.5, a).

Дифференциальное уравнение движения точки в проекции на ось x : $m\ddot{x} = \sum F_x = P_x + R_x$, где проекции сил тяжести и сопротивления на ось x :

$P_x = -P = -mg$; $R_x = -0,5mV^2$. Полагая $\dot{x} = \frac{dV}{dt}$, получим уравнение движения

точки в виде: $\frac{dV}{dt} = -(g + 0,5V^2)$.

Учитывая, что $\frac{dV}{dt} = \frac{dV}{dx} \frac{dx}{dt} = V \frac{dV}{dx} = \frac{dV^2}{2dx}$, исходное уравнение движения

представляется в виде, удобном для интегрирования: $\frac{dV^2}{g + 0,5V^2} = -2dx$.

Проинтегрировав это уравнение, находим: $\ln(g + 0,5V^2) = -x + C$.

В начальном положении, т. е. при $t = 0$, точка находилась на высоте $x = h_1$, а скорость её $V = V_0$. Подставив эти значения в проинтегрированное уравнение, получим: $C = h_1 + \ln(g + 0,5V_0^2)$. Окончательно положение точки в полёте определяется выражением $x = h_1 + \ln\left(\frac{g + 0,5V_0^2}{g + 0,5V^2}\right)$.

При максимальном подъёме точки, т. е. при $x = H$, её скорость обращается в нуль: $V = 0$. Подставляя H , получим: $H = h_1 + \ln\left(1 + \frac{V_0^2}{2g}\right)$. При начальной скорости $V_0 = 4$ м/с, с учётом высоты точки старта $h_1 = 2$ м, высота подъёма точки относительно уровня Земли $H = 2,6$ м.

Рассмотрим второй этап решения задачи – движение точки вниз с максимальной высоты H без начальной скорости. Выберем ось x по направлению движения и поместим начало координат в точке, откуда началось движение вниз (рис. 4.5, *b*). Дифференциальное уравнение движения падающей точки:

$m \frac{dV}{dt} = P_x + R_x = mg - 0,5mV^2$, которое, как и в предыдущем случае, приводится к виду:

$\frac{dV^2}{g - 0,5V^2} = 2dx$.

Проинтегрировав это уравнение, находим: $\ln(g - 0,5V^2) = -x + C_1$.

В начальном положении, т. е. при $t = 0$, координата точки и скорость равны нулю: $x = 0$, $V = 0$. Подставив эти значения, находим: $C_1 = \ln g$.

Окончательно положение падающей точки определяется выражением

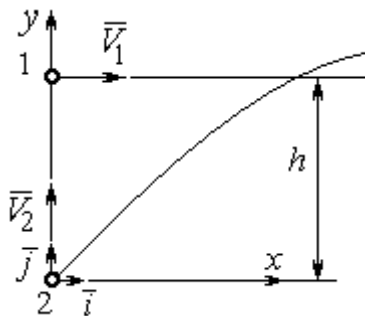
$$x = \ln\left(\frac{g}{g - 0,5V^2}\right).$$

Расстояние S , которое пролетела точка с высоты H , приобретя скорость,

$$V_0: S = \ln\left(\frac{g}{g - 0,5V_0^2}\right). \text{ Высота } h_2 \text{ этого положения от уровня Земли: } h_2 = H - S$$

(см. рис. 4.5, b). С учётом величины начальной скорости $V_0 = 4$ м/с, максимальной высоты подъёма точки $H = 2,6$ м высота $h_2 = 0,91$ м.

Задача 44. Точка 1 движется горизонтально с постоянной скоростью V_1



на высоте h . Точка 2 массой m_2 находится в начале координат (рис. 4.6).

В момент, когда обе точки находились на одной вертикали y , точка 2 стартовала вертикально вверх со скоростью V_2 . В полёте на точку 2 действует отклоняющая сила $\vec{F}_2$, которая представле-

на в виде разложения по единичным векторам $\vec{i}$,

$\vec{j}$ системы координат xu : $\vec{F}_2 = p\vec{i} + q\vec{j}$, где $p, q - \text{const}$. С какой скоростью V_2 должна стартовать точка 2, чтобы обе точки встретились.

Решение

Рассмотрим движение точки 2. На точку действует сила тяжести $\vec{P}_2$ и сила $\vec{F}_2$, проекции которой на оси x, y : $F_{2x} = p$, $F_{2y} = q$ (рис. 4.7).

Уравнения движения точки в проекциях на оси xu имеют вид:

$$m_2\ddot{x} = p, \quad m_2\ddot{y} = q - m_2g.$$

Дважды интегрируя первое уравнение, полу-

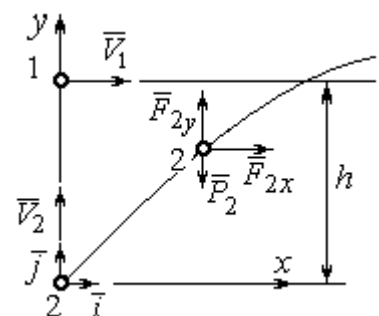


Рис. 4.7. Расчётная схема встречи точек

чим: $\dot{x} = \frac{p}{m_2}t + C_1$; $x = \frac{p}{2m_2}t^2 + C_1t + C_2$. Константы интегрирования найдём из условия, что в начальный момент вторая точка стартовала из начала координат вертикально, то есть при $t = 0$ $x = 0$ и $\dot{x} = V_{2x} = 0$. Подставляя начальные условия в уравнения движения, получим: $C_1 = 0$, $C_2 = 0$. Таким образом, движение точки 2 вдоль оси x описывается уравнением $x = \frac{p}{2m_2}t^2$.

Аналогично, дважды интегрируя второе уравнение движения, получим зависимость скорости движения точки 2 от времени и закон её движения вдоль оси y : $\dot{y} = \left(\frac{q}{m_2} - g\right)t + C_3$; $y = \left(\frac{q}{m_2} - g\right)\frac{t^2}{2} + C_3t + C_4$. Из начальных условий: при $t = 0$ $y = 0$, $\dot{y} = V_{2y} = V_2$ следует: $C_3 = V_2$, $C_4 = 0$.

В результате закон движения точки 2 вдоль оси y : $y = \left(\frac{q}{m_2} - g\right)\frac{t^2}{2} + V_2t$.

Обозначим t_1 – время движения точек до встречи. В момент встречи высота точки 2 $y(t_1) = h$, а расстояние по горизонтали, которое прошла точка 2 до встречи, должно быть равно расстоянию, пройденному точкой 1 за это же время. Подставляя условия встречи в уравнения движения, получим систему:

$$V_1t_1 = \frac{p}{2m_2}t_1^2; \quad h = \left(\frac{q}{m_2} - g\right)\frac{t_1^2}{2} + V_2t_1,$$

откуда найдём: $V_2 = \frac{h}{t_1} - \left(\frac{q}{m_2} - g\right)\frac{t_1}{2}$, где $t_1 = \frac{2V_1m_2}{p}$.

Упражнения

Упражнение 4.1. Тело массы $m = 2$ кг поднимается по прямой по шероховатой поверхности, составляющей угол 30° с горизонтом. Коэффициент трения $f = 0,4$. На тело действует сила $F = kt + 0,5P$, направленная в сторону движения, параллельно плоскости. Определить величину коэффициента k и начальную скорость тела, направленную вверх по наклонной плоскости, если за первую секунду тело прошло путь $S = 2$ м, а скорость увеличилась вдвое относительно начальной.

Упражнение 4.2. Материальную точку массы $m = 1$ кг, находящуюся на высоте $H = 10$ м над уровнем Земли, бросили под углом $\varphi = 30^\circ$ к горизонту с начальной скоростью V_0 . Свободное движение точки происходит в вертикальной плоскости. Определить начальную скорость V_0 и горизонтальную дальность полета l при падении точки на Землю, если высоту $h = 7$ м она пересекла через 1 с от начала движения.

4.2. Колебания материальной точки

Если материальная точка массой m движется вдоль оси Ox под действием линейной восстанавливающей силы, равной $F = cx$, где c – постоянный коэффициент, x – отклонение точки от положения равновесия, куда поместили начало координат, то дифференциальное уравнение свободных прямолинейных колебаний имеет вид:

$$m\ddot{x} + cx = 0, \text{ или } \ddot{x} + \omega^2 x = 0, \quad \omega^2 = \frac{c}{m},$$

где ω – угловая частота колебаний.

Решение дифференциального уравнения свободных колебаний представляется в виде $x = C_1 \cos \omega t + C_2 \sin \omega t$. Постоянные интегрирования C_1 и C_2 находятся из начальных условий.

Если кроме восстанавливающей силы на материальную точку действует переменная возмущающая сила, колебания точки называются **вынужденными**. В случае гармонического возмущения $Q = H \sin pt$, где H , p – амплитуда и угловая частота возмущающей силы, дифференциальное уравнение вынужденных колебаний материальной точки относительно положения равновесия

$$m\ddot{x} + cx = H \sin pt, \text{ или } \ddot{x} + \omega^2 x = h \sin pt, \quad \omega^2 = \frac{c}{m}, \quad h = \frac{H}{m}$$

где ω – угловая частота собственных колебаний; h – относительная амплитуда возмущающей силы.

Общее решение неоднородного дифференциального уравнения вынужденных колебаний при отсутствии резонанса (частота собственных колебаний точки не совпадает с частотой возмущающей силы $p \neq \omega$) имеет вид:

$x = C_1 \cos \omega t + C_2 \sin \omega t + \frac{h}{\omega^2 - p^2} \sin p t$, а в случае возникновения резонанса

($p = \omega$) определяется формулой: $x = C_1 \cos \omega t + C_2 \sin \omega t - \frac{ht}{2p} \cos p t$. Значения

произвольных постоянных C_1 и C_2 находятся с учётом начальных условий движения.

Колебания груза на двух параллельных пружинах с жесткостью c_1 и c_2 можно рассматривать как колебания груза на одной пружине с эквивалентной жесткостью $c_{\text{экв}} = c_1 + c_2$, где $c_{\text{экв}}$ – жесткость эквивалентной пружины. При последовательном соединении пружин коэффициент жесткости эквивалентной

пружины $c_{\text{экв}} = \frac{c_1 c_2}{c_1 + c_2}$.

Примеры решения задач на колебания точки

Задача 45. Подъёмное устройство (рис. 4.8) опускает груз Q массой $m = 400$ кг в шахту при помощи упругого троса с коэффициентом жесткости $c = 8 \cdot 10^4$ Н/м с постоянной скоростью $V = 10$ м/с. В некоторый момент во время спуска трос защемило в блоке. Пренебрегая массой троса, определить дальнейшее движение груза и найти максимальную силу натяжения троса.

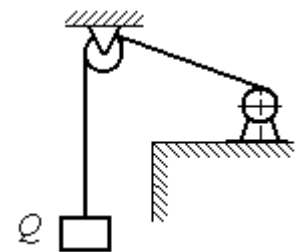


Рис. 4.8. Подъёмное устройство

Решение

После того как произошло защемление троса в обойме блока, вертикальную часть троса длиной ℓ_0 можно рассматривать как пружину с закреплённым верхним концом, а груз – материальной точкой.

Расчетная схема колебаний груза Q на пружине показана на рис. 4.9.

Ось Ox , вдоль которой происходят колебания груза, направлена вертикально вниз. Начало отсчёта координаты x (точка O) выбрано в положении нерастянутой пружины.

На рис. 4.9, *a* положение нерастянутой пружины соответствует положению

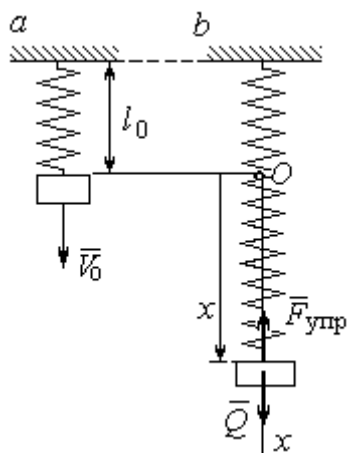


Рис. 4.9. Расчётная схема колебаний груза:
a – положение груза на начало колебаний; *b* – положение груза в произвольный момент времени

груза на тросе в момент его защемления. В произвольном положении груза (рис. 4.9, *b*), обозначенном координатой x , к нему приложены две силы: сила тяжести $\vec{Q}$ и сила упругости пружины $\vec{F}_{\text{упр}}$. Проекция силы упругости пружины на ось Ox : $F_{\text{упр}x} = -c\Delta\ell = -cx$, где $\Delta\ell$ – удлинение пружины. Дифференциальное уравнение движения груза в проекции на ось Ox имеет вид: $m\ddot{x} = Q - cx$. В результате получаем не-

однородное дифференциальное уравнение колебаний:

$$m\ddot{x} + cx = mg \quad \text{или} \quad \ddot{x} + \omega^2 x = g,$$

где ω – угловая частота собственных колебаний, $\omega = \sqrt{\frac{c}{m}} = 14,14$ рад/с.

Решение неоднородного дифференциального уравнения представляется в виде $x = C_1 \cos \omega t + C_2 \sin \omega t + \frac{g}{\omega^2}$, где первые два слагаемых представляют общее решения однородного уравнения, последнее – частное решение неоднородного

Для определения произвольных постоянных C_1 и C_2 используем начальные условия движения: при $t = 0$ груз находился в положении $x = 0$, а его скорость равнялась скорости груза $\dot{x} = V_0 = 10$ м/с. Подставляя значение координаты начального положения груза в общее решение уравнения колебаний, полу-

чим: $C_1 = -\frac{g}{\omega^2} = -0,69$ м. Для определения второй константы вычислим скорость груза: $\dot{x} = -C_1\omega\sin\omega t + C_2\omega\cos\omega t$. Подставив начальное значение скорости груза при $t = 0$, получим: $C_2 = \frac{V_0}{\omega} = 0,71$ м. Окончательно, движение груза после заземления троса в обойме блока описывается уравнением

$$x = -0,69\cos 14,14t + 0,71\sin 14,14t + 0,69.$$

Представим уравнение колебаний в виде $x = A\sin(\omega t + \alpha) + \frac{g}{\omega^2}$, где A – амплитуда собственных колебаний груза $A = \sqrt{C_1^2 + C_2^2}$, α – фаза колебаний; $\operatorname{tg}\alpha = \frac{C_1}{C_2}$. Максимальное растяжение троса равно максимальному значению координаты груза: $x_{\max} = \max\left[A\sin(\omega t + \alpha) + \frac{g}{\omega^2}\right] = A + \frac{g}{\omega^2} = 1,68$ м. Соответственно, максимальное усилие в тросе равно значению силы упругости при максимальном растяжении: $F_{\text{упр max}} = cx_{\max} = 134,4$ кН.

Задача 46. Рабочий орган вибрационной машины представляет собой массивное тело, расположенное на гладкой наклонной плоскости между двумя пружинами (см. рис. 4.10). Угол наклона плоскости к горизонту 60° . Масса груза $m = 9$ кг. Пружины, зажимающие груз, имеют коэффициенты жесткости $c_1 = 300$ Н/м и $c_2 = 600$ Н/м.

В начальный момент груз, когда пружины не деформированы, груз оттягивают вниз по наклонной плоскости на расстояние $\Delta\ell = 0,12$ м и отпускают без начальной скорости.

Найти период колебаний, амплитуду и уравнение движения груза.

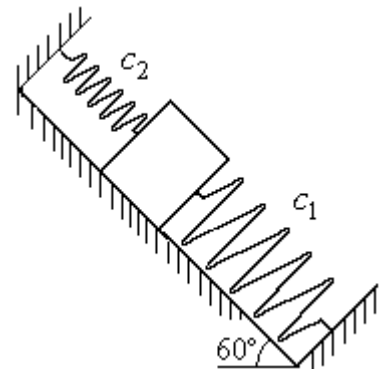


Рис. 4.10. Колебания груза на наклонной плоскости

Решение

Колебания груза, зажатого между двумя пружинами, представим как колебания груза, прикрепленного к одной пружине эквивалентной жёсткости: $c_3 = c_1 + c_2 = 900 \text{ Н/м}$ (рис. 4.11). Ось, вдоль которой происходят колебания, направим вниз по наклонной плоскости. Начало отсчёта координаты груза x

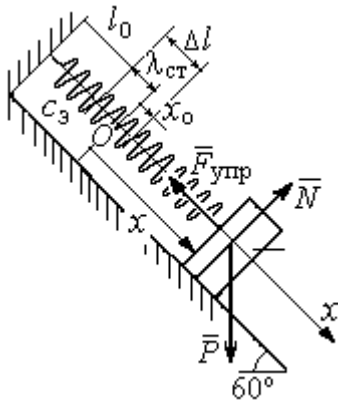


Рис. 4.11. Схема колебаний груза на эквивалентной пружине

выберем в положении его статического равновесия (точка O) (см. рис. 4.11).

Дифференциальное уравнение движения груза в проекции на ось Ox : $m\ddot{x} = P_x - F_{\text{упр}x}$.

Проекция силы упругости пружины на ось Ox :

$F_{\text{упр}x} = -c_3 \Delta l$, где $\Delta l = (x + \lambda_{\text{ст}})$ – удлинение

пружины, включающее её растяжение $\lambda_{\text{ст}}$ относительно положения нерастянутой пружины и

растяжение x относительно начала координат.

Удлинение пружины $\lambda_{\text{ст}}$ определяется из условия равновесия груза на наклонной плоскости в положении статического равновесия:

$$P \cos 30^\circ - F_{\text{упр}} = 0,87mg - c_3 \lambda_{\text{ст}} = 0.$$

Находим $\lambda_{\text{ст}} = \frac{0,87mg}{c_3} = 0,085 \text{ м}$.

Подставляя выражение силы упругости, с учётом условия статического равновесия груза ($0,87mg = c_3 \lambda_{\text{ст}}$), получим дифференциальное уравнение колебаний: $m\ddot{x} = -c_3 x$ или $\ddot{x} + \omega^2 x = 0$, где ω – угловая частота собственных колебаний груза, $\omega = \sqrt{\frac{c_3}{m}} = 10 \text{ рад/с}$.

Общее решение уравнения колебаний $x = C_1 \cos \omega t + C_2 \sin \omega t$.

Для определения произвольных постоянных C_1 и C_2 вычислим начальные условия движения груза.

Координата начального положения груза на оси Ox (см. рис. 4.11) $x_0 = \Delta\ell - \lambda_{\text{ст}} = 0,035$ м. Подставляя значение координаты начального положения груза в общее решение уравнения колебаний при $t = 0$, получим: $C_1 = x_0 = 0,035$ м. Для определения второй константы вычислим скорость груза: $\dot{x} = -C_1\omega_2\sin\omega_2t + C_2\omega_2\cos\omega_2t$. Подставив начальное значение скорости груза: при $t = 0$ $\dot{x} = V_0 = 0$, получим $C_2 = 0$. Окончательно уравнение движения груза относительно его положения статического равновесия $x(t) = 0,035\cos 10t$ м. Амплитуда колебаний $A = 0,035$ м. Период колебаний $T = \frac{2\pi}{\omega} = 0,63$ с.

Задача 47. Пружинный амортизатор состоит из двух одинаковых вертикально стоящих пружин, к верхним концам которых прикреплена невесомая горизонтальная площадка (рис. 4.12). Жёсткость каждой пружины $c = 350$ Н/м. Груз массой $m = 5$ кг падает с высоты $h = 0,3$ м.

Коснувшись площадки, груз начинает двигаться вместе с ней. Определить максимальную осадку амортизатора и уравнение движения груза.

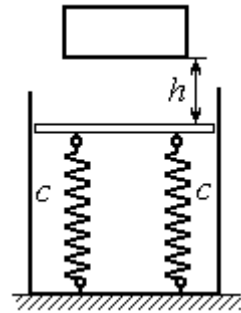


Рис. 4.12. Пружинный амортизатор

Решение

Заменяем две пружины амортизатора одной с жесткостью, эквивалентной двум пружинам: $c_{\text{э}} = 2c = 700$ Н/м. Расчётная схема колебаний груза показана на рис. 4.13. Начало координат оси x (точка O), вдоль которой происходят колебания, выбрано на уровне статического равновесия груза.

При движении (на рис. 4.13, с предполагается движение груза вниз) на груз действуют сила упругости $\vec{F}_{\text{упр}}$ и сила тяжести $\vec{P}$. Уравнение движения груза в проекции на ось x : $m\ddot{x} = P - F_{\text{упр}} = P - c_{\text{э}}\Delta\ell$, где $\Delta\ell$ – удлинение (или сжатие) пружины относительно недеформированного состояния.

В произвольном положении груза, обозначенном координатой x (см. рис. 4.13, c), сжатие пружины относительно её недеформированного состояния

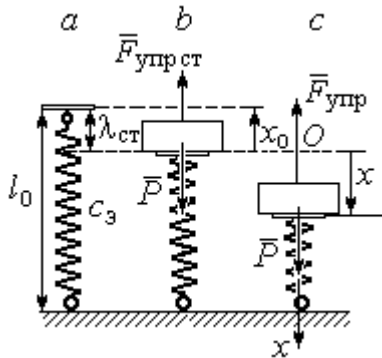


Рис. 4.13. Расчётная схема колебаний на эквивалентной пружине:
 a – недеформированная пружина;
 b – положение статического равновесия груза; c – произвольное положение

(см. рис. 4.13, a) составляет величину: $\Delta l = x + \lambda_{\text{ст}}$. Величина $\lambda_{\text{ст}}$ находится из условия статического равновесия груза, которое выражается равенством (рис. 4.13, b): $P - F_{\text{упр ст}} = P - c_3 \lambda_{\text{ст}} = 0$.

Подставляя это условие в уравнение движения груза, получим дифференциальное уравнение колебаний:

$$m\ddot{x} + c_3 x = 0 \quad \text{или} \quad m\ddot{x} + \omega^2 x = 0, \quad \text{где}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{c_3}{m}} = 11,83 \text{ рад/с} - \text{угловая частота колебаний.}$$

Общее решение однородного уравнения колебаний представляется в виде $x = C_1 \cos \omega t + C_2 \sin \omega t$, где C_1 и C_2 – произвольные постоянные, вычисляемые по начальным условиям движения груза.

По условию задачи груз падает на площадку, установленную на недеформированных пружинах. Это означает, что начальная координата груза при его движении на пружинах соответствует положению недеформированной пружины: $x_0 = -\lambda_{\text{ст}} = -\frac{mg}{c_3} = -0,07 \text{ м}$.

Начальная скорость колебаний груза равна скорости груза при падении его с высоты 1 м. Интегрируя уравнение движения груза во время падения $m\ddot{s} = mg$, где s – путь, пройденный телом, получим зависимость скорости от пройденного пути: $V^2 = 2gs$. Полагая $s = 0,3$, найдём скорость груза при его встрече с площадкой: $V = 2,43 \text{ м/с}$. Проекция начальной скорости колебаний груза на ось x положительна: $V_{0x} = V = 2,43 \text{ м/с}$.

Подставив начальные условия в общее решение уравнения колебаний, получим: $C_1 = x_0 = -0,07$ м; $C_2 = \frac{V_{0x}}{\omega} = 0,2$ м. Окончательно уравнение колебаний груза на амортизаторе $x = -0,07\cos 11,83t + 0,2\sin 11,83t$. Амплитуда колебаний $A = \sqrt{C_1^2 + C_2^2} = 0,21$ м. Проседание амортизатора H отсчитывается от положения нерастянутых пружин: $H = A + \lambda_{ст} = 0,28$ м.

Задача 48. Для регистрации (записи) вертикальных колебаний тяжёлых платформ используется пружинный виброграф (рис. 4.14). Схема действия прибора состоит в следующем. Массивная платформа A совершает вертикальные гармонические колебания по закону $\xi = \xi(t)$. На платформе установлена вертикальная стойка с горизонтальной перекладиной, к которой прикреплена пружина жесткостью c . К нижнему концу пружины подвешен груз P массой m с индикаторной стрелкой B (см. рис. 4.14). Вертикальная шкала индикаторной стрелки закреплена на платформе A . В начальный момент груз на пружине находился в покое в положении статического равновесия. Определить закон колебаний стрелки B вдоль шкалы, если масса груза $m = 1$ кг, жесткость пружины $c = 10$ Н/м, платформа совершает вертикальные колебания по закону $\xi = a \sin pt$ см, где амплитуда $a = 0,02$ м, частота колебаний платформы $p = 7$ рад/с.

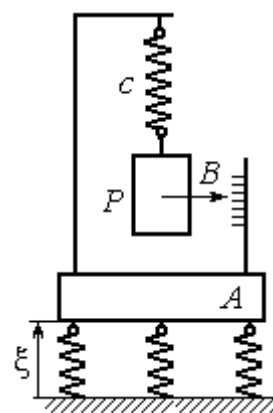


Рис.4.14. Регистратор вертикальных колебаний

Решение

Выберем неподвижную ось x , связанную, например, с неподвижной поверхностью, на которой стоит платформа. Начало координат – точку O выберем на уровне статического равновесия груза на пружине при неподвижной платформе. Произвольное положение груза отмечено координатой x (рис. 4.15).

Растяжение пружины при неподвижной платформе составляет величину $x + \lambda_{\text{ст}}$, где $\lambda_{\text{ст}}$ – удлинение пружины в положении статического равновесия

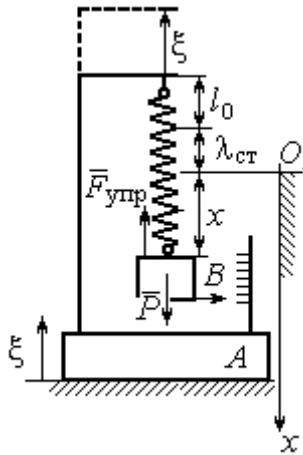


Рис. 4.15. Расчётная схема колебаний груза

груза, определяемое из условия $P - c\lambda_{\text{ст}} = 0$.

Вместе с тем колебание платформы вызывает аналогичное смещение точки подвеса пружины.

В результате растяжение пружины при произвольном положении груза равно сумме:

$$\Delta \ell = (x + \lambda_{\text{ст}} + \xi).$$

На груз действуют сила тяжести $\vec{P}$ и сила упругости пружины $\vec{F}_{\text{упр}}$. Дифференциальное

уравнение движения груза в проекции на ось Ox :

$m\ddot{x} = P_x + F_{\text{упр}x}$, где проекции $P_x = P$, $F_{\text{упр}x} = -c\Delta \ell = -c(x + \lambda_{\text{ст}} + \xi)$. Расчётная

схема колебаний груза показана на рис. 4.15.

С учётом условия статического равновесия груза $P - c\lambda_{\text{ст}} = 0$ получим дифференциальное уравнение вынужденных колебаний груза в виде:

$$\ddot{x} + \omega^2 x = -h \sin pt,$$

где ω – угловая частота собственных колебаний груза, $\omega = \sqrt{\frac{c}{m}} = 3,16$ рад/с;

h – относительная амплитуда вынужденных колебаний, $h = \frac{ca}{m} = 0,2$ м/с²;

p – угловая частота вынужденных колебаний, $p = 7$ рад/с.

Решение уравнения вынужденных колебаний представляется суммой $x = x_1 + x_2$, где x_1 является общим решением однородного уравнения

$\ddot{x}_1 + \omega^2 x_1 = 0$, а x_2 – частное решение уравнения вынужденных колебаний:

$$\ddot{x}_2 + \omega^2 x_2 = -h \sin pt.$$

Решив однородное уравнение, находим: $x_1 = C_1 \cos \omega t + C_2 \sin \omega t$.

При отсутствии резонанса (а в данном случае частота вынужденных колебаний груза не совпадает с частотой собственных $\omega \neq p$) частное решение уравнения вынужденных колебаний ищем в виде $x_2 = b \sin pt$. Подставляя частное решение в уравнение вынужденных колебаний, получим уравнение $-bp^2 \sin pt + \omega^2 b \sin pt = -h \sin pt$, откуда находим коэффициент: $b = \frac{h}{p^2 - \omega^2}$.

В результате общее решение уравнения колебаний принимает вид:

$$x = x_1 + x_2 = C_1 \cos \omega t + C_2 \sin \omega t + \frac{h}{p^2 - \omega^2} \sin pt,$$

где константы C_1 и C_2 подлежат определению.

В начальный момент груз находился на пружине в положении статического равновесия, и потому его начальная координата и скорость равны нулю. Подставляя значение координаты начального положения груза в общее решение уравнения вынужденных колебаний при $t = 0$, получим $C_1 = 0$. Для определения второй константы вычислим скорость груза в произвольный момент времени: $\dot{x} = -C_1 \omega \sin \omega t + C_2 \omega \cos \omega t + \frac{hp}{p^2 - \omega^2} \cos pt$. Подставив начальное значение скорости груза, найдём $C_2 = -\frac{hp}{\omega(p^2 - \omega^2)} = -0,01$ м.

Таким образом, колебания груза относительно неподвижной системы координат описываются уравнением $x = -0,01 \sin 3,16t + 0,05 \sin 7t$ и представляют абсолютное движение груза. Для того чтобы найти закон движения груза относительно платформы – относительное движение, нужно из его абсолютного движения исключить переносное – колебания платформы. Поскольку стрелка прибора закреплена на грузе, а шкала – на платформе, то закон движения стрелки относительно шкалы:

$$x_r = x - \xi = -0,01 \sin 3,16t + 0,05 \sin 7t - 0,02 \sin 7t = -0,01 \sin 3,16t + 0,03 \sin 7t.$$

Упражнения

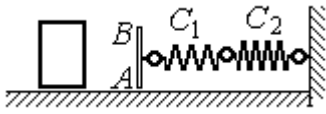


Рис. 4.16. Схема движения груза

Упражнение 4.3. Груз массы $m = 0,5$ кг, получив начальную скорость $V_0 = 6$ м/с, движется по горизонтальной поверхности, испытывая силу сопротивления, равную по величине $F = kV$ и направленную в сторону, противоположную движению. Через 1 с груз соединяется с невесомой вертикальной площадкой AB и продолжает движение вместе с ней, уже без сопротивления. К площадке прикреплены две горизонтальные последовательно соединённые пружины жёсткостью $C_1 = 120$ и $C_2 = 40$ Н/м (рис. 4.16).

Найти величину максимального сжатия пружины, если $k = 0,5$ Н/м/с. Определить закон движения груза.

Упражнение 4.4. Груз массы $m = 1$ кг прикреплен к конструкции, состоящей из трёх вертикальных пружин одинаковой жёсткости $C = 160$ Н/м (рис. 4.17), и находится в равновесии. В некоторый момент времени грузу сообщают скорость $V = 4$ м/с, направленную вверх.

Найти амплитуду и частоту колебаний груза.

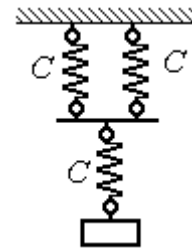


Рис. 4.17. Схема крепления груза на пружинах

4.3. Теорема об изменении кинетической энергии точки

Работой постоянной по величине и направлению силы $\vec{F}$ на прямолинейном перемещении точки приложения силы M (рис. 4.18) называется ска-

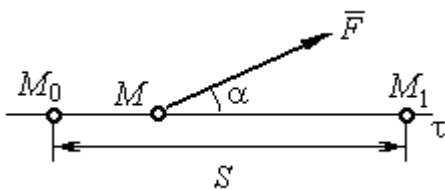


Рис. 4.18. Работа постоянной силы на прямолинейном участке

лярная величина $A(\vec{F}) = FS \cos \alpha$, где F – модуль силы; S – конечное перемещение точки приложения силы; α – угол между направлением вектора силы и направлением перемещения точки приложения силы.

Работа силы тяжести материальной точки при перемещении её из положения M_0 в положение M_1 равна произведению $A_{(M_0 M_1)} = \pm Ph$, где P – величина силы тяжести точки; h – вертикальное перемещение точки (рис. 4.19).

Работа силы тяжести положительна, если начальная точка движения выше конечной (см. рис. 4.19, *a*), и отрицательна, если начальная точка ниже конечной (см. рис. 4.19, *b*).

Работа силы упругости пружины при перемещении вдоль линии действия силы из положения недеформированной пружины на

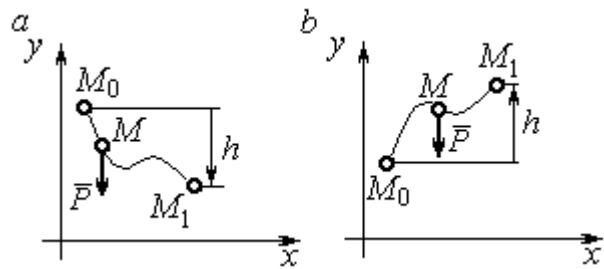


Рис. 4.19. Работа силы тяжести:
a – перемещение точки сверху вниз;
b – перемещение точки снизу вверх

расстояние h определяется формулой $A(\vec{F}_{\text{упр}}) = -\frac{ch^2}{2}$, где c – коэффициент жесткости (или жёсткость) пружины.

Кинетической энергией материальной точки называется скалярная величина $T = \frac{1}{2}mV^2$, где m – масса точки; V – её скорость.

Теорема об изменении кинетической энергии точки. Изменение кинетической энергии материальной точки при переходе её из начального положения в текущее равно алгебраической сумме работ всех действующих на неё сил: $\frac{mV_1^2}{2} - \frac{mV_0^2}{2} = \sum A_{(M_0M_1)}$, где V_0, V_1 – скорость точки в начальном положении M_0 и в положении M_1 ; $\sum A_{(M_0M_1)}$ – сумма работ всех сил, действующих на точку, при перемещении её из положения M_0 в положение M_1 . При несвободном движении точки в сумму работ сил войдёт и работа реакций связи.

Для определения реакций связи при несвободном движении точки используются уравнения движения в проекциях на оси естественной системы координат – касательную и нормальную: $m \frac{dV}{dt} = \sum F_\tau$, $m \frac{V^2}{\rho} = \sum F_n$, где $\sum F_\tau$, $\sum F_n$ – суммы проекций сил на касательную и нормальную оси естественной системы координат, ρ – радиус кривизны траектории точки.

Примеры решения задач с использованием теоремы об изменении кинетической энергии точки

Задача 49. Подъёмное устройство в шахте опускает груз массой 500 кг с постоянной скоростью $V_0 = 6$ м/с. После обрыва каната подъёмника срабатывает предохранительное устройство, которое создаёт силу трения между лифтом подъёмного устройства и стенками шахты. Какую силу трения, считая её постоянной, должно создать предохранительное устройство, чтобы остановить лифт на протяжении пути 10 м.

Решение

Рассмотрим падение груза после обрыва каната подъёмника. На груз действуют сила тяжести $\vec{P}$ и сила трения $\vec{F}_{\text{тр}}$, направленная в сторону, противоположную движению. Считая груз материальной точкой, составим уравнение теоремы об изменении кинетической энергии точки. Получим выражение

$$\frac{mV^2}{2} - \frac{mV_0^2}{2} = Ps - F_{\text{тр}}s,$$
 где V_0, V – скорость груза в начале движения (сразу после обрыва каната) и в конце; s – путь, проходимый грузом за время движения. В конце движения груз должен остановиться, то есть $V = 0$. Тогда уравнение теоремы об изменении кинетической энергии точки принимает вид:

$$-\frac{mV_0^2}{2} = (P - F_{\text{тр}})s,$$
 откуда находим требуемую для остановки груза силу трения:

ния: $F_{\text{тр}} = P + \frac{mV_0^2}{2s}$. Подставляя условия задачи, получим: $F_{\text{тр}} = 5,81$ кН

Задача 50. Тонкий стержень, расположенный в вертикальной плоскости, состоит из двух дуг сопряженных окружностей радиусов $R = 1$ м и $r = 0,5$ м (рис. 4.20). Линия OO_1 , соединяющая центры окружностей, составляет с горизонтом угол 30° . На стержень надет шарик весом $P = 10$ Н. В точке A , положение которой на дуге радиуса R определяется углом $\alpha = 60^\circ$, шарик сообщают начальную скорость V_0 , после чего он скользит по стержню без трения. Опре-

делить значение начальной скорости, при которой шарик достигнет наивысшей точки B со скоростью, равной половине начальной. При найденном значении начальной скорости рассчитать давление шарика на стержень в точке C , положение которой на дуге радиуса r определяется углом $\beta = 90^\circ$ относительно линии центров.

Решение

При движении шарика по стержню без трения на него действуют сила тяжести $\vec{P}$ и реакция опоры $\vec{N}$. При этом работу совершает только сила тяжести шарика. Реакция гладкой поверхности стержня в любой момент времени перпендикулярна поверхности стержня и потому её работа равна нулю.

По теореме об изменении кинетической энергии точки при движении её

из начального положения A в положение B имеем равенство:

$$\frac{mV_B^2}{2} - \frac{mV_A^2}{2} = A(P) = -Ph_{(AB)},$$

где $h_{(AB)}$ – перепад высот точек B и A ,

$$h_{(AB)} = R + DO + r = \frac{3}{2}(R + r) \text{ (см. рис. 4.21);}$$

V_A, V_B – скорость шарика в точках A и B ,

причём $V_A = V_0, V_B = 0,5V_0$.

В результате уравнение, составленное на основании теоремы об изменении

кинетической энергии, принимает вид: $\frac{3V_0^2}{8} = g\frac{3}{2}(R + r)$, откуда

$$V_0 = 2\sqrt{(R + r)g} = 7,67 \text{ м/с.}$$

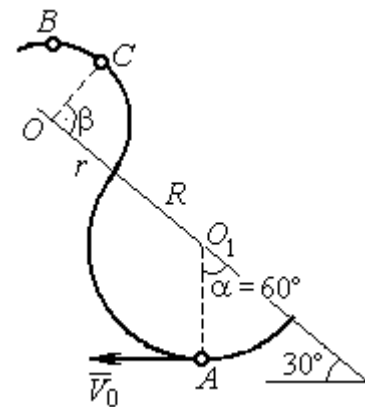


Рис. 4.20. Движение шарика по изогнутому стержню

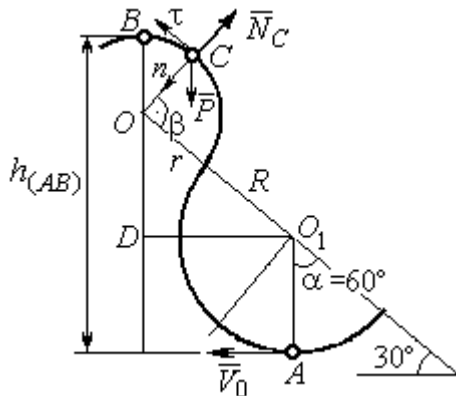


Рис. 4.21. Расчётная схема движения шарика

На рис. 4.21 показаны силы, приложенные к шарiku, в момент, когда он находится в точке C . Проведём в точке C оси естественной системы координат – касательную $C\tau$ и нормаль Cn . Уравнение движения шарика в проекции на нормальную ось имеет вид: $m \frac{V_C^2}{r} = P \cos 30^\circ - N_C$, откуда найдём реакцию N_C .

Для определения скорости шарика в точке C воспользуемся теоремой об изменении кинетической энергии точки при движении шарика из положения C в положение B . Получим равенство $\frac{mV_B^2}{2} - \frac{mV_C^2}{2} = -Ph_{(CB)}$, где $h_{(CB)}$ – перепад высот при движении шарика из начального положения C в положение B . С учётом известных значений $V_B = 0,5 V_0 = 3,84$ м/с и $h_{(CB)} = r \cos 30^\circ = 0,43$ м получим: $V_C = \sqrt{V_B^2 + 2gh_{(CB)}} = 4,82$ м/с.

Из уравнения движения шарика находим реакцию опоры $N_C = P \cos 30^\circ - m \frac{V_C^2}{r} = -38,7$ Н.

Отрицательное значение реакции опоры шарика показывает, что фактическое направление реакции противоположно тому, как показано на рис. 4.21. Искомое давление шарика на трубку равно модулю реакции опоры.

Задача 51. Желоб состоит из шероховатой наклонной прямой AB и гладкой дуги окружности радиуса $r = 0,8$ м, сопряжённых в точке B так, что прямая AB является касательной к окружности в точке B (рис. 4.22). Положение точки B на дуге задаётся углом 30° относительно вертикального диаметра окружности. Тяжёлый шарик массой $m = 0,5$ кг начинает движение из точки A со скоростью $V_0 = 0,2$ м/с.

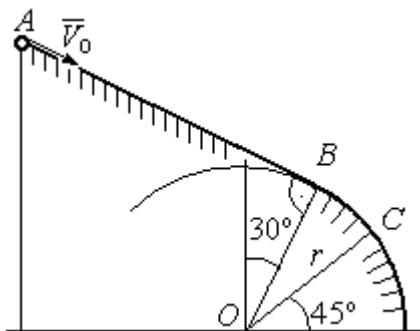


Рис. 4.22. Движение точки по составному желобу

Какой длины S должен быть желоб AB ,

чтобы шарик оторвался от окружности в точке C , определяемой углом 45° относительно горизонтального диаметра, если при движении по прямой AB шарик испытывает сопротивление скольжения с коэффициентом трения $f = 0,4$.

Решение

Рассмотрим движение шарика по дуге окружности. Проведём в точке C оси естественной системы координат – касательную $C\tau$ и нормаль Cn (рис. 4.23). На шарик действуют сила тяжести $\vec{P}$, реакция $\vec{N}_C$ опоры в точке C . Уравнение движения шарика в проекции на ось Cn имеет вид:

$m \frac{V_C^2}{r} = P \cos 45^\circ - N_C$, где V_C – скорость шарика в точке C . Реакция опоры

$$N_C = P \cos 45^\circ - m \frac{V_C^2}{r}.$$

В момент отрыва шарика в точке C реакция опоры обращается в ноль: $N_C = 0$. В результате получаем уравнение $V_C^2 = rg \cos 45^\circ$, из которого находим скорость шарика в момент его отрыва от опоры: $V_C = 2,36$ м/с.

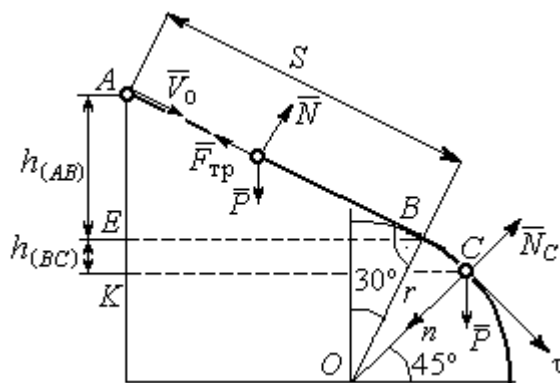


Рис. 4.23. Расчётная схема движения точки

Рассмотрим движение шарика из начального положения A в положение C . На шарик действуют сила тяжести $\vec{P}$, нормальная реакция опоры $\vec{N}$ и, при движении по наклонной прямой AB , сила трения $\vec{F}_{\text{тр}}$ (см. рис. 4.23). Работу совершают сила тяжести шарика и сила трения. Реакция опоры $\vec{N}$ и в том и другом случае перпендикулярна траектории движения, и её работа равна нулю.

Составим уравнение теоремы об изменении кинетической энергии точки

$\frac{mV_C^2}{2} - \frac{mV_A^2}{2} = Ph_{(AC)} - F_{\text{тр}}S$, где S – длина участка AB ; $h_{(AC)}$ – перепад высот на участке AC (см. рис. 4.23); $h_{(AC)} = h_{(AB)} + h_{(BC)} = S \sin 30^\circ + r(\cos 30^\circ - \cos 45^\circ)$.

Модуль силы трения: $F_{\text{тр}} = fN$. Для того чтобы найти реакцию N опоры шарика на наклонную поверхность желоба AB , составим проекцию уравнения движения шарика на ось y , перпендикулярную AB (на рис. 4.23 не показана). Получим: $m\ddot{y} = N - P\cos 30^\circ = 0$. Отсюда $N = P\cos 30^\circ$ и сила трения $F_{\text{тр}} = fP\cos 30^\circ$.

Из уравнения теоремы об изменении кинетической энергии точки найдём выражение для определения длины S участка AB :

$$\frac{V_C^2 - V_A^2}{2g} = S\sin 30^\circ + r(\cos 30^\circ - \cos 45^\circ) - fPS\cos 30^\circ,$$

откуда получим $S = 1$ м.

Задача 52. Груз подвешен на нити длиной $l = 1$ м, закреплённой в непо-

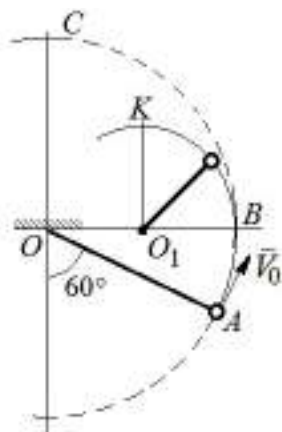


Рис. 4.24. Схема движения груза на нити

движной точке O (рис. 4.24). В начальный момент груз находился в положении A , при котором линия OA составляет с вертикалью угол 60° . В этом положении грузу сообщают начальную скорость $\vec{V}_0$, перпендикулярно нити. Достигнув горизонтального положения, нить, натянутая грузом, встречает препятствие в виде тонкой проволоки в точке O_1 , расположенной на середине длины нити, и дальше

навивается на неё.

Какую минимальную начальную скорость нужно сообщить грузу в точке A , чтобы после встречи нити с проволокой в O_1 груз проскочил верхнюю точку траектории K . На какую максимальную высоту (относительно горизонтального диаметра OB) поднимется груз, двигаясь из той же точки A и с той же начальной скоростью, если нить будет двигаться беспрепятственно. Определить скачок натяжения нити в точке B при переходе груза с одной траектории на другую.

Решение

Построим оси естественной системы координат $nK\tau$ в точке K траектории – окружности радиуса $0,5l$ с

центром O_1 (рис. 4.25, *a*). Во время движения на груз действуют сила тяжести и реакция нити. Уравнение движения груза в проекции на ось Kn имеет вид:

$$m \frac{V_K^2}{r} = P + N_K, \text{ где } V_K \text{ – скорость}$$

груза в точке K ; N_K – реакция нити; r – радиус окружности движения груза;

$r = 0,5l$. Из уравнения движения находим реакцию нити: $N_K = m \frac{2V_K^2}{l} - P$.

Так как нить представляет собой гибкую связь, то условием достижимости грузом точки K является требование, что при движении нить должна быть натянута, иначе говоря, всюду во время движения должно выполняться неравенство $N_K \geq 0$. С учётом уравнения движения груза это приводит к неравенству, выражающему требование к скорости в конечной точке: $V_K^2 \geq \frac{1}{2}gl$.

Скорость груза в точке K найдём на основании теоремы об изменении кинетической энергии точки при движении груза из положения A в положение K . Имеем равенство

$$\frac{mV_K^2}{2} - \frac{mV_0^2}{2} = -Ph_{(AK)}, \text{ где } h_{(AK)} \text{ – перепад высот точек } A \text{ и } K;$$

$h_{(AK)} = l$ (см. рис. 4.25, *a*). Решая полученное уравнение, найдём зависимость скорости груза в точке K от начальной: $V_K^2 = V_0^2 - 2gl$. С учётом выполнения неравенства натяжения нити получим: $V_0 \geq \sqrt{\frac{5}{2}gl}$.

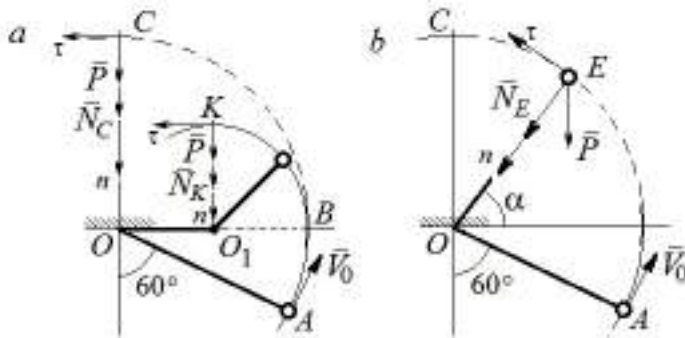


Рис. 4.25. Расчётная схема движения груза:
a – нить навивается на препятствие;
b – свободное движение

При минимальной начальной скорости $V_0 = \sqrt{\frac{5}{2}gl}$ груз достигает верхней точки K . Однако, натяжение нити в точке K обращается в нуль: $N_K = 0$ и нить в этом месте перестаёт быть натянутой. Груз продолжает движение, но уже в виде свободного падения с начальной скоростью $V_K = \sqrt{\frac{1}{2}gl}$.

Определим, на какую высоту поднимется груз из положения A с минимальной начальной скоростью $V_0 = \sqrt{\frac{5}{2}gl}$, если нить движется беспрепятственно (см. рис. 4.25, b). Построим в точке E оси естественной системы координат $nE\tau$ аналогично тому, как это было сделано в точке K . Уравнение движения груза в проекции на ось En имеет вид: $m \frac{V_E^2}{l} = P \sin \alpha + N_E$, где V_E – скорость груза в точке E ; N_E – проекция реакции нити на нормальную ось.

Для определения скорости груза в точке E составим уравнение теоремы об изменении кинетической энергии точки при движении груза из начального положения A в положение E . Получим: $\frac{mV_E^2}{2} - \frac{mV_0^2}{2} = -Ph_{(AE)}$, где $h_{(AE)}$ – перепад высот точек A и E ; $h_{(AE)} = \frac{l}{2} + l \sin \alpha$ (см. рис. 4.25, b). Решая полученное уравнение относительно скорости V_E при заданной начальной скорости $V_0 = \sqrt{\frac{5}{2}gl}$, найдём: $mV_E^2 = \frac{3}{2}mgl - 2mgl \sin \alpha$. С другой стороны, из уравнения движения груза (учитывая, что в точке E натяжение нити равно нулю: $N_E = 0$) получим: $mV_E^2 = Pl \sin \alpha$. Приравнявая выражения, получим $\sin \alpha = \frac{1}{2}$. Высота подъёма относительно горизонтального радиуса составляет $\frac{1}{2}l$.

Для определения скачка натяжения нити при переходе груза в точке B с окружности радиуса l на окружность радиуса $\frac{1}{2}l$, т. е. в момент, когда нить начинает навиваться на проволоку, напишем проекции уравнения движения груза на нормальную ось в точке B . Получим для малой окружности $\frac{2mV_B^2}{l} = N_B$ и для большой $\frac{mV_B^2}{l} = N'_B$, где N_B и N'_B – проекции реакции нити в точке B при движении груза по окружности радиусов $\frac{1}{2}l$ и l . Из уравнений видно, что переход груза с большой окружности на малую вызывает двукратное увеличение натяжения нити: $N'_B = \frac{3}{2}mg$, $N_B = 3mg$.

Задача 53. Шарик массой $m = 0,5$ кг движется в вертикальной плоскости из положения A внутри трубки, которая состоит из полуокружности AB радиуса $R = 0,6$ м и прямолинейного участка BD , сопряжённого в точке B с окружностью (рис. 4.26). Диаметр полуокружности AB составляет с горизонталью угол 60° . Начальная скорость шарика $V_0 = 5$ м/с. В конце кругового участка в точке B шарик упирается в недеформированную пружину жесткостью $c = 100$ Н/м. Найти величину S максимального сжатия пружины.

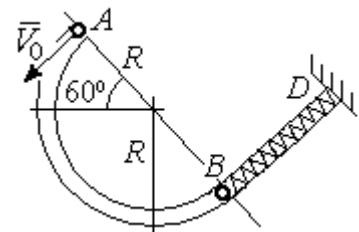


Рис. 4.26. Схема движения шарика

Решение

Найдём скорость шарика в точке B . Для этого составим уравнение теоремы об изменении кинетической энергии точки при движении шарика из начального положения A в положение B . Получим:

$$\frac{mV_B^2}{2} - \frac{mV_A^2}{2} = A(P) = Ph_{(AB)}, \quad \text{где } h_{(AB)} - \text{перепад высот точек } A \text{ и } B,$$

$$h_{(AB)} = 2R \sin 60^\circ = 1,04 \text{ м (рис. 4.27).}$$

Решая уравнение, найдём скорость шарика в точке B :

$$V_B = \sqrt{V_A^2 + 2gh_{(AB)}} = 6,74 \text{ м/с}.$$

Для того, чтобы найти величину максимального сжатия пружины, рассмотрим движение шарика на прямолинейном отрезке трубки BD . На этом отрезке работу совершают сила тяжести шарика и сила упругости пружины, приложенные к шарiku (см. рис. 4.27).

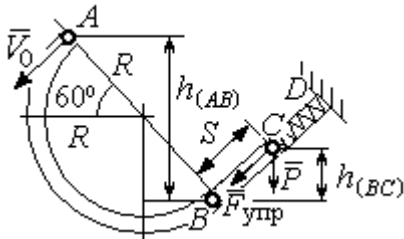


Рис. 4.27. Расчетная схема движения шарика

Обозначим S – максимальное сжатие пружины, равное BC . На основании теоремы об изменении кинетической энергии точки, применённой к движению шарика на от-

резке BC , имеем уравнение
$$\frac{mV_C^2}{2} - \frac{mV_B^2}{2} = A(P) + A(F_{\text{упр}}) = -Ph_{(BC)} - \frac{cS^2}{2},$$

где $h_{(BC)}$ – перепад высот точек B и C ; $h_{(BC)} = S \sin 30^\circ = 0,5S$ (см. рис. 4.27).

В точке C максимального сжатия пружины скорость шарика обращается в нуль: $V_C = 0$. Подставляя это условие, с учётом $V_B = 6,74 \text{ м/с}$, получим уравнение для определения величины максимального сжатия пружины: $S^2 + 0,05S - 0,23 = 0$.

Выбирая положительный корень уравнения, находим: $S = 0,45 \text{ м}$.

Упражнения

Упражнение 4.5. Лётчик в самолёте пикирует из точки A по прямой, составляющей с горизонтом угол φ , с начальной скоростью V_0 . Пройдя расстояние $AB = l$, самолёт продолжает движение по дуге окружности радиуса R , сопряженной с прямой AB в точке B (рис. 4.28).

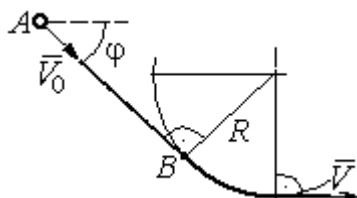


Рис. 4.28. Схема движения самолёта

Каким должен быть радиус окружности, чтобы в точке C – выхода самолёта на горизонтальный полёт – сила давления человека на корпус самолёта не превосходила его тройной вес.

Упражнение 4.6. Пружина жесткостью $C = 100$ Н/м, сжатая из недеформированного состояния на расстояние $KA = a = 0,3$ м, выталкивает шарик массой $m = 0,5$ кг, который отделяется от неё в точке K и продолжает движение в трубке по дуге KCB , окружности радиуса $R = 1$ м, затем – по горизонтальному участку BD . Определить давление шарика на трубку в точке C . Какой путь пройдёт шарик до остановки по прямой BD , если здесь на него действует сила трения с коэффициентом $f = 0,4$.

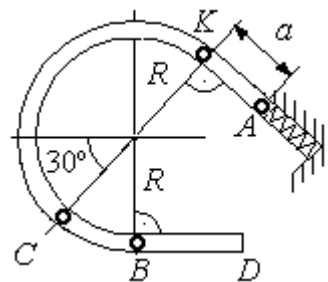


Рис. 4.29. Схема движения шарика в трубке

5. ОБЩИЕ ТЕОРЕМЫ ДИНАМИКИ СИСТЕМЫ

5.1. Теорема о движении центра масс системы

Центром масс системы материальных точек называют точку C , координаты которой x_C, y_C, z_C удовлетворяют равенствам:

$$mx_C = \sum m_k x_k, \quad my_C = \sum m_k y_k, \quad mz_C = \sum m_k z_k,$$

где m – масса системы: $m = \sum m_k$; m_k, x_k, y_k, z_k – массы и координаты материальных точек системы.

Теорема о движении центра масс системы. Центр масс механической системы движется как материальная точка с массой, равной массе системы, и к которой приложены внешние силы, действующие на систему: $m\vec{a}_C = \sum \vec{F}_k^e$, где $\vec{a}_C$ – вектор ускорения центра масс системы; $\sum \vec{F}_k^e$ – сумма всех внешних сил, действующих на систему.

Пример решения задач на применение теоремы о движении центра масс

Задача 54. Груз 1, находящийся на верхнем основании прямоугольной пирамиды $ABCD$, соединен с грузом 2 нерастяжимой нитью, перекинутой через

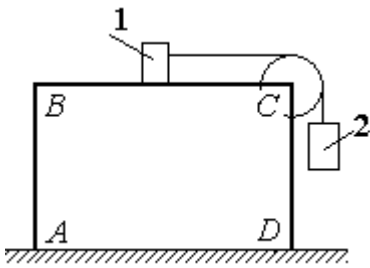


Рис. 5.1. Пирамида с системой подвижных грузов

блок C (рис. 5.1). Определить перемещение пирамиды, если груз 2 опустился на высоту 1 м. Масса груза 1 $m_1 = 15$ кг, груза 2 $m_2 = 20$ кг, пирамиды $m = 50$ кг. Трение при движении груза 1 по пирамиде и пирамиды по горизонтальной поверхности не учитывать.

Решение

Рассматриваем механическую систему, состоящую из двух грузов, соединённых нерастяжимой нитью, блока C и пирамиды $ABCD$.

Внешние силы, приложенные к системе: силы тяжести грузов и пирамиды – $\vec{P}_1, \vec{P}_2, \vec{P}$ и нормальная реакция $\vec{N}$ опоры поверхности, на которой стоит пирамида. Направления векторов внешних сил показаны на рис. 5.2.

Выберем неподвижную систему координат Axy , как показано на рис. 5.2. Все внешние силы, действующие на механическую систему, вертикальны, поэтому дифференциальное уравнение, составленное на основании теоремы о движении центра масс механической системы в проекции на ось Ax , имеет вид:

$$(m + m_1 + m_2)\ddot{x}_C = P_{1x} + P_{2x} + P_x + N_x = 0$$

$$\text{или } \ddot{x}_C = 0,$$

где x_C – координата центра масс системы.

Проинтегрировав его дважды, получим закон движения центра масс системы: $x_C = C_1 t + C_2$, где константы интегрирования C_1 и C_2 находятся из начальных условий. Предположим, в начальный момент движение в механической системе отсутствовало и координата центра масс системы была равна x_{C0} (на рис. 5.2, a не показана), то есть при $t = 0$ $x_C(0) = x_{C0}$ и $\dot{x}_C(0) = 0$. Подставляя начальные

условия, получим: $C_1 = 0$, $C_2 = x_{C0}$. В результате закон движения центра масс системы имеет вид: $x_C = x_{C0}$. Последнее означает, что при любом перемещении тел в системе координата центра масс системы на оси Ax остаётся постоянной, равной своему начальному значению.

Предположим, в начальный момент времени груз 1 находился у левого края призмы, как показано на рис. 5.2, a .

Начальная координата x_{C0} центра масс системы находится из равенства $(m_1 + m_2 + m)x_{C0} = \sum m_k x_k = m_1 \cdot 0 + m_2 l_2 + ml$, где l_2 – расстояние от начала координат до линии действия силы тяжести груза 2 (координата центра масс гру-

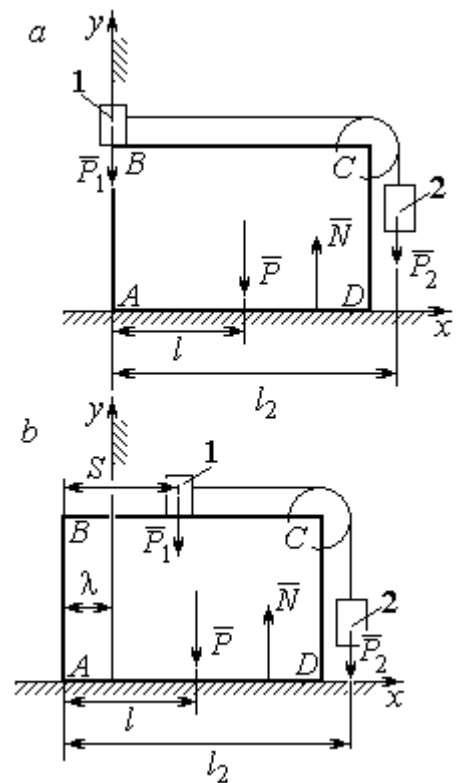


Рис. 5.2. Расчётная схема перемещения пирамиды: a – начальное положение; b – положение пирамиды при перемещении грузов на расстояние S

за 2 на оси Ax); l – аналогичное расстояние до линии действия силы тяжести пирамиды (см. рис. 5.2, a). Тогда начальная координата центра масс системы:

$$x_{C0} = \frac{m_2 l_2 + m l}{(m_1 + m_2 + m)}.$$

Положение грузов в системе, после того как груз 1 переместился на расстояние S , и положение призмы показано на рис. 5.2, b . На рисунке отмечено, что при перемещении груза 1 вправо на расстояние S призма $ABCD$ сместилась влево на расстояние λ . Координата x_{C1} центра масс для нового положения системы определяется из равенства:

$$(m_1 + m_2 + m)x_{C1} = m_1(S - \lambda) + m_2(l_2 - \lambda) + m(l - \lambda).$$

Выражая отсюда координату x_{C1} и приравнявая её начальному значению координаты центра масс $x_{C0} = x_{C1}$, найдём перемещение пирамиды

$$\lambda = \frac{m_1 S}{(m_1 + m_2 + m)}.$$

Подставляя данные задачи, получим $\lambda = 0,18$ м.

5.2. Теорема об изменении кинетического момента системы относительно оси

Момент инерции однородного диска радиусом R , массой m относительно оси z , проходящей через центр масс перпендикулярно плоскости диска:

$$J_z = \frac{1}{2} m R^2.$$

Для неоднородных тел момент инерции относительно оси z вы-

числяется по формуле: $J_z = m i_z^2$, где i_z – радиус инерции тела.

Кинетическим моментом (моментом количества движения) системы относительно неподвижной оси z называется величина, равная сумме моментов количеств движения точек относительно этой оси $\vec{L}_z = \sum M_z(m_k \vec{V}_k)$.

Для твёрдого тела, вращающегося вокруг неподвижной оси z , кинетический момент: $L_z = J_z \omega$, где J_z и ω – момент инерции и угловая скорость

тела. **Теорема об изменении кинетического момента системы относительно оси.** Производная по времени от кинетического момента системы относительно неподвижной оси z равна сумме моментов внешних сил относительно той же

оси:
$$\frac{dL_z}{dt} = \sum M_z(\vec{F}_k^e).$$

Примеры решения задач на применение теоремы об изменении кинетического момента системы

Задача 55. Для подъёма груза используется лебёдка со ступенчатым барабаном и противовесом. Груз 1 массой m_1 поднимается на канате, навитом на барабан 2 массой m_2 радиуса R . Противовес 3 массой m_3 прикреплён к канату, который навит на малую ступень барабана радиуса r (рис. 5.3). Радиус инерции барабана относительно оси вращения i_z . На барабан действует постоянный момент сил сопротивления $M_c = 60 \text{ Н}\cdot\text{м}$. В начале движения к барабану лебёдки прикладывается вращающий момент, пропорциональный времени: $M_{вр} = 620 + 30t \text{ Н}\cdot\text{м}$, который через 2 с отключается. Определить, на какую высоту поднимется груз, если движение началось из состояния покоя. Массы грузов и барабана: $m_1 = 100 \text{ кг}$, $m_2 = 50 \text{ кг}$, $m_3 = 20 \text{ кг}$. Радиусы ступеней барабана и радиус инерции: $R = 0,6 \text{ м}$; $r = 0,4 \text{ м}$; $i_z = 0,5 \text{ м}$.

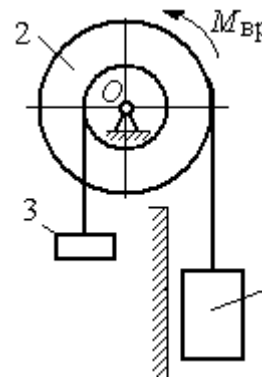


Рис. 5.3. Барабан лебёдки с грузом и противовесом

Решение

Решение следует рассматривать на двух этапах. На первом груз поднимается под действием вращающего момента, на втором – по инерции.

Рассмотрим механическую систему, состоящую из груза 1, барабана 2 и противовеса 3. На систему действуют силы тяжести груза $\vec{P}_1$, барабана $\vec{P}_2$, противовеса $\vec{P}_3$, реакция шарнира $\vec{R}$, пара сил с моментом, равным моменту вра-

щения $M_{вр}$, и пара сил с моментом сопротивления M_c . Направления векторов

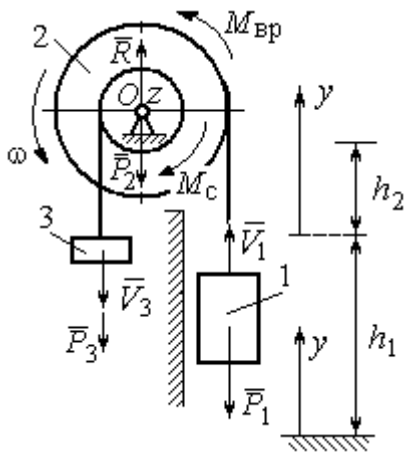


Рис. 5.4. Силы, действующие на систему во время движения

сил и моментов показаны на рис. 5.4. Выберем начало оси y , вдоль которой поднимается груз на первом участке движения, в точке начала движения (см. рис. 5.4).

Воспользуемся теоремой об изменении кинетического момента системы относительно оси z , проходящей через центр O :

$$\frac{dL_z}{dt} = \sum M_z(\vec{F}_k^e).$$

Кинетический момент системы относительно оси z равен сумме кинетических моментов барабана, груза и противовеса: $L_z = L_z^{бар} + L_z^{гр} + L_z^{пр}$. Кинетический момент барабана, вращающегося вокруг неподвижной оси z : $L_z^{бар} = J_z \omega$, где J_z – момент инерции барабана относительно оси z , $J_z = m_2 i_z^2$; ω – угловая скорость барабана. Рассматривая груз и противовес как материальные точки, найдём их кинетические моменты относительно оси z : $L_z^{гр} = M_z(m_1 \vec{V}_1) = m_1 V_1 R$; $L_z^{пр} = M_z(m_3 \vec{V}_3) = m_3 V_3 r$.

Суммарный кинетический момент системы:

$$L_z = L_z^{бар} + L_z^{гр} + L_z^{пр} = m_2 i_z^2 \omega + m_1 V_1 R + m_3 V_3 r.$$

Выразим скорости груза 1 и противовеса 3 через угловую скорость барабана: $V_1 = \omega R$, $V_3 = \omega r$ – и подставим их в выражение кинетического момента.

$$\text{Получим } L_z = (m_2 i_z^2 + m_1 R^2 + m_3 r^2) \omega = (m_2 i_z^2 + m_1 R^2 + m_3 r^2) \frac{V_1}{R}.$$

Суммарный момент внешних сил относительно оси z

$$\sum M_z(\vec{F}_k^e) = M_{вр} - M_c - P_1 R + P_3 r.$$

Дифференциальное уравнение движения груза:

$$(m_2 i_z^2 + m_1 R^2 + m_3 r^2) \frac{dV_1}{dt} = (M_{вр} - M_c - P_1 R + P_3 r) R,$$

или с учётом данных задачи $\frac{dV_1}{dt} = 0,58 + 0,35t$.

Дважды интегрируя это уравнение с нулевыми начальными условиями, найдём скорость груза V_1 и проходимый им путь y как функции времени:

$$V_1(t) = 0,58t + 0,175t^2; \quad y(t) = 0,29t^2 + 0,058t^3.$$

Из уравнений движения найдём: при $t = 2$ с (конец первого участка) груз поднялся на высоту $h_1 = y(2) = 1,62$ м и имел скорость $V_1 = V_1(2) = 1,86$ м/с.

На втором участке движения груз продолжает подниматься вверх. Уравнение движения груза здесь аналогично первому участку, за исключением вращающего момента (см. рис. 5.4):

$$(m_2 i_z^2 + m_1 R^2 + m_3 r^2) \frac{dV_1}{dt} = (-M_c - P_1 R + P_3 r) R, \text{ или } \frac{dV_1}{dt} = -6,61.$$

Представим ускорение груза в виде: $\frac{dV_1}{dt} = \frac{dV_1 dy}{dy dt} = V_1 \frac{dV_1}{dy}$. Теперь урав-

нение движения груза на втором участке имеет вид: $V_1 \frac{dV_1}{dy} = -6,61$. Интегрируя

его, получим зависимость скорости груза от пройденного пути

$\frac{V_1^2}{2} = -6,61y + C_3$. Выберем начало второго участка на высоте h_1 . Из началь-

ных условий движения груза: при $t = 0$, $y = 0$, $V_1 = 1,86$ м/с, получим: $C_3 = 1,73$.

Максимальную высоту h_2 , на которую поднялся груз на втором участке, определим из условия, что в этой точке скорость груза обращается в нуль. Имеем $0 = -6,61h_2 + 1,73$, откуда $h_2 = 0,26$ м. Максимальная высота подъёма груза $H = h_1 + h_2 = 1,88$ м.

Задача 56. Тележка C поворотного подъёмного крана (рис. 5.5) движется с постоянной относительно стрелы скоростью $V = 0,5$ м/с. Длина стрелы

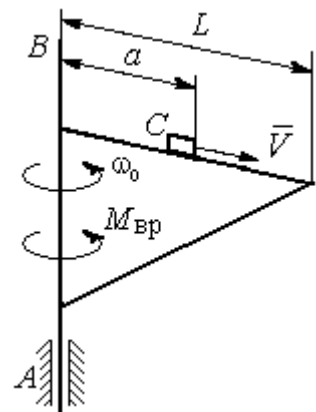


Рис. 5.5. Поворотный кран

$L = 10$ м, масса тележки с грузом $m_1 = 100$ кг, момент инерции крана относительно оси вращения AB без учёта тележки и груза $J = 1800$ кг·м². Двигатель крана создаёт постоянный вращающий момент $M_{\text{вр}} = 400$ Н·м. Определить угловую скорость крана в момент, когда тележка достигнет края стрелы, если в начальный момент конструкция вращалась с угловой скоростью $\omega_0 = 2$ рад/с, а тележка находилась на расстоянии $a = 1$ м от оси вращения.

Решение

На систему действуют внешние силы: $\vec{P}_1$ – сила тяжести тележки с гру-

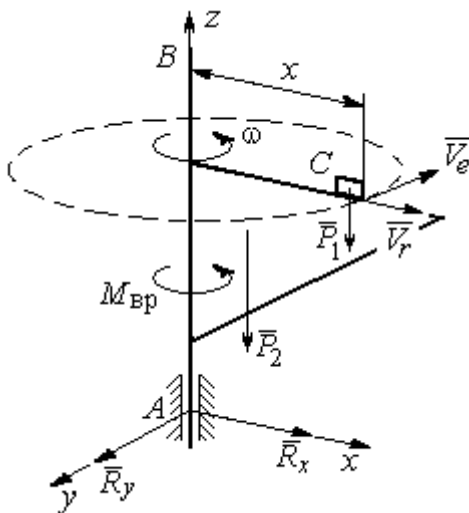


Рис. 5.6. Внешние силы, действующие на кран при его движении

зом, $\vec{P}_2$ – сила тяжести поворотного крана (на рис. 5.6 показана в условном центре тяжести крана); $\vec{R}_x$, $\vec{R}_y$ – составляющие реакции подшипника A и пара сил с моментом, равным вращающему моменту $M_{\text{вр}}$ (см. рис. 5.6). Применим к описанию движения системы теорему об изменении кинетического момента системы относительно оси вращения z , направленной вдоль линии AB .

Поскольку силы тяжести параллельны оси вращения крана, а составляющие реакции шарнира A пересекают её, то моменты этих сил относительно оси z равны нулю и теорема об изменении кинетического момента системы принимает вид: $\frac{dL_z}{dt} = M_{\text{вр}}$. Интегрируя это уравнение при постоянном вращающем моменте, получим равенство: $L_z - L_{z0} = M_{\text{вр}}t$, где L_z, L_{z0} – кинетический момент системы в текущий и начальный моменты времени.

Кинетический момент системы L_z равен сумме: $L_z = L_z^{\text{кран}} + L_z^{\text{груз}}$. Кинетический момент крана как твёрдого тела, вращающегося вокруг неподвижной

оси: $L_z^{\text{кран}} = J\omega$. Полагая тележку с грузом материальной точкой, определим её кинетический момент $L_z^{\text{груз}}$, как момент вектора количества движения тележки относительно оси z . Тележка с грузом участвует в сложном движении. Вектор абсолютной скорости тележки $\vec{V}_{\text{абс}}$ равен сумме $\vec{V}_{\text{абс}} = \vec{V}_r + \vec{V}_e$, где $\vec{V}_r$ – относительная скорость тележки (перемещение по стреле крана); $\vec{V}_e$ – переносная скорость (движение вместе с краном). Воспользовавшись теоремой Вариньона при вычислении момента количества движения тележки с грузом, получим:

$$L_z^{\text{груз}} = M_z(m_1 \vec{V}_{\text{абс}}) = M_z(m_1 \vec{V}_e + m_1 \vec{V}_r) = M_z(m_1 \vec{V}_e) = m_1 V_e x = m_1 \omega x^2.$$

В результате суммарный кинетический момент системы в текущий момент времени $L_z = L_z^{\text{кран}} + L_z^{\text{груз}} = (J + m_1 x^2)\omega$. Тогда начальный кинетический момент систем: $L_{z0} = (J + m_1 a^2)\omega_0$.

Подставляя выражения начального и текущего кинетического моментов в уравнение движения, получим: $(J + m_1 x^2)\omega - (J + m_1 a^2)\omega_0 = M_{\text{вр}} t$, откуда закон изменения угловой скорости крана $\omega = \frac{M_{\text{вр}} t + (J + m_1 a^2)\omega_0}{(J + m_1 x^2)}$. Момент времени t_k , когда тележка достигнет края стрелы ($x = L$), найдём из условия движения тележки по стреле с постоянной скоростью: $V t_k = L - a$. С учётом данных задачи угловая скорость крана в этот момент $\omega(t_k) = 0,93$ рад/с.

5.3. Теорема об изменении кинетической энергии системы

Кинетическая энергия тела при поступательном движении

$T = \frac{1}{2} m V_C^2$, где m – масса тела; V_C – скорость центра масс тела; **при вращательном движении** вокруг неподвижной оси z : $T = \frac{1}{2} J_z \omega^2$, где J_z – момент инерции тела относительно оси z ; ω – угловая скорость тела; **при плоскопа-**

параллельном движении: $T = \frac{1}{2}mV_C^2 + \frac{1}{2}J_{zC}\omega^2$, где m – масса тела; V_C , ω – скорость центра масс и угловая скорость тела; J_{zC} – момент инерции тела относительно оси z , проходящей через центр масс перпендикулярно плоскости движения.

Работа постоянной силы F при прямолинейном перемещении точки приложения силы $A = FScos\alpha$, где S – перемещение точки; α – постоянный угол между перемещением и направлением силы. **Работа пары сил с постоянным моментом M** при повороте тела на конечный угол φ вычисляется по формуле: $A = \pm M\varphi$, где φ – угол поворота тела. Работа считается положительной, если пара сил стремится повернуть тело в направлении его вращения, и отрицательной – в противном случае.

Мощностью силы F называют величину, равную скалярному произведению силы на скорость точки её приложения: $N = \vec{F} \cdot \vec{V}$, где V – скорость точки приложения силы. При плоском движении тела мощность силы равна сумме скалярных произведений: $N = \vec{F} \cdot \vec{V}_O + \vec{M}_O \cdot \vec{\omega}$, где V_O – скорость точки, выбранной полюсом; ω – угловая скорость тела; $\vec{M}_O = M_O(\vec{F})$ – момент силы относительно полюса. Если в качестве полюса выбрать точку K – мгновенный центр скоростей, то мощность силы $N(\vec{F}) = \vec{M}_K(\vec{F}) \cdot \vec{\omega}$, где $M_K(\vec{F})$ – момент силы относительно мгновенного центра скоростей.

Теорема об изменении кинетической энергии системы в дифференциальной форме. Производная по времени от кинетической энергии системы равна сумме мощностей внешних и внутренних сил $\frac{dT}{dt} = \sum N(\vec{F}_k^e) + \sum N(\vec{F}_k^i)$.

Теорема об изменении кинетической энергии системы на конечном перемещении. Изменение кинетической энергии системы при перемещении её

из начального состояния в текущее равно сумме работ внешних и внутренних сил, действующих на систему: $T - T_0 = \sum A(\vec{F}_k^e) + \sum A(\vec{F}_k^i)$.

Механические системы, состоящие из абсолютно твердых тел, соединенных гибкими нерастяжимыми нитями, называются **неизменяемыми**. В неизменяемых системах сумма работ и сумма мощностей внутренних сил равны нулю: $\sum A(\vec{F}_k^i) = 0$.

Примеры решения задач на применение теоремы об изменении кинетической энергии системы

Задача 57. Планетарный механизм, позволяющий получать повышенные передаточные отношения угловых скоростей, состоит из трех одинаковых колёс, соединённых кривошипом OA (рис. 5.7). Колесо 1 неподвижно, кривошип OA вращается с угловой скоростью ω_{OA} и приводит в движение колёса 2 и 3. Полагая массы колёс и их радиусы одинаковыми, равными m и r , и пренебрегая массой кривошипа, найти кинетическую энергию механизма.

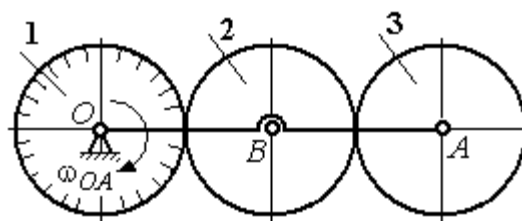


Рис. 5.7. Планетарный механизм

Решение

Кинетическая энергия механизма T равна сумме энергий колёс 2 и 3:

$T = T_2 + T_3$. Энергия колеса 1 равна нулю потому, что оно неподвижно, а энергия кривошипа равна нулю, так как массой кривошипа пренебрегаем. При движении механизма колесо 2, увлекаемое кривошипом, катится по неподвижной поверхности первого колеса. Энергия колеса 2:

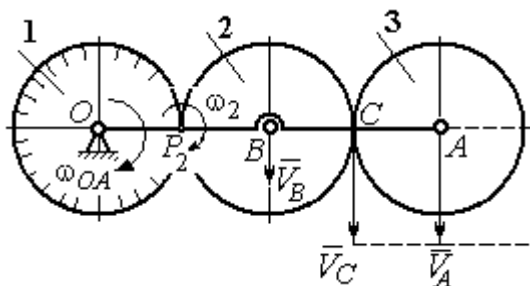


Рис. 5.8. Расчётная схема вычисления энергии механизма

$T_2 = \frac{mV_B^2}{2} + \frac{J_{2B}\omega_2^2}{2}$, где V_B – скорость центра масс колеса 2, J_{2B} – момент инерции колеса 2 относительно оси, проходящей через центр масс перпендикулярно плоскости колеса, $J_{2B} = \frac{mr^2}{2}$.

Выразим кинетическую энергию колеса 2 через угловую скорость ω_{OA} кривошипа OA .

Скорость точки B , лежащей на кривошипе OA : $V_B = \omega_{OA} \cdot OB = \omega_{OA} 2r$.

Так как точка P_2 касания колёс 1 и 2 является мгновенным центром скоростей колеса 2 (рис. 5.8), угловая скорость колеса 2 $\omega_2 = \frac{V_B}{BP_2}$. В результате получим: $\omega_2 = 2\omega_{OA}$. Подставив зависимости V_B и ω_2 в выражение кинетической энергии колеса 2, найдём:

$$T_2 = \frac{m(\omega_{OA} 2r)^2}{2} + \frac{mr^2}{2} \cdot \frac{(2\omega_{OA})^2}{2} = 3m\omega_{OA}^2 r^2.$$

Вычислим кинетическую энергию колеса 3. Найдём скорость точки C , считая, что она принадлежит колесу 2: $V_C = \omega_2 \cdot P_2C = 4\omega_{OA}r$. Скорость точки A – центра колеса 3 определим, полагая, что точка A лежит и на кривошипе: $V_A = \omega_{OA} \cdot OA = 4\omega_{OA}r$. Скорости двух точек A и C колеса 3 равны и параллельны, причём линия AC перпендикулярна векторам скоростей $\vec{V}_A$ и $\vec{V}_C$ (см. рис. 5.8). В этом случае мгновенный центр скоростей отсутствует и колесо 3 совершает мгновенно-поступательное движение. Энергия поступательного

движения колеса 3: $T_3 = \frac{mV_A^2}{2} = \frac{m(4\omega_{OA}r)^2}{2} = 8m\omega_{OA}^2 r^2$.

Окончательно, энергия механизма: $T = T_2 + T_3 = 11m\omega_{OA}^2 r^2$.

Задача 58. Горизонтальный желоб DE опирается на блок 1 и на каток 3 одинакового радиуса r (рис. 5.9). Блок 1 весом P_1 вращается вокруг неподвиж-

ной оси O_1 . Каток 3 катится по горизонтальному рельсу без проскальзывания. На одной оси с катком 3 жестко связано колесо 2 радиуса R . Их общий вес равен Q , а общий радиус инерции относительно оси z , проходящей через центр масс C перпендикулярно плоскости катка, равен i_z . Система движется в вертикальной плоскости под действием сил тяжести, силы $\vec{F}$ и пары сил с моментом M . Массой желоба пренебрегаем. Скольжение между желобом и блоком 1, а также катком 3 отсутствует. Определить ускорение центра масс колеса 2 и катка 3 и угловое ускорение блока 1, если: $P_1 = 40$ Н, $Q = 60$ Н, $F = 50$ Н, $M = 45$ Н·м, $R = 0,8$ м, $r = 0,6$ м, $i_z = 0,4$ м.

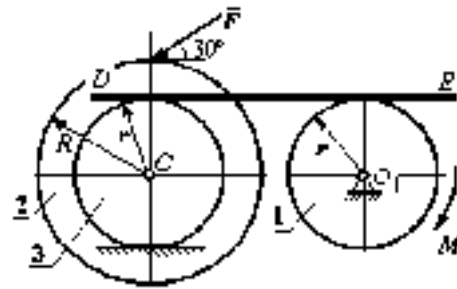


Рис. 5.9. Схема движения механической системы

Решение

Для решения задачи воспользуемся теоремой об изменении кинетической энергии для неизменяемых механических систем: $\frac{dT}{dt} = \sum N(\vec{F}_k^e)$, где T – энергия системы в её текущем положении; $\sum N(\vec{F}_k^e)$ – суммарная мощность внешних сил.

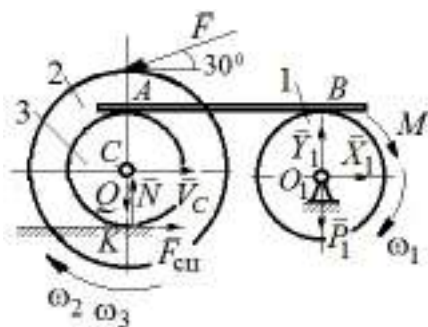


Рис. 5.10. Расчетная схема для исследования движения системы

Предположим, во время движения системы блок 1 вращается по ходу часовой стрелки.

Угловые скорости ω_1 , ω_2 блока 1, катка 3 и скорость $\vec{V}_C$ центра масс катка 3 показаны на рис. 5.10. Угловая скорость колеса 2 и катка 3 равны: $\omega_3 = \omega_2$.

Кинетическая энергия вращательного движения блока 1 $T_1 = \frac{1}{2} J_{zO_1} \omega_1^2$,

где J_{zO_1} – осевой момент инерции блока, $J_{zO_1} = \frac{m_1 r^2}{2}$.

Фигура, состоящая из катка 3 и колеса 2, движется плоскопараллельно.

Кинетическая энергия фигуры определяется по формуле:

$T_2 = \frac{1}{2} m V_C^2 + \frac{1}{2} J_{zC} \omega_2^2$, где m – общая масса катка и колеса, $m = \frac{Q}{g}$, J_{zC} – мо-

мент инерции фигуры относительно оси z , проходящей через центр масс перпендикулярно плоскости диска, $J_{zC} = m i_z^2$,

У катка 3 мгновенный центр скоростей находится в точке касания его с неподвижной поверхностью (точка K на рис. 5.10). Тогда $\omega_3 = \frac{V_C}{r}$. Скорость точки A катка $V_A = \omega_3 2r = 2V_C$. Приравнявая скорость точки A на катке 2 к скорости точки B на блоке 1, получим $\omega_1 = \frac{2V_C}{r}$.

Найдём кинетическую энергию системы, выраженную через скорость центра масс катка 3:

$$T = T_1 + T_2 = \frac{P_1}{g} V_C^2 + \frac{Q}{2g} \left(1 + \frac{i_z^2}{r^2} \right) V_C^2 = \frac{V_C^2}{2g} \left[2P_1 + Q \left(1 + \frac{i_z^2}{r^2} \right) \right].$$

Найдём сумму мощностей внешних сил.

На блок 1 действуют: сила тяжести $\vec{P}_1$, пара сил с моментом M и реакция шарнира O_1 , разложенная на составляющие $\vec{X}_1$, $\vec{Y}_1$ (рис. 5.10). Мощности силы тяжести $\vec{P}_1$ и сил реакции $\vec{X}_1$, $\vec{Y}_1$ подшипника O_1 равны нулю, так как нет перемещения точек приложения этих сил. Момент M направлен в сторону вращения блока 1, его мощность $N(M) = M \omega_1 = M \frac{2V_C}{r}$.

На каток 3 (вместе с жестко связанным с ним колесом 2) действуют: сила $\vec{F}$, сила тяжести $\vec{Q}$ катка и колеса, нормальная реакция опоры $\vec{N}$ и сила сцепления $\vec{F}_{\text{сц}}$ катка 3 с поверхностью.

Мощности сил $\vec{N}$ и $\vec{F}_{\text{сц}}$ равны нулю, так как точкой приложения этих сил является мгновенный центр скоростей катка 3, скорость которого равна нулю. Мощность силы тяжести $\vec{Q}$ равна нулю, так как угол между вектором силы и вектором скорости точки C равен 90° .

Для определения мощности силы $\vec{F}$, приложенной к колесу, выберем в качестве полюса точку K – мгновенный центр скоростей диска 2. С учётом того, что скорость $V_K = 0$, получим:

$$\begin{aligned} N(\vec{F}) &= \vec{F} \cdot \vec{V}_K + \vec{M}_K(\vec{F}) \cdot \vec{\omega}_2 = \vec{M}_K(\vec{F}) \vec{\omega}_2 = \\ &= -F(r+R)\omega_2 \cos 30^\circ = -FV_C \left(1 + \frac{R}{r}\right) \cos 30^\circ. \end{aligned}$$

Поскольку вращение, создаваемое моментом силы $\vec{F}$ относительно центра K , противоположно выбранному направлению угловой скорости катка, мощность силы $\vec{F}$ отрицательная.

Суммарная мощность внешних сил:

$$\sum N(F^e) = -FV_C \left(1 + \frac{R}{r}\right) \cos 30^\circ + M \frac{2V_C}{r}.$$

Составляем уравнение теоремы об изменении кинетической энергии системы. Находим производную по времени от кинетической энергии системы

$$\frac{dT}{dt} = \frac{V_C}{g} a_C \left[2P_1 + Q \left(1 + \frac{i_z^2}{r^2} \right) \right] \text{ и приравниваем суммарной мощности внешних}$$

сил. Получим:

$$\frac{1}{g} a_C \left[2P_1 + Q \left(1 + \frac{i_z^2}{r^2} \right) \right] = -F \left(1 + \frac{R}{r} \right) \cos 30^\circ + \frac{2M}{r},$$

откуда с учётом исходных данных задачи ускорение центра масс диска 2 $a_C = 2,88 \text{ м/с}^2$. Для определения углового ускорения блока 1 продифференцируем по времени равенство $\omega_1 = \frac{2V_C}{r}$. Получим: $\varepsilon_1 = \frac{2a_C}{r} = 9,6 \text{ рад/с}^2$.

Задача 59. Каток радиуса r , весом P закатывают вверх по наклонной

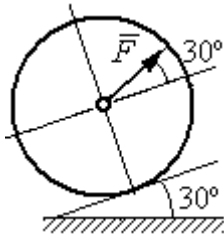


Рис. 5.11. Движение катка на наклонной плоскости

плоскости приложив в центре катка силу $\vec{F}$ под углом 30° к наклонной плоскости (рис. 5.11). Сама плоскость наклонена под углом 30° к горизонту. Величина силы $F = 2P$. В начальном положении центр катка имел скорость V_0 .

На какое расстояние S переместился центр катка, если в конце перемещения его скорость удвоилась.

Решение

Применим теорему об изменении кинетической энергии на конечном перемещении системы: $T - T_0 = \sum A(F_k)$. На каток действует сила тяжести $\vec{P}$, сила $\vec{F}$, нормальная реакция опоры $\vec{N}$ и сила $\vec{F}_{\text{сц}}$ сцепления диска с наклонной плоскостью (рис. 5.12). При перемещении центра катка на расстояние S вдоль наклонной плоскости работу совершают только сила $\vec{F}$: $A(\vec{F}) = F \cos 30^\circ S$ и сила тяжести:

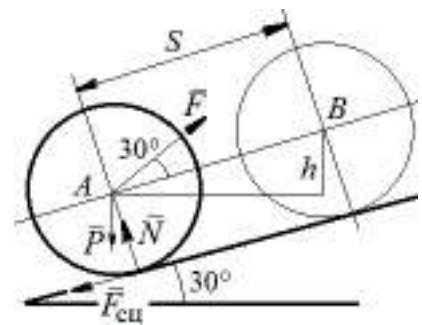


Рис. 5.12. Расчётная схема движения катка

$A(\vec{P}) = -Ph$, где h – перепад высот при перемещении центра масс катка. Работа реакции опоры и силы сцепления равна нулю.

Кинетическая энергия катка $T = \frac{1}{2} m V_A^2 + \frac{1}{2} J_{zA} \omega^2$, где J_{zA} – момент инерции фигуры относительно оси z , проходящей через центр масс перпендикулярно плоскости диска, $J_{zA} = \frac{mr^2}{2}$. Выражая угловую скорость катка через

скорость центра масс $\omega = \frac{V_A}{r}$, с учётом выражения момента инерции катка, получим энергию катка в виде: $T = \frac{3}{4}mV_A^2$.

Составим уравнение теоремы об изменении кинетической энергии при перемещении центра катка на расстояние S : $\frac{3}{4}mV_B^2 - \frac{3}{4}mV_A^2 = F\cos 30^\circ S - Ph$, где $V_A = V_0$, $V_B = 2V_0$, $F = 2P$, $h = S\sin 30^\circ$.

$$\text{Найдём искомое перемещение: } S = \frac{9V_0^2}{4g(2\cos 30^\circ - \sin 30^\circ)}.$$

Упражнения

Упражнение 5.1. Крановая тележка массы m_1 может перемещаться по горизонтальной балке без трения (рис. 5.13). В центре масс тележки закреплён трос длиной l , на другом конце которого привязан груз массы m_2 . Трос может совершать колебательные движения в вертикальной плоскости. В начальный момент трос был в вертикальном положении. Определить горизонтальное перемещение тележки в зависимости от угла наклона троса. Весом троса пренебречь.

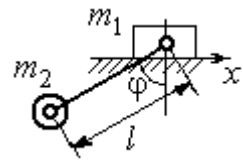


Рис. 5.13. Движение крановой тележки

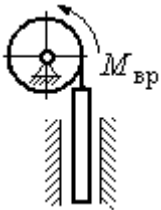


Рис. 5.14. Схема механизма лебёдки

Упражнение 5.2. К барабану лебёдки, поднимающей штангу, приложен вращающий момент, пропорциональный времени $M_{вр} = kt$ (рис. 5.14). Штанга массы m_1 поднимается посредством каната, навитого на барабан массы m_2 и радиуса r . В начальный момент система находилась в покое. Определить угловую скорость барабана, считая его однородным диском.

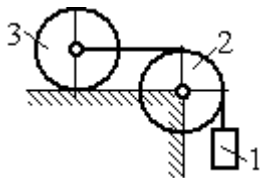


Рис. 5.15. Схема движения системы
приложен момент M .

Упражнение 5.3. Груз 1 массы m_1 подвешен на нерастяжимом тросе, другой конец которого переброшен через блок 2 и закреплён в центре масс катка 3 (рис. 5.15). Каток 3 катится по горизонтальной поверхности без проскальзывания. Блок 2 и каток 3 – однородные диски массы m_2 и m_3 , радиуса r . В начальный момент система находилась в покое. Определить скорость груза, когда он опустится на высоту h , если к катку 3 приложен момент M .

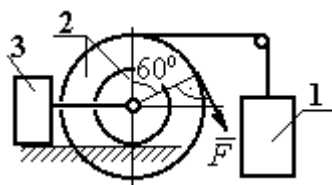


Рис. 5.16. Схема механизма катка

Упражнение 5.4. Механическая система включает два груза 1 и 3 одинакового веса P и каток 2 весом $2P$, радиусом $R = 2r$ с цилиндрическим выступом радиусом r (рис. 5.16). Каток катится выступом по неподвижной поверхности без проскальзывания. К катку по касательной к окружности приложена сила $F = 2P$. Найти ускорение центра масс катка, если его радиус инерции относительно оси, проходящей через центр масс перпендикулярно

плоскости движения: $i_{zC} = r\sqrt{2}$.

5.4. Применение общих теорем динамики системы к описанию движений твёрдого тела

Поступательное движение твёрдого тела описывается дифференциальными уравнениями: $m\ddot{x} = \sum F_{kx}^e$, $m\ddot{y} = \sum F_{ky}^e$, $m\ddot{z} = \sum F_{kz}^e$ - или в алгебраической форме $ma_{Cx} = \sum F_{kx}^e$, $ma_{Cy} = \sum F_{ky}^e$, $ma_{Cz} = \sum F_{kz}^e$, где m – масса тела; $\ddot{x} = a_{Cx}$, $\ddot{y} = a_{Cy}$, $\ddot{z} = a_{Cz}$ – проекции ускорения центра масс тела на координатные оси; F_{kx}^e , F_{ky}^e , F_{kz}^e – проекции внешних сил.

Вращательное движение твёрдого тела относительно неподвижной оси z описывается дифференциальным уравнением: $J_z \frac{d\omega}{dt} = \sum M_z(\vec{F}_k^e)$ или алгебраическим уравнением: $J_z \varepsilon = \sum M_z(\vec{F}_k^e)$, где ω , ε – угловая скорость и угловое ускорение тела; $\sum M_z(\vec{F}_k^e)$ – сумма моментов внешних сил относительно оси z ; J_z – момент инерции тела относительно оси z .

Плоскопараллельное движение твёрдого тела описывается уравнениями движения центра масс и вращательного движения тела относительно оси, проходящей через центр масс перпендикулярно плоскости движения.

В проекции на координатные оси уравнения плоскопараллельного движения тела имеют вид:

$$ma_{Cx} = \sum F_{kx}^e; ma_{Cy} = \sum F_{ky}^e; J_{zC}\varepsilon = \sum M_{zC}(\vec{F}_k^e),$$

где a_{Cx} , a_{Cy} – проекции ускорения центра масс тела; F_{kx}^e , F_{ky}^e – проекции на оси координат внешних сил, действующих на тело; J_{zC} – момент инерции тела относительно оси z , проходящей через центр масс перпендикулярно плоскости движения; ε – угловое ускорение тела; $M_{zC}(\vec{F}_k^e)$ – моменты внешних сил относительно оси, проходящей через центр масс.

Проводя динамический расчет механической системы, следует рассматривать движение каждого тела системы в отдельности, предварительно освободив его от связей и заменив их действие реакциями.

Примеры решения задач на составление уравнений движения твердых тел

Задача 59. Лебёдка поднимает груз 1 массы $m_1 = 50$ кг посредством троса, переброшенного через блок 3 и навитого на барабан 2 массы $m_2 = 20$ кг, радиуса $r = 0,8$ м (рис. 5.17). К барабану приложен постоянный вращающий момент $M_{вр} = 480$ Н·м. Определить ускорение груза, натяжение троса и реакцию шарнира барабана 2. Весом троса и массой блока 3 пренебречь, барабан считать сплошным цилиндром.

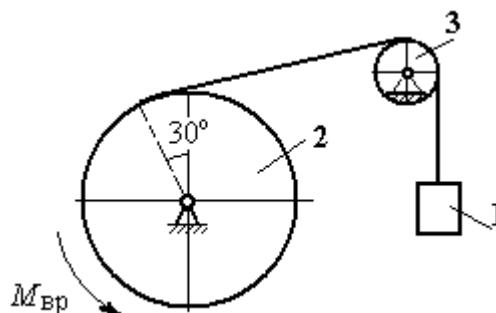


Рис. 5.17. Механизм лебёдки

Решение

Составим уравнение движения груза 1. Для этого освобождаем груз от связей, заменив действие троса реакцией. На груз действует сила тяжести $\vec{P}_1$ и реакция троса $\vec{H}_1$ (рис. 5.18). Выберем ось x по направлению движения груза. Уравнение движения груза в проекции на ось x : $m_1 a_1 = H_1 - P_1$.

Рассмотрим движение барабана 2. Освободим барабан от связей и заменим их действие реакциями.

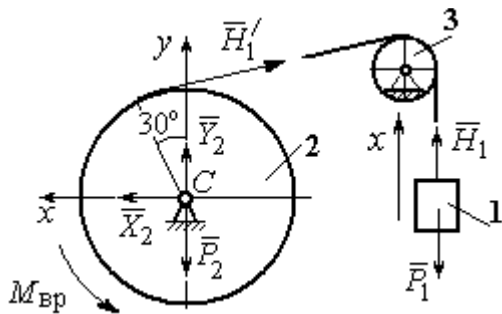


Рис. 5.18. Внешние силы и реакции, действующие на груз и барабан при движении системы

На барабан действует сила тяжести $\vec{P}_2$, пара сил с моментом вращения $M_{вр}$, реакция троса $\vec{H}_1'$ и реакция шарнира (на рис. 5.18 разложена на составляющие $\vec{X}_2$, $\vec{Y}_2$). Так как массой блока 3 пренебрегаем, то модули сил $\vec{H}_1$ и $\vec{H}_1'$ равны. Направления действия сил и момента показаны на рис. 5.18.

Уравнение вращательного движения барабана относительно оси z :

$$J_z \varepsilon_2 = \sum M_z(F_k) = M_{вр} - H_1' r, \text{ где момент инерции барабана } J_z = \frac{m_2 r^2}{2}.$$

Продифференцируем по времени равенство $V_1 = \omega_2 r$ и выразим угловое ускорение барабана через ускорение груза 1. Получим $\varepsilon_2 = \frac{a_1}{r}$. Подставляя выражение углового ускорения в уравнение вращательного движения барабана с учётом равенства модулей сил $\vec{H}_1$ и $\vec{H}_1'$, напомним уравнения движения барабана и груза в виде системы уравнений:

$$m_1 a_1 = H_1 - P_1, \quad m_2 a_1 = \frac{2M_{вр}}{r} - 2H_1,$$

откуда находим $a_1 = 1,82 \text{ м/с}^2$, $H_1 = 581,8 \text{ Н}$. Натяжение троса численно равно реакции.

Для определения реакции шарнира составим (формально) уравнение движения центра масс блока 2 в проекциях на оси x, y (см. рис. 5.18):

$$m_2 a_{Cx} = X_2 - H_1' \cos 30^\circ = 0, \quad m_2 a_{Cy} = Y_2 + H_1' \cos 60^\circ - P_2 = 0.$$

Отсюда $X_2 = 503,84 \text{ Н}$, $Y_2 = -94,7 \text{ Н}$, $R_2 = \sqrt{X_2^2 + Y_2^2} = 512,66 \text{ Н}$.

Задача 60. Барабан весом G , радиусом R имеет цилиндрический выступ радиусом r (рис. 5.19). Барабан скатывается по наклонной плоскости с углом наклона 30° , опираясь на неё поверхностью выступа. К барабану приложены постоянные силы $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_2$. Сила $\vec{F}_1$ направлена по касательной к поверхности барабана. Сила $\vec{F}_2$ действует под углом 30° к диаметру барабана, перпендикулярному наклонной плоскости. В начальный момент времени барабан приведён в равновесие парой сил с моментом M .

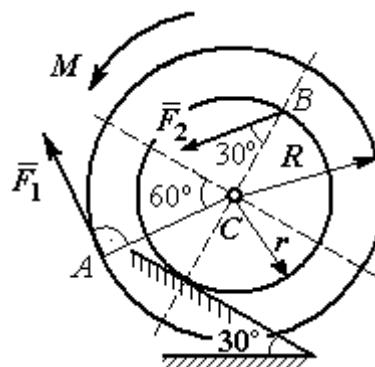


Рис. 5.19. Схема движения барабана по наклонной плоскости

Определить угловое ускорение барабана и закон движения центра масс, если в положении равновесия величину уравнивающего момента увеличить в 1,2 раза. Исходные данные для решения задачи: $R = 0,6 \text{ м}$, $r = 0,2 \text{ м}$, $G = 100 \text{ Н}$, $F_1 = 60 \text{ Н}$, $F_2 = 25 \text{ Н}$, радиус инерции барабана $i_z = 0,4 \text{ м}$.

Решение

На барабан действуют силы $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$, сила тяжести $\vec{G}$, пара сил с неизвестным моментом M , нормальная реакция опоры $\vec{N}$ и сила $\vec{F}_{\text{сц}}$ сцепления барабана с поверхностью.

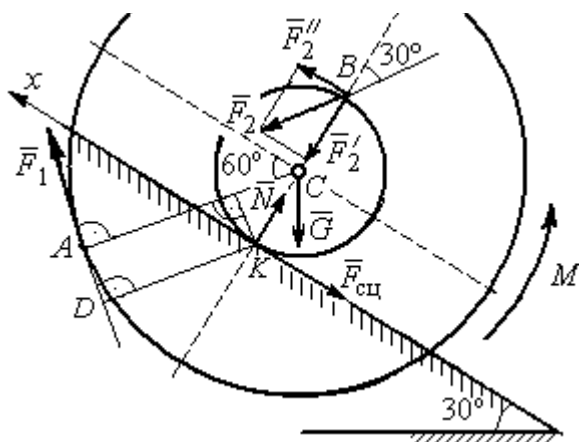


Рис. 5.20. Силы, действующие на барабан, во время движения

Сила сцепления приложена в точке K касания выступа барабана с наклонной плоскостью и направлена вдоль неё (рис. 5.20).

Для определения момента M , приводящего барабан в равновесие, запишем уравнение равно-

весия в виде равенства нулю моментов сил $\sum M_K(\vec{F}_k^e) = 0$ относительно точки K . Точка K выбрана с той целью, что в уравнение не будет входить момент неизвестной силы сцепления.

На рис. 5.20 показано разложение силы $\vec{F}_2$: $\vec{F}_2 = \vec{F}_2' + \vec{F}_2''$. Значения составляющих определяются как проекции: $F_2' = F_2 \cos 30^\circ$, $F_2'' = F_2 \sin 30^\circ$.

Применяя теорему Вариньона, вычислим момент силы $\vec{F}_2$ относительно точки K : $M_K(\vec{F}_2) = M_K(\vec{F}_2') + M_K(\vec{F}_2'') = F_2 \sin 30^\circ \cdot 2r$.

Момент силы $\vec{F}_1$ относительно точки K :

$$M_K(\vec{F}_1) = -F_1 \cdot KD = -F_1(R - r \cos 30^\circ).$$

В результате уравнение моментов сил при равновесии барабана принимает вид

$$\sum M_K(\vec{F}_k^e) = -F_1(R - r \cos 30^\circ) + F_2 \sin 30^\circ \cdot 2r - Gr \sin 30^\circ + M = 0.$$

Подставляя сюда исходные данные задачи, находим величину удерживающего момента $M = 30,61$ Н·м. Направление момента показано дуговой стрелкой на рис. 5.20.

Увеличим значение момента M , удерживающего барабан в равновесии, в 1,2 раза: $M_1 = 1,2M$. Возникшее после этого качение барабана вверх по наклонной плоскости представляет собой плоскопараллельное движение, которое описывается с применением теорем о движении центра масс и об изменении кинетического момента.

Уравнение движения центра масс барабана в проекции на ось x , направленную вверх по наклонной плоскости, имеет вид:

$$m\ddot{x}_C = F_1 \cos 30^\circ + F_2 \cos 60^\circ - G \cos 60^\circ - F_{\text{сц}},$$

где x_C – координата центра масс барабана.

Применив теорему об изменении кинетического момента барабана относительно оси z , проходящей через центр масс перпендикулярно плоскости

движения и считая моменты сил положительными, если они создают вращение в сторону движущегося вверх барабана, выразим уравнение вращательного движения барабана вокруг оси z в виде:

$$J_{zC}\ddot{\varphi} = -F_1R + F_2r\cos 60^\circ + F_{\text{сц}}r + M_1,$$

где φ – угол поворота барабана; J_{zC} – момент инерции барабана, $J_{zC} = mi_z^2$; i_z – радиус инерции. С учётом соотношения $\ddot{\varphi} = \frac{\ddot{x}_C}{r}$ получим уравнение:

$$m\ddot{x}_C \left(1 + \frac{i_z^2}{r^2} \right) = -F_1 \left(\frac{R}{r} - \cos 30^\circ \right) + 2F_2 \cos 60^\circ - G \cos 60^\circ + \frac{M_1}{r}.$$

После подстановки данных задачи находим дифференциальное уравнение движения центра масс: $\ddot{x}_C = 0,6$. Дважды интегрируя его с нулевыми начальными условиями (так как движение началось из состояния покоя), находим закон движения центра масс: $x_C = 0,3t^2$ м. Из уравнения следует, что барабан движется в сторону положительного направления оси x .

Угловое ускорение барабана $\varepsilon = \ddot{\varphi} = \frac{\ddot{x}_C}{r} = 3$ рад/с².

Задача 61. Механизм

(рис. 5.21) включает в себя груз 1, каток 2 и ступенчатый барабан 3, соединённых нерастяжимыми нитями. Движение механизма происходит из состояния покоя в вертикальной плоскости под действием сил тяжести $\vec{P}_1$, $\vec{P}_2$, $\vec{P}_3$, силы

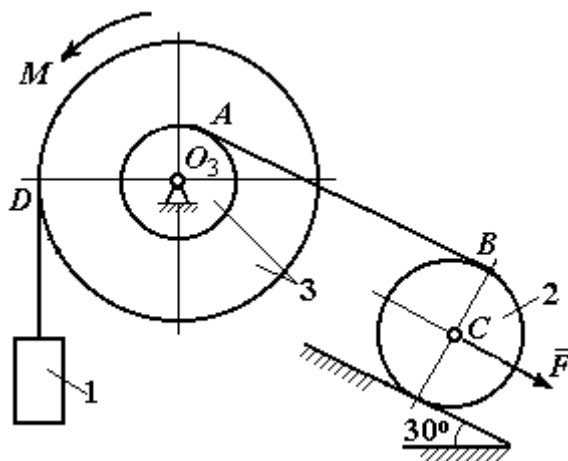


Рис. 5.21. Конструкция механической системы

$\vec{F}$, приложенной в центре масс катка 2, и пары сил с моментом M , приложенной к барабану 3. Качение катка 2 по наклонной плоскости с углом наклона к горизонту 30° происходит без проскальзывания.

Каток 2 считать однородным диском радиуса R_2 . Радиусы ступеней барабана 3: R_3 , r_3 , радиус инерции барабана i_3 .

Найти ускорение груза 1, силы натяжения нитей и динамическую реакцию шарнира барабана 3, если $P_1 = P_2 = 2P$; $P_3 = 3P$, $F = 3P$; $M = Pr$, $R_2 = 2r$; $R_3 = 3r$; $r_3 = r$; $i_3 = r\sqrt{3}$.

Решение

Рассмотрим движение каждого тела системы отдельно, предварительно освободив тела от связей и заменив их действие реакциями. На рис. 5.22 изображены силы, действующие на тела системы, после освобождения их от связей и направление движения каждого тела.

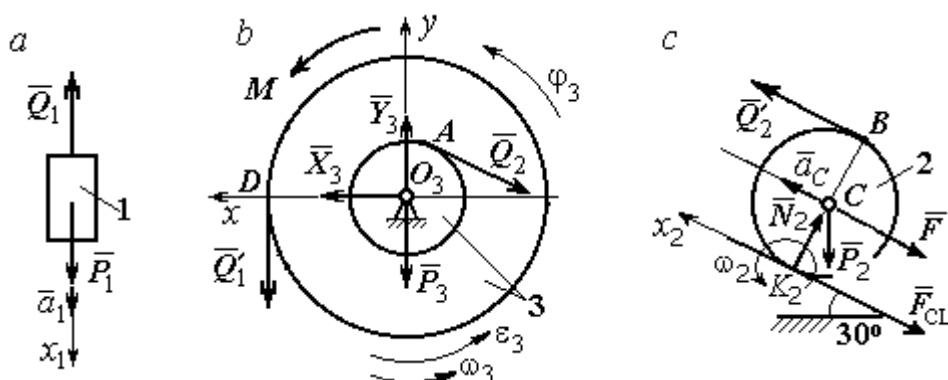


Рис. 5.22. Расчетные схемы для описания движения тел, входящих в систему

Допустим, груз движется вниз со скоростью V_1 , ускорением a_1 . К нему приложена сила тяжести $\vec{P}_1$ и реакция нити $\vec{Q}_1$ (рис. 5.22, а). Направим ось x_1 в сторону движения груза. Уравнение движения груза вдоль оси x_1 имеет вид:

$$m_1 a_1 = \sum F_{kx} = P_1 - Q_1 = 2P - Q_1.$$

Барабан 3 вращается вокруг неподвижной оси z , проходящей через центр масс O_3 . На диск 3 действует сила тяжести $\vec{P}_3$, реакция подшипника $\vec{R}_3$ (на

рис. 5.22, *b* показано разложение реакции на составляющие $\vec{X}_3, \vec{Y}_3$), пара сил с моментом M и реакции нитей $\vec{Q}'_1$ и $\vec{Q}_2$.

При составлении уравнения вращательного движения барабана моменты сил относительно оси считаем положительными, если они создают поворот в сторону вращения барабана. Уравнение вращения барабана 3 имеет вид:

$$J_{zO_3} \varepsilon_3 = \sum M_{zO_3} (F_k) = Q'_1 R_3 + M - Q_2 r_3 = Q'_1 3r + Pr - Q_2 r,$$

Момент инерции барабана относительно оси z : $J_{zO_3} = m_3 i_3^2 = \frac{9Pr^2}{g}$;

Каток 2 совершает плоскопараллельное движение. К нему приложена сила тяжести $\vec{P}_2$, сила $\vec{F}$, реакция нити $\vec{Q}'_2$, нормальная реакция $\vec{N}_2$ наклонной плоскости и сила $\vec{F}_{\text{сц}}$ сцепления диска с поверхностью (рис. 5.22, *c*).

Выберем ось x_2 по направлению движения центра масс катка 2. Плоскопараллельное движение катка описывается уравнениями движения его центра масс в проекции на ось x_2 и вращения вокруг оси, проходящей через центр масс перпендикулярно плоскости диска:

$$m_2 a_C = Q'_2 - F - F_{\text{сц}} - P_2 \cos 60^\circ = Q'_2 - 3P - F_{\text{сц}} - P;$$

$$J_C \varepsilon_2 = Q'_2 R_2 + F_{\text{сц}} R_2 = Q'_2 2r + F_{\text{сц}} 2r, \quad J_C = \frac{m_2 R_2^2}{2}.$$

При составлении второго уравнения момент силы считается положительным, если он создаёт поворот в сторону вращения катка.

К системе четырех уравнений, описывающих движения тел в системе, необходимо добавить уравнения связей между ускорениями точек и угловыми ускорениями тел. Предположим, скорость центра масс катка 2 равна V_C (см.

рис. 5.22, *c*). Угловая скорость катка $\omega_2 = \frac{V_C}{CK_2} = \frac{V_C}{R_2}$, где CK_2 – расстояние от

центра масс катка 2 до его мгновенного центра скоростей. Продифференцировав по времени последнее равенство, получим: $\varepsilon_2 = \dot{\omega}_2 = \frac{\dot{V}_C}{R_2} = \frac{a_C}{2r}$.

Скорость точки B катка 2 $V_B = \omega_2 \cdot BK_2 = 2V_C$. Приравняв скорость точки A к скорости точки B (см. рис. 5.21), получим: $2V_C = V_B = V_A = \omega_3 r_3 = \omega_3 r$, откуда $\omega_3 = \frac{2V_C}{r}$. После дифференцирования найдём: $\varepsilon_3 = \frac{2a_C}{r}$.

Скорость груза 1 связана со скоростью центра масс катка 2 следующим образом: $V_1 = V_D = \omega_3 R_3 = \frac{2V_C}{r} 3r = 6V_C$. Тогда ускорение груза 1 $a_1 = 6a_C$.

После подстановки уравнений связи в уравнения движения с учётом равенства модулей сил $\vec{Q}'_1$ и $\vec{Q}_1$, а также $\vec{Q}_2$ и $\vec{Q}'_2$ получим систему:

$$\begin{aligned} \frac{12P}{g} a_C &= 2P - Q_1; & \frac{18P}{g} a_C &= 3Q_1 + P - Q_2, \\ \frac{2P}{g} a_C &= Q_2 - 4P - F_{\text{сц}}; & \frac{P}{g} a_C &= Q_2 + F_{\text{сц}}, \end{aligned}$$

откуда находим: $a_C = 0,09g$, $Q_1 = 0,92P$, $Q_2 = 2,14P$.

Динамические реакции $\vec{X}_3$, $\vec{Y}_3$, действующие на ось вращающегося барабана 3 (рис. 5.22, b), определяются из уравнений, которые можно получить, формально применив к барабану теорему о движении центра масс. Так как центр масс барабана 3 неподвижен, его ускорение равно нулю, $a_{O_3} = 0$. Тогда уравнения движения его центра масс в проекциях на оси x , y имеют вид:

$$m_3 a_{O_3x} = X_3 - Q_2 \cos 30^\circ = 0;$$

$$m_3 a_{O_3y} = Y_3 - Q_1 - P_3 - Q_2 \cos 60^\circ = 0.$$

Подставляя значения $Q_1 = 0,92P$ и $Q_2 = 2,14P$, находим составляющие реакции оси барабана 3: $X_3 = Q_2 \cos 30^\circ = 1,85P$, $Y_3 = Q_1 + P_3 + Q_2 \cos 60^\circ = 4,98P$.

Полная величина реакции оси барабана 3: $R_3 = \sqrt{X_3^2 + Y_3^2} = 5,31P$.

Задача 62. Подъёмное устройство (рис. 5.23) состоит из однородного диска 1 массой m_1 , радиусом r_1 , ступенчатого диска 2 массой $m_2 = 3m_1$, радиусом $R_2 = 4r_1$ и радиусом ступеньки $r_2 = r_1$ и груза 3 массой $m_3 = 2m_1$. Система движется из состояния покоя в вертикальной плоскости под действием сил тяжести и пары сил с моментом $M = m_1gr_1$, приложенной к диску 1. Определить ускорение груза 3 и натяжение нити груза 3, если радиус инерции ступенчатого диска относительно оси, проходящей через центр масс, перпендикулярно плоскости диска 2, $i_{2C} = 2r_1$.

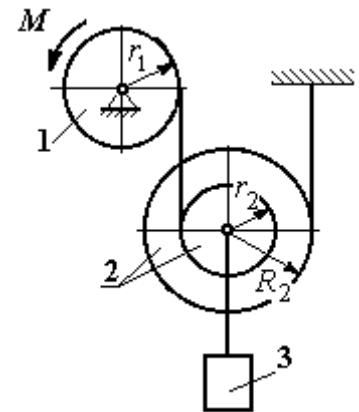


Рис. 5.23. Конструкция подъёмного устройства

Решение задачи осуществить с применением теоремы об изменении кинетической энергии системы и проверить его методом динамического расчёта, составляя уравнения движения тел, входящих в систему.

Решение

1. Для неизменяемой системы (состоящей из абсолютно твёрдых тел, соединённых нерастяжимыми нитями), движущейся из состояния покоя, теорема об изменении кинетической энергии на конечном перемещении имеет вид $T = \sum A(\vec{F}_k^e)$. Схема движения механизма в предположении, что груз 3 опускается, показана на рис. 5.24.

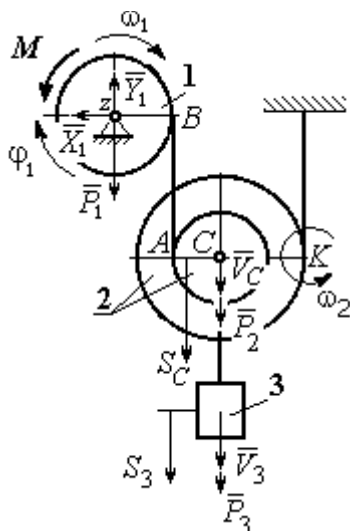


Рис. 5.24. Схема движения механизма

Диск 1 вращается вокруг неподвижной оси z . Кинетическая энергия диска 1: $T_1 = \frac{J_{1z}\omega_1^2}{2}$, где момент инерции диска $J_{1z} = \frac{m_1r_1^2}{2}$.

Диск 2 вращается вокруг центра масс C . Кинетическая энергия диска 2: $T_2 = \frac{J_{2C}\omega_2^2}{2} + \frac{m_2V_C^2}{2}$, где $J_{2C} = \frac{m_2R_2^2}{2}$.

Кинетическая энергия груза 3: $T_3 = \frac{m_3V_3^2}{2}$.

Потенциальная энергия системы: $U = m_1gz_1 + m_2gz_2 + m_3gz_3$.

У диска 2 плоскопараллельное движение. Кинетическая энергия диска 2:

$T_2 = \frac{m_2 V_C^2}{2} + \frac{J_{2C} \omega_2^2}{2}$, где V_C – скорость центра масс диска 2. Момент инерции диска 2 относительно оси, проходящей через центр масс перпендикулярно движению диска, $J_{2C} = m_2 i_{2C}^2$.

Кинетическая энергия груза 3: $T_3 = \frac{m_3 V_3^2}{2}$.

Энергия механизма равна сумме энергий тел, входящих в систему:

$$T = T_1 + T_2 + T_3 = \frac{J_{1z} \omega_1^2}{2} + \frac{m_2 V_C^2}{2} + \frac{J_{2C} \omega_2^2}{2} + \frac{m_3 V_3^2}{2}.$$

Выразим угловые скорости дисков 1 и 2 и скорость центра масс диска 2 через скорость груза 3.

Скорость центра масс диска 2 равна скорости груза 3, $V_C = V_3$. Угловая скорость диска 2 $\omega_2 = \frac{V_C}{CK} = \frac{V_3}{R_2}$, где CK – расстояние от центра диска 2 до его мгновенного центра скоростей.

Скорость точки B нити равна скорости точки A . Из равенства $\omega_1 r_1 = \omega_2 (R_2 + r_2)$ найдём: $\omega_1 = \frac{(r_2 + R_2)}{r_1} \omega_2 = \frac{(r_2 + R_2)}{r_1} \frac{V_3}{R_2}$.

Подставляя найденные зависимости в выражение энергии системы, получим кинетическую энергию механизма:

$$T = \frac{V_3^2}{2} \left[\frac{m_1}{2} \left(1 + \frac{r_2}{R_2} \right)^2 + m_2 \left(1 + \frac{i_{2C}^2}{R_2^2} \right) + m_3 \right] = \frac{209}{64} m_1 V_3^2.$$

Во время движения механизма работу совершают силы тяжести $\vec{P}_2$, $\vec{P}_3$ и пара сил с моментом M . Перемещения S_C и S_3 точек приложения сил $\vec{P}_2$, $\vec{P}_3$ и угол φ_1 поворота диска 1 показаны на рис. 5.24.

Сумма работ сил $\sum A(\vec{F}_k^e) = P_3 S_3 + P_2 S_C - M\varphi_1$. Работа момента отрицательная, так как заданное направление момента противоположно выбранному направлению вращения колеса 1.

Выразим перемещение центра масс диска 2 и угол поворота диска 1 через перемещение груза 3. Проинтегрировав равенство скоростей $V_3 = V_C$, получим равенство перемещений: $S_3 = S_C$. Аналогично, из равенства $\omega_1 = \frac{(r_2 + R_2)}{r_1} \frac{V_3}{R_2}$

следует соотношение $\varphi_1 = \frac{(r_2 + R_2)}{r_1} \frac{S_3}{R_2}$.

В итоге суммарная работа внешних сил в механизме:

$$\sum A(\vec{F}_k^e) = \left[P_3 + P_2 - M \frac{(r_2 + R_2)}{r_1 R_2} \right] S_3 = \frac{15}{4} m_1 g S_3.$$

Составляя уравнение теоремы об изменении кинетической энергии системы, получим равенство:

$$\frac{209}{64} m_1 V_3^2 = \frac{15}{4} m_1 g S_3 \text{ или } V_3^2 = \frac{240}{209} g S_3.$$

Продифференцируем последнее равенство. Получим: $2V_3 \frac{dV_3}{dt} = \frac{240}{209} g \frac{dS_3}{dt}$.

Так как $\frac{dS_3}{dt} = V_3$, а $\frac{dV_3}{dt} = a_3$, находим ускорение груза 3: $a_3 = \frac{120}{209} g \text{ м/с}^2$.

Для того чтобы найти натяжение нити груза 3, необходимо написать уравнение его движения. Выделим груз 3 из системы, заменив действие нити её реакцией H_3 . Выберем ось x по направлению движения груза. Применим к описанию движения груза теорему о движении центра масс, написав её проекцию на ось x : $m_3 a_3 = P_3 - H_3$, где H_3 – реакция нити. При известном ускорении a_3 находим реакцию нити $H_3 = \frac{178}{209} m_1 g$. Натяжение нити численно равно реакции, но направлено в противоположную сторону.

2. Для решения задачи вторым способом – путём составления уравнений движения тел, входящих в состав механизма, освободим тела от связей и заменим их реакциями. На рис. 5.25 изображены силы и реакции, действующие на

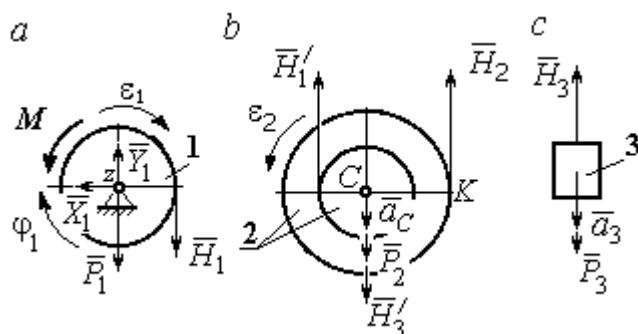


Рис. 5.25. Внешние силы и реакции связей, действующие на тела системы

каждое тело, после освобождения его от связей, а также направления угловых ускорений тел и ускорения центров масс.

Диск 1 вращается вокруг неподвижной оси z . На диск действует сила тяжести $\vec{P}_1$, реакция

подшипника $\vec{X}_1$, $\vec{Y}_1$, пара сил с моментом M и реакция нити $\vec{H}_1$. Вращение диска описывается уравнением: $J_{1z}\epsilon_1 = \sum M_z(F_k) = H_1 r_1 - M$. Момент инерции

диска 1 относительно оси z , $J_{1z} = \frac{m_1 r_1^2}{2}$.

Диск 2 (рис. 5.25, b) совершает плоскопараллельное движение. К нему приложена сила тяжести $\vec{P}_2$ и реакции нитей $\vec{H}_1'$, $\vec{H}_2$ и $\vec{H}_3'$. Плоскопараллельное движение диска 2 описывается уравнением движения его центра масс в проекции на вертикальную ось и уравнением вращения диска вокруг оси, проходящей через центр масс перпендикулярно плоскости диска:

$$m_2 a_C = P_2 - H_1' - H_2 + H_3'; \quad J_{2C} \epsilon_2 = H_2 R_2 - H_1' r_2.$$

Момент инерции диска 2 $J_{2C} = m_2 i_{2C}^2$. При составлении уравнения вращательного движения диска 2 момент силы считается положительным, если он создаёт поворот в сторону вращения диска.

Груз 3 совершает поступательное движение. К нему приложены сила тяжести $\vec{P}_3$ и реакция нити $\vec{H}_3$ (рис. 5.25, c). Уравнение движения груза 3 в проекции на вертикальную ось, направленную в сторону его движения, имеет вид:

$$m_3 a_3 = P_3 - H_3,$$

Выразим угловые ускорения дисков 1 и 2 и ускорение центра масс диска 2 через ускорение груза 3. Для этого нужно продифференцировать соответствующие кинематические соотношения между скоростями. Так, из найденных

ранее выражений: $V_3 = V_C$, $\omega_2 = \frac{V_3}{R_2}$, $\omega_1 = \frac{(r_2 + R_2)}{r_1} \frac{V_3}{R_2}$ следует: $a_3 = a_C$,

$$\varepsilon_2 = \frac{a_3}{R_2}, \quad \varepsilon_1 = \frac{(r_2 + R_2)}{r_1} \frac{a_3}{R_2}.$$

Подставляя кинематические соотношения между ускорениями в уравнения движения тел с учётом равенства модулей сил $\vec{H}_1$ и $\vec{H}'_1$, а также $\vec{H}_3$ и $\vec{H}'_3$, получим систему уравнений, описывающих движение звеньев механизма:

$$\frac{5}{8} m_1 a_3 = H_1 - m_1 g; \quad 3m_1 a_3 = 3m_1 g - H_1 - H_2 + H_3;$$

$$3m_1 a_3 = 4H_2 - H_1; \quad 2m_1 a_3 = 2m_1 g - H_3.$$

Решая систему, найдём $a_3 = \frac{120}{209} g$ м/с², $H_3 = \frac{178}{209} m_1 g$. Выражения ускорения a_3 груза 3 и натяжения нити H_3 совпадают с аналогичными выражениями, полученными в пункте 1 при решении данной задачи с применением теоремы об изменении кинетической энергии.

Упражнения

Упражнение 5.5. Система состоит из двух катков 1 и 2, соединённых невесомым стержнем (рис. 5.26). Каток 1 весом P , радиуса r . Каток 2 весом $2P$, радиуса $3r$ имеет цилиндрический выступ радиуса r . Невесомый стержень, параллельный плоскости качения катков, закреплён в центре катка 1 и передаёт движение катка 1 катку 2 в верхней точке вертикального диаметра цилиндрического выступа без проскальзывания. Качение катков без скольжения. К катку 1 приложена пара сил с моментом $M = 4Pr$. В центре масс катка 2 приложена сила $F = 2P$. Радиус инерции катка 2 относительно оси, проходящей через центр катка перпендикулярно плоскости движения, $i_2 = r\sqrt{2}$. Найти ускорение центра масс катка 1 и реакцию стержня.

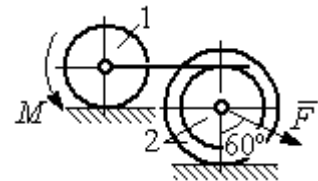


Рис. 5.26. Система катков

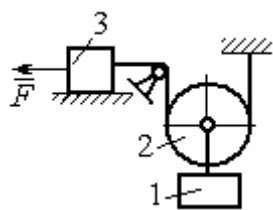


Рис. 5.27. Подъёмное устройство

Упражнение 5.6. С помощью подъёмного устройства (рис. 5.27) производится подъём груза 1. Нить, закреплённая одним концом на неподвижной поверхности, спускается, охватывает снизу блок 2 массы $m_2 = t$, радиуса r , затем поднимается и проходит параллельно горизонтальной плоскости, где к концу её привязан груз 3 массы $m_3 = t$, передвигающийся по плоскости под действием силы $F = 2,5mg$. Нити, удерживающие блок 2, вертикальны. Груз 1 массы $m_1 = 3t$ прикреп-

лён к оси блока 2. Найти ускорение груза 1 и натяжения нитей, удерживающих блок 2.

Упражнение 5.7. Груз 1 массы $m_1 = t$, спускается вниз по наклонной плоскости без трения (рис. 5.28). Нить, прикреплённая к грузу 1, другим своим концом намотана на барабан катка 2 радиуса $R = 2r$ и при движении груза заставляет барабан катиться по горизонтальной поверхности цилиндрическим выступом радиуса r . Качение происходит без проскальзывания. К центру катка привязана другая нить, посредством которой каток тащит за собой груз 3 массы $m_3 = 2t$, скользящий по горизонтальной поверхности без трения. Масса катка $m_2 = 3t$, радиус инерции катка относительно оси, проходящей через его центр масс перпендикулярно плоскости движения $i_2 = r\sqrt{3}$. По касательной к ободу катка 2 приложена сила $F = mg$ (точка приложения силы см. рис. 5.28). Определить ускорение груза 1 и натяжения нитей.

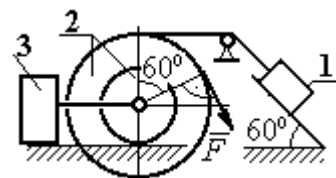


Рис. 5.28. Схема движения механической системы

6. ПРИНЦИПЫ МЕХАНИКИ

6.1. Принцип Даламбера для системы

Силой инерции материальной точки называют векторную величину, модуль которой равен произведению массы точки на модуль её ускорения. Направлен вектор силы инерции точки в сторону, противоположную ускорению $\vec{R}^{\text{и}} = -m\vec{a}$, где m – масса точки; $\vec{a}$ – вектор ускорения точки.

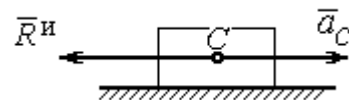


Рис. 6.1. Главный вектор сил инерции при поступательном движении твердого тела

При поступательном движении тела с ускорением центра масс $\vec{a}_C$ главный вектор сил инерции $\vec{R}^{\text{и}}$ по модулю $R^{\text{и}} = ma_C$, приложен в центре масс тела и направлен в сторону, противоположную ускорению $\vec{a}_C$ (рис. 6.1).

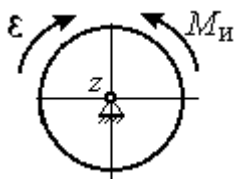


Рис. 6.2. Главный момент сил инерции при вращении тела вокруг оси, проходящей через центр масс

При вращении тела вокруг неподвижной оси z , проходящей через центр масс, главный вектор сил инерции обращается в нуль. Главный момент $\vec{M}^{\text{и}}$, сил инерции относительно оси вращения равен по величине $M^{\text{и}} = J_z \epsilon$, где J_z – момент инерции тела относительно оси z ; ϵ – угловое ускорение тела. Направлен главный момент сил инерции в сторону, противоположную угловому ускорению (рис. 6.2).

При плоскопараллельном движении тела с ускорением центра масс $\vec{a}_C$ и угловым ускорением ϵ главный вектор сил инерции $\vec{R}^{\text{и}}$ равен по модулю $R^{\text{и}} = ma_C$, приложен в центре масс тела и направлен в сторону, противоположную ускорению центра масс $\vec{a}_C$ (рис. 6.3). Главный момент сил инерции $\vec{M}^{\text{и}}$ относи-

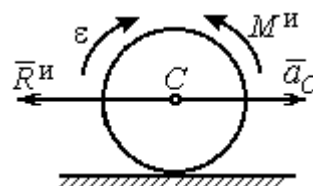


Рис. 6.3. Главный вектор и главный момент сил инерции при плоскопараллельном движении твердого тела

тельно оси, проходящей через центр масс тела перпендикулярно плоскости движения: $M^и = J_C \varepsilon$, где J_C – момент инерции тела относительно оси вращения, и направлен в сторону, противоположную угловому ускорению.

Если в любой момент времени к каждой из точек системы кроме действующих на нее внешних сил присоединить соответствующие силы инерции, то полученная система сил будет уравновешенной.

Принцип Даламбера даёт возможность составлять уравнения движения механической системы в виде уравнений равновесия (метод кинетостатики):

$$\sum \vec{F}_k^e + \vec{R}^и = 0, \quad \sum \vec{M}_O(\vec{F}_k^e) + \vec{M}_O^и = 0,$$

где $\vec{F}_k^e$ – внешние силы, действующие на систему; $\vec{R}^и$ – главный вектор сил инерции; $\vec{M}_O(\vec{F}_k^e)$, $\vec{M}_O^и$ – моменты внешних сил и главный момент сил инерции относительно произвольного центра O .

Примеры решения задач на применение принципа Даламбера

Задача 63. Груз 1 массы $m_1 = 10$ кг спускается вниз по наклонной грани клина, образующей угол 60° с горизонтом, и посредством нити, переброшенной

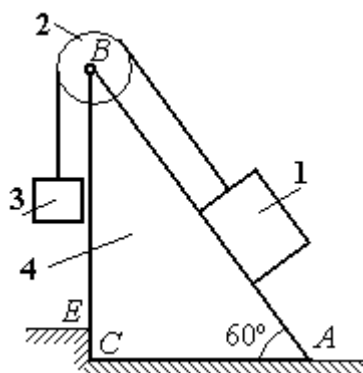


Рис. 6.4. Клин с грузами

через блок 2, укрепленный в верхней точке клина, приводит в движение груз 3 массы $m_3 = 5$ кг (рис. 6.4). Клин ABC массы $m_4 = 15$ кг стоит гранью AC на горизонтальной гладкой поверхности и упирается в выступ E .

Найти давление клина на выступ. Массой блока 2 и нити пренебречь.

Решение

Выберем систему, состоящую из клина ABC , блока 2, грузов 1 и 3 и нити, соединяющей грузы. Внешние силы, действующие на систему, – силы тяжести $\vec{P}_1$, $\vec{P}_3$ и $\vec{P}_4$ грузов 1, 3 и клина 4, горизонтальная реакция $\vec{R}_x$ упора клина в вы-

ступ и вертикальная реакция $\vec{R}_y$ опоры на горизонтальную поверхность. Реакция нити, реакция опоры груза 1 на наклонную поверхность клина и реакция шарнира B блока 2 для данной системы являются внутренними.

Допустим, груз 1 движется вниз, груз 3 – вверх. Приложим силы инерции. Направления ускорений грузов и сил инерции показаны на рис. 6.5.

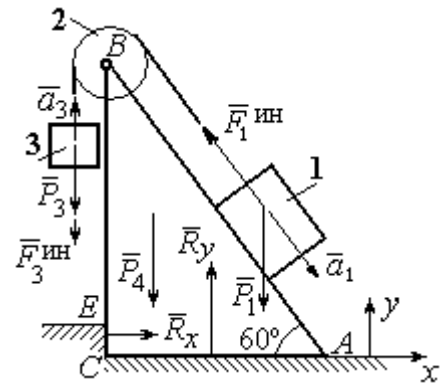


Рис. 6.5. Внешние силы и силы инерции, действующие на систему

В соответствии с принципом Даламбера, полученная система сил находится в равновесии. Условие равновесия: $\sum \vec{F}_k^e + \vec{F}_1^{\text{ин}} + \vec{F}_3^{\text{ин}} = 0$.

Выберем оси xu , как показано на рис. 6.5, и спроектируем векторное равенство на ось x . Получим: $R_x - F_1^{\text{ин}} \cos 60^\circ = 0$, где модуль силы инерции $F_1^{\text{ин}} = m_1 a_1$.

Найдём ускорение груза 1. С этой целью рассмотрим отдельно движение грузов 1 и 3 (рис. 6.6 *a, b*).

Рассматривая груз 1 как отдельную систему, изобразим внешние силы:

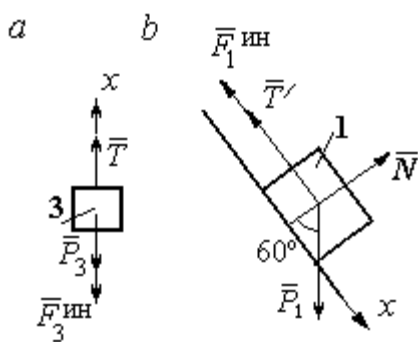


Рис. 6.6. Равновесие грузов

силу тяжести $\vec{P}_1$, реакцию нити $\vec{T}'$ и реакцию опоры $\vec{N}$ (см. рис. 6.6, *b*). Присоединим силу инерции $\vec{F}_1^{\text{ин}}$ и составим уравнение равновесия полученной системы сил в проекции на ось x , расположенную вдоль наклонной грани клина: $P_1 \sin 60^\circ - T' - F_1^{\text{ин}} = 0$, где $F_1^{\text{ин}} = m_1 a_1$.

Для груза 3 внешними силами будут сила тяжести $\vec{P}_3$ и реакция нити $\vec{T}$. Присоединим к грузу 3 силу инерции $\vec{F}_3^{\text{ин}}$ (см. рис. 6.6, *a*) и составим уравне-

ние равновесия системы сил в проекции на ось x , выбранную по направлению движения груза 3: $T - P_3 - F_3^{\text{ин}} = 0$, где модуль силы инерции $F_3^{\text{ин}} = m_3 a_3$.

Решая полученную систему с учётом, что модули реакций нити и модули ускорений грузов равны: $T = T'$ и $a_1 = a_3$, находим ускорение грузов. Получим:

$$a_1 = a_3 = \frac{(m_1 \sin 60^\circ - m_3)g}{m_1 + m_3}. \text{ Тогда давление клина на уступ:}$$

$$R_x = F_1^{\text{ин}} \cos 60^\circ = m_1 g \frac{(m_1 \sin 60^\circ - m_3)}{(m_1 + m_3)} \cos 60^\circ.$$

Подставляя данные из условия задачи, найдём $R_x = 11,97 \text{ Н}$.

Задача 64. Для подъёма грузов используется лебёдка со ступенчатым воротом, изображённая на рис. 6.7. Радиусы большой и малой ступенек барабана ворота r_1 и r_2 , радиус инерции барабана относительно оси вращения i_3 . Лебёдка уста-

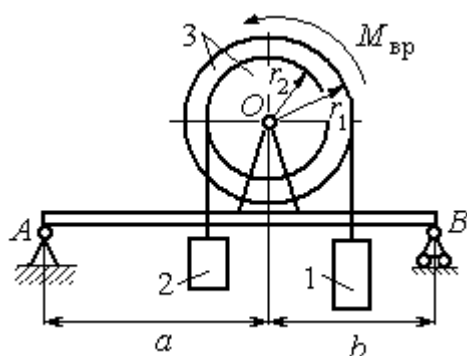


Рис. 6.7. Лебёдка на балке

новлена на горизонтальной балке AB , которая закреплена в точке A на неподвижном цилиндрическом шарнире и опирается на каток в точке B . Груз 1 поднимается на верёвке, навитой на большую ступеньку ворота. На малой

ступеньке барабана ворота закреплена другая верёвка, удерживающая противовес 2. К барабану лебёдки приложен постоянный вращающий момент $M_{\text{вр}}$.

Найти реакции опор балки во время движения груза, если радиусы ступенек барабана $r_1 = 0,8 \text{ м}$, $r_2 = 0,2 \text{ м}$, радиус инерции барабана относительно оси вращения $i_3 = 0,6 \text{ м}$, масса груза 1 $m_1 = 100 \text{ кг}$, противовеса 2 $m_2 = 30 \text{ кг}$, масса барабана $m_1 = 50 \text{ кг}$, величина вращающего момента $M_{\text{вр}} = 1050 \text{ Н}\cdot\text{м}$, расстояния от крайних точек балки A и B до линии вертикального диаметра барабана $a = 2 \text{ м}$, $b = 1 \text{ м}$.

Решение

Выберем систему, включающую только барабан 3, грузы 1 и 2 и нити, связывающие грузы с барабаном (рис. 6.8). Внешние силы, действующие на эту систему, – пара сил, создающая вращающий момент $M_{\text{вр}}$, силы тяжести $\vec{P}_1$, $\vec{P}_2$, $\vec{P}_3$ грузов 1, 2 и барабана 3 и реакция $\vec{R}_O$ опоры барабана на шарнир в точке O . Натяжения нитей для данной системы являются внутренними и на рис. 6.8 не показаны.

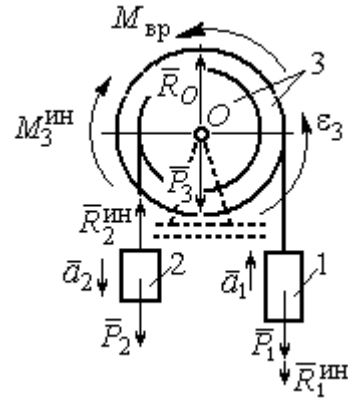


Рис. 6.8. Расчётная схема равновесия барабана

Приложим силы инерции. Направления главных векторов сил инерции $\vec{R}_1^{\text{ин}}$, $\vec{R}_2^{\text{ин}}$ и момента сил инерции $M_3^{\text{ин}}$ показаны на рис. 6.8.

Согласно принципу Даламбера, полученная система внешних сил и сил инерции является уравновешенной. Составим уравнения равновесия:

$$R_O + R_2^{\text{ин}} - P_2 - P_3 - P_1 - R_1^{\text{ин}} = 0; \quad M_{\text{вр}} - M_3^{\text{ин}} - R_2^{\text{ин}}r_2 + P_2r_2 - P_1r_1 - R_1^{\text{ин}}r_1 = 0,$$

где $R_1^{\text{ин}} = m_1a_1$, $R_2^{\text{ин}} = m_2a_2$, $M_3^{\text{ин}} = J_{3O}\varepsilon_3$, $J_{3O} = m_3i_3^2$.

Из второго уравнения с учётом кинематических соотношений: $\varepsilon_3 = \frac{a_1}{r_1}$ и

$$a_2 = \frac{r_2}{r_1}a_1, \text{ найдём ускорение груза 1: } a_1 = \frac{r_1(M_{\text{вр}} + P_2r_2 - P_1r_1)}{m_3i_3^2 + m_2r_2^2 + m_1r_1^2}.$$

Подставляя данные задачи, получим $a_1 = 3,49 \text{ м/с}^2$.

Вычислим модули сил инерции $R_1^{\text{ин}} = m_1a_1 = 349 \text{ Н}$; $R_2^{\text{ин}} = m_2a_2 = 26,17 \text{ Н}$.

Подставляя модули сил инерции в первое уравнение условий равновесия, найдём реакцию опоры барабана на шарнир O :

$$R_O = -R_2^{\text{ин}} + P_2 + P_3 + P_1 + R_1^{\text{ин}} = 2088,63 \text{ Н}.$$

Для определения реакций опор балки AB выберем объектом равновесия

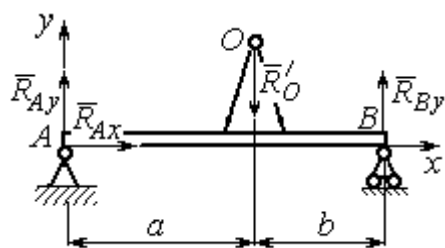


Рис. 6.9. Равновесие балки

саму балку (рис. 6.9). На балку действуют сила $\vec{R}'_O$ давления со стороны шарнира O , реакция шарнира в точке A (на рис. 6.9 разложенная на составляющие $\vec{R}_{Ax}$, $\vec{R}_{Ay}$) и реакция $\vec{R}_{By}$ опоры балки на шарнир в точке B . Составим уравне-

ния равновесия балки:

$$\sum F_x = R_{Ax} = 0, \quad \sum F_y = R_{Ay} - R'_O + R_{By} = 0,$$

$$\sum M_A(F) = R_{By}(a + b) - R'_O a = 0.$$

Решая систему с учётом того, что модули сил $\vec{R}'_O$ и $\vec{R}_O$ равны, найдём ре-

акции опор балки: $R_{By} = R_O \frac{a}{a + b} = 1392,42 \text{ Н}$; $R_{Ay} = R_O - R_{By} = 696,21 \text{ Н}$.

Для сравнения реакции опор балки при неподвижном барабане $R_{By} = 1419,18 \text{ Н}$, $R_{Ay} = 346,62 \text{ Н}$.

Упражнение

Упражнение 6.1. Груз 1 соединён с грузом 2 нерастяжимой нитью, переброшенной через неподвижный блок (рис. 6.10). Опускаясь вниз, груз 2 перемещает груз 1 по горизонтальной поверхности призмы 3 без трения. Призма стоит на горизонтальной гладкой поверхности и упирается левым краем в выступ. Определить силу давления призмы на пол, если массы грузов 1, 2 и призмы 3 одинаковы и равны m . Массой нити и блока пренебречь.

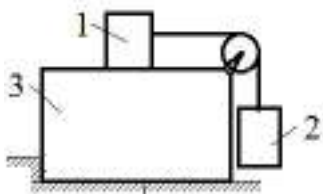


Рис. 6.10. Схема движения грузов в системе

6.2. Принцип возможных перемещений

Возможными перемещениями механической системы называют любую совокупность элементарных (бесконечно малых) перемещений точек системы из занимаемого в данный момент времени положения, которые допускаются всеми наложенными на систему связями.

Идеальными связями в механической системе называют такие связи, для которых сумма элементарных работ их реакций на любом возможном перемещении равна нулю.

Принцип возможных перемещений.

Если все приложенные к точкам системы внешние и внутренние силы разделить на **активные силы** и **реакции связей**, то для равновесия механической системы с идеальными связями необходимо и достаточно, чтобы сумма элементарных работ всех активных сил была равна нулю на любом возможном перемещении системы: $\sum \delta A(\vec{F}_k^{\text{акт}}) = 0$.

Примеры решения задач на применение принципа возможных перемещений

Задача 65. В талевом механизме барабан 1 состоит из двух соосных жестко связанных валов (рис. 6.11). При поднятии груза верхний трос барабана 1 наматывается на вал большего радиуса R_1 , нижний – сматывается с вала меньшего радиуса r_1 .

Какой вращающий момент M , постоянный по величине, нужно приложить к барабану, чтобы уравновесить груз весом P , прикрепленный в центре блока 4. Массами блоков и троса пренебречь.

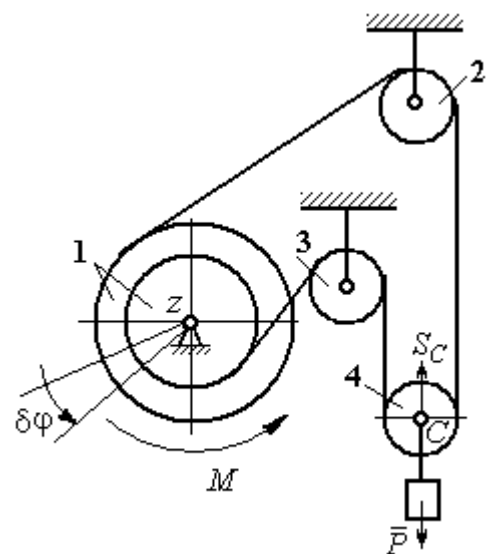


Рис. 6.11. Уравновешивание талевого механизма

Решение

Активными силами в системе являются сила тяжести груза $\vec{P}$ и уравновешивающий момент M . По принципу возможных перемещений для равновесия системы необходимо и достаточно выполнения условия:

$$\delta A(M) + \delta A(\vec{P}) = 0, \text{ или } M\delta\varphi_1 - P\delta S_C = 0.$$

где $\delta\varphi_1$ и δS_C – возможные перемещения барабана и груза.

Найдём связь между перемещениями $\delta\varphi_1$ и δS_C . Предположим, в меха-

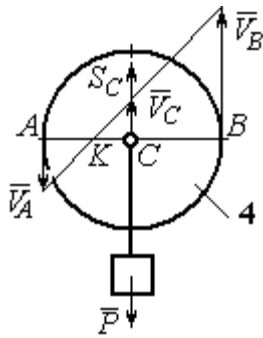


Рис. 6.12. Распределение скоростей точек блока 4

низме осуществляется подъём груза. На рис. 6.12 показано построение мгновенного центра скоростей блока 4 – точки K . Здесь скорость точки A блока 4 (рис. 6.12) равна скорости точек обода малого вала барабана 1, а скорость точки B – скорости точек обода большого вала. Составим пропорцию

$$\frac{V_B}{V_A} = \frac{BK}{AK} = \frac{r_4 + CK}{r_4 - CK}, \text{ где } r_4 - \text{радиус блока 4 (см.}$$

рис.6.12). Подставляя выражения для скоростей точек A и B $V_A = \omega_1 r_1$,

$$V_B = \omega_1 R_1, \text{ найдём расстояние: } CK = \frac{(R_1 - r_1)r_4}{R_1 + r_1}.$$

Угловая скорость блока 4 $\omega_4 = \frac{V_B}{r_4 + CK} = \frac{\omega_1(R_1 + r_1)}{2r_4}$. Скорость его цен-

тра: $V_C = \omega_4 \cdot CK = \frac{\omega_1(R_1 - r_1)}{2}$. Выразим соотношение между скоростью точки

C и угловой скоростью барабана 1 в дифференциальной форме:

$$dS_C = d\varphi_1 \frac{(R_1 - r_1)}{2}. \text{ Поскольку действительное перемещение является одним из}$$

возможных (т. е. $ds = \delta s$, $d\varphi = \delta\varphi$), получим связь между возможными переме-

$$\text{щениями барабана 1 и груза: } \delta S_C = \frac{\delta\varphi_1(R_1 - r_1)}{2}.$$

Подставляя найденное соотношение в уравнение принципа возможных

$$\text{перемещений, представим его в окончательном виде: } M\delta\varphi_1 - P\frac{\delta\varphi_1(R_1 - r_1)}{2} = 0,$$

$$\text{откуда найдём значение уравновешивающего момента: } M = \frac{P(R_1 - r_1)}{2}.$$

Задача 66. Брус 1 весом $P_1 = P$ лежит на цилиндрическом катке 2 и на блоке 3 одинаковых радиусов r , и одинакового веса $P_2 = P_3 = 2P$ (рис. 6.13). Каток 2 катится без проскальзывания по наклонной плоскости с углом наклона 30° к горизонту. Блок 3 вращается вокруг неподвижной оси z и к нему приложена пара сил с моментом $M = Pr$. Каток и блок расположены так, что брус 1 параллелен наклонной плоскости.

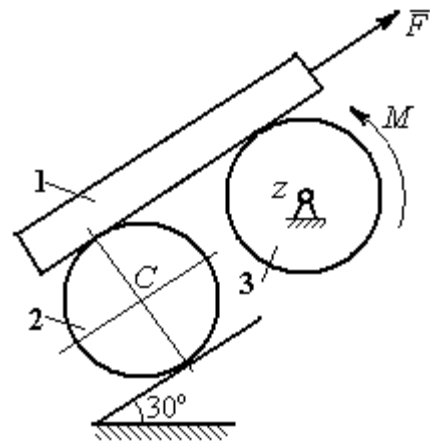


Рис. 6.13. Равновесие механической системы

Какую силу F , параллельную наклонной плоскости, нужно приложить к брусу 1, чтобы удержать его в равновесии. Скольжение между бруском и катком, бруском и блоком отсутствует.

Решение

Рассмотрим механизм, состоящий из бруса 1, катка 2 и блока 3. Активными силами, действующими на механизм, являются силы тяжести $\vec{P}_1$, $\vec{P}_2$ и

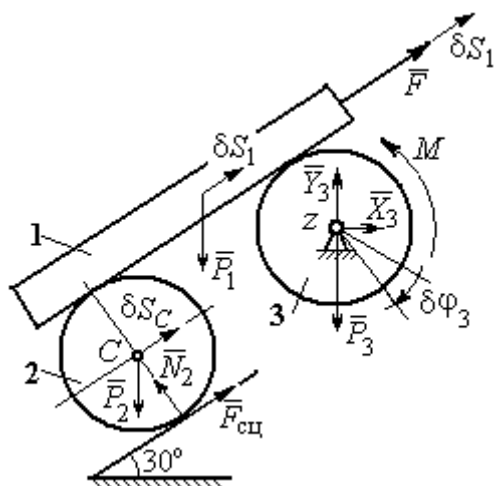


Рис. 6.14. Расчётная схема применения принципа возможных перемещений

$\vec{P}_3$ бруса, катка и блока, пара сил с моментом M , приложенная к блоку 3, и сила $\vec{F}$, приложенная к брусу. Связи в механизме идеальные, так как работа реакции $\vec{N}_2$ опоры катка 2 на плоскость, работа силы $\vec{F}_{сщ}$ сцепления катка с плоскостью и работа реакции шарнира блока 3 при любом перемещении системы равны нулю. Направления векторов сил в системе показаны на рис. 6.14.

Придадим системе возможное перемещение, сдвинув брус 1 на расстояние δS_1 вдоль линии действия силы $\vec{F}$, вверх по наклонной плоскости. Тогда

центр катка 2 переместится на расстояние δS_C , а блок 3 повернётся на элементарный угол $\delta\varphi_3$ (см. рис. 6.14).

Для определения условий равновесия применим к системе принцип возможных перемещений. Получим уравнение:

$$-P_1\delta S_1\cos 60^\circ - P_2\delta S_C\cos 60^\circ - M\delta\varphi_3 + F\delta S_1 = 0.$$

Выразим все перемещения через перемещение бруса δS_1 . Допустим, скорость бруса равна V_1 . Тогда $V_C = \frac{V_1}{2}$, и, следовательно, $\delta S_C = \frac{\delta S_1}{2}$.

Угловая скорость блока 3 $\omega_3 = \frac{V_1}{r}$, отсюда $\delta\varphi_3 = \frac{\delta S_1}{r}$.

Подставляя найденные соотношения в уравнение принципа возможных перемещений с учётом данных задачи, находим $F = 2P$.

Задача 67. Уравновешивание роликового катка 3 с противовесом 1 осуществляется с помощью пары сил с моментом M , приложенных к блоку 2. Ка-

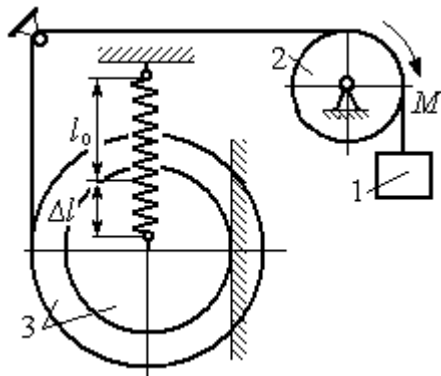


Рис. 6.15. Уравновешивание роликового катка

ток состоит из двух соосных жестко связанных дисков (рис. 6.15) радиусов r и $R = 2r$ с общей массой $3m$. Масса груза 1 равна m . При движении каток катится без скольжения по вертикальной поверхности, касаясь её диском меньшего радиуса. Вертикальная пружина с закреплённым верхним концом своим нижним концом удерживает каток за центр масс. Жесткость пружины $c = mg / r$.

Какой величины уравновешивающий момент M приложен к блоку 2, если при равновесии катка пружина растянулась относительно недеформированного состояния на величину $\Delta l = r$.

Решение

Рассмотрим механическую систему, состоящую из груза 1, блока 2 и катка 3. Активными силами, действующими на механизм, являются силы тяжести $\vec{P}_1$, $\vec{P}_2$ и $\vec{P}_3$ – груза, блока и катка, пара сил с моментом M , приложенная к блоку 2, и сила $\vec{F}_{\text{упр}}$ упругости пружины, приложенная к центру катка. Реакциями связей в механизме являются: сила $\vec{F}_{\text{сц}}$ сцепления катка с плоскостью и реакция $\vec{R}_2$ шарнира блока 2. Реакция $\vec{N}_2$ опоры катка 2 на вертикальную плоскость равна нулю (на рис. 6.16 не показана).

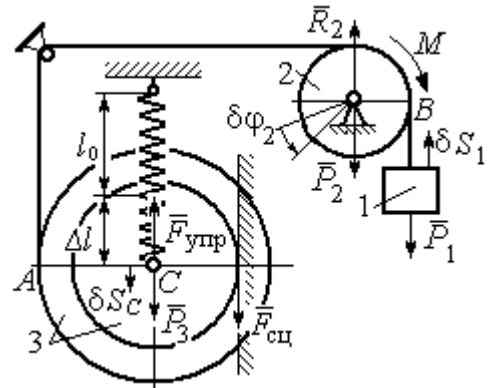


Рис. 6.16. Расчётная схема уравнивания ролика

Допустим, система находится в равновесии. Дадим центру катка возможное перемещение δS_C , направленное вертикально вниз. При этом блок 2 повернётся на угол $\delta\varphi_2$, а груз 1 получит бесконечно малое перемещение δS_1 . Направления возможных перемещений показаны на рис. 6.16.

Составим уравнение принципа возможных перемещений:

$$P_3 \delta S_C - F_{\text{упр}} \delta S_C + M \delta\varphi_2 - P_1 \delta S_1 = 0,$$

где сила упругости в положении равновесия системы $F_{\text{упр}} = c\Delta l$.

Выразим перемещения $\delta\varphi_2$, δS_1 блока 2 и груза 1 через перемещение центра катка δS_C . Предположим, при возможном перемещении скорость центра масс катка равна V_C . Скорость груза 1 равна скорости точки A на ободе большого диска катка: $V_1 = V_A = \frac{R+r}{r} V_C$. Здесь учтено, что точка касания катка

с вертикальной поверхностью является его мгновенным центром скоростей.

Угловая скорость блока 2 $\omega_2 = \frac{V_A}{r} = \frac{R+r}{r^2} V_C$.

Представляя кинематические соотношения в дифференциальном виде, получим необходимые связи между возможными перемещениями:

$$\delta S_1 = \frac{R+r}{r} \delta S_C = 3\delta S_C; \quad \delta \varphi_2 = \frac{R+r}{r^2} \delta S_C = \frac{3\delta S_C}{r}.$$

Окончательно уравнение принципа возможных перемещений выражается в виде: $P_3 \delta S_C - c \Delta \delta S_C + M \frac{3\delta S_C}{r} - P_1 3\delta S_C = 0$. Величина уравнивающего момента $M = \frac{1}{3} mgr$.

Упражнения

Упражнение 6.2. Штамповка деталей осуществляется при помощи рычажного пресса (рис. 6.17). Найти соотношение между силой F , приложенной к внешнему рычагу, и силой Q , сжимающей деталь A вдоль центральной оси.

Длины рычагов a, b, c, d показаны на рис. 6.17.

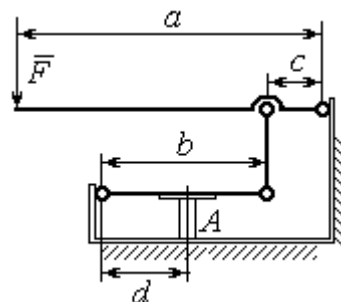


Рис. 6.17. Рычажный пресс

Упражнение 6.3. Конструкция состоит из двух валов, находящихся во внешнем зацеплении, и двух грузов, удерживающихся нитями, намотанными на валы (рис. 6.18).

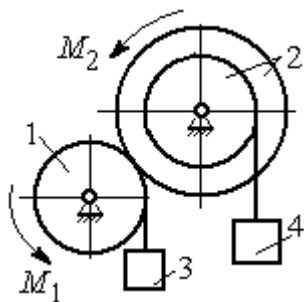


Рис. 6.18. Схема уравнивания валов

грузов, удерживающихся нитями, намотанными на валы (рис. 6.18).

Радиус вала 1 $R_1 = r$. Вал 2 состоит из двух барабанов, жестко скрепленных на одной оси. Радиусы барабанов: $R_2 = 3r$, $r_2 = r$.

Найти величину уравнивающего момента M_2 , приложенного к валу 2, если к валу 1 приложена пара сил с моментом $M_1 = 2Pr$, а грузы 3 и 4 одинакового веса P .

6.3. Общее уравнение динамики

При движении механической системы с идеальными связями в каждый момент времени сумма элементарных работ активных сил и сил инерции на любом возможном перемещении равна нулю:

$$\sum \delta A(\vec{F}_k^{\text{акт}}) + \sum \delta A(\vec{R}_k^{\text{и}}) = 0,$$

где $\delta A(\vec{F}_k^{\text{акт}})$, $\delta A(\vec{R}_k^{\text{и}})$ – элементарные работы активных сил и сил инерции, приложенных к точкам системы на её возможном перемещении.

При вычислении элементарных работ активных сил и сил инерции используют обычные формулы для вычисления работы сил на элементарном перемещении точек их приложения.

Примеры решения задач на применение общего уравнения динамики

Задача 68. Механическая система включает груз 1, ступенчатый диск 2 (каток), катящийся ступенькой по неподвижному рельсу, и однородный диск 3 (блок), вращающийся вокруг неподвижной оси, соединённых нерастяжимыми нитями (рис. 6.19). Качение ступенчатого диска происходит без скольжения. К грузу 1 приложена сила $\vec{F}$ под углом 30° к горизонтальному направлению движения груза. К блоку 3 приложена пара сил с моментом M . Найти закон движения центра масс катка 2 и реакцию шарнира блока 3 в момент времени $t = 1$ с, если $P_1 = 10$ Н; $P_2 = 20$ Н; $P_3 = 15$ Н; $F = 5(t+1)$ Н; $M = 3(1+2t)$ Н·м; $R_2 = 0,8$ м; $r_2 = 0,2$ м; $R_3 = 0,4$ м; момент инерции катка 2 относительно оси, проходящей через центр масс перпендикулярно плоскости движения, $i_{2C} = 0,6$ м.

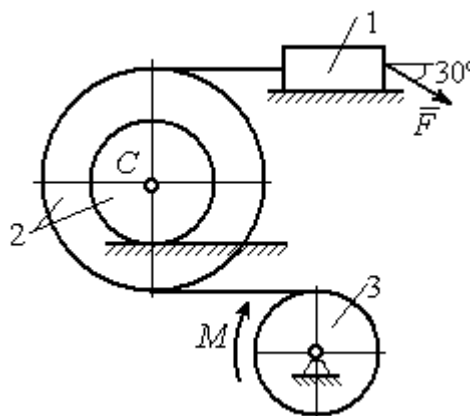


Рис. 6.19. Схема движения механической системы

Решение

В рассматриваемой механической системе активными силами являются силы тяжести $\vec{P}_1, \vec{P}_2, \vec{P}_3$, сила $\vec{F}$ и пара сил с моментом M (рис. 6.20).

Реакциями связей являются нормальные реакции опор: $\vec{N}_1, \vec{N}_2$, сила сцепления катка 2 с неподвижной поверхностью $\vec{F}_{\text{сц}}$ и реакция шарнира O

блока 3 (на рис. 6.20 реакция показана в виде разложения на составляющие $\vec{X}_3, \vec{Y}_3$). Связи идеальные, так как скольжение груза 1 происходит по гладкой поверхности, качение диска 2 без проскальзывания, а ось вращения блока 3 неподвижна.

Предположим, система движется так, что блок 3 вращается с угловой скоростью ω_3 и угловым ускорением ε_3 в направлении по-

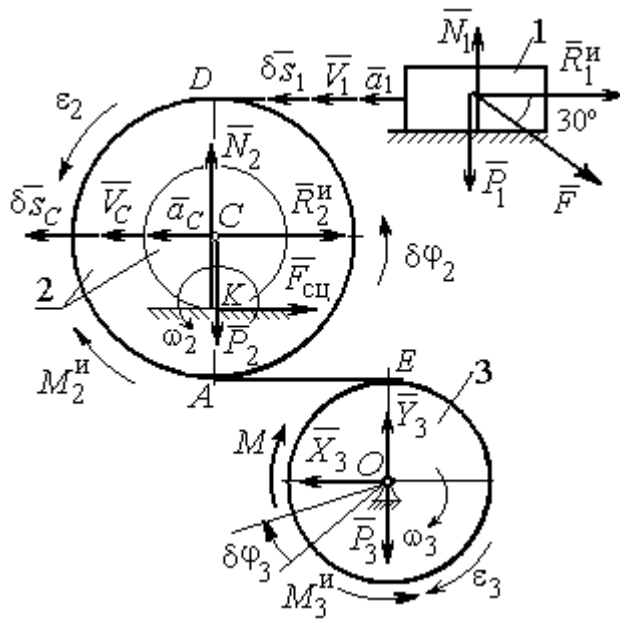


Рис. 6.20. Расчётная схема исследования движения механической системы

ворота, создаваемого моментом M . Соответствующие направления скорости $\vec{V}_C$ и ускорения $\vec{a}_C$ центра масс катка 2, его угловой скорости ω_2 и ускорения ε_2 , а также направление скорости $\vec{V}_1$ и ускорения $\vec{a}_1$ груза 1 показаны на рис. 6.20.

Присоединим к телам системы силы инерции. Главные векторы $\vec{R}_1^{\text{и}}, \vec{R}_2^{\text{и}}$ сил инерции груза 1 и катка 2 приложены в центрах масс груза и катка и направлены в сторону, противоположную ускорениям $\vec{a}_1$ и $\vec{a}_C$. Главные моменты $\vec{M}_2^{\text{и}}, \vec{M}_3^{\text{и}}$ сил инерции катка 2 и блока 3 направлены в сторону, противоположную угловым ускорениям ε_2 и ε_3 .

Главные векторы и главные моменты сил инерции показаны на рис. 6.20.

Для механической системы с идеальными связями общее уравнение динамики имеет вид:

$$\sum \delta A(\vec{F}_k^{\text{акт}}) + \sum \delta A(\vec{R}_k^{\text{и}}) = 0.$$

Угловая скорость катка 2 $\omega_2 = \frac{V_C}{CK} = \frac{V_C}{r_2}$. Здесь учтено, что в точке K

находится мгновенный центр скоростей катка (см. рис. 6.20). Скорость точки E блока 3 равна скорости точки A катка 2 (см. рис. 6.20):

$$V_E = V_A = \omega_2 \cdot AK = \omega_2 (R_2 - r_2) = V_C \frac{R_2 - r_2}{r_2}.$$

Угловая скорость блока 3 $\omega_3 = \frac{V_E}{R_3} = V_C \frac{(R_2 - r_2)}{R_3 r_2}$.

Скорость груза 1 равна скорости точки D катка 2:

$$V_1 = V_D = \omega_2 \cdot DK = \omega_2 (R_2 + r_2) = V_C \frac{(R_2 + r_2)}{r_2}.$$

Соотношения между ускорениями определяются путем дифференцирования установленных кинематических равенств:

$$a_1 = a_C \frac{(R_2 + r_2)}{r_2}, \quad \varepsilon_2 = \frac{a_C}{r_2}, \quad \varepsilon_3 = a_C \frac{(R_2 - r_2)}{R_3 r_2}.$$

Если выразить скоростные кинематические соотношения в дифференциальном виде, то, полагая действительное перемещение возможным (т. е. $ds = \delta s$, $d\varphi = \delta\varphi$), получим соотношения между перемещениями:

$$\delta s_1 = \delta s_C \frac{(R_2 + r_2)}{r_2}, \quad \delta\varphi_2 = \frac{\delta s_C}{r_2}, \quad \delta\varphi_3 = \delta s_C \frac{(R_2 - r_2)}{R_3 r_2}.$$

Найдем элементарные работы активных сил.

Работы сил тяжести груза 1 и катка 2 равны нулю, так как перемещения точек приложения сил перпендикулярны векторам сил.

Работа силы тяжести блока 3 также равна нулю, поскольку точка прило-

жения силы тяжести блока 3 не перемещается:

$$\delta A(\vec{P}_1) = P_1 \delta s_1 \cos 90^\circ = 0; \quad \delta A(\vec{P}_2) = P_2 \delta s_C \cos 90^\circ = 0; \quad \delta A(\vec{P}_3) = 0.$$

Работу совершают только пара сил с моментом M и сила $\vec{F}$:

$$\delta A(\vec{M}) = M \delta \varphi_3 = M \delta s_C \frac{(R_2 - r_2)}{R_3 r_2};$$

$$\delta A(\vec{F}) = F \delta s_1 \cos 150^\circ = -F \delta s_C \frac{(R_2 + r_2)}{r_2} \cos 30^\circ.$$

В результате сумма элементарных работ активных сил:

$$\begin{aligned} \sum \delta A(\vec{F}_k^{\text{акт}}) &= \delta A(\vec{M}) + \delta A(\vec{F}) = \\ &= M \delta s_C \frac{(R_2 - r_2)}{R_3 r_2} - F \delta s_C \frac{(R_2 + r_2)}{r_2} \cos 30^\circ = (0,85 + 23,35t) \delta s_C. \end{aligned}$$

Определим модули главных векторов и главных моментов сил инерции:

$$R_1^{\text{н}} = m_1 a_1 = \frac{P_1}{g} \frac{(R_2 + r_2)}{r_2} a_C, \quad R_2^{\text{н}} = m_2 a_C = \frac{P_2 a_C}{g};$$

$$M_2^{\text{н}} = J_{2C} \varepsilon_2 = \frac{P_2}{g} i_{2C}^2 \frac{a_C}{r_2};$$

$$M_3^{\text{н}} = J_{3O} \varepsilon_3 = \frac{P_3 R_3}{2g} \frac{(R_2 - r_2)}{r_2} a_C,$$

где J_{2C} – момент инерции катка 2 относительно оси, проходящей через его центр масс перпендикулярно плоскости движения, $J_{2C} = m_2 i_{2C}^2$; i_{2C} – радиус инерции катка; J_{3O} – осевой момент инерции блока 3, $J_{3O} = \frac{m_3 R_3^2}{2}$.

Найдем элементарные работы сил инерции:

$$\delta A(\vec{R}_1^{\text{н}}) = -R_1^{\text{н}} \delta s_1 = -\frac{P_1 (R_2 + r_2)^2 a_C}{g r_2^2} \delta s_C;$$

$$\delta A(\vec{R}_2^{\text{н}}) = -R_2^{\text{н}} \delta s_C = -\frac{P_2 a_C}{g} \delta s_C;$$

$$\delta A(\vec{M}_2^{\text{и}}) = -M_2^{\text{и}} \delta \varphi_2 = -\frac{P_2 i_2^2 a_C}{gr_2^2} \delta s_C;$$

$$\delta A(\vec{M}_3^{\text{и}}) = -M_3^{\text{и}} \delta \varphi_3 = -\frac{P_3 (R_2 - r_2)^2 a_C}{2gr_2^2} \delta s_C.$$

Сумма элементарных работ сил инерции:

$$\begin{aligned} \sum \delta A(\vec{R}_k^{\text{и}}) = & -\frac{P_1 (R_2 + r_2)^2 a_C}{gr_2^2} \delta s_C - \frac{P_2 a_C}{g} \delta s_C - \frac{P_2 i_2^2 a_C}{gr_2^2} \delta s_C - \\ & - \frac{P_3 (R_2 - r_2)^2 a_C}{2gr_2^2} \delta s_C = -52,75 a_C \delta s_C, \text{ где } g = 9,81 \text{ м/с}^2. \end{aligned}$$

С учетом проделанных вычислений общее уравнение динамики принимает вид: $\sum \delta A(\vec{F}_k^{\text{акт}}) + \sum \delta A(\vec{R}_k^{\text{и}}) = (0,85 + 23,35t) \delta s_C - 52,75 a_C \delta s_C = 0$, откуда найдём ускорение центра масс катка 2 как функцию времени:

$$a_C(t) = 0,02 + 0,45t.$$

Представляя ускорение a_C в виде второй производной координаты движения центра масс $a_C = \ddot{s}_C$, получим дифференциальное уравнение $\ddot{s}_C = 0,02 + 0,45t$. Дважды проинтегрировав это уравнение с нулевыми начальными условиями, найдём закон движения центра масс:

$$s_C = 0,01t^2 + 0,075t^3.$$

Рассмотрим вращательное движение блока 3, освободив его от связей. На блок действуют сила тяжести $\vec{P}_3$, реакция подшипника, разложенная на составляющие $\vec{X}_3$, $\vec{Y}_3$, пара сил с моментом M и реакция нити $\vec{H}_3$ (рис. 6.21).

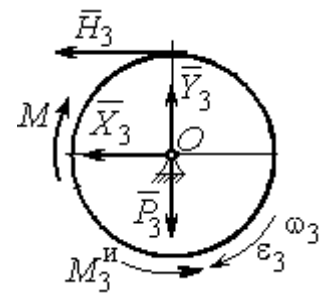


Рис. 6.21. Вращение блока 3

Присоединим к блоку 3 силы инерции. При вращательном движении блока вокруг оси, проходящей через центр масс, главный вектор сил инерции равен ну-

лю. Главный момент сил инерции $M_3^{\text{и}}$ направлен в сторону, противоположную угловому ускорению блока 3.

По принципу Даламбера система сил, приложенных к блоку 3, включая силы инерции, находится в равновесии. Составим уравнение равновесия в виде равенства нулю суммарного момента всех сил относительно оси вращения:

$M - H_3 R_3 - M_3^{\text{и}} = 0$, откуда найдём реакцию нити: $H_3 = \frac{M}{R_3} - \frac{M_3^{\text{и}}}{R_3}$. Подставляя

в уравнение величину модуля главного момента сил инерции блока 3 $M_3^{\text{и}}(1) = 0,7 \text{ Н} \cdot \text{м}$ и значение момента, приложенного к блоку 3, в момент времени $t = 1 \text{ с}$, $M(1) = 9 \text{ Н} \cdot \text{м}$ найдём реакцию нити $H_3(1) = 20,75 \text{ Н}$.

Уравнения равновесия, составленные в виде проекций сил на вертикальную и горизонтальную оси (см. рис. 6.21), имеют вид:

$$X_3 + H_3 = 0, \quad Y_3 - P_3 = 0.$$

Составляющие реакции шарнира блока 3 в момент времени $t = 1 \text{ с}$:

$X_3 = -20,75 \text{ Н}$, $Y_3 = 15 \text{ Н}$. Полная реакция шарнира $R_3 = \sqrt{X_3^2 + Y_3^2} = 25,6 \text{ Н}$.

Задача 69. Груз 2 весом P_2 , поднимаемый лебёдкой (рис. 6.22), подвешен в центре подвижного блока 3 весом P_3 . Нерастяжимая нить одним концом при-

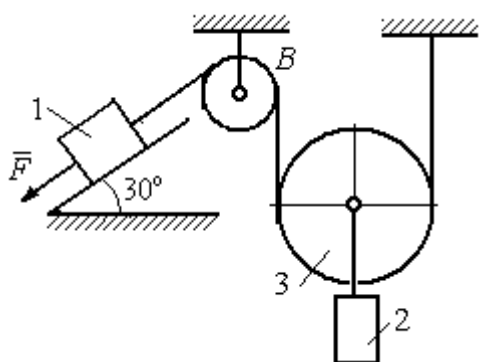


Рис. 6.22. Схема подъёмного устройства

цеплена к грузу 1 весом P_1 , лежащему на наклонной плоскости. Другой конец, переброшенный через невесомый блок B , охватывает снизу подвижный блок 3 радиуса r и закреплён в вертикальном положении. К грузу 1 приложена сила $\vec{F}$, направленная вдоль наклонной плоскости.

Найти закон движения поднимаемого груза, если $P_1 = P_3 = P$, $P_2 = 3P$, $F = 2P$ и движение началось из состояния покоя.

Решение

Применим к решению задачи общее уравнение динамики. В данной механической системе активными силами являются силы тяжести $\vec{P}_1$, $\vec{P}_2$, $\vec{P}_3$ и сила $\vec{F}$ (рис. 6.23). Реакциями связей являются реакция шарнира блока B и реакция опоры груза 1 (на рис. 6.23 не показаны). Связи идеальные, так как работа реакций связей равна нулю.

Предположим, груз 1 спускается вниз по наклонной плоскости с ускорением a_1 . Приложим к телам системы силы инерции. Главные вектора сил инерции $\vec{R}_1^{\text{ин}}$ и $\vec{R}_2^{\text{ин}}$ грузов 1 и 2, движущихся поступательно, приложены в центрах масс грузов и направлены противоположно векторам ускорений тел. Главный вектор $\vec{R}_3^{\text{ин}}$ сил инерции блока 3 приложен в центре масс блока 3 и направлен противоположно вектору ускорения его центра масс. Главный момент сил инерции $M_3^{\text{ин}}$ относительно оси, проходящей через центр масс блока 3 перпендикулярно плоскости движения, направлен в сторону, противоположную направлению углового ускорения блока 3, совпадающего с направлением углового движения. Направления главных векторов и главного момента сил инерции тел показаны на рис. 6.23.

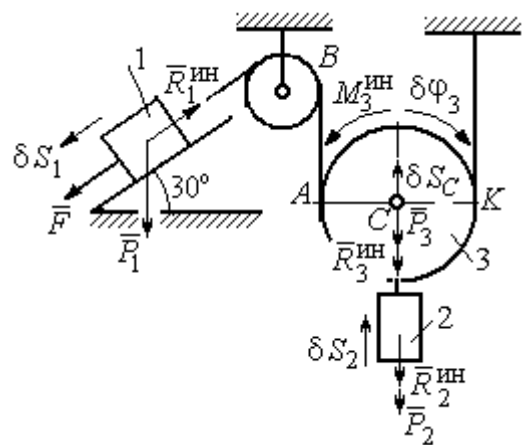


Рис.6.23. Активные силы и силы инерции, приложенные к системе

Дадим системе возможное перемещение, при котором груз 1 спустился вниз по наклонной плоскости на расстояние δS_1 . В соответствии с приложенными в системе связями центр масс подвижного блока 2 и груз 2 переместились вверх на высоту δS_C , а сам блок повернулся на угол $\delta \varphi_3$ (см. рис. 6.23).

Составим общее уравнение динамики $\sum \delta A(\vec{F}_k^{\text{акт}}) + \sum \delta A(\vec{R}_k^{\text{и}}) = 0$. Получим

$$F\delta S_1 + P_1\delta S_1 \cos 60^\circ - P_2\delta S_2 - P_3\delta S_C - \\ - R_1^{\text{и}}\delta S_1 - R_2^{\text{и}}\delta S_C - R_3^{\text{и}}\delta S_C - M_3^{\text{и}}\delta\varphi_3 = 0,$$

где модули сил инерции $R_1^{\text{и}} = m_1 a_1$, $R_2^{\text{и}} = m_2 a_2$, $R_3^{\text{и}} = m_3 a_C$, $M_3^{\text{и}} = \frac{m_3 r^2}{2} \varepsilon_3$.

Выразим перемещение δS_2 и ускорение a_2 груза 2, а также поворот $\delta\varphi_3$ и угловое ускорение ε_3 подвижного блока 3 через перемещение δS_1 и ускорение a_1 груза 1.

Угловая скорость блока 3 $\omega_3 = \frac{V_A}{AK} = \frac{V_1}{2r}$. Здесь учтено, что точка K блока 3 является его мгновенным центром скоростей. Тогда, элементарный поворот блока $\delta\varphi_3 = \frac{\delta S_1}{2r}$, а его угловое ускорение $\varepsilon_3 = \frac{a_1}{2r}$.

Скорость центра масс блока 3 и скорость груза 2: $V_2 = V_C = \frac{V_1}{2}$. Из этого равенства следует, что: $\delta S_2 = \delta S_C = \frac{\delta S_1}{2}$, $a_2 = a_C = \frac{a_1}{2}$.

Подставляя найденные соотношения в общее уравнение динамики с учётом данных задачи, окончательно получим уравнение: $\frac{1}{2}P\delta S_1 = \frac{17}{8g}Pa_1\delta S_1$. От-

сюда $a_1 = \frac{4}{17}g = 0,23g$. Ускорение груза 2, $a_2 = \frac{a_1}{2} = 0,12g$.

Представим ускорение груза 2 в виде второй производной координаты его движения. Получим дифференциальное уравнение: $\ddot{S}_2 = 0,12g$. Дважды проинтегрировав его с нулевыми начальными условиями, найдём закон движения груза: $S_2 = 0,06gt^2$.

Задача 70. Грузы 1 и 2 весом $P_1 = 20$ Н и $P_2 = 30$ Н привязаны к нерастяжимой нити. Нить переброшена через неподвижные блоки B и D и охватывает снизу подвижный блок 3 весом $P_3 = 40$ Н (рис. 6.24). Определить ускорения грузов 1 и 2 и центра масс блока 3. Весом неподвижных блоков B и D пренебречь.

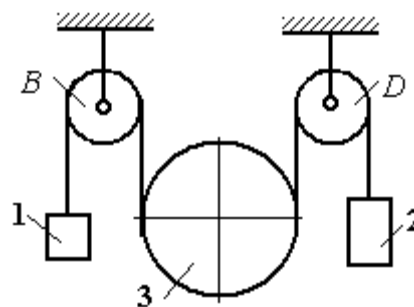


Рис. 6.24. Механическая система с двумя степенями свободы

Решение

В данной механической системе активными силами являются силы тяжести $\vec{P}_1$, $\vec{P}_2$,

$\vec{P}_3$ (рис. 6.25), а реакциями связей – реакции шарниров блоков B и D . Связи идеальные, так как оси вращения блоков B и D неподвижны.

Применим к решению задачи общее уравнение динамики. Система имеет две степени свободы. В этом случае общее уравнение динамики необходимо

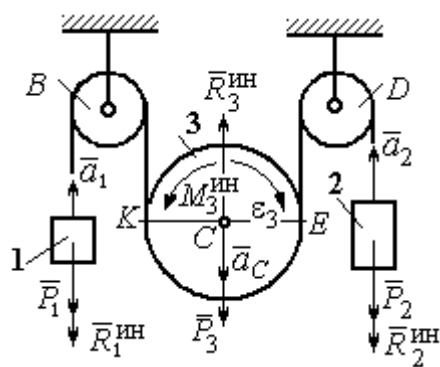


Рис. 6.25. Активные силы и силы инерции, приложенные к системе

составлять для каждого из независимых перемещений.

Предположим, система движется так, что оба груза 1 и 2 равноускоренно перемещаются вверх. Скорости грузов $\vec{V}_1$, $\vec{V}_2$, ускорения – $\vec{a}_1$ и $\vec{a}_2$. Блок 3 опускается вниз с ускорением центра $\vec{a}_C$, вращается и имеет угловое ускорение ϵ_3 , направленное по ходу часовой стрелки (см. рис. 6.25).

Приложим к телам системы силы инерции (см. рис. 6.25). Модули сил инерции: $R_1^{\text{ин}} = m_1 a_1$, $R_2^{\text{ин}} = m_2 a_2$, $R_3^{\text{ин}} = m_3 a_C$. Главный момент сил инерции блока 3 $M_3^{\text{ин}} = J_{3C} \epsilon_3$, где осевой момент инерции $J_{3C} = \frac{m_3 r^2}{2}$. Направления векторов сил и моментов сил инерции показаны на рис. 6.25.

Для вычисления углового ускорения блока 3 воспользуемся векторным представлением ускорения точки при плоскопараллельном движении тела. Выберем точку K за полюс.

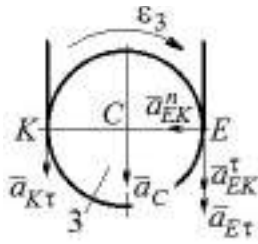


Рис. 6.26. Схема вычисления углового ускорения блока 3

Ускорение точки E определяется равенством $\vec{a}_E = \vec{a}_K + \vec{a}_{EK}^n + \vec{a}_{EK}^\tau$, где $\vec{a}_K$ – ускорение полюса K ; $\vec{a}_{EK}^n$, $\vec{a}_{EK}^\tau$ – нормальная и касательная составляющие ускорения точки E при вращении блока 3 вокруг полюса K (рис. 6.26). Спроектируем векторное равенство на вертикальную ось $E\tau$.

Получим: $a_{E\tau} = a_{K\tau} + a_{EK}^\tau$, где $a_{E\tau}$ и $a_{K\tau}$ – проекции ускорений точек E и K на вертикальную ось.

Поскольку модуль ускорения точки K нити равен модулю ускорения груза 1, то $a_{K\tau} = a_1$. Модуль ускорения точки E нити равен модулю ускорения груза 2 и $a_{E\tau} = a_2$. Так как $a_{EK}^\tau = \varepsilon_3 AK = \varepsilon_3 2r$, то $\varepsilon_3 = \frac{a_{E\tau} - a_{K\tau}}{2r} = \frac{a_2 - a_1}{2r}$.

Составляя такое же векторное уравнение для определения ускорения центра масс блока 3 (точки C) и проектируя его на вертикальную ось, найдём:

$$a_C = a_{K\tau} + a_{CK}^\tau = a_1 + \varepsilon_3 r = \frac{a_2 + a_1}{2}.$$

Выберем в качестве независимых координат s_1, s_2 – положения грузов 1 и 2, отсчитываемые от неподвижных осей вращения блоков B и D . Возможные перемещения грузов обозначим δs_1 и δs_2 .

Дадим системе возможное перемещение, при котором груз 1 поднимается вверх на расстояние δs_1 , а груз 2 – неподвижен. При таком движении нить, соединяющая груз 2 с блоком 3, неподвижна вплоть до точки E (рис. 6.27).

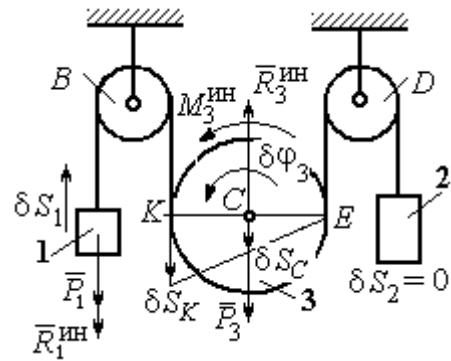


Рис. 6.27. Движение системы при перемещении груза 1.

Вращение блока 3 происходит против направления хода часовой стрелки. Точка E является мгновенным центром скоростей блока 3, и угловая скорость блока $\omega_3 = \frac{V_K}{2r} = \frac{V_1}{2r}$. Скорость центра масс блока $V_C = \frac{1}{2}V_1$. Тогда элементарный поворот блока 3 $\delta\varphi_3 = \frac{\delta s_1}{2r}$ и элементарное перемещение центра масс $\delta s_C = \frac{1}{2}\delta s_1$.

На данном возможном перемещении работу совершают как активные силы – силы тяжести $\vec{P}_1$ и $\vec{P}_3$ груза 1 и блока 3, так и силы инерции – $\vec{R}_1^{\text{ин}}$, $\vec{R}_3^{\text{ин}}$ и пара сил инерции с моментом $M_3^{\text{ин}}$.

Составим общее уравнение динамики:

$$\sum \delta A(\vec{F}_k^{\text{акт}}) + \sum \delta A(\vec{R}_k^{\text{ин}}) = -P_1\delta s_1 + P_3\delta s_C - R_1^{\text{ин}}\delta s_1 - R_3^{\text{ин}}\delta s_C + M_3^{\text{ин}}\delta\varphi_3 = 0.$$

Здесь работа сил инерции

$$R_1^{\text{ин}}\delta s_1 = m_1 a_1 \delta s_1, \quad R_3^{\text{ин}}\delta s_C = m_3 a_C \delta s_C = \frac{P_3}{g} \left(\frac{a_1 + a_2}{2} \right) \cdot \frac{1}{2} \delta s_1;$$

$$M_3^{\text{ин}}\delta\varphi_3 = J_{3C} \varepsilon_3 \delta\varphi_3 = \frac{P_3 r^2}{2g} \cdot \frac{a_2 - a_1}{2r} \cdot \frac{\delta s_1}{2r}.$$

В результате общее уравнение динамики представляется выражением

$$-P_1\delta s_1 + \frac{1}{2}P_3\delta s_1 - \frac{P_1}{g}a_1\delta s_1 - \frac{P_3}{g} \left(\frac{a_1 + a_2}{2} \right) \cdot \frac{1}{2}\delta s_1 + \frac{P_3 r^2}{2g} \cdot \frac{a_2 - a_1}{2r} \cdot \frac{\delta s_1}{2r} = 0,$$

которое преобразуется к виду:

$$(3P_3 + 8P_1)a_1 + P_3a_2 = (4P_3 - 8P_1)g.$$

Дадим системе другое независимое возможное перемещение, при котором груз 2 движется вверх ($\delta s_2 \neq 0$), а груз 1 неподвижен ($\delta s_1 = 0$).

При этом перемещении нить, соединяющая груз 1 и блок 3 неподвижна вплоть до точки K (рис. 6.28). Вращение блока 3 происходит по направлению хода часовой стрелки. Точка K является мгновенным центром скоростей бло-

ка 3. Тогда $\omega_3 = \frac{V_E}{2r} = \frac{V_2}{2r}$ и скорость центра масс блока $V_C = \frac{1}{2}V_2$. Элементарный поворот блока 3 $\delta\varphi_3 = \frac{\delta s_2}{2r}$ и перемещение центра масс $\delta s_C = \delta s_E = \frac{1}{2}\delta s_2$.

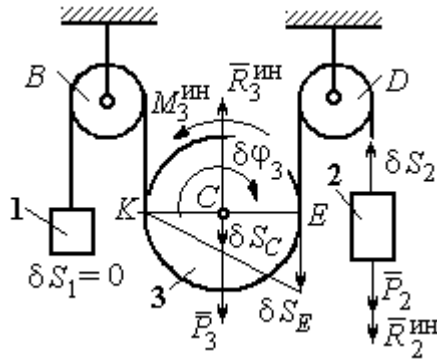


Рис. 6.28. Движение системы при перемещении груза 2

При таком движении работу совершают силы тяжести $\vec{P}_2$ и $\vec{P}_3$, силы инерции $\vec{R}_2^{\text{ин}}$, $\vec{R}_3^{\text{ин}}$ и пара сил с моментом $M_3^{\text{ин}}$.

Составим общее уравнение динамики на возможном перемещении δs_2 (см. рис. 6.28):

$$-P_2\delta s_2 - R_2^{\text{ин}}\delta s_2 + P_3\delta s_C - R_3^{\text{ин}}\delta s_C - M_3^{\text{ин}}\delta\varphi_3 = 0$$

которое преобразуется к виду

$$-P_2\delta s_2 - \frac{P_2}{g}a_2\delta s_2 + \frac{1}{2}P_3\delta s_2 - \frac{P_3}{g}\left(\frac{a_1 + a_2}{2}\right)\frac{1}{2}\delta s_2 - \frac{P_3r^2}{2g}\left(\frac{a_2 - a_1}{2r}\right)\frac{\delta s_2}{2r} = 0$$

или к виду

$$(8P_2 + 3P_3)a_2 + P_3a_1 = (4P_3 - 8P_2)g.$$

Подставляя данные задачи в оба уравнения динамики, соответствующие независимым перемещениям δs_1 и δs_2 , получим систему уравнений:

$$7a_1 + a_2 = 0, \quad 2g + 9a_2 + a_1 = 0.$$

Решение системы: $a_1 = \frac{1}{31}g$, $a_2 = -\frac{7}{31}g$ представляет ускорения грузов 1 и 2.

Ускорение центра масс блока 3 находится по формуле $a_C = \frac{a_1 + a_2}{2} = -\frac{3}{31}g$.

Знаки ускорений определяют направления движений тел: груз 1 движется в выбранном направлении – вверх, груз 2 – вниз, центр блока 3 – вверх.

Упражнения

Упражнение 6.4. В механической системе (рис. 6.29) блок 1 радиуса r и каток 2 соединены горизонтальным невесомым стержнем. Скольжение между стержнем и катками отсутствует. Каток 2 состоит из двух шкивов радиусов r и $R = 2r$, скреплённых на одной оси. Каток катится, опираясь малым шкивом на горизонтальную поверхность, без проскальзывания. Груз 3 представляет собой поршень,двигающийся по горизонтальной поверхности без трения и прикреплённый к центру масс катка 2. К блоку 1 приложена пара сил с переменным моментом $M_{вр} = mgr \sin \omega t$.

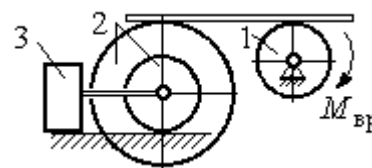


Рис. 6.29. Схема движения механической системы

Найти закон движения поршня 3, если массы грузов $m_1 = m_3 = m$, общая масса катка 2 $m_2 = 2m$, момент инерции катка 2 относительно оси, проходящей через центр масс перпендикулярно плоскости движения, $i_2 = 1,5r$. Движение началось из состояния покоя.

Упражнение 6.5. Груз 1, двигаясь горизонтально, приводит в движение ступенчатый барабан 2 посредством нерастяжимой нити, намотанной на его малую ступень (рис. 6.30). К барабану на нитях, намотанных на большую и малую ступеньки, подвешены два груза 3 и 4. На груз 1 действует сила $F = P(t + 1)$. Определить закон движения груза 3, если веса грузов одинаковы и равны P , вес барабана 2 равен $2P$, радиусы ступенек барабана r и $2r$, радиус инерции барабана $i_2 = r\sqrt{2}$, и движение началось из состояния покоя.

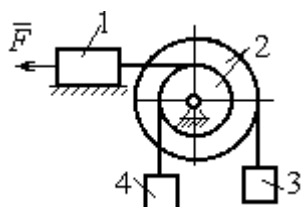


Рис. 6.30. Схема подъёмника

6.4. Уравнения Лагранжа II рода

Обобщёнными координатами называется совокупность любых s независимых параметров $q_1, q_2, \dots, q_s$, однозначно определяющих положение системы в любой момент времени.

Если системе сообщить возможное перемещение, при котором все обобщённые координаты изменятся на элементарные (бесконечно малые) величины $\delta q_1, \delta q_2, \dots, \delta q_s$, называемые **вариациями обобщённых координат**, то все действующие активные силы совершат элементарную работу, которая может быть представлена в виде: $\delta A = Q_1 \cdot \delta q_1 + Q_2 \cdot \delta q_2 + \dots + Q_s \cdot \delta q_s$.

Величина Q_k , $k = 1, 2, \dots, s$, равная коэффициенту при вариации δq_k обобщенной координаты, называется **обобщенной силой**, соответствующей данной обобщенной координате. Расчет обобщенных сил осуществляется путем последовательного придания системе возможных перемещений, при которых варьируется только одна из обобщенных координат, а вариации остальных координат равны нулю.

Для материальной системы с идеальными связями дифференциальные уравнения движения в обобщенных координатах – **уравнения Лагранжа II рода** – имеют вид: $\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_k} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_k} = Q_k$, $k = 1, 2, \dots, s$, где s – число степеней свободы системы; T – кинетическая энергия системы; $q_1, q_2, \dots, q_s$ – обобщенные координаты; $\dot{q}_1, \dot{q}_2, \dots, \dot{q}_s$ – обобщенные скорости.

Примеры решения задач на составление уравнений Лагранжа

Задача 71. В механизме домкрата (рис. 6.31) движение зубчатого колеса 1 передаётся шестерне 2, к которой соосно прикреплено зубчатое колесо 3, имеющее зацепление с зубчатой рейкой 4, на которой поднимается груз 5 массы $m_5 = 50$ кг.

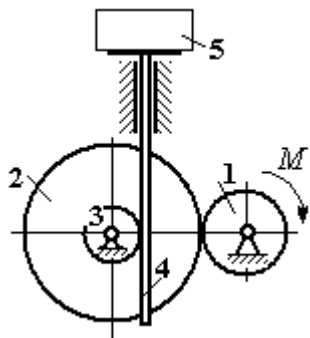


Рис. 6.31. Схема механизма домкрата

Радиусы зубчатых колёс $r_1 = 5$ см, $r_2 = 12$ см, $r_3 = 6$ см. Зубчатые колёса считать сплошными однородными дисками. Массы колёс $m_1 = 0,8$ кг, $m_2 = 1,6$ кг, $m_3 = 0,6$ кг, масса зубчатой рейки $m_4 = 1$ кг.

Какой величины постоянный вращающий момент нужно приложить к колесу 1 для того, чтобы в момент времени $t = 2$ с груз 5 имел скорость $V_5 = 1$ м/с, если движение системы начинается из состояния покоя.

Решение

Домкрат является механической системой с одной степенью свободы. Выберем в качестве обобщённой координаты координату x , отмечающую положение груза 5 (рис. 6.32).

Уравнение Лагранжа для обобщённой координаты x имеет вид:

$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{x}} \right) - \frac{\partial T}{\partial x} = Q_x$, где T – кинетическая энергия системы; $\dot{x}$ – обобщённая скорость; Q_x – обобщённая сила.

Кинетическая энергия колеса 1: $T_1 = \frac{J_1 \omega_1^2}{2}$, где ω_1 – угловая скорость колеса 1; J_1 – момент инерции колеса, $J_1 = \frac{m_1 r_1^2}{2}$.

Кинетические энергии шестерни 2 и зубчатого колеса 3, у которых угловые скорости одинаковы, соответственно:

$T_2 = \frac{J_2 \omega_2^2}{2}$, $T_3 = \frac{J_3 \omega_2^2}{2}$, где ω_2 – угловая скорость шестерни 2; J_2, J_3 – моменты инерции шестерни 2 и зубчатого колеса 3 относительно оси, проходящей через общий центр масс, $J_2 = \frac{m_2 r_2^2}{2}$,

$J_3 = \frac{m_3 r_3^2}{2}$. Скорость груза 5 равна скорости зубчатой линейки $V_5 = V_4$. Кинетическая энергия зубчатой линейки 4 и груза 5:

$T_4 = \frac{m_4 V_4^2}{2}$, $T_5 = \frac{m_5 V_4^2}{2}$.

Выразим угловые скорости колёс через скорость груза (зубчатой линейки).

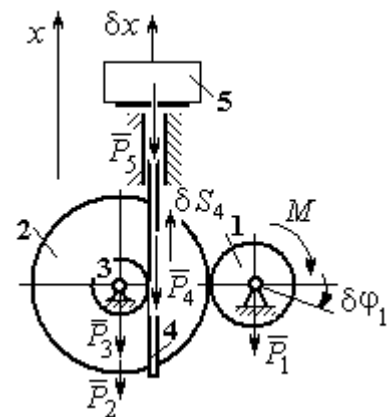


Рис. 6.32. Возможные перемещения звеньев механизма

Имеем: $\omega_2 = \omega_3 = \frac{V_4}{r_3}$ (см. рис. 6.32). Кроме того, из равенства $\omega_2 r_2 = \omega_1 r_1$

$$\text{следует } \omega_1 = \frac{\omega_2 r_2}{r_1} = \frac{V_4 r_2}{r_1 r_3}.$$

Подставляя полученные соотношения в выражения кинетических энергий тел и с учётом данных задачи, получим кинетическую энергию системы:

$$\begin{aligned} T &= T_1 + T_2 + T_3 + T_4 + T_5 = \\ &= \frac{m_1 r_1^2}{4} \left(\frac{V_4 r_2}{r_1 r_3} \right)^2 + \frac{m_2 r_2^2}{4} \left(\frac{V_4}{r_3} \right)^2 + \frac{m_3 r_3^2}{4} \left(\frac{V_4}{r_3} \right)^2 + \frac{m_4 V_4^2}{2} + \frac{m_5 V_4^2}{2} = \\ &= \left[\frac{m_1 + m_2}{2} \left(\frac{r_2}{r_3} \right)^2 + \frac{m_3}{2} + m_4 + m_5 \right] \frac{V_4^2}{2} = 28,05 V_4^2 = 28,05 \dot{x}^2. \end{aligned}$$

Вычислим обобщённую силу.

Дадим возможное перемещение δx грузу 5. При этом линейка 4 переместится на расстояние δs_4 , а зубчатое колесо 1 повернётся на угол $\delta \varphi_1$. Найдём сумму работ всех сил, приложенных к системе, на этом возможном перемещении. Получим: $\delta A = -P_5 \delta x - P_4 \delta s_4 + M \delta \varphi_1$. Работа сил тяжести зубчатых колёс $\vec{P}_1$, $\vec{P}_2$ и $\vec{P}_3$ равна нулю, так как точки приложения этих сил неподвижны.

Из ранее полученных скоростных соотношений следуют равенства перемещений: $\delta s_4 = \delta x$, $\delta \varphi_1 = \frac{r_2}{r_1 r_3} \delta x$. В результате сумма работ сил на возможном

перемещении системы выражается в виде $\delta A = \left(-m_5 g - m_4 g + M \frac{r_2}{r_1 r_3} \right) \delta x$. От-

сюда обобщённая сила Q_x , соответствующая координате x :

$$Q_x = -(m_5 + m_4)g + M \frac{r_2}{r_1 r_3} = -500,31 + 40M.$$

Составим уравнение Лагранжа.

С учётом, что $\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{x}}\right) = 56,1 \ddot{x}$ и $\frac{\partial T}{\partial x} = 0$, дифференциальное уравнение

движения имеет вид: $56,1 \ddot{x} = -500,31 + 40M$ или $\ddot{x} = -8,92 + 0,71M$.

Интегрируя это уравнение с нулевыми начальными условиями, получим закон изменения скорости груза 5: $V_5 = \dot{x} = (-8,92 + 0,71M)t$.

По условию задачи при $t = 2$ с $V_5 = 1$ м/с. Подставляя эти данные в уравнение, получим: $M = 13,27$ Н·м.

Задача 72. Механическая система состоит из ступенчатого блока 2,

катка 3, соединённых невесомым брусом 1, и невесомой пружины жесткостью c . Радиусы ступеней блока r и

$R = 1,5r$, радиус катка 3 равен r . Брус, лежащий на катке 3 и блоке 2, во время движения остаётся параллельным линии качения катка 3 (рис. 6.33). В центре катка 3

приложена сила $\vec{F}$, направленная вверх параллельно наклонной плоскости, а к блоку

2 – пара сил с моментом M . Качение катка

по неподвижной поверхности без скольжения. Проскальзывание между брусом

1 и дисками отсутствует. Передача движения пружины блоку 2 производится

посредством невесомого жесткого вертикального стержня, прижатого к малой

ступеньке блока без скольжения. Радиус инерции блока 2 относительно оси вращения $i_z = r\sqrt{2}$. Веса тел: $P_3 = P$, $P_2 = 2P$, приложенная сила $F = 2P$, момент

$M = Pr$, жесткость пружины $c = P/r$.

Определить закон угловых колебаний блока 2 при $P = 10$ Н, $r = 0,2$ м, если в начальный момент пружина находилась в нерастяннутом состоянии, а блоку 2 придали угловую скорость $\omega_0 = 0,5$ рад/с в сторону вращения, создаваемого заданным моментом.

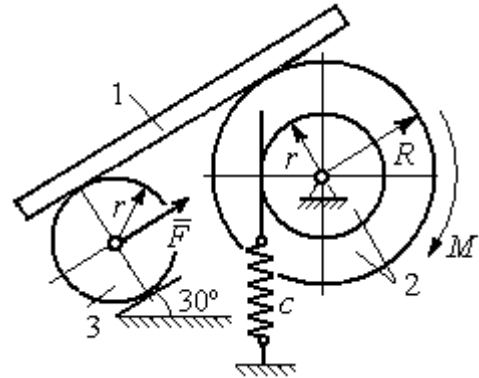


Рис. 6.33. Механическая система с одной степенью свободы

Решение

Рассматриваемая механическая система (рис. 6.34) имеет одну степень свободы. В качестве обобщённой координаты q выберем перемещение x верхнего края пружины, отсчитываемого от уровня недеформируемой пружины (см. рис. 6.34). Обобщённая скорость $\dot{q} = \dot{x}$.

Уравнение Лагранжа II рода, описывающее движение системы, имеет вид

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{x}} \right) - \frac{\partial T}{\partial x} = Q_x, \text{ где } T - \text{кинетическая энергия системы; } Q_x - \text{обобщенная}$$

сила, соответствующая обобщенной координате x .

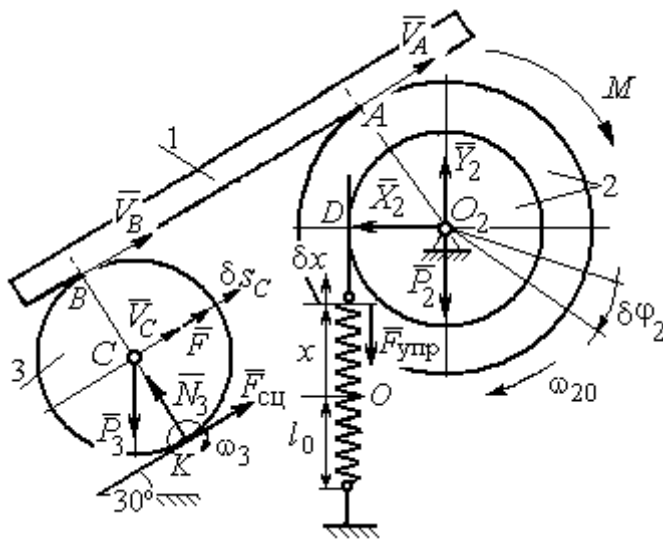


Рис. 6.34 Расчётная схема колебаний механической системы с одной степенью свободы

Вычислим кинетическую энергию системы. Энергия вращательного движения блока 2: $T_2 = \frac{1}{2} J_{2z} \omega_2^2$, где ω_2 – угловая скорость блока; J_{2z} – момент инерции блока 2 относительно оси z , $J_{2z} = m_2 i_z^2$. Каток 3 совершает плоскопараллельное движение. Его кинетическая

энергия $T_3 = \frac{1}{2} m_3 V_C^2 + \frac{1}{2} J_{zC} \omega_3^2$, где V_C , ω_3 – скорость центра масс катка 3 и его угловая скорость; J_{zC} – момент инерции катка относительно оси, проходящей через его центр масс перпендикулярно плоскости движения, $J_{zC} = \frac{1}{2} m_3 r^2$; r – радиус катка.

Выразим угловые скорости ω_2 , ω_3 , а также скорость V_C через обобщённую скорость $\dot{x}$.

Заметим, что скорость точки D блока 2 равна скорости движения верхнего края пружины: $V_D = \dot{x}$ (см. рис. 6.34). Угловая скорость блока 2: $\omega_2 = \frac{V_D}{r} = \frac{\dot{x}}{r}$. Скорость точки A блока 2: $V_A = \omega_2 R = \frac{\dot{x}R}{r}$.

Так как брус совершает поступательное движение, то скорости точек A и B равны: $V_B = V_A$. Угловая скорость катка 3 (точка K касания катка 3 с неподвижной поверхностью является его мгновенным центром скоростей): $\omega_3 = \frac{V_B}{2r} = \frac{V_A}{2r} = \frac{\dot{x}R}{2r^2}$. Скорость центра катка 3: $V_C = \frac{V_B}{2} = \frac{\dot{x}R}{2r}$.

Подставляя найденные кинематические соотношения с учётом исходных данных задачи, получим кинетическую энергию тел системы:

$$T_2 = \frac{1}{2} J_{2z} \omega_2^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{2P}{g} (r\sqrt{2})^2 \left(\frac{\dot{x}}{r} \right)^2 = \frac{2P}{g} \dot{x}^2;$$

$$T_3 = \frac{1}{2} m_3 V_C^2 + \frac{1}{2} J_{zC} \omega_3^2 = \frac{1}{2} \frac{P}{g} \left(\frac{\dot{x}R}{2r} \right)^2 + \frac{1}{2} \frac{Pr^2}{2g} \left(\frac{\dot{x}R}{2r^2} \right)^2 = \frac{3P}{4g} \left(\frac{R}{2r} \right)^2 \dot{x}^2.$$

Полная кинетическая энергия системы:

$$T = T_2 + T_3 = \frac{P}{g} \left(2 + \frac{3}{4} \left(\frac{R}{2r} \right)^2 \right) \dot{x}^2.$$

Найдём обобщённую силу. Произвольное положение системы определяется обобщённой координатой x , показывающей растяжение пружины. Дадим пружине в произвольном положении возможное (бесконечно малое) перемещение δx в положительном направлении оси x (см. рис. 6.34). При этом блок 2 повернётся на угол $\delta\varphi_2 = \frac{\delta x}{r}$, центр масс катка 3 сдвинется на расстояние

$\delta s_C = \frac{R}{2r} \delta x$. На заданном перемещении системы работу совершают сила тяжести катка 3, пара сил с моментом M , сила $\vec{F}$ и сила упругости пружины.

Элементарная работа вращающего момента M : $\delta A(M) = M\delta\varphi_2 = M\frac{\delta x}{r}$.

Работа силы тяжести катка 3: $\delta A(\vec{P}_3) = P_3\delta s_C \cos 120^\circ = -P_3\frac{R}{4r}\delta x$.

Работа силы F : $\delta A(\vec{F}) = F\delta s_C = F\frac{R}{2r}\delta x$.

Модуль силы упругости пружины, растянутой из недеформированного положения на расстояние x : $F_{\text{упр}} = cx$. Сила упругости направлена в сторону, противоположную растяжению (см. рис. 6.34). Её работа при перемещении δx вычисляется по формуле $\delta A(\vec{F}_{\text{упр}}) = F_{\text{упр}}\delta x \cos 180^\circ = -cx\delta x$.

Сумма работ сил на рассматриваемом возможном перемещении системы с учётом данных задачи:

$$\delta A = M\frac{\delta x}{r} - P_3\frac{R}{4r}\delta x + F\frac{R}{2r}\delta x - cx\delta x = P\left(\frac{17}{8} - \frac{x}{r}\right)\delta x,$$

откуда обобщённая сила $Q_x = P\left(\frac{17}{8} - \frac{x}{r}\right)$.

Вычислим необходимые производные кинетической энергии:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{x}}\right) = \frac{2P}{g}\left(2 + \frac{3}{4}\left(\frac{R}{2r}\right)^2\right)\ddot{x}, \quad \frac{\partial T}{\partial x} = 0 \text{ и, подставляя их в общий вид уравнений}$$

Лагранжа, получим дифференциальное уравнение колебаний верхнего края пружины:

$$\frac{2P}{g}\left(2 + \frac{3}{4}\left(\frac{R}{2r}\right)^2\right)\ddot{x} = P\left(\frac{17}{8} - \frac{x}{r}\right), \text{ или } \ddot{x} + 10,2x = 4,34 \text{ (здесь } g = 9,81 \text{ м/с}^2\text{)}.$$

Решение дифференциального уравнения представляется в виде суммы: $x = x_{\text{одн}} + x_{\text{частн}}$. Общее решение однородного уравнения имеет вид $x_{\text{одн}} = C_1 \sin kt + C_2 \cos kt$, где C_1, C_2 – произвольные постоянные; k – круговая частота собственных колебаний пружины, $k = \sqrt{10,2} = 3,19$ рад/с. Частное ре-

шение неоднородного уравнения ищется в виде константы $x_{\text{част}} = b$. Подставив его в уравнение колебаний, получим: $b = 0,42$. Таким образом, общее решение неоднородного уравнения имеет вид $x(t) = C_1 \sin 3,19t + C_2 \cos 3,19t + 0,42$.

Произвольные постоянные C_1, C_2 находятся из начальных условий. По условию задачи в начальный момент пружина была в нерастяннутом состоянии. Тогда начальная координата пружины (её верхнего края) $x(0) = 0$. Подставляя значение начальной координаты в общее решение неоднородного уравнения при $t = 0$, получим $C_2 = -0,42$. Скорость верхнего края пружины в начальный момент времени $\dot{x}(0)$ равна начальной скорости $V_D(0)$ точки D блока 2. Поскольку в начальный момент времени блоку 2 сообщили угловую скорость $\omega_{20} = 0,5$ рад/с, то при $r = 0,2$ м $\dot{x}(0) = V_D(0) = \omega_{20}r = 0,1$ м/с.

Вычисляем скорость движения края пружины, взяв производную: $\dot{x}(t) = 3,19C_1 \cos 3,19t - 3,19C_2 \sin 3,19t$. Подставляя начальное значение скорости, получим $C_1 = 0,03$.

Окончательно уравнение движения верхнего края пружин: $x(t) = 0,03 \sin 3,19t - 0,42 \cos 3,19t + 0,42$ м. Уравнение колебательного движения

блока 2: $\varphi_2 = \frac{x}{r} = 0,15 \sin 3,19t - 2,1 \cos 3,19t + 2,1$ рад.

Задача 73. Прямоугольная призма 3 весом $2P$ лежит на катке 1 радиуса r и веса P и опирается на невесомый блок 2 (рис. 6.35). Каток 1 катится по неподвижной горизонтальной поверхности без скольжения. По наклонной поверхности призмы скатывается без скольжения каток 4 весом P и радиуса r . Угол наклона поверхности призмы к горизонту составляет

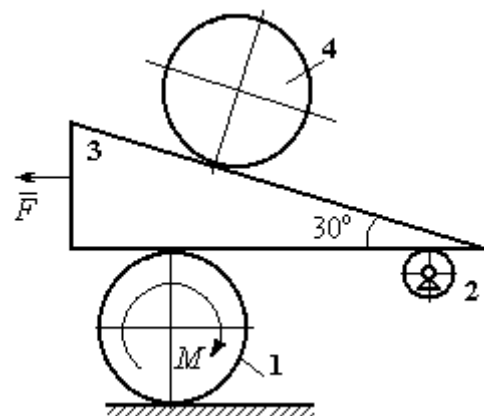


Рис. 6.35. Механическая система с двумя степенями свободы

30°. На каток 1 действует пара сил с постоянным моментом $M = 3Pr$, а на призму 3 – горизонтальная сила $\vec{F}$ с модулем $F = P$. Катки считать однородными дисками. Проскальзывание между катками 1, 4 и призмой отсутствует. В начальный момент система находилась в покое.

Определить закон движения призмы 3 и закон движения катка 4 относительно призмы.

Решение

Рассматриваемая механическая система – катки и призма имеет две степени свободы, так как перемещение катка 4 относительно призмы 3 не зависит от перемещения самой призмы и катка 1. За обобщенные координаты выберем перемещение x_4 центра масс катка 4 относительно края призмы и перемещение x_3 края призмы 3 относительно произвольной неподвижной вертикальной плоскости (рис. 6.36). Обобщенные скорости: $\dot{x}_4$, $\dot{x}_3$.

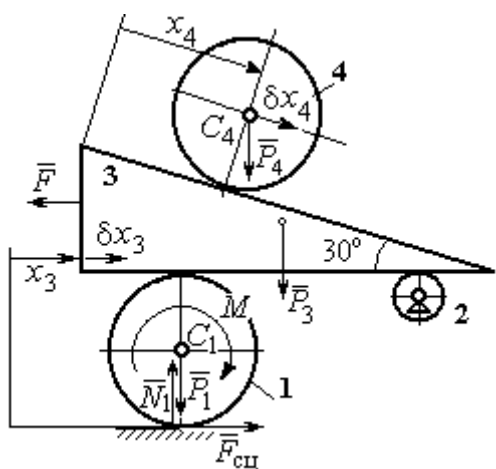


Рис. 6.36. Возможные перемещения механической системы

Уравнения Лагранжа II рода, описывающие движение системы в обобщенных координатах:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{x}_4} \right) - \frac{\partial T}{\partial x_4} = Q_{x_4};$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{x}_3} \right) - \frac{\partial T}{\partial x_3} = Q_{x_3},$$

где T – кинетическая энергия системы; Q_{x_4} , Q_{x_3} – обобщенные силы, соответствующие указанным обобщенным координатам.

Вычислим кинетическую энергию тел в системе.

Каток 1 совершает плоскопараллельное движение. Кинетическая энергия

катка $T_1 = \frac{1}{2} m_1 V_{C_1}^2 + \frac{1}{2} J_{C_1} \omega_1^2$, где V_{C_1} – скорость центра масс катка, $V_{C_1} = \frac{1}{2} \dot{x}_3$;

J_{C_1} – момент инерции катка относительно оси, проходящей через центр масс

перпендикулярно плоскости движения, $J_{C_1} = \frac{m_1 r^2}{2}$; ω_1 – угловая скорость катка 1, $\omega_1 = \frac{\dot{x}_3}{2r}$.

Призма 3 совершает поступательное движение со скоростью $V_3 = \dot{x}_3$. Её кинетическая энергия

$$T_3 = \frac{m_3 V_3^2}{2} = \frac{m_3 \dot{x}_3^2}{2}.$$

При расчёте кинетической энергии катка 4 по

формуле $T_4 = \frac{1}{2} m_4 V_4^2 + \frac{1}{2} J_{C_4} \omega_4^2$ необходимо учитывать, что каток 4 совершает сложное движение. Здесь относительное движение катка – его качение по наклонной поверхности призмы, переносное – поступательное перемещение вместе с призмой.

Вектор абсолютной скорости центра масс катка 4 $\vec{V}_4$ представляется в виде суммы $\vec{V}_4 = \vec{V}_{4e} + \vec{V}_{4r}$ (рис. 6.37), где $\vec{V}_{4e}$ – вектор переносной скорости катка, равный по модулю скорости призмы: $V_{4e} = \dot{x}_3$; $\vec{V}_{4r}$ – вектор относительной скорости центра масс катка, равный по величине $V_{4r} = \dot{x}_4$. Модуль абсолютной скорости центра масс катка 4 (по теореме косинусов):

$$V_4^2 = V_{4e}^2 + V_{4r}^2 - 2V_{4e}V_{4r}\cos 150^\circ = \dot{x}_3^2 + \dot{x}_4^2 + 2\dot{x}_3\dot{x}_4\cos 30^\circ.$$

Поскольку переносное движение катка 4 поступательное, угловая скорость катка ω_4 равна его угловой скорости в относительном движении

$$\omega_4 = \frac{V_{4r}}{r} = \frac{\dot{x}_4}{r}.$$

В результате выражение кинетической энергии системы, в обобщённых скоростях имеет вид:

$$T = \frac{1}{2} m_1 V_{C_1}^2 + \frac{1}{2} J_{C_1} \omega_1^2 + \frac{1}{2} m_3 V_3^2 + \frac{1}{2} m_4 V_4^2 + \frac{1}{2} J_{C_4} \omega_4^2 =$$

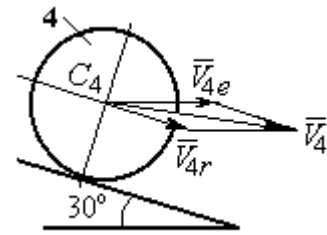


Рис. 6.37. Скорость центра масс катка 4

$$= \frac{P}{2g} \left(\frac{27}{8} \dot{x}_3^2 + \frac{3}{2} \dot{x}_4^2 + \dot{x}_3 \dot{x}_4 \sqrt{3} \right).$$

Дадим системе возможное перемещение по координате x_3 , оставляя координату x_4 без изменения: $\delta x_3 > 0, \delta x_4 = 0$. При таком движении системы каток 4 не скатывается по призме, а движется поступательно вместе с ней. В этом случае работа сил тяжести катков 1, 4 и призмы равна нулю, так как нет вертикального перемещения точек приложения этих сил. Работу на этом перемещении будет производить только сила $\vec{F}$ и пара сил с моментом M , приложенная к катку 1. Суммарная элементарная работа

$$\delta A = -F\delta x_3 + M\delta\varphi_1 = \left(-F + \frac{M}{2r} \right) \delta x_3.$$

Здесь учтено, что элементарный угол поворота катка 1 связан с перемещением призмы соотношением: $\delta\varphi_1 = \frac{\delta x_3}{2r}$. Отсюда обобщённая сила, соответствующая координате x_3 : $Q_{x_3} = -F + \frac{M}{2r} = \frac{1}{2}P$.

Дадим системе другое независимое перемещение – по координате x_4 , оставляя координату x_3 без изменения: $\delta x_4 > 0, \delta x_3 = 0$. При этом возможном перемещении вся система стоит, кроме катка 4, который скатывается по наклонной поверхности призмы. При таком движении системы работу совершает только сила тяжести катка 4. Выражая элементарную работу $\delta A = P_4 \delta x_4 \cos 60^\circ = \frac{1}{2}P \delta x_4$, найдём обобщённую силу, соответствующую координате x_4 : $Q_{x_4} = \frac{1}{2}P$.

Составим уравнения Лагранжа. С этой целью вычислим необходимые производные кинетической энергии

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{x}_3} \right) = \frac{27P}{8g} \ddot{x}_3 + \frac{P\sqrt{3}}{2g} \ddot{x}_4; \quad \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{x}_4} \right) = \frac{3P}{2g} \ddot{x}_4 + \frac{P\sqrt{3}}{2g} \ddot{x}_3; \quad \frac{\partial T}{\partial x_3} = 0, \quad \frac{\partial T}{\partial x_4} = 0.$$

Подставляя результаты расчётов в общий вид уравнений Лагранжа, получим систему дифференциальных уравнений:

$$\frac{27P}{8g}\ddot{x}_3 + \frac{P\sqrt{3}}{2g}\ddot{x}_4 = \frac{1}{2}P, \quad \frac{3P}{2g}\ddot{x}_4 + \frac{P\sqrt{3}}{2g}\ddot{x}_3 = \frac{1}{2}P$$

или

$$6,75\ddot{x}_3 + 1,73\ddot{x}_4 = g; \quad 3\ddot{x}_4 + 1,73\ddot{x}_3 = g.$$

Решаем данную систему как алгебраическую относительно ускорений $\ddot{x}_3$, $\ddot{x}_4$. Получим: $\ddot{x}_3 = 0,07g$, $\ddot{x}_4 = 0,29g$.

Интегрируя дважды эти уравнения с нулевыми начальными условиями, получим закон движения призмы ($x_3 = 0,035gt^2$) и центра масс катка 4 относительно призмы ($x_4 = 0,145gt^2$). Движение призмы и катка 4 относительно призмы происходит в положительном направлении осей.

Задача 74. Механическая система состоит из трёх тел – груза 1, катка 2 и блока 3 (рис. 6.38). Невесомый стержень, соединяющий каток 2 с блоком 3, параллелен горизонтальной плоскости качения катка 2. К центру катка 2 прикреплен горизонтальная пружина, другой конец которой соединён с грузом 1. Коэффициент жесткости пружины c . Груз 1 весом P_1 движется без трения по горизонтальной поверхности. Каток 2 весом P_2 катится по горизонтальной поверхности без скольжения. Радиус катка 2 равен r . Блок 3 считать однородным диском весом P_3 радиуса R . К блоку 3 приложена пара сил с моментом M . Движение катка 2 блоку 3 передаётся горизонтальным невесомым стержнем. Скольжение между стержнем и дисками отсутствует. В начальный момент система находилась в покое. При этом груз 1 находился в положении, при котором

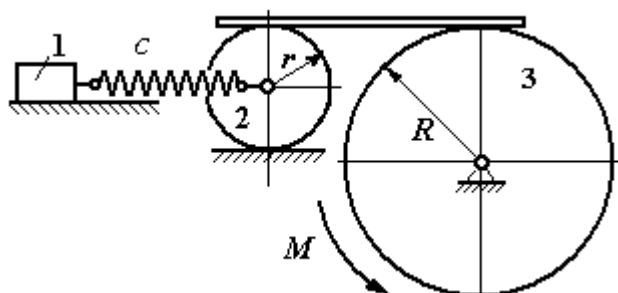
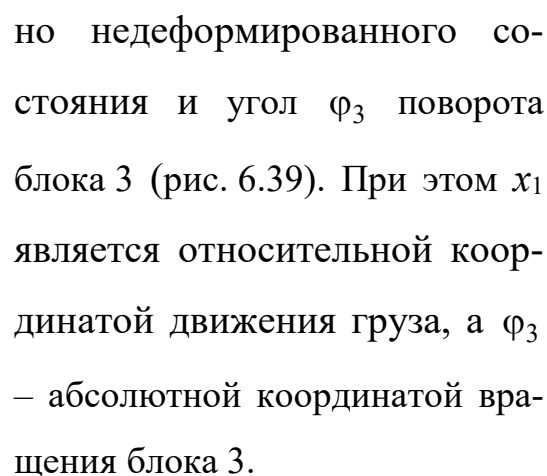


Рис. 6.38. Колебания механической системы с двумя степенями свободы

Найти закон абсолютного движения груза 1, если известно $P_1 = 10 \text{ Н}$, $P_2 = 20 \text{ Н}$, $P_3 = 30 \text{ Н}$, $M = 5 \text{ Н}\cdot\text{м}$, $R = 24 \text{ см}$, $c = 207 \text{ Н/м}$, $\Delta l_0 = 5 \text{ см}$.

Рассматриваемая механическая система имеет две степени свободы. В качестве обобщенных координат выберем удлинение пружины x_1 относительно



Рассмотрим сложное дви-

На рис. 6.39 показано распределение скоростей точек катка 2, откуда

Для того чтобы найти модуль абсолютной скорости груза 1, спроектируем векторное равенство теоремы сложения скоростей $\vec{V}_1 = \vec{V}_r + \vec{V}_e$ на горизон-

тальную ось. Полагая, что движение системы происходит в положительном направлении отсчета обобщённых координат, получим: $V_1 = \dot{x}_1 + \frac{1}{2}\dot{\phi}_3 R$.

Уравнения Лагранжа II рода, описывающие движение системы:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{x}_1}\right) - \frac{\partial T}{\partial x_1} = Q_x, \quad \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\phi}_3}\right) - \frac{\partial T}{\partial \phi_3} = Q_\phi,$$

где T – кинетическая энергия системы; Q_x , Q_ϕ – обобщенные силы, соответствующие обобщенным координатам x_1 и ϕ_3 .

Вычислим кинетическую энергию системы и выразим её через обобщённые скорости.

Кинетическая энергия поступательного движения груза 1 определяется выражением $T_1 = \frac{1}{2}m_1 V_1^2$, где V_1 следует рассматривать как абсолютную скорость груза. Тогда $T_1 = \frac{1}{2}m_1\left(\dot{x}_1 + \frac{1}{2}\dot{\phi}_3 R\right)^2$. Каток 2 совершает плоскопараллель-

ное движение. Кинетическая энергия катка $T_2 = \frac{3}{4}m_2 V_C^2$, причём $V_C = \frac{1}{2}\dot{\phi}_3 R$.

Тогда $T_2 = \frac{3}{16}m_2 \dot{\phi}_3^2 R^2$. Кинетическая энергия вращающегося блока 3:

$T_3 = \frac{1}{2}J_{3z}\omega_3^2$, где J_{3z} – осевой момент инерции блока 3, $J_{3z} = \frac{m_3 R^2}{2}$. Оконча-

тельно $T_3 = \frac{1}{4}m_3 \dot{\phi}_3^2 R^2$.

Кинетическая энергия системы имеет вид:

$$\begin{aligned} T &= T_1 + T_2 + T_3 = \frac{1}{2}m_1\left(\dot{x}_1 + \frac{1}{2}\dot{\phi}_3 R\right)^2 + \frac{3}{16}m_2 \dot{\phi}_3^2 R^2 + \frac{m_3 R^2}{4}\dot{\phi}_3^2 = \\ &= \frac{1}{2}m_1 \dot{x}_1^2 + \frac{1}{2}m_1 \dot{x}_1 \dot{\phi}_3 R + \left(\frac{1}{8}m_1 + \frac{3}{16}m_2 + \frac{1}{4}m_3\right)\dot{\phi}_3^2 R^2. \end{aligned}$$

Дадим системе возможное перемещение, при котором изменяется координата груза x_1 ($\delta x_1 > 0$), а другая координата – угол поворота блока 3 φ_3 остаётся постоянной ($\delta \varphi_3 = 0$). В этом случае груз 1 движется горизонтально, блок 3 и каток 2 – неподвижны. При таком движении работу будет производить только упругая сила пружины.

Модуль силы упругости пружины пропорционален её растяжению и в произвольном положении груза равен: $F_{\text{упр}} = c\Delta\ell = cx_1$. Направление силы упругости противоположно растяжению (см. рис. 6.39).

Сумма элементарных работ сил на заданном перемещении системы δx_1 : $\delta A = -F_{\text{упр}}\delta x_1 = -cx_1\delta x_1$. Отсюда обобщенная сила Q_x , соответствующая координате x_1 : $Q_x = -cx_1 = -207x_1$ Н.

Дадим системе другое возможное перемещение, при котором пружина не растягивается: $\delta x_1 = 0$, а блок 3 повернулся на угол $\delta \varphi_3$: $\delta \varphi_3 > 0$. В этом случае пружина рассматривается как жёсткий стержень, связывающий груз 1 с центром масс катка 2. В результате при повороте блока 3 груз 1 и точка С движутся одинаково в горизонтальном направлении. На этом перемещении системы работу совершает только пара сил с моментом M , приложенная к блоку 3. Имеем $\delta A = M\delta \varphi_3$, и, следовательно, обобщённая сила $Q_\varphi = M = 5$ Н·м.

Составим уравнения Лагранжа, для чего вычислим производные от кинетической энергии по обобщенным скоростям и координатам:

$$\frac{\partial T}{\partial \dot{x}_1} = m_1 \dot{x}_1 + \frac{1}{2} m_1 R \dot{\varphi}_3; \quad \frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}_3} = \frac{1}{2} m_1 R \dot{x}_1 + \left(\frac{1}{4} m_1 + \frac{3}{8} m_2 + \frac{1}{2} m_3 \right) \dot{\varphi}_3 R^2;$$

$$\frac{\partial T}{\partial x_1} = 0, \quad \frac{\partial T}{\partial \varphi_3} = 0.$$

Полные производные по времени:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{x}_1} \right) = m_1 \ddot{x}_1 + \frac{1}{2} m_1 R \ddot{\varphi}_3; \quad \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}_3} \right) = \frac{1}{2} m_1 R \ddot{x}_1 + \left(\frac{1}{4} m_1 + \frac{3}{8} m_2 + \frac{1}{2} m_3 \right) \ddot{\varphi}_3 R^2.$$

Приравнивая полные производные обобщённым силам, получим уравнения Лагранжа окончательно в виде системы алгебраических уравнений относительно ускорений $\ddot{x}_1$ и $\ddot{\phi}_3$:

$$1,02\ddot{x}_1 + 0,12\ddot{\phi}_3 = -207x_1; \quad 0,12\ddot{x}_1 + 0,15\ddot{\phi}_3 = 5.$$

Разрешая систему относительно ускорения $\ddot{x}_1$, получим уравнение относительно колебаний груза:

$$\ddot{x}_1 + 225x_1 = -4,35.$$

Решение линейного неоднородного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами представляется в виде суммы общего решения однородного уравнения и частного решения неоднородного: $x_1 = x_{\text{одн}} + x_{\text{частн}}$.

Общее решение однородного уравнения $x_{\text{одн}} = C_1 \sin kt + C_2 \cos kt$, где C_1, C_2 – произвольные постоянные; k – круговая частота собственных колебаний груза 1, $k = \sqrt{225} = 15$ рад/с. Частное решение неоднородного уравнения ищется в виде константы $x_{\text{част}} = b$. Подставив его в уравнение колебаний, получим: $b = -0,02$.

Таким образом, общее решение неоднородного уравнения

$$x_1(t) = C_1 \sin 15t + C_2 \cos 15t - 0,02.$$

Начальная координата x_{01} груза 1 определяется из условия, что в начальный момент времени при $t = 0$ груз находился в положении, при котором пружина была растянута относительно своего недеформированного состояния на расстояние $\Delta l_0 = 0,05$ м. Следовательно, $x_{01} = 0,05$. Подставляя значение начальной координаты в общее решение неоднородного уравнения при $t = 0$, получим: $C_2 = 0,07$.

Относительная скорость груза 1 в любой момент времени: $\dot{x}_1(t) = C_1 15 \cos 15t - C_2 15 \sin 15t$. По условию задачи начальная скорость груза 1

$\dot{x}_1(0) = 0$. После подстановки начального условия в выражение для скорости груза 1 получим: $C_1 = 0$.

Окончательно уравнение относительного движения груза 1:

$$x_1(t) = 0,07\cos 15t - 0,02 \text{ м.}$$

Найдём уравнение вращательного движения блока 3. Для этого в дифференциальное уравнение $0,12\ddot{x}_1 + 0,15\ddot{\varphi}_3 = 5$ подставим значение второй производной решения относительных колебаний груза 1. Получим:

$\ddot{\varphi}_3 = 33,33 + 12,6\cos 15t$. Полагая $\ddot{\varphi}_3 = \frac{d\omega_3}{dt}$, получим дифференциальное урав-

нение первого порядка: $\frac{d\omega_3}{dt} = 33,33 + 12,6\cos 15t$, откуда найдём угловую скорость блока 3: $\omega_3 = 33,33t + 0,84\sin 15t + C_3$.

Аналогично, положив $\omega_3 = \frac{d\varphi_3}{dt}$, найдём закон вращательного движения

блока 3: $\varphi_3 = 16,665t^2 - 0,056\cos 15t + C_3t + C_4$.

Начальные условия движения блока: при $t = 0$, $\varphi_3(0) = 0$, $\omega_3(0) = 0$. Подставляя начальные условия в уравнения движения, получим: $C_4 = 0,056$, $C_3 = 0$.

Окончательно уравнение вращательного движения блока 3:

$$\varphi_3 = 16,665t^2 - 0,056\cos 15t + 0,056.$$

Абсолютное движение s_1 груза 1 представляется суммой относительного и переносного движений:

$$s_1 = x_1 + S_C = x_1 + \frac{1}{2}R\varphi_3 = 2t^2 - 0,06\cos 15t - 0,01.$$

Упражнения

Упражнение 6.6. Каток весом $P_1 = 2P$, радиуса r , движущийся без проскальзывания по вертикальной стене, удерживается вертикальной пружиной жесткостью $C = 4P/r$, прикрепленной одним концом к центру катка, другим – к неподвижной поверхности (рис. 6.40). К нити, намотанной на барабан катка, подвешен груз 2 весом $P_2 = P$. На груз действует сила $F = P$, к катку приложена пара сил с моментом $M = Pr$.

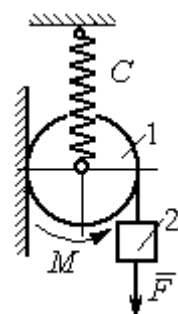


Рис. 6.40. Схема движения катка

Упражнение 6.7. Грузы 1 и 2 весом $P_1 = 20$ Н и $P_2 = 30$

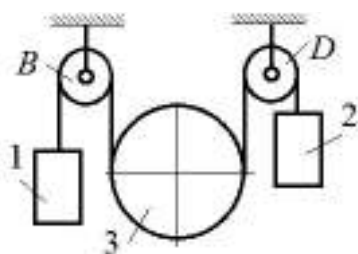


Рис. 6.41. Механическая система с двумя степенями свободы

Н привязаны к нерастяжимой нити. Нить переброшена через неподвижные блоки B и D и охватывает снизу подвижный блок 3 весом $P_3 = 40$ Н (рис. 6.41).

Определить ускорения грузов 1 и 2 и центра масс блока 3. Весом нити и неподвижных блоков B и D пренебречь.

Упражнение 6.8. Каток 1, радиуса r весом P катится по горизонтальной поверхности. К катку приложена пара сил с моментом $M = 2Pr$. Каток передаёт движение невесомой тележке (см. рис. 6.42). В кузове тележки находится каток 2 такого же радиуса r и веса P , который движется по горизонтальной поверхности кузова под действием силы $F = P$, приложенной в центре катка. Найти закон движения центра катка 2 относительно тележки, если движение системы началось из состояния покоя.

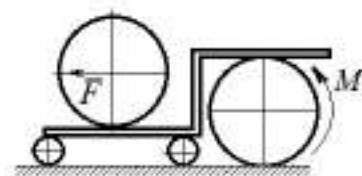


Рис. 6.42. Движение катка в кузове тележки

7. ОТВЕТЫ И КРАТКИЕ ПОЯСНЕНИЯ

7.1. Ответы к упражнениям главы 1

1.1

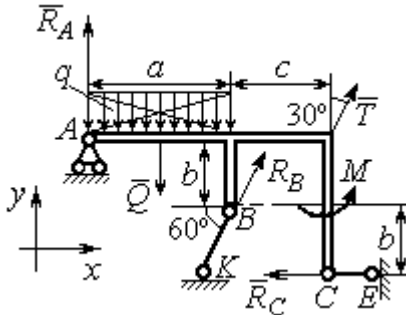


Рис. 7.1. Расчётная схема к упражнению 1.1

$$T = 15 \text{ кН}, \quad Q = 15 \text{ кН}.$$

$$R_B \cos 60^\circ + T \cos 60^\circ - R_C = 0;$$

$$R_A - Q + R_B \cos 30^\circ + T \cos 30^\circ = 0;$$

$$-Q \cdot \frac{a}{2} + R_B \cos 30^\circ \cdot a + R_B \cos 60^\circ \cdot b + T \cos 30^\circ \cdot (a + c) + M - R_C \cdot 2b = 0.$$

$$R_B = -3,8 \text{ кН}, \quad R_C = 5,6 \text{ кН}, \quad R_A = 5,3 \text{ кН}.$$

1.2

$$Q = 9 \text{ кН}, \quad T = 2 \text{ кН}.$$

$$X_A + T \cos 30^\circ + Q \cos 30^\circ = 0;$$

$$Y_A - Q \cos 60^\circ + R_B - T \cos 60^\circ - F = 0;$$

$$-Q \cdot \frac{c}{2} + R_B (b + c \cos 60^\circ) - F c \cos 60^\circ + M -$$

$$-T \cos 60^\circ (b + c \cos 60^\circ) - T \cos 30^\circ (a + c \sin 60^\circ) = 0.$$

$$R_B = 10,02 \text{ кН}, \quad X_A = -9,53 \text{ кН}, \quad Y_A = -0,52 \text{ кН}.$$

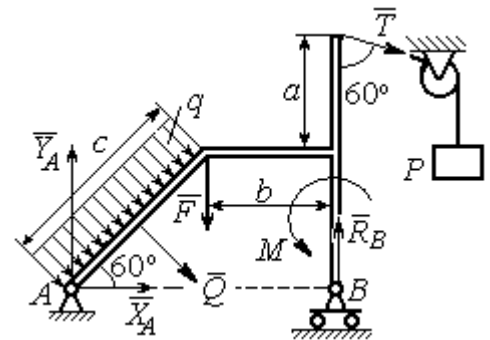


Рис. 7.2. Расчётная схема к упражнению 1.2

1.3

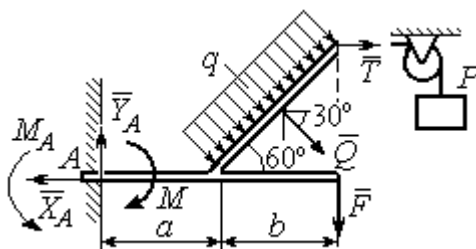


Рис. 7.3. Расчётная схема к упражнению 1.3

$$Q = 8 \text{ кН}, \quad T = 3 \text{ кН}.$$

$$-X_A + T + Q \cos 30^\circ = 0;$$

$$Y_A - Q \cos 60^\circ - F = 0;$$

$$-T 2b \cos 30^\circ - F(a + b) + M_A - M -$$

$$-Q \cos 60^\circ \left(a + \frac{b}{2} \right) - Q \cos 30^\circ (b \cos 30^\circ) = 0.$$

$$M_A = 18,61 \text{ кН} \cdot \text{м}, \quad X_A = 9,93 \text{ кН}, \quad Y_A = 6 \text{ кН}.$$

1.4

$$Q = 6,93 \text{ кН}, T = 2 \text{ кН}.$$

$$-X_B - T + Q\cos 30^\circ + F\cos 60^\circ = 0;$$

$$R_A - Q\cos 60^\circ + Y_B - F\cos 30^\circ = 0;$$

$$-\frac{Qa}{2\cos 30^\circ} + Y_B\left(b + \frac{a}{2\cos 30^\circ}\right) + Ta - F\cos 60^\circ -$$

$$-F\cos 30^\circ\left(b + \frac{a}{2\cos 30^\circ}\right) + M = 0.$$

$$R_A = 0,72 \text{ кН}, X_B = -5,5 \text{ кН}, Y_B = 5,34 \text{ кН}.$$

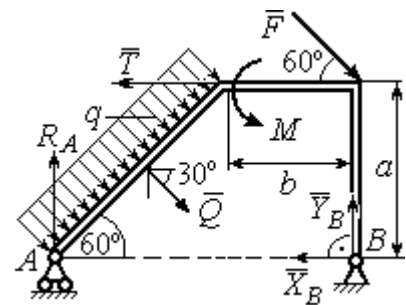


Рис.7.4. Расчётная схема к упражнению 1.4

1.5

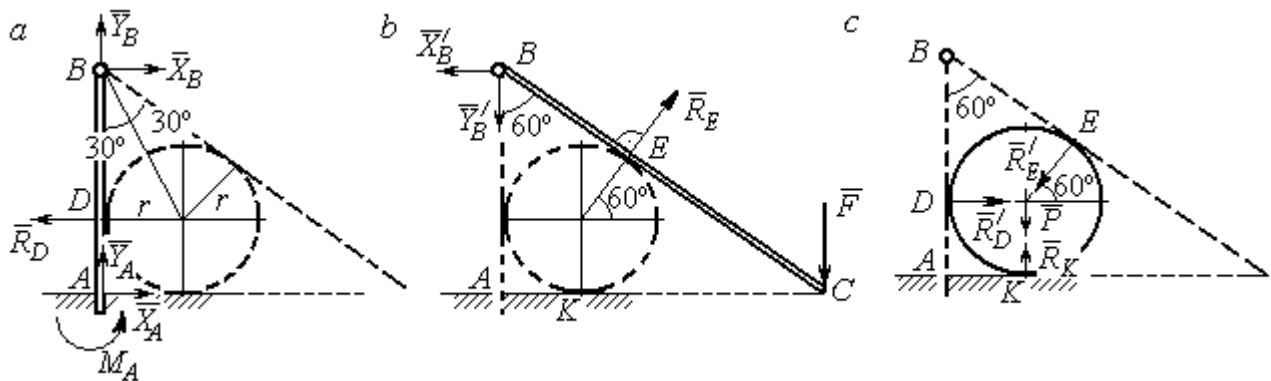


Рис. 7.5. Расчётные схемы к упражнению 1.5:
a – равновесие балки AB; b – равновесие балки BC; c – равновесие шара

$$X_B = X'_B, Y_B = Y'_B, R_D = R'_D, R_E = R'_E.$$

Балка AB. $AB = r + BD = r + r\operatorname{ctg} 30^\circ = 2,73 \text{ м}.$

$$X_A - R_D + X_B = 0, Y_A + Y_B = 0, M_A + R_D \cdot r - X_B \cdot AB = 0.$$

Балка BC. $BE = BD = 1,73 \text{ м}.$ $AC = BC\cos 30^\circ = 2AB\cos 30^\circ = 4,73 \text{ м}.$

$$R_E\cos 60^\circ - X'_B = 0, RE\sin 60^\circ - Y'_B - F = 0, R_E \cdot BE - F \cdot AC = 0.$$

Шар.

$$R'_D - R'_E\cos 60^\circ = 0, R_K - P - R'_E\cos 30^\circ = 0.$$

$$R_E = 21,87 \text{ кН}, Y_B = 10,94 \text{ кН}, X_B = 10,94 \text{ кН}, R_D = 10,94 \text{ кН};$$

$$R_K = 20,94 \text{ кН}, X_A = 0, Y_A = -10,94 \text{ кН}, M_A = 18,93 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

1.6

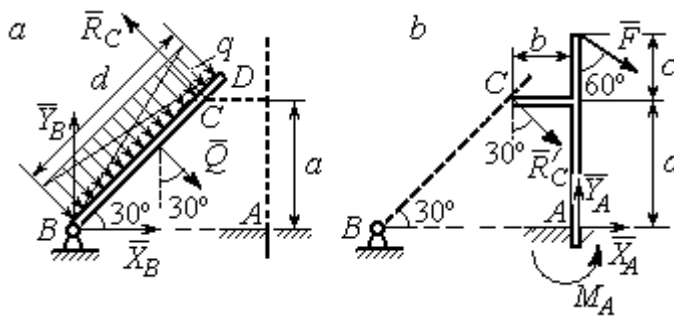


Рис. 7.6. Расчётные схемы к упражнению № 1.6:
а – равновесие балки BD ; б – равновесие балки AC

Балка BD . $Q = 15$ кН.

$$X_B + Q \cos 60^\circ - R_C \cos 30^\circ = 0;$$

$$Y_B - Q \cos 30^\circ + R_C \cos 60^\circ = 0;$$

$$-Q \frac{d}{2} + R_C 2a = 0.$$

Балка AC . $R_C = R'_C$.

$$X_A + R'_C \cos 60^\circ + F \cos 30^\circ = 0, \quad Y_A - R'_C \cos 30^\circ - F \cos 60^\circ = 0;$$

$$M_A - R'_C \cos 60^\circ \cdot a + R'_C \cos 30^\circ \cdot b - F \cos 30^\circ (a + c) = 0.$$

$$X_B = 0,61 \text{ кН}, \quad Y_B = 8,3 \text{ кН}, \quad R_C = 9,37 \text{ кН};$$

$$X_A = -8,15 \text{ кН}, \quad Y_A = 10,11 \text{ кН}, \quad M_A = 11,65 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

1.7

Балка AB . $Q_1 = 6$ кН.

$$T = P = 3 \text{ кН}.$$

$$X_A + R_B - T \cos 60^\circ + F = 0;$$

$$Y_A - Q_1 - T \cos 30^\circ = 0;$$

$$M_A - R_B(b + c) \cos 30^\circ + Q_1 \frac{a}{2} +$$

$$+ T \cos 30^\circ a + T \cos 60^\circ c \cos 30^\circ -$$

$$- F[c + (b + c) \cos 30^\circ] = 0.$$

Балка DB . $Q_2 = 3$ кН. $R'_B = R_B$.

$$X_D - R'_B - Q_2 \cos 30^\circ = 0, \quad Y_D - Q_2 \cos 60^\circ = 0, \quad M + R'_B(b + c) \cos 30^\circ + Q_2 \frac{c}{2} = 0.$$

$$X_A = -1,49 \text{ кН}, \quad Y_A = 8,6 \text{ кН}, \quad M_A = 8,86 \text{ кН} \cdot \text{м}, \quad R_B = -1,01 \text{ кН};$$

$$X_D = 1,59 \text{ кН}, \quad Y_D = 1,5 \text{ кН}.$$

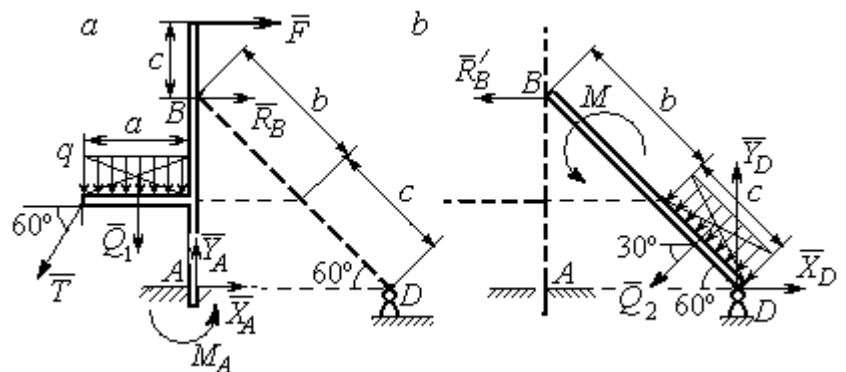


Рис. 7.7. Расчётные схемы к упражнению 1.7:
а – равновесие балки AB ; б – равновесие балки BD

1.8

Шар.

$$R_B \cos 60^\circ - R_D \cos 60^\circ = 0;$$

$$R_B \cos 30^\circ + R_D \cos 30^\circ - P = 0.$$

Балка AC. $R'_B = R_B$.

$$X_A - R'_B \cos 60^\circ = 0;$$

$$Y_A - R'_B \cos 30^\circ + F = 0;$$

$$M_A - R'_B AB + F \cdot AC \cos 30^\circ = 0.$$

$$X_A = 2,89 \text{ кН}, Y_A = 0 \text{ кН}, M_A = -11,55 \text{ кН} \cdot \text{м}, R_B = 5,77 \text{ кН}, R_D = 5,77 \text{ кН}.$$

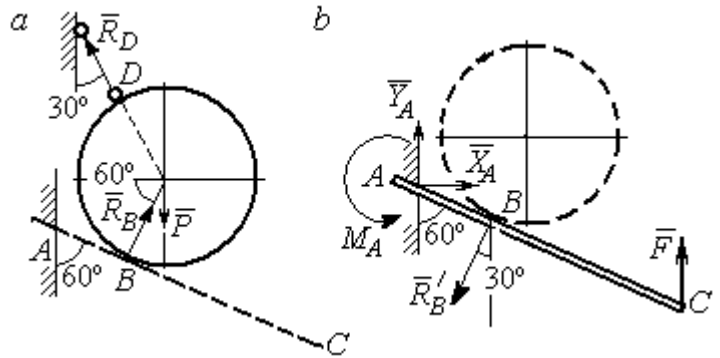


Рис. 7.8. Расчётные схемы к упражнению 1.8:
а – равновесие шара; б – равновесие балки AC

1.9

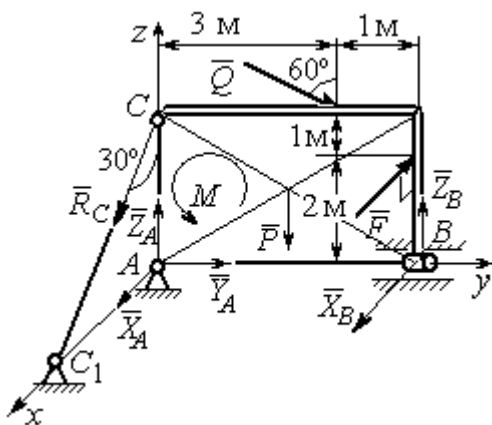


Рис. 7.9. Расчётная схема
к упражнению 1.9

$$X_A + R_C \cos 60^\circ + X_B - F = 0;$$

$$Y_A + Q \cos 30^\circ = 0;$$

$$Z_A - R_C \cos 30^\circ - Q \cos 60^\circ + Z_B - P = 0;$$

$$M - Q \cos 60^\circ \cdot 3 - Q \cos 30^\circ \cdot 3 + Z_B \cdot 4 - P \cdot 2 = 0;$$

$$R_C \cos 60^\circ \cdot 3 - F \cdot 2 = 0, -X_B \cdot 4 + F \cdot 4 = 0.$$

$$X_A = 5,34 \text{ кН}, Y_A = 2,6 \text{ кН};$$

$$Z_A = 8,92 \text{ кН}, R_C = 10,67 \text{ кН};$$

$$X_B = 8 \text{ кН}, Z_B = 3,82 \text{ кН}.$$

1.10

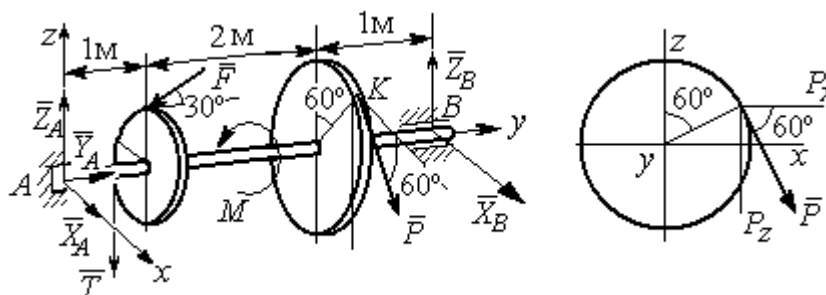


Рис. 7.10. Расчётные схемы к упражнению 1.10

$$T = Q = 3 \text{ кН.}$$

$$X_A + P\cos 60^\circ + X_B = 0, \quad Y_A - F\cos 30^\circ = 0;$$

$$Z_A - F\cos 60^\circ - P\cos 30^\circ - T + Z_B = 0.$$

$$-T \cdot 1 - F\cos 60^\circ \cdot 1 + F\cos 30^\circ \cdot r - P\cos 30^\circ \cdot 3 + Z_B \cdot 4 = 0;$$

$$-Tr + PR - M = 0, \quad -P\cos 60^\circ \cdot 3 + X_B \cdot 4 = 0.$$

$$X_A = 5,6 \text{ кН}, \quad Y_A = 3,46 \text{ кН}, \quad Z_A = 5,48 \text{ кН}, \quad P = 6,4 \text{ кН}, \quad X_B = 2,4 \text{ кН}, \quad Z_B = 5,06 \text{ кН}.$$

1.11

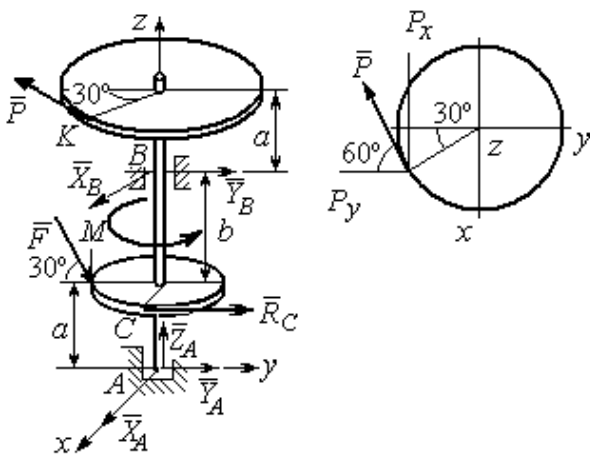


Рис. 7.11. Расчётные схемы к упражнению 1.11

$$R_C = Q = 3 \text{ кН.}$$

$$X_A + X_B - P\cos 30^\circ = 0;$$

$$Y_A + Y_B - P\cos 60^\circ + R_C + F\cos 30^\circ = 0;$$

$$Z_A - F\cos 60^\circ = 0;$$

$$-Y_B(a+b) + P\cos 60^\circ(2a+b) - R_C a -$$

$$F\cos 30^\circ \cdot a + F\cos 60^\circ \cdot r = 0;$$

$$X_B(a+b) - P\cos 30^\circ(2a+b) = 0;$$

$$-PR + R_C r + M = 0.$$

$$X_A = -1,85 \text{ кН}, \quad Y_A = -5,64 \text{ кН}, \quad Z_A = 2 \text{ кН}, \quad P = 6,4 \text{ кН}, \quad X_B = 7,39 \text{ кН}, \quad Y_B = 2,38 \text{ кН}.$$

1.12

$$T = Q = 3 \text{ кН.}$$

$$X_A + T + X_D = 0; \quad Y_A - F + P\cos 60^\circ = 0,$$

$$Z_A + Z_D + P\cos 30^\circ = 0;$$

$$F\sin 30^\circ + Z_D(b+2a) + P(2b+2a)\cos 30^\circ = 0;$$

$$T\sin 30^\circ - P\cos 30^\circ + M = 0;$$

$$-Ta - X_D(b+2a) + P\cos 60^\circ + F\cos 30^\circ = 0.$$

$$X_A = 0,8 \text{ кН}, \quad Y_A = 2,56 \text{ кН}, \quad Z_A = 1,3 \text{ кН};$$

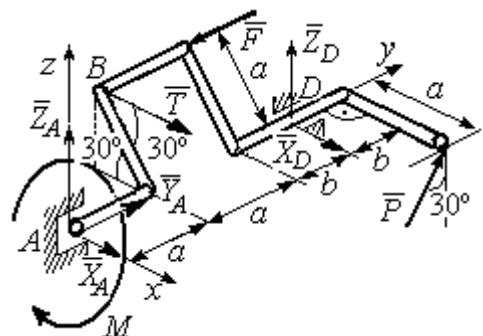


Рис. 7.12. Расчётная схема к упражнению 1.12

$$P = 2,89 \text{ кН}, X_D = 0,76 \text{ кН}, Z_D = -3,80 \text{ кН}.$$

1.13

Минимальный вес груза P :

$$T_{\min} + F_{\text{тр}A} - N_B = 0;$$

$$F_{\text{тр}B} + N_A - Q = 0;$$

$$F_{\text{тр}B} \cdot AB \sin 30^\circ + N_B \cdot AB \cos 30^\circ - Q \cdot AC \sin 30^\circ = 0$$

Максимальный вес груза P :

$$T_{\max} - F_{\text{тр}A} - N_B = 0;$$

$$-F_{\text{тр}B} + N_A - Q = 0;$$

$$-F_{\text{тр}B} \cdot AB \sin 30^\circ + N_B \cdot AB \cos 30^\circ - Q \cdot AC \sin 30^\circ = 0;$$

$$F_{\text{тр}A} = f N_A, F_{\text{тр}B} = f N_B.$$

$$T_{\min} = 31,77 \text{ Н} < P < T_{\max} = 130,51 \text{ Н}.$$

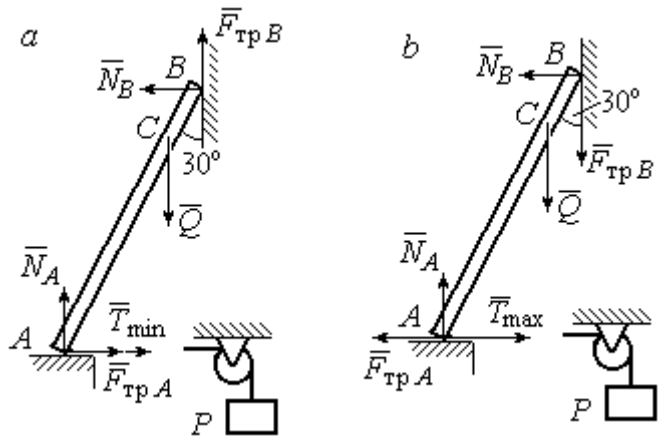


Рис. 7.13. Расчётные схемы к упражнению 1.13:
а – расчёт минимального веса груза;
б – расчёт максимального веса груза

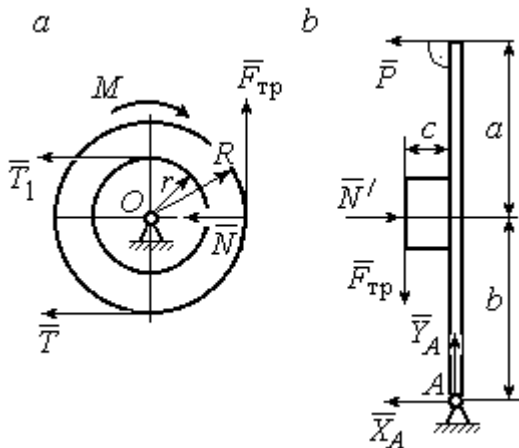


Рис. 7.14. Расчётные схемы
к упражнению 1.14:

а – равновесие шкива; б – равновесие рычага

1.14

Шкив. $T = T_1 = Q$.

$$T \cdot R - T_1 r + M - F_{\text{тр}} R = 0.$$

$$F_{\text{тр}} = 266,67 \text{ Н};$$

$$N = \frac{F_{\text{тр}}}{f} = 666,67 \text{ Н}.$$

Рычаг. $N = N'$. $F_{\text{тр}} = F'_{\text{тр}}$.

$$P(a + b) - N' \cdot b + F'_{\text{тр}} c = 0.$$

$$P = 320 \text{ Н}.$$

$$-X_A - P + N' = 0;$$

$$Y_A - F'_{\text{тр}} = 0.$$

$$X_A = 346,67 \text{ Н}, Y_A = 266,67 \text{ Н}.$$

7.2. Ответы к упражнениям главы 2

2.1

$$\omega_{1z} = \dot{\phi}_1 = 3 + \pi \cos \frac{\pi t}{2}, \quad \omega_1(1) = |\omega_{1z}(1)| = 3 \text{ рад/с.}$$

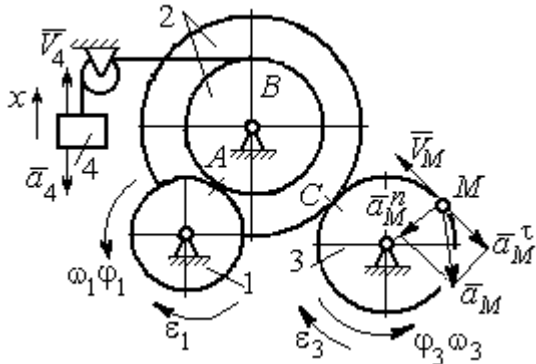


Рис. 7.15. Расчётная схема к упражнению 2.1

$$\omega_{3z} = \omega_{1z} \frac{R_1}{r_2} \frac{R_2}{R_3} = \left(3 + \pi \cos \frac{\pi t}{2} \right) \frac{4}{3};$$

$$\omega_3(1) = |\omega_{3z}(1)| = 4 \text{ рад/с.}$$

$$V_M(1) = \omega_3(1) R_3 = 40 \text{ см/с.}$$

$$\epsilon_{3z} = \dot{\omega}_{3z} = -\frac{2\pi^2}{3} \sin \frac{\pi t}{2}, \quad \epsilon_{3z}(1) = -\frac{2\pi^2}{3};$$

$$\epsilon_3(1) = |\epsilon_{3z}(1)| = \frac{2\pi^2}{3} = 6,58 \text{ рад/с}^2.$$

$$\bar{a}_M = \bar{a}_M^n + \bar{a}_M^\tau, \quad a_M^n(1) = \omega_3^2(1) R_3 = 160 \text{ см/с}^2, \quad a_M^\tau(1) = \epsilon_3(1) R_3 = 65,8 \text{ см/с}^2.$$

$$a_M(1) = 173 \text{ см/с}^2.$$

$$V_{4x} = V_A = \omega_{1z} R_1 = \left(3 + \pi \cos \frac{\pi t}{2} \right) 8; \quad V_4(1) = |V_{4x}(1)| = 24 \text{ см/с.}$$

$$\dot{V}_{4x} = -4\pi^2 \sin \frac{\pi t}{2}, \quad \dot{V}_{4x}(1) = -4\pi^2; \quad a_4(1) = |\dot{V}_{4x}(1)| = 39,48 \text{ см/с}^2.$$

2.2

$$V_{4x} = \dot{x}_4 = 1 - \frac{\pi}{3} \cos \frac{\pi t}{3} - \frac{\pi}{3} \sin \frac{\pi t}{3};$$

$$V_{4x}(3) = 2,05 \text{ м/с}, \quad V_4 = |V_{4x}(3)|$$

$$\omega_{3z} = \frac{V_{4x}}{r_3} = \frac{1}{r_3} \left(1 - \frac{\pi}{3} \cos \frac{\pi t}{3} - \frac{\pi}{3} \sin \frac{\pi t}{3} \right);$$

$$\omega_{3z}(3) = 6,83 \text{ рад/с}; \quad \omega_3 = |\omega_{3z}(3)|.$$

$$\epsilon_{3z} = \dot{\omega}_{3z} = \frac{1}{r_3} \left(\frac{\pi^2}{9} \sin \frac{\pi t}{3} - \frac{\pi^2}{9} \cos \frac{\pi t}{3} \right).$$

$$\epsilon_{3z}(3) = 3,65 \text{ рад/с}^2; \quad \epsilon_3 = |\epsilon_{3z}(3)|.$$

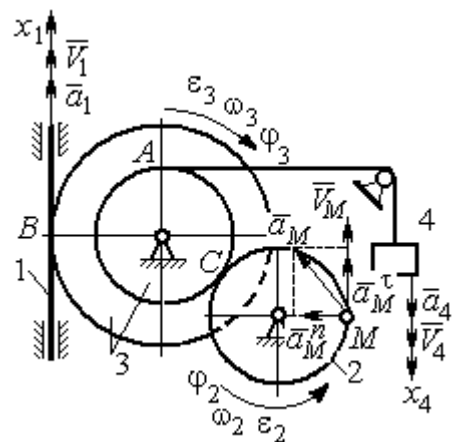


Рис. 7.16. Расчётная схема к упражнению 2.2

$$\frac{\omega_3}{\omega_2} = \frac{R_2}{r_3}; \quad \omega_2 = \omega_3 \frac{r_3}{R_2} = 10,25 \text{ рад/с}; \quad V_M = \omega_2 R_2 = 2,05 \text{ м/с}.$$

$$\frac{\varepsilon_3}{\varepsilon_2} = \frac{R_2}{r_3}; \quad \varepsilon_2 = \varepsilon_3 \frac{r_3}{R_2} = 5,47 \text{ рад/с}^2.$$

$$a_M^n = \omega_2^2 R_2 = 20,4 \text{ м/с}^2; \quad a_M^\tau = \varepsilon_2 R_2 = 1,09 \text{ м/с}^2.$$

$$a_M = \sqrt{(a_M^n)^2 + (a_M^\tau)^2} = 20,43 \text{ M/c}^2.$$

$$V_1 = \omega_3 R_3 = 2,73 \text{ м/с}; a_1 = \dot{V}_1 = \dot{\omega}_3 R_3 = \varepsilon_3 R_3 = 2,19 \text{ м/с}^2.$$

2.3

$$BP_2 = BC \cos 30^\circ = 4,33 \text{ cm}; CP_2 = 2,5 \text{ cm}.$$

$$\omega_{BC} = \frac{V_B}{BP_2} = 1,15 \text{ рад/с}; \quad V_C = \omega_{BC} CP_2 = 2,87 \text{ см/с};$$

$$\omega_1 = \frac{V_C}{CR_1} = 0,72 \text{ рад/с}; \quad EP_1 = 2R_1 \cos 30^\circ = 3,46 \text{ см};$$

$$V_E = \omega_1 EP_1 = 2,49 \text{ cm/c}; EP_3 = 2AE \cos 30^\circ = 10,39 \text{ cm};$$

$$\omega_{AE} = \frac{V_E}{EP_3} = 0,24 \text{ рад/с}; \quad EA = AP_3;$$

$$V_A = \omega_{AE} AP_3 = 1,44 \text{ см/с}, \quad \omega_{AO} = \frac{V_A}{AO} = 0,24 \text{ рад/с}.$$

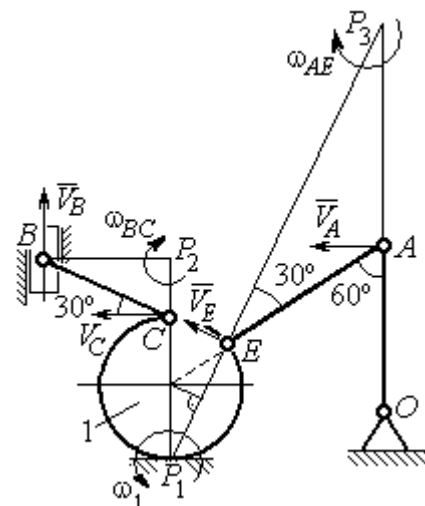


Рис. 7.17. Расчётная схема к упражнению 2.3

2.4

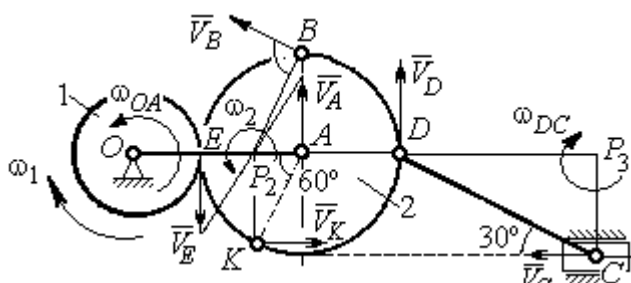


Рис. 7.18. Расчётная схема к упражнению 2.4

E – точка касания дисков.

$$V_E = \omega_1 r_1 = 18 \text{ cm/c.}$$

$$V_A = \omega_{OA}(r_1 + r_2) = 18 \text{ cm/c.}$$

$$EP_2 = P_2 A = 3 \text{ см}, \quad \omega_2 = \frac{V_E}{EP_2} = 6 \text{ рад/с}.$$

$$V_K = \omega_2 P_2 K = 31,18 \text{ см/с.}$$

$$V_B = \omega_2 P_2 B = 40,25 \text{ см/с}; V_D = \omega_2 P_2 D = 54 \text{ см/с}.$$

$$DC = 2r_2, \omega_{DC} = \frac{V_D}{DP_3} = 5,197 \text{ рад/с}; V_C \cos 30^\circ = V_D \cos 60^\circ, V_C = 31,18 \text{ см/с}.$$

2.5

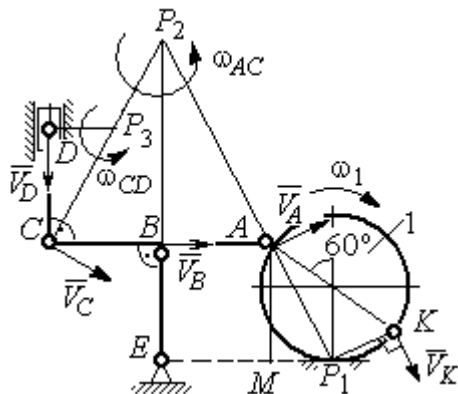


Рис. 7.19. Расчётная схема к упражнению 2.5.

$$BE = 1,5R_1; R_1 = 2,67 \text{ см}.$$

$$KP_1 = R_1; \omega_1 = \frac{V_K}{KP_1} = 0,75 \text{ рад/с}.$$

$$AP_1 = \frac{AM}{\cos 30^\circ} = 4,62 \text{ см}; V_A = \omega_1 P_1 A = 3,46 \text{ см/с}.$$

$$AP_2 = 2AB = 8 \text{ см}; \omega_{AC} = \frac{V_A}{AP_2} = 0,43 \text{ рад/с}.$$

$$V_B \cos 0^\circ = V_A \cos 30^\circ; V_B = 2,99 \text{ см/с}.$$

$$\omega_{BE} = \frac{V_B}{BE} = 0,75 \text{ рад/с}; V_C = V_A = 3,46 \text{ см/с}; CP_3 = \frac{DC}{\cos 30^\circ} = 4,62 \text{ см};$$

$$\omega_{CD} = \frac{V_C}{CP_3} = 0,75 \text{ рад/с}; V_D \cos 0^\circ = V_C \cos 60^\circ; V_D = 1,73 \text{ см/с}.$$

2.6

$$V_A = \omega_{OA} \cdot OA = 12 \text{ см/с}; \omega_{AD} = 0, V_D = V_A.$$

$$\omega_{O_1C} = \frac{V_D}{DO_1} = 3 \text{ рад/с};$$

$$V_C = \omega_{O_1C} \cdot O_1C = 48 \text{ см/с}.$$

$$CB = CP = 16 \text{ см}; \omega_{CB} = \omega_{CL} = \frac{V_C}{CP} = 3 \text{ рад/с}.$$

$$PL = \frac{CP}{\cos 30^\circ} = 18,48 \text{ см}; PB = 2BC \cos 30^\circ.$$

$$V_L = \omega_{CL} \cdot PL = 55,44 \text{ см/с};$$

$$V_B = \omega_{CB} \cdot PB = 83,13 \text{ см/с}.$$

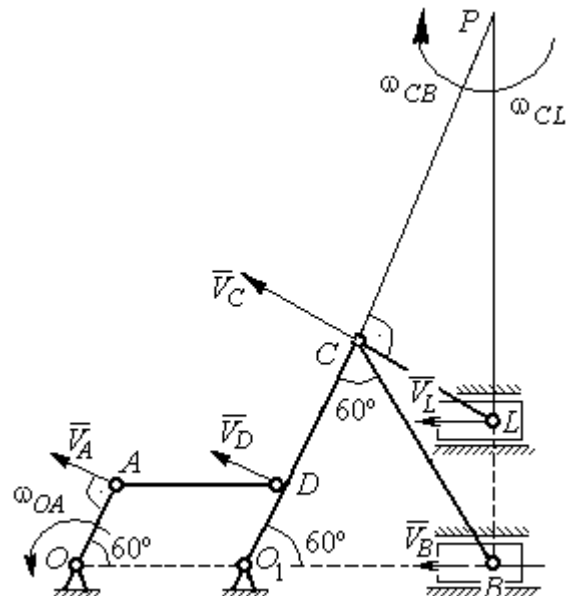


Рис. 7.20. Расчётная схема к упражнению 2.6.

2.7

$$V_D = \omega_1 R_1 = 30 \text{ cm/c}; \quad V_A = \omega_{OA} \cdot OA = 15 \text{ cm/c}.$$

$$\omega_2 = \frac{V_A}{AP_2} = 3 \text{ рад/с.}$$

$$V_B = \omega_2 \cdot P_2 B = 21,21 \text{ cm/c.}$$

$$V_C \cos 0^\circ = V_B \cos 45^\circ; V_C = 15 \text{ cm/c.}$$

$$CP_3 = CB; \omega_{BC} = \frac{V_C}{CP_3} = 1,87 \text{ рад/с.}$$

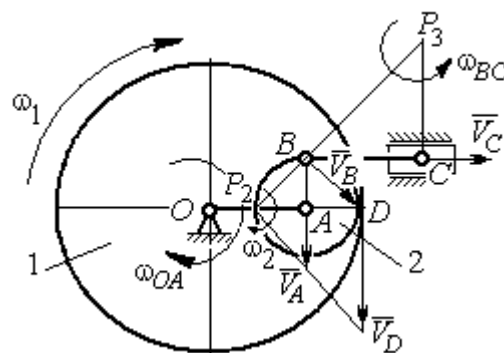


Рис. 7.21. Расчётная схема к упражнению 2.7

2.8

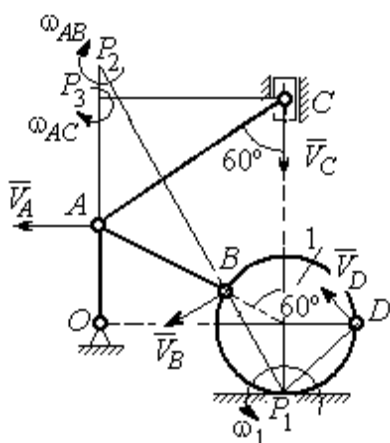


Рис. 7.22. Расчётная схема к упражнению 2.8

$$AC = AB + R_1 = 12 \text{ cm}; CP_3 = AC \cos 30^\circ = 10,39 \text{ cm}.$$

$$\omega_{AC} = \frac{V_C}{CP_3} = 0,48 \text{ рад/с}; V_A = \omega_{AC} \cdot AP_3 = 2,89 \text{ см/с}.$$

$$AB = AP_2; \quad \omega_{AB} = \frac{V_A}{AP_2} = 0,29 \text{ рад/с.}$$

$$BP_7 = 2AB\cos 30^\circ = 17,32 \text{ cm.}$$

$$V_B = \omega_{AB}BP_2 = 5,02 \text{ см/с.}$$

$$OA = (AB + R_1) \sin 30^\circ = 6 \text{ см}; \quad \omega_{OA} = \frac{V_A}{AO} = 0,48 \text{ рад/с}.$$

$$BP_1 = 2R_1 \cos 30^\circ = 3,46 \text{ см}; \quad \omega_1 = \frac{V_B}{BP_1} = 1,45 \text{ рад/с}.$$

$$DP_1 = R_1 \sqrt{2} = 2,82 \text{ см}; V_D = \omega_1 DP_1 = 4,09 \text{ см/с}.$$

2.9

$$V_A = \omega_{OA} OA = 12 \text{ cm/c}; \quad AP = 2AB = 2BC \cdot \operatorname{tg} 60^\circ = 27,71 \text{ cm}.$$

$$\omega_{AB} = \frac{V_A}{AP} = 0,43 \text{ рад/с}; V_B \cos 0^\circ = V_A \cos 30^\circ; V_B = 10,38 \text{ см/с}.$$

$$\omega_{BC} = \frac{V_B}{BC} = 1,29 \text{ рад/с.}$$

$$\bar{a}_B = \bar{a}_A + \bar{a}_{BA}^n + \bar{a}_{BA}^\tau; \quad \bar{a}_B = \bar{a}_C + \bar{a}_{BC}^n + \bar{a}_{BC}^\tau, \quad a_C = 0.$$

$$\bar{a}_A = \bar{a}_O + \bar{a}_{AO}^n + \bar{a}_{AO}^\tau, a_O = 0.$$

$$\bar{a}_{BC}^n + \bar{a}_{BC}^\tau = \bar{a}_{AO}^n + \bar{a}_{AO}^\tau + \bar{a}_{BA}^n + \bar{a}_{BA}^\tau. \text{ Найти } a_{BC}^\tau$$

$$a_{AO}^n = \omega_{AO}^2 \cdot AO = 36 \text{ см/с}^2;$$

$$a_{AO}^\tau = \varepsilon_{AO} \cdot AO = 8 \text{ см/с}^2;$$

$$AB = BC \cdot \operatorname{tg} 60^\circ = 13,86 \text{ см.}$$

$$a_{BA}^n = \omega_{AB}^2 \cdot AB = 2,56 \text{ см/с}^2; a_{AB}^\tau = \varepsilon_{AB} AB.$$

$$a_{BC}^n = \omega_{BC}^2 \cdot BC = 13,31 \text{ см/с}^2; a_{BC}^\tau = \varepsilon_{BC} BC.$$

Проекция на AB:

$$a_{BC}^\tau = -a_{AO}^n \cos 60^\circ + a_{AO}^\tau \cos 30^\circ - a_{BA}^n = 13,63 \text{ см/с}^2.$$

$$\varepsilon_{BC} = \frac{|a_{BC}^\tau|}{BC} = 1,7 \text{ рад/с}^2.$$

$$\bar{a}_D = \bar{a}_{DC}^n + \bar{a}_{DC}^\tau.$$

$$a_{DC}^n = \omega_{BC}^2 \cdot DC = 6,65 \text{ см/с}^2; a_{DC}^\tau = \varepsilon_{BC} \cdot DC = 6,8 \text{ см/с}^2.$$

$$a_D = \sqrt{(a_{DC}^n)^2 + (a_{DC}^\tau)^2} = 9,51 \text{ см/с}^2.$$

2.10

$$V_A = \omega_1 r_1 = 12 \text{ см/с}; P_2 A = \frac{1}{2} BC = 5 \text{ см.}$$

$$\omega_{AB} = \frac{V_A}{P_2 A} = 2,4 \text{ рад/с.}$$

$$V_B \cos 30^\circ = V_A \cos 60^\circ; V_B = 6,93 \text{ см/с.}$$

$$P_3 B = BC \cos 30^\circ = 8,66 \text{ см;}$$

$$\omega_{BC} = \frac{V_B}{P_3 B} = 0,8 \text{ рад/с.}$$

$$\bar{a}_B = \bar{a}_A + \bar{a}_{BA}^n + \bar{a}_{BA}^\tau. \text{ Найти } a_B.$$

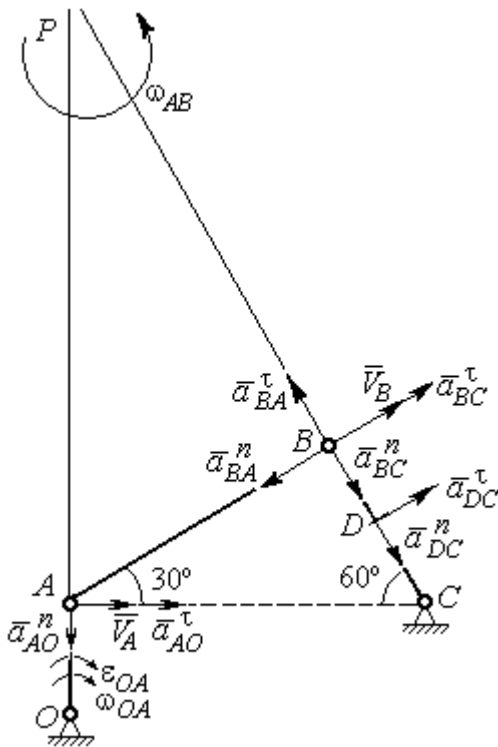


Рис. 7.23. Расчётная схема к упражнению 2.9

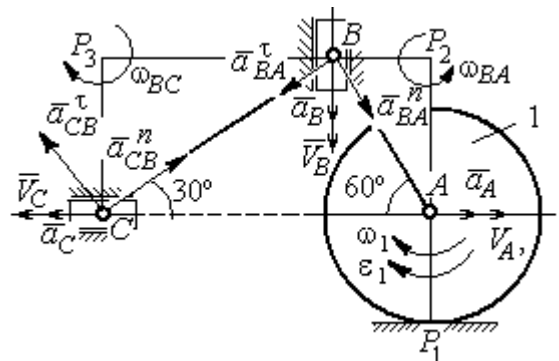


Рис. 7.24. Расчётная схема к упражнению 2.10

Проекция на BA : $a_B \cos 30^\circ = a_A \cos 60^\circ + a_{BA}^n$.

$$a_A = a_A^\tau = \varepsilon_1 r_1 = 8 \text{ cm/c}^2; AB = BC \operatorname{tg} 30^\circ = 5,77 \text{ cm.}$$

$$a_{BA}^n = \omega_{BA}^2 \cdot BA = 33,23 \text{ cm/c}^2; \quad a_B = 43,03 \text{ cm/c}^2.$$

$$\bar{a}_C = \bar{a}_B + \bar{a}_{CB}^n + \bar{a}_{CB}^\tau.$$

Проекция на BC : $a_C \cos 60^\circ = a_B \cos 60^\circ - a_{CB}^n$,

$$a_{CB}^n = \omega_{CB}^2 \cdot CB = 6,4 \text{ см/с}^2; \quad a_C = a_B - 2a_{CB}^n = 30,23 \text{ см/с}^2.$$

7.3. Ответы к упражнениям главы 3

3.1

$$CM_1 = S_r(1) = \frac{40}{3} \sin \frac{\pi}{3} = 11,55 \text{ cm.}$$

Так как $CM_1 \cos 30^\circ = 10 \text{ см} = R$, то точка M_1 лежит на вертикальном диаметре.

$$V_r = \dot{S}_r = \frac{40\pi}{9} \cos \frac{\pi t}{3}; \quad V_r(1) = 6,98 \text{ cm/c.}$$

$$\omega_e(1) = 0,5 \text{ рад/с}; OM_1 = R - \frac{1}{2}CM_1 = 4,23 \text{ см.}$$

$$V_e = \omega_e OM_1; \quad V_e(1) = 2,12 \text{ cm/c.}$$

$$\bar{V}_M = \bar{V}_e + \bar{V}_r.$$

$$V_{Mx} = V_e - V_r \cos 30^\circ = -3,93 \text{ m/c}; V_{My} = -V_r \cos 60^\circ = -3,49 \text{ m/c};$$

$$V_M = \sqrt{(V_{Mx})^2 + (V_{My})^2} = 5,26 \text{ cm/c.}$$

$$\bar{a}_M = \bar{a}_e + \bar{a}_r + \bar{a}_k.$$

$$\bar{a}_e = \bar{a}_e^n + \bar{a}_e^\tau, \quad a_e^n = \omega_e^2 OM_1; \quad a_e^n(1) = 1,06 \text{ cm/c}^2.$$

$$\dot{\omega}_e = -\frac{\pi}{3} \sin \frac{\pi t}{3}, \quad \dot{\omega}_e(1) = -0,91 \text{ рад/с}^2; \quad \varepsilon_e = |\dot{\omega}_e(1)| = 0,91 \text{ рад/с}^2,$$

$$a_{\rho}^{\tau}(1)=\varepsilon_{\rho} \cdot OM_1 = 3,85 \text{ cm/c}^2.$$

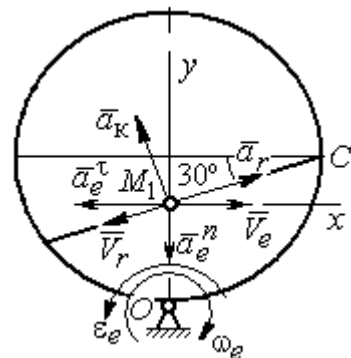


Рис. 7.25. Расчётная схема к упражнению 3.1

$$\dot{V}_r = -\frac{40\pi^2}{27} \sin \frac{\pi t}{3}, \quad \dot{V}_r(1) = -12,66; \quad a_r = |\dot{V}_r(1)| = 12,66 \text{ см/с}^2$$

$$a_k = 2|\omega_e| \cdot |V_r|; \quad a_k(1) = 6,98 \text{ см/с}^2.$$

$$\bar{a}_M = \bar{a}_e^n + \bar{a}_e^\tau + \bar{a}_r + \bar{a}_k.$$

$$a_{Mx} = -a_e^\tau + a_r \cos 30^\circ - a_k \cos 60^\circ = 3,62 \text{ см/с}^2;$$

$$a_{My} = -a_e^n + a_r \cos 60^\circ + a_k \cos 30^\circ = 11,31 \text{ см/с}^2.$$

$$a_M = \sqrt{(a_{Mx})^2 + (a_{My})^2} = 11,87 \text{ см/с}^2.$$

3.2

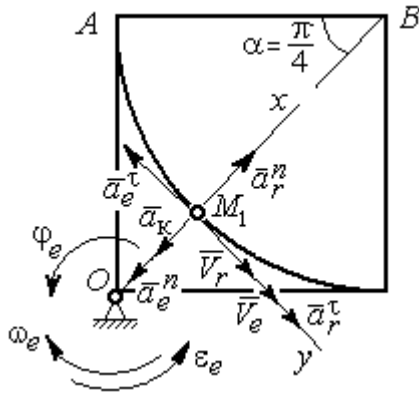


Рис. 7.26. Расчётная схема к упражнению 3.2

Положение M_1 :

$$\alpha = \frac{S_r(1)}{R} = \frac{\pi}{4}; \quad OM_1 = 8,28 \text{ см.}$$

$$\dot{S}_r = 10\pi t; \quad V_r = |\dot{S}_r(1)| = 31,42 \text{ см/с.}$$

$$\dot{\phi}_e = 2t - 5,$$

$$\dot{\phi}_e(1) = -3 \text{ рад/с}, \quad \omega_e = |\dot{\phi}_e(1)| = 3 \text{ рад/с.}$$

$$V_e = \omega_e \cdot OM_1 = 24,6 \text{ см/с.}$$

$$\bar{V}_M = \bar{V}_e + \bar{V}_r \cdot V_{Mx} = V_e + V_r = 56,02 \text{ см/с};$$

$$V_{My} = 0; \quad V_M = 56,02 \text{ см/с.}$$

$$\bar{a}_M = \bar{a}_e + \bar{a}_r + \bar{a}_k = \bar{a}_e^n + \bar{a}_e^\tau + \bar{a}_r^n + \bar{a}_r^\tau + \bar{a}_k.$$

$$\bar{a}_e = \bar{a}_e^n + \bar{a}_e^\tau \cdot a_e^n = \omega_e^2 \cdot OM_1 = 74,52 \text{ см/с}^2;$$

$$\dot{\omega}_e = 2 \text{ рад/с}^2; \quad \epsilon_e = |\dot{\omega}_e|; \quad a_e^\tau(1) = \epsilon_e OM_1 = 16,56 \text{ см/с}^2;$$

$$\bar{a}_r = \bar{a}_r^n + \bar{a}_r^\tau \cdot \dot{V}_r = 10\pi; \quad a_r^\tau = |\dot{V}_r| = 10\pi = 31,42 \text{ см/с}^2;$$

$$a_r^n(1) = \frac{V_r^2}{R} = 49,36 \text{ см/с}^2; \quad a_k = 2|\omega_e| \cdot |V_r|; \quad a_k(1) = 62,84 \text{ см/с}^2.$$

$$a_{Mx} = -a_e^n + a_r^n - a_k = -88 \text{ см/с}^2; \quad a_{My} = -a_e^\tau + a_r^\tau = 14,86 \text{ см/с}^2.$$

$$a_M = \sqrt{(a_{Mx})^2 + (a_{My})^2} = 89,24 \text{ см/с}^2.$$

7.4. Ответы к упражнениям главы 4

4.1

$$m\ddot{x} = F - P\cos 60^\circ - F_{\text{тр}}, \quad m\ddot{y} = N - P\cos 30^\circ = 0.$$

$$F_{\text{тр}} = fN = fmg\cos 30^\circ;$$

$$\ddot{x} = \frac{1}{2}kt - 3,4, \quad \dot{x} = \frac{1}{4}kt^2 - 3,4t + V_0;$$

$$x = \frac{1}{12}kt^3 - 1,7t^2 + V_0t.$$

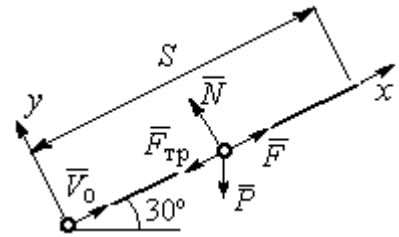


Рис. 7.27. Расчётная схема к упражнению 4.1

Конечные условия: $t = 2$ с; $x = S = 2$ м; $V = 2V_0$.

$$V_0 = k - 6,8; \quad 1 = \frac{1}{3}k - 3,4 + V_0.$$

$$k = 8,4; \quad V_0 = 1,6 \text{ м/с}.$$

4.2

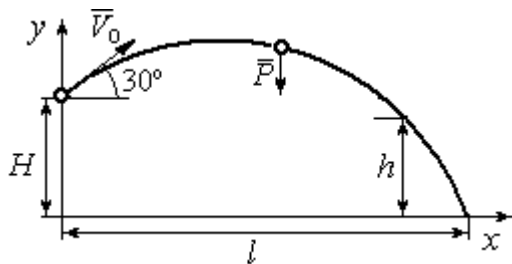


Рис. 7.28. Расчётная схема к упражнению 4.2

Уравнения движения точки:

$$m\ddot{x} = 0; \quad \dot{x} = V_0\cos 30^\circ; \quad x = V_0t\cos 30^\circ.$$

$$m\ddot{y} = -P; \quad \dot{y} = -gt + V_0\cos 60^\circ;$$

$$y = -\frac{1}{2}gt^2 + V_0t\cos 60^\circ + H.$$

Краевое условие пролёта высоты h :

$$t = 1 \text{ с}; \quad y = h = 7 \text{ м}.$$

Подставляя краевые условия в уравнение движения, находим: $V_0 = 3,81$ м/с.

Краевое условие падения точки:

$$t = t_{\text{пад}}; \quad x = l; \quad y = 0.$$

Подстановка в уравнения движения условия приводит к системе:

$$l = V_0t_{\text{пад}}\cos 30^\circ; \quad 0 = -\frac{1}{2}gt_{\text{пад}}^2 + V_0t_{\text{пад}}\cos 60^\circ + H.$$

$$\text{Находим: } t_{\text{пад}} = 1,64 \text{ с}; \quad l = 5,41 \text{ м}.$$

4.3

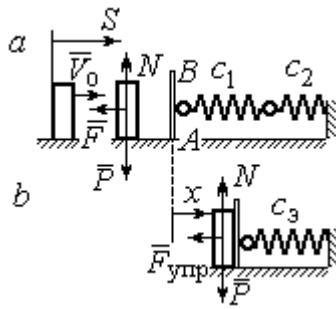


Рис. 7.29. Расчётная схема к упражнению 4.3:
а – движение груза до начала колебаний; б – колебания груза

Уравнение движения груза (рис. 7.29, а):

$$m\ddot{S} = -F = -k\dot{S}.$$

Начальные условия: $t = 0$; $S = 0$; $\dot{S} = V_0$.

Решение:
$$S = \frac{mV_0}{k} \left(1 - e^{-\frac{k}{m}t} \right) = 6(1 - e^{-t}) \text{ м.}$$

Скорость груза: $\dot{S} = 6e^{-t}$.

Скорость груза в момент соединения с площадкой AB: $V_1 = \dot{S}(1) = 0,21 \text{ м/с.}$

Уравнение колебаний груза на эквивалентной пружине (рис. 7.29, б):

$$m\ddot{x} = -F_{\text{упр}} = -c_3 x; \quad c_3 = \frac{c_1 c_2}{c_1 + c_2} = 30 \text{ Н/м.}$$

Начальные условия движения: $t = 0$; $x = 0$; $\dot{x} = V_1$.

Общий вид решения: $x = C_1 \cos \omega t + C_2 \sin \omega t$; $\omega = \sqrt{\frac{c_3}{m}} = 7,75 \text{ рад/с,}$

где константы: $C_1 = 0$; $C_2 = \frac{V_1}{\omega} = 0,28 \text{ м.}$ Закон движения груза $x = 0,28 \sin 7,75 t$.

Максимальное сжатие 0,28 м.

4.4

Жесткость эквивалентной пружины

$$c_3 = \frac{c \cdot 2c}{c + 2c} = \frac{2}{3}c.$$

Уравнение колебаний:

$$m\ddot{x} = P - F_{\text{упр}} = P - c_3(\lambda_{\text{ст}} + x) = -c_3 x.$$

Общее решение:

$$x = C_1 \cos \omega t + C_2 \sin \omega t; \quad \omega = \sqrt{\frac{c_3}{m}} = 10,33 \text{ рад/с.}$$

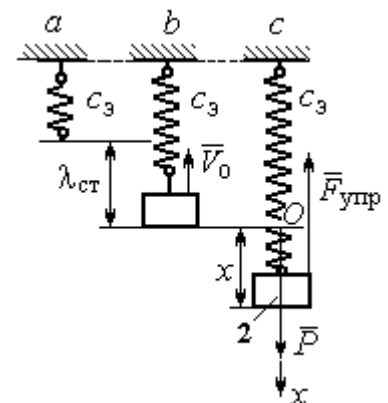


Рис. 7.30. Расчётная схема к упражнению 4.4:
а – нерастянутая пружина;
б – положение статического равновесия; в – произвольное положение груза

Начальные условия: $t = 0$; $x = 0$; $\dot{x} = -V_0$.

Находим константы интегрирования: $C_1 = 0$; $C_2 = \frac{V_0}{\omega} = 0,39$ м.

Закон движения груза: $x = 0,39 \sin 10,33 t$.

Амплитуда $A = 0,39$ м, частота $\omega = 10,33$ рад/с.

4.5

Скорость человека, находящегося в самолёте, в нижней точке траектории (точка C):

$$\frac{mV_C^2}{2} - \frac{mV_0^2}{2} = mg[l \sin \varphi + r(1 - \cos \varphi)].$$

Откуда $V_C^2 = V_0^2 + 2g[l \sin \varphi + r(1 - \cos \varphi)]$.

Уравнение движения человека,двигающегося

вместе с самолётом, в проекции на нормаль в точке C: $\frac{mV_C^2}{r} = N - P$, где N – реакция корпуса самолёта. Сила давления человека на корпус самолёта по величине равна реакции, но направлена в противоположную сторону.

Из условия $N \leq 3P$ следует неравенство: $V_C^2 \leq 2gr$, или

$$V_0^2 + 2g[l \sin \varphi + r(1 - \cos \varphi)] \leq 2gr. \text{ Откуда } r \geq \frac{V_0^2 + 2gl \sin \varphi}{2g \cos \varphi}.$$

4.6

Из уравнения теоремы об изменении кинетической энергии шарика в точке B с учётом, что $V_A = 0$, найдём:

$$\frac{mV_B^2}{2} = \frac{ca^2}{2} + mg[R + R \cos 60^\circ - a \cos 30^\circ].$$

Составим уравнение теоремы об изменении кинетической энергии точки на участке BD:

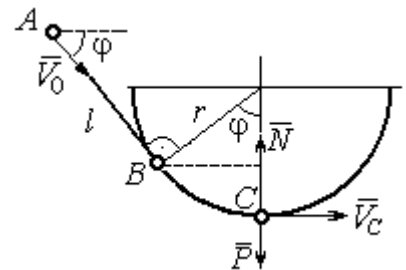


Рис. 7.31. Расчётная схема к упражнению 4.5

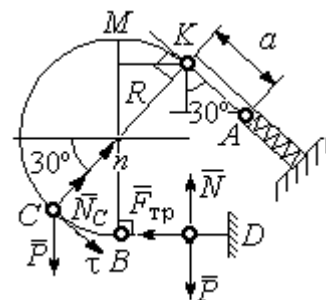


Рис. 7.32. Расчётная схема к упражнению 4.6

$-\frac{mV_B^2}{2} = -fNs$, где s – путь точки до остановки. С учётом данных задачи, получим: $s = 5,39$ м.

Уравнение движения шарика в проекции на нормальную ось в точке C

$$\frac{mV_C^2}{R} = N_C - P\cos 60^\circ.$$

Для вычисления реакции опоры шарика на трубу имеем равенство

$$N_C = \frac{mV_C^2}{R} + P\cos 60^\circ = \frac{1}{R} \left[mV_B^2 - 2mgR(1 - \cos 60^\circ) \right] + mg\cos 60^\circ, \text{ где кинетическая}$$

энергия шарика в точке B : $mV_B^2 = ca^2 + 2mgR \left[(1 + \cos 60^\circ) - \frac{a}{R} \cos 30^\circ \right]$. Получим:

$N_C = 18,71$ Н. Давление шарика на трубку равно реакции опоры и направлено в противоположную сторону.

7.5. Ответы к упражнениям главы 5

5.1

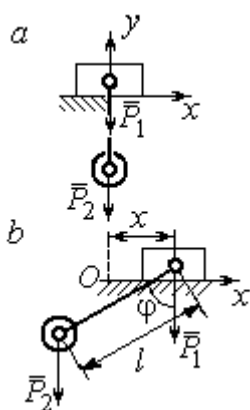


Рис. 7.33. Расчётная схема к упражнению 5.1:

a – начальное положение системы;
 b – произвольное положение

x_0 – координата центра тяжести системы в начальном положении, $x_0 = 0$ (см. рис.7.33);
 x – текущая координата центра тележки; x_1 – координата центра тяжести системы в её произвольном положении: $x_1 = \frac{m_1x - m_2(l\sin\varphi - x)}{m_1 + m_2}$.

Уравнение закона сохранения движения центра масс системы: $x_1 = x_0$, или

$$m_1x - m_2(l\sin\varphi - x) = 0.$$

Отсюда зависимость координаты движения тележки от положения гру-

за 2:
$$x = \frac{m_2l}{m_1 + m_2} \sin\varphi.$$

5.2

Теорема об изменении кинетического момента системы относительно

оси z : $\frac{dL_z}{dt} = \sum M_z(\vec{F}_k^e)$.

Кинетический момент системы:

$$L_z = L_z^{\text{бар}} + L_z^{\text{гр}} = \frac{m_2 r^2}{2} \omega + m_1 V_1 r = \left(m_1 + \frac{m_2}{2} \right) \omega r^2.$$

Суммарный момент внешних сил относительно

оси z : $\sum M_z(\vec{F}_k^e) = M_{\text{вр}} - P_1 r = kt - m_1 gr$.

Дифференциальное уравнение вращения барабана:

$$\left(m_1 + \frac{m_2}{2} \right) r^2 \frac{d\omega}{dt} = kt - m_1 gr.$$

При нулевых начальных условиях $\omega = \frac{kt^2 - 2m_1 grt}{(2m_1 + m_2)r^2}$.

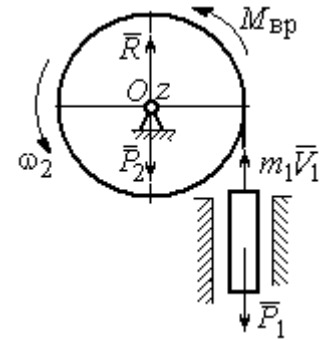


Рис. 7.34. Расчётная схема к упражнению 5.2

5.3

Уравнение теоремы об изменении кинетической энергии для неизменяемых систем на конечном перемещении: $T - T_0 = \sum A(F_k)$, $T_0 = 0$.

Кинетическая энергия груза 1: $T_1 = \frac{m_1 V_1^2}{2}$.

Энергия вращательного движения блока 2:

$T_2 = \frac{1}{2} J_O \omega_2^2$, где осевой момент инерции блока:

$J_O = \frac{m_2 r^2}{2}$, угловая скорость блока $\omega_2 = \frac{V_1}{r}$. Кинетическая энергия катка 3:

$T_3 = \frac{1}{2} m_3 V_C^2 + \frac{1}{2} J_C \omega_3^2$, где момент инерции катка относительно оси, проходя-

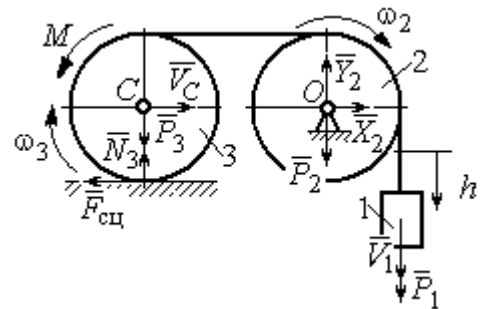


Рис. 7.35. Расчётная схема к упражнению 5.3

щей через центр масс перпендикулярно плоскости диска, $J_C = \frac{m_3 r^2}{2}$, угловая

скорость катка и скорость его центра масс $\omega_3 = \frac{V_1}{2r}$, $V_C = \frac{V_1}{2}$.

Энергия системы: $T = T_1 + T_2 + T_3 = (8m_1 + 4m_2 + 3m_3) \frac{V_1^2}{16}$.

Суммарная работа внешних сил на перемещении h : $\sum A(F_k) = P_1 h - M \frac{h}{2r}$.

Уравнение теоремы об изменении кинетической энергии:

$$(8m_1 + 4m_2 + 3m_3) \frac{V_1^2}{16} = \left(m_1 g - \frac{M}{2r} \right) h.$$

$$\text{Скорость груза на высоте } h: V_1 = 4 \sqrt{\frac{\left(m_1 g - \frac{M}{2r} \right) h}{8m_1 + 4m_2 + 3m_3}}.$$

5.4

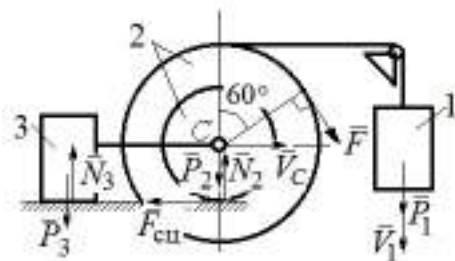


Рис. 7.36. Расчётная схема к упражнению 5.4

Для решения задачи используется теорема об изменении кинетической энергии в дифференциальной форме: $\frac{dT}{dt} = \sum N(\vec{F}_k^e)$, где T – энергия системы в её текущем положении; $\sum N(\vec{F}_k^e)$ – суммарная мощность внешних сил.

Допустим, груз 1 движется вниз со скоростью V_1 . Скорость центра масс катка V_C .

Кинетическая энергия катка 2: $T_2 = \frac{1}{2} m_2 V_C^2 + \frac{1}{2} J_{zC} \omega_2^2$. Здесь $m_2 = \frac{2P}{g}$,

$J_{zC} = m_2 i_z^2$, $\omega_2 = \frac{V_C}{r}$. В результате кинетическая энергия катка $T_2 = \frac{3P}{g} V_C^2$.

Скорость груза 3 $V_3 = V_C$. Кинетическая энергия груза 3 $T_3 = \frac{P}{g} V_C^2$.

Скорость груза 1 $V_1 = \omega_2 3r = 3V_C$. Кинетическая энергия груза 1:

$$T_1 = \frac{9P}{2g} V_C^2.$$

Суммарная кинетическая энергия (энергия системы):

$$T = T_1 + T_2 + T_3 = \frac{17P}{2g} V_C^2. \text{ Производная } \frac{dT}{dt} = \frac{17P}{g} V_C \frac{dV_C}{dt} = \frac{17}{g} V_C a_C.$$

Мощности сил $\vec{P}_2, \vec{N}_2, \vec{F}_{\text{сц}}, \vec{P}_3, \vec{N}_3$ равны нулю.

Мощность силы $\vec{F}$, приложенной к колесу, определяется по формуле:

$$N(\vec{F}) = \vec{F} \cdot \vec{V}_C + \vec{M}_C(\vec{F}) \cdot \vec{\omega}_2 = FV_C \cos 60^\circ + FR\omega_2. \quad \text{Мощность силы } \vec{P}_1$$

$$N(\vec{P}_1) = P_1 V_1. \text{ Суммарная мощность внешних сил: } \sum N(F^e) = 7PV_C.$$

Составляем уравнение теоремы об изменении кинетической энергии си-

$$\text{стемы: } \frac{17P}{g} V_C a_C = 7PV_C, \text{ откуда } a_C = \frac{7}{17} g \text{ м/с}^2.$$

5.5

Рассмотрим движение катков отдельно, заменив невесомый стержень реакцией. Предположим, катки движутся направо (см. рис. 7.37). Уравнения движения катков:

$$m_1 a_O = Q - F_{\text{сц}1}, \quad J_{1O} \varepsilon_1 = F_{\text{сц}1} r - M;$$

$$m_2 a_C = -Q' - F_{\text{сц}2} + F \cos 30^\circ;$$

$$J_{2C} \varepsilon_2 = F_{\text{сц}2} 3r - Q' r.$$

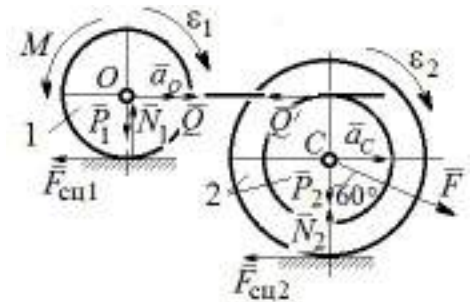


Рис. 7.37. Расчётная схема к упражнению 5.5

Здесь $\vec{Q}$ – реакция невесомого стержня, $|\vec{Q}| = |\vec{Q}'|$; $\vec{F}_{\text{сц}1}, \vec{F}_{\text{сц}2}$ – силы сцепления

катков с поверхностями качения; моменты инерции катков $J_{1O} = \frac{m_1 r^2}{2}$,

$$J_{2C} = m_2 i_2^2. \text{ Подставляя кинематические соотношения } \varepsilon_2 = \frac{a_C}{3r}; \quad a_O = \frac{4}{3} a_C;$$

$$\varepsilon_1 = \frac{4a_C}{3r}, \text{ с учётом данных задачи, получим систему уравнений:}$$

$$\frac{4P}{3g}a_C = Q - F_{\text{сц1}}; \quad \frac{2P}{3g}a_C = F_{\text{сц1}} - 4P;$$

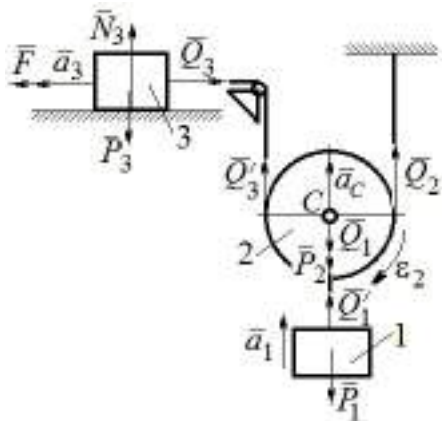
$$\frac{2P}{g}a_C = -Q - F_{\text{сц2}} + P\sqrt{3}; \quad \frac{4P}{3g}a_C = 3F_{\text{сц2}} - Q.$$

Находим ускорение центра катка 2: $a_C = \frac{3(3\sqrt{3}-16)g}{46} \approx -0,7g$. Каток

движется в противоположную сторону. Реакция стержня $Q = 2,6P$.

5.6

Выделяем звенья механизма, заменяя действия нитей их реакциями. Допустим, направления движений тел в системе соответствуют подъёму груза 1.



Уравнения движения тел:

$$m_3 a_3 = F - Q_3, \quad m_2 a_C = Q_3' + Q_2 - P_2 - Q_1;$$

$$J_{2C} \varepsilon_2 = Q_3' r - Q_2 r, \quad m_1 a_1 = Q_1' - P_1.$$

С учётом, что $|\vec{Q}_3| = |\vec{Q}_3'|$, $|\vec{Q}_1| = |\vec{Q}_1'|$ и

Рис. 7.38. Расчётная схема к упражнению 5.6

$$a_C = a_1, \quad a_3 = 2a_1, \quad \varepsilon_2 = \frac{a_1}{r}, \quad J_{2C} = \frac{m_2 r^2}{2}, \quad \text{под-}$$

ставляя данные задачи, получим систему уравнений:

$$2ma_1 = 2,5mg - Q_3; \quad ma_1 = Q_3 + Q_2 - mg - Q_1;$$

$$\frac{ma_1}{2} = Q_3 - Q_2; \quad m_1 a_1 = Q_1 - P_1.$$

Решая систему, находим: $a_1 = \frac{2}{17}g \approx 0,12g$; $Q_3 = 2,26mg$; $Q_2 = 2,15mg$.

5.7

Заменяем действия нитей реакциями.

Предположим, груз 1 спускается по наклонной плоскости. Уравнения движения тел:

$$m_1 a_1 = P_1 \cos 30^\circ - Q_1; \quad m_3 a_3 = Q_3;$$

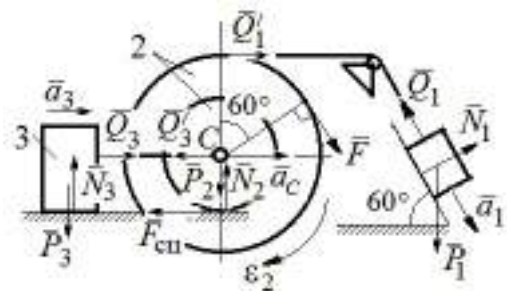


Рис. 7.39. Расчётная схема к упражнению 5.7

$$m_2 a_C = Q'_1 - Q'_3 - F_{\text{сц}} + F \cos 60^\circ; J_{2C} \varepsilon_2 = Q'_1 R + FR + F_{\text{сц}} r, J_{2C} = m_2 i_2^2.$$

Соотношения ускорений: $\varepsilon_2 = \frac{a_1}{R+r}$, $a_C = \frac{a_1 r}{R+r}$, $a_3 = a_C$. Подставляя

данные задачи, с учётом, что модули сил $Q'_1 = Q_1$ и $Q'_3 = Q_3$, получим систему уравнений:

$$ma_1 = mg \frac{\sqrt{3}}{2} - Q_1; \quad \frac{2}{3} ma_1 = Q_3;$$

$$ma_1 = Q_1 - Q_3 - F_{\text{сц}} + \frac{1}{2} mg; \quad 3ma_1 = 2Q_1 + 2mg + F_{\text{сц}}.$$

Находим $a_1 = \frac{3}{46} (5 + 3\sqrt{3})g \approx 0,44g$; $Q_1 = 0,21mg$; $Q_3 = 0,44mg$.

7.6. Ответы к упражнениям главы 6

6.1

Внешние силы, действующие на систему: силы тяжести — $\vec{P}_1$, $\vec{P}_2$, $\vec{P}_3$ и реакции опор $\vec{N}_3$, $\vec{R}_3$. Приложим к телам системы, силы инерции $\vec{R}_1^{\text{ин}}$, $\vec{R}_2^{\text{ин}}$ (рис. 7.40, а). В соответствии с принципом Даламбера, полученная система сил находится в равновесии. Составляем условие равновесия системы сил в проекциях на горизонтальную и вертикальную оси:

$$R_3 - R_1^{\text{ин}} = 0, \quad N_3 - P_3 - P_1 - P_2 + R_2^{\text{ин}} = 0.$$

Для вычисления сил инерции рассмотрим отдельно грузы 1 и 2, заменяя действие соединяющей их нити реакцией (рис. 7.40, б, в). Присоединим к грузам силы инерции и, применив принцип Даламбера, составим уравнения равновесия систем сил — для груза 1 в проекции на горизонтальную ось, для груза 2 — на вертикальную:

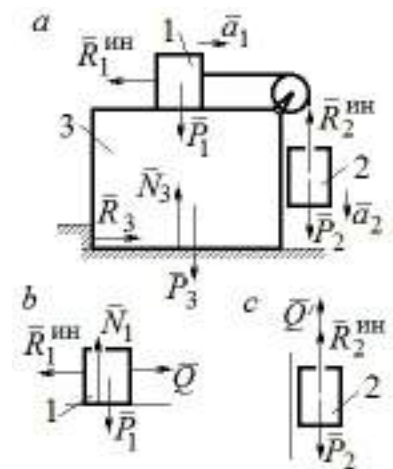


Рис. 7.40. Расчётная схема к упражнению 6.1

$$Q - R_1^{\text{ин}} = 0; P_2 - Q' - R_2^{\text{ин}} = 0,$$

где $R_1^{\text{ин}} = m_1 a_1$, $R_2^{\text{ин}} = m_2 a_2$.

Решая полученную систему с учётом равенства модулей сил $Q = Q'$ и ускорений грузов $a_1 = a_2$, находим ускорение грузов: $a_1 = a_2 = 0,5g$. Тогда давление призмы на горизонтальную поверхность: $N_3 = 2,5mg$.

6.2

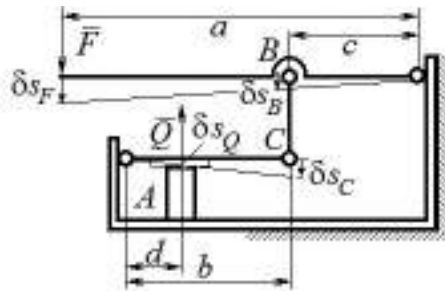


Рис. 7.41. Расчётная схема к упражнению 6.2

Активными силами в системе являются силы $\vec{F}$ и $\vec{Q}$. Для равновесия системы необходимо и достаточно выполнения условия: $\delta A(\vec{F}) + \delta A(\vec{Q}) = 0$ или $F\delta s_F - Q\delta s_Q = 0$, где δs_F и δs_Q – возможные перемещения точек приложения сил $\vec{F}$ и $\vec{Q}$.

Имеем соотношения: $\frac{\delta s_F}{\delta s_B} = \frac{a}{c}$, $\frac{\delta s_C}{\delta s_Q} = \frac{b}{d}$, где δs_B и δs_C – возможные перемещения точек B и C, причём $\delta s_B = \delta s_C$. Тогда $\delta s_Q = \frac{cd}{ab}\delta s_F$ и сила, сжимающая деталь A под прессом, равна $Q = \frac{ab}{cd}F$.

6.3

Активными силами, совершающими работу при движении системы, являются силы тяжести $\vec{P}_3$, $\vec{P}_4$ и пары сил с моментами M_1 и M_2 . Связи идеальные.

Для равновесия системы необходимо и достаточно выполнения условия:

$$\delta A(\vec{P}_3) + \delta A(\vec{P}_4) + \delta A(M_1) + \delta A(M_2) = 0 \text{ или}$$

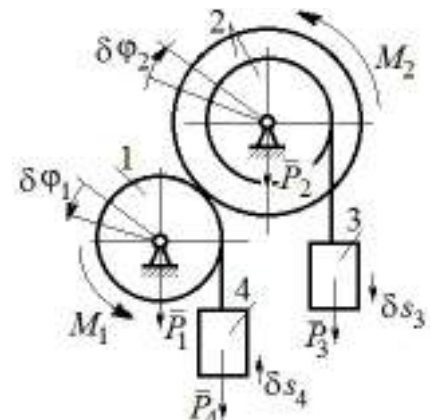


Рис. 7.42. Расчётная схема к упражнению 6.3

$$P_3 \delta s_3 - P_4 \delta s_4 + M_1 \delta \varphi_1 - M_2 \delta \varphi_2 = 0,$$

где $\delta s_3, \delta s_4$ – элементарные перемещения грузов 3, 4; $\delta \varphi_1, \delta \varphi_2$ – элементарные повороты валов 1 и 2. Выразим все перемещения через угол поворота вала 2: $\delta s_3 = \delta \varphi_2 r$, $\delta \varphi_1 = 3 \delta \varphi_2$, $\delta s_4 = 3r \delta \varphi_2$ и подставим в уравнение равновесия. Получим: $M_2 = 4Pr$.

6.4

Система с идеальными связями. Активными силами являются силы тяжести $\vec{P}_1, \vec{P}_2, \vec{P}_3$ и пара сил с моментом $M_{вр}$ (рис. 7.43).

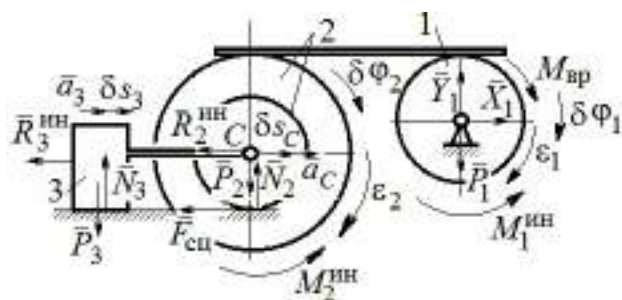


Рис. 7.43. Расчётная схема к упражнению 6.4

Направления поворотов дисков и их угловые ускорения показаны на рис. 7.43 дуговыми стрелками $\delta \varphi_1, \epsilon_1$ и $\delta \varphi_2, \epsilon_2$. Направления движения центра масс катка 2, груза 3 и их ускорения обозначены: $\delta s_C, a_C$ и $\delta s_3, a_3$.

Кинематические соотношения между перемещениями и ускорениями:

$$\delta s_C = \delta s_3, a_C = a_3, \delta \varphi_2 = \frac{\delta s_3}{r}, \epsilon_2 = \frac{a_3}{r}, \delta \varphi_1 = \frac{3\delta s_3}{r}, \epsilon_1 = \frac{3a_3}{r}.$$

Присоединим к телам системы силы инерции.

Модули главных векторов сил инерции: $R_3^{ин} = m_3 a_3 = m a_3$;

$$R_2^{ин} = m_2 a_C = 2m a_3; M_2^{ин} = m_2 i_2^2 \epsilon_2 = 4,5 m r a_3; M_1^{ин} = \frac{m_1 R_1^2}{2} \epsilon_1 = 1,5 m r a_3.$$

Элементарные работы активных сил:

$$\sum \delta A(\vec{F}_k^{акт}) = M_{вр} \delta \varphi_1 = (m g \sin \omega t) 3 \delta s_3.$$

Элементарные работы сил инерции:

$$\begin{aligned} \sum \delta A(\vec{R}_k^{ин}) &= -R_3^{ин} \delta s_3 - R_2^{ин} \delta s_C - M_2^{ин} \delta \varphi_2 - M_1^{ин} \delta \varphi_1 = \\ &= -m a_3 \delta s_3 - 2m a_3 \delta s_3 - 4,5 m a_3 \delta s_3 - 1,5 m a_3 3 \delta s_3 = -12 m a_3 \delta s_3. \end{aligned}$$

Общее уравнение динамики имеет вид:

$$\sum \delta A(\vec{F}_k^{\text{акт}}) + \sum \delta A(\vec{R}_k^{\text{ин}}) = m(3g \sin \omega t - 12a_3) \delta s_3 = 0.$$

Ускорение груза 3: $a_3 = 0,25g \sin \omega t$, или $\ddot{s}_3 = 0,25g \sin \omega t$. Интегрируя дифференциальное уравнение с нулевыми начальными условиями, получим закон движения груза: $s_3 = \frac{0,25g}{\omega} \left(t - \frac{1}{\omega} \sin \omega t \right)$.

6.5

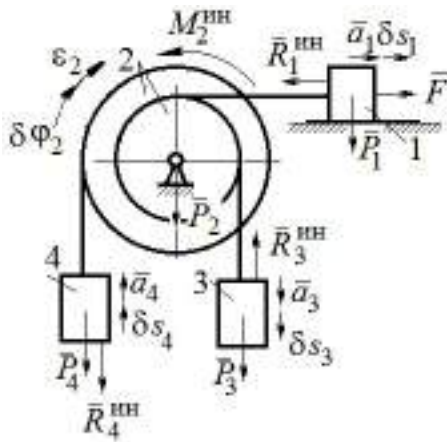


Рис. 7.44. Расчётная схема к упражнению 6.5

Система с идеальными связями. Активные силы и главные вектора сил инерции показаны на рис. 7.44.

Элементарные работы активных сил:

$$\sum \delta A(\vec{F}_k^{\text{акт}}) = F \delta s_1 + P_3 \delta s_3 - P_4 \delta s_4 \text{ и сил инерции}$$

$$\sum \delta A(\vec{R}_k^{\text{ин}}) = -R_1^{\text{ин}} \delta s_1 - R_3^{\text{ин}} \delta s_3 - R_4^{\text{ин}} \delta s_4 - M_2^{\text{ин}} \delta \varphi_2,$$

где модули сил инерции: $R_1^{\text{ин}} = \frac{P_1}{g} a_1$, $R_3^{\text{ин}} = \frac{P_3}{g} a_3$,

$$R_4^{\text{ин}} = \frac{P_4}{g} a_4, M_2^{\text{ин}} = \frac{P_2}{g} i_2^2 \varepsilon_2.$$

Кинематические соотношения: $\delta s_3 = \delta s_1$, $a_3 = a_1$, $\delta s_4 = 2\delta s_1$, $a_4 = 2a_1$,

$\delta \varphi_2 = \frac{\delta s_1}{r}$, $\varepsilon_2 = \frac{a_1}{r}$. Общее уравнение динамики:

$$\begin{aligned} \sum \delta A(\vec{F}_k^{\text{акт}}) + \sum \delta A(\vec{R}_k^{\text{ин}}) &= P(t+1) \delta s_1 + P \delta s_1 - 2P \delta s_1 - \\ &- \left(\frac{P}{g} a_1 \delta s_1 + \frac{P}{g} a_1 \delta s_1 + \frac{2P}{g} 2a_1 2\delta s_1 + \frac{2P}{g} 2r^2 \frac{a_1}{r} \frac{\delta s_1}{r} \right) = P \left(t - \frac{14a_1}{g} \right) \delta s_1 = 0. \end{aligned}$$

Находим уравнение движения груза 3: $a_3 = a_1 = \frac{1}{14} g t$, или $\ddot{x}_3 = \frac{1}{14} g t$.

Проинтегрировав дифференциальное уравнение с нулевыми начальными условиями, получим закон движения груза 3: $x_3 = \frac{1}{84} g t^3 \approx 0,012 g t^3$.

6.6

Рассматриваемая механическая система (рис. 7.45) имеет одну степень свободы. Уравнение Лагранжа: $\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{x}}\right) - \frac{\partial T}{\partial x} = Q_x$, где T – кинетическая энергия системы: Q_x – обобщенная сила.

В качестве обобщённой координаты x выберем положение точки C относительно недеформированной пружины, отмеченной на рис. 7.45 величиной l_0 . Обобщённая скорость $\dot{x}$.

Кинетическая энергия катка:

$$T_1 = \frac{1}{2}m_1V_C^2 + \frac{1}{2}J_{zC}\omega_1^2, \text{ где } \omega_1, V_C - \text{угловая}$$

скорость катка и скорость его центра масс, $V_C = \dot{x}$, $\omega_1 = \frac{V_C}{r} = \frac{\dot{x}}{r}$; момент инерции $J_{zC} = \frac{1}{2}m_1r^2$. Кинетическая энергия груза 2: $T_2 = \frac{1}{2}m_2V_2^2$, где V_2 – скорость груза 2, $V_2 = 2V_C = 2\dot{x}$. Кинетическая энергия системы, выраженная через обобщённую скорость: $T = T_1 + T_2 = \frac{7P}{2g}\dot{x}^2$.

В произвольном положении системы, определяемом координатой x , дадим центру масс катка возможное перемещение δx (см. рис. 7.45). Элементарная работа активных сил $\sum \delta A(F_k) = P_1\delta x - F_{\text{упр}}\delta x + (P_2 + F)\delta s_2 - M\delta\phi_1$. Полагая перемещения $\delta s_2 = 2\delta x$, $\delta\phi_1 = \frac{\delta x}{r}$, модуль силы упругости $F_{\text{упр}} = cx$ и с учётом данных задачи, получим $\sum \delta A(F_k) = (3P - cx)\delta x$. Обобщённая сила $Q_x = 3P - cx$.

$$\text{Уравнение Лагранжа } \frac{7P}{g}\ddot{x} = 3P - cx, \text{ или } \ddot{x} + \frac{4g}{7r}x = \frac{3g}{7}.$$

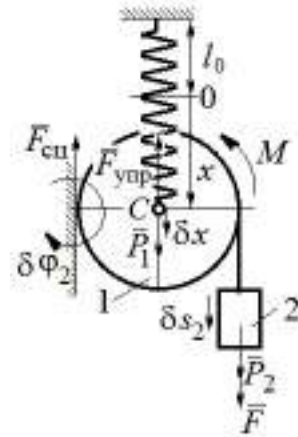


Рис. 7.45. Расчётная схема к упражнению 6.6

Решение уравнения (с нулевыми начальными условиями):

$$x = \frac{3}{4}r(1 - \cos\omega t). \text{ Закон движения груза: } s_2 = 2x = \frac{3}{2}r(1 - \cos\omega t).$$

6.7

Рассматриваемая система имеет две степени свободы. Обобщённые координаты – расстояния x_1 , x_2 соответственно до грузов 1 и 2, отсчитываемые

от неподвижных центров блоков B и D (рис.

7.46, a). Обобщённые скорости $\dot{x}_1$, $\dot{x}_2$. Кинетическая энергия грузов и блока 3:

$$T_1 = \frac{P_1 \dot{x}_1^2}{2g}, \quad T_2 = \frac{P_2 \dot{x}_2^2}{2g};$$

$$T_3 = \frac{P_3}{2g} \left(\frac{\dot{x}_1 + \dot{x}_2}{2} \right)^2 + \frac{1}{2} \frac{P_3 r^2}{2g} \left(\frac{\dot{x}_2 - \dot{x}_1}{2r} \right)^2.$$

Здесь учтено (см. рис. 7.46, a): что

$$V_C = \frac{V_N + V_M}{2} = \frac{\dot{x}_2 + \dot{x}_1}{2};$$

$$\omega_2 = \frac{V_N - V_M}{2r} = \frac{\dot{x}_2 - \dot{x}_1}{2r}.$$

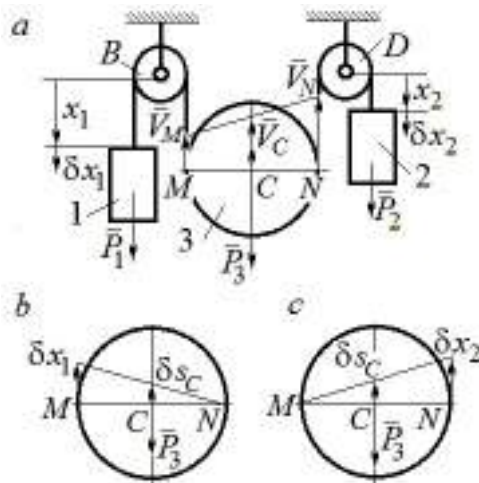


Рис. 7.46. Расчётная схема к упражнению 6.7:

a – кинематика механизма;

b, c – возможные перемещения блока 3 при вычислении обобщённых сил

Дадим системе возможное перемещение по координате x_1 , оставляя координату x_2 постоянной: $\delta x_1 \neq 0$, $\delta x_2 = 0$. На этом перемещении сумма элементарных работ внешних сил (см. рис. 7.46, a, b):

$$\sum \delta A(F_k) = P_1 \delta x_1 - P_3 \delta s_C = \left(P_1 - \frac{1}{2} P_3 \right) \delta x_1.$$

$$\text{Обобщённая сила } Q_{x_1} = P_1 - \frac{1}{2} P_3.$$

Дадим системе другое независимое возможное перемещение – по координате x_2 , так, что $\delta x_1 = 0$, $\delta x_2 \neq 0$. При этом перемещении сумма элементарных работ внешних сил (см. рис. 7.46, a, c):

$$\sum \delta A(F_k) = P_2 \delta x_2 - P_3 \delta s_C = \left(P_2 - \frac{1}{2} P_3 \right) \delta x_2.$$

Обобщённая сила $Q_{x_2} = P_2 - \frac{1}{2} P_3$.

Уравнения Лагранжа

$$\left(P_1 + \frac{3}{8} P_3 \right) \frac{\ddot{x}_1}{g} + \frac{1}{8} P_3 \frac{\ddot{x}_2}{g} = P_1 - \frac{1}{2} P_3, \quad \frac{1}{8} P_3 \frac{\ddot{x}_1}{g} + \left(P_2 + \frac{3}{8} P_3 \right) \frac{\ddot{x}_2}{g} = P_2 - \frac{1}{2} P_3 \quad \text{или}$$

$$7\ddot{x}_1 + \ddot{x}_2 = 0, \quad \ddot{x}_1 + 9\ddot{x}_2 = 2g.$$

Ускорения грузов: $\ddot{x}_1 = -\frac{1}{31}g$, $\ddot{x}_2 = \frac{7}{31}g$. Ускорение центра масс блока

$\ddot{x}_C = \frac{\ddot{x}_2 + \ddot{x}_1}{2} = \frac{6}{31}g$. Груз 1 и центр блока 3 движутся вверх, груз 2 – вниз. (Сравнить с задачей 70.)

6.8

Система с двумя степенями свободы.

Обобщённые координаты: x_1 – положение центра масс катка 1 (точки C_1) относительно неподвижной вертикальной стены; x_2 – положение центра масс катка 2 (точки C_2) относительно подвижного края платформы.

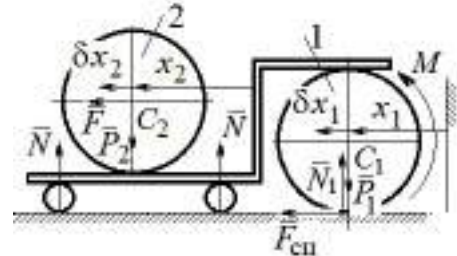


Рис. 7.47. Расчётная схема к упражнению 6.8

Кинетическая энергия системы

$$T = \frac{3}{4} m_1 \dot{x}_1^2 + \frac{1}{2} \left[m_2 (\dot{x}_2 + 2\dot{x}_1)^2 + \frac{m_2 r^2}{2} \left(\frac{\dot{x}_2}{r} \right)^2 \right] = \frac{P}{g} \left(\frac{11}{4} \dot{x}_1^2 + \dot{x}_2^2 + 2\dot{x}_1 \dot{x}_2 \right).$$

Дадим системе возможное перемещение по координате x_1 ($\delta x_1 \neq 0$), оставляя другую координату x_2 неизменной ($\delta x_2 = 0$). Работу совершают момент M и сила $\bar{F}$. Суммарная работа

$$\sum \delta A(F_k) = M \delta \varphi_1 + F \delta s_{C_2} = M \frac{\delta x_1}{r} + F 2 \delta x_1 = 4P \delta x_1.$$

Обобщённая сила $Q_{x_1} = 4P$.

При другом независимом возможном перемещении $\delta x_1 = 0$, $\delta x_2 \neq 0$ суммарная работа внешних сил $\sum \delta A(F_k) = F\delta x_2$ и обобщённая сила, соответствующая координате x_2 , равна $Q_{x_2} = P$.

Уравнения Лагранжа

$$\frac{P}{g} \left(\frac{11}{2} \ddot{x}_1 + 2\ddot{x}_2 \right) = 4P, \quad \frac{P}{g} (2\ddot{x}_2 + 2\ddot{x}_1) = P, \text{ или}$$
$$11\ddot{x}_1 + 4\ddot{x}_2 = 8g, \quad 2\ddot{x}_2 + 2\ddot{x}_1 = g$$

Ускорение центра катка 1 $\ddot{x}_1 = \frac{6}{7}g$. Тележка катится в направлении оси

x_1 . Ускорение центра катка 2 относительно тележки $\ddot{x}_2 = -\frac{5}{14}g$. Закон относительного движения центра катка 2 при нулевых начальных условиях: $x_2 = -\frac{5}{28}gt^2$. Каток катится к правому борту тележки.

СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

Бать М. И., Джанелидзе Г. Ю., Кельзон А. С. Теоретическая механика в примерах и задачах: Т. 1–2. – СПб.: Лань, 2010.

Бутенин Н. В., Луиц Я. Л., Меркин Д. Р. Курс теоретической механики: В 2-х томах. – М.: Наука, 2009.

Вебер Г. Э., Ляицев, С. А. Лекции по теоретической механике. – Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2008.

Тарг С. М. Краткий курс теоретической механики: учебник для втузов. – М.: Высшая школа, 2010.

Учебное издание

Валерий Григорьевич Брагин
Евгений Борисович Волков
Юрий Михайлович Казаков

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА

Учебное пособие

Редактор *Л.В. Устьянцева*

Компьютерная версия

Подписано в печать 26.10.2018 г.

Бумага писчая. Формат бумаги 60×84 1/16.

Гарнитура Times New Roman. Печать на ризографе.

Печ. л. 15,625. Уч. изд. л. 10,5. Тираж экз. Заказ №

Издательство УГГУ

620144, г. Екатеринбург, ул. Куйбышева, 30

Уральский государственный горный университет

Отпечатано с оригинал-макета

в лаборатории множительной техники УГГУ



Министерство образования и науки РФ
ФГБОУ ВО
«Уральский государственный
горный университет»

Е. Б. Волков, Ю. М. Казаков

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА

*Учебно-методическое пособие
для самостоятельной работы студентов*

**Екатеринбург
2017**

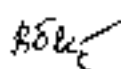


Министерство образования и науки РФ
ФГБОУ ВО
«Уральский государственный горный университет»

ОДОБРЕНО

Методической комиссией
горно-механического факультета
«15» декабря 2017 г.

Председатель комиссии

 проф. В. П. Барановский

Е. Б. Волков, Ю. М. Казаков

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА

*Учебно-методическое пособие
для самостоятельной работы студентов*

Рецензент: *Н. М. Суслов*, д-р техн. наук, заведующий кафедрой ГМК
Уральского государственного горного университета

Учебно-методическое пособие рассмотрено на заседании кафедры технической механики от 19.12.2016 г. (протокол № 2) и рекомендовано для издания в УГГУ.

Печатается по решению Редакционно-издательского совета Уральского государственного горного университета.

Волков Е. Б., Казаков Ю. М.

В67 ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА: Учебно-методическое пособие для самостоятельной работы студентов. / Е. Б. Волков, Ю. М. Казаков, Уральский государственный горный университет. Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2017. 156 с.

Учебно-методическое пособие для самостоятельной работы студентов содержит краткие методические указания, контрольные задания и примеры выполнения заданий по темам: «Статика твердого тела. Равновесие произвольной плоской и пространственной систем сил», «Кинематика вращательного и плоскопараллельного движений твердого тела. Определение скоростей и ускорений точек твёрдого тела», «Сложное движение точки», «Динамика точки. Дифференциальные уравнения движения точки. Гармонические и вынужденные колебания точки. Применение теоремы об изменении кинетической энергии при исследовании движения точки», «Применение общих теорем динамики к исследованию движения механической системы», «Принципы механики. Применение общего уравнения динамики к исследованию движения механической системы», «Уравнения Лагранжа II рода».

Учебно-методическое пособие для студентов всех специальностей очной формы обучения.

© Волков Е. Б., Казаков Ю. М., 2017

© Уральский государственный горный
университет, 2017

ОГЛАВЛЕНИЕ

1. СТАТИКА ТВЕРДОГО ТЕЛА.....	4
1.1. Основные виды связей и их реакции.....	4
1.2. Моменты силы относительно центра и относительно оси. Пара сил. Момент пары.....	5
1.3. Условия равновесия систем сил.....	7
1.4. Задание С1. Равновесие произвольной плоской системы сил. Равновесие системы тел.....	8
1.5. Задание С2. Равновесие пространственной системы сил.....	17
2. КИНЕМАТИКА ТОЧКИ И ТВЕРДОГО ТЕЛА.....	26
2.1. Кинематика точки. Основные параметры движения точки.....	26
2.2. Вращение тела вокруг неподвижной оси.....	28
2.3. Плоскопараллельное движение твёрдого тела.....	29
2.4. Задание К1. Определение скоростей и ускорений точек твердого тела при поступательном и вращательном движениях.....	32
2.5. Задание К2. Определение скоростей точек твёрдого тела при плоскопараллельном движении.....	38
2.6. Задание К3. Определение ускорений точек твёрдого тела при плоскопараллельном движении.....	46
3. СЛОЖНОЕ ДВИЖЕНИЕ ТОЧКИ.....	57
3.1. Основные понятия сложного движения точки.....	57
3.2. Задание К4. Определение скорости и ускорения точки при сложном движении.....	60
4. ДИНАМИКА ТОЧКИ.....	73
4.1. Дифференциальные уравнения движения точки.....	73
4.2. Задание Д1. Интегрирование дифференциальных уравнений движения точки ...	73
4.3. Колебания материальной точки.....	80
4.4. Задание Д2. Исследование колебаний точки.....	84
4.5. Теорема об изменении кинетической энергии точки.	95
4.6. Задание Д3. Исследование движения точки с применением теоремы об изменении кинетической энергии.....	96
5. ДИНАМИКА МЕХАНИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ.....	103
5.1. Описание движений твёрдых тел на основе общих теорем динамики системы.	103
5.2. Задание Д4. Динамический расчет механической системы.....	104
5.3. Теорема об изменении кинетической энергии системы.	112
5.4. Задание Д5. Исследование движения механической системы с применением теоремы об изменении кинетической энергии.....	114
6. АНАЛИТИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА.....	124
6.1. Принципы механики. Общее уравнение динамики.....	124
6.2. Задание Д6. Исследование механической системы с применением общего уравнения динамики.....	126
6.3. Уравнения Лагранжа II рода.....	136
6.4. Задание Д7. Исследование механической системы с одной степенью свободы с применением уравнений Лагранжа.....	137
6.5. Задание Д8. Исследование механической системы с двумя степенями свободы.....	145
СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ.....	155

1. СТАТИКА ТВЕРДОГО ТЕЛА

Статика представляет раздел теоретической механики, в котором изучаются условия равновесия твердых тел под действием системы сил.

1.1. Основные виды связей и их реакции

Опора тела на гладкую плоскость (поверхность) без трения. Реакция приложена в точке касания и направлена перпендикулярно к общей касательной соприкасающихся поверхностей. При опоре углом, или на угол (рис. 1.1, *a*), реакция направлена по нормали к одной из поверхностей.

Гибкая связь. Если на тело наложена связь в виде гибкой нерастяжимой нити (каната, троса), то реакция связи $\vec{T}$, равная натяжению нити, приложена к телу и направлена вдоль нити (рис. 1.1, *b*).

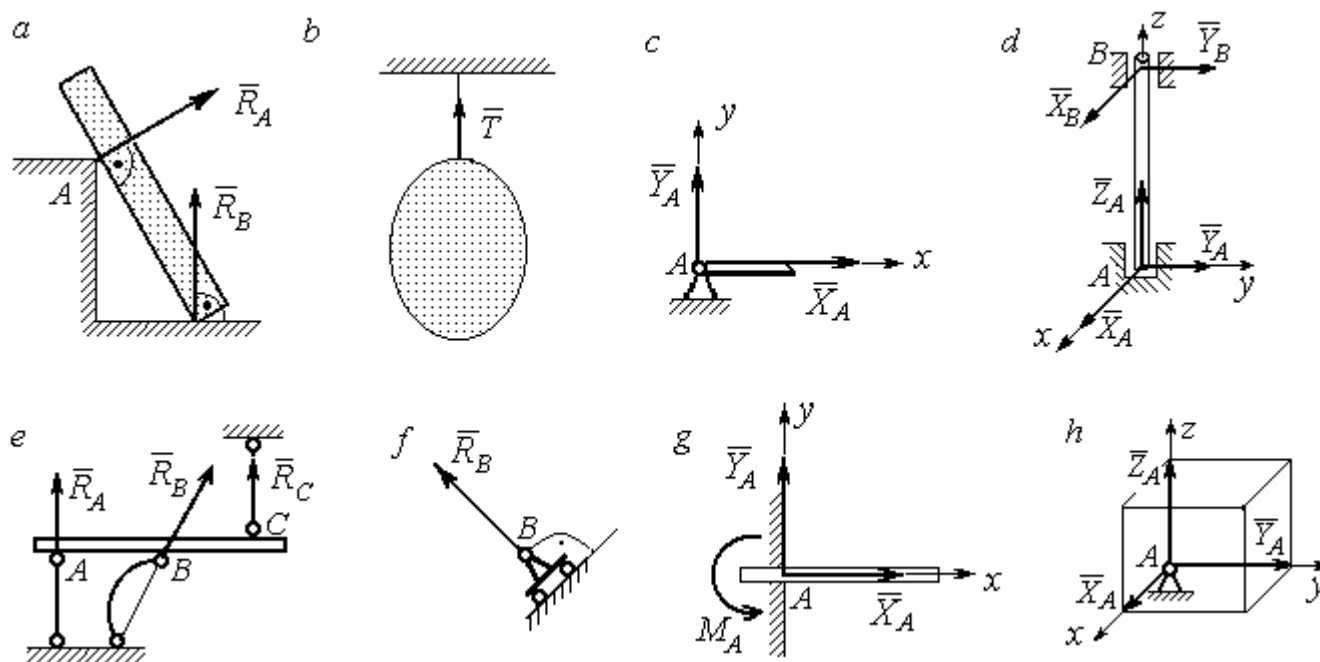


Рис. 1.1. Виды связей и их реакции:

- a* – реакция опоры тела на гладкую поверхность без трения; *b* – реакция связи гибкой нерастяжимой нити; *c* – реакция цилиндрического шарнира; *d* – реакция подшипника и подпятника; *e* – реакция невесомого стержня; *f* – реакция подвижной опоры; *g* – реакция жесткой заделки; *h* – реакция пространственного шарнира

Цилиндрический шарнир (подшипник) создает соединение, при котором одно тело может вращаться по отношению к другому. Реакция цилиндрического шарнира лежит в плоскости, перпендикулярной оси шарнира. При решении задач реакцию цилиндрического шарнира $\vec{R}_A$ изображают ее составляющими $\vec{X}_A$ и $\vec{Y}_A$, взятыми по направлениям координатных осей (рис. 1.1, с). Реакция подшипника $\vec{R}_B$ (рис. 1.1, d) также изображается своими составляющими $\vec{X}_B$ и $\vec{Y}_B$, взятыми по направлениям координатных осей в плоскости, перпендикулярной оси вращения подшипника. Величина реакции определяется по формуле: $R_A = \sqrt{X_A^2 + Y_A^2}$. **Реакция прямолинейного невесомого стержня с шарнирными соединениями на краях** направлена вдоль самого стержня, а криволинейного – вдоль линии, соединяющей точки крепления стержня (рис. 1.1, e). **Реакция подвижной опоры** $\vec{R}_B$ (рис. 1.1, f) направлена по нормали к поверхности, на которую опираются катки опоры. **Жесткая заделка** (рис. 1.1, g) препятствует не только линейным перемещениям тела, но и повороту. Реакция заделки состоит из силы реакции $\vec{R}_A$ и пары сил с моментом M_A . При решении задач силу реакции жесткой заделки $\vec{R}_A$ изображают ее составляющими $\vec{X}_A$ и $\vec{Y}_A$, взятыми по направлениям координатных осей. Модуль реакции определяется по формуле $R_A = \sqrt{X_A^2 + Y_A^2}$. Виды связей и их реакции показаны на рис. 1.1.

1.2. Моменты силы относительно центра и относительно оси. Пара сил. Момент пары

Алгебраическим моментом силы F относительно центра O $M_O(\vec{F})$, или просто **моментом силы** $\vec{F}$ относительно центра O , называют взятое с соответствующим знаком произведение модуля силы $\vec{F}$ на кратчайшее расстояние h от центра O до линии действия силы: $M_O(\vec{F}) = \pm Fh$ (рис. 1.2, a).

Величину h называют **плечом силы**. Момент силы относительно центра считается положительным, если сила стремится повернуть тело вокруг центра против хода часовой стрелки, и отрицательным – в обратном случае.

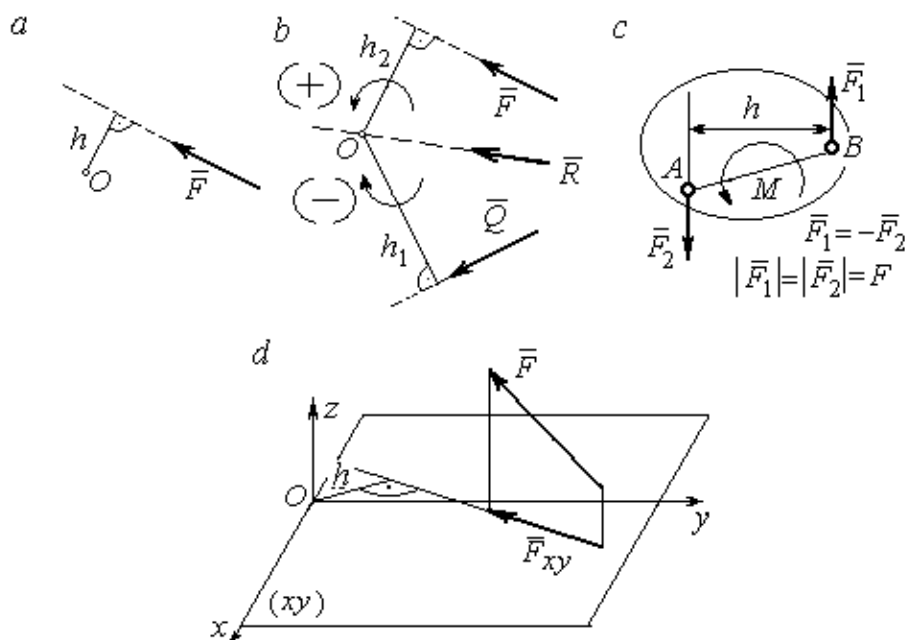


Рис. 1.2. Схемы для вычисления моментов сил:
 a, b – момент силы относительно центра; c – момент пары сил;
 d – момент силы относительно оси

На рис. 1.2, b показано, что момент силы $\vec{F}$ относительно центра O положительный, а момент силы $\vec{Q}$ относительно того же центра – отрицательный. Момент силы $\vec{R}$ относительно центра O равен нулю, так как линия действия этой силы проходит через центр O и плечо силы равно нулю.

Парой сил, или просто парой (рис.1.2, c), называют систему двух равных по модулю сил, параллельных, направленных в противоположные стороны и не лежащих на одной прямой. Алгебраическим моментом пары сил, или **моментом пары**, называют взятое со знаком плюс или минус произведение модуля одной из сил пары на плечо пары – кратчайшее расстояние между линиями действия ее сил. Правило знаков такое же, как и для момента силы. На рисунках пару часто изображают дуговой стрелкой, показывающей направление поворота твердого тела под действием пары (см. M на рис. 1.2, c).

Моментом силы относительно оси называют момент проекции этой силы на плоскость, перпендикулярную оси, относительно точки пересечения оси с этой плоскостью. На рис. 1.2, *d* показано вычисление момента силы F относительно оси z : $M_z(\vec{F}) = F_{xy}h$, где F_{xy} – проекция силы $\vec{F}$ на плоскость $xу$, перпендикулярную оси z , h – плечо проекции F_{xy} относительно центра O – точки пересечения оси z и плоскости xOy .

1.3. Условия равновесия систем сил

Плоской системой сил называется система сил, расположенных в одной плоскости.

Основная форма условий равновесия плоской системы сил. Для равновесия плоской системы сил, приложенных к твердому телу, необходимо и достаточно, чтобы суммы проекций всех сил на каждую из двух осей прямоугольной системы координат, расположенной в плоскости действия сил, были равны нулю и сумма моментов сил относительно любого центра, находящегося в плоскости действия сил, также была равна нулю:

$$\sum F_{kx} = 0, \quad \sum F_{ky} = 0, \quad \sum M_A(\vec{F}_k) = 0,$$

где F_{kx}, F_{ky} – проекции всех сил на координатные оси; $M_A(\vec{F}_k)$ – моменты всех сил относительно произвольно выбранного центра A .

Пространственной системой сил называется система сил, расположенных произвольно в пространстве.

Для равновесия пространственной системы сил необходимо и достаточно, чтобы суммы проекций всех сил на оси прямоугольной системы координат были равны нулю и суммы моментов всех сил относительно тех же осей также были равны нулю:

$$\sum F_{kx} = 0, \quad \sum F_{ky} = 0, \quad \sum F_{kz} = 0,$$

$$\sum M_x(\vec{F}_k)=0, \sum M_y(\vec{F}_k)=0, \sum M_z(\vec{F}_k)=0,$$

где F_{kx}, F_{ky}, F_{kz} – проекции всех сил на координатные оси x, y, z ; $M_x(\vec{F}_k), M_y(\vec{F}_k), M_z(\vec{F}_k)$ – моменты всех сил относительно выбранных осей.

Равновесие систем тел

Связи, соединяющие части конструкции, называют **внутренними**, в отличие от **внешних** связей, скрепляющих конструкцию с внешними телами, не входящими в данную конструкцию. Одним из способов решения задач на равновесие сил, действующих на сочленённую конструкцию с внутренними связями, является **разбиение конструкции на отдельные тела** и составление уравнений равновесия для каждого из тел, входящих в конструкцию. При этом в уравнения равновесия должны входить только силы, непосредственно приложенные к тому телу, равновесие которого рассматривается.

1.4. Задание С1. Равновесие произвольной плоской системы сил. Равновесие системы тел

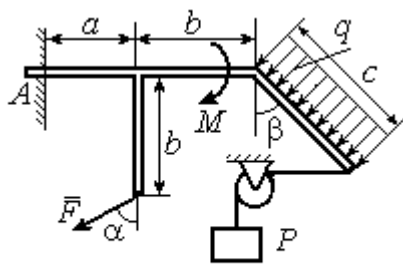
Каждый вариант задания включает две задачи по темам: «Равновесие произвольной плоской системы сил» и «Равновесие системы тел».

В задачах требуется определить реакции связей конструкции исходя из условия равновесия произвольной плоской системы сил. Весом стержневых подпорок, поддерживающих балочные конструкции, и блоков, через которые перекинуты невесомые нити, пренебречь.

Варианты заданий даны на рис. 1.3 – 1.6. Исходные данные приведены в табл. 1.1. Из таблицы исходных данных выбираются значения тех параметров, которые указаны на схемах.

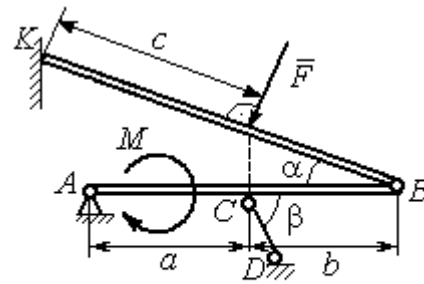
Варианты № 1, 11, 21

Задача 1



Найти реакцию жесткой заделки в точке A

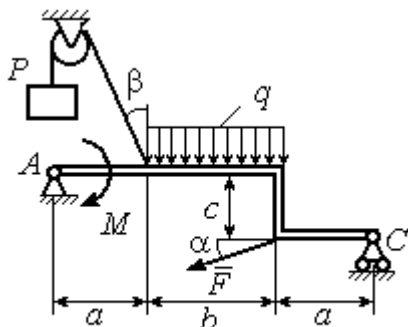
Задача 2



Найти реакции шарниров A, B , реакцию стержня CD и реакцию опоры в точке K

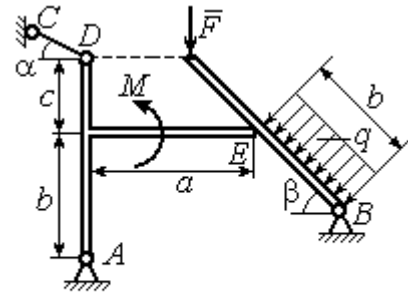
Варианты № 2, 12, 22

Задача 1



Найти реакции шарниров A и C

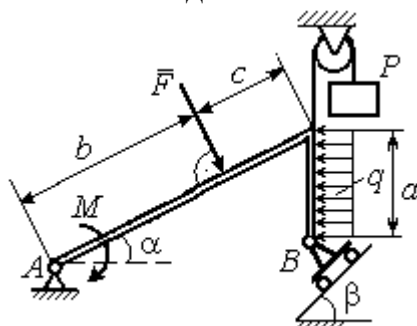
Задача 2



Найти реакции шарниров A, B , реакцию опоры в точке E и реакцию стержня CD

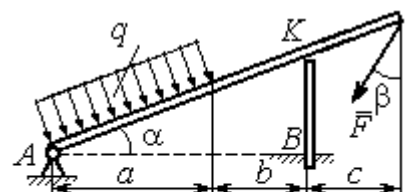
Варианты № 3, 13, 23

Задача 1



Найти реакции шарниров A и B

Задача 2

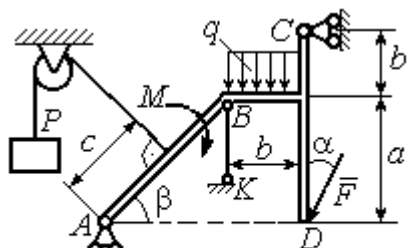


Найти реакцию шарнира A , реакцию опоры в точке K и реакцию жесткой заделки в точке B

Рис. 1.3. Задание С1. Равновесие произвольной плоской системы сил.
Равновесие системы тел. Номера вариантов задания 1 – 3, 11 – 13, 21 – 23

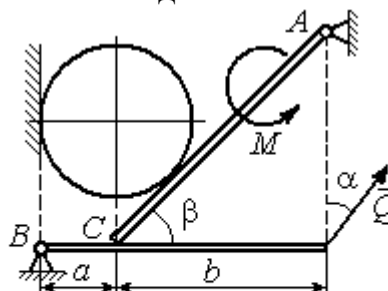
Варианты № 4, 14, 24

Задача 1



Найти усилие в стержне BK и реакцию шарниров A, C

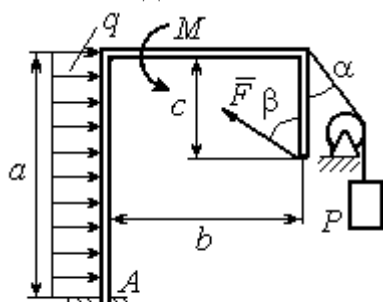
Задача 2



Вес шара P . Найти реакцию шарниров A, B , давление шара на балку и стенку, реакцию опоры балки в точке C и уравнивающую силу Q

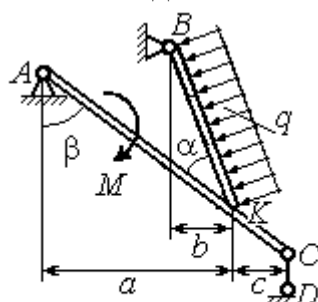
Варианты № 5, 15, 25

Задача 1



Найти реакцию жесткой заделки в точке A

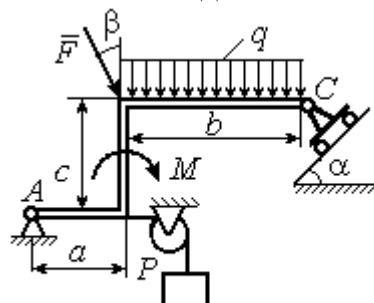
Задача 2



Найти реакцию шарниров A, B , реакцию стержня CD и реакцию опоры в точке K

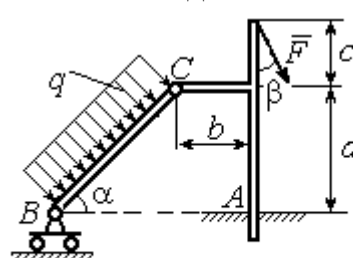
Варианты № 6, 16, 26

Задача 1



Найти реакции шарниров A и C

Задача 2

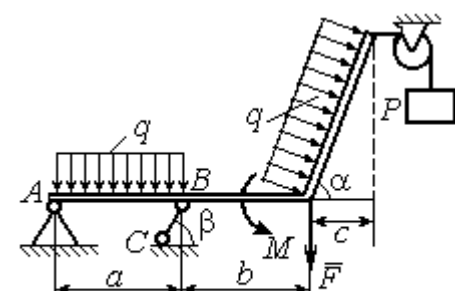


Найти реакцию жесткой заделки в точке A и реакции шарниров B и C

Рис. 1.4. Задание С1. Равновесие произвольной плоской системы сил. Равновесие системы тел. Номера вариантов задания 4 – 6, 14 – 16, 24 – 26

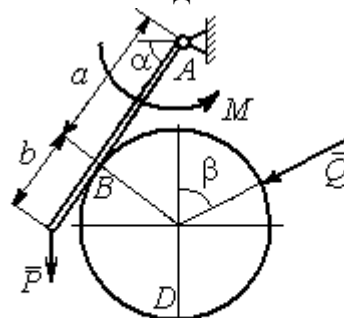
Варианты № 7, 17, 27

Задача 1



Найти реакцию стержня BC и реакцию шарнира A

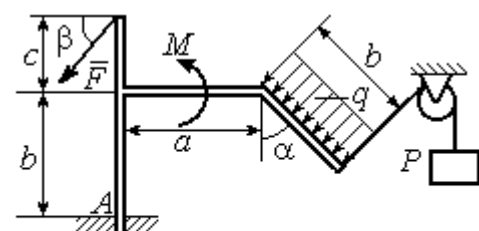
Задача 2



Найти реакцию шарнира A , давление балки на шар, реакцию опоры шара в точке D и уравновешивающую силу Q

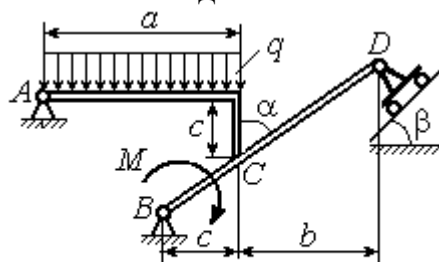
Варианты № 8, 18, 28

Задача 1



Найти реакцию жесткой заделки в точке A

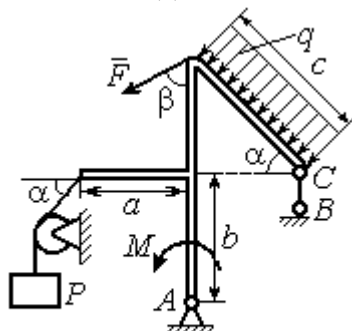
Задача 2



Найти реакцию шарниров A, B и D и реакцию опоры в точке C

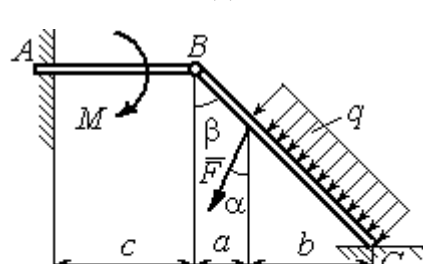
Варианты № 9, 19, 29

Задача 1



Найти реакцию стержня BC и реакцию шарнира A

Задача 2



Найти реакцию жесткой заделки в точке A , реакцию шарнира B и реакцию опоры в точке C

Рис. 1.5. Задание С1. Равновесие произвольной плоской системы сил. Равновесие системы тел. Номера вариантов задания 7 – 9, 17 – 19, 27 – 29

Варианты № 10, 20, 30	
Задача 1 Найти реакцию жесткой заделки в точке А	Задача 2 Найти реакцию шарниров А, В, реакцию опоры в точке С и уравновешивающую силу Q

Рис. 1.6. Задание С1. Равновесие произвольной плоской системы сил.
Равновесие системы тел. Номера вариантов задания 10, 20, 30

Таблица 1.1

**Исходные данные задания С1. Равновесие произвольной плоской системы сил.
Равновесие системы тел.**

Номер варианта задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
P , кН	6	5	6	12	6	6	10	3	8	5	10	4	8	10	8
F , кН	12	6	10	5	12	8	6	5	6	2	12	8	12	6	10
q , кН/м	5	4	2	3	6	3	5	2	2	4	6	2	3	4	5
M , кН·м	12	8	6	8	12	5	12	8	4	6	8	12	10	6	10
α , град	45	60	30	60	30	30	45	60	30	30	45	30	60	45	60
β , град	60	30	45	30	60	90	60	60	30	45	30	45	30	60	30
a , м	3	4	3	4	3	4	3	4	1	2	2	3	2	3	4
b , м	3	3	4	3	2	4	3	3	2	3	3	3	4	3	2
c , м	4	2	2	2	3	2	2	1	5	4	4	2	1	2	2

Номер варианта задания	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
P , кН	10	8	10	6	4	6	12	10	5	6	8	6	8	4	6
F , кН	6	12	12	8	3	14	10	8	15	10	12	8	10	10	2
q , кН/м	5	3	4	3	2	3	2	5	4	2	3	4	5	2	4
M , кН·м	10	6	8	6	5	12	4	6	8	10	12	10	6	4	8
α , град	60	60	30	45	60	30	60	45	30	60	45	30	30	30	45
β , град	45	30	30	60	60	45	30	60	30	45	90	30	60	45	30
a , м	3	4	3	1	2	2	4	1	4	3	4	3	2	1	2
b , м	2	4	3	3	4	1	4	3	2	2	2	2	2	2	2
c , м	3	2	2	4	5	4	2	2	1	1	1	2	1	3	5

Пример выполнения задания С1. Равновесие произвольной плоской системы сил. Равновесие системы тел.

Задача 1. Рама ACE (рис. 1.7) в точке A закреплена на цилиндрической шарнирной опоре, а в точке B поддерживается вертикальным невесомым стержнем BK . На раму действуют: пара с моментом $M = 8$ Нм, сила $F = 10$ Н, приложенная в точке D под углом 60° к раме, и равномерно распределенная нагрузка интенсивностью $q = 2$ Н/м, приложенная на отрезке AB . В точке E под прямым углом к участку балки CE прикреплен трос, несущий груз $P = 20$ Н. Пренебрегая весом балки, определить реакцию шарнира A и реакцию стержневой опоры BK , если $a = 2$ м.

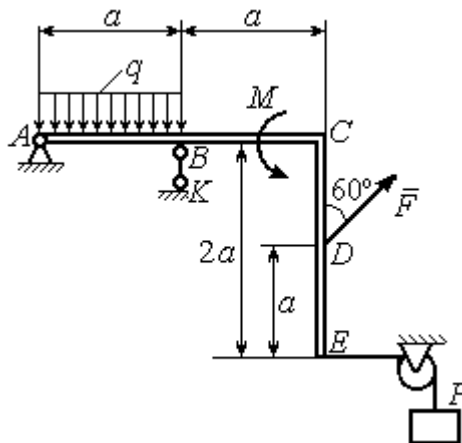


Рис. 1.7. Конструкция рамы

Решение

Выбираем систему координат xAy , например, как показано на рис. 1.8. Заменяем действие связей их реакциями. Изображаем реакцию шарнира A двумя

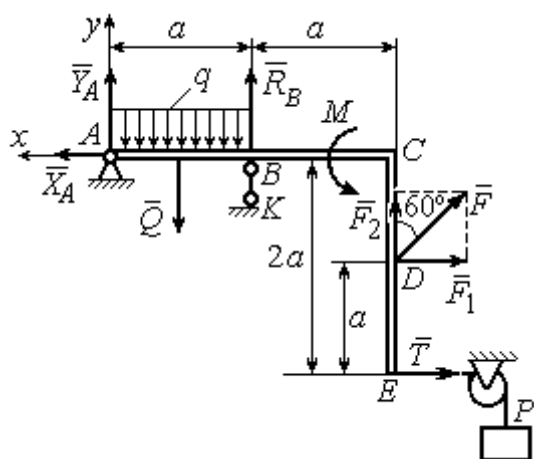


Рис. 1.8. Силы и реакции связей, действующие на раму при её равновесии

Сила $\vec{Q}$ приложена в середине отрезка AB и по модулю равна $Q = qa = 4$ Н. Действие груза P на раму изображается реакцией $\vec{T}$, равной по величине весу груза.

её составляющими $\vec{X}_A$ и $\vec{Y}_A$, направленными вдоль горизонтальной и вертикальной осей (см. рис. 1.8). Реакция $\vec{R}_B$ невесомой стержневой опоры BK приложена в точке B и направлена вдоль стержня BK . Заменяем распределенную нагрузку её равнодействующей $\vec{Q}$. Сила $\vec{Q}$ приложена в середине отрезка AB и по модулю равна

При равновесии рамы действующие на неё силы составляют уравновешенную произвольную плоскую систему. Условия равновесия системы сил имеют вид: $\sum F_{kx} = 0$, $\sum F_{ky} = 0$, $\sum M_A(\vec{F}_k) = 0$. Вычисляя проекции сил на оси x , y , и моменты сил относительно центра A , уравнения равновесия получим в виде:

$$\sum F_{kx} = X_A - F \cos 30^\circ - T = 0, \quad \sum F_{ky} = Y_A - Q + R_B + F \cos 60^\circ = 0.$$

$$\sum M_A(\vec{F}_k) = -Q \frac{a}{2} + R_B a + M + F \cos 60^\circ \cdot 2a + F \cos 30^\circ \cdot a + T 2a = 0.$$

Здесь для вычисления момента силы $\vec{F}$ относительно центра A использована теорема Вариньона: $M_A(\vec{F}) = M_A(\vec{F}_1) + M_A(\vec{F}_2) = F_1 \cdot a + F_2 \cdot 2a$, где $F_1 = F \cos 30^\circ$, $F_2 = F \cos 60^\circ$ (см. рис. 1.8).

Подставляя в уравнения равновесия исходные данные задачи, получим систему уравнений относительно неизвестных X_A, Y_A, R_B :

$$X_A - 28,66 = 0, \quad Y_A + R_B + 1 = 0, \quad R_B \cdot 2 + 121,32 = 0.$$

Решая систему, найдем $X_A = 28,66$ Н, $Y_A = 59,66$ Н, $R_B = -60,66$ Н.

Отрицательное значение величины R_B означает, что фактическое направление реакции R_B стержневой опоры BK противоположно направлению, показанному на рис. 1.8. Численное значение реакции шарнира

$$R_A = \sqrt{X_A^2 + Y_A^2} = \sqrt{28,66^2 + 59,66^2} = 66,18 \text{ Н}.$$

Задача 2. Балка $ABLC$ с вертикальной частью AB и горизонтальной переключиной LC закреплена в точке A с помощью жесткой заделки (рис. 1.9). Наклонная балка EC с углом наклона к горизонту 60° в точке C шарнирно прикреплена к горизонтальной переключине CL , а в точке E закреплена на шарнирно-подвижной опоре, установленной на горизонтальной поверхности. На конструкцию действуют равномерно распределенная на отрезках BL и DE нагрузка с одинаковой интенсивностью $q = 2$ кН/м, сила $\vec{F}$, приложенная в точке D перпендикулярно балке EC и равная по величине $F = 10$ кН, и пара сил

с моментом $M = 5 \text{ кН} \cdot \text{м}$. Определить реакцию жесткой заделки A и реакции шарниров C и E , если $a = 2 \text{ м}$.

Решение

Разделяем систему на две части по шарниру C и рассмотрим равновесие балок $ABLC$ и EC отдельно. Изобразим обе балки и расставим внешние силы и реакции связей (рис. 1.10). Рассмотрим балку $ABLC$ (рис. 1.10, a). Заменим распределенную нагрузку эквивалентной силой $\bar{Q}_1$, приложенной в середине отрезка BL , направленной в сторону действия нагрузки и равной $Q_1 = q \cdot a = 4$

кН. Кроме силы $\bar{Q}_1$ и пары сил с моментом M на балку действуют реакция

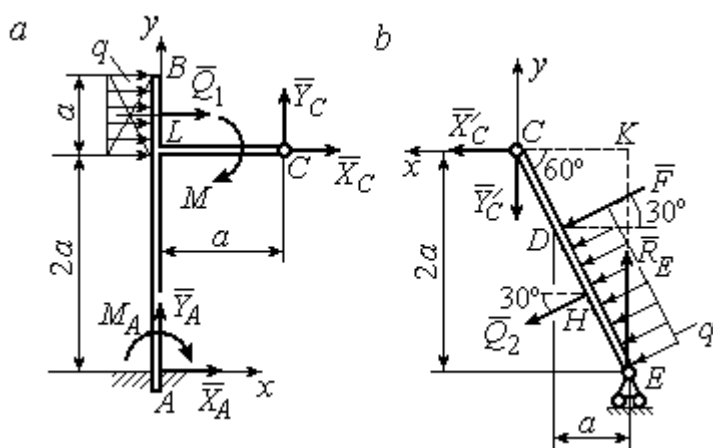


Рис. 1.10. Равновесие частей конструкции:
 a - силы и реакции связей, действующие на балку $ABLC$;
 b - силы и реакции связей, действующие на балку CE

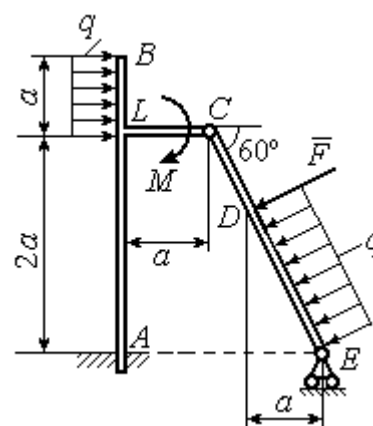


Рис. 1.9. Равновесие конструкции двух балок, соединённых шарниром

жёсткой заделки в точке A , имеющая своими составляющими силы $\bar{X}_A$, $\bar{Y}_A$ и пару сил с моментом M_A , а также реакция шарнира C , разложенная на составляющие $\bar{X}_C$, $\bar{Y}_C$ (см. рис. 1.10, a). Действующие на раму силы составляют уравновешенную плоскую систему сил. Выберем систему координат xAy , как показано на рис. 1.10, a , и составим уравнения равновесия:

$$\sum F_{kx} = X_A + Q_1 + X_C = 0, \quad \sum F_{ky} = Y_A + Y_C = 0,$$

$$\sum M_A(\vec{F}_k) = -M_A - Q_1 \cdot \left(2a + \frac{a}{2}\right) - M + Y_C a - X_C 2a = 0.$$

Рассмотрим равновесие балки EC . Заменим равномерную нагрузку эквивалентной силой $\vec{Q}_2$, приложенной в середине отрезка ED , направленной в сторону действия нагрузки и равной по модулю $Q_2 = q \cdot 2a = 8 \text{ кН}$. На балку кроме сил $\vec{Q}_2$, $\vec{F}$ действуют реакции связей: $\vec{R}_E$ – реакция шарнирно-подвижной опоры в точке E и $\vec{X}'_C$, $\vec{Y}'_C$ – составляющие реакции шарнира C . Силы $\vec{X}'_C$, $\vec{Y}'_C$ направлены противоположно силам $\vec{X}_C$, $\vec{Y}_C$ и равны им по модулю $X_C = X'_C$, $Y_C = Y'_C$ (см. рис. 1.10, a , b). Действующие на балку EC силы образуют плоскую уравновешенную систему сил. Выберем систему координат xCy , как показано на рис. 1.10, b , и составим уравнения равновесия. При этом центром, относительно которого будем считать моменты сил, выберем точку C . Получим:

$$\sum F_{kx} = Q_2 \sin 60^\circ + F \cos 30^\circ + \vec{X}'_C = 0, \quad \sum F_{ky} = R_E - Q_2 \cos 60^\circ - F \sin 30^\circ - Y'_C = 0,$$

$$\sum M_C(\vec{F}_k) = -F \cdot CD - Q_2 \cdot CH + R_E \cdot CK = 0.$$

Здесь плечи сил: $CD = \frac{2a}{\cos 30^\circ} - 2a$, $CH = \frac{2a}{\cos 30^\circ} - a$, $CK = 2a \tan 30^\circ$. Заменяя в

уравнениях величины X'_C на X_C , а Y'_C на Y_C и подставляя исходные данные, получим систему уравнений:

$$X_A + X_C + 4 = 0, \quad Y_A + Y_C = 0, \quad -M_A - 4X_C + 2Y_C - 25 = 0,$$

$$X_C + 15,59 = 0, \quad -Y_C + R_E - 9 = 0, \quad 2,31R_E - 27,14 = 0,$$

откуда найдём величины реакции жесткой заделки и реакции шарниров:

$$X_A = 11,59 \text{ кН}, \quad Y_A = -2,76 \text{ кН}, \quad M_A = 42,87 \text{ кН} \cdot \text{м},$$

$$X_C = -15,59 \text{ кН}, \quad Y_C = 2,76 \text{ кН}, \quad R_E = 11,76 \text{ кН}.$$

Модули реакций жесткой заделки A и шарнира C :

$$R_A = \sqrt{X_A^2 + Y_A^2} = 11,91 \text{ кН}, \quad R_C = \sqrt{X_C^2 + Y_C^2} = 15,83 \text{ кН}.$$

1.5. Задание С2. Равновесие пространственной системы сил

В заданиях рассматривается равновесие однородной плиты или вала (прямого или с «ломаной» осью) с насаженным на него шкивом.

Вал закреплен подпятником и подшипником и удерживается в равновесии. На вал действуют сила $\vec{F}$, пара сил с моментом M и сила $\vec{P}$. На шкив вала намотана нить, к свободному концу которой, перекинутому через невесомый блок, подвешен груз весом Q . Для вала определить реакции подшипника и подпятника и величину уравнивающей силы Q (или момента M).

Плита весом P закреплена пространственным шарниром, подшипником и удерживается в заданном положении невесомым стержнем. На плиту действуют силы $\vec{F}$, $\vec{Q}$ и пара сил с моментом M . Для плиты найти реакции сферического и цилиндрического шарниров и реакцию стержня.

Варианты задания даны на рис. 1.11 – 1.13. Исходные данные для выполнения задания приведены в табл. 1.2.

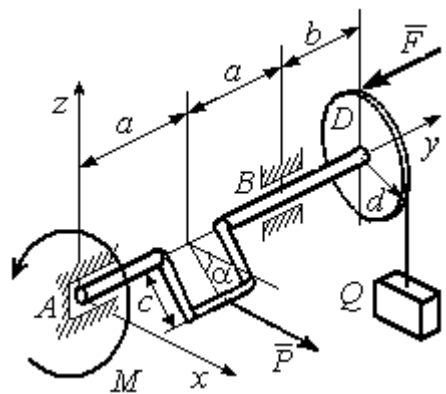
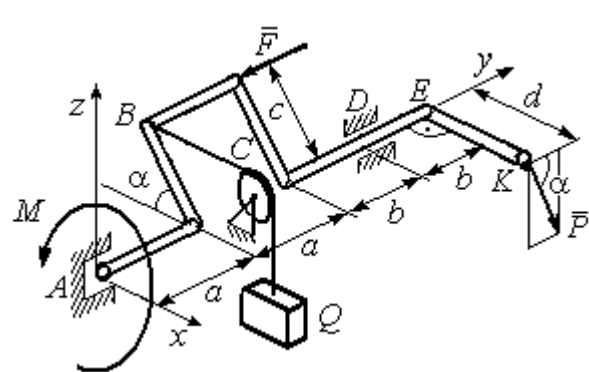
Варианты № 1, 11, 21	Варианты № 2, 12, 22
 Сила $\vec{F}$ параллельна оси Ay; сила $\vec{P}$ параллельна оси Ax; нить, удерживающая груз, сходит со шкива вертикально. Найти реакции подпятника и подшипника в точках A и B и величину уравнивающего груза Q	 Сила $\vec{F}$ параллельна оси Ay; сила $\vec{P}$ лежит в плоскости, параллельной zAy; отрезок нити BC параллелен оси Ax; рукоятка вала EK параллельна оси Ax. Найти реакции подпятника и подшипника в точках A и D и величину уравнивающего момента M

Рис. 1.11. Задание С2. Равновесие пространственной системы сил.

Номера вариантов задания 1 – 2, 11 – 12, 21 – 22

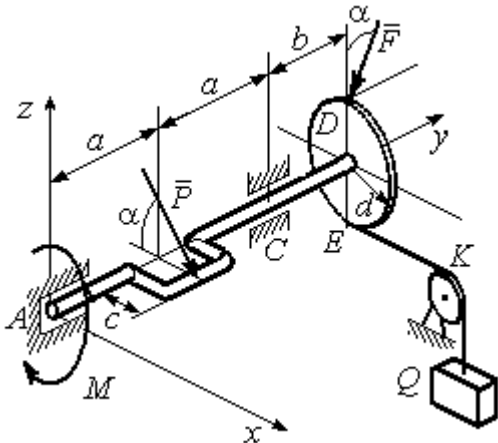
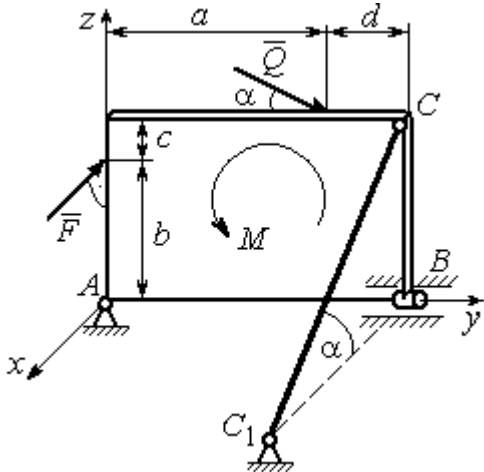
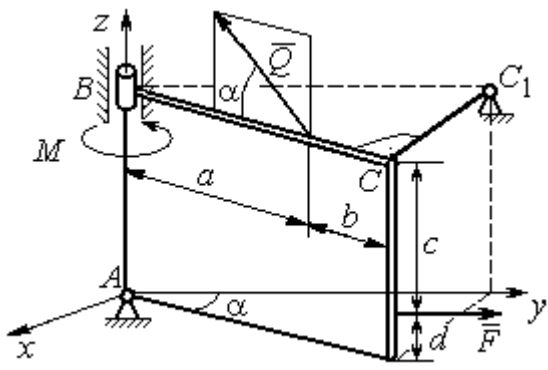
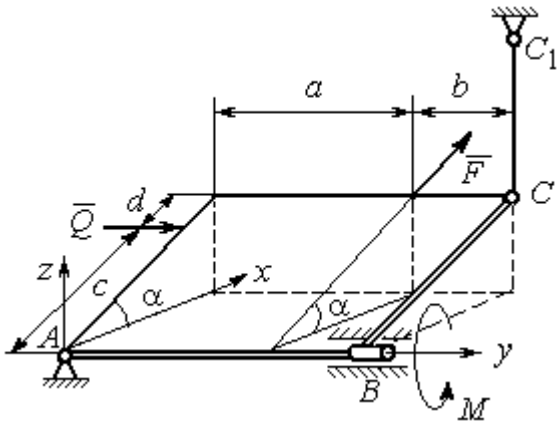
Варианты № 3, 13, 23	Варианты № 4, 14, 24
 Сила $\vec{F}$, лежит в плоскости zAy; сила $\vec{P}$ лежит в плоскости, параллельной zAx, отрезок нити EK параллелен оси Ax. Найти реакции подпятника и подшипника в точках A и C, а также величину уравновешивающего груза Q	 Плита весом P расположена в плоскости zAy; пара сил с моментом M действует в плоскости плиты; стержень CC_1 расположен в плоскости, параллельной zAx; сила $\vec{Q}$ действует в плоскости плиты; сила $\vec{F}$ перпендикулярна плоскости плиты. Найти реакции сферического и цилиндрического шарниров в точках A и B и реакцию стержня CC_1
Варианты № 5, 15, 25	Варианты № 6, 16, 26
 Плита весом P отклонена на угол α от вертикальной плоскости zAy; сила $\vec{Q}$ лежит в плоскости плиты; сила $\vec{F}$ параллельна оси Ay; стержень CC_1 перпендикулярен плоскости плиты. Найти реакции сферического и цилиндрического шарниров в точках A и B и реакцию стержня CC_1	 Плита весом P отклонена на угол α от горизонтальной плоскости xAy; сила $\vec{Q}$ перпендикулярна боковой стенке плиты и параллельна оси Ay; сила $\vec{F}$ расположена в плоскости плиты и параллельна её боковым стенкам; стержень CC_1 параллелен оси Az. Найти реакции сферического и цилиндрического шарниров в точках A и B и реакцию стержня CC_1

Рис. 1.12. Задание С2. Равновесие пространственной системы сил.

Номера вариантов задания 3 – 6, 13 – 16, 23 – 26

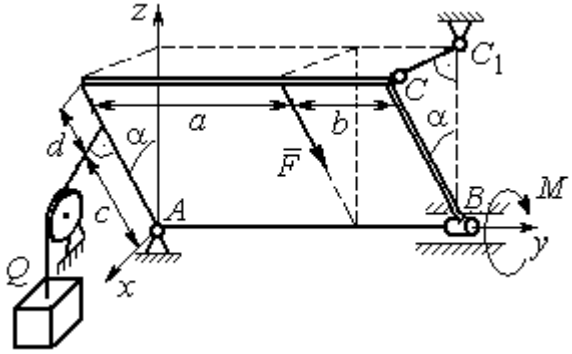
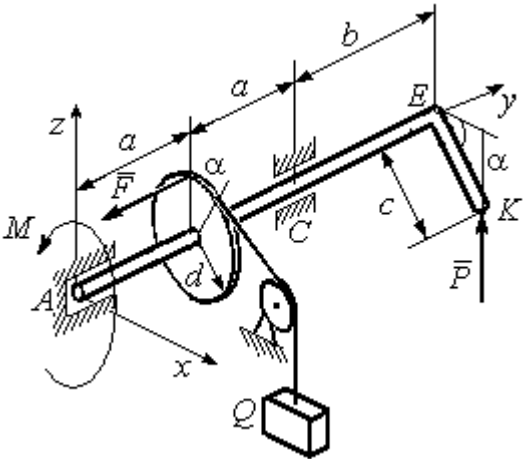
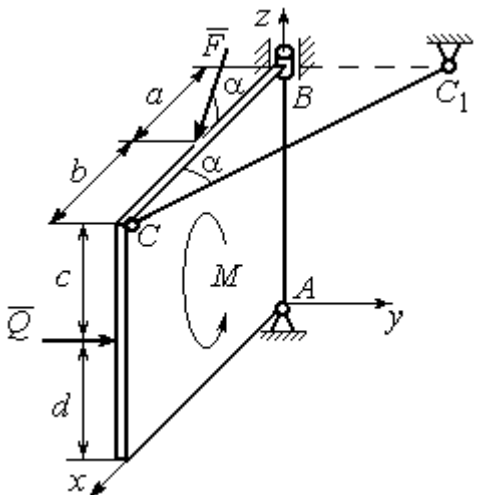
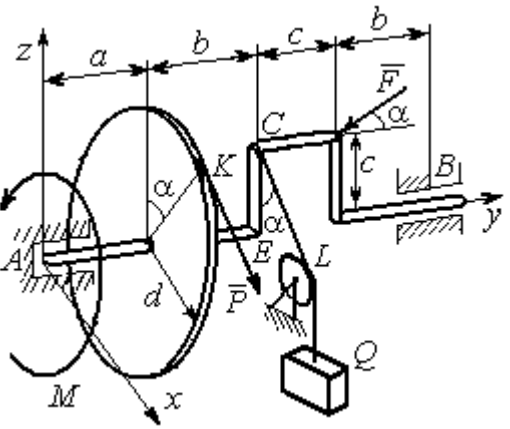
Варианты № 7, 17, 27	Варианты № 8, 18, 28
 Плита весом P отклонена на угол α от вертикальной плоскости zAy; нить, удерживающая груз Q, находится в плоскости zAx, прикреплена к боковой стенке плиты и перпендикулярна ей; сила $\vec{F}$ параллельна боковым стенкам плиты; стержень CC_1 перпендикулярен плоскости zAy. Найти реакции сферического и цилиндрического шарниров в точках A и B и реакцию стержня CC_1	 Рукоять EK перпендикулярна оси вала и наклонена под углом α к горизонтальной плоскости xAy; сила $\vec{P}$ параллельна оси Az; сила $\vec{F}$ параллельна оси Ay; нить, удерживающая груз Q, сходит со шкива по касательной. Найти реакции подпятника A, подшипника C, и величину уравнивающего груза Q
Варианты № 9, 19, 29	Варианты № 10, 20, 30
 Плита весом P находится в вертикальной плоскости zAx; стержень CC_1 расположен в плоскости, параллельной xAy; пара сил с моментом M действует в плоскости плиты; сила $\vec{Q}$ перпендикулярна плоскости плиты; сила $\vec{F}$ лежит в плоскости плиты. Найти реакции сферического и цилиндрического шарниров в точках A и B и реакцию стержня CC_1	 Сила $\vec{F}$ находится в плоскости zAy; стойка CE находится в плоскости zAy; отрезок CL нити, удерживающей груз, находится в плоскости параллельной xAz; сила $\vec{P}$ находится в плоскости шкива и направлена по касательной к ободу в точке K. Найти реакции подпятника A, подшипника B и величину уравнивающего момента M

Рис. 1.13. Задание С2. Равновесие пространственной системы сил.

Номера вариантов задания 7 – 10, 17 – 20, 27 – 30

Исходные данные для задания С2.
Равновесие пространственной системы сил

Номер варианта задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
P , кН	5	4	6	10	16	15	12	10	15	14
F , кН	8	6	12	6	10	10	8	12	12	10
Q , кН	—	12	—	12	8	12	10	—	10	12
M , кН·м	12	—	10	8	12	6	8	6	8	—
α , град	60	30	30	30	60	60	60	30	30	60
a , м	1,2	0,8	1,4	0,6	1,2	0,9	1,4	0,4	0,8	0,8
b , м	1,0	0,6	1,1	0,4	0,8	0,4	0,6	1,2	0,2	0,6
c , м	0,8	0,5	0,8	0,3	1,4	0,8	1,2	0,8	0,4	0,4
d , м	0,4	0,4	0,6	0,2	0,4	0,2	0,4	0,6	0,6	0,6

Номер варианта задания	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
P , кН	8	10	10	15	14	10	16	9	10	12
F , кН	6	12	16	8	12	14	10	15	8	10
Q , кН	—	14	—	10	10	12	14	—	12	14
M , кН·м	10	—	12	12	12	8	10	10	10	—
α , град	30	60	60	60	30	30	30	60	60	30
a , м	0,8	1,3	0,9	0,5	1,3	1,2	1,6	0,6	0,9	1,2
b , м	0,6	1,1	0,6	0,4	0,9	0,6	0,8	1,2	0,3	0,8
c , м	0,4	0,8	0,5	0,2	1,5	0,9	1,2	0,4	0,6	0,6
d , м	0,2	0,4	0,4	0,1	0,5	0,4	0,6	0,2	0,2	0,8

Номер варианта задания	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
P , кН	10	12	5	8	10	14	18	12	14	10
F , кН	12	8	15	10	12	8	10	15	9	8
Q , кН	—	10	—	12	14	10	16	—	12	6
M , кН·м	12	—	16	14	8	10	8	12	10	—
α , град	90	30	60	30	45	30	30	60	60	30
a , м	0,6	0,8	1,1	1,2	1,5	0,8	1,0	0,8	1,2	0,9
b , м	0,8	0,6	0,9	1,0	0,9	0,6	0,8	1,4	0,6	0,4
c , м	0,4	1,2	0,8	0,6	1,5	0,9	1,1	0,5	0,8	0,6
d , м	0,4	1,5	0,5	0,2	0,4	0,3	0,3	0,4	0,6	0,5

Примеры решения задания С2. Равновесие пространственной системы сил

Задача 1. Горизонтальный вал (рис. 1.14) закреплен в подпятнике C и подшипнике K . Вал имеет шкив I радиуса R и шкив II радиуса r , перпендикулярные оси вала. Рукоять AE параллельна оси Cx . Нить, удерживающая груз Q , сходит со шкива I по касательной вертикально вниз. На вал действуют силы $\vec{F}$, $\vec{P}$ и пара сил с моментом M , закручивающая вал

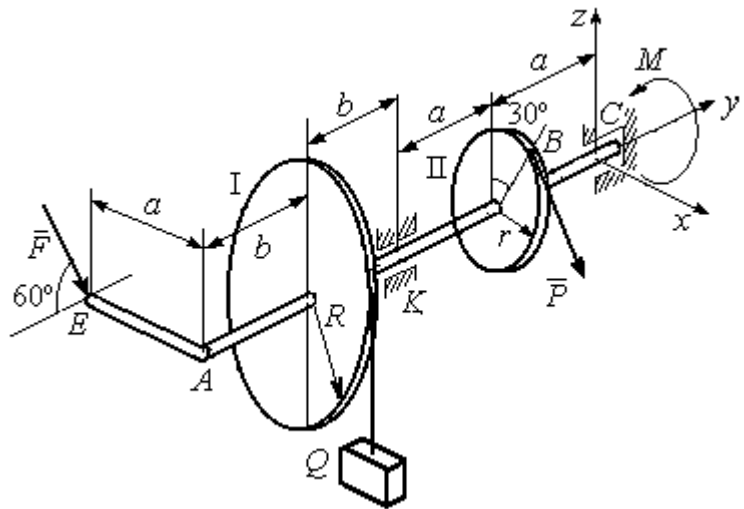


Рис. 1.14. Схема вала и его нагрузка

вокруг оси Cy . Сила $\vec{F}$ находится в плоскости, параллельной zCy , и составляет угол 60° с направлением оси Cy . Сила $\vec{P}$ приложена в точке B шкива II, определяемой центральным углом 30° , и направлена по касательной. Определить величину уравнивающего момента M и реакции подпятника и подшипника, если $P = 4$ кН, $F = 2$ кН, $Q = 3$ кН, $R = 0,6$ м, $r = 0,3$ м, $a = 0,8$ м, $b = 0,4$ м.

Решение

Рассмотрим равновесие вала. На вал действуют внешние силы $\vec{F}$, $\vec{P}$, па-

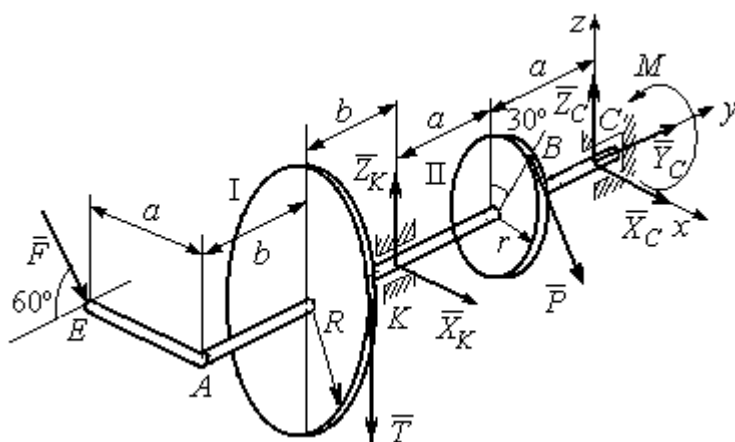


Рис. 1.15. Внешние силы и реакции связей вала

ра сил с моментом M и реакции связей. Связями являются нить, натянутая грузом Q , подпятник C и подшипник K . Освобождаем вал от связей, заменяя их действие реакциями. Реакцию подпятника C раскладываем на три со-

ставляющие: $\vec{X}_C$, $\vec{Y}_C$, $\vec{Z}_C$, направленные вдоль координатных осей. Реакция подшипника K лежит в плоскости, перпендикулярной оси вала, и ее составляющими будут вектора $\vec{X}_K$, $\vec{Z}_K$, направленные вдоль координатных осей x , z . Реакция нити $\vec{T}$ направлена вдоль нити от точки K и по модулю равна весу груза. Действие на вал внешних сил и реакций связи показано на рис. 1.15.

Внешние силы, действующие на вал, и реакции связей составляют произвольную пространственную систему сил, эквивалентную нулю $(\vec{P}, \vec{F}, \vec{X}_K, \vec{Z}_K, \vec{T}, \vec{X}_C, \vec{Y}_C, \vec{Z}_C, M) \propto 0$, для которой уравнения равновесия:

$$\sum F_{kx} = 0, \sum F_{ky} = 0, \sum F_{kz} = 0,$$

$$\sum M_x(\vec{F}_k) = 0, \sum M_y(\vec{F}_k) = 0, \sum M_z(\vec{F}_k) = 0.$$

Для удобства при составлении уравнений равновесия изобразим вал вместе с действующими на него силами в проекциях на координатные плоскости (рис. 1.16)

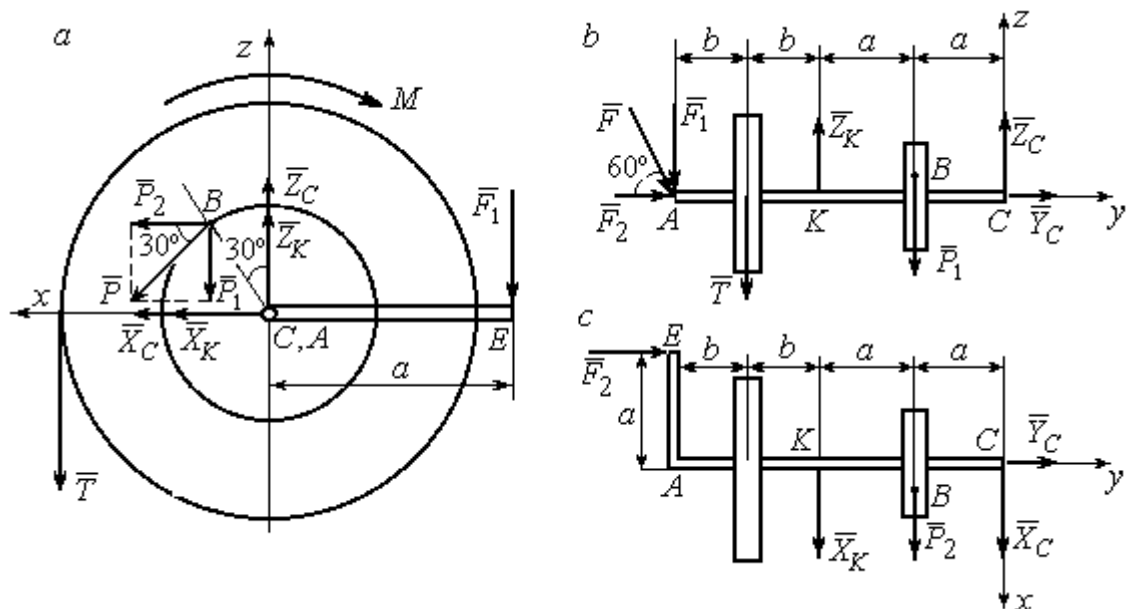


Рис. 1.16. Вал и действующие на него силы в проекциях на координатные плоскости:

- a – вид вала в проекции на плоскость zCx с положительного конца оси y ;
- b – вид вала в проекции на плоскость zCy с положительного конца оси x ;
- c – вид вала в проекции на плоскость xCy с положительного конца оси z .

На рис. 1.16, *a* показаны проекции всех сил на плоскость zCx . Вычисляя моменты проекций этих сил относительно точки C , получим значения моментов исходных сил относительно оси y .

Для вычисления моментов сил относительно оси x достаточно найти моменты проекций сил на плоскость zCy относительно точки C (см. рис. 1.16, *b*), а вычисляя моменты проекций сил на плоскость xCy относительно точки C , получим значения моментов сил относительно оси z .

Составляем уравнения равновесия:

$$\begin{aligned}\sum F_{kx} &= P_2 + X_K + X_C = 0, \quad \sum F_{ky} = F_2 + Y_C = 0, \\ \sum F_{kz} &= -P_1 + Z_K - T + Z_C - F_1 = 0, \\ \sum M_x(\vec{F}_k) &= P_1 a - Z_K 2a - T(2a + b) + F_1(2a + 2b) = 0, \\ \sum M_y(\vec{F}_k) &= -F_1 a + TR + Pr - M = 0, \\ \sum M_z(\vec{F}_k) &= P_2 a + X_K 2a - F_2 a = 0.\end{aligned}$$

Подставляя исходные данные задачи, с учётом того, что

$$P_1 = P \cos 60^\circ = 0,5P, \quad P_2 = P \cos 30^\circ = 0,87P,$$

$$F_1 = F \cos 30^\circ = 0,87F, \quad F_2 = F \cos 60^\circ = 0,5F \quad (\text{см. рис. 1.16 } a, b),$$

получим систему уравнений:

$$\begin{aligned}0,87 \cdot 4 + X_K + X_C &= 0, \quad 2 \cdot 0,5 + Y_C = 0, \quad -4 \cdot 0,5 + Z_K - 3 + Z_C - 2 \cdot 0,87 = 0, \\ 0,5 \cdot 4 \cdot 0,8 - 1,6Z_K - 3 \cdot 0,87(2 \cdot 0,8 + 0,4) + 2 \cdot 0,87(2 \cdot 0,8 + 2 \cdot 0,4) &= 0, \\ -0,87 \cdot 0,8 + 3 \cdot 0,6 + 4 \cdot 0,3 - M &= 0, \quad 0,87 \cdot 4 \cdot 0,8 + 1,6 \cdot X_K - 2 \cdot 0,5 \cdot 0,8 = 0.\end{aligned}$$

Решая систему, найдём: $X_C = -2,24$ кН, $Y_C = -1$ кН, $Z_C = 6,39$ кН, $X_K = -1,24$ кН, $Z_K = 0,35$ кН, $M = 2,3$ кН·м.

Окончательно, реакция подпятника $R_C = \sqrt{X_C^2 + Y_C^2 + Z_C^2} = 6,84$ кН,

реакция подшипника $R_K = \sqrt{X_K^2 + Z_K^2} = 1,29$ кН.

Задача 2. Плита весом P расположена в вертикальной плоскости zAy . В точке A плита закреплена пространственным шарниром, а в точке B на оси y

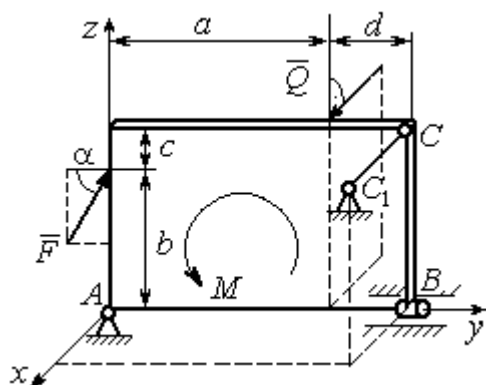


Рис. 1.17. Равновесие плиты

опирается на цилиндрический шарнир (подшипник). Плита удерживается в равновесии при помощи невесомого стержня CC_1 , прикреплённого шарниром к плите в её верхнем углу, в точке C перпендикулярно плоскости плиты (рис. 1.17).

На плиту действует сила $\bar{Q}$, приложенная на краю плиты перпендикулярно

её плоскости, и сила $\bar{F}$, лежащая в плоскости плиты и направленная под углом α к горизонту (см. рис. 1.17). Кроме того, в плоскости плиты на неё действует пара сил с моментом M . Найти реакции шарниров A и B и усилие в стержневой подпорке CC_1 при равновесии плиты, если параметры нагрузки: $P = 1$ кН, $Q = 500$ Н, $F = 400$ Н, $M = 300$ Н·м, $\alpha = 35^\circ$, $a = 2$ м, $b = 1,5$ м, $c = 0,2$ м, $d = 0,4$ м.

Решение

Заменим связи плиты их реакциями. Реакция шарнира A раскладывается на три составляющие: $\bar{X}_A$, $\bar{Y}_A$, $\bar{Z}_A$ по направлениям координатных осей. Направления координатных осей показаны на рис. 1.17. Реакция подшипника B лежит в плоскости, перпендикулярной оси подшипника, и ее составляющими будут вектора $\bar{X}_B$, $\bar{Z}_B$, направленные вдоль координатных осей x , z . Реакция стержня $\bar{T}$ направлена вдоль стержня. Действие сил и реакций показано на рис.1.18.

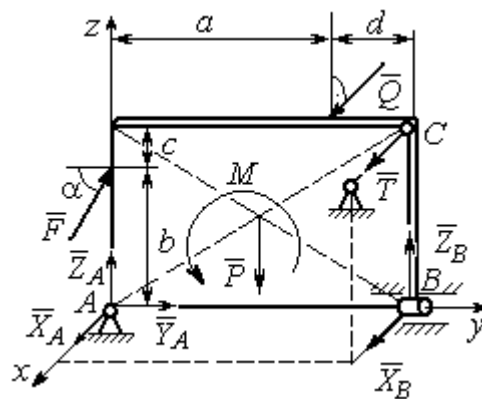


Рис. 1.18. Действие сил и реакций при равновесии плиты

Пространственная система сил, действующих на плиту, является уравновешенной: $(\vec{P}, \vec{F}, \vec{X}_B, \vec{Z}_B, \vec{T}, \vec{X}_A, \vec{Y}_A, \vec{Z}_A, M) \infty 0$. Уравнения равновесия:

$$\sum F_{kx} = 0, \sum F_{ky} = 0, \sum F_{kz} = 0,$$

$$\sum M_x(\vec{F}_k) = 0, \sum M_y(\vec{F}_k) = 0, \sum M_z(\vec{F}_k) = 0.$$

В вычислениях моментов сил относительно осей будем считать момент положительным, если при взгляде со стороны положительного направления оси, сила вращает тело (плиту) против хода часовой стрелки. Получим:

$$\sum F_{kx} = 0, X_A + Q + X_B + T = 0,$$

$$\sum F_{ky} = 0, Y_A + F \cos \alpha = 0,$$

$$\sum F_{kz} = 0, Z_A + F \sin \alpha - P + Z_B = 0$$

$$\sum M_x(\vec{F}_k) = 0, -F \cos \alpha \cdot b - P \cdot 0,5(a + d) + Z_B(a + d) + M = 0,$$

$$\sum M_y(\vec{F}_k) = 0, Q \cdot (b + c) + T \cdot (b + c) = 0,$$

$$\sum M_z(\vec{F}_k) = 0, -Q \cdot a - T \cdot (a + d) - X_B \cdot (a + d) = 0.$$

Подставив исходные данные задачи, получим систему уравнений:

$$X_A + 500 + X_B + T = 0, Y_A + 400 \cdot 0,82 = 0, Z_A + 400 \cdot 0,57 - 1000 + Z_B = 0,$$

$$-400 \cdot 0,82 \cdot 1,5 - 1000 \cdot 0,5 \cdot 2,4 + Z_B \cdot 2,4 + 300 = 0,$$

$$500 \cdot 1,7 + T \cdot 1,7 = 0, -500 \cdot 2 - T \cdot 2,4 - X_B \cdot 2,4 = 0,$$

откуда находим значения составляющих реакций:

$$T = -500 \text{ Н}, X_B = 83,33 \text{ Н}, Z_B = 580 \text{ Н},$$

$$X_A = -83,33 \text{ Н}, Y_A = -328 \text{ Н}, Z_A = 192 \text{ Н}.$$

Полные реакции пространственного шарнира A:

$$R_A = \sqrt{X_A^2 + Y_A^2 + Z_A^2} = 389,09 \text{ Н},$$

цилиндрического шарнира B: $R_B = \sqrt{X_B^2 + Z_B^2} = 585,95 \text{ Н}.$

2. КИНЕМАТИКА ТОЧКИ И ТВЕРДОГО ТЕЛА

Кинематикой называется раздел механики, в котором изучаются свойства движения материальных тел без учета их масс и действующих на них сил.

2.1. Кинематика точки. Основные параметры движения точки

Кривая, которую описывает движущаяся точка, называется **траекторией** точки. Движение точки может быть задано **векторным**, **координатным** или **естественным** способами.

Векторный способ основан на определении положения точки ее радиусом-вектором в виде векторного уравнения $\vec{r} = \vec{r}(t)$. При **координатном способе** задания движения точки положение точки определяется ее координатами, заданными для каждого момента времени: $x = x(t)$, $y = y(t)$, $z = z(t)$. **Естественный способ** задания движения используется, если заранее известна траектория движения точки. Тогда положение точки однозначно определяется длиной дуги $OM = S(t)$, отсчитываемой от некоторой фиксированной точки O , принятой за начало отсчета.

Мгновенная скорость, или скорость точки в данный момент времени, является векторной величиной и определяется как производная по времени от радиуса-вектора точки: $\vec{V} = \dot{\vec{r}}$. Вектор скорости точки $\vec{V}$ всегда направлен по касательной к траектории в сторону движения точки.

При координатном способе задания движения величины проекций вектора скорости $\vec{V}$ на координатные оси определяются как производные по времени от соответствующих координат: $V_x = \dot{x}$, $V_y = \dot{y}$, $V_z = \dot{z}$. Модуль вектора скорости: $V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2 + V_z^2}$. При естественном способе задания движения вектор скорости точки определяется равенством: $\vec{V} = \dot{S}\vec{\tau}$, где $S = S(t)$ – закон измене-

ния длины дуги, $\vec{\tau}$ – единичный вектор касательной к траектории движения, направленный в сторону возрастающих расстояний.

Величина $V = |\dot{S}|$ называется алгебраической скоростью точки. При $\dot{S} > 0$ вектор скорости $\vec{V}$ направлен по единичному вектору $\vec{\tau}$ – в сторону возрастающих расстояний. При $\dot{S} < 0$ он имеет направление, противоположное единичному вектору $\vec{\tau}$, т. е. в сторону убывающих расстояний.

Мгновенное ускорение, или ускорение точки в данный момент времени, является векторной величиной и определяется как производная по времени от вектора скорости точки или как вторая производная от радиус-вектора точки:

$\vec{a} = \dot{\vec{V}} = \ddot{\vec{r}}$. При координатном способе проекции вектора ускорения $\vec{a}$ на координатные оси – величины a_x, a_y, a_z – определяются равенствами: $a_x = \dot{V}_x = \ddot{x}$, $a_y = \dot{V}_y = \ddot{y}$, $a_z = \dot{V}_z = \ddot{z}$. Модуль вектора ускорения равен: $a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}$.

При естественном способе задания движения вектор ускорения точки $\vec{a}$ раскладывается на две взаимно перпендикулярные составляющие $\vec{a}_n$ и $\vec{a}_\tau$, параллельные осям n и τ естественной системы координат, и представляется в виде равенства $\vec{a} = a_\tau \vec{\tau} + a_n \vec{n}$, или $\vec{a} = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n$, где $\vec{\tau}$ – единичный направляющий вектор оси, касательной к траектории (касательная ось); $\vec{n}$ – единичный направляющий вектор главной нормали траектории. Величина a_n называется

нормальным ускорением точки и вычисляется по формуле: $a_n = \frac{V^2}{\rho}$, где ρ –

радиус кривизны траектории. (У окружности радиус кривизны равен её радиусу, у прямой линии – бесконечности.) Вектор $\vec{a}_n$ нормальной составляющей ускорения всегда направлен к центру кривизны траектории. При движении по окружности радиус кривизны траектории равен радиусу окружности, а центр кривизны траектории совпадает с центром окружности. Величина a_τ называется **касательным ускорением** и равна модулю второй производной от заданно-

го закона изменения длины дуги: $a_\tau = |\ddot{S}|$, где $S = S(t)$ – закон изменения длины дуги. Направление вектора касательного ускорения $\vec{a}_\tau$ зависит от знака второй производной $\ddot{S}$. При $\ddot{S} > 0$ вектор $\vec{a}_\tau$ направлен в сторону возрастающих расстояний, по направлению единичного вектора $\vec{\tau}$, при $\ddot{S} < 0$ – в сторону убывающих расстояний (противоположно единичному вектору $\vec{\tau}$). Вектор полного ускорения $\vec{a}$ направлен по диагонали прямоугольника, построенного на векторах $\vec{a}_n$ и $\vec{a}_\tau$. Модуль вектора ускорения: $a = \sqrt{a_n^2 + a_\tau^2}$.

2.2. Вращение тела вокруг неподвижной оси

Движение тела, при котором все точки некоторой его прямой остаются неподвижными, называется **вращательным**, а указанная прямая называется осью вращения. Вращение тела задается углом поворота $\varphi = \varphi(t)$ подвижной плоскости, связанной с телом, относительно некоторого ее начального положения. Направление вращения с возрастанием угла поворота считается положительным.

Величина **угловой скорости** вращения тела равна модулю производной от угла поворота тела по времени: $\omega = |\dot{\varphi}|$. Направление угловой скорости вращения тела зависит от знака производной $\dot{\varphi}$. При $\dot{\varphi} > 0$ вращение происходит в положительном направлении, в сторону возрастания угла поворота, при $\dot{\varphi} < 0$ – в отрицательном. Направление угловой скорости обычно показывают дуговой стрелкой вокруг оси вращения. Вектор угловой скорости $\vec{\omega}$ направлен вдоль оси вращения в сторону, откуда вращение тела видно против хода часовой стрелки.

Величина **углового ускорения** при вращении тела равна модулю второй производной от угла поворота тела по времени: $\varepsilon = |\ddot{\varphi}|$. Если $\ddot{\varphi}$ одного знака с

$\dot{\varphi}$, то угловое ускорение ускоряет вращение тела, если разных знаков, то угловое ускорение замедляет вращение.

При вращательном движении тела все его точки движутся по окружностям, радиусы которых равны расстояниям от выбранной точки до неподвижной оси. **Скорость точки вращающегося твердого тела** (в отличие от угловой скорости тела) называют **линейной**, или **окружной скоростью** точки. Величина скорости рассчитывается по формуле: $V = \omega h$, где ω – величина угловой скорости тела; h – расстояние от точки до оси вращения. Вектор скорости точки лежит в плоскости описываемой точкой окружности и направлен по касательной к ней в сторону вращения тела. Отношение скоростей двух точек вращающегося тела равно отношению расстояний от этих точек до оси: $\frac{V_{M1}}{V_{M2}} = \frac{h_1}{h_2}$.

Ускорение точки вращающегося твердого тела рассчитывается как ускорение точки при естественном способе задания движения в виде суммы векторов касательного и нормального ускорений: $\vec{a}_M = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n$. Величины касательного, нормального и полного ускорений точки вращающегося тела, соответственно: $a_\tau = \varepsilon h$, $a_n = \omega^2 h$, $a_M = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2}$, где ω , ε – угловая скорость и угловое ускорение тела; h – расстояние от точки до оси вращения.

2.3. Плоскопараллельное движение твёрдого тела

Плоскопараллельным, или плоским движением твердого тела, называется такое движение, при котором все точки тела движутся параллельно некоторой неподвижной плоскости. Плоское движение представляется в виде суммы мгновенного поступательного движения, при котором все точки плоской фигуры движутся со скоростью выбранной точки-полюса, и мгновенного вращательного движения вокруг этого полюса.

Скорость любой точки M плоской фигуры равна векторной сумме вектора скорости точки-полюса и вектора скорости точки M при вращении тела вокруг этого полюса: $\vec{V}_M = \vec{V}_A + \vec{V}_{MA}$, где $\vec{V}_M$ – скорость точки M ; $\vec{V}_A$ – скорость полюса A ; $\vec{V}_{MA}$ – вектор скорости точки M при вращении тела вокруг полюса A , модуль скорости $V_{MA} = \omega \cdot MA$, где ω – угловая скорость мгновенного вращательного движения тела вокруг полюса; MA – расстояние между полюсом A и точкой M .

Мгновенным центром скоростей называется такая точка P плоской фигуры, скорость которой в данный момент времени равна нулю. Выбрав в качестве полюса мгновенный центр скоростей, скорость любой точки плоской фигуры находят так, как если бы мгновенное движение фигуры было вращательным вокруг мгновенного центра скоростей.

Способы построения мгновенного центра скоростей

1. Если известны направления скоростей $\vec{V}_A$ и $\vec{V}_B$ каких-нибудь двух точек A и B плоской фигуры, то мгновенный центр скоростей находится в точке пересечения перпендикуляров, восстановленных из этих точек к векторам скоростей (рис. 2.1, *a*).

2. Если скорости $\vec{V}_A$ и $\vec{V}_B$ двух точек A и B плоской фигуры известны и параллельны друг другу, а линия AB перпендикулярна $\vec{V}_A$ (и, конечно, $\vec{V}_B$), то мгновенный центр скоростей определяется как точка пересечения линий, проведенных через основания и вершины векторов скоростей (построение показано на рис. 2.1, *b, c*).

3. Если скорости $\vec{V}_A$ и $\vec{V}_B$ двух точек A и B параллельны друг другу, но линия AB , соединяющая эти точки, не перпендикулярна векторам скоростей (рис. 2.1, *d*), то мгновенная угловая скорость тела равна нулю и движение тела

в данный момент времени является мгновенным поступательным. В этом случае скорости всех точек равны по величине и направлению.

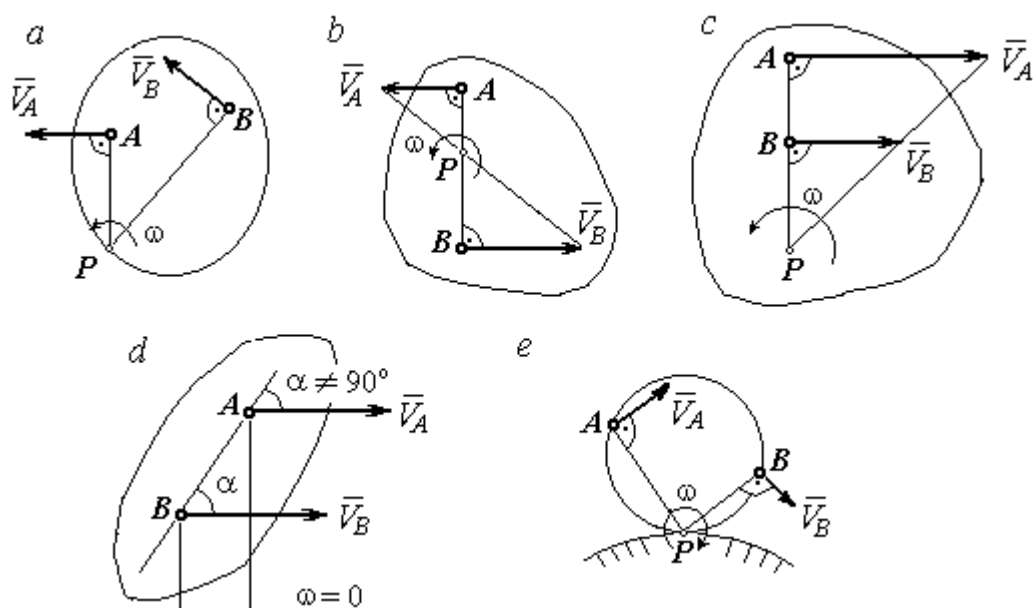


Рис. 2.1. Способы построения мгновенного центра скоростей

4. Если плоскопараллельное движение осуществляется путем качения без скольжения одного тела по неподвижной поверхности другого, то мгновенный центр скоростей расположен в точке касания катящегося тела с неподвижной поверхностью (рис. 2.1, e).

Ускорение любой точки M плоской фигуры при плоскопараллельном движении твердого тела представляется как сумма векторов – ускорения полюса и ускорения точки M при вращении фигуры вокруг полюса. Учитывая, что ускорение точки вращающегося тела представляется как сумма нормального и касательного ускорений, получим:

$$\vec{a}_M = \vec{a}_A + \vec{a}_{MA}^{\tau} + \vec{a}_{MA}^n,$$

где $\vec{a}_A$ – ускорение полюса A ; $\vec{a}_{MA}^{\tau}$, $\vec{a}_{MA}^n$ – касательная и нормальная составляющие ускорения точки M при вращении фигуры вокруг полюса A .

Вектор нормального ускорения $\vec{a}_{MA}^n$ всегда направлен от точки M к полюсу A . Вектор касательного ускорения $\vec{a}_{MA}^\tau$ направлен перпендикулярно отрезку AM в сторону вращения, если оно ускоренное (рис. 2.2, *a*), и против вращения, если оно замедленное (рис. 2.2, *b*). Численно величины касательного и

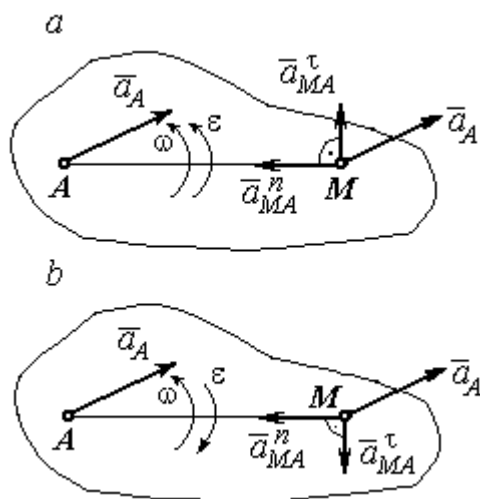


Рис. 2.2. Ускорение точки плоской фигуры:

a – ускоренное движение;
b – замедленное движение

нормального составляющих ускорения точки M определяются по формулам:

$$a_{MA}^\tau = \varepsilon \cdot AM, \quad a_{MA}^n = \omega^2 \cdot AM,$$

где ω , ε – угловая скорость и угловое ускорение тела (плоской фигуры); AM – расстояние от точки M до полюса A (см. рис. 2.2).

Если при движении плоской фигуры известны траектории движения полюса A и точки M , то для определения ускорения точки M используется векторное равенство

$$\vec{a}_M^\tau + \vec{a}_M^n = \vec{a}_A^\tau + \vec{a}_A^n + \vec{a}_{MA}^\tau + \vec{a}_{MA}^n,$$

где $\vec{a}_M^\tau$, $\vec{a}_M^n$, $\vec{a}_A^\tau$, $\vec{a}_A^n$ – касательная и нормальная составляющие ускорения точки M и полюса A при движении их по заданным траекториям.

2.4. Задание К1. Определение скоростей и ускорений точек твердого тела при поступательном и вращательном движениях

По заданному движению одного из звеньев механизма $x_1 = x_1(t)$ (варианты 1, 3, 5, 7, 9) или $\varphi_1 = \varphi_1(t)$ (варианты 2, 4, 6, 8, 10) найти в момент времени t_1 скорость, касательное, нормальное и полное ускорения точки M звена механизма, совершающего вращательное движение, а также скорость и ускорение звена 4, совершающего поступательное движение.

Варианты заданий даны на рис. 2.3, 2.4. Исходные данные представлены в табл. 2.1.

Варианты № 1, 11, 21	Варианты № 2, 12, 22	Варианты № 3, 13, 23
Варианты № 4, 14, 24	Варианты № 5, 15, 25	Варианты № 6, 16, 26
Варианты № 7, 17, 27	Варианты № 8, 18, 28	

Рис. 2.3. Задание К1. Определение скоростей и ускорений точек при поступательном и вращательном движениях твёрдого тела.

Номера вариантов задания 1 – 8, 11 – 18, 21 – 28

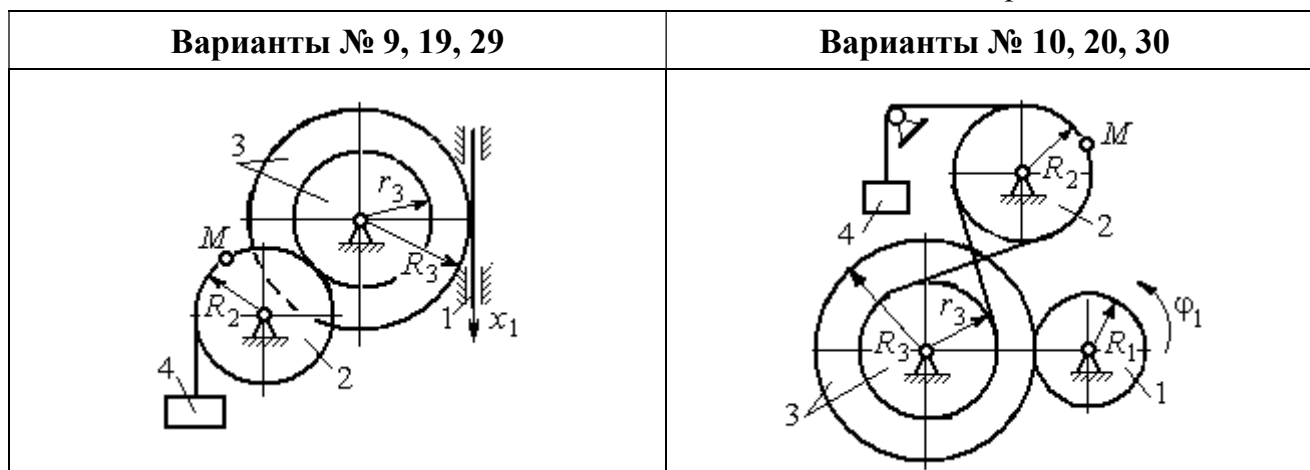


Рис. 2.4. Задание К1. Определение скоростей и ускорений точек при поступательном и вращательном движениях твёрдого тела.

Номера вариантов задания 9 – 10, 19 – 20, 29 – 30

Таблица 2.1

Исходные данные вариантов задания К1. Определение скоростей и ускорений точек при поступательном и вращательном движениях твёрдого тела

Номер варианта задания	R_1 , см	R_2 , см	R_3 , см	r_3 , см	$x_1(t)$, см $\varphi_1(t)$, рад	t_1 , с
1	—	40	45	35	$x_1(t) = (3t - 1)^2$	2
2	10	20	38	18	$\varphi_1(t) = t^2 + 6\cos(\pi t/6)$	3
3	—	30	42	18	$x_1(t) = 5t^2 - 2\cos(\pi t/2)$	1
4	15	30	45	20	$\varphi_1(t) = 5t^2 + \cos(\pi t/2)$	2
5	—	30	40	20	$x_1(t) = 6t - \cos(\pi t/3)$	3
6	10	20	30	10	$\varphi_1(t) = t^3 - \cos(\pi t/2)$	1
7	—	30	40	30	$x_1(t) = 2\sin(\pi t/2) + \cos(\pi t/2)$	2
8	8	10	30	25	$\varphi_1(t) = 5t + \cos(\pi t/2)$	2
9	—	18	30	18	$x_1(t) = 5t + \cos(\pi t/3)$	3
10	15	30	50	20	$\varphi_1(t) = 2t^2 + \sin(\pi t/4)$	2
11	—	30	40	25	$x_1(t) = (t^2 - 3t)$	2
12	12	20	40	28	$\varphi_1(t) = 3t^2 + 6\sin(\pi t/6)$	3
13	—	25	60	42	$x_1(t) = 2t^2 + \cos(\pi t/2)$	1
14	10	30	45	30	$\varphi_1(t) = 3t^2 + 2\cos(\pi t/2)$	2

Номер варианта задания	R_1 , см	R_2 , см	R_3 , см	r_3 , см	$x_1(t)$, см $\varphi_1(t)$, рад	t_1 , с
15	—	20	30	20	$x_1(t) = 3t^2 - \cos(\pi t/3)$	3
16	12	18	40	20	$\varphi_1(t) = 2t^3 + \cos(\pi t/2)$	1
17	—	20	35	15	$x_1(t) = 2 \sin(\pi t/2) - \cos(\pi t/2)$	2
18	15	18	40	25	$\varphi_1(t) = 5t + \cos(\pi t/2)$	1
19	—	22	50	18	$x_1(t) = t^2 + \cos(\pi t/3)$	3
20	10	20	45	10	$\varphi_1(t) = 2t^2 + \sin(\pi t/4)$	4
21	—	20	40	20	$x_1(t) = t + (3t - 4)^2$	2
22	8	18	42	18	$\varphi_1(t) = 2t^2 + 12 \cos(\pi t/6)$	3
23	—	45	60	40	$x_1(t) = 4t^2 + \sin(\pi t/2)$	1
24	5	15	30	20	$\varphi_1(t) = 2t^2 + 4 \cos(\pi t/2)$	2
25	—	15	35	25	$x_1(t) = 2t^2 + \cos(\pi t/3)$	3
26	18	20	35	20	$\varphi_1(t) = 2t^3 + \sin(\pi t/2)$	1
27	—	15	35	15	$x_1(t) = 2 \sin(\pi t/2) - \cos(\pi t/2)$	1
28	10	12	40	25	$\varphi_1(t) = 2t^2 + \cos(\pi t/2)$	1
29	—	35	50	10	$x_1(t) = t^3 - \cos(\pi t/2)$	1
30	10	20	40	10	$\varphi_1(t) = 2t^2 + \cos(\pi t/4)$	4

Пример выполнения задания К1. Определение скоростей и ускорений точек при поступательном и вращательном движениях твёрдого тела

По заданному уравнению движения звена 1 механизма (рис. 2.5, а) определить скорость, нормальное, касательное и полное ускорения точки M на момент времени t_1 , а также скорость и ускорение звена 4, если значения радиусов колес механизма и закон движения звена 1: $R_2 = 20$ см, $r_2 = 5$ см, $R_3 = 8$ см, $r_3 = 4$ см, $x_1 = 2t^2 - 5t$ см, $t_1 = 1$ с.

Решение

Отметим на схеме положительные направления отсчета углов поворота дисков 2 и 3, соответствующие заданному положительному направлению движения звена 1.

Направления показаны на рис 2.5, *b* дуговыми стрелками φ_2 , φ_3 , а положительное направление движения звена 4 – направлением оси x_4 .

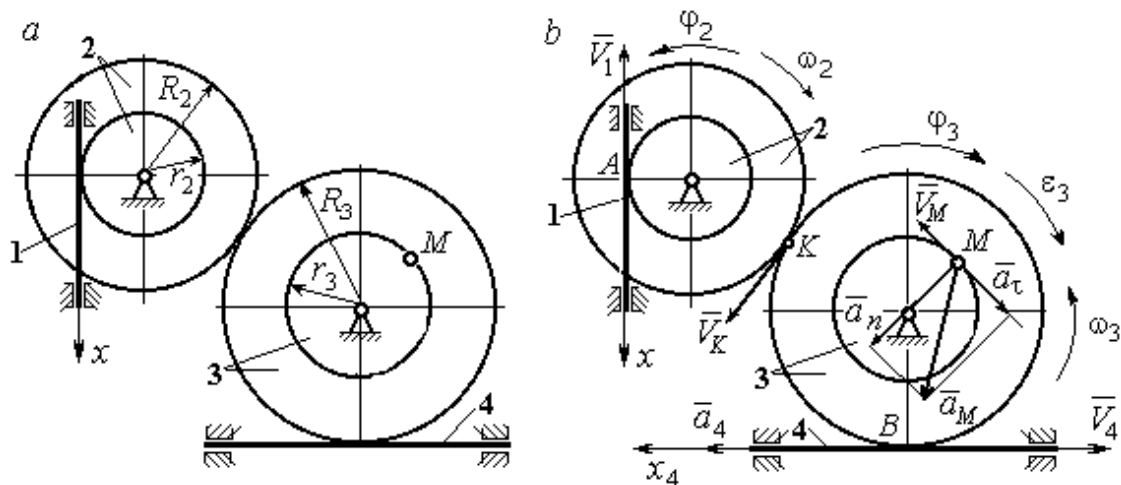


Рис. 2.5. Кинематика вращательного движения твердого тела:
a – схема механизма; *b* – расчетная схема для определения скоростей и ускорений точек механизма

Звено 1 движется поступательно. Движение задано координатным способом в виде закона изменения координаты x . Дифференцируем по времени уравнение движения: $\dot{x} = 4t - 5$ см/с. В момент времени $t_1 = 1$ с значение производной: $\dot{x}(1) = -1$ см/с. Отрицательное значение производной $\dot{x}$ показывает, что в данный момент времени звено 1 движется в отрицательном направлении оси x . Скорость звена 1 равна модулю производной: $V_1 = |\dot{x}|$. На рис. 2.5, *b* направление движения звена 1 в момент времени $t_1 = 1$ с показано вектором скорости $\vec{V}_1$, направленным в сторону, противоположную положительному направлению оси x . Эту же скорость будет иметь точка A – точка контакта звена 1 с диском 2, лежащая на расстоянии r_2 от оси вращения диска. Следовательно, $V_1 = V_A = \omega_2 r_2$, где ω_2 – угловая скорость диска 2. Отсюда угловая скорость диска: $\omega_2 = \frac{V_A}{r_2} = \frac{|4t - 5|}{5} = |\dot{\varphi}_2|$ рад/с. При $t_1 = 1$ с значение производной отрицательно: $\dot{\varphi}_2(1) = -0,2$ рад/с. Это означает, что в заданный момент времени вращение диска 2 с угловой скоростью $\omega_2(1) = |\dot{\varphi}_2(1)| = 0,2$ рад/с происходит

в отрицательном для диска 2 направлении. На рис. 2.5, *b* направление вращения диска 2 показано дуговой стрелкой ω_2 в сторону, противоположную положительному направлению отсчета угла φ_2 . При передаче вращения диска 2 диску 3 величины угловых скоростей дисков обратно пропорциональны радиусам дисков, которым принадлежит точка контакта: $\frac{\omega_2}{\omega_3} = \frac{R_3}{R_2}$. Тогда, угловая скорость диска 3 $\omega_3 = \omega_2 \frac{R_2}{R_3} = |2t - 2,5| = |\dot{\varphi}_3|$ рад/с.

В момент времени $t_1 = 1$ с значение производной $\dot{\varphi}_3$ отрицательно: $\dot{\varphi}_3(1) = -0,5$ рад/с, и, следовательно, вращение диска 3 в данный момент времени с угловой скоростью $\omega_3(1) = |\dot{\varphi}_3(1)| = 0,5$ рад/с происходит в сторону, противоположную положительному направлению отсчета угла φ_3 , как показано на рис. 2.5, *b*. Величина (модуль) скорости точки M рассчитывается по формуле: $V_M = \omega_3 r_3$. В момент времени $t_1 = 1$ с модуль скорости $V_M(1) = 2$ см/с. Вектор скорости $\vec{V}_M$ расположен по касательной к траектории движения точки M (окружности) и направлен в сторону вращения диска 3 (см. рис. 2.5, *b*).

Звено 4 движется поступательно. Скорость звена 4 равна скорости точки касания его с диском 3: $V_4 = V_B = \omega_3 R_3 = |2t - 2,5| \cdot 8 = |\dot{x}_4|$. В момент времени $t_1 = 1$ с значение производной от координаты движения звена 4 отрицательно: $\dot{x}_4(1) = -4$ см/с. В результате, вектор скорости $\vec{V}_4(1)$, равный по модулю $V_4(1) = 4$ см/с, направлен вдоль оси x_4 в сторону, противоположную ее положительному направлению (см. рис. 2.5, *b*).

Угловое ускорение диска 3: $\varepsilon_3(t) = |\dot{\omega}_3| = |\ddot{\varphi}_3| = 2$ рад/с². Из того, что угловая скорость ω_3 и угловое ускорение $\dot{\omega}_3$ диска 3 имеют разные знаки, следует, что вращение диска 3 замедленное. Угловое ускорение диска направлено в сторону положительного направления отсчета угла поворота φ_3 , диска 3 (см. рис. 2.5, *b*).

Касательное ускорение a_τ точки M рассчитывается по формуле $a_\tau = \varepsilon_3 r_3$ и в момент времени $t_1 = 1$ с: $a_\tau = 8$ см/с². Так как вращение диска 3 замедленное, вектор касательного ускорения точки M $\vec{a}_\tau(t)$ направлен в сторону, противоположную вектору скорости $\vec{V}_M(1)$ (см. рис. 2.5, *b*). Нормальное ускорение a_n точки M рассчитывается как $a_n = \omega_3^2 r_3$. В момент времени $t_1 = 1$ с величина нормального ускорения: $a_n(1) = 1$ см/с². Вектор нормального ускорения $\vec{a}_n(1)$ направлен по радиусу к центру диска 3 (см. рис. 2.5, *b*). Полное ускорение точки M в заданный момент времени: $a_M(1) = \sqrt{a_\tau^2(1) + a_n^2(1)} = 8,06$ см/с². Вектор полного ускорения $\vec{a}_M$ направлен по диагонали прямоугольника, построенного на векторах $\vec{a}_n$ и $\vec{a}_\tau$.

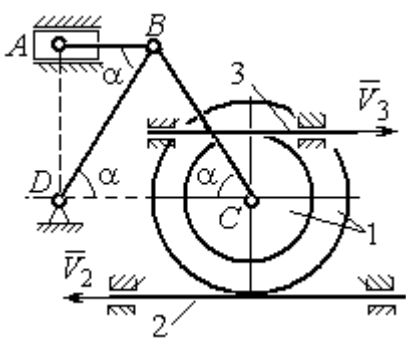
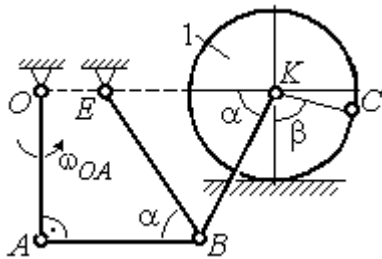
Ускорение a_4 звена 4 находится из условия, что звено 4 движется поступательно и прямолинейно. При прямолинейном движении нормальная составляющая ускорения равна нулю. Тогда $a_4 = a_{4\tau} = \dot{V}_4 = \dot{V}_B = |\dot{\omega}_3| R_3 = \varepsilon_3 R_3$.

Так как угловое ускорение диска 3 является постоянной величиной, ускорение a_4 не зависит от времени: $a_4 = 16$ см/с². Вектор ускорения $\vec{a}_4$ направлен вдоль оси x_4 в сторону положительных значений.

2.5. Задание К2. Определение скоростей точек твёрдого тела при плоскопараллельном движении

Для заданного положения плоского механизма определить скорости точек и угловые скорости звеньев механизма.

Варианты заданий показаны на рис. 2.6 – 2.8. Исходные данные вариантов заданий выбираются из таблиц, приведённых на рисунках схем механизмов.

Варианты № 1, 11, 21							Варианты № 2, 12, 22						
 Найти: $V_A, V_B, V_C, \omega_{AB}, \omega_{BC}, \omega_1, \omega_{BD}$							 Найти: $V_A, V_B, V_K, \omega_1, \omega_{AB}, \omega_{OA}, \omega_{BE}, \omega_{BK}$						
Номер вари- анта задания	R_1 , см	r_1 , см	AD , см	α , град	V_2 , см/с	V_3 , см/с	Номер вари- анта задания	R_1 , см	OA , см	OE , см	α , град	β , град	V_C , см/с
1	10	5	20	30	8	10	2	3	5	4	30	60	10
11	12	8	25	45	10	4	12	4	8	6	45	90	8
21	10	6	15	60	5	5	22	5	12	2	60	120	12

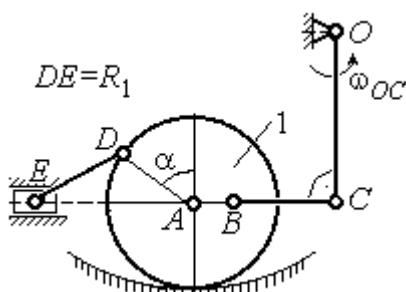
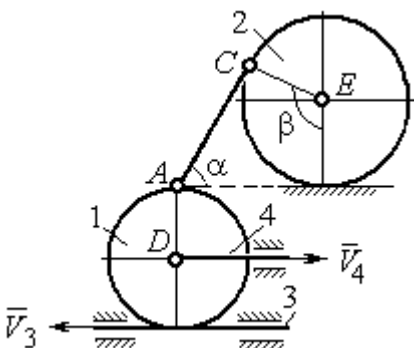
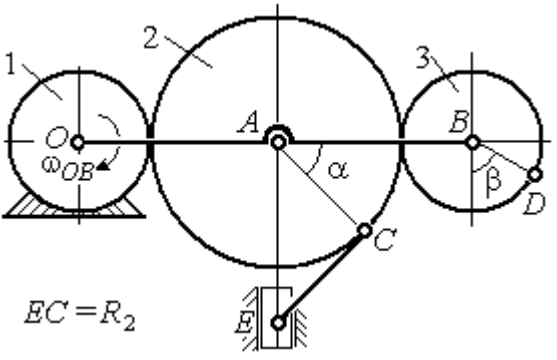
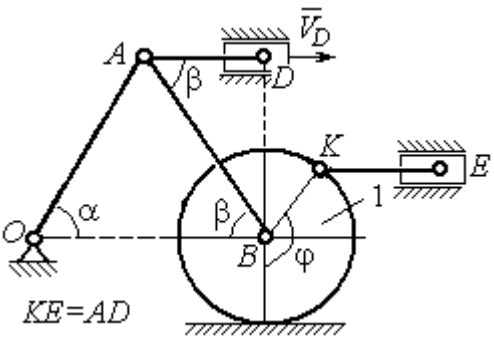
Варианты № 3, 13, 23							Варианты № 4, 14, 24						
 Найти: $V_A, V_B, V_C, V_D, V_E, \omega_{BC}, \omega_1, \omega_{DE}$							 Найти: $V_A, V_C, V_E, \omega_1, \omega_2, \omega_{AC}$						
Номер вари- анта задания	R_1 , см	OC , см	AB , см	BC , см	α , град	ω_{OC} , рад/с	Номер вари- анта задания	R_1 , см	R_2 , см	α , град	β , град	V_3 , см/с	V_4 , см/с
3	12	18	10	35	60	4	4	10	15	30	60	8	4
13	10	15	10	25	90	8	14	6	10	45	90	4	6
23	15	20	5	20	120	6	24	10	12	60	120	3	3

Рис. 2.6. Задание К2. Определение скоростей точек тела при плоскопараллельном движении. Номера вариантов задания 1 – 4, 11 – 14, 21 – 24

Варианты № 5, 15, 25							Варианты № 6, 16, 26						
 Найти: $V_A, V_B, V_C, V_D, V_E, \omega_2, \omega_3, \omega_{EC}$							 Найти: $V_A, V_B, V_K, V_E, \omega_1, \omega_{OA}, \omega_{AB}, \omega_{AD}, \omega_{KE}$						
Номер варианта задания	R_1 , см	R_2 , см	R_3 , см	α , град	β , град	ω_{OB} , рад/с	Номер варианта задания	R_1 , см	OA , см	α , град	β , град	φ , град	V_D , см/с
5	10	20	12	60	0	6	6	10	20	30	60	60	12
15	6	18	10	90	90	8	16	12	26	30	30	90	8
25	20	25	15	120	180	4	26	15	30	60	60	120	15

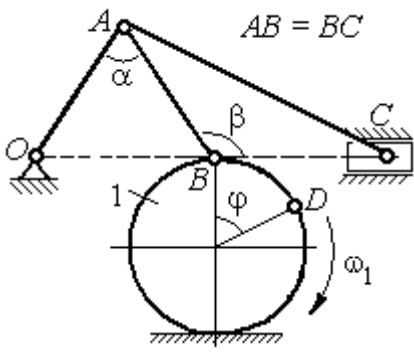
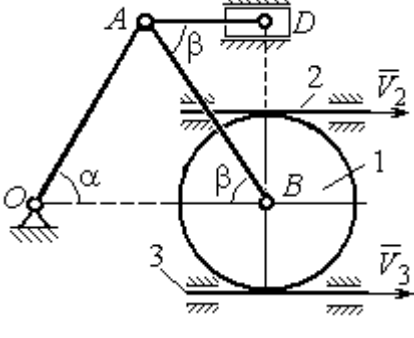
Варианты № 7, 17, 27							Варианты № 8, 18, 29						
 Найти: $V_A, V_B, V_C, \omega_1, \omega_{OA}, \omega_{AB}, \omega_{AC}$							 Найти: $V_A, V_B, V_D, \omega_1, \omega_{OA}, \omega_{AB}, \omega_{AD}$						
Номер варианта задания	R_1 , см	AB , см	α , град	β , град	φ , град	V_D , см/с	Номер варианта задания	R_1 , см	OA , см	α , град	β , град	V_2 , см/с	V_3 , см/с
7	10	20	30	60	60	12	8	10	20	30	60	12	4
17	12	25	60	120	90	16	18	12	26	30	30	8	2
27	8	16	30	60	120	10	28	15	30	60	60	6	3

Рис. 2.7. Задание K2. Определение скоростей точек тела при плоскопараллельном движении. Номера вариантов задания 5 – 8, 15 – 18, 25 – 28

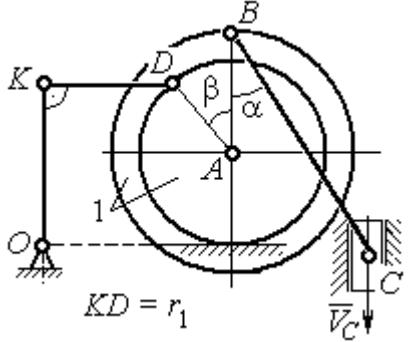
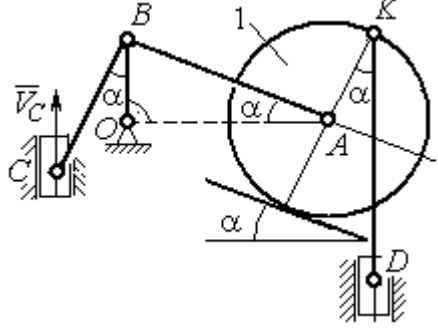
Варианты № 9, 19, 29							Варианты № 10, 20, 30						
 Найти: ω_{OK}, ω_{KD}, ω_{BC}, ω_1, V_A, V_B, V_K, V_D							 Найти: V_A, V_B, V_D, V_K, ω_{CB}, ω_1, ω_{OB}, ω_{AB}, ω_{KD}						
Номер варианта задания	R_1 , см	r_1 , см	α , град	β , град	BC , см	V_C , см/с	Номер варианта задания	R_1 , см	CB , см	OB , см	KD , см	α , град	V_C , см/с
9	20	12	45	60	60	8	10	10	20	30	60	30	4
19	24	16	60	90	50	4	20	12	26	30	50	45	2
29	16	10	30	120	40	6	30	15	30	60	60	60	3

Рис. 2.8. Задание К2. Определение скоростей точек тела при плоскопараллельном движении. Номера вариантов задания 9 – 10, 19 – 20, 29 – 30

Пример выполнения задания К2. Определение скоростей точек твёрдого тела при плоскопараллельном движении

Задача 1. Плоский механизм (рис. 2.9) состоит из стержня OC и подвижных дисков 2 и 3 радиусами r_2 , r_3 , шарнирно закрепленными на стержне, соответственно, в точках A и C . Стержень OC вращается вокруг неподвижного центра O с угловой скоростью ω_{OC} . Диск 2, увлекаемый стержнем OC , катится без проскальзывания по неподвижной поверхности диска 1 радиусом r_1 . Диск 3, также увлекаемый стержнем OC , катится без проскальзыва-

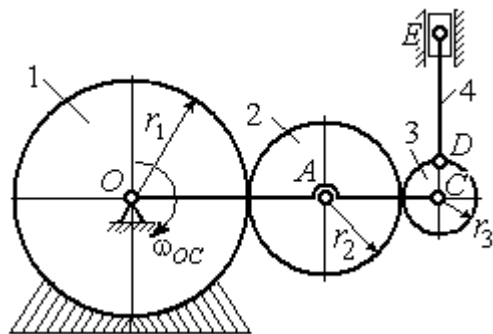


Рис. 2.9. Схема плоского механизма

ния по подвижному диску 2. В точке D , расположенной на краю диска 3, шарнирно прикреплен стержень 4, к которому в точке E шарнирно прикреплен поршень E , способный совершать только вертикальное перемещение. Для заданного положения механизма (см. рис. 2.9), когда стержень OC горизонтален, стержень DE направлен по линии вертикального диаметра диска 3, найти скорости точек A , C , D , E , угловые скорости дисков 2, 3 и стержня 4, если: $r_1 = 6$ см, $r_2 = 4$ см, $r_3 = 2$ см, $DE = 10$ см, $\omega_{OC} = 1$ рад/с.

Решение

Определим скорость точки A , общей для стержня OC и диска 2: $V_A = \omega_{OC}(r_1 + r_2) = 10$ см/с. Вектор скорости $\vec{V}_A$ перпендикулярен стержню OC

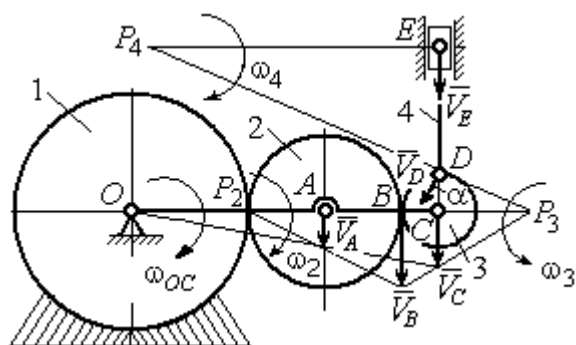


Рис. 2.10. Расчетная схема для определения скоростей точек механизма и угловых скоростей его звеньев

и направлен в сторону его вращения (рис. 2.10).

Диск 2 катится по неподвижной поверхности диска 1. Точка касания диска 2 с неподвижным диском 1 является мгновенным центром скоростей диска 2. На рис. 2.10 центр скоростей диска 2 обозначен точкой P_2 . В этом случае скорость точки A может быть

определена через угловую скорость диска ω_2 следующим образом:

$V_A = \omega_2 \cdot AP_2 = 4\omega_2$. Так как $V_A = 10$ см/с, получим $\omega_2 = 2,5$ рад/с.

Для того чтобы найти угловую скорость диска 3, необходимо определить положение его мгновенного центра скоростей. С этой целью вычислим скорости точек B и C . Скорость точки B может быть найдена через угловую скорость диска 2: $V_B = \omega_2 \cdot BP_2 = 20$ см/с. Вектор скорости $\vec{V}_B$ перпендикулярен отрезку BP_2 и направлен в сторону мгновенного вращения диска 2 вокруг своего центра скоростей P_2 .

Скорость точки C определяется через угловую скорость стержня OC : $V_C = \omega_{OC}(r_1 + 2r_2 + r_3) = 16$ см/с. Вектор скорости $\vec{V}_C$ перпендикулярен стержню OC и направлен в сторону его вращения (см. рис. 2.10).

Построение мгновенного центра скоростей P_3 диска 3 по известным скоростям $\vec{V}_B$ и $\vec{V}_C$ показано на рис. 2.10. Его положение определяется из условия, что отношение скоростей двух точек тела, совершающего плоскопараллельное движение, равно отношению расстояний от этих точек до мгновенного центра скоростей: $\frac{V_B}{V_C} = \frac{r_3 + CP_3}{CP_3}$. Разрешая пропорцию относительно неизвестной величины CP_3 , получим: $CP_3 = 8$ см. Скорость точки C выражается через угловую скорость диска 3 $V_C = \omega_3 \cdot CP_3$. Отсюда величина угловой скорости диска 3: $\omega_3 = \frac{V_C}{CP_3} = 2$ рад/с. Направление мгновенного вращения диска 3 вокруг своего центра скоростей определяется известными направлениями скоростей точек C и B , принадлежащих диску 3 (см. рис. 2.10). Скорость точки D $V_D = \omega_3 \cdot DP_3 = 2 \cdot \sqrt{2^2 + 8^2} = 16,5$ см/с. Вектор скорости $\vec{V}_D$ перпендикулярен отрезку DP_3 и направлен в сторону мгновенного вращения диска 3 вокруг центра P_3 .

Для определения скорости поршня E воспользуемся теоремой о проекциях скоростей точек плоской фигуры, согласно которой проекции скоростей двух точек плоской фигуры на ось, проходящую через эти точки, равны между собой. Проведем ось через точки D и E . По построению, угол α между вектором $\vec{V}_D$ и осью DE равен углу $\angle DP_3C$ (см. рис. 2.10). Тогда, $\cos \alpha = \frac{CP_3}{DP_3} = \frac{8}{\sqrt{2^2 + 8^2}} = 0,97$, откуда $\alpha = 14^\circ$. На основании теоремы о проекциях скоростей точек плоской фигуры имеем равенство: $V_D \cos \alpha = V_E \cos 0$, откуда скорость точки E : $V_E = 16$ см/с.

Мгновенный центр скоростей стержня 4 – точка P_4 – определяется как точка пересечения перпендикуляров к векторам скоростей $\vec{V}_D$ и $\vec{V}_E$, восстановленных, соответственно, из точек D и E (см. рис. 2.10). Угловая скорость стержня 4, совершающего мгновенный поворот вокруг своего центра скоростей, равна: $\omega_4 = \frac{V_E}{EP_4}$, где EP_4 – расстояние от точки E до мгновенного центра скоростей звена 4, $EP_4 = DE \cdot \operatorname{ctg} \alpha = 40$ см. В результате, $\omega_4 = 0,4$ рад/с. Направление мгновенного вращения звена 4 вокруг своего центра скоростей определяется направлением скорости точки D .

Задача 2. В плоском стержневом механизме (рис. 2.11) кривошипы OA и ED вращаются вокруг неподвижных центров O и E . В крайней точке D кривошипа ED к нему прикреплен шатун DB , второй конец которого в точке B прикреплен к кривошипу OA . Шатун AC прикреплен в точке A к кривошипу AO , а другим своим концом – к ползуну C , способному совершать только вертикальное движение. Все соединения шарнирные. В заданном положении механизма кривошип OA вертикален, шатун DB расположен горизонтально, кривошип ED наклонен под углом 60° к горизонтали, а шатун AC отклонен на угол 30° от вертикального положения кривошипа AO . Найти скорости всех отмеченных на схеме точек и угловые скорости всех звеньев, если линейные размеры звеньев механизма $AC = 6$ см, $AB = 2$ см, $BO = 8$ см, $DB = 10$ см и скорость ползуна в данный момент $V_C = 4$ см/с.

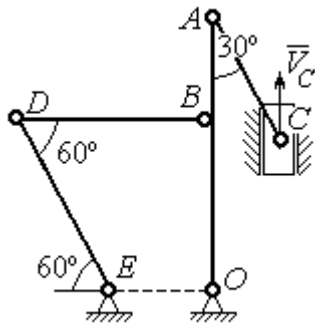


Рис. 2.11. Стержневой механизм

Решение

Кривошипы OA и ED совершают вращательные движения вокруг неподвижных центров. Скорости $\vec{V}_A$ и $\vec{V}_B$ точек A и B перпендикулярны кривоши-

пу OA , а скорость $\vec{V}_D$ точки D перпендикулярна кривошипу ED . Направления векторов скоростей точек показаны на рис. 2.12.

Шатун AC совершает плоскопараллельное движение. Его мгновенный центр скоростей P_1 находится как точка пересечения перпендикуляров к скоростям $\vec{V}_A$ и $\vec{V}_C$. Угловая скорость звена AC равна

$$\omega_{AC} = \frac{V_C}{P_1C} = \frac{V_C}{AC \cdot \sin 30^\circ} = \frac{4}{3} \text{ рад/с.}$$

Далее, по-

лагая, что точка A принадлежит шатуну AC , найдем её скорость:

$$V_A = \omega_{AC} \cdot P_1A = \frac{4}{3} AC \cdot \cos 30^\circ = 4\sqrt{3} \text{ см/с.}$$

Теперь, исходя из того, что точка A принадлежит как шатуну AC , так и кривошипу OA , найдём его угловую скорость: $\omega_{AO} = \frac{V_A}{AO} = 0,4\sqrt{3} \text{ рад/с.}$ Скорость точки B кривошипа $V_B = \omega_{AO} \cdot OB = 3,2\sqrt{3} \text{ см/с.}$

Шатун DB совершает плоскопараллельное движение. Зная направления скоростей точек B и D , построим мгновенный центр скоростей P_2 звена DB как точку пересечения перпендикуляров к скоростям $\vec{V}_B$ и $\vec{V}_D$ (см. рис. 2.12). Тогда, угловая скорость шатуна DB

$$\omega_{DB} = \frac{V_B}{P_2B} = \frac{3,2\sqrt{3}}{DB \cdot \operatorname{tg} 60^\circ} = 0,32 \text{ рад/с.}$$

Скорость

$$\text{точки } D \quad V_D = \omega_{DB} \cdot P_2D = 0,32 \frac{DB}{\sin 30^\circ} = 6,4 \text{ см/с.}$$

Угловая скорость кривошипа

$$DE \quad \omega_{DE} = \frac{V_D}{DE} = \frac{6,4}{(OB / \sin 60^\circ)} = 0,69 \text{ рад/с.}$$

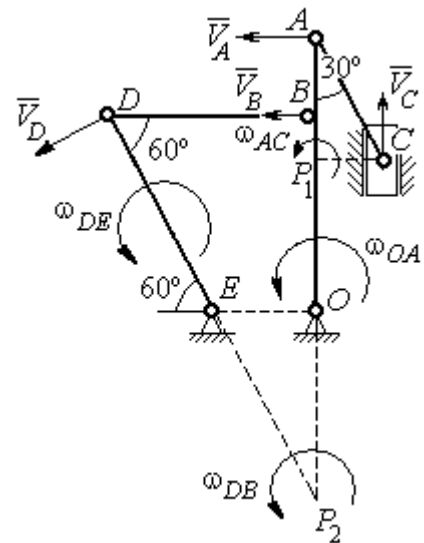
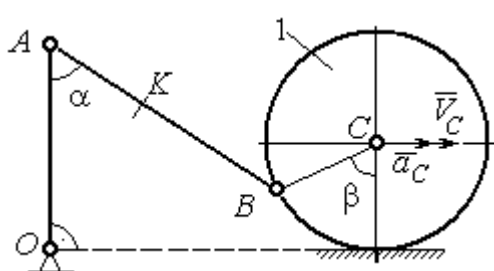
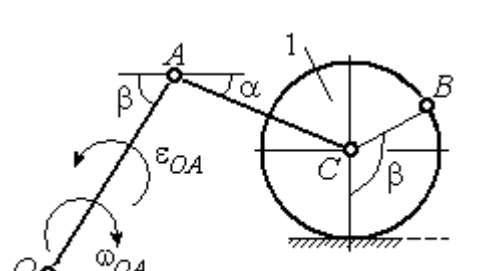


Рис. 2.12. Расчётная схема определения скоростей точек механизма и угловых скоростей его звеньев

2.6. Задание К3. Определение ускорений точек твёрдого тела при плоскопараллельном движении

Для заданного положения плоского механизма определить ускорения точек звеньев механизма и угловые ускорения звеньев. Варианты заданий и исходные данные приведены на рис. 2.13 – 2.15.

Варианты № 1, 11, 21								Варианты № 2, 12, 22							
 Найти: $a_A, a_K, \varepsilon_{AB}$								 Найти: $a_C, a_B, \varepsilon_{AC}$							
Номер вари- анта задания	AB, см	AK, см	α , град	β , град	R_1 , см	V_C , см/с	a_C , см/с ²	Номер вари- анта задания	R_1 , см	OA, см	AC, см	α , град	β , град	ω_{OA} , рад/с	ε_{OA} , рад/с ²
1	16	10	60	120	10	12	6	2	5	10	12	30	60	2	4
11	20	16	30	60	8	10	8	12	8	24	20	30	120	1	2
21	18	10	60	180	6	8	4	22	6	12	15	60	90	2	3

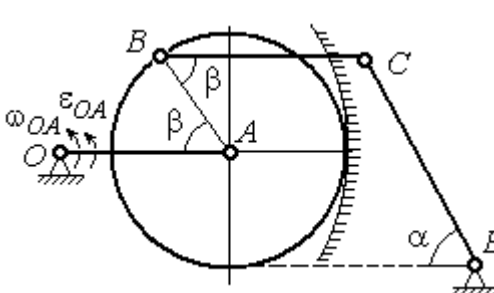
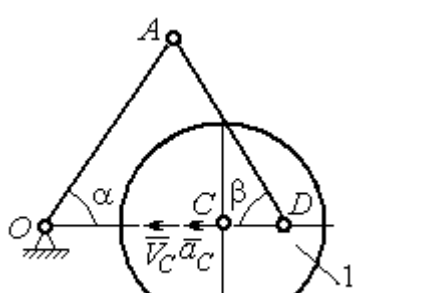
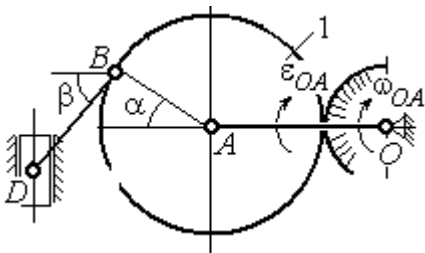
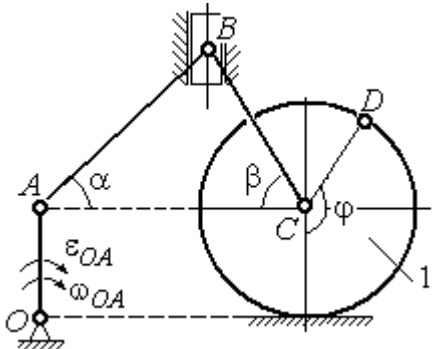
Варианты № 3, 13, 23								Варианты № 4, 14, 24							
 Найти: $a_C, a_B, \varepsilon_{BC}$								 Найти: $a_A, a_D, \varepsilon_{DA}$							
Номер вари- анта задания	BC, см	AO, см	α , град	β , град	R_1 , см	ω_{OA} , рад/с	ε_{OA} , рад/с ²	Номер вари- анта задания	R_1 , см	OA, см	DC, см	α , град	β , град	V_C , см/с	a_C , см/с ²
3	16	15	60	90	10	2	3	4	10	28	5,78	60	30	10	2
13	18	12	90	60	8	3	2	14	8	24	4,62	30	90	8	3
23	14	12	30	120	10	2	4	24	6	20	6	45	45	12	2

Рис. 2.13. Задание К3. Определение ускорений точек тела при плоскопараллельном движении. Номера вариантов задания 1 – 4, 11 – 14, 21 – 24

Варианты № 5, 15, 25								Варианты № 6, 16, 26							
 Найти: a_D, a_B, ϵ_{BD}								 Найти: a_B, a_D, ϵ_{BC}							
Номер вари- анта задания	OA , см	BD , см	α , град	β , град	R_1 , см	ω_{OA} , рад/с	ϵ_{OA} , рад/с ²	Номер вари- анта задания	R_1 , см	AB , см	φ , град	α , град	β , град	ω_{OA} , рад/с	ϵ_{OA} , рад/с ²
5	16	10	60	30	10	4	3	6	6	18	60	30	30	2	3
15	18	8	90	45	12	2	4	16	8	20	90	60	30	2	4
25	14	12	30	60	8	3	2	26	5	16	120	30	60	3	4

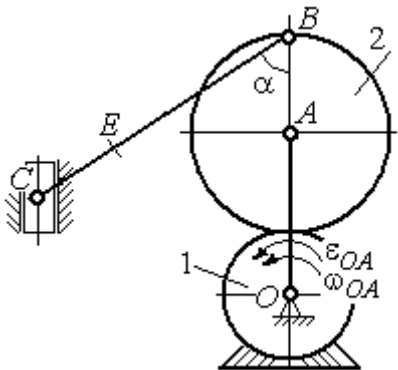
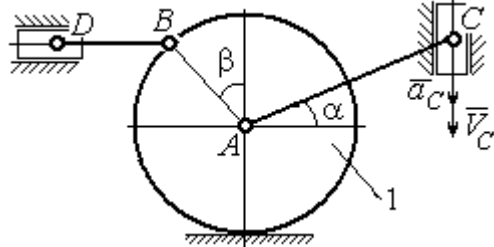
Варианты № 7, 17, 27								Варианты № 8, 18, 28							
 Найти: a_E, a_C, ϵ_{BC}								 Найти: a_D, a_B, ϵ_{BD}							
Номер вари- анта задания	BC , см	BE , см	α , град	R_1 , см	R_2 , см	ω_{OA} , рад/с	ϵ_{OA} , рад/с ²	Номер вари- анта задания	R_1 , см	BD , см	AC , см	α , град	β , град	V_C , см/с	a_C , см/с ²
7	22	10	60	2	10	2	3	8	4	5	12	60	60	12	5
17	28	15	30	3	6	3	4	18	6	10	16	45	90	10	8
27	20	8	45	4	8	2	2	28	8	8	16	30	120	8	6

Рис. 2.14. Задание КЗ. Определение ускорений точек тела при плоскопараллельном движении. Номера вариантов задания 5 – 8, 15 – 18, 25 – 28

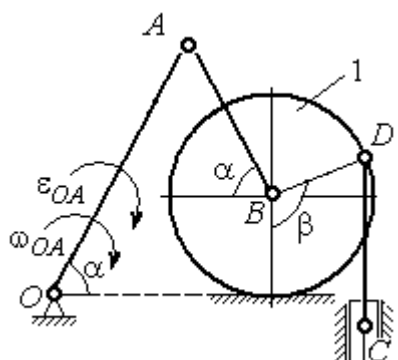
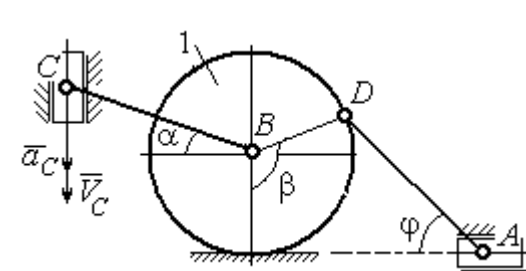
Варианты № 9, 19, 29								Варианты № 10, 20, 30							
 Найти: a_C, a_B, ϵ_{AB}								 Найти: a_A, a_B, ϵ_{CB}							
Номер вари- анта задания	OA , см	DC , см	α , град	β , град	R_1 , см	ω_{OA} , рад/ с	ϵ_{OA} , рад/с ²	Номер вари- анта задания	R_1 , см	BC , см	ϕ , град	α , град	β , град	V_C , см/с	a_C , см/с ²
9	18	10	30	120	4	2	3	10	6	14	60	30	120	15	3
19	20	12	60	60	6	3	4	20	5	18	45	60	90	10	5
29	18	8	60	90	4	2	3	30	4	16	30	45	60	12	4

Рис. 2.15. Задание К3. Определение ускорений точек тела при плоскопараллельном движении. Номера вариантов задания 9 – 10, 19 – 20, 29 – 30

Примеры решения задания К3. Определение ускорений точек тела при плоскопараллельном движении

Задача 1. Ступенчатый барабан 1 с радиусами ступенек $R = 0,5$ м и $r = 0,3$ м катится окружностью малой ступеньки по горизонтальной поверхности без скольжения (рис. 2.16). Барабан приводится в движение шатуном AC , один конец которого соединён с центром барабана в точке A , а другой – с ползуном C , перемещающимся вертикально.

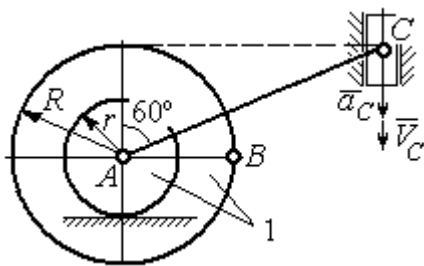


Рис. 2.16. Схема движения плоского механизма

В положении механизма, когда шатун AC отклонён от вертикали на угол 60° , найти ускорение точки B барабана, лежащей на его горизонтальном диаметре, если заданы скорость и ускорение ползуна C : $V_C = 9$ м/с, $a_C = 4$ м/с².

В положении механизма, когда шатун AC отклонён от вертикали на угол 60° , найти ускорение точки B барабана, лежащей на его горизонтальном диаметре, если заданы скорость и ускорение ползуна C : $V_C = 9$ м/с, $a_C = 4$ м/с².

Решение

Найдём угловые скорости ω_{AC} , ω_1 шатуна AC и барабана 1. Шатун совершает плоское движение. Его мгновенный центр скоростей P_2 находится на пересечении перпендикуляров к скоростям $\vec{V}_A$ и $\vec{V}_C$ (рис. 2.17). По условию, скорость точки C направлена вертикально вниз. Точка A принадлежит как шатуну AC , так и барабану 1. При качении барабана по горизонтальной поверхности скорость его центра – точки A параллельна поверхности качения барабана.

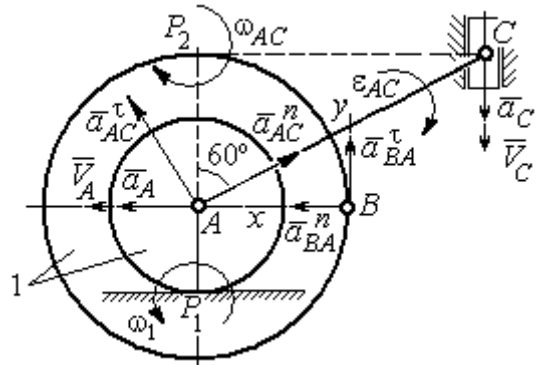


Рис. 2.17. Расчётная схема определения скоростей и ускорений точек механизма

Угловая скорость шатуна

$$\omega_{AC} = \frac{V_C}{CP_2} = \frac{9}{R \operatorname{tg} 60^\circ} = 6\sqrt{3} \text{ рад/с.}$$

Скорость точки A шатуна

$$V_A = \omega_{AC} \cdot AP_2 = 3\sqrt{3} \text{ м/с. Угловая скорость барабана 1 } \omega_1 = \frac{V_A}{AP_1} = 10\sqrt{3} \text{ рад/с.}$$

При расчёте угловой скорости барабана учтено, что качение барабана по неподвижной поверхности представляет собой плоское движение, при котором мгновенный центр скоростей находится в точке касания с поверхностью (в точке P_1 на рис. 2.17).

Выразим ускорение $\vec{a}_A$ точки A через полюс C на основании векторного равенства: $\vec{a}_A = \vec{a}_C + \vec{a}_{AC}^{\tau} + \vec{a}_{AC}^n$, где $\vec{a}_C$ – ускорение точки C , выбранной в качестве полюса; $\vec{a}_{AC}^{\tau}$, $\vec{a}_{AC}^n$ – касательная и нормальная составляющие ускорения точки A при вращении шатуна AC вокруг полюса C . Вектор нормального ускорения $\vec{a}_{AC}^n$ направлен вдоль шатуна AC от точки A к полюсу C и равен по величине $a_{AC}^n = \omega_{AC}^2 \cdot AC = (6\sqrt{3})^2 \cdot 2R = 108 \text{ м/с}^2$. Вектор касательного ускорения

$\vec{a}_{AC}^{\tau}$, модуль которого вычисляется по формуле $a_{AC}^{\tau} = \varepsilon_{AC} \cdot AC$, направлен перпендикулярно отрезку AC .

На данном этапе величина вектора касательного ускорения не может быть вычислена, поскольку угловое ускорение шатуна AC ε_{AC} неизвестно. На рис. 2.17 направление вектора касательного ускорения $\vec{a}_{AC}^{\tau}$ выбрано из предположения, что вращение шатуна ускоренное и направление углового ускорения совпадает с направлением его угловой скорости.

Направление вектора $\vec{a}_A$ ускорения точки A определяется из того, что центр барабана движется по прямой, параллельной горизонтальной поверхности качения. На рис. 2.17 направление вектора ускорения $\vec{a}_A$ выбрано из предположения, что качение барабана ускоренное.

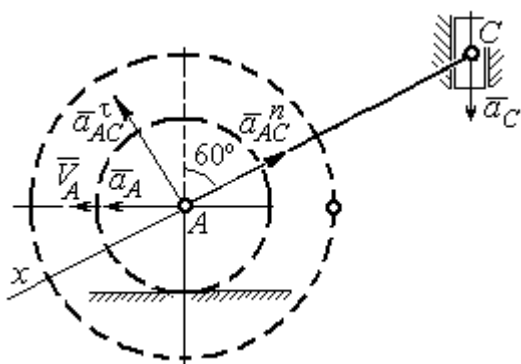


Рис. 2.18. Схема для определения ускорения центра барабана

Выберем ось x вдоль линии AC (рис. 2.18) и спроектируем векторное равенство $\vec{a}_A = \vec{a}_C + \vec{a}_{AC}^{\tau} + \vec{a}_{AC}^n$ на эту ось. При таком выборе оси проекция неизвестного ускорения $\vec{a}_{AC}^{\tau}$ обращается в нуль. Получим $a_A \cos 30^\circ = a_C \cos 60^\circ - a_{AC}^n$. Отсюда найдём ускорение центра барабана

$$a_A = \frac{1}{\cos 30^\circ} (a_C \cos 60^\circ - a_{AC}^n) = -122,4 \text{ м/с}^2. \text{ Отрицательное значение ускорения}$$

точки A означает, что на рис. 2.17, 2.18 вектор ускорения $\vec{a}_A$ должен иметь противоположное направление. Таким образом, вектор ускорения $\vec{a}_A$ направлен в сторону, противоположную вектору скорости $\vec{V}_A$, и движение барабана замедленное.

Для того чтобы найти ускорение точки B , выразим его через полюс A на основании векторного равенства $\vec{a}_B = \vec{a}_A + \vec{a}_{BA}^{\tau} + \vec{a}_{BA}^n$, где $\vec{a}_A$ – ускорение

точки A , выбранной в качестве полюса; $\vec{a}_{BA}^\tau$, $\vec{a}_{BA}^n$ – касательная и нормальная составляющие ускорения точки B при вращении барабана вокруг полюса A .

Модуль вектора нормального ускорения $\vec{a}_{BA}^n$ равен по величине $a_{BA}^n = \omega_1^2 \cdot BA = (10\sqrt{3})^2 \cdot R = 150 \text{ м/с}^2$. Вектор направлен вдоль радиуса барабана от точки B к полюсу A (см. рис. 2.17).

Модуль вектора касательного ускорения $\vec{a}_{BA}^\tau$ вычисляется по формуле $a_{BA}^\tau = \varepsilon_1 \cdot BA$, где ε_1 – угловое ускорение барабана. Значение углового ускорения катящегося барабана (в отличие от углового ускорения ε_{AC} шатуна AC) может быть найдено. Расчёт основан на том, что при движении барабана расстояние AP_1 от точки A до центра скоростей барабана P_1 остаётся постоянным, равным r . Тогда выражение $V_A = \omega_1 \cdot AP_1 = \omega_1 \cdot r$ для расчёта скорости точки A можно продифференцировать. Получим $\frac{dV_A}{dt} = \frac{d\omega_1}{dt} \cdot r$. Так как точка A движется по прямой, производная от скорости точки равна её полному ускорению, а производная от угловой скорости барабана равна его угловому ускорению. Тогда имеем: $a_A = \varepsilon_1 \cdot r$, откуда находим угловое ускорение $\varepsilon_1 = \frac{a_A}{r} = 40,8 \text{ рад/с}^2$, а затем и модуль вектора касательного ускорения $a_{BA}^\tau = \varepsilon_1 \cdot BA = 20,4 \text{ м/с}^2$.

Заметим, что для вычисления углового ускорения ε_{AC} шатуна AC подобные рассуждения неприменимы. Формулу $V_A = \omega_{AC} \cdot AP_2$ невозможно продифференцировать, так как при движении механизма расстояние AP_2 от точки A до центра скоростей P_2 шатуна AC является неизвестной функцией времени.

Выберем систему координат xBy как показано на рис. 2.17, и спроецируем на эти оси векторное равенство $\vec{a}_B = \vec{a}_A + \vec{a}_{BA}^\tau + \vec{a}_{BA}^n$. Полагая, что движение барабана ускоренное (т. е. вектора ускорений $\vec{a}_A$ и $\vec{a}_{BA}^\tau$ направлены, как показано на рис. 2.17), получим значения составляющих ускорения точки B :

$a_{Bx} = a_A + a_{BA}^n$, $a_{By} = a_{BA}^\tau$. Подставляя значения ускорений, найдём $a_{By} = 20,4 \text{ м/с}^2$, $a_{Bx} = -122,4 + 150 = 27,6 \text{ м/с}^2$. Вектор полного ускорения точки B направлен по диагонали прямоугольника, построенного на векторах $\vec{a}_{Bx}$, $\vec{a}_{By}$. Величина ускорения точки B : $a_B = \sqrt{a_{Bx}^2 + a_{By}^2} = 34,32 \text{ м/с}^2$.

Задача 2. В плоском механизме (рис. 2.19) кривошип OA вращается вокруг оси O с угловой скоростью ω_{OA} и угловым ускорением ε_{OA} . Диск 2, шарнирно присоединённый к кривошипу в точке A , катится без проскальзывания по неподвижному диску 1. Радиусы дисков R_1 и R_2 . На краю диска 2 в точке B шарнирно прикреплен стержень BC , соединенный с центром C диска 3. Радиус диска 3 равен радиусу диска 2:

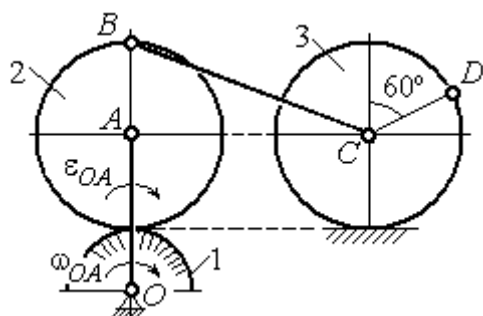


Рис. 2.19. Схема движения плоского механизма

Радиус диска 3 равен радиусу диска 2: $R_3 = R_2$. Диск 3 катится без скольжения по горизонтальной поверхности, по прямой. Для положения механизма, изображенного на рис. 2.19, определить ускорение точки D и угловое ускорение стержня BC , если $\omega_{OA} = 4 \text{ рад/с}$, $\varepsilon_{OA} = 2 \text{ рад/с}^2$, $R_1 = 4 \text{ см}$, $R_2 = 8 \text{ см}$. Длина стержня $BC = 20 \text{ см}$.

Решение

Определение угловых скоростей звеньев механизма.

Рассмотрим вращательное движение кривошипа OA . Скорость точки A : $V_A = \omega_{OA} \cdot OA = 48 \text{ см/с}$. Вектор скорости $\vec{V}_A$ направлен перпендикулярно кривошипу OA в сторону движения кривошипа (рис. 2.20).

При движении диска 2 точка P_2 соприкосновения второго диска с неподвижным первым является мгновенным центром скоростей диска 2. Угловая скорость диска 2: $\omega_2 = \frac{V_A}{AP_2} = \frac{48}{8} = 6 \text{ рад/с}$.

Скорость точки B диска 2: $V_B = \omega_2 BP_2 = 6 \cdot 16 = 96 \text{ см/с}$.

Для определения угловой скорости стержня BC заметим, что скорости двух точек стержня $\vec{V}_B$ и $\vec{V}_C$ параллельны, но точки B и C не лежат на общем перпендикуляре к скоростям. В этом случае мгновенный центр скоростей стержня BC отсутствует (бесконечно удалён), угловая скорость стержня равна нулю: $\omega_{BC} = 0$, а стержень совершает мгновенное поступательное движение. В результате имеем: $V_C = V_B = 96 \text{ см/с}$.

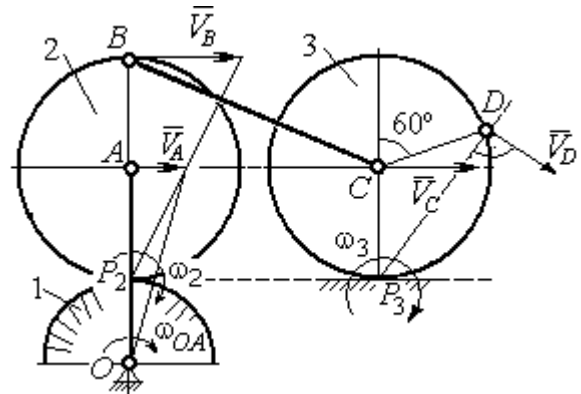


Рис. 2.20. Расчетная схема для определения угловых скоростей звеньев механизма

При качении диска 3 по неподвижной поверхности без проскальзывания точка P_3 касания его с поверхностью является мгновенным центром скоростей.

Тогда угловая скорость диска 3: $\omega_3 = \frac{V_C}{CP_3} = 12 \text{ рад/с}$. Скорость точки D диска 3:

$V_D = \omega_3 \cdot DP_3$. Величину DP_3 находим из треугольника P_3DC . В результате $DP_3 = 2R_3 \cos 30^\circ = 13,8 \text{ см}$ и $V_D = 165,6 \text{ см/с}$. Вектор скорости $\vec{V}_D$ направлен в сторону движения диска 3 перпендикулярно линии DP_3 и (см. рис. 2.20).

Определение ускорений точек механизма.

Представим ускорение $\vec{a}_C$ точки C векторной суммой $\vec{a}_C = \vec{a}_B + \vec{a}_{CB}^n + \vec{a}_{CB}^\tau$, где $\vec{a}_B$ – ускорение точки B , выбранной в качестве полюса; $\vec{a}_{CB}^n$, $\vec{a}_{CB}^\tau$ – нормальная и касательная составляющие ускорения точки C при вращении стержня BC вокруг полюса B , $a_{CB}^n = \omega_{CB}^2 \cdot CB$, $a_{CB}^\tau = \varepsilon_{CB} \cdot CB$.

Нормальная составляющая ускорения точки C $a_{CB}^n = 0$, так как стержень CB совершает мгновенное поступательное движение и $\omega_{BC} = 0$.

Направление касательной составляющей $\vec{a}_{CB}^\tau$ неизвестно, так как неизвестно направление углового ускорения стержня ε_{CB} . Для определённости выберем направление углового ускорения стержня BC в сторону против хода часовой стрелки. На рис. 2.21 это направление показано дуговой стрелкой ε_{CB} .

В соответствии с выбранным направлением углового ускорения вектор $\vec{a}_{CB}^\tau$ строится перпендикулярно линии стержня BC в сторону углового ускорения ε_{CB} (см. рис. 2.21).

Выразим ускорение точки B через полюс A : $\vec{a}_B = \vec{a}_A + \vec{a}_{BA}^n + \vec{a}_{BA}^\tau$, где

$\vec{a}_A$ – ускорение полюса A ; $\vec{a}_{BA}^n$, $\vec{a}_{BA}^\tau$ – нормальная и касательная составляющие ускорения точки B при вращении диска 2 вокруг полюса A . Величина нормальной составляющей ускорения точки B $a_{BA}^n = \omega_2^2 \cdot BA = 288 \text{ см/с}^2$. Вектор $\vec{a}_{BA}^n$ направлен вдоль радиуса BA от точки B к полюсу A (см. рис. 2.21). Касательное ускорение точки B при вращении диска 2 вокруг полюса A вычисляется по формуле $a_{BA}^\tau = \varepsilon_2 \cdot BA$. Для определения углового ускорения ε_2 диска 2 заметим, что во время движения диска 2 расстояние AP_2 остается постоянным, равным R_2 . Дифференцируя равенство $V_A = \omega_2 \cdot AP_2 = \omega_2 R_2$, получим:

$$\frac{dV_A}{dt} = \frac{d\omega_2}{dt} R_2, \text{ или } a_A^\tau = \varepsilon_2 R_2, \text{ откуда } \varepsilon_2 = \frac{a_A^\tau}{R_2}.$$

Для того чтобы найти величину a_A^τ , рассмотрим вращательное движение кривошипа OA вокруг неподвижной оси O . Ускорение точки A представляется в виде векторного равенства $\vec{a}_A = \vec{a}_A^n + \vec{a}_A^\tau$, где $\vec{a}_A^n$ и $\vec{a}_A^\tau$ – известные

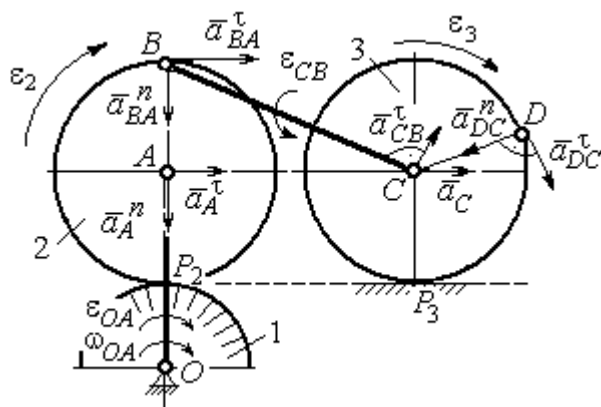


Рис. 2.21. Расчетная схема для определения ускорений точек механизма и угловых ускорений его звеньев

нормальная и касательная составляющие ускорения точки A кривошипа OA :
 $a_A^n = \omega_{OA}^2 \cdot OA = 192 \text{ см/с}^2$, $a_A^\tau = \varepsilon_{OA} \cdot OA = 24 \text{ см/с}^2$. Направления векторов нормального ускорения $\vec{a}_A^n$ и касательного ускорения $\vec{a}_A^\tau$ показаны на рис. 2.21.

Теперь найдём величину углового ускорения диска 2 и модуль касательного ускорения a_{BA}^τ точки B при вращении диска 2 вокруг полюса A : $\varepsilon_2 = \frac{a_A^\tau}{R_2} = 3 \text{ рад/с}^2$, $a_{BA}^\tau = \varepsilon_2 \cdot BA = 24 \text{ см/с}^2$.

Для определения ускорения точки C имеем векторное равенство $\vec{a}_C = \vec{a}_A^n + \vec{a}_A^\tau + \vec{a}_{BA}^n + \vec{a}_{BA}^\tau + \vec{a}_{CB}^\tau$. Выберем оси Cx , Cy , как показано на рис. 2.22, – вдоль отрезка BC и перпендикулярно ему и спроецируем на них имеющееся векторное равенство. Получим:

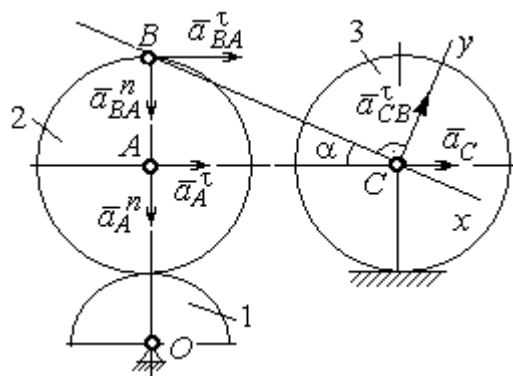


Рис. 2.22. Расчетная схема для вычисления ускорения точки C

$$a_C \cos \alpha = a_A^n \sin \alpha + a_A^\tau \cos \alpha + a_{BA}^n \sin \alpha + a_{BA}^\tau \cos \alpha;$$

$$a_C \sin \alpha = a_A^n \cos \alpha + a_A^\tau \sin \alpha + a_{BA}^n \cos \alpha + a_{BA}^\tau \sin \alpha + a_{CB}^\tau,$$

где α – угол между стержнем BC и линией центров AC ; $\sin \alpha = \frac{AB}{BC} = 0,4$;

$\cos \alpha = 0,92$. Решая систему, найдём: $a_C = 256,7 \text{ см/с}^2$, $a_{CB}^\tau = -358,12 \text{ см/с}^2$.

Модуль углового ускорения стержня BC : $\varepsilon_{CB} = \frac{|a_{CB}^\tau|}{BC} = 17,9 \text{ рад/с}^2$.

Знак «минус» величины a_{CB}^τ означает, что вектор касательного ускорения $\vec{a}_{CB}^\tau$ на рис. 2.21 – 2.22 следует направить в противоположную сторону. Направление углового ускорения стержня BC , показанное на рис. 2.21 дуговой стрелкой ε_{CB} , также следует заменить на противоположное.

Выразим ускорение точки D через полюс C : $\vec{a}_D = \vec{a}_C + \vec{a}_{DC}^n + \vec{a}_{DC}^\tau$, где $\vec{a}_C$ – известное ускорение точки C ; $\vec{a}_{DC}^n$, $\vec{a}_{DC}^\tau$ – нормальное и касательное составляющие ускорения точки D при вращении диска 3 вокруг полюса C . Величина нормального ускорения точки D : $a_{DC}^n = \omega_3^2 \cdot DC = 1152 \text{ см/с}^2$. Вектор ускорения $\vec{a}_{DC}^n$ направлен по радиусу от точки D к полюсу C (рис. 2.23).

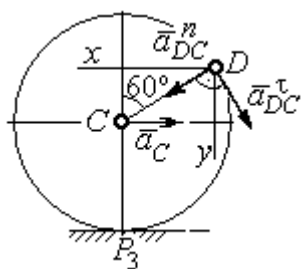


Рис.2.23. Расчетная схема для определения ускорения точки D

Для расчёта касательной составляющей a_{DC}^τ ускорения точки D найдём угловое ускорение диска 3. Продифференцируем по времени равенство

$$V_C = \omega_3 \cdot CP_3 = \omega_3 R_3. \quad \text{Получим:}$$

$$\frac{dV_C}{dt} = \frac{d\omega_3}{dt} R_3, \text{ или } a_C = \epsilon_3 R_3. \text{ Угловое ускорение}$$

$$\text{диска 3: } \epsilon_3 = \frac{a_C}{R_3} = 32,09 \text{ рад/с}^2. \text{ Тогда величина}$$

касательной составляющей ускорения точки D : $a_{DC}^\tau = \epsilon_3 \cdot DC = 256,7 \text{ см/с}^2$.

Направление вектора $\vec{a}_{DC}^\tau$ соответствует ускоренному движению диска 3.

Проведём оси Dx и Dy , как показано на рис. 2.23, и спроецируем векторное равенство ускорения точки D на оси:

$$a_{Dx} = -a_C + a_{DC}^n \cos 30^\circ - a_{DC}^\tau \cos 60^\circ, \quad a_{Dy} = a_{DC}^n \cos 60^\circ + a_{DC}^\tau \cos 30^\circ.$$

Решая систему, находим значения проекций модуля ускорения $a_{Dx} = 612,5 \text{ см/с}^2$, $a_{Dy} = 798,3 \text{ см/с}^2$. Величина ускорения точки D :

$$a_D = \sqrt{a_{Dx}^2 + a_{Dy}^2} = 1006,2 \text{ см/с}^2.$$

3. СЛОЖНОЕ ДВИЖЕНИЕ ТОЧКИ

3.1. Основные понятия сложного движения точки

В неподвижной системе координат рассматривается подвижное твердое тело и точка, перемещающаяся относительно тела.

Траектория точки в её движении относительно тела называется **относительной траекторией**. Скорость точки в этом движении называют **относительной скоростью**, ускорение – **относительным ускорением**.

Траектория точки, перемещающейся вместе с телом, называется переносной траекторией точки, скорость точки при таком её движении – **переносной скоростью**, а ускорение – **переносным ускорением**.

Суммарное движение точки вместе с телом и относительно тела называется **сложным движением**. Траектория точки относительно неподвижной системы координат называется **абсолютной траекторией точки**, скорость и ускорение – **абсолютной скоростью и абсолютным ускорением**.

При вычислении абсолютной скорости используется теорема о сложении скоростей: **при сложном движении абсолютная скорость точки равна геометрической сумме относительной и переносной скоростей**: $\vec{V} = \vec{V}_e + \vec{V}_r$, где $\vec{V}$, $\vec{V}_e$, $\vec{V}_r$ – вектора абсолютной, переносной и относительной скоростей точки.

В случае, когда относительное движение точки задается естественным способом в виде закона изменения пути $S = S(t)$, величина относительной скорости точки равна модулю производной: $V_r = |\dot{S}_r|$. Если переносное движение точки есть вращение тела вокруг неподвижной оси, скорость точки в переносном движении будет: $V_e = \omega_e h_e$, где ω_e – величина угловой скорости вращения тела; h_e – кратчайшее расстояние от места положения точки на теле до оси вращения тела.

При вычислении абсолютного ускорения используется теорема Кориолиса о сложении ускорений: **при сложном движении абсолютное ускорение точки равно геометрической сумме трех ускорений – относительного, переносного и ускорения Кориолиса**

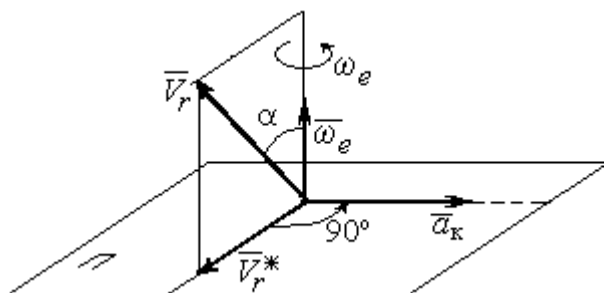


Рис. 3.1. Определение направления ускорения Кориолиса по правилу Жуковского

реносного и ускорения Кориолиса

$\vec{a} = \vec{a}_e + \vec{a}_r + \vec{a}_k$, где $\vec{a}$ – вектор абсолютного ускорения точки; $\vec{a}_e, \vec{a}_r$ – вектора соответственно переносного и относительного ускорений точки; $\vec{a}_k$ – вектор ускорения Кориолиса. (Иногда его называют поворотным ускорением.)

Вектор ускорения Кориолиса определяется векторным произведением $\vec{a}_k = 2(\vec{\omega}_e \times \vec{V}_r)$, где $\vec{\omega}_e$ – вектор угловой скорости переносного движения; $\vec{V}_r$ – вектор относительной скорости точки. Модуль ускорения Кориолиса: $|\vec{a}_k| = 2|\vec{\omega}_e| \cdot |\vec{V}_r| \sin \alpha$, где α – угол между вектором угловой скорости переносного движения и вектором относительной скорости точки (см. рис. 3.1). Направление вектора ускорения Кориолиса может быть получено по правилу построения вектора векторного произведения.

На рис. 3.1 показана последовательность выбора направления вектора ускорения Кориолиса по правилу Н. Е. Жуковского. Правило состоит в следующем: пусть имеется точка, движущаяся с относительной скоростью $\vec{V}_r$. Построим плоскость П, перпендикулярную вектору переносной угловой скорости $\vec{\omega}_e$, и спроецируем вектор $\vec{V}_r$ на эту плоскость. Проекцию обозначим $\vec{V}_r^*$ (см. рис. 3.1). Чтобы получить направление ускорения Кориолиса, следует вектор проекции относительной скорости $\vec{V}_r^*$ повернуть на 90° в плоскости П вокруг оси переносного вращения в направлении этого вращения.

Если сложное движение точки происходит в плоскости, перпендикулярной оси переносного вращения, направление ускорения Кориолиса можно получить простым поворотом вектора относительной скорости на угол 90° вокруг оси переносного вращения в направлении этого вращения.

Относительное ускорение $\vec{a}_r$ представляется как сумма векторов относительного касательного $\vec{a}_r^\tau$ и относительного нормального $\vec{a}_r^n$ ускорений: $\vec{a}_r = \vec{a}_r^\tau + \vec{a}_r^n$. Переносное ускорение точки $\vec{a}_e$ тела имеет своими составляющими переносное касательное $\vec{a}_e^\tau$ и переносное нормальное $\vec{a}_e^n$ ускорения так, что $\vec{a}_e = \vec{a}_e^\tau + \vec{a}_e^n$.

Таким образом, абсолютное ускорение точки в сложном движении можно представить в виде векторного равенства

$$\vec{a} = \vec{a}_r^\tau + \vec{a}_r^n + \vec{a}_e^\tau + \vec{a}_e^n + \vec{a}_k.$$

Модули относительного касательного и относительного нормального ускорений при естественном способе задания относительного движения точки

равны: $a_r^\tau = |\dot{V}_r|$, $a_r^n = \frac{V_r^2}{\rho}$, где ρ – радиус кривизны относительной траекто-

рии. При движении точки по окружности радиус кривизны равен радиусу окружности, при движении по прямой – бесконечности, и в этом случае $a_r^n = 0$.

При вращательном переносном движении точки значения переносного касательного и нормального ускорений вычисляются по формулам: $a_e^\tau = \varepsilon_e h_e$, $a_e^n = \omega_e^2 h_e$, где ε_e – угловое ускорение вращательного переносного движения, $\varepsilon_e = |\dot{\omega}_e|$; h_e – расстояние от точки до оси вращения тела; ω_e – величина угловой скорости вращения тела.

Вектора ускорений строятся по общим правилам построения векторов нормального и касательного ускорений.

При поступательном переносном движении ускорение Кориолиса и переносное нормальное ускорение равны нулю: $a_k = 0$, $a_e^n = 0$. Абсолютное ускорение точки при поступательном переносном движении можно представить в виде векторного равенства $\vec{a} = \vec{a}_r^\tau + \vec{a}_r^n + \vec{a}_e^\tau$.

3.2. Задание К4. Определение скорости и ускорения точки при сложном движении

Задание включает две задачи с вращательным и поступательным видами переносного движения точки.

Задача 1. Вращение тела относительно неподвижной оси задается законом изменения угла поворота: $\varphi_e = \varphi_e(t)$ или законом изменения его угловой скорости: $\omega_e = \omega_e(t)$. Движение точки относительно тела отсчитывается от её начального положения в точке C и задается законом изменения длины дуги окружности или отрезка прямой линии: $CM = S_r = S_r(t)$.

Определить абсолютные скорость и ускорение точки в заданный момент времени t_1 .

Задача 2. Поступательное движение тела, несущего точку, задается законом изменения координаты $x_e = x_e(t)$. Движение точки относительно тела отсчитывается от её начального положения в точке C и задается законом изменения длины дуги окружности или отрезка прямой линии: $CM = y_r = y_r(t)$.

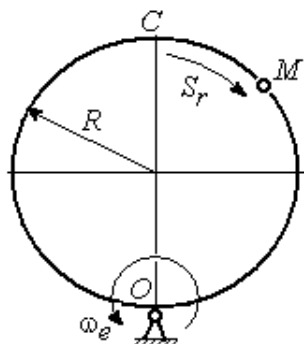
Определить абсолютные скорость и ускорение точки в момент времени t_2 , который либо задаётся в исходных данных задачи, либо на схеме описаны условия, из которых он находится.

Номера вариантов заданий даны на рис. 3.2 – 3.5.

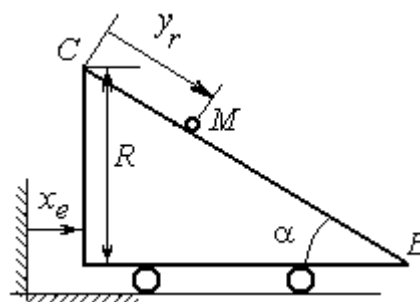
Варианты исходных данных приведены в табл. 3.1.

Варианты № 1, 11, 21

Задача 1



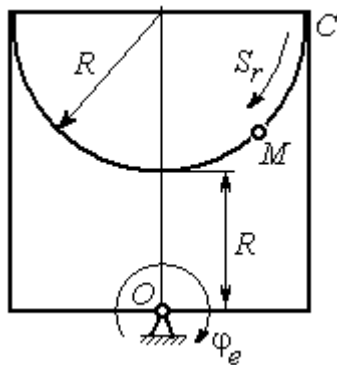
Задача 2



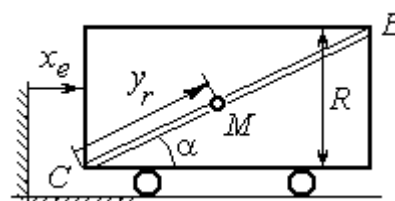
В момент $t = t_2$ точка M прошла половину пути CB

Варианты № 2, 12, 22

Задача 1



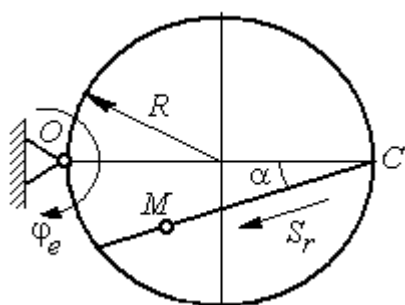
Задача 2



В момент $t = t_2$ точка M прошла $2/3$ пути CB

Варианты № 3, 13, 23

Задача 1



Задача 2

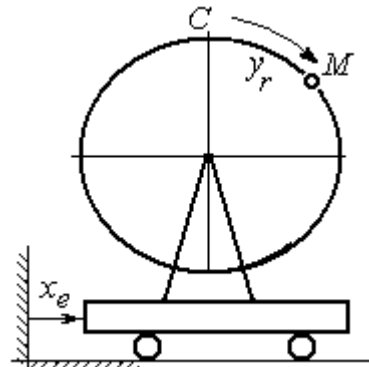


Рис. 3.2. Задание К4. Сложное движение точки.
Номера вариантов задания 1 – 3, 11 – 13, 21 – 23

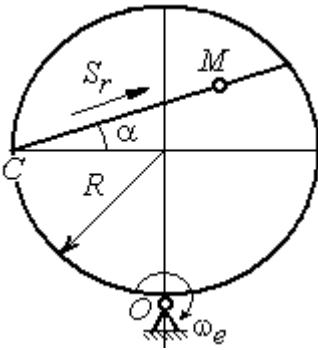
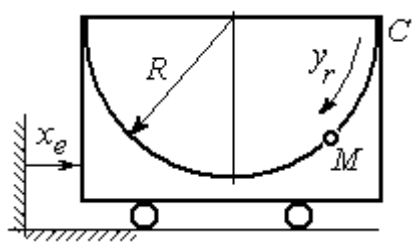
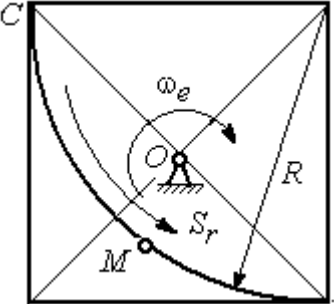
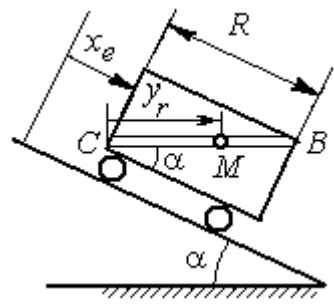
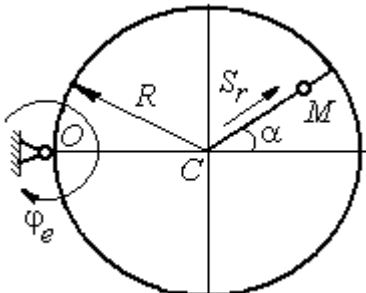
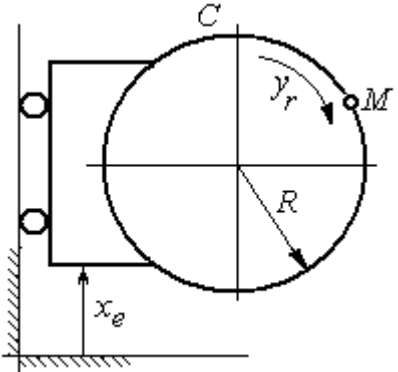
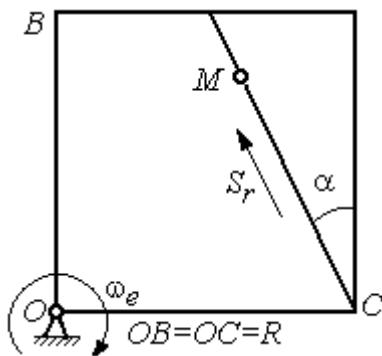
Варианты № 4, 14, 24	
Задача 1 	Задача 2 
Варианты № 5, 15, 25	
Задача 1 	Задача 2  В момент $t = t_2$ точка M прошла путь CB
Варианты № 6, 16, 26	
Задача 1 	Задача 2 

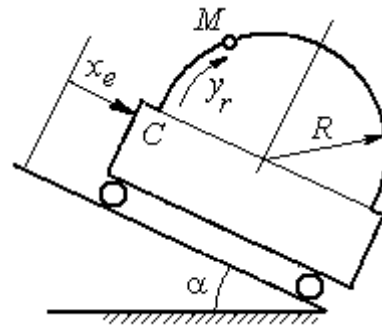
Рис. 3.3. Задание K4. Сложное движение точки.
Номера вариантов задания 4 – 6, 14 – 16, 24 – 26

Варианты № 7, 17, 27

Задача 1

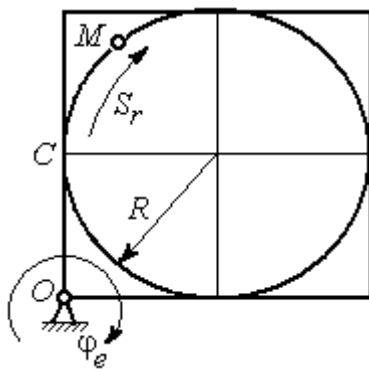


Задача 2

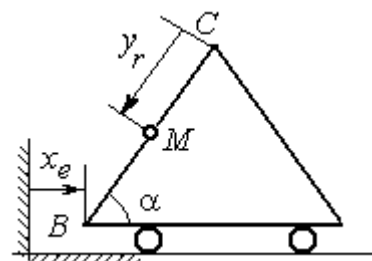


Варианты № 8, 18, 28

Задача 1



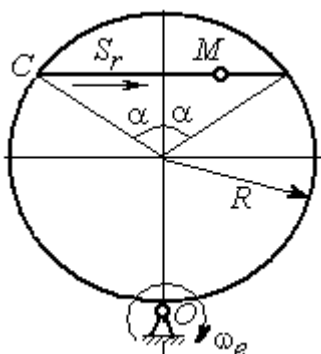
Задача 2



В момент $t = t_2$ точка M прошла половину пути $CB = R$

Варианты № 9, 19, 29

Задача 1



Задача 2

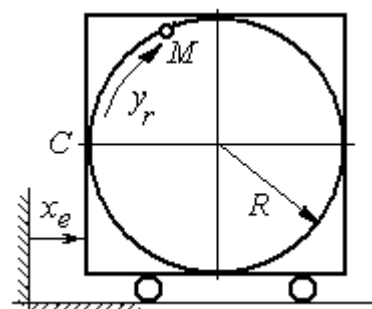


Рис. 3.4. Задание К4. Сложное движение точки.
Номера вариантов задания 7 – 9, 17 – 19, 27 – 29

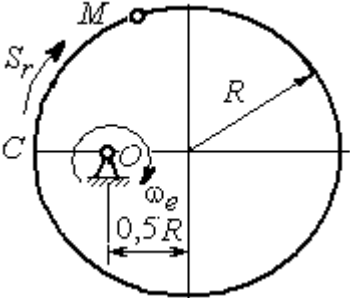
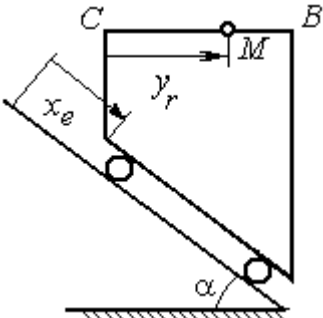
Варианты № 10, 20, 30	
Задача 1 	Задача 2  В момент $t = t_2$ точка M прошла половину пути $CB = R$

Рис. 3.5. Задание К4. Сложное движение точки.
Номера вариантов задания 10, 20, 30

Таблица 3.1

Исходные данные для заданий по сложному движению точки

Номер варианта задания	Номер задачи	R , см	α , град	$\vec{CM} = S_r(t)$, см $\vec{CM} = y_r(t)$, см	$\varphi_e(t)$, рад; $\omega_e(t)$, рад/с $x_e(t)$, см	t_1 , с t_2 , с
1	1	3	—	$S_r = 2\pi \sin(\pi t/6)$	$\omega_e = 4t^2$	1
	2	4	30	$y_r = 4t^2$	$x_e = 2\cos(\pi t/6)$	—
2	1	2	—	$S_r = 4\pi \sin^2(\pi t/6)$	$\varphi_e = 6\cos(\pi t/3)$	1
	2	3	60	$y_r = t^2 + t$	$x_e = 1 + \cos(\pi t)$	—
3	1	4	30	$S_r = 2\sqrt{3}[t + \sin(\pi t/2)]$	$\varphi_e = 4t - t^2$	1
	2	6	—	$y_r = \pi[2t + \sin \pi t]$	$x_e = 5t - t^2$	1
4	1	4	60	$S_r = 2(t^3 + t)$	$\omega_e = 6\cos(\pi t/6)$	1
	2	3	—	$y_r = \pi[2t + \cos(\pi t/2)]$	$x_e = t^3 - 4t$	1
5	1	6	—	$S_r = 4\pi \sin^2(\pi t/6)$	$\omega_e = 6\cos(\pi t/3)$	1
	2	2	30	$y_r = t^2 + 2t$	$x_e = t^2 - 4t$	—
6	1	6	60	$S_r = t + 10\sin(\pi t/6)$	$\varphi_e = 2t^2 - 5t$	1
	2	3	—	$y_r = 4\pi \sin(\pi t/6)$	$x_e = [1 - \cos(\pi t/4)]$	1
7	1	8	30	$S_r = 2(t^3 + 3t)$	$\omega_e = 6\cos(\pi t/6)$	1
	2	4	30	$y_r = 2\pi t^2$	$x_e = t^3 - 5t$	1

Продолжение табл. 3.1

Номер варианта задания	Номер задачи	R , см	α , град	$\bar{CM} = S_r(t)$, см $\bar{CM} = y_r(t)$, см	$\varphi_e(t)$, рад; $\omega_e(t)$, рад/с $x_e(t)$, см	t_1 , с t_2 , с
8	1	8	—	$S_r = 2\pi[t^2 + \sin\pi t]$	$\varphi_e = t^2 - 5t$	2
	2	6	30	$y_r = t(t+1)$	$x_e = \cos\pi t$	—
9	1	8	30	$S_r = 2t^2$	$\omega_e = \cos(\pi t/8)$	2
	2	3	—	$y_r = 4\pi\sin^2(\pi t/4)$	$x_e = (3-2t)^2$	1
10	1	6	—	$S_r = \pi(2t^3 + \sin\pi t)$	$\omega_e = 5t - 2t^3$	1
	2	4	30	$y_r = t^2 + 2t$	$x_e = 1 + \cos\pi t$	—
11	1	6	—	$S_r = 8\pi\sin(\pi t/12)$	$\omega_e = 2 + \cos(\pi t/4)$	2
	2	6	60	$y_r = 4\sin\pi t$	$x_e = t^2 - 2t$	—
12	1	18	—	$S_r = \pi(2t^2 + 2t)$	$\varphi_e(t) = 3t - t^2$	2
	2	6	30	$y_r = 2t^2 + t$	$x_e = 1 + \cos(\pi t)$	—
13	1	10	60	$S_r = t^3 + t$	$\varphi_e = 6\cos(\pi t/6)$	2
	2	6	—	$y_r = 6\pi\cos(\pi t/3)$	$x_e = t(t+1)$	1
14	1	4	30	$S_r = 8\sqrt{3}\sin(\pi t/12)$	$\omega_e = (3-2t)^2$	2
	2	3	—	$y_r = 2\pi\sin(\pi t/6)$	$x_e = 2t^2 - 5t$	1
15	1	8	—	$S_r = 4\pi\sin^2(\pi t/4)$	$\omega_e = 2 + \cos(\pi t/4)$	1
	2	5	60	$y_r = 5t + t^2$	$x_e = \cos(\pi t/6)$	—
16	1	12	90	$S_r = 3[t + \sin(\pi t/2)]$	$\varphi_e = 2t - 3t^2$	1
	2	15	—	$y_r = \pi(4t + t^2)$	$x_e = 6\sin(\pi t/3)$	1
17	1	6	45	$S_r = 3\sqrt{2}[t^2 + 2\sin\pi t]$	$\omega_e(t) = 4t^2 - 6$	1
	2	6	60	$y_r = 8\pi\sin(\pi t/12)$	$x_e = \sqrt{2}\sin(\pi t/8)$	2
18	1	8	—	$S_r = 4\pi\sqrt{2}\sin(\pi t/8)$	$\varphi_e = 18t - 4t^2$	2
	2	8	60	$y_r = 3t + 2t^2$	$x_e = \sin\pi t$	—
19	1	8	60	$S_r = 2\sqrt{3}[t + \sin(\pi t/2)]$	$\omega_e = 5t - t^2$	1
	2	9	—	$y_r = 6\pi\cos(\pi t/3)$	$x_e = \cos(\pi t/6)$	1
20	1	4	—	$S_r = 4\pi\sin(\pi t/6)$	$\omega_e = 3t - 5$	1
	2	6	60	$y_r = 3t + 2t^2$	$x_e = \pi\sin\pi t$	—
21	1	3	—	$S_r = 4\pi\sqrt{2}\sin(\pi t/8)$	$\omega_e = 6t - 14$	2
	2	8	45	$y_r = (t^2 + 3t)$	$x_e = t + 2\sin\pi t$	—

Номер варианта задания	Номер задачи	R , см	α , град	$\vec{CM} = S_r(t)$, см $\vec{CM} = y_r(t)$, см	$\varphi_e(t)$, рад; $\omega_e(t)$, рад/с $x_e(t)$, см	t_1 , с t_2 , с
22	1	4	—	$S_r = 2\pi(t^2 + 2t)$	$\varphi_e = 6\cos(\pi t/6)$	1
	2	9	60	$y_r = 8\sin\pi t$	$x_e = 5t - t^2$	—
23	1	6	45	$S_r = 12\sin(\pi t/8)$	$\varphi_e = t^2 + \cos(\pi t/4)$	2
	2	6	—	$y_r = 6\pi[t + \sin(\pi t/6)]$	$x_e = 5t - t^2$	1
24	1	6	45	$S_r = 12\sin(\pi t/8)$	$\omega_e = t + 4\cos(\pi t/4)$	2
	2	6	—	$y_r = \pi(t^2 + 2t)$	$x_e = 6\cos(\pi t/6)$	1
25	1	6	—	$S_r = 2\pi t^2$	$\omega_e = 3\sin(\pi t/3)$	1
	2	4	45	$y_r = 2t(t + 3t)$	$x_e = 2(t^3 - 3t)$	—
26	1	6	120	$S_r = t^2 + t$	$\varphi_e = 12\cos(\pi t/12)$	2
	2	9	—	$y_r = \pi\sqrt{3}\sin(\pi t/3)$	$x_e = 2(t^2 - 3t)$	1
27	1	10	60	$S_r = \sqrt{3}(t^2 + t)$	$\omega_e = 6\cos(\pi t/6)$	2
	2	9	30	$y_r = \sqrt{3}\pi\sin(\pi t/3)$	$x_e = t + 4\cos(\pi t/4)$	1
28	1	2	—	$S_r = 6\pi\sin(\pi t/6)$	$\varphi_e = 2t + \cos(\pi t/2)$	1
	2	6		$y_r = 2t + 3t^2$	$x_e = t + \sin\pi t$	—
29	1	8	30	$S_r = (t^2 + 2t)$	$\omega_e = 6\sin(\pi t/12)$	2
	2	3	—	$y_r = 2\pi\sqrt{3}\sin(\pi t/3)$	$x_e = 5t - t^2$	1
30	1	2	—	$\pi(t^2 + 2t)$	$\omega_e(t) = 6\cos(\pi t/6)$	1
	2	3	60	$y_r = t + t^2$	$x_e = t + \sin\pi t$	—

Пример выполнения задания К4. Сложное движение точки

Задача 1. Фигура, состоящая из половины диска и равнобедренного тре-

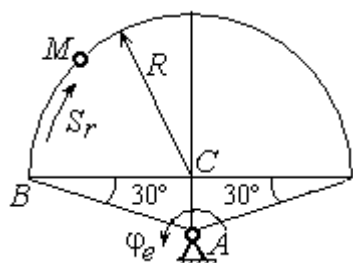


Рис. 3.6. Схема сложного движения точки

угольника (рис. 3.6), вращается вокруг оси, перпендикулярной плоскости фигуры и проходящей через вершину A треугольника. Вращательное движение задается законом изменения угла поворота фигуры $\varphi_e = 5t - 2t^2$ рад.

Положительное направление вращения отмечено на схеме дуговой стрелкой φ_e . По ободу диска от точки B движется точка M . Движение точки относительно диска задается законом изменения длины дуги окружности: $\overset{\curvearrowright}{BM} = S_r = 9\pi t^2$ см. Положительное направление движения точки M на рис. 3.6 показано дуговой стрелкой S_r . Радиус диска $R = 9$ см.

Найти абсолютную скорость и абсолютное ускорение точки M в момент времени $t_1 = 1$ с.

Решение

Вращение фигуры будет для точки M переносным движением. Относительное движение точки M – её движение по окружности обода диска.

Для определения **положения точки M** на ободу диска вычислим расстояние, которое она прошла на заданный момент времени. Длина дуги окружности, пройденной точкой за 1 с: $S_r(1) = 9\pi$ см. Положение точки M определяется **центральным углом**

$\alpha = \frac{S_r(1)}{R} = \frac{9\pi}{9} = \pi$. Положение точки в момент времени $t_1 = 1$ с отмечено на рис. 3.7 точкой M_1 .

Для определения **скорости переносного движения** точки вычисляем значение производной: $\dot{\varphi}_e = 5 - 4t$. Угловая скорость вращения фигуры: $\omega_e = |\dot{\varphi}_e|$. При $t_1 = 1$ с $\dot{\varphi}_e(1) = 1$ рад/с. Положительная величина производной $\dot{\varphi}_e(1)$ показывает, что вращение фигуры в данный момент происходит в положительном направлении, что отмечено дуговой стрелкой ω_e на рис. 3.7.

В момент времени $t_1 = 1$ с точка M находится в положении M_1 . Скорость V_e переносного движения точки в момент времени $t_1 = 1$ с $V_e(1) = \omega_e(1)h_e$, где

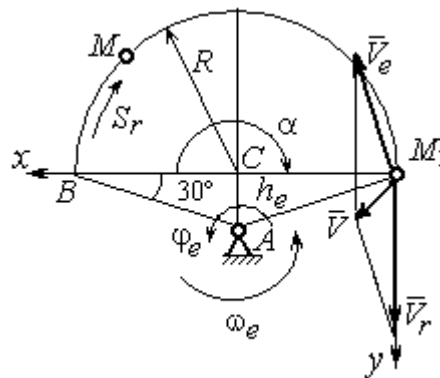


Рис. 3.7. Расчетная схема для вычисления абсолютной скорости точки при сложном движении

расстояние от точки M_1 до оси вращения фигуры $h_e = AM_1 = \frac{R}{\cos 30^\circ} = 6\sqrt{3}$ см.

Тогда $V_e(1) = 6\sqrt{3}$ см/с.

Вектор скорости переносного движения точки $\vec{V}_e$ перпендикулярен линии AM_1 и направлен в сторону вращения фигуры (см. рис. 3.7).

Относительное движение точки задано естественным способом, как закон изменения длины дуги BM . В этом случае **скорость относительного движения** точки $V_r = |\dot{S}_r| = |18\pi t|$. При $t_1 = 1$ с $V_r(1) = |\dot{S}_r(1)| = 18\pi = 56,5$ см/с. Положительное значение производной $\dot{S}_r(1)$ указывает, что относительное движение точки в положении M_1 происходит в положительном направлении, указанном на рис. 3.7 дуговой стрелкой S_r . Вектор $\vec{V}_r$ относительной скорости точки в положении M_1 направлен по касательной к траектории относительного движения в сторону положительного направления движения (см. рис. 3.7).

Абсолютную скорость точки находим по теореме сложения скоростей $\vec{V} = \vec{V}_e + \vec{V}_r$. Направление вектора абсолютной скорости, полученное по правилу сложения векторов, показано на рис. 3.5. Для определения величины абсолютной скорости выбираем прямоугольные оси координат $M_1|x y$ (см. рис. 3.7) и проецируем обе части векторного равенства теоремы сложения скоростей на эти оси. Получим:

$$V_x = V_e \cos 60^\circ = 3\sqrt{3} = 5,2 \text{ см/с};$$

$$V_y = -V_e \cos 30^\circ + V_r = -6\sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + 56,5 = 29,5 \text{ см/с}.$$

Модуль абсолютной скорости: $V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2} = \sqrt{5,2^2 + 29,5^2} = 29,95 \text{ см/с}.$

Абсолютное ускорение точки определяем по теореме Кориолиса, которая при вращательном переносном движении имеет вид:

$$\vec{a} = \vec{a}_r^\tau + \vec{a}_r^n + \vec{a}_e^\tau + \vec{a}_e^n + \vec{a}_k.$$

Относительное касательное ускорение a_r^τ вычисляется по формуле: $a_r^\tau = |\ddot{S}_r|$. По условию задачи вторая производная $\ddot{S}_r = 18\pi = 56,5 \text{ см/с}^2$ – постоянная величина. Так как значение второй производной $\ddot{S}_r$ положительно, вектор ускорения $\vec{a}_r^\tau$ направлен по касательной к траектории относительного движения в точке M_1 в сторону положительного направления относительного движения, отмеченного дуговой стрелкой S_r .

Относительное нормальное ускорение точки вычисляется по формуле

$$a_r^n = \frac{V_r^2}{R} \text{ и в момент } t_1 = 1 \text{ с равно:}$$

$$a_r^n(1) = \frac{V_r^2(1)}{R} = \frac{(18\pi)^2}{9} = 355,3 \text{ см/с}^2. \text{ Вектор}$$

ускорения $\vec{a}_r^n$ направлен по радиусу диска к центру C (см. рис. 3.8).

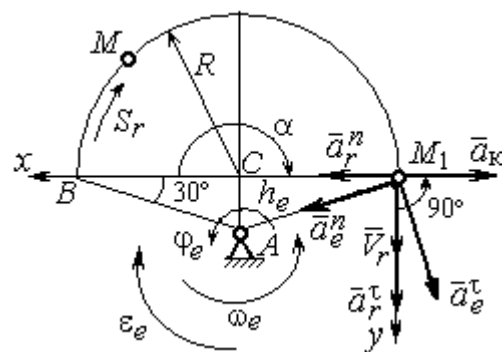


Рис. 3.8. Расчетная схема для определения абсолютного ускорения точки

Переносное касательное ускорение вычисляется по формуле: $a_e^\tau = \varepsilon_e h_e$, где угловое ускорение $\varepsilon_e = |\ddot{\phi}_e|$. Вычислим производную $\ddot{\phi}_e = -4 \text{ рад/с}^2$. Угловое ускорение $\varepsilon_e = |\ddot{\phi}_e| = 4 \text{ рад/с}^2$ постоянно и не зависит от времени.

Отрицательное значение производной $\ddot{\phi}_e < 0$ при условии, что расчетная величина угловой скорости положительна: $\dot{\phi}_e > 0$, означает, что вращательное движение замедленное и переносное угловое ускорение ε_e направлено в сторону, противоположную направлению вращения.

Вектор $\vec{a}_e^\tau$ переносного касательного ускорения точки в её положении M_1 перпендикулярен линии AM_1 и направлен противоположно вектору переносной скорости $\vec{V}_e$ (см. рис. 3.8). Модуль переносного касательного ускорения: $a_e^\tau = a_e^\tau = \varepsilon_e h_e = 24\sqrt{3} = 41,6 \text{ см/с}^2$.

Переносное нормальное ускорение a_e^n рассчитывается по формуле:

$a_e^n = \omega_e^2 h_e$ и в момент времени $t_1 = 1$ с $a_e^n(1) = \omega_e^2(1) h_e = 6\sqrt{3} = 10,4$ см/с². Вектор переносного нормального ускорения $\vec{a}_e^n$ направлен по линии AM_1 к оси вращения (см. рис. 3.8).

По условию задачи вектор скорости относительного движения точки $\vec{V}_r$ лежит в плоскости, перпендикулярной оси переносного вращения, то есть перпендикулярен вектору угловой скорости переносного движения $\vec{\omega}_e$. Тогда модуль **ускорения Кориолиса** при $t_1 = 1$ с $a_k = 2\omega_e V_r = 2 \cdot 1 \cdot 18\pi = 113,1$ см/с².

Так как вектор относительной скорости точки $\vec{V}_r \perp \vec{\omega}_e$, то по правилу Жуковского для определения направления ускорения Кориолиса достаточно повернуть вектор относительной скорости точки $\vec{V}_r$ на 90° в сторону переносного движения вокруг оси, параллельной оси вращения и проходящей через точку M_1 (см. рис. 3.8). Для определения абсолютного ускорения спроецируем на прямоугольные оси xM_1y (см. рис. 3.8) векторное равенство $\vec{a} = \vec{a}_r^\tau + \vec{a}_r^n + \vec{a}_e^\tau + \vec{a}_e^n + \vec{a}_k$. Получим: $a_y = a_e^\tau \cos 30^\circ + a_e^n \cos 60^\circ + a_r^\tau = 97,9$ см/с², $a_x = -a_e^\tau \cos 60^\circ + a_e^n \cos 30^\circ + a_r^n - a_k = 228,4$ см/с². Модуль абсолютного ускоре-

ния: $a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = 248,5$ см/с².

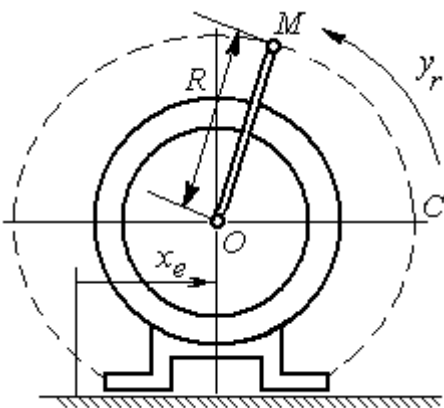


Рис. 3.9. Схема движения точки стержня, укрепленного на электромоторе

Задача 2. К вращающемуся валу электромотора прикреплён стержень OM длины $R = 6$ см. Во время работы электромотора точка M стержня из начального положения C перемещается по дуге окружности согласно уравнению $CM = y_r = \pi t^2$ см. При этом электромотор, установленный без креплений, совершает горизонтальные гармонические колебания на фундаменте по закону

$x_e = 5\sin(\pi t / 3)$ см. Определить абсолютное ускорение точки M в момент времени $t_1 = 1$ с.

Решение

Точка M совершает сложное движение – относительно электромотора и вместе с ним. Относительным движением точки будет её движение по дуге окружности радиуса R , переносным – поступательное горизонтальное, прямолинейное движение электромотора.

Найдём положение точки относительно электродвигателя в заданный момент времени. Угол α , отсчитываемый стержнем OM от начального положения OC , в момент времени $t_1 = 1$ с составляет $\alpha = \frac{y_r(t_1)}{R} = \frac{\pi}{6} = 30^\circ$. Положение точки в момент времени $t_1 = 1$ с отмечено на рис. 3.10 буквой M_1 .

Относительное движение точки задано естественным способом, как закон изменения длины дуги. Относительная скорость $V_r = \dot{y}_r = 2\pi t$. В момент времени $t_1 = 1$ с $V_r = 6,28$ см/с. Вектор $\vec{V}_r$ относительной скорости направлен перпендикулярно стержню OM_1 .

Скорость точки в переносном движении – это скорость горизонтального движения электродвигателя:

$$V_e = \dot{x}_e = \frac{5\pi}{3} \cos(\pi t / 3).$$

В момент времени $t_1 = 1$ с $V_e = \frac{5\pi}{3} \cos 60^\circ = 2,62$ см/с. Вектор $\vec{V}_e$ пе-

реносной скорости точки M направлен параллельно линии движения электродвигателя (см. рис. 3.10).

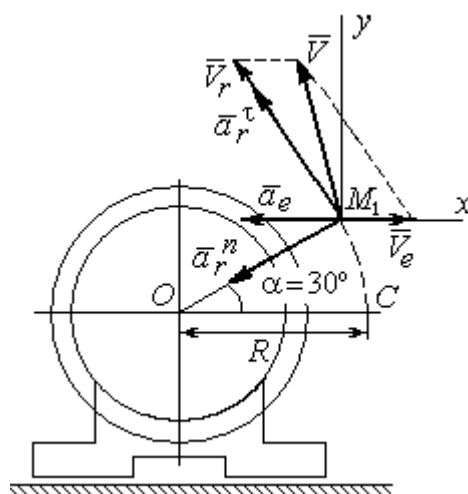


Рис. 3.10. Расчётная схема вычисления абсолютной скорости и абсолютного ускорения точки

Абсолютная скорость точки определяется на основании теоремы сложения скоростей при сложном движении: $\vec{V}_M = \vec{V}_e + \vec{V}_r$. Для того чтобы найти величину абсолютной скорости, выберем оси xM_1y , как показано на рис. 3.10, и спроецируем векторное равенство сложения скоростей на эти оси. Получим: $V_{Mx} = V_e - V_r \cos 60^\circ = -0,52$ см/с (проекция направлена в отрицательную сторону оси x), $V_{My} = V_r \cos 30^\circ = 5,44$ см/с. Модуль абсолютной скорости $V_M = \sqrt{V_{Mx}^2 + V_{My}^2} = 5,46$ см/с. Вектор абсолютной скорости направлен по диагонали параллелограмма, построенного на векторах $\vec{V}_e$ и $\vec{V}_r$.

При поступательном переносном движении точки $\omega_e = 0$ и потому $a_k = 0$. Относительное ускорение точки при движении по окружности раскладывается на две составляющие $\vec{a}_r = \vec{a}_r^\tau + \vec{a}_r^n$, направленные вдоль стержня OM и перпендикулярно ему. Кроме того, при прямолинейном относительном движении $a_e^n = 0$. В результате, теорема о сложении ускорений принимает вид $\vec{a}_M = \vec{a}_r^\tau + \vec{a}_r^n + \vec{a}_e$, где модули векторов вычисляются по формулам $a_r^\tau = \dot{V}_r$, $a_r^n = \frac{V_r^2}{R}$, $a_e = a_e^\tau = \dot{V}_e = -\frac{5\pi^2}{9} \sin(\pi t/3)$ и в момент времени $t_1 = 1$ с равны $a_r^\tau = 6,28$ см/с², $a_r^n = 6,57$ см/с², $a_e = -4,75$ см/с². Направления векторов ускорений показаны на рис. 3.10. Для вычисления модуля абсолютного ускорения точки спроецируем векторное равенство сложения ускорений на оси выбранной ранее системы координат xM_1y . Получим:

$$a_{Mx} = -a_r^\tau \cos 60^\circ - a_r^n \cos 30^\circ - a_e = -4,08 \text{ см/с}^2;$$

$$a_{My} = a_r^\tau \cos 30^\circ - a_r^n \cos 60^\circ = 2,15 \text{ см/с}^2.$$

$$\text{Величина абсолютного ускорения } a_M = \sqrt{a_{Mx}^2 + a_{My}^2} = 4,61 \text{ см/с}^2.$$

4. ДИНАМИКА ТОЧКИ

4.1. Дифференциальные уравнения движения точки

Движение точки под действием системы сил $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_K$ в прямоугольной декартовой системе координат $Oxyz$ описывается **дифференциальными уравнениями**: $m \frac{d^2 x}{dt^2} = \sum F_{kx}, m \frac{d^2 y}{dt^2} = \sum F_{ky}, m \frac{d^2 z}{dt^2} = \sum F_{kz}$ или, обозначая вторые производные от координат по времени двумя точками, уравнениями: $m \ddot{x} = \sum F_{kx}, m \ddot{y} = \sum F_{ky}, m \ddot{z} = \sum F_{kz}$, где m – масса точки; x, y, z – текущие координаты точки; $\ddot{x}, \ddot{y}, \ddot{z}$ – проекции вектора ускорения точки на оси координат; $\sum F_{kx}, \sum F_{ky}, \sum F_{kz}$ – алгебраические суммы проекций сил на оси координат.

Интегрирование дифференциальных уравнений производится в зависимости от их вида методами, известными из курса математики.

4.2. Задание Д1. Интегрирование дифференциальных уравнений движения точки

Две материальные точки движутся в вертикальной плоскости xOy . Точка 1 массой m_1 , получив в начальном положении A скорость V_{01} , движется вдоль гладкой оси AS , наклоненной под углом β к горизонту. Во время движения на точку 1 действуют сила тяжести и постоянная сила $\vec{F}_1$, направленная вдоль оси AS . Направление вектора проекции силы на ось $\vec{F}_{1S}$ показано на схеме.

Одновременно с точкой 1 начинает движение точка 2 массой m_2 из положения B на оси y . На точку 2 действуют сила тяжести и постоянная сила $\vec{F}_2$. Направление вектора силы $\vec{F}_2$ определяется его разложением по единичным векторам $\vec{i}, \vec{j}$ координатных осей x, y .

Определить величину и направление (угол α) начальной скорости V_{02} точки 2, чтобы в момент времени t_1 точки 1 и 2 встретились на оси AS в точке C . Момент времени t_1 задаётся в условиях задачи или определяется по дополнительным условиям встречи.

Варианты заданий представлены на рис. 4.1, 4.2. Исходные данные приведены в табл. 4.1.

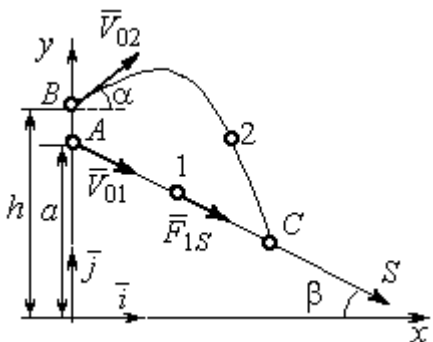
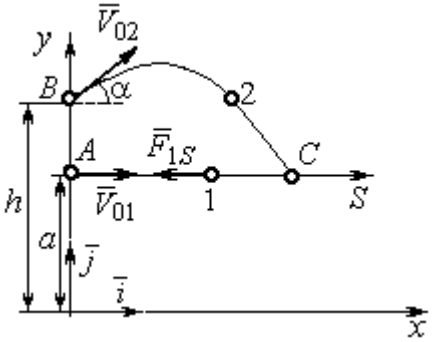
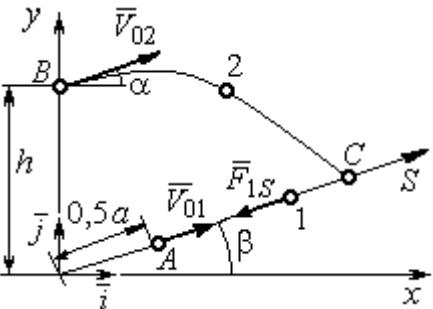
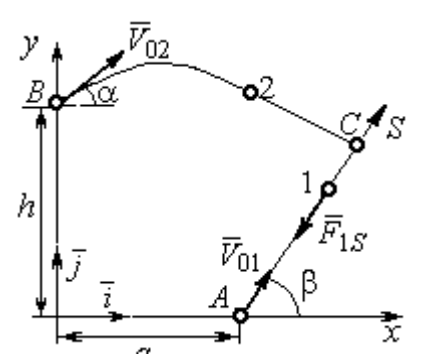
Варианты № 1, 11, 21	Варианты № 2, 12, 22
 Встреча в точке C в момент, когда скорость точки 1 увеличилась в 1,5 раза относительно начальной	 Встреча в точке C в момент, когда точка 1 максимально удалилась от места старта
Варианты № 3, 13, 23	Варианты № 4, 14, 24
 Встреча в точке C в момент, когда скорость точки 1 уменьшилась в 2 раза относительно начальной	 Встреча в точке C в момент времени $t_1 = 0,5$ с

Рис. 4.1. Задание Д1. Интегрирование уравнений движения точки.
Номера вариантов задания 1 – 4, 11 – 14, 21 – 24

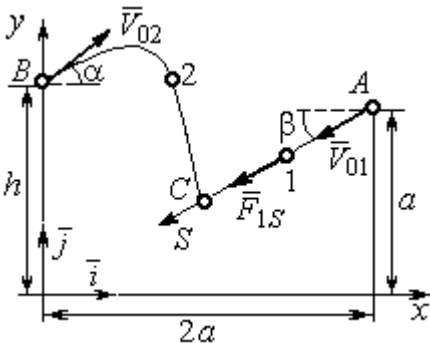
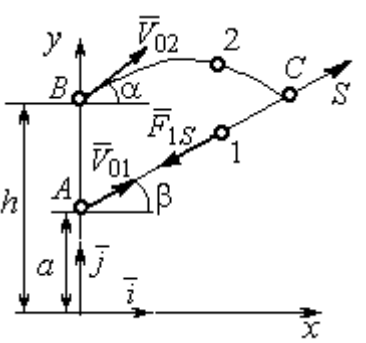
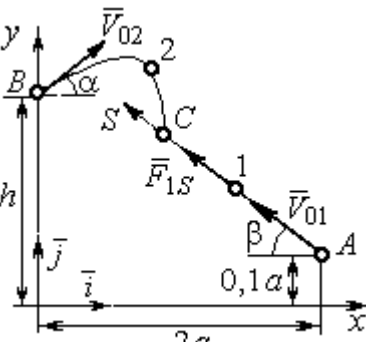
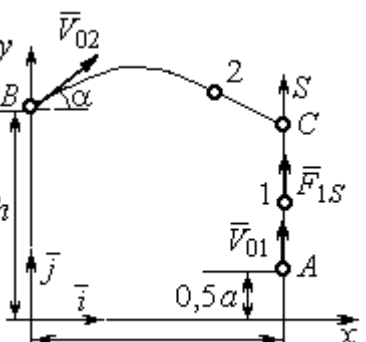
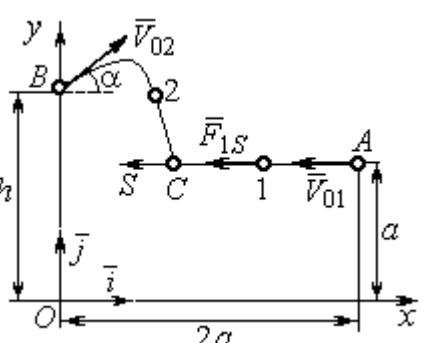
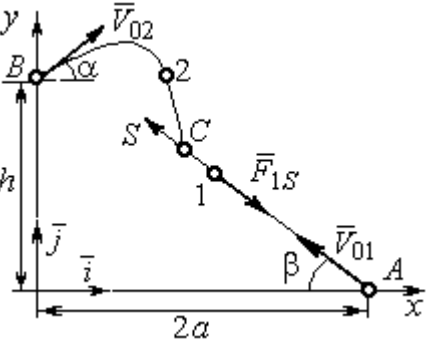
Варианты № 5, 15, 25	Варианты № 6, 16, 26
 Встреча в точке C в момент, когда скорость точки 1 увеличилась в 1,5 раза относительно начальной	 Встреча в точке C, когда точка 1 максимально удалилась от места старта
Варианты № 7, 17, 27	Варианты № 8, 18, 28
 Встреча в точке C в момент времени $t_1 = 0,4$ с	 Встреча в точке C в момент максимального подъёма точки 1
Варианты № 9, 19, 29	Варианты № 10, 20, 30
 Встреча в точке C в момент времени $t_1 = 0,6$ с	 Встреча в точке C в момент, когда точка 1 достигла максимальной высоты подъёма

Рис. 4.2. Задание Д1. Интегрирование уравнений движения точки.
Номера вариантов задания 5 – 10, 15 – 20, 25 – 30

Таблица 4.1

Исходные данные задания Д1. Интегрирование уравнений движения точки

Номер варианта задания	m_1 , кг	F_{1S} , Н	V_{01} , м/с	β , град	m_2 , кг	$\vec{F}_2$, Н	a , м	h , м
1	1	3	3	30	2	$7\vec{i}$	2	4
2	3	6	2	0	2	$4\vec{i} + 12\vec{j}$	1,5	1
3	2	5	4	35	1,5	$10\vec{i} + 4\vec{j}$	2	2,5
4	1	10	2	60	2	$4\vec{i} + 8\vec{j}$	2,2	2
5	1	3	3	30	2	$5\vec{i}$	3	4,5
6	0,8	6	6	50	3	$3\vec{i} + 12\vec{j}$	1,5	4
7	2	5	4,5	40	1	$10\vec{i} + 2\vec{j}$	3	2,5
8	1	2	3,5	90	2	$6\vec{i} + 8\vec{j}$	1,2	2
9	2	4	4	0	1	$3\vec{i} + 2\vec{j}$	2	2,5
10	1	3	3	55	1,5	$4\vec{i}$	1	1,5
11	0,5	2	3	60	2	$3\vec{i} + 8\vec{j}$	1,5	2,5
12	0,2	3	4	0	1	$5\vec{i} - 2\vec{j}$	1	2,5
13	1	2	6	50	1,5	$6\vec{i} - 4\vec{j}$	0,8	2
14	0,5	6	4	35	1	$3\vec{i} - 2\vec{j}$	2,5	2
15	0,2	3	3	50	2	$2\vec{i} - 2\vec{j}$	3	4
16	2	4	6	40	2	$3\vec{i} + 12\vec{j}$	1	1,5
17	1	6	5	60	1,5	$5\vec{i} + 4\vec{j}$	3	2,5
18	1	2	2	90	2	$4\vec{i} + 4\vec{j}$	2	2
19	1	3	2	2	2	$2\vec{i} + 10\vec{j}$	1	1,5
20	5	4	2	30	1	$3\vec{i} - 2\vec{j}$	1,5	1,5
21	0,2	4	4	45	1	$6\vec{i} - 2\vec{j}$	1	3
22	0,4	3	2	0	2	$4\vec{i} + 6\vec{j}$	1,5	2,5
23	1	3	8	60	2	$4\vec{i} + 2\vec{j}$	1,2	1,5
24	0,5	8	3	30	2	$6\vec{i} + 7\vec{j}$	2	1,5
25	2	4	4	60	1	$2\vec{i} - 2\vec{j}$	3,5	4
26	1	3	5	50	2	$4\vec{i} + 6\vec{j}$	0,5	1,5
27	1,5	3	6	30	2	$4\vec{i} + 4\vec{j}$	2	2,5
28	2	5	3	90	2	$6\vec{i} + 7\vec{j}$	2	1,5
29	2	4	4	0	1	$5\vec{i} - 2\vec{j}$	1,5	2
30	1	3	2,5	70	2	$4\vec{i} + 6\vec{j}$	1	1

Пример выполнения задания Д1. Интегрирование дифференциальных уравнений движения точки

На рис. 4.3 представлена схема движения материальных точек в вертикальной плоскости xOy . Точка 1 массой $m_1 = 2$ кг, получив в начальном положении A скорость $V_{01} = 4$ м/с, движется вдоль гладкой оси AS с углом наклона $\beta = 30^\circ$. Во время движения на точку 1 действуют сила тяжести $\vec{P}_1$ и постоянная сила $\vec{F}_1$, проекция которой на ось AS равна $F_{1S} = 4,5$ Н. Направление вектора проекции силы $\vec{F}_{1S}$ на ось AS показано на рис. 4.3.

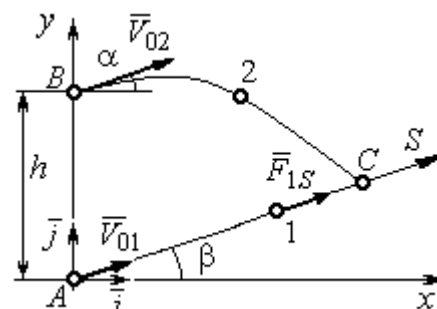


Рис. 4.3. Схема совместного движения точек

Одновременно с началом движения точки 1 из положения B на оси y высотой $h = 1$ м начинает движение точка 2 массой $m_2 = 1,2$ кг. На точку 2 действуют сила тяжести $\vec{P}_2$ и сила $\vec{F}_2$, направление которой определяется разложением по единичным векторам $\vec{i}$, $\vec{j}$ осей x , y декартовой системы координат: $\vec{F}_2 = 2,4\vec{i} + 4,5\vec{j}$, Н. Определить величину и направление (угол α) начальной скорости V_{02} точки 2, чтобы в момент времени t_1 , когда скорость точки 1 уменьшилась в 2 раза по сравнению с начальным значением, обе они встретились на оси AS в точке C .

Решение

Рассмотрим движение точки 1. В текущий момент времени на точку 1 действует сила тяжести $\vec{P}_1$, нормальная реакция $\vec{N}_1$ наклонной оси AS и сила $\vec{F}_1$, величина проекции которой на ось AS равна F_{1S} (рис. 4.4). Дифференциальное уравнение движения точки 1 $m_1\ddot{S} = F_{1S} - P_1\sin\beta$, или $m_1\frac{dV_{1S}}{dt} = 4,5 - m_1g\sin\beta$. С учетом исходных данных, полагая ускорение свободного падения $g = 9,81$ м/с², дифференциальное уравнение движения точки 1

приводится к виду: $\frac{dV_{1S}}{dt} = -2,66$. Разделим переменные, представив дифференциальное уравнение в виде $dV_{1S} = -2,66dt$. Проинтегрировав его, получим

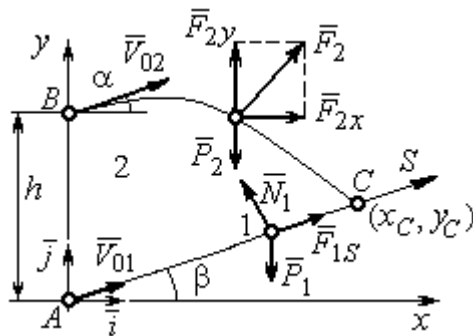


Рис. 4.4. Силы, действующие на точки 1 и 2, во время их движения

зависимость скорости точки 1 от времени:

$$V_{1S} = -2,66t + C_1.$$

Для того чтобы определить закон движения точки 1, представим скорость точки как производную от координаты

$$V_{1S} = \frac{dS}{dt}.$$

$$\text{Получим дифференциальное уравнение } \frac{dS}{dt} = -2,66t + C_1, \text{ проинтегрировав}$$

которое, найдём уравнение движения точки 1:

$$S = -1,33t^2 + C_1t + C_2.$$

Константы интегрирования C_1, C_2 находятся из начальных условий: при $t = 0, S = 0, \dot{S} = V_{1S} = V_{01} = 4$ м/с. Подставляя первое из условий в уравнение движения точки 1, получим $C_2 = 0$. Подставим начальное значение скорости в уравнение $\dot{S} = -2,66t + C_1$, выражающее зависимость скорости точки 1 от времени. Получим $C_1 = 4$. Таким образом, движение точки 1 вдоль оси AS описывается уравнением: $S = -1,33t^2 + 4t$.

По условию задачи встреча двух точек происходит в момент времени t_1 , когда скорость первой точки уменьшилась в 2 раза по сравнению с начальной:

$$V_{1S}(t_1) = \frac{V_{01}}{2} = 2 \text{ м/с.}$$

Подставляя это условие в уравнение, выражающее зависимость скорости точки 1 от времени, получим: $2 = -2,66t_1 + 4$, откуда найдём момент времени встречи $t_1 = 0,75$ с. Расстояние AC , пройденное точкой 1 до встречи, определяется как путь, пройденный этой точкой за время $t_1 = 0,75$ с, $AC = S(t_1) = -1,33 \cdot 0,75^2 + 4 \cdot 0,75 = 2,25$ м. Координаты точки встречи x_C, y_C определяются из равенств: $x_C = S(t_1)\cos 30^\circ = 1,95$ м; $y_C = S(t_1)\sin 30^\circ = 1,12$ м.

Рассмотрим движение точки 2. В текущий момент времени на нее действует сила тяжести $\vec{P}_2$ и сила $\vec{F}_2 = 2,4\vec{i} + 4,5\vec{j}$, проекции которой на оси координат $F_{2x} = 2,4$ Н, $F_{2y} = 4,5$ Н. Дифференциальные уравнения движения точки 2 в проекциях на оси координат x, y имеют вид:

$$m_2\ddot{x} = F_{2x} = 2,4, \quad m_2\ddot{y} = -P_2 + F_{2y} = -m_2g + 4,5,$$

или после подстановки исходных данных: $\ddot{x} = 2, \quad \ddot{y} = -6,06$.

Представим в первом уравнении проекцию ускорения точки 2 на ось x как производную от соответствующей проекции скорости $\ddot{x} = \frac{dV_{2x}}{dt}$. После разделения переменных получим дифференциальное уравнение $dV_{2x} = 2dt$. Проинтегрируем его и найдем зависимость горизонтальной составляющей скорости точки 2 от времени: $V_{2x} = 2t + C_3$. Заменим в этом уравнении проекцию скорости точки на ось x на производную от координаты $V_{2x} = \frac{dx}{dt}$. После интегрирования получим уравнение, описывающее движение точки 2 вдоль оси x , $x = t^2 + C_3t + C_4$. Для того чтобы найти постоянные C_3 и C_4 , воспользуемся граничными условиями движения точки 2 – известной начальной координатой движения точки и вычисленной координатой точки встречи, то есть при $t = 0$, $x = 0$, а при $t_1 = 0,75$ с $x(t_1) = x_C = 1,95$ м. Подставляя граничные условия в уравнение движения точки 2, получим $C_4 = 0$, $C_3 = 1,85$. Таким образом, уравнение движения точки 2 вдоль оси x : $x = t^2 + 1,85t$.

Закон движения точки 2 вдоль оси y находим путем интегрирования второго дифференциального уравнения. Его представим в виде: $\frac{dV_{2y}}{dt} = -6,06$. После разделения переменных и первого интегрирования получим зависимость проекции скорости точки 2 на ось y от времени: $V_{2y} = -6,06t + C_5$. Заменив проекцию скорости точки 2 на ось y производной от координаты $V_{2y} = \frac{dy}{dt}$, вто-

рично проинтегрируем. В результате движение точки 2 вдоль оси y описывается уравнением: $y = -3,03t^2 + C_5t + C_6$. Для определения констант C_5 и C_6 используем граничные условия: при $t = 0$ $y(0) = h = 1$ м, а при $t_1 = 0,75$ с $y(t_1) = y_C = 1,12$ м. Получим $C_6 = 1$, $C_5 = 2,43$. Таким образом, точка 2 движется вдоль оси y по закону: $y = -3,03t^2 + 2,43t + 1$.

Проекции скорости точки 2 на оси координат как функции времени имеют вид: $V_{2x}(t) = \dot{x} = 2t + 1,85$, $V_{2y}(t) = \dot{y} = -6,06t + 2,43$. Значения проекций при $t = 0$: $V_{02x} = V_{2x}(0) = 1,85$ м/с, $V_{02y} = V_{2y}(0) = 2,43$ м/с. Величина начальной скорости: $V_{02} = \sqrt{V_{02x}^2 + V_{02y}^2} = 3,05$ м/с.

Угол наклона вектора скорости в начальный момент определяется из равенства: $\operatorname{tg} \alpha = \frac{V_{02y}}{V_{02x}} = \frac{2,43}{1,85} = 1,31$. Откуда $\alpha = 52,64^\circ$.

4.3. Колебания материальной точки

Силы, возникающие при отклонении материальной точки от положения равновесия и направленные так, чтобы вернуть точку в это положение, называются **восстанавливающими**. Восстанавливающие силы, линейно зависящие от расстояния от точки до положения её равновесия, называются **линейными восстанавливающими силами**. Так, сила упругости пружины $F = c\Delta\ell$, где c – коэффициент жесткости (или просто жёсткость) пружины; $\Delta\ell$ – удлинение пружины, является линейной восстанавливающей силой.

Дифференциальное уравнение движения материальной точки массой m вдоль оси Ox под действием линейной восстанавливающей силы, представляет собой уравнение гармонических колебаний и имеет вид:

$$m\ddot{x} + cx = 0, \text{ или } \ddot{x} + \omega^2 x = 0,$$

где x – отклонение точки от положения равновесия, куда поместили начало

координат; ω – угловая частота колебаний, $\omega^2 = \frac{c}{m}$. Единица измерения угловой частоты – рад/с.

Решение дифференциального уравнения свободных колебаний представляется суммой $x = C_1 \cos \omega t + C_2 \sin \omega t$, где постоянные интегрирования C_1 и C_2 находятся из начальных условий. **Амплитуда свободных колебаний**

$A = \sqrt{C_1^2 + C_2^2}$. Промежуток времени, в течение которого точка совершает одно полное колебание, называется **периодом колебаний**: $T = \frac{2\pi}{\omega}$. Величина, об-

ратная периоду $\nu = \frac{1}{T}$ определяет число полных колебаний точки за 1 с и называется **частотой колебаний**. Частота колебаний измеряется в герцах (Гц). Частота, равная 1 Гц, соответствует одному полному колебанию в секунду. Угловая частота связана с частотой колебаний соотношением $\omega = 2\pi\nu$.

Если на материальную точку кроме восстанавливающей силы действует сила сопротивления движению, пропорциональная скорости точки, $\vec{R} = -\mu\vec{V}$, где μ – коэффициент сопротивления, то дифференциальное уравнение движения точки с сопротивлением относительно положения равновесия имеет вид

$$m\ddot{x} + \mu\dot{x} + cx = 0, \text{ или } \ddot{x} + 2n\dot{x} + \omega^2 x = 0, \text{ где } n - \text{коэффициент затухания, } n = \frac{\mu}{2m};$$

ω – угловая частота собственных колебаний точки без учёта сопротивления, $\omega^2 = \frac{c}{m}$.

При $n < \omega$ движение точки представляет затухающие колебания. Общее решение дифференциального уравнения колебаний с сопротивлением $x = e^{-nt}(C_1 \cos \omega_1 t + C_2 \sin \omega_1 t) = Ae^{-nt} \sin(\omega_1 t + \alpha)$, где C_1 и C_2 – постоянные интегрирования; ω_1 – угловая частота затухающих колебаний, $\omega_1 = \sqrt{\omega^2 - n^2}$;

$A_1 = Ae^{-nt}$ – амплитуда затухающих колебаний, $A = \sqrt{C_1^2 + C_2^2}$; α – начальная фаза колебаний, $\operatorname{tg}\alpha = \frac{C_1}{C_2}$.

При $n > \omega$ движение точки аperiodическое, затухающее. Общее решение дифференциального уравнения движения точки с таким сопротивлением имеет вид $x = e^{-nt}(C_1 e^{\omega_2 t} + C_2 e^{-\omega_2 t})$, где $\omega_2 = \sqrt{n^2 - \omega^2}$.

При $n = \omega$ движение точки происходит согласно уравнению $x = e^{-nt}(C_1 t + C_2)$.

Если кроме восстанавливающей силы на материальную точку действует переменная возмущающая сила, колебания точки называются **вынужденными**.

При действии гармонической возмущающей силы $F = H \sin pt$, где H , p – амплитуда и угловая частота колебаний возмущающей силы, дифференциальное уравнение вынужденных колебаний материальной точки относительно положения равновесия и при отсутствии сил сопротивления имеет вид

$$m\ddot{x} + cx = H \sin pt, \text{ или } \ddot{x} + \omega^2 x = h \sin pt,$$

где ω – угловая частота собственных гармонических колебаний, $\omega^2 = \frac{c}{m}$; h –

относительная амплитуда возмущающей силы, $h = \frac{H}{m}$.

Общее решение неоднородного дифференциального уравнения вынужденных колебаний представляется как сумма общего решения однородного уравнения и частного решения неоднородного.

При отсутствии резонанса, когда частота собственных колебаний не совпадает с частотой возмущающей силы $p \neq \omega$, решение имеет вид:

$$x = C_1 \cos \omega t + C_2 \sin \omega t + \frac{h}{\omega^2 - p^2} \sin pt, \text{ а в случае резонанса, когда } p = \omega, - \text{ вид:}$$

$$x = C_1 \cos \omega t + C_2 \sin \omega t - \frac{ht}{2p} \cos pt. \text{ Значения произвольных постоянных } C_1 \text{ и } C_2$$

определяются из общего решения неоднородного уравнения с учетом начальных условий движения. Амплитуда собственных колебаний груза $A_{\text{соб}} = \sqrt{C_1^2 + C_2^2}$. Амплитуда вынужденных колебаний при отсутствии резонанса $A_{\text{вын}} = \frac{h}{\omega^2 - p^2}$. При резонансе амплитуда вынужденных колебаний растет как линейная функция времени $A_{\text{вын}} = \frac{ht}{2p}$.

Если возмущающее воздействие заключается в **принудительном гармоническом колебании точки подвеса пружины**, например, по закону $S = a \sin pt$, где a , p – амплитуда и угловая частота колебаний точки подвеса пружины, дифференциальное уравнение вынужденных колебаний материальной точки относительно положения равновесия при отсутствии сил сопротивления имеет вид $\ddot{x} + \omega^2 x = h \sin pt$, где ω – угловая частота собственных гармонических колебаний, $\omega^2 = \frac{c}{m}$; h – относительная амплитуда возмущающего колебания, $h = \frac{ca}{m}$. Общее решение неоднородного дифференциального уравнения вынужденных колебаний при принудительном гармоническом колебании точки подвеса пружины может быть получено аналогично случаю возмущения гармонической силой.

Система пружин заменяется одной с эквивалентной жесткостью. Так, колебания груза на двух параллельных пружинах с коэффициентами жесткости c_1 и c_2 (рис. 4.5, а) можно рассматривать как колебания груза на одной пружине эквивалент-

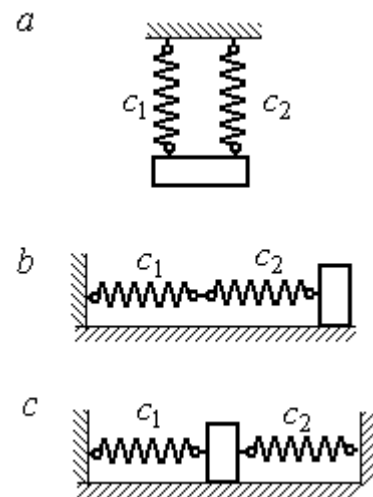


Рис. 4.5. Способы крепления груза на двух пружинах:

а – две параллельные пружины;
 б – последовательно соединённые пружины; в – крепление груза между пружинами

ной жесткости $c_{\text{экв}} = c_1 + c_2$, где $c_{\text{экв}}$ – коэффициент жесткости эквивалентной пружины. При последовательном соединении пружин (рис. 4.5, *b*) коэффициент жесткости эквивалентной пружины $c_{\text{экв}} = \frac{c_1 c_2}{c_1 + c_2}$. Если груз расположен между двумя пружинами (рис. 4.5, *c*), тогда $c_{\text{экв}} = c_1 + c_2$. Коэффициент жесткости эквивалентной пружины равен сумме коэффициентов жесткости пружин.

4.4. Задание Д2. Исследование колебаний точки

Задание Д2 на исследование колебаний точки включает две задачи.

Задача 1. Исследование гармонических колебаний точки.

Найти уравнение движения груза массой m_1 (или одновременно двух грузов массой m_1 и m_2) на пружине жесткостью c_1 (или на двух пружинах жесткостью c_1 и c_2). Расположение грузов на пружине и описание условий, при которых начались колебания, приведено на схемах. Определить амплитуду и частоту колебаний.

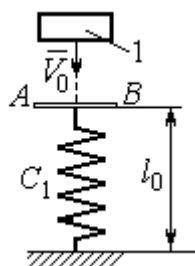
Задача 2. Исследование вынужденных колебаний точки.

Груз движется на пружинах, расположенных вертикально или горизонтально. При движении груза по горизонтальной поверхности трение не учитывается. Жёсткость пружин c_1 и c_2 . Направление возмущающего усилия $F = F(t)$, приложенного к грузу, или возмущающего движения точки крепления пружин $S = S(t)$, а также описание условий начала колебаний приведено на схемах. В задачах, где на схемах присутствует амортизатор, создающий сопротивление движению груза, сила сопротивления пропорциональна скорости движения груза и находится по формуле: $\vec{R} = -\mu \vec{V}$ Н, где μ – коэффициент сопротивления; V – скорость груза. Определить уравнение колебаний груза, амплитуды собственных и вынужденных колебаний.

Варианты заданий даны на рис. 4.6 – 4.9. Исходные данные в табл. 4.2.

Варианты № 1, 11, 21

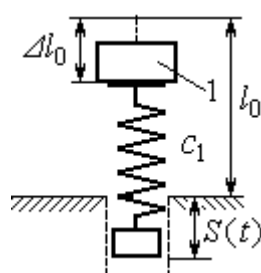
Задача 1



платины и продолжает движение вместе с ней

Невесомая пластина AB укреплена на нерастянутой пружине. Груз 1, получив начальную скорость V_0 , падает вертикально вниз. Через 1 с после начала падения груз достигает пластины и продолжает движение вместе с ней

Задача 2

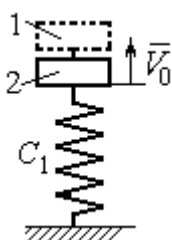


начинает двигаться по закону $S = S(t)$

К верхнему концу пружины, сжатой на величину Δl_0 , прикрепляют груз 1 и отпускают без начальной скорости. Одновременно нижний конец пружины

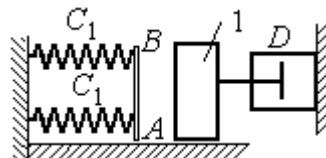
Варианты № 2, 12, 22

Задача 1



В положении статического равновесия двух грузов (1 и 2), установленных на пружине, груз 1 убрали, а грузу 2 сообщили скорость V_0 , направленную вверх

Задача 2

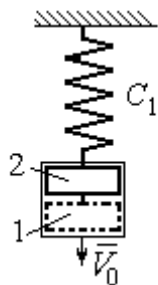


начальной скоростью V_0 . Через 1 с груз упирается в площадку AB , укрепленную на недеформированных пружинах, соединённых параллельно, и продолжает движение вместе с ней. Во время движения (до упора в площадку AB и вместе с ней) груз испытывает сопротивление, создаваемое демпфером D

Груз 1 движется по гладкой горизонтальной поверхности с

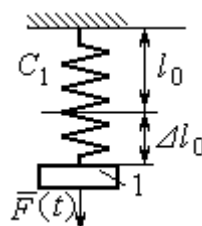
Варианты № 3, 13, 23

Задача 1



В положении статического равновесия груза 2, укрепленного на пружине, к нему присоединили груз 1 и оба груза толкнули вниз со скоростью V_0

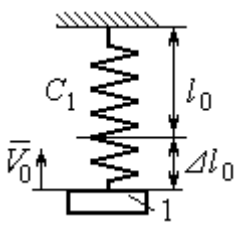
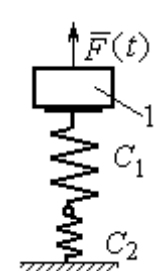
Задача 2

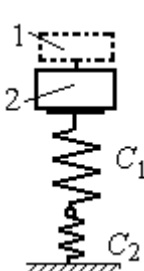
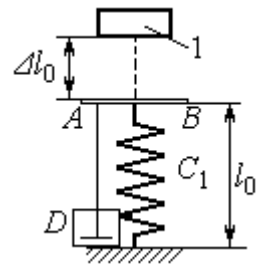


возмущающая сила $\bar{F}(t)$

Недеформированную пружину оттянули вниз на расстояние Δl_0 , подцепили груз 1 и отпустили без начальной скорости. Одновременно на груз стала действовать

Рис. 4.6. Задание Д2. Исследование колебаний точки.
Варианты задания 1 – 3, 11 – 13, 21 – 23

Варианты № 4, 14, 24	
Задача 1  К недеформированной пружине подцепили груз 1, оттянули его вниз на расстояние Δl_0 и сообщили скорость V_0, направленную вверх	Задача 2  Грузу 1, укрепленному на двух последовательно соединённых пружинах в положении статического равновесия, сообщили начальную скорость V_0, направленную вниз. Одновременно на груз стала действовать возмущающая сила $\vec{F}(t)$

Варианты № 5, 15, 25	
Задача 1  В положении статического равновесия грузов 1 и 2, укрепленных на двух вертикальных последовательно соединённых пружинах, убрали груз 1, а груз 2 отпустили без начальной скорости	Задача 2  Груз 1 падает с высоты Δl_0 на площадку AB, установленную на недеформированной пружине, и продолжает движение вместе с ней. Демпфер D создаёт сопротивление движению груза на пружине

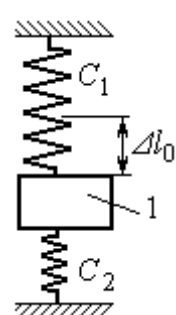
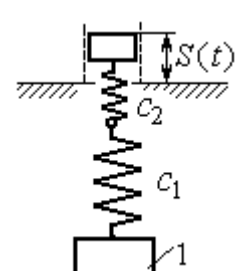
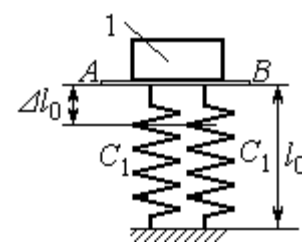
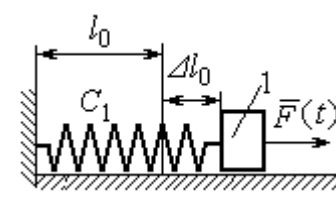
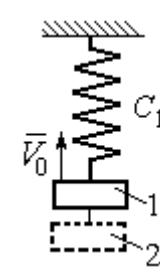
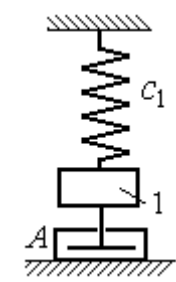
Варианты № 6, 16, 26	
Задача 1  Груз 1 поместили между двумя недеформированными пружинами, затем оттянули вниз на расстояние Δl_0 и отпустили без начальной скорости	Задача 2  К недеформированным пружинам, соединённым последовательно, подцепили груз 1 и толкнули его вниз со скоростью V_0. Одновременно верхний конец пружины начинает двигаться по закону $S = S(t)$

Рис. 4.7. Задание Д2. Исследование колебаний точки.
Варианты задания 4 – 6, 14 – 16, 24 – 26

Варианты № 7, 17, 27

Задача 1	Задача 2
 К недеформированным пружинам приложили груз 1, переместили его вниз на величину Δl_0 и сообщили скорость V_0, направленную вниз	 К нерастянутой пружине, расположенной на горизонтальной гладкой поверхности, подцепили груз 1, оттянули его на расстояние Δl_0 и отпустили. Одновременно на груз стала действовать горизонтальная возмущающая сила $\bar{F}(t)$

Варианты № 8, 18, 28

Задача 1	Задача 2
 Грузы 1 и 2 находятся на пружине в положении статического равновесия. Груз 2 удаляют, а грузу 1 сообщают скорость V_0, направленную вверх	 В положении статического равновесия груза 1 ему сообщили скорость V_0, направленную вниз. Демпфер A создаёт сопротивление движению груза

Варианты № 9, 19, 29

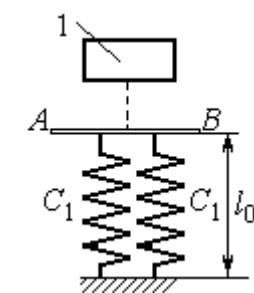
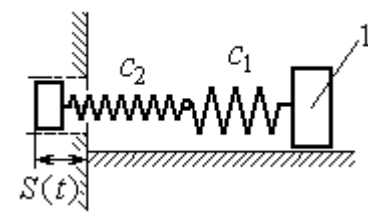
Задача 1	Задача 2
 Груз 1 без начальной скорости падает вниз. Пройдя путь 1 м, груз достигает невесомой пластины AB, укрепленной на недеформированных, параллельно соединённых пружинах, и дальше движется вместе с ней	 К двум горизонтальным пружинам, соединённым последовательно, в положении их нерастянутого состояния прицепили груз 1 и сообщили ему горизонтальную скорость V_0, направленную в сторону сжатия пружин. Одновременно левый конец пружинной системы начинает двигаться по закону $S = S(t)$

Рис. 4.8. Задание Д2. Исследование колебаний точки.
Варианты задания 7 – 9, 17 – 19, 27 – 29

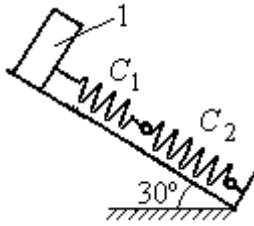
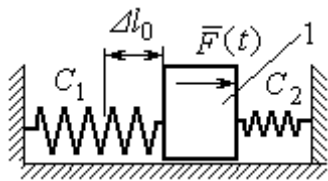
Варианты № 10, 20, 30	
Задача 1  В положении статического равновесия груза 1, укрепленного на двух последовательно соединенных пружинах, сообщили скорость V_0, направленную вниз по наклонной плоскости	Задача 2  Между двумя горизонтальными недеформированными пружинами на гладкую поверхность поместили груз 1, оттянули его влево на расстояние Δl_0 и отпустили без начальной скорости. Одновременно на груз стала действовать возмущающая сила $\vec{F}(t)$

Рис. 4.9. Задание Д2. Исследование колебаний точки.
Варианты задания 10, 20, 30

Таблица 4.2

Исходные данные задания Д2. Исследование колебаний точки

Номер варианта задания	Номер задачи	m_1 , кг	m_2 , кг	V_0 , м/с	c_1 , Н/м	c_2 , Н/м	Δl_0 , м	μ , Н·с/м	$F(t)$, Н	$S(t)$, м
1	1	2,5	—	2,0	200	—	—	—	—	—
	2	2,0	—	—	210	—	0,1	—	—	$0,02\sin 12t$
2	1	1,5	2,0	4	250	—	—	—	—	—
	2	2,0	—	4	220	—	—	1,0	—	—
3	1	2,0	1,5	3	250	—	—	—	—	—
	2	1,2	—	—	200	—	0,14	—	$12\sin 5t$	—
4	1	2,0	—	3	180	—	0,1	—	—	—
	2	1,5	—	2	150	120	—	—	$8\sin 12t$	—
5	1	1,0	2,0	—	120	100	—	—	—	—
	2	1,0	—	—	50	—	0,5	18	—	—
6	1	1,2	—	—	120	180	0,12	—	—	—
	2	1,4	—	2,4	120	180	—	—	—	$0,03\sin 14t$
7	1	1,6	—	3,2	140	—	0,15	—	—	—
	2	1,5	—	—	120	—	0,12	—	$12\sin 6t$	—
8	1	1,0	2,0	3,0	150	—	—	—	—	—
	2	2,0	—	3,5	120	—	—	15	—	—

Продолжение табл. 4.2

Номер варианта задания	Номер задачи	m_1 , кг	m_2 , кг	V_0 , м/с	c_1 , Н/м	c_2 , Н/м	$\Delta\ell_0$, м	μ , Н·с/м	$F(t)$, Н	$S(t)$, м
9	1	1,5	—	—	100	—	—	—	—	—
	2	1,4	—	2,0	100	110	—	—	—	$0,015\sin 8t$
10	1	2,5	—	2,5	110	100	—	—	—	—
	2	2,0	—	—	110	52	0,08	—	$5\sin 9t$	—
11	1	2,0	—	4,0	300	—	—	—	—	—
	2	1,0	—	—	200	—	0,12	—	—	$0,01\sin 4t$
12	1	1,8	2,4	4	220	—	—	—	—	—
	2	1,0	—	5	240	—	—	0,6	—	—
13	1	1,5	1,5	2	200	—	—	—	—	—
	2	1,8	—	—	180	—	0,08	—	$10\sin 10t$	—
14	1	2,0	—	2	200	—	0,12	—	—	—
	2	2,0	—	2	150	120	—	—	$10\sin 8t$	—
15	1	1,5	2,0	—	120	250	—	—	—	—
	2	1,5	—	—	120	—	0,4	4	—	—
16	1	2,0	—	—	150	75	0,1	—	—	—
	2	2,0	—	2,5	150	75	—	—	—	$0,01\sin 5t$
17	1	1,5	—	2,1	160	—	0,11	—	—	—
	2	1,8	—	—	150	—	0,1	—	$8\sin 12t$	—
18	1	2,0	1,0	2,5	80	—	—	—	—	—
	2	1,5	—	2,5	50	—	—	21	—	—
19	1	1,6	—	—	120	—	—	—	—	—
	2	1,2	—	2,0	85	120	—	—	—	$0,015\sin 7t$
20	1	2,0	—	2,0	90	100	—	—	—	—
	2	2,5	—	—	100	90	0,12	—	$6\sin 10t$	—
21	1	2,0	—	1,6	220	—	—	—	—	—
	2	2,5	—	—	250	—	0,14	—	—	$0,01\sin 10t$
22	1	2,2	1,5	3	180	—	—	—	—	—
	2	1,5	—	4	280	—	—	0,8	—	—
23	1	2,2	1,2	2	220	—	—	—	—	—
	2	1,6	—	—	200	—	0,12	—	$5\sin 7t$	—

Номер варианта задания	Номер задачи	m_1 , кг	m_2 , кг	V_0 , м/с	c_1 , Н/м	c_2 , Н/м	$\Delta\ell_0$, м	μ , Н·с/м	$F(t)$, Н	$S(t)$, м
24	1	1,6	—	2,4	160	—	0,13	—	—	—
	2	1,0	—	3	150	300	—	—	$6\sin 10t$	—
25	1	0,8	1,2	—	120	80	—	—	—	—
	2	0,8	—	—	180	—	0,4	12	—	—
26	1	1,4	—	—	100	120	0,15	—	—	—
	2	1,8	—	2,2	150	120	—	—	—	$0,015\sin 8t$
27	1	2	—	4,0	150	—	0,12	—	—	—
	2	2	—	—	162	—	0,13	—	$5\sin 9t$	—
28	1	1,5	2,0	2,0	140	—	—	—	—	—
	2	1,5	—	3,1	180	—	—	12	—	—
29	1	1,0	—	—	140	—	—	—	—	—
	2	2,0	—	2,4	75	150	—	—	—	$0,08\sin 5t$
30	1	1,6	—	3	75	150	—	—	—	—
	2	1,5	—	3	80	70	0,15	—	$8\sin 10t$	—

Пример выполнения задания Д2. Исследование колебаний точки

Задача 1. Груз 1 весом $P = 20$ Н, лежащий на гладкой наклонной плоскости, прикреплен к недеформированной пружине, расположенной параллельно плоскости (рис. 4.10). Угол наклона плоскости к горизонту 30° , коэффициент жесткости пружины $c = 400$ Н/м. В начальный момент груз переместили вверх по наклонной плоскости (сжали пружину) на расстояние $\Delta\ell_0 = 0,1$ м относительно нерастянутой пружины и отпустили без начальной скорости.

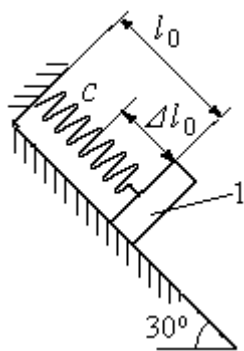


Рис. 4.10. Схема крепления груза и условия начала колебаний

Определить уравнение колебаний груза 1, а также частоту и амплитуду колебаний.

Решение

Расчетная схема колебаний груза 1 показана на рис. 4.11. Направим ось Ox , вдоль которой происходят колебания груза, вниз вдоль наклонной плоскости. Начало отсчёта координаты x выберем в положении статического равновесия груза (см. рис. 4.11). В произвольном положении груза, обозначенном координатой x , к нему приложены три силы: сила тяжести $\vec{P}$, реакция опоры наклонной плоскости $\vec{N}$ и сила упругости пружины $\vec{F}_{\text{упр}}$. Проекция силы упругости пружины на ось Ox : $F_{\text{упр},x} = -c\Delta\ell$, где $\Delta\ell$ – удлинение пружины относительно её нерастянутого положения, включающее её растяжение x относительно выбранного начала координат и растяжение $\lambda_{\text{ст}}$ при статическом равновесии груза на наклонной плоскости.

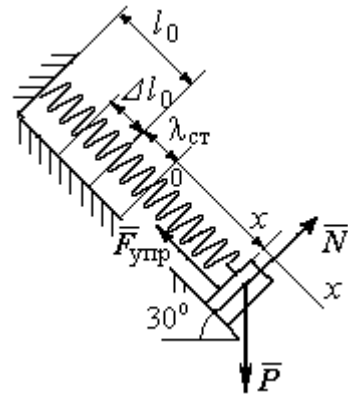


Рис. 4.11. Расчётная схема колебаний груза

С учетом выражения силы упругости получим дифференциальное уравнение движения груза в проекции на ось Ox :

$$m\ddot{x} = P\sin 30^\circ - c(x + \lambda_{\text{ст}}).$$

В положении статического равновесия сила упругости уравнивается силой, равной проекции силы тяжести на ось x : $P\sin 30^\circ - c\lambda_{\text{ст}} = 0$. Подставляя это выражение условия статического равновесия груза в уравнение движения, получим дифференциальное уравнение колебаний груза:

$$m\ddot{x} = -cx, \text{ или } \ddot{x} + \omega^2 x = 0,$$

где ω – угловая частота колебаний; $\omega = \sqrt{\frac{c}{m}} = 14,01 \text{ рад/с}$.

Общее решение уравнения колебаний $x = C_1 \cos \omega t + C_2 \sin \omega t$.

Для определения произвольных постоянных C_1 и C_2 вычислим координату x_0 начального положения груза на оси Ox .

Растяжение пружины в положении статического равновесия

$\lambda_{\text{ст}} = \frac{P \sin 30^\circ}{c} = 0,025 \text{ м}$. Координата начального положения груза определяется

величиной сжатия пружины и, поскольку начало отсчёта координаты x выбрано в положении статического равновесия груза, равна (со знаком!):
 $x_0 = -(\Delta \ell_0 + \lambda_{\text{ст}}) = -0,125 \text{ м}$ (см. рис. 4.11).

Подставляя значение координаты начального положения груза в общее решение уравнения колебаний при $t = 0$, получим $C_1 = -0,125 \text{ м}$. Для определения второй константы вычислим скорость груза в произвольный момент времени: $\dot{x} = -C_1 \omega \sin \omega t + C_2 \omega \cos \omega t$. Подставим сюда начальное значение скорости груза при $t = 0$ $\dot{x} = V_0 = 0$, получим $C_2 = 0$. Окончательно уравнение движения груза 1 относительно положения статического растяжения пружины:

$$x(t) = -0,125 \cos 14,01 t \text{ м}.$$

Амплитуда колебаний груза $A = 0,125 \text{ м}$.

Задача 2. Груз 1 весом $P = 20 \text{ Н}$ подвешен на недеформированной вертикальной пружине (рис. 4.12). Жесткость пружины $c = 800 \text{ Н/м}$. В начальный

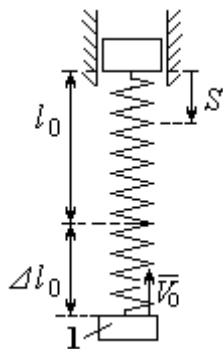


Рис. 4.12. Схема крепления груза и условия начала колебаний

момент груз был оттянут вниз в положение, при котором пружина растянулась на расстояние $\Delta \ell_0 = 0,1 \text{ м}$, и в этом положении ему сообщена начальная скорость $V_0 = 2 \text{ м/с}$, направленная вверх.

Одновременно с началом движения груза верхний конец пружины стал совершать гармонические колебания по закону

$$S = a \sin 10 t, \text{ где } a = 0,02 \text{ м}.$$

Определить уравнение колебаний груза 1, а также частоту и амплитуду собственных колебаний.

Решение

Расчетная схема колебаний груза 1 показана на рис. 4.13. Направим ось Ox , вдоль которой происходят колебания груза, вертикально вниз. Начало отсчёта координаты x выберем в положении статического равновесия груза (см. рис. 4.13, c, d). В произвольном положении груза, обозначенном координатой x , к нему приложены две силы: сила тяжести $\vec{P}$ и сила упругости пружины $\vec{F}_{\text{упр}}$.

Проекция силы упругости пружины на ось Ox

$$F_{\text{упр}x} = -c\Delta\ell = -c(x + \lambda_{\text{ст}} - S),$$

где $\Delta\ell$ – удлинение пружины, включающее её растяжение x относительно начала координат, растяжение $\lambda_{\text{ст}}$ при статическом равновесии груза и уменьшение растяжения при смещении верхнего конца, $\Delta\ell = (x + \lambda_{\text{ст}} - S)$.

С учетом выражения силы упругости получим дифференциальное уравнение движения груза в проекции на ось Ox :

$$m\ddot{x} = P - c(x + \lambda_{\text{ст}} - S).$$

В положении статического равновесия выполняется условие равенства сил: $P - c\lambda_{\text{ст}} = 0$.

После подстановки его в уравнение движения груза получаем дифференциальное уравнение вынужденных колебаний:

$$m\ddot{x} = -cx + cS, \text{ или } \ddot{x} + \omega^2 x = h \sin pt,$$

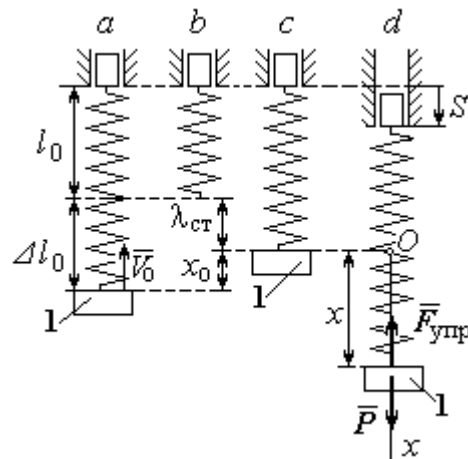


Рис. 4.13. Расчётная схема вынужденных колебаний груза:
 a – положение груза на начало колебаний;
 b – недеформированная пружина; c – статическое растяжение пружины под действием веса груза; d – положение груза в произвольный момент времени и перемещение точки подвеса пружины

где ω – угловая частота собственных колебаний, $\omega = \sqrt{\frac{c}{m}}$, $\omega = 19,81$ рад/с;

h – относительная амплитуда вынужденных колебаний, $h = \frac{ca}{m} = 7,85$ м/с²;

p – угловая частота вынужденных колебаний, $p = 10$ рад/с.

При отсутствии резонанса (здесь $\omega \neq p$) общее решение уравнения вынужденных колебаний имеет вид $x = C_1 \cos \omega t + C_2 \sin \omega t + \frac{h}{\omega^2 - p^2} \sin pt$.

Для определения произвольных постоянных C_1 и C_2 вычислим координату x_0 начального положения груза на оси Ox . Координата начального положения груза (см. рис. 4.13, б) $x_0 = \Delta \ell_0 - \lambda_{\text{ст}}$. Растяжение пружины в положении статического равновесия $\lambda_{\text{ст}} = \frac{P}{c} = 0,02$ м, тогда $x_0 = 0,08$ м. Подставляя значение координаты начального положения груза в общее решение уравнения вынужденных колебаний при $t = 0$, получим: $C_1 = x_0 = 0,08$ м.

Для определения второй константы вычислим скорость груза в произвольный момент времени: $\dot{x} = -C_1 \omega \sin \omega t + C_2 \omega \cos \omega t + \frac{hp}{\omega^2 - p^2} \cos pt$. Проекция скорости груза в начальный момент на ось Ox $V_{0x} = -V_0$. Подставив начальное значение скорости груза при $t = 0$ $\dot{x} = V_{0x} = -V_0$, получим:

$$C_2 = -\frac{V_0}{\omega} - \frac{hp}{\omega(\omega^2 - p^2)} = -0,11 \text{ м.}$$

Окончательно уравнение движения груза 1 относительно положения статического равновесия, м.

$$x(t) = 0,08 \cos 19,82t - 0,11 \sin 19,82t - 0,03 \sin 10t.$$

Амплитуда вынужденных колебаний $A_{\text{вын}} = \frac{h}{\omega^2 - p^2} = 0,03$ м. Амплиту-

да собственных колебаний груза $A_{\text{соб}} = \sqrt{C_1^2 + C_2^2} = 0,14$ м.

4.5. Теорема об изменении кинетической энергии точки

Работой $A(\vec{F})$ силы $\vec{F}$, постоянной по модулю и направлению, на конечном прямолинейном перемещении S_1 точки приложения силы называется величина $A(\vec{F}) = FS_1 \cos \alpha$. Если угол α острый, работа силы положительна. Если угол α тупой, – отрицательна. При $\alpha = 90^\circ$ сила перпендикулярна перемещению точки и работа силы равна нулю.

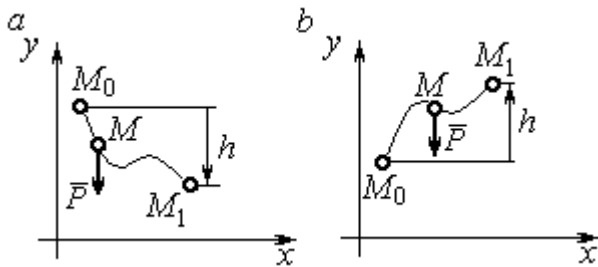


Рис. 4.14. Схема для вычисления работы силы тяжести:
a – перемещение точки сверху вниз;
b – перемещение точки снизу вверх

Работа силы тяжести материальной точки (вертикальной силы) при перемещении точки из положения M_0 в положение M_1 равна произведению модуля силы тяжести на вертикальное перемещение точки

$$A_{(M_0 M_1)} = \pm Ph, \text{ где } P \text{ – величина си-}$$

лы тяжести точки; h – величина вертикального перемещения точки (рис. 4.14). Работа силы тяжести положительная, если начальная точка движения выше конечной, и отрицательная, – если ниже.

Работа силы упругости пружины на прямолинейном перемещении вдоль линии действия силы из положения недеформированной пружины на расстояние h определяется формулой $A(F_{\text{упр}}) = -\frac{ch^2}{2}$, где c – коэффициент жесткости (или просто жёсткость) пружины.

Кинетической энергией материальной точки называется скалярная величина $T = \frac{1}{2}mV^2$, где m – масса точки; V – её скорость. **Теорема об изменении кинетической энергии точки** заключается в том, что изменение кинетической энергии точки за конечный промежуток времени равно алгебраической сумме работ всех действующих на неё сил: $\frac{mV_1^2}{2} - \frac{mV_0^2}{2} = \sum A_{(M_0 M_1)}$, где V_0 ,

V_1 – скорость точки в начальном положении M_0 и в положении M_1 ;
 $\sum A_{(M_0 M_1)}$ – сумма работ всех сил, действующих на точку, при её перемещении из положения M_0 в положение M_1 .

При несвободном движении точки сумма работ сил включает работу реакций связи. Если движение происходит без трения по неподвижной гладкой поверхности, то реакция связи направлена по нормали к поверхности и её работа при любом перемещении точки равна нулю.

Для определения реакций связи при несвободном движении точки используются уравнения движения точки в проекциях на оси естественной системы координат – касательную и нормальную: $m \frac{dV}{dt} = \sum F_\tau$, $m \frac{V^2}{\rho} = \sum F_n$, где $\sum F_\tau$, $\sum F_n$ – суммы проекций сил на касательную и нормальную оси естественной системы координат; ρ – радиус кривизны траектории точки.

4.6. Задание Д3. Исследование движения точки с применением теоремы об изменении кинетической энергии

Тонкий стержень с надетым на него шариком массой m расположен в вертикальной плоскости и состоит из дуг окружностей радиусами r и $R = 2r$, соединённых прямолинейным отрезком EK , сопряжённым с дугами окружностей в точках E и K . В этих точках шарик переходит с одного участка стержня на другой, не изменяя величины и направления скорости. Длина отрезка $EK = a$.

В точке A , положение которой на дуге окружности определяется углом α , шарiku сообщают начальную скорость V_0 . По дугам окружностей шарик скользит без трения, а при движении по прямолинейному отрезку EK на него действует постоянная сила трения с коэффициентом трения f . На участках с вертикальным отрезком EK считать, что шарик прижимается к стержню силой, равной половине веса шарика.

Достигнув на дуге окружности точки D , шарик упирается в недеформированную пружину жёсткостью s и, продолжая движение по сопряженной прямой, сжимает её. Положение точки D определяется углом φ .

Определить величину максимального сжатия пружины, если шарик проходит наивысшее положение траектории – точку B со скоростью $V_B = kV_0$. При найденном значении начальной скорости рассчитать давление шарика на стержень в точке C , положение которой на дуге определяется углом β .

Варианты заданий приведены на рис. 4.15, 4.16. Исходные данные задания в табл. 4.3.

Варианты № 1, 11, 21	Варианты № 2, 12, 22	Варианты № 3, 13, 23
Варианты № 4, 14, 24	Варианты № 5, 15, 25	Варианты № 6, 16, 26

Рис. 4.15. Задание Д3. Исследование движения точки с применением теоремы об изменении кинетической энергии.

Номера вариантов задания 1 – 6, 11 – 16, 21 – 26

Варианты № 7, 17, 27	Варианты № 8, 18, 28
Варианты № 9, 19, 29	Варианты № 10, 20, 30

Рис. 4.16. Задание ДЗ. Исследование движения точки с применением теоремы об изменении кинетической энергии.

Номера вариантов задания 7 – 10, 17 – 20, 27 – 30

Таблица 4.3

Исходные данные задания ДЗ. Исследование движения точки с применением теоремы об изменении кинетической энергии

Номер варианта задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
m , кг	0,8	0,5	0,6	0,4	1,0	0,6	0,9	0,5	0,3	0,4	0,8	0,6	0,5	0,3	1,0
α , град	30	45	0	30	30	0	0	45	30	0	60	30	30	45	60
β , град	60	30	60	0	60	30	60	60	30	45	30	60	60	30	30
φ , град	0	60	30	0	0	30	45	0	30	45	30	30	0	30	45
r , м	0,4	0,4	0,5	0,3	0,6	0,5	0,3	0,6	0,4	0,5	0,3	0,5	0,4	0,5	0,8
a , м	0,5	0,6	0,9	1,4	0,8	1,2	0,5	0,5	1,4	0,5	0,8	0,5	0,8	0,6	0,6
f	0,4	0,3	0,4	0,3	0,4	0,3	0,5	0,3	0,4	0,3	0,4	0,5	0,3	0,4	0,3
k	0,3	0,4	0,3	0,4	0,3	0,3	0,4	0,4	0,3	0,4	0,3	0,3	0,4	0,3	0,4
c , Н/м	100	80	90	80	120	100	90	80	60	80	90	60	80	60	110

Номер варианта задания	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
m , кг	0,6	0,5	0,6	0,4	0,8	0,5	0,4	1,0	0,6	0,5	0,4	0,8	0,4	0,6	0,8
α , град	60	30	0	45	60	90	90	60	60	90	30	60	60	45	90
β , град	60	30	45	90	60	45	90	60	60	30	30	60	60	0	60
φ , град	45	60	60	60	30	90	0	90	45	60	60	90	30	60	0
r , м	0,6	0,4	0,8	0,5	0,6	0,6	0,6	0,4	0,6	0,8	0,4	0,4	0,8	0,6	0,4
a , м	0,4	1,2	0,9	1,2	1,2	0,9	0,6	1,5	1,4	0,8	1,2	0,9	0,6	0,8	0,5
f	0,3	0,4	0,4	0,5	0,3	0,3	0,4	0,3	0,3	0,4	0,4	0,3	0,4	0,3	0,4
k	0,4	0,3	0,3	0,4	0,3	0,4	0,4	0,3	0,4	0,3	0,3	0,4	0,4	0,3	0,3
c , Н/м	80	60	90	60	100	90	80	110	80	60	60	80	60	80	100

Пример выполнения задания Д3. Исследование движения точки с применением теоремы об изменении кинетической энергии

Тонкий стержень, расположенный в вертикальной плоскости, состоит из двух дуг окружностей, сопряженных в точках E и K с прямолинейным отрезком EK длиной $a = 0,6$ м (рис. 4.17). Радиусы окружностей $R = 1$ м и $r = 0,5$ м.

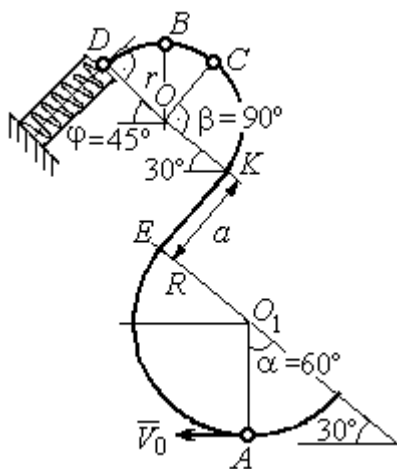


Рис. 4.17. Схема движения шарика

Диаметры дуг окружностей, проведённые в точках E и K , составляют с горизонтом угол 30° . На стержень надет шарик массой $m = 0,5$ кг. В точке A , положение которой на дуге радиуса R определяется углом $\alpha = 60^\circ$ (см. рис. 4.17), шарiku сообщают начальную скорость V_0 , после чего он начинает движение. По дугам окружностей шарик скользит без трения. При движении по прямой EK на него действует постоянная сила трения с коэффициентом трения $f = 0,2$. До-

стигнув точки D на верхней дуге, шарик упирается в пружину жесткостью $c = 100$ Н/м и, двигаясь по сопряжённой прямой без трения, сжимает её. Найти величину максимального сжатия пружины, если наивысшее положение на траектории (точку B) шарик проходит со скоростью $V_B = kV_0$ при $k = 0,3$. При

найденном значении начальной скорости рассчитать давление шарика на стержень в точке C , положение которой на дуге определяется углом $\beta = 90^\circ$.

Решение

Рассмотрим движение шарика по стержню из начального положения A в наивысшее положение – точку B .

При движении шарика по дугам окружностей работу совершает только сила тяжести. Реакция гладкой поверхности стержня в любой момент времени перпендикулярна поверхности стержня, и потому её работа при перемещении шарика равна нулю.

На участке движения шарика по прямой EK на него действуют сила тяжести $\vec{P}$, нормальная реакция опоры $\vec{N}_{EK}$ и сила трения $\vec{F}_{тр}$ (рис. 4.18, b). Ра-

боту совершают сила тяжести и сила трения. Работа реакции опоры стержня равна нулю.

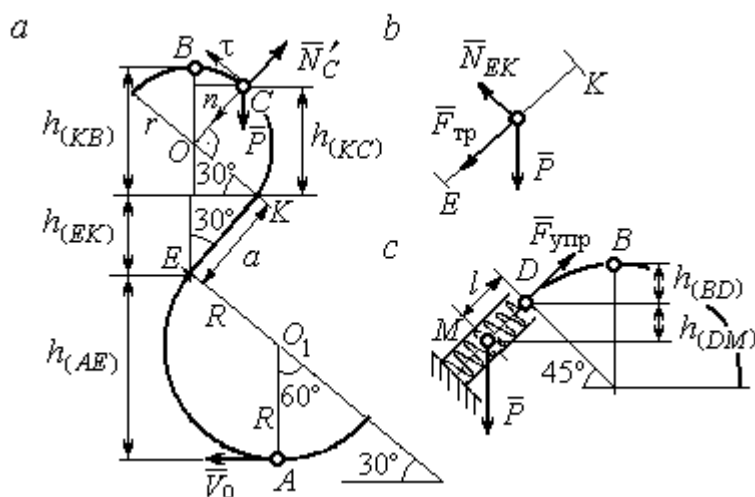


Рис. 4.18. Силы, действующие на шарик во время движения и перепады высот

Обозначим $h_{(AB)}$ – перепад высот точек A и B на траектории; V_A – начальная скорость шарика в точке A , $V_A = V_0$; V_B – его скорость в точке B , $V_B = 0,3 V_0$.

Для вычисления перепада высот точек A и B имеем выражение (рис. 4.18, a):

$$h_{(AB)} = h_{(AE)} + h_{(EK)} + h_{(KB)} = R(1 + \sin 30^\circ) + a \cos 30^\circ + r(1 + \sin 30^\circ).$$

Будем считать шарик материальной точкой. Применяя теорему об изменении кинетической энергии точки при движении шарика из положения A в

положение B , получим: $\frac{mV_B^2}{2} - \frac{mV_A^2}{2} = A(\vec{P}) + A(\vec{F}_{тр})$, где $A(\vec{P}) = -Ph_{(AB)}$,

$A(\vec{F}_{\text{тр}}) = -F_{\text{тр}}a$ – работы, соответственно, силы тяжести на участке движения AB и силы трения на отрезке EK . Сила трения равна $F_{\text{тр}} = f \cdot N_{EK} = f \cdot mg \cos 60^\circ$ (рис. 4.18, a, b).

В результате, теорема об изменении кинетической энергии точки при движении шарика из начального положения A в конечное положение B принимает вид: $\frac{m(0,3V_0)^2}{2} - \frac{mV_0^2}{2} = -mg[(R+r)(1 + \sin 30^\circ) + a(\cos 30^\circ + f \cdot \cos 60^\circ)]$.

После подстановки данных задачи, получим: $0,91V_0^2 = 55,517$, откуда находим необходимое значение начальной скорости шарика: $V_0 = 7,81$ м/с.

Найдём давление шарика на стержень в точке C .

Проведём в точке C оси естественной системы координат – касательную $C\tau$ и нормаль Cn (рис. 4.18, a). Уравнение движения шарика в точке C в проекции на нормальную ось имеет вид: $m \frac{V_C^2}{r} = P \cos 30^\circ - N'_C$, где V_C – скорость шарика в точке C , N'_C – реакция стержня, приложенная к шарiku. Направление реакции на рис. 4.18, a соответствует предположению, что шарик давит на стержень в направлении центра дуги окружности.

Для определения скорости шарика в точке C воспользуемся тем, что скорость шарика в точке B уже известна, и применим теорему об изменении кинетической энергии при движении шарика из начального положения C в конечное положение B . На этом участке движения работу совершает только сила тяжести шарика. Получим $\frac{mV_B^2}{2} - \frac{mV_C^2}{2} = -Ph_{(CB)}$, где V_C, V_B – значения скорости шарика в точках C и B ; $h_{(CB)}$ – перепад высот точек C и B ;

$h_{(CB)} = r(1 - \sin 30^\circ) = 0,5r$ (см. рис. 4.18, a). В результате теорема об изменении кинетической энергии принимает вид: $mV_C^2 = mV_B^2 + 2mgh_{(CB)}$ или $V_C^2 = V_B^2 + gr$. Отсюда, при условии $V_B = 0,3V_0 = 2,34$ м/с, найдём $V_C = 3,22$ м/с.

Реакция опоры шарика: $N'_C = P \cos 30^\circ - m \frac{V_C^2}{r} = -6,12 \text{ Н.}$

Отрицательное значение реакции опоры шарика означает, что вектор реакции $\vec{N}'_C$ в точке C (см. рис. 4.18, a) направлен в противоположную сторону. Давление шарика на стержень в точке C равно модулю реакции опоры.

Найдём величину максимального сжатия пружины.

Рассмотрим движение шарика на участке от точки B до положения максимально сжатой пружины – точки M . Движение на этом участке происходит по дуге окружности BD и по прямой DM . При этом сила тяжести совершает работу на всём участке движения, а сила упругости – на отрезке сжатия пружины. Обозначим величину максимального сжатия пружины $MD = l$.

По теореме об изменении кинетической энергии точки при движении шарика из положения B в M получим: $\frac{mV_M^2}{2} - \frac{mV_B^2}{2} = A(\vec{P}) + A(\vec{F}_{\text{упр}})$, где V_M , V_B – скорость шарика в точках M и B . Работа силы тяжести $A(\vec{P}) = Ph_{(BM)} = P[h_{(BD)} + h_{(DM)}] = mg[r(1 - \cos 45^\circ) + l \cos 45^\circ]$. Работа силы упругости на прямолинейном участке DM длиной l : $A(\vec{F}_{\text{упр}}) = -\frac{cl^2}{2}$. Условие максимального сжатия пружины означает, что в точке M скорость шарика обращается в нуль: $V_M = 0$, тогда теорема об изменении кинетической энергии точки принимает вид: $-\frac{mV_B^2}{2} = mg[r(1 - \cos 45^\circ) + l \cos 45^\circ] - \frac{cl^2}{2}$. Подставляя данные задачи и с учётом того, что скорость шарика в наивысшей точке B найдена из предыдущих рассуждений $V_B = 2,34 \text{ м/с}$, получим квадратное уравнение для определения величины максимального сжатия пружины $50l^2 - 3,468l - 2,085 = 0$. В качестве ответа принимается положительный корень уравнения $l = 0,24 \text{ м}$.

5. ДИНАМИКА МЕХАНИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ

5.1. Описание движений твёрдых тел на основе общих теорем динамики системы

Поступательное движение твердого тела описывается теоремой о движении центра масс механической системы. В проекциях на координатные оси дифференциальные уравнения поступательного движения твердого тела имеют вид: $m\ddot{x}_C = \sum F_{kx}^e$, $m\ddot{y}_C = \sum F_{ky}^e$, $m\ddot{z}_C = \sum F_{kz}^e$, где m – масса тела; x_C, y_C, z_C – координаты центра масс тела; $F_{kx}^e, F_{ky}^e, F_{kz}^e$ – проекции на оси координат внешних сил, действующих на твердое тело.

Вращательное движение твердого тела относительно неподвижной оси z описывается теоремой об изменении кинетического момента.

Дифференциальное уравнение вращательного движения тела имеет вид:

$$J_z \frac{d\omega}{dt} = \sum M_z(\vec{F}_k^e) \quad \text{или} \quad J_z \ddot{\varphi} = \sum M_z(\vec{F}_k^e),$$

где ω – угловая скорость тела; $\omega = \dot{\varphi}$; φ – угол поворота тела; $\sum M_z(\vec{F}_k^e)$ – моменты внешних сил относительно оси z ; J_z – момент инерции тела относительно оси z .

Уравнение вращательного движения можно представить в алгебраической форме: $J_z \varepsilon = \sum M_z(\vec{F}_k^e)$, где ε – угловое ускорение тела; $\varepsilon = \dot{\omega}$.

Плоскопараллельное движение твердого тела описывается на основании теорем о движении центра масс и изменении кинетического момента относительно оси, проходящей через центр масс перпендикулярно плоскости движения. В проекции на координатные оси уравнения плоскопараллельного движения тела имеют вид:

$$ma_{Cx} = \sum F_{kx}^e, \quad ma_{Cy} = \sum F_{ky}^e, \quad J_{zC} \varepsilon = \sum M_{zC}(\vec{F}_k^e),$$

где a_{Cx}, a_{Cy} – проекции ускорения центра масс тела на координатные оси; F_{kx}^e ,

F_{ky}^e – проекции на оси координат внешних сил, действующих на тело; J_{zC} – момент инерции тела относительно оси z , проходящей через центр масс, перпендикулярно плоскости движения; ε – угловое ускорение тела; $M_{zC}(\vec{F}_k^e)$ – моменты внешних сил относительно оси, проходящей через центр масс.

Проводя динамический расчет механической системы, следует рассматривать движение тел системы в отдельности, предварительно освободив их от связей и заменив действие связей реакциями. Далее на основании общих теорем динамики системы следует составить уравнения движения каждого тела.

5.2. Задание Д4. Динамический расчет механической системы

Механизм состоит из трёх тел – груза 1, катка 2 и блока 3, соединённых нерастяжимыми нитями или невесомыми стержнями.

Движение механизма происходит в вертикальной плоскости под действием сил тяжести $\vec{P}_1, \vec{P}_2, \vec{P}_3$, силы $\vec{F}$ и пары сил с моментом M . Направление действия силы $\vec{F}$ определяется углом α . Качение катка 2 происходит без скольжения. Проскальзывание между дисками и соединяющими их невесомыми стержнями или нитями отсутствует.

Радиусы ступеней катка 2 и блока 3 на схемах обозначены R_2, r_2 и R_3, r_3 .

Сплошные диски считать однородными. Радиусы инерции неоднородных (ступенчатых) дисков относительно осей, проходящих через центры масс перпендикулярно плоскости движения, равны i_{z2}, i_{z3} .

Найти ускорение груза 1 и динамические реакции, действующие на ось блока 3.

Варианты заданий представлены на рис. 5.1, 5.2. Исходные данные приведены в табл. 5.1.

Варианты № 1, 11, 21	Варианты № 2, 12, 22
Варианты № 3, 13, 23	Варианты № 4, 14, 24
Варианты № 5, 15, 25	Варианты № 6, 16, 26

Рис. 5.1. Задание Д4. Динамический расчёт механической системы.
Номера вариантов задания 1 – 6, 11 – 16, 21 – 26

Варианты № 7, 17, 27	Варианты № 8, 18, 28
Варианты № 9, 19, 29	Варианты № 10, 20, 30

Рис. 5.2. Задание Д4. Динамический расчёт механической системы.
Номера вариантов задания 7 – 10, 17 – 20, 27 – 30

Таблица 5.1

Исходные данные задания Д4. Динамический расчёт механической системы

Номер варианта задания	P_1 , Н	P_2 , Н	P_3 , Н	F , Н	M , Н·м	α , град	R_2 , м	r_2 , м	R_3 , м	r_3 , м	i_{z2} , м	i_{z3} , м
1	P	P	$2P$	P	$2Pr$	60	$3r$	r	$2r$	r	$2r$	$r\sqrt{2}$
2	$3P$	P	$3P$	$3P$	Pr	30	$2r$	r	$2r$	—	$2r$	—
3	$4P$	$3P$	$4P$	$2P$	$2Pr$	60	$2r$	r	$2r$	r	$2r$	$2r$
4	$2P$	$2P$	$4P$	P	$4Pr$	45	$3r$	—	$3r$	r	—	$r\sqrt{2}$
5	P	$3P$	$3P$	$2P$	$3Pr$	30	$3r$	r	r	—	$2r$	—
6	P	$2P$	$4P$	$4P$	$6Pr$	60	$3r$	—	$3r$	r	—	$r\sqrt{2}$
7	P	$2P$	$3P$	$2P$	$3Pr$	45	$3r$	r	r	—	$r\sqrt{3}$	—

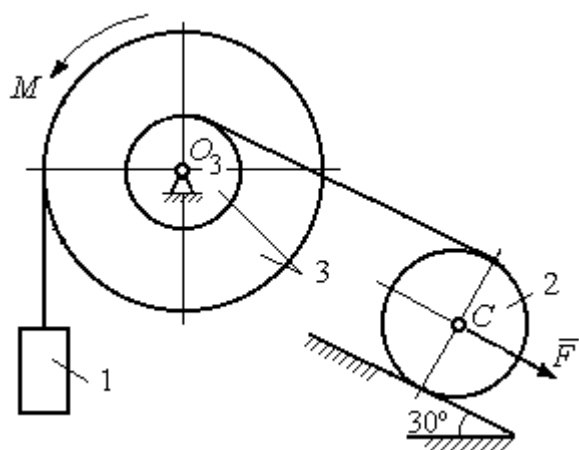
Номер варианта задания	$P_1, \text{Н}$	$P_2, \text{Н}$	$P_3, \text{Н}$	$F, \text{Н}$	$M, \text{Н}\cdot\text{м}$	$\alpha, \text{град}$	$R_2, \text{м}$	$r_2, \text{м}$	$R_3, \text{м}$	$r_3, \text{м}$	$i_{z2}, \text{м}$	$i_{z3}, \text{м}$
8	$2P$	$3P$	$3P$	P	$3Pr$	30	$2r$	—	$2r$	r	—	$r\sqrt{3}$
9	$3P$	P	$3P$	P	$2Pr$	30	$2r$	r	$2r$	—	$r\sqrt{2}$	—
10	P	P	$3P$	P	$2Pr$	60	$3r$	—	$3r$	r	—	$r\sqrt{3}$
11	P	P	$3P$	$2P$	$3Pr$	30	$3r$	$2r$	$2r$	r	$r\sqrt{2}$	$r\sqrt{2}$
12	$2P$	P	$2P$	$4P$	Pr	60	$3r$	r	$3r$	—	$r\sqrt{3}$	—
13	$3P$	P	$3P$	$3P$	$2Pr$	30	$3r$	$2r$	$2r$	r	$2r$	$r\sqrt{2}$
14	$2P$	P	$3P$	$2P$	$4Pr$	60	$2r$	—	$3r$	$2r$	—	$2r$
15	P	$2P$	$4P$	P	$4Pr$	45	$3r$	$2r$	$2r$	—	$r\sqrt{3}$	—
16	P	$3P$	$4P$	$2P$	$3Pr$	30	$2r$	—	$2r$	r	—	$r\sqrt{2}$
17	P	P	$3P$	$2P$	$6Pr$	60	$3r$	r	$3r$	—	$r\sqrt{3}$	—
18	$2P$	$2P$	$3P$	P	$3Pr$	60	$2r$	—	$3r$	r	—	$r\sqrt{2}$
19	$2P$	P	$2P$	$3P$	$4Pr$	30	$3r$	r	$3r$	—	$2r$	—
20	P	P	$3P$	P	$2Pr$	45	$2r$	—	$2r$	r	—	$r\sqrt{3}$
21	$2P$	P	$4P$	$2P$	$4Pr$	60	$2r$	r	$3r$	r	$r\sqrt{2}$	$2r$
22	P	P	$2P$	$5P$	$2Pr$	45	$3r$	$2r$	$2r$	—	$2r$	—
23	$2P$	$2P$	$3P$	$3P$	$2Pr$	60	$3r$	r	$2r$	r	$2r$	$r\sqrt{2}$
24	$4P$	P	$3P$	P	$3Pr$	30	$2r$	—	$3r$	r	—	$r\sqrt{3}$
25	P	$3P$	$2P$	P	$2Pr$	60	$3r$	r	r	—	$r\sqrt{3}$	—
26	P	$3P$	$4P$	$3P$	$3Pr$	45	$2r$	—	$3r$	$2r$	—	$r\sqrt{3}$
27	P	P	$4P$	$2P$	$4Pr$	30	$2r$	r	$2r$	—	$r\sqrt{3}$	—
28	$2P$	$3P$	$3P$	P	$6Pr$	30	$2r$	—	$3r$	$2r$	—	$r\sqrt{2}$
29	$2P$	P	$2P$	$2P$	$2Pr$	45	$2r$	r	r	—	$2r$	—
30	P	P	$4P$	P	$4Pr$	60	$3r$	—	$3r$	$2r$	—	$2r$

Пример выполнения задания Д4. Динамический расчёт механической системы

Механизм (рис. 5.3) состоит из груза 1, однородного диска – катка 2 и неоднородного диска – блока 3, соединённых друг с другом нерастяжимыми нитями. Система движется в вертикальной плоскости из состояния покоя.

Движение происходит под действием сил тяжести $\vec{P}_1, \vec{P}_2, \vec{P}_3$, равных по модулю: $P_1 = 2P, P_2 = 2P, P_3 = 3P$, силы $\vec{F}$, приложенной в центре масс катка 2, равной по величине: $F = 3P$, и пары сил с моментом $M = Pr$,

приложенных к блоку 3. Механизм является неизменяемой механической си-



стемой. Радиус катка 2 $R_2 = 2r$. Качение катка по наклонной плоскости происходит без проскальзывания. Радиусы ступенчатого блока 3: $R_3 = 3r$, $r_3 = r$. Радиус инерции блока 3 $i_3 = r\sqrt{3}$.

Применяя метод динамического

расчета механической системы найти ускорение груза 1 и динамические реакции, действующие на ось вращающегося блока 3.

Решение

Освобождаем систему от связей. На рис. 5.4 изображены внешние силы, действующие на каждое тело, после освобождения его от связей.

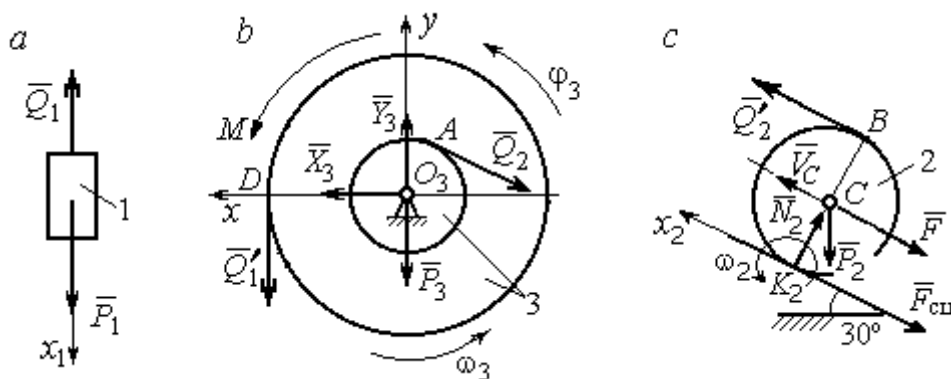


Рис. 5.4. Расчетные схемы для описания движения тел, входящих в систему:

a – поступательное движение груза 1; b – вращательное движение блока 3;
 c – плоское движение катка 2

Груз 1 совершает поступательное движение. К нему приложены сила тяжести $\vec{P}_1$ и реакция нити $\vec{Q}_1$ (рис. 5.4, a). Предположим, груз 1 движется вниз, и направим ось x_1 в сторону движения груза.

Уравнение движения груза в проекции на ось x_1 в соответствии с теоремой о движении центра масс механической системы имеет вид:

$$m_1 a_1 = \sum F_{kx} = P_1 - Q_1 = 2P - Q_1,$$

где m_1 , a_1 – соответственно, масса груза 1 и его ускорение, $m_1 = \frac{P_1}{g} = \frac{2P}{g}$.

Блок 3 вращается вокруг неподвижной оси z , проходящей через его центр масс O_3 , перпендикулярно плоскости диска. Направление вращения блока, соответствующее выбранному движению вниз груза 1, показано на рис. 5.4, *b* дуговой стрелкой ω_3 .

На блок действуют сила тяжести $\vec{P}_3$, силы реакции подшипника $\vec{X}_3$, $\vec{Y}_3$, момент M и реакции нитей $\vec{Q}'_1$ и $\vec{Q}_2$ (см. рис. 5.4, *b*). При составлении уравнения вращательного движения блока 3 моменты сил считаем положительными, если они поворачивают блок в сторону его вращения.

Уравнение вращения блока 3 имеет вид:

$$J_{zO_3} \varepsilon_3 = \sum M_{zO_3}(F_k) = Q'_1 R_3 + M - Q_2 r_3 = Q_1 3r + Pr - Q_2 r,$$

где J_{zO_3} – момент инерции блока 3 относительно оси z ; ε_3 – угловое ускорение

диска 3, $J_{zO_3} = m_3 i_3^2 = \frac{P_3}{g} (r\sqrt{3})^2 = \frac{9Pr^2}{g}$.

Каток 2 совершает плоскопараллельное движение. К нему приложены сила тяжести $\vec{P}_2$, сила $\vec{F}$, реакция нити $\vec{Q}'_2$ и реакция наклонной плоскости, состоящая из нормальной реакции опоры $\vec{N}_2$ и силы сцепления катка с поверхностью $\vec{F}_{\text{сц}}$. Согласно принципу равенства действия и противодействия, модули сил $\vec{Q}_2$ и $\vec{Q}'_2$ равны. На рис. 5.4, *c* показаны направления действия сил, приложенных к диску 2. В соответствии с направлением движения груза 1, центр масс катка 2 движется вверх параллельно наклонной плоскости. Направление движения центра масс катка 2 показано направлением оси x_2 . Направление вращения катка 2 показано дуговой стрелкой угловой скорости ω_2 (см. рис 5.4, *c*).

Плоскопараллельное движение катка 2 описывается уравнением движения его центра масс и уравнением вращения вокруг оси, проходящей через

центр масс, перпендикулярно плоскости диска. Составляя уравнение движения, получим:

$$m_2 a_C = Q'_2 - F - F_{\text{сц}} - P_2 \cos 60^\circ = Q_2 - 3P - F_{\text{сц}} - P,$$

$$J_C \varepsilon_2 = Q'_2 R_2 + F_{\text{сц}} R_2 = Q_2 2r + F_{\text{сц}} 2r,$$

где m_2 – масса катка 2, $m_2 = \frac{P_2}{g} = \frac{2P}{g}$; a_C , ε_2 – ускорение центра масс и угловое

ускорение катка 2; J_C – момент инерции однородного катка 2 относительно оси, проходящей через центр масс, перпендикулярно плоскости диска,

$$J_C = \frac{m_2 R_2^2}{2} = \frac{P R_2^2}{g} = \frac{4 P r^2}{g}. \text{ В уравнении вращательного движения диска мо-}$$

мент силы считается положительным, если создаваемый им поворот направлен в сторону вращения диска,

К системе четырех уравнений, описывающих движения тел в системе, необходимо добавить уравнения связей. Если предположить, что скорость центра масс катка 2 равна V_C , то угловая скорость катка определится по формуле:

$$\omega_2 = \frac{V_C}{CK_2} = \frac{V_C}{R_2}, \text{ где } CK_2 \text{ – расстояние от центра масс катка 2 до его мгновен-}$$

ного центра скоростей (см. рис. 5.4, с). Продифференцировав по времени последнее равенство, получим уравнение связи между ускорением центра масс

$$\text{катка 2 и его угловым ускорением: } \varepsilon_2 = \dot{\omega}_2 = \frac{\dot{V}_C}{R_2} = \frac{a_C}{R_2} = \frac{a_C}{2r}.$$

$$\text{Скорость точки } B \text{ катка 2 (см. рис. 5.4, с) } V_B = \omega_2 \cdot BK_2 = \frac{V_C}{R_2} 2R_2 = 2V_C.$$

Точка B катка 2 и точка A блока 3 соединены нитью (см. рис. 5.3), поэтому их скорости равны. Приравняв скорости точек A и B , получим равенство:

$$2V_C = V_B = V_A = \omega_3 r_3 = \omega_3 r, \text{ откуда } \omega_3 = \frac{2V_C}{r}. \text{ После дифференцирования по-}$$

$$\text{следнего выражения найдём соотношение между ускорениями: } \varepsilon_3 = \frac{2a_C}{r}.$$

Скорость груза 1 связана со скоростью центра масс диска 2 следующим образом: $V_1 = V_D = \omega_3 R_3 = \frac{2V_C}{r} 3r = 6V_C$. Тогда $a_1 = 6a_C$.

В результате получены четыре уравнения, описывающие движение тел в системе:

$$\begin{aligned} \frac{2P}{g} a_1 &= 2P - Q_1, & \frac{9Pr^2}{g} \varepsilon_3 &= Q_1 3r + Pr - Q_2 r; \\ \frac{2P}{g} a_C &= Q_2 - 3P - F_{\text{сц}} - P, & \frac{4Pr^2}{g} \varepsilon_2 &= Q_2 2r + F_{\text{сц}} 2r \end{aligned}$$

и три уравнения связей: $\varepsilon_2 = \frac{a_C}{2r}$, $\varepsilon_3 = \frac{2a_C}{r}$, $a_1 = 6a_C$.

После подстановки уравнений связи в уравнения движения тел получим систему четырёх уравнений с четырьмя неизвестными:

$$\begin{aligned} \frac{12P}{g} a_C &= 2P - Q_1, & \frac{18P}{g} a_C &= 3Q_1 + P - Q_2, \\ \frac{2P}{g} a_C &= Q_2 - 4P - F_{\text{сц}}, & \frac{P}{g} a_C &= Q_2 + F_{\text{сц}}, \end{aligned}$$

которая может быть решена любым известным из курса математики способом.

Например, исключив из первых двух уравнений величину Q_1 , а из третьего и четвёртого уравнений – величину $F_{\text{сц}}$, получим систему двух уравнений с двумя неизвестными:

$$\frac{54P}{g} a_C = 7P - Q_2, \quad \frac{3P}{g} a_C = 2Q_2 - 4P,$$

откуда $a_C = \frac{10}{111} g$, $Q_2 = \frac{79}{37} P$. Величину натяжения нити Q_1 находим из первого

уравнения исходной системы: $Q_1 = \frac{34}{37} P$.

Для вычисления динамической реакции R_3 оси блока 3 заметим, что центр масс блока 3 неподвижен и его ускорение равно нулю, $\vec{a}_{O_3} = 0$. Тогда уравнения движения центра масс блока 3 в проекциях на оси x, y имеют вид :

$$m_3 a_{O_3x} = X_3 - Q_2 \cos 30^\circ = 0, \quad m_3 a_{O_3y} = Y_3 - Q_1 - P_3 - Q_2 \cos 60^\circ = 0,$$

где X_3 , Y_3 , – проекции реакции R_3 оси вращающегося блока 3 на оси x , y (см. рис. 5.4, b). Отсюда, с учетом значений $Q_1 = 0,919P$ и $Q_2 = 2,135P$, проекции динамической реакции оси блока 3: $X_3 = Q_2 \cos 30^\circ = 1,85P$, $Y_3 = Q_1 + P_3 + Q_2 \cos 60^\circ = 4,98P$. Полная величина динамической реакции оси блока 3: $R_3 = \sqrt{X_3^2 + Y_3^2} = 5,31P$.

5.3. Теорема об изменении кинетической энергии системы

Кинетическая энергия тела при поступательном движении:

$$T = \frac{1}{2} m V_C^2, \text{ где } m \text{ – масса тела; } V_C \text{ – скорость центра масс тела.}$$

Кинетическая энергия тела при вращательном движении вокруг неподвижной оси z :

$$T = \frac{1}{2} J_z \omega^2, \text{ где } J_z \text{ – момент инерции тела относительно оси } z; \quad \omega \text{ – угловая}$$

скорость тела. Для дисков с равномерно распределённой массой момент инер-

ции относительно оси z , проходящей через центр масс: $J_z = \frac{1}{2} m R^2$, где R – ра-

диус диска. Для тел с неравномерно распределённой массой $J_z = m i_z^2$, где i_z –

радиус инерции. **Кинетическая энергия тела при плоскопараллельном**

движении: $T = \frac{1}{2} m V_C^2 + \frac{1}{2} J_{zC} \omega^2$, где m – масса тела; V_C , ω – скорость центра

масс и угловая скорость тела; J_{zC} – момент инерции тела относительно оси z ,

проходящей через центр масс перпендикулярно плоскости движения.

Работа постоянной по модулю и направлению силы $\vec{F}$ на конечном прямолинейном перемещении S точки приложения силы: $A(F) = F S \cos \alpha$, где α – угол между вектором силы и перемещением. Если угол α острый, работа

положительна. Если тупой – отрицательна. При $\alpha = 90^\circ$ сила перпендикулярна перемещению точки и работа силы равна нулю.

Работа пары сил с постоянным моментом M при повороте тела на конечный угол φ : $A = \pm M\varphi$, где φ – угол поворота тела. Работа считается положительной, если пара сил стремится повернуть тело в направлении его вращения, и отрицательной – в противном случае.

Мощностью силы $\vec{F}$ называют величину $N(F)$, равную скалярному произведению силы на скорость точки её приложения: $N(F) = \vec{F} \cdot \vec{V} = F \cdot V \cos \alpha$, где V – скорость точки приложения силы; α – угол между вектором силы и вектором скорости точки приложения силы.

При плоском движении тела мощность силы выражается суммой скалярных произведений векторов: $N = \vec{F} \cdot \vec{V}_O + \vec{M}_O(\vec{F}) \cdot \vec{\omega} = F \cdot V_O \cos \alpha \pm F h_O \omega$, где $\vec{V}_O$ – вектор скорости точки, выбранной полюсом; $\vec{\omega}$ – вектор угловой скорости тела; $\vec{M}_O$ – вектор момента силы $\vec{F}$ относительно полюса; h_O – плечо силы $\vec{F}$ относительно полюса O .

Теорема об изменении кинетической энергии системы в дифференциальной форме. Производная по времени от кинетической энергии системы равна сумме мощностей внешних и внутренних сил $\frac{dT}{dt} = \sum N(\vec{F}_k^e) + \sum N(\vec{F}_k^i)$, где T – кинетическая энергия системы; $\sum N(\vec{F}_k^e)$, $\sum N(\vec{F}_k^i)$ – сумма мощностей, соответственно, внешних и внутренних сил.

Теорема об изменении кинетической энергии системы на конечном перемещении. Изменение кинетической энергии системы на её конечном перемещении равно сумме работ внешних и внутренних сил, действующих на систему $T - T_0 = \sum A(\vec{F}_k^e) + \sum A(\vec{F}_k^i)$, где T , T_0 – кинетическая энергия системы, соответственно, в текущем и начальном состояниях; $\sum A(\vec{F}_k^e)$, $\sum A(\vec{F}_k^i)$ – сум-

ма работ внешних и внутренних сил при перемещении системы из начального состояния в текущее.

Механические системы, состоящие из абсолютно твердых тел, соединенных гибкими нерастяжимыми нитями, называются **неизменяемыми**. В неизменяемых системах сумма работ внутренних сил и, следовательно, сумма мощностей этих сил равны нулю. Поэтому для таких систем в теореме об изменении кинетической энергии достаточно учитывать только внешние силы.

5.4. Задание Д5. Исследование движения механической системы с применением теоремы об изменении кинетической энергии

Неизменяемая механическая система состоит из ступенчатого и однородного дисков, соединённых нерастяжимой нитью или невесомым стержнем. Нити и стержни, соединяющие диски, параллельны плоскостям качения дисков. Качение дисков без скольжения. Скольжение между невесомым стержнем и дисками отсутствует.

Вес дисков P_1 и P_2 . Система движется в вертикальной плоскости под действием сил тяжести $\vec{P}_1, \vec{P}_2$, сил $\vec{F}_1, \vec{F}_2$ и пары сил с моментом M . Направления действия сил $\vec{F}_1, \vec{F}_2$ и наклон плоскости (если он есть) определяются углами α или β , показанными на схемах механизмов.

Радиус однородного диска r . Радиусы ступеней ступенчатого диска R и r . Радиус инерции ступенчатого диска относительно оси, проходящей через центр масс перпендикулярно плоскости движения, равен i_z .

1. Найти ускорение центра масс диска 2.
2. Найти реакцию опоры диска 2 на плоскость (её нормальную составляющую и силу сцепления диска с плоскостью).

Варианты задания приведены на рис. 5.5, 5.6, исходные данные представлены в табл. 5.2.

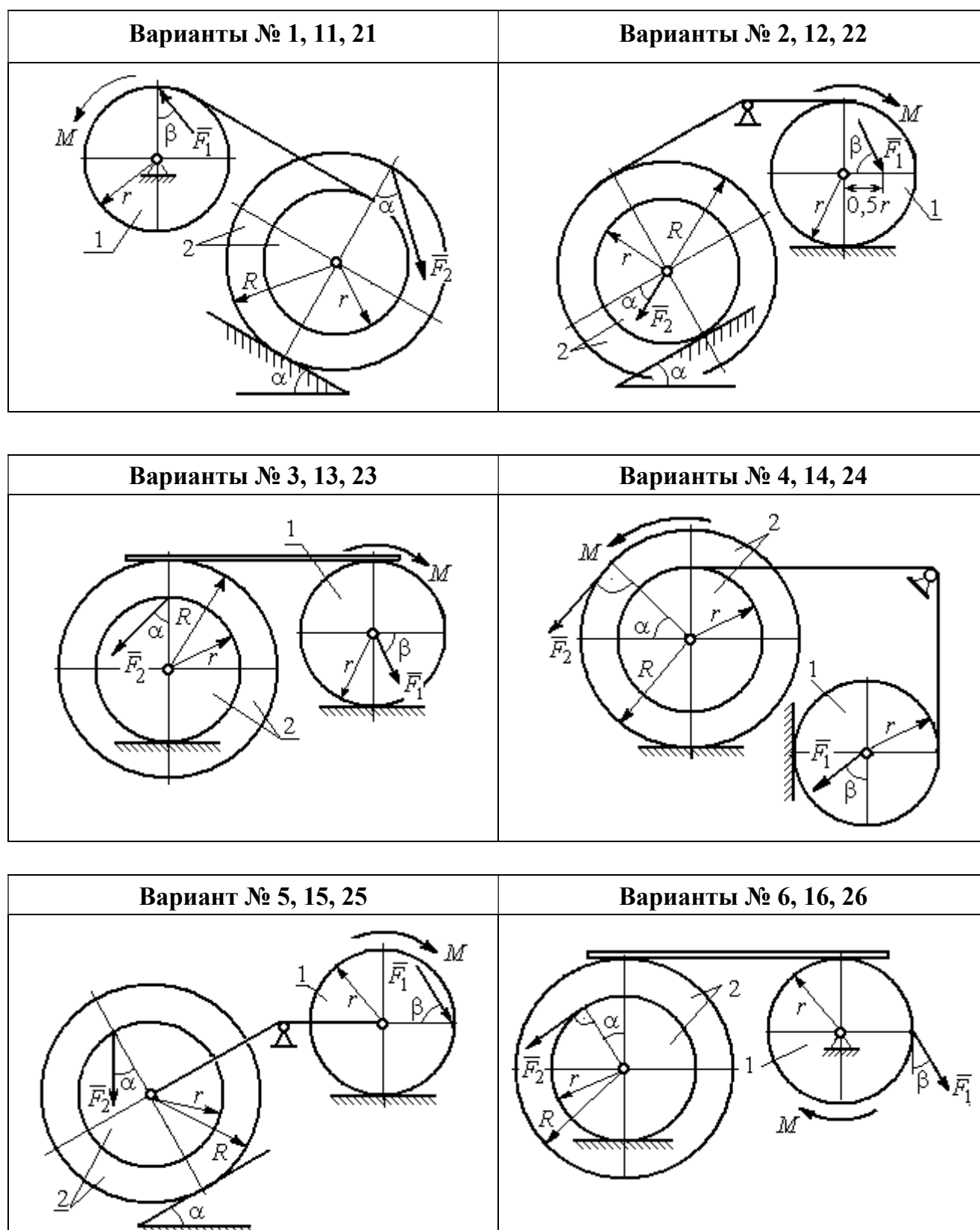


Рис. 5.5. Задание Д5. Исследование движения механической системы с применением теоремы об изменении кинетической энергии.
Варианты задания 1 – 6, 11 – 16, 21 – 26

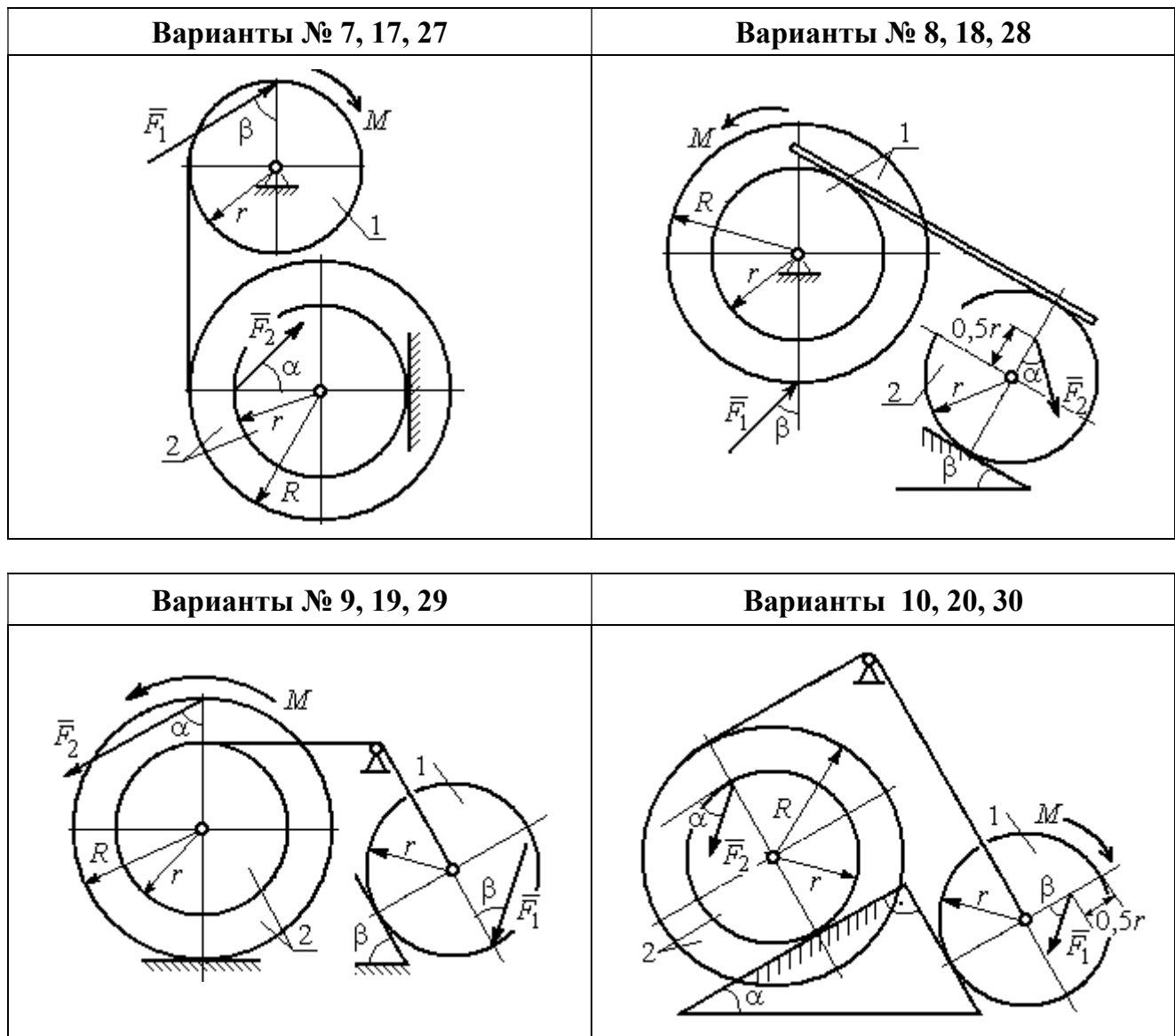


Рис. 5.6. Задание Д5. Исследование движения механической системы с применением теоремы об изменении кинетической энергии.

Варианты задания 7 – 10, 17 – 20, 27 – 30

Таблица 5.2

Исходные данные задания Д5. Исследование движения механической системы с применением теоремы об изменении кинетической энергии

Номер варианта задания	P_1 , Н	P_2 , Н	F_1 , Н	F_2 , Н	M , Н·м	α , град	β , град	R , м	r , м	i_z , м
1	10	20	15	20	25	30	60	0,4	0,3	0,3
2	20	30	10	20	20	60	30	0,6	0,3	0,4
3	10	15	12	20	25	60	60	1,2	0,6	0,8
4	12	25	20	25	35	30	30	1,5	0,5	1,2

Номер варианта задания	P_1 , Н	P_2 , Н	F_1 , Н	F_2 , Н	M , Н·м	α , град	β , град	R , м	r , м	i_z , м
5	15	20	10	20	30	60	30	0,8	0,4	0,7
6	18	20	18	22	22	45	60	1,2	0,4	0,9
7	15	25	10	8	20	45	45	0,9	0,6	0,7
8	25	22	10	12	30	45	60	1,0	0,8	0,9
9	12	25	18	10	32	30	30	0,8	0,6	0,7
10	10	15	8	10	28	60	30	1,4	0,7	1,2
11	15	22	20	25	30	60	45	0,6	0,4	0,5
12	20	25	15	40	30	30	60	0,8	0,4	0,6
13	10	20	10	25	30	45	30	1,0	0,5	0,9
14	12	15	18	15	25	30	30	0,9	0,3	0,8
15	20	25	20	20	30	45	60	1,0	0,5	0,8
16	10	15	10	15	16	60	45	1,2	0,4	1,1
17	18	25	12	10	30	30	30	1,5	0,9	1,3
18	25	20	10	15	20	60	60	0,8	0,5	0,7
19	12	25	10	10	32	60	60	1,2	0,9	1,1
20	15	20	8	20	25	30	45	0,8	0,4	0,7
21	10	25	25	15	30	45	30	0,7	0,5	0,6
22	18	20	20	20	35	60	45	1,4	0,7	0,9
23	10	15	10	30	30	30	30	1,4	0,7	0,8
24	10	15	12	20	20	30	30	1,2	0,4	0,8
25	12	18	20	18	30	60	30	1,2	0,6	1,1
26	10	12	12	15	15	30	30	0,9	0,3	0,8
27	15	22	10	12	20	45	60	0,8	0,6	0,7
28	22	20	8	16	8	30	45	0,6	0,2	0,4
29	18	25	10	8	32	60	60	1,2	0,8	1,1
30	20	25	8	20	28	30	30	0,8	0,4	0,6

Пример выполнения задания Д5. Исследование движения механической системы с применением теоремы об изменении кинетической энергии

Механическая система состоит из ступенчатого и однородного дисков, соединённых невесомым стержнем (рис. 5.7). Система движется в вертикальной плоскости под действием сил тяжести, сил $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ и пары сил с моментом M . Направления действия сил $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ определяются углами α и β .

Диск 1 вращается вокруг неподвижной оси O_1 . Диск 2 катится прямолинейно по горизонтальной поверхности. Качение диска 2 без проскальзывания.

Невесомый стержень, соединяющий диски, расположен горизонтально. Скольжение между стержнем и дисками отсутствует.

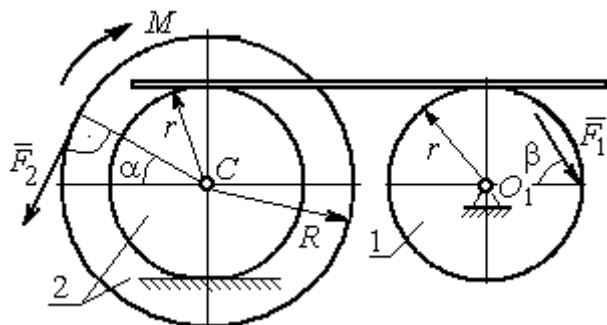


Рис. 5.7. Схема движения механической системы

Определить ускорение центра масс диска 2, угловое ускорение дисков, усилие в стержне, динамическую реакцию шарнира O_1 , реакцию опоры диска 2 (её нормальную составляющую и силу сцепления диска с поверхностью качения), если модули сил тяжести $P_1 = 40$ Н,

$P_2 = 60$ Н, модули сил $F_1 = 80$ Н, $F_2 = 30$ Н, величина момента $M = 35$ Н·м, углы наклона сил $\alpha = 30^\circ$, $\beta = 45^\circ$, радиусы дисков $R = 0,8$ м, $r = 0,6$ м, радиус инерции диска 2 $i_z = 0,4$ м.

Решение

Предположим, что во время движения системы диск 1 вращается по ходу часовой стрелки. Угловые скорости ω_1 и ω_2 дисков 1 и 2 и скорость центра масс диска 2 показаны на рис. 5.8.

На диск 1 действуют силы: $\vec{F}_1$, сила тяжести $\vec{P}_1$ и реакция шарнира O_1 , разложенная на составляющие $\vec{X}_1$, $\vec{Y}_1$. На диск 2: сила $\vec{F}_2$, сила тяжести $\vec{P}_2$, пара сил с моментом M , нормальная реакция опоры $\vec{N}$ и сила сцепления диска 2 с поверхностью $\vec{F}_{\text{сц}}$. Направления действия сил показаны на рис. 5.8.

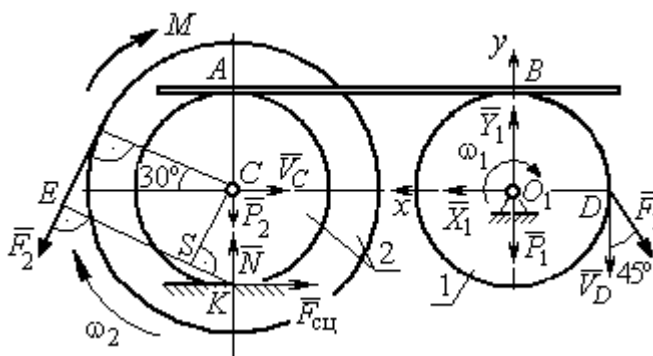


Рис. 5.8. Расчетная схема для исследования движения системы

Для решения задачи воспользуемся теоремой об изменении кинетической энергии системы в дифференциальной форме. По условию задачи рассматриваемая система неизменяемая и, следовательно, сумма мощностей внутренних сил равна нулю. В этом случае теорема об изменении кинетической энергии системы принимает вид $\frac{dT}{dt} = \sum N(\vec{F}_k^e)$, где T – энергия системы в текущем положении; $\sum N(\vec{F}_k^e)$ – суммарная мощность внешних сил.

Найдём кинетическую энергию системы и выразим её через скорость центра масс диска 2.

Кинетическая энергия вращательного движения диска 1: $T_1 = \frac{1}{2} J_{zO_1} \omega_1^2$, где ω_1 – угловая скорость диска 1; J_{zO_1} – осевой момент инерции диска 1, $J_{zO_1} = \frac{m_1 r^2}{2}$. Диск 2 движется плоскопараллельно. Его кинетическая энергия определяется по формуле: $T_2 = \frac{1}{2} m_2 V_C^2 + \frac{1}{2} J_{zC} \omega_2^2$, где V_C , ω_2 – скорость центра масс и угловая скорость диска 2; J_{zC} – момент инерции ступенчатого диска 2 относительно оси z , проходящей через центр масс перпендикулярно плоскости диска, $J_{zC} = m_2 i_z^2$.

У диска 2 мгновенный центр скоростей находится в точке касания его с неподвижной поверхностью (точка K на рис. 5.8). Тогда скорость точки C определяется по формуле $V_C = \omega_2 \cdot CK = \omega_2 r$, откуда $\omega_2 = \frac{V_C}{r}$. Скорость точки A $V_A = \omega_2 \cdot AK = \omega_2 2r$, или $V_A = 2V_C$.

Так как нет проскальзывания между стержнем и дисками, скорость точки A на диске 2 равна скорости точки B на диске 1, причём $V_B = \omega_1 r$. Приравняв скорости $V_B = V_A$, найдём $\omega_1 = \frac{2V_C}{r}$.

С учетом найденных зависимостей кинетические энергии дисков 1 и 2 и суммарная энергия системы имеют вид

$$T_1 = \frac{1}{2} J_{zO_1} \omega_1^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{P_1 r^2}{2g} \left(\frac{2V_C}{r} \right)^2 = \frac{P_1}{g} V_C^2;$$

$$T_2 = \frac{1}{2} m_2 V_C^2 + \frac{1}{2} J_{zC} \omega_2^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{P_2}{g} V_C^2 + \frac{1}{2} \cdot \frac{P_2}{g} i_z^2 \left(\frac{V_C}{r} \right)^2;$$

$$T = T_1 + T_2 = \frac{P_1}{g} V_C^2 + \frac{1}{2} \frac{P_2}{g} \left(1 + \frac{i_z^2}{r^2} \right) V_C^2.$$

Производная по времени от кинетической энергии системы

$$\frac{dT}{dt} = 2V_C \frac{dV_C}{dt} \left[\frac{P_1}{g} + \frac{P_2}{2g} \left(1 + \frac{i_z^2}{r^2} \right) \right].$$

Найдем сумму мощностей внешних сил. Отметим, что мощности силы тяжести $\vec{P}_1$ и сил реакции $\vec{X}_1, \vec{Y}_1$ подшипника O_1 равны нулю, так как нет перемещения точек приложения этих сил. Мощности сил $\vec{N}$ и $\vec{F}_{\text{сц}}$ – нормальной реакции опоры диска 2 и силы сцепления диска с плоскостью также равны нулю, так как точкой приложения этих сил является мгновенный центр скоростей диска 2, скорость которого равна нулю. Мощность силы $\vec{P}_2$ равна нулю, так как угол между вектором силы и скоростью точки приложения силы – точки C – равен 90° (см. рис. 5.8). Для определения мощности силы $\vec{F}_2$, приложенной к диску 2, воспользуемся формулой расчета мощности силы при плоскопараллельном движении тела. Выберем в качестве полюса точку K – мгновенный центр скоростей диска 2, скорость которого $V_K = 0$ (см. рис. 5.8). В этом случае мощность силы $\vec{F}_2$ равна: $N(\vec{F}_2) = \vec{M}_K \cdot \vec{\omega}_2 = -F_2 h_K \omega_2$, где $\vec{M}_K = M_K(\vec{F}_2)$ – вектор момента силы $\vec{F}_2$ относительно центра K ; $\vec{\omega}_2, \omega_2$ – вектор и модуль угловой скорости диска 2; h_K – плечо силы $\vec{F}_2$ относительно центра K . Мощ-

ность силы $\vec{F}_2$ отрицательная, так как направление момента силы $\vec{F}_2$ относительно точки K противоположно направлению угловой скорости диска 2.

В результате, мощность силы $\vec{F}_2$:

$$N(\vec{F}_2) = -F_2 h_K \omega_2 = -F_2 (R + r \cos 60^\circ) \omega_2 = -F_2 V_C \left(\frac{1}{2} + \frac{R}{r} \right).$$

Здесь $h_K = EK = ES + SK = R + r \cos 60^\circ$ (см. рис. 5.8).

Заметим, что для вычисления мощности силы F_2 можно использовать в качестве полюса центр масс диска – точку C . Имеем:

$$N(\vec{F}_2) = \vec{F}_2 \cdot \vec{V}_C + \vec{M}_C(F_2) \cdot \vec{\omega}_2 = F_2 V_C \cos 120^\circ - F_2 R \omega_2 = -F_2 V_C \left(\frac{1}{2} + \frac{R}{r} \right).$$

Момент M направлен в сторону вращения диска 2. Его мощность положительная: $N(M) = M \omega_2 = M \frac{V_C}{r}$. Мощность силы $\vec{F}_1$, приложенной в точке D , $N(\vec{F}_1) = F_1 V_D \cos 45^\circ = F_1 V_C \sqrt{2}$. Здесь учтено очевидное равенство $V_D = V_A = 2V_C$ (см. рис. 5.8).

Суммарная мощность внешних сил:

$$\sum N(F^e) = -F_2 V_C \left(\frac{1}{2} + \frac{R}{r} \right) + M \frac{V_C}{r} + F_1 V_C \sqrt{2}.$$

В результате теорема об изменении кинетической энергии системы приводится к виду

$$2V_C \frac{dV_C}{dt} \left[\frac{P_1}{g} + \frac{P_2}{2g} \left(1 + \frac{i_z^2}{r^2} \right) \right] = -F_2 V_C \left(\frac{1}{2} + \frac{R}{r} \right) + M \frac{V_C}{r} + F_1 V_C \sqrt{2},$$

откуда ускорение центра масс диска 2:

$$a_C = \frac{dV_C}{dt} = \frac{\left[-F_2 \left(\frac{1}{2} + \frac{R}{r} \right) + \frac{M}{r} + F_1 \sqrt{2} \right] g}{\left[2P_1 + P_2 \left(1 + \frac{i_z^2}{r^2} \right) \right]}.$$

Подставляя исходные данные задачи, получим: $a_C = 6,85 \text{ м/с}^2$.

Для определения углового ускорения диска 2 продифференцируем по времени равенство $\omega_2 = \frac{V_C}{CK} = \frac{V_C}{r}$. Дифференцирование здесь допустимо, так как во время движения диска 2 расстояние от точки C до мгновенного центра скоростей диска 2 – точки K – не меняется.

Найдем $\varepsilon_2 = \dot{\omega}_2 = \frac{\dot{V}_C}{r} = \frac{a_C}{r} = 11,42 \text{ рад/с}^2$. Угловое ускорение диска 1

находится путём дифференцирования равенства $\omega_1 = 2\omega_2$. Имеем: $\varepsilon_1 = 2\varepsilon_2 = 22,84 \text{ рад/с}^2$.

Для того чтобы определить реакцию стержня, освобождаемся от стержня, заменяем его реакцией $\vec{H}$ и составляем уравнения движения дисков 1 и 2.

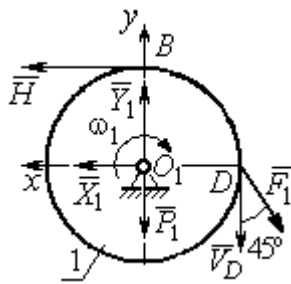


Рис. 5.9. Силы, действующие на диск 1 во время движения

Силы, действующие на диск 1 во время движения, показаны на рис. 5.9. Уравнение вращательного движения диска 1 в алгебраической форме:

$J_{zO_1} \varepsilon_1 = \sum M_z(\vec{F}_k^e)$, где ε_1 – угловое ускорение диска; J_{zO_1} – момент инерции диска 1 относительно оси z , проходящей через точку O_1 перпендикулярно плоскости диска, $J_{zO_1} = \frac{m_1 r^2}{2}$; $\sum M_{zO_1}(\vec{F}_k^e)$ – сумма моментов внешних сил относительно оси z .

Считая моменты сил положительными, если они создают поворот диска в сторону его вращения, составим сумму моментов внешних сил относительно оси z : $\sum M_{zO_1}(\vec{F}_k^e) = F_1 r \cos 45^\circ - H r$. В результате уравнение вращательного

движения диска 1 принимает вид: $\frac{P_1 r^2}{2g} \varepsilon_1 = F_1 r \cos 45^\circ - H r$.

Подставляя в уравнение исходные данные задачи с учетом найденного значения углового ускорения диска 1 $\varepsilon_1 = 22,84 \text{ рад/с}^2$, найдем реакцию стержня $H = 28,63 \text{ Н}$.

Для определения динамической реакции шарнира O_1 диска 1 применим теорему о движении центра масс. Выберем оси координат O_1x и O_1y , как показано на рис. 5.9, и составим уравнение движения центра масс диска 1 в проекциях на оси координат с учётом того, что сам центр масс неподвижен и его ускорение равно нулю.

Получим систему:

$$H + X_1 - F_1 \sin 45^\circ = 0, \quad Y_1 - P_1 - F_1 \cos 45^\circ = 0.$$

Отсюда, с учётом найденной величины усилия в стержне $H = 28,63$ Н, находим составляющие динамической реакции шарнира: $X_1 = 27,94$ Н, $Y_1 = 96,57$ Н. Полная реакция шарнира $R_{O_1} = \sqrt{X_1^2 + Y_1^2} = 100,53$ Н.

Для определения величины силы сцепления диска 2 с поверхностью качения и нормальной составляющей реакции опоры диска используем теорему о движении центра масс. Силы, приложенные к диску 2, и выбранная система координат xCy показаны на рис. 5.10. Уравнения движения центра масс диска 2 в проекциях на оси x, y имеют вид:

$$m_2 a_C = H + F_{\text{сц}} - F_2 \cos 60^\circ;$$

$$0 = -F_2 \cos 30^\circ - P_2 + N.$$

С учетом найденных значений реакции стержня $H = 28,63$ Н и ускорения центра масс диска 2 $a_C = 6,85$ м/с², находим силу сцепления и нормальную реакцию опоры: $F_{\text{сц}} = 28,27$ Н, $N = 85,98$ Н.

Полная реакция опоры $R_K = \sqrt{N^2 + F_{\text{сц}}^2} = 90,51$ Н.

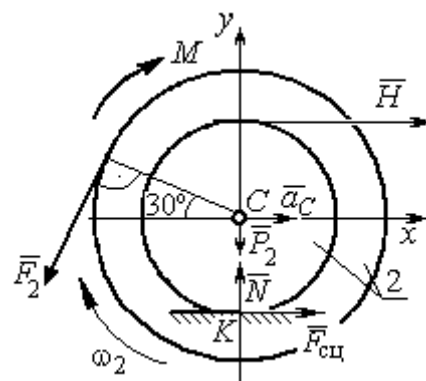


Рис. 5.10. Силы, действующие на диск 2 во время движения

6. АНАЛИТИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА

6.1. Принципы механики. Общее уравнение динамики

Силой инерции материальной точки называют векторную величину, модуль которой равен произведению массы точки на модуль её ускорения, направленную противоположно этому ускорению

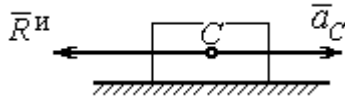


Рис. 6.1. Главный вектор сил инерции при поступательном движении твердого тела

направленную противоположно этому ускорению $\vec{R}^И = -m\vec{a}$, где m – масса точки; $\vec{a}$ – вектор ускорения точки.

При поступательном движении тела с ускорением центра масс $\vec{a}_C$ система сил инерции, приложенных к каждой точке тела, приводится к главному вектору сил инерции $\vec{R}^И$, равному по величине $R^И = ma_C$, приложенному в центре масс тела и направленному в сторону, противоположную ускорению $\vec{a}_C$ (рис. 6.1).

При вращении тела вокруг неподвижной оси z , проходящей через центр масс, главный вектор сил инерции, приведённый к центру масс тела, обращается в нуль (так как ускорение центра масс равно нулю). Таким образом, система сил инерции приводится к паре сил с моментом $\vec{M}^И$, равным главному моменту сил инерции относительно оси вращения. Величина главного момента сил инерции $M^И = J_z \varepsilon$, где J_z – момент инерции тела относительно оси z ; ε – угловое ускорение тела. Направлен главный момент сил инерции в сторону, противоположную угловому ускорению (рис. 6.2).

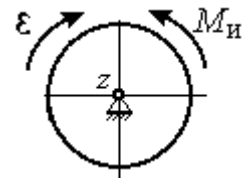


Рис. 6.2. Главный момент сил инерции при вращении тела вокруг оси, проходящей через центр масс

При плоскопараллельном движении тела с ускорением центра масс $\vec{a}_C$ и угловым ускорением ε система сил инерции, приложенных к каждой точке тела, приводится к силе $\vec{R}^И$, равной главному вектору сил инерции, и паре сил с моментом $\vec{M}^И$, равным главному моменту сил инерции относительно оси,

проходящей через центр масс тела перпендикулярно плоскости движения (рис. 6.3). Главный вектор сил инерции равен по модулю произведению массы тела на ускорение его центра масс: $R^и = ma_c$, приложен в центре масс тела и направлен в сторону, противоположную ускорению $\vec{a}_c$ центра масс. Главный момент сил инерции равен по величине произведению момента инерции тела относительно оси, проходящей через центр масс перпендикулярно плоскости движения, на угловое ускорение тела:

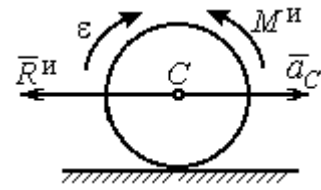


Рис. 6.3. Главный вектор и главный момент сил инерции при плоскопараллельном движении твердого тела

$M^и = J_c \varepsilon$, где J_c – момент инерции тела. Направлен главный момент сил инерции в сторону, противоположную угловому ускорению (см. рис. 6.3).

Принцип Даламбера для системы. Если в любой момент времени к каждой из точек системы кроме действующих на нее внешних и внутренних сил присоединить соответствующие силы инерции, то полученная система сил будет уравновешенной. Принцип Даламбера даёт возможность составлять уравнения движения механической системы в виде уравнений равновесия:

$$\sum \vec{F}_k^e + \vec{R}^и = 0, \quad \sum \vec{M}_O(\vec{F}_k^e) + \vec{M}_O^и = 0,$$

где $\vec{F}_k^e$ – внешние силы, приложенные к системе; $\vec{R}^и$ – главный вектор сил инерции; $\vec{M}_O(\vec{F}_k^e)$ – момент внешних сил, приложенных к системе, относительно произвольного центра O ; $\vec{M}_O^и$ – главный момент сил инерции относительно центра O .

Силы, действующие на систему, можно подразделить на активные и реакции связей. **Идеальными связями** в механической системе называют такие связи, для которых сумма элементарных работ их реакций на любом возможном перемещении равна нулю.

Принцип возможных перемещений. Для равновесия механической системы с идеальными связями необходимо и достаточно, чтобы сумма

элементарных работ всех активных сил, приложенных к точкам системы, была равна нулю на любом возможном перемещении системы: $\sum \delta A(\vec{F}_k^{\text{акт}}) = 0$, где $\delta A(\vec{F}_k^{\text{акт}})$ – элементарная работа активных сил на возможном перемещении.

Совместное применение принципа Даламбера и принципа возможных перемещений приводит к формулировке общего уравнения динамики.

Общее уравнение динамики. При движении механической системы с идеальными связями в каждый момент времени сумма элементарных работ всех приложенных активных сил и сил инерции на любом возможном перемещении равна нулю: $\sum \delta A(\vec{F}_k^{\text{акт}}) + \sum \delta A(\vec{R}_k^{\text{и}}) = 0$, где $\delta A(\vec{F}_k^{\text{акт}})$, $\delta A(\vec{R}_k^{\text{и}})$ – элементарные работы активных сил и сил инерции, приложенных к системе, на её возможном перемещении.

При вычислении элементарных работ активных сил и сил инерции используют обычные формулы для вычисления работы сил на элементарном перемещении точек их приложения. При этом переменные силы на элементарном перемещении точек их приложения считаются постоянными.

6.2. Задание Д6. Исследование механической системы с применением общего уравнения динамики

Механическая система с идеальными связями включает груз и два диска – однородного радиусом R или r и ступенчатого. Ступенчатый диск состоит из двух одноосных цилиндров радиусом R и r . Радиусы дисков указаны на схеме. Тела соединены нерастяжимыми нитями или невесомыми стержнями. Система движется в вертикальной плоскости из состояния покоя под действием сил тяжести, постоянной силы $\vec{F}$, а также пары сил с переменным моментом M . Направление действия силы $\vec{F}$ и наклон плоскости движущихся тел определяются углами α и β . Радиус инерции ступенчатого диска относительно оси, проходящей через центр масс перпендикулярно плоскости движения, равен i_z .

Качение дисков без проскальзывания. Скольжение между невесомым стержнем и дисками отсутствует. Движение грузов по плоскости без трения. Нити и стержни, соединяющие груз и диски, параллельны соответствующим плоскостям, по которым двигаются тела.

Найти уравнение движения центра масс диска 3. Определить реакцию шарнира диска 2 в момент времени $t = 1$ с.

Варианты задания приведены на рис. 6.4, 6.5. Исходные данные выбираются из табл. 6.1.

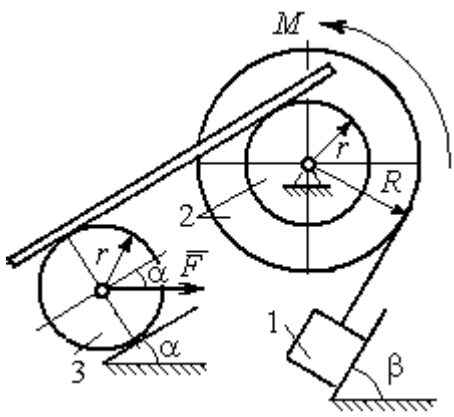
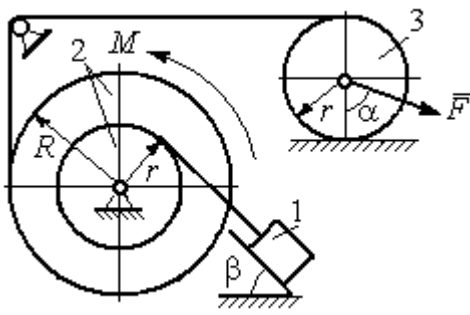
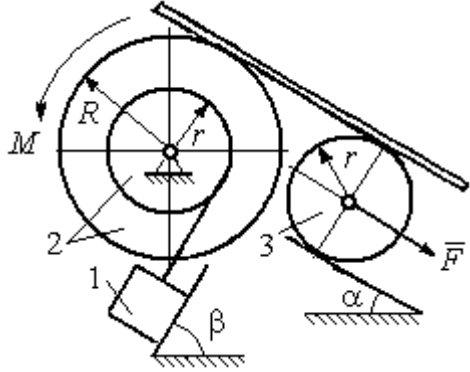
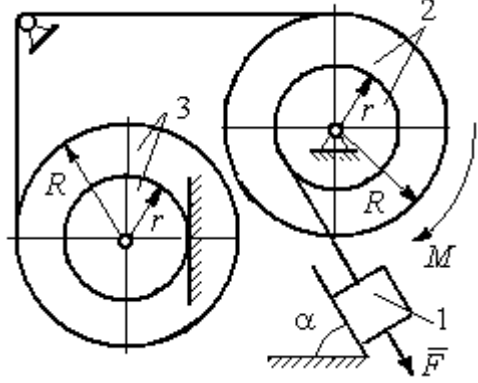
Варианты № 1, 11, 21	Варианты № 2, 12, 22
	
Варианты 3, 13, 23	Варианты № 4, 14, 24
	

Рис. 6.4. Задание Д6. Исследование движения механической системы с применением общего уравнения динамики.
Номера вариантов задания 1 – 4, 11 – 14, 21 – 24

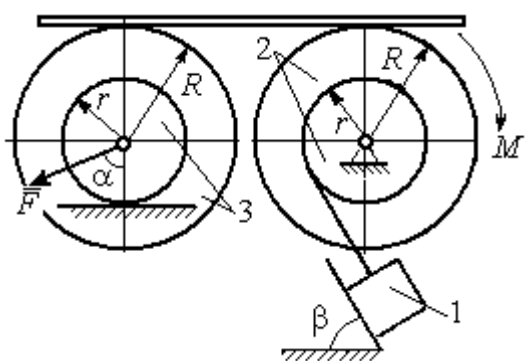
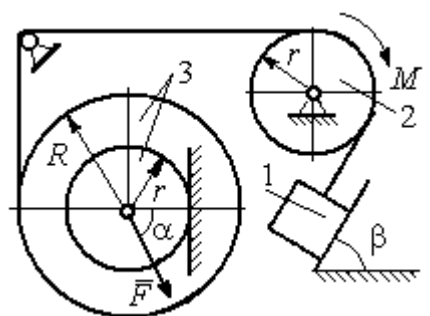
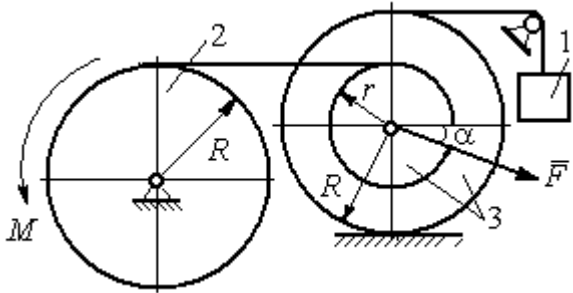
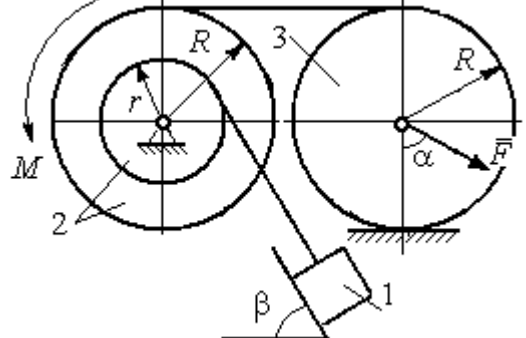
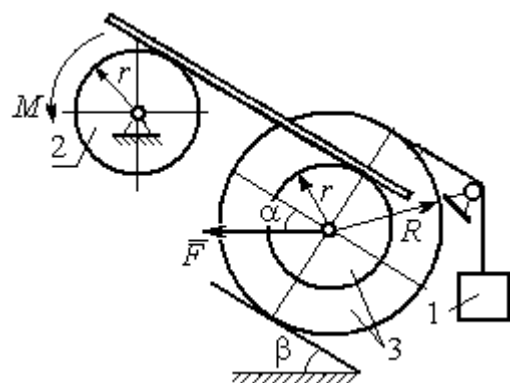
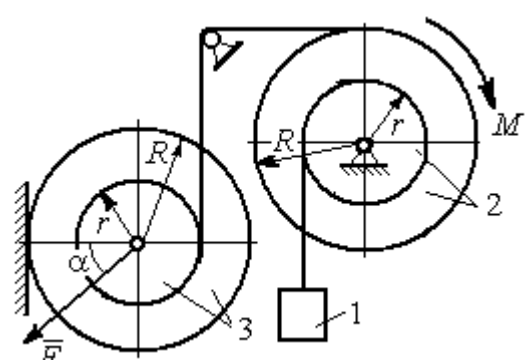
Варианты № 5, 15, 25	Варианты № 6, 16, 26
	
Варианты № 7, 17, 27	Варианты № 8, 18, 28
	
Варианты № 9, 19, 29	Варианты № 10, 20, 30
	

Рис. 6.5. Задание Д6. Исследование движения механической системы с применением общего уравнения динамики.
Номера вариантов задания 5 – 10, 15 – 20, 25 – 30

**Исходные данные задания Д6. Исследование движения механической системы
с применением общего уравнения динамики**

Номер варианта задания	P_1 , Н	P_2 , Н	P_3 , Н	F , Н	M , Н·м	α , град	β , град	R , м	r , м	i_z , м
1	10	20	8	20	$3(2+t^2)$	30	60	0,6	0,3	0,4
2	10	22	15	15	$4(t+3)$	30	30	0,8	0,4	0,6
3	5	18	10	6	$8(t^2+1)$	90	30	0,4	0,3	0,3
4	5	22	10	5	$14(t^2+t+1)$	30	—	0,6	0,5	0,6
5	5	20	16	9	$3(t^2+4)$	45	60	0,6	0,3	0,5
6	10	16	14	15	$4(5+t)$	60	30	1,0	0,6	0,8
7	6	20	20	8	$9(3t^2+2)$	45	—	0,8	0,6	0,8
8	16	25	15	12	$5(t^2+4)$	30	60	1,2	0,6	0,8
9	5	20	12	8	$4(3+5t)$	60	30	0,6	0,4	0,5
10	6	25	8	10	$5(3t+6)$	30	—	1,0	0,8	0,9
11	4	22	8	15	$2+t^2$	45	45	0,8	0,4	0,6
12	15	18	15	10	$5(t+3)$	30	60	1,0	0,5	0,7
13	6	20	10	4	$5(t^2+2)$	30	60	0,6	0,5	0,4
14	10	25	15	8	$16(t+2)$	60	—	0,8	0,6	0,7
15	8	18	20	10	$6(t+2)$	30	90	1,2	0,6	1,0
16	8	18	12	12	$5(3+t^2)$	90	60	0,8	0,6	0,7
17	5	20	10	10	$2t^2+20$	60	—	0,9	0,6	0,8
18	20	15	20	15	$3(t+4)$	60	30	0,8	0,4	0,7
19	8	20	12	10	$4(3+t)$	45	45	1,2	0,4	0,8
20	12	20	10	6	$6(3t+4)$	45	—	1,0	0,6	0,9
21	15	25	12	12	$6+t^2$	60	60	0,6	0,3	0,5
22	20	22	18	15	$2(2t+9)$	45	45	0,8	0,4	0,6
23	8	24	12	8	$7(3t^2+2)$	30	45	0,8	0,5	0,6
24	12	20	18	10	$6(t+4)$	90	—	0,5	0,3	0,4
25	5	20	12	12	$9(2+t^2)$	60	30	1,4	0,7	1,2
26	10	12	10	8	$6(2+t)$	30	45	1,2	0,8	0,9
27	6	18	16	14	$8(2t^2+3)$	30	—	0,8	0,2	0,6
28	10	20	20	20	$3(t^2+3)$	45	30	0,6	0,3	0,5
29	10	18	8	12	$5(4+t+t^2)$	30	60	1,2	0,8	0,9
30	8	18	10	15	$8(t^2+5)$	60	—	1,0	0,8	0,9

**Пример выполнения задания Д6. Исследование движения механической
системы с применением общего уравнения динамики**

Механическая система состоит из груза 1, движущегося поступательно, ступенчатого диска 2 (каток), катящегося по неподвижной поверхности цилинд-

дрической ступенькой, и однородного диска 3 (блок), вращающегося вокруг неподвижной оси, проходящей через центр масс блока (рис. 6.6). Качение катка 2 без проскальзывания, скольжение груза 1 – без трения. Движение системы происходит под действием сил

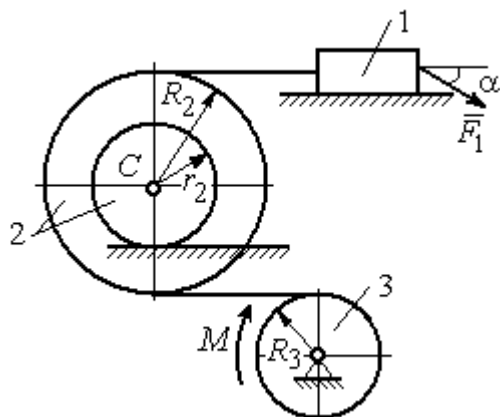


Рис. 6.6. Схема движения механической системы

тяжести, силы $\vec{F}$, приложенной к грузу 1 и пары сил с моментом M , приложенной к диску 3.

Найти уравнение движения центра масс катка 2 если движение системы началось из состояния покоя.

Определить реакцию шарнира диска 3 в момент $t = 1$ с, если: $P_1 = 10$ Н; $P_2 = 20$ Н; $P_3 = 15$ Н; $F = 5(t+1)$ Н; $M = 6(1+2t)$ Н·м; $R_2 = 0,8$ м; $r_2 = 0,2$ м; $R_3 = 0,4$ м; $i_{2C} = 0,6$ м.

Решение

В рассматриваемой механической системе активными силами являются силы тяжести $\vec{P}_1$, $\vec{P}_2$, $\vec{P}_3$, сила $\vec{F}$ и пара сил с моментом M (рис. 6.7). Связи идеальные, так как скольжение груза 1 происходит по гладкой поверхности без трения, качение диска 2 без проскальзывания, а ось вращения блока 3 неподвижна.

Предположим, направление движения в системе задаёт пара сил с моментом M , приложенная к блоку 3. Обозначим ω_3 , ε_3 – угловая скорость и угловое ускорение блока 3, V_C , a_C – скорость и ускорение центра масс катка 2, V_1 , a_1 – скорость и ускорение груза 1. Направления векторов скоростей и ускорений точек и угловых скоростей и ускорений тел в соответствии с выбранным направлением движения системы показаны на рис. 6.7.

Общее уравнение динамики имеет вид:

$$\sum \delta A(\vec{F}_k^{\text{акт}}) + \sum \delta A(\vec{R}_k^{\text{и}}) = 0.$$

Присоединим к телам системы силы инерции. Груз 1 движется поступательно. Главный вектор сил инерции груза 1 $\vec{R}_1^и$ приложен в центре масс груза и направлен в сторону, противоположную ускорению $\vec{a}_1$ груза 1. Модуль главного вектора сил инерции груза 1 $R_1^и = m_1 a_1$, где m_1 – масса груза 1; a_1 – величина ускорения груза 1.

Система сил инерции катка 2, приводятся к силе, равной главному вектору сил инерции $\vec{R}_2^и$, приложенному в центре масс катка 2, и паре сил с моментом, равным главному моменту сил инерции $\vec{M}_2^и$ относительно оси, прохо-

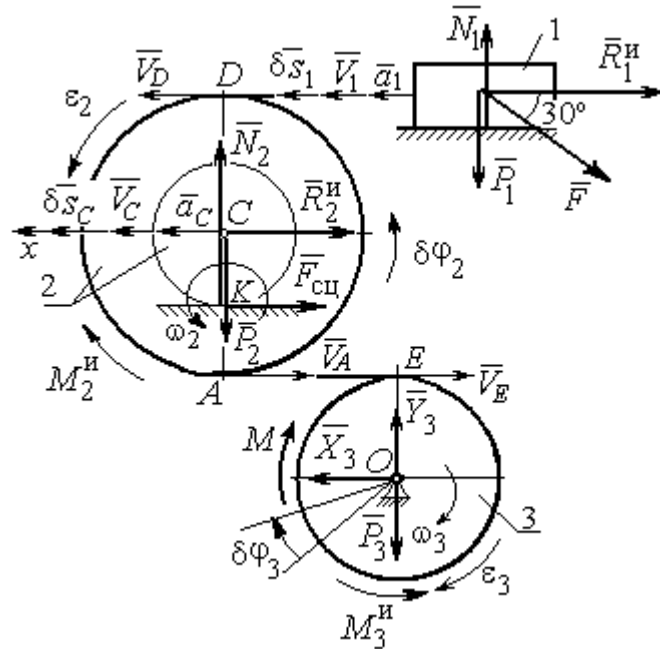


Рис. 6.7. Расчётная схема исследования движения механической системы

дящей через центр масс перпендикулярно плоскости движения. Главный вектор сил инерции направлен в сторону, противоположную ускорению $\vec{a}_C$, и составляет $R_2^и = m_2 a_C$, где m_2 – масса катка 2; a_C – величина ускорения центра масс. Главный момент сил инерции: $M_2^и = J_{2C} \epsilon_2$, где J_{2C} – момент инерции катка 2 относительно оси, проходящей через центр масс перпендикулярно плоскости движения; ϵ_2 – угловое ускорение катка 2. Направлен главный момент сил инерции $M_2^и$ в сторону, противоположную угловому ускорению ϵ_2 .

Главный вектор сил инерции, приложенных к блоку 3 и приведённых к центру масс блока, равен нулю, так как блок вращается вокруг неподвижной оси, проходящей через центр масс, и ускорение центра масс блока равно нулю. В результате силы инерции блока 3 приводятся к паре сил, момент которой ра-

вен главному моменту сил инерции $\vec{M}_3^{\text{и}}$ относительно оси вращения. Главный момент сил инерции блока 3 равен по величине $M_3^{\text{и}} = J_{3O}\varepsilon_3$, где J_{3O} – момент инерции блока 3 относительно оси вращения; ε_3 – угловое ускорение блока 3, и направлен в сторону, противоположную угловому ускорению ε_3 . Главные векторы и главные моменты сил инерции показаны на рис. 6.8.

Определим кинематические соотношения между скоростями точек системы и выразим их через скорость V_C центра масс катка 2. Каток 2 катится по неподвижной поверхности без скольжения. Мгновенный центр скоростей катка находится в точке K касания катка с поверхностью (см. рис. 6.7). Угловая скорость катка 2

$\omega_2 = \frac{V_C}{CK} = \frac{V_C}{r_2}$. Скорость точки A катка 2:

$V_A = \omega_2 \cdot AK = \omega_2(R_2 - r_2) = V_C \frac{R_2 - r_2}{r_2}$. Скорость точки E блока 3 равна скорости точки A катка 2, $V_E = V_A$. Тогда угловая скорость блока 3:

$$\omega_3 = \frac{V_E}{R_3} = \frac{V_A}{R_3} = V_C \frac{(R_2 - r_2)}{R_3 r_2}.$$

Скорость груза 1 равна скорости точки D катка 2:

$$V_1 = V_D = \omega_2 \cdot DK = \omega_2(R_2 + r_2) = V_C \frac{(R_2 + r_2)}{r_2}.$$

Соотношения между ускорениями определяются путем дифференцирования установленных кинематических равенств:

$$a_1 = a_C \frac{(R_2 + r_2)}{r_2}, \quad \varepsilon_2 = \frac{a_C}{r_2}, \quad \varepsilon_3 = a_C \frac{(R_2 - r_2)}{R_3 r_2}.$$

Для того чтобы найти соотношения между перемещениями, выразим кинематические равенства между скоростями в дифференциальном виде и, полагая, что действительное перемещение является возможным, т. е. $ds = \delta s$, $d\varphi = \delta\varphi$, получим соотношения между возможными перемещениями:

$$\delta s_1 = \delta s_C \frac{(R_2 + r_2)}{r_2}, \quad \delta \varphi_2 = \frac{\delta s_C}{r_2}, \quad \delta \varphi_3 = \delta s_C \frac{(R_2 - r_2)}{R_3 r_2}.$$

Сообщим системе возможное перемещение, совпадающее с действительным. Элементарная работа реакций связи на любом возможном перемещении системы равна нулю, так как связи в системе идеальные.

Найдем элементарные работы активных сил и выразим их через перемещение центра масс катка 2. Прежде заметим, что элементарные работы сил тяжести груза 1 и катка 2 равны нулю, так как направления перемещений точек приложения этих сил перпендикулярны векторам сил:

$$\delta A(\vec{P}_1) = P_1 \delta s_1 \cos 90^\circ = 0, \quad \delta A(\vec{P}_2) = P_2 \delta s_C \cos 90^\circ = 0.$$

Элементарная работа силы тяжести блока 3 равна нулю, так как точка приложения силы тяжести блока 3 не перемещается: $\delta A(\vec{P}_3) = 0$.

Элементарная работа пары сил с моментом M , приложенных к блоку 3:

$$\delta A(\vec{M}) = M \delta \varphi_3 = M \delta s_C \frac{(R_2 - r_2)}{R_3 r_2}.$$

Элементарная работа силы $\vec{F}$:

$$\delta A(\vec{F}) = F \delta s_1 \cos 150^\circ = -F \delta s_C \frac{(R_2 + r_2)}{r_2} \cos 30^\circ.$$

Сумма элементарных работ всех активных сил:

$$\begin{aligned} \sum \delta A(\vec{F}_k^{\text{акт}}) &= \delta A(\vec{M}) + \delta A(\vec{F}) = M \delta s_C \frac{(R_2 - r_2)}{R_3 r_2} - F \delta s_C \frac{(R_2 + r_2)}{r_2} \cos 30^\circ = \\ &= \left[6(1 + 2t) \left(\frac{0,8 - 0,2}{0,4 \cdot 0,2} \right) - 5(t + 1) \left(\frac{0,8 + 0,2}{0,2} \right) 0,866 \right] \delta s_C = (23,35 + 68,35t) \delta s_C. \end{aligned}$$

Определим модули главных векторов и главных моментов сил инерции в зависимости от ускорения a_C центра масс катка 2:

$$\begin{aligned} R_1^{\text{н}} = m_1 a_1 &= \frac{P_1}{g} a_1 = \frac{P_1 (R_2 + r_2)}{g r_2} a_C, \quad R_2^{\text{н}} = m_2 a_C = \frac{P_2 a_C}{g}, \\ M_2^{\text{н}} &= J_{2C} \varepsilon_2 = m_2 i_{2C}^2 \varepsilon_2 = \frac{P_2}{g} i_{2C}^2 \frac{a_C}{r_2}, \end{aligned}$$

$$M_3^{\text{и}} = J_{3O} \varepsilon_3 = \frac{m_3 R_3^2}{2} \varepsilon_3 = \frac{P_3 R_3^2}{2g} \frac{(R_2 - r_2)}{R_3 r_2} a_C = \frac{P_3 R_3 (R_2 - r_2)}{2g r_2} a_C,$$

где J_{2C} – момент инерции катка 2 относительно оси, проходящей через его центр масс перпендикулярно плоскости движения, $J_{2C} = m_2 i_{2C}^2$; i_{2C} – радиус инерции катка 2; J_{3O} – момент инерции блока 3 относительно оси вращения, проходящей через его центр масс, $J_{3O} = \frac{m_3 R_3^2}{2}$.

Найдем элементарные работы сил инерции на возможном перемещении системы и выразим их в зависимости от перемещения δs_C центра масс катка 2:

$$\delta A(\vec{R}_1^{\text{и}}) = R_1^{\text{и}} \delta s_1 \cos 180^\circ = - \frac{P_1 (R_2 + r_2)^2 a_C}{g r_2^2} \delta s_C;$$

$$\delta A(\vec{R}_2^{\text{и}}) = R_2^{\text{и}} \delta s_C \cos 180^\circ = - \frac{P_2 a_C}{g} \delta s_C, \quad \delta A(\vec{M}_2^{\text{и}}) = -M_2^{\text{и}} \delta \varphi_2 = - \frac{P_2 i_{2C}^2 a_C}{g r_2^2} \delta s_C;$$

$$\delta A(\vec{M}_3^{\text{и}}) = -M_3^{\text{и}} \delta \varphi_3 = - \frac{P_3 (R_2 - r_2)^2 a_C}{2g r_2^2} \delta s_C.$$

Сумма элементарных работ сил инерции:

$$\begin{aligned} \sum \delta A(\vec{R}_k^{\text{и}}) &= - \frac{P_1 (R_2 + r_2)^2 a_C}{g r_2^2} \delta s_C - \frac{P_2 a_C}{g} \delta s_C - \frac{P_2 i_{2C}^2 a_C}{g r_2^2} \delta s_C - \frac{P_3 (R_2 - r_2)^2 a_C}{2g r_2^2} \delta s_C = \\ &= - \frac{a_C \delta s_C}{g} \left[\frac{10(0,8 + 0,2)^2}{0,2^2} + 20 + \frac{20 \cdot 0,6^2}{0,2^2} + \frac{15(0,8 - 0,2)^2}{2 \cdot 0,2^2} \right] = - 52,75 a_C \delta s_C, \end{aligned}$$

где $g = 9,81 \text{ м/с}^2$.

С учетом проделанных вычислений общее уравнение динамики принимает вид:

$$\sum \delta A(\vec{F}_k^{\text{акт}}) + \sum \delta A(\vec{R}_k^{\text{и}}) = (23,35 + 68,35t) \delta s_C - 52,75 a_C \delta s_C = 0,$$

откуда ускорение центра масс катка 2:

$$a_C = 0,44 + 1,29t.$$

Выберем ось x по направлению движения центра масс катка 2 (см. рис. 6.7). Проектируя вектор $\vec{a}_C$ ускорения точки C на ось x , получим дифференциальное уравнение $a_C = \ddot{x}_C = 0,44 + 1,29t$. Интегрируя дважды это уравнение, найдём закон движения: $x_C = 0,44\frac{t^2}{2} + 1,29\frac{t^3}{6} + C_1t + C_2$. Подставляя сюда начальные условия: $t = 0, V_C = 0, x_C = 0$, найдём константы интегрирования: $C_1 = C_2 = 0$. Окончательно уравнение движения центра масс диска 2 представим в виде:

$$x_C = 0,22t^2 + 0,21t^3.$$

Рассмотрим вращательное движение блока 3, освободив его от связей. На блок действуют сила тяжести $\vec{P}_3$, реакция подшипника, разложенная на составляющие $\vec{X}_3, \vec{Y}_3$, пара сил с моментом M и реакция нити $\vec{H}_3$ (см. рис. 6.8). Реакция нити, равная силе натяжения нити, приложена к блоку 3, направлена вдоль нити, связывающей каток 2 и блок 3. Присоединим к блоку 3 силы инерции. Направления сил, моментов пар сил и главного момента сил инерции, действующих на блок 3, показаны на рис. 6.8.

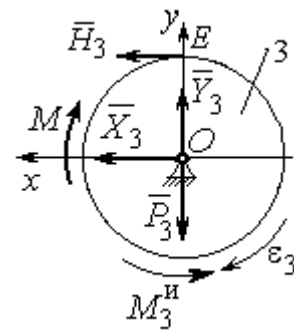


Рис. 6.8. Расчётная схема определения натяжения нити и реакции шарнира блока 3

По принципу Даламбера система сил, приложенных к блоку 3, включая силы инерции, находится в равновесии. Составим уравнение равновесия в виде равенства нулю суммарного момента всех сил (включая силы инерции) относительно оси вращения. Получим $M - H_3R_3 - M_3^и = 0$, где $M_3^и = J_{3O}\epsilon_3 = \frac{P_3R_3(R_2 - r_2)a_C}{2gr_2}$. Из уравнения находим величину натяжения нити:

$$H_3 = \frac{M}{R_3} - \frac{P_3(R_2 - r_2)a_C}{2gr_2} = \frac{6(1 + 2t)}{R_3} - \frac{P_3(R_2 - r_2)}{2gr_2}(0,44 + 1,29t) = 13,99 + 27,04t.$$

В момент времени $t = 1$ с натяжение нити: $H_3 = 41,04$ Н.

Так как главный вектор сил инерции блока 3 равен нулю, то составленные по принципу Даламбера уравнения равновесия блока 3 в виде проекций сил на вертикальную и горизонтальную оси содержат только внешние силы. Имеем: $X_3 + H_3 = 0$, $Y_3 - P_3 = 0$ (см. рис. 6.8). Отсюда находим составляющие реакции шарнира блока 3 в момент времени $t = 1$ с: $X_3 = -H_3 = -41,04$ Н, $Y_3 = P_3 = 15$ Н. Отрицательное значение горизонтальной составляющей реакции шарнира X_3 означает её противоположное направление.

Полная реакция шарнира $R_3 = \sqrt{X_3^2 + Y_3^2} = 43,69$ Н.

6.3. Уравнения Лагранжа II рода

Обобщенными координатами механической системы называется совокупность любых S независимых параметров $q_1, q_2, \dots, q_S$, однозначно определяющих положение системы в любой момент времени.

Если системе сообщить возможное перемещение, при котором все обобщенные координаты изменяются на элементарные (бесконечно малые) величины $\delta q_1, \delta q_2, \dots, \delta q_S$, называемые вариациями обобщенных координат, то все действующие активные силы совершат элементарную работу, которая может быть представлена в виде $\delta A = Q_1 \cdot \delta q_1 + Q_2 \cdot \delta q_2 + \dots + Q_S \cdot \delta q_S$. Величина Q_k , равная коэффициенту при вариации δq_k обобщенной координаты, называется **обобщенной силой**, соответствующей данной обобщенной координате. Расчет обобщенных сил осуществляется путем последовательного придания системе возможных перемещений, при которых варьируется только одна из обобщенных координат, а вариации остальных координат равны нулю.

Для материальной системы с идеальными связями дифференциальные уравнения движения в обобщенных координатах – **уравнения Лагранжа II рода** – имеют вид:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_k} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_k} = Q_k, \quad k = 1, 2, \dots, s,$$

где T – кинетическая энергия системы; $q_1, q_2, \dots, q_s$ – обобщенные координаты; $\dot{q}_1, \dot{q}_2, \dots, \dot{q}_s$ – обобщенные скорости; s – число степеней свободы системы.

6.4. Задание Д7. Исследование механической системы с одной степенью свободы с применением уравнений Лагранжа

Механическая система состоит из трёх тел – бруса 1, блока 2, катка 3 и невесомой пружины жесткостью c . Брус 1, соединяющий каток 3 с блоком 2, расположен параллельно линии качения катка 3. Радиусы ступеней ступенчатого диска и радиус однородного диска указаны на схеме.

Качение катка 3 происходит без проскальзывания. Скольжение между брусом и дисками отсутствует. В задачах, где пружина соединяется с блоком 2, передача движения блоку 2 производится посредством невесомого стержня без скольжения.

Радиус инерции ступенчатого диска относительно оси, проходящей через его центр масс перпендикулярно плоскости движения, равен i_z .

Система движется в вертикальной плоскости под действием сил тяжести $\vec{P}_1, \vec{P}_2, \vec{P}_3$, силы $\vec{F}$ и пары сил с моментом M .

Определить закон движения бруса 1 и закон угловых колебаний блока 2, если в начальный момент пружина находилась в нерастянутом состоянии, а блоку 2 придали угловую скорость ω_{20} , направленную в сторону заданного момента пары сил.

Варианты заданий даны на рис. 6.9, 6.10. Варианты исходных данных в табл. 6.2. Отрицательные значения величин F или M в табл. 6.2 означают, что при заданных модулях силы или момента направление вектора силы $\vec{F}$ или момента M на схеме следует изменить на противоположные.

Варианты № 1, 11, 21	Варианты № 2, 12, 22
Варианты № 3, 13, 23	Варианты № 4, 14, 24
Варианты № 5, 15, 25	Варианты № 6, 16, 26

Рис. 6.9. Задание Д7. Исследование движения механической системы с одной степенью свободы. Номера вариантов задания 1 – 6, 11 – 16, 21 – 26

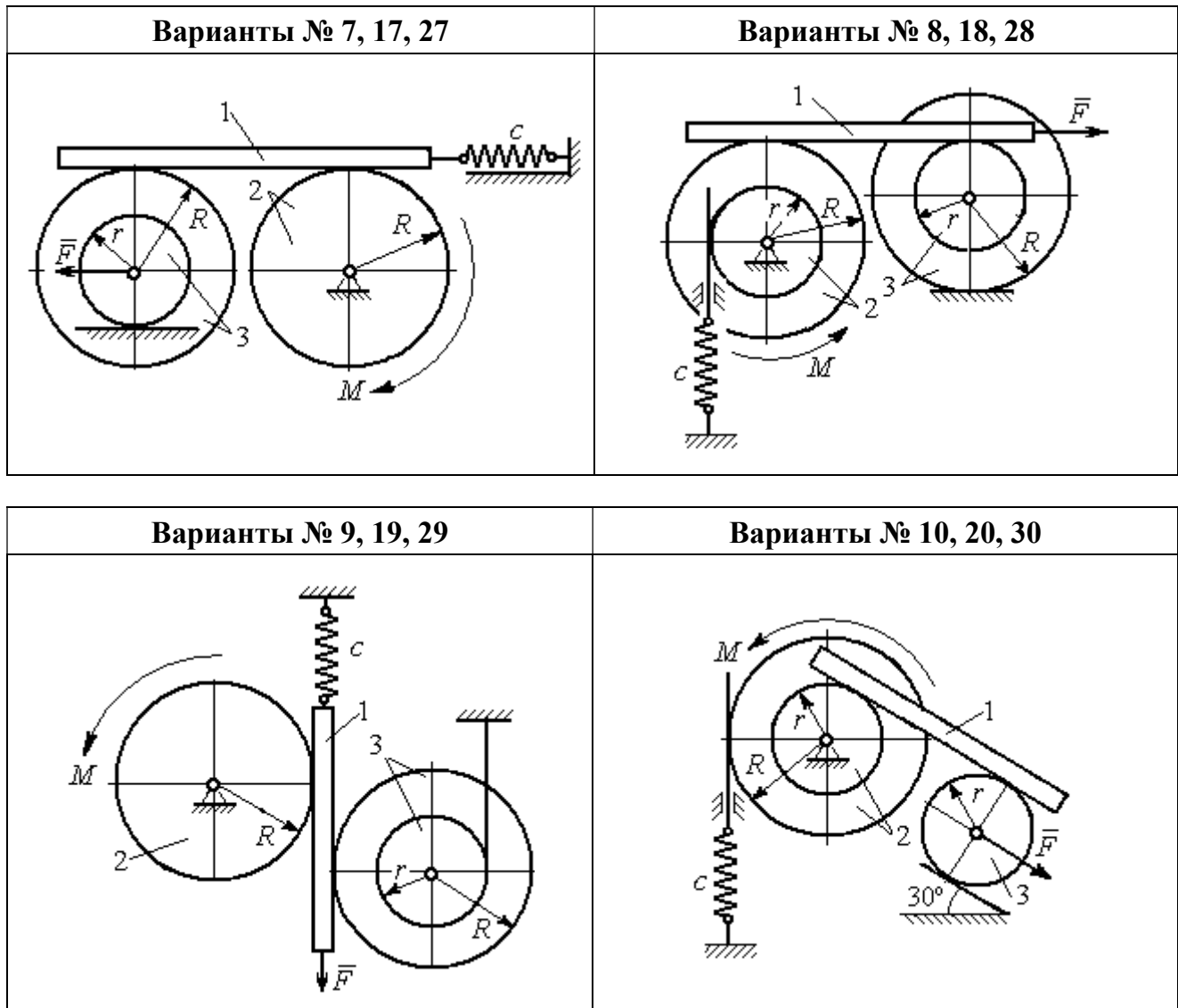


Рис. 6.10. Задание Д7. Исследование движения механической системы с одной степенью свободы. Номера вариантов задания 7 – 10, 17 – 20, 27 – 30

Таблица 6.2

Исходные данные задания Д7. Исследование движения механической системы с одной степенью свободы с применением уравнений Лагранжа

Номер варианта задания	P_1 , Н	P_2 , Н	P_3 , Н	F , Н	M , Н·м	c , Н/м	ω_{20} , рад/с	R , м	r , м	i_z , м
1	8	12	18	15	3	50	0,3	0,6	0,3	0,4
2	10	8	15	12	5	55	0,4	0,8	0,5	0,6
3	5	18	10	8	4	60	0,2	0,5	0,3	—
4	5	20	12	10	6	70	0,5	0,6	0,5	0,6
5	5	8	16	8	8	65	0,2	0,6	0,3	—

Номер варианта задания	P_1 , Н	P_2 , Н	P_3 , Н	F , Н	M , Н·м	c , Н/м	ω_{20} , рад/с	R , м	r , м	i_z , м
6	8	10	14	6	2	50	0,1	1,0	0,6	0,8
7	10	12	15	12	3	65	0,2	0,8	0,6	0,7
8	12	15	15	6	2	50	0,3	1,2	0,6	0,8
9	5	20	12	8	4	75	0,1	0,6	0,4	0,5
10	6	25	8	5	12	60	0,4	1,0	0,8	0,9
11	4	10	12	-10	-2	60	0,2	0,8	0,4	0,6
12	5	8	15	-8	3	50	0,5	1,0	0,5	0,7
13	6	15	8	-12	-4	65	0,4	0,6	0,5	—
14	10	25	10	6	10	55	0,1	0,8	0,6	0,7
15	8	6	20	-10	2	70	0,2	1,2	0,6	—
16	10	12	12	-5	6	60	0,3	0,8	0,6	0,7
17	12	16	12	-6	-2	55	0,4	0,9	0,6	0,8
18	10	20	20	10	4	60	0,1	0,8	0,4	0,7
19	8	20	12	-10	6	65	0,2	1,2	0,4	0,8
20	12	20	10	-3	6	50	0,24	1,0	0,6	0,9
21	5	12	15	12	-3	55	0,3	0,6	0,5	0,55
22	10	15	18	6	-2	65	0,1	0,8	0,4	0,6
23	8	20	12	-8	2	45	0,2	0,8	0,6	—
24	12	20	18	-4	-8	70	0,4	0,5	0,3	0,4
25	6	10	15	-6	-2	60	0,1	1,4	0,7	—
26	8	12	10	10	-3	65	0,2	1,2	0,8	0,9
27	6	18	16	5	-3	70	0,2	0,8	0,2	0,6
28	8	12	12	-6	2	65	0,3	0,6	0,3	0,5
29	10	18	20	-10	4	60	0,2	1,2	0,8	0,9
30	8	18	10	8	6	75	0,1	1,0	0,8	0,9

Пример выполнения задания Д7. Исследование движения механической системы с одной степенью свободы с применением уравнений Лагранжа

Механическая система состоит из трёх тел – бруса 1, блока 2, катка 3 и невесомой пружины жесткостью c . Брус, соединяющий каток 3 с блоком 2, расположен параллельно линии качения катка 3 (рис. 6.11). Радиусы ступеней ступенчатого диска R и r , радиус однородного диска r . Система движется в вертикальной плоскости под действием сил тяжести $\vec{P}_1$, $\vec{P}_2$, $\vec{P}_3$, силы $\vec{F}$ и пары сил с моментом M . Движение катка 3 по неподвижной поверхности происходит без проскальзывания. Скольжение между брусом и дисками отсутствует.

Передача движения от пружины блоку 2 производится посредством невесомого вертикального стержня без скольжения. Радиус инерции блока 2 относительно оси, проходящей через его центр масс перпендикулярно плоскости движения, i_z .

Исходные данные задачи: $P_1 = P$ Н, $P_2 = 2P$ Н, $P_3 = P$ Н, $F = 2P$ Н, $M = Pr$ Н·м, $R = 1,5r$ м, $i_z = r\sqrt{2}$ м, $c = P/r$ Н/м.

Определить законы движения блока 2 и бруса 1 при $P = 10$ Н, $r = 0,2$ м, если в начальный момент пружина находилась в нерастяннутом состоянии, а блоку 2 придали угловую скорость $\omega_0 = 0,5$ рад/с, направленную в сторону заданного момента пары сил.

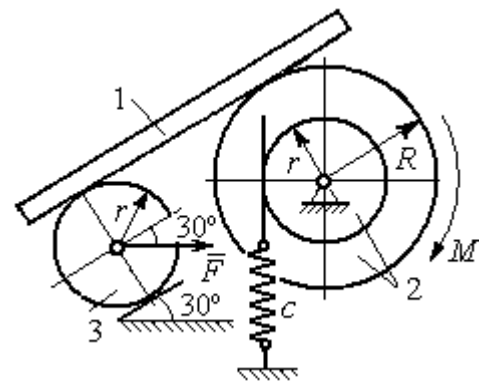


Рис. 6.11. Механическая система с одной степенью свободы

Решение

Рассматриваемая механическая система (рис. 6.11) имеет одну степень свободы, так как в системе не допускается независимое друг от друга движение тел. В качестве обобщённой координаты q выберем перемещение x верхнего края пружины, отсчитываемого от уровня, при котором пружина длиной l_0 находилась в нерастяннутом состоянии (рис. 6.12). Обобщённая скорость $\dot{q} = \dot{x}$.

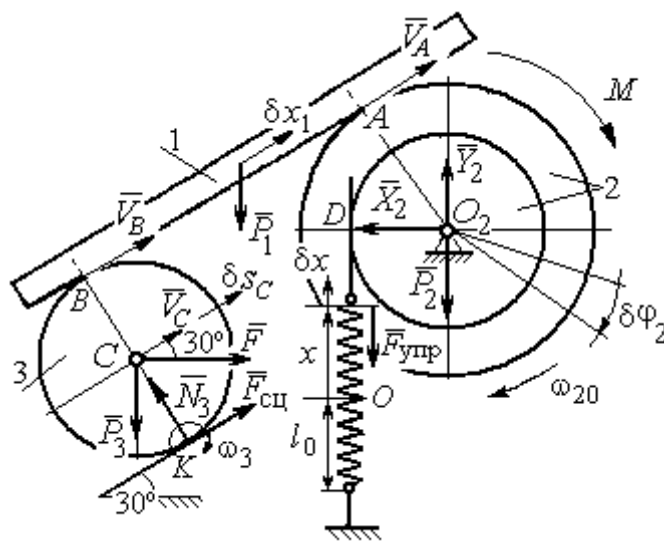


Рис. 6.12. Расчётная схема колебаний механической системы с одной степенью свободы

Уравнение Лагранжа II рода, описывающее движение системы с одной степенью свободы, имеет вид $\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{x}} \right) - \frac{\partial T}{\partial x} = Q_x$, где T –

кинетическая энергия системы, Q_x – обобщенная сила, соответствующая обобщенной координате x .

Вычислим кинетическую энергию системы как сумму кинетических энергий бруса, блока и катка: $T = T_1 + T_2 + T_3$. Кинетическая энергия поступательного движения бруса 1: $T_1 = \frac{1}{2}m_1V_1^2$, где m_1 , V_1 – масса и скорость бруса.

Энергия вращательного движения блока 2: $T_2 = \frac{1}{2}J_{2z}\omega_2^2$, где ω_2 – угловая скорость блока, J_{2z} – момент инерции блока 2 относительно оси z , $J_{2z} = m_2i_z^2$.

Каток 3 совершает плоскопараллельное движение. Его кинетическая энергия $T_3 = \frac{1}{2}m_3V_C^2 + \frac{1}{2}J_{zC}\omega_3^2$, где V_C – скорость центра масс катка 3; J_{zC} – момент инерции катка относительно оси, проходящей через его центр масс перпендикулярно плоскости движения, $J_{zC} = \frac{1}{2}m_3r^2$; r – радиус катка; ω_3 – угловая скорость катка.

Выразим скорость V_1 бруса 1, угловые скорости ω_2 , ω_3 блока 2 и катка 3, а также скорость V_C центра масс катка 3 через обобщенную скорость $\dot{x}$.

Заметим, что скорость точки D блока 2 равна скорости верхнего края пружины $V_D = \dot{x}$. Угловая скорость блока 2 $\omega_2 = \frac{V_D}{r} = \frac{\dot{x}}{r}$. Скорость бруса 1

равна скорости точки A блока 2 и вычисляется по формуле $V_1 = V_A = \omega_2 R = \frac{\dot{x}R}{r}$.

Так как брус совершает поступательное движение, то $V_B = V_1$. Угловая скорость

катка 3 $\omega_3 = \frac{V_B}{2r} = \frac{V_1}{2r} = \frac{\dot{x}R}{2r^2}$. Здесь при определении угловой скорости катка 3

учтено, что точка K касания катка 3 с неподвижной поверхностью является

мгновенным центром скоростей катка. Скорость центра катка 3 $V_C = \frac{V_B}{2} = \frac{\dot{x}R}{2r}$.

Подставляя исходные данные задачи с учётом найденных кинематических соотношений, получим кинетическую энергию тел системы

$$T_1 = \frac{1}{2} m_1 V_1^2 = \frac{P}{2g} \left(\frac{\dot{x}R}{r} \right)^2 = 1,125 \frac{P}{g} \dot{x}^2, \quad T_2 = \frac{1}{2} J_{2z} \omega_2^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{2P}{g} (r\sqrt{2})^2 \left(\frac{\dot{x}}{r} \right)^2 = 2 \frac{P}{g} \dot{x}^2,$$

$$T_3 = \frac{1}{2} m_3 V_C^2 + \frac{1}{2} J_{zC} \omega_3^2 = \frac{1}{2} \frac{P}{g} \left(\frac{\dot{x}R}{2r} \right)^2 + \frac{1}{2} \frac{Pr^2}{2g} \left(\frac{\dot{x}R}{2r^2} \right)^2 = 0,422 \frac{P}{g} \dot{x}^2.$$

Тогда полная кинетическая энергия системы:

$$T = T_1 + T_2 + T_3 = 3,547 \frac{P}{g} \dot{x}^2.$$

Произвольное положение системы определяется обобщённой координатой x , показывающей растяжение пружины. Дадим пружине, находящейся в произвольном положении, возможное (бесконечно малое) перемещение δx в положительном направлении оси x (см. рис. 6.12). При этом блок 2 повернётся

на угол $\delta\varphi_2$: $\delta\varphi_2 = \frac{\delta x}{r}$, брус 1 переместится на расстояние δx_1 : $\delta x_1 = \frac{\delta x R}{r}$,

центр масс катка 3 сдвинется на расстояние δS_C : $\delta S_C = \frac{\delta x R}{2r}$. Все перемещения

получены из установленных ранее кинематических соотношений и показаны на рис. 6.12.

При заданном возможном перемещении системы работу совершают силы тяжести $\vec{P}_1$, $\vec{P}_3$ бруса 1 и катка 3, пара сил с моментом M , сила $\vec{F}$ и сила упругости пружины (см. рис. 6.12). Элементарная работа вращающего момента M , приложенного к блоку 2, будет $\delta A(M) = M \delta\varphi_2 = M \frac{\delta x}{r}$. Работа силы тяжести

бруса 1 определяется равенством $\delta A(P_1) = P_1 \delta x_1 \cos 120^\circ = -P_1 \delta x_1 \cos 60^\circ = -\frac{P_1 \delta x R}{2r}$.

Работы силы тяжести катка 3 и силы F : $\delta A(P_3) = P_3 \delta S_C \cos 120^\circ = -P_3 \frac{\delta x R}{4r}$,

$\delta A(F) = F \frac{\delta x R}{2r} \cos 30^\circ$. Модуль силы упругости пружины, растянутой из неде-

формированного положения на расстояние x : $F_{\text{упр}} = cx$. Сила $\vec{F}_{\text{упр}}$ упругости направлена в сторону, противоположную растяжению (см. рис. 6.12). Работа силы упругости при перемещении вдоль линии действия на расстояние δx вычисляется по формуле $\delta A(\vec{F}_{\text{упр}}) = F_{\text{упр}} \delta x \cos 180^\circ = -cx \delta x$.

Сумма работ сил на рассматриваемом возможном перемещении системы с учётом данных задачи составляет

$$\begin{aligned} \delta A &= \delta A(M) + \delta A(P_1) + \delta A(P_3) + \delta A(F) + \delta A(F_{\text{упр}}) = \\ &= M \frac{\delta x}{r} - \frac{P_1 \delta x R}{2r} - P_3 \frac{\delta x R}{4r} + F \frac{\delta x R}{2r} \cos 30^\circ - cx \delta x = P(1,174 - 5x) \delta x, \end{aligned}$$

откуда обобщённая сила $Q_x = P(1,174 - 5x)$.

Составим уравнения Лагранжа. Вычислим частные производные от кинетической энергии по обобщенной скорости $\dot{x}$ и координате x : $\frac{\partial T}{\partial \dot{x}} = 7,094 \frac{P}{g} \dot{x}$,

$\frac{\partial T}{\partial x} = 0$. Определим полную производную по времени: $\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{x}} \right) = 7,094 \frac{P}{g} \ddot{x}$. Ре-

зультаты расчетов подставим в уравнения Лагранжа II рода и получим дифференциальное уравнение колебаний верхнего края пружины:

$$7,094 \frac{P}{g} \ddot{x} = P(1,174 - 5x), \text{ или при } g = 9,81 \text{ м/с}^2, \quad \ddot{x} + 6,91x = 1,62.$$

Решение дифференциального уравнения представляется в виде суммы общего решения однородного уравнения и частного решения неоднородного: $x = x_{\text{одн}} + x_{\text{частн}}$. Общее решение однородного уравнения имеет вид $x_{\text{одн}} = C_1 \sin kt + C_2 \cos kt$, где C_1, C_2 – произвольные постоянные; k – круговая частота собственных колебаний пружины, $k = \sqrt{6,91} = 2,63$ рад/с. Частное решение неоднородного уравнения ищется в виде константы $x_{\text{частн}} = b$. Подставив его в уравнение колебаний, получим $b = 0,23$. Таким образом, общее решение неоднородного уравнения имеет вид $x(t) = C_1 \sin 2,63t + C_2 \cos 2,63t + 0,23$.

Произвольные постоянные C_1, C_2 находятся из начальных условий. По условию задачи в начальный момент пружина была в нерастяннутом состоянии. Тогда начальная координата пружины (её верхнего края) $x(0) = 0$. Скорость верхнего края пружины в начальный момент времени $\dot{x}(0)$ равна начальной скорости $V_D(0)$ точки D блока 2. Поскольку в начальный момент времени блоку 2 сообщили угловую скорость ω_{20} , то $\dot{x}(0) = V_D(0) = \omega_{20}r = 0,1$ м/с.

Подставляя значение начальной координаты в общее решение неоднородного уравнения при $t = 0$, получим $C_2 = -0,23$.

Вычисляем скорость движения пружины, взяв производную: $\dot{x}(t) = 2,63C_1 \cos 2,63t - 2,63C_2 \sin 2,63t$. Подставляя начальное значение скорости, получим $C_1 = 0,038$. Окончательно уравнение движения верхнего края пружин: $x(t) = 0,038 \sin 2,63t - 0,23 \cos 2,63t + 0,23$ м.

Уравнения колебательных движений бруса 1 и блока 2 найдём из ранее полученных кинематических соотношений:

$$x_1 = \frac{xR}{r} = 1,5 x(t) = 0,057 \sin 2,63t - 0,34 \cos 2,63t + 0,34 \text{ м};$$

$$\varphi_2 = \frac{x}{r} = 5 x(t) = 0,19 \sin 2,63t - 1,15 \cos 2,63t + 1,15 \text{ рад.}$$

$$\text{Амплитуда колебаний бруса } A = \sqrt{0,057^2 + 0,34^2} = 0,35 \text{ м.}$$

6.5. Задание Д8. Исследование механической системы с двумя степенями свободы

Механическая система, состоящая из четырёх тел, из состояния покоя движется в вертикальной плоскости под действием сил тяжести $\vec{P}_1, \vec{P}_2, \vec{P}_3, \vec{P}_4$, силы $\vec{F}$ и пары сил с моментом M . Качение тел во всех случаях происходит без проскальзывания, скольжение грузов по поверхностям – без трения. Радиусы дисков одинаковы и равны R . Найти уравнения движения системы в обоб-

щённых координатах. Варианты заданий и рекомендуемые обобщённые координаты даны на рис. 6.13, 6.14, варианты исходных данных – в табл. 6.3.

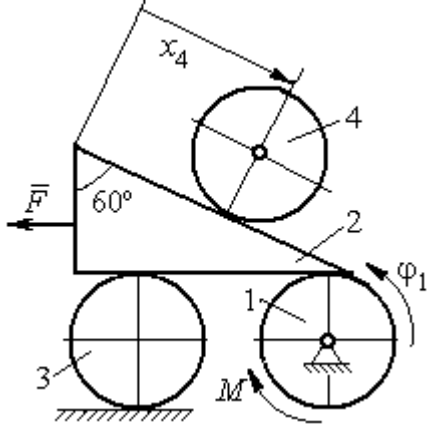
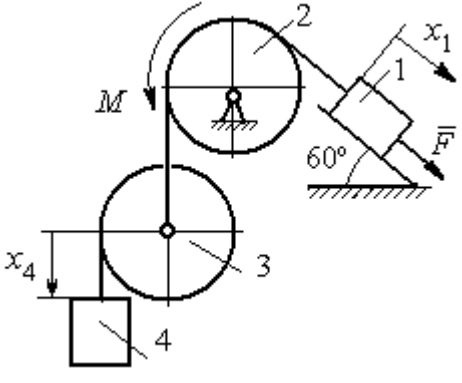
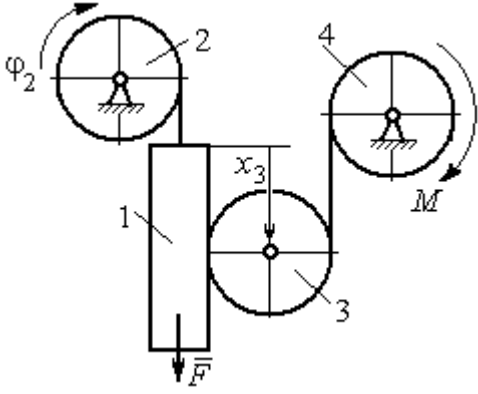
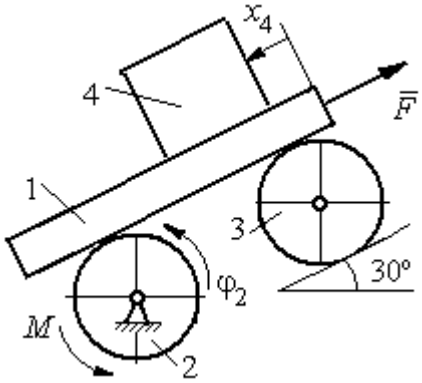
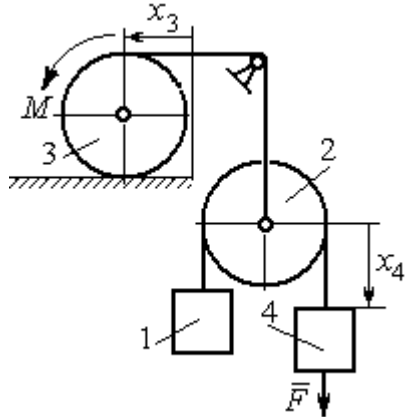
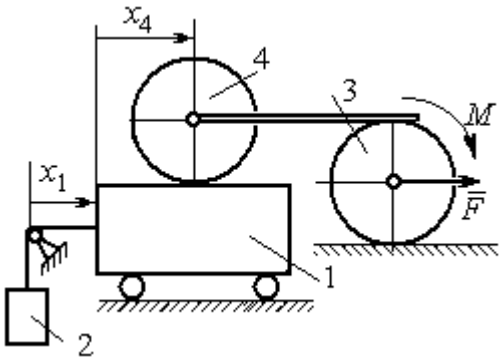
Варианты № 1, 11, 21	Варианты № 2, 12, 22
	
Варианты № 3, 13, 23	Варианты № 4, 14, 24
	
Варианты № 5, 15, 25	Варианты № 6, 16, 26
	

Рис. 6.13. Задание Д8. Исследование движения механической системы с двумя степенями свободы. Номера вариантов задания 1 – 6, 11 – 16, 21 – 26

Варианты № 7, 17, 27	Варианты № 8, 18, 28
Варианты № 9, 19, 29	Варианты № 10, 20, 30

Рис. 6.14. Задание Д8. Исследование движения механической системы с двумя степенями свободы. Номера вариантов задания 7 – 10, 17 – 20, 27 – 30

Таблица 6.3

Исходные данные задания Д8. Исследование движения механической системы с двумя степенями свободы

Номер варианта задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
$P_1, \text{Н}$	P	$2P$	P	$1,5P$	P	$3P$	P	$1,2P$	$3P$	P	$2P$	P	P	$2P$	P
$P_2, \text{Н}$	$3P$	$3P$	$4P$	$3P$	$2P$	P	$2P$	$3P$	P	$2P$	$3P$	$2P$	$3P$	$4P$	$3P$
$P_3, \text{Н}$	$2P$	$2P$	$3P$	$2P$	$2P$	$2P$	$3P$	P	$2P$	$3P$	$2P$	$2P$	$2P$	P	$2P$
$P_4, \text{Н}$	$2P$	P	P	$2P$	$3P$	$3P$	P	P	$2P$	P	P	P	$2P$	$2P$	$2P$
$R, \text{м}$	$2r$	$1,5r$	$2,5r$	$1,2r$	$2r$	r	$1,5r$	r	$2r$	r	$1,5r$	$1,2r$	$2r$	$2r$	$2r$
$F, \text{Н}$	P	$2P$	P	$3P$	P	P	$2P$	$4P$	P	$2P$	P	$2P$	$1,5P$	$4P$	$2P$
$M, \text{Н} \cdot \text{м}$	$2Pr$	$3Pr$	$4Pr$	$3Pr$	$3Pr$	$4Pr$	$2Pr$	$2Pr$	$3Pr$	$2Pr$	$3Pr$	$4Pr$	$3Pr$	$3Pr$	$2Pr$

Номер варианта задания	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
$P_1, \text{Н}$	$4P$	$1,5P$	P	$2P$	P	P	$1,5P$	$1,5P$	$2P$	P	P	$2P$	$1,2P$	$3P$	$1,2P$
$P_2, \text{Н}$	$2P$	$2P$	$2P$	$4P$	$3P$	$4P$	$3P$	$4P$	$3P$	$2P$	$2P$	$1,2P$	$2P$	$3P$	$2P$
$P_3, \text{Н}$	$2P$	$2P$	$3P$	$2P$	$2P$	$3P$	$2P$	$2P$	P	$2P$	$3P$	$2P$	P	P	$3P$
$P_4, \text{Н}$	$1,5P$	$2P$	$3P$	P	$2P$	$2P$	$2P$	P	$2P$	$3P$	P	P	$2P$	P	$2P$
$R, \text{м}$	$1,5r$	r	$1,5r$	$2r$	r	$1,2r$	$2r$	$1,5r$	$2r$	r	$1,5r$	$2r$	r	$1,2r$	$2r$
$F, \text{Н}$	$2P$	$2P$	P	$3P$	$4P$	$2P$	$3P$	$2P$	$3P$	P	$3P$	$1,5P$	$4P$	$2P$	$3P$
$M, \text{Н} \cdot \text{м}$	$3Pr$	$2Pr$	$4Pr$	Pr	$4Pr$	$4Pr$	$2Pr$	Pr	$4Pr$	$2Pr$	$4Pr$	$2Pr$	$2Pr$	$3Pr$	$2Pr$

Пример выполнения задания Д8. Исследование движения механической системы с двумя степенями свободы

Платформа 3 лежит горизонтально на катке 5 и блоке 4 одинакового радиуса R (рис. 6.15). На платформу действует горизонтальная сила $\vec{F}$. К блоку 4,

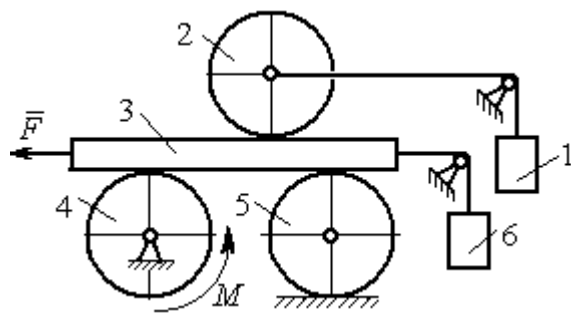


Рис. 6.15. Механическая система с двумя степенями свободы

вращающемуся вокруг неподвижной оси, приложена пара сил с моментом M . Каток 5 катится по горизонтальной поверхности. К краю платформы одним концом прикреплена горизонтальная нить, а к другому концу, переброшенному через невесомый блок, при-

креплен груз 6, движущийся вертикально. На платформе 3 установлен каток 2 радиуса R . К центру катка прикреплена нить, расположенная параллельно платформе и натянутая грузом 1, движущимся вертикально (см. рис. 6.15). Движение системы началось из состояния покоя. Качение тел без проскальзывания. Определить уравнения движения системы в обобщенных координатах, если $R = 2r$, веса тел $P_1 = P_6 = P$, $P_3 = 3P$, $P_4 = P_5 = P_2 = 2P$, $F = P$, $M = 3Pr$.

Решение

Рассматриваемая механическая система, включающая катки 2, 5, платформу 3, блок 4 и грузы 1, 6, имеет две степени свободы, так как перемещение

катка 2 относительно платформы 3 не зависит от перемещения самой платформы. За обобщенные координаты выберем перемещение x_2 центра масс катка 2 относительно края платформы и перемещение x_3 платформы 3 относительно произвольной неподвижной вертикальной плоскости (рис. 6.16). Обобщенные скорости – скорость $\dot{x}_2$ центра масс катка 2 относительно края платформы и скорость платформы $\dot{x}_3$ относительно неподвижной вертикали. Уравнения Лагранжа II рода, описывающие движение системы:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{x}_2} \right) - \frac{\partial T}{\partial x_2} = Q_{x_2}, \quad \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{x}_3} \right) - \frac{\partial T}{\partial x_3} = Q_{x_3},$$

где T – кинетическая энергия системы; Q_{x_2} , Q_{x_3} – обобщенные силы, соответствующие указанным обобщенным координатам.

Вычислим кинетическую энергию системы как сумму кинетических энергий тел.

Платформа 3 совершает поступательное движение. Кинетическая энергия плат-

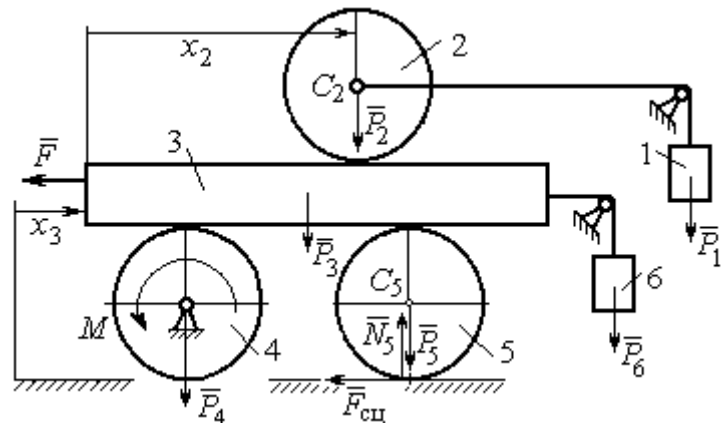


Рис. 6.16. Действующие силы и обобщённые координаты механической системы

формы $T_3 = \frac{P_3}{2g} V_3^2$, где V_3 – скорость платформы, причём, в соответствии с выбором обобщённых координат и скоростей, $V_3 = \dot{x}_3$.

Блок 4 вращается вокруг неподвижной оси. Энергия вращательного движения блока $T_4 = \frac{1}{2} J_4 \omega_4^2$, где J_4 , ω_4 – осевой момент инерции блока 4 и его угловая скорость. Угловая скорость блока 4 $\omega_4 = \frac{V_3}{R_4} = \frac{\dot{x}_3}{2r}$.

Каток 5 совершает плоскопараллельное движение, его кинетическая энергия вычисляется по формуле: $T_5 = \frac{1}{2} \frac{P_5}{g} V_{C_5}^2 + \frac{1}{2} J_5 \omega_5^2$, где J_5 – момент инерции катка относительно оси вращения, проходящей через его центр масс; ω_5 , V_{C_5} – угловая скорость и скорость центра масс катка 5. Для определения скорости центра масс катка 5 заметим, что точка касания катка с платформой имеет скорость, равную скорости платформы, а точка K касания катка с неподвижной горизонтальной поверхностью является его мгновенным центром скоростей. Следовательно, скорость центра катка равна половине скорости платформы: $V_{C_5} = \frac{1}{2} V_3 = \frac{1}{2} \dot{x}_3$. Угловая скорость катка 5 $\omega_5 = \frac{V_3}{2R_5} = \frac{\dot{x}_3}{4r}$ (рис. 6.17, а).

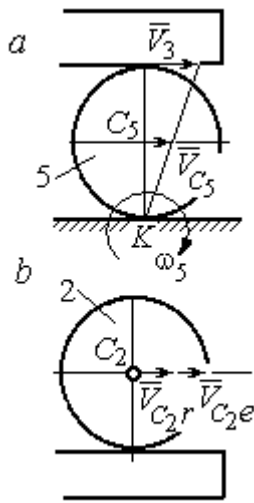


Рис. 6.17. Скорости центров катков 2 и 5

При расчёте кинетической энергии катка 2 необходимо учитывать, что каток совершает сложное движение. Качение катка по поверхности платформы является относительным движением, перемещение его вместе с платформой – переносным. Абсолютная скорость V_{C_2} центра масс катка 2 представляется в виде векторной суммы $\vec{V}_{C_2} = \vec{V}_{C_{2r}} + \vec{V}_{C_{2e}}$ (рис. 6.17, б), где $\vec{V}_{C_{2e}}$ – вектор переносной скорости катка, равный по модулю скорости платформы, $V_{C_{2e}} = V_3 = \dot{x}_3$; $\vec{V}_{C_{2r}}$ – вектор относительной скорости центра масс катка, равный по величине скорости центра масс катка 2 относительно края платформы, $V_{C_{2r}} = \dot{x}_2$. Модуль абсолютной скорости центра масс катка 2 равен сумме $V_{C_2} = V_{C_{2r}} + V_{C_{2e}} = \dot{x}_2 + \dot{x}_3$ (рис. 6.17, б).

Угловая скорость переносного движения катка 2 равна нулю, поскольку переносное движение катка – это поступательное движение платформы. В результате угловая скорость катка 2 равна его угловой скорости в относительном

движении: $\omega_2 = \frac{V_{C_2 r}}{R_2} = \frac{\dot{x}_2}{2r}$. Кинетическая энергия катка 2 рассчитывается по

формуле: $T_2 = \frac{1}{2} \frac{P_2}{g} V_{C_2}^2 + \frac{1}{2} J_2 \omega_2^2$, где J_2 – осевой момент инерции катка 2; ω_2 – угловая скорость катка; V_{C_2} – абсолютная скорость центра масс катка 2.

Движение грузов 1 и 6 поступательное, их кинетические энергии вычисляются по формулам: $T_1 = \frac{P_1}{2g} V_1^2$, $T_6 = \frac{P_6}{2g} V_6^2$. При этом скорость груза 1 равна абсолютной скорости центра катка 2: $V_1 = V_{C_2} = \dot{x}_2 + \dot{x}_3$, а скорость груза 6 равна скорости платформы: $V_6 = V_3 = \dot{x}_3$.

Выразим кинетическую энергию системы через обобщённые скорости. Кинетическая энергия:

$$T = T_1 + T_2 + T_3 + T_4 + T_5 + T_6 =$$

$$= \frac{P_1}{2g} V_1^2 + \frac{1}{2} \frac{P_2}{g} V_{C_2}^2 + \frac{1}{2} J_2 \omega_2^2 + \frac{P_3}{2g} V_3^2 + \frac{1}{2} J_4 \omega_4^2 + \frac{1}{2} \frac{P_5}{g} V_{C_5}^2 + \frac{1}{2} J_5 \omega_5^2 + \frac{P_6}{2g} V_6^2,$$

где значения скоростей: $V_1 = \dot{x}_2 + \dot{x}_3$, $V_{C_2} = \dot{x}_2 + \dot{x}_3$, $\omega_2 = \frac{\dot{x}_2}{2r}$, $V_3 = \dot{x}_3$, $\omega_4 = \frac{\dot{x}_3}{2r}$,

$V_{C_5} = \frac{1}{2} \dot{x}_3$, $\omega_5 = \frac{\dot{x}_3}{4r}$, $V_6 = \dot{x}_3$. Значения осевых моментов инерции катков:

$J_2 = \frac{P_2 R_2^2}{2g} = \frac{4Pr^2}{g}$, $J_4 = \frac{P_4 R_4^2}{2g} = \frac{4Pr^2}{g}$, $J_5 = \frac{P_5 R_5^2}{2g} = \frac{4Pr^2}{g}$. Подставляя значения

скоростей, моментов инерции и данные задачи, получим выражение кинетической энергии системы в виде

$$T = \frac{P}{2g} (\dot{x}_2 + \dot{x}_3)^2 + \frac{1}{2} \cdot \frac{2P}{g} (\dot{x}_2 + \dot{x}_3)^2 + \frac{1}{2} \cdot \frac{4Pr^2}{g} \left(\frac{\dot{x}_2}{2r} \right)^2 + \frac{3P}{2g} \dot{x}_3^2 +$$

$$+ \frac{1}{2} \cdot \frac{4Pr^2}{g} \left(\frac{\dot{x}_3}{2r} \right)^2 + \frac{1}{2} \cdot \frac{2P}{g} \left(\frac{\dot{x}_3}{2} \right)^2 + \frac{1}{2} \cdot \frac{4Pr^2}{g} \left(\frac{\dot{x}_3}{4r} \right)^2 + \frac{P}{2g} \dot{x}_3^2 =$$

$$= \frac{1}{2} \frac{P}{g} \dot{x}_2^2 + \frac{3P}{2g} (\dot{x}_2 + \dot{x}_3)^2 + \frac{23P}{8g} \dot{x}_3^2 = \frac{2P}{g} \dot{x}_2^2 + \frac{3P}{g} \dot{x}_2 \dot{x}_3 + \frac{35P}{8g} \dot{x}_3^2.$$

работа сил на перемещении $\delta x_3: \delta A = -F\delta x_3 - M\delta\varphi_4 + P_1\delta x_3 + P_6\delta x_3$.

Работу будут производить сила $\vec{F}$, пара сил с моментом M и силы тяжести грузов $\vec{P}_1$ и $\vec{P}_6$. Суммарная

$$\delta A = -P\delta x_3 - 3Pr\frac{\delta x_3}{2r} + P\delta x_3 + P\delta x_3 = -\frac{1}{2}P\delta x_3,$$

Дадим системе другое независимое перемещение – по координате x_2 , оставляя координату x_3 без изменения: $\delta x_2 > 0, \delta x_3 = 0$ (рис. 6.19).

При этом возможном перемещении вся система стоит, кроме катка 2, который катится по поверхности неподвижной платформы, и груза 1, который опускается вертикально вниз. Работу совершает только сила тяжести груза 1. Выражая работу в виде $\delta A = P_1 \delta x_2 = P \delta x_2$, найдём обобщённую силу, соответствующую координате x_2 : $Q_{x_2} = P$.

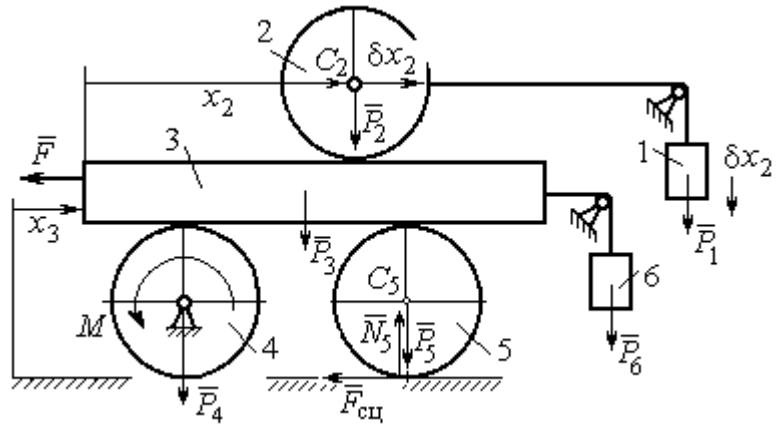


Рис. 6.19. Возможное перемещение системы при вариации обобщённых координат $\delta x_2 > 0$, $\delta x_3 = 0$

Составим уравнения Лагранжа. С этой целью вычислим частные производные от кинетической энергии по обобщенным скоростям $\dot{x}_3$ и $\dot{x}_2$:

$$\frac{\partial T}{\partial \dot{x}_3} = \frac{3P}{g} \dot{x}_2 + \frac{35P}{4g} \dot{x}_3, \quad \frac{\partial T}{\partial \dot{x}_2} = \frac{4P}{g} \dot{x}_2 + \frac{3P}{g} \dot{x}_3$$

и по обобщённым координатам: $\frac{\partial T}{\partial x_3} = 0, \quad \frac{\partial T}{\partial x_4} = 0.$

Определим полные производные по времени от частных производных кинетической энергии по скоростям:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{x}_3} \right) = \frac{3P}{g} \ddot{x}_2 + \frac{35P}{4g} \ddot{x}_3, \quad \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{x}_2} \right) = \frac{4P}{g} \ddot{x}_2 + \frac{3P}{g} \ddot{x}_3.$$

Подставляя результаты расчётов в уравнения Лагранжа с учётом вычисленных значений обобщённых сил, получим систему дифференциальных уравнений, описывающих движение системы в обобщённых координатах:

$$12\ddot{x}_2 + 35\ddot{x}_3 = -2g, \quad 4\ddot{x}_2 + 3\ddot{x}_3 = g.$$

Алгебраическим решением системы служат значения ускорений:

$$\ddot{x}_3 = -\frac{5}{26}g = -0,19g \quad \text{и} \quad \ddot{x}_2 = \frac{41}{104}g = 0,39g.$$

Полученные выражения представляют собой дифференциальные уравнения, проинтегрировав которые дважды с нулевыми начальными условиями (движение началось из состояния покоя), найдём уравнения абсолютного движения платформы и относительного движения центра масс катка 2:

$$x_3 = -0,095gt^2, \quad x_2 = 0,195gt^2.$$

Отрицательное значение координаты x_3 означает, что движение платформы происходит в отрицательном направлении оси x_3 (см. рис. 6.16).

Абсолютное движение центра катка 2 представляется суммой относительного и переносного движений: $x_{C_2} = x_2 + x_3 = 0,1gt^2$.

Уравнение вращательного движения катка 2 находится на основании выражения $\varphi_2 = \frac{1}{R_2}x_2 = \frac{1}{2r}x_2 = 0,097\frac{gt^2}{r}$. Вращение блока 4 описывается уравнением $\varphi_4 = \frac{1}{R_4}x_3 = \frac{1}{2r}x_3 = -0,047\frac{gt^2}{r}$.

Движение катка 5 описывается двумя уравнениями: уравнением движения центра масс катка $x_{C_5} = \frac{1}{2}x_3 = -0,047gt^2$ и уравнением вращательного движения катка $\varphi_5 = \frac{x_3}{2R_5} = -0,024\frac{gt^2}{r}$.

СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

Бать М. И., Джанелидзе Г. Ю., Кельзон А. С. Теоретическая механика в примерах и задачах. Т. 1–2. – СПб.: Лань, 2010.

Бутенин Н. В., Луиц Я. Л., Меркин Д. Р. Курс теоретической механики: в 2-х томах. – М.: Наука, 2009.

Вебер Г. Э., Ляццев С. А. Лекции по теоретической механике. Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2008.

Тарг С. М. Краткий курс теоретической механики: учебн. для втузов. – М.: Высшая школа, 2010.

Учебное издание

Евгений Борисович Волков
Юрий Михайлович Казаков

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА

сборник заданий для расчетно-графических работ

Учебно-методическое пособие
для самостоятельной работы студентов

Редактор *Л.В. Устьянцева*

Подписано в печать

Бумага писчая. Формат бумаги 60×84 1/16.
Гарнитура Times New Roman. Печать на ризографе.
Печ. л. 9,75 Уч. изд. л. 6,5 Тираж экз. Заказ №

Издательство УГГУ

620144, г. Екатеринбург, ул. Куйбышева, 30
Уральский государственный горный университет.

Отпечатано с оригинал-макета
в лаборатории множительной техники УГГУ

4. ДИНАМИКА ТОЧКИ.....	73
4.1. Дифференциальные уравнения движения точки.....	73
4.2. Задание Д1. Интегрирование дифференциальных уравнений движения точки....	73
4.3. Колебания материальной точки	80
4.4. Задание Д2. Исследование колебаний точки	84
4.5. Теорема об изменении кинетической энергии точки.....	95
4.6. Задание Д3. Исследование движения точки с применением теоремы об изменении кинетической энергии	96
5. ДИНАМИКА МЕХАНИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ.....	103
5.1. Описание движений твёрдых тел на основе общих теорем динамики системы.	103
5.2. Задание Д4. Динамический расчет механической системы	104
5.3. Теорема об изменении кинетической энергии системы.	112
5.4. Задание Д5. Исследование движения механической системы с применением теоремы об изменении кинетической энергии	114
6. АНАЛИТИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА	124
6.1. Принципы механики. Общее уравнение динамики.....	124
6.2. Задание Д6. Исследование механической системы с применением общего уравнения динамики	126
6.3. Уравнения Лагранжа II рода.....	136
6.4. Задание Д7. Исследование механической системы с одной степенью свободы с применением уравнений Лагранжа	137
6.5. Задание Д8. Исследование механической системы с двумя степенями свободы	145
СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ.....	155

Министерство науки и высшего образования РФ

ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»



УТВЕРЖДАЮ

Проректор по учебно-методическому
комплексу
С.А.Упоров

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЕ СТУДЕНТОВ

Б1.О.18 РАЗВИТИЕ НАВЫКОВ КРИТИЧЕСКОГО МЫШЛЕНИЯ

Специальность

15.05.01 Проектирование технологических машин и комплексов

Специализация № 24

Проектирование технологических машин и комплексов

Автор: Гладкова И. В., доцент, к. ф. н.

Одобрена на заседании кафедры

Философии и культурологии
(название кафедры)

Зав. кафедрой


(подпись)

Беляев В. П.
(Фамилия И.О.)

Протокол № 1 от 18.09.2023
(Дата)

Рассмотрена методической комиссией

Горно-механического факультета
(название факультета)

Председатель


(подпись)

Осипов П. А.
(Фамилия И.О.)

Протокол № 2 от 20.10.2023
(Дата)

Екатеринбург

СОДЕРЖАНИЕ

	Введение	3
1	Методические рекомендации по работе с текстом лекций	5
2	Методические рекомендации по подготовке доклада (презентации)	7
3	Методические рекомендации по подготовке к семинарским занятиям	9
4	Методические рекомендации по подготовке к дискуссии	10
5	Методические рекомендации по подготовке к промежуточной аттестации	17
	Заключение	15
	Список использованных источников	16

ВВЕДЕНИЕ

Инициативная самостоятельная работа студента есть неотъемлемая составная часть учебы в вузе. В современном формате высшего образования значительно возрастает роль самостоятельной работы студента. Правильно спланированная и организованная самостоятельная работа обеспечивает достижение высоких результатов в учебе.

Самостоятельная работа студента (СРС) - это планируемая учебная, учебно-исследовательская, научно-исследовательская работа студентов, выполняемая во внеаудиторное (аудиторное) время по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия, при сохранении ведущей роли студентов.

Целью СРС является овладение фундаментальными знаниями, профессиональными умениями и навыками по профилю будущей специальности, опытом творческой, исследовательской деятельности, развитие самостоятельности. Ответственности и организованности, творческого подхода к решению проблем учебного и профессионального уровней. Самостоятельная работа студента – важнейшая составная часть учебного процесса, обязательная для каждого студента, объем которой определяется учебным планом. Методологическую основу СРС составляет деятельностный подход, при котором цели обучения ориентированы на формирование умений решать типовые и нетиповые задачи, т. е. на реальные ситуации, в которых студентам надо проявить знание конкретной дисциплины. Предметно и содержательно СРС определяется государственным образовательным стандартом, действующими учебными планами и образовательными программами различных форм обучения, рабочими программами учебных дисциплин, средствами обеспечения СРС: учебниками, учебными пособиями и методическими руководствами, учебно-программными комплексами и т.д.

Самостоятельная работа студентов может рассматриваться как организационная форма обучения - система педагогических условий, обеспечивающих управление учебной деятельностью студентов по освоению знаний и умений в области учебной и научной деятельности без посторонней помощи.

Самостоятельная работа студентов проводится с целью:

- систематизации и закрепления полученных теоретических знаний и практических умений студентов;
- углубления и расширения теоретических знаний;
- формирования умений использовать нормативную, правовую, справочную документацию и специальную литературу;
- развития познавательных способностей и активности студентов: творческой инициативы, самостоятельности, ответственности и организованности;
- формирования самостоятельности мышления, способностей к саморазвитию, самосовершенствованию и самореализации;
- формирования практических (общеучебных и профессиональных) умений и навыков;
- развития исследовательских умений;
- получения навыков эффективной самостоятельной профессиональной (практической и научно-теоретической) деятельности.

Самостоятельная работа студента - это особым образом организованная деятельность, включающая в свою структуру такие компоненты, как:

- уяснение цели и поставленной учебной задачи;
- четкое и системное планирование самостоятельной работы;
- поиск необходимой учебной и научной информации;
- освоение информации и ее логическая переработка;

- использование методов исследовательской, научно-исследовательской работы для решения поставленных задач;
- выработка собственной позиции по поводу полученной задачи;
- представление, обоснование и защита полученного решения;
- проведение самоанализа и самоконтроля.

В учебном процессе выделяют два вида самостоятельной работы: аудиторная и внеаудиторная.

Аудиторная самостоятельная работа по дисциплине выполняется на учебных занятиях под непосредственным руководством преподавателя и по его заданию: текущие консультации, коллоквиум, прием и разбор домашних заданий и другие.

Внеаудиторная самостоятельная работа - планируемая учебная, учебно-исследовательская, научно-исследовательская работа студентов, выполняемая во внеаудиторное время по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия: подготовка презентаций, составление глоссария, подготовка к практическим занятиям, подготовка рецензий, аннотаций на статью, подготовка к дискуссиям, круглым столам.

СРС может включать следующие формы работ:

- изучение лекционного материала;
- работа с источниками литературы: поиск, подбор и обзор литературы и электронных источников информации по заданной проблеме курса;
- выполнение домашних заданий, выдаваемых на практических занятиях: тестов, докладов, контрольных работ и других форм текущего контроля;
- изучение материала, вынесенного на самостоятельное изучение; подготовка к практическим занятиям;
- подготовка к контрольной работе или коллоквиуму;
- подготовка к зачету, экзамену, другим аттестациям;
- анализ научной публикации по определенной преподавателем теме, ее реферирование;
- исследовательская работа и участие в научных студенческих конференциях, семинарах и олимпиадах.

Особенностью организации самостоятельной работы студентов является необходимость не только подготовиться к сдаче зачета /экзамена, но и собрать, обобщить, систематизировать, проанализировать информацию по темам дисциплины.

Технология организации самостоятельной работы студентов включает использование информационных и материально-технических ресурсов образовательного учреждения. Для более эффективного выполнения самостоятельной работы по дисциплине преподаватель рекомендует студентам источники и учебно-методические пособия для работы, характеризует наиболее рациональную методику самостоятельной работы.

Самостоятельная работа может осуществляться индивидуально или группами студентов online и на занятиях в зависимости от цели, объема, конкретной тематики самостоятельной работы, уровня сложности, уровня умений студентов.

Подготовка к самостоятельной работе, не предусмотренная образовательной программой, учебным планом и учебно-методическими материалами, раскрывающими и конкретизирующими их содержание, осуществляется студентами инициативно, с целью реализации собственных учебных и научных интересов.

В качестве форм и методов контроля внеаудиторной самостоятельной работы студентов могут быть использованы обмен информационными файлами, семинарские занятия, тестирование, опрос, доклад, реферат, самоотчеты, контрольные работы, защита творческих работ и электронных презентаций и др.

1. Методические рекомендации по работе с текстом лекций

На лекционных занятиях необходимо конспектировать учебный материал. Обращать внимание на формулировки, определения, раскрывающие содержание тех или иных понятий, научные выводы и практические рекомендации, положительный опыт в ораторском мастерстве. Внимательное слушание и конспектирование лекций предполагает интенсивную умственную деятельность студента, и помогает усвоить учебный материал.

Желательно оставлять в рабочих конспектах поля, на которых делать пометки, дополняющие материал прослушанной лекции, а также подчеркивающие особую важность тех или иных теоретических положений, фиксировать вопросы, вызывающие личный интерес, варианты ответов на них, сомнения, проблемы, спорные положения. Рекомендуется вести записи на одной стороне листа, оставляя вторую сторону для размышлений, разборов, вопросов, ответов на них, для фиксирования деталей темы или связанных с ней фактов, которые припоминаются самим студентом в ходе слушания.

Слушание лекций - сложный вид интеллектуальной деятельности, успех которой обусловлен *умением слушать*, и стремлением воспринимать материал, нужное записывая в тетрадь. Запись лекции помогает сосредоточить внимание на главном, в ходе самой лекции продумать и осмыслить услышанное, осознать план и логику изложения материала преподавателем.

Такая работа нередко вызывает трудности у студентов: некоторые стремятся записывать все дословно, другие пишут отрывочно, хаотично. Чтобы избежать этих ошибок, целесообразно придерживаться ряда правил.

1. После записи ориентирующих и направляющих внимание данных (тема, цель, план лекции, рекомендованная литература) важно попытаться проследить, как они раскрываются в содержании, подкрепляются формулировками, доказательствами, а затем и выводами.

2. Записывать следует основные положения и доказывающие их аргументы, наиболее яркие примеры и факты, поставленные преподавателем вопросы для самостоятельной проработки.

3. Стремиться к четкости записи, ее последовательности, выделяя темы, подтемы, вопросы и подвопросы, используя цифровую и буквенную нумерацию (римские и арабские цифры, большие и малые буквы), красные строки, выделение абзацев, подчеркивание главного и т.д.

Форма записи материала может быть различной - в зависимости от специфики изучаемого предмета. Это может быть стиль учебной программы (назывные предложения), уместны и свои краткие пояснения к записям.

Студентам не следует подробно записывать на лекции «все подряд», но обязательно фиксировать то, что преподаватели диктуют – это базовый конспект, содержащий основные положения лекции: определения, выводы, параметры, критерии, аксиомы, постулаты, парадигмы, концепции, ситуации, а также мысли-маяки (ими часто являются афоризмы, цитаты, остроумные изречения). Запись лекции лучше вести в сжатой форме, короткими и четкими фразами. Каждому студенту полезно выработать свою систему сокращений, в которой он мог бы разобраться легко и безошибочно.

Даже отлично записанная лекция предполагает дальнейшую самостоятельную работу над ней (осмысление ее содержания, логической структуры, выводов). С целью доработки конспекта лекции необходимо в первую очередь прочитать записи, восстановить текст в памяти, а также исправить описки, расшифровать не принятые ранее сокращения, заполнить пропущенные места, понять текст, вникнуть в его смысл. Далее прочитать материал по рекомендуемой литературе, разрешая в ходе чтения возникшие ранее затруднения, вопросы, а также дополняя и исправляя свои записи. В ходе доработки конспекта углубляются, расширяются и закрепляются знания, а также дополняется, исправляется и совершенствуется конспект. Доработанный конспект и

рекомендуемая литература используется при подготовке к практическому занятию. Знание лекционного материала при подготовке к практическому занятию обязательно.

Особенно важно в процессе самостоятельной работы над лекцией выделить новый понятийный аппарат, уяснить суть новых понятий, при необходимости обратиться к словарям и другим источникам, заодно устранив неточности в записях. Главное - вести конспект аккуратно и регулярно, только в этом случае он сможет стать подспорьем в изучении дисциплины.

Работа над лекцией стимулирует самостоятельный поиск ответов на самые различные вопросы: над какими понятиями следует поработать, какие обобщения сделать, какой дополнительный материал привлечь.

Важным средством, направляющим самообразование, является выполнение различных заданий по тексту лекции, например, составление ее развернутого плана или тезисов; ответы на вопросы проблемного характера, (скажем, об основных тенденциях развития той или иной проблемы); составление проверочных тестов по проблеме, написание по ней реферата, составление графических схем.

По своим задачам лекции могут быть разных жанров: *установочная лекция* вводит в изучение курса, предмета, проблем (что и как изучать), а *обобщающая лекция* позволяет подвести итог (зачем изучать), выделить главное, усвоить законы развития знания, преемственности, новаторства, чтобы применить обобщенный позитивный опыт к решению современных практических задач. Обобщающая лекция ориентирует в истории и современном состоянии научной проблемы.

В процессе освоения материалов обобщающих лекций студенты могут выполнять задания разного уровня. Например: задания *репродуктивного* уровня (составить развернутый план обобщающей лекции, составить тезисы по материалам лекции); задания *продуктивного* уровня (ответить на вопросы проблемного характера, составить опорный конспект по схеме, выявить основные тенденции развития проблемы); задания *творческого* уровня (составить проверочные тесты по теме, защитить реферат и графические темы по данной проблеме). Обращение к ранее изученному материалу не только помогает восстановить в памяти известные положения, выводы, но и приводит разрозненные знания в систему, углубляет и расширяет их. Каждый возврат к старому материалу позволяет найти в нем что-то новое, переосмыслить его с иных позиций, определить для него наиболее подходящее место в уже имеющейся системе знаний.

2. Методические рекомендации по подготовке доклада (презентации)

Доклад – публичное сообщение по заданной теме, представляющее собой развернутое изложение на определенную тему, вид самостоятельной работы, который используется в учебных и внеаудиторных занятиях и способствует формированию навыков исследовательской работы, освоению методов научного познания, приобретению навыков публичного выступления, расширяет познавательные интересы, приучает критически мыслить.

При подготовке доклада используется дополнительная литература, систематизируется материал. Работа над докладом не только позволяет учащемуся приобрести новые знания, но и способствует формированию важных научно-исследовательских навыков самостоятельной работы с научной литературой, что повышает познавательный интерес к научному познанию.

Приветствуется использование мультимедийных технологий, подготовка докладов-презентаций.

Доклад должен соответствовать следующим требованиям:

- тема доклада должна быть согласованна с преподавателем и соответствовать теме занятия;
- иллюстрации (слайды в презентации) должны быть достаточными, но не чрезмерными;
- материалы, которыми пользуется студент при подготовке доклада-презентации, должны соответствовать научно-методическим требованиям ВУЗа и быть указаны в докладе;
- необходимо соблюдать регламент: 7-10 минут выступления.

Преподаватель может дать тему сразу нескольким студентам одной группы, по принципу: докладчик и оппонент. Студенты могут подготовить два выступления с противоположными точками зрения и устроить дискуссию по проблемной теме. Докладчики и содокладчики во многом определяют содержание, стиль, активность данного занятия, для этого необходимо:

- использовать технические средства;
- знать и хорошо ориентироваться в теме всей презентации (семинара);
- уметь дискутировать и быстро отвечать на вопросы;
- четко выполнять установленный регламент: докладчик - 7-10 мин.; содокладчик - 5 мин.; дискуссия - 10 мин;
- иметь представление о композиционной структуре доклада.

После выступления докладчик и содокладчик, должны ответить на вопросы слушателей.

В подготовке доклада выделяют следующие этапы:

1. Определение цели доклада: информировать, объяснить, обсудить что-то (проблему, решение, ситуацию и т. п.)
2. Подбор литературы, иллюстративных примеров.
3. Составление плана доклада, систематизация материала, композиционное оформление доклада в виде печатного /рукописного текста и электронной презентации.

Общая структура доклада

Построение доклада включает три части: вступление, основную часть и заключение.

Вступление.

Вступление должно содержать:

- название презентации (доклада);
- сообщение основной идеи;
- обоснование актуальности обсуждаемого вопроса;

- современную оценку предмета изложения;
- краткое перечисление рассматриваемых вопросов;
- живую интересную форму изложения;
- акцентирование оригинальности подхода.

Основная часть.

Основная часть состоит из нескольких разделов, постепенно раскрывающих тему. Возможно использование иллюстрации (графики, диаграммы, фотографии, карты, рисунки). Если необходимо, для обоснования темы используется ссылка на источники с доказательствами, взятыми из литературы (цитирование авторов, указание цифр, фактов, определений). Изложение материала должно быть связным, последовательным, доказательным.

Задача основной части - представить достаточно данных для того, чтобы слушатели и заинтересовались темой и захотели ознакомиться с материалами. При этом логическая структура теоретического блока не должны даваться без наглядных пособий, аудио-визуальных и визуальных материалов.

Заключение.

Заключение - это ясное четкое обобщение, в котором подводятся итоги, формулируются главные выводы, подчеркивается значение рассмотренной проблемы, предлагаются самые важные практические рекомендации. Требования к оформлению доклада. Объем машинописного текста доклада должен быть рассчитан на произнесение доклада в течение 7 -10 минут (3-5 машинописных листа текста с докладом).

Доклад оценивается по следующим критериям:

<i>Критерии оценки доклада, сообщения</i>	<i>Количество баллов</i>
Содержательность, информационная насыщенность доклада	2
Наличие аргументов	2
Наличие выводов	2
Наличие презентации доклада	2
Владение профессиональной лексикой	2
Итого:	10

Электронные презентации выполняются в программе MS PowerPoint в виде слайдов в следующем порядке: • титульный лист с заголовком темы и автором исполнения презентации; • план презентации (5-6 пунктов - это максимум); • основная часть (не более 10 слайдов); • заключение (вывод). Общие требования к стилевому оформлению презентации: • дизайн должен быть простым и лаконичным; • основная цель - читаемость, а не субъективная красота; цветовая гамма должна состоять не более чем из двух-трех цветов; • всегда должно быть два типа слайдов: для титульных и для основного текста; • размер шрифта должен быть: 24–54 пункта (заголовки), 18–36 пунктов (обычный текст); • текст должен быть свернут до ключевых слов и фраз. Полные развернутые предложения на слайдах таких презентаций используются только при цитировании; каждый слайд должен иметь заголовок; • все слайды должны быть выдержаны в одном стиле; • на каждом слайде должно быть не более трех иллюстраций; • слайды должны быть пронумерованы с указанием общего количества слайдов

3. Методические рекомендации по подготовке семинарским занятиям

Семинар представляет собой комплексную форму и завершающее звено в изучении определенных тем, предусмотренных программой учебной дисциплины. Комплексность данной формы занятий определяется тем, что в ходе её проведения сочетаются выступления обучающихся и преподавателя: рассмотрение обсуждаемой проблемы и анализ различных, часто дискуссионных позиций; обсуждение мнений обучающихся и разъяснение (консультация) преподавателя; углубленное изучение теории и приобретение навыков умения ее использовать в практической работе.

По своему назначению семинар, в процессе которого обсуждается та или иная научная проблема, способствует:

- углубленному изучению определенного раздела учебной дисциплины, закреплению знаний;
- отработке методологии и методических приемов познания;
- выработке аналитических способностей, умения обобщения и формулирования выводов;
- приобретению навыков использования научных знаний в практической деятельности;
- выработке умения кратко, аргументированно и ясно излагать обсуждаемые вопросы;
- осуществлению контроля преподавателя за ходом обучения.

Семинары представляет собой *дискуссию* в пределах обсуждаемой темы (проблемы). Дискуссия помогает участникам семинара приобрести более совершенные знания, проникнуть в суть изучаемых проблем. Выработать методологию, овладеть методами анализа социально-экономических процессов. Обсуждение должно носить творческий характер с четкой и убедительной аргументацией.

По своей структуре семинар начинается со вступительного слова преподавателя, в котором кратко излагаются место и значение обсуждаемой темы (проблемы) в данной дисциплине, напоминаются порядок и направления ее обсуждения. Конкретизируется ранее известный обучающимся план проведения занятия. После этого начинается процесс обсуждения вопросов обучающимися. Завершается занятие подведением итогов обсуждения, заключительным словом преподавателя.

Проведение семинарских занятий в рамках учебной группы (20 - 25 человек) позволяет обеспечить активное участие в обсуждении проблемы всех присутствующих.

По ходу обсуждения темы помните, что изучение теории должно быть связано с определением (выработкой) средств, путей применения теоретических положений в практической деятельности, например, при выполнении функций государственного служащего. В то же время важно не свести обсуждение научной проблемы только к пересказу случаев из практики работы, к критике имеющихся место недостатков. Дискуссии имеют важное значение: учат дисциплине ума, умению выступать по существу, мыслить логически, выделяя главное, критически оценивать выступления участников семинара.

В процессе проведения семинара обучающиеся могут использовать разнообразные по своей форме и характеру пособия, демонстрируя фактический, в том числе статистический материал, убедительно подтверждающий теоретические выводы и положения. В завершение обсудите результаты работы семинара и сделайте выводы, что хорошо усвоено, а над чем следует дополнительно поработать.

В целях эффективности семинарских занятий необходима обстоятельная подготовка к их проведению. В начале семестра (учебного года) возьмите в библиотеке необходимые методические материалы для своевременной подготовки к семинарам. Готовясь к конкретной теме занятия следует ознакомиться с новыми официальными документами, статьями в периодических журналах, вновь вышедшими монографиями.

4. Методические рекомендации по подготовке к дискуссии

Современная практика предлагает широкий круг типов семинарских занятий. Среди них особое место занимает *семинар-дискуссия*, где в диалоге хорошо усваивается новая информация, видны убеждения студента, обсуждаются противоречия (явные и скрытые) и недостатки. Для обсуждения берутся конкретные актуальные вопросы, с которыми студенты предварительно ознакомлены. Дискуссия является одной из наиболее эффективных технологий группового взаимодействия, обладающей особыми возможностями в обучении, развитии и воспитании будущего специалиста.

Дискуссия (от лат. discussio - рассмотрение, исследование) - способ организации совместной деятельности с целью интенсификации процесса принятия решений в группе посредством обсуждения какого-либо вопроса или проблемы.

Дискуссия обеспечивает активное включение студентов в поиск истины; создает условия для открытого выражения ими своих мыслей, позиций, отношений к обсуждаемой теме и обладает особой возможностью воздействия на установки ее участников в процессе группового взаимодействия. Дискуссию можно рассматривать как *метод интерактивного обучения* и как особую технологию, включающую в себя другие методы и приемы обучения: «мозговой штурм», «анализ ситуаций» и т.д.

Обучающий эффект дискуссии определяется предоставляемой участнику возможностью получить разнообразную информацию от собеседников, продемонстрировать и повысить свою компетентность, проверить и уточнить свои представления и взгляды на обсуждаемую проблему, применить имеющиеся знания в процессе совместного решения учебных и профессиональных задач.

Развивающая функция дискуссии связана со стимулированием творчества обучающихся, развитием их способности к анализу информации и аргументированному, логически выстроенному доказательству своих идей и взглядов, с повышением коммуникативной активности студентов, их эмоциональной включенности в учебный процесс.

Влияние дискуссии на личностное становление студента обусловливается ее целостно - ориентирующей направленностью, созданием благоприятных условий для проявления индивидуальности, самоопределения в существующих точках зрения на определенную проблему, выбора своей позиции; для формирования умения взаимодействовать с другими, слушать и слышать окружающих, уважать чужие убеждения, принимать оппонента, находить точки соприкосновения, соотносить и согласовывать свою позицию с позициями других участников обсуждения.

Безусловно, наличие оппонентов, противоположных точек зрения всегда обостряет дискуссию, повышает ее продуктивность, позволяет создавать с их помощью конструктивный конфликт для более эффективного решения обсуждаемых проблем.

Существует несколько видов дискуссий, использование того или иного типа дискуссии зависит от характера обсуждаемой проблемы и целей дискуссии.

Дискуссия- диалог чаще всего применяется для совместного обсуждения учебных и производственных проблем, решение которых может быть достигнуто путем взаимодополнения, группового взаимодействия по принципу «индивидуальных вкладов» или на основе согласования различных точек зрения, достижения консенсуса.

Дискуссия - спор используется для всестороннего рассмотрения сложных проблем, не имеющих однозначного решения даже в науке, социальной, политической жизни, производственной практике и т.д. Она построена на принципе «позиционного противостояния» и ее цель - не столько решить проблему, сколько побудить участников дискуссии задуматься над проблемой, уточнить и определить свою позицию; научить аргументировано отстаивать свою точку зрения и в то же время осознать право других иметь свой взгляд на эту проблему, быть индивидуальностью.

Условия эффективного проведения дискуссии:

- информированность и подготовленность студентов к дискуссии,
- свободное владение материалом, привлечение различных источников для аргументации отстаиваемых положений;
- правильное употребление понятий, используемых в дискуссии, их единообразное понимание;
- корректность поведения, недопустимость высказываний, задевающих личность оппонента; установление регламента выступления участников;
- полная включенность группы в дискуссию, участие каждого студента в ней.

Подготовка студентов к дискуссии: если тема объявлена заранее, то следует ознакомиться с указанной литературой, необходимыми справочными материалами, продумать свою позицию, четко сформулировать аргументацию, выписать цитаты, мнения специалистов.

В проведении дискуссии выделяется несколько этапов.

Этап 1-й, введение в дискуссию: формулирование проблемы и целей дискуссии; определение значимости проблемы, совместная выработка правил дискуссии; выяснение однозначности понимания темы дискуссии, используемых в ней терминов, понятий.

Этап 2-й, обсуждение проблемы: обмен участниками мнениями по каждому вопросу. Цель этапа - собрать максимум мнений, идей, предложений, соотнося их друг с другом.

Этап 3-й, подведение итогов обсуждения: выработка студентами согласованного мнения и принятие группового решения.

Далее подводятся итоги дискуссии, заслушиваются и защищаются проектные задания. После этого проводится "мозговой штурм" по нерешенным проблемам дискуссии, а также выявляются прикладные аспекты, которые можно рекомендовать для включения в курсовые и дипломные работы или в апробацию на практике.

Семинары-дискуссии проводятся с целью выявления мнения студентов по актуальным и проблемным вопросам.

5. Методические рекомендации по подготовке к промежуточной аттестации

Экзамен (зачет) - одна из важнейших частей учебного процесса, имеющая огромное значение.

Во-первых, готовясь к экзамену, студент приводит в систему знания, полученные на лекциях, семинарах, практических и лабораторных занятиях, разбирается в том, что осталось непонятным, и тогда изучаемая им дисциплина может быть воспринята в полном объеме с присущей ей строгостью и логичностью, ее практической направленностью. А это чрезвычайно важно для будущего специалиста.

Во-вторых, каждый хочет быть волевым и сообразительным., выдержанным и целеустремленным, иметь хорошую память, научиться быстро находить наиболее рациональное решение в трудных ситуациях. Очевидно, что все эти качества не только украшают человека, но и делают его наиболее действенным членом коллектива. Подготовка и сдача экзамена помогают студенту глубже усвоить изучаемые дисциплины, приобрести навыки и качества, необходимые хорошему специалисту.

Конечно, успех на экзамене во многом обусловлен тем, насколько систематически и глубоко работал студент в течение семестра. Совершенно очевидно, что серьезно продумать и усвоить содержание изучаемых дисциплин за несколько дней подготовки к экзамену просто невозможно даже для очень способного студента. И, кроме того, хорошо известно, что быстро выученные на память разделы учебной дисциплины так же быстро забываются после сдачи экзамена.

При подготовке к экзамену студенты не только повторяют и дорабатывают материал дисциплины, которую они изучали в течение семестра, они обобщают полученные знания, осмысливают методологию предмета, его систему, выделяют в нем основное и главное, воспроизводят общую картину с тем, чтобы яснее понять связь между отдельными элементами дисциплины. Вся эта обобщающая работа проходит в условиях напряжения воли и сознания, при значительном отвлечении от повседневной жизни, т. е. в условиях, благоприятствующих пониманию и запоминанию.

Подготовка к экзаменам состоит в приведении в порядок своих знаний. Даже самые способные студенты не в состоянии в короткий период зачетно-экзаменационной сессии усвоить материал целого семестра, если они над ним не работали в свое время. Для тех, кто мало занимался в семестре, экзамены принесут мало пользы: что быстро пройдено, то быстро и забудется. И хотя в некоторых случаях студент может «проскочить» через экзаменационный барьер, в его подготовке останется серьезный пробел, трудно восполняемый впоследствии.

Определив назначение и роль экзаменов в процессе обучения, попытаемся на этой основе пояснить, как лучше готовиться к ним.

Экзаменам, как правило, предшествует защита курсовых работ (проектов) и сдача зачетов. К экзаменам допускаются только студенты, защитившие все курсовые работы (проекты) и сдавшие все зачеты. В вузе сдача зачетов организована так, что при систематической работе в течение семестра, своевременной и успешной сдаче всех текущих работ, предусмотренных графиком учебного процесса, большая часть зачетов не вызывает повышенной трудности у студента. Студенты, работавшие в семестре по плану, подходят к экзаменационной сессии без напряжения, без излишней затраты сил в последнюю, «зачетную» неделю.

Подготовку к экзамену следует начинать с первого дня изучения дисциплины. Как правило, на лекциях подчеркиваются наиболее важные и трудные вопросы или разделы дисциплины, требующие внимательного изучения и обдумывания. Нужно эти вопросы выделить и обязательно постараться разобраться в них, не дожидаясь экзамена, проработать их, готовясь к семинарам, практическим или лабораторным занятиям, попробовать самостоятельно решить несколько типовых задач. И если, несмотря на это, часть материала осталась неувоенной, ни в коем случае нельзя успокаиваться, надеясь

на то, что это не попадется на экзамене. Факты говорят об обратном; если те или другие вопросы учебной дисциплины не вошли в экзаменационный билет, преподаватель может их задать (и часто задает) в виде дополнительных вопросов.

Точно такое же отношение должно быть выработано к вопросам и задачам, перечисленным в программе учебной дисциплины, выдаваемой студентам в начале семестра. Обычно эти же вопросы и аналогичные задачи содержатся в экзаменационных билетах. Не следует оставлять без внимания ни одного раздела дисциплины: если не удалось в чем-то разобраться самому, нужно обратиться к товарищам; если и это не помогло выяснить какой-либо вопрос до конца, нужно обязательно задать этот вопрос преподавателю на предэкзаменационной консультации. Чрезвычайно важно приучить себя к умению самостоятельно мыслить, учиться думать, понимать суть дела. Очень полезно после проработки каждого раздела восстановить в памяти содержание изученного материала, кратко записав это на листе бумаги, создать карту памяти (умственную карту), изобразить необходимые схемы и чертежи (логико-графические схемы), например, отобразить последовательность вывода теоремы или формулы. Если этого не сделать, то большая часть материала останется не понятой, а лишь формально заученной, и при первом же вопросе экзаменатора студент убедится в том, насколько поверхностно он усвоил материал.

В период экзаменационной сессии происходит резкое изменение режима работы, отсутствует посещение занятий по расписанию. При всяком изменении режима работы очень важно скорее приспособиться к новым условиям. Поэтому нужно сразу выбрать такой режим работы, который сохранился бы в течение всей сессии, т. е. почти на месяц. Необходимо составить для себя новый распорядок дня, чередуя занятия с отдыхом. Для того чтобы сократить потерю времени на включение в работу, рабочие периоды целесообразно делать длительными, разделив день примерно на три части: с утра до обеда, с обеда до ужина и от ужина до сна.

Каждый рабочий период дня надо заканчивать отдыхом. Наилучший отдых в период экзаменационной сессии - прогулка, кратковременная пробежка или какой-либо неусттомительный физический труд.

При подготовке к экзаменам основное направление дают программа учебной дисциплины и студенческий конспект, которые указывают, что наиболее важно знать и уметь делать. Основной материал должен прорабатываться по учебнику (если такой имеется) и учебным пособиям, так как конспекта далеко недостаточно для изучения дисциплины. Учебник должен быть изучен в течение семестра, а перед экзаменом сосредоточьте внимание на основных, наиболее сложных разделах. Подготовку по каждому разделу следует заканчивать восстановлением по памяти его краткого содержания в логической последовательности.

За один - два дня до экзамена назначается консультация. Если ее правильно использовать, она принесет большую пользу. Во время консультации студент имеет полную возможность получить ответ на нее и ясные ему вопросы. А для этого он должен проработать до консультации все темы дисциплины. Кроме того, преподаватель будет отвечать на вопросы других студентов, что будет для вас повторением и закреплением знаний. И еще очень важное обстоятельство: преподаватель на консультации, как правило, обращает внимание на те вопросы, по которым на предыдущих экзаменах ответы были неудовлетворительными, а также фиксирует внимание на наиболее трудных темах дисциплины. Некоторые студенты не приходят на консультации либо потому, что считают, что у них нет вопросов к преподавателю, либо полагают, что у них и так мало времени и лучше самому прочитать материал в конспекте или в учебнике. Это глубокое заблуждение. Никакая другая работа не сможет принести столь значительного эффекта накануне экзамена, как консультация преподавателя.

Но консультация не может возместить отсутствия длительной работы в течение семестра и помочь за несколько часов освоить материал, требующийся к экзамену. На

консультации студент получает ответы на трудные или оставшиеся неясными вопросы и, следовательно, дорабатывается материал. Консультации рекомендуется посещать, подготовив к ним все вопросы, вызывающие сомнения. Если студент придет на консультацию, не проработав всего материала, польза от такой консультации будет невелика.

Итак, *основные советы* для подготовки к сдаче зачетов и экзаменов состоят в следующем:

- лучшая подготовка к зачетам и экзаменам - равномерная работа в течение всего семестра;
- используйте программы учебных дисциплин - это организует вашу подготовку к зачетам и экзаменам;
- учитывайте, что для полноценного изучения учебной дисциплины необходимо время;
- составляйте планы работы во времени;
- работайте равномерно и ритмично;
- курсовые работы (проекты) желательно защищать за одну - две недели до начала зачетно-экзаменационной сессии;
- все зачеты необходимо сдавать до начала экзаменационной сессии;
- помните, что конспект не заменяет учебник и учебные пособия, а помогает выбрать из него основные вопросы и ответы;
- при подготовке наибольшее внимание и время уделяйте трудным и непонятным вопросам учебной дисциплины;
- грамотно используйте консультации;
- соблюдайте правильный режим труда и отдыха во время сессии, это сохранит работоспособность и даст хорошие результаты;
- учитесь владеть собой на зачете и экзамене;
- учитесь точно и кратко передавать свои мысли, поясняя их, если нужно, логико-графическими схемами.

Очень важным условием для правильного режима работы в период экзаменационной сессии является нормальный сон, иначе в день экзамена не будет чувства бодрости и уверенности.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Методические указания по выполнению самостоятельной работы обучающихся являются неотъемлемой частью процесса обучения в вузе. Правильная организация самостоятельной работы позволяет обучающимся развивать умения и навыки в усвоении и систематизации приобретаемых знаний, обеспечивает высокий уровень успеваемости в период обучения, способствует формированию навыков совершенствования профессионального мастерства. Также внеаудиторное время включает в себя подготовку к аудиторным занятиям и изучение отдельных тем, расширяющих и углубляющих представления обучающихся по разделам изучаемой дисциплины.

Таким образом, обучающийся используя методические указания может в достаточном объеме усвоить и успешно реализовать конкретные знания, умения, навыки и получить опыт при выполнении следующих условий:

- 1) систематическая самостоятельная работа по закреплению полученных знаний и навыков;
- 2) добросовестное выполнение заданий;
- 3) выяснение и уточнение отдельных предпосылок, умозаключений и выводов, содержащихся в учебном курсе;
- 4) сопоставление точек зрения различных авторов по затрагиваемым в учебном курсе проблемам; выявление неточностей и некорректного изложения материала в периодической и специальной литературе;

Контроль результатов внеаудиторной самостоятельной работы студентов осуществляется в пределах времени, отведенного на обязательные учебные занятия по дисциплине

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Фролова Н. А. Реферирование и аннотирование текстов по специальности (на материале немецкого языка): Учеб. пособие / ВолгГТУ, Волгоград, 2006. - С.5.

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»



УТВЕРЖДАЮ

Проректор по учебно-методическому
комплексу
С.А. Упоров

**МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ И ЗАДАНИЯ
К КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЕ**

Б1.О.19 ГЕОМЕТРИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

Специальность

15.05.01 Проектирование технологических машин и комплексов

Специализация № 24

Проектирование технологических машин и комплексов

Форма обучения: **очная**

Автор: Шангина Е.И., проф., д-р пед. н., к. т. н., зав. каф. ИГр

Одобрены на заседании кафедры

Инженерной графики
(название кафедры)

Зав.кафедрой


(подпись)

Шангина Е.И.
(Фамилия И.О.)

Протокол № 2 от 20.09.2023
(Дата)

Рассмотрены методической комиссией
факультета

Горно-механического
(название факультета)

Председатель


(подпись)

Осипов П. А.
(Фамилия И.О.)

Протокол № 2 от 20.10.2023
(Дата)

Екатеринбург

Введение

В контрольной работе нужно выполнить несколько задач. Последовательность задач и контрольных работ подобрана в соответствии с методической последовательностью изучения курса.

Варианты индивидуальных заданий каждой задачи представлены в таблицах приложения, в конце первой части пособия дается список рекомендуемой литературы для самостоятельного изучения курса и использованной для составления настоящего пособия.

Решение задач оформляется на листах чертежной бумаги формата А3(297х420) в соответствии со Стандартами ЕСКД (ГОСТ 2.301-ГОСТ 2.304-81) [1, 3]. Контуры геометрических элементов на проекциях обводятся сплошной основной линией (ГОСТ 2.303-68), невидимые контуры проводятся штриховой линией, оси вращения поверхностей вращения и центровые линии на окружностях проводятся штрихпунктирными линиями, вспомогательные линии - оси проекций, линии проекционной связи, выносные и размерные линии, линии штриховки проводятся тонкой сплошной линией.

Варианты задания определяются суммой трех последних чисел шифра, например, студент, имеющий шифр ПТМК-99223, выполняет задание седьмого варианта ($2+2+3=7$).

В методических рекомендациях по решению задач даются сноски на литературу, например, [4], о. 42, рис. 2.38, рис. 2.39, - этот вопрос можно изучить по литературе [4] (см. список рекомендуемой литературы) на странице 42 рис. 2.38 и рис. 2.39. При решении задач настоятельно рекомендуется использовать учебник [2] параллельно с учебным пособием [4].

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА

Контрольная работа содержит четыре задачи. Работа оформляется на трех листах формата А3.

ЛИСТ 1

Задача 1. Определить линию пересечения плоских фигур, видимость их на плоскостях проекций и натуральную величину треугольника ABC .¹

Решение. На левой стороне формата А3 проводятся тонкими линиями оси проекций (рис. 1), и по данным варианта из таблицы 1 приложения (с. 31) по координатам строятся вершины треугольников, тонкими линиями - проекции треугольников ABC и DEK .

Две плоскости пересекаются по прямой линии. Чтобы ее построить на чертеже, нужно иметь две общие точки заданных треугольников. Общие точки плоскостей определяются решением задачи пересечения прямой линии с плоскостью ([4], с. 54, рис. 66, рис. 67)¹. В задаче I рекомендуется выполнить очень четко всю последовательность операций построения линии пересечения плоских фигур и определения видимости на проекциях.

Алгоритм решения задачи 1:

1. Определяется точка пересечения стороны AB с плоскостью DEK (см. рис. 1).

1.1. Через прямую AB проводится горизонтально-проецирующая плоскость α (на рис. 1 плоскость задается горизонтальным следом α_H).

1.2. Плоскость α пересекает плоскость треугольника DEK по прямой 1-2, на чертеже строят ее проекции.

1.3. Прямая 1-2 пересекает AB в точке N (N' , N'') - это одна общая точка заданных плоскостей.

2. Определяется точка пересечения стороны DK с плоскостью ABC (примечание: вторая общая точка плоскостей может быть определена пересечением стороны AC с плоскостью DEK , то есть эта задача имеет единственное решение, которое может быть достигнуто различными путями). Через DK проводится вспомогательная плоскость β (на рис. 1 β_V - фронтальный след фронтально-проецирующей вспомогательной плоскости β), и все операции пункта 1 повторяются, в результате получится точка M (M' , M''). Плоские фигуры ABC и DEK пересекаются по прямой MN .

3. Видимость плоских фигур на проекциях определяется методом "конкурирующих" точек.

3.1. Видимость на фронтальной плоскости проекций определяет пара конкурирующих по видимости точек 6 и 7. Фронтальные проекции точек совпадают ($6''=7''$), то есть точки 6 и 7 лежат на проецирующем луче, перпендикулярном фронтальной плоскости проекций. Горизонтальные проекции $6'$ и $7'$ расположены на одной линии проекционной связи, стрелкой показано направ-

¹ Материал найти в учебнике [4]

ление взгляда на фронтальную проекцию; отсюда видно, что точка 7 расположена к наблюдателю ближе, следовательно, она на фронтальной плоскости проекций будет видна, также будет видна в этой области и прямая AB , на которой лежит точка 7. Проекция $A''C''$ на фронтальной плоскости проекций будет видна на чертеже полностью, поскольку она не пересекается с треугольником DEK . Следовательно, проекция $K''D''$ на участке $4''-M''$ невидима, и от точки M до D'' прямая видима. Проекция $D''E''$ видима, а участок $6''-8''$ проекции $E''K''$ будет невидимым. Аналогично определяется видимость остальных элементов на фронтальной проекции.

3.2. Видимость на горизонтальной плоскости проекций можно определить с помощью одной из шести пар конкурирующих точек; используем пару 9,10. Точка 9 лежит на BC ($9'' \in B''C''$), а точка 10 ~ на EK ($10'' \in E''K''$), фронтальная проекция 9'' на чертеже расположена выше, чем 10'', а это значит, что на горизонтальной проекции $B'C'$ будет полностью видимая. $K'D'$ от контура $B'C'$ до M' (точки пересечения KD с треугольником ABC) будет невидимой, от M' до D' сторона KD на горизонтальной проекции видимая. Рассуждая таким образом можно определить видимость остальных элементов на горизонтальной плоскости проекций.

4. Натуральная величина треугольника ABC определяется методом вращения (см. [4], 7.1.2 с. 75, рис. 93) по схеме: треугольник ABC общего положения методом плоскопараллельного перемещения преобразуется во фронтально-проецирующую плоскость $A_1B_1C_1$, затем треугольник $A_1B_1C_1$ методом вращения вокруг проецирующей прямой, проходящей через точку B_1 , и перпендикулярно V , преобразуется в горизонтальную плоскость $B_1C_2A_2$. горизонтальная проекция которого определяет натуральную величину $A_2'B_1'C_2'$ треугольника ABC .

4.1. Чтобы преобразовать треугольник ABC общего положения во фронтально-проецирующую плоскость, нужно воспользоваться свойством горизонтали: во фронтально-проецирующей плоскости она является фронтально-проецирующей прямой. В плоскости ABC проводится горизонталь $C-5$, треугольник перемещается в пространстве параллельно плоскости H , так, чтобы $C-5$ стала перпендикулярной фронтальной плоскости проекций. $C_1'-5_1'$ на чертеже нужно расположить вертикально. $|C_1'-5_1'| = |C-5|$ и $|A_1'B_1'C_1'| = |A'B'C'|$ - из условия параллельности перемещения треугольника ABC относительно горизонтальной плоскости проекций. Проекция $A_1'B_1'C_1'$ строится методом засечек относительно вертикально расположенной горизонтальной проекции горизонтали $C_1'-5_1'$. При этом преобразовании фронтальные проекции A'' , B'' , C'' на чертеже перемещаются по горизонтальным прямым, линии проекционной связи A_1' , B_1' , C_1' на этих прямых определяют фронтальные проекции A_1'' , B_1'' , C_1'' , лежащие на одной прямой.

4.2. Фронтально-проецирующая плоскость $A_1B_1C_1$ преобразуется горизонтальную плоскость $B_1A_2C_2$, горизонтальная проекция которой $B_1'A_2'C_2'$ определяет натуральную величину треугольника ABC . Это преобразование - вращение вокруг фронтально-проецирующей прямой, проходящей через точку B_1 .

Задача 2. Построить проекции пирамиды с основанием ABC , ребро пирамиды SA является высотой пирамиды, величина которой задана в условии варианта.

Решение. На левой половине листа формата А3 тонкими линиями проводятся оси проекций $OXYZ$ (рис. 2). По координатам из таблицы 2 приложения строятся на чертеже проекции $A'B'C'$ и $A''B''C''$ основания пирамиды. Из точки A проводится перпендикуляр к основанию ABC пирамиды ([4], 5.3. с. 58, рис. 70). Проекция перпендикуляра составляют прямой плоский угол соответственно с горизонтальной проекцией горизонтали и с фронтальной проекцией фронтали.

В треугольнике ABC (рис. 2) проводится горизонталь $C-1$, горизонтальная проекция перпендикуляра к плоскости ABC проводится под прямым углом к $C-1$ через A' . Фронтальная проекция $1''-2''$ фронтали 1-2 определяет направление фронтальной проекции перпендикуляра, она проводится через точку A'' под прямым углом к $1''-2''$.

На проекциях построенного перпендикуляра берется произвольная точка T (T' , T'') и определяется натуральная величина отрезка AT , на рис. 2 отрезок A $A''T_1''$. На прямой $A''T_1''$ откладывается натуральная величина высоты пирамиды $A''S''=h$, заданной в таблице 2 приложения, и обратным преобразованием строятся проекции вершины пирамиды S' , S'' . Вершина S соединяется с вершинами основания боковыми ребрами SA , SB , SC , определяется видимость ребер пирамиды на проекциях.

Задача 3. Построить две проекции геометрических тел – прямой призмы и пирамиды, линию пересечения их поверхностей и определить видимость на проекциях.

Решение. На правой стороне листа 2 (см. рис. 2) по координатам строятся проекции призмы $EKGU$ (ребра обозначены вершинами нижнего основания) и пирамиды $ABCD$.

Общая схема решения:

1) определяются точки пересечения ребер пирамиды $ABCD$ с гранями призмы $EKGU$;

2) определяются точки пересечения ребер призмы $EKGU$ с гранями пирамиды $ABCD$;

3) полученные точки соединяются отрезками прямых с учетом видимости на проекциях. Полученная ломаная линия должна быть замкнутой ([2], с. 161, рис. 280, 281).

Ребро DA пересекается с гранями UG и UE (см. рис. 2) в точках 1 и 4, на чертеже строятся их проекции. Аналогично строятся проекции точек пересечения ребра DC с гранями GU и UE и ребра DE с гранями UG и EK призмы.

Ребро E призмы пересекается с гранями ABD и BCD пирамиды в точках 6 и 8, фронтальные проекции которых строятся по условию принадлежности точек 6 и 8 соответствующим граням пирамиды. Точка 6 лежит в плоскости грани

BCD, так как она лежит на прямой ***SD*** в грани ***BCD***, точка 8 - на прямой ***TD*** в грани ***ABD***.

Полученные точки соединяются ломаной линией, в данном примере получаются две замкнутые ломаные линии пересечения поверхностей. Линия 1-2-3 на фронтальной плоскости проекций имеет видимые отрезки 1"-3" и 3"-2", поскольку они расположены на двух видимых на фронтальной плоскости проекций гранях, сторона 1"-2" лежит на невидимой грани ***ABD***, поэтому она проводится штриховой линией. Путем аналогичных рассуждений определяется, что отрезки 5"-4" и 5"-6" на фронтальной плоскости проекций видимы, остальные отрезки невидимы.

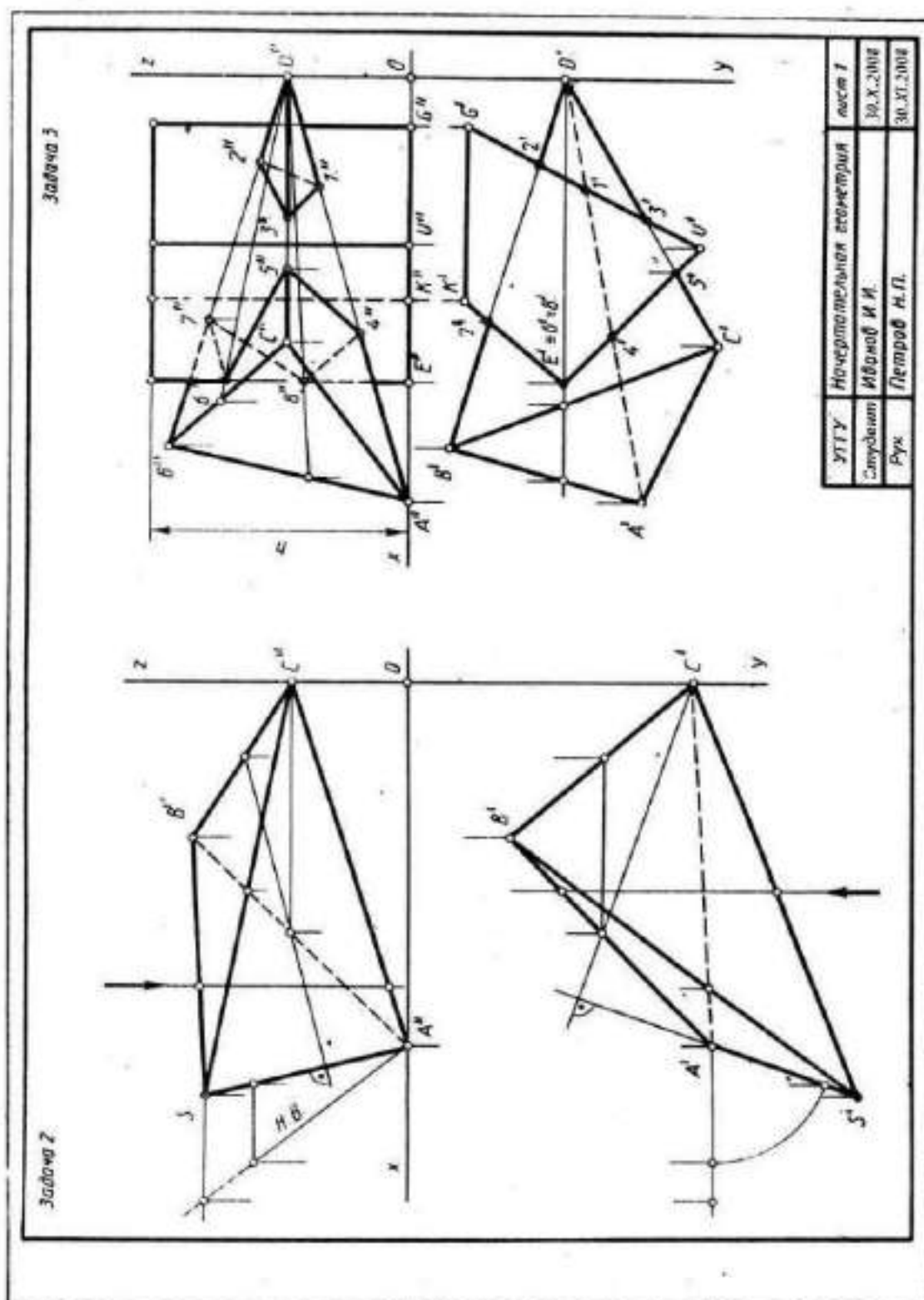


Рис. 2

ЛИСТ 3

Задача 4. Построить развертки поверхностей прямой призмы и пирамиды (данные в задаче 3) и нанести на ней линию пересечения поверхностей.

Решение. Развертка поверхности пирамиды строится методом триангуляции ([4], 8.3, с. 90, рис. 108, рис. 109). Для построения развертки нужно построить натуральные величины всех ребер пирамиды, для этого рекомендуется на отдельном листе бумаги (без оформления) построить по координатам фронтальную и горизонтальную проекции пирамиды **ABCD** и любым методом графически определить натуральные величины всех ребер. На плоскости чертежа по трем сторонам (натуральным величинам) строится грань **ABC**, к ней пристраивается **ABD**, затем **BDC** и т. д. (рис. 3).

Ломаная линия пересечения многогранников на развертке строится методом координатной разметки (см. рис. 3).

Развертка поверхности призмы строится методом раскатки.. Нанесение линии пересечения многогранников на развертку призмы рекомендуется выполнять методом координатной развертки. Например, на ребре **GU** отмечаются точки 2, 1, 3, и от них вертикально вверх откладываются координаты **Z** точек 2, 1, 3, которые берутся на фронтальной проекции в задаче 3. Аналогично строятся остальные вершины ломаной линии.

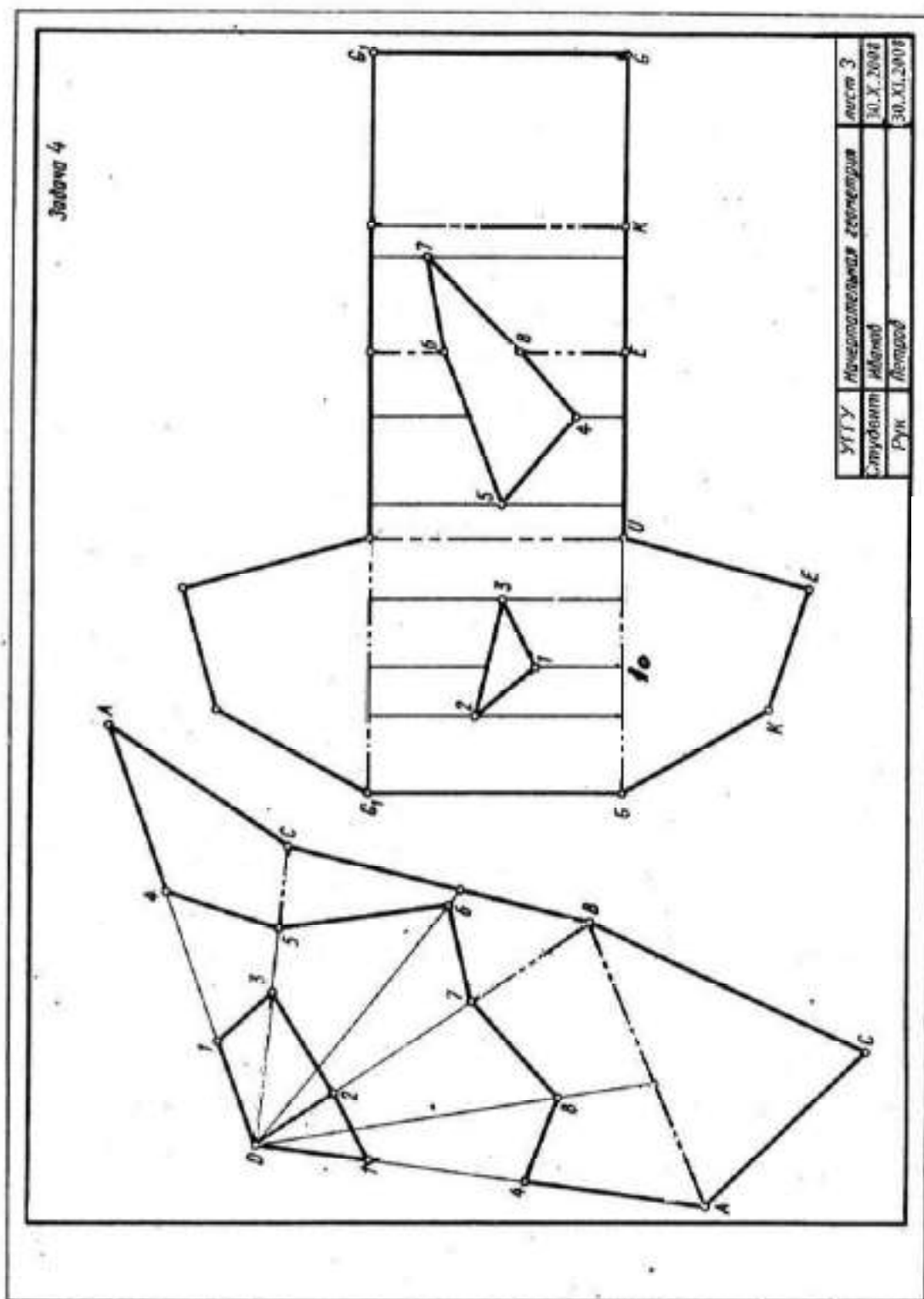


Рис. 3

Задача 5. Построить в плоскости общего положения ABC проекции окружности заданного радиуса R с центром в точке A . Данные для своего варианта взять из таблицы 4 приложения. Пример выполнения задачи дан на рис. 4.

Решение. В левой части листа формата А3 строятся оси координат, и по данным варианта строятся проекции отрезков AB и AC , определяющих плоскость окружности, которая в проекциях будет изображаться в виде эллипсов. Из точки A' и A'' на горизонтальной и фронтальной проекциях . соответственно проводятся тонкой линией окружности заданного радиуса R . Эта окружность на горизонтальной проекции горизонтали заданной плоскости $A'C'$ определяет большую ось эллипса ($1'-2'$) горизонтальной проекции окружности, с помощью проекционной связи строится фронтальная проекция $1''-2''$ на проекции $A''-C''$. Таким же образом строится большая ось эллипса на фронтальной плоскости проекций $3''-4''$ на фронтальной проекции фронтали $A''-B''$ и ее горизонтальная проекция $3'4'$ на $A'-B'$.

Малая ось эллипса перпендикулярна большой оси, она проводится через A' под прямым углом к $1'-2'$. Чтобы построить малую полуось, нужно воспользоваться следующим приемом. Через $3'$ проводится перпендикулярно большой оси полухорда эллипса $3'-5'$ и полухорда окружности $6'-5'$, которая циркулем откладывается на большой оси и дает на ней точку $7'$. Точка $7'$ соединяется с $3'$. Из точки $2'$ проводится прямая $2'-8'$ параллельно $7'-3'$ до пересечения с направлением малой оси, отрезок $A'-8'$ является малой полуосью эллипса, радиусом $A'-8'$ проводится тонкой линией окружность. Промежуточные точки кривой строятся по схеме:

- 1) проводится из точки A' радиальная линия, пересекающая окружность на малой оси эллипса в точке D' и окружность на большой оси эллипса в точке E' ;
- 2) проводится $D'K'$ параллельно большой оси эллипса и $E'K'$ параллельно малой оси эллипса, эти отрезки пересекаются в точке K' , лежащей на эллипсе. Несложно построить три точки, симметричные K' относительно большой и малой оси эллипса и его центра. Для более точного построения эллипса можно увеличить число точек K' .

Аналогичные построения на фронтальной проекции приведут к построению фронтальной проекции данной окружности, то есть эллипса.

Задача 6. Построить три проекции шара со сквозным призматическим отверстием. Радиус шара и точки A, B, C, D определяются в таблице 5 приложения в соответствии с вариантом.

Решение. На правой части листа (см. рис. 4) строятся оси координат $OXYZ$ и три проекции шара с центром в точке O , на фронтальной проекции шара строится вырожденная проекция призматического выреза, определяемого точками A, B, C, D . Призматический вырез образуется гранями BC и AD , через которые проведены горизонтальные плоскости α и β , грань CD выреза является профильной плоскостью γ , и грань AB - фронтально-проецирующая плоскость.

Любая плоскость пересекает поверхность сферы по окружности. плоскости α и β пересекают сферу по окружностям, которые на горизонтальной проекции отображаются в натуральную величину, на этих окружностях отмечаются точки B' , C' и D' . Горизонтальная проекция грани выреза ограничивается контуром $B'-C'-C''-B'$, стороны $B'-B'$ и $C'-C'$ невидимы. Нижняя грань выреза (в плоскости β) ограничивается сегментом с хордой $D'-D'$. Плоскость γ проходит через грань $C-D$, пересекает сферу по окружности радиуса $O_3'G'$, горизонтальная и фронтальная проекции этой грани - прямые линии, а профильная проекция - часть круга в контурах $C'''-C''''-D'''-D''''$.

Плоскость δ пересекает сферу по окружности, а грань выреза образуется частью круга, ограниченного хордой $B-B$. Фронтальная проекция этой грани вырождена в прямую линию, горизонтальная и профильная проекции этой грани имеют контур эллипса с хордой $B'-B'$ и $B'''-B'''$ соответственно. Окружность, лежащая в плоскости δ проецируется на горизонтальную и профильную плоскости проекций в виде эллипсов, которые строятся по точкам, например: точки B эллипса лежат на поверхности сферы на окружности радиуса $O_1''-E''$. Горизонтальные проекции $B'B'$ отмечаются на горизонтальной проекции этой окружности. Точки K' и K_1' эллипса лежат на поверхности сферы и на окружности радиуса O_4-1 , то есть точки эллипсов на горизонтальной и профильной проекциях строятся по признаку принадлежности их поверхности сферы.

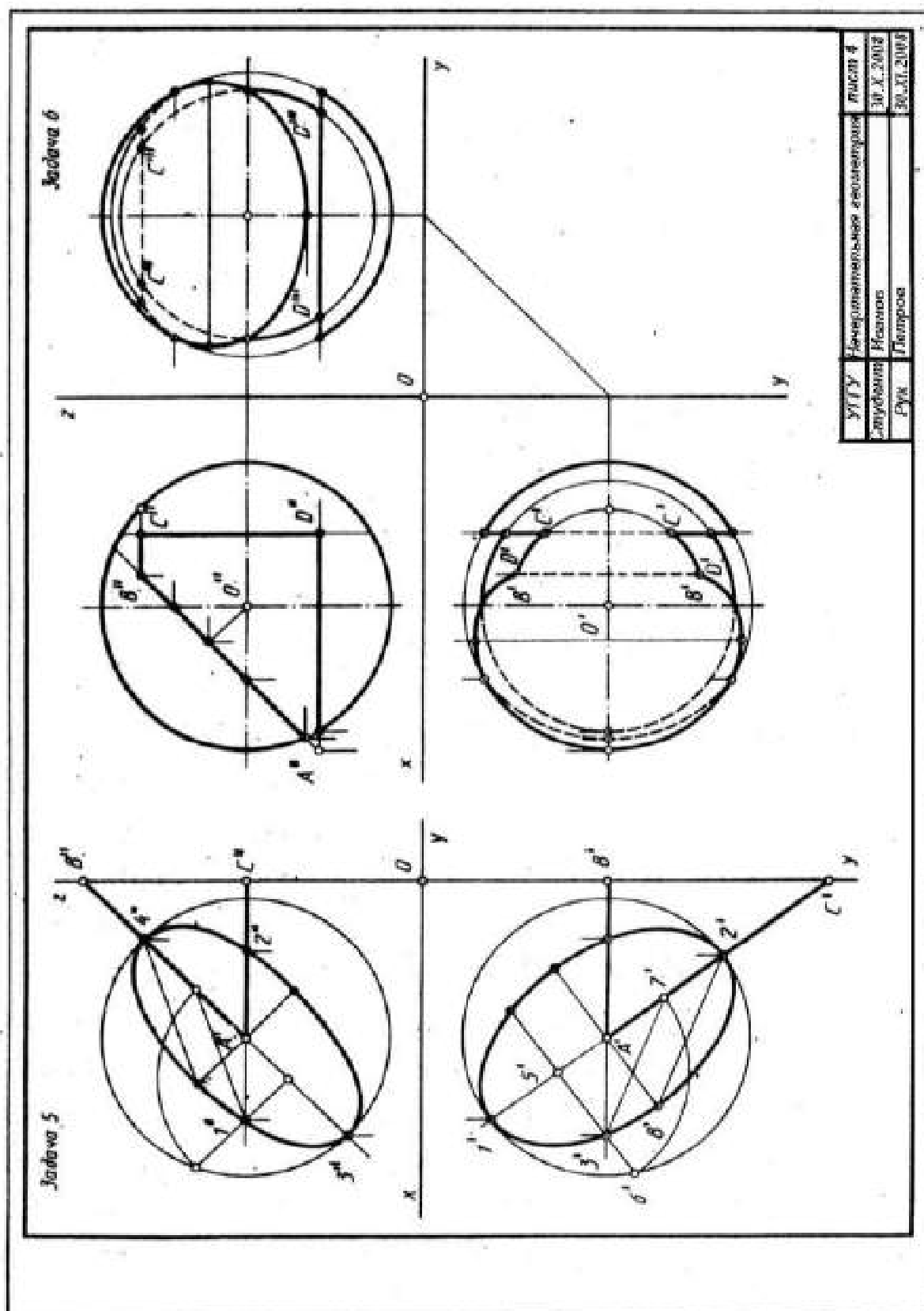


Рис. 4

ЛИСТ 5

На листе 5 выполняются две задачи, в левой половине листа - задача 7, в правой - задача 8.

Задача 7. Построить фигуру сечения прямого кругового конуса плоскостью общего положения ABC Данные по вариантам содержатся в таблице 6 Приложения.

Решение. По данным варианта строятся проекции прямого кругового конуса с центром основания в точке K (рис. 5). По координатам строится секущая плоскость ABC .

Для решения задачи используется метод перемены плоскостей проекций ([4], 7.2.1 с. 80). Это преобразование приводит задачу к простейшему виду - сечение конуса проецирующей плоскостью. В секущей плоскости ABC выделяется горизонталь AB и под прямым углом к горизонтальной проекции горизонтали $A'B'$ проводится ось проекций x_1 , определяющая новую систему плоскостей проекций H/V_1 , в которой секущая плоскость ABC становится проецирующей (см. рис. 5). Преобразование чертежа производится по схеме, изложенной в ([4], 7.2.1., с. 82 рис.99).

Положение секущей плоскости на V_1 определяет характер фигуры сечения. На рис. 5 секущая плоскость пересекает все образующие и не перпендикулярна оси вращения конуса, в этом случае в сечении конуса получится плоская фигура, ограниченная эллипсом.

Проекция фигуры сечения рекомендуется строить с использованием свойства принадлежности точки поверхности конуса.

Пример. Точки 3 и 4 лежат на поверхности конуса и в секущей плоскости α , проекции $3_1''$ и $4_1''$ взяты произвольно, они лежат на параллели радиуса R_1'' . строится горизонтальная проекция этой параллели, и на ней отмечаются проекции $3'$ и $4'$. Проводятся линии связи в системе V/H , и с помощью инварианта преобразования z_{3-4} строятся фронтальные проекции $3''$ и $4''$. Построив таким образом достаточное количество точек на линии сечения поверхности конуса, их можно соединить плавной кривой линией на горизонтальной и фронтальной плоскостях проекций. Определить видимость кривой на фронтальной проекции. Фигуру сечения на проекциях выделить штриховкой, как показано на рис. 5.

Задача 8. Построить линию пересечения поверхностей прямого кругового конуса и цилиндра, определить видимость кривой на чертеже.

Построение чертежа.

На правой стороне формата А3 строится ось проекций x . По координатам (см. таблица 7 приложения) строится точка K - центр окружности основания конуса, радиус окружности R , высота конуса h . Ось вращения цилиндра перпендикулярна фронтальной плоскости проекций и проходит через точку E (координаты в таблице 7 приложения), радиус основания цилиндра R_1 . Длина образующей цилиндра берется произвольно, несколько больше диаметра основания конуса.

Решение. Порядок решения задач на взаимное пересечение поверхностей вращения изучить по [4], 9.1, с. 107. Конкретная задача 8 (см. рис. 8 может быть решена по следующей схеме:

1) строятся характерные точки кривой линии пересечения конуса и цилиндра. Точки 1 и 6 пересечения крайней образующей конуса с очерком цилиндра, две точки 5 пересечения нижней образующей цилиндра с окружностью основания конуса, две точки 3 пересечения левой крайней образующей цилиндра с параллелью конуса, лежащей в горизонтальной плоскости a (на рис. 5 эта плоскость обозначена фронтальным следом α_V). Точки 3 определяют видимость: кривой линии на горизонтальной плоскости проекций;

2) Строится множество промежуточных точек кривой линии по схеме построения точек 3, 4 и 2 (см. рис. 5). Фронтальная проекция кривой линии пересечения поверхностей конуса и цилиндра совпадает с вырожденной проекцией цилиндра и ограничивается дугой $1''-3''-6''$. На дуге можно взять произвольную пару точек, например $4''=4''$. Эти точки лежат на поверхности конуса на параллели радиуса R_1'' (расстояние от оси вращения конуса до крайней образующей). Горизонтальные проекции $4'$ - $4'$ лежат на горизонтальной проекции параллели - окружности радиуса R_1' . По этой схеме можно построить множество проекций промежуточных точек кривой;

3) построенные точки соединяются плавными кривыми линиями с учетом видимости на проекциях. Фронтальная проекция кривой, как отмечалось выше, изображается дугой окружности $1''-3''-6''$. Горизонтальная проекция кривой состоит из видимой части $3'-2'-1'-2'-3'$ и невидимой $1 - 3' - 4' - 6'$. Видимость горизонтальной проекции кривой определяется точками 3 - это хорошо видно на фронтальной проекции, участок кривой $3''-2''-1''$ расположен на верхней (видимой на горизонтальной проекции) поверхности цилиндра, остальная часть кривой $3' - 4' - 6'$ расположена на нижней (невидимой на горизонтальной плоскости проекций) поверхности цилиндра.

Задача 9. Построить развертки поверхностей конуса и цилиндра с нанесением на них линий пересечения. Данные для построений берутся в задаче 8 (см. рис. 5).

Решение. Для построения разверток поверхностей рекомендуется сделать копию решенной задачи 8. Развертки обеих поверхностей разместить на одном листе формата А3~ как показано на рис. 6.

Боковая поверхность цилиндра раскатывается на плоскость цилиндра в виде прямоугольника, стороны которого определяются образующей (вертикальная сторона) и разверткой окружности основания $2\pi R$ (R - радиус основания цилиндра). Сверху и снизу к полученному прямоугольнику пристраиваются основания цилиндра.

Линия пересечения поверхностей строится методом координатной разметки. На средней вертикальной линии развертки боковой поверхности цилиндра строятся точки 5 (см. рис. 6). Удаление этих точек от горизонтальных краев развертки берется на горизонтальной проекции цилиндра на рис. 5.

Строится образующая, на которой располагаются точки 4. Для этого нужно дугу 5"-4" (см. рис. 5) развернуть на прямую линию вправо от образующей, несущей точки 5. Для построения рекомендуется относительно точный и не очень трудоемкий прием: дугу 5" - 4" (см. рис. 5) нужно аппроксимировать ломаной линией с хордами длиной 2-3- мм с помощью циркуля измерителя. Например, на дуге 5"-4" откладывается пять хорд длиной 2 мм, сумму этих хорд нужно отложить вправо от образующей, несущей точки 5, и провести образующую, на которой расположены точки 4. Точки 4 на образующей строятся по координатам y с горизонтальной проекции задачи 8. Таким образом, на развертке строится множество образующих и точки кривой, лежащие на них. Построенные точки соединяются плавной кривой линией.

Развертка поверхности конуса строится методом раскатки. Боковая поверхность конуса развертывается в виде сектора с центральным углом $\varphi = R/L \times 360^\circ$, где R - радиус основания конуса, L - образующая конуса. Радиус сектора развертки равен L - образующей конуса. Точки линии пересечения поверхностей на развертке строятся с помощью образующих конуса. На биссектрисе угла сектора (OA) строятся точки 1 и 6, натуральная величина отрезков $S''-1''$ и $S''-6''$ берется на фронтальной проекции (см. рис. 5). Точки 4 и 2 лежат на образующих $S-B$ и $S-C$, которые вместе с SA делят сектор развертки на четыре равные части. На $S-B$ и $S-C$ откладываются натуральные величины $S''-2_1''$ и $S''-4_1''$ отрезков $S-2$ и $S-4$ соответственно. Для построения точки 3 на развертке строится образующая SD . Дуга окружности основания $B'D'$ аппроксимируется ломаной линией с хордами длиной 2-3 мм (см. рис. 5), такое же количество хорд откладывается на дуге сектора, определяя точку D на развертке. На образующей SD строятся точки 3 ($S''-3_1''$ определяет натуральную величину $S''-3''$, см. рис. 5). Таким образом, строится достаточное множество точек, чтобы провести

плавную, гладкую кривую линию пересечения конуса и цилиндра на развертке конуса.

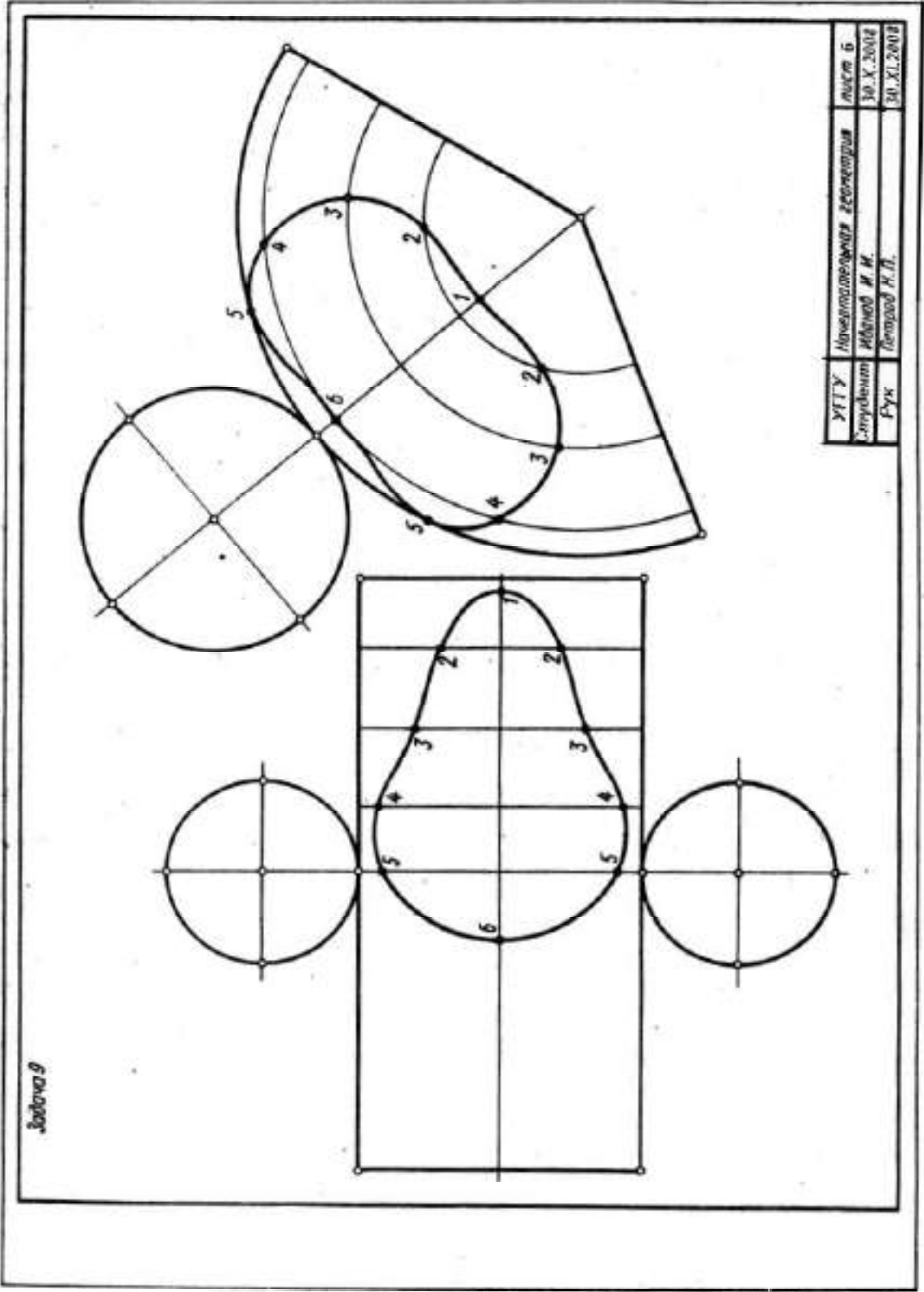


Рис. 6

Задача 10. Построить линию пересечения цилиндра вращения (ось перпендикулярна фронтальной плоскости проекций) с поверхностью тора. Данные для варианта задания содержатся в таблице 8 приложения. Пример выполнения на рис. 7.

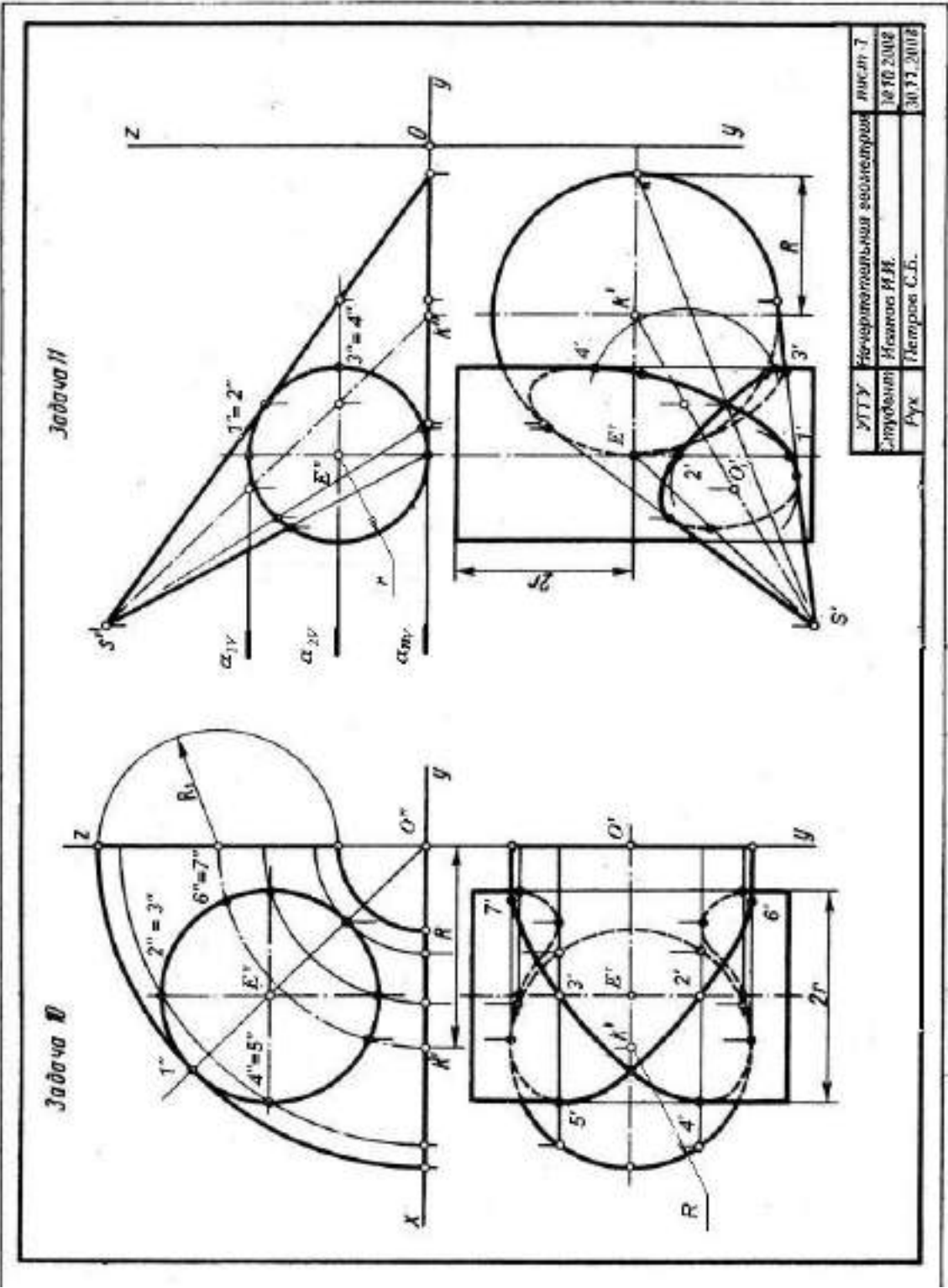
Решение. В тонких линиях строятся проекции тора и цилиндра.

Фронтальная проекция линии пересечения тора и цилиндра отображается в виде окружности, поскольку поверхность цилиндра является фронтально-проецирующей. Для построения горизонтальной проекции кривой используется свойство принадлежности точек поверхности тора. Так, точка 1 лежит на поверхности тора на его экваторе, $1''$ – точка касания экватора тора и поверхности цилиндра, $1'$ – отмечается на горизонтальной проекции экватора. Точки 2, 3, 4, 5 расположены на двух параллелях тора, симметрично расположенных относительно плоскости экватора, горизонтальные проекции $2'$, $3'$, $4'$, $5'$ отмечаются с помощью проекционной связи на горизонтальных проекциях параллелей. При решении этих задач построения рекомендуется проводить последовательно, избегая поточного метода, т. е., провели пару параллелей на фронтальной и на горизонтальной проекциях, отметили на них точки 2, 3, 4, 5, только после этого проводят следующую пару параллелей на поверхности тора. Горизонтальная проекция кривой имеет достаточно сложную форму, видимость на горизонтальной проекции определяется точками 4, 5 и 6, 7, участок кривой 1-4, 1-5, 1-6 и 1-7 на горизонтальной плоскости проекций видимый, остальная часть кривой невидимая и изображается штриховой линией.

Задача 11. Определить линию пересечения поверхностей прямого кругового цилиндра с эллиптическим наклонным конусом, параллелями которого являются окружности.

Решение. По данным таблицы 9 строится в тонких линиях исходный чертеж. Фронтальная проекция кривой линии пересечения поверхностей, как и в задаче 10, отображается в виде дуги окружности, поскольку поверхность цилиндра фронтально-проецирующая (см. рис. 7). Горизонтальная проекция кривой может быть построена по методу вспомогательных секущих плоскостей. В данной задаче можно использовать горизонтальные секущие плоскости, область применения плоскостей ограничивается плоскостями α_{IV} и α_{nV} . Плоскость α_{IV} , касательная к поверхности цилиндра, проходит через его верхнюю образующую и пересекает конус по окружности радиуса R_1 с центром в точке O_1' . Горизонтальная проекция окружности с центром в O_1 определяет проекции точек $1'$ и $2'$ на горизонтальной проекции верхней образующей цилиндра. Плоскость α_{2V} проведена через правую крайнюю образующую цилиндра – так же как α_{IV} , она дает пару точек 3 и 4, определяющих видимость на горизонтальной плоскости проекций. Количество точек кривой (и соответственно вспомогательных секущих плоскостей) должно обеспечить точное построение кривой линии. Проекция кривой линии должна быть плавной и гладкой, без точек излома, толщина ее равна толщине обводки видимых контуров пересекающихся плоскостей.

Кривая линия вписывается в контуры проекций пересекающихся поверхностей. Нужно обратить внимание на построение точек касания кривой крайних образующих и очерковых кривых поверхностей.



Задача 12. Построить две проекции поверхностей закрытого тора и цилиндра и линию их пересечения.

Решение. Строится исходный чертеж по данным таблицы 10 приложения в левой части листа формата А3 (рис. 8). Пересекающиеся поверхности расположены таким образом, что задача удовлетворяет условиям применения метода сферических концентрических секущих вспомогательных поверхностей, а именно:

- 1) пересекающиеся поверхности - поверхности вращения;
- 2) оси вращения поверхностей пересекаются;
- 3) оси вращения поверхностей параллельны фронтальной плоскости проекций.

Решение задачи начинается с построения характерных точек - в данной задаче точки 1 и 2 пересечения очерка тора и крайних образующих цилиндра. Определяется область проведения вспомогательных сфер. Минимальная сфера определяется как сфера, вписанная в большее из тел. Радиусом минимальной сферы является нормаль, опущенная из центра сфер O на крайнюю образующую или очерк. В данном случае нормаль к очерку тора больше нормали к образующей - цилиндра, следовательно, минимальной сферой будет сфера, вписанная в поверхность тора. Максимальная сфера определяется радиусом, равным расстоянию от центра сфер до наиболее удаленной характерной точки.

Минимальная сфера касается поверхности тора по окружности, вырождающейся на фронтальной проекции в прямую a'' , и пересекает поверхность цилиндра по окружности, вырождающейся на фронтальной проекции в прямую b'' . Эти две окружности, лежащие на поверхности сферы минимального радиуса, пересекаются в двух точках - 3'' и 4'', горизонтальные проекции их строятся по принадлежности поверхности тора. Они лежат на параллели a' и занимают положение 3' и 4'. Следующая сфера пересекает тор по двум окружностям, а цилиндр - по одной окружности. Эти окружности дают четыре общие точки данных поверхностей. Таким образом нужно построить достаточное множество точек, соединив которые, получают проекции линии пересечения заданных поверхностей. Видимость кривой линии на горизонтальной проекции определяют точки пересечения крайних образующих цилиндра с поверхностью тора.

Задача 13. Построить две проекции пересекающихся поверхностей конуса и части открытого тора, построить линию пересечения заданных поверхностей.

Решение. В правой половине листа 8 строится исходный чертеж по данным из таблицы 11 приложения. Эта задача не решается методом вспомогательных секущих плоскостей, и метод вспомогательных секущих концентрических сфер в этом случае неприменим. Простое решение задачи дает метод секущих эксцентрических сфер, с помощью которого можно построить множество промежуточных точек кривой линии. Решение задачи начинается с

определения характерных точек 1 и 2, точки пересечения крайних образующих и экватора (очерка) тора.

Построение промежуточных точек ведется по следующей схеме (см. рис. 8):

1) через ось вращения тора (O'') проводится фронтально-проецирующая плоскость (α_V), эта меридиональная плоскость тора пересекает его поверхность по образующей окружности;

2) из центра меридиональной окружности O_1'' проводится нормаль к плоскости этой окружности (касательная к штрихпунктирной окружности центров меридианов) до пересечения с осью вращения конуса в точке O_2'' ;

3) из центра O_2'' проводится сфера через концы диаметра меридиональной окружности с центром O_1'' ;

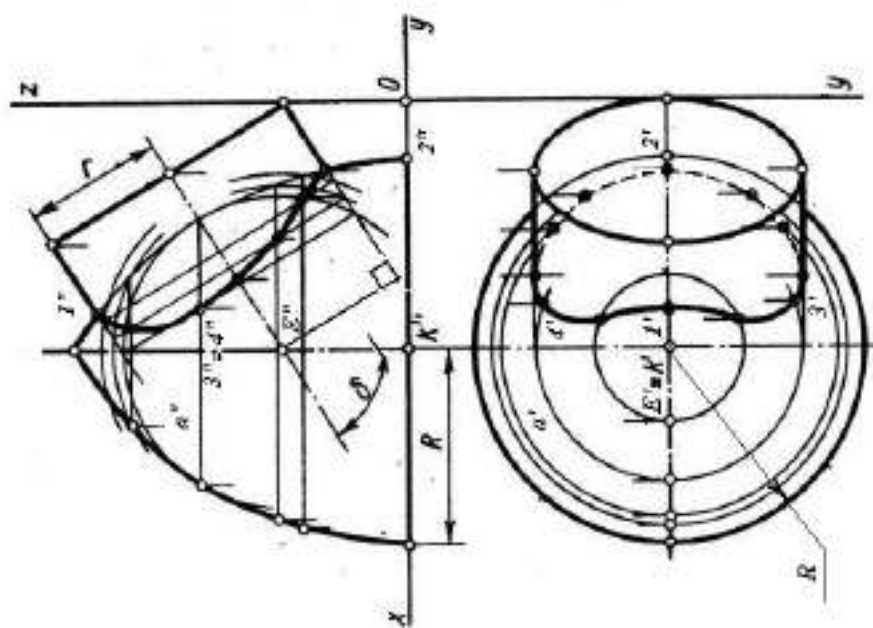
4) проведенная сфера пересекает поверхность конуса по окружности, которая пересекает меридиональную окружность в точках $3''$ - $3_1''$;

5) множество таких плоскостей проводится в интервале между характерными точками 1-2, и каждая дает пару общих точек пересекающихся поверхностей;

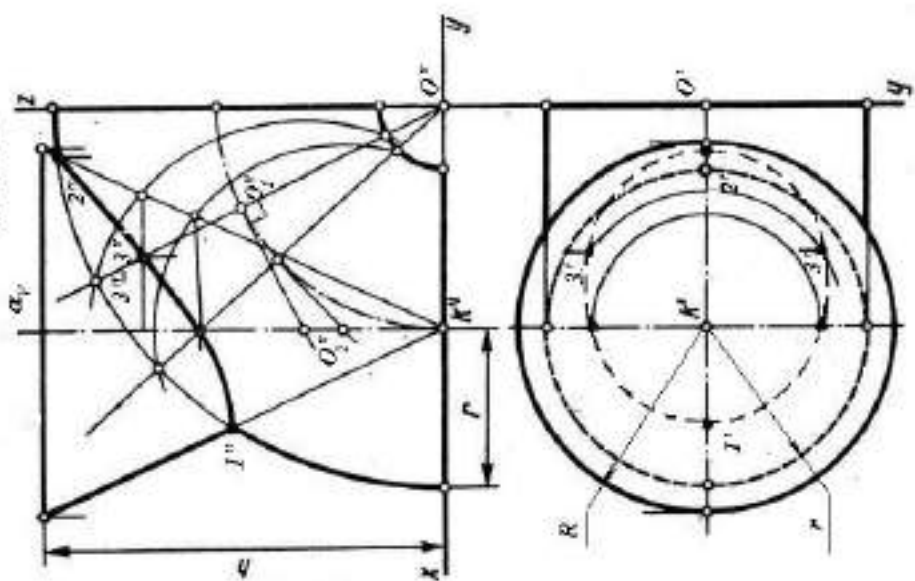
6) горизонтальные проекции точек кривой строятся по принадлежности поверхности конуса;

7) определяется видимость кривой на проекциях, в данном примере горизонтальная проекция кривой полностью невидима) поскольку лежит на невидимой сверху боковой поверхности конуса.

Задача 12



Задача 13



УГТУ	Инженерная школа	Лист 8
Студент	Иванов	30.10.2008
Рук	Павлов	30.11.2008

Рис. 8

ПРИЛОЖЕНИЕ (11 таблиц)

Данные к задаче 1 (размеры и координаты)

Таблица 1

Вари- ант	x_A	y_A	z_A	x_B	y_B	z_B	x_C	y_C	z_C	x_D	y_D	z_D	x_E	y_E	z_E	x_K	y_K	z_K
1	117	90	9	52	25	79	0	83	48	68	110	85	135	19	36	14	52	0
2	120	90	10	50	25	80	0	85	50	70	110	85	135	20	35	15	50	0
3	115	90	10	52	25	80	0	80	45	65	105	80	130	18	35	12	50	0
4	120	92	10	50	20	75	0	80	46	70	115	85	135	20	32	10	50	0
5	117	9	90	52	79	25	0	48	83	68	85	110	135	36	19	14	0	52
6	115	7	85	50	80	25	0	50	85	70	85	110	135	40	20	15	0	50
7	120	10	90	48	82	20	0	52	82	65	80	110	130	38	20	15	0	52
8	116	8	88	50	78	25	0	46	80	70	85	108	135	36	20	15	0	52
9	115	10	92	50	80	25	0	50	85	70	85	110	135	35	20	15	0	50
10	18	10	90	83	79	25	135	48	83	67	85	110	0	36	19	121	0	52
11	20	12	92	85	80	25	135	50	85	70	85	110	0	35	20	120	0	52
12	15	10	85	80	89	20	130	50	80	70	80	108	0	35	20	120	0	50
13	16	12	88	85	80	25	130	50	80	75	85	110	0	30	15	120	0	50
14	18	12	85	85	80	25	135	50	80	70	85	110	0	35	20	120	0	50
15	18	90	10	83	25	79	135	83	48	67	110	85	0	19	36	121	52	0
16	18	40	75	83	117	6	135	47	38	67	20	0	0	111	48	121	78	86
17	18	75	40	83	6	107	135	38	47	67	0	20	0	48	111	121	86	78
18	115	75	40	52	7	97	0	38	47	80	0	20	115	45	85	15	85	78
19	115	40	75	52	107	6	0	45	40	90	20	0	120	90	50	15	80	7
20	120	38	75	50	108	5	0	45	40	135	20	0	70	110	50	15	80	85
21	120	40	0	100	112	70	0	50	40	140	30	50	70	120	0	20	80	85
22	20	40	10	85	110	80	135	48	48	70	20	85	0	110	35	120	80	0
23	20	10	40	85	80	110	135	48	48	10	85	20	0	35	110	120	0	80
24	117	40	9	52	111	79	0	47	48	68	20	85	135	111	36	14	78	0
25	117	9	40	52	79	111	0	48	47	68	85	20	135	36	111	14	0	78
26	18	40	9	83	111	79	135	47	48	56	20	80	120	80	35	36	80	0
27	18	9	40	83	79	111	135	48	47	56	20	80	120	80	111	35	80	0

Данные к задаче 2 (координаты и размеры, мм)

Таблица 2

Вариант	x_A	y_A	z_A	x_B	y_B	z_B	x_C	y_C	z_C	h
1	117	90	9	52	25	79	0	83	48	85
2	120	90	10	50	25	80	0	85	50	85
3	115	90	10	52	25	80	0	80	45	85
4	120	92	10	50	20	75	0	80	46	85
5	117	9	90	52	79	25	0	48	83	85
6	115	7	85	50	80	25	0	50	85	85
7	120	10	90	48	82	20	0	52	82	85
8	116	8	88	50	78	25	0	46	80	85
9	115	10	92	50	80	25	0	50	85	85
10	18	10	90	83	79	25	135	48	83	85
11	20	12	92	85	80	25	135	50	85	85
12	15	10	85	80	80	20	130	50	80	85
13	16	12	88	85	80	25	130	50	80	80
14	18	12	85	85	80	25	135	50	80	80
15	18	90	10	83	25	79	135	83	48	80
16	18	40	75	83	117	6	135	47	38	80
17	18	75	40	83	6	107	135	38	47	80
18	117	75	40	52	6	107	0	38	47	80
19	117	40	75	52	107	6	0	47	38	80
20	120	38	75	50	108	5	0	45	40	80
21	122	40	75	50	110	8	0	50	40	85
22	20	40	10	85	110	80	135	48	48	80
23	20	10	40	85	80	110	135	48	48	85
24	117	40	9	52	111	79	0	47	47	80
25	117	9	40	52	79	111	0	48	47	85
26	18	40	9	83	111	79	135	47	48	80
27	18	9	40	83	79	111	135	48	47	80

Данные к задаче 3 (координаты и размеры, мм)

Таблица 3

Вариант	x_A	y_A	z_A	x_B	y_B	z_B	x_C	y_C	z_C	x_D	y_D	z_D	x_E	y_E	z_E	x_K	y_K	z_K	x_G	y_G	z_G	x_U	y_U	z_U	h
1	141	75	0	122	14	77	87	100	40	0	50	40	100	50	0	74	20	0	16	20	0	55	95	0	85
2	0	70	0	20	9	77	53	95	40	141	45	40	40	50	0	67	20	0	125	20	0	86	95	0	85
3	0	80	0	20	19	77	53	110	40	141	55	40	40	50	0	67	20	0	125	20	0	86	95	0	85
4	0	68	0	20	7	77	53	93	40	141	143	40	40	50	0	67	20	0	125	20	0	86	95	0	85
5	0	68	0	20	7	77	53	93	40	141	143	40	40	50	0	67	20	0	125	20	0	86	95	0	85
6	0	75	0	20	14	77	53	100	40	141	50	40	40	50	0	67	20	0	125	20	0	86	95	0	85
7	0	82	0	20	21	77	53	112	40	141	57	40	49	50	0	67	20	0	125	20	0	86	95	0	85
8	0	85	0	20	24	77	53	115	40	141	60	40	40	50	0	67	20	0	125	20	0	86	95	0	85
9	0	90	0	20	29	77	53	120	40	141	65	40	49	50	0	61	20	0	125	20	0	86	95	0	85
10	0	85	0	15	30	80	55	120	40	141	60	40	40	50	0	67	20	0	125	20	0	86	93	0	86
11	141	70	0	122	9	77	87	95	40	0	45	40	100	50	0	74	20	0	16	20	0	55	95	0	85
12	141	80	0	122	19	77	87	100	40	0	55	40	100	50	0	74	20	0	16	20	0	55	95	0	85
13	141	68	0	122	7	77	87	93	40	0	43	40	100	50	0	74	20	0	16	20	0	55	95	0	85
14	141	82	0	122	21	77	87	112	40	0	57	40	100	50	0	74	20	0	16	20	0	55	95	0	85
15	141	85	0	122	24	77	87	115	40	0	60	40	100	50	0	14	20	0	16	20	0	55	95	0	85
16	141	90	0	122	29	77	81	120	40	0	65	40	100	50	0	74	20	0	16	20	0	55	95	0	85
17	135	15	0	116	14	77	81	100	40	0	50	40	100	50	0	74	20	0	16	20	0	55	95	0	85
18	145	15	0	126	14	77	91	100	40	0	50	40	100	50	0	74	20	9	16	20	0	55	95	0	85

Данные к задаче 5 (координаты и размеры, мм)

Таблица 4

Вариант	x_A	y_A	z_A	x_B	y_B	z_B	x_C	y_C	z_C	R
1	50	58	60	10	58	115	0	120	60	46
2	50	58	60	10	58	115	0	122	60	46
3	50	56	58	10	56	115	0	124	58	48
4	52	56	58	10	56	113	0	120	58	48
5	52	58	60	0	58	113	0	124	60	47
6	52	58	58	5	58	112	10	120	58	47
7	52	56	60	5	56	112	10	122	60	48
8	52	56	60	5	56	112	10	120	60	45
9	50	60	60	5	60	110	10	122	60	45
10	52	60	58	0	113	58	0	113	124	47
11	50	60	58	0	60	110	10	120	58	47
12	50	62	58	0	62	108	10	120	58	48
13	50	62	56	0	62	108	10	124	56	48
14	52	62	56	0	62	106	10	124	56	48
15	52	60	56	8	60	106	0	126	56	50
16	54	60	58	8	60	106	0	126	58	50
17	54	62	58	8	62	104	0	124	58	50
18	54	62	58	0	62	104	12	122	58	50
19	55	62	60	0	62	102	12	120	60	50
20	55	64	60	0	64	102	12	120	60	52
21	55	65	60	0	65	110	12	118	60	52
22	55	65	60	8	65	110	0	118	60	50
23	56	64	58	6	64	100	0	115	58	50
24	56	66	58	10	66	104	0	115	58	52
25	56	66	58	0	66	114	0	120	58	52
26	55	65	58	0	65	112	0	115	58	52
27	55	65	60	0	65	112	0	120	60	50

Данные к задаче 6 (координаты и размеры, мм)

Таблица 5

Вариант	x_0	y_0	z_0	x_A	y_A	z_A	x_B	y_B	z_B	x_C	y_C	z_C	x_D	y_D	z_D	R
1	70	58	62	118	-	35	56	-	95	45	-	95	45	-	35	46
2	70	60	60	118	-	35	56	-	95	44	-	95	44	-	35	46
3	70	60	58	120	-	35	58	-	95	44	-	95	44	-	35	48
4	70	60	58	120	-	36	56	-	94	42	-	94	42	-	36	48
5	69	58	60	116	-	36	58	-	94	45	-	94	45	-	36	47
6	72	60	58	116	-	36	60	-	92	42	-	92	42	-	36	47
7	72	58	60	120	-	34	60	-	92	42	-	92	42	-	34	48
8	72	58	58	122	-	34	60	-	90	40	-	90	40	-	34	45
9	74	62	60	122	-	34	55	-	90	40	-	90	40	-	34	45
10	69	58	60	20	-	36	81	-	94	94	-	94	94	-	36	47
11	74	62	58	20	-	36	80	-	92	94	-	92	94	-	36	47
12	72	62	62	20	-	35	80	-	92	92	-	92	92	-	35	48
13	72	60	62	22	-	35	82	-	90	92	-	90	92	-	35	48
14	70	60	60	18	-	35	82	-	90	90	-	90	90	-	35	48
15	70	60	58	18	-	34	82	-	94	92	-	94	92	-	34	50
16	72	62	58	20	-	34	84	-	94	96	-	94	96	-	34	50
17	70	62	60	18	-	32	84	-	90	96	-	90	96	-	32	50
18	68	60	60	20	-	32	86	-	92	95	-	92	95	-	32	50
19	68	58	62	20	-	32	86	-	92	95	-	92	95	-	32	50
20	70	58	62	18	-	32	86	-	94	90	-	94	90	-	32	52
21	70	60	58	118	-	35	60	-	95	45	-	95	45	-	35	52
22	70	62	62	120	-	36	60	-	92	42	-	92	42	-	36	50
23	68	62	60	120	-	34	62	-	92	42	-	92	42	-	34	50
24	68	62	58	122	-	35	62	-	90	40	-	90	40	-	35	52
25	68	60	58	120	-	36	60	-	90	42	-	90	42	-	36	52
26	70	60	60	120	-	35	60	-	92	44	-	92	44	-	35	52
27	70	58	60	120	-	32	62	-	92	45	-	92	45	-	32	50

Данные к задаче 7 (координаты и размеры, мм)

Таблица 6

Вариант	x_K	y_K	z_K	x_A	y_A	z_A	x_B	y_B	z_B	x_C	y_C	z_C	R	h
1	78	72	0	10	50	62	46	30	62	82	125	10	45	100
2	78	72	0	82	125	10	10	52	62	46	30	62	45	100
3	80	72	0	46	30	62	82	125	10	10	50	62	45	100
4	80	70	0	10	50	62	82	125	10	46	30	62	45	100
5	78	70	0	46	30	62	10	50	62	82	125	10	44	102
6	80	72	0	45	30	60	10	50	60	80	125	8	45	98
7	80	68	0	46	28	60	10	48	60	80	126	0	45	98
8	82	68	0	47	28	65	10	50	65	82	126	6	45	98
9	82	68	0	48	28	65	10	52	65	84	128	6	43	98
10	82	68	0	49	30	66	12	48	66	84	130	5	44	102
11	80	66	0	50	30	64	12	46	64	85	128	4	43	102
12	80	66	0	44	32	60	12	52	60	85	132	5	43	102
13	80	66	0	44	30	60	15	50	60	86	132	5	42	102
14	82	65	0	45	30	62	15	48	62	86	130	5	42	102
15	82	65	0	45	32	62	15	48	62	84	135	0	42	100
16	84	65	0	45	28	66	10	50	66	84	135	0	43	100
17	84	64	0	45	30	66	10	52	66	85	136	5	44	100
18	86	64	0	44	30	65	14	52	65	88	136	4	44	100

Данные к задаче 8 (Координаты и размеры, мм)

Таблица 7

Вариант	x_K	y_K	z_K	R	h	x_E	y_E	z_E	R_I
1	80	70	0	45	100	50	70	32	35
2	80	70	0	45	100	50	70	32	30
3	80	72	0	45	100	53	72	32	32
4	80	72	0	45	100	60	72	35	35
5	70	70	0	44	102	50	70	32	32
6	75	70	0	45	98	65	70	35	35
7	75	70	0	45	98	70	70	35	35
8	75	72	0	45	98	75	72	35	35
9	75	72	0	43	98	80	72	35	35
10	75	75	0	44	102	50	75	35	35
11	80	75	0	43	102	85	75	36	36
12	80	75	0	43	102	85	75	40	35
13	80	75	0	42	102	80	75	40	35
14	80	70	0	42	102	80	70	40	32
15	80	70	0	42	100	75	70	40	32
16	70	72	0	43	100	75	72	42	32
17	70	72	0	44	100	70	72	40	32
18	70	74	0	44	100	70	74	36	32
19	70	74	0	44	98	68	74	32	34
20	75	70	0	42	98	68	70	32	36
21	75	72	0	42	95	66	72	35	35
22	75	75	0	46	95	66	75	38	32
23	80	74	0	46	96	64	75	36	32
24	80	75	0	46	96	64	75	34	34
25	80	70	0	46	97	62	70	38	32
26	80	70	0	45	97	62	70	38	34
27	80	70	0	45	102	60	70	34	34

Данные к задаче 10 (координаты и размеры, мм)

Таблица 8

Вариант	x_K	y_K	z_K	R_I	x_E	y_E	z_E	r
1	66	66	0	38	48	66	49	32
2	67	67	0	38	47	67	48	32
3	65	65	0	40	46	65	47	33
4	68	65	0	40	45	65	46	34
5	65	65	0	38	49	65	50	34
6	70	65	0	40	44	65	51	35
7	67	67	0	38	43	67	52	35
8	68	68	0	39	42	68	53	63
9	69	65	0	39	50	65	54	36
10	68	66	0	37	51	66	55	38
11	65	64	0	37	52	64	56	38
12	66	64	0	40	53	64	57	37
13	65	66	0	40	54	66	58	36
14	65	70	0	36	55	70	50	37
15	65	70	0	36	56	70	52	32
16	66	70	0	37	57	70	53	33
17	68	70	0	38	58	70	51	34
18	68	70	0	39	59	70	49	34
19	70	70	0	40	60	70	50	35
20	70	70	0	41	50	70	60	34
21	72	72	0	42	52	72	62	36
22	72	70	0	42	54	70	61	35
23	66	70	0	38	55	70	59	38
24	68	72	0	40	50	72	63	27
25	66	66	0	40	52	66	65	40
26	65	65	0	40	52	65	64	40
27	70	70	0	40	52	70	66	38

Данные к задаче 11 (координаты и размеры, мм)

Таблица 9

Вари- ант	x_K	y_K	z_K	x_S	y_S	z_S	R	x_E	y_E	z_E	r
1	55	65	0	155	122	100	44	100	65	35	30
2	56	65	0	160	120	100	45	100	65	34	32
3	56	64	0	160	120	95	46	98	64	35	35
4	58	64	0	156	118	100	45	96	64	32	32
5	55	65	0	155	123	102	45	95	65	30	30
6	58	66	0	157	120	98	46	100	66	32	30
7	60	66	0	158	115	102	44	95	66	36	32
8	60	65	0	156	115	98	45	90	65	38	32
9	60	66	0	155	110	100	45	92	66	40	32
10	100	65	0	0	122	100	45	94	65	30	30
11	98	65	0	0	120	100	45	55	65	32	30
12	100	65	0	0	118	98	45	56	65	34	32
13	96	66	0	0	120	100	44	57	66	35	30
14	98	64	0	0	116	96	45	58	64	35	35
15	98	65	0	0	115	98	45	59	65	36	30
16	100	65	0	0	114	98	44	60	65	38	34
17	102	65	0	0	112	100	45	62	65	40	35
18	100	65	0	0	110	102	45	63	65	42	34
19	55	64	0	150	122	100	44	100	64	32	32
20	56	64	0	155	120	100	45	102	64	34	30
21	54	65	0	154	118	98	45	102	65	35	30
22	57	64	0	152	120	100	45	100	65	36	32
23	58	64	0	152	115	100	46	98	64	38	30
24	60	65	0	155	116	96	44	96	65	40	32
25	62	66	0	150	114	95	45	95	66	36	30
26	60	66	0	148	115	98	45	94	66	34	30
27	62	65	0	148	120	98	45	92	65	32	30

Данные к задаче 12 (координаты и размеры, мм)

Таблица 10

Вариант	x_K	y_K	z_K	x_E	y_E	z_E	R	δ
1	70	70	0	70	70	40	50	60
2	70	70	0	70	70	40	55	60
3	70	70	0	70	70	38	56	65
4	70	70	0	70	70	38	55	70
5	65	70	0	65	70	35	51	75
6	65	72	0	65	72	35	50	60
7	66	72	0	66	72	35	52	80
8	68	74	0	68	74	34	51	75
9	68	74	0	68	74	34	52	60
10	70	75	0	70	75	36	53	65
11	72	75	0	72	75	35	54	75
12	64	76	0	64	76	36	55	60
13	68	76	0	68	76	35	55	45
14	70	70	0	70	70	35	55	60
15	70	72	0	70	72	35	55	60
16	72	70	0	72	70	35	52	50
17	75	74	0	75	74	36	52	60
18	74	76	0	74	76	36	53	55
19	74	70	0	74	70	35	52	60
20	75	78	0	75	78	35	54	60
21	75	78	0	75	78	36	52	45
22	70	78	0	70	78	35	54	65
23	70	80	0	70	80	35	54	70
24	70	80	0	70	80	35	54	60
25	70	80	0	70	80	35	55	45
26	75	78	0	75	78	35	55	60
27	75	80	0	75	80	35	55	65

Данные к задаче 13 (координаты и размеры, мм)

Таблица 11

Вариант	x_K	y_K	z_K	R	h	r
1	60	68	0	52	106	40
2	60	70	0	54	104	42
3	60	70	0	55	102	41
4	60	72	0	52	100	40
5	61	70	0	50	108	42
6	60	72	0	51	98	42
7	60	71	0	50	96	40
8	58	70	0	54	98	41
9	58	70	0	52	95	40
10	60	68	0	55	94	40
11	58	68	0	51	95	40
12	58	68	0	52	100	42
13	62	70	0	53	94	42
14	58	68	0	50	95	40
15	60	68	0	52	98	40
16	61	70	0	51	100	40
17	62	72	0	55	102	42
18	62	70	0	54	104	42
19	60	70	0	53	100	40
20	60	72	0	52	95	42
21	60	68	0	55	96	42
22	62	68	0	50	100	40
23	62	68	0	51	102	40
24	62	68	0	51	108	40
25	60	70	0	52	106	42
26	60	70	0	54	104	40
27	60	70	0	55	100	40

Литература

1. Богданов В.Н., Малежик А. П., Верхола А.П. и др. Справочное руководство по черчению.- М.: Машиностроение, 1989. - 864с.
2. Гордон В.О., Семенцов-Огиевский М. А. Курс начертательной геометрии. - М.: Наука, 1988. – 272 с.
3. Единая система конструкторской документации. Общие правила выполнения чертежей. - М.: Издательство стандартов, 1991. – 236 с.
4. Самохвалов Ю. И. Начертательная геометрия: Учебное пособие. Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2009. - 121с.
5. Фролов С. А., Бубенников А.В., Левицкий В.С., Овчинникова И.С. Начертательная геометрия и черчение: Методические указания и контрольные задания для студентов инженерно-технических специальностей вузов. - М.: Высшая школа, 1982. – 88 с.

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»



УТВЕРЖДАЮ

Проректор по учебно-методическому
комплексу
С.А.Упоров

**МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ОРГАНИЗАЦИИ
САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ**

Б1.О.19 ГЕОМЕТРИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

Специальность

15.05.01 Проектирование технологических машин и комплексов

Специализация № 24

Проектирование технологических машин и комплексов

Форма обучения: **очная**

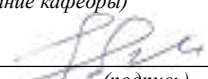
Автор: Шангина Е.И., проф., д-р пед. н., к. т. н., зав. каф. ИГр

Одобрены на заседании кафедры

Инженерной графики

(название кафедры)

Зав.кафедрой


(подпись)

Шангина Е.И.

(Фамилия И.О.)

Протокол № 2 от 20.09.2023

(Дата)

Рассмотрены методической комиссией
факультета

Горно-механического

(название факультета)

Председатель


(подпись)

Осипов П. А.

(Фамилия И.О.)

Протокол № 2 от 20.10.2023

(Дата)

Екатеринбург

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	3
ВИДЫ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТА	4
МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ПОДГОТОВКЕ КО ВСЕМ ВИДАМ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ	5
Повторение материала лекций и самостоятельное изучение курса	5
Подготовка к практическим занятиям и лабораторным работам	5
Подготовка и написание контрольной работы.....	6
МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ПОДГОТОВКЕ К ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ	6
Подготовка к зачёту	6
Подготовка к экзамену	7

ВВЕДЕНИЕ

Самостоятельная работа студентов - это разнообразные виды деятельности студентов, осуществляемые под руководством, но без непосредственного участия преподавателя в аудиторное и/или внеаудиторное время.

Это особая форма обучения по заданиям преподавателя, выполнение которых требует активной мыслительной, поисково-исследовательской и аналитической деятельности.

Методологическую основу самостоятельной работы студентов составляет деятельностный подход, когда цели обучения ориентированы на формирование умений решать типовые и нетиповые задачи, то есть на реальные ситуации, где студентам надо проявить знание конкретной дисциплины, использовать внутрипредметные и межпредметные связи.

Цель самостоятельной работы - закрепление знаний, полученных на аудиторных занятиях, формирование способности принимать на себя ответственность, решать проблему, находить конструктивные выходы из сложных ситуаций, развивать творческие способности, приобретение навыка организовывать своё время.

Кроме того самостоятельная работа направлена на обучение студента осмысленно и самостоятельно работать сначала с учебным материалом, затем с научной информацией, заложить основы самоорганизации и самовоспитания с тем, чтобы привить умение в дальнейшем непрерывно повышать свой профессиональный уровень.

Самостоятельная работа реализует следующие задачи:

- систематизация и закрепление полученных теоретических знаний и практических умений студентов;
- углубление и расширение теоретических знаний;
- формирование умений использовать нормативную, правовую, справочную документацию и специальную литературу;
- развитие познавательных способностей и активности студентов: творческой инициативы, самостоятельности, ответственности и организованности;
- формирование самостоятельности мышления, способностей к саморазвитию, самосовершенствованию и самореализации;
- формирование практических (общеучебных и профессиональных) умений и навыков;
- развитие исследовательских умений;
- получение навыков эффективной самостоятельной профессиональной (практической и научно-теоретической) деятельности.

В учебном процессе выделяют два вида самостоятельной работы:

- аудиторная;
- внеаудиторная.

Аудиторная самостоятельная работа по дисциплине выполняется на учебных занятиях под непосредственным руководством преподавателя и по его заданию.

Внеаудиторная самостоятельная работа – планируемая учебная, учебно-исследовательская, научно-исследовательская работа студентов, выполняемая во внеаудиторное время по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия.

Самостоятельная работа, не предусмотренная образовательной программой, учебным планом и учебно-методическими материалами, раскрывающими и конкретизирующими их содержание, осуществляется студентами инициативно, с

целью реализации собственных учебных и научных интересов.

Для более эффективного выполнения самостоятельной работы по дисциплине преподаватель рекомендует студентам источники и учебно-методические пособия для работы, характеризует наиболее рациональную методику самостоятельной работы, демонстрирует ранее выполненные студентами работы и т. п.

ВИДЫ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТА

Основные формы организации самостоятельной работы студентов определяются следующими параметрами:

- содержание учебной дисциплины;
- уровень образования и степень подготовленности студентов;
- необходимость упорядочения нагрузки студентов при самостоятельной работе.

В соответствии с реализацией рабочей программы дисциплины в рамках самостоятельной работы студенту необходимо выполнить следующие виды работ:

для подготовки ко всем видам текущего контроля:

- повторение материала лекций;
- самостоятельное изучение курса;
- подготовка к практическим занятиям;
- подготовка к контрольной работе, написание контрольной работы.

для подготовки ко всем видам промежуточной аттестации:

- подготовка к зачёту;
- подготовка к экзамену.

Особенностью организации самостоятельной работы студентов является необходимость не только подготовиться к сдаче зачета /экзамена, но и собрать, обобщить, систематизировать, проанализировать информацию по темам дисциплины.

Технология организации самостоятельной работы студентов включает использование информационных и материально-технических ресурсов образовательного учреждения.

Самостоятельная работа может осуществляться индивидуально или группами студентов как online, так и на занятиях в зависимости от цели, объема, конкретной тематики самостоятельной работы, уровня сложности, уровня умений студентов.

В качестве форм и методов контроля внеаудиторной самостоятельной работы студентов могут быть использованы обмен информационными файлами, тестирование, опрос, контрольные работы, защита контрольных и курсовых работ, защита зачётных работ и др.

Текущий контроль результатов внеаудиторной самостоятельной работы студентов осуществляется в пределах времени, отведенного на обязательные учебные занятия по дисциплине.

Промежуточный контроль результатов внеаудиторной самостоятельной работы студентов осуществляется в пределах времени, отведенного для сдачи экзамена / зачёта.

В методических указаниях по каждому виду контроля представлены материалы для самостоятельной работы и рекомендации по организации отдельных её видов.

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ПОДГОТОВКЕ КО ВСЕМ ВИДАМ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ

Повторение материала лекций и самостоятельное изучение курса

Лекционный материал по дисциплине излагается в виде устных лекций преподавателя во время аудиторных занятий. Самостоятельная работа студента во время лекционных аудиторных занятий заключается в ведении записей (конспекта лекций).

Конспект лекций, выполняемый во время аудиторных занятий, дополняется студентом при самостоятельном внеаудиторном изучении некоторых тем курса. Самостоятельное изучение тем курса осуществляется на основе списка основной и дополнительной литературы к дисциплине.

Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины приведён в рабочей программе дисциплины.

Рекомендуемые задания для самостоятельной внеаудиторной работы студента, направленные на повторение материала лекций и самостоятельное изучение тем курса: *для овладения знаниями:*

- конспектирование текста;
- чтение основной и дополнительной литературы;
- составление плана текста;
- работа со словарями, справочниками и нормативными документами;
- просмотр обучающих видеозаписей

для закрепления и систематизации знаний:

- работа с конспектом лекций;
- повторная работа над учебным материалом;
- составление таблиц для систематизации учебного материала;
- изучение нормативных материалов;
- составление плана и тезисов ответа на вопросы для самопроверки;
- ответы на вопросы для самопроверки;
- составление библиографических списков по изучаемым темам;

для формирования навыков и умений:

- выполнение рисунков, схем, эскизов оборудования;
- рефлексивный анализ профессиональных умений.

Тематический план изучения дисциплины и содержание учебной дисциплины приведены в рабочей программе дисциплины.

Вопросы для самопроверки приведены в учебной литературе по дисциплине или могут быть предложены преподавателем на лекционных аудиторных занятиях после изучения каждой темы.

Подготовка к практическим занятиям

Практические занятия по дисциплине выступают средством формирования у студентов системы интегрированных умений и навыков, необходимых для освоения профессиональных компетенций, а также умений определять, разрабатывать и применять оптимальные методы решения профессиональных задач.

На практических занятиях происходит закрепление теоретических знаний, полученных в ходе лекций, осваиваются методики и алгоритмы решения типовых задач по образцу и вариантных задач, разбираются примеры применения теоретических знаний для практического использования.

Рекомендуемые задания для самостоятельной внеаудиторной работы студента, направленные на подготовку к практическим занятиям: *для овладения знаниями:*

- чтение основной и дополнительной литературы;
- работа со словарями, справочниками и нормативными документами;
- просмотр обучающих видеозаписей;

для закрепления и систематизации знаний:

- работа с конспектом лекций;
- ответы на вопросы для самопроверки;
- подготовка публичных выступлений;
- составление библиографических списков по изучаемым темам;

для формирования навыков и умений:

- решение задач по образцу и вариативных задач;
- выполнение рисунков, схем, эскизов оборудования;
- рефлексивный анализ профессиональных умений.

Тематический план изучения дисциплины и содержание учебной дисциплины приведены в рабочей программе дисциплины.

Подготовка и написание контрольной работы

Контрольная работа - индивидуальная деятельность обучающегося по концентрированному выражению накопленного знания, обеспечивает возможность одновременной работы всем обучающимся за фиксированное время по однотипным заданиям, что позволяет преподавателю оценить всех обучающихся. Контрольная работа является средством проверки умений применять полученные знания для решения задач определенного типа по теме или разделу.

Рекомендуемые задания для самостоятельной внеаудиторной работы студента, направленные на подготовку к контрольной работе: *для овладения знаниями:*

- чтение основной и дополнительной литературы;
- работа со словарями, справочниками и нормативными документами.

для закрепления и систематизации знаний:

- работа с конспектом лекций;
- ответы на вопросы для самопроверки.

для формирования навыков и умений:

- решение задач по образцу и вариативных задач;
- выполнение рисунков, схем, эскизов оборудования;

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ПОДГОТОВКЕ К ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

Подготовка к зачёту

Зачёт по дисциплине может быть проведён в виде теста или включать в себя защиту контрольной работы.

Тест - это система стандартизированных заданий, позволяющая автоматизировать процедуру измерения уровня знаний и умений обучающегося.

При самостоятельной подготовке к зачёту, проводимому в виде теста, студенту необходимо:

- проработать информационный материал (конспект лекций, учебное пособие, учебник) по дисциплине; проконсультироваться с преподавателем по вопросу выбора дополнительной учебной литературы;

- выяснить условия проведения теста: количество вопросов в тесте,
- продолжительность выполнения теста, систему оценки результатов и т. д.;
- приступая к работе с тестом, нужно внимательно и до конца прочитать вопрос и предлагаемые варианты ответов, выбрать правильные (их может быть несколько), на отдельном листке ответов вписать цифру вопроса и буквы, соответствующие правильным ответам.

В процессе выполнения теста рекомендуется применять несколько подходов в решении заданий. Такая стратегия позволяет максимально гибко оперировать методами решения, находя каждый раз оптимальный вариант. Не нужно тратить слишком много времени на трудный вопрос, а сразу переходить к другим тестовым заданиям, к трудному вопросу можно обратиться в конце. Необходимо оставить время для проверки ответов, чтобы избежать механических ошибок.

Зачёт также может проходить в виде защиты контрольной работы (доклад с презентацией). Методические рекомендации по подготовке и выполнению доклада с презентацией приведены в п. «Подготовка и написание контрольной работы».

Подготовка к экзамену

Промежуточная аттестация по итогам освоения дисциплины проводится в форме экзамена.

Билет на экзамен включает в себя теоретические вопросы и практико-ориентированные задания.

Теоретический вопрос - индивидуальная деятельность обучающегося по концентрированному выражению накопленного знания, обеспечивает возможность одновременной работы всем обучающимся за фиксированное время по однотипным заданиям, что позволяет преподавателю оценить всех обучающихся.

Практико-ориентированное задание - средство проверки умений применять полученные знания для решения задач определенного типа по определенной теме.

При самостоятельной подготовке к экзамену студенту необходимо:

- получить перечень теоретических вопросов к экзамену;
- проработать пройденный материал (конспект лекций, учебное пособие, учебник) по дисциплине, при необходимости изучить дополнительные источники;
- составить планы и тезисы ответов на вопросы;
- проработать все типы практико-ориентированных заданий;
- составить алгоритм решения основных типов задач;
- выяснить условия проведения экзамена: количество теоретических вопросов и практико-ориентированных заданий в экзаменационном билете, продолжительность и форму проведения экзамена (устный или письменный), систему оценки результатов и т. д.;
- приступая к работе с экзаменационным билетом, нужно внимательно прочитать теоретические вопросы и условия практико-ориентированного задания;
- при условии проведения устного экзамена составить план и тезисы ответов на теоретические вопросы, кратко изложить ход решения практико-ориентированного задания;
- при условии проведения письменного экзамена дать полные письменные ответы на теоретические вопросы; изложить ход решения практико-ориентированного задания с численным расчётом искомых величин.

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»



УТВЕРЖДАЮ

Проректор по учебно-методическому
комплексу

С.А. Упоров

**МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ И ЗАДАНИЯ
К КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЕ**

по дисциплине

**Б1.О.20 ЭКОНОМИКА И МЕНЕДЖМЕНТ
В МАШИНОСТРОЕНИИ**

Специальность

15.05.01 Проектирование технологических машин и комплексов

Специализация № 24

Проектирование технологических машин и комплексов

Автор: Соколова О. Г., доцент, к. э. н.

Одобрены на заседании кафедры

Экономики и менеджмента

(название кафедры)

Зав. кафедрой

Мочалова Л.А.

(Фамилия И.О.)

Протокол № 2 от 04.10.2023

(Дата)

Рассмотрены методической комиссией
факультета

Горно-механического

(название факультета)

Председатель

Осипов П. А.

(Фамилия И.О.)

Протокол № 2 от 20.10.2023

(Дата)

Екатеринбург

ВВЕДЕНИЕ

Данные методические рекомендации необходимы для студентов специальности *15.05.01 Проектирование технологических машин и комплексов* при организации самостоятельной работы по дисциплине «Экономика и менеджмент в машиностроении» в рамках подготовки и защиты контрольной работы.

В методических рекомендациях содержатся особенности организации подготовки контрольной работы в виде реферата, требования к его оформлению, а также порядок защиты и критерии оценки.

ОРГАНИЗАЦИЯ ПОДГОТОВКИ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ (РЕФЕРАТА)

Общая характеристика реферата

Написание реферата практикуется в учебном процессе в целях приобретения студентом необходимой профессиональной подготовки, развития умения и навыков самостоятельного научного поиска: изучения литературы по выбранной теме, анализа различных источников и точек зрения, обобщения материала, выделения главного, формулирования выводов и т. п. С помощью реферата студент может глубже постигать наиболее сложные проблемы дисциплины, учиться лаконично излагать свои мысли, правильно оформлять работу, докладывать результаты своего труда.

В «Толковом словаре русского языка» дается следующее определение: **«реферат** – краткое изложение содержания книги, статьи, исследования, а также доклад с таким изложением».

Различают два вида реферата:

- *репродуктивный* – воспроизводит содержание первичного текста в форме реферата-конспекта или реферата-резюме. В реферате-конспекте содержится фактическая информация в обобщённом виде, иллюстрированный материал, различные сведения о методах исследования, результатах исследования и возможностях их применения. В реферате-резюме содержатся только основные положения данной темы;

- *продуктивный* – содержит творческое или критическое осмысление реферируемого источника и оформляются в форме реферата-доклада или реферата-обзора. В реферате-докладе, наряду с анализом информации первоисточника, дается объективная оценка проблемы, и он имеет развёрнутый характер. Реферат-обзор составляется на основе нескольких источников и в нем сопоставляются различные точки зрения по исследуемой проблеме.

Студент для изложения материала должен выбрать продуктивный вид реферата.

Выбор темы реферата

Студенту предоставляется право выбора темы реферата из рекомендованного преподавателем дисциплины списка. Выбор темы должен быть осознанным и обоснованным с точки зрения познавательных интересов автора, а также полноты освещения темы в имеющейся научной литературе.

Если интересующая тема отсутствует в рекомендованном списке, то по согласованию с преподавателем студенту предоставляется право самостоятельно предложить тему реферата, раскрывающую содержание изучаемой дисциплины. Тема не должна быть слишком общей и глобальной, так как небольшой объем работы (до 20-25 страниц без учёта приложений) не позволит раскрыть ее.

Начинать знакомство с избранной темой лучше всего с чтения обобщающих работ по данной проблеме, постепенно переходя к узкоспециальной литературе. При этом следует сразу же составлять библиографические выходные данные используемых источников (автор, название, место и год издания, издательство, страницы).

На основе анализа прочитанного и просмотренного материала по данной теме следует составить тезисы по основным смысловым блокам, с пометками, собственными суждениями и оценками. Предварительно подобранный в литературных источниках материал может превышать необходимый объем реферата.

Формулирование цели и составление плана реферата

Выбрав тему реферата и изучив литературу, необходимо сформулировать цель работы и составить план реферата.

Цель – это осознаваемый образ предвосхищаемого результата. Возможно, формулировка цели в ходе работы будет меняться, но изначально следует ее обозначить, чтобы ориентироваться на нее в ходе исследования. Формулирование цели реферата рекомендуется осуществлять при помощи глаголов: исследовать, изучить, проанализировать, систематизировать, осветить, изложить (представления, сведения), создать, рассмотреть, обобщить и т. д.

Определяясь с целью дальнейшей работы, параллельно необходимо думать над составлением плана, при этом четко соотносить цель и план работы. Правильно построенный план помогает систематизировать материал и обеспечить последовательность его изложения.

Наиболее традиционной является следующая **структура реферата**:

Титульный лист.

Оглавление (план, содержание).

Введение.

1. (полное наименование главы).

1.1. (полное название параграфа, пункта);

1.2. (полное название параграфа, пункта).

2. (полное наименование главы).

2.1. (полное название параграфа, пункта);

2.2. (полное название параграфа, пункта).

Заключение (выводы).

Библиография (список использованной литературы).

Приложения (по усмотрению автора).

Титульный лист оформляется в соответствии с Приложением.

Оглавление(план, содержание) включает названия всех глав и параграфов (пунктов плана) реферата и номера страниц, указывающие их начало в тексте реферата.

Введение. В этой части реферата обосновывается актуальность выбранной темы, формулируются цель и задачи работы, указываются используемые материалы и дается их краткая характеристика с точки зрения полноты освещения избранной темы. Объем введения не должен превышать 1-1,5 страницы.

Основная часть реферата может быть представлена двумя или тремя главами, которые могут включать 2-3 параграфа (пункта).

Здесь достаточно полно и логично излагаются главные положения в используемых источниках, раскрываются все пункты плана с сохранением связи между ними и последовательности перехода от одного к другому.

Автор должен следить за тем, чтобы изложение материала точно соответствовало цели и названию главы (параграфа). Материал в реферате рекомендуется излагать своими словами, не допуская дословного переписывания из литературных источников. В тексте обязательны ссылки на первоисточники, т. е. на тех авторов, у которых взят данный материал в виде мысли, идеи, вывода, числовых данных, таблиц, графиков, иллюстраций и пр.

Работа должна быть написана грамотным литературным языком. Сокращение слов в тексте не допускается, кроме общеизвестных сокращений и аббревиатуры. Каждый раздел рекомендуется заканчивать кратким выводом.

Заключение (выводы). В этой части обобщается изложенный в основной части материал, формулируются общие выводы, указывается, что нового лично для себя вынес автор реферата из работы над ним. Выводы делаются с учетом опубликованных в литературе различных точек зрения по проблеме, рассматриваемой в реферате, сопоставления их и личного мнения автора реферата. Заключение по объему не должно превышать 1,5-2 страниц.

Библиография (список использованной литературы) – здесь указывается реально использованная для написания реферата литература, периодические издания и электронные источники информации. Список составляется согласно правилам библиографического описания.

Приложения могут включать графики, таблицы, расчеты.

ТРЕБОВАНИЯ К ОФОРМЛЕНИЮ РЕФЕРАТА

Общие требования к оформлению реферата

Рефераты, как правило, требуют изучения и анализа значительного объема статистического материала, формул, графиков и т. п. В силу этого особое значение приобретает правильное оформление результатов проделанной работы.

Текст реферата должен быть подготовлен в печатном виде. Исправления и пометки не допускаются. Текст работы оформляется на листах формата А4, на одной стороне листа, с полями: левое – 25 мм, верхнее – 20 мм, правое – 15 мм и нижнее – 25 мм. При компьютерном наборе шрифт должен быть таким: тип шрифта TimesNewRoman, кегль 14, междустрочный интервал 1,5.

Рекомендуемый объем реферата – не менее 20 страниц. Титульный лист реферата оформляется студентом по образцу, данному в приложении 1.

Текст реферата должен быть разбит на разделы: главы, параграфы и т. д. Очередной раздел нужно начинать с нового листа.

Все страницы реферата должны быть пронумерованы. Номер страницы ставится снизу страницы, по центру. Первой страницей является титульный лист, но на ней номер страницы не ставится.

Таблицы

Таблицы по содержанию делятся на аналитические и неаналитические. Аналитические таблицы являются результатом обработки и анализа цифровых показателей. Как правило, после таких таблиц делается обобщение, которое вводится в текст словами: «таблица позволяет сделать вывод о том, что...», «таблица позволяет заключить, что...» и т. п.

В неаналитических таблицах обычно помещаются необработанные статистические данные, необходимые лишь для информации и констатации фактов.

Таблицы размещают после первого упоминания о них в тексте таким образом, чтобы их можно было читать без поворота работы или с поворотом по часовой стрелке.

Каждая таблица должна иметь нумерационный и тематический заголовок. Тематический заголовок располагается по центру таблицы, после нумерационного, размещённого в правой стороне листа и включающего надпись «Таблица» с указанием арабскими цифрами номера таблицы. Нумерация таблиц сквозная в пределах каждой главы. Номер таблицы состоит из двух цифр: первая указывает на номер главы, вторая – на номер таблицы в главе по порядку (например, «Таблица 2.2» – это значит, что представленная таблица вторая во второй главе).

Цифры в графах таблиц должны проставляться так, чтобы разряды чисел во всей графе были расположены один под другим. В одной графе количество десятичных знаков должно быть одинаковым. Если данные отсутствуют, то в графах ставят знак тире. Округление числовых значений величин до первого, второго и т. д. десятичного знака для

различных значений одного и того же наименования показателя должно быть одинаковым.

Таблицу с большим количеством строк допускается переносить на другую страницу, при этом заголовок таблицы помещают только над ее первой частью, а над переносимой частью пишут «Продолжение таблицы» или «Окончание таблицы». Если в работе несколько таблиц, то после слов «Продолжение» или «Окончание» указывают номер таблицы, а само слово «таблица» пишут сокращенно, например, «Продолжение табл. 1.1», «Окончание табл. 1.1».

На все таблицы в тексте реферата должны быть даны ссылки с указанием их порядкового номера, например: «...в табл. 2.2».

Формулы

Формулы – это комбинации математических знаков, выражающие какие-либо предложения.

Формулы, приводимые в реферате, должны быть наглядными, а обозначения, применяемые в них, соответствовать стандартам.

Пояснения значений символов и числовых коэффициентов следует приводить непосредственно под формулой, в той последовательности, в какой они даны в формуле. Значение каждого символа и числового коэффициента дается с новой строки. Первую строку объяснения начинают со слова «где» без двоеточия после него.

Формулы и уравнения следует выделять из текста свободными строками. Если уравнение не умещается в одну строку, оно должно быть перенесено после знака равенства (=) или после знака (+), минус (–), умножения (x) и деления (:).

Формулы нумеруют арабскими цифрами в пределах всей курсовой работы (реферата) или главы. В пределах реферата используют нумерацию формул одинарную, в пределах главы – двойную. Номер указывают с правой стороны листа на уровне формулы в круглых скобках.

В тексте ссылки на формулы приводятся с указанием их порядковых номеров, например: «...в формуле (2.2)» (второй формуле второй главы).

Иллюстрации

Иллюстрации позволяют наглядно представить явление или предмет такими, какими мы их зрительно воспринимаем, но без лишних деталей и подробностей.

Основными видами иллюстраций являются схемы, диаграммы и графики.

Схема – это изображение, передающее обычно с помощью условных обозначений и без соблюдения масштаба основную идею какого-либо устройства, предмета, сооружения или процесса и показывающее взаимосвязь их главных элементов.

Диаграмма – один из способов изображения зависимости между величинами. Наибольшее распространение получили линейные, столбиковые и секторные диаграммы.

Для построения линейных диаграмм используется координатное поле. По горизонтальной оси в изображенном масштабе откладывается время или факториальные признаки, на вертикальной – показатели на определенный момент (период) времени или размеры результативного независимого признака. Вершины ординат соединяются отрезками – в результате получается ломаная линия.

На столбиковых диаграммах данные изображаются в виде прямоугольников (столбиков) одинаковой ширины, расположенных вертикально или горизонтально. Длина (высота) прямоугольников пропорциональна изображенным ими величинам.

Секторная диаграмма представляет собой круг, разделенный на секторы, величины которых пропорциональны величинам частей изображаемого явления.

График – это результат обработки числовых данных. Он представляет собой условные изображения величин и их соотношений через геометрические фигуры, точки и линии.

Количество иллюстраций в работе должно быть достаточным для пояснения излагаемого текста.

Иллюстрации обозначаются словом «Рис.» и располагаются после первой ссылки на них в тексте так, чтобы их было удобно рассматривать без поворота работы или с поворотом по часовой стрелке. Иллюстрации должны иметь номер и наименование, расположенные по центру, под ней. Иллюстрации нумеруются в пределах главы арабскими цифрами, например: «Рис. 1.1» (первый рисунок первой главы). Ссылки на иллюстрации в тексте реферата приводят с указанием их порядкового номера, например: «...на рис. 1.1».

При необходимости иллюстрации снабжаются поясняющими данными (подрисовочный текст).

Приложения

Приложение – это часть основного текста, которая имеет дополнительное (обычно справочное) значение, но, тем не менее, необходима для более полного освещения темы. По форме они могут представлять собой текст, таблицы, графики, карты. В приложении помещают вспомогательные материалы по рассматриваемой теме: инструкции, методики, положения, результаты промежуточных расчетов, типовые проекты, имеющие значительный объем, затрудняющий чтение и целостное восприятие текста. В этом случае в тексте приводятся основные выводы (результаты) и делается ссылка на приложение, содержащее соответствующую информацию. Каждое приложение должно начинаться с новой страницы. В правом верхнем углу листа пишут слово «Приложение» и указывают номер приложения. Если в реферате больше одного приложения, их нумеруют последовательно арабскими цифрами, например: «Приложение 1», «Приложение 2» и т. д.

Каждое приложение должно иметь заголовок, который помещают ниже слова «Приложение» над текстом приложения, по центру.

При ссылке на приложение в тексте реферата пишут сокращенно строчными буквами «прил.» и указывают номер приложения, например: «...в прил. 1».

Приложения оформляются как продолжение текстовой части реферата со сквозной нумерацией листов. Число страниц в приложении не лимитируется и не включается в общий объем страниц реферата.

Библиографический список

Библиографический список должен содержать перечень и описание только тех источников, которые были использованы при написании реферата.

В библиографическом списке должны быть представлены монографические издания отечественных и зарубежных авторов, материалы профессиональной периодической печати (экономических журналов, газет и еженедельников), законодательные и др. нормативно-правовые акты. При составлении списка необходимо обратить внимание на достижение оптимального соотношения между монографическими изданиями, характеризующими глубину теоретической подготовки автора, и периодикой, демонстрирующей владение современными экономическими данными.

Наиболее распространенным способом расположения наименований литературных источников является алфавитный. Работы одного автора перечисляются в алфавитном порядке их названий. Исследования на иностранных языках помещаются в порядке латинского алфавита после исследований на русском языке.

Ниже приводятся примеры библиографических описаний использованных источников.

Статья одного, двух или трех авторов из журнала

Соколова О.Г. Концептуальное обоснование разработки модели управления логистической системой горнодобывающего предприятия// Логистика и управление цепями поставок. 2019. № 2(91). С. 40–45.

Статья из журнала, написанная более чем тремя авторами

Разработка модели оптимального управления логистической системой в условиях неопределённости / В. А. Доровской, А. А. Железняк, О. В. Бабина [и др.] // Восточно-Европейский журнал передовых технологий. 2016. № ¼ (79). С. 4–9.

Книга, написанная одним, двумя или тремя авторами

Соколова О.Г., Стровский В.Е. Логистика: учебное пособие. Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2018. 136 с.

Книга, написанная более чем тремя авторами

Логистика: модели и методы: учеб. пособие / П.В. Попов [и др.]. М.: ИНФРА-М, 2017. 272 с.

Сборники

Актуальные проблемы экономики и управления: сборник научных статей. Екатеринбург: УГГУ, 2018. 235 с.

Статья из сборника

Соколова О.Г., Мочалова Л.А., Киселев Н.А. Обоснование необходимости логистического подхода к управлению на предприятиях минерально-сырьевого сектора экономики // Актуальные проблемы экономики и управления: сб. научных статей. Екатеринбург: УГГУ, 2018. С. 59–64.

Статья из газеты

Крашаков А. С. Будет ли обвал рубля // Аргументы и факты. 2011. № 9. С. 3.

Библиографические ссылки

Библиографические ссылки требуется приводить при цитировании, заимствовании материалов из других источников, упоминании или анализе работ того или иного автора, а также при необходимости адресовать читателя к трудам, в которых рассматривался данный вопрос.

Ссылки должны быть затекстовыми, с указанием номера соответствующего источника (на который автор ссылается в работе) в соответствии с библиографическим списком и соответствующей страницы.

Пример оформления затекстовой ссылки

Ссылка в тексте: «Под трансакцией понимается обмен какими-либо благами, услугами или информацией между двумя агентами» [10, С. 176].

В списке использованных источников:

10. *Сухарев О. С.* Институциональная экономика: учебник и практикум для бакалавриата и магистратуры / О.С. Сухарев. М.: Издательство Юрайт, 2016. 501 с.

ОРГАНИЗАЦИЯ ЗАЩИТЫ РЕФЕРАТА

Необходимо заранее подготовить тезисы выступления (план-конспект).

Порядок защиты реферата.

1. Краткое сообщение, характеризующее цель и задачи работы, ее актуальность, полученные результаты, вывод и предложения.

2. Ответы студента на вопросы преподавателя.

3. Отзыв руководителя-консультанта о ходе выполнения работы.

Советы студенту:

• Готовясь к защите реферата, вы должны вспомнить материал максимально подробно, и это должно найти отражение в схеме вашего ответа. Но тут же необходимо выделить главное, что наиболее важно для понимания материала в целом, иначе вы сможете проговорить все 15-20 минут и не раскрыть существа вопроса. Особенно строго следует отбирать примеры и иллюстрации.

- Вступление должно быть очень кратким – 1-2 фразы (если вы хотите подчеркнуть при этом важность и сложность данного вопроса, то не говорите, что он сложен и важен, а покажите его сложность и важность).

- Целесообразнее вначале показать свою схему раскрытия вопроса, а уж потом ее детализировать.

- Рассказывать будет легче, если вы представите себе, что объясняете материал очень способному и хорошо подготовленному человеку, который не знает именно этого раздела, и что при этом вам обязательно нужно доказать важность данного раздела и заинтересовать в его освоении.

- Строго следите за точностью своих выражений и правильностью употребления терминов.

- Не пытайтесь рассказать побольше за счет ускорения темпа, но и не мямлите.

- Не демонстрируйте излишнего волнения и не напрашивайтесь на сочувствие.

- Будьте особенно внимательны ко всем вопросам преподавателя, к малейшим его замечаниям. И уж ни в коем случае его не перебивайте!

- Не бойтесь дополнительных вопросов – чаще всего преподаватель использует их как один из способов помочь вам или сэкономить время. Если вас прервали, а при оценке ставят в вину пропуск важной части материала, не возмущайтесь, а покажите план своего ответа, где эта часть стоит несколько позже того, на чем вы были прерваны.

- Прежде чем отвечать на дополнительный вопрос, необходимо сначала правильно его понять. Для этого нужно хотя бы немного подумать, иногда переспросить, уточнить: правильно ли вы поняли поставленный вопрос. И при ответе следует соблюдать тот же принцип экономности мышления, а не высказывать без разбора все, что вы можете сказать.

- Будьте доброжелательны и тактичны, даже если к ответу вы не готовы (это вина не преподавателя, а ваша).

ТЕМЫ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ (РЕФЕРАТА)

1. Сущность и задачи менеджмента. Менеджмент как наука, практика и искусство
2. Эволюция управления как научной дисциплины. Вклад в менеджмент различных школ управления
3. Характеристика менеджмента как процесса. Характеристика системного и ситуационного подходов к управлению, преимущества и недостатки.
4. Основные функции менеджмента: планирование, организация, мотивация, контроль
5. Формы власти и влияния и их характеристика. Лидерство. Харизма. Личностный подход к лидерству. Теория лидерства
6. Сущность, виды и процесс принятия и реализации управленческого решения
7. Сущность маркетинга и его основные категории, цели, принципы и функции маркетинга. Концепции маркетинга и их развитие в историческом плане.
8. Внутренняя и внешняя среда организации. Влияние факторов среды на эффективность функционирования организации. Маркетинговая среда организации и ее компоненты
9. Общий процесс управления маркетингом. Сегментирование рынка и позиционирование товара на рынке
10. Товар как средство удовлетворения потребностей. Товарная политика предприятия.
11. Особенности покупательского поведения на потребительском и деловом рынке

12. Сбытовая политика предприятия. Методы стимулирования сбыта продукции предприятия.

13. Анализ рыночных возможностей и отбор целевых рынков.

14. Разработка комплекса маркетинга.

15. Концепция системы маркетинговой информации.

16. Маркетинговые исследования.

17. Модели покупательского поведения. Характеристики поведения покупателя.

18. Процесс принятия решения о покупке. Варианты принятия решения о покупке товара-новинки.

19. Рынок товаров промышленного назначения. Рынок промежуточных продавцов. Рынок государственных учреждений.

20. Сегментирование рынка. Выбор целевых сегментов рынка. Позиционирование товара на рынке.

21. Товар и его основные виды. Основные виды классификации товаров.

22. Решение об использовании марок. Решение относительно маркировки и упаковки товара.

23. Товарный ассортимент и товарная номенклатура. Стратегия разработки новых товаров.

24. Этапы жизненного цикла товаров. Ценообразование на разных типах рынков.

25. Задачи ценообразования и определения спроса. Оценка издержек при ценообразовании.

26. Анализ цен и товаров конкурентов. Выбор метода ценообразования и установление окончательной цены. Подходы и проблемы ценообразования.

27. Природа каналов товародвижения. Товародвижение как метод распространения товаров.

28. Розничная торговля как метод распространения товаров. Оптовая торговля как метод распространения товаров.

29. Этапы разработки эффективной коммуникации. Разработка комплексного бюджета стимулирования и отбор элементов комплекса стимулирования.

39. Реклама, ее назначение при продвижении товара. Стимулирование сбыта и пропаганда.

40. Выбор организационной структуры торгового аппарата. Привлечение и отбор торговых агентов. Обучение и контроль за работой торговых агентов. Оценка эффективности работы торговых агентов.

41. Стратегическое планирование маркетинга.

42. Изучение среды международного маркетинга. Методы выхода на международный маркетинг.

43. Маркетинг услуг, организаций и отдельных лиц.

44. Меры государственного регулирования маркетинга.

45. Действия предпринимателей в направлении становления социально-ответственного маркетинга.

46. Функции маркетинга, его методы и содержание.

47. Торговый и потребительский маркетинг.

48. Особенности международного маркетинга.

49. Становление и структура службы, маркетинга на предприятии.

50. Примерное положение о службе маркетинга на предприятии.

51. Факторы, влияющие на маркетинговые исследования.
52. Выделение товарных групп и сегментирование рынка предприятий минерально-сырьевого комплекса.
53. Современные информационные технологии и маркетинговые исследования. Процесс маркетинговых исследований. Виды, источники и методы сбора маркетинговой информации. Разработка планов исследований.
54. Контроль, оценка и аудит маркетинга.
55. Структуры рынка в зависимости от уровня конкуренции.
56. Особенности выбора стратегии развития малых, средних и крупных фирм.
57. Информационный маркетинг: задачи и методы исследования рынка.
58. Система маркетинговых коммуникаций.
59. Культура маркетинговой деятельности.
60. Сущность, принципы и методы маркетинга.
61. Цели, функции, комплекс маркетинга.
62. Внешняя и внутренняя среда маркетинга.
63. Общие понятия маркетинговых стратегий и схема их разработки.
64. Концепция жизненного цикла товара как критерий выбора маркетинговых исследований.
65. Методы и процедуры маркетинговых исследований.
66. Принципы и концептуальные подходы к проведению маркетинговых исследований.
67. Товар в рыночной среде. Товарный знак и его применение. Упаковка и маркировка товаров.
68. Осуществление товарной политики и формирование ассортимента. Сервис в системе товарной политики.
69. Жизненный цикл товара и его практические аспекты.
70. Методы определения новых товаров и степени их новизны.
71. Разработка концепции нового товара. Технология (этапы) процесса создания нового продукта.
72. Категории маркетинга. Потребности – исходный момент маркетинговой деятельности. Покупательское поведение потребителей.
73. Этапы развития маркетинговых систем в горной промышленности. Критерии и принципы сегментации рынка. Конкуренция и конкурентные силы в маркетинге.
74. Конкурентоспособность в маркетинговой деятельности. Качество – важнейший фактор конкурентоспособности товара.
75. Методы расчета цены продукта. Ценообразование в международном маркетинге.
76. Стратегическое планирование сбыта. Оценка и выбор каналов сбыта.
77. Розничные предприятия и их место в системе товародвижения и сбыта.
78. Стратегии маркетинговой коммуникации.
79. Реклама в системе маркетинговой коммуникации.
80. Организационные структуры маркетинга, их анализ.
81. Управление маркетинговой деятельностью фирмы.
82. Анализ и оценка конкурентоспособности фирмы – товаропроизводителя. Методологии оценки конкурентоспособности товара.

83. Экономические и финансовые вопросы маркетинговой деятельности фирмы.
84. Комплексное исследование рынка.
85. Маркетинг проектов.
86. Социально-экономическая сущность и содержание маркетинга.
87. Закон Парето в маркетинге.
88. Формирование спроса и стимулирование сбыта (ФОССТИС) товаров.
89. Особенности организации маркетинга на предприятиях различного типа.
90. Спрос и предложение. Ценовая эластичность спроса. Взаимосвязь спроса и предложения. Понятие и сущность маркетинга. Цели маркетинга и его виды.
91. Комплекс маркетинга и внешняя среда. Эволюция концепции маркетинга.
92. Использование маркетинга в различных условиях конкурентной борьбы.
93. Роль маркетинга в стратегическом планировании.
94. Типы маркетинговой информации и источники ее получения. Маркетинговая информационная система.
95. Экономическая эффективность внедрения мероприятий, направленных на совершенствование маркетинга.
96. Сферы применения маркетинга. Маркетинг и общество.
97. Организация маркетинга. Система маркетинговых планов. Финансы и контроль маркетинга.
98. Сегментация. Выбор целевого рынка. Стратегия маркетинга.
99. Правовое регулирование маркетинговой деятельности в РФ.
100. Международный маркетинг.
101. Информационные системы маркетинга.
102. Стратегическое и оперативное планирование маркетинга на предприятиях.
104. Маркетинговые коммуникации.
105. Управление маркетингом на корпоративном уровне: портфельные стратегии, стратегии роста, конкурентные стратегии. Конкурентные преимущества предприятий.
106. Управление маркетингом на функциональном уровне: сегментация рынка, выбор целевых сегментов, позиционирование и репозиционирование, разработка комплекса маркетинга.
107. Управление маркетингом на инструментальном уровне: управление товаром, ценой, каналами распределения и коммуникационными маркетинговыми средствами.
108. Стратегическое и оперативное планирование маркетинга на предприятии. Последовательность разработки планов. Бюджет маркетинга.
109. Тема контрольной работы, предложенная студентом и одобренная преподавателем, ведущим эту дисциплину.

МЕТОДИКА ОЦЕНКИ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ (РЕФЕРАТА)

Знать:

- особенности управленческой деятельности предприятий;
- функции, принципы и методы менеджмента промышленных систем;
- пути совершенствования системы управления предприятием;
- сущность, категории, концепции, цели, принципы и функции маркетинга;

- этапы общего процесса управления маркетингом и их содержание.

Уметь:

- анализировать систему менеджмента предприятия и разрабатывать пути ее совершенствования;

- анализировать влияние маркетинговой среды на деятельность предприятия;

Владеть:

- специальной терминологией и лексикой данной дисциплины;

- навыками самостоятельного овладения новыми знаниями в области менеджмента и маркетинга

Критерии оценивания:

достижение поставленной цели и задач исследования (новизна и актуальность поставленных в реферате проблем, правильность формулирования цели, определения задач исследования, правильность выбора методов решения задач и реализации цели; соответствие выводов решаемым задачам, поставленной цели, убедительность выводов);

уровень эрудированности автора по изученной теме (знание автором состояния изучаемой проблематики, цитирование источников, степень использования в работе результатов исследований);

личные заслуги автора реферата (новые знания, которые получены помимо основной образовательной программы, новизна материала и рассмотренной проблемы, научное значение исследуемого вопроса);

культура письменного изложения материала (логичность подачи материала, грамотность автора);

культура оформления материалов работы (соответствие реферата всем стандартным требованиям);

знания и умения на уровне требований стандарта данной дисциплины: знание фактического материала, усвоение общих понятий и идей;

степень обоснованности аргументов и обобщений (полнота, глубина, всестороннее раскрытие темы, корректность аргументации и системы доказательств, характер и достоверность примеров, иллюстративного материала, наличие знаний интегрированного характера, способность к обобщению);

качество и ценность полученных результатов (степень завершенности реферативного исследования, спорность или однозначность выводов);

использование профессиональной терминологии;

использование литературных источников.

Образец оформления титульного листа контрольной работы (реферата)

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Уральский государственный горный университет»

Инженерно-экономический факультет

Кафедра экономики и менеджмента

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА (РЕФЕРАТ)

по дисциплине
«ЭКОНОМИКА И МЕНЕДЖМЕНТ В МАШИНСТРОЕНИИ»

на тему:

**УПРАВЛЕНИЕ МАРКЕТИНГОМ ПРОДУКЦИИ
НА ГОРНОДОБЫВАЮЩИХ ПРЕДПРИЯТИЯХ**

Руководитель:
Соколова О.Г.
Студент гр. ПТМК-24
Артёмова Елена Юрьевна

Екатеринбург – 20...

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»



УТВЕРЖДАЮ

Проректор по учебно-методическому
комплексу

С.А.Упоров

**МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ОРГАНИЗАЦИИ
САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ И ЗАДАНИЯ
ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ**

по дисциплине

**Б1.О.20 ЭКОНОМИКА И МЕНЕДЖМЕНТ
В МАШИНОСТРОЕНИИ**

Специальность

15.05.01 Проектирование технологических машин и комплексов

Специализация № 24

Проектирование технологических машин и комплексов

Автор: Соколова О. Г., доцент, к. э. н.

Одобрены на заседании кафедры

Экономики и менеджмента

(название кафедры)

Зав. кафедрой

(подпись)

Мочалова Л.А.

(Фамилия И.О.)

Протокол № 2 от 04.10.2023

(Дата)

Рассмотрены методической комиссией
факультета

Горно-механического

(название факультета)

Председатель

(подпись)

Осипов П. А.

(Фамилия И.О.)

Протокол № 2 от 20.10.2023

(Дата)

Екатеринбург

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ.....	3
ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОПРОВЕРКИ.....	5
ОСНОВНЫЕ КАТЕГОРИИ ДИСЦИПЛИНЫ.....	9
САМООРГАНИЗАЦИЯ РАБОТЫ С ЛИТЕРАТУРОЙ	25
ПОДГОТОВКА ДОКЛАДА С ПРЕЗЕНТАЦИЕЙ.....	28
ПОДГОТОВКА К ПРАКТИКО-ОРИЕНТИРОВАННЫМ ЗАДАНИЯМ.....	32
ПРАКТИКО-ОРИЕНТИРОВАННЫЕ ЗАДАНИЯ	34
ПОДГОТОВКА К ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ.....	37

ВВЕДЕНИЕ

Самостоятельная работа в высшем учебном заведении - это часть учебного процесса, метод обучения, прием учебно-познавательной деятельности, комплексная целевая стандартизованная учебная деятельность с запланированным видом, типом, формами контроля.

Самостоятельная работа представляет собой плановую деятельность обучающихся по поручению и под методическим руководством преподавателя.

Целью самостоятельной работы студентов является закрепление тех знаний, которые они получили на аудиторных занятиях, а также способствование развитию у студентов творческих навыков, инициативы, умению организовать свое время.

Самостоятельная работа реализует следующие задачи:

- предполагает освоение курса дисциплины;
- помогает освоению навыков учебной и научной работы;
- способствует осознанию ответственности процесса познания;
- способствует углублению и пополнению знаний студентов, освоению ими навыков и умений;
- формирует интерес к познавательным действиям, освоению методов и приемов познавательного процесса,
- создает условия для творческой и научной деятельности обучающихся;
- способствует развитию у студентов таких личных качеств, как целеустремленность, заинтересованность, исследование нового.

Самостоятельная работа обучающегося выполняет следующие функции:

- развивающую (повышение культуры умственного труда, приобщение к творческим видам деятельности, обогащение интеллектуальных способностей студентов);
- информационно-обучающую (учебная деятельность студентов на аудиторных занятиях, неподкрепленная самостоятельной работой, становится мало результативной);
- ориентирующую и стимулирующую (процессу обучения придается ускорение и мотивация);
- воспитательную (формируются и развиваются профессиональные качества бакалавра и гражданина);
- исследовательскую (новый уровень профессионально-творческого мышления).

Организация самостоятельной работы студентов должна опираться на определенные требования, а, именно:

- сложность осваиваемых знаний должна соответствовать уровню развития студентов;
- стандартизация заданий в соответствии с логической системой курса дисциплины;
- объем задания должен соответствовать уровню студента;
- задания должны быть адаптированными к уровню студентов.

Содержание самостоятельной работы студентов представляет собой, с одной стороны, совокупность теоретических и практических учебных заданий, которые должен выполнить студент в процессе обучения, объект его деятельности; с другой стороны – это способ деятельности студента по выполнению соответствующего теоретического или практического учебного задания.

Свое внешнее выражение содержание самостоятельной работы студентов находит во всех организационных формах аудиторной и внеаудиторной деятельности, в ходе самостоятельного выполнения различных заданий.

Функциональное предназначение самостоятельной работы студентов в процессе лекций, практических занятий по овладению специальными знаниями заключается в самостоятельном прочтении, просмотре, прослушивании, наблюдении, конспектировании, осмыслении, запоминании и воспроизведении определенной информации. Цель и планирова-

ние самостоятельной работы студента определяет преподаватель. Вся информация осуществляется на основе ее воспроизведения.

Так как самостоятельная работа тесно связана с учебным процессом, ее необходимо рассматривать в двух аспектах:

1. аудиторная самостоятельная работа – лекционные, практические занятия;
2. внеаудиторная самостоятельная работа – дополнение лекционных материалов, подготовка к практическим занятиям, подготовка к участию в деловых играх и дискуссиях, выполнение письменных домашних заданий, Контрольных работ (рефератов и т.п.) и курсовых работ (проектов), докладов и др.

Основные формы организации самостоятельной работы студентов определяются следующими параметрами:

- содержание учебной дисциплины;
- уровень образования и степень подготовленности студентов;
- необходимость упорядочения нагрузки студентов при самостоятельной работе.

Таким образом, самостоятельная работа студентов является важнейшей составной частью процесса обучения.

Методические указания по организации самостоятельной работы и задания для обучающихся по дисциплине «*Менеджмент и маркетинг*» обращают внимание студента на главное, существенное в изучаемой дисциплине, помогают выработать умение анализировать явления и факты, связывать теоретические положения с практикой, а также облегчают подготовку к выполнению *контрольной работы*, сдаче *зачета*.

Настоящие методические указания позволят студентам самостоятельно овладеть фундаментальными знаниями, профессиональными умениями и навыками деятельности по профилю подготовки, опытом творческой и исследовательской деятельности, и направлены на формирование компетенций, предусмотренных учебным планом поданному профилю.

Видами самостоятельной работы обучающихся по дисциплине «*Менеджмент и маркетинг*» являются:

- повторение материала лекций;
- самостоятельное изучение тем курса (в т.ч. рассмотрение основных категорий дисциплины, работа с литературой);
- ответы на вопросы для самопроверки (самоконтроля);
- подготовка к практическим (семинарским) занятиям (в т.ч. подготовка доклада с презентацией, подготовка к выполнению практико-ориентированного задания);
- подготовка к тестированию;
- подготовка контрольной работы;
- подготовка к зачету и экзамену.

В методических указаниях представлены материалы для самостоятельной работы и рекомендации по организации отдельных её видов.

ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОПРОВЕРКИ

Раздел 1. СУЩНОСТЬ, ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И СОДЕРЖАНИЕ МЕНЕДЖМЕНТА

1.1. Предмет, цели и задачи менеджмента

1. Что такое «менеджмент»?
2. Дайте определение понятию «управление».
3. Кого можно называть менеджером?
4. Какие уровни управления организацией вы знаете?
5. Каковы цели и задачи менеджмента?
5. Перечислите основные функции менеджмента.
6. Назовите методы менеджмента.
7. Приведите примеры видов менеджмента исходя из отраслевой и функциональной специфики.

1.2. Принципы и методы менеджмента

1. Каковы основные принципы менеджмента?
2. Каковы основные методы менеджмента?

Раздел 2. ЭТАПЫ И ШКОЛЫ В ИСТОРИИ МЕНЕДЖМЕНТА

2.1. Основные положения школы научного управления, классической школы и школы человеческих отношений. Вклад российских ученых в развитие теории и практики управления

1. Назовите представителей и основные положения школы научного управления.
2. Назовите представителей и основные положения классической (административной) школы управления.
3. Назовите представителей и основные положения школы человеческих отношений и поведенческих наук.
4. Расскажите о вкладе российских ученых в развитие теории и практики управления.

2.2. Системный, процессный и ситуационный подходы к менеджменту

1. В чем заключается системный подход к менеджменту?
2. В чем заключается ситуационный подход к менеджменту?
3. В чем заключается процессный подход к менеджменту?

2.3. Зарубежные модели менеджмента.

1. Каковы особенности японской модели менеджмента?
2. Каковы особенности американской модели менеджмента?
3. Каковы особенности модели организации типа «Z» В. Оучи?

Раздел 3. ОРГАНИЗАЦИЯ КАК СИСТЕМА

3.1. Понятие организации как системы. Внутренняя и внешняя среда организации

1. Дайте понятие организации как системы.
2. Назовите факторы внутренней среды организации.
3. Что такое внешняя среда организации?
4. Назовите факторы внешней среды организации.

3.2. Жизненный цикл и типы организаций

1. Дать понятие жизненного цикла организации.
2. Назовите основные стадии жизненного цикла организации.

Раздел 4. ОСНОВНЫЕ ФУНКЦИИ УПРАВЛЕНИЯ

4.1. Планирование как функция менеджмента

1. Что такое планирование?
2. Назовите основные элементы типового плана организации.
3. Что называют миссией организации? Приведите пример формулировки миссии.
4. Какие виды планов формируются в организациях?
5. Перечислите принципы эффективного планирования.

4.2. Организация как функция менеджмента

1. Что такое централизация и децентрализация управления?
2. Перечислите различия бюрократических и адаптивных организаций.
3. Дать характеристику линейной ОСУ.
4. Дать характеристику функциональной ОСУ.
5. Дать характеристику дивизиональной ОСУ.
6. Дать характеристику матричной ОСУ.

4.3. Мотивация как функция менеджмента

1. Что такое мотивация?
2. Как потребности влияют на поведение человека?
3. Перечислите виды потребностей в соответствии с иерархией А. Маслоу.
4. Какие потребности выделил в качестве ключевых Д. МакКлелланд?
5. Какие факторы Ф. Герцберг назвал мотиваторами?
6. Что означает термин «валентность» в модели мотивации В. Врума?
7. В чем, на ваш взгляд, состоят преимущества модели В. Герчикова перед другими изученными моделями мотивации?

4.4. Координация и контроль как функция менеджмента

1. Что представляет собой контроль, как функция менеджмента?
2. Что представляет собой координация, как функция менеджмента?
3. Что такое масштаб допустимых отклонений?
4. Что представляет собой предварительный контроль? Зачем он осуществляется?
5. Перечислите принципы эффективного контроля

Раздел 5. КОММУНИКАЦИИ В СИСТЕМЕ МЕНЕДЖМЕНТА

5.1. Сущность, цели коммуникаций в организации.

1. Что представляют собой коммуникации в организации?
2. Перечислите основные элементы коммуникационного процесса.
3. Перечислите основные свойства информации.
4. Дайте характеристику вертикальным и горизонтальным коммуникациям.

5.2. Виды и система коммуникаций в организации.

1. Что представляют собой коммуникации в организации?
2. Перечислите основные элементы коммуникационного процесса.
3. Перечислите основные свойства информации.
4. Дайте характеристику вертикальным и горизонтальным коммуникациям.

Раздел 6. РАЗРАБОТКА УПРАВЛЕНЧЕСКОГО РЕШЕНИЯ

6.1. Сущность и виды управленческих решений

1. Что такое управленческое решение?
2. Чем управленческие (организационные) решения отличаются от обычных (бытовых) решений?
3. В чем состоит различие между запрограммированными и незапрограммированными решениями?
4. Что называют интуитивным решением?

6.2. Процесс и методы принятия и реализации управленческих решений

1. Перечислите основные этапы разработки рационального управленческого решения.
2. Какова процедура согласования и утверждения решений в организации.
3. Как осуществляется контроль реализации управленческих решений?
4. Назовите методы диагностики проблем.
5. Охарактеризуйте метод «Дельфи».
6. В чем особенности метода «мозгового штурма»?
7. Назовите методы генерирования, оценки и выбора альтернатив.
8. Дайте характеристику метода экспертных оценок.

6.3. Эффективность управленческих решений

1. Эффективность управленческих решений и ее составляющие.
2. Ответственность и виды ответственности в системе разработки и реализации управленческих решений.

Раздел 7. ОРГАНИЗАЦИОННЫЕ ПРОЦЕССЫ В МЕНЕДЖМЕНТЕ

7.1. Власть и влияние

1. Что такое власть?
2. Что такое влияние?
3. Перечислите пять форм власти и влияния и дайте каждой из них краткую характеристику.
4. Объясните сущность баланса власти в организации.
5. Что такое лидерство?
6. Какими компетенциями, качествами и чертами характера должен обладать лидер?
7. В чем различия авторитарного и демократического стилей управления?

7.2. Управление конфликтами в организации

1. Что такое конфликт?
2. Назовите основные типы конфликтов.
3. Каковы причины возникновения конфликтов в организации?
4. Назовите структурные методы разрешения конфликтной ситуации.
5. Назовите межличностные методы разрешения конфликтной ситуации.

7.3. Самоменеджмент и имидж организации

1. Дайте понятие самоменеджмента.
2. Что такое имидж организации.

7.4. Организационная культура в менеджменте

1. Дайте понятия организационной культуры.

Раздел 8. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ МАРКЕТИНГА

8.1. Сущность, цели, принципы и функции маркетинга

1. Приведите формулировки понятия «маркетинг»

2. Понятие «нужды» в маркетинге
3. Сущность потребности как категории маркетинга
4. Понятие запроса в маркетинге
5. Что такое «обмен» как категория маркетинга
6. Понятие товара в маркетинге
7. Понятие рынка и его определения
8. Виды рынков по соотношению спроса и предложения
9. Сущность производственной концепции маркетинга
10. Сущность товарной концепции маркетинга
11. Сущность сбытовой концепции маркетинга
12. Сущность современной (традиционной) концепции маркетинга
13. Сущность социально-этического маркетинга
14. Каковы цели маркетинга на уровне общества
15. Цели маркетинга на уровне рыночного субъекта
16. Перечислите основные принципы маркетинга
17. Содержание аналитической функции маркетинга
18. В чем заключается производственная функция маркетинга
19. Содержание сбытовой функции маркетинга
20. Содержание функции управления и контроля
21. Виды маркетинга по состоянию спроса

8.2. Маркетинговая среда организации и ее компоненты

1. Понятие микро- и макросреды маркетинга
2. Перечислите факторы микросреды маркетинга
3. В чем сущность и как проявляется такой фактор микросреды как «само предприятие»
4. Каковы угрозы предприятию со стороны поставщиков и как им противостоять
5. Угрозы предприятию со стороны конкурентов, уровни конкуренции
6. Виды маркетинговых посредников и как с ними работать
7. Перечислите виды контактных аудиторий и приведите их примеры
8. Перечислите факторы макросреды маркетинга
9. Приведите примеры воздействия на рыночную деятельность предприятия демографического фактора макросреды
10. Приведите примеры воздействия на рыночную деятельность предприятия экономического фактора макросреды
11. В чем проявляется научно-технический фактор макросреды
12. В чем проявляется природный фактор макросреды
13. Приведите примеры воздействия на рыночную деятельность предприятия политико-правовой макросреды
14. Как проявляется социально-культурный фактор макросреды

Раздел 9. КОМПЛЕКС МАРКЕТИНГОВОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ

9.1. Формирование товарной политики предприятия

1. В чем заключается сущность товара и его уровней?
2. Какие классификации товаров существуют?
3. Каковы особенности товаров в виде услуг?
4. В чем сущность ассортиментной политики предприятия?
5. Каким образом обозначаются марки товаров, и какие решения принимаются по поводу присвоения марок товарам?
6. Значение упаковки в маркетинге и их виды.
7. Перечислите и раскройте основные функции упаковки товаров?
8. Каково значение и основные элементы службы сервиса?

9. Перечислите основные этапы разработки новых товаров.
10. Как классифицируются покупатели по скорости восприятия новых товаров?
11. Назовите и раскройте содержание основных этапов стандартного жизненного цикла товара.
12. Какие разновидности жизненных циклов товара существуют?

9.2. Разработка ценовой политики предприятия

1. От чего зависят основные подходы к установлению цен на товары?
2. Из каких этапов складывается общая методика установления исходной цены?
3. Перечислите основные методы установления цены и объясните их сущность.
4. Какие факторы учитываются при установлении окончательной цены?
5. Какие скидки и надбавки применяются в ценовой политике предприятия?

9.3. Политика предприятия в области товародвижения

1. Экономическое обоснование существования каналов распределения
2. Основные функции участников каналов распределения
3. Виды каналов распределения по числу уровней
4. Сущность вертикальной маркетинговой системы
5. Типы вертикальных маркетинговых систем
6. Основные элементы комплекса собственно товародвижения
7. Примеры противоречий между целями товародвижения и издержками
8. Основные функции оптовой торговли
9. Виды предприятий оптовой торговли
10. Чем отличаются брокеры и агенты от оптовиков-купцов
11. В чем заключается разница между дистрибьютором и дилером

9.4. Политика предприятия в области формирования спроса и стимулирования сбыта

1. Из каких средств воздействия на покупателей состоит комплекс маркетинговых коммуникаций (комплекс стимулирования)
2. В чем заключается процесс (технология) разработки эффективной коммуникации
3. Основные этапы разработки средства воздействия на покупателя
4. Содержание этапа «выбор обращения»
5. Выявление эффекта, произведенного на целевую аудиторию рекламным обращением по каналам обратной связи
6. Методы определения затрат на стимулирование
7. Сущность и виды рекламы
8. Сущность пропаганды
9. Сущность и виды стимулирования сбыта
10. Сущность и содержание личных продаж
11. Основные факторы, определяющие формирования комплекса стимулирования

ОСНОВНЫЕ КАТЕГОРИИ ДИСЦИПЛИНЫ

РАЗДЕЛ 1. СУЩНОСТЬ, ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И СОДЕРЖАНИЕ МЕНЕДЖМЕНТА

УПРАВЛЕНИЕ
МЕНЕДЖМЕНТ
МЕНЕДЖЕР

ОРГАНИЗАЦИЯ
ОРГАНИЗАЦИОННО-РАСПОРЯДИТЕЛЬНЫЕ МЕТОДЫ УПРАВЛЕНИЯ
СОЦИАЛЬНО-ПСИХОЛОГИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ УПРАВЛЕНИЯ
ОРГАНИЗАЦИОННО-ТЕХНИЧЕСКИЙ АСПЕКТ МЕНЕДЖМЕНТА
ЭКОНОМИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ УПРАВЛЕНИЯ
ОРГАНИЗАЦИОННЫЙ МЕНЕДЖМЕНТ
СТРАТЕГИЧЕСКИЙ МЕНЕДЖМЕНТ
ФИНАНСОВЫЙ МЕНЕДЖМЕНТ

МЕНЕДЖЕР – наемный специалист, занятый профессиональной управленческой деятельностью в аппарате управления организации, обладающий специальными компетенциями и наделенный для этого властными полномочиями.

МЕНЕДЖМЕНТ (от англ. *management* – управление, руководство, администрирование) – это профессиональная деятельность по управлению организациями, обеспечивающая высокую результативность и эффективность их работы в ближайшей и долгосрочной перспективе, а также целенаправленное и устойчивое развитие.

ОРГАНИЗАЦИОННО-РАСПОРЯДИТЕЛЬНЫЕ МЕТОДЫ УПРАВЛЕНИЯ – методы прямого воздействия на объект управления, носящие директивный (руководящий), обязательный характер.

ОРГАНИЗАЦИОННО-ТЕХНИЧЕСКИЙ АСПЕКТ МЕНЕДЖМЕНТА – рациональная оценка ситуации и систематический выбор целей и задач; разработка стратегии достижения этих задач; подбор и использование требуемых ресурсов; проектирование, организация и контроль действий, необходимых для достижения целей.

ОРГАНИЗАЦИОННЫЙ МЕНЕДЖМЕНТ – менеджмент, отвечающий за создание организации, т.е. за разработку ее организационной структуры и системы управления.

ОРГАНИЗАЦИЯ – это группа людей, деятельность которых сознательно координируется для достижения общих целей.

СОЦИАЛЬНО-ПСИХОЛОГИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ УПРАВЛЕНИЯ – методы воздействия на сознание работников, социальные, эстетические и другие мотивы их поведения.

СТРАТЕГИЧЕСКИЙ МЕНЕДЖМЕНТ – система методов управления, находящаяся в центре внимания высшего руководства организации; выбор миссии и формирование стратегических (перспективных) целей, обеспечивающих устойчивое развитие компании, ее лидерство на рынке, в отрасли, стране или мире; адаптация к изменениям, происходящим во внешнем окружении компании; постоянная ориентация компании на удовлетворение потребностей клиентов, потребителей, покупателей.

УПРАВЛЕНИЕ – это сознательное воздействие на объекты и процессы, а также на участие в них людей, осуществляемое с целью придания определенной направленности хозяйственной деятельности и получения желаемых результатов.

ФИНАНСОВЫЙ МЕНЕДЖМЕНТ – управление финансовыми потоками предприятия

ЭКОНОМИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ УПРАВЛЕНИЯ – методы, заключающиеся в том, что менеджмент применяет для мотивации сотрудников либо материальное вознаграждение за количество и качество труда, либо материальные санкции (штрафы) за несоответствующее качество и недостаточное количество.

РАЗДЕЛ 2. ЭТАПЫ И ШКОЛЫ В ИСТОРИИ МЕНЕДЖМЕНТА

ХОТОРНСКИЙ ЭФФЕКТ

ХОТОРНСКИЙ ЭФФЕКТ (*hawthorne effect*) – условия, в которых новизна, интерес к эксперименту или повышенное внимание к данному вопросу приводят к искаженному, зачастую слишком благоприятному результату; участники эксперимента действуют более

усердно, чем обычно только благодаря осознанию того, что они причастны к чему-то новому.

РАЗДЕЛ 3. ОРГАНИЗАЦИЯ КАК СИСТЕМА

ВНЕШНЯЯ СРЕДА ОРГАНИЗАЦИИ

ВНЕШНЯЯ СРЕДА КОСВЕННОГО

ВНЕШНЯЯ СРЕДА ПРЯМОГО ВОЗДЕЙСТВИЯ

ВНУТРЕННЯЯ СРЕДА ОРГАНИЗАЦИИ

МИССИЯ

ВНУТРЕННЯЯ СРЕДА

ОРГАНИЗАЦИОННАЯ СТРУКТУРА

ЦЕНТРАЛИЗОВАННЫЕ ОРГАНИЗАЦИОННЫЕ СТРУКТУРЫ

ДЕЦЕНТРАЛИЗОВАННЫЕ ОРГАНИЗАЦИОННЫЕ СТРУКТУРЫ

ДИВИЗИОНАЛЬНАЯ ОСУ

ЛИНЕЙНАЯ СТРУКТУРА

МАТРИЧНАЯ (ПРОЕКТНО-МАТРИЧНАЯ) СТРУКТУРА

ФУНКЦИОНАЛЬНАЯ ОРГАНИЗАЦИОННАЯ СТРУКТУРА

ФУНКЦИОНАЛЬНЫЕ ПОЛНОМОЧИЯ

ПОЛНОМОЧИЕ

ДЕЛЕГИРОВАНИЕ ПОЛНОМОЧИЙ

ВНЕШНЯЯ СРЕДА КОСВЕННОГО ВОЗДЕЙСТВИЯ – это набор факторов внешнего окружения организации, которые не оказывают прямого и немедленного воздействия на организацию, но могут сказаться на ее деятельности косвенно (через изменение факторов среды делового окружения) или с течением времени.

ВНЕШНЯЯ СРЕДА ОРГАНИЗАЦИИ – это совокупность факторов ее внешнего окружения.

ВНЕШНЯЯ СРЕДА ПРЯМОГО ВОЗДЕЙСТВИЯ – это набор таких факторов внешнего окружения организации, которые прямо и непосредственно влияют на деятельность организации.

ВНУТРЕННЯЯ СРЕДА ОРГАНИЗАЦИИ – совокупность ее внутренних переменных.

ВНУТРЕННЯЯ СРЕДА ОРГАНИЗАЦИИ – это совокупность ее внутренних переменных.

ДЕЛЕГИРОВАНИЕ ПОЛНОМОЧИЙ – это передача части функций руководителя другим менеджерам или сотрудникам для достижения конкретных целей организации.

ДЕЦЕНТРАЛИЗОВАННЫЕ ОРГАНИЗАЦИОННЫЕ СТРУКТУРЫ – структуры, в которых полномочия делегируются (передаются) и на нижестоящие уровни управления.

ДИВИЗИОНАЛЬНАЯ ОСУ – структура, которая создается в том случае, когда организация начинает производить разнообразные виды продукции, выходит на новые рынки (регионы, страны) или ориентирует свою деятельность на различные группы клиентов; термин «дивизиональная» (от англ. *division* – разделение, подразделение, отдел, дивизион) указывает на то, что в компании для решения перечисленных задач создаются отдельные организационные единицы – дивизионы.

ЛИНЕЙНАЯ СТРУКТУРА – организационная структура управления, в которой каждый руководитель обеспечивает руководство подчиненными подразделениями по всем видам деятельности, т.е. является линейным руководителем; выполняемые работы в такой организации однотипны, а персонал не разделяется по функциям или квалификации.

МАТРИЧНАЯ (ПРОЕКТНО-МАТРИЧНАЯ) СТРУКТУРА – организационная структура управления, способная быстро изменяться, адаптируясь к изменяющимся условиям работы; в общем случае представляет собой совокупность рабочих групп (команд), каждая из которых отвечает за выполнение работ в рамках определенной функции, в интересах оп-

ределенного проекта (процесса); члены рабочей команды подчиняются как своему линейному руководителю (в рамках функции), так и руководителю проекта.

МИССИЯ указывает на смысл существования организации, ее предназначение, ценности, принципы работы и уникальность.

ОРГАНИЗАЦИОННАЯ СТРУКТУРА (ОРГАНИЗАЦИОННАЯ СТРУКТУРА УПРАВЛЕНИЯ) – это совокупность всех подразделений компании и всех взаимосвязей между ними в соответствии с иерархией¹

ПОЛНОМОЧИЕ – это право, официально предоставленное кому-либо на совершение чего-либо.

ФУНКЦИОНАЛЬНАЯ ОРГАНИЗАЦИОННАЯ СТРУКТУРА – структура, создаваемая путем выделения в организации функциональных областей, каждая из которых имеет свою четко определенную задачу (бизнес-функцию) и обязанности.

ФУНКЦИОНАЛЬНЫЕ ПОЛНОМОЧИЯ – полномочия, обеспечивающие управленческое воздействие руководителя на исполнителей в виде набора конкретных функций, без права оказывать административное воздействие.

ЦЕНТРАЛИЗОВАННЫЕ ОРГАНИЗАЦИОННЫЕ СТРУКТУРЫ – структуры, в которых высшее руководство оставляет за собой большую часть полномочий.

РАЗДЕЛ 4. ОСНОВНЫЕ ФУНКЦИИ УПРАВЛЕНИЯ

ПЛАНИРОВАНИЕ

ОРГАНИЗАЦИЯ

МОТИВАЦИЯ

КОНТРОЛЬ

КООРДИНАЦИЯ

ЦЕЛЬ.

ПЛАН (*PLAN*)

ПЛАНИРОВАНИЕ (*PLANNING, PROGRAMMING*)

ПРОГНОЗИРОВАНИЕ

SWOT-АНАЛИЗ

ПОТРЕБНОСТЬ

ВОЗНАГРАЖДЕНИЕ

СТРАТЕГИЧЕСКИЕ ПЛАНЫ

ТАКТИЧЕСКИЕ ПЛАНЫ

SWOT-АНАЛИЗ – это выявление сильных и слабых сторон организации, а также внешних угроз и возможностей, влияющих на ее деятельность.

ВОЗНАГРАЖДЕНИЕ – это все то, что человек считает ценным для себя.

Контроль – это процесс, в ходе которого менеджмент определяет: во-первых, достигнуты или нет цели организации, а во-вторых, верными ли были решения и не нуждаются ли они в корректировке.

КООРДИНАЦИЯ – это обеспечение согласованности действий всех звеньев управления, и поддержание устойчивого режима работы компании.

МОТИВАЦИЯ – это активизация деятельности персонала и побуждение его к эффективному труду для достижения целей организации.

ОРГАНИЗАЦИЯ – это функция, заключающаяся в правильном распределении задач, полномочий, ответственности и ресурсов между исполнителями и обеспечение их совместной работы.

ПЛАН (*plan*) – это официальный документ, в котором отражаются промежуточные и конечные цели, задачи, механизмы координации и распределения ресурсов, а также варианты действий в нестандартных ситуациях.

ПЛАНИРОВАНИЕ – это процесс составления планов организации, т.е. такой этап управления, на котором определяются: а) цели деятельности организации; б) ресурсы, необходимые для достижения этих целей; в) способы достижения поставленных целей.

ПЛАНИРОВАНИЕ (*planning, programming*) – это процесс определения целей организации и поиск наиболее эффективных методов и средств их достижения в условиях действия ограничений по ресурсам и времени.

ПОТРЕБНОСТЬ – это ощущение человеком физиологического или психологического недостатка чего-либо.

ПРОГНОЗИРОВАНИЕ – это процесс предугадывания развития событий до их наступления.

СТРАТЕГИЧЕСКИЕ ПЛАНЫ – планы, относящиеся ко всей организации в целом и рассчитанные на воплощение в долгосрочной перспективе (в большинстве случаев – пять или более лет); задачей стратегического планирования является обеспечение изменений внутри организации для ее адекватной реакции на изменения, происходящие во внешней среде.

ТАКТИЧЕСКИЕ ПЛАНЫ – планы, определяющие действия конкретных подразделений организации, обеспечивающие достижение стратегических целей; обычно рассчитаны на срок до 1 года.

ЦЕЛЬ – это желаемое состояние, которого стремиться достичь организация.

РАЗДЕЛ 5. КОММУНИКАЦИИ В СИСТЕМЕ МЕНЕДЖМЕНТА

КОММУНИКАЦИИ

ОТПРАВИТЕЛЬ

СООБЩЕНИЕ

КАНАЛ

ПОЛУЧАТЕЛЬ

ВЕРТИКАЛЬНЫЕ КОММУНИКАЦИИ

ГОРИЗОНТАЛЬНЫЕ КОММУНИКАЦИИ

ВЕРТИКАЛЬНЫМИ КОММУНИКАЦИЯМИ называют перемещение информации между уровнями управления.

ГОРИЗОНТАЛЬНЫЕ КОММУНИКАЦИИ – это информационные связи между подразделениями (или между отдельными сотрудниками), принадлежащими к одному уровню управления.

КАНАЛ – средство и среда передачи информации.

КОММУНИКАЦИИ (КОММУНИКАЦИОННЫЙ ПРОЦЕСС) – это обмен информацией между людьми.

ОТПРАВИТЕЛЬ – лицо, которое генерирует информацию и передает ее другому лицу.

ПОЛУЧАТЕЛЬ – лицо, которому предназначена информация и которое интерпретирует (истолковывает) ее.

СООБЩЕНИЕ – собственно информация, закодированная с помощью символов.

РАЗДЕЛ 6. РАЗРАБОТКА УПРАВЛЕНЧЕСКОГО РЕШЕНИЯ

РЕШЕНИЕ

УПРАВЛЕНЧЕСКОЕ РЕШЕНИЕ

УПРАВЛЕНЧЕСКОЕ РЕШЕНИЕ

СТАНДАРТНОЕ РЕШЕНИЕ

БИНАРНОЕ РЕШЕНИЕ

МНОГОВАРИАНТНОЕ РЕШЕНИЕ

ИННОВАЦИОННОЕ РЕШЕНИЕ
ИНТУИТИВНОЕ РЕШЕНИЕ.
ЗАПРОГРАММИРОВАННОЕ РЕШЕНИЕ
РЕШЕНИЯ, ОСНОВАННЫЕ НА СУЖДЕНИЯХ
РАЦИОНАЛЬНОЕ РЕШЕНИЕ
КЕЙС-МЕТОД (CASE METHOD)
МЕТОД «МОЗГОВОГО ШТУРМА»
МЕТОД «ДЕЛЬФИ» (DELPHI METHOD)

БИНАРНЫМ называют решение, предполагающее выбор одного из двух взаимоисключающих вариантов.

ИННОВАЦИОННЫМ называют решение, принимаемое в условиях, когда заранее почти невозможно сделать предположение о каких-либо вариантах действий, когда сама ситуация нова и неопределенна.

ИНТУИТИВНЫМ РЕШЕНИЕМ называют выбор, который сделан только на основе неосознанного ощущения его правильности.

К ЗАПРОГРАММИРОВАННЫМ относят такие управленческие решения, для которых характерна определенная повторяемость действий или шагов в процессе разработки и реализации.

КЕЙС-МЕТОД (CASE METHOD) – метод, состоящий в детальном разборе и анализе сложной ситуации, представленной для этого в форме емкого и подробного описания – кейса (от англ. *case* – ситуация, случай). Этот метод требует хорошей теоретической подготовки участников анализа и знаний особенностей организации и бизнеса.

МЕТОД «ДЕЛЬФИ» (DELPHI METHOD) – организация нескольких этапов анонимного анкетирования экспертов с поэтапной обработкой результатов.

МЕТОД «МОЗГОВОГО ШТУРМА» (BRAIN-STORM METHOD) – выработка решения путем свободной генерации идей участниками процедуры.

МНОГОВАРИАНТНЫМ¹ называют решение, требующее от менеджера сделать выбор из некоторого числа возможных вариантов действий.

РАЦИОНАЛЬНОЕ РЕШЕНИЕ – это процедура, предполагающая осуществление глубокого анализа информации и формирование основанных на нем выводов.

РЕШЕНИЕ – это выбор одного варианта действий из нескольких возможных.

РЕШЕНИЯ, ОСНОВАННЫЕ НА СУЖДЕНИЯХ – это выбор варианта действий, обусловленный знаниями или накопленным опытом.

СТАНДАРТНЫМ называют решение, предполагающее однозначный выбор варианта.

УПРАВЛЕНЧЕСКОЕ РЕШЕНИЕ – это выбор, который осуществляет менеджер в процессе реализации основных функций управления.

УПРАВЛЕНЧЕСКОЕ РЕШЕНИЕ – это творческое и волевое воздействие субъекта управления (руководителя, менеджера) на объект управления (организацию, подразделение, процесс и т.п.), направленное на достижение поставленной цели.

РАЗДЕЛ 7. ОРГАНИЗАЦИОННЫЕ ПРОЦЕССЫ В МЕНЕДЖМЕНТЕ

ВЛАСТЬ
ВЛИЯНИЕ
ЛИДЕР (ОТ АНГЛ. *LEADER* – ВЕДУЩИЙ, РУКОВОДИТЕЛЬ)
АВТОКРАТИЧНЫЙ ЛИДЕР
ДЕМОКРАТИЧНЫЙ ЛИДЕР
ЛИБЕРАЛЬНЫЙ СТИЛЬ РУКОВОДСТВА
ВЛАСТЬ ПРИМЕРА
ВЛАСТЬ, ОСНОВАННАЯ НА ВОЗНАГРАЖДЕНИИ

ВЛАСТЬ, ОСНОВАННАЯ НА ПРИНУЖДЕНИИ

ТРАДИЦИОННАЯ ВЛАСТЬ

ЭКСПЕРТНАЯ ВЛАСТЬ

АВТОКРАТИЧНЫЙ ЛИДЕР – авторитарный руководитель, обладающий достаточной властью для того, чтобы навязывать свою волю исполнителям, использует директивный стиль руководства.

ВЛАСТЬ ПРИМЕРА (ЭТАЛОННАЯ ВЛАСТЬ) – власть, возникающая вследствие особых личных качеств руководителя, благодаря которым его выделяют и уважают, восхищаются им, хотят быть на него похожими; порождается влиянием с помощью харизмы.

ВЛАСТЬ – это возможность оказывать влияние на поведение других людей для достижения целей организации.

ВЛАСТЬ, ОСНОВАННАЯ НА ВОЗНАГРАЖДЕНИИ – власть, предполагающая, что исполнитель осознает, что руководитель может удовлетворить его потребности.

ВЛАСТЬ, ОСНОВАННАЯ НА ПРИНУЖДЕНИИ – власть, основанная на вере исполнителя в то, что руководитель может наказать его, лишить возможности удовлетворить какие-то потребности или причинить неприятности.

ВЛИЯНИЕ – это поведение одного человека, которое вносит изменение в поведение или мысли других людей.

ДЕМОКРАТИЧНЫЙ ЛИДЕР – руководитель, который старается сделать обязанности подчиненных более привлекательными, вкладывает усилия в создание атмосферы открытости и доверия, старается научить подчиненных вникать в проблемы организации.

ЛИБЕРАЛЬНЫЙ СТИЛЬ РУКОВОДСТВА – стиль управления, характеризующийся низкой требовательностью к подчиненным, беспринципностью руководителя, стремлением приобрести авторитет путем предоставления разных льгот и послаблений, нежеланием принимать на себя ответственность за итоги деятельности.

ЛИДЕР (ОТ АНГЛ. LEADER – ВЕДУЩИЙ, РУКОВОДИТЕЛЬ) – символ общности и образец поведения группы, человек, чье право на постановку задач, принятие решений и делегирование признано группой.

ТРАДИЦИОННАЯ ВЛАСТЬ – власть, заключающаяся в том, что исполнитель знает, что подчинение руководителю – это его долг.

ЭКСПЕРТНАЯ ВЛАСТЬ – власть, появляющаяся в том случае, когда руководитель является самым высококлассным специалистом в своей сфере деятельности.

Раздел 8. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ МАРКЕТИНГА

АГЕНТСТВА ПО ОКАЗАНИЮ МАРКЕТИНГОВЫХ УСЛУГ – компании, занимающиеся маркетинговыми исследованиями, рекламные агентства, посреднические конторы, консультационные и другие компании, которые предоставляют услуги, способствующие достижению целей компании и продвижению товаров и услуг на рынок.

АГРЕГИРОВАННЫЙ МАРКЕТИНГ – стратегия маркетинга, в которой применяется один комплекс маркетинга с предложением одинакового товара всем потребителям.

АНТИМАРКЕТИНГ ИЛИ ПРОТИВОДЕЙСТВУЮЩИЙ МАРКЕТИНГ – вид маркетинга, который используется в условиях существования на рынке нерационального (иррационального) спроса, убеждает покупателя отказаться от вредных привычек путем антирекламы, ухудшения обслуживания. Если на рынке наблюдается нерациональный спрос, то задача маркетинга сводится к тому, чтобы вызвать отказ от потребления вредных для здоровья человека товаров, резко поднимая на них цены и ограничивая их доступность.

АССОРТИМЕНТ ТОВАРОВ – группа товаров, которые используются вместе, продаются одной и той же группе потребителей, распределяются через один и тот же тип розничных торговых точек и (или) находятся в заданном диапазоне цен.

БАЗИСНЫЙ АНАЛИЗ – процесс сравнения товаров и процессов предпринимательской деятельности компании с товарами и процессами конкурентов или ведущих компаний

других отраслей для поиска путей повышения качества товаров и эффективности работы компании.

БИХЕВИОРИЗМ – вид маркетинга, связанный с изучением психологии потребителя, мотиваций покупательского поведения.

БЕНЧМАРКИНГ – это один из современных маркетинговых методов, заключающийся в исследовании технологии, технологических процессов и методов организации производства и сбыта продукции на лучших предприятиях партнеров и конкурентов и сравнении показателей ведения бизнеса на фирме с аналогичными показателями компаний с целью выявления источников высокой эффективности работы и внедрения лучшего опыта. Бенчмаркинг рассматривается и как метод оценки стратегий и целей работы в сравнении с наблюдающимися на первоклассных фирмах, чтобы гарантировать долгосрочное положение на рынке. На российских предприятиях данная система исследований не нашла должного применения, хотя некоторые компоненты этой системы довольно успешно и активно используются.

ГЛОБАЛЬНЫЙ МАРКЕТИНГ – маркетинг, основанный на интеграции или стандартизации маркетинговой деятельности на различных географических рынках; маркетинговая деятельность крупнейших фирм и транснациональных корпораций в мировом масштабе, включающая стратегии развития и формирования мировых рынков независимо от национальных границ и территорий согласно стандартизованных маркетинговых программ.

ДЕМАРКЕТИНГ – вид маркетинга, используемый в условиях господства на рынке чрезмерного спроса, т.е. такого состояния спроса, при котором организация не способна произвести необходимый объем товара, спроса, который превышает возможности и желание организации по его удовлетворению. Задачей демаркетинга является изыскание способов временного или постоянного снижения спроса в целях ликвидации отрицательных рыночных явлений, например, спекуляции. Демаркетинг применяется также для того, чтобы у потребителей не создалось невыгодного для компании впечатления о ее слабых возможностях. Основные инструменты демаркетинга – повышение цен, прекращение

ДОСТУПНЫЙ РЫНОК – совокупность покупателей, проявляющих интерес и имеющих доход и доступ к определенному товару или услуге.

ЗАПРОС – это потребность, подкрепленная покупательской способностью.

ИЗБИРАТЕЛЬНЫЙ СПРОС – спрос на данную торговую марку товара или услуги.

ИННОВАЦИЯ – использование нововведений в производственно-сбытовой деятельности. Один из основных принципов осуществления маркетинговой деятельности, который предполагает совершенствование продукции; разработку совершенных технологий; разработку новых направлений научно-исследовательских и конструкторских работ; разработку и внедрение новых форм и методов выхода на новые рынки; введение новизны в стимулирование сбыта и рекламную деятельность; определение новых каналов товародвижения и сбытовой сети.

ИНТЕРАКТИВНЫЙ МАРКЕТИНГ (ОНЛАЙН МАРКЕТИНГ) – форма прямого маркетинга, осуществляемая с помощью интерактивных компьютерных служб, предоставляющих информационные услуги в оперативном режиме. Для этого используются системы, обеспечивающие двустороннюю электронную связь между продавцом и покупателем.

ИРРАЦИОНАЛЬНЫЙ (НЕРАЦИОНАЛЬНЫЙ) СПРОС – спрос на товары и услуги, приносящие вред здоровью (например, для неподготовленных людей – увлечение экстремальным туризмом) или нерациональные с общественной точки зрения (например, наносящие непоправимый вред окружающей среде). Антимаркетинг (противодействующий) – вид маркетинга, который используется в условиях существования на рынке нерационального спроса, убеждает покупателя отказаться от вредных привычек путем антирекламы, ухудшения обслуживания, повышения цен, ограничения доступности таких товаров и услуг.

КОМПЛЕКС МАРКЕТИНГА – совокупность функций маркетинга, которые контролируются и используются фирмой с целью получения желаемой ответной реакции со сто-

роны целевого рынка. Управляемая и контролируемая фирмой система маркетинговых действий, нацеленная на создание и поддержание потребительской активности покупателей.

КОНВЕРСИОННЫЙ МАРКЕТИНГ - маркетинг, проводимый фирмой при негативном спросе, когда большая часть рынка не принимает товар (услугу), считает его вредным, и создающий условия для преодоления отрицательного спроса. Если на рынке наблюдается отрицательный спрос, то задача маркетинга сводится к тому, чтобы определить причины неприязни к товару, изменить данное отношение посредством переделки товара, снижения цен, более активного стимулирования.

КОНСАЛТИНГ – консультирование производителей, продавцов, покупателей в сфере технологической, технической, экспертной деятельности. Услуги по исследованию и прогнозированию рынка, разработке маркетинговых программ и т.п. предоставляются специализированными консалтинговыми компаниями.

КОНСАЛТИНГОВАЯ КОМПАНИЯ – компания, выполняющая услуги: по исследованию и прогнозированию рынков; по разработке маркетинговых программ; по оценке эффективности проектов; по созданию и преобразованию организационных структур; по поиску путей выхода из кризисных ситуаций; по оценке стоимости объектов и др.

КОНСЮМЕРИЗМ – вид маркетинга, связанный с качеством и уровнем потребления у разных групп людей; разработкой защиты прав потребителей.

КОНТАКТНАЯ АУДИТОРИЯ – любая группа людей или организация, которые проявляет реальный или потенциальный интерес к компании и от которой зависит достижение компанией своих целей.

КОНЦЕПЦИИ МАРКЕТИНГА – система взглядов, характеризующая фокусирование предпринимательской деятельности предприятия и принятие решений на различных этапах ее развития с целью получения прибыли. Выделяются концепции производственной, товарной, сбытовой и потребительской (маркетинговой) ориентации. В современных условиях развиваются концепции социально-этичного (общественного), глобального маркетинга, маркетинга партнерских отношений и др.

МАКРОСРЕДА- составляющая маркетинговой среды фирмы, представлена силами более широкого социального плана, которые оказывают влияние на микросреду, такими как факторы демографического, экономического, природного, технического, политического и культурного характера.

МАРКЕТИНГ -это «философия бизнеса, нацеленная на распознавание и удовлетворение потребностей индивидов и организаций через трансакции, выгодные для всех сторон» (*Всемирная маркетинговая ассоциация*). Это система управления производственно-сбытовой деятельностью организации, направленная на получение приемлемой величины прибыли посредством учёта и активного влияния на рыночные условия; это ориентация на нужды и потребности покупателей, подкрепленная комплексными маркетинговыми усилиями, нацеленными на создание и поддержание потребительской удовлетворенности.

МАРКЕТИНГ ОТНОШЕНИЙ – маркетинговая деятельность, направленная на установление длительных, конструктивных и привилегированных связей с потенциальными покупателями. Ставит задачу сохранения клиентов для взаимовыгодных связей. Решения в области развития маркетинга отношений охватывают проблематику определения круга важнейших потребителей, разработку перспективных и текущих планов работы с клиентами, назначение специально обученных менеджеров по взаимоотношениям и осуществление контроля их деятельности.

МАРКЕТИНГОВАЯ ДЕЯТЕЛЬНОСТЬ – деятельность, связанная с осуществлением функций маркетинга (маркетинговые исследования, организация маркетинга, сбыт, ценообразование, товарная политика, разработка стратегий и планов маркетинга, продвижение товара, маркетинговая разведка, бенчмаркинг и т.д.) с целью формирования и воспроизводства спроса и обеспечения прибыли фирмы.

МАРКЕТИНГОВАЯ СИСТЕМА – совокупность социально-экономических образований (элементов) рыночного пространства (среды), каждое из которых обладает самостоя-

тельностью и целостностью, находится в непрерывном взаимодействии по поводу формирования и развития спроса на товары и услуги в целях получения прибыли. Включает такие элементы, как: фирма-производитель, фирма-поставщик, фирма-конкурент, фирма-посредник, потребитель (рынок).

МАРКЕТИНГОВАЯ СРЕДА – совокупность действующих за пределами компании субъектов и сил, которые влияют на развитие и поддержание службами маркетинга взаимоотношений с целевыми клиентами.

МАРКЕТИНГОВЫЕ ФАКТОРЫ – условия рынка, в которых вынужден действовать производитель.

МАРКЕТИНГОВЫЙ КОМПЛЕКС – набор поддающихся контролю маркетинговых инструментов – товар, цена, методы распространения и продвижения товара, совокупность которых компания использует для получения желаемой реакции целевого рынка.

МАССОВЫЙ МАРКЕТИНГ – стратегия охвата рынка, при которой внимание и усилия специалиста-маркетолога сосредоточены не на том, чем отличаются потребности групп покупателей, а на том, что в этих потребностях общего, для чего разрабатывается и предлагается товар, который может быть привлекательным, положительно воспринят максимально широким кругом клиентов.

МИКРОСРЕДА – составляющая маркетинговой среды фирмы, представлена силами, имеющими непосредственное отношение к самой фирме и ее возможностям по обслуживанию клиентуры, т.е. поставщиками, маркетинговыми посредниками, клиентами, конкурентами и контактными аудиториями.

НЕРЕГУЛЯРНЫЙ (КОЛЕБЛЮЩИЙСЯ) СПРОС характеризует сезонные, ежедневные и даже часовые колебания спроса. Например, спрос на услуги городского транспорта меняется в течение суток, меньшая загрузка музеев наблюдается в будничные дни.

НУЖДА – то, без удовлетворения чего человек не может существовать (*Ф. Котлер*). Это ощущение нехватки чего-либо.

ОБМЕН – процесс перехода товара в собственность другого лица. Это акт получения от кого-либо желаемого объекта с предложением чего-либо взамен.

ОТРИЦАТЕЛЬНЫЙ (НЕГАТИВНЫЙ) СПРОС – ситуация, когда большая часть рынка не принимает товар (услугу), считает его вредным. При этом используется конверсионный маркетинг, создающий условия для преодоления отрицательного спроса, направленный на определение причины неприязни к товару, изменение данного отношения посредством переделки товара, снижения цен, более активного стимулирования.

ОТСУТСТВУЮЩИЙ СПРОС – такое состояние спроса, которое характеризуется полным отказом от данного вида продукции. При этом используют стимулирующий маркетинг – тип маркетинга, задачей которого является отыскание способов увязки присущих продукту выгод с потребностями и интересами потенциальных потребителей, с тем, чтобы изменить их безразличное отношение к продукту, услуге путем преодоления возможных причин полного незнания потребителями преимуществ предлагаемого продукта, устранения препятствий к его распространению и т.п.

ПОДДЕРЖИВАЮЩИЙ МАРКЕТИНГ – вид маркетинга, который используют в условиях полноценного спроса на рынке, спроса, соответствующего возможностям предприятия, когда организация удовлетворена своим торговым оборотом, объемом сбыта. В этом случае задачей маркетинга является поддержание существующего уровня спроса с учетом изменения системы предпочтений потребителей и усиления конкуренции.

ПОЛНАЯ ДИВЕРСИФИКАЦИЯ – это разработка новых товаров для новых рынков.

ПОЛНОЦЕННЫЙ СПРОС – спрос, соответствующий возможностям предприятия, когда организация удовлетворена своим торговым оборотом, объемом сбыта. Данный вид спроса требует поддерживающего маркетинга – вида маркетинга, задачей которого является поддержание существующего уровня спроса с учетом изменения системы предпочтений потребителей и усиления конкуренции.

ПОТЕНЦИАЛЬНЫЙ РЫНОК – совокупность покупателей, которые проявляют интерес к определенному товару или услуге.

ПОТРЕБИТЕЛЬСКАЯ ЦЕННОСТЬ - соотношение между преимуществами, получаемыми в результате покупки и использования товара, и затратами на его приобретение. Оценочное суждение потребителя о способности товара удовлетворить его потребности.

РАЗВИВАЮЩИЙСЯ МАРКЕТИНГ – вид маркетинга, который применяется в условиях «скрытого» спроса, т.е. спроса на несуществующие товары, когда потребители испытывают сильное желание, которое невозможно удовлетворить с помощью имеющихся на рынке товаров и услуг. Если на рынке наблюдается скрытый спрос, то задача маркетинга сводится к тому, чтобы оценить величину потенциального рынка и создать эффективные товары и услуги, способные удовлетворить спрос.

РЕМАРКЕТИНГ – вид маркетинга, который используется в условиях снижения спроса. Задача ремаркетинга состоит в анализе причин падения спроса, восстановлении спроса путем поиска новых возможностей его оживления – изменения товарного предложения, улучшения обслуживания, активизации стимулирования спроса, проникновения на новые рынки, модернизации продукта, изменения в рекламе и т.д.

ПРОЦЕСС УПРАВЛЕНИЯ МАРКЕТИНГОМ – это процесс анализа рыночных возможностей, отбора целевых рынков, разработки маркетингового комплекса и претворения в жизнь маркетинговых мероприятий.

РЫНОК -совокупность существующих и потенциальных покупателей конкретного товара; совокупность экономических отношений между субъектами товарного оборота; сфера товарно-денежного обращения как результат столкновения и согласования интересов производителей и потребителей.

РЫНОК ПОКУПАТЕЛЯ - ситуация на рынке, при которой величина предложения товара со стороны продавцов, представленных на рынке, превышает величину спроса на данный товар со стороны покупателей.

РЫНОК ПРОДАВЦА -ситуация на рынке, при которой величина спроса на товар со стороны покупателей, представленных на рынке, превышает величину предложения данного товара со стороны продавцов.

СДЕЛКА –договор по поводу обмена, в котором оговариваются условия, удовлетворяющие все стороны сделки (ценность объекта, условия осуществления, время и место свершения и т.п.). Это коммерческий обмен ценностями между двумя сторонами.

СИНХРОМАРКЕТИНГ –вид маркетинга, осуществляемый в условиях колеблющегося, неустойчивого спроса, изыскивает способы сглаживания колебаний спроса с помощью гибких цен, системы скидок, стабильного товарного предложения, методов продвижения и других инструментов маркетинга.

СКРЫТЫЙ (ПОТЕНЦИАЛЬНЫЙ) СПРОС -состояние спроса, выражающееся в том, что потребители испытывают сильное желание, которое невозможно удовлетворить с помощью имеющихся на рынке товаров и услуг.

СНИЖАЮЩИЙСЯ СПРОС сопровождается снижением интереса со стороны потребителей и сокращением объемов продаж. При падающем спросе используется ремаркетинг–вид маркетинга, задача которого состоит в анализе причин падения спроса, восстановлении спроса путем поиска новых возможностей его оживления – проникновения на новые рынки, модернизации продукта, изменения в рекламе и т.д.

СОВОКУПНЫЙ РЫНОЧНЫЙ СПРОС – общее количество товаров или услуг данного вида, которое может быть приобретено определенной группой потребителей в определенном географическом районе за определенный период времени в определенной маркетинговой среде при определенном уровне и комплексе маркетинговых усилий индустрии.

СПРОС -часть общественных потребностей, которая представлена на рынке; платежеспособная потребность в товарах и услугах. Спрос– это объем блага, который будет приобретен по данной цене, или иначе говоря, потребность, подкрепленная покупательской

способностью; это желание потребителя приобрести представленные на рынке блага, подкрепленное материальной возможностью.

СТИМУЛИРУЮЩИЙ МАРКЕТИНГ – вид маркетинга, используемый при отсутствующем спросе, характеризующимся полным отказом от данного вида продукции. Задачей стимулирующего маркетинга является отыскание способов увязки присущих продукту выгод с потребностями и интересами потенциальных потребителей, с тем, чтобы изменить их безразличное отношение к продукту, услуге путем преодоления возможных причин полного незнания потребителями преимуществ предлагаемого продукта, устранения препятствий к его распространению и т.п. Основные инструменты стимулирующего маркетинга – резкое снижение цен, усиление рекламы, других методов продвижения продукта (развитие каналов сбыта, введение скидок, льгот).

ТОВАР, УСЛУГА – всё то, что производится на продажу, обладает способностью удовлетворять вполне конкретные нужды и потребности и предлагается для обмена и последующего потребления.

УПРАВЛЕНИЕ МАРКЕТИНГОМ – анализ, планирование, реализация и контроль за исполнением программ, направленных на создание, поддержание и расширение выгодных отношений с целевым покупателем для достижения целей организации.

«ЧЕТЫРЕ Р» МАРКЕТИНГА – это комплекс маркетинга («маркетинг-микс»), состоящий из следующих компонентов: 1. Продукт (Product) – включает в себя проектирование и разработку продукта, установление товарной марки и упаковку; 2. Цена (Price) – включает в себя цену, по которой продукт или услуга предлагается на продажу, и устанавливает уровень доходности; 3. Место (Place) – включает в себя каналы, используемые для перемещения продукта от изготовителя к покупателю; 4. Продвижение (Promotion) – включает в себя персональную продажу, рекламу, связи с общественностью, поощрение сбыта, прямой маркетинг, а также информацию в пункте торговли и на упаковке.

ЧРЕЗМЕРНЫЙ СПРОС – состояние спроса, при котором организация не способна произвести необходимый объем товара, спроса, который превышает возможности и желание организации по его удовлетворению. В этом случае используют демаркетинг – тип маркетинга, задачей которого является изыскание способов временного или постоянного снижения спроса в целях ликвидации отрицательных рыночных явлений, например, спекуляции. Демаркетинг применяется также для того, чтобы у потребителей не создалось невыгодного для компании впечатления о ее слабых возможностях. Основные инструменты демаркетинга – повышение цен, прекращение рекламной работы.

Раздел 9. КОМПЛЕКС МАРКЕТИНГОВОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ

АГЕНТ – простой посредник в продажах, который не становится собственником товара, но способствует совершению сделки между продавцом и покупателем на основе комиссионного вознаграждения; это штатный сотрудник или фирма, действующая по поручению производителя.

АГЕНТЫ ПРОИЗВОДИТЕЛЯ – лица или предприятия, работающие на нескольких производителей, реализующих неконкурентные взаимодополняющие товары на выделенной территории.

АНАЛИЗ БЕЗУБЫТОЧНОСТИ – анализ соотношения между совокупными доходом и издержками для определения прибыльности при различных уровнях производства. Анализ безубыточности сводится к определению порога рентабельности, ниже которого фирма терпит убытки, а выше которого – получает прибыль.

АНАЛИЗ ЭФФЕКТИВНОСТИ РЕКЛАМЫ – это измерение степени воздействия рекламы на потребителя до и после проведения рекламной кампании.

БРОКЕР – оптовый посредник, главная функция которого заключается в том, чтобы сообщать информацию о рынке и устанавливать контакты, способствующие продажам; посредник при заключении сделок, не являющийся собственником продукции.

ВЕРТИКАЛЬНАЯ МАРКЕТИНГОВАЯ СИСТЕМА – каналы распределения с профессиональным управлением и центральной координацией.

БРЭНД (МАРКА) – название, понятие, знак, символ, дизайн или их комбинация, предназначенная для идентификации предлагаемого товара и его отличия от товаров конкурентов.

БРЭНДИНГ – область системы маркетинговых коммуникаций, занимающаяся разработкой фирменного стиля, его элементов, формирование уникального имиджа фирмы, отличающего ее от конкурентов.

ДИЛЕР – посредник, отдельное лицо или фирма, занимающиеся куплей-продажей товаров, ценных бумаг или валюты. Действует от своего имени и за свой счет. Принимает на себя большую часть риска от производимых операций. Прибыль формируется за счет разницы цен, курсов валют. Частным случаем является розничный торговец, занимающийся в основном розничной торговлей, продажей товаров конечному потребителю на внутреннем рынке. Дилер приобретает товар по договору поставки и становится собственником продукции после полной оплаты поставки.

ДИСТРИБЬЮТОР – распределитель, фирма, осуществляющая функции торгового посредника в товародвижении для производителя товара. Может быть либо дочерним предприятием производителя, либо самостоятельной фирмой, действующей на договорной основе. Может предоставлять услуги клиентам по хранению, доставке, кредитованию. Источником дохода служат наценки (скидки). Частным случаем является оптовый торговец, который занимается перепродажей крупных партий товаров розничным торговцам на внутреннем рынке.

ЖИЗНЕННЫЙ ЦИКЛ ТОВАРА – определенный период (цикл) времени, отражающий основные этапы развития товара с момента его разработки до вывода с рынка; от него непосредственно зависит уровень прибыли продавца на каждом из этапов (стадий) цикла. В процессе развития продаж товара и получения прибыли обычно выделяют пять этапов: этап разработки товара (дориночный), этап выведения (внедрения) товара на рынок, этап роста объема продаж товара, этап зрелости (насыщения), этап упадка продаж или элиминации товара с рынка.

ИНТЕНСИВНЫЙ СБЫТ -стратегия сбыта, которая ориентирована на реализацию потребительских товаров повседневного спроса, предназначенных для широкого круга покупателей.

ИНТЕРНЕТ-РЕКЛАМА – реклама в сети internet, обычно имеющая двухуровневый характер: 1) рекламный носитель: внешняя реклама, размещаемая рекламодателем у издателя; 2) непосредственно сайты рекламодателя.

ИСКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ СБЫТ -стратегия сбыта, предполагающая распределение новых товаров, которые позиционируются как эксклюзивные дорогостоящие модели, и ограничение количества торговых посредников, наделенных исключительным правом на продажу.

КАНАЛ СБЫТА – система обеспечения доступности товара или услуги, механизм реализации. Совокупность физических и юридических лиц, принимающих на себя право собственности на товары на их пути к конечному потребителю. Канал товародвижения - это путь (или совокупность путей), который проходит товар в экономическом пространстве при движении от производителя к потребителю.

КОМПЛЕКС ПРОДВИЖЕНИЯ – специфическое сочетание рекламы, личной продажи, мероприятий по стимулированию сбыта и организации связей с общественностью, используемых компанией для достижения маркетинговых целей.

КОНКУРЕНТНОЕ ПРЕИМУЩЕСТВО – преимущество, приобретаемое компанией над конкурентами посредством предложения потребителям большей ценности либо за счет товаров и услуг по более низким по сравнению с конкурентами ценам, либо за счет предоставления потребителям больших выгод, которые в достаточной мере компенсируют более высокие цены на товары и услуги.

КОНКУРЕНТОСПОСОБНОСТЬ ТОВАРА – совокупность качественных и стоимостных характеристик товара, обеспечивающая его преимущество на рынке перед товарами-конкурентами в удовлетворении конкретной потребности. Раскрывается через соотношение «качество/цена». Качество товара определяется техническим уровнем и потребительской полезностью. Цена товара складывается из цены покупки и эксплуатационных расходов в период срока службы товаров (цена потребления). Решения в области конкурентоспособности товара направлены на совершенствование тех его атрибутов, которые влияют на выбор потребителем данного товара в сравнении с товарами-конкурентами.

КОЭФФИЦИЕНТ ЭЛАСТИЧНОСТИ СПРОСА ПО ЦЕНЕ (Э) – отражает процентное изменение величины спроса на каждый процент изменения цены. При этом знак перед Э характеризует направление изменения цены и спроса. Знак « - » перед коэффициентом свидетельствует о том, что спрос и цена изменяются в разных направлениях: при снижении цены спрос увеличивается.

КУПОНЫ – сертификаты, предоставляющие возможность сэкономить деньги при покупке определенных товаров.

ЛИЧНАЯ ПРОДАЖА – предоставление товара одному или нескольким клиентам, осуществляемое в процессе непосредственного общения и имеющее целью продажу, и установление длительных взаимоотношений с данными клиентами.

МАРКЕТИНГОВАЯ ЛОГИСТИКА – деятельность по планированию, выполнению и контролю физического перемещения материалов, готовых изделий и относящейся к ним информации от места их производства к месту потребления с целью удовлетворения нужд потребителей и получения прибыли.

МЕРЧЕНДАЙЗИНГ – комплекс мероприятий, связанный с организацией розничной торговли, подготовкой товаров к продаже в розничной торговле: оформление торговых прилавков, витрин, размещение самого товара в торговом зале, представление сведений о товаре. Нацелен на продвижение того или иного товара, марки, вида или упаковки, стимулирования желания потребителей выбрать и купить продвигаемый товар.

МЕТОД ЦЕНООБРАЗОВАНИЯ «НА ОСНОВЕ ТЕКУЩИХ ЦЕН» -метод ценообразования применяется, когда деятельность фирмы осуществляется в условиях олигополистического рынка, а эластичность спроса с трудом поддается замеру. В этой ситуации наиболее приемлемым методом ценообразования, позволяющим меньше внимания обращать на показатели собственных издержек или спроса.

МЕТОД ЦЕНООБРАЗОВАНИЯ «НА ОСНОВЕ ОЩУЩАЕМОЙ ЦЕННОСТИ ТОВАРА» -метод ценообразования, в основе которого лежат маркетинговые исследования восприятия покупателями образа товара и формирование желаемого отношения потребителя к предложению фирмы.

МЕТОД ЦЕНООБРАЗОВАНИЯ «СРЕДНИЕ ИЗДЕРЖКИ ПЛЮС ПРИБЫЛЬ» - метод ценообразования, при котором не учитываются особенности текущего спроса и конкуренция.

ОТНОШЕНИЯ С ОБЩЕСТВЕННОСТЬЮ (PR) – система связи фирмы с общественностью, прессой, выборными учреждениями и общественными организациями, позволяющая формировать благоприятное общественное мнение о фирме, производимых ею товарах, услугах и др. Обычно отношения с общественностью осуществляются на некоммерческой основе.

ПАБЛИСИТИ – деятельность, связанная с распространением разнообразной информации о компании или ее продукции в средствах массовой информации, не оплачиваемая спонсором.

ПРЕЗЕНТАЦИЯ – один из этапов процесса продажи, при которой торговый агент излагает «историю» предлагаемой продукции и демонстрирует, как именно она будет зарабатывать или экономить деньги для покупателя.

ПРОБНЫЙ МАРКЕТИНГ – этап процесса разработки товара, на котором товар и маркетинговая программа проходят проверку в условиях, близких к рыночным.

ПРОДВИЖЕНИЕ – создание и поддержание постоянных связей предприятия с рынком для информации, убеждения и напоминания о своей деятельности с целью активизации продажи товаров и формирования положительного образа (имиджа) на рынке. В основе продвижения лежит процесс коммуникативных связей предприятия с рынком. Средствами продвижения являются реклама, персональные продажи, стимулирование сбыта и формирование спроса, связи с общественностью. В комплексе маркетинга решения по продвижению направлены на достижение осведомленности потенциальных потребителей о получаемых ими выгодах и преимуществах через предоставляемые предприятием товары, цены и условия продажи.

ПРЯМОЙ МАРКЕТИНГ – система сбыта товаров посредством различных средств рекламы, которая предполагает непосредственный контакт с потребителем и направлена обычно на получение от него немедленной прямой реакции.

ПРЯМОЙ (НУЛЕВОЙ) КАНАЛ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ – распределение, при котором производители и конечные потребители непосредственно взаимодействуют друг с другом.

РАЗРАБОТКА НОВОГО ПРОДУКТА – процесс создания оригинальных, улучшенных и модифицированных продуктов на базе проведения предприятием НИОКР своими силами. Этот процесс, как правило, включает такие этапы, как генерация идей, отбор идей, разработка концепции нового продукта и ее проверка, разработка стратегии маркетинга, анализ бизнеса, разработка нового продукта, пробный маркетинг и коммерциализация.

РАСПРЕДЕЛЕНИЕ – обеспечение охвата целевого рынка и доступности товаров для потребителей на основе доведения нужных товаров в нужное место и в нужное время. Распределительная политика охватывает вопросы планирования возможных объемов продаж, формирования каналов распределения, организации продаж. Принимаются решения в области выбора видов и организационных форм каналов распределения, интенсивности распределения, привлечения торговых посредников, использования методов и средств прямого маркетинга и др.

РЕКЛАМА – публичное оповещение фирмой потенциальных покупателей, потребителей товаров и услуг об их качестве, достоинствах, преимуществах, а также о заслугах самой фирмы. Реклама пытается перевести качество товаров и услуг на язык нужд и потребностей покупателей. Реклама товаров предполагает использование специфических художественных, технических и психологических приемов с целью формирования и стимулирования спроса и продаж.

СВЯЗИ С ПРЕССОЙ – реклама услуг или предприятия через общение с местными, региональными и общенациональными средствами массовой информации.

СЕЛЕКТИВНЫЙ СБЫТ -стратегия сбыта, сопряженная с оптимизацией количества торговых посредников таким образом, чтобы обеспечить требуемый охват рынка и в то же время осуществлять контроль за работой оптовика или розничного торговца.

СИСТЕМА МАРКЕТИНГОВЫХ КОММУНИКАЦИЙ – совокупность субъектов (отправителей и получателей), средств, каналов, прямых (сообщений) и обратных (реакция получателя) связей в процессе взаимодействия маркетинговой системы с внешней средой.

СРЕДСТВА МАССОВОЙ ИНФОРМАЦИИ – каналы неличной коммуникации, включающие печать (газеты, журналы, прямая почтовая реклама); теле- и радиовещательные средства массовой информации, наглядные средства рекламы (рекламные щиты, вывески, плакаты).

СТИМУЛИРОВАНИЕ СБЫТА – единовременные побудительные меры, поощряющие приобретение тех или иных товаров и услуг. Стимулирование сбыта направлено на повышение осведомленности потребителей о товаре и самом предприятии. Оно предполагает проведение выставок и конференций, издание журналов, прямую рассылку рекламных материалов, распространение образцов, организацию купонной продажи товаров, создание специальных упаковок, оформление витрин, выкладку товаров в магазине, лотереи и т.п.

СТРАТЕГИЯ ПРОЧНОГО ВНЕДРЕНИЯ НА РЫНОК, «ПРОРЫВА» -это ценовая стратегия вывода на рынок новинки по низкой цене, направленная на привлечение ши-

роких слоев покупателей, завоевание большой рыночной доли, применяется в условиях высокой степени эластичности спроса по ценам, наличия внутренних резервов фирмы для возможного последующего снижения цен под влиянием конкуренции.

СТРАТЕГИЯ «СНЯТИЯ СЛИВОК» – ценовая стратегия выведения нового товара на рынок (стратегия от высокой цены к низкой), направленная на узкий целевой сегмент покупателей с высоким уровнем доходов, используется в условиях неэластичного по ценам спроса, когда конкуренция либо отсутствует, либо высокая цена непривлекательна для конкурентов.

ТОВАРНАЯ МАРКА предназначена для того, чтобы дифференцировать продукт на рынке среди себе подобных.

ТОВАРНАЯ ПОЛИТИКА – совокупность мероприятий и стратегий, ориентированных на постановку и достижение предпринимательских целей, которые включают выход нового товара или группы товаров на рынок (инновация), модернизацию уже находящихся на рынке товаров (вариация) или вывод из производственной программы выпускаемого товара (элиминация), а также ассортиментную политику.

ТОВАРНЫЕ СТРАТЕГИИ – главные принципиальные направления товарной политики, следуя которым предприятие может обеспечивать стабильный объем продаж и прибыль на всех стадиях жизненного цикла продукта. К товарным стратегиям обычно относят инновацию, вариацию, элиминацию товара или услуги. Разработка направлений оптимизации товарной номенклатуры и определение ассортимента товаров, которые создают условия для стабильной конкурентоспособности и эффективной деятельности фирмы.

ТОВАРНЫЙ АССОРТИМЕНТ представляет собой список товаров, на продаже которых специализируется предприятие.

ТОРГОВЫЕ ПОСРЕДНИКИ – торговые организации, предприятия и лица, осуществляющие перепродажу товаров для удовлетворения потребностей рынка и получения прибыли. Различают простых посредников (брокеры, агенты) и торговцев (розничных и оптовых).

ТОРГОВЫЙ АГЕНТ – лицо, работающее на компанию и выполняющее одно или несколько из следующих действий: поиск и разведка, распространение сведений, обслуживание, сбор информации.

ТОЧКА БЕЗУБЫТОЧНОСТИ – представляет собой такой объем продаж, при котором затраты на производство равны выручке от реализации продукции, а прибыль равна нулю. Расчет точки безубыточности производится по формуле: $A = \text{Иномст} / (\text{Ц} - \text{Ипер})$, где A – количество реализованной продукции, обеспечивающее безубыточность ее производства; Иномст – годовые постоянные издержки на производство продукции; Ц – цена единицы продукции; Ипер – удельные переменные издержки на единицу продукции.

УПАКОВКА – тара, материал, в который помещается товар. Предназначается для сохранения свойств товара после его изготовления, а также придания грузу компактности для удобства перевозки.

УРОВЕНЬ СПРОСА – максимальное количество единиц товаров и услуг, которое потребитель готов приобрести по фиксированной цене в единицу времени.

ФИРМЕННЫЙ СТИЛЬ – ряд взаимосвязанных приемов, которые позволяют обеспечить определенное единство всех товаров предприятия и одновременно противопоставляют их товарам-конкурентам. Образ предприятия и манера его поведения на рынке, направленные на создание благоприятной репутации (имиджа). Фирменный стиль включает товарный знак, логотип, фирменный блок, фирменный цвет, фирменные шрифты и константы.

ФРАНЧАЙЗИНГ – контрактное партнерство между производителем, оптовиком или сервисной организацией и независимыми бизнесменами, которые покупают право владеть и руководить одной или несколькими фирмами в системе франчайзинга.

ЦЕНОВАЯ ПОЛИТИКА – совокупность мероприятий и стратегий по управлению ценами и ценообразованием, искусство установления на товары (услуги) таких цен, кото-

рые соответствовали бы затратам на производство, конъюнктуре рынка, удовлетворяли покупателя и приносили плановую прибыль. Ценовая политика рассматривается только в контексте общей политики фирмы.

ЦЕНОВАЯ ЭЛАСТИЧНОСТЬ – мера чувствительности спроса к изменению цены.

ЭЛАСТИЧНЫЙ СПРОС - чувствительность величины спроса на товары к изменению цен на них, обусловленная уровнем доходов, поведенческими особенностями потребителей и конкуренцией.

САМООРГАНИЗАЦИЯ РАБОТЫ С ЛИТЕРАТУРОЙ

Самостоятельное изучение тем курса осуществляется на основе списка рекомендуемой литературы к дисциплине. При работе с книгой необходимо научиться правильно ее читать, вести записи. Самостоятельная работа с учебными и научными изданиями профессиональной и общекультурной тематики – это важнейшее условие формирования научного способа познания.

Основные приемы работы с литературой можно свести к следующим:

- составить перечень книг, с которыми следует познакомиться;
- перечень должен быть систематизированным (что необходимо для семинаров, что для экзаменов, что пригодится для написания курсовых и выпускных квалификационных работ (ВКР), а что выходит за рамки официальной учебной деятельности, и расширяет общую культуру);
- обязательно выписывать все выходные данные по каждой книге (при написании курсовых и выпускных квалификационных работ это позволит экономить время);
- определить, какие книги (или какие главы книг) следует прочитать более внимательно, а какие – просто просмотреть;
- при составлении перечней литературы следует посоветоваться с преподавателями и руководителями ВКР, которые помогут сориентироваться, на что стоит обратить большее внимание, а на что вообще не стоит тратить время;
- все прочитанные монографии, учебники и научные статьи следует конспектировать, но это не означает, что надо конспектировать «все подряд»: можно выписывать кратко основные идеи автора и иногда приводить наиболее яркие и показательные цитаты (с указанием страниц);
- если книга – собственная, то допускается делать на полях книги краткие пометки или же в конце книги, на пустых страницах просто сделать свой «предметный указатель», где отмечаются наиболее интересные мысли и обязательно указываются страницы в тексте автора;
- следует выработать способность «воспринимать» сложные тексты; для этого лучший прием – научиться «читать медленно», когда понятно каждое прочитанное слово (а если слово незнакомое, то либо с помощью словаря, либо с помощью преподавателя обязательно его узнать). Таким образом, чтение текста является частью познавательной деятельности. Ее цель – извлечение из текста необходимой информации.

От того, насколько осознанна читающим собственная внутренняя установка при обращении к печатному слову (найти нужные сведения, усвоить информацию полностью или частично, критически проанализировать материал и т.п.) во многом зависит эффективность осуществляемого действия. Грамотная работа с книгой, особенно если речь идет о научной литературе, предполагает соблюдение ряда правил, для овладения которыми необходимо настойчиво учиться. Это серьезный, кропотливый труд. Прежде всего, при такой работе невозможен формальный, поверхностный подход. Не механическое заучивание, не простое накопление цитат, выдержек, а сознательное усвоение

прочитанного, осмысление его, стремление дойти до сути – вот главное правило. Другое правило – соблюдение при работе над книгой определенной последовательности. Вначале следует ознакомиться с оглавлением, содержанием предисловия или введения. Это дает общую ориентировку, представление о структуре и вопросах, которые рассматриваются в книге.

Следующий этап – чтение. Первый раз целесообразно прочитать книгу с начала до конца, чтобы получить о ней цельное представление. При повторном чтении происходит постепенное глубокое осмысление каждой главы, критического материала и позитивного изложения; выделение основных идей, системы аргументов, наиболее ярких примеров и т.д. Непременным правилом чтения должно быть выяснение незнакомых слов, терминов, выражений, неизвестных имен, названий. Студентам с этой целью рекомендуется заводить специальные тетради или блокноты. Важная роль в связи с этим принадлежит библиографической подготовке студентов. Она включает в себя умение активно, быстро пользоваться научным аппаратом книги, справочными изданиями, каталогами, умение вести поиск необходимой информации, обрабатывать и систематизировать ее.

Выделяют четыре основные установки в чтении текста:

- информационно-поисковая (задача – найти, выделить искомую информацию);
- усваивающая (усилия читателя направлены на то, чтобы как можно полнее осознать и запомнить, как сами сведения, излагаемые автором, так и всю логику его рассуждений);
- аналитико-критическая (читатель стремится критически осмыслить материал, проанализировав его, определив свое отношение к нему);
- творческая (создает у читателя готовность в том или ином виде – как отправной пункт для своих рассуждений, как образ для действия по аналогии и т.п. – использовать суждения автора, ход его мыслей, результат наблюдения, разработанную методику, дополнить их, подвергнуть новой проверке).

С наличием различных установок обращения к тексту связано существование и нескольких видов чтения:

- библиографическое – просматривание карточек каталога, рекомендательных списков, сводных списков журналов и статей за год и т.п.;
- просмотровое – используется для поиска материалов, содержащих нужную информацию, обычно к нему прибегают сразу после работы со списками литературы и каталогами, в результате такого просмотра читатель устанавливает, какие из источников будут использованы в дальнейшей работе;
- ознакомительное – подразумевает сплошное, достаточно подробное прочтение отобранных статей, глав, отдельных страниц; цель – познакомиться с характером информации, узнать, какие вопросы вынесены автором на рассмотрение, провести сортировку материала;
- изучающее – предполагает доскональное освоение материала; в ходе такого чтения проявляется доверие читателя к автору, готовность принять изложенную информацию, реализуется установка на предельно полное понимание материала;
- аналитико-критическое и творческое чтение – два вида чтения близкие между собой тем, что участвуют в решении исследовательских задач.

Первый из них предполагает направленный критический анализ, как самой информации, так и способов ее получения и подачи автором; второе – поиск тех суждений, фактов, по которым, или, в связи с которыми, читатель считает нужным высказать собственные мысли.

Из всех рассмотренных видов чтения основным для студентов является изучающее – именно оно позволяет в работе с учебной и научной литературой накапливать знания в различных областях. Вот почему именно этот вид чтения в рамках образовательной деятельности должен быть освоен в первую очередь. Кроме того, при овладении данным видом чтения формируются основные приемы, повышающие эффективность работы с

текстом. Научная методика работы с литературой предусматривает также ведение записи прочитанного. Это позволяет привести в систему знания, полученные при чтении, сосредоточить внимание на главных положениях, зафиксировать, закрепить их в памяти, а при необходимости вновь обратиться к ним.

Основные виды систематизированной записи прочитанного:

Аннотирование – предельно краткое связное описание просмотренной или прочитанной книги (статьи), ее содержания, источников, характера и назначения.

Планирование – краткая логическая организация текста, раскрывающая содержание и структуру изучаемого материала.

Тезирование – лаконичное воспроизведение основных утверждений автора без привлечения фактического материала.

Цитирование – дословное выписывание из текста выдержек, извлечений, наиболее существенно отражающих ту или иную мысль автора.

Конспектирование – краткое и последовательное изложение содержания прочитанного. Конспект – сложный способ изложения содержания книги или статьи в логической последовательности. Конспект аккумулирует в себе предыдущие виды записи, позволяет всесторонне охватить содержание книги, статьи. Поэтому умение составлять план, тезисы, делать выписки и другие записи определяет и технологию составления конспекта.

Как правильно составлять конспект? Внимательно прочитайте текст. Уточните в справочной литературе непонятные слова. При записи не забудьте вынести справочные данные на поля конспекта. Выделите главное, составьте план, представляющий собой перечень заголовков, подзаголовков, вопросов, последовательно раскрываемых затем в конспекте. Это первый элемент конспекта. Вторым элементом конспекта являются тезисы. Тезис – это кратко сформулированное положение. Для лучшего усвоения и запоминания материала следует записывать тезисы своими словами. Тезисы, выдвигаемые в конспекте, нужно доказывать. Поэтому третий элемент конспекта – основные доводы, доказывающие истинность рассматриваемого тезиса. В конспекте могут быть положения и примеры. Законспектируйте материал, четко следуя пунктам плана. При конспектировании старайтесь выразить мысль своими словами. Записи следует вести четко, ясно. Грамотно записывайте цитаты. Цитируя, учитывайте лаконичность, значимость мысли. При оформлении конспекта необходимо стремиться к емкости каждого предложения. Мысли автора книги следует излагать кратко, заботясь о стиле и выразительности написанного. Число дополнительных элементов конспекта должно быть логически обоснованным, записи должны распределяться в определенной последовательности, отвечающей логической структуре произведения. Для уточнения и дополнения необходимо оставлять поля.

Конспектирование – наиболее сложный этап работы. Овладение навыками конспектирования требует от студента целеустремленности, повседневной самостоятельной работы. Конспект ускоряет повторение материала, экономит время при повторном, после определенного перерыва, обращении к уже знакомой работе. Учитывая индивидуальные особенности каждого студента, можно дать лишь некоторые, наиболее оправдавшие себя общие правила, с которыми преподаватель и обязан познакомить студентов:

1. Главное в конспекте не объем, а содержание. В нем должны быть отражены основные принципиальные положения источника, то новое, что внес его автор, основные методологические положения работы. Умение излагать мысли автора сжато, кратко и собственными словами приходит с опытом и знаниями. Но их накоплению помогает соблюдение одного важного правила – не торопиться записывать при первом же чтении, вносить в конспект лишь то, что стало ясным.

2. Форма ведения конспекта может быть самой разнообразной, она может изменяться, совершенствоваться. Но начинаться конспект всегда должен с указания

полного наименования работы, фамилии автора, года и места издания; цитаты берутся в кавычки с обязательной ссылкой на страницу книги.

3. Конспект не должен быть «слепым», безликим, состоящим из сплошного текста. Особо важные места, яркие примеры выделяются цветным подчеркиванием, взятием в рамочку, оттенением, пометками на полях специальными знаками, чтобы можно было быстро найти нужное положение. Дополнительные материалы из других источников можно давать на полях, где записываются свои суждения, мысли, появившиеся уже после составления конспекта.

ПОДГОТОВКА ДОКЛАДА С ПРЕЗЕНТАЦИЕЙ

Одной из форм текущего контроля является доклад с презентацией, который представляет собой продукт самостоятельной работы студента.

Доклад с презентацией - это публичное выступление по представлению полученных результатов решения определенной учебно-практической, учебно-исследовательской или научной темы.

Как правило, в основу доклада ложится анализ литературы по проблеме. Он должен носить характер краткого, но в то же время глубоко аргументированного устного сообщения. В нем студент должен, по возможности, полно осветить различные точки зрения на проблему, выразить собственное мнение, сделать критический анализ теоретического и практического материала.

Подготовка доклада с презентацией является обязательной для обучающихся, если доклад презентацией указан в перечне форм текущего контроля успеваемости в рабочей программе дисциплины.

Доклад должен быть рассчитан на 7-10 минут.

Презентация (от англ. «presentation» - представление) - это набор цветных слайдов на определенную тему, который хранится в файле специального формата с расширением PP.

Целью презентации - донести до целевой аудитории полноценную информацию об объекте презентации, изложенной в докладе, в удобной форме.

Перечень примерных тем докладов с презентацией представлен в рабочей программе дисциплины, он выдается обучающимся заблаговременно вместе с методическими указаниями по подготовке. Темы могут распределяться студентами самостоятельно (по желанию), а также закрепляться преподавателем дисциплины.

При подготовке доклада с презентацией обучающийся должен продемонстрировать умение самостоятельного изучения отдельных вопросов, структурирования основных положений рассматриваемых проблем, публичного выступления, позиционирования себя перед коллективом, навыки работы с библиографическими источниками и оформления научных текстов.

В ходе подготовки к докладу с презентацией обучающемуся необходимо:

- выбрать тему и определить цель выступления.

Для этого, остановитесь на теме, которая вызывает у Вас больший интерес; определите цель выступления; подумайте, достаточно ли вы знаете по выбранной теме или проблеме и сможете ли найти необходимый материал;

- осуществить сбор материала к выступлению.

Начинайте подготовку к докладу заранее; обращайтесь к справочникам, энциклопедиям, научной литературе по данной проблеме; записывайте необходимую информацию на отдельных листах или тетради;

- организовать работу с литературой.

При подборе литературы по интересующей теме определить конкретную цель поиска: что известно по данной теме? что хотелось бы узнать? для чего нужна эта информация? как ее можно использовать в практической работе?

- во время изучения литературы следует: записывать вопросы, которые возникают по мере ознакомления с источником, а также ключевые слова, мысли, суждения; представлять наглядные примеры из практики;

- обработать материал.

Учитывайте подготовку и интересы слушателей; излагайте правдивую информацию; все мысли должны быть взаимосвязаны между собой.

При подготовке доклада с презентацией особо необходимо обратить внимание на следующее:

- подготовка доклада начинается с изучения источников, рекомендованных к соответствующему разделу дисциплины, а также специальной литературы для докладчика, список которой можно получить у преподавателя;

- важно также ознакомиться с имеющимися по данной теме монографиями, учебными пособиями, научными информационными статьями, опубликованными в периодической печати.

Относительно небольшой объем текста доклада, лимит времени, отведенного для публичного выступления, обуславливает потребность в тщательном отборе материала, умелом выделении главных положений в содержании доклада, использовании наиболее доказательных фактов и убедительных примеров, исключении повторений и многословия.

Решить эти задачи помогает составление развернутого плана.

План доклада должен содержать следующие главные компоненты: краткое вступление, вопросы и их основные тезисы, заключение, список литературы.

После составления плана можно приступить к написанию текста. Во вступлении важно показать актуальность проблемы, ее практическую значимость. При изложении вопросов темы раскрываются ее основные положения. Материал содержания вопросов полезно располагать в таком порядке: тезис; доказательство тезиса; вывод и т. д.

Тезис - это главное основополагающее утверждение. Он обосновывается путем привлечения необходимых цитат, цифрового материала, ссылок на статьи. При изложении содержания вопросов особое внимание должно быть обращено на раскрытие причинно-следственных связей, логическую последовательность тезисов, а также на формулирование окончательных выводов. Выводы должны быть краткими, точными, достаточно аргументированными всем содержанием доклада.

В процессе подготовки доклада студент может получить консультацию у преподавателя, а в случае необходимости уточнить отдельные положения.

Выступление

При подготовке к докладу перед аудиторией необходимо выбрать способ выступления:

- устное изложение с опорой на конспект (опорой могут также служить заранее подготовленные слайды);
- чтение подготовленного текста.

Чтение заранее написанного текста значительно уменьшает влияние выступления на аудиторию. Запоминание написанного текста заметно сковывает выступающего и привязывает к заранее составленному плану, не давая возможности откликаться на реакцию аудитории.

Короткие фразы легче воспринимаются на слух, чем длинные.

Необходимо избегать сложных предложений, причастных и деепричастных оборотов. Излагая сложный вопрос, нужно постараться передать информацию по частям.

Слова в речи надо произносить четко и понятно, не надо говорить слишком быстро или, наоборот, растягивать слова. Надо произнести четко особенно ударную гласную, что оказывает наибольшее влияние на разборчивость речи.

Пауза в устной речи выполняет ту же роль, что знаки препинания в письменной. После сложных выводов или длинных предложений необходимо сделать паузу, чтобы слуша-

тели могли вдуматься в сказанное или правильно понять сделанные выводы. Если выступающий хочет, чтобы его понимали, то не следует говорить без паузы дольше, чем пять с половиной секунд.

Особое место в выступлении занимает обращение к аудитории. Известно, что обращение к собеседнику по имени создает более доверительный контекст деловой беседы. При публичном выступлении также можно использовать подобные приемы. Так, косвенными обращениями могут служить такие выражения, как «Как Вам известно», «Уверен, что Вас это не оставит равнодушными». Выступающий показывает, что слушатели интересны ему, а это самый простой путь достижения взаимопонимания.

Во время выступления важно постоянно контролировать реакцию слушателей. Внимательность и наблюдательность в сочетании с опытом позволяют оратору уловить настроение публики. Возможно, рассмотрение некоторых вопросов придется сократить или вовсе отказаться от них.

После выступления нужно быть готовым к ответам на возникшие у аудитории вопросы.

Стоит обратить внимание на вербальные и невербальные составляющие общения. Небрежность в жестах недопустима. Жесты могут быть приглашающими, отрицающими, вопросительными, они могут подчеркнуть нюансы выступления.

Презентация

Презентация наглядно сопровождает выступление.

Этапы работы над презентацией могут быть следующими:

- осмыслите тему, выделите вопросы, которые должны быть освещены в рамках данной темы;
- составьте тезисы собранного материала. Подумайте, какая часть информации может быть подкреплена или полностью заменена изображениями, какую информацию можно представить в виде схем;
- подберите иллюстративный материал к презентации: фотографии, рисунки, фрагменты художественных и документальных фильмов, материалы кинохроники, разработайте необходимые схемы;
- подготовленный материал систематизируйте и «упакуйте» в отдельные блоки, которые будут состоять из собственно текста (небольшого по объему), схем, графиков, таблиц и т.д.;
- создайте слайды презентации в соответствии с необходимыми требованиями;
- просмотрите презентацию, оцените ее наглядность, доступность, соответствие языковым нормам.

Требования к оформлению презентации

Компьютерную презентацию, сопровождающую выступление докладчика, удобнее всего подготовить в программе MS Power Point.

Презентация как документ представляет собой последовательность сменяющих друг друга слайдов. Чаще всего демонстрация презентации проецируется на большом экране, реже – раздается собравшимся как печатный материал.

Количество слайдов должно быть пропорционально содержанию и продолжительности выступления (например, для 5-минутного выступления рекомендуется использовать не более 10 слайдов).

На первом слайде обязательно представляется тема выступления и сведения об авторах.

Следующие слайды можно подготовить, используя две различные стратегии их подготовки:

1-я стратегия: на слайды выносятся опорный конспект выступления и ключевые слова с тем, чтобы пользоваться ими как планом для выступления. В этом случае к слайдам предъявляются следующие требования:

- объем текста на слайде – не больше 7 строк;
- маркированный/нумерованный список содержит не более 7 элементов;
- отсутствуют знаки пунктуации в конце строк в маркированных и нумерованных списках;
- значимая информация выделяется с помощью цвета, кегля, эффектов анимации.

Особо внимательно необходимо проверить текст на отсутствие ошибок и опечаток. Основная ошибка при выборе данной стратегии состоит в том, что выступающие заменяют свою речь чтением текста со слайдов.

2-я стратегия: на слайды помещается фактический материал (таблицы, графики, фотографии и пр.), который является уместным и достаточным средством наглядности, помогает в раскрытии стержневой идеи выступления. В этом случае к слайдам предъявляются следующие требования:

- выбранные средства визуализации информации (таблицы, схемы, графики и т. д.) соответствуют содержанию;
- использованы иллюстрации хорошего качества (высокого разрешения), с четким изображением (как правило, никто из присутствующих не заинтересован вчитываться в текст на ваших слайдах и всматриваться в мелкие иллюстрации).

Максимальное количество графической информации на одном слайде – 2 рисунка (фотографии, схемы и т.д.) с текстовыми комментариями (не более 2 строк к каждому). Наиболее важная информация должна располагаться в центре экрана.

Обычный слайд, без эффектов анимации, должен демонстрироваться на экране не менее 10 - 15 секунд. За меньшее время аудитория не успеет осознать содержание слайда.

Слайд с анимацией в среднем должен находиться на экране не меньше 40 – 60 секунд (без учета времени на случайно возникшее обсуждение). В связи с этим лучше настроить презентацию не на автоматический показ, а на смену слайдов самим докладчиком.

Особо тщательно необходимо отнестись к оформлению презентации. Для всех слайдов презентации по возможности необходимо использовать один и тот же шаблон оформления, кегль – для заголовков - не меньше 24 пунктов, для информации - не менее 18.

В презентациях не принято ставить переносы в словах.

Наилучшей цветовой гаммой для презентации являются контрастные цвета фона и текста (белый фон – черный текст; темно-синий фон – светло-желтый текст и т. д.).

Лучше не смешивать разные типы шрифтов в одной презентации.

Рекомендуется не злоупотреблять прописными буквами (они читаются хуже).

ПОДГОТОВКА К ПРАКТИКО-ОРИЕНТИРОВАННЫМ ЗАДАНИЯМ

Практико-ориентированные задания выступают средством формирования у студентов системы интегрированных умений и навыков, необходимых для освоения профессиональных компетенций. Это могут быть ситуации, требующие применения умений и навыков, специфичных для соответствующего профиля обучения (знания содержания предмета), ситуации, требующие организации деятельности, выбора её оптимальной структуры личностно-ориентированных ситуаций (нахождение нестандартного способа решения).

Кроме этого, они выступают средством формирования у студентов умений определять, разрабатывать и применять оптимальные методы решения профессиональных задач. Они строятся на основе ситуаций, возникающих на различных уровнях осуществления практики и формулируются в виде производственных поручений (заданий).

Под практико-ориентированными заданиями понимают задачи из окружающей действительности, связанные с формированием практических навыков, необходимых в повседневной жизни, в том числе с использованием элементов производственных процессов.

Цель практико-ориентированных заданий – приобретение умений и навыков практической деятельности по изучаемой дисциплине.

Задачи практико-ориентированных заданий:

- закрепление, углубление, расширение и детализация знаний студентов при решении конкретных задач;
- развитие познавательных способностей, самостоятельности мышления, творческой активности;
- овладение новыми методами и методиками изучения конкретной учебной дисциплины;
- обучение приемам решения практических задач;
- выработка способности логического осмысления полученных знаний для выполнения заданий;
- обеспечение рационального сочетания коллективной и индивидуальной форм обучения.

Важными отличительными особенностями практико-ориентированных заданий от стандартных задач (предметных, межпредметных, прикладных) являются:

- значимость (познавательная, профессиональная, общекультурная, социальная) получаемого результата, что обеспечивает познавательную мотивацию обучающегося;
- условие задания сформулировано как сюжет, ситуация или проблема, для разрешения которой необходимо использовать знания из разных разделов основного предмета, из другого предмета или из жизни, на которые нет явного указания в тексте задания;
- информация и данные в задании могут быть представлены в различной форме (рисунков, таблица, схема, диаграмма, график и т.д.), что потребует распознавания объектов;
- указание (явное или неявное) области применения результата, полученного при решении задания.

Кроме выделенных четырех характеристик, практико-ориентированные задания имеют следующие:

1. по структуре эти задания – нестандартные, т.е. в структуре задания не все его компоненты полностью определены;
2. наличие избыточных, недостающих или противоречивых данных в условии задания, что приводит к объемной формулировке условия;
3. наличие нескольких способов решения (различная степень рациональности), причем данные способы могут быть неизвестны учащимся, и их потребуется сконструировать.

При выполнении практико-ориентированных заданий следует руководствоваться следующими общими рекомендациями:

- для выполнения практико-ориентированного задания необходимо внимательно прочитать задание, повторить лекционный материал по соответствующей теме, изучить рекомендуемую литературу, в т.ч. дополнительную;

- выполнение практико-ориентированного задания включает постановку задачи, выбор способа решения задания, разработку алгоритма практических действий, программы, рекомендаций, сценария и т. п.;

- если практико-ориентированное задание выдается по вариантам, то получить номер варианта исходных данных у преподавателя; если нет вариантов, то нужно подобрать исходные данные самостоятельно, используя различные источники информации;

- для выполнения практико-ориентированного задания может использоваться метод малых групп. Работа в малых группах предполагает решение определенных образовательных задач в рамках небольших групп с последующим обсуждением полученных результатов. Этот метод развивает навыки сотрудничества, достижения компромиссного решения, аналитические способности.

ПРАКТИКО-ОРИЕНТИРОВАННЫЕ ЗАДАНИЯ

Раздел 3. ОРГАНИЗАЦИЯ КАК СИСТЕМА

Тема 3.1. Понятие организации как системы. Внутренняя и внешняя среда организации

Задание 1. Представьте, что вы являетесь топ-менеджером развивающейся сети ресторанов. В сеть входят двенадцать ресторанов: десять из них расположены в Москве и два – в Санкт Петербурге. В ресторанах создана уютная атмосфера. По результатам опросов выяснилось, что кухня, обслуживание и цены устраивают около 70% посетителей. У компании налажены хорошие партнерские отношения с банком «Инвест-Развитие».

Сформулируйте и запишите: миссию компании и стратегическую цель ее развития.

Задание 2. Используя метод SWOT – анализ, выполните анализ угроз и возможностей внешней среды, сильных и слабых сторон вашей организации. Сделайте соответствующие выводы: как сильные стороны организации и возможности внешней среды позволят ей преодолеть слабые стороны, а также устранить имеющиеся угрозы. Какую стратегию можно порекомендовать вашей организации? Обоснуйте свои рекомендации.

Раздел 4. ОСНОВНЫЕ ФУНКЦИИ УПРАВЛЕНИЯ

Тема 4.1. Планирование как функция менеджмента

Преподаватель определяет для каждого студента свой вариант задания, по которому на основе исходных данных осуществляются необходимые расчёты.

Задание 3. (10 вариантов).

Используя матрицу БКГ, сформируйте товарную стратегию фирмы. Исходные данные в таблице 1

Таблица 1.

Товар	Объем продаж, тыс руб		Объем продаж, ключевого конкурента тыс руб	Емкость рынка, тыс. руб.
	2019г	2020г		
Продукт А	5800	5000	2500	14706
Продукт В	180	260	364	5200
Продукт С	1960	1372	1372	8575
Продукт Д	560	896	597	5973

Задание 4

Представьте, что вы – руководитель информационно-аналитического отдела, занимающегося поиском и обработкой информации, необходимой топ-менеджменту компании ОАО «Техно-Инвест» для принятия стратегических решений. Вашему отделу необходимо срочно подготовить доклад-презентацию о популярности среди молодежи современных Интернет-планшетов. Доклад-презентация должен быть составлен на основе результатов предварительного анализа рынка. Он должен включать в себя презентацию в MS Power Point (с таблицами, диаграммами и т.п.) и доклад на 10-12 минут. Время, отводимое на подготовку доклада – один рабочий день. Распорядок работы отдела: рабочее время – 9.00-18.00; перерыв – 13.00-14.00.

1. Кадровый состав информационно-аналитического отдела:

2. Вы – руководитель отдела, опытный менеджер, хорошо знающий способности своих сотрудников.

3. Анна – секретарь-референт, опытный специалист по подготовке текстов, член Союза писателей г. Москвы.

4. Андрей – опытный инженер-программист, разработчик систем поиска информации в Интернет.

5. Николай – экономист, хорошо разбирающийся в специфике рынка информационных технологий.

6. Елена – математик, специалист по статистике, умеет строить удобные для восприятия диаграммы и графики.

7. Наталия – специалист по работе с изображениями и презентациями, опытный дизайнер, имеет сертификат пользователя MS Power Point.

Ресурсы и оборудование, имеющиеся в распоряжении отдела:

- рабочее помещение на шесть человек;
- персональный компьютер №1 (с выходом в Интернет);
- персональный компьютер №2 (без выхода в Интернет);
- цветной принтер;
- носители информации (диски, флэш-карты и т.п.);
- канцелярские принадлежности;
- телефон;
- компьютерный проектор с экраном.

Задание: составьте план срочной работы вашего отдела на следующий рабочий день (см. ниже образец оформления плана).

Рекомендации по составлению плана:

а) подумайте, на какие этапы (задачи) следует разбить работу отдела и в какой последовательности они должны выполняться;

б) подумайте, какое мероприятие следует провести в начале рабочего дня (до начала выполнения задания каждым сотрудником), а какое – в конце;

в) правильно распределите задачи, время и ресурсы между исполнителями исходя из их способностей и навыков;

г) при составлении плана срочной работы следует учитывать, что у каждого сотрудника отдела уже есть свое задание в соответствии с ранее составленным оперативным планом на текущий месяц (такие задания можно обозначать фразой «текущее задание»);

Образец оформления плана

ОАО «Техно-Инвест»

План работы информационно-аналитического отдела
на «__» _____ 20__ г.

Краткое описание задания:

№	Этап работы	Время начала	Время окончания	Ресурсы	Исполнитель

Комментарии к плану:

Дата составления плана «__» _____ 20__ г.

Руководитель отдела _____ / _____

ПОДГОТОВКА К ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

При подготовке к *промежуточной аттестации* по дисциплине «Экономика и менеджмент в машиностроении» обучающемуся рекомендуется:

1. повторить пройденный материал и ответить на вопросы, используя конспект и материалы лекций. Если по каким-либо вопросам у студента недостаточно информации в лекционных материалах, то необходимо получить информацию из раздаточных материалов и/или учебников (литературы), рекомендованных для изучения дисциплины «Экономика и менеджмент в машиностроении».

Целесообразно также дополнить конспект лекций наиболее существенными и важными тезисами для рассматриваемого вопроса;

2. при изучении основных и дополнительных источников информации в рамках выполнения заданий на *промежуточной аттестации* особое внимание необходимо уделять схемам, рисункам, графикам и другим иллюстрациям, так как подобные графические материалы, как правило, в наглядной форме отражают главное содержание изучаемого вопроса;

3. при изучении основных и дополнительных источников информации в рамках выполнения заданий на *промежуточной аттестации* (в случаях, когда отсутствует иллюстративный материал) особое внимание необходимо обращать на наличие в тексте словосочетаний вида «во-первых», «во-вторых» и т.д., а также дефисов и перечислений (цифровых или буквенных), так как эти признаки, как правило, позволяют структурировать ответ на предложенное задание.

Подобную текстовую структуризацию материала слушатель может трансформировать в рисунки, схемы и т. п. для более краткого, наглядного и удобного восприятия (иллюстрации целесообразно отразить в конспекте лекций – это позволит оперативно и быстро найти, в случае необходимости, соответствующую информацию);

4. следует также обращать внимание при изучении материала для подготовки к *промежуточной аттестации* на словосочетания вида «таким образом», «подводя итог сказанному» и т.п., так как это признаки выражения главных мыслей и выводов по изучаемому вопросу (пункту, разделу). В отдельных случаях выводы по теме (разделу, главе) позволяют полностью построить (восстановить, воссоздать) ответ на поставленный вопрос (задание), так как содержат в себе основные мысли и тезисы для ответа.

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

Проректор по учебно-методическому
комплексу _____
С.А. Упоров



ЗАДАНИЯ К КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЕ

Б1.О.21 СОПРОТИВЛЕНИЕ МАТЕРИАЛОВ

Специальность

15.05.01 Проектирование технологических машин и комплексов

Специализация № 24

Проектирование технологических машин и комплексов

Форма обучения: **очная**

Автор: Чиркова А. А., канд. техн. наук.

Одобрены на заседании кафедры

Технической механики
(название кафедры)

Зав. кафедрой _____

(подпись)

Волков Е. Б.

(Фамилия И. О.)

Протокол № 1 от 15.09.2023

(Дата)

Рассмотрены методической комиссией
факультета

Горно-механического
(название факультета)

Председатель _____

(подпись)

Осипов П. А.

(Фамилия И. О.)

Протокол № 2 от 20.10.2023

(Дата)

Екатеринбург

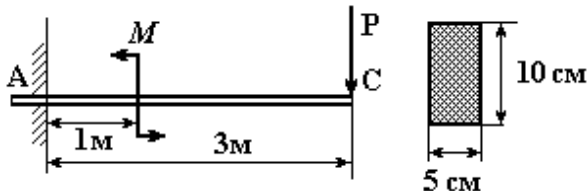
КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА

дисциплина

Б1.О.21 «СОПРОТИВЛЕНИЕ МАТЕРИАЛОВ»

Вариант 1

1

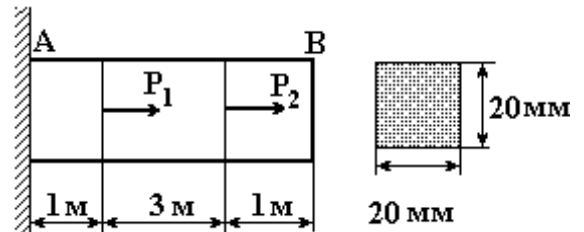


$$M = 10 \text{ кНм}, \quad P = 20 \text{ кН},$$

$$\sigma_{\text{adm}} = 140 \text{ МПа}.$$

Построить эпюры Q , M .

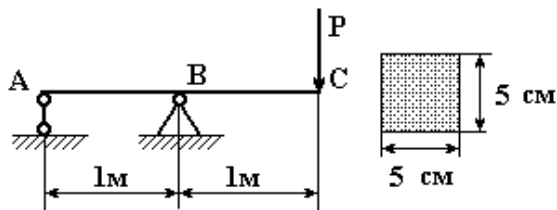
Проверить балку на прочность.



$$P_1 = 20 \text{ кН}, \quad P_2 = 30 \text{ кН}, \quad E = 2 \times 10^5 \text{ МПа}$$

Построить эпюры внутренних усилий, напряжений и растяжений. На сколько увеличится длина стержня в сечениях, где приложены силы

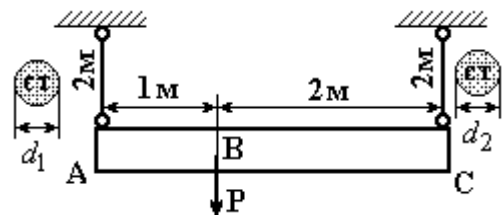
2



$$P = 10 \text{ кН}, \quad E = 2 \times 10^5 \text{ МПа}.$$

Построить эпюры Q , M .

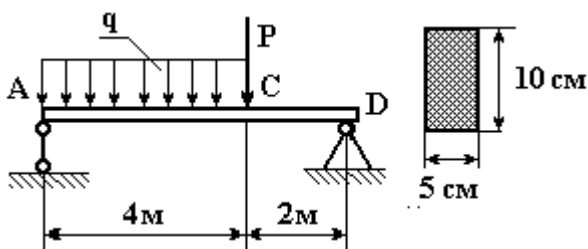
Определить прогиб в т. С.



$$P = 45 \text{ кН}, \quad d_1 = d_2 = 2 \text{ см}, \quad E = 2 \times 10^5 \text{ МПа}.$$

Определить усилия, напряжения в стержнях и угол наклона балки к горизонту. Подобрать диаметры вертикальных стержней так, чтобы после их деформации балка оставалась горизонтальной.

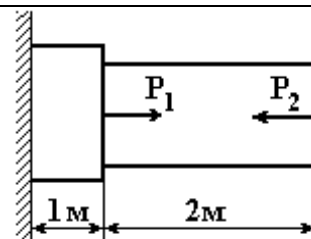
3



$$P = 10 \text{ кН}, \quad q = 5 \text{ кН/м}, \quad \sigma_{\text{adm}} = 140 \text{ МПа}$$

Построить эпюры Q , M .

Проверить балку на прочность.



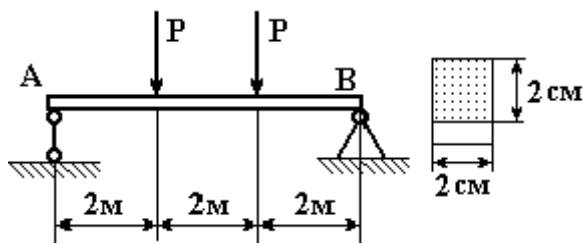
$$A_1 = 30 \text{ см}^2, \quad A_2 = 20 \text{ см}^2,$$

$$P_1 = 120 \text{ кН}, \quad \sigma_{\text{adm}} = 140 \text{ МПа}.$$

Какую силу P_2 нужно приложить к правому сечению бруса, чтобы общая длина бруса не изменилась?

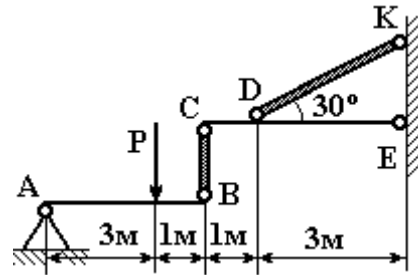
Проверить балку на прочность.

4



$$\sigma_{adm} = 160 \text{ МПа}$$

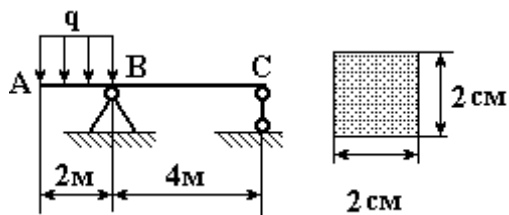
Найти максимальное значение сил P .
Построить эпюры Q , M .



$$P = 60 \text{ кН}, \sigma_{adm} = 140 \text{ МПа}.$$

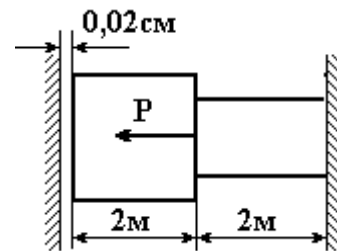
Определить диаметр круглых стержней ВС и ДК, если после их деформации невесомые балки АВ и СЕ остались горизонтальными.

5



$$q = 2 \text{ кН/м}, E = 10^5 \text{ МПа}.$$

Построить эпюры Q , M .
Найти величину прогиба в т. А.

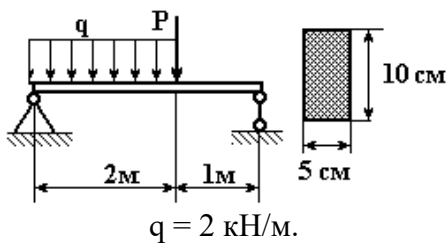


$$P = 200 \text{ кН}, A_1 = 25 \text{ см}^2, A_2 = 20 \text{ см}^2, E = 2 \times 10^5 \text{ МПа}.$$

Определить силу давления бруса на стенки.

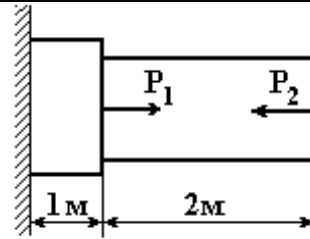
Вариант 2

1



Какую максимальную нагрузку P выдержит балка, если допустимое напряжение на изгиб $\sigma_{adm} = 240 \text{ МПа}$.

Построить эпюры Q , M . Проверить балку на прочность.

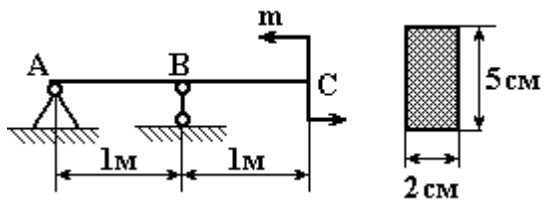


$$A_1 = 30 \text{ см}^2 \quad A_2 = 20 \text{ см}^2,$$

$$P_1 = 120 \text{ кН}, \quad \sigma_{adm} = 140 \text{ МПа}.$$

Какую силу P_2 нужно приложить к правому сечению бруса, чтобы общая длина бруса не изменилась?

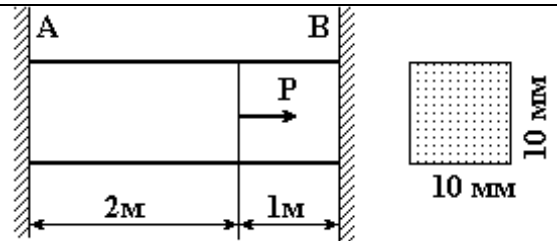
2



$$m = 10 \text{ кНм}, \quad E = 2 \times 10^5 \text{ МПа}.$$

Найти угол прогиба в т. А и величину прогиба в т. С.

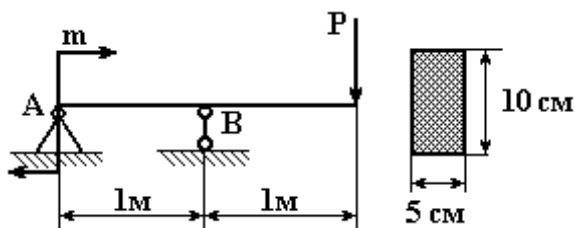
Построить эпюры Q , M .



$$P = 200 \text{ кН}.$$

Определить реакции стенок и построить эпюру растяжения бруса, если модуль упругости $E = 10^5 \text{ МПа}$.

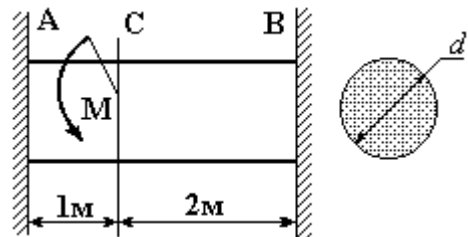
3



$$P = 6 \text{ кН}, \quad m = 2 \text{ кНм},$$

$$\sigma_{adm} = 120 \text{ МПа}, \quad E = 10^5 \text{ МПа}.$$

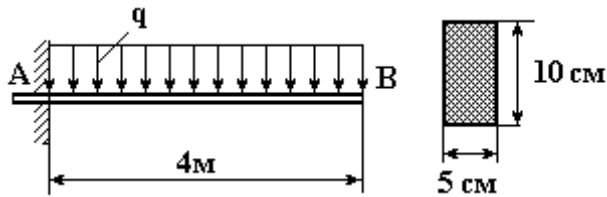
Проверить балку на прочность
Определить угол прогиба в т. А.



$$d = 10 \text{ см}, \quad \varphi_{adm} = 0,8^\circ, \quad G = 8 \times 10^4 \text{ МПа}$$

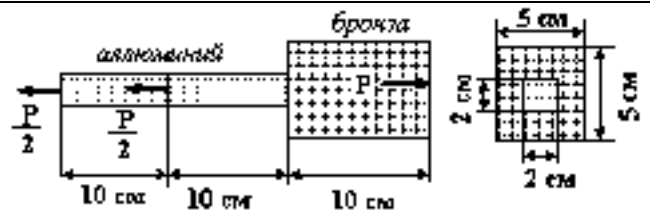
Из условия жесткости определить максимальную величину момента M .

4



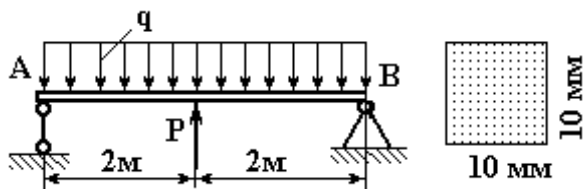
$$q = 2 \text{ кН/м}, \sigma_{adm} = 150 \text{ МПа}, \\ E = 2 \cdot 10^5 \text{ МПа}.$$

Проверить балку на прочность.
Найти величину прогиба в т.В



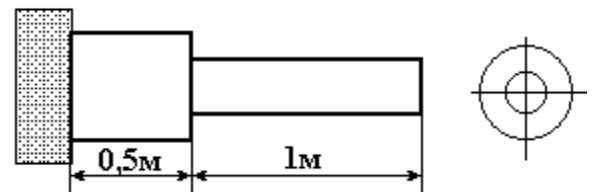
$E_{AL} = 0,75 \cdot 10^5 \text{ МПа}, E_{BR} = 1,1 \cdot 10^5 \text{ МПа}.$
При какой величине силы P стержень удлинится на 0,2 мм.

5



$$q = 2 \text{ кН/м}, P = 4 \text{ кН}, E = 2 \cdot 10^5 \text{ МПа}.$$

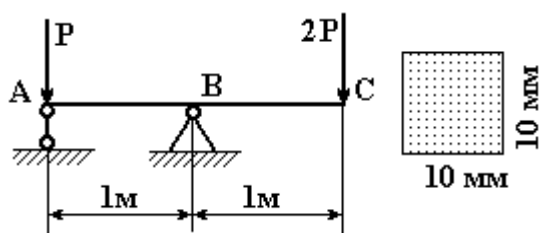
Определить угол прогиба в т. А.
Построить эпюры Q, M .



$P = 20 \text{ кВт}, n = 600 \text{ об/мин}.$
 $\varphi_{adm} = 0,8^\circ, \tau_{adm} = 60 \text{ МПа}, G = 8 \cdot 10^4 \text{ МПа}.$
Определить диаметры участков вала.

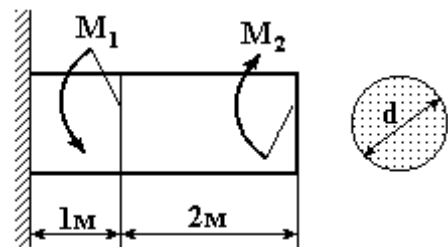
Вариант 3

1



$$\sigma_{adm} = 140 \text{ МПа}.$$

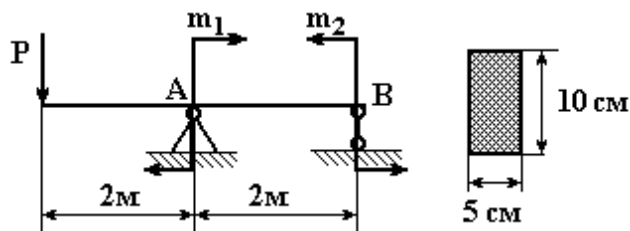
Определить максимально допустимое значение сил P
Построить эпюры Q, M .



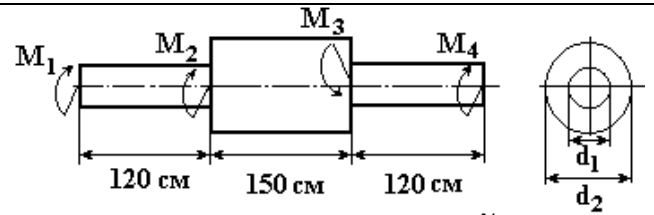
$$M_1 = 5 \text{ кНм}, M_2 = 8 \text{ кНм}, \tau_{adm} = 80 \text{ МПа}, \varphi_{adm} = 0,5^\circ, G = 8 \cdot 10^4 \text{ МПа}.$$

Определить диаметр d вала.
Построить эпюру угла закручивания.

2



$P = 4 \text{ кН}$, $m_1 = m_2 = 5 \text{ кНм}$,
 $E = 2 \cdot 10^5 \text{ МПа}$, $\sigma_{\text{adm}} = 240 \text{ МПа}$.
 Проверить балку на прочность.
 Определить угол прогиба в т.А

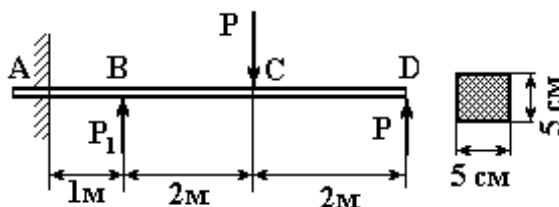


$M_1 = M_4 = 11 \text{ кНм}$, $M_2 = 28 \text{ кНм}$, $M_3 = 50 \text{ кНм}$

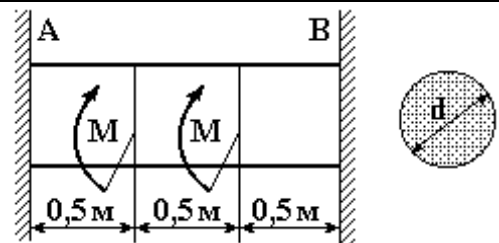
$\tau_{\text{adm}} = 80 \text{ МПа}$

Определить диаметры участков вала. Построить эпюру угла закручивания.

3



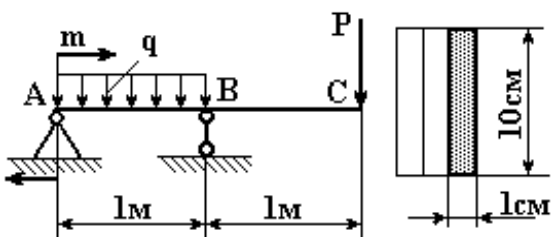
$P_1 = 20 \text{ кН}$, $\sigma_{\text{adm}} = 160 \text{ МПа}$.
 Определить максимальное значение силы P
 Построить эпюры Q , M .



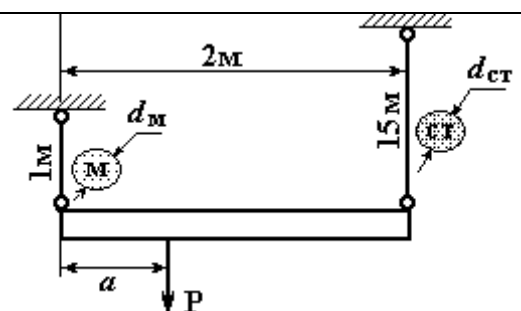
$M = 8 \text{ кНм}$, $d = 50 \text{ мм}$, $G = 8 \cdot 10^4 \text{ МПа}$.

Определить реакции стенок А и В и угол закрутки среднего сечения вала

4



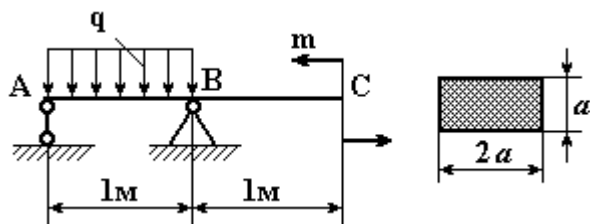
$P = 6 \text{ кН}$, $m = 5 \text{ кНм}$, $q = 10 \text{ кН/м}$.
 Из скольких брусев сечением $1 \times 10 \text{ см}$ нужно составить перекрытие АС, если допустимое напряжение на изгиб $\sigma_{\text{adm}} = 100 \text{ МПа}$.
 Построить эпюры Q , M .



$P = 30 \text{ кН}$, $d_M = 25 \text{ мм}$, $d_{\text{CT}} = 20 \text{ мм}$.
 $E_{\text{CT}} = 2 \cdot 10^5 \text{ МПа}$, $E_M = 1,1 \cdot 10^5 \text{ МПа}$.

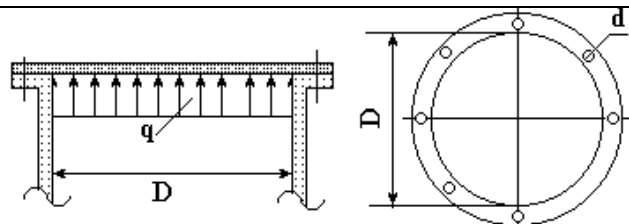
На каком расстоянии a должен быть помещен груз P, чтобы балка осталась горизонтальной? Определить напряжения и удлинения стержней.

5



$q = 10 \text{ кН/м}$, $m = 10 \text{ кНм}$, $\sigma_{adm} = 150 \text{ МПа}$,
 $E = 2 \cdot 10^5 \text{ МПа}$.

Определить размер сечения и угол прогиба
 балки в т. А.
 Построить эпюры Q , M .

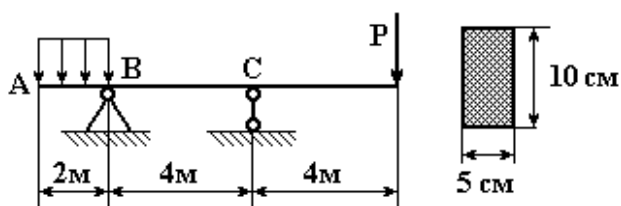


$q = 10^6 \text{ Н/м}^2$, $D = 350 \text{ мм}$, $d = 18 \text{ мм}$.

Какое количество болтов диаметром d необходимо для крепления крышки цилиндра, если допускаемое напряжение на растяжение материала болтов $\sigma_{adm} = 40 \text{ МПа}$.

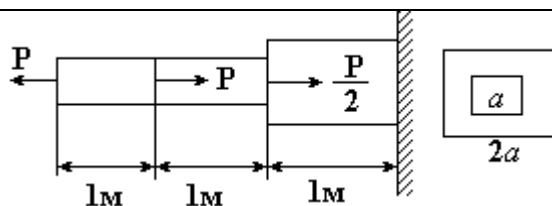
Вариант 4

1



$q = 2 \text{ кН/м}$, $\sigma_{adm} = 150 \text{ МПа}$

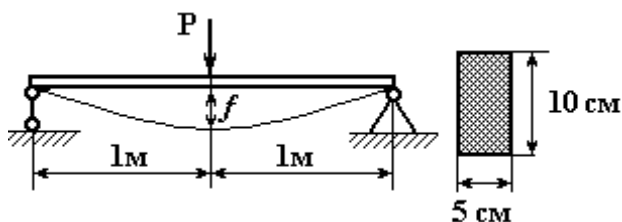
Определить силу P , если известно, что на участке ВС изгибающее усилие равно нулю.
 Проверить балку на прочность.
 Построить эпюры Q , M .



$P = 40 \text{ кН}$, $\sigma_{adm} = 140 \text{ МПа}$

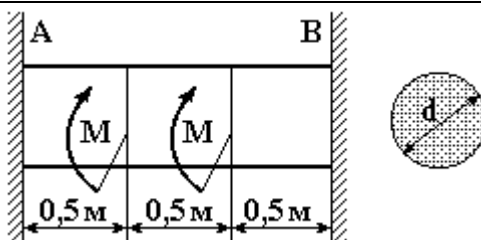
Подобрать квадратное сечение, определить напряжения на всех участках и полную деформацию стержня.

2



$P = 4 \text{ кН}$, прогиб $f = 2 \text{ см}$.

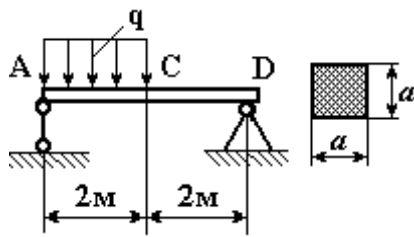
Определить модуль упругости материала балки и угол прогиба на ее краях.
 Построить эпюры Q , M .



$d = 50 \text{ мм}$, $\tau_{adm} = 80 \text{ МПа}$, $G = 8 \cdot 10^4 \text{ МПа}$.

Определить максимальное значение момента M и угол закрутки среднего сечения вала

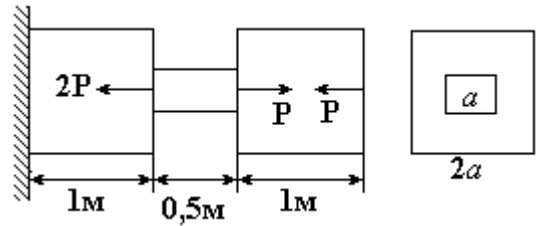
3



$$q = 5 \text{ кН/м}, \sigma_{\text{adm}} = 100 \text{ МПа}, E = 2 \cdot 10^5 \text{ МПа}.$$

Определить размер сечения и величину прогиба в т.С.

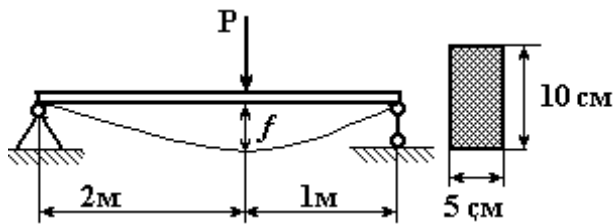
Построить эпюры Q, M .



$$P = 10 \text{ кН}, \sigma_{\text{adm}} = 120 \text{ МПа}, E = 2 \cdot 10^5 \text{ МПа}.$$

Определить размер сечения и деформацию стержня

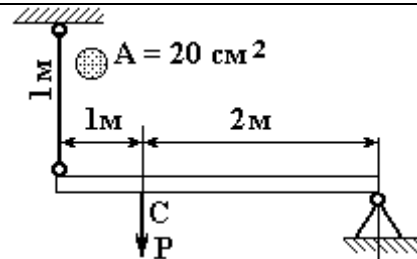
4



$$E = 10^5 \text{ МПа}.$$

При какой нагрузке P прогиб f в сечении действия силы не превосходит величины 2 мм?

Построить эпюры Q, M .

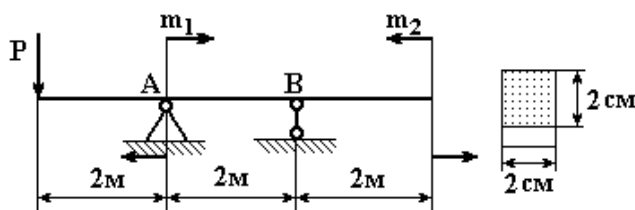


$$E = 10^5 \text{ МПа}, P = 100 \text{ кН}.$$

На сколько опустится т. С?

Каково напряжение в вертикальной стойке?

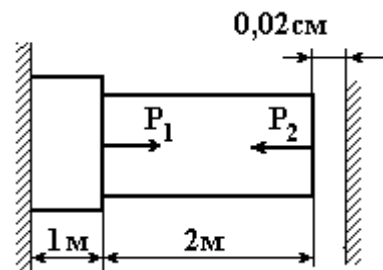
5



$$P = 100 \text{ кН}, m_1 = m_2 = 20 \text{ кНм}, E = 10^5 \text{ МПа}$$

Определить угол прогиба в т. А.

Построить эпюры Q, M .

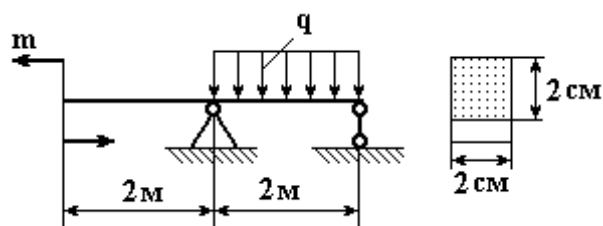


$$P = 200 \text{ кН}, A_1 = 25 \text{ см}^2, A_2 = 20 \text{ см}^2, E = 2 \cdot 10^5 \text{ МПа}.$$

Определить величину и направление силы P_2 при условии касания бруса стенки без нажатия. Построить эпюру деформации стержня.

Вариант 5

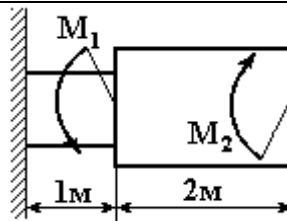
1



$$m = 20 \text{ кНм}, q = 5 \text{ кН/м}, E = 2 \times 10^5 \text{ МПа}.$$

Определить прогиб и угол прогиба в сечении, где действует момент.

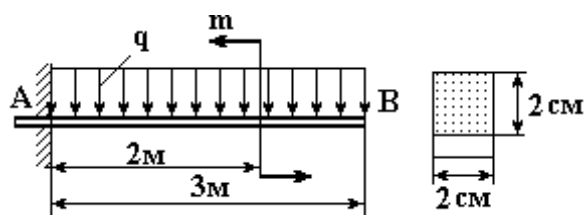
Построить эпюры Q , M .



$$M_1 = 5 \text{ кНм}, M_2 = 8 \text{ кНм}, \tau_{adm} = 80 \text{ МПа}, G = 8 \times 10^4 \text{ МПа}.$$

Определить диаметры участков вала, максимальные напряжения и угловую деформацию вала.

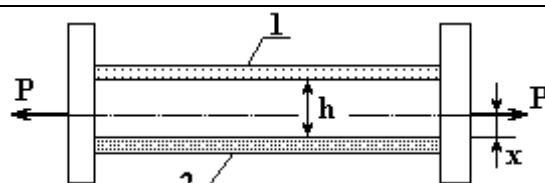
2



$$q = 2 \text{ кН/м}, E = 10^5 \text{ МПа}.$$

При каком значении момента прогиб в конце балки равен нулю?

Построить эпюры изгибающих усилий и изгибающих моментов.

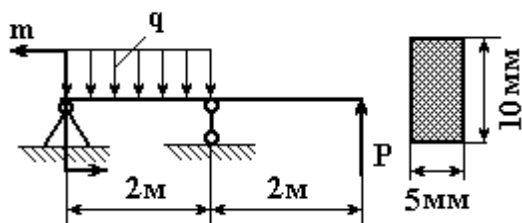


$$A_1 = 10 \text{ см}^2, A_2 = 20 \text{ см}^2, h = 1 \text{ м}, P = 100 \text{ кН}.$$

$$E_1 = 2 \times 10^5 \text{ МПа}, E_2 = 10^5 \text{ МПа},$$

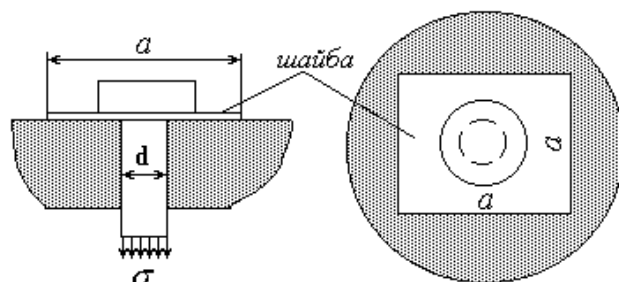
Определить точку приложения сил P (расстояние x) так, что при растяжении стержней 1 и 2 вертикальные балки остаются параллельными. Определить напряжения в стержнях.

3



$$q = 10 \text{ кН/м}, m = 10 \text{ кНм}, \sigma_{adm} = 150 \text{ МПа}, E = 2 \times 10^5 \text{ МПа}.$$

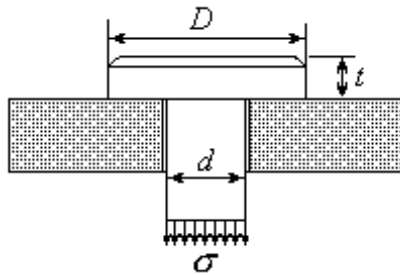
Определить допустимую силу P . Найти угол прогиба балки в среднем сечении. Построить эпюры Q , M .



$$d = 30 \text{ мм}, \text{напряжение растяжения болта } \sigma = 80 \text{ МПа}$$

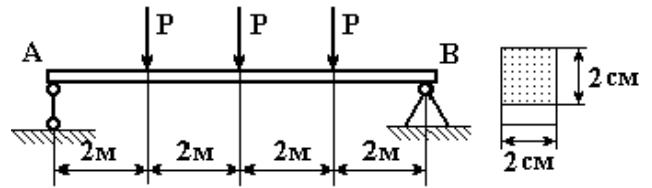
Определить сторону a квадратной шайбы, при напряжении смятия опорной стенки $\sigma_{смаadm} = 1 \text{ МПа}$.

4



напряжение растяжения болта $\sigma = 100 \text{ МПа}$,
 $d = 100 \text{ мм}$

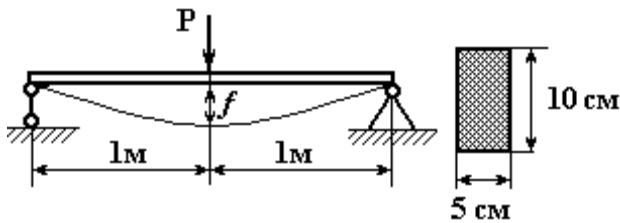
Допустимое напряжение смятия головки болта $\sigma_{\text{см адм}} = 40 \text{ МПа}$, среза $\tau_{\text{ср адм}} = 50 \text{ МПа}$.
 Определить диаметр головки D и ее высоту t .



$E = 10^5 \text{ МПа}$.

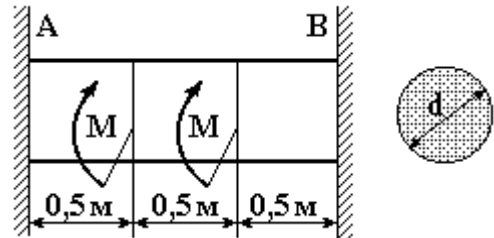
Какую нагрузку P можно допустить, чтобы максимальный прогиб не превосходил 2 мм ?
 Построить эпюры Q , M .

5



$P = 8 \text{ кН}$, прогиб $f = 2 \text{ см}$.

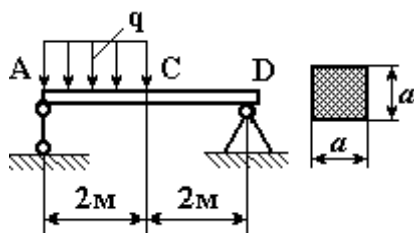
Определить модуль упругости материала балки и угол прогиба на ее краях.
 Построить эпюры Q , M .



$d = 55 \text{ мм}$, $\tau_{\text{адм}} = 120 \text{ МПа}$, $G = 8 \times 10^4 \text{ МПа}$.

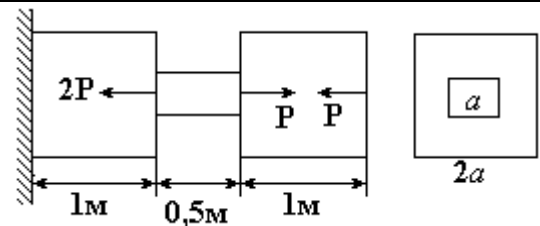
Определить максимальное значение момента M и угол закрутки среднего сечения вала

6



$q = 7 \text{ кН/м}$, $\sigma_{\text{адм}} = 150 \text{ МПа}$,
 $E = 2 \times 10^5 \text{ МПа}$.

Определить размер сечения и величину прогиба в т.С.
 Построить эпюры Q , M .



$P = 18 \text{ кН}$, $\sigma_{\text{адм}} = 160 \text{ МПа}$,
 $E = 2 \times 10^5 \text{ МПа}$.

Определить размер сечения и деформацию стержня

СОПРОТИВЛЕНИЕ МАТЕРИАЛОВ В ПРИМЕРАХ И ЗАДАЧАХ

Учебное пособие



Санкт-Петербург - 2012

Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего профессионального образования
«Уральский государственный горный университет»



СОПРОТИВЛЕНИЕ МАТЕРИАЛОВ В ПРИМЕРАХ И ЗАДАЧАХ

Утверждено Редакционно-издательским советом
Уральского государственного горного университета
в качестве учебного пособия

Издание второе, исправленное и дополненное

Екатеринбург – 2012

Рецензенты: Таулер В. М., профессор кафедры механики УрГУПС, канд. техн. наук, доцент; Раваева Л. Т., зав. кафедрой сопротивления материалов и теоретической механики УГЛТУ, канд. техн. наук, доцент.

Печатается по решению Редакционно-издательского совета
Уральского государственного горного университета

М 74 **Сопротивление материалов и примеры и задачи: учебное пособие / 2-е изд., испр. и доп. Екатеринбург: Н. В. Мокрушина, С. А. Ляпин, Л. Д. Чучманова, К. В. Середа; Уральский гос. горный университет. – Екатеринбург: Изд-во УГТУ, 2012. – 184 с.**
ISBN 978-5-8019-0185-5

Учебное пособие отражает опыт проведения практических занятий по дисциплине «Сопротивление материалов» в Уральском государственном горном университете. В пособии приведены примеры расчетов стержней, валов, балок, испытывающих простое и сложное виды деформаций. Для самостоятельной работы представлены задания по основным темам дисциплины.

Учебное пособие предназначено для студентов очного и заочного обучения.
Рис. 42. Табл. 22. Иллы. 21 лист.

УДК 620.10

ISBN 978-5-8019-0185-5

© Уральский государственный
горный университет, 2008, 2012
© Мокрушина Н. В., Ляпин С. А.,
Чучманова Л. Д., Середа К. В., 2008, 2012

ПРЕДИСЛОВИЕ

Введение в учебную программу высших технических учебных заведений новой дисциплины, отражающей современное состояние науки и техники, при ограниченных сроках обучения привело к существенному сокращению количества лекционных часов по курсу сопротивления материалов.

Восполнение возникающих в результате этого пробелов в знаниях студентов курсов сопротивления материалов может быть достигнуто в известной мере за счет самостоятельного изучения ими необходимых разделов этого важного для будущего инженера курса. Данное учебное пособие составлено в соответствии с программой курсов по сопротивлению материалов. По каждой теме приведены в пособие даны краткие теоретические сведения и основные формулы. Приведены примеры расчетов стержней на растяжение и сжатие (глава 1), примеры по определению главных моментов инерции поперечных сечений различного профиля (глава 2), рассмотрены примеры расчета вала на кручение (глава 3). В главе 4 рассмотрены примеры расчетов балок, испытывающих деформацию поперечного изгиба, на прочность и жесткость. С применением метода сил в главе 5 приведены примеры расчетов статически неопределимых перекрестных балок и плоских статически неопределимых рам. Виды сложного сопротивления (косой изгиб, вращательное растяжение и сжатие, изгиб с кручением) рассмотрены в главе 6. Рассмотрение деформации продольного изгиба и расчеты на устойчивость гибких стержней приведены в главе 7.

Более подробное изложение теоретического материала приведено в работах [1, 3, 4, 5, 6, 7, 9, 10, 12, 13, 18].

Для самостоятельного выполнения расчетно-графических работ по каждой теме составлены задания с необходимыми рисунками и таблицами. Для расчетов рекомендуется следующая литература [2, 8, 11, 14, 15, 16].

При выполнении практических расчетов используются следующие основные характеристики материалов [17]:

модуль продольной упругости: стали $E_c = 2 \cdot 10^{11}$ Па; дюрали (и алюминия) $E_d = 0,7 \cdot 10^{11}$ Па; меди $E_m = 1 \cdot 10^{11}$ Па; чугуна $E_z = 1,2 \cdot 10^{11}$ Па; дерева $E_d = 1 \cdot 10^{10}$ Па;

модуль сдвига стали: $G = 0,8 \cdot 10^{11}$ Па;

коэффициенты теплового линейного расширения: стали $\alpha_c = 1,25 \cdot 10^{-5}$ 1/град; дюрали $\alpha_d = 2,25 \cdot 10^{-5}$ 1/град; меди $\alpha_m = 1,65 \cdot 10^{-5}$ 1/град;

коэффициент Пуассона для стали $\nu = 0,30$.

Глава 1

ПРОДОЛЬНОЕ РАСТЯЖЕНИЕ И СЖАТИЕ СТЕРЖНЕЙ

Растяжением называют такой вид деформации, при котором в каждом его поперечном сечении возникают только продольные внутренние усилия.

Продольное усилие F в любом поперечном сечении численно равно алгебраической сумме проекций на ось стержня внешних сил, приложенных к части стержня, расположенной по одну сторону от сечения. Усилие считается положительным, если вызывает растяжение рассматриваемого участка.

При растяжении (сжатии) в сечении возникают только нормальные напряжения, которые определяются по формуле (1.1):

$$\sigma = \frac{F}{A}, \quad (1.1)$$

где F – продольное усилие, кН; A – площадь поперечного сечения, м².

Условие прочности имеет вид:

$$\sigma_{\max} \leq \sigma_{\text{adm}}, \quad (1.2)$$

где σ_{adm} – допускаемое нормальное напряжение материала стержня, МПа.

Абсолютная деформация Δl однородного участка (постоянное сечение и материал) определяется **по закону Гука**:

$$\Delta l = \frac{Fl}{EA}, \quad (1.3)$$

где l – длина участка, м; E – модуль продольной упругости материала (модуль Юнга), Па.

Для наглядного представления строятся эпюры. Эпюрами продольных сил и нормальных напряжений называют графики, показывающие законы изменения сил и напряжений в поперечных сечениях по длине стержня. Эпюры продольных сил, нормальных напряжений и перемещений поперечных сечений строятся в выбранном масштабе с учетом знаков.

Пример 1.1.

К узлу C кронштейна ABC (рис. 1.1, a) приложена сила $F = 100$ кН. Стержень AC – стальной, круглого сечения диаметром $d = 30$ мм; стержень BC – дюралюминиевый, квадратного сечения со стороной $a = 40$ мм. Определить напряжения в стержнях, а также горизонтальное, вертикальное и полное перемещения узла C .

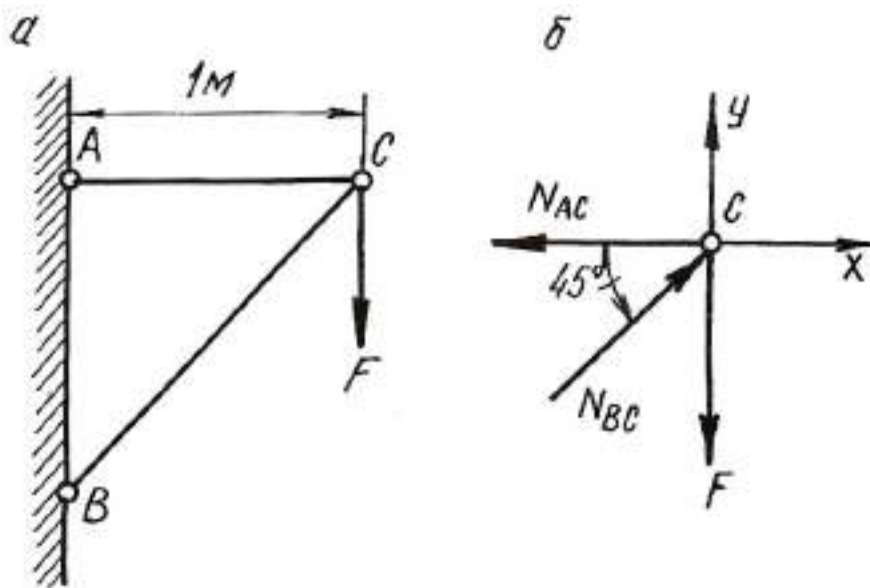


Рис. 1.1.

Решение.

Для определения продольных сил в стержнях AC и BC условно вырезаем узел C , заменяем действие стержней на узел усилиями и составляем уравнение равновесия для узла C (рис. 1.1, б)

$$\sum X = 0; \quad -N_{AC} + N_{BC} \cdot \cos 45^\circ = 0;$$

$$\sum Y = 0; \quad N_{BC} \cdot \sin 45^\circ - F = 0.$$

Откуда

$$N_{BC} = \frac{F}{\sin 45^\circ} = \frac{100 \cdot 10^3}{0,707} = 141 \cdot 10^3 \text{ Н} = 141 \text{ кН},$$

$$N_{AC} = N_{BC} \cdot \cos 45^\circ = 141 \cdot 10^3 \cdot 0,707 = 100 \cdot 10^3 \text{ Н} = 100 \text{ кН}.$$

Стержень AC растянут, а стержень BC сжат. Определяем площади поперечных сечений стержней

$$A_{AC} = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{\pi (30 \cdot 10^{-3})^2}{4} = 706 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2;$$

$$A_{BC} = a^2 = (40 \cdot 10^{-3})^2 = 1600 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2.$$

Напряжения в поперечных сечениях стержней AC и BC

$$\sigma_{AC} = \frac{N_{AC}}{A_{AC}} = \frac{100 \cdot 10^3}{706 \cdot 10^{-6}} = 141 \cdot 10^6 \text{ Па} = 141 \text{ МПа};$$

$$\sigma_{BC} = -\frac{N_{BC}}{A_{BC}} = -\frac{141 \cdot 10^3}{1600 \cdot 10^{-6}} = -88 \cdot 10^6 \text{ Па} = -88 \text{ МПа}.$$

Знак минус указывает на то, что в стержне BC возникает деформация сжатия.

Находим удлинения стержней:

$$\Delta l_{AC} = \frac{N_{AC} \cdot l_{AC}}{E_{ст} \cdot A_{AC}} = \frac{100 \cdot 10^3 \cdot 1}{2 \cdot 10^{11} \cdot 706 \cdot 10^{-6}} = 0,71 \cdot 10^{-3} \text{ м} = 0,71 \text{ мм};$$

$$\Delta l_{BC} = -\frac{N_{BC} \cdot l_{BC}}{E_{дюр} \cdot A_{BC}} = -\frac{141 \cdot 10^3 \cdot 1,41}{7 \cdot 10^{10} \cdot 1600 \cdot 10^{-6}} = -1,77 \cdot 10^{-3} \text{ м} = -1,77 \text{ мм},$$

где $l_{BC} = \frac{l_{AC}}{\cos 45^\circ} = \frac{1}{0,707} = 1,41 \text{ м}$; $E_{ст}$, $E_{дюр}$ – модули продольной упругости стального и дюралюминиевого стержней, Па.

Для определения перемещения точки C мысленно разьединим стержни в этом шарнире и отметим их новые длины AC_1 и BC_2 (рис. 1.2, а). Для того, чтобы найти новое положение точки C , необходимо деформированные стержни свести вместе путем их вращения вокруг шарниров A и B . Точки C_1 и C_2 будут перемещаться по дугам, которые вследствие их малости могут быть приняты за прямые C_1C_3 и C_2C_3 , перпендикулярные к стержням AC и BC . Точка пересечения этих перпендикуляров (точка C_3) и даст положение узла C после деформации. На рис. 1.2, б изображена диаграмма перемещений в большом масштабе.

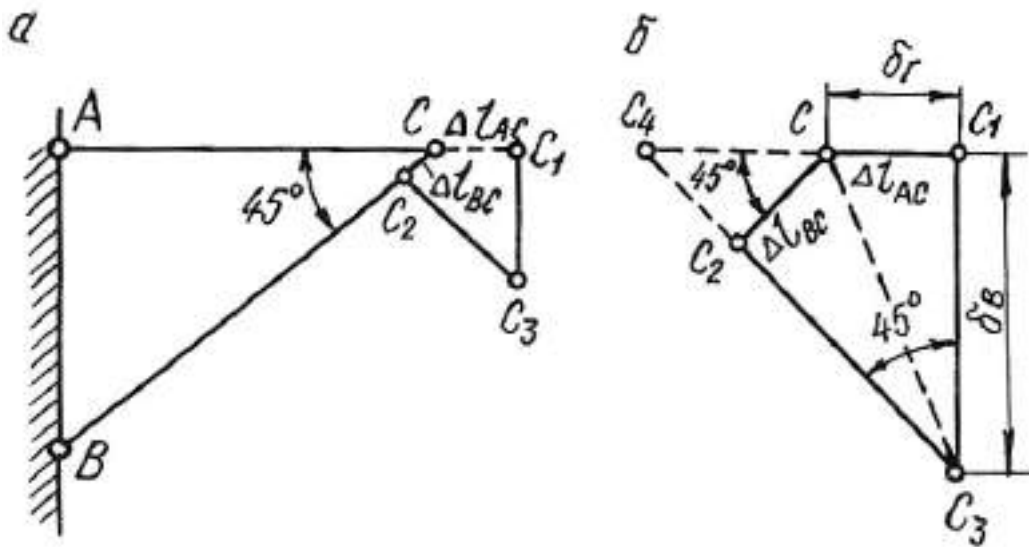


Рис. 1.2.

Горизонтальное перемещение узла C равно $\delta_\Gamma = \Delta l_{AC} = 0,71 \text{ мм}$.

Для удобства определения вертикального перемещения произведем дополнительное построение. Продолжим линии C_1C и C_3C_2 до их пересечения в точке C_4 .

Вертикальное перемещение узла C

$$\delta_B = C_1 C_3 = \frac{C_1 C_4}{\operatorname{tg} 45^\circ} = C_1 C_4 = C_1 C + C C_4 = \Delta l_{AC} + \frac{\Delta l_{BC}}{\cos 45^\circ};$$

$$\delta_B = 0,71 + \frac{1,77}{0,707} = 3,21 \text{ мм.}$$

Полное перемещение узла C

$$\delta = C C_3 = \sqrt{\delta_G^2 + \delta_B^2} = \sqrt{0,71^2 + 3,21^2} = 3,29 \text{ мм.}$$

1.1. Влияние собственного веса на напряжения и перемещения

Если ось в стержне вертикальна, то его собственный вес вызывает центральное растяжение или сжатие. Если вертикальный брус закреплен верхним концом, то от собственного веса он растягивается, а при закреплении нижнего конца – сжимается. Собственный вес вертикального бруса можно рассматривать как продольную (осевую) внешнюю нагрузку, распределенную вдоль оси бруса.

Рассмотрим брус постоянного сечения, закрепленный верхним концом. Продольная сила от собственного веса в поперечном сечении бруса на расстоянии x от его нижнего конца равна весу нижележащей части бруса

$$N_x = \rho g A x, \quad (1.4)$$

где N_x – продольная сила от собственного веса, Н; ρ – плотность материала, кг/м³; g – ускорение свободного падения, м/с²; A – площадь поперечного сечения бруса, м²; x – расстояние от нижнего конца стержня, м.

Напряжение от собственного веса определяется по формуле:

$$\sigma_x = \frac{N_x}{A} = \rho g x. \quad (1.5)$$

По формулам (1.4) и (1.5) строятся эпюры N и σ с учетом знаков. Если на стержень действует дополнительная сила F , то продольная сила и нормальное напряжение определяются по формулам:

$$N_x = F + \rho g A x; \quad (1.6)$$

$$\sigma_x = \frac{F}{A} + \rho g x. \quad (1.7)$$

Полное удлинение (укорочение) стержня постоянного сечения от собственного веса определяется по формуле:

$$\Delta l = \frac{\rho g l^2}{2E}, \quad (1.8)$$

где l – длина стержня, м; E – модуль продольной упругости материала, Па.

При действии внешней силы F и собственного веса удлинение стержня определяется по формуле:

$$\Delta l = \frac{Fl}{EA} + \frac{\rho g l^2}{2E}. \quad (1.9)$$

В формулах (1.7) и (1.9) физический смысл первого слагаемого – напряжение и удлинение от внешней силы, второго – напряжение и удлинение от собственного веса.

Перемещение любого поперечного сечения бруса, закрепленного верхним концом, равно удлинению части бруса, лежащей над сечением, и равно сумме удлинений под действием собственного веса верхней части, нижней части бруса и внешней силы.

Рассмотрим подробнее решение типовой задачи.

Пример 1.2.

Для стального бруса переменного сечения (рис. 1.3, а) с учетом собственного веса и при продольной нагрузке F требуется:

1. Построить эпюры продольных сил и нормальных напряжений по длине бруса.
2. Найти полное удлинение (укорочение) бруса.
3. Определить перемещение сечения I-I.

Исходные данные: $A = 20 \text{ см}^2$; $a = 1,0 \text{ м}$; $b = 1,5 \text{ м}$; $c = 1,0 \text{ м}$; $F = 40 \text{ кН}$.

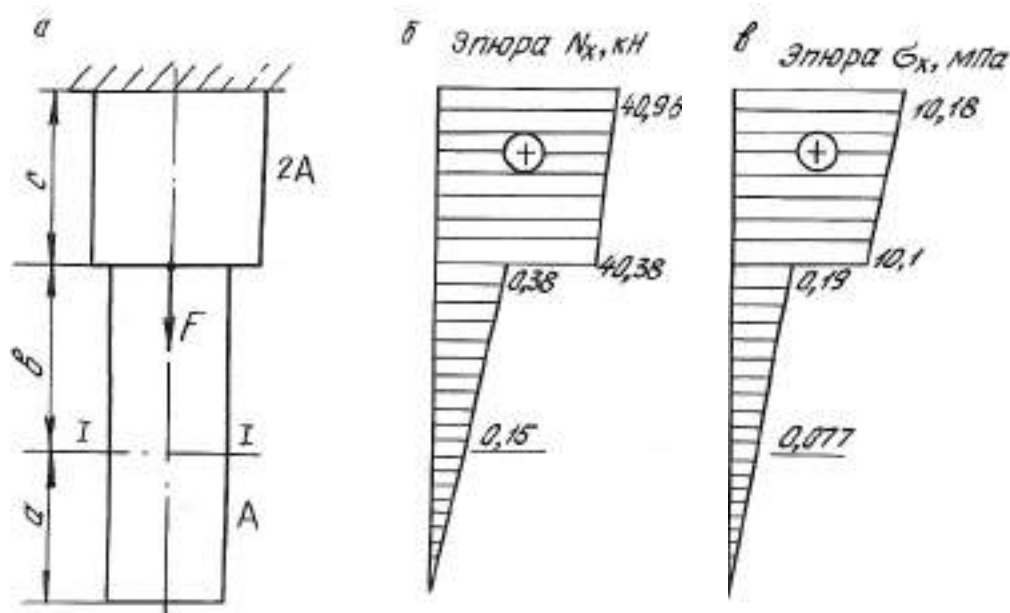


Рис. 1.3.

Решение.

Определим продольную силу и нормальное напряжение в поперечном сечении по формулам (1.6) и (1.7):

а) на участке длиной a (нижний участок): $0 \leq x \leq 1,0$ м;

$$N_x = \rho g A x;$$

$$\sigma_x = \rho g x.$$

При $x = 0$ $N_x = 0,$
 $\sigma_x = 0.$

При $x = 1$ м $N_x = 7850 \cdot 9,81 \cdot 20 \cdot 10^{-4} \cdot 1 = 150 \text{ Н} = 0,15 \text{ кН};$
 $\sigma_x = 7850 \cdot 9,81 \cdot 1 = 80000 \text{ Па} = 0,08 \text{ МПа}.$

б) на участке длиной b (средний участок): $1,0 \leq x \leq 2,5$ м;

$$N_x = Q_a + \rho g A (x - a);$$

$$\sigma_x = \frac{Q_a}{A} + \rho g (x - a);$$

где $Q_a = \rho g A a = 0,15 \text{ кН}$ – вес нижнего участка бруса; для среднего участка он играет роль внешней силы.

При $x = 1,0$ м; $N_x = Q_a = 0,15 \text{ кН};$
 $\sigma_x = 0,08 \text{ МПа}.$

При $x = 2,5$ м; $N_x = 0,15 + 7850 \cdot 9,81 \cdot 20 \cdot 10^{-4} \cdot 1,5 \cdot 10^{-3} = 0,38 \text{ кН};$
 $\sigma_x = 0,08 + 7850 \cdot 9,81 \cdot 1,5 \cdot 10^{-6} = 0,19 \text{ МПа}.$

в) на участке длиной c (верхний участок): $2,5 \leq x \leq 3,5$ м;

$$N_x = Q_a + Q_b + F + \rho g 2A (x - a - b);$$

$$\sigma_x = \frac{Q_a + Q_b + F}{2A} + \rho g (x - a - b),$$

где $Q_b = \rho g A b = 0,23 \text{ кН}$ – вес среднего участка бруса.

При $x = 2,5$ м; $N_x = 0,15 + 0,23 + 40 + 7850 \cdot 9,81 \cdot 2 \cdot 20 \cdot 1 \cdot 10^{-7} = 40,38 \text{ кН};$
 $\sigma_x = 10,1 \text{ МПа}.$

При $x = 3,5$ м; $N_x = 0,15 + 0,23 + 40 + 7850 \cdot 9,81 \cdot 2 \cdot 20 \cdot 1,5 \cdot 10^{-7} = 40,96 \text{ кН};$
 $\sigma_x = 10,18 \text{ МПа}.$

Строим эпюры N_x (рис. 1.3, б) и σ_x (рис. 1.3, в).

Определим полное удлинение стержня по формуле (1.9). Полное удлинение складывается из удлинений каждого участка бруса под действием внешних сил и собственного веса.

$$\Delta l = \Delta a + \Delta b + \Delta c ;$$

где $\Delta a = \frac{\rho g a^2}{2E} = \frac{7850 \cdot 9,81 \cdot 1^2}{2 \cdot 2 \cdot 10^{11}} = 0,19 \cdot 10^{-6} \text{ м};$

$$\Delta b = \frac{Q_a \cdot b}{EA} + \frac{\rho g b^2}{2E} = \frac{0,15 \cdot 10^3 \cdot 1,5}{2 \cdot 10^{11} \cdot 20 \cdot 10^{-4}} + \frac{7850 \cdot 9,81 \cdot 1,5^2}{2 \cdot 2 \cdot 10^{11}} =$$

$$= 0,56 \cdot 10^{-6} + 0,43 \cdot 10^{-6} = 0,99 \cdot 10^{-6} \text{ м};$$

$$\Delta c = \frac{(Q_a + Q_b + F)c}{E \cdot 2A} + \frac{\rho g c^2}{2E} = \frac{(0,15 + 0,23 + 40) \cdot 10^3 \cdot 1}{2 \cdot 10^{11} \cdot 2 \cdot 20 \cdot 10^{-4}} + \frac{7850 \cdot 9,81 \cdot 1^2}{2 \cdot 2 \cdot 10^{11}} =$$

$$= 50,48 \cdot 10^{-6} + 0,19 \cdot 10^{-6} = 50,67 \cdot 10^{-6} \text{ м};$$

$$\Delta l = 0,19 \cdot 10^{-6} + 0,99 \cdot 10^{-6} + 50,67 \cdot 10^{-6} = 51,85 \cdot 10^{-6} \text{ м}.$$

Перемещение сечения I-I равно удлинению лежащей над сечением части бруса, т. е.

$$\delta_{I-I} = \Delta c + \Delta b = 0,99 \cdot 10^{-6} + 50,67 \cdot 10^{-6} = 51,66 \cdot 10^{-6} \text{ м}.$$

1.2. Напряженное состояние материала в точке

Напряженным состоянием называют совокупность напряжений, действующих по всевозможным площадкам, проведенным через данную точку. В различных точках тела напряженное состояние неоднородно и определить все значения возникающих напряжений затруднительно. В связи с этим в сопротивлении материалов точку рассматривают в виде элементарного параллелепипеда с гранями $dx \cdot dy \cdot dz$. При этом считается, что возникающие напряжения на гранях и в наклонных сечениях распределяются равномерно. Нормальные напряжения на гранях обозначаются: $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$, а касательные: $\tau_{xy}, \tau_{yx}, \tau_{zy}, \tau_{yz}, \tau_{xz}, \tau_{zx}$. Двойной индекс при касательных напряжениях указывает на направление и плоскость, где они действуют. Например, индексы при напряжении τ_{xy} означают, что x – направление действия этого напряжения по оси x ; y – это напряжение возникает в плоскости, нормаль к которой параллельна оси y .

Во взаимно перпендикулярных сечениях касательные напряжения равны по величине и противоположны по знаку. Это свойство касательных напряжений называется **законом парности касательных напряжений**

$$-\tau_{xy} = \tau_{yx}.$$

Рассматриваемый параллелепипед в теле стержня можно сориентировать таким образом, что по его граням будут действовать только нормальные напряжения, а касательные будут равны нулю. В этом случае грани будут называться главными площадками, а действующие на них нормальные напряжения – главными напряжениями. По количеству главных напряжений, возникающих одновременно на главных площадках, различают три вида напряженного состояния точки упругого тела: линейное, плоское и объемное. Главные напряжения обозначаются: $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$. Принято считать, что $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$. Наиболее часто встречается плоское напряженное состояние материала.

Для правильной оценки опасности, угрожающей прочности стержня, необходимо знать полностью его напряженное состояние. Это требует умение вычислять напряжения не только по сечениям, перпендикулярным оси стержня, но и по наклонным сечениям.

Напряжения в наклонных сечениях, нормаль к которым с осью x составляет угол α , определяются по следующим формулам:

$$\sigma_\alpha = \sigma_x \cos^2 \alpha + \sigma_y \sin^2 \alpha - \tau_{yx} \sin 2\alpha; \quad (1.10)$$

$$\tau_\alpha = \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \sin 2\alpha + \tau_{yx} \cos 2\alpha, \quad (1.11)$$

Для сечений, проходящих под углом $\beta = \alpha + 90^\circ$, возникающие напряжения определяются по формулам:

$$\sigma_\beta = \sigma_x \sin^2 \alpha + \sigma_y \cos^2 \alpha + \tau_{yx} \sin 2\alpha; \quad (1.12)$$

$$\tau_\beta = -\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \sin 2\alpha - \tau_{yx} \cos 2\alpha, \quad (1.13)$$

Угол α положительный, если он отсчитан в направлении от оси x к оси y по кратчайшему угловому пути, против хода часовой стрелки.

Нормальное напряжение σ_α считается положительным, если его направление совпадает с направлением внешней нормали к наклонной площадке. Положительное направление τ_α образовано поворотом внешней нормали к наклонной площадке на угол 90° по ходу часовой стрелки.

Противоположные направления σ_α и τ_α следует считать отрицательными.

Площадки, где действуют экстремальные нормальные напряжения и нет касательных напряжений, называются главными площадками, а напряжения, действующие на главных площадках – главными напряжениями. Они обозначаются: $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$, причем $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$ и определяются по следующим формулам:

$$\sigma_{\max} = \sigma_1 = \frac{1}{2} \left[(\sigma_x + \sigma_y) + \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_{yx}^2} \right]; \quad (1.14)$$

$$\sigma_{\min} = \sigma_2 = \frac{1}{2} \left[(\sigma_x + \sigma_y) - \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_{yx}^2} \right]. \quad (1.15)$$

Положение главных площадок определяется углом наклона α_0

$$\operatorname{tg} 2\alpha_0 = \frac{-2\tau_{yx}}{\sigma_x - \sigma_y}, \quad (1.16)$$

Наибольшие касательные напряжения действуют на площадках под углом 45°

$$\tau_{\max} = \frac{1}{2} \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_{yx}^2}. \quad (1.17)$$

Пример 1.3.

Стальной кубик находится под действием сил, создающих плоское напряженное состояние: $\sigma_x = 80$ МПа; $\alpha = 30^\circ$; $\tau_{xy} = 10$ МПа (рис. 1.4). Требуется найти:

1. Главные напряжения и положение главных площадок.
2. Максимальные касательные напряжения.
3. Определить аналитически величины нормальных σ_α и касательных τ_α напряжений, действующих на площадках, нормаль, к которой составляет угол α с горизонтальной осью x . Показать на чертеже заданный элемент и направление соответствующих напряжений.

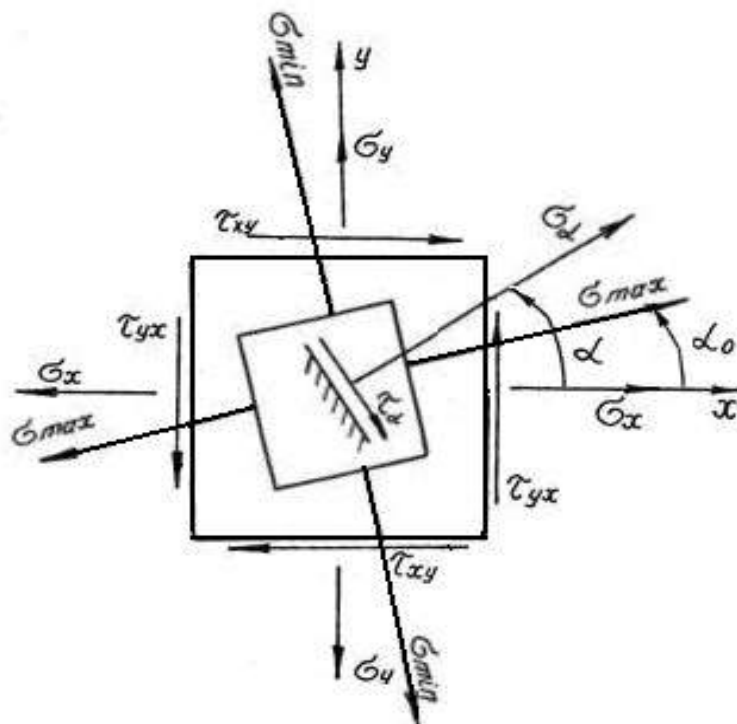


Рис. 1.4.

Решение.

Определим главные напряжения

$$\begin{aligned}\sigma_1 &= \frac{1}{2} \left[(\sigma_x + \sigma_y) + \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_{yx}^2} \right] = \frac{1}{2} \left[(80 + 20) + \sqrt{(80 - 20)^2 + 4 \cdot 10^2} \right] = \\ &= \frac{1}{2} [100 + 63,6] = 81,8 \text{ МПа}; \\ \sigma_2 &= \frac{1}{2} \left[(\sigma_x + \sigma_y) - \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_{yx}^2} \right] = \frac{1}{2} \left[(80 + 20) - \sqrt{(80 - 20)^2 + 4 \cdot 10^2} \right] = \\ &= \frac{1}{2} [100 - 63,6] = 18,2 \text{ МПа}.\end{aligned}$$

Найдем положение главных площадок

$$\operatorname{tg} 2\alpha_0 = -\frac{2\tau_{yx}}{\sigma_x - \sigma_y} = \frac{-2 \cdot (-10)}{80 - 20} = 0,333; \quad 2\alpha_0 = 18^\circ 24'; \quad \alpha_0 = 9^\circ 12'.$$

Определим аналитически величины σ_α и τ_α , действующие на площадке, нормаль к которой составляет угол 30° с горизонтальной осью (см. рис. 1.4.)

$$\begin{aligned}\sigma_\alpha &= \sigma_x \cos^2 \alpha + \sigma_y \sin^2 \alpha - \tau_{yx} \sin 2\alpha = 80 \cdot 0,866^2 + 20 \cdot 0,5^2 - (-10) \cdot 0,866 = \\ &= 73,65 \text{ МПа};\end{aligned}$$

$$\tau_\alpha = \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \sin 2\alpha + \tau_{yx} \cos 2\alpha = \frac{80 - 20}{2} 0,866 + (-10) \cdot 0,5 = 20,98 \text{ МПа}.$$

Вектор максимальных главных напряжений $\sigma_{\max}$ всегда проходит через те четверти осей координат, в которых стрелки касательных напряжений сходятся.

1.3. Статически неопределимые стержневые системы

Статически неопределимыми системами называют такие системы, у которых реакции или все внутренние суммарные силовые факторы, возникающие в сечениях их элементов при действии произвольной нагрузки, не могут быть определены из уравнений равновесия статики.

Равновесие плоской стержневой системы обеспечивается тремя опорными направлениями. Всякое закрепление сверх трех опорных направлений является «лишним» с точки зрения равновесия системы, что делает ее *статически неопределимой*. Термин «лишние» является условным. Постановка дополнительных опорных закреплений производится с целью уменьшения деформации, веса конструкции или с целью увеличения ее грузоподъемности.

Расчет статически неопределимой системы начинается с определения степени статической неопределимости системы, которая равна числу «лишних» связей (число неизвестных сил минус три – число уравнений статики для плоской системы).

Определение усилий в статически неопределимой системе связано с необходимостью составления дополнительных уравнений – уравнений совместности деформаций. Число этих уравнений должно быть равно степени статической неопределимости стержневой системы.

Уравнения совместности деформаций устанавливают геометрические зависимости между упругими перемещениями отдельных элементов при соблюдении равновесия всей системы в целом.

Геометрическая схема деформаций должна рассматриваться не с точки зрения обычной геометрии, а на основе кинематики малых перемещений, с учетом того, что траектории отдельных точек элементов являются прямыми линиями.

Решение статически неопределимых систем необходимо производить в следующей последовательности:

1. Заданную систему освободить от наложенных на нее связей, действие которых заменяется реакциями, и составить уравнения статики;
2. Определить степень статической неопределимости системы;
3. По числу «лишних» неизвестных составить дополнительные уравнения из условия совместности деформаций. В уравнениях упругие деформации выразить через усилия по закону Гука в развернутом виде по формуле (1.3);
4. Решить совместно уравнения равновесия статики и дополнительные уравнения, определяя усилия в элементах конструкций;
5. Исходя из условия задачи и на основании условия прочности, определить поперечные размеры стержней.

Рассмотрим подробнее пример расчета статически неопределимой системы.

Пример 1.4.

Для статически неопределимой системы (рис. 1.5), состоящей из жесткой невесомой балки AB и стальных стержней 1 и 2, соединенных с ней шарнирно, требуется:

1. Определить усилия, возникающие в стержне от действия силы F .
2. Подобрать сечение стержней из двух равнобоких уголков, каждое при $A_2 : A_1 = 2$; $F = 180$ кН; $a = 2,0$ м; $b = 1,0$ м; $h = 2,0$ м.

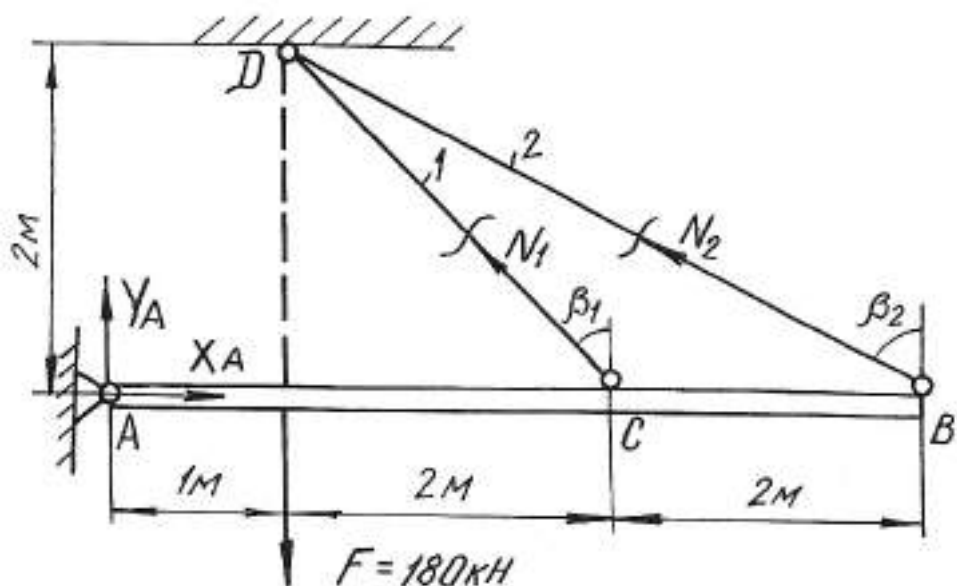


Рис. 1.5.

Решение.

Перед началом решения по приведенному плану определяем геометрические параметры системы

$$l_1 = DC = \sqrt{4 + 4} = 2,83 \text{ м}; \quad \beta_1 = 45^\circ;$$

$$l_2 = DB = \sqrt{4 + 16} = 4,47 \text{ м}; \quad \sin \beta_2 = \frac{4}{4,47} = 0,89;$$

Далее освобождаем брус AB от наложенных связей, заменяя их действие реакциями X_A , Y_A , N_1 , N_2 . Так как на балку AB действуют четыре неизвестные силы, то одна связь «лишняя», т. е. задача является однажды статически неопределимой.

Из трех уравнений равновесия достаточно записать только одно уравнение, не содержащее X_A , Y_A , определение которых не ставится в задаче,

$$\begin{aligned} \sum M_A = 0; \quad & -F \cdot 1 + N_1 \cdot \cos \beta_1 \cdot 3 + N_2 \cdot \cos \beta_2 \cdot 5 = 0; \\ & -180 + N_1 \cdot 0,707 \cdot 3 + N_2 \cdot 0,45 \cdot 5 = 0 \end{aligned} \quad (1.18)$$

В уравнении статики два неизвестных, поэтому нужно записать еще одно дополнительное уравнение из условия совместности деформаций стержней DB и DC . Рассматривая геометрическую схему деформаций этих стержней, считаем перемещение точек B и C балки вертикальными (рис. 1.6). Из подобия треугольников ACC_1 и ABB_1 имеем:

$$\frac{AC}{AB} = \frac{CC_1}{BB_1} = \frac{3}{5}.$$

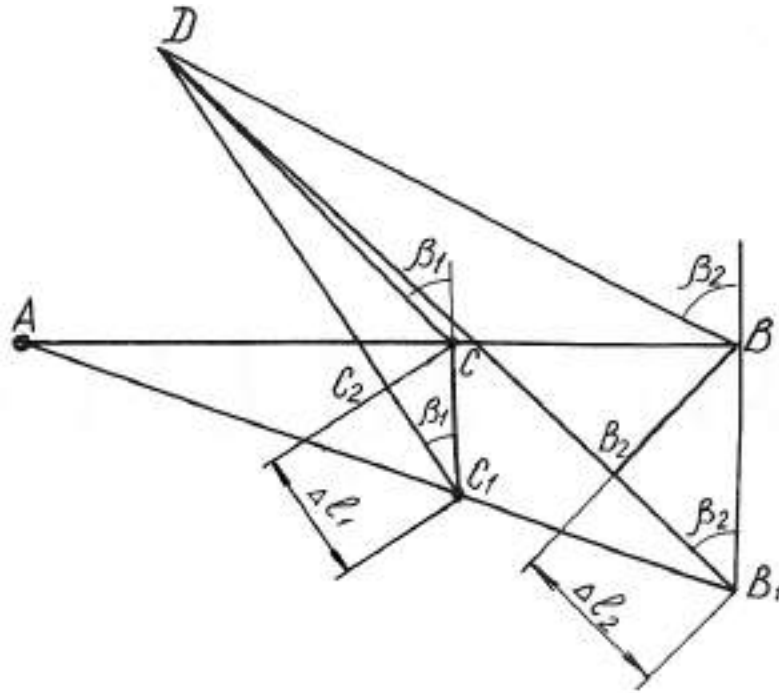


Рис. 1.6.

Учитывая, что

$$\begin{cases} CC_1 = \frac{CC_1}{\cos \beta_1} = \frac{\Delta l_1}{\cos \beta_1}; \\ BB_1 = \frac{B_1 B_2}{\cos \beta_2} = \frac{\Delta l_2}{\cos \beta_2}, \end{cases}$$

получим $\frac{\Delta l_1}{\cos \beta_1} = \frac{3}{5} \cdot \frac{\Delta l_2}{\cos \beta_2}$; откуда

$$\Delta l_1 = 0,94 \cdot \Delta l_2. \quad (1.19)$$

Равенство (1.19) и есть условие совместности деформации стержней 1 и 2. Выразим деформации через усилия по закону Гука

$$\Delta l_1 = \frac{N_1 l_1}{EA_1} = \frac{N_1 \cdot 2,83}{EA_1}; \quad \Delta l_2 = \frac{N_2 l_2}{EA_2} = \frac{N_2 \cdot 4,74}{E \cdot 2 A_1}.$$

Подставим полученные выражения в формулу (1.19)

$$\frac{N_1 \cdot 2,83}{EA_1} = 0,94 \frac{N_2 \cdot 4,74}{E \cdot 2 A_1}.$$

Отсюда получим

$$2,83 \cdot N_1 - 2,10 \cdot N_2 = 0. \quad (1.20)$$

Теперь можно определить усилия N_1 и N_2 , решая совместно систему уравнений (1.18) и (1.20),

$$\begin{cases} 2,12 \cdot N_1 + 2,25 \cdot N_2 - 180 = 0; \\ 2,83 \cdot N_1 - 2,10 \cdot N_2 = 0. \end{cases}$$

Получаем $N_1 = 34,94$ кН; $N_2 = 47,08$ кН.

Подбираем сечение стержней из условий прочности:

$$A_1 \geq \frac{N_1}{\sigma_{adm}} = \frac{34,94 \cdot 10^3}{160 \cdot 10^6} = 2,18 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2 = 2,18 \text{ см}^2;$$

$$A_2 \geq \frac{N_2}{\sigma_{adm}} = \frac{47,08 \cdot 10^3}{160 \cdot 10^6} = 2,94 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2 = 2,94 \text{ см}^2.$$

Для площадей задано условие $A_2:A_1 = 2$. Если принять $A_1 = 2,18 \text{ см}^2$, тогда $A_2 = 4,36 \text{ см}^2$. Условие $A_2 \geq 2,94 \text{ см}^2$ выполняется.

Сечение подбираем из двух равнобоких уголков по ГОСТ 8509-93 (табл. П. 3).

Для первого стержня подбираем два уголка №2 (20х20х3 мм) с площадью сечения $1,13 \text{ см}^2$. Для второго стержня принимаем два уголка №4 (40х40х3 мм) с площадью сечения $2,35 \text{ см}^2$.

Полные площади сечений будут равны $A_1 = 2,26 \text{ см}^2$; $A_2 = 4,70 \text{ см}^2$.

Проверим отношение площадей:

$$\frac{A_2}{A_1} = \frac{4,70}{2,26} = 2,08.$$

$$\text{Отклонение } \delta = \frac{2,08 - 2}{2} 100 \% = 3,98 \%.$$

Погрешность допустимая.

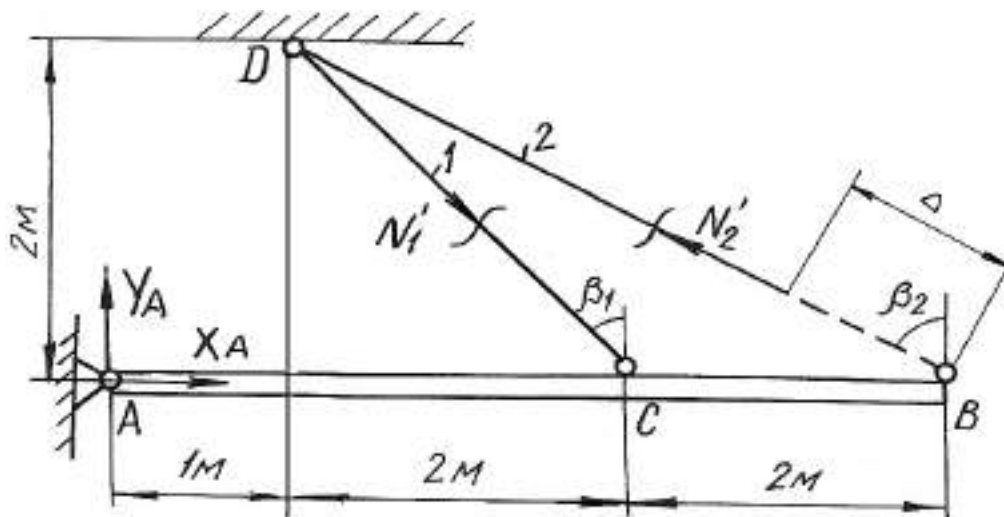
Пример 1.5. Монтажная задача

Для статически неопределимой системы (рис. 1.7), состоящей из жесткой невесомой балки AB и стальных стержней 1 и 2, соединенных с ней шарнирно, требуется определить дополнительные усилия в стержнях конструкции, если стержень 2 изготовлен короче проектного размера на $\Delta = 5 \cdot 10^{-3}$ м при $A_2:A_1 = 2$; $a = 2,0$ м; $b = 1,0$ м; $h = 2,0$ м.

При сборке стержни деформируются: стержень 2 – растянется, стержень 1 – сожмется. В соответствии с этим покажем направления дополнительных усилий N_1' и N_2' (см. рис. 1.7), возникающих после сборки конструкции.

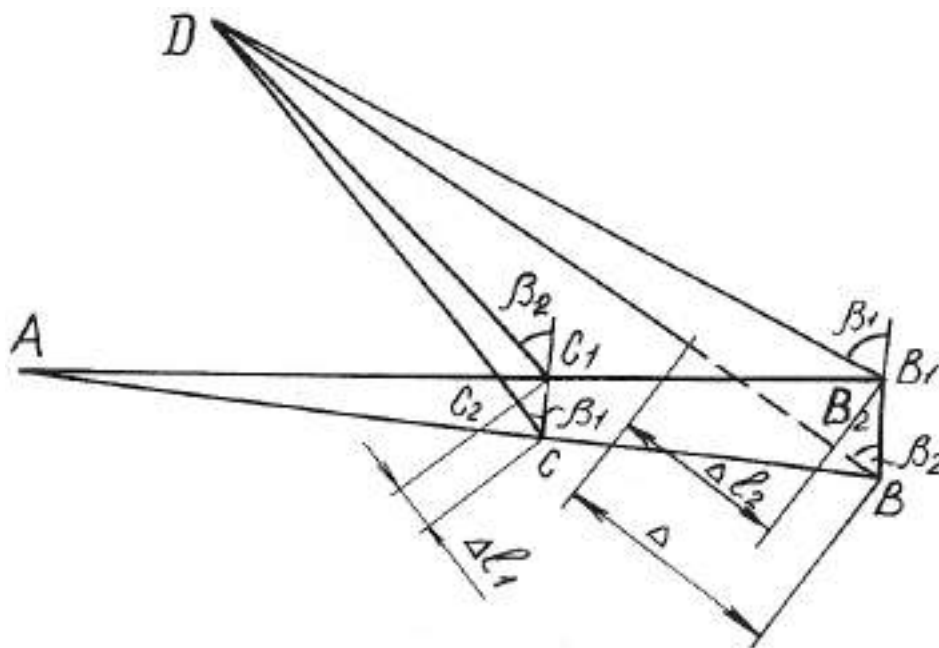
Для определения усилий воспользуемся уравнением статики

$$\begin{aligned} \sum M_A = 0; \quad & -N_1' \cdot \cos\beta_1 \cdot 3 + N_2' \cdot \cos\beta_2 \cdot 5 = 0; \\ & -2,12N_1' + 2,25N_2' = 0. \end{aligned} \quad (1.21)$$



Уравнение одно, неизвестных два, следовательно, система один раз статически неопределима. Запишем дополнительно условие совместности деформаций. Рассмотрим картину деформаций стержней (см. рис. 1.8). Из подобия треугольников AC_1C и AB_1B получим $\frac{AC}{AB} = \frac{C_1C}{B_1B} = \frac{3}{5}$.

$$\begin{aligned} &\text{Учитывая соотношение} \quad C_1 C = \frac{C C_2}{\cos \beta_1} = \frac{\Delta l_1}{\cos \beta_1}; \quad B_1 B = \frac{B_2 B}{\cos \beta_2} = \frac{\Delta - \Delta l_2}{\cos \beta_2}, \\ &\text{получаем} \quad \frac{\Delta l_1}{0,707} = \frac{3}{5} \cdot \frac{\Delta - \Delta l_2}{0,45}; \quad \Delta l_1 = 0,94(\Delta - \Delta l_2). \end{aligned} \quad (1.22)$$



Выражение (1.22) – условие совместности деформаций стержней 1 и 2. Выражая деформацию через усилия по закону Гука, получим

$$\frac{N_1' l_1}{EA_1} + \frac{0,94 \cdot N_2' l_2}{EA_2} = 0,94 \cdot \Delta$$

или

$$1,25 \cdot N_1' + 0,894 \cdot N_2' = 94 \quad (1.23)$$

Решая совместно систему уравнений (1.21) и (1.23), определяем усилия N_1' и N_2'

$$N_1' = 42,75 \text{ кН}; N_2' = 45,36 \text{ кН}.$$

Пример 1.6.

Стержень длиной $l = 800$ мм, защемленный обоими концами, подвергается действию двух сосредоточенных сил $F_1 = 100$ кН и $F_2 = 150$ кН (рис. 1.9, а). Определить напряжения, возникающие в различных сечениях стержня, и проверить его прочность, если допускаемое напряжение $\sigma_{adm} = 140$ МПа. Площадь поперечного сечения $A = 10 \text{ см}^2$, $l_1 = 200$ мм и $l_2 = 600$ мм.

Решение.

Обозначим реакции в заделках стержня через R_A и R_B . На стержень действует система сил, направленных вдоль одной прямой. Для такой системы статика дает одно уравнение равновесия

$$\sum Y = 0; R_A - F_1 - F_2 + R_B = 0,$$

$$\text{откуда } R_A + R_B = F_1 + F_2. \quad (1.24)$$

Для составления уравнения совместности деформаций мысленно отбросим нижнюю заделку и заменим ее действие на стержень реакцией R_B , т. е. приложим к сечению B (к нижнему торцовому сечению) такую силу, которая оказывает на стержень воздействие, полностью аналогичное воздействию заделки. Таким образом, изображенная система эквивалентна заданной системе и, поскольку в заданной системе перемещение сечения B равно нулю, то и для второй системы (рис. 1.9, б) должно соблюдаться то же условие

$$\delta_B = 0. \quad (1.25)$$

Для определения вида левой части записанного равенства используем принцип независимости действия сил, т. е. вычислим перемещение сечения B как сумму перемещений, вызванных каждой силой F_1 , F_2 и R_B в отдельности

$$\delta_B = \delta_{F_1} + \delta_{F_2} + \delta_{R_B}.$$

Под действием одной лишь силы F_1 деформируется только верхняя часть стержня, нижняя и средняя части перемещаются как твердое тело. Таким образом, перемещение сечения B , вызванное силой F_1 , равно удлинению верхней части стержня

$$\delta_{F_1} = \frac{F_1 l_1}{EA}.$$

Аналогично установим, что перемещение сечения B от действия силы F_2 , равно удлинению верхней и средней частей

$$\delta_{F_2} = \frac{F_2 l_2}{EA}.$$

Наконец, перемещение сечения B от действия силы R_B равно укорочению всего стержня

$$\delta_{R_B} = \frac{R_B l}{EA}.$$

Суммируя полученные величины и приравнявая сумму нулю согласно равенству (1.25), получим уравнение совместности деформаций,

$$\frac{F_1 l_1}{EA} + \frac{F_2 l_2}{EA} - \frac{R_B l}{EA} = 0,$$

откуда
$$R_B = \frac{F_1 l_1 + F_2 l_2}{l} = \frac{100 \cdot 0,2 + 150 \cdot 0,6}{0,8} = 137,5 \text{ кН}.$$

Подставив значение реакции R_B в уравнение равновесия (1.24), определим значение реакции в точке A :

$$\begin{aligned} R_A = F_1 + F_2 - R_B &= F_1 + F_2 - \frac{F_1 l_1 + F_2 l_2}{l} = \frac{(F_1 + F_2)l - (F_1 l_1 + F_2 l_2)}{l} = \\ &= \frac{(100 + 150) \cdot 0,8 - (100 \cdot 0,2 + 150 \cdot 0,6)}{0,8} = 112,5 \text{ кН}. \end{aligned}$$

На рис. 1.9, в приведена эпюра продольных сил, в соответствии с которой определяем напряжения на различных участках стержня.

В поперечных сечениях верхней части стержня

$$\sigma^{(1)} = \frac{N_1}{A} = \frac{112,5 \cdot 10^3}{10 \cdot 10^{-4}} = 112,5 \cdot 10^6 \text{ Па} = 112,5 \text{ МПа};$$

в поперечных сечениях средней части

$$\sigma^{(2)} = \frac{N_2}{A} = \frac{12,5 \cdot 10^3}{10 \cdot 10^{-4}} = 12,5 \cdot 10^6 \text{ Па} = 12,5 \text{ МПа},$$

а в нижней части

$$\sigma^{(3)} = \frac{N_3}{A} = -\frac{137,5 \cdot 10^3}{10 \cdot 10^{-4}} = -137,5 \cdot 10^6 \text{ Па} = -137,5 \text{ МПа}.$$

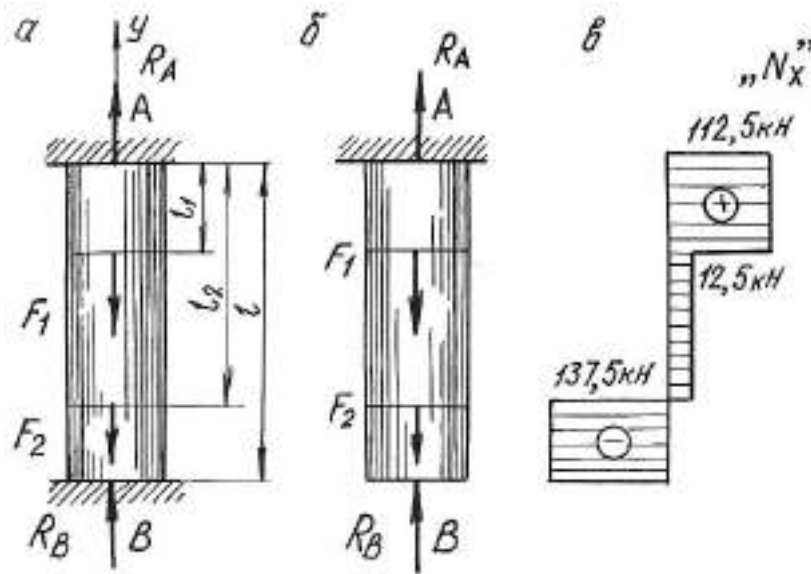


Рис. 1.9.

Наиболее напряженными, как видно из расчетов, являются поперечные сечения нижней части стержня. Это напряжение используем для проверки стержня на прочность:

$$|\sigma^{(3)}| = 137,5 \text{ МПа} < \sigma_{\text{adm}} = 140 \text{ МПа},$$

т. е. условие прочности выполняется.

Пример 1.7. Температурная задача

Определить допускаемое повышение температуры составного стержня (рис. 1.10.) из условия, чтобы напряжения сжатия не превышали в стальной части $\sigma_c = 120$ МПа, в медной $\sigma_m = 60$ МПа и в алюминиевой $\sigma_a = 70$ МПа. (линейные размеры на рисунке приведены в мм).

Решение.

Площади поперечных сечений ступеней стержня

$$A_m = \frac{\pi(50 \cdot 10^{-3})^2}{4} = 1963 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2,$$

$$A_a = \frac{\pi(40 \cdot 10^{-3})^2}{4} = 1257 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2,$$

$$A_c = \frac{\pi(30 \cdot 10^{-3})^2}{4} = 707 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2.$$

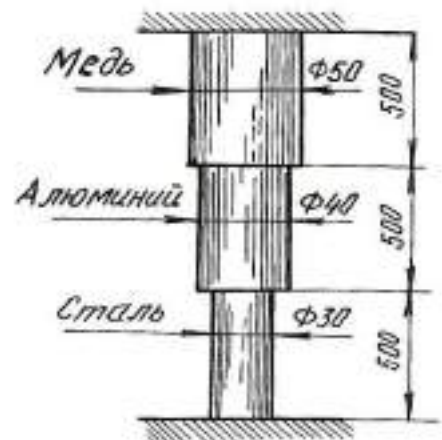


Рис. 1.10.

Продольные силы, при которых напряжения в ступенях будут равны заданным величинам, должны быть следующими:

$$N_M = A_M \cdot \sigma_M = 1963 \cdot 10^{-6} \cdot 60 \cdot 10^6 = 118000 \text{ Н} = 118 \text{ кН};$$

$$N_a = A_a \cdot \sigma_a = 1257 \cdot 10^{-6} \cdot 70 \cdot 10^6 = 88000 \text{ Н} = 88 \text{ кН};$$

$$N_c = A_c \cdot \sigma_c = 707 \cdot 10^{-6} \cdot 120 \cdot 10^6 = 84800 \text{ Н} = 84,8 \text{ кН}.$$

Величина продольной силы не одинакова для всего стержня, следовательно, в качестве допускаемой продольной силы должно быть принято меньшее из трех полученных значений, а именно $N = N_c = 84,8 \text{ кН}$.

Длина стержня в результате заземления обоих концов остается при изменении температуры неизменной. Следовательно, удлинение стержня в результате повышения температуры должно равняться полученному упругому укорочению

$$\Delta l_t = \Delta l = l_M \alpha_M \Delta t + l_a \alpha_a \Delta t + l_c \alpha_c \Delta t = l(\alpha_M + \alpha_a + \alpha_c) \Delta t,$$

где $\alpha_M, \alpha_a, \alpha_c$ – соответствующие коэффициенты теплового линейного расширения.

$$\Delta l = \Delta l_M = \Delta l_a = \Delta l_c = \frac{N l_M}{E_M A_M} + \frac{N l_a}{E_a A_a} + \frac{N l_c}{E_c A_c} = N l \left(\frac{1}{E_M A_M} + \frac{1}{E_a A_a} + \frac{1}{E_c A_c} \right);$$

$$l(\alpha_M + \alpha_a + \alpha_c) \Delta t = N l \left(\frac{1}{E_M A_M} + \frac{1}{E_a A_a} + \frac{1}{E_c A_c} \right),$$

$$\text{откуда } \Delta t = \frac{N \left(\frac{1}{E_M A_M} + \frac{1}{E_a A_a} + \frac{1}{E_c A_c} \right)}{\alpha_M + \alpha_a + \alpha_c}.$$

Подставим численные значения величин и произведем вычисления

$$\Delta t = \frac{84800 \left[\frac{1}{1 \cdot 10^{11} \cdot 1963 \cdot 10^{-6}} + \frac{1}{0,7 \cdot 10^{11} \cdot 1257 \cdot 10^{-6}} + \frac{1}{2 \cdot 10^{11} \cdot 707 \cdot 10^{-6}} \right]}{16,5 \cdot 10^{-6} + 25 \cdot 10^{-6} + 12,5 \cdot 10^{-6}} = 36^\circ.$$

Далее определим напряжения в поперечных сечениях стержня при повышении температуры на 36°

$$\sigma_M = -\frac{N}{A_M} = -\frac{84800}{1963 \cdot 10^{-6}} = -43 \cdot 10^6 \text{ Па} = -43 \text{ МПа},$$

$$\sigma_a = -\frac{N}{A_a} = -\frac{84800}{1257 \cdot 10^{-6}} = -67,5 \cdot 10^6 \text{ Па} = -67,5 \text{ МПа},$$

$$\sigma_c = -120 \text{ МПа}.$$

1.4. Задания для расчетов стержней с учетом собственного веса

Для стального бруса с учетом собственного веса и при продольной нагрузке F (табл. 1.1.) требуется по указанной схеме (табл. 1.2.):

1. Построить эпюры продольных сил и нормальных напряжений по длине бруса.

2. Найти полное удлинение (укорочение) бруса для геометрических размеров, приведенных в табл. 1.1. Плотность стали $\rho=7850 \text{ кг/см}^3$; ускорение силы тяжести $g = 9,81 \text{ м/с}^2$, модуль упругости $E = 2 \cdot 10^5 \text{ МПа}$.

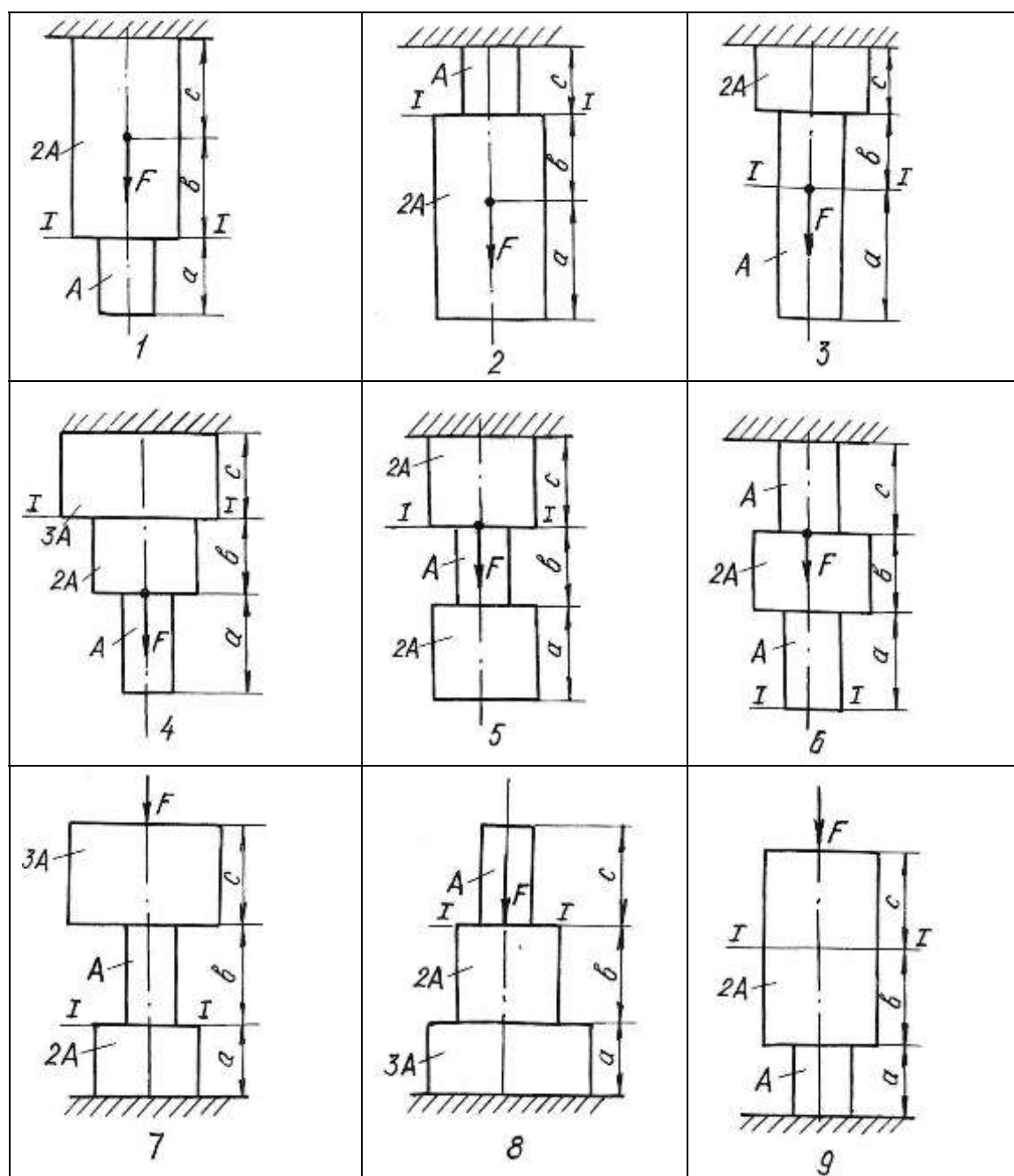
3. Определить перемещение сечений I-I.

Таблица 1.1

Номер варианта	$a, \text{ м}$	$b, \text{ м}$	$c, \text{ м}$	$F, \text{ кН}$	$A, \text{ см}^2$
1	1,5	1,0	2,0	30	20
2	1,0	1,5	2,0	40	30
3	2,0	1,0	2,0	50	40
4	2,0	1,0	1,5	60	18
5	2,0	1,5	1,5	20	24
6	1,5	1,0	2,0	40	28
7	1,5	1,0	1,0	50	30
8	1,0	1,5	2,0	50	32
9	1,5	1,0	1,5	60	12
10	2,0	1,0	1,5	70	14
11	1,0	2,0	1,0	20	15
12	2,0	2,0	1,0	40	18
13	1,0	1,5	1,0	30	20
14	1,4	1,0	1,0	40	24
15	1,0	3,0	1,0	50	28
16	1,0	2,0	1,0	40	30
17	1,2	1,0	2,4	70	32
18	2,0	1,5	2,0	60	20
19	2,6	1,0	1,7	60	18
20	2,0	1,0	1,5	50	22
21	1,5	1,8	1,4	40	15
22	2,0	1,0	1,4	30	16
23	1,2	1,2	1,2	20	20
24	1,5	1,0	2,0	10	16
25	1,4	2,0	1,0	40	18

Таблица 1.2

Расчетные схемы бруса



1.5. Задания для определения напряжений при плоском напряженном состоянии

Стальной кубик находится под действием сил, создающих плоское напряженное состояние (рис. 1.11.). Показать на рисунке элемент и направления напряжений в соответствии с вариантом задания.

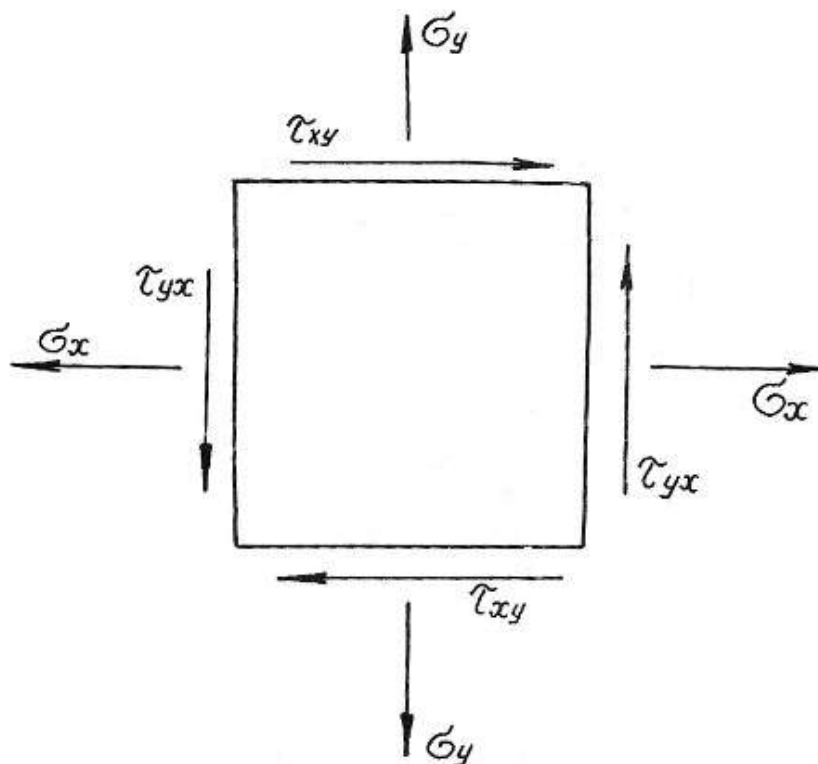


Рис. 1.11.

Требуется найти:

1. Главные напряжения и положение главных площадок.
2. Максимальные касательные напряжения.
3. Определить аналитически величины нормальных σ_α и касательных напряжений τ_α , действующих на площадках, нормаль к которым составляет угол α с горизонтальной осью x .

Данные приведены в табл. 1.3.

Таблица 1.3

Номер варианта	σ_x , МПа	σ_y , МПа	τ_{xy} , МПа	α , град
1	40,0	-20,0	-10,0	30
2	12,0	10,0	-80,0	-45
3	-10,0	-14,0	-12,0	15
4	15,0	12,0	90,0	30
5	20,0	-40,0	80,0	15
6	-12,0	10,0	-80,0	45
7	20,0	-2,0	10,0	-30
8	80,0	10,0	-60,0	45
9	12,0	14,0	10,0	30
10	-14,0	-10,0	50,0	15
11	20,0	10,0	-80,0	-45
12	30,0	-50,0	-10,0	60
13	-25,0	10,0	50,0	15
14	16,0	80,0	10,0	30
15	18,0	-10,0	10,0	-30
16	22,0	12,0	-90,0	45
17	-16,0	-12,0	10,0	20
18	10,0	80,0	-60,0	-20
19	25,0	-25,0	10,0	30
20	-10,0	10,0	60,0	60
21	12,0	10,0	-60,0	20
22	18,0	-10,0	-12,0	45
23	-40,0	30,0	20,0	30
24	50,0	-60,0	10,0	-30
25	45,0	35,0	15,0	-45

1.6. Задания для расчета статически неопределимых стержневых систем

Для статически неопределимой системы, состоящей из жесткой невесомой балки и стальных стержней 1 и 2, соединенных с ней шарнирно (табл.1.4), требуется:

1. Определить усилия, возникающие в стержнях от действия нагрузки F ;
 2. Подобрать сечение стержней из двух равнобоких уголков каждое по ГОСТ 8509-93 (см. табл. П. 3).

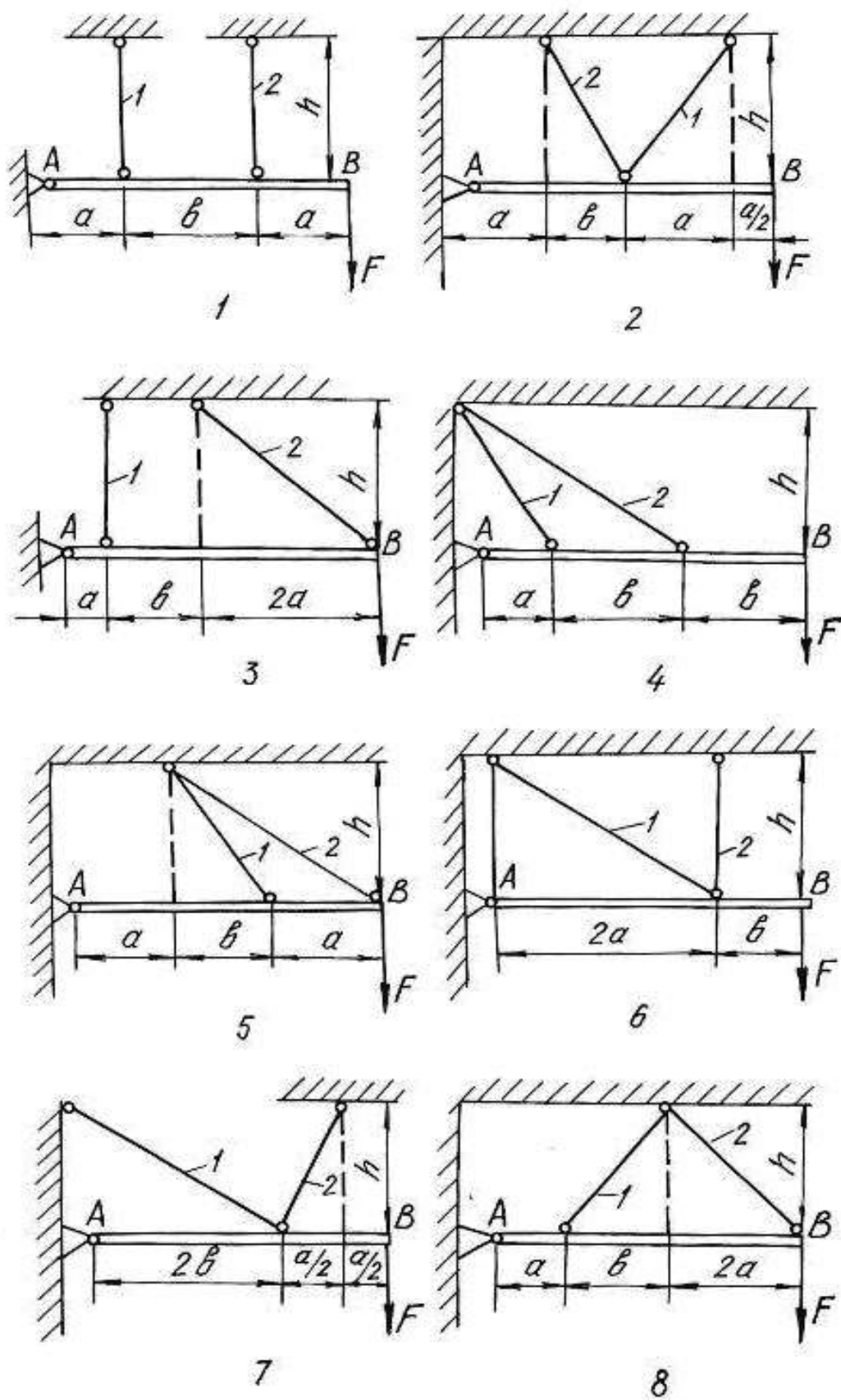
3. Определить дополнительные усилия в стержнях конструкции, если стержень 2 изготовлен короче проектного размера на $\Delta = 5 \cdot 10^{-3}$ м.

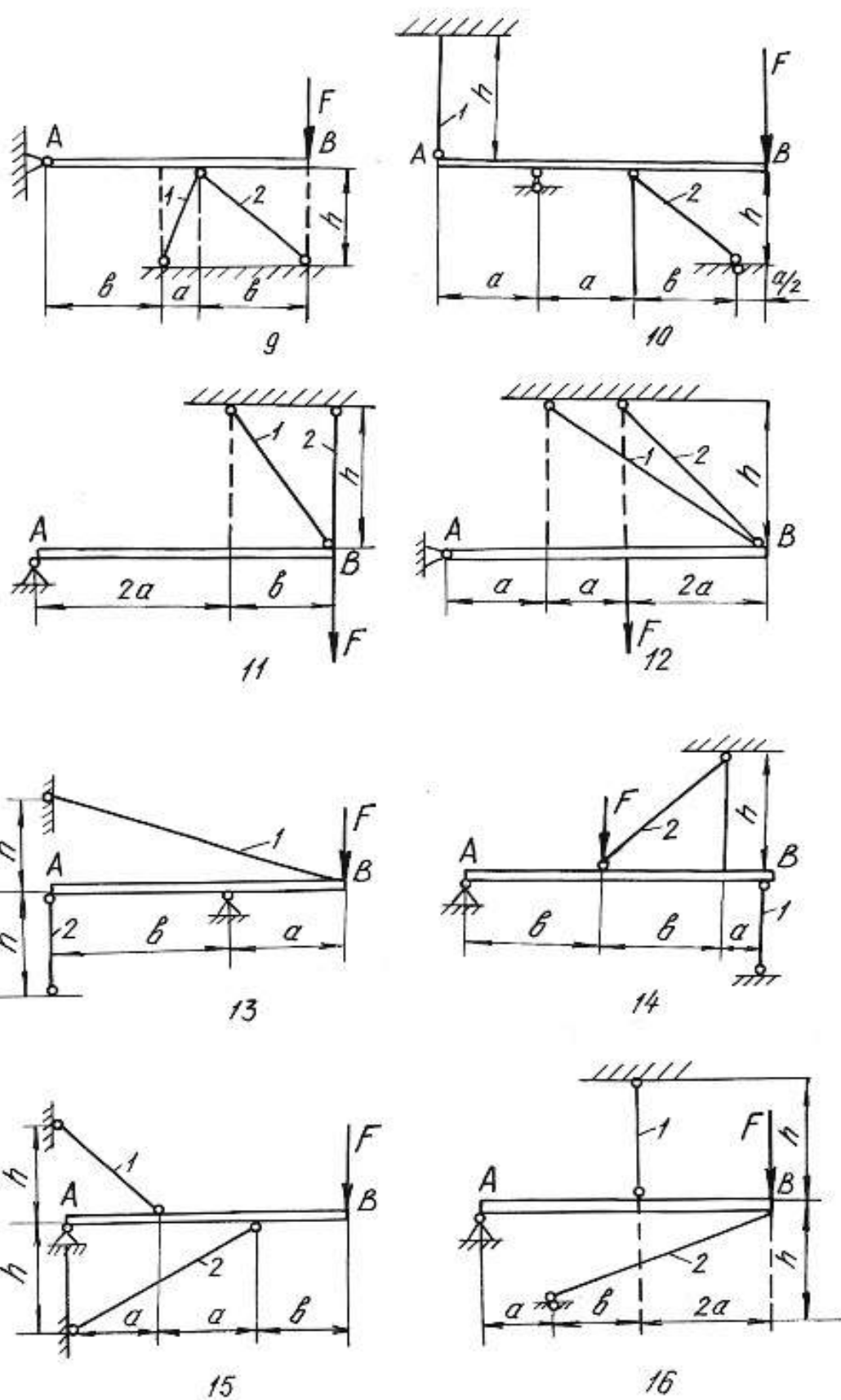
При расчетах принять $E = 2 \cdot 10^5$ МПа; $\sigma_{adm} = 160$ МПа, остальные данные приведены в табл. 1.4. Расчетные схемы приведены в табл. 1.5.

Таблица 1.4

Номер варианта	a , м	b , м	h , м	$A_2 : A_1$	F , кН
1	2,0	1,4	1,8	2,0	80
2	2,2	1,6	2,0	1,5	120
3	2,6	1,8	2,2	1,2	150
4	2,5	1,1	1,5	1,0	180
5	1,8	1,0	1,2	1,5	100
6	2,0	1,0	1,5	2,0	240
7	2,4	1,4	1,6	1,8	140
8	2,8	1,6	2,	2,0	120
9	1,6	1,2	1,5	1,5	100
10	2,4	1,4	1,6	1,8	180
11	3,0	2,0	2,0	1,5	260
12	2,4	1,8	2,2	2,0	320
13	1,8	1,4	1,2	1,5	400
14	2,0	1,5	1,3	1,2	360
15	1,5	1,5	2,0	1,5	400
16	1,0	0,9	1,5	1,1	340
17	1,1	1,3	1,8	1,8	250
18	1,5	1,2	2,0	2,0	120
19	0,9	0,6	3,0	1,4	170
20	0,8	0,7	2,3	1,6	210
21	1,2	1,7	1,3	1,3	200
22	1,3	1,4	0,8	1,7	90
23	2,0	2,0	2,0	0,9	110
24	2,0	1,1	1,0	0,8	130
25	1,5	1,6	0,8	0,7	280

Таблица 1.5





Глава 2

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ГЛАВНЫХ МОМЕНТОВ ИНЕРЦИИ ПОПЕРЕЧНЫХ СЕЧЕНИЙ

Моментами инерции являются геометрические характеристики, отражающие заполнение веществом плоского поперечного сечения балки. Значения моментов инерции для стандартных поперечных сечений можно найти в любой литературе, список которой приведен в конце настоящего пособия. Моменты инерции относительно собственных осей простых фигур определяются по известным формулам.

Для прямоугольника

$$J_x = \frac{bh^3}{12}; \quad J_y = \frac{hb^3}{12}; \quad J_{xy} = 0, \quad (2.1)$$

где x, y – горизонтальная и вертикальная оси, проходящие через центр тяжести прямоугольника; b – ширина; h – высота прямоугольника.

Для круга

$$J_x = J_y = \frac{\pi d^4}{64}; \quad J_{xy} = 0. \quad (2.2)$$

Для треугольника

$$J_x = \frac{bh^3}{36}; \quad J_y = \frac{hb^3}{36}; \quad J_{xy} = \pm \frac{b^2h^2}{72}. \quad (2.3)$$

При этом знак центробежного момента определяется следующим образом. Треугольник вычерчивается в масштабе, через его центр проводятся оси, которые делят треугольник на четыре четверти. В первой и третьей четвертях площадь положительна, в остальных – отрицательна. Если суммарная положительная площадь будет по размеру больше отрицательной, то знак центробежного момента будет тоже положительный и наоборот.

Осевые моменты инерции прокатных профилей выписываются из таблицы (сортамента проката) в соответствии с номером профиля. Для равнополочных уголков центробежный момент относительно горизонтальной и вертикальной осей определяется по формуле:

$$J_{xy} = (J_{x_0} - J_{y_0}) \frac{\sin 2\alpha}{2} + J_{x_0y_0} \cos 2\alpha, \quad (2.4)$$

где x_0, y_0 – оси, проходящие через центр тяжести уголка под углом 45° к горизонтальной и вертикальной осям уголка.

При этом нужно помнить, что угол поворота осей xy относительно осей x_0y_0 будет отрицательным. Если уголок неравнополочный, то его условно разбивают на два прямоугольника, находят их центры тяжести, и центробежный

момент относительно собственных осей всего уголка определяют по формуле центробежных моментов инерции относительно параллельных осей.

Для составного сечения необходимо определять положение центра тяжести, разбив его на простейшие части (прямоугольник, круг, треугольник, двутавр, швеллер, уголок). Формулы для определения центра тяжести имеют вид:

$$\begin{aligned} x_c &= \frac{\sum S_{x_{вр}}}{\sum A} = \frac{(A_1 x_1 + A_2 x_2 + \dots + A_n x_n)}{(A_1 + A_2 + \dots + A_n)}, \\ y_c &= \frac{\sum S_{y_{вр}}}{\sum A} = \frac{(A_1 y_1 + A_2 y_2 + \dots + A_n y_n)}{(A_1 + A_2 + \dots + A_n)}, \end{aligned} \quad (2.5)$$

где $S_{y_{вр}}$, $S_{x_{вр}}$ – статические моменты площадей простых фигур относительно временных осей; $A_1, A_2, \dots, A_n$ – площади простых фигур; x_n, y_n – координаты центров тяжести простых фигур во временных осях.

Главными моментами инерции плоской фигуры (сечения) называют моменты инерции, определяемые относительно главных центральных осей сечения. Такие оси должны отвечать следующим требованиям:

- 1) они проходят через центр тяжести сечения;
- 2) относительно этих осей наблюдаются экстремальные значения моментов инерции (главные моменты инерции);
- 3) центробежный момент инерции относительно главных осей равен нулю.

В формулы напряжений, содержащие моменты инерции, необходимо всегда подставлять значения главных моментов инерции. Определение главных моментов инерции проводится в следующем порядке.

1. Заданное поперечное сечение сложной конфигурации вычерчивается в выбранном масштабе с указанием всех размеров.

2. Сечение условно разбивается на простейшие фигуры (прямоугольник, круг, треугольник, двутавр, швеллер, уголок).

3. Определяется положение центра тяжести площадки каждой простой фигуры и из этих центров проводятся собственные оси координат.

4. Для всей фигуры сечения проводятся временные (вспомогательные) оси координат ($x_{вр}$, $y_{вр}$) параллельно собственным осям отдельных фигур (желательно, чтобы временные оси проходили через центры тяжести простых фигур, что ведет к уменьшению объема вычислений).

5. Определяются координаты центра тяжести площади всего сечения по формулам (2.5).

6. Центр тяжести сечения наносится на чертеж, и из него проводятся опорные оси координат (x_c , y_c) параллельно временным осям.

7. Определяются осевые и центробежные моменты инерции сечения относительно опорных осей. При этом используют формулы для определения моментов инерции относительно параллельных осей:

$$\begin{aligned} J_{x_c} &= \left(J_{x_1} + A_1 a_1^2 \right)^I + \left(J_{x_2} + A_2 a_2^2 \right)^{II} + \dots + \left(J_{x_n} + A_n a_n^2 \right)^n; \\ J_{y_c} &= \left(J_{y_1} + A_1 b_1^2 \right)^I + \left(J_{y_2} + A_2 b_2^2 \right)^{II} + \dots + \left(J_{y_n} + A_n b_n^2 \right)^n; \\ J_{x_c y_c} &= \left(J_{x_1 y_1} + A_1 a_1 b_1 \right)^I + \left(J_{x_2 y_2} + A_2 a_2 b_2 \right)^{II} + \dots + \left(J_{x_n y_n} + A_n a_n b_n \right)^n, \end{aligned} \quad (2.6)$$

где $J_{x_1}, J_{x_2}, \dots, J_{x_n}$ и $J_{y_1}, J_{y_2}, \dots, J_{y_n}$ – моменты инерции простых фигур относительно собственных осей; $J_{x_1 y_1}, J_{x_2 y_2}, \dots, J_{x_n y_n}$ – центробежные моменты инерции простых фигур относительно собственных осей; $a_1, a_2, \dots, a_n$ – расстояния между собственными осями $x_1, x_2, \dots, x_n$ простых фигур и центральной осью x_c ; $b_1, b_2, \dots, b_n$ – расстояния между собственными осями $y_1, y_2, \dots, y_n$ простых фигур и центральной осью y_c (с учетом знаков).

8. Определяется положение главных осей инерции по формуле:

$$\operatorname{tg} 2\alpha_0 = \frac{2 \cdot J_{x_c y_c}}{J_{y_c} - J_{x_c}}. \quad (2.7)$$

Положительным считается угол α_0 , откладываемый против хода часовой стрелки.

9. Проводятся главные оси на чертеже под углом α_0 по отношению к центральным осям.

10. Определяются главные моменты инерции по формулам:

$$\begin{aligned} J_{x_0} &= J_{x_c} \cos^2 \alpha_0 + J_{y_c} \sin^2 \alpha_0 - J_{x_c y_c} \sin 2\alpha_0; \\ J_{y_0} &= J_{x_c} \sin^2 \alpha_0 + J_{y_c} \cos^2 \alpha_0 + J_{x_c y_c} \sin 2\alpha_0 \end{aligned} \quad (2.8)$$

или

$$J_{\max/\min} = \frac{J_{x_c} + J_{y_c}}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{\left(J_{x_c} - J_{y_c} \right)^2 + 4 \cdot J_{x_c y_c}^2}. \quad (2.9)$$

11. Проводится проверка правильности решения задачи в двух вариантах:

а) суммы главных моментов инерции и моментов инерции относительно центральных осей должны быть равны

$$J_{x_0} + J_{y_0} = \left(J_{x_c} + J_{y_c} \right) \pm 5 \%; \quad (2.10)$$

б) центробежный момент инерции относительно главных осей должен быть равен нулю

$$J_{x_0 y_0} = \frac{J_{x_c} - J_{y_c}}{2} \sin 2\alpha_0 + J_{x_c y_c} \cos 2\alpha_0 = 0. \quad (2.11)$$

Пример 2.1.

Для заданного поперечного сечения, состоящего из швеллера и равнополочного уголка (рис. 2.1), требуется:

- 1) определить положение центра тяжести;
- 2) найти осевые и центробежный моменты инерции относительно осей, проходящих через центр тяжести;
- 3) определить направления главных центральных осей x_0 и y_0 ;
- 4) найти моменты инерции относительно главных центральных осей;
- 5) вычертить сечение в масштабе 1:2 и указать на нем все размеры в числах и все оси.

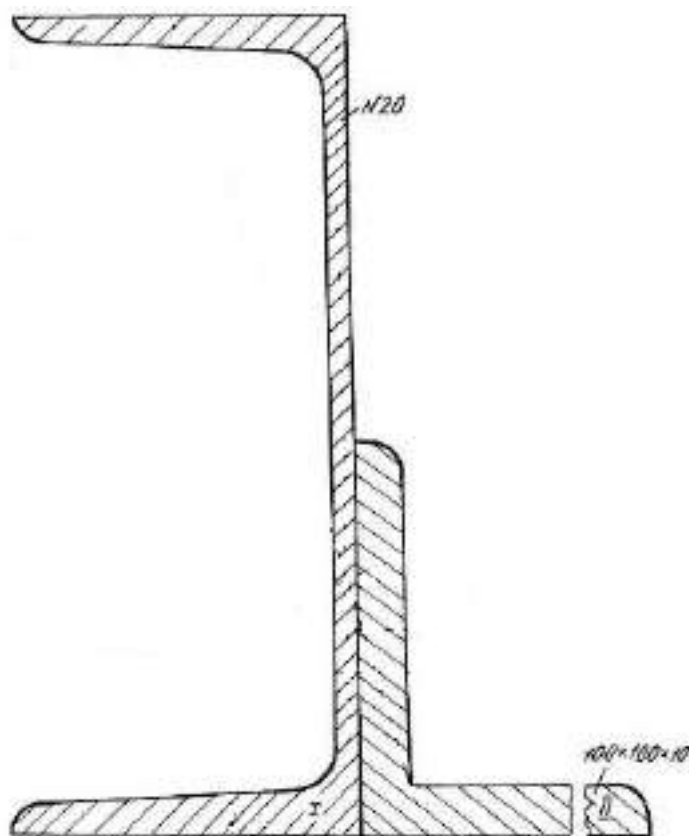


Рис. 2.1.

Решение.

1. Проводим временные оси $x_{вр}$ и $y_{вр}$ через левый нижний угол сечения (рис. 2.2) и разбиваем сечение на две фигуры: швеллер I и уголок II.

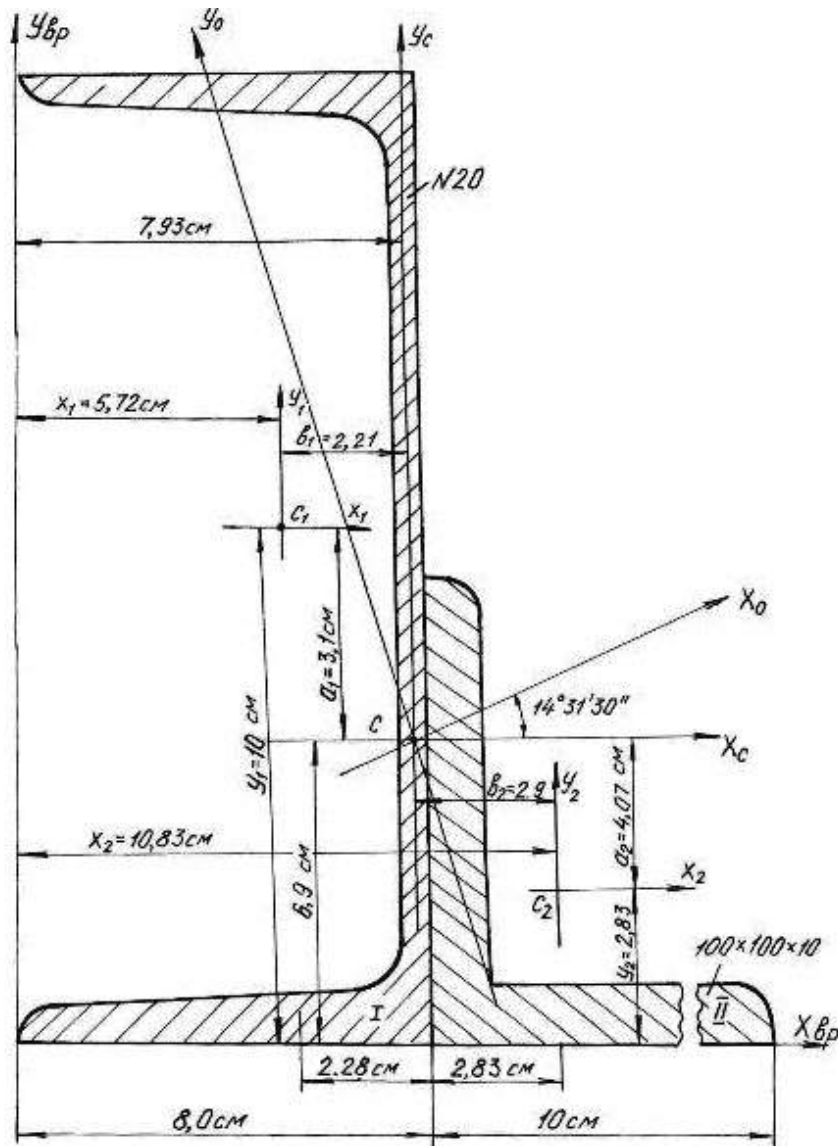


Рис. 2.2.

Основные данные фигур выписываем из таблиц сортамента проката.

Швеллер № 20а: $A_1 = 25,2 \text{ см}^2$, $Z_0 = 2,28 \text{ см}$, $J_{x_1} = 1670 \text{ см}^4$, $J_{y_1} = 139 \text{ см}^4$.

Уголок 100×100×10 мм: $A_2 = 19,2 \text{ см}^2$, $Z_0 = 2,83 \text{ см}$, $J_{x_0} = 284 \text{ см}^4$, $J_{y_0} = 74,1 \text{ см}^4$, $J_{x_2} = J_{y_2} = 179 \text{ см}^4$ (рис. 2.3).

Координаты центра тяжести сечения

$$x_c = \frac{(A_1 x_1 + A_2 x_2)}{(A_1 + A_2)} = \frac{25,2 \cdot 5,72 + 19,2 \cdot 10,83}{25,2 + 19,2} = 7,93 \text{ см};$$

$$y_c = \frac{(A_1 y_1 + A_2 y_2)}{(A_1 + A_2)} = \frac{25,2 \cdot 10 + 19,2 \cdot 2,83}{25,2 + 19,2} = 6,9 \text{ см};$$

где A_1, A_2 – площади поперечного сечения первой и второй фигур; x_1, x_2, y_1, y_2 – координаты центров тяжести фигур относительно временных осей.

По значениям координат центра тяжести фигуры наносим точку C (см. рис. 2.2.) и проводим центральные оси x_c и y_c параллельно временным осям.

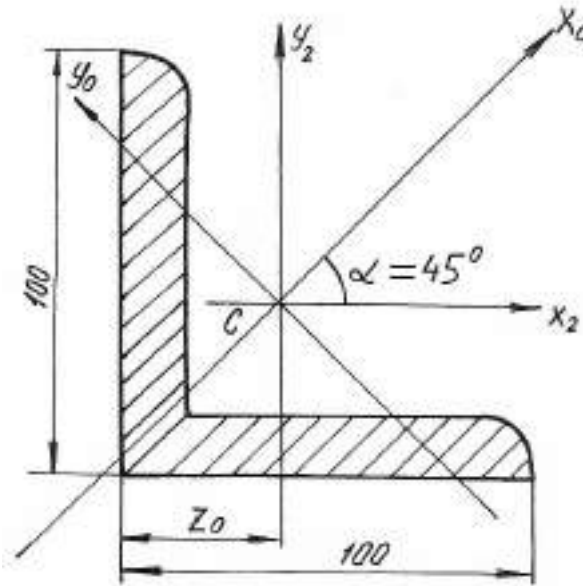


Рис. 2.3.

2. Вычисляем осевые моменты инерции относительно центральных опорных осей

$$J_{x_C} = (J_{x_C})^I + (J_{x_C})^{II} = (J_{x_1} + A_1 a_1^2) + (J_{x_2} + A_2 a_2^2) = \\ = [1670 + 25,2(3,1)^2] + [179 + 19,2(-4,07)^2] = 2409 \text{ см}^4;$$

$$J_{y_C} = (J_{y_C})^I + (J_{y_C})^{II} = (J_{y_1} + A_1 b_1^2) + (J_{y_2} + A_2 b_2^2) = \\ = [139 + 25,2(-2,21)^2] + [179 + 19,2(2,9)^2] = 603 \text{ см}^4.$$

3. Вычисляем центробежный момент инерции сечения относительно осей x_c и y_c . Центробежный момент швеллера относительно собственных осей равен 0, так как его оси проходят через центр тяжести и одна из них является осью симметрии.

Для уголка собственные центральные оси, т. е. оси x_2 и y_2 не являются главными, поэтому центробежный момент уголка в этой системе координат не равен 0. Вычислим его.

Из таблиц сортамента

$$J_{x_0} = 284 \text{ см}^4; \quad J_{y_0} = 74,1 \text{ см}^4;$$

$$J_{x_2 y_2} = \frac{(J_{x_0} - J_{y_0})}{2} \sin 2\alpha + J_{x_0 y_0} \cos 2\alpha = \frac{284 - 74,1}{2} (-1) + 0 = -104,95 \text{ см}^4.$$

Угол α отрицателен, так как поворот осей x_0 , y_0 направлен по ходу часовой стрелки.

$$\begin{aligned} J_{x_c y_c} &= \left(J_{x_c y_c} \right)^I + \left(J_{x_c y_c} \right)^II = (J_{x_1 y_1} + A_1 a_1 b_1) + (J_{x_2 y_2} + A_2 a_2 b_2) = \\ &= [0 + 25,2(3,1)(-2,21)] + [-104,95 + 19,2(-4,07)(2,90)] = \\ &= -172,0 - 104,95 - 225 = -501,95 \text{ см}^4. \end{aligned}$$

Угол поворота главных осей инерции

$$\operatorname{tg} 2\alpha_0 = \frac{2J_{x_c y_c}}{(J_{y_c} - J_{x_c})} = \frac{2(-501,95)}{(603 - 2409)} = 0,555, \quad 2\alpha_0 = 29^\circ 03', \quad \alpha_0 = 14^\circ 31' 30''.$$

4. Откладываем полученный угол против хода часовой стрелки от центральных осей x_c , y_c и проводим главные оси инерции x_0 , y_0 (см. рис. 2.2).

5. Определяем главные моменты инерции

$$J_{x_0} = J_{x_c} \cos^2 \alpha_0 + J_{y_c} \sin^2 \alpha_0 - J_{x_c y_c} \sin 2\alpha_0 = 2536 \text{ см}^4;$$

$$J_{y_0} = J_{x_c} \sin^2 \alpha_0 + J_{y_c} \cos^2 \alpha_0 + J_{x_c y_c} \sin 2\alpha_0 = 476 \text{ см}^4.$$

Так как $J_{x_c} > J_{y_c}$, то $J_{\max}$ будет относительно оси x_0 , а $J_{\min}$ будет относительно оси y_0 .

Проверка.

а) Согласно формуле (2.10)

$$\begin{aligned} J_{x_c} + J_{y_c} &= (J_{x_0} + J_{y_0}) \pm 5 \% ; \\ (2409 + 603) \cdot 10^{-8} &= (2536 + 476) \cdot 10^{-8} \text{ м}^4; \\ 3012 \cdot 10^{-8} \text{ см}^4 &= 3012 \cdot 10^{-8} \text{ см}^4. \end{aligned}$$

б) Согласно формуле (2.11)

$$J_{x_0 y_0} = \frac{(J_{x_c} - J_{y_c})}{2} \sin 2\alpha_0 + J_{x_c y_c} \cos 2\alpha_0 = 0;$$

$$J_{x_0 y_0} = \frac{(2409 - 603)}{2} \sin 2(14^\circ 31' 30'') - 501,95 \cdot \cos 2(14^\circ 31' 30'') = 0;$$

$$J_{x_0 y_0} = 438 - 438 = 0.$$

Проверка показывает, что главные моменты инерции определены правильно.

6. Вычерчиваем поперечное сечение в масштабе 1:2 с указанием всех осей и размеров.

Пример 2.2.

Для заданного поперечного сечения (рис. 2.4) определить положение центра тяжести, найти положение главных осей инерции и значения главных моментов инерции.

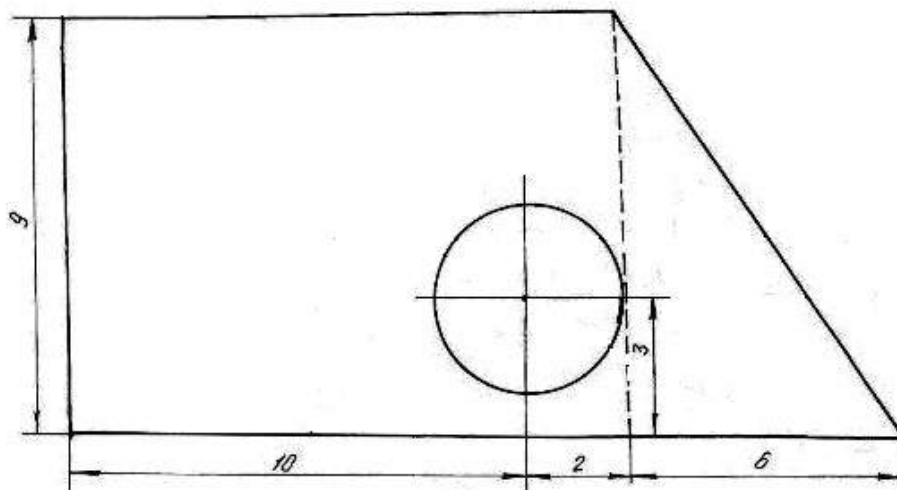


Рис. 2.4.

Решение.

1. Чертим поперечное сечение в масштабе 1:1;
2. Разбиваем сечение на простейшие фигуры: I – прямоугольник, II – прямоугольный треугольник, III – круг;
3. Проводим временные оси $x_{вр}$ и $y_{вр}$ через левый нижний угол заданного сечения (рис. 2.5).
4. Обозначив на рисунке центры тяжести простейших фигур, находим их координаты относительно временных осей и определяем площади фигур

$$C_1 \begin{cases} x_1 = 6 \text{ см;} \\ y_1 = 4,5 \text{ см;} \end{cases} \quad C_2 \begin{cases} x_2 = 14 \text{ см;} \\ y_2 = 3 \text{ см;} \end{cases} \quad C_3 \begin{cases} x_3 = 10 \text{ см;} \\ y_3 = 3 \text{ см.} \end{cases}$$

$$A_1 = 108 \text{ см}^2, \quad A_2 = 27 \text{ см}^2, \quad A_3 = 12,56 \text{ см}^2.$$

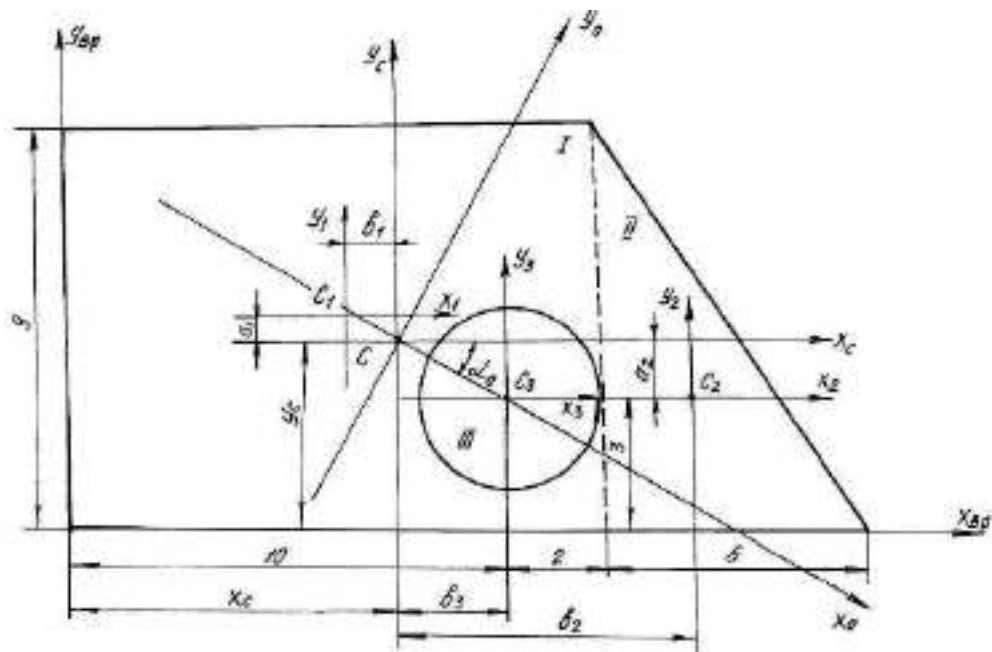


Рис. 2.5.

5. Определим координаты центра тяжести сечения

$$x_c = \frac{S_y}{A} = \frac{x_1 A_1 + x_2 A_2 - x_3 A_3}{A_1 + A_2 - A_3} = \frac{6 \cdot 108 + 14 \cdot 27 - 10 \cdot 12,56}{108 + 27 - 12,56} = 7,35 \text{ см};$$

$$y_c = \frac{S_x}{A} = \frac{y_1 A_1 + y_2 A_2 - y_3 A_3}{A_1 + A_2 - A_3} = \frac{4,5 \cdot 108 + 3 \cdot 27 - 3 \cdot 12,56}{108 + 27 - 12,56} = 4,32 \text{ см}.$$

Обозначим на рис. 2.5 положение центра тяжести C ($x_c = 7,35$ см; $y_c = 4,32$ см) и проведем центральные оси x_c и y_c параллельно временным осям.

6. Определим координаты центров тяжести простейших фигур (C_1, C_2, C_3) относительно центральных осей x_c и y_c

$$C_1 \begin{cases} b_1 = x_1 - x_c = 1,35 \text{ см} \\ a_1 = y_1 - y_c = 0,18 \text{ см} \end{cases} \quad C_2 \begin{cases} b_2 = x_2 - x_c = 6,65 \text{ см} \\ a_2 = y_2 - y_c = -1,32 \text{ см} \end{cases}$$

$$C_3 \begin{cases} b_3 = x_3 - x_c = 2,65 \text{ см} \\ a_3 = y_3 - y_c = -1,32 \text{ см} \end{cases}$$

7. Определим моменты инерции простейших фигур относительно их центральных осей

Для прямоугольника:

$$J_{x_1} = \frac{bh^3}{12} = \frac{12 \cdot 9^3}{12} = 729 \text{ см}^4; \quad J_{y_1} = \frac{b^3 h}{12} = \frac{12^3 \cdot 9}{12} = 1296 \text{ см}^4; \quad J_{x_1 y_1} = 0.$$

Для треугольника:

$$J_{x_2} = \frac{bh^3}{36} = \frac{6 \cdot 9^3}{36} = 121,5 \text{ см}^4; \quad J_{y_2} = \frac{b^3h}{36} = \frac{6^3 \cdot 9}{36} = 54 \text{ см}^4;$$

$$J_{x_2y_2} = -\frac{b^2h^2}{72} = -\frac{6^2 \cdot 9^2}{72} = -40,5 \text{ см}^4,$$

знак минус указывает на преобладание суммарной отрицательной части площади поперечного сечения.

Для круга:

$$J_{x_3} = J_{y_3} = \frac{\pi d^4}{64} = \frac{3,14 \cdot 4^4}{64} = 12,56 \text{ см}^4; \quad J_{x_3y_3} = 0.$$

8. Определим моменты инерции всего сечения относительно центральных осей x_c и y_c , используя формулы моментов инерции относительно параллельных осей

$$J_{x_c} = \left(J_{x_c} \right)^I + \left(J_{x_c} \right)^II - \left(J_{x_c} \right)^III = \left(J_{x_1} + A_1 a_1^2 \right) + \left(J_{x_2} + A_2 a_2^2 \right) - \left(J_{x_3} + A_3 a_3^2 \right) = \\ = \left(729 + 0,18^2 \cdot 108 \right) + \left(121,5 + (-1,32)^2 \cdot 27 \right) - \left(12,56 + (-1,32)^2 \cdot 12,56 \right) = 866,6 \text{ см}^4;$$

$$J_{y_c} = \left(J_{y_c} \right)^I + \left(J_{y_c} \right)^II - \left(J_{y_c} \right)^III = \left(J_{y_1} + A_1 b_1^2 \right) + \left(J_{y_2} + A_2 b_2^2 \right) - \left(J_{y_3} + A_3 b_3^2 \right) = \\ = \left(1296 + (-1,35)^2 \cdot 108 \right) + \left(54 + 6,65^2 \cdot 27 \right) - \left(12,56 + 2,65^2 \cdot 12,56 \right) = 1093,32 \text{ см}^4;$$

$$J_{x_c y_c} = \left(J_{x_c y_c} \right)^I + \left(J_{x_c y_c} \right)^II - \left(J_{x_c y_c} \right)^III = \\ = \left(J_{x_1 y_1} + a_1 b_1 A_1 \right) + \left(J_{x_2 y_2} + a_2 b_2 A_2 \right) - \left(J_{x_3 y_3} + a_3 b_3 A_3 \right) = \\ = \left(0 + 0,18 \cdot (-1,35) \cdot 108 \right) + \left(-40,5 + (-1,32) \cdot 6,65 \cdot 27 \right) - \left(0 + (-1,32) \cdot 2,56 \cdot 12,56 \right) = \\ = -259,82 \text{ см}^4.$$

Получили, что центробежный момент сечения $J_{x_c y_c} \neq 0$, следовательно, оси x_c и y_c не являются главными осями инерции.

9. Найдём положение главных осей инерции по формуле:

$$\operatorname{tg} 2\alpha_0 = \frac{-2 \cdot J_{x_c y_c}}{J_{x_c} - J_{y_c}} = -2,29; \text{ откуда } 2 \cdot \alpha_0 = -66^\circ 20'; \quad \alpha_0 = -33^\circ 10'.$$

10. Проводим главные оси инерции x_0 , y_0 под углом α_0 относительно центральных осей и определяем значение главных моментов инерции

$$J_{x_0} = J_{x_c} \cos^2 \alpha_0 + J_{y_c} \sin^2 \alpha_0 - J_{x_c y_c} \sin 2\alpha_0 = 696,48 \text{ см}^4;$$

$$J_{y_0} = J_{x_c} \sin^2 \alpha_0 + J_{y_c} \cos^2 \alpha_0 + J_{x_c y_c} \sin 2\alpha_0 = 1263,42 \text{ см}^4.$$

$$J_{\min} = J_{x_0} = 696,48 \text{ см}^4; \quad J_{\max} = J_{y_0} = 1263,42 \text{ см}^4.$$

Проверка.

а) Согласно формуле (2.10)

$$J_{x_c} + J_{y_c} = (J_{x_0} + J_{y_0}) \pm 5\%;$$

$$(866,6 + 1093,32) \cdot 10^{-8} = (696,48 + 1263,42) \cdot 10^{-8} \text{ м}^4;$$

$$1959,9 \cdot 10^{-8} \text{ см}^4 = 1959,9 \cdot 10^{-8} \text{ см}^4.$$

б) Согласно формуле (2.11)

$$J_{x_0 y_0} = \frac{(J_{x_c} - J_{y_c})}{2} \sin 2\alpha_0 + J_{x_c y_c} \cos 2\alpha_0 = 0;$$

$$J_{x_0 y_0} = \frac{(866,6 - 1093,32)}{2} \sin 2(-33^\circ 10') + (-259,82) \cos 2(-33^\circ 10') = 0;$$

$$J_{x_0 y_0} = 104 - 104 = 0.$$

Проверка показывает, что главные моменты инерции определены правильно.

2.1. Задания для определения главных моментов инерции

а) Для заданного поперечного сечения (табл. 2.1), состоящего из швеллера и равнополочного уголка или из швеллера и двутавра (табл. 2.2), требуется:

1. Определить положение центра тяжести;
2. Найти осевые и центробежный моменты инерции относительно осей x_c и y_c , проходящих через центр тяжести сечения;
3. Определить положение главных осей инерции x_0 и y_0 ;
4. Найти главные моменты инерции относительно главных осей x_0 и y_0 ;

5. Вычертить сечение в выбранном масштабе и указать на нем все размеры в числах и все оси;

6. Сделать проверочные расчеты.

б) Для заданного поперечного сечения (табл. 2.3) требуется:

1. Определить положение центра тяжести;
2. Найти осевые и центробежный моменты инерции относительно осей x_c и y_c , проходящих через центр тяжести сечения;
3. Определить положение главных осей инерции x_0 и y_0 ;

4. Найти главные моменты инерции относительно главных осей x_0 и y_0 ;
5. Сделать проверочные расчеты.

Таблица 2.1

Номер варианта	Тип сечения	Швеллер №	Равнобокий уголок, мм	Двутавр №
1	I	14	80×80×8	12
2	II	16	80×80×6	14
3	III	18	90×90×8	16
4	IV	20	90×90×7	18
5	V	22	90×90×6	20а
6	VI	24	100×100×8	20
7	VII	27	100×100×10	22а
8	VIII	30	100×100×12	22
9	IX	33	125×125×10	24а
10	X	36	125×125×12	24

Таблица 2.2

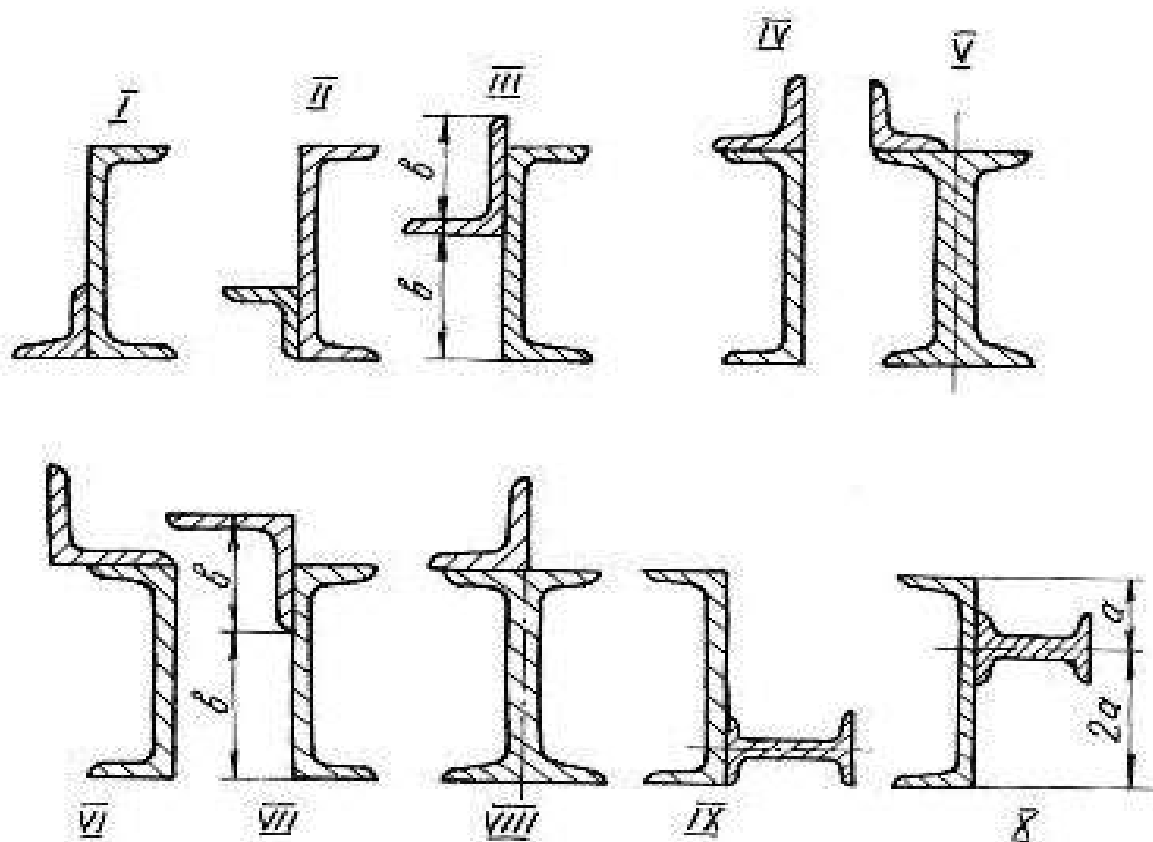
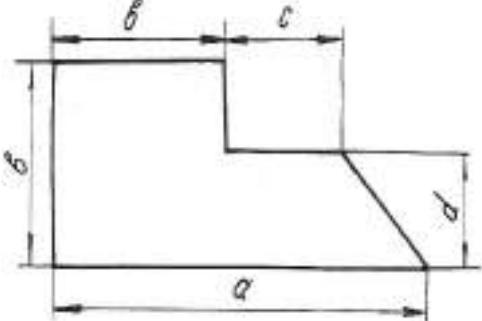
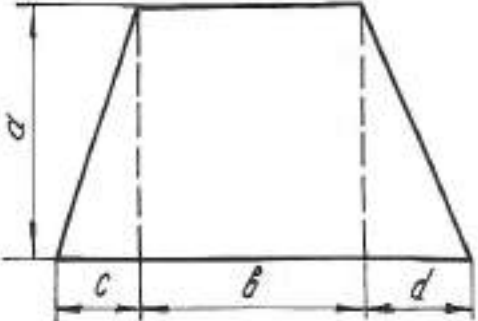
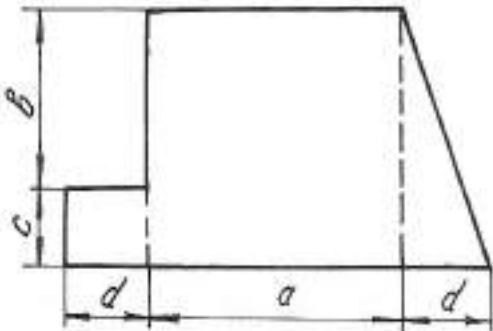
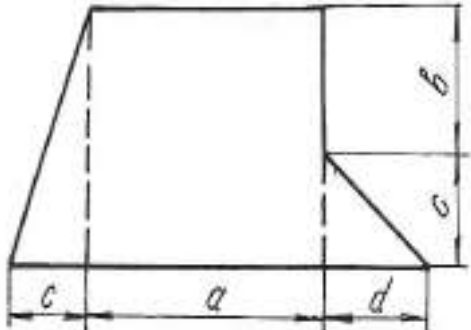
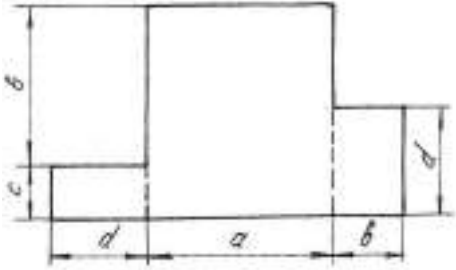
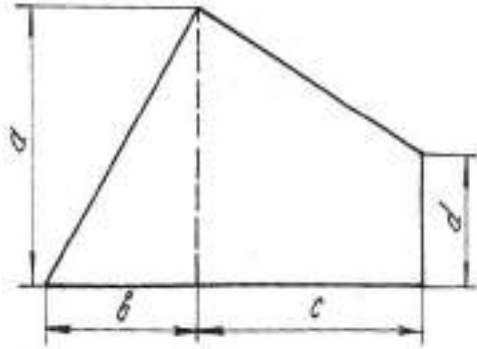
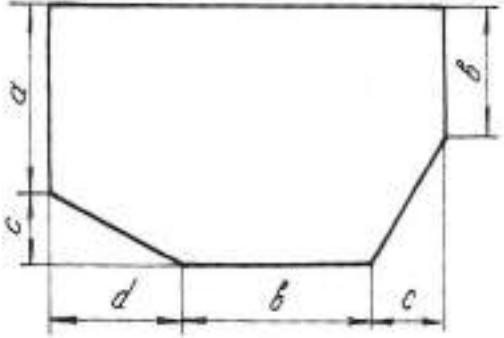
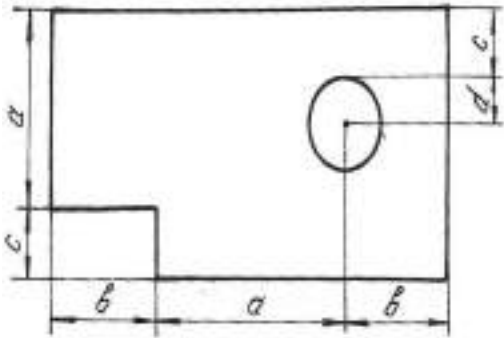
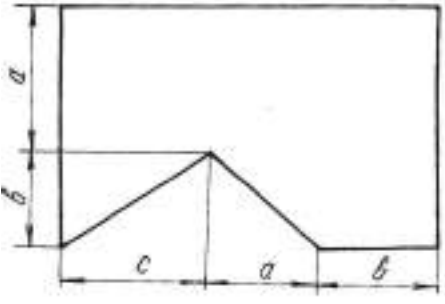
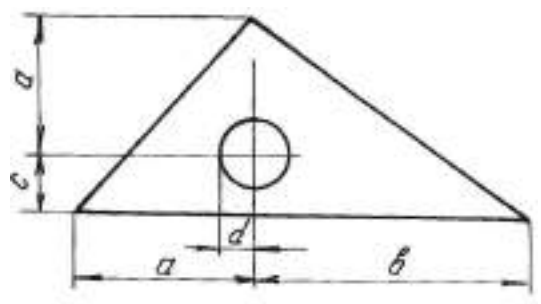
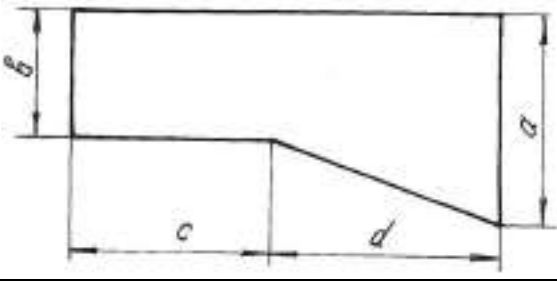
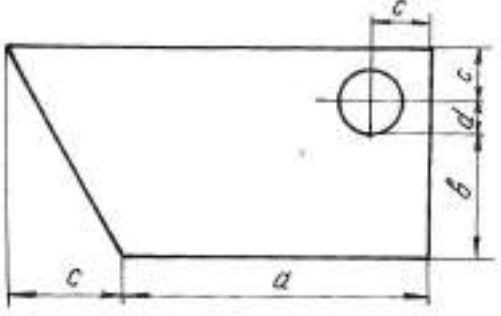


Таблица 2.3

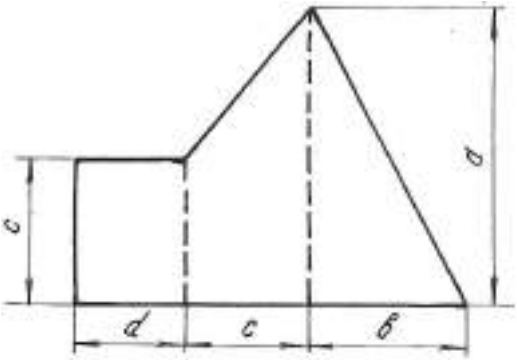
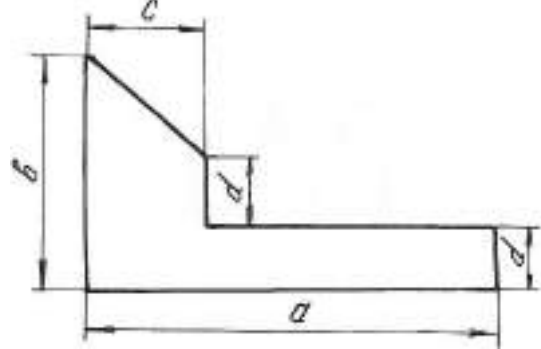
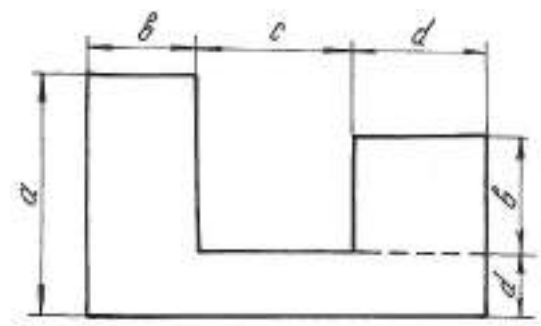
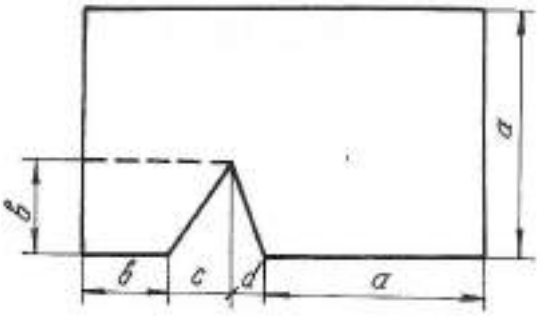
Вид поперечного сечения	Номер варианта	a , см	b , см	c , см	d , см
	1	12	6	4	2
	2	16	10	2	6
	3	9	6	1	3
	4	6	9	3	5
	5	7	8	6	9
	6	8	6	4	6
	7	9	5	2	3
	8	6	4	3	4
	9	5	2	4	4
	10	4	3	2	5
	11	7	5	3	2
	12	9	4	4	6
	13	7	5	3	3
	14	6	3	6	4
	15	4	2	5	6

Продолжение табл. 2.3

Вид поперечного сечения	Номер варианта	a , см	b , см	c , см	d , см
	16	12	9	4	6
	17	18	12	5	8
	18	14	6	6	7
	19	15	19	3	4
	20	12	10	6	6
	21	16	8	9	4
	22	20	9	8	12
	23	14	14	12	6
	24	24	20	10	4
	25	10	8	4	3
	26	11	9	6	6
	27	13	12	5	9
	28	15	10	5	6
	29	8	4	8	12
	30	8	5	2	2
	31	9	4	1	2
	32	6	9	3	3
	33	10	6	4	1
	34	12	8	5	1

Вид поперечного сечения	Номер варианта	a , см	b , см	c , см	d , см
	35	6	6	3	4
	36	9	4	6	5
	37	10	6	12	9
	38	12	9	10	6
	39	12	10	3	1
	40	10	12	3	2
	41	9	12	3	1
	42	8	10	3	2
	43	20	12	4	4
	44	18	10	3	5
	45	12	9	5	6
	46	15	12	6	4
	47	10	4	3	1
	48	12	6	4	2
	49	14	5	5	3
	50	16	6	4	1

Окончание табл. 2.3

Вид поперечного сечения	Номер варианта	a , см	b , см	c , см	d , см
	51	12	10	6	3
	52	18	12	4	9
	53	20	14	8	6
	54	22	16	10	4
	55	30	12	12	4
	56	24	14	10	6
	57	18	16	9	5
	58	12	10	8	3
	59	9	6	2	4
	60	6	5	4	2
	61	10	8	3	8
	62	12	9	4	1
	63	20	10	6	3
	64	12	6	4	3
	65	15	9	3	6
	66	18	10	9	6

Глава 3

ДЕФОРМАЦИЯ КРУЧЕНИЯ ВАЛА

Деформация кручения возникает при действии на вал пар сил, действующих в плоскостях, перпендикулярных к его продольной оси. При расчетах вала на кручение выполняются следующие условия прочности и жесткости:

$$\tau_{\max} \leq \tau_{\text{adm}}, \quad \varphi_{\max} \leq \varphi_{\text{adm}},$$

где $\tau_{\max}$ – максимальное касательное напряжение, $\varphi_{\max}$ – максимальный угол закручивания вала.

Для определения максимального касательного напряжения и максимального угла закручивания необходимо иметь представление о том, как изменяется величина крутящего момента по длине вала. Текущие значения крутящих моментов определяются графиками их изменения, называемыми эпюрами. Вал по длине делится на участки вертикальными линиями, проведенными через те сечения, где приложены моменты пар сил. На каждом участке крутящий момент имеет постоянное значение и равен алгебраической сумме моментов относительно продольной оси, приложенных слева от сечения, проведенного условно на данном участке, или же приложенных справа от этого сечения.

Правило знаков: момент в сечении считается положительным, если, смотря на торцевое крайнее правое сечение вала, момент направлен по ходу часовой стрелки. Параллельно продольной оси вала проводится нулевая линия, от которой положительные моменты откладываются вверх, отрицательные – вниз в выбранном масштабе. Эпюра штрихуется вертикальными линиями. Диаметр сечения вала определяется из условия прочности

$$\tau_{\max} = \frac{T_{\max}}{W_p} \leq \tau_{\text{adm}}, \quad (3.1)$$

где $T_{\max}$ – максимальный крутящий момент из эпюры T ;

$W_p = \frac{J_p}{d/2} = \frac{(\pi d^4/32)}{(d/2)} = \frac{\pi d^3}{16}$ – полярный момент сопротивления кручению поперечного сечения.

Исходя из условия прочности $\frac{\pi d^3}{16} \geq \frac{T_{\max}}{\tau_{\text{adm}}}$, можно определить диаметр вала

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{16 T_{\max}}{(\pi \tau_{\text{adm}})}}. \quad (3.2)$$

Углы закручивания вала на отдельных участках определяются по формуле:

$$\varphi = \frac{Tl}{GJ_p}, \quad (3.3)$$

где T – крутящий момент на рассматриваемом участке вала, взятый из эпюры моментов; l – длина участка вала; GJ_p – жесткость вала при кручении; G – модуль сдвига; $J_p = \frac{\pi d^4}{32}$ – полярный момент инерции поперечного сечения вала.

При построении эпюры углов закручивания вала необходимо помнить, что полный угол закручивания равен алгебраической сумме углов закручивания вала на отдельных участках. Значения углов закручивания в промежуточных сечениях определяются по формуле:

$$\alpha_{\text{прав}} = \alpha_{\text{лев}} + \varphi, \quad (3.4)$$

где $\alpha_{\text{лев}}$ – суммарный угол закручивания всех участков, которые находятся слева от рассматриваемого участка; φ – угол закручивания на данном участке.

Для определения максимального относительного угла закручивания определяют углы для каждого участка по формуле:

$$\theta = \frac{\varphi}{l}, \quad (3.5)$$

где l – длина рассматриваемого участка.

Пример 3.1.

К стальному валу приложены три известных момента: $T_1=1100 \text{ Н}\cdot\text{м}$, $T_2=1400 \text{ Н}\cdot\text{м}$, $T_3=1800 \text{ Н}\cdot\text{м}$, $a=1,1 \text{ м}$, $b=1,4 \text{ м}$, $c=1,8 \text{ м}$ (рис. 3.1).

Требуется:

1. Установить, при каком значении момента X угол закручивания правого концевого сечения вала равен нулю.
2. Построить эпюру крутящих моментов.
3. При заданном значении τ_{adm} определить диаметр вала из расчета на прочность и округлить его величину до ближайшего большего, соответственно равного 30, 35, 40, 45, 50, 60, 70, 80, 90, 100 мм.
4. Построить эпюру углов закручивания.
5. Найти наибольший относительный угол закручивания и проверить вал на жесткость при $\theta_{\text{adm}} = 1,5 \text{ град/м}$.

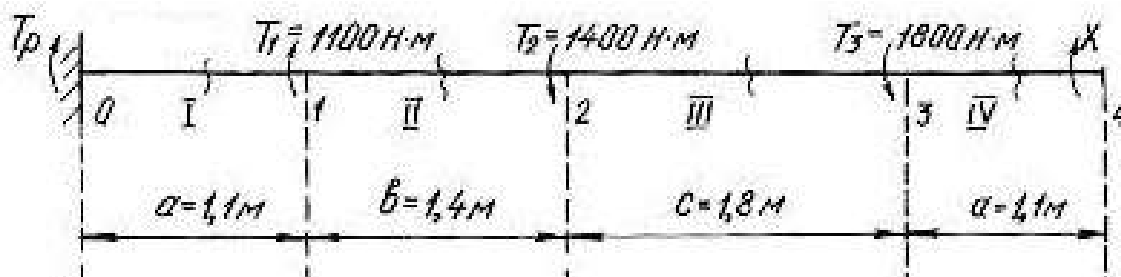


Рис. 3.1.

Решение.

1. Задача является статически неопределимой, так как невозможно определить из одного уравнения равновесия два неизвестных момента T_p и X . Для решения составим одно уравнение статики и одно уравнение совместности деформации. Уравнение статики представляем в виде уравнения моментов относительно продольной оси вала

$$\sum T = T_p + T_1 - T_2 - T_3 + X = 0.$$

Угол закручивания правого концевого сечения может быть выражен как алгебраическая сумма взаимных углов закручивания сечений отдельных участков под действием каждого из моментов в отдельности

$$\sum \varphi = \varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3 + \varphi_4 = 0,$$

где φ_1 – угол закручивания вала на участке 0-1 под действием момента T_1 ; φ_2 – угол закручивания вала на участке под действием момента T_2 ; φ_3 – угол закручивания вала на участке под действием момента T_3 ; φ_4 – угол закручивания вала на участке 3-4 под действием неизвестного момента X .

При этом

$$\varphi_1 = \frac{T_1 a}{GJ_p}; \quad \varphi_2 = -\frac{T_2 (a+b)}{GJ_p}; \quad \varphi_3 = -\frac{T_3 (a+b+c)}{GJ_p}; \quad \varphi_4 = \frac{X (2a+b+c)}{GJ_p}.$$

$$\begin{aligned} \sum \varphi &= \frac{T_1 a}{GJ_p} - \frac{T_2 (a+b)}{GJ_p} - \frac{T_3 (a+b+c)}{GJ_p} + \frac{X (2a+b+c)}{GJ_p} = \\ &= T_1 a - T_2 (a+b) - T_3 (a+b+c) + X (2a+b+c) = 0. \end{aligned}$$

Подставив данные, получим

$$1100 \cdot 1,1 - 1400 \cdot 2,5 - 1800 \cdot 4,3 + X \cdot 5,4 = 0;$$

$$\text{откуда } X = \frac{-1210 + 3500 + 7740}{5,4} = 1857 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

Реактивный момент находим из уравнения статики:

$$T_p = -T_1 + T_2 + T_3 - X;$$

$$T_p = -1100 + 1400 + 1800 - 1857 = 243 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

2. Для построения эпюры моментов (рис. 3.2) определяем значения мо-

ментов методом сечений.

В сечении IV-IV $T_{IV} = 1857 \text{ Н} \cdot \text{м}$.

В сечении III-III $T_{III} = 1857 - 1800 = 57 \text{ Н} \cdot \text{м}$.

В сечении II-II $T_{II} = 1857 - 1800 - 1400 = -1343 \text{ Н} \cdot \text{м}$.

В сечении I-I $T_I = 1857 - 1800 - 1400 + 1100 = -243 \text{ Н} \cdot \text{м}$.

3. Найдем полярный момент инерции сечения

$$W_P \geq \frac{|T_{\max}|}{\tau_{\text{adm}}} \geq \frac{1857}{60 \cdot 10^6} \geq 30,95 \cdot 10^{-6} \text{ м}^3,$$

где $\tau_{\text{adm}} = 60 \text{ МПа}$; $T_{\max} = 1857 \text{ Нм}$.

Из соотношения $W_P = \frac{\pi d^3}{16}$ найдем диаметр вала:

$$d = \sqrt[3]{\frac{16 \cdot W_P}{\pi}} = \sqrt[3]{\frac{16 \cdot 30,95 \cdot 10^{-6}}{3,14}} = 5,5 \cdot 10^{-2} \text{ м} = 55 \text{ мм}.$$

Принимаем диаметр вала равным 60 мм.

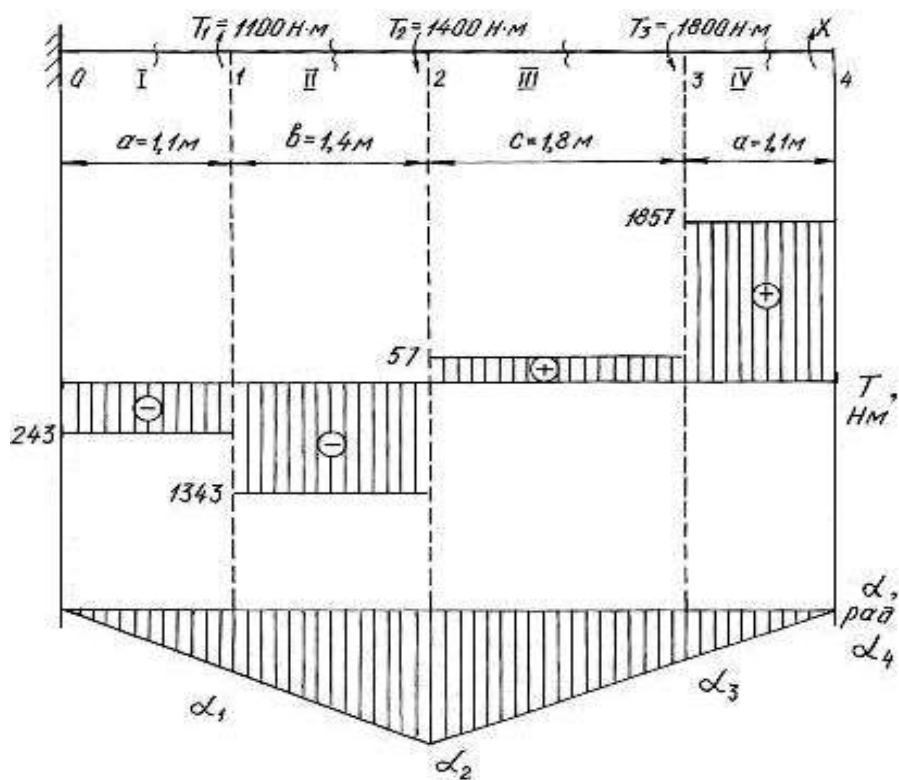


Рис. 3.2.

4. Углы закручивания вала на участках находим по формуле (3.3). Для этого сначала найдем J_P

$$J_p = \frac{3,14 \cdot 6^4}{32} = 127,2 \text{ см}^4 = 127,2 \cdot 10^{-8} \text{ м}^4.$$

$$\varphi_I = \frac{T_I a}{G J_p} = -\frac{243 \cdot 10^{-6} \cdot 1,1}{8 \cdot 10^4 \cdot 127,2 \cdot 10^{-8}} = -0,0026 \text{ рад};$$

$$\varphi_{II} = \frac{T_{II} b}{G J_p} = -\frac{-1343 \cdot 10^{-6} \cdot 1,4}{8 \cdot 10^4 \cdot 127,2 \cdot 10^{-8}} = -0,0185 \text{ рад};$$

$$\varphi_{III} = \frac{T_{III} c}{G J_p} = \frac{57 \cdot 10^{-6} \cdot 1,8}{8 \cdot 10^4 \cdot 127,2 \cdot 10^{-8}} = 0,0010 \text{ рад};$$

$$\varphi_{IV} = \frac{T_{IV} a}{G J_p} = \frac{1857 \cdot 10^{-6} \cdot 1,1}{8 \cdot 10^4 \cdot 127,2 \cdot 10^{-8}} = 0,0200 \text{ рад}.$$

В месте жёсткой заделки в сечении 0 вал неподвижен. По формуле (3.4), находим угол закручивания вала в сечениях 1, 2, 3, 4:

$$\alpha_1 = \alpha_0 + \varphi_I = 0 - 0,0026 \text{ рад};$$

$$\alpha_2 = \alpha_1 + \varphi_{II} = -0,0026 - 0,0185 = -0,0211 \text{ рад};$$

$$\alpha_3 = \alpha_2 + \varphi_{III} = -0,0211 + 0,001 = -0,0201 \text{ рад};$$

$$\alpha_4 = \alpha_3 + \varphi_{IV} = -0,0201 + 0,02 = -0,0001 \approx 0 \text{ рад}.$$

Строим эпюру углов закручивания (см. рис.3.2). Относительный угол закручивания на каждом участке можно определить по формуле (3.5):

$$\theta_I = \frac{\varphi_I}{1,1} = -\frac{0,0026}{1,1} = -0,0023 \text{ рад/м};$$

$$\theta_{II} = \frac{\varphi_{II}}{1,4} = -\frac{0,0185}{1,4} = -0,0132 \text{ рад/м};$$

$$\theta_{III} = \frac{\varphi_{III}}{1,8} = \frac{0,0010}{1,8} = 0,0006 \text{ рад/м};$$

$$\theta_{IV} = \frac{\varphi_{IV}}{1,1} = \frac{0,0200}{1,1} = 0,0182 \text{ рад/м}.$$

5. Наибольшим является относительный угол закручивания на участке 3-4

$$\theta_{\max} = 0,0182 \text{ рад/м} = 0,0182 \frac{180^\circ}{\pi} = 1,04 \text{ град/м}.$$

Таким образом, $\theta_{\max} = 1,04 \text{ град/м} < \theta_{\text{adm}} = 1,5 \text{ град/м}$, т. е. условие жесткости выполняется.

Пример 3.2.

Шкив двухколодочного тормоза крана, имеющий диаметр $D = 300$ мм, жестко крепится на стальном валу диаметром $d = 30$ мм (рис. 3.3). Определить наибольшие напряжения кручения в сечении вала, если сила нажатия на колодки тормозного шкива $Q = 820$ Н, коэффициент трения скольжения между колодками и шкивом $f = 0,4$. Определить угол закручивания вала, если $l = 400$ мм.

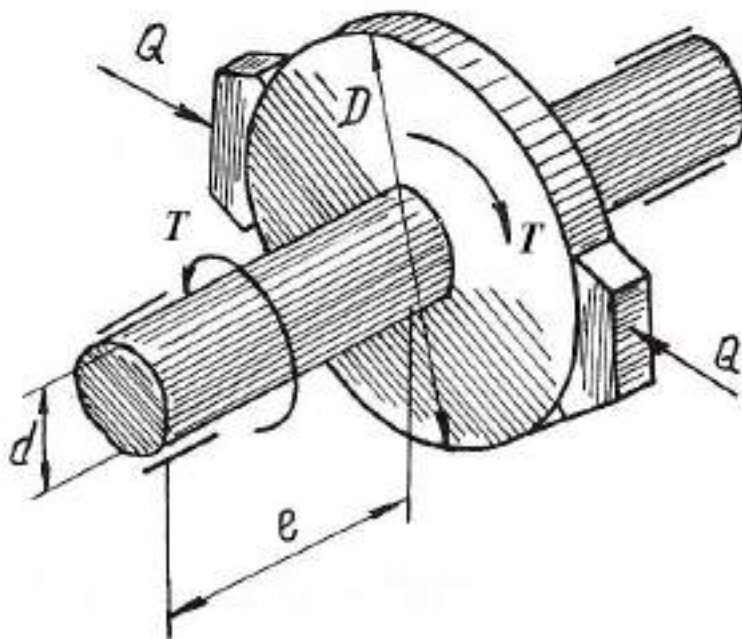


Рис. 3.3.

Решение.

Окружное усилие на тормозном шкиве равно силе трения, возникающей между колодками и шкивом

$$F = Qf = 820 \cdot 0,4 = 328 \text{ Н.}$$

Крутящий момент на тормозном шкиве

$$T = FD = 328 \cdot 30 \cdot 10^{-2} = 98,4 \text{ Н} \cdot \text{м.}$$

Полярный момент сопротивления и полярный момент инерции сечения вала равны

$$W_p = \frac{\pi}{16} d^3 = \frac{\pi}{16} (3 \cdot 10^{-2})^3 = 5,3 \cdot 10^{-6} \text{ м}^3;$$

$$J_p = \frac{\pi}{32} d^4 = \frac{\pi}{32} (3 \cdot 10^{-2})^4 = 7,96 \cdot 10^{-8} \text{ м}^4.$$

Наибольшее касательное напряжение в сечении определяем по формуле (3.1)

$$\tau_{\max} = \frac{T}{W_P} = \frac{98,4}{5,3 \cdot 10^{-6}} = 18,5 \cdot 10^6 \text{ Па} = 18,5 \text{ МПа}.$$

Угол закручивания вала тормозного шкива

$$\varphi = \frac{Tl}{GJ_p} \cdot \frac{180^\circ}{\pi} = \frac{98,4 \cdot 0,4}{8 \cdot 10^{-10} \cdot 7,96 \cdot 10^{-8}} \cdot \frac{180^\circ}{\pi} = 0,36^\circ,$$

следовательно $\varphi = 22'$.

Пример 3.3.

К стальному валу, оба конца которого защемлены (рис. 3.4, а), приложен крутящий момент $T = 440 \text{ Н} \cdot \text{м}$. Определить реактивные моменты в опорах A и B и построить эпюру крутящих моментов при $l_1 = 0,2 \text{ м}$, $l = 0,8 \text{ м}$.

Решение.

Обозначим реактивные моменты в защемлении через T_A и T_B . Из статики знаем уравнение равновесия

$$-T_A + T - T_B = 0 \text{ или } T_A + T_B = T$$

Далее составим уравнение совместности деформаций. Для этого отбросим (мысленно) защемление правого конца вала и заменим его действием на вал неизвестным реактивным моментом T_B (рис. 3.4, б).

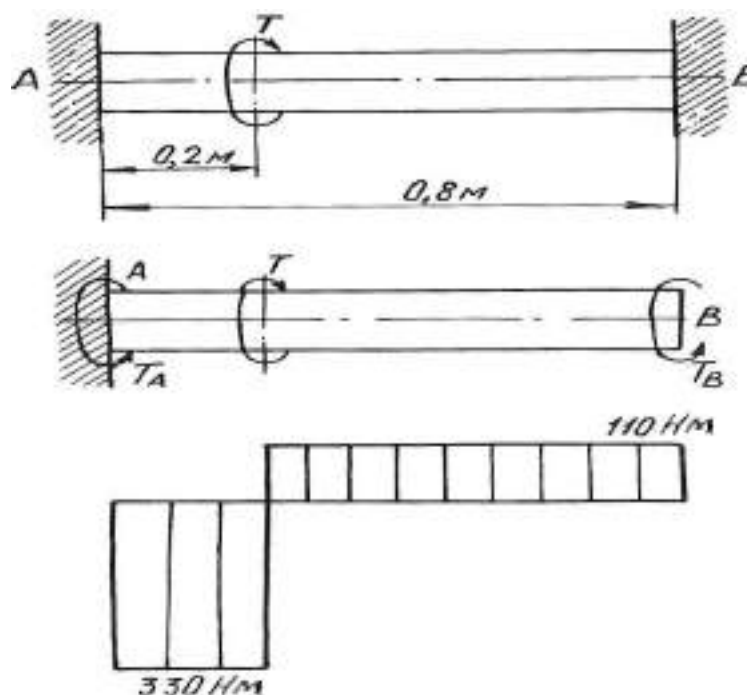


Рис. 3.4.

Величину момента T_B определим из условия, что угол закручивания правого крайнего сечения от действия моментов T и T_A равен нулю, так как это сечение вследствие защемления неподвижно. Угол закручивания правого освобожденного сечения вала на основе принципа независимости действия сил можно определить как сумму двух слагаемых

$$\varphi = \varphi' + \varphi'',$$

где φ' и φ'' – углы закручивания правого освобожденного сечения вала, найденные отдельно от моментов T и T_B , при этом $\varphi' = \frac{Tl_1}{GJ_p}$; $\varphi'' = -\frac{T_B l}{GJ_p}$.

Знак минус в выражении φ'' взят потому, что моменты T и T_B противоположны по направлению.

Полный угол закручивания правого сечения равен нулю, поэтому

$$\varphi = \varphi' + \varphi'' = \frac{Tl_1}{GJ_p} - \frac{T_B l}{GJ_p} = 0,$$

откуда $T_B = \frac{Tl_1}{l} = \frac{440 \cdot 0,2}{0,8} = 110 \text{ Н} \cdot \text{м}.$

Из уравнения статики определим момент T_A

$$T_A = T - T_B = 440 - 110 = 330 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

Эпюра крутящих моментов приведена на рис. 3.4, в.

3.1. Задания для расчета валов на кручение

К стальному валу приложены три известных момента T_1 , T_2 , T_3 .

Требуется:

1. Установить, при каком значении момента X угол закручивания правого концевого сечения вала равен нулю.
2. Построить эпюру крутящих моментов.
3. При заданном значении τ_{adm} определить диаметр вала из расчета на прочность и округлить его значение до ближайшего равного: 30, 35, 40, 45, 50, 60, 70, 80, 90, 100 мм.
4. Построить эпюру углов закручивания, найти наибольший относительный угол закручивания и проверить вал на жесткость при $\theta_{adm} = 1,5$ град/м.

Данные для расчета приведены на рис. 3.5 и в табл. 3.1.

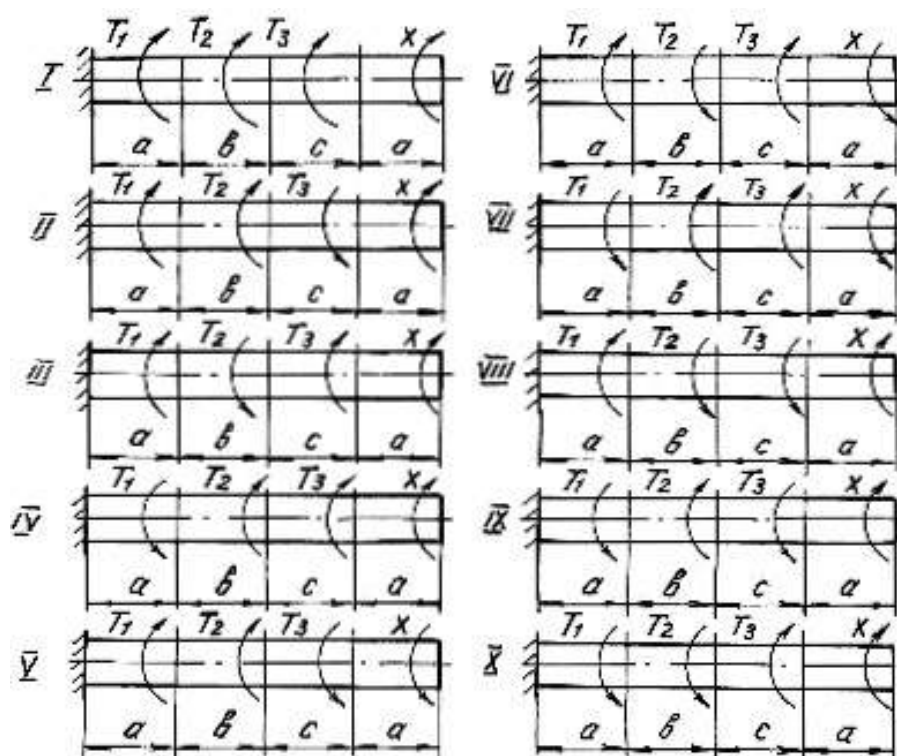


Рис. 3.5.

Таблица 3.1

Номер варианта	Номер схемы	Расстояние, м			Момент, Н·м			τ_{adm} , МПа
		a	b	c	T_1	T_2	T_3	
1	I	1,1	1,2	1,1	1100	1000	1200	35
2	II	1,2	1,3	1,2	1200	1100	1000	40
3	III	1,3	1,4	1,3	1300	1200	1100	45
4	IV	1,4	1,5	1,4	1400	1300	1200	50
5	V	1,5	1,6	1,5	1500	1400	1300	55
6	VI	1,6	1,7	1,6	1600	600	1500	60
7	VII	1,7	1,8	1,7	1700	700	1600	65
8	VIII	1,8	1,9	1,8	1800	800	1700	70
9	IX	1,9	2,0	1,9	1900	900	1800	75
10	X	2,0	2,1	2,0	2000	1000	2100	80

Глава 4

ДЕФОРМАЦИЯ ПОПЕРЕЧНОГО ИЗГИБА БАЛОК

Деформация поперечного изгиба может возникнуть от любых нагрузок, если линии действия этих нагрузок находятся в плоскости, проходящей через продольную ось балки. Если в такой плоскости располагается одна из главных осей инерции поперечного сечения, то возникает деформация плоского изгиба. От действия внешних нагрузок в поперечных сечениях балок возникают внутренние силовые факторы – поперечные силы и изгибающие моменты. Для их нахождения пользуемся методом сечений и, изучая равновесие сил, приводим внешние нагрузки к центру тяжести поперечного сечения.

Поперечная сила Q_x в любом сечении равна алгебраической сумме проекций всех внешних сил, приложенных с одной стороны от рассматриваемого сечения, на ось, перпендикулярную к продольной оси балки.

Изгибающий момент M_x в любом сечении равен алгебраической сумме моментов всех сил, действующих с одной стороны от рассматриваемого сечения балки, относительно центра тяжести сечения.

Правило знаков для Q_x и M_x :

- 1) поперечная сила считается положительной, если она сдвигает левую часть балки от сечения вверх, а правую часть балки вниз;
- 2) изгибающий момент в сечении считается положительным, если он изгибает балку выпуклостью вниз; при изгибе балки выпуклостью вверх изгибающий момент считается отрицательным.

Уравновесить момент внешних сил может только момент внутренних сил упругости, который образован силами, направленными нормально к сечению балки. Поперечная сила может быть уравновешена силой, которая является равнодействующей внутренних сил упругости, расположенных в плоскости сечения балки.

Таким образом, нормальные напряжения, возникающие в поперечных сечениях балок, зависят от величины изгибающих моментов в этих сечениях, а касательные напряжения – от величины поперечных сил в этих сечениях. Эту зависимость в общем виде можно записать

$$\sigma = f_1(M_x); \quad \tau = f_2(Q_x)$$

Таким образом, для того, чтобы определить напряжения в поперечных сечениях, необходимо знать законы изменения Q_x и M_x по длине балок. Для этого строят два графика, называемых эпюрами поперечных сил и изгибающих моментов.

Порядок построения эпюр сводится к следующему:

1. Заданная балка вычерчивается в выбранном масштабе с указанием размеров и нагрузок;

2. С помощью уравнений равновесия статики определяются реакции опор с обязательной последующей проверкой;

3. Балка разбивается на отдельные участки. Каждый участок имеет свой закон изменения нагрузки;

4. Для каждого участка записываются уравнения для определения Q_x и M_x ;

5. Вычисляют ординаты Q_x и M_x по составленным для отдельных участков уравнениям;

6. Строят в принятом масштабе эпюры Q_x и M_x .

Положительные значения найденных величин откладываются выше нулевой линии эпюры, а отрицательные – ниже ее.

Построение эпюр поперечных сил и изгибающих моментов можно выполнить, применяя следующие контрольные правила для построения эпюр:

1. На концевых шарнирных опорах Q_x равны реакциям, а M_x равны нулю, если на опорах не приложены пары с моментами M .

2. На участках балки, где отсутствует распределенная нагрузка, поперечная сила постоянна, а изгибающий момент изменяется по линейному закону.

3. На участках, где приложена равномерно распределенная нагрузка, эпюра Q_x изменяется по закону прямой наклонной линии, а эпюра M_x – по закону квадратичной параболы. В том сечении, где эпюра Q_x пересекается с нулевой линией, на эпюре M_x наблюдается экстремальное значение момента (вершина параболы).

4. На участках, где приложена нагрузка, изменяющаяся по закону треугольника, эпюра Q_x изменяется по закону квадратичной параболы, а эпюра M_x – по закону кубической параболы.

5. В тех сечениях, где приложены сосредоточенные силы (включая и реакции), на эпюре Q_x наблюдаются скачки (перепады) на величину этих сил, а на эпюре M_x – переломы смежных линий.

6. В тех сечениях, где приложены пары с моментами M , на эпюре M_x наблюдаются скачки на величину этих моментов.

7. На свободном конце консольной балки поперечная сила Q_x равна нулю, если в этом месте не приложена сосредоточенная сила; и изгибающий момент M_x равен нулю, если в этом месте не приложена пара с моментом M .

8. В жесткой заделке консольной балки Q_x равна реакции, а изгибающий момент M_x равен моменту заделки.

Нормальные напряжения при изгибе определяются по формуле:

$$\sigma = \frac{M_x}{J_{\text{н.о.}}} y, \quad (4.1)$$

где M_x – изгибающий момент в сечении; $J_{\text{н.о.}}$ – момент инерции сечения относительно нейтральной оси поперечного сечения (нейтральная ось – это ось, в любой точке которой нормальные напряжения всегда равны нулю); y – расстояние до рассматриваемого волокна от нейтральной оси.

Касательные напряжения при изгибе могут быть определены по формуле Д. И. Журавского:

$$\tau = \frac{Q_x S_{\text{н.о.}}}{J_{\text{н.о.}} b}, \quad (4.2)$$

где Q_x – поперечная сила в сечении; $S_{\text{н.о.}}$ – статический момент площади отсеченной части поперечного сечения выше уровня, на котором определяются касательные напряжения относительно нейтральной оси; b – ширина сечения на уровне, для которого определяются напряжения.

Подбор поперечного сечения балки производится на основании следующего условия прочности:

$$\sigma_{\text{max}} = \frac{M_{\text{max}}}{W_{\text{н.о.}}} \leq \sigma_{\text{adm}}, \quad (4.3)$$

откуда

$$W_{\text{н.о.}} \geq \frac{M_{\text{max}}}{\sigma_{\text{adm}}}, \quad (4.4)$$

где M_{max} – максимальный изгибающий момент, взятый из эпюры M_x ; $W_{\text{н.о.}}$ – момент сопротивления поперечного сечения балки изгибу относительно нейтральной оси; σ_{adm} – допускаемое нормальное напряжение для материала балки.

После подбора поперечного сечения производится полная проверка балки на прочность по следующим напряжениям:

а) по рабочим нормальным напряжениям

$$\sigma_{\text{раб.}} = \frac{M_{\text{max}}}{W_{\text{н.о.}}} \leq \sigma_{\text{adm}},$$

где $W_{\text{н.о.}}$ – момент сопротивления выбранного поперечного сечения.

б) по максимальным касательным напряжениям

$$\tau_{\text{max}} = \frac{Q_{\text{max}} S_{\text{н.о.}}}{J_{\text{н.о.}} b} \leq \tau_{\text{adm}},$$

где Q_{max} – наибольшая поперечная сила, взятая из эпюры Q_x ; $S_{\text{н.о.}}$ – статический момент части площади выбранного поперечного сечения, находящейся выше или ниже нейтральной оси, относительно этой оси; b – ширина сечения на уровне нейтральной оси; $J_{\text{н.о.}}$ – момент инерции выбранного сечения относительно нейтральной оси.

в) по главным напряжениям:

проверка проводится для балок, ширина сечений которых не постоянна. При этой проверке на основании эпюр выбирается опасное сечение балки, в котором одновременно значения Q_x и M_x большие. По формулам (4.1) и (4.2) для этого сечения строят эпюры нормальных и касательных напряжений, а затем определяют главные напряжения для характерных волокон сечения по его высоте, пользуясь формулой:

$$\sigma_{1,2} = \frac{1}{2}(\sigma \pm \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2}). \quad (4.5)$$

Для стальных балок определяют расчётное (эквивалентное) напряжение для верхних (нижних), средних, переходных волокон (где резко изменяется ширина сечения) по III или IV теориям прочности.

Проверка прочности сводится к рассмотрению выполнения следующих условий прочности:

$$\sigma_p^{III} = \sigma_1 - \sigma_2 \leq \sigma_{adm}, \quad (4.6)$$

$$\sigma_p^{IV} = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - \sigma_1 \sigma_2} \leq \sigma_{adm}. \quad (4.7)$$

4.1. Расчет балки на прочность

Пример 4.1.

Для расчетной схемы с указанными размерами и нагрузками (рис. 4.1.) построить по длине балки эпюры изгибающих моментов и поперечных сил.

Подобрать поперечное сечение балки в двух вариантах:

а) прямоугольного профиля, полагая, что балка деревянная при $\sigma_{adm} = 10$ МПа; соотношение между размерами сечения принять равным $b:h = 1:2$;

б) двутаврового профиля (см. табл. П.1), материал сталь при $\sigma_{adm} = 160$ МПа, $\tau_{adm} = 96$ МПа.

в) провести полную проверку стальной балки на прочность.

Решение.

Определение опорных реакций.

Расчёт балки следует начинать с расстановки и определения величины опорных реакций. Величина и направление опорных реакций и реактивных моментов могут быть определены из решения уравнений равновесия. Для плоской

системы параллельных сил (поперечный плоский изгиб) условия равновесия описываются двумя уравнениями статики: $\sum M_A = 0$; $\sum M_B = 0$.

Рассматриваемая балка (см. рис. 4.1) имеет две шарнирные опоры. В опоре A (шарнирно-подвижной) возникает одна реакция R_A , в опоре B (шарнирно-неподвижной) направление реакции в общем случае неизвестно, поэтому разложим её на две составляющие: H_B – горизонтальную и R_B – вертикальную. Все нагрузки действуют перпендикулярно продольной оси балки, поэтому из уравнения проекций на горизонтальную ось x получается, что составляющая $H_B = 0$. Запишем уравнения моментов сил относительно опоры B

$$\sum M_B = 0, \quad M_1 - R_A \cdot 5 + F \cdot 3 - M_2 + q \cdot 3 \cdot 0,5 = 0.$$

Решаем уравнение относительно R_A

$$R_A = \frac{M_1 + F \cdot 3 - M_2 + q \cdot 3 \cdot 0,5}{5} = \frac{30 + 60 \cdot 3 - 50 + 20 \cdot 1,5}{5} = 38 \text{ кН}.$$

Запишем уравнения моментов сил относительно опоры A

$$\sum M_A = 0, \quad R_B \cdot 5 - q \cdot 3 \cdot 4,5 - M_2 - F \cdot 2 + M_1 = 0.$$

Решаем уравнение относительно R_B

$$R_B = \frac{q \cdot 3 \cdot 4,5 + M_2 + F \cdot 2 - M_1}{5} = \frac{20 \cdot 3 \cdot 4,5 + 50 + 60 \cdot 2 - 30}{5} = \frac{410}{5} = 82 \text{ кН}.$$

Для проверки правильности вычисления опорных реакций составим уравнение проекций всех сил на вертикальную ось y :

$$\sum y = 0, \quad R_A - F - q \cdot 3 + R_B = 0; \quad 38 - 60 - 60 + 82 = 0, \quad 120 - 120 = 0.$$

Последнее уравнение обращается в тождество, следовательно, величина реакций и их направление определены правильно.

Если в результате решения уравнения реакция имеет отрицательное значение, то следует изменить направление реакции на противоположное и в дальнейших расчётах считать её положительной.

После определения опорных реакций можно перейти к построению эпюр изгибающих моментов и поперечных сил, предварительно разбив балку по длине на участки, в пределах которых закон изменения внешних нагрузок остаётся постоянным.

Границы участков располагаются в местах приложения моментов пар сил, сосредоточенных сил, начала или конца распределенной нагрузки.

Участки нумеруются слева или справа от концевых сечений балки. Рассчитываемая балка имеет пять участков I - V.

При составлении аналитических выражений для Q_x и M_x в пределах I-го участка проведём сечение с абсциссой x_1 и рассмотрим равновесие левой части консоли. На эту часть балки действует пара сил с моментом $M_1 = 30 \text{ кН} \cdot \text{м}$, поэтому поперечная сила $Q_I = 0$, а изгибающий момент в любом сечении будет постоянным $M_I = -M_1 = -30 \text{ кН} \cdot \text{м}$.

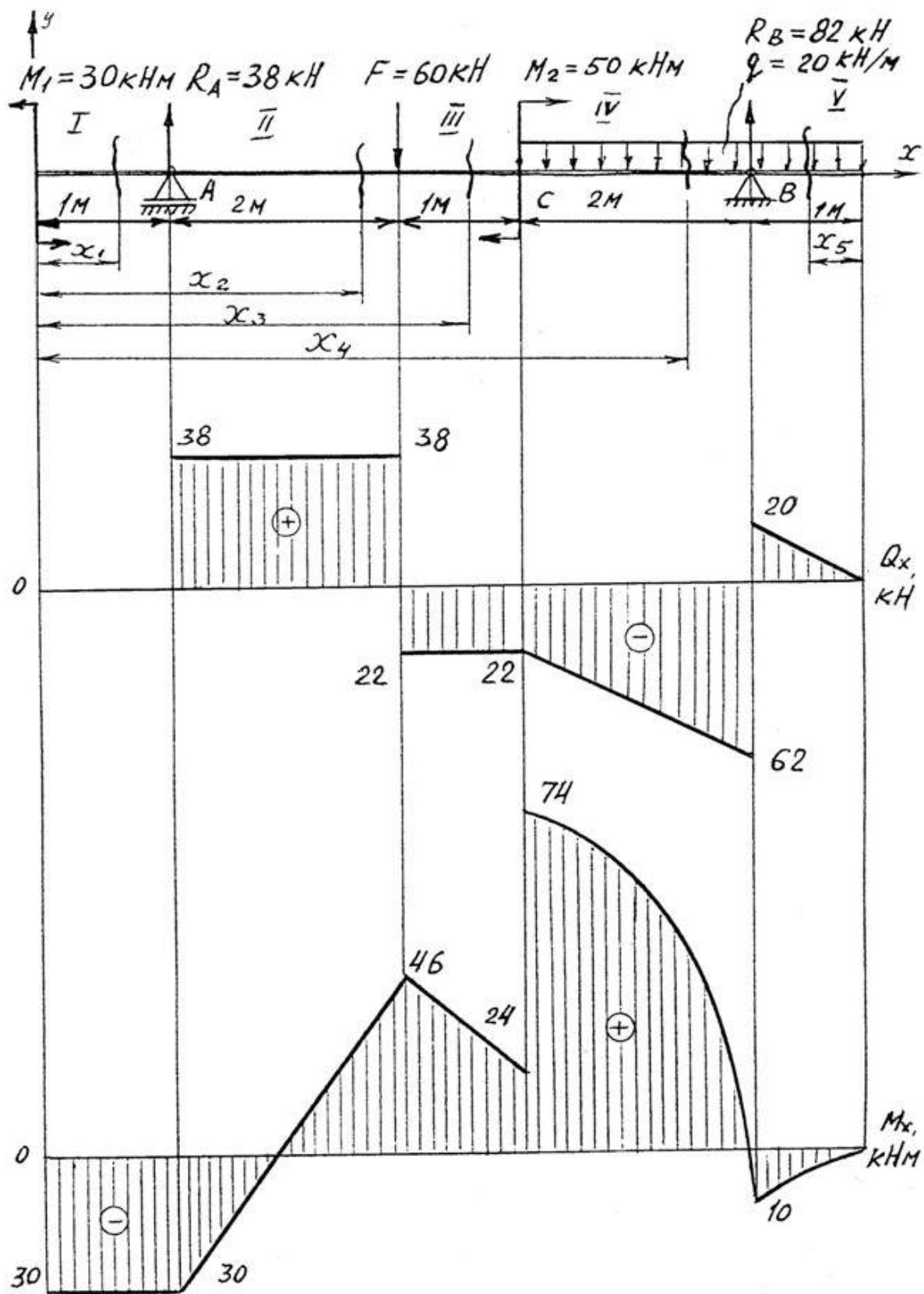


Рис. 4.1.

Для составления аналитических выражений Q_x и M_x в пределах II-го участка проводим сечение с абсциссой x_2 и рассматриваем равновесие левой части балки.

$Q_{II} = R_A = 38$ кН – поперечная сила в пределах II-го участка постоянна.

$$M_{II} = -M + R_A(x_2 - 1).$$

Это уравнение прямой линии, для её построения достаточно определить ординаты изгибающего момента в двух точках (на концах участка):

при $x_2 = 1$ м $M_{II} = -M_1 = -30$ кН·м;

при $x_2 = 3$ м $M_{II} = -M_1 + R_A \cdot 2 = -30 + 76 = 46$ кН·м.

Для III-го участка (сечение с абсциссой x_3)

$$Q_{III} = R_A - F = 38 - 60 = -22$$
 кН.

На этом участке поперечная сила не зависит от x_3 и поэтому на протяжении всего участка она не меняет своего значения.

$$M_{III} = -M_1 + R_A(x_3 - 1) - F(x_3 - 3).$$

Это уравнение прямой линии.

Вычислим моменты при следующих значениях x_3 :

при $x_3 = 3$ м $M_{III} = -30 + 38 \cdot 2 = 46$ кН·м;

при $x_3 = 4$ м $M_{III} = -30 + 38 \cdot 3 - 60 = 24$ кН·м.

Для IV-го участка (сечение с абсциссой x_4) поперечная сила равна:

$$Q_{IV} = R_A - F - q(x_4 - 4).$$

Это уравнение прямой линии.

Вычислим ординаты в начале и в конце участка:

при $x_4 = 4$ м $Q_{IV} = 38 - 60 = -22$ кН;

при $x_4 = 6$ м $Q_{IV} = 38 - 60 - 40 = -62$ кН.

Уравнение изгибающих моментов для IV-го участка имеет вид

$$M_{IV} = -M_1 + R_A(x_4 - 1) - F(x_4 - 3) + M_2 - q \frac{(x_4 - 4)^2}{2}.$$

Это уравнение параболы.

Для её построения определяем моменты:

при $x_4 = 4$ м $M_{IV} = -30 + 114 - 60 + 50 - 20 \cdot 0 = 74$ кН;

при $x_4 = 6$ м $M_{IV} = -30 + 38 \cdot 5 - 60 \cdot 3 + 50 - 20 \cdot (4/2) = -10$ кН.

Прежде, чем составлять выражение поперечной силы и изгибающего момента для V-го участка, заметим, что их можно найти как из равновесия левой части, так и из равновесия отсеченной правой части. Каждый раз к выбору решения нужно подходить с точки зрения возможной простоты и наименьшего количества вычислений.

Для V-го участка (сечение с абсциссой x_5) поперечная сила равна

$$Q_V = q x_5.$$

Вычислим значения ординат:

при $x_5 = 0$ $Q_V = 0$;

при $x_5 = 1$ м $Q_V = 20$ кН.

Составим уравнение изгибающего момента для V-го участка:

$$M_V = -qx_5 \frac{x_5}{2} = -\frac{qx_5^2}{2}.$$

Получили уравнение параболы. Для её построения вычислим ординаты:

при $x_5 = 0$, $M_V = 0$;

при $x_5 = 1$, $M_V = -10$ кН·м.

При построении эпюр Q_x и M_x выбираем масштаб и откладываем положительные значения ординат эпюр от нулевой линии вверх, а отрицательные вниз (см. рис. 4.1). После построения эпюр устанавливаем наибольшие значения поперечной силы $Q_{\max} = 62$ кН и изгибающего момента $M_{\max} = 74$ кН·м.

Сечение C является опасным, в нем $Q_x = 22$ кН, $M_x = 74$ кН·м.

Подбор поперечного сечения балки проводим в соответствии с условием задания в двух вариантах:

а) подбор сечения прямоугольного профиля деревянной балки

$$W_{\text{н.о.}} \geq \frac{M_{\max}}{\sigma_{\text{adm}}} = \frac{74 \cdot 10^3}{10 \cdot 10^6} = 7,4 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3 = 7400 \text{ см}^3.$$

Для прямоугольного сечения $W_{\text{н.о.}} = \frac{J_{\text{н.о.}}}{y_{\max}} = \frac{(bh)^3/12}{h/2} = \frac{bh^2}{6}.$

При $h = 2b$, $W_{\text{н.о.}} = (2/3)b^3 \geq 7400 \text{ см}^3$, отсюда $b \geq \sqrt[3]{\frac{3 \cdot 7400}{2}} = 22,3 \text{ см};$

$h = 2 \cdot 22,3 = 44,6 \text{ см}.$

После округления размеров в большую сторону принимаем: $h = 46 \text{ см}$, $b = 23 \text{ см}.$

б) подбор сечения двутаврового профиля

$$W_{\text{н.о.}} \geq \frac{M_{\max}}{\sigma_{\text{adm}}} = \frac{74 \cdot 10^3}{160 \cdot 10^6} = 4,62 \cdot 10^{-4} \text{ м}^3 = 462 \text{ см}^3.$$

Из таблицы сортамента проката этому значению соответствует двутавр № 30, для которого $W_{\text{н.о.}} = W_x^{\text{табл.}} = 472 \text{ см}^3.$

Основные размеры и геометрические характеристики профиля:

высота $h = 0,3$ м; ширина полки $b = 0,135$ м; толщина полки $t = 0,01$ м; толщина стенки $d = 0,65 \cdot 10^{-2}$ м; площадь сечения $A = 46,5 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2$; момент инерции сечения относительно нейтральной оси $J_{\text{н.о.}} = J_x^{\text{табл.}} = 0,708 \cdot 10^{-4} \text{ м}^4$; статический момент половины площади сечения относительно нейтральной оси $S_{\text{н.о.}}^{\max.} = S_x^{\text{табл.}} = 2,68 \cdot 10^{-4} \text{ м}^3.$

Полная проверка стальной балки на прочность:

а) проверка по рабочим нормальным напряжениям

$$\sigma_{\text{раб.}} = \frac{M_{\text{max}}}{W_x^{\text{табл.}}} = \frac{74 \cdot 10^3}{4,72 \cdot 10^{-4}} = 157 \cdot 10^6 \text{ Па} = 157 \text{ МПа};$$

$$\sigma_{\text{раб.}} = 157 \text{ МПа} < \sigma_{\text{adm}} = 160 \text{ МПа},$$

т. е. условие прочности выполняется.

б) проверка по максимальным касательным напряжениям

$$\tau_{\text{max}} = \frac{Q_{\text{max}} S_x^{\text{табл.}}}{J_x^{\text{табл.}} d} = \frac{62 \cdot 2,68 \cdot 10^{-4}}{0,708 \cdot 10^{-4} \cdot 0,65 \cdot 10^{-2}} = 36,2 \cdot 10^6 \text{ Па} = 36,2 \text{ МПа};$$

$$\tau_{\text{max}} = 36,2 \text{ МПа} < \tau_{\text{adm}} = 96 \text{ МПа}.$$

Таким образом, условие прочности выполняется.

в) проверка по главным напряжениям в опасном сечении С, в котором $Q_x = 22 \text{ кН}$, $M_x = 74 \text{ кН} \cdot \text{м}$.

Строим эпюру нормальных напряжений для этого сечения по уровням (рис. 4.2):

$$\sigma_{1-1} = -\frac{M_x}{J_x^{\text{табл.}}} y_{1-1} = -\frac{74 \cdot 10^3}{0,708 \cdot 10^{-4}} 0,15 = -157 \cdot 10^6 \text{ Па} = -157 \text{ МПа}.$$

Знак «минус» при напряжении для верхних волокон указывает на то, что при положительной эпюре M_x в этом сечении верхняя часть волокон испытывает деформацию осевого сжатия.

$$\sigma_{7-7} = \sigma_{1-1} = 157 \text{ МПа};$$

$$\sigma_{2-2} = \sigma_{3-3} = -\frac{M_x}{J_x^{\text{табл.}}} y_{2-2} = -\frac{M_x}{J_x^{\text{табл.}}} \left(\frac{h}{2} - t\right) = -\frac{74 \cdot 10^3}{0,708 \cdot 10^{-4}} (0,15 - 0,01) =$$

$$= -147 \cdot 10^6 \text{ Па} = -147 \text{ МПа}; \quad \sigma_{4-4} = 0, \text{ так как } y_{4-4} = 0.$$

Эпюра касательных напряжений также строится по значениям, определяемым для различных уровней (волокон) сечения

$$\tau_{1-1} = \tau_{7-7} = 0,$$

так как $S_{\text{н.о.}}^{1-1} = 0$, т. е. статический момент площади сечения, находящейся выше или ниже уровня 1-1 относительно нейтральной оси, равен нулю.

Напряжения в волокнах уровня 2-2 и 6-6 можно не определять, так как они обычно очень малы.

В переходных волокнах 3-3 и 5-5 напряжения будут равны

$$\tau_{3-3} = \tau_{5-5} = \frac{Q_x S_{\text{н.о.}}^{3-3}}{J_x^{\text{табл.}} b_{3-3}} = \frac{Q_x b t (h/2 - t/2)}{J_x^{\text{табл.}} d} =$$

$$= \frac{22 \cdot 10^3 \cdot 0,135 \cdot 0,01 \cdot (0,15 - 0,005)}{0,708 \cdot 10^{-4} \cdot 0,65 \cdot 10^{-2}} = 9,7 \cdot 10^6 \text{ Па} = 9,7 \text{ МПа}.$$

Для волокон нейтрального слоя

$$\tau_{4-4} = \frac{Q_x S_{\text{н.о.}}^{4-4}}{J_x^{\text{табл.}} b_{4-4}} = \frac{Q_x S_x^{\text{табл.}}}{J_x^{\text{табл.}} d} = \frac{22 \cdot 2,68 \cdot 10^{-4}}{0,708 \cdot 10^{-4} \cdot 0,65 \cdot 10^{-2}} = 12,8 \cdot 10^6 \text{ Па} = 12,8 \text{ МПа}.$$

Эпюры σ и τ строятся в масштабе (см. рис. 4.2).

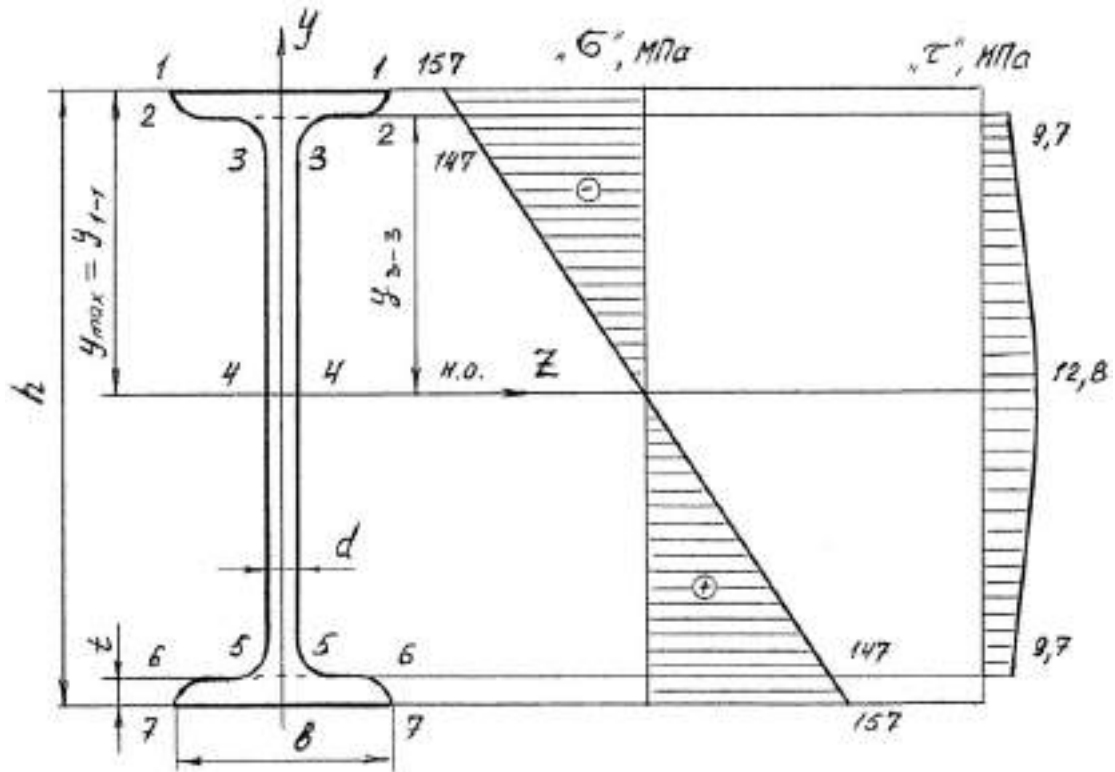


Рис. 4.2.

На основании эпюр напряжений определяют главные напряжения для верхних, переходных и средних волокон

$$\sigma_1^{1-1} = 1/2(\sigma_{1-1} + \sqrt{\sigma_{1-1}^2 + 4\tau_{1-1}^2}) = 1/2(-157 + \sqrt{157^2 + 4 \cdot 0^2}) = 0;$$

$$\sigma_2^{1-1} = 1/2(-157 - \sqrt{157^2 + 4 \cdot 0^2}) = -157 \text{ МПа};$$

$$\sigma_1^{3-3} = 1/2(-147 + \sqrt{147^2 + 4 \cdot 9,7^2}) = 0,5 \text{ МПа};$$

$$\sigma_2^{3-3} = 1/2(-147 - \sqrt{147^2 + 4 \cdot 9,7^2}) = -147,5 \text{ МПа};$$

$$\sigma_1^{4-4} = 1/2(0 + \sqrt{0^2 + 4 \cdot 12,8^2}) = 12,8 \text{ МПа};$$

$$\sigma_2^{4-4} = -12,8 \text{ МПа}.$$

Определим величины расчётных напряжений по третьей теории прочности:

$$\sigma_p^{1-1} = \sigma_1^{1-1} - \sigma_2^{1-1} = 0 - (-157) = 157 \text{ МПа};$$

$$\sigma_p^{3-3} = \sigma_1^{3-3} - \sigma_2^{3-3} = 0,5 - (-147,5) = 148 \text{ МПа};$$

$$\sigma_p^{4-4} = \sigma_1^{4-4} - \sigma_2^{4-4} = 12,8 - (-12,8) = 25,6 \text{ МПа},$$

таким образом условие прочности $\sigma_p^{\text{III}} < \sigma_{\text{adm}}$ выполняется.

По четвертой теории прочности

$$\sigma_p^{1-1} = \sqrt{(\sigma_1^{1-1})^2 + (\sigma_2^{1-1})^2 - \sigma_1^{1-1}\sigma_2^{1-1}} = \sqrt{0^2 + 157^2 - 0^2} = 157 \text{ МПа}.$$

$$\text{Аналогично: } \sigma_p^{3-3} = 148 \text{ МПа}; \sigma_p^{4-4} = 22,1 \text{ МПа}.$$

Таким образом, результаты по всем вариантам полной проверки прочности балки показывают, что все условия прочности выполняются, следовательно, к практическому применению принимается двутавр № 30.

Пример 4.2. Консольная балка, сложное сечение.

Для заданной схемы балки (рис. 4.3) построить эпюры поперечных сил Q_x и изгибающих моментов M_x , определить размеры сечения заданной формы из условия прочности, принимая $\sigma_{\text{adm}} = 160 \text{ МПа}$.

Решение.

Определим реакции опоры A из уравнений равновесия

$$1) \sum M_A = 0; \quad -M_A + M - q \cdot 1 \cdot 2,5 + F \cdot 3 = 0;$$

$$M_A = M - q \cdot 1 \cdot 2,5 + F \cdot 3 = 6 - 10 + 24 = 20 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

$$2) \sum Y = 0; \quad R_A - q \cdot 1 + F = 0 \text{ (предварительное направление реакции } R_A \text{ вверх);}$$

$$R_A = q \cdot 1 - F = 4 - 8 = -4 \text{ кН (меняем направление реакции на противоположное).}$$

Проверка

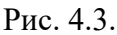
$$\sum M_C = 0; \quad -M_A + R_A \cdot 3 + M + q \cdot 1 \cdot 0,5 = -20 + 12 + 6 + 2 = 0.$$

Определим размеры поперечного сечения (см. рис. 4.3), для чего условно разбиваем это сечение на фигуры 1, 2, 3 и 4, площади которых равны: $A_1 = 5b \cdot 6b$; $A_2 = 2b \cdot 3b$; $A_3 = A_4 = b \cdot b$.

Для определения положения центра тяжести сечения проводим вспомогательную ось $x_{\text{вр}}$ и найдем координату y_c по известной формуле

$$y_c = \frac{S_{x_{\text{вр}}}}{A} = \frac{A_1 y_1 - A_2 y_2 + A_3 y_3 + A_4 y_4}{A_1 - A_2 + A_3 + A_4} =$$

где y_1, y_2, y_3, y_4 – расстояния от центров тяжести фигур 1, 2, 3, 4 до оси $x_{\text{вр}}$.



Так как сечение симметричное, то его центр тяжести лежит на оси симметрии y .

Проводим нейтральную ось через центр тяжести параллельно вспомогательной оси $x_{вр}$. Находим момент инерции относительно нейтральной оси

$$J_{н.о.} = (J_{н.о.})^1 - (J_{н.о.})^2 + 2(J_{н.о.})^3 = \left[\frac{6b \cdot (5b)^3}{12} + 6b \cdot 5b \cdot (y_1 - y_c)^2 \right] - \left[\frac{2b \cdot (3b)^3}{12} + 2b \cdot 3b \cdot (y_2 - y_c)^2 \right] + 2 \cdot \left[\frac{b \cdot b^3}{12} + b \cdot b \cdot (y_3 - y_c)^2 \right] = 60 \cdot b^4,$$

где $(y_n - y_c)$ – расстояние между собственной осью простой фигуры и нейтральной осью.

Строим эпюры поперечных сил Q_x и изгибающих моментов M_x , пользуясь контрольными правилами и начиная построения со свободного конца балки.

$$Q_C = -F = -8 \text{ кН}; \quad Q_D = -F + q \cdot 1 = -8 + 4 = -4 \text{ кН} = Q_B = Q_A;$$

$$M_C = 0; \quad M_D = F \cdot 1 - q \cdot 1 \cdot 0,5 = 8 - 2 = 6 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

$$M_B = F \cdot 2 - q \cdot 1 \cdot 1,5 = 16 - 6 = 10 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

В сечении B изгибающий момент возрастает на момент $M = 6 \text{ кН} \cdot \text{м}$, что на эпюре M_x отражается в виде скачка. Изгибающий момент в жесткой заделке равен моменту заделки M_A .

Максимальный изгибающий момент $M_{\max} = M_A = 20 \text{ кН} \cdot \text{м}$. Максимальные напряжения, возникающие в нижних волокнах этого сечения

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{\max} y_{\max}^H}{J_{н.о.}} = \frac{20 \cdot 2,58 \cdot b}{60 \cdot b^4} = \frac{0,83 \text{ кН} \cdot \text{м}}{b^3}.$$

Максимальные напряжения, возникающие в верхних волокнах этого сечения

$$\sigma_{\min} = \frac{M_{\max} y_{\max}^B}{J_{н.о.}} = \frac{20 \cdot 2,42 \cdot b}{60 \cdot b^4} = \frac{0,81 \text{ кН} \cdot \text{м}}{b^3}.$$

Приравнивая наибольшее напряжение к допускаемому напряжению σ_{adm} , получим размер сечения b

$$\sigma_{\max} = \frac{0,83 \text{ кН} \cdot \text{м}}{b^3} \leq \sigma_{adm} = 160 \text{ МПа}; \quad b^3 \geq \frac{0,83 \cdot 10^3}{160 \cdot 10^6},$$

$$b \geq \sqrt[3]{5,2 \cdot 10^{-6}} = 1,73 \cdot 10^{-2} \text{ м}; \quad b = 18 \text{ мм}.$$

4.2. Задания для расчета балок на прочность

Для расчетной схемы балки необходимо:

1. Построить по длине балки эпюры изгибающих моментов и поперечных сил.

2. Подобрать поперечное сечение балки в двух вариантах:

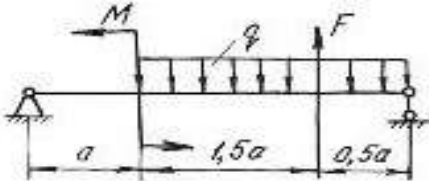
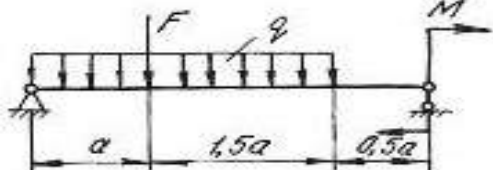
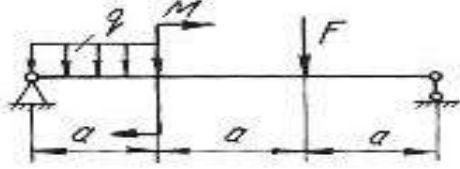
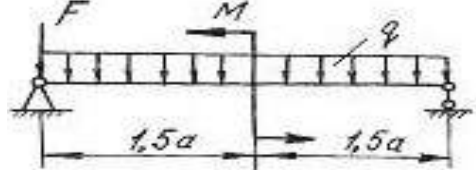
а) прямоугольного профиля, полагая, что балка деревянная при $\sigma_{adm} = 10$ МПа ;
соотношение между размерами сечения принять равными $b:h = 1:2$;

б) двутаврового профиля (см. табл. П. 1) при $\sigma_{adm} = 160$ МПа, $\tau_{adm} = 96$ МПа .

3. Провести полную проверку стальной двутавровой балки на прочность.

Данные для расчета приведены в табл. 4.1.

Таблица 4.1

Схема балки и нагрузки	Номер варианта	Числовые значения нагрузок и размеров				
		a , м	q , кН/м	M , кН·м	F , кН	
	1	2,0	19	20	20	
	2	1,0	16	35	40	
	3	1,2	10	30	40	
	4	2,0	10	25	50	
	5	2,2	30	50	40	
	6	2,4	10	10	20	
	7	1,0	10	65	20	
	8	1,2	10	55	40	
	9	2,0	20	45	15	
	10	1,0	18	32	60	
	11	2,2	10	35	50	
	12	1,8	30	42	30	
	13	2,0	12	26	20	
	14	1,0	14	14	20	
	15	2,0	15	25	30	

Продолжение табл. 4.1

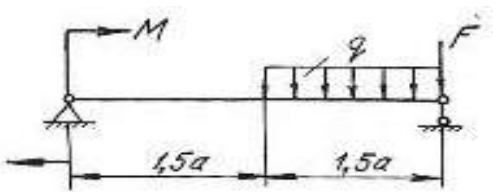
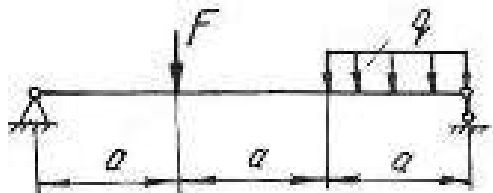
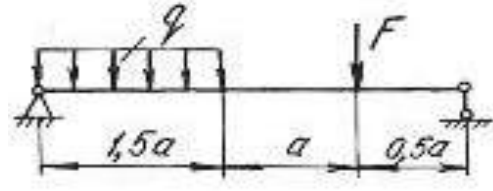
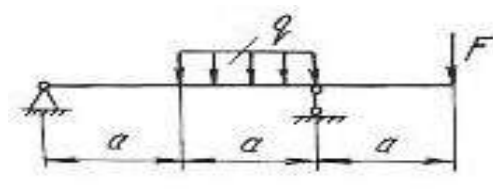
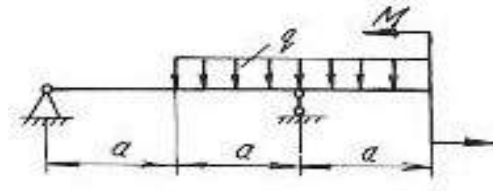
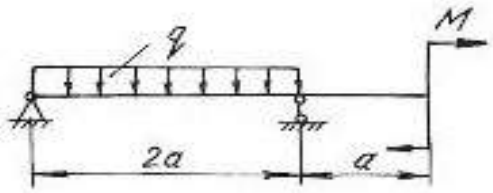
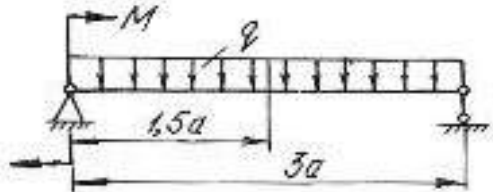
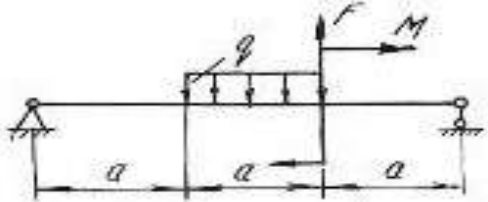
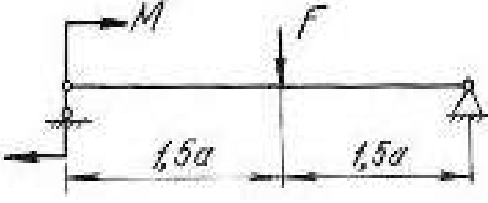
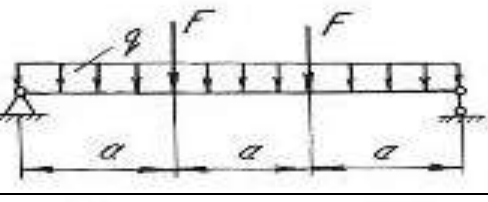
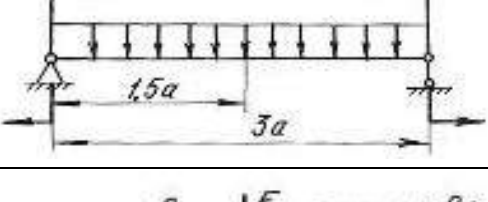
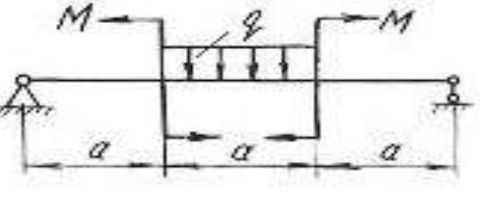
Схема балки и нагрузки	Номер варианта	Числовые значения нагрузок и размеров			
		a , м	q , кН/м	M , кН·м	F , кН
	16	1,0	10	32	40
	17	2,0	25	42	20
	18	1,6	30	50	30
	19	1,0	10	—	10
	20	2,0	11	—	30
	21	1,0	12	—	30
	22	1,2	13	—	60
	23	2,2	14	—	70
	24	3,0	15	—	40
	25	3,0	16	—	20
	26	1,2	17	—	70
	27	2,0	18	—	70
	28	3,0	20	10	—
	29	2,0	21	60	—
	30	2,0	22	10	—
	31	2,1	23	30	—
	32	2,0	24	30	—
	33	2,2	25	30	—
	34	2,0	26	40	—
	35	2,0	27	40	—
	36	2,0	28	40	—

Схема балки и нагрузки	Номер варианта	Числовые значения нагрузок и размеров			
		a , м	q , кН/м	M , кН·м	F , кН
	37	1,2	10	30	15
	38	1,3	12	40	10
	39	1,4	15	45	12
	40	1,0	14	50	10
	41	2,0	13	60	20
	42	2,0	12	55	12
	43	1,1	16	—	20
	44	1,4	17	—	16
	45	1,5	20	—	15
	46	1,6	18	30	—
	47	1,2	11	20	—
	48	1,3	14	10	—
	49	0,8	15	40	—
	50	0,7	13	13	—
	51	1,1	17	22	—
	52	0,5	24	—	20
	53	0,6	28	—	30
	54	0,9	30	—	40
	55	1,1	10	30	—
	56	1,2	20	31	—
	57	1,3	30	32	—

Продолжение табл. 4.1

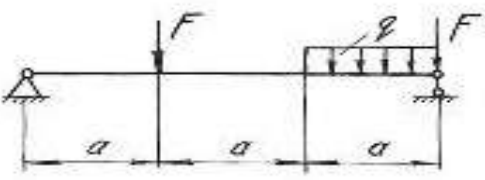
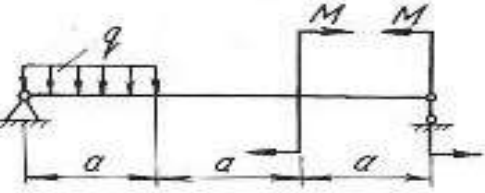
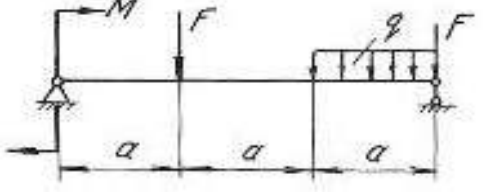
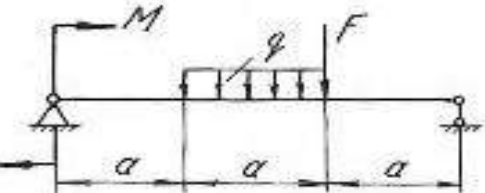
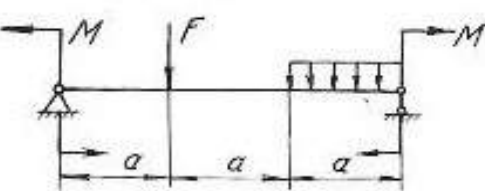
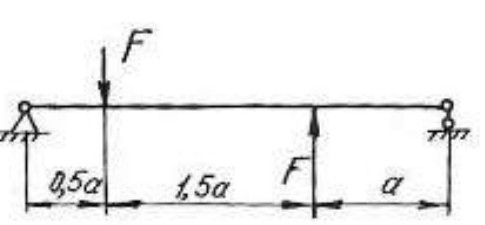
Схема балки и нагрузки	Номер варианта	Числовые значения нагрузок и размеров			
		a , м	q , кН/м	M , кН·м	F , кН
	58	1,4	40	—	40
	59	1,2	35	—	50
	60	2,0	28	—	80
	61	1,5	12	20	—
	62	1,7	14	30	—
	63	1,9	16	40	—
	64	2,1	18	20	20
	65	2,3	19	30	30
	66	2,5	20	25	40
	67	2,0	12	30	25
	68	2,4	10	35	30
	69	2,7	10	30	35
	70	1,0	12	10	40
	71	2,0	14	20	30
	72	2,0	16	30	40
	73	1,0	—	—	20
	74	2,0	—	—	30
	75	2,5	—	—	40

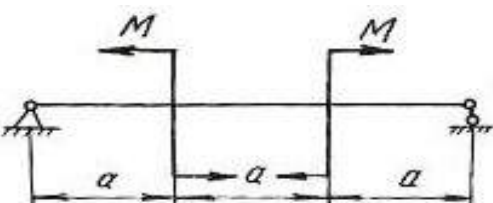
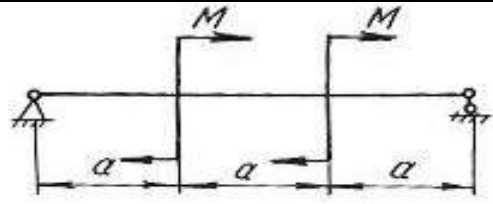
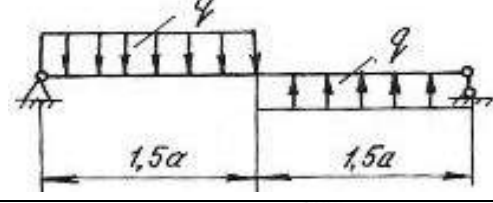
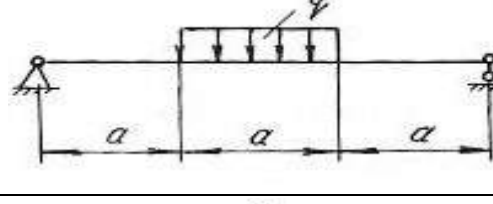
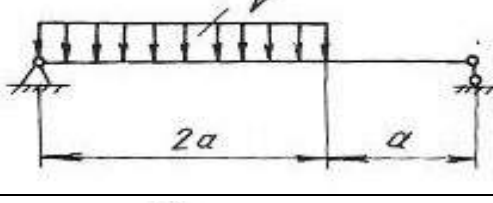
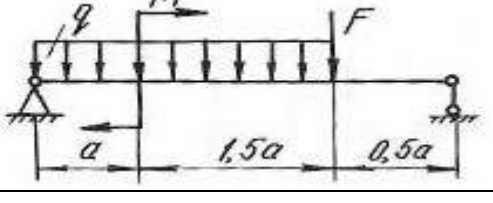
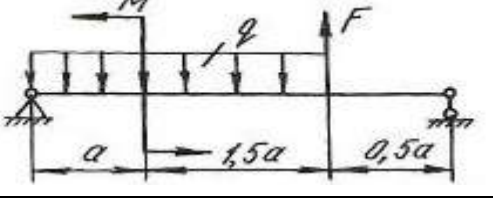
Схема балки и нагрузки	Номер варианта	Числовые значения нагрузок и размеров			
		a , м	q , кН/м	M , кН·м	F , кН
	76	1,5	—	30	—
	77	2,5	—	40	—
	78	1,2	—	50	—
	79	1,3	—	40	—
	80	1,4	—	25	—
	81	1,6	—	30	—
	82	1,7	10	—	—
	83	1,8	10	—	—
	84	1,9	10	—	—
	85	2,1	30	—	—
	86	2,2	20	—	—
	87	2,3	10	—	—
	88	2,0	25	—	—
	89	1,0	15	—	—
	90	2,3	10	—	—
	91	1,0	15	30	80
	92	2,0	20	40	90
	93	2,0	25	50	100
	94	1,2	10	45	25
	95	1,4	12	50	30
	96	1,6	15	60	35

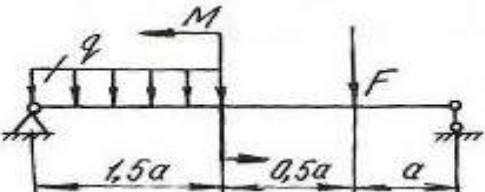
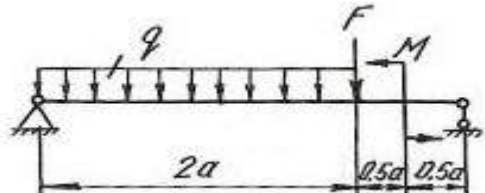
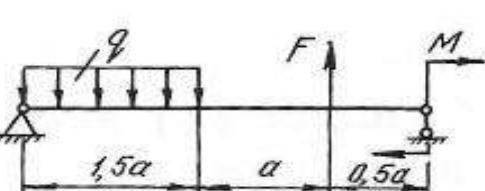
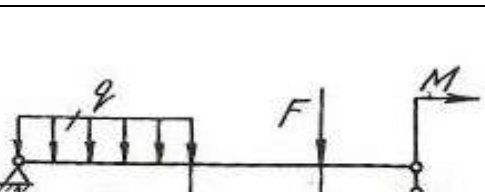
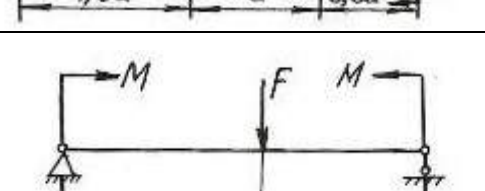
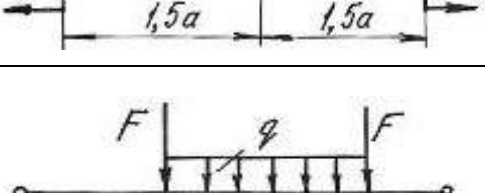
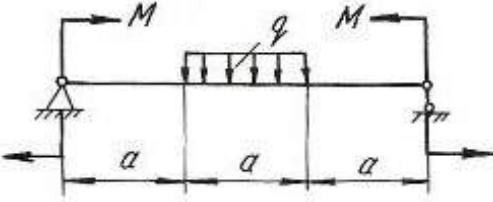
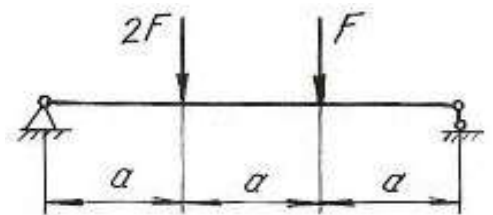
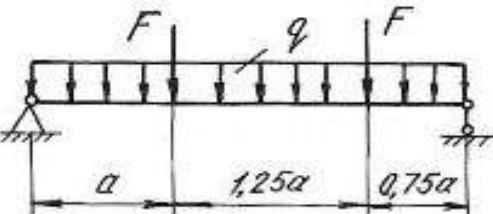
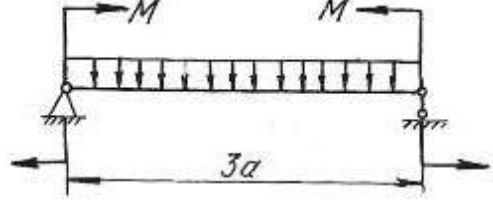
Схема балки и нагрузки	Номер варианта	Числовые значения нагрузок и размеров			
		a , м	q , кН/м	M , кН·м	F , кН
	97	1,8	15	30	40
	98	1,0	18	20	45
	99	1,4	21	55	50
	100	1,0	10	30	55
	101	2,0	20	35	80
	102	1,0	30	60	40
	103	1,9	15	25	60
	104	1,7	13	50	40
	105	1,3	17	75	20
	106	1,0	18	20	35
	107	2,2	16	60	45
	108	2,3	14	40	55
	109	1,0	—	30	50
	110	0,6	—	40	50
	111	0,8	—	30	60
	112	1,0	2	—	70
	113	0,6	30	—	60
	114	1,2	40	—	50

Схема балки и нагрузки	Номер варианта	Числовые значения нагрузок и размеров			
		a , м	q , кН/м	M , кН·м	F , кН
	115	1,2	20	40	—
	116	1,3	10	20	—
	117	1,4	20	30	—
	118	1,5	—	—	40
	119	1,0	—	—	30
	120	1,3	—	—	20
	121	1,0	10	—	20
	122	1,0	20	—	40
	123	1,0	30	—	10
	124	1,2	10	20	—
	125	1,3	11	40	—
	126	1,5	12	50	—

4.3. Расчет балки на жесткость

После проверки балок на прочность они обычно проверяются на жесткость.

Проверка состоит в определении максимальных перемещений балки при изгибе и сравнении их с допускаемыми значениями для данного материала и типа балки. При этом должны выполняться следующие условия:

$$y_{\max} \leq y_{\text{adm}}; \quad y_{\text{adm}} = \left(\frac{1}{20} \div \frac{1}{250} \right) l; \quad \theta_{\max} \leq \theta_{\text{adm}},$$

где y_{adm} — допускаемый прогиб; θ_{adm} — допускаемый угол поворота; l — пролёт балки.

Для определения прогибов и углов поворота в статически определимых балках обычно применяют метод начальных параметров, который записывается в виде следующих универсальных уравнений:

$$EJ_z \theta = EJ_z \theta_0 + \sum_{i=1}^n \frac{M_i(x-a_i)^1}{1!} + \sum_{i=1}^n \frac{F_i(x-b_i)^2}{2!} + \sum_{i=1}^n \frac{q_i(x-c_i)^3}{3!}, \quad (4.8)$$

где n – количество нагрузок на рассматриваемых участках.

$$EJ_z y = EJ_z y_0 + EJ_z \theta_0 x + \sum_{i=1}^n \frac{M_i(x-a_i)^2}{2!} + \sum_{i=1}^n \frac{F_i(x-b_i)^3}{3!} + \sum_{i=1}^n \frac{q_i(x-c_i)^4}{4!}, \quad (4.9)$$

где θ – угол поворота в исследуемом сечении; y – прогиб в исследуемом сечении; y_0 – прогиб в начале координат; θ_0 – угол поворота в начале координат; x – расстояние от начала координат до сечения, в котором определяются перемещения; M, F, q – внешние нагрузки, включая и реакции; a – расстояния от начала координат до сечений, где приложены моменты; b – расстояния от начала координат до сечений, где приложены сосредоточенные силы; c – расстояния от начала координат до начала каждого участка, нагруженного равномерно распределенной нагрузкой; EJ_z – жесткость балки при поперечном изгибе.

Метод начальных параметров применяется при условии, что жесткость EJ_z постоянна по всей длине балки.

Слагаемые, которые включают M, F, q , по знаку определяются в соответствии с правилами знаков, принятыми для определения M_x при расчете слева. При использовании метода начальных параметров необходимо выполнить следующие требования:

1. Начало координат принимается единым для всей балки (обычно в левом крайнем сечении балки);
2. Если равномерно распределенная нагрузка не доходит до рассматриваемого сечения, то ее необходимо продлить до этого сечения, а для сохранения равновесия приложить такую же по величине, но противоположного направления нагрузку. Эту контрнагрузку необходимо включить в уравнения.

Начальные параметры y_0 и θ_0 определяются следующим образом. Если начало координат находится не на опоре (рис. 4.4, б), то составляем два дополнительных уравнения прогибов для двух опор, где заранее известно, что прогибы на опорах равны нулю. Если начало координат находится на концевой шарнирной опоре (рис. 4.4, в), то составляем одно дополнительное уравнение прогибов для другой опоры. Если начало координат находится в жесткой заделке (рис. 4.4, г), то дополнительные уравнения составлять не нужно.

При решении задач необходимо иметь в виду, что положительное направление оси y принято вверх. При этом условии положительное значение угла поворота соответствует вращению сечения против хода часовой стрелки, положительный прогиб направлен вверх.

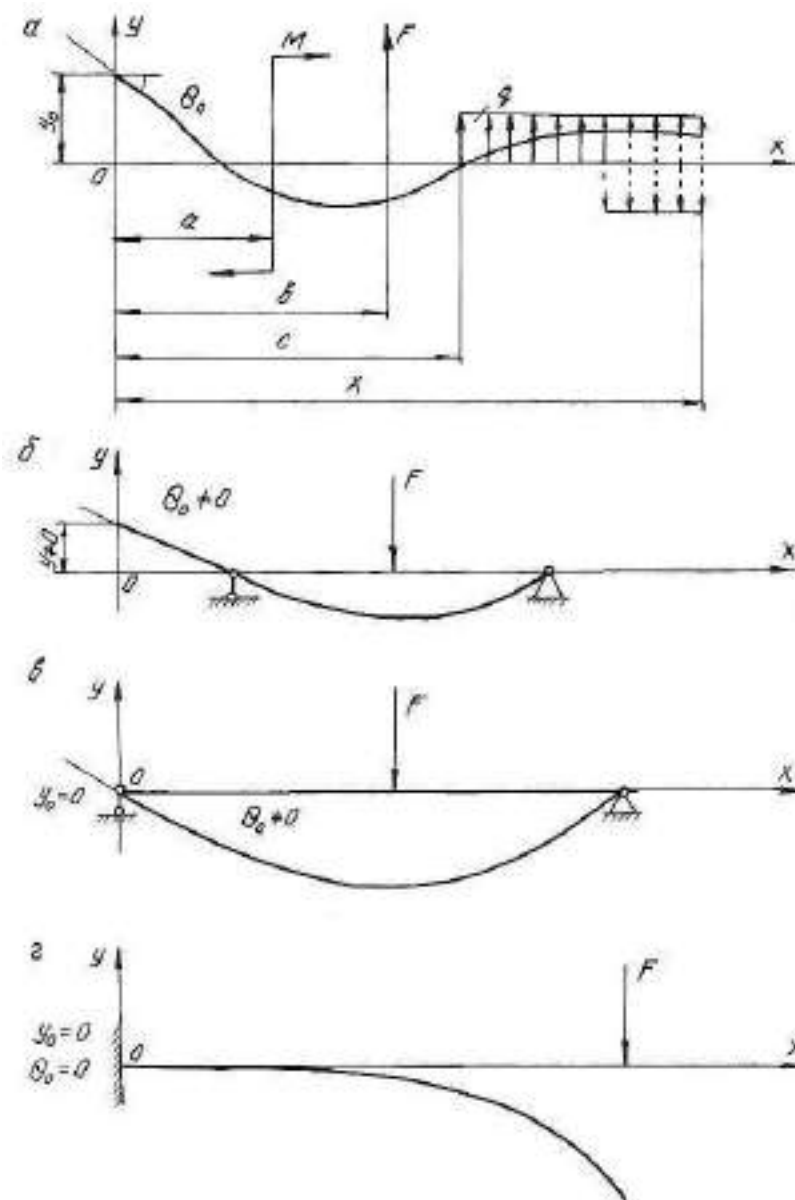


Рис. 4.4.

Пример 4.3.

Для балки, изображенной на рис. 4.5, построить эпюры Q_x и M_x , подобрать поперечное двутавровое сечение (см. табл. П. 1) при $\sigma_{adm} = 160$ МПа, $E = 2 \cdot 10^5$ МПа. По методу начальных параметров определить прогибы в сечениях C и D и угол поворота сечения B . Построить эпюру прогибов и провести проверку на жесткость при $y_{adm} = (1/200)l = (1/200)4 = 0,02$ м = 2 см, где l – пролет балки.

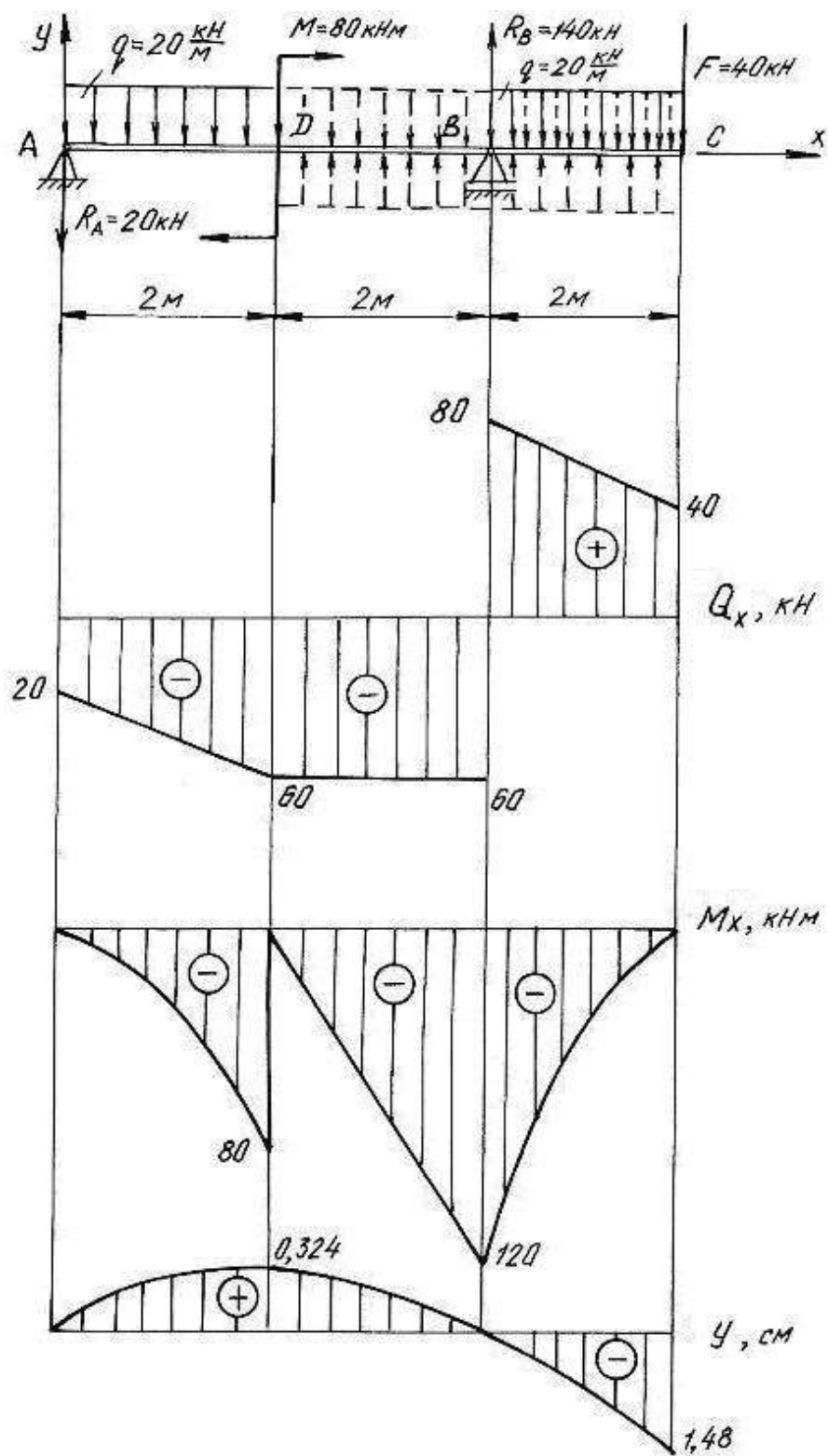


Рис. 4.5.

Решение.

Определим опорные реакции:

$$\sum M_B = 0, \quad R_A \cdot 4 + q \cdot 2 \cdot 3 - M - q \cdot 2 \cdot 1 - F \cdot 2 = 0;$$

$$R_A \cdot 4 + 20 \cdot 2 \cdot 3 - 80 - 20 \cdot 2 \cdot 1 - 40 \cdot 2 = 0; \quad R_A = 20 \text{ кН.}$$

$$\sum M_A = 0, \quad R_B \cdot 4 - q \cdot 2 \cdot 1 - M - q \cdot 2 \cdot 5 - F \cdot 6 = 0;$$

$$R_B \cdot 4 - 20 \cdot 2 \cdot 1 - 80 - 20 \cdot 2 \cdot 5 - 40 \cdot 6 = 0; \quad R_B = 140 \text{ кН.}$$

Проводим проверку

$$\sum Y = 0; \quad -R_A + R_B - q \cdot 2 - F - q \cdot 2 = 0;$$

$$-20 + 140 - 20 \cdot 2 - 40 - 20 \cdot 2 = 0; \quad 0 = 0$$

По контрольным правилам строим эпюры Q_x и M_x , и подбираем поперечное сечение при $M_{\max} = 120 \text{ кН}$.

$$W_z = \frac{M_{\max}}{\sigma_{\text{adm}}} = \frac{120 \cdot 10^3}{160 \cdot 10^6} = 0,75 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3 = 750 \text{ см}^3.$$

По таблице сортамента (см. табл. П.1) принимаем двутавр № 36:

$$J_z = J_x^{\text{табл.}} = 13380 \text{ см}^4 = 13380 \cdot 10^{-8} \text{ м}^4.$$

Для определения перемещений помещаем начало координат на левой опоре (прогиб $y_0 = 0$, угол поворота $\theta_0 \neq 0$). Составляем дополнительное уравнение прогибов для сечения B (при $x_B = 4 \text{ м}$), где заранее известно, что прогиб на опоре y_B равен нулю.

Распределенная нагрузка обрывается в сечении D . Продолжим её до сечения B , в котором определяем перемещение, но, чтобы не нарушить прежнее равновесие, вводим уравновешивающую нагрузку обратного направления на участке BD .

$$EJ_z y_B = EJ_z \theta_0 x_B + \frac{M(x-2)^2}{2} - \frac{R_A(x_B-0)^3}{6} - \frac{q(x_B-0)^4}{24} + \frac{q(x_B-2)^4}{24};$$
$$0 = EJ_z \theta_0 \cdot 4 + \frac{80(4-2)^2}{2} - \frac{20(4-0)^3}{6} - \frac{20(4-0)^4}{24} + \frac{20(4-2)^4}{24}.$$

Последний член уравнения учитывает компенсирующую нагрузку. Подставляя числовые значения, получим $EJ_z \theta_0 = EJ_z \theta_A = 63,3 \text{ кН} \cdot \text{м}^2$.

Определим прогибы на границах заданных участков. При определении прогиба в сечении C равномерно распределенную нагрузку необходимо продлить до этого сечения и уравновесить её.

В сечении C ($x_C = 6 \text{ м}$):

$$EJ_Z y_C = EJ_Z \theta_0 x_C + \frac{M(x_C - 2)^2}{2} - \frac{R_A(x_C - 0)^3}{6} + \frac{R_B(x_C - 4)^3}{6} - \frac{q(x_C - 0)^4}{24} + \frac{q(x_C - 2)^4}{24} - \frac{q(x_C - 4)^4}{24};$$

$$EJ_Z y_C = 63,3 \cdot 6 + \frac{80 \cdot (6 - 2)^2}{2} - \frac{20 \cdot (6 - 0)^3}{6} + \frac{140 \cdot (6 - 4)^3}{6} - \frac{20 \cdot (6 - 0)^4}{24} + \frac{20(6 - 2)^4}{24} - \frac{20(6 - 4)^4}{24} = -393 \text{ кНм}^3;$$

$$y_C = \frac{-393 \cdot 10^3}{EJ_Z} = \frac{-393 \cdot 10^3}{2 \cdot 10^{11} \cdot 13380 \cdot 10^{-8}} = -0,0148 \text{ м}; \quad y_C = -1,480 \text{ см};$$

в сечении D ($x_D = 2$ м):

$$EJ_Z y_D = EJ_Z \theta_0 \cdot x_D - \frac{R_A(x_D - 0)^3}{6} - \frac{q(x_D - 0)^4}{24} = 63,3 \cdot 2 - \frac{20(2 - 0)^3}{6} - \frac{20(2 - 0)^4}{24} = 86,7 \text{ кНм}^3;$$

$$y_D = \frac{86,7 \cdot 10^3}{EJ_Z} = \frac{86,7 \cdot 10^3}{2 \cdot 10^{11} \cdot 13380 \cdot 10^{-8}} = 0,00324 \text{ м} = 0,324 \text{ см}.$$

По полученным значениям прогибов строим изогнутую ось балки (см. рис. 4.5).

Определим угол поворота сечения B ($x_B = 4$ м), продлив и уравновесив распределенную нагрузку

$$EJ_Z \theta_B = EJ_Z \theta_0 + \frac{M(x - 2)^1}{1} - \frac{R_A(x - 0)^2}{2} - \frac{q(x - 0)^3}{6} + \frac{q(x - 2)^3}{6} =$$

$$= 63,3 + \frac{80(4 - 2)^1}{1} - \frac{20(4 - 0)^2}{2} - \frac{20(4 - 0)^3}{6} + \frac{20(4 - 2)^3}{6} = -123 \text{ кНм}^2;$$

$$\theta_B = -\frac{123 \cdot 10^3}{EJ_Z} = -\frac{123 \cdot 10^3}{2 \cdot 10^{11} \cdot 13380 \cdot 10^{-8}} = -46 \cdot 10^{-4} \text{ рад} =$$

$$= -46 \cdot 10^{-4} \cdot \frac{180}{\pi} = -0,26^\circ = -0^\circ 15' 36''.$$

Максимальный прогиб балки $y_{\max} = y_C = 1,480$ см.

Таким образом, $y_{\max} = 1,480 \text{ см} < y_{\text{adm}} = 2 \text{ см}$, следовательно, условие жесткости выполняется.

4.4. Задания для расчета балок на жесткость

Для расчетной схемы (табл. 4.2) необходимо:

1. Построить по длине балки эпюры изгибающих моментов и поперечных сил.
2. Подобрать поперечное сечение балки двутаврового профиля (см. табл. П. 1), материал – сталь при $\sigma_{adm} = 160$ МПа.
3. Определить по методу начальных параметров величину прогибов балки в характерных сечениях и провести проверку балки на жесткость, приняв $y_{adm} = (1/100)l$.

Таблица 4.2

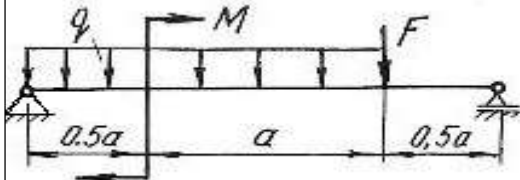
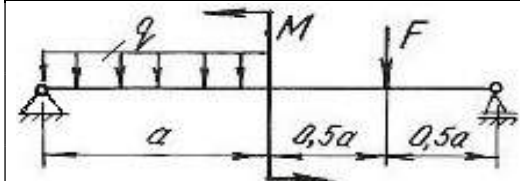
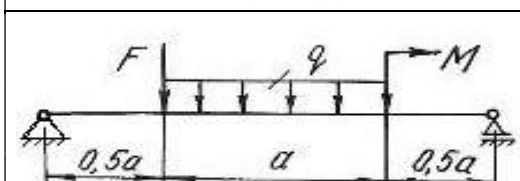
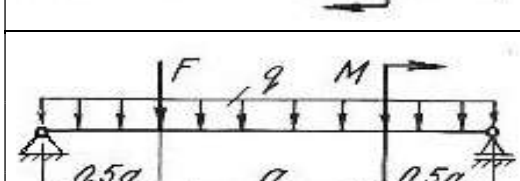
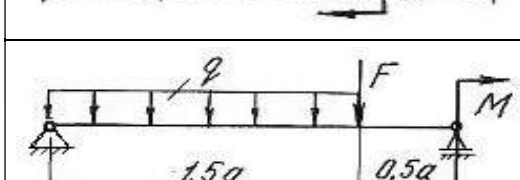
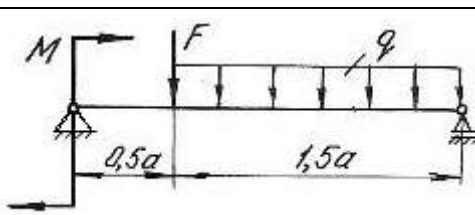
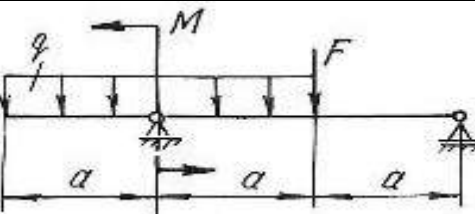
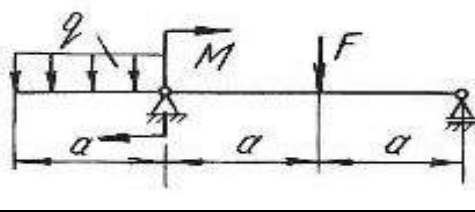
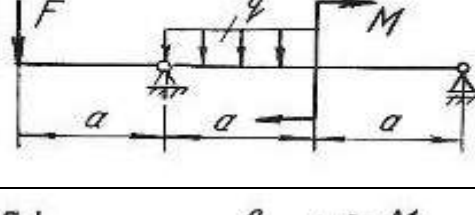
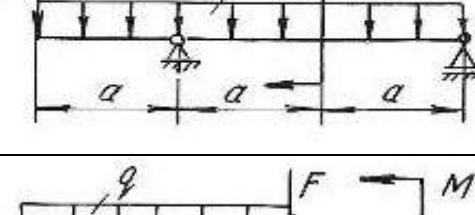
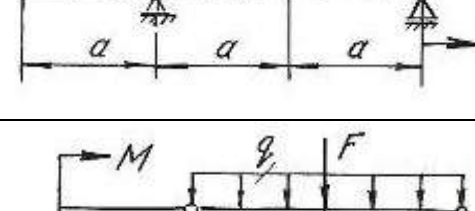
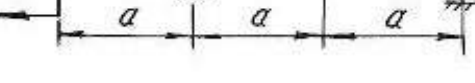
Схема балки и нагрузки	Вариант	a , м	q , кН/м	M , кН·м	F , кН
	1	1	10	30	20
	2	0,5	20	25	30
	3	1	10	10	16
	4	2	20	30	10
	5	0,5	30	15	12
	6	1	12	36	24
	7	2	6	12	10
	8	1	4	12	8
	9	0,5	10	20	16
	10	2	4	12	10
	11	1	20	24	12
	12	1	12	12	10
	13	2	10	4	10
	14	1	8	20	30

Схема балки и нагрузки	Вариант	a , м	q , кН/м	M , кН·м	F , кН	
	15	1	8	12	16	
	16	1	12	14	10	
	17	2	4	16	6	
	18	1	10	18	24	
	19	2	4	16	16	
	20	0,5	20	32	24	
	21	1	20	15	8	
	22	2	8	14	4	
	23	0,5	10	28	12	
	24	1	24	10	10	
	25	2	12	16	12	
	26	0,5	4	18	24	
	27	1	20	10	6	
	28	2	10	8	16	
	29	0,5	4	15	8	
	30	1	2	6	4	
	31	2	4	12	10	
	32	0,5	8	12	18	
	33	1	10	12	4	
	34	2	12	18	12	
	35	0,5	20	30	10	

Продолжение табл. 4.2

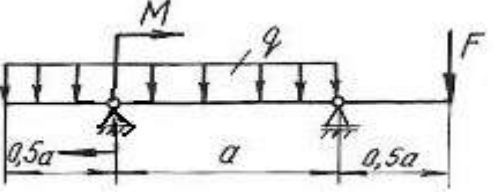
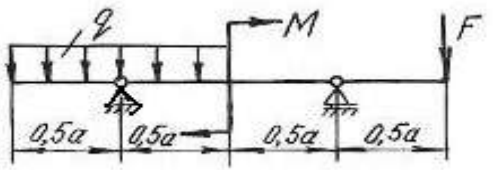
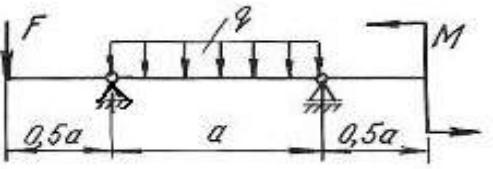
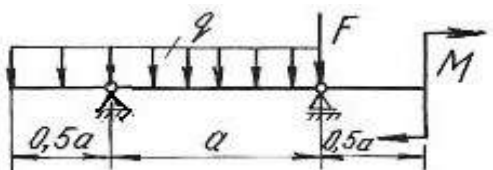
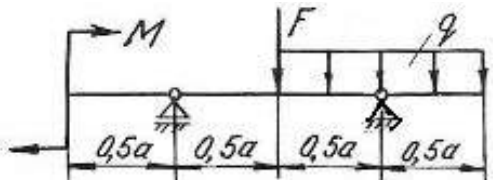
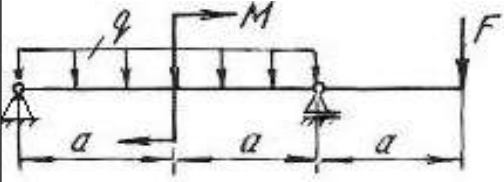
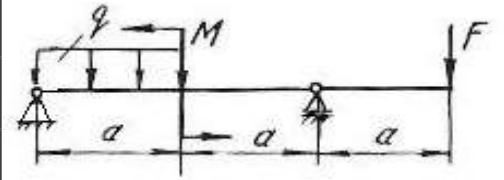
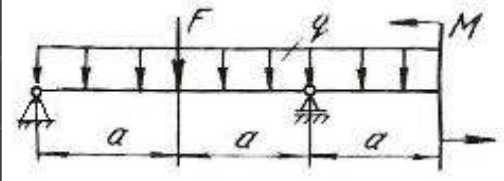
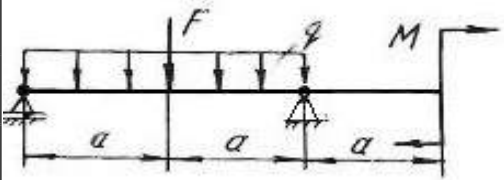
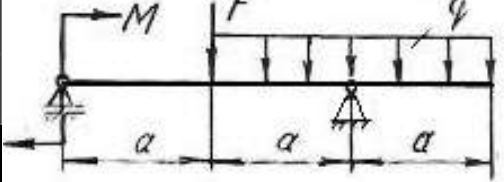
Схема балки и нагрузки	Вариант	a , м	q , кН/м	M , кН·м	F , кН
	36	1	20	12	8
	37	2	12	16	16
	38	1	40	24	20
	39	1	10	20	12
	40	2	4	12	8
	41	1	8	4	12
	42	1	24	12	8
	43	2	8	10	4
	44	1	12	24	20
	45	1	36	12	24
	46	2	32	16	20
	47	1	16	8	8
	48	1	16	18	10
	49	2	12	20	12
	50	1	32	10	6
	51	1	24	20	4
	52	2	4	24	16
	53	1	8	30	10

Схема балки и нагрузки	Вариант	a , м	q , кН/м	M , кН·м	F , кН
	54	1	10	12	6
	55	2	4	10	8
	56	0,5	8	8	4
	57	1	20	12	6
	58	2	12	36	8
	59	1	24	16	12
	60	1	10	40	16
	61	0,5	12	18	10
	62	2	4	36	12
	63	1	10	20	10
	64	1	12	16	8
	65	2	4	16	12
	66	1	12	10	20
	67	2	8	32	16
	68	0,5	24	12	12
	69	1	10	18	12
	70	2	8	36	16
	71	0,5	20	42	8

Глава 5

СТАТИЧЕСКИ НЕОПРЕДЕЛИМЫЕ НЕРАЗРЕЗНЫЕ МНОГОПРОЛЕТНЫЕ БАЛКИ И ПЛОСКИЕ РАМЫ

5.1. Статически неопределимые балки

Цельная балка, лежащая на нескольких опорах, называется неразрезной. С промежуточными опорами такая балка обычно соединена шарнирно. Концевые опоры могут быть или шарнирными или защемленными.

Неразрезные балки представляют собой статически неопределимые системы, так как для их расчета уравнений статики недостаточно. Эти балки могут быть рассчитаны с помощью теоремы о трех моментах или методом сил.

В данном разделе рассматривается решение неразрезной балки по методу сил.

Способ расчета статически неопределимых систем, при котором за «лишние» неизвестные принимаются силы или моменты, называется **методом сил**. Для расчета статически неопределимой балки необходимо раскрыть ее статическую неопределимость, для чего эту балку освобождают сначала от «лишних» связей, превращая ее тем самым в статически определимую (геометрически неизменяемую) систему, называемую основной системой. Она может быть получена путем введения необходимого количества шарниров, балочных опор, путем разреза контура (чаще для рам) и др.

Дополнительные уравнения для нахождения «лишних» неизвестных составляются из условий, что взаимные перемещения основной системы в местах приложения «лишних» неизвестных равны нулю (условия совместности деформаций – условия неразрезности).

Степень статической неопределимости балки соответствует количеству «лишних» неизвестных. В качестве «лишних» неизвестных можно принимать реакции на опорах балки или опорные моменты. Для многопролетных неразрезных балок за «лишние» неизвестные удобнее принять опорные моменты. Опорными моментами называют суммарные моменты внутренних сил упругости, возникающих в поперечных сечениях над опорами.

На рис. 5.1, *а* показана дважды статически неопределимая балка. За «лишние» неизвестные приняты опорные моменты на первой и второй опорах. Моменты на нулевой и третьей опорах равны нулю (рис. 5.1, *б*).

Для определения «лишних» неизвестных воспользуемся условием:

$$\begin{aligned}\Delta_1 &= 0, \\ \Delta_2 &= 0,\end{aligned}\tag{5.1}$$

где Δ_1 – суммарное возможное перемещение центра тяжести поперечного сечения от всех внешних нагрузок и от всех «лишних» неизвестных по направле-

нию действия первой «лишней» неизвестной X_1 ; Δ_2 – суммарное возможное перемещение центра тяжести поперечного сечения от всех внешних нагрузок и от всех «лишних» неизвестных по направлению действия второй «лишней» неизвестной X_2 .

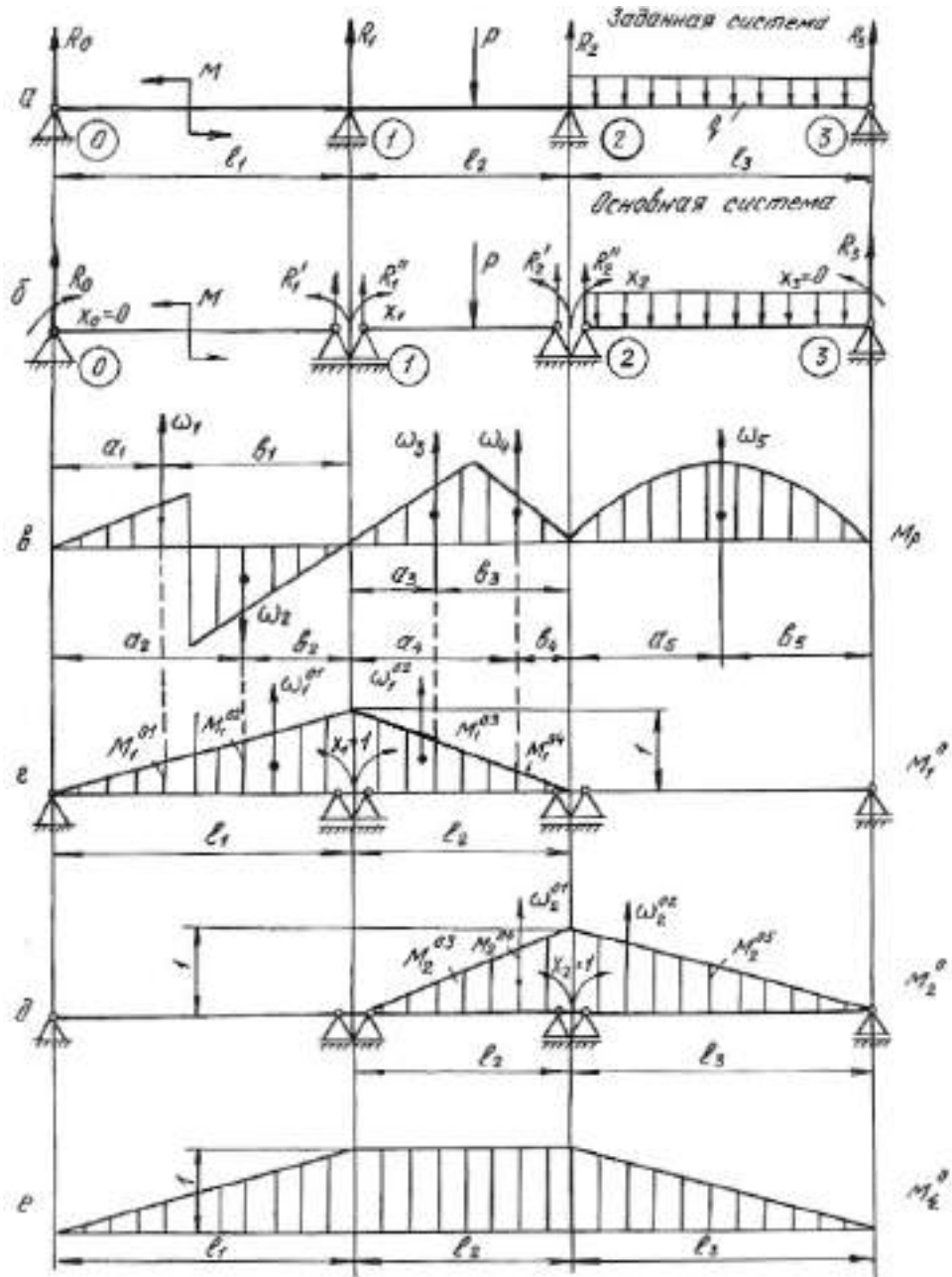


Рис. 5.1.

Эти перемещения в силу принципа независимости действия сил можно представить как сумму перемещений от каждой отдельной силы, приложенной к системе, т. е. от внешней нагрузки, обобщенно обозначаемой буквой P , и от неизвестных X_1 , X_2 , приложенных на опорах основной системы. Указанные пе-

перемещения выражаются через неизвестные X_1, X_2 , нагрузку P и перемещения от единичных сил $X_1=1, X_2=1$.

$$\begin{aligned}\delta_{11}X_1 + \delta_{12}X_2 + \Delta_{1p} &= 0, \\ \delta_{21}X_1 + \delta_{22}X_2 + \Delta_{2p} &= 0.\end{aligned}\tag{5.2}$$

Эти уравнения носят название канонических уравнений метода сил. Число их равно степени статической неопределимости системы. На примере первого уравнения рассмотрим обозначения:

δ_{11} – возможное перемещение центра тяжести поперечного сечения от действия единичной силы $X_1 = 1$ по направлению действия первой «лишней» неизвестной X_1 ;

$\delta_{11}X_1$ – возможное перемещение, вызванное действием X_1 по ее направлению;

δ_{12} – возможное перемещение от единичной нагрузки $X_2 = 1$ по направлению X_1 ;

$\delta_{12}X_2$ – возможное перемещение от второй «лишней» неизвестной X_2 по направлению X_1 ;

Δ_{1p} – возможное перемещение от всех внешних нагрузок по направлению «лишней» неизвестной X_1 .

Коэффициенты канонических уравнений с одинаковыми числовыми индексами δ_{11}, δ_{22} называются *главными коэффициентами*. Они всегда положительны. Коэффициенты с разными числовыми индексами δ_{21}, δ_{12} называются *побочными*. Они могут быть положительными или отрицательными. На основании теоремы о взаимности перемещений побочные коэффициенты $\delta_{21} = \delta_{12}$.

Свободные члены канонических уравнений Δ_{1p} , и Δ_{2p} еще называют *грузовыми членами*, так как они представляют собой перемещения от внешних нагрузок.

Для вычисления коэффициентов и грузовых членов канонических уравнений строим эпюры изгибающих моментов от единичных нагрузок (единичные эпюры) – рис. 5.1, *г, д* и эпюры изгибающих моментов от внешних нагрузок (грузовые эпюры) – рис. 5.1, *в*.

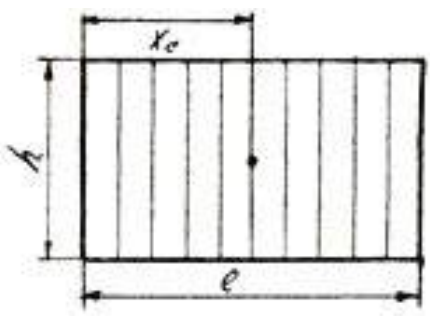
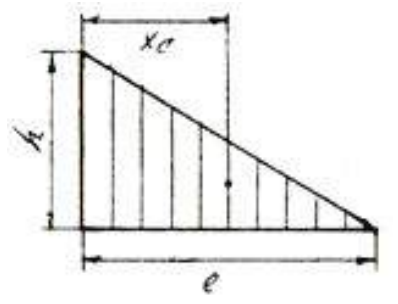
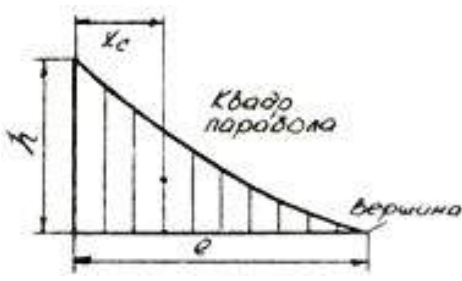
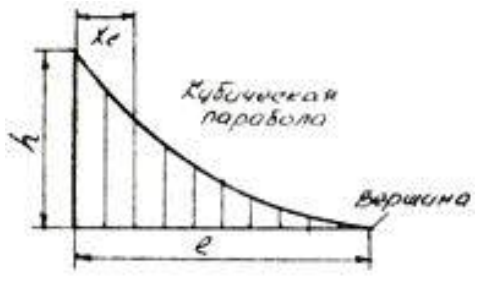
Коэффициенты уравнений и свободные члены находим путем перемножения эпюр по формуле Верещагина (или по формуле Симпсона)

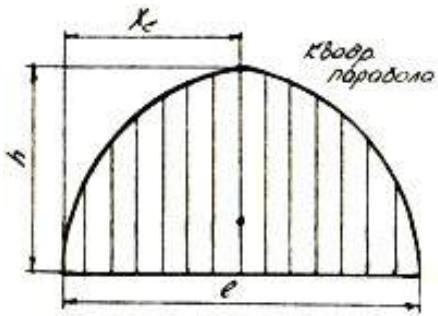
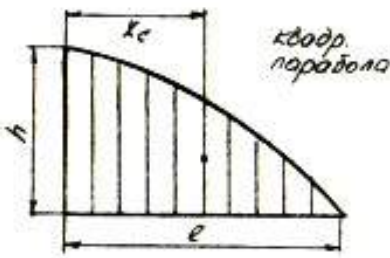
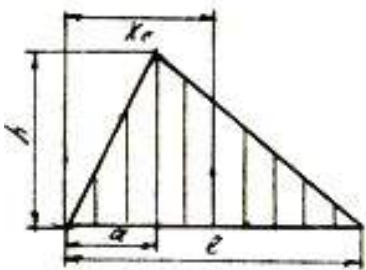
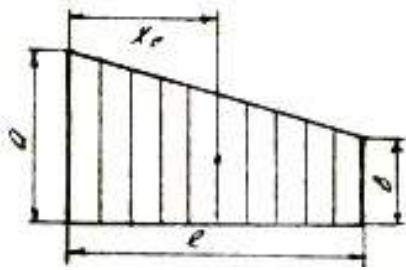
$$\delta = \frac{1}{EJ} \sum \omega M_c^0, \tag{5.3}$$

где ω – площадь эпюры изгибающих моментов; M_c^0 – ордината из единичной эпюры напротив центра тяжести грузовой эпюры; EJ – жесткость балки при изгибе.

Формулы для определения площадей и координат их центров тяжести приведены в табл. 5.1.

Таблица 5.1

Фигура	ω	x_c
	lh	$\frac{1}{2}l$
	$\frac{1}{2}lh$	$\frac{1}{3}l$
	$\frac{1}{3}lh$	$\frac{1}{4}l$
	$\frac{1}{4}lh$	$\frac{1}{5}l$

Фигура	ω	x_c
 Квадр. параболы	$\frac{2}{3}lh$	$\frac{1}{2}l$
 квадр. параболы	$\frac{2}{3}lh$	$\frac{3}{8}l$
	$\frac{1}{2}lh$	$\frac{a+l}{3}$
	$l \frac{a+b}{2}$	$\frac{(a+2b)l}{3(a+b)}$

Главные коэффициенты δ_{11} и δ_{22} находим в результате перемножения единичных эпюр M_1^0 , M_2^0 самих на себя

$$\delta_{11} = \frac{1}{EJ} \sum \omega_1^0 M_{c1}^0 = \frac{1}{EJ} \left(\frac{1}{2} l_1 \cdot 1 \cdot \frac{2}{3} \cdot 1 \right) + \frac{1}{EJ} \left(\frac{1}{2} l_2 \cdot 1 \cdot \frac{2}{3} \cdot 1 \right) = \frac{1}{EJ} \left(\frac{l_1}{3} + \frac{l_2}{3} \right);$$

$$\delta_{22} = \frac{1}{EJ} \sum \omega_2^0 M_{c2}^0 = \frac{1}{EJ} \left(\frac{1}{2} l_2 \cdot 1 \cdot \frac{2}{3} \cdot 1 \right) + \frac{1}{EJ} \left(\frac{1}{2} l_3 \cdot 1 \cdot \frac{2}{3} \cdot 1 \right) = \frac{1}{EJ} \left(\frac{l_2}{3} + \frac{l_3}{3} \right);$$

Побочные коэффициенты находим путем взаимного перемножения указанных единичных эпюр.

Для определения коэффициента δ_{12} берется площадь эпюры M_2^0 на участке длиной l_2 , которая умножается на ординату с эпюры M_1^0

$$\delta_{12} = \delta_{21} = \frac{1}{EJ} \sum \omega_2^0 M_{c1}^0 = \frac{1}{EJ} \sum \omega_1^0 M_{c2}^0 = \frac{1}{EJ} \left(\frac{1}{2} l_2 \cdot 1 \right) \cdot \frac{1}{3} \cdot 1 = \frac{l_2}{6 \cdot EJ}.$$

Свободные члены уравнений находим путем умножения грузовых эпюр M_p на единичные M_1^0 и M_2^0

$$\Delta_{1p} = \frac{1}{EJ} \sum \omega_p M_{c1}^0 = \frac{1}{EJ} \left(\omega_1 M_1^{01} - \omega_2 M_1^{02} + \omega_3 M_1^{03} + \omega_4 M_1^{04} \right) =$$

$$= \frac{1}{EJ} \left(\omega_1 \frac{a_1}{l_1} - \omega_2 \frac{a_2}{l_1} + \omega_3 \frac{b_3}{l_2} + \omega_4 \frac{b_4}{l_2} \right),$$

где $\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4$ – площади грузовых эпюр; $M_1^{01}, M_1^{02}, M_1^{03}, M_1^{04}$ – ординаты, взятые из единичной эпюры M_1^0 напротив центров тяжести указанных площадей.

$$\Delta_{2p} = \frac{1}{EJ} \sum \omega_p M_{c2}^0 = \frac{1}{EJ} \left(\omega_3 M_2^{03} + \omega_4 M_2^{04} + \omega_5 M_2^{05} \right) =$$

$$= \frac{1}{EJ} \left(\omega_3 \frac{a_3}{l_2} + \omega_4 \frac{a_4}{l_2} + \omega_5 \frac{b_5}{l_3} \right).$$

После подстановки найденных перемещений в канонические уравнения получим

$$\frac{1}{EJ} \left(\frac{l_1}{3} + \frac{l_2}{3} \right) X_1 + \frac{l_2}{6EJ} X_2 + \frac{1}{EJ} \left(\omega_1 \frac{a_1}{l_1} - \omega_2 \frac{a_2}{l_1} + \omega_3 \frac{b_3}{l_2} + \omega_4 \frac{b_4}{l_2} \right) = 0;$$

$$\frac{l_2}{6EJ} X_1 + \frac{1}{EJ} \left(\frac{l_2}{3} + \frac{l_3}{3} \right) X_2 + \frac{1}{EJ} \left(\omega_3 \frac{a_3}{l_2} + \omega_4 \frac{a_4}{l_2} + \omega_5 \frac{b_5}{l_3} \right) = 0.$$

Во избежание ошибок при определении «лишних» неизвестных необходимо проверить правильность определения коэффициентов и свободных членов канонических уравнений. Для этого необходимо построить суммарную эпюру единичных моментов M_Σ^0 .

При умножении по правилу Верещагина суммарной единичной эпюры M_{Σ}^0 на единичную эпюру M_1^0 должна получиться сумма коэффициентов первого канонического уравнения

$$\delta_{11} + \delta_{12} = \frac{1}{EJ} \left(\frac{1}{2} l_1 \cdot 1 \frac{2}{3} \cdot 1 \right) + \frac{1}{EJ} \left(l_2 \cdot 1 \frac{1}{2} \cdot 1 \right) = \frac{1}{EJ} \left(\frac{l_1}{3} + \frac{l_2}{2} \right).$$

При умножении суммарной эпюры M_{Σ}^0 на эпюру M_2^0 должна получиться сумма коэффициентов второго канонического уравнения

$$\delta_{21} + \delta_{22} = \frac{1}{EJ} \left(\frac{1}{2} l_3 \cdot 1 \frac{2}{3} \cdot 1 \right) + \frac{1}{EJ} \left(l_2 \cdot 1 \frac{1}{2} \cdot 1 \right) = \frac{1}{EJ} \left(\frac{l_3}{3} + \frac{l_2}{2} \right).$$

Эта проверка называется построчной.

Произведение суммарной единичной эпюры самой на себя должно быть равным сумме всех коэффициентов канонических уравнений

$$\begin{aligned} \delta_{11} + \delta_{12} + \delta_{21} + \delta_{22} &= \frac{1}{EJ} \left(\frac{1}{2} l_1 \cdot 1 \frac{2}{3} \cdot 1 \right) + \frac{1}{EJ} (l_2 \cdot 1 \cdot 1) + \frac{1}{EJ} \left(\frac{1}{2} l_3 \cdot 1 \frac{2}{3} \cdot 1 \right) = \\ &= \frac{1}{EJ} \left(\frac{l_1}{3} + l_2 + \frac{l_3}{3} \right). \end{aligned}$$

Эта проверка называется универсальной.

Правильность определения грузовых членов уравнений состоит в следующем: их сумма должна равняться произведению грузовой эпюры M_p на суммарную единичную эпюру M_{Σ}^0

$$\Delta_{1p} + \Delta_{2p} = \frac{1}{EJ} \left(\omega_1 \frac{a_1}{l_1} - \omega_2 \frac{a_2}{l_1} + \omega_3 \cdot 1 + \omega_4 \cdot 1 + \omega_5 \frac{b_5}{l_3} \right).$$

Убедившись в правильности определения коэффициентов и свободных членов уравнений методом последовательного исключения, находим «лишние» неизвестные X_1 и X_2 из канонических уравнений. При правильном определении «лишних» неизвестных после их подстановки в канонические уравнения, последние должны обращаться в тождества.

Учитывая опорные моменты и внешние нагрузки, определяют по уравнениям статики опорные реакции, строят эпюру поперечных сил Q_x и эпюру изгибающих моментов M_x .

Порядок решения неразрезной балки методом сил сводится к следующему:

1. Определяют степень статической неопределимости балки;
2. Выбирают основную систему (тем самым выбирают «лишние» неизвестные);
3. По числу «лишних» неизвестных составляются канонические уравнения;

4. Строят эпюры изгибающих моментов от действующих на основную систему внешних нагрузок – грузовые эпюры;

5. В местах действия «лишних» неизвестных и по направлению их действия прикладывают единичные моменты и строят эпюры изгибающих моментов от этих единичных моментов – единичные эпюры;

6. Вычисляют главные, побочные коэффициенты и свободные члены канонических уравнений и проверяют правильность их вычисления;

7. Методом последовательного исключения неизвестных решают канонические уравнения и определяют «лишние» неизвестные с последующей проверкой;

8. С помощью уравнений равновесия определяют опорные реакции заданной балки с последующей проверкой;

9. Строят эпюры поперечных сил Q_x и изгибающих моментов M_x ;

10. Подбирают поперечное сечение балки заданного профиля;

11. Производят проверку на прочность и жесткость балки, если это требуется по условию задачи.

Пример 5.1.

Для заданной схемы стальной неразрезной балки (рис. 5.2, а) требуется:

1. Построить эпюры поперечных сил и изгибающих моментов;

2. Подобрать поперечное сечение двутаврового профиля (см. табл. П. 1), если $\sigma_{adm} = 160 \text{ МПа}$, $E = 2 \cdot 10^{11} \text{ Па}$.

Решение.

Определяем степень статической неопределимости балки. Она равна двум (числу опор без двух плюс единица из-за наличия жесткой заделки) и выбираем основную систему.

В качестве «лишних» неизвестных принимаются опорные моменты. Основная система показана на рис. 5.2, б.

Составляем канонические уравнения:

$$\delta_{11}X_1 + \delta_{12}X_2 + \Delta_{1p} = 0,$$

$$\delta_{21}X_1 + \delta_{22}X_2 + \Delta_{2p} = 0.$$

Для определения главных, побочных коэффициентов и свободных членов уравнений строим единичные эпюры M_1^0 (рис. 5.2, г), M_2^0 (рис. 5.2, д) и суммарную единичную эпюру M_Σ^0 (рис. 5.2, е). Грузовые эпюры M_p представлены на рис. 5.2, в.

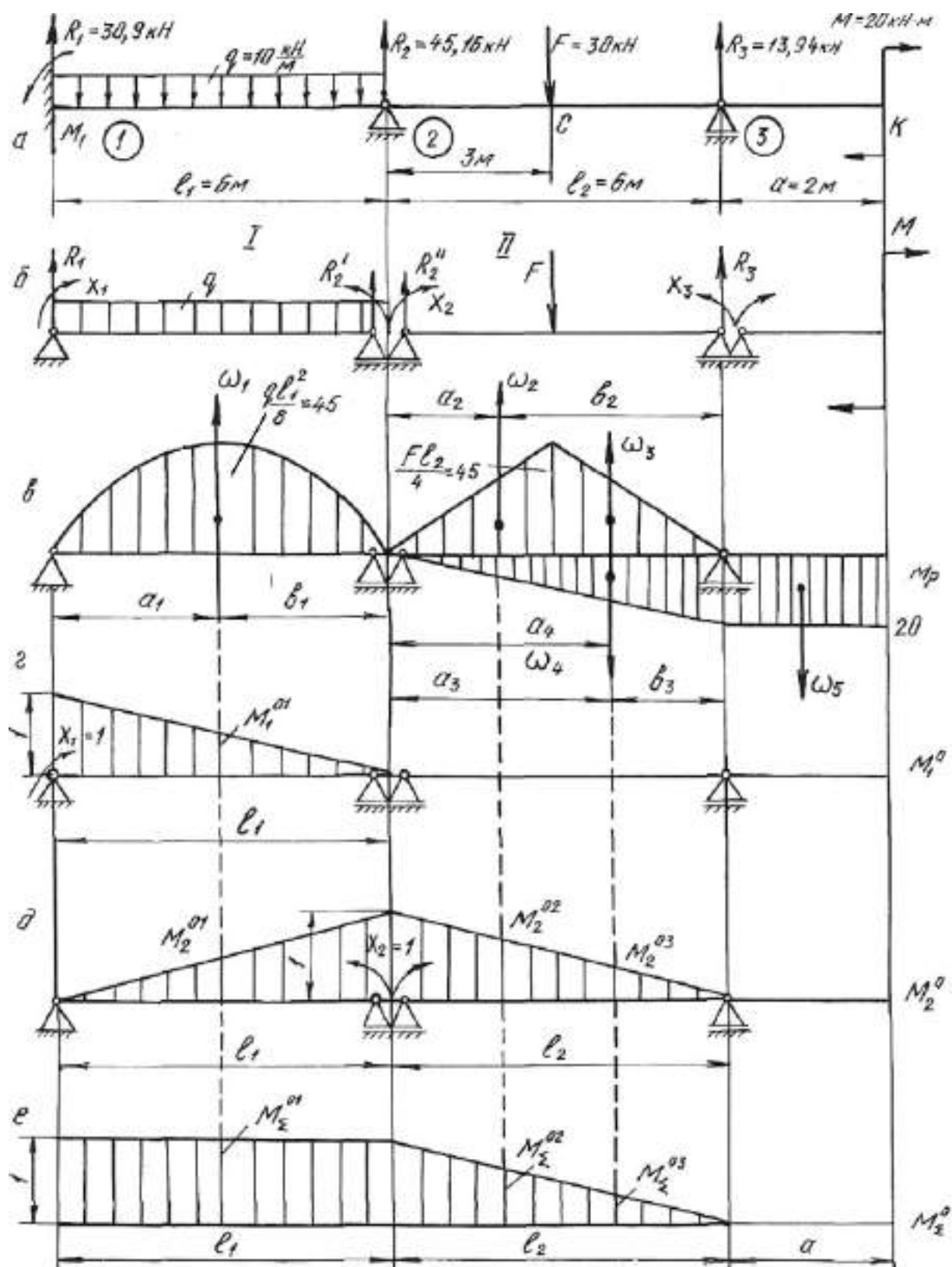


Рис. 5.2.

Путем умножения эюр M_1^0 и M_2^0 самих на себя, находим значения главных коэффициентов:

$$\delta_{11} = \frac{1}{EJ} \left(\frac{1}{2} \cdot 1 \cdot l_1 \cdot \frac{2}{3} \cdot 1 \right) = \frac{1}{EJ} \left(\frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 6 \cdot \frac{2}{3} \cdot 1 \right) = \frac{2,0}{EJ};$$

$$\delta_{22} = \frac{1}{EJ} \left(\frac{1}{2} \cdot 1 \cdot l_1 \cdot \frac{2}{3} \cdot 1 + \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot l_2 \cdot \frac{2}{3} \cdot 1 \right) = \frac{1}{EJ} (2,0 + 2,0) = \frac{4,0}{EJ}.$$

Побочные коэффициенты определяем путем взаимного перемножения единичных эюр M_1^0 и M_2^0

$$\delta_{12} = \delta_{21} = \frac{1}{EJ} \left(\frac{1}{2} \cdot 1 \cdot l_1 \cdot \frac{1}{3} \cdot 1 \right) = \frac{1}{EJ} \left(\frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 6 \cdot \frac{1}{3} \cdot 1 \right) = \frac{1}{EJ}.$$

Находим свободные (грузовые) члены уравнений, перемножая эюры изгибающих моментов от внешних нагрузок на единичные эюры.

Площади грузовых эюр:

$$\omega_1 = \frac{2}{3} h_1 l_1 = \frac{2}{3} \cdot 4,5 \cdot 10^4 \cdot 6 = 18 \cdot 10^4 \text{ Н} \cdot \text{м}^2;$$

$$\omega_2 = \omega_3 = \frac{1}{2} h_2 \frac{l_2}{2} = \frac{1}{2} \cdot 4,5 \cdot 10^4 \cdot 3 = 6,75 \cdot 10^4 \text{ Н} \cdot \text{м}^2;$$

$$\omega_4 = \frac{1}{2} \cdot 20 \cdot 10^3 \cdot 6 = 6 \cdot 10^4 \text{ Н} \cdot \text{м}^2.$$

Расстояния $a_1 = b_1 = 3 \text{ м}$; $a_2 = b_3 = 2 \text{ м}$; $b_2 = a_3 = 4 \text{ м}$; $a_4 = 4 \text{ м}$.

$$\Delta_{1p} = \frac{1}{EJ} \left(\omega_1 M_1^{01} \right) = \frac{1}{EJ} \left(18 \cdot 10^4 \cdot \frac{1}{2} \cdot 1 \right) = \frac{9 \cdot 10^4}{EJ},$$

где M_1^{01} – ордината единичной эюры M_1^0 напротив центра тяжести площади грузовой эюры ω :

$$\begin{aligned} \Delta_{2p} &= \frac{1}{EJ} \left(\omega_1 M_2^{01} + \omega_2 M_2^{02} + \omega_3 M_2^{03} - \omega_4 M_2^{04} \right) = \\ &= \frac{1}{EJ} \left(18 \cdot 10^4 \cdot \frac{1}{2} \cdot 1 - 6 \cdot 10^4 \cdot \frac{2}{6} + 6,75 \cdot 10^4 \cdot \frac{4}{6} + 6,75 \cdot 10^4 \cdot \frac{2}{6} \right) = \\ &= \frac{15,75 \cdot 10^4}{EJ} - \frac{2 \cdot 10^4}{EJ} = \frac{13,75 \cdot 10^4}{EJ}, \end{aligned}$$

где M_2^{01} , M_2^{02} , M_2^{03} , M_2^{04} – ординаты единичной эюры M_2^0 напротив центров тяжести площадей грузовых эюр ω_1 , ω_2 , ω_3 , ω_4 .

Производим проверку правильности определения коэффициентов и свободных членов уравнений, для чего строим суммарную единичную эюру M_{Σ}^0 .

Построчная проверка. Перемножая суммарную единичную эпюру M_{Σ}^0 на единичную эпюру M_1^0 , должны получить сумму коэффициентов первого канонического уравнения

$$\delta_{11} + \delta_{12} = \frac{1}{EJ} \left(1 \cdot l_1 \cdot \frac{1}{2} \cdot 1 + 0 \right) = \frac{3}{EJ}.$$

При перемножении эпюры M_{Σ}^0 на единичную эпюру M_2^0 должны получить сумму коэффициентов второго канонического уравнения:

$$\delta_{21} + \delta_{22} = \frac{1}{EJ} \left(1 \cdot l_1 \cdot \frac{1}{2} \cdot 1 + \frac{1}{2} \cdot l_2 \cdot 1 \cdot \frac{2}{3} \cdot 1 \right) = \frac{1}{EJ} \left(1 \cdot 6 \cdot \frac{1}{2} \cdot 1 + \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 1 \cdot \frac{2}{3} \cdot 1 \right) = \frac{5,00}{EJ}.$$

Универсальная проверка. Умножаем суммарную единичную эпюру M_{Σ}^0 саму на себя. Должны получить сумму всех коэффициентов канонических уравнений:

$$\delta_{11} + \delta_{12} + \delta_{21} + \delta_{22} = \frac{1}{EJ} \left(1 \cdot l_1 \cdot 1 + \frac{1}{2} \cdot l_2 \cdot 1 \cdot \frac{2}{3} \cdot 1 \right) = \frac{1}{EJ} \left(1 \cdot 6 \cdot 1 + \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 1 \cdot \frac{2}{3} \right) = \frac{8,00}{EJ}.$$

Проводим проверку правильности определения грузовых членов уравнений.

Перемножением грузовой эпюры M_p на суммарную единичную эпюру M_{Σ}^0 должны получить сумму свободных членов уравнений:

$$\begin{aligned} \Delta_{1p} + \Delta_{2p} &= \frac{1}{EJ} \left(\omega_1 M_{\Sigma}^{01} + \omega_2 M_{\Sigma}^{02} + \omega_3 M_{\Sigma}^{03} - \omega_4 M_{\Sigma}^{04} \right) = \\ &= \frac{1}{EJ} \left(18 \cdot 10^4 \cdot 1 + 6,75 \cdot 10^4 \cdot \frac{4}{6} + 6,75 \cdot 10^4 \cdot \frac{2}{6} - 6 \cdot 10^4 \cdot \frac{2}{6} \right) = \frac{22,75 \cdot 10^4}{EJ}. \end{aligned}$$

Подставляем коэффициенты и свободные члены в канонические уравнения:

$$\begin{aligned} \frac{2,00}{EJ} X_1 + \frac{1,00}{EJ} X_2 + \frac{9 \cdot 10^4}{EJ} &= 0. \\ \frac{1,00}{EJ} X_1 + \frac{4,0}{EJ} X_2 + \frac{13,75 \cdot 10^4}{EJ} &= 0. \end{aligned}$$

После сокращения на жесткость получаем:

$$\begin{aligned} 2,00 X_1 + 1,00 X_2 + 9 \cdot 10^4 &= 0. \\ 1,00 X_1 + 4,00 X_2 + 13,75 \cdot 10^4 &= 0. \end{aligned}$$

Решая совместно эти уравнения, находим:

$$X_1 = M_1 = -3,18 \cdot 10^4 \text{ Н} \cdot \text{м} = -31,8 \text{ кН} \cdot \text{м},$$

$$X_2 = M_2 = -2,64 \cdot 10^4 \text{ Нм} = -26,4 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

На опоре № 3 (см. рис. 5.2, а) опорный момент будет равен моменту M со знаком минус:

$$X_3 = M_3 = -20 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

Подставив найденные значения «лишних» неизвестных в канонические уравнения, убеждаемся в том, что эти уравнения превращаются в тождества.

Определяем опорные реакции заданной балки из уравнений статики:

$$\sum M_1^I = 0; \quad R_2^1 l_1 + M_2 - \frac{ql_1^2}{2} - M_1 = 0;$$

$$R_2^1 = -\frac{M_2}{l_1} + \frac{ql_1}{2} + \frac{M_1}{l_1} = \frac{26,4}{6} + \frac{10 \cdot 6}{2} - \frac{31,8}{6} = 29,1 \text{ кН}.$$

$$\sum M_2^I = 0; \quad -R_1 l_1 - M_1 + \frac{ql_1^2}{2} + M_2 = 0;$$

$$R_1 = -\frac{M_1}{l_1} + \frac{ql_1}{2} + \frac{M_2}{l_1} = \frac{31,8}{6} + \frac{10 \cdot 6}{2} - \frac{26,4}{6} = 30,9 \text{ кН}.$$

$$\sum M_2^{II} = 0; \quad M_3 + R_3 l_3 - F \frac{l_2}{2} - M_2 = 0;$$

$$R_3 = -\frac{M_3}{l_2} + \frac{F}{2} + \frac{M_2}{l_2} = \frac{20}{6} + \frac{30}{2} - \frac{26,4}{6} = 13,94 \text{ кН}.$$

$$\sum M_3^{II} = 0; \quad -M_2 - R_2^2 l_2 + P \frac{l_2}{2} + M_3 = 0;$$

$$R_2^2 = -\frac{M_2}{l_2} + \frac{F}{2} + \frac{M_3}{l_2} = \frac{26,4}{6} + \frac{30}{2} - \frac{20}{6} = 16,06 \text{ кН}.$$

Окончательно:

$$R_1 = 30,9 \text{ кН}; R_2 = R_2^1 + R_2^2 = 29,1 + 16,06 = 45,16 \text{ кН}; R_3 = 13,94 \text{ кН}.$$

Проверка:

$$\sum Y = 0; \quad R_1 + R_2 + R_3 - F - q \cdot l_1 = 0; \quad 30,9 + 45,16 + 13,94 - 30 - 10 \cdot 6 = 0.$$

Строим эпюру поперечных сил Q_x и эпюру изгибающих моментов M_x по правилам, принятым при построении эпюр для статически определимых балок (рис. 5.3).

$$Q_1 = R_1 = 30,9 \text{ кН};$$

$$Q_2 = R_1 - q \cdot l_1 = 30,9 - 10 \cdot 6 = -29,1 \text{ кН};$$

Затем скачок вверх на $R_2 = 45,16 \text{ кН}$.

На участке от опоры 2 до сечения C : $Q_x = 16,06 \text{ кН}$.

Затем скачок вниз в сечении C на силу F , $Q_C = 16,06 - 30 = -13,94 \text{ кН}$.

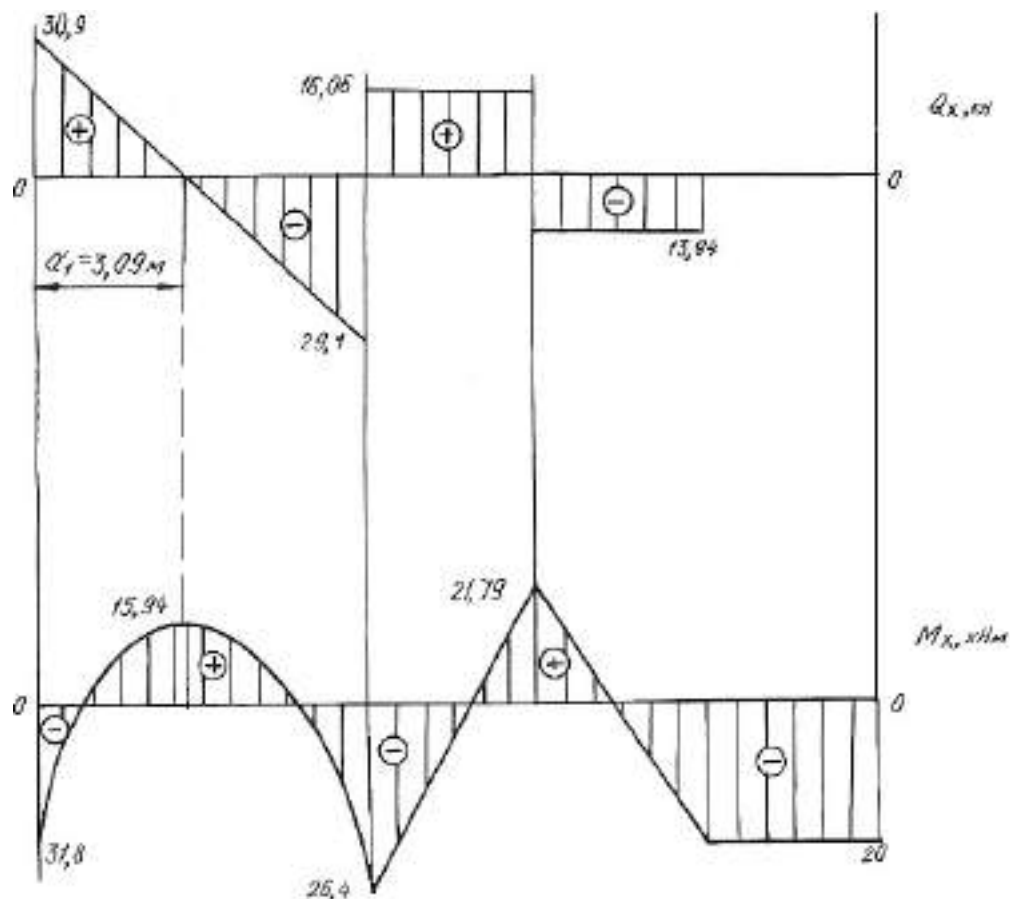


Рис. 5.3.

Находим расстояние a

$$\frac{30,9}{a_1} = \frac{29,1}{6 - a_1}, \quad a_1 = 3,09 \text{ м.}$$

На участке от сечения C до опоры 3

$$Q_{C-3} = -13,94 \text{ кН.}$$

В левом крайнем сечении $M_x = -M_1 = -31,8 \text{ кН} \cdot \text{м.}$

При $x = a_1 = 3,09 \text{ м}$

$$M_x = R_1 a_1 - \frac{q a_1^2}{2} - M_1 = 30,9 \cdot 3,09 - \frac{10 \cdot 3,09^2}{2} - 31,8 = 15,94 \text{ кН} \cdot \text{м}$$

В сечении над опорой 2

$$M_x = -M_1 + R_1 l_1 - \frac{q l_1^2}{2} = -31,8 + 30,9 \cdot 6 - \frac{10 \cdot 6^2}{2} = -26,4 \text{ кН} \cdot \text{м.}$$

До сечения C расчет производим справа:

$$M_k = -M = -20 \text{ кН} \cdot \text{м,}$$

$$M_C = -M + R_3 \cdot 3 = -20 + 13,93 \cdot 3 = 21,79 \text{ кН} \cdot \text{м.}$$

На участке балки от сечения K до опоры 3: $M_x = -20 \text{ кН} \cdot \text{м}$.

По сортаменту проката в соответствии с ГОСТ 8239-89 подбираем поперечное сечение двутаврового профиля, используя условие прочности

$$M_{\max} \leq \sigma_{\text{adm}} \cdot W_{\text{н.о.}},$$

откуда $W_{\text{н.о.}} \geq \frac{M_{\max}}{\sigma_{\text{adm}}} = \frac{31,8 \cdot 10^3}{160 \cdot 10^6} = 1,98 \cdot 10^{-4} \text{ м}^3 = 198 \text{ см}^3$.

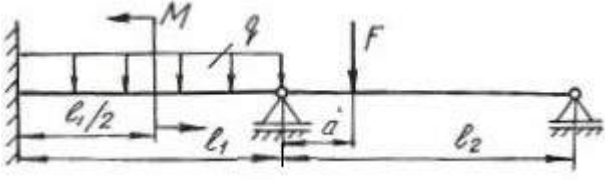
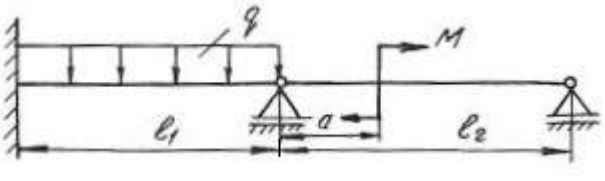
Принимаем двутавр № 20а, для которого $W_{\text{н.о.}} = W_x^{\text{табл.}} = 203 \text{ см}^3$, $J_{\text{н.о.}} = J_x^{\text{табл.}} = 2030 \text{ см}^4$, $A = 28,9 \text{ см}^2$.

5.2. Задания для расчета статически неопределимых балок

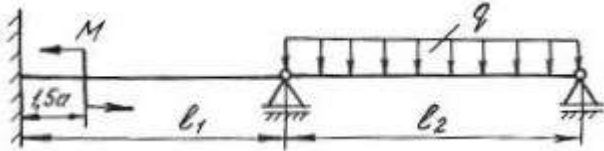
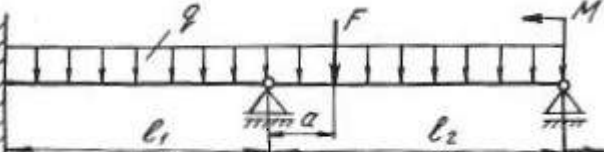
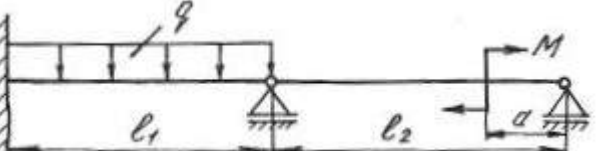
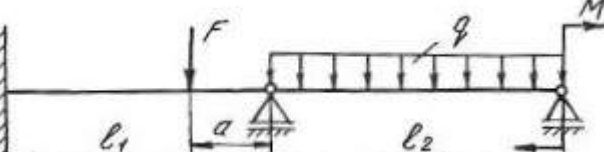
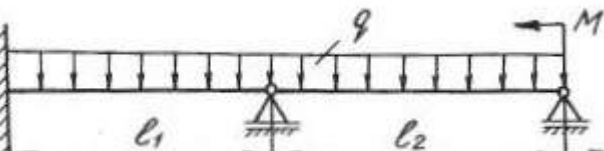
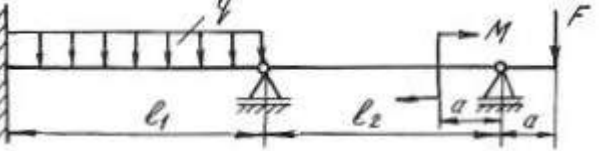
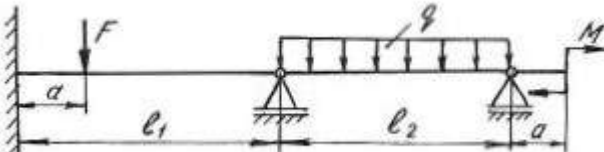
Для заданной схемы неразрезной балки при заданных значениях длин и нагрузок в соответствии с указанным номером варианта требуется:

1. Определить степень статической неопределимости балки, выбрать основную систему.
2. Составить канонические уравнения по методу сил.
3. Вычислить коэффициенты при неизвестных и свободные члены канонических уравнений. Проверить правильность их определения.
4. После определения неизвестных построить эпюры поперечных сил и изгибающих моментов.
5. Подобрать поперечное сечение балки двутаврового профиля (см. табл. П. 1) при $\sigma_{\text{adm}} = 160 \text{ МПа}$. Данные для расчета взять из табл. 5.2.

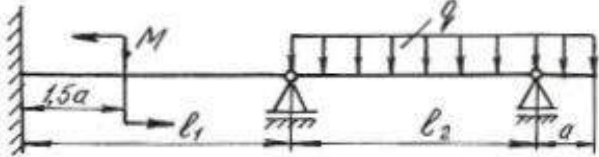
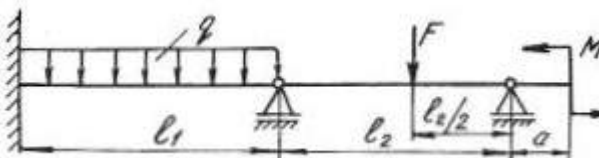
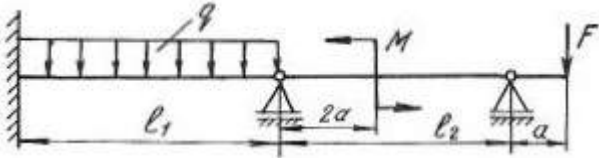
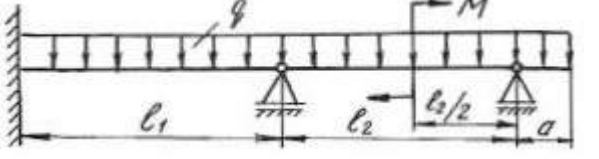
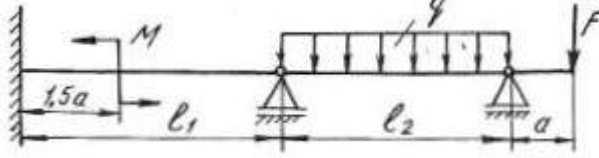
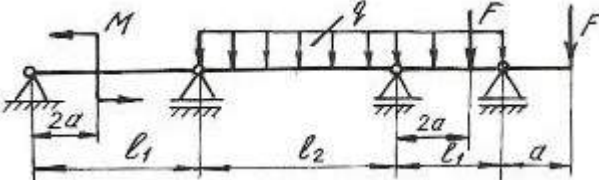
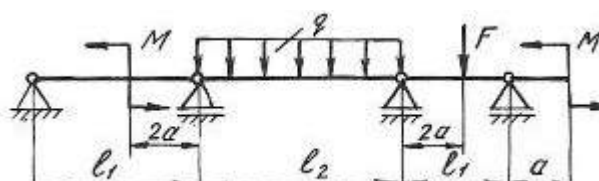
Таблица 5.2

Схема закрепления и нагружения балки	Номер варианта	M , кН·м	F , кН	q , кН/м	l_1 , м	l_2 , м	a , м
	1	10	10	15	3,5	5,0	0,5
	2	20	11	15	2,5	4,0	0,5
	3	30	12	15	4,0	4,0	0,5
	4	15	13	10	3,0	5,5	0,5
	5	20	14	10	3,5	5,0	0,5
	6	25	15	10	2,5	5,0	0,4

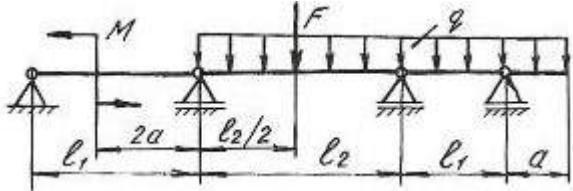
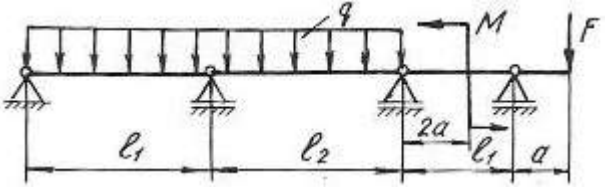
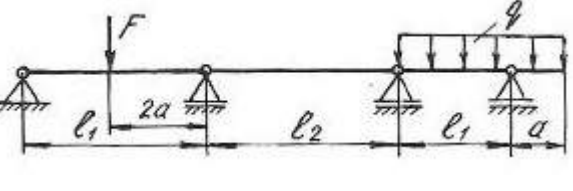
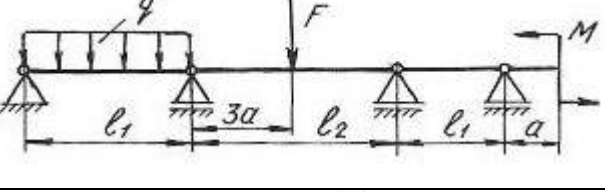
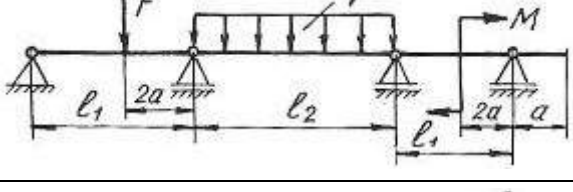
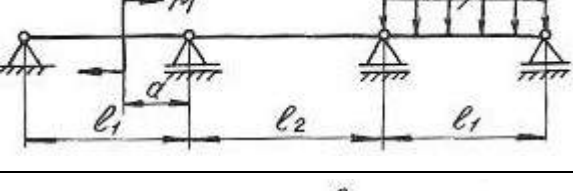
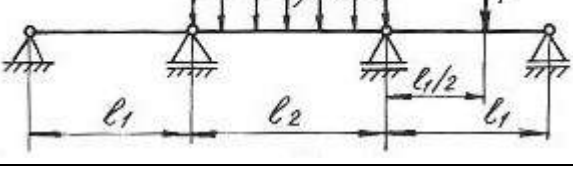
Продолжение табл. 5.2

Схема закрепления и нагружения балки	Номер варианта	M , кН·м	F , кН	q , кН/м	l_1 , м	l_2 , м	a , м
	7	10	10	10	5,0	5,0	0,4
	8	15	11	15	3,5	6,0	0,6
	9	20	12	20	3,5	5,0	0,4
	10	10	15	20	4,0	5,0	0,4
	11	20	20	10	2,0	5,0	0,5
	12	30	25	10	3,0	4,0	0,6
	13	30	11	15	2,0	5,0	0,4
	14	40	10	15	4,5	5,0	0,5
	15	20	12	15	3,5	5,5	0,6
	16	15	12	10	3,5	4,5	0,5
	17	20	10	10	2,6	5,2	0,4
	18	25	11	10	2,0	5,0	0,8
	19	25	20	20	3,5	6,0	0,5
	20	20	25	15	3,0	5,5	0,8
	21	15	10	10	3,5	3,5	0,8
	22	20	10	10	3	5	0,5
	23	30	11	10	4	6	0,4
	24	25	12	10	5	6	0,6
	25	20	15	10	2	3	0,4
	26	30	16	10	3	4	0,5
	27	40	20	10	4	5	0,6

Продолжение табл. 5.2

Схема закрепления и нагружения балки	Номер вари- анта	M , кН·м	F , кН	q , кН/м	l_1 , м	l_2 , м	a , м
	28	15	10	15	3	5	0
	29	20	15	15	4	6	0,5
	30	25	20	15	5	6	0,4
	31	30	12	20	2	3	0,4
	32	35	14	15	3	4	0,5
	33	40	16	20	2,5	5	0,6
	34	10	20	10	3	5,5	0,4
	35	15	15	15	2,5	4	0,5
	36	20	10	20	5	6	0,6
	37	20	12	15	4	6	0,4
	38	15	14	20	3,5	4	0,6
	39	10	16	25	4	5	0,5
	40	10	10	30	2,5	4	0,4
	41	15	20	20	3	5	0,5
	42	20	30	10	4	6	0,6
	43	10	15	10	3	5	0,4
	44	20	25	12	4	5	0,5
	45	30	35	14	5	6	0,6
	46	40	10	10	2	5	0,5
	47	20	25	16	3	4	0,6
	48	10	30	10	4	6	0,4

Продолжение табл. 5.2

Схема закрепления и нагружения балки	Номер вари- анта	M , кН·м	F , кН	q , кН/м	l_1 , м	l_2 , м	a , м
	49	30	25	12	5	6	0,5
	50	15	15	15	6	5	0,4
	51	10	20	20	2	4	0,6
	52	10	20	10	4	5	0,5
	53	20	15	12	5	6	0,5
	54	30	40	14	4	6	0,5
	55	25	20	16	3	4	0,4
	56	35	30	10	5	6	0,5
	57	40	15	12	4	5	0,6
	58	10	20	14	5	6	0,6
	59	15	30	16	2	4	0,5
	60	20	40	10	4	5	0,4
	61	25	10	12	3	5	0,3
	62	35	15	14	5	6	0,6
	63	40	20	16	6	4	0,5
	64	10	—	10	3	4	0,5
	65	20	—	15	4	5	0,6
	66	30	—	12	5	6	0,4
	67	—	12	40	2	3	0,6
	68	—	14	30	3	4	0,5
	69	—	16	25	4	5	0,4

Продолжение табл. 5.2

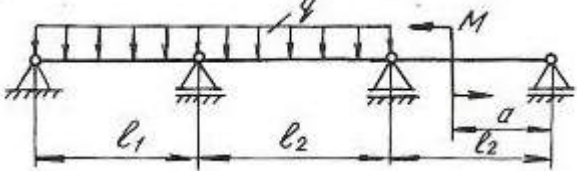
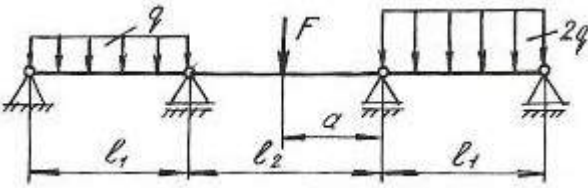
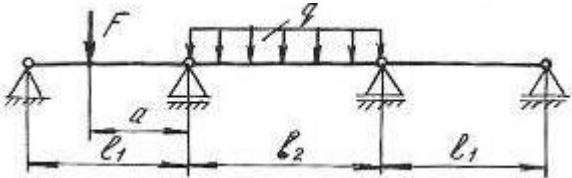
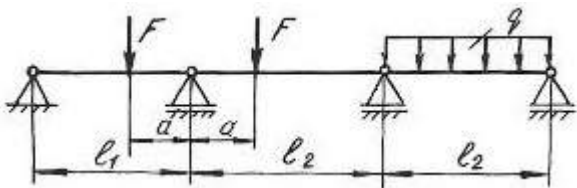
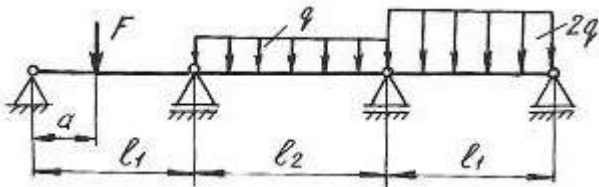
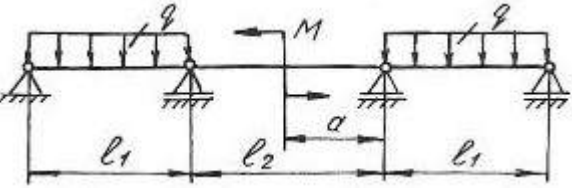
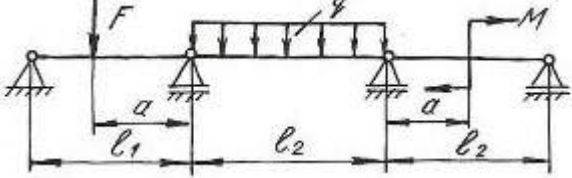
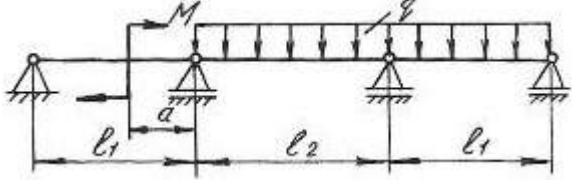
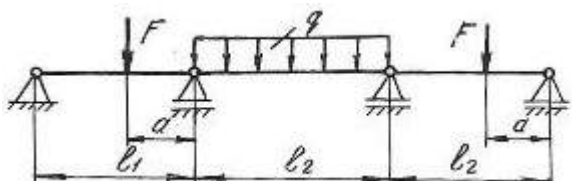
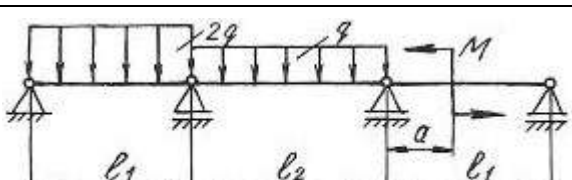
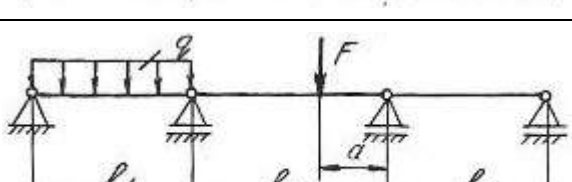
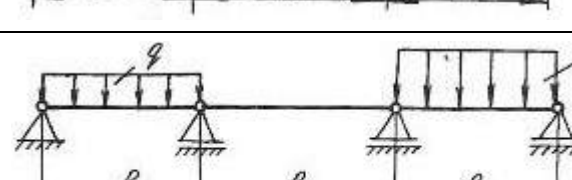
Схема закрепления и нагружения балки	Номер вари- анта	M , кН·м	F , кН	q , кН/м	l_1 , м	l_2 , м	a , м
	70	30	—	20	4	5	0,4
	71	20	—	15	3	4	0,6
	72	40	—	30	2	3	0,8
	73	—	20	20	3	3	0,5
	74	—	15	15	4	5	0,5
	75	—	16	30	5	6	0,5
	76	—	40	20	4	5	0,4
	77	—	30	10	3	5	0,5
	78	—	20	12	2	3	0,6
	79	—	10	20	2	3	0,6
	80	—	12	15	4	5	0,8
	81	—	15	10	6	6	0,5
	82	—	20	12	3	4	0,5
	83	—	10	15	4	5	0,6
	84	—	15	20	5	6	0,8
	85	20	—	12	3	5	0,5
	86	30	—	15	4	6	0,6
	87	40	—	20	5	6	0,8
	88	10	20	12	3	4	0,4
	89	15	30	14	4	6	0,6
	90	20	40	16	5	5	0,5

Схема закрепления и нагружения балки	Номер вари- анта	M , кН·м	F , кН	q , кН/м	l_1 , м	l_2 , м	a , м
	91	12	—	20	5	6	0,5
	92	15	—	30	4	5	0,5
	93	20	—	40	6	4	0,4
	94	—	20	12	5	6	0,5
	95	—	30	15	4	5	0,6
	96	—	40	16	6	4	0,4
	97	20	—	20	3	4	0,5
	98	30	—	30	4	5	0,5
	99	40	—	40	5	6	0,6
	100	—	12	10	6	4	0,4
	101	—	15	15	3	3	0,5
	102	—	20	20	4	5	0,6
	103	—	—	20	5	5	0,8
	104	—	—	30	6	6	0,6
	105	—	—	40	4	8	0,5

5.3. Статически неопределимые рамы

Плоской рамой называется геометрически неизменяемая система, состоящая из стержней, лежащих в одной плоскости и жестко соединенных между собой. Горизонтальные стержни рам называются *ригелями*, вертикальные – *стойками*.

Статически неопределимой рамой называется такая геометрически неизменяемая система, у которой реакции или все внутренние суммарные силовые факторы, возникающие в сечениях ее элементов при действии произвольной нагрузки, не могут быть определены из уравнений статики.

Расчет статически неопределимой рамы сводится к построению эпюр изгибающих моментов M_x , поперечных сил Q_x и нормальных сил N_x , на основании которых подбираются сечения, или проверяются напряжения в опасных сечениях различных элементов, или определяется несущая способность системы.

В пособии рассмотрено только построение эпюр M_x , Q_x , N_x , а также подбор поперечного сечения, так как это наиболее трудоемкая часть расчета.

Степень статической неопределимости плоской рамы определяется следующим образом:

1. Замкнутый контур (рама, оба конца которой жестко заземлены) имеет степень статической неопределимости, равную трем.
2. Наличие шарнира в раме понижает степень статической неопределимости на единицу.
3. Наличие подвижной опоры также понижает степень статической неопределимости на единицу.

Определение усилий в статически неопределимой раме связано с необходимостью составления дополнительных уравнений – уравнений совместности деформаций. Число этих уравнений должно быть равно степени статической неопределимости рамы.

Прежде, чем составлять уравнение деформаций, следует превратить заданную статически неопределимую раму в статически определимую, геометрически неизменяемую, устранив из нее «лишние» связи. Такая система называется *основной системой*.

Если к основной системе, кроме заданной нагрузки, приложить реакции устраненных связей, то деформации этой системы и возникающие в ней внутренние усилия, будут такими же, как и в заданной системе. То есть, обе системы будут эквивалентными.

В заданной системе в направлениях имеющихся связей перемещений быть не может. Поэтому, в основной системе перемещения в направлении отброшенных связей должны быть равны нулю.

Способ расчета статически неопределимых систем, при котором за «лишние» неизвестные принимаются силы и моменты, называется *методом сил*.

Данный метод рассмотрен при расчете статически неопределимых неразрезных балок в начале этой главы. Определение коэффициентов уравнений и грузовых членов и их проверки рассмотрены также при расчете балок.

Построение эпюр изгибающих моментов, поперечных и продольных сил.

При расчете рам на прочность в каждом поперечном сечении необходимо определять три силовых фактора: продольную силу N_x , поперечную силу Q_x , изгибающий момент M_x .

Продольная сила N_x равна алгебраической сумме проекций всех сил, действующих по одну сторону от сечения на продольную ось бруса. Если сила вызывает растяжение, она положительна, сжатие – отрицательна.

При построении эпюр продольных сил их значения откладываются симметрично от оси бруса в обе стороны с указанием знака.

Поперечная сила Q_x равна алгебраической сумме проекций на нормаль к оси бруса всех сил, действующих по одну сторону от сечения.

Если поперечная сила относительно сечения вращает часть бруса по часовой стрелке, то она положительна. Противоположное направление следует считать отрицательным. Условимся положительные ординаты откладывать снаружи контура, отрицательные – внутри.

При построении эпюр поперечных сил их значения откладываются по одну сторону от оси бруса с указанием знака.

Изгибающий момент M_x равен сумме моментов всех сил, взятых по одну сторону от сечения, относительно оси, проходящей через центр сечения перпендикулярно плоскости рамы. Условно принято построение эпюр изгибающих моментов со стороны растянутых волокон.

Общий порядок расчета статически неопределимых рам по методу сил сводится к следующему.

1. Определяют степень статической неопределимости рамы.
2. Удаляют «лишние» связи. Полученную таким образом основную систему загружают заданными силами и реакциями отброшенных связей.
3. В местах действия «лишних» неизвестных и по направлению их действия прикладывают единичные силы и строят эпюры изгибающих моментов от единичных сил, а также суммарную единичную эпюру.
4. Строят эпюры изгибающих моментов от действующих на основную систему внешних нагрузок.
5. Вычисляют главные, побочные коэффициенты и свободные члены канонических уравнений и проверяют правильность их определения.
6. Составляют и решают канонические уравнения, определяя «лишние» неизвестные.
7. Определяют остальные реакции с помощью уравнений статики.

8. Вычисляют значения изгибающих моментов, поперечных и нормальных сил и строят эпюры.

9. Подбирают поперечное сечение заданного профиля.

Пример 5.2.

Для заданной схемы статически неопределимой рамы (рис. 5.4, а), при заданных значениях длин и нагрузок, построить эпюры изгибающих моментов, нормальных и поперечных сил. Жесткости стоек и ригеля одинаковы.

Решение.

Заданная система освобождается от наложенных на нее связей. Действия связей заменяются реакциями. Установим степень статической неопределимости рамы: $3(\text{замкнутый контур}) - 2(\text{наличие двух шарниров}) = 1$, т. е. рама однажды статически неопределима.

За «лишнюю» неизвестную X_1 принимаем реакцию H_b . Нагружаем основную систему (рис. 5.4, б) заданными внешними силами и реакцией отброшенной связи. Выбирая основную систему, необходимо помнить, что она должна быть статически определимой и геометрически неизменяемой.

В месте действия «лишней» неизвестной и по направлению ее действия прикладываем единичную силу $X_1 = 1$ и строим единичную эпюру.

Рассмотрим подробно построение этой эпюры. Покажем реакции опор (рис. 5.5), их три. Определим эти реакции по уравнениям статики:

$$\begin{aligned}\sum X &= 0; & H'_a - X_1 &= 0; & H'_a &= 1; \\ \sum M_A &= 0; & -X_1 \cdot 3 + R'_b \cdot 4 &= 0; & R'_b &= \frac{3}{4} = 0,75; \\ \sum M_B &= 0; & -H'_a \cdot 3 + R'_a \cdot 4 &= 0; & R'_a &= \frac{3}{4} = 0,75.\end{aligned}$$

Проверка правильности вычисления реакций:

$$\sum Y = 0; \quad -R'_a + R'_b = 0; \quad 0 = 0.$$

Получили тождество, следовательно, реакции определены правильно.

Разбиваем раму на участки, граница участка там, где приложены сосредоточенные силы и для рамы граница участка, где жестко соединяется стойка с ригелем. Участков три, находим значения изгибающих моментов на границах участков. На всех участках эпюра изгибающих моментов очерчена наклонной прямой, эпюра изгибающих моментов показана на рис. 5.4, в.

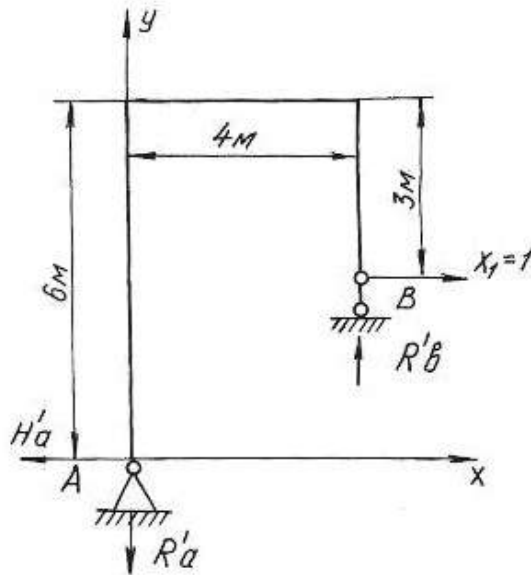


Рис. 5.5.

Строим эпюру изгибающих моментов от действия на основную систему внешней равномерно распределенной нагрузки интенсивностью q (рис. 5.4, з). По приведенной выше методике определяем реакции опор, разбиваем раму на участки, определяем значения изгибающих моментов на границах участков и по контрольным правилам строим эпюру изгибающих моментов.

По числу «лишних» неизвестных записываем канонические уравнения метода сил

$$\delta_{11}X_1 + \Delta_{1p} = 0.$$

Перемещение δ_{11} определяется перемножением единичной эпюры самой на себя

$$\delta_{11} = \sum \frac{\omega_1^0 M_{c1}^0}{EJ},$$

где ω_1^0 – площадь единичной эпюры; M_{c1}^0 – ордината единичной эпюры под ее центром тяжести.

$$\delta_{11} = \sum \frac{\omega_1^0 M_{c1}^0}{EJ} = \frac{1}{EJ} \left\{ \left(\frac{1}{2} 6 \cdot 6 \right) \left[\frac{2}{3} \cdot 6 \right] + \left(\frac{1}{2} 3 \cdot 3 \right) \left[\frac{2}{3} \cdot 3 \right] + \left(\frac{(3+6)}{2} 4 \right) [4,67] \right\} = \frac{165,06}{EJ}.$$

На участке по ригелю площадь эпюры изгибающих моментов представлена трапецией. Посмотрим подробнее как определить центр тяжести площади, площадь и ординату под ее центром тяжести (рис. 5.6).

$$C = \frac{4(2 \cdot 3 + 6)}{3(3 + 6)} = 1,78 \text{ м}; \quad \omega_0 = \frac{1}{2}(3 + 6) \cdot 4 = 18 \text{ кН} \cdot \text{м}^2,$$

где ω_0 – площадь трапеции.

$$M_c^0 = (3 + 1,67) = 4,67 \text{ кН} \cdot \text{м},$$

где M_c^0 – ордината под центром тяжести трапеции.

Отрезок 1,67 определяем из подобия треугольников $3 : 4 = x : 2,22$.

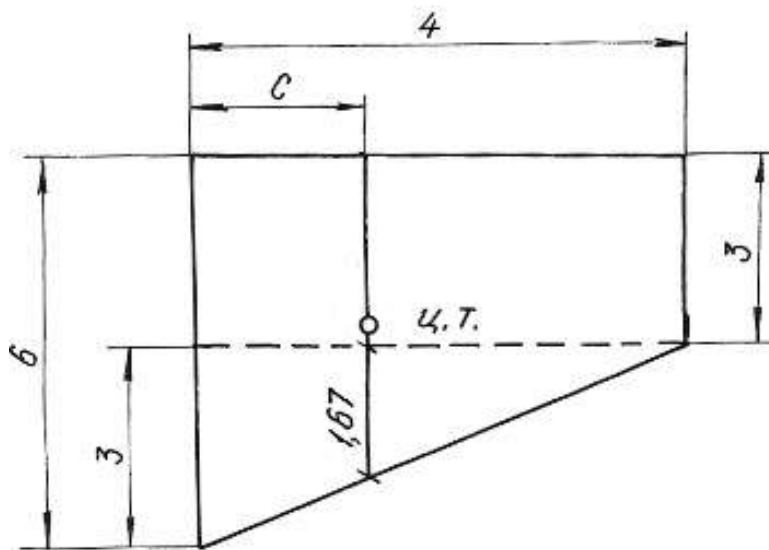


Рис. 5.6.

Перемещение Δ_{1p} получаем перемножением грузовой эпюры M_q на единичную M_1^0

$$\Delta_{1p} = \sum \frac{\omega_p M_{c1}^0}{EJ},$$

где ω_p – площадь грузовой эпюры; M_{c1}^0 – ордината с первой единичной эпюры под центром тяжести грузовой.

$$\Delta_{1p} = \frac{1}{EJ} \left\{ - \left(\frac{1}{2} 360 \cdot 6 \right) \left[\frac{2}{3} 6 \right] - \left(\left(\frac{90 + 360}{2} \right) \cdot 4 \right) [4,8] - \left(\frac{1}{3} 90 \cdot 3 \right) \left[\frac{3}{4} 3 \right] \right\} = - \frac{6682,5}{EJ}.$$

Полученные значения δ_{11} и Δ_{1p} подставляем в уравнения, определяем X_1 :

$$\frac{165,06 \cdot X_1}{EJ} - \frac{6682,5}{EJ} = 0, \quad X_1 = 40,4 \text{ кН}.$$

Зная реакцию $H_b = X_1$, по уравнениям статики определяем R_a , H_a , R_b :

$$\begin{aligned} \sum X &= 0, & H_b + H_a - q \cdot 3 &= 0, & H_a &= 19,6 \text{ кН}; \\ \sum M_a &= 0, & H_b \cdot 3 + R_b \cdot 4 - q \cdot 3 \cdot 4,5 &= 0, & R_b &= 37,2 \text{ кН}; \\ \sum M_b &= 0, & H_a \cdot 6 - R_a \cdot 4 + q \cdot 3 \cdot 1,5 &= 0, & R_a &= 37,2 \text{ кН}. \end{aligned}$$

Проверка правильности вычисления реакций:

$$\sum Y = 0, \quad R_a + R_b = 0.$$

Строим эпюры M_x , Q_x , N_x известным способом. Эпюры приведены на рисунке 5.4, *д*, *е*, *ж*.

Пример 5.3.

Для заданной схемы статически неопределимой рамы (рис. 5.7, *а*), при заданных значениях длин и нагрузок, построить эпюры изгибающих моментов, нормальных и поперечных сил. Подобрать поперечное сечение двутаврового профиля (см. табл. П. 1) при $\sigma_{adm} = 160$ МПа. Жесткости стойки и ригеля одинаковы.

Решение.

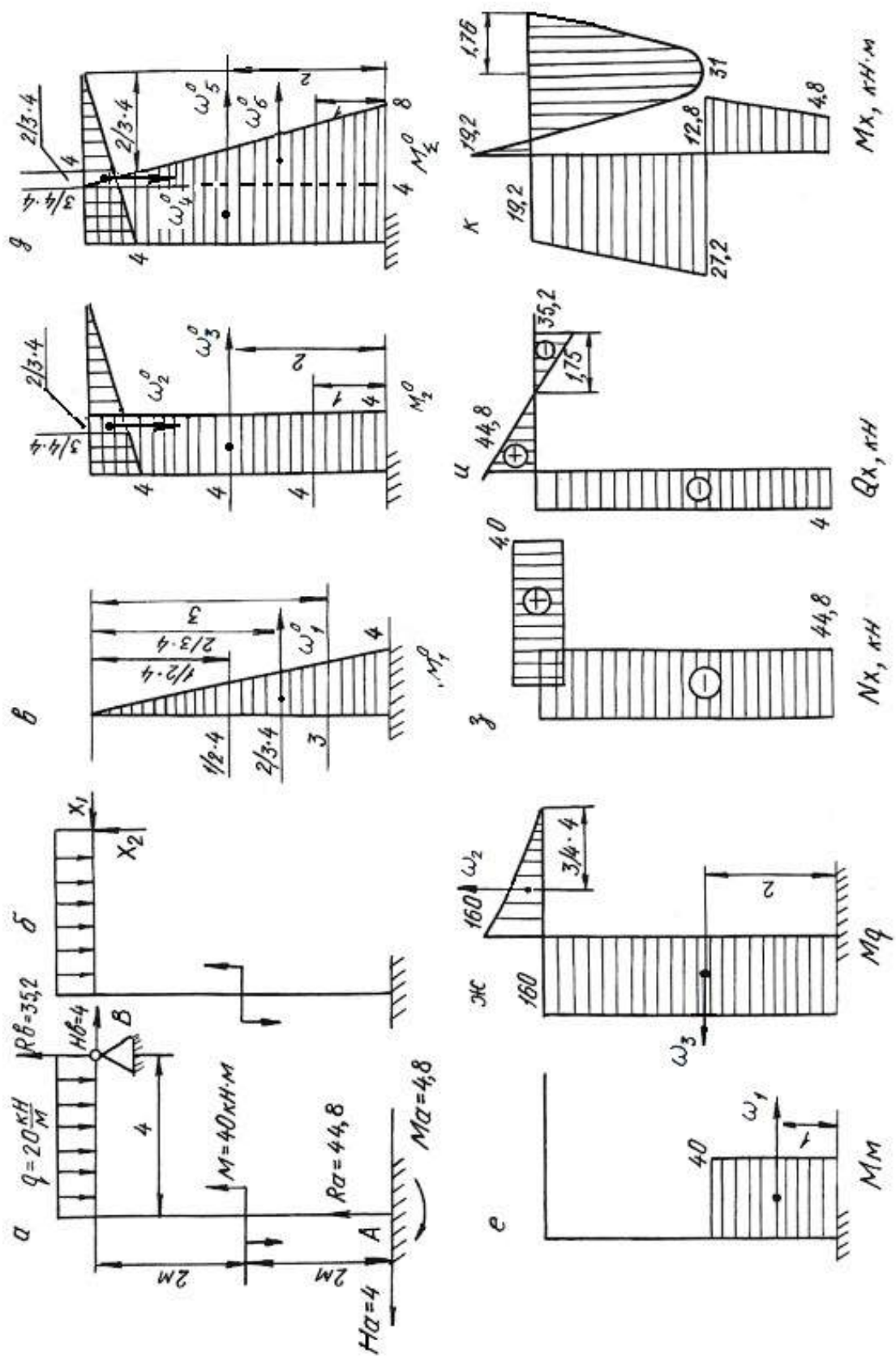
Заданная система освобождается от наложенных на нее связей. Действия связей заменяются реакциями. Установим степень статической неопределимости рамы: $3(\text{замкнутый контур}) - 1(\text{наличие одного шарнира}) = 2$, т. е. рама дважды статически неопределима.

За «лишние» неизвестные принимаем $H_b = X_1$, $R_b = X_2$, тем самым выбираем основную систему. Нагружаем основную систему внешними силами (q , M) и реакциями отброшенных связей (X_1 , X_2). Отбрасывая «лишние» связи, следует помнить, что основная система должна быть статически определимой и геометрически неизменяемой.

В местах действия «лишних» неизвестных и по направлению их действия прикладываем единичные силы $X_1 = 1$ и $X_2 = 1$ и строим эпюры изгибающих моментов от этих сил.

Строим эпюры изгибающих моментов от действия на основную систему внешних сил q и M .

Методика построения эпюр изгибающих моментов от единичных сил и внешних нагрузок, приложенных к основной системе, подробно рассмотрена при решении примера 5.1 и здесь не приводится.



Составляем канонические уравнения метода сил:

$$\begin{aligned}\delta_{11}X_1 + \delta_{12}X_2 + \Delta_{1p} &= 0; \\ \delta_{21}X_1 + \delta_{22}X_2 + \Delta_{2p} &= 0.\end{aligned}$$

Вычисляем коэффициенты и свободные члены канонических уравнений:

$$\begin{aligned}\delta_{11} &= \sum \frac{\omega_1^0 M_{c1}^0}{EJ} = \frac{1}{EJ} \left\{ \left(\frac{1}{2} 4 \cdot 4 \right) \left[\frac{2}{3} 4 \right] \right\} = \frac{21,3}{EJ}, \\ \delta_{22} &= \sum \frac{\omega_2^0 M_{c2}^0}{EJ} = \frac{1}{EJ} \left\{ \left(\frac{1}{2} 4 \cdot 4 \right) \cdot \left[\frac{2}{3} 4 \right] + (4 \cdot 4) [4] \right\} = \frac{85,3}{EJ}, \\ \delta_{21} &= \delta_{12} = \sum \frac{\omega_2^0 M_{c1}^0}{EJ} = \frac{1}{EJ} \{ (4 \cdot 4) [2] \} = \frac{32}{EJ}, \\ \Delta_{1p} &= \sum \frac{\omega_p M_{c1}^0}{EJ} = \frac{1}{EJ} \{ (40 \cdot 2) [3] - (160 \cdot 4) [2] \} = -\frac{1040}{EJ}, \\ \Delta_{2p} &= \sum \frac{\omega_p \cdot M_{c2}^0}{EJ} = \frac{1}{EJ} \left\{ (40 \cdot 2) [4] - (160 \cdot 4) [4] - \left(\frac{1}{3} 160 \cdot 4 \right) \left[\frac{3}{4} 4 \right] \right\} = -\frac{2880}{EJ}.\end{aligned}$$

Проверяем правильность вычисления коэффициентов и свободных членов канонических уравнений. Для этого строим суммарную единичную эпюру M_{Σ}^0 .

Для проверки правильности вычисления коэффициентов канонических уравнений применяем универсальную проверку:

$$\begin{aligned}\delta_{11} + \delta_{12} + \delta_{22} + \delta_{21} &= \sum \frac{\omega_{\Sigma}^0 M_{c\Sigma}^0}{EJ}; \\ \delta_{11} + \delta_{12} + \delta_{22} + \delta_{21} &= \frac{1}{EJ} \left\{ \left(\frac{1}{2} (4 + 8) \cdot 4 \right) [6, 22] + \left(\frac{1}{2} 4 \cdot 4 \right) \left[\frac{2}{3} 4 \right] \right\} = \frac{170,6}{EJ}.\end{aligned}$$

Проверяем правильность вычисления грузовых членов

$$\begin{aligned}\Delta_{1p} + \Delta_{2p} &= \sum \frac{\omega_p M_{c\Sigma}^0}{EJ} = \frac{1}{EJ} \left\{ (40 \cdot 2) [7] - (160 \cdot 4) [6] - \left(\frac{1}{3} 160 \cdot 4 \right) \left[\frac{3}{4} 4 \right] \right\} = \\ &= -\frac{3920}{EJ}.\end{aligned}$$

В обоих случаях получили тождества, значит коэффициенты и свободные члены канонических уравнений определены правильно.

Подставляем вычисленные значения коэффициентов в канонические уравнения, определяем неизвестные X_1 и X_2 :

$$\left. \begin{aligned} 21,3 \cdot X_1 + 32 \cdot X_2 - 1040 &= 0 \\ 32 \cdot X_1 + 85,3 \cdot X_2 - 2880 &= 0 \end{aligned} \right\}$$

$$X_1 = -4 \text{ кН}; \quad X_2 = 35,2 \text{ кН}.$$

Сила X_1 получилась со знаком «минус», это говорит о том, что направление реакции будет противоположно единичной силе.

Зная реакции H_b и R_b , по уравнениям статики определяем остальные реакции

$$\begin{aligned} \sum X &= 0, \quad H_b - H_a = 0, & H_a &= 4 \text{ кН}; \\ \sum M_a &= 0, \quad M - M_a - q \cdot 4 \cdot 2 + R_b \cdot 4 - H_b \cdot 4 = 0, & M_a &= 4,8 \text{ кН} \cdot \text{м}; \\ \sum M_b &= 0, \quad M - M_a - H_a \cdot 4 - R_a \cdot 4 + q \cdot 4 \cdot 2 = 0, & R_a &= 44,8 \text{ кН} \cdot \text{м}. \end{aligned}$$

Проверка:

$$\sum Y = 0, \quad R_a + R_b - q \cdot 4 = 0, \quad 35,2 + 44,8 - 80 = 0.$$

Строим эпюры изгибающих моментов, поперечных и нормальных сил по контрольным правилам. Эпюры приведены на рис. 5.7.

Выявляем опасное сечение рамы, где одновременно M_x и N_x имеют большие значения. Это сечение левой стойки, где $N_x = -44,8 \text{ кН}$, $M_x = 27,2 \text{ кН} \cdot \text{м}$.

Условие прочности

$$\sigma_{\max} = \pm \frac{N_x}{A} \pm \frac{M_x}{W_z} \leq \sigma_{\text{adm}}.$$

Выбираем сечение по моменту M_x

$$\frac{M_x}{W_z} \leq \sigma_{\text{adm}} = 160 \text{ МПа}. \quad W_z \geq \frac{27,2 \cdot 10^3}{160 \cdot 10^6} = 1,7 \cdot 10^{-4} \text{ м}^3 = 170 \text{ см}^3.$$

По сортаменту проката выбираем двутавр № 20, $W_z = W_x^{\text{табл.}} = 184 \text{ см}^3$,
 $A_{\text{табл.}} = 26,8 \text{ см}^2$.

Производим проверку с учетом силы N_x :

$$\sigma_{\max} = -\frac{44,8 \cdot 10^3}{26,8 \cdot 10^{-4}} - \frac{27,2 \cdot 10^3}{184 \cdot 10^{-6}} = -1,67 \cdot 10^7 - 0,148 \cdot 10^9 \text{ Па} = 164,7 \text{ МПа},$$

$$\sigma_{\max} = 164,7 \text{ МПа} > \sigma_{\text{adm}} = 160 \text{ МПа}.$$

$$\text{Отклонение (перегруз)} \delta = \frac{164,7 - 160}{160} \cdot 100 = 2,93 \% < 5 \%, \text{ что допустимо.}$$

5.4. Задания для расчета плоских рам

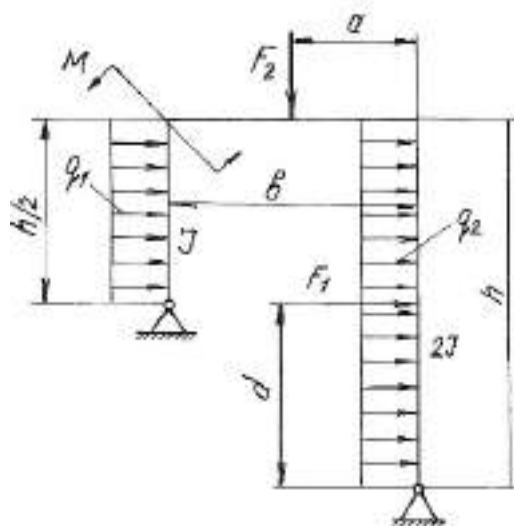
Для расчетной схемы статически неопределимой рамы при заданных значениях длин и нагрузок, определяемых в соответствии с указанным номером варианта, требуется:

1. Определить степень статической неопределимости рамы. Выбрать основную систему.
2. Составить канонические уравнения метода сил.
3. Вычислить коэффициенты при неизвестных и свободные члены канонических уравнений. Проверить правильность их вычисления.
4. Построить эпюры изгибающих моментов, поперечных и продольных сил.
5. Подобрать поперечное сечение элементов рамы в виде двутавра (см. табл. П. 1) при $\sigma_{\text{adm}} = 160 \text{ МПа}$.

Данные для расчета взять из табл. 5.3.

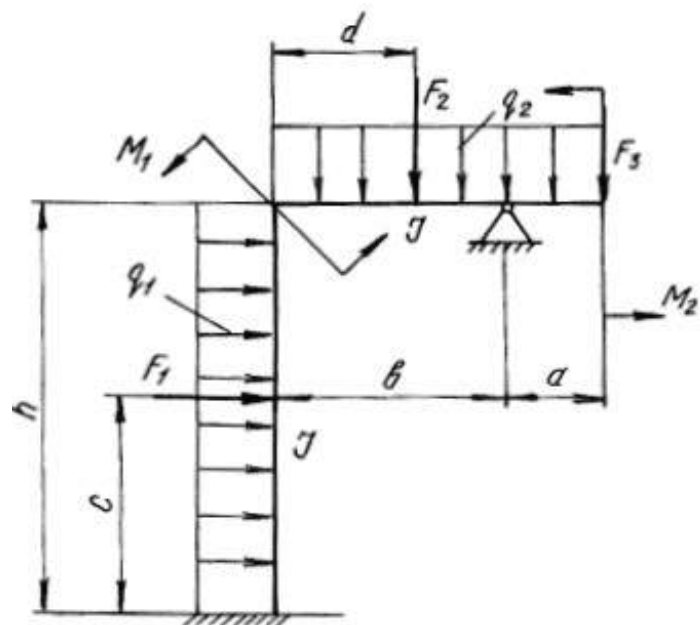
Таблица 5.3

Номер варианта	h , м	b , м	a , м	d , м	q_1 , кН/м	q_2 , кН/м	F_1 , кН	F_2 , кН	M , кН·м
1	10	5	—	—	20	—	—	—	80
2	9	5	—	—	—	15	—	—	10
3	9	6	—	—	—	—	—	—	60
4	9	4	—	5	15	—	40	—	—
5	10	4	2	—	—	20	—	30	—
6	8	5	3	—	—	—	—	60	—
7	8	6	—	—	—	—	—	—	10
8	8	5	—	5	—	—	40	—	—
9	9	6	3	—	—	—	—	50	80
10	9	6	5	—	—	—	40	—	—



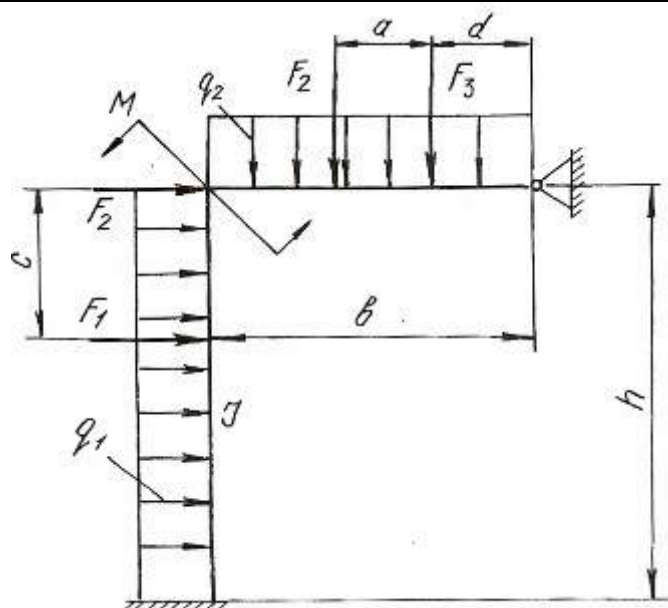
Продолжение табл. 5.3

Номер варианта	h , м	b , м	a , м	c , м	d , м	q_1 , кН/м	q_2 , кН/м	F_1 , кН	F_2 , кН	F_3 , кН	M_1 , кН·м	M_2 , кН·м
11	10	5	0,5	6	—	20	—	40	—	—	—	—
12	11	6	0,4	6	—	—	20	40	—	—	—	—
13	11	5	0,3	4	—	—	—	30	—	—	—	10
14	9	4	0,6	—	—	—	25	—	—	—	—	12
15	9	5	0,4	—	4	30	—	—	60	—	—	—
16	8	4	0,3	—	3	—	—	—	30	20	—	—
17	8	4	0,3	—	—	—	—	—	—	30	10	—
18	6	3	0,2	—	—	25	—	—	—	—	15	80
19	7	4	0,6	—	3	—	—	—	30	20	12	—
20	10	6	0,6	—	—	—	30	—	—	—	10	—



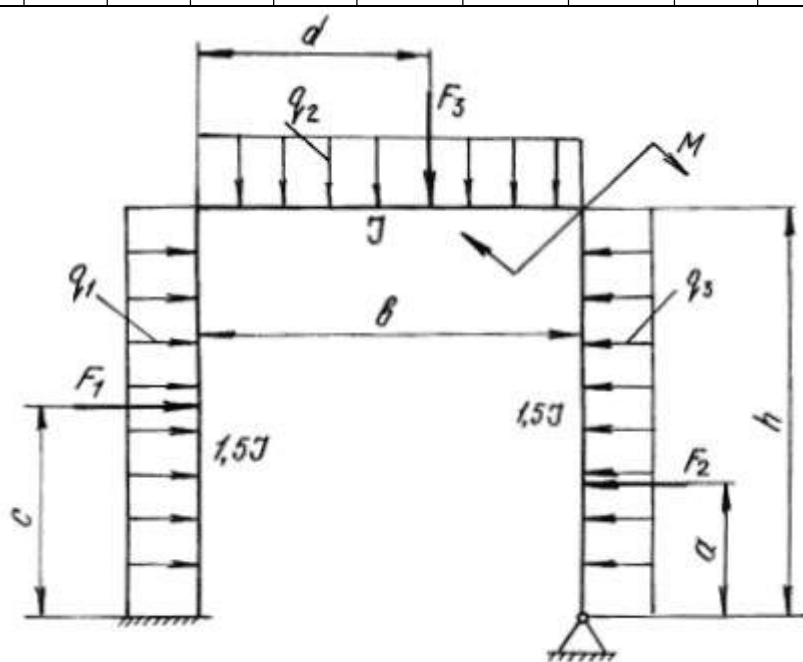
Продолжение табл. 5.3

Номер варианта	h , м	b , м	a , м	c , м	d , м	q_1 , кН/м	q_2 , кН/м	F_1 , кН	F_2 , кН	F_3 , кН	M_1 , кНм	M_2 , кН·м
21	10	8	—	—	—	20	—	—	—	—	—	20
22	10	7	2	—	2	30	—	—	—	—	20	—
23	10	6	—	2	—	—	—	—	30	20	—	—
24	8	6	—	—	—	20	30	—	—	—	—	—
25	8	6	—	3	—	—	20	—	20	—	—	—
26	9	5	—	—	—	—	20	—	—	—	—	15
27	9	6	2	—	1	—	—	—	—	40	20	—
28	7	5	2	—	1	—	—	—	—	—	30	—
29	8	4	2	—	1	—	—	—	—	—	20	20
30	8	6	—	—	—	—	—	—	50	20	—	10



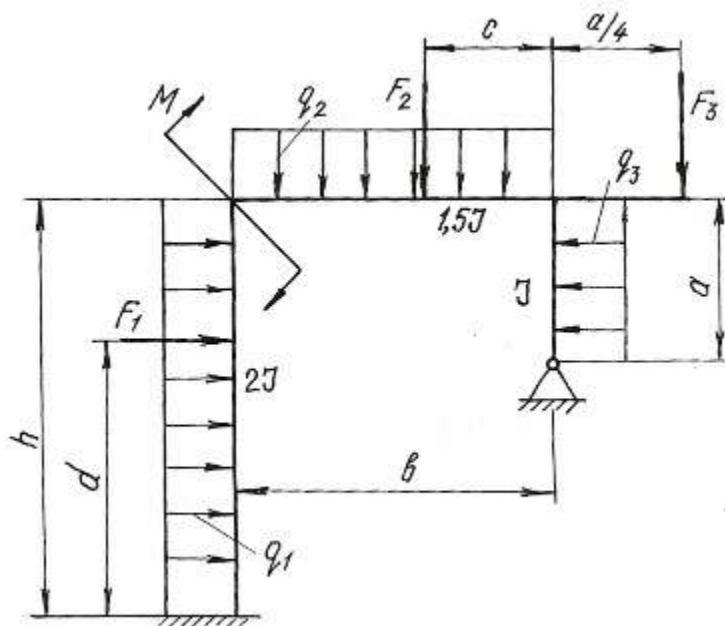
Продолжение табл. 5.3

Номер варианта	h , м	b , м	a , м	c , м	d , м	q_1 , кН/м	q_2 , кН/м	q_3 , кН/м	F_1 , кН	F_2 , кН	F_3 , кН	M , кН·м
31	10	4	0,5	—	—	12	—	—	—	—	—	10
32	9	5	0,4	—	—	—	20	—	—	—	—	15
33	8	4	0,3	—	—	—	—	20	—	30	—	—
34	8	6	0,3	—	4	20	—	—	—	—	40	—
35	8	4	0,4	—	—	—	20	—	—	30	—	—
36	6	5	0,3	5	—	—	—	20	60	—	—	—
37	10	5	0,4	—	4	—	—	—	—	40	50	—
38	8	4	0,3	—	—	—	—	—	—	30	—	12
39	12	6	0,5	—	4	—	—	—	—	—	40	15
40	12	6	0,6	3	—	—	—	25	10	—	—	—



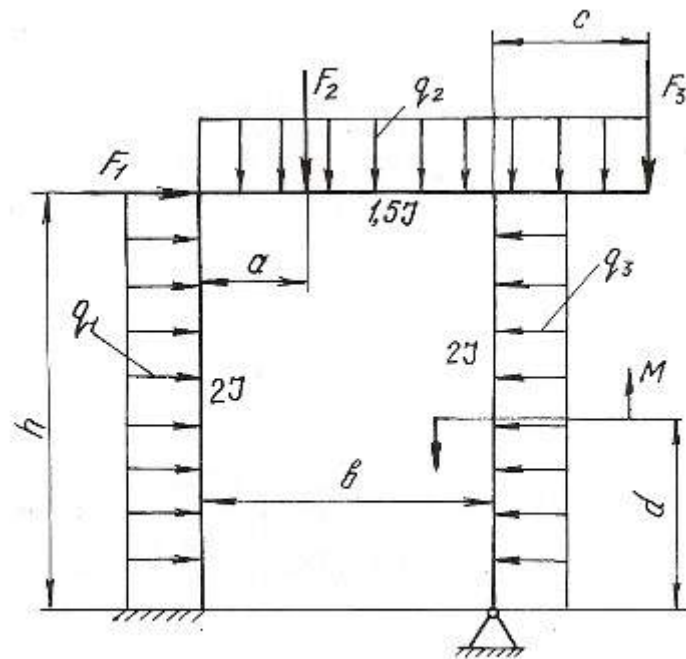
Продолжение табл. 5.3

Номер варианта	h , м	b , м	a , м	c , м	d , м	q_1 , кН/м	q_2 , кН/м	q_3 , кН/м	F_1 , кН	F_2 , кН	F_3 , кН	M , кН·м
41	10	5	4	—	—	20	—	—	—	—	—	50
42	9	6	4	—	—	—	15	—	—	—	—	10
43	8	6	5	—	—	—	—	20	—	—	30	—
44	8	5	6	—	2	15	—	—	30	—	—	—
45	8	4	5	2	—	—	20	—	—	40	—	—
46	9	6	3	—	5	—	—	15	40	—	—	—
47	9	8	4	2	—	—	—	—	—	10	—	60
48	9	6	6	—	—	—	—	—	—	—	40	10
49	10	8	5	3	—	—	—	—	—	20	40	—
50	10	6	4	1	4	—	—	—	10	25	—	—



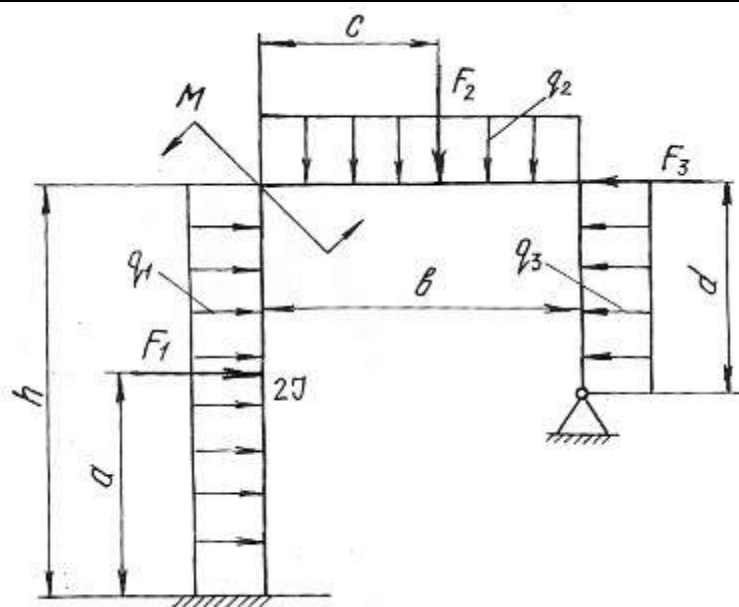
Продолжение табл. 5.3

Номер варианта	h , м	b , м	a , м	c , м	d , м	q_1 , кН/м	q_2 , кН/м	q_3 , кН/м	F_1 , кН	F_2 , кН	F_3 , кН	M , кН·м
51	8	4	0,6	0,5	5	20	—	—	—	—	—	50
52	10	5	0,5	0,6	—	—	20	—	20	30	—	—
53	8	4	0,4	0,4	—	—	—	25	—	20	—	—
54	6	4	0,3	0,4	4	—	—	—	—	—	30	14
55	12	6	0,6	0,5	—	—	—	—	40	20	—	—
56	10	4	0,4	0,3	2	15	—	—	—	—	—	10
57	8	5	0,3	0,3	2	—	15	—	—	—	—	12
58	8	5	0,4	0,4	—	—	—	20	30	—	—	—
59	9	5	0,5	0,6	—	—	—	—	—	30	40	—
60	9	4	0,6	0,5	—	—	30	—	—	20	—	—



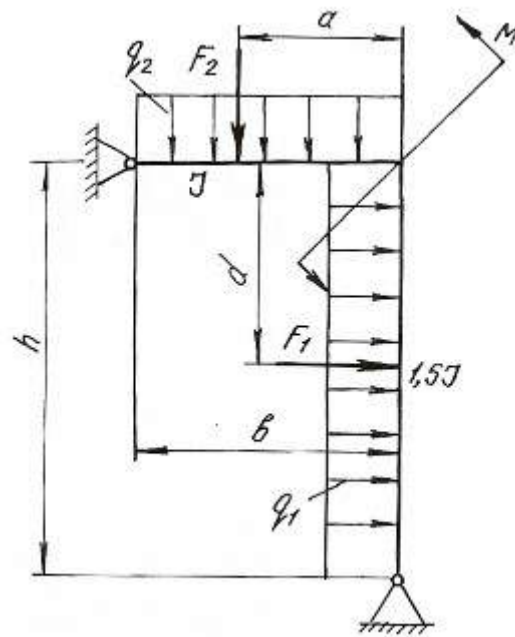
Продолжение табл. 5.3

Номер варианта	h , м	b , м	a , м	c , м	d , м	q_1 , кН/м	q_2 , кН/м	q_3 , кН/м	F_1 , кН	F_2 , кН	F_3 , кН	M , кН·м
61	8	4	4	—	4	20	—	—	50	—	—	—
62	10	5	—	2,5	5	—	20	—	—	30	—	—
63	6	3	—	—	3	—	—	20	—	—	30	—
64	12	6	5	—	6	—	—	20	50	—	—	—
65	10	4	—	—	5	—	20	—	—	—	—	80
66	8	4	—	—	5	15	—	—	—	—	20	—
67	8	5	—	2	5	20	—	—	—	40	—	—
68	8	4	—	—	4	—	—	—	—	—	80	40
69	9	4	—	3	5	—	—	—	—	60	—	40
70	10	5	8	—	5	—	15	—	60	—	—	—



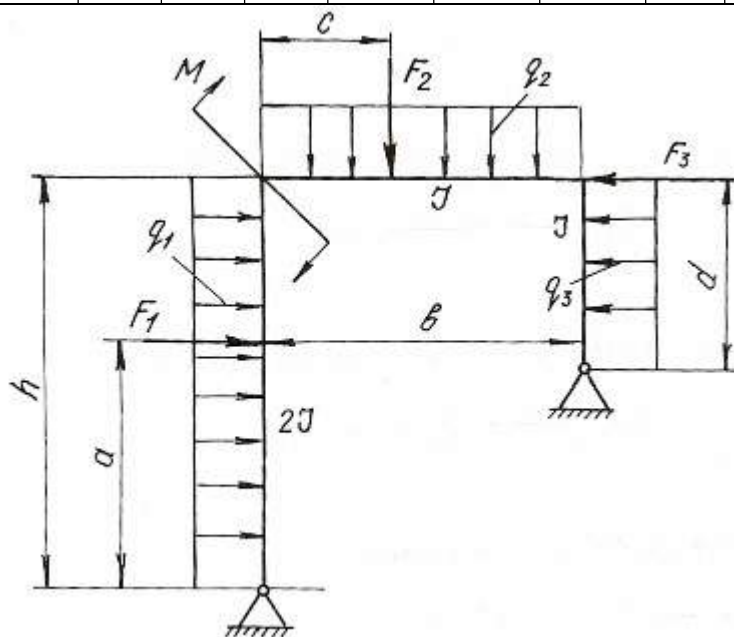
Продолжение табл. 5.3

Номер варианта	h , м	b , м	a , м	d , м	q_1 , кН/м	q_2 , кН/м	F_1 , кН	F_2 , кН	M , кН·м
71	10	5	2,5	—	20	—	—	80	—
72	10	6	—	—	—	15	—	—	—
73	10	4	2	—	—	—	—	—	—
74	10	5	—	—	15	—	—	80	—
75	9	5	—	—	—	20	—	—	—
76	9	6	—	—	—	—	—	—	60
77	9	4	2	—	—	—	—	10	—
78	8	6	3	—	—	—	—	80	10
79	8	6	3	4	—	—	40	60	—
80	8	5	—	4	—	—	30	—	—

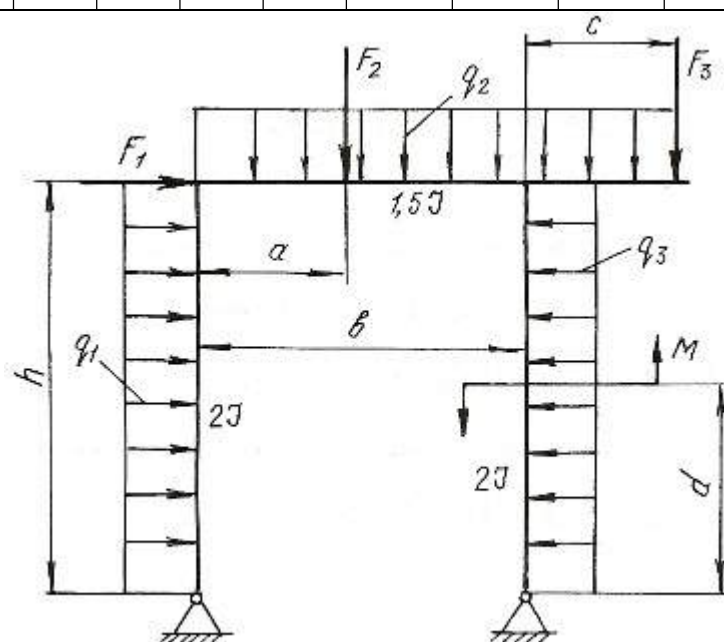


Продолжение табл. 5.3

Номер варианта	h , м	b , м	a , м	c , м	d , м	q_1 , кН/м	q_2 , кН/м	q_3 , кН/м	F_1 , кН	F_2 , кН	F_3 , кН	M , кН·м
81	8	4	4	—	4	20	—	—	50	—	—	—
82	10	5	—	2,5	5	—	20	—	—	30	—	—
83	8	4	—	—	3	—	—	20	—	—	30	—
84	6	4	5	—	6	—	—	20	50	—	—	—
85	12	6	—	—	5	—	20	—	—	—	—	80
86	10	4	—	—	5	15	—	—	—	—	20	—
87	8	5	—	2	5	20	—	—	—	40	—	—
88	8	5	—	—	4	—	—	—	—	—	80	40
89	9	5	—	3	5	—	—	—	—	60	—	40
90	9	4	8	—	5	—	15	—	60	—	—	—



Номер варианта	h , м	b , м	a , м	c , м	d , м	q_1 , кН/м	q_2 , кН/м	q_3 , кН/м	F_1 , кН	F_2 , кН	F_3 , кН	M , кН·м
91	8	4	0,6	0,5	5	20	—	—	—	—	—	50
92	10	5	0,5	0,6	—	—	20	—	20	30	—	—
93	8	4	0,4	0,4	—	—	—	25	—	20	—	—
94	6	4	0,3	0,4	4	—	—	—	—	—	30	14
95	12	6	0,6	0,5	—	—	—	—	40	20	—	—
96	10	4	0,4	0,3	2	15	—	—	—	—	—	10
97	8	5	0,3	0,3	2	—	15	—	—	—	—	12
98	8	5	0,4	0,4	—	—	—	20	30	—	—	—
99	9	5	0,5	0,6	—	—	—	—	—	30	40	—
100	9	4	0,6	0,5	—	—	30	—	—	20	—	—



Глава 6

ВИДЫ СЛОЖНОГО СОПРОТИВЛЕНИЯ

Сочетание простейших видов деформаций называется сложным сопротивлением. При расчете элементов конструкций, испытывающих сложные сопротивления, используют принцип независимости действия сил, т. е. определяют деформации и напряжения для каждого простейшего вида сопротивления, а затем результаты суммируют алгебраически, геометрически или согласно одной из теорий прочности. При этом задача сводится к определению опасного сечения по длине бруса и опасной точки в этом сечении.

В данной главе приведены методики решения задач на косой изгиб, внецентренное растяжение или сжатие, совместное действие изгиба с кручением.

6.1. Косой изгиб

Косой изгиб – вид сложного сопротивления, который возникает при действии внешних нагрузок, перпендикулярных продольной оси бруса, но расположенных вне главных плоскостей инерции. Поэтому косой изгиб можно рассматривать как сочетание двух плоских изгибов во взаимно перпендикулярных плоскостях, разложив все силы по направлению главных центральных осей инерции поперечных сечений.

При косом изгибе балки нормальные напряжения в произвольной точке поперечного сечения с координатами y и z определяются по формуле:

$$\sigma = \frac{M^B}{J_z} y + \frac{M^\Gamma}{J_y} z, \quad (6.1)$$

где J_z и J_y – главные центральные моменты инерции поперечного сечения балки относительно осей z и y ; M^B и M^Γ – изгибающие моменты в поперечном сечении в вертикальной и горизонтальной плоскостях.

Положение нейтральной оси поперечного сечения определяется по формуле:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{M^\Gamma}{M^B} \cdot \frac{J_z}{J_y}, \quad (6.2)$$

где α – угол наклона нейтральной оси к горизонтальной главной центральной оси инерции.

Максимальные и минимальные нормальные напряжения возникают в точках, наиболее удаленных от обеих главных центральных осей инерции и для симметричных сечений определяются по формуле:

$$\sigma_{\max} = \pm \frac{M^{\Gamma}}{W_y} \pm \frac{M^{\text{B}}}{W_z}, \quad (6.3)$$

где W_z и W_y – моменты сопротивления поперечного сечения изгибу относительно осей z и y .

Если внешние нагрузки лежат в одной плоскости, то положение нейтральной оси определяется по формуле:

$$\operatorname{tg} \alpha = \operatorname{tg} \varphi \cdot \frac{J_z}{J_y}, \quad (6.4)$$

где φ – угол между силовой плоскостью, в которой действуют внешние нагрузки, и главной вертикальной осью инерции поперечного сечения балки.

Напряжения в этом случае определяются по формуле:

$$\sigma_{\max/\min} = \pm M \left(\frac{\cos \varphi}{W_z} \pm \frac{\sin \varphi}{W_y} \right), \quad (6.5)$$

где M – результирующий момент, действующий в силовой плоскости.

Прогиб f и угол поворота θ сечения балки при косом изгибе определяются как геометрические суммы прогибов и углов поворота от составляющих изгибающего момента, действующих в главных плоскостях инерции балки

$$f = \sqrt{f_z^2 + f_y^2} \quad \text{и} \quad \theta = \sqrt{\theta_z^2 + \theta_y^2}, \quad (6.6)$$

где f_z и f_y – прогибы в направлении осей z и y ; θ_z и θ_y – углы поворота сечения вокруг осей z и y .

Пример 6.1.

Для балки (рис. 6.1) построить эпюры нормальных напряжений по сторонам поперечного сечения (см. табл. П. 1) в защемлении, определить наибольшее нормальное напряжение и полный прогиб свободного конца балки при $F = 2$ кН, $\varphi = 15^\circ$.

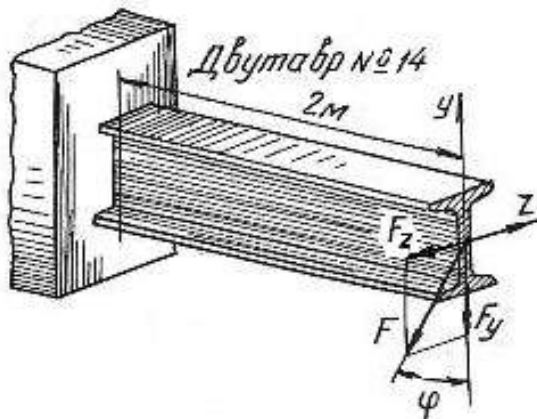


Рис. 6.1.

Решение.

Раскладываем силу F на ее составляющие, действующие в вертикальной и горизонтальной плоскостях:

$$F_y = F \cdot \cos 15^\circ = 2000 \cdot 0,96 = 1920 \text{ Н};$$

$$F_z = F \cdot \sin 15^\circ = 2000 \cdot 0,26 = 520 \text{ Н}.$$

Максимальные изгибающие моменты в вертикальной и горизонтальной плоскостях будут в защемленном сечении балки:

$$M_{\max}^B = F_y l = 1920 \cdot 2 = 3840 \text{ Н} \cdot \text{м};$$

$$M_{\max}^Г = F_z l = 520 \cdot 2 = 1040 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

По ГОСТ 8239-89 (см. табл. П. 1) для заданного профиля находим моменты инерции и моменты сопротивления сечения:

$$J_z = 572 \text{ см}^4; \quad J_y = 41,9 \text{ см}^4; \quad W_z = 81,7 \text{ см}^3; \quad W_y = 11,5 \text{ см}^3,$$

что при переводе в единицы СИ соответствует:

$$J_z = 572 \cdot 10^{-8} \text{ м}^4; \quad J_y = 41,9 \cdot 10^{-8} \text{ м}^4; \quad W_z = 81,7 \cdot 10^{-6} \text{ см}^3; \quad W_y = 11,5 \cdot 10^{-6} \text{ м}^3.$$

Наибольшие нормальные напряжения от изгиба в вертикальной плоскости:

$$\sigma_{\max}^B = \frac{M_{\max}^B}{W_z} = \frac{3840}{81,7 \cdot 10^{-6}} = 47 \cdot 10^6 \text{ Па} = 47 \text{ МПа},$$

а наибольшие нормальные напряжения от изгиба в горизонтальной плоскости:

$$\sigma_{\max}^Г = \frac{M_{\max}^Г}{W_y} = \frac{1040}{11,5 \cdot 10^{-6}} = 90,4 \cdot 10^6 \text{ Па} = 90,4 \text{ МПа}.$$

Эпюры нормальных напряжений даны на рис. 6.2. Таким образом, наибольшие нормальные напряжения будут в крайних угловых точка поперечного сечения. Как видно по эпюрам нормальных напряжений

$$\sigma_{\max} = 47 + 90,4 = 137,4 \text{ МПа}; \quad \sigma_{\min} = -47 - 90,4 = -137,4 \text{ МПа}.$$

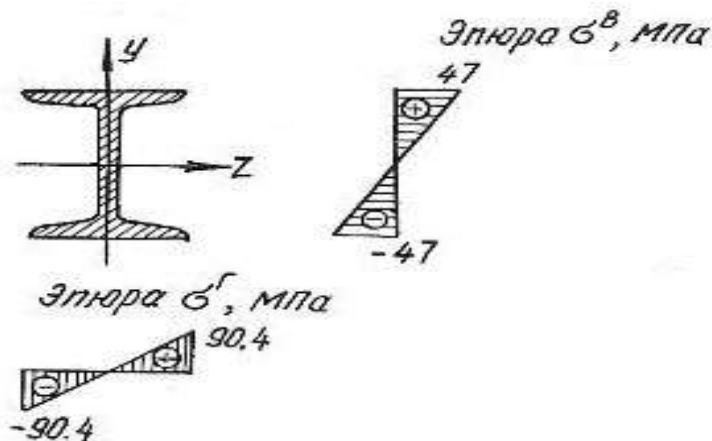


Рис. 6.2.

Прогиб свободного конца балки в вертикальной плоскости [10]

$$f_y = \frac{F_y l^3}{3EJ_z} = \frac{1920 \cdot 2^3}{3 \cdot 2 \cdot 10^{11} \cdot 572 \cdot 10^{-8}} = 4,5 \cdot 10^{-3} \text{ м или } f_y = 4,5 \text{ мм},$$

а величина прогиба в горизонтальной плоскости

$$f_z = \frac{F_z l^3}{3EJ_y} = \frac{520 \cdot 2^3}{3 \cdot 2 \cdot 10^{11} \cdot 41,9 \cdot 10^{-8}} = 16,5 \cdot 10^{-3} \text{ м или } f_z = 16,5 \text{ мм}.$$

Полный прогиб свободного конца балки

$$f = \sqrt{f_y^2 + f_z^2} = \sqrt{4,5^2 + 16,5^2} = 17,1 \text{ мм}.$$

Пример 6.2.

Для бруса прямоугольного поперечного сечения (рис. 6.3) требуется:

1. Построить эпюры изгибающих моментов в главных плоскостях; определить из расчета на прочность размеры поперечного сечения, принимая $\sigma_{adm} = 160 \text{ МПа}$ и отношение сторон $\frac{h}{b} = 2$;

2. Для опасного поперечного сечения построить эпюры нормальных напряжений от каждого из изгибающих моментов и суммарную эпюру нормальных напряжений.

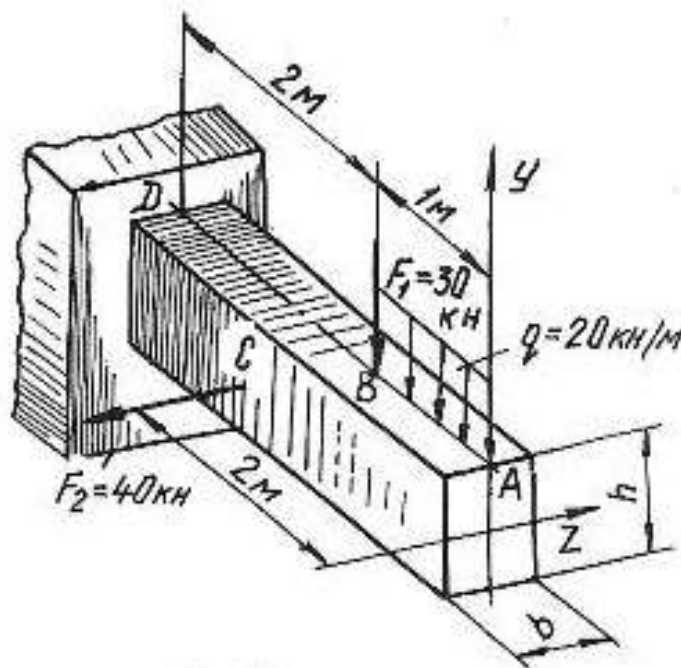


Рис. 6.3.

Решение.

Согласно принципу независимости действия сил рассмотрим отдельно действие сил, вызывающих изгиб в вертикальной и горизонтальной плоскостях. Изгиб в вертикальной плоскости вызывается действием силы F_1 и равномерно распределенной нагрузкой. Определим величину изгибающих моментов в характерных точках:

$$M_A^B = 0;$$

$$M_B^B = -q \cdot 1 \cdot 0,5 = -20 \cdot 10^3 \cdot 1 \cdot 0,5 = -10 \cdot 10^3 \text{ Н} \cdot \text{м} = -10 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

$$M_D^B = -q \cdot 1 \cdot 2,5 - F_1 \cdot 2 = -20 \cdot 10^3 \cdot 1 \cdot 2,5 - 30 \cdot 10^3 \cdot 2 = -110 \cdot 10^3 \text{ Н} \cdot \text{м} = -110 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

Изгиб в горизонтальной плоскости вызывается силой F_2 . Определим величину изгибающих моментов в характерных точках:

$$M_A^F = 0; \quad M_B^F = 0; \quad M_C^F = 0;$$

$$M_D^F = F_2 \cdot 1 = 40 \cdot 10^3 \cdot 1 = 40 \cdot 10^3 \text{ Н} \cdot \text{м} = 40 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

Эпюры изгибающих моментов показаны на рис. 6.4, а. Максимальные изгибающие моменты в вертикальной и горизонтальной плоскостях будут в сечении D:

$$M_{\max}^B = M_D^B = 110 \text{ кН} \cdot \text{м}; \quad M_{\max}^F = M_D^F = 40 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

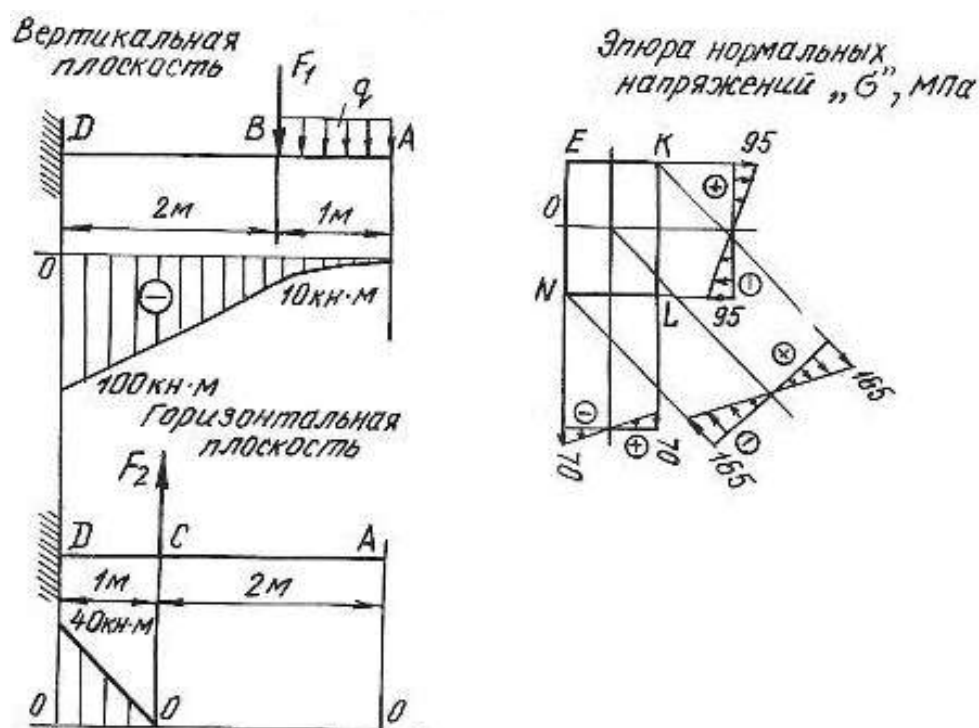


Рис. 6.4.

Опасное сечение балки будет в защемлении. Запишем условие прочности для опасного сечения

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{\max}^B}{W_z} + \frac{M_{\max}^Г}{W_y} \leq \sigma_{\text{adm}}.$$

Для бруса прямоугольного сечения моменты сопротивления равны:

$$W_z = \frac{bh^2}{6} \quad \text{и} \quad W_y = \frac{b^2h}{6};$$

при $h = 2 \cdot b$ получим

$$W_z = \frac{b(2 \cdot b)^2}{6} = \frac{2b^3}{3} \quad \text{и} \quad W_y = \frac{b^2 \cdot 2 \cdot b}{6} = \frac{b^3}{3}.$$

Подставляя значение величин в условие прочности, получим

$$\sigma_{\max} = \frac{110 \cdot 10^3}{\frac{2}{3} \cdot b^3} + \frac{40 \cdot 10^3}{\frac{1}{3} \cdot b^3} \leq 160 \cdot 10^6 \text{ Па}.$$

Решая уравнение относительно b , получим $b = 0,12 \text{ м} = 120 \text{ мм}$ и $h = 2b = 240 \text{ мм}$. Для построения эпюр нормальных напряжений определяем наибольшие напряжения, для чего вычислим моменты сопротивления сечения:

$$W_z = \frac{bh^2}{6} = \frac{12 \cdot 10^{-2} \cdot (24 \cdot 10^{-2})^2}{6} = 1152 \cdot 10^{-6} \text{ м}^3;$$

$$W_y = \frac{b^2h}{6} = \frac{(12 \cdot 10^{-2})^2 \cdot 24 \cdot 10^{-2}}{6} = 576 \cdot 10^{-6} \text{ м}^3.$$

Наибольшие нормальные напряжения от изгиба в вертикальной плоскости:

$$\sigma_{\max}^B = \frac{M_{\max}^B}{W_z} = \frac{110 \cdot 10^3}{1152 \cdot 10^{-6}} = 95 \cdot 10^6 \text{ Па} = 95 \text{ МПа}.$$

Наибольшие нормальные напряжения от изгиба в горизонтальной плоскости:

$$\sigma_{\max}^Г = \frac{M_{\max}^Г}{W_y} = \frac{40 \cdot 10^3}{576 \cdot 10^{-6}} = 70 \cdot 10^6 \text{ Па} = 70 \text{ МПа}.$$

Наибольшие нормальные напряжения будут в точках K и N :

$$\sigma_K = 95 + 70 = 165 \text{ МПа};$$

$$\sigma_N = -95 - 70 = -165 \text{ МПа}.$$

Эпюры нормальных напряжений показаны на рис. 6.4, б

6.2. Задания для расчета на косой изгиб

Для расчетной схемы балки при заданных значениях геометрических размеров и нагрузок необходимо:

- 1) определить положение нейтральной оси;
- 2) вычислить наибольшие и наименьшие напряжения в опасном сечении балки;
- 3) построить эпюры напряжений;
- 4) найти прогиб балки в середине пролета или на свободном конце консольной балки.

Данные для расчета взять из таблиц 6.1, 6.2, 6.3 и табл. П. 1.

Таблица 6.1

Схема балки	Схема сечения	Материал	Пролет l , м	Размеры сечения, см	Угол φ , град	Нагрузка		
						F , кН	M , кН·м	q , кН/м
1	А	дерево	1,5	$b \times h = 12 \times 20$	60	—	4	—
	Б	Ст 3	1,4	двутавр № 24	30	—	3	—
	В	Ст 3	1,3	швеллер № 24	45	—	5	—
	Г	Ст 3	1,6	2 швеллера № 8	60	—	6	—
	Д	Ст 3	1,7	2 швеллера № 10	30	—	7	—
	Е	Ст 3	1,8	2 двутавра № 10	60	—	8	—
2	А	дерево	1,2	$b \times h = 15 \times 25$	45	3	—	—
	Б	Ст 3	1,4	двутавр № 22	30	2	—	—
	В	Ст 3	1,5	швеллер № 27	60	4	—	—
	Г	Ст 3	1,6	2 швеллера № 18	30	8	—	—
	Д	Ст 3	1,8	2 швеллера № 20	60	10	—	—
	Е	Ст 3	1,7	2 двутавра № 12	45	9	—	—
3	А	дерево	1,2	$b \times h = 14 \times 28$	30	—	—	4
	Б	Ст 3	1,3	двутавр № 24	60	—	—	3
	В	Ст 3	1,5	швеллер № 27	45	—	—	2
	Г	Ст 3	1,4	2 швеллера № 16	20	—	—	6
	Д	Ст 3	1,7	2 швеллера № 14	30	—	—	5
	Е	Ст 3	1,6	2 двутавра № 14	40	—	—	7

Продолжение табл. 6.1

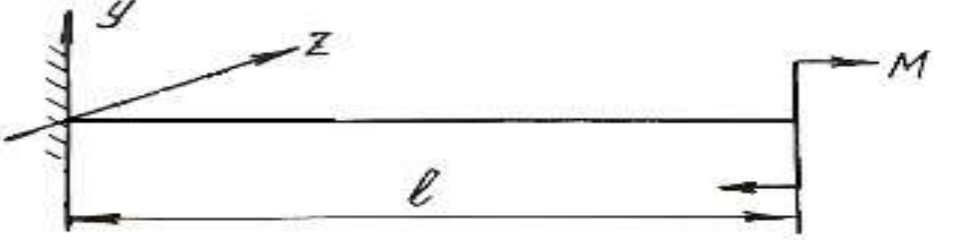
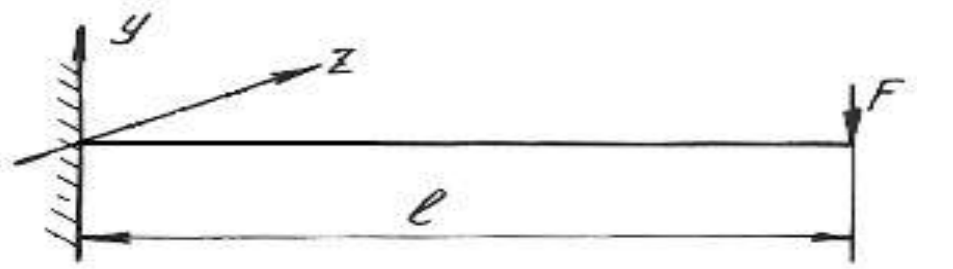
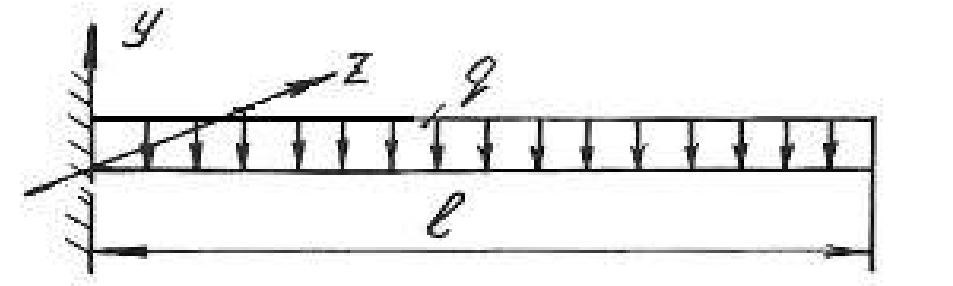
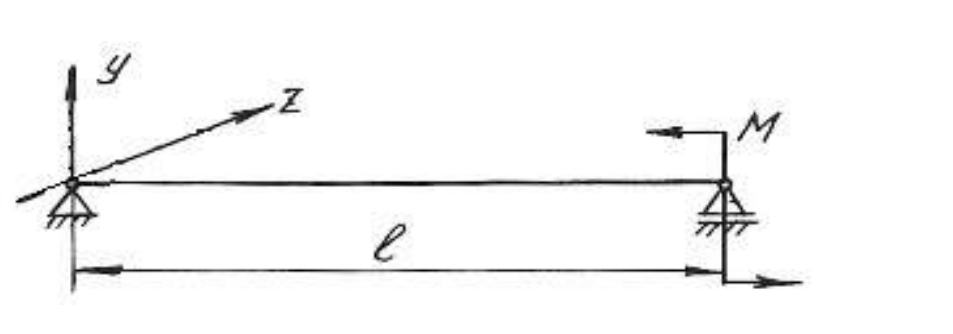
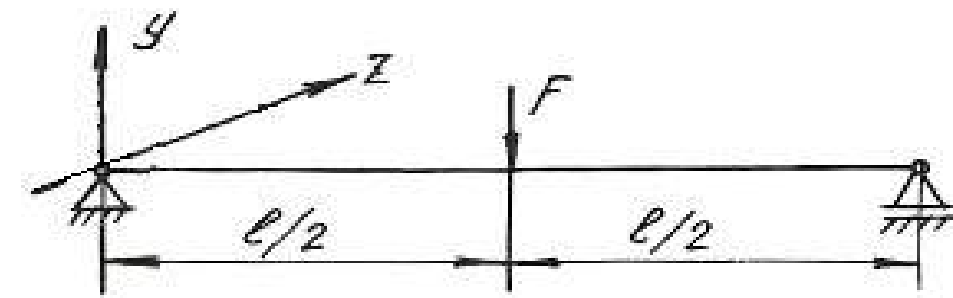
Схема балки	Схема сечения	Материал	Пролет $l, \text{м}$	Размеры сечения, см	Угол φ , град	Нагрузка		
						F , кН	M , кН·м	q , кН/м
4	А	дерево	2,5	$b \times h = 12 \times 30$	30	—	6	—
	Б	Ст 3	4	двутавр № 55	40	—	5	—
	В	Ст 3	5	швеллер № 30	50	—	7	—
	Г	Ст 3	6	2 швеллера № 10	60	—	8	—
	Д	Ст 3	4	2 швеллера № 12	30	—	9	—
	Е	Ст 3	6	2 двутавра № 14	40	—	10	—
5	А	дерево	3	$b \times h = 18 \times 30$	40	6	—	—
	Б	Ст 3	4	двутавр № 36	60	2,5	—	—
	В	Ст 3	5	швеллер № 24	30	3	—	—
	Г	Ст 3	6	2 швеллера № 10	20	4	—	—
	Д	Ст 3	5,5	2 швеллера № 12	40	3	—	—
	Е	Ст 3	4,5	2 двутавра № 14	50	5	—	—
6	А	дерево	4	$b \times h = 16 \times 28$	60	—	—	2
	Б	Ст 3	6	двутавр № 20	50	—	—	4
	В	Ст 3	3	швеллер № 16	30	—	—	3
	Г	Ст 3	4	2 швеллера № 14	40	—	—	5
	Д	Ст 3	5	2 швеллера № 16	45	—	—	6
	Е	Ст 3	5,5	2 двутавра № 18	20	—	—	7
7	А	дерево	2	$b \times h = 16 \times 24$	—	1	—	—
	Б	Ст 3	2,5	двутавр № 28	—	3	—	—
	В	Ст 3	2,4	швеллер № 16	—	4	—	—
	Г	Ст 3	2,6	2 швеллера № 14	—	6	—	—
	Д	Ст 3	2,3	2 швеллера № 16	—	8	—	—
	Е	Ст 3	2,7	2 двутавра № 20	—	10	—	—
8	А	дерево	1,5	$b \times h = 15 \times 25$	—	2	3	—
	Б	Ст 3	1,8	двутавр № 18	—	3	4	—
	В	Ст 3	1,6	швеллер № 24	—	5	3	—
	Г	Ст 3	1,7	2 швеллера № 12	—	6	6	—
	Д	Ст 3	1,9	2 швеллера № 14	—	7	7	—
	Е	Ст 3	2	2 двутавра № 16	—	8	5	—

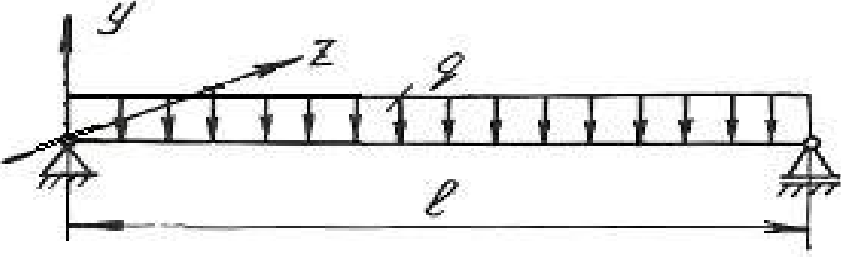
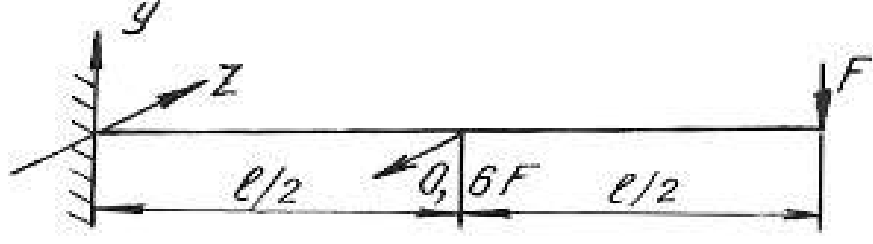
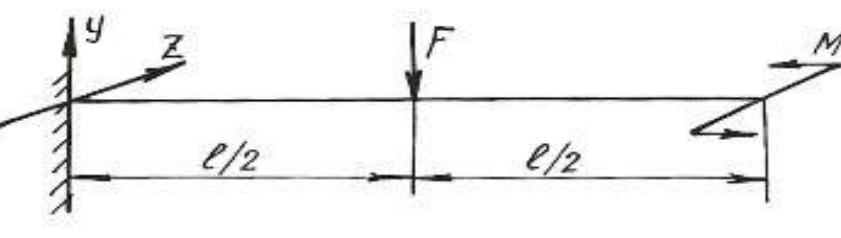
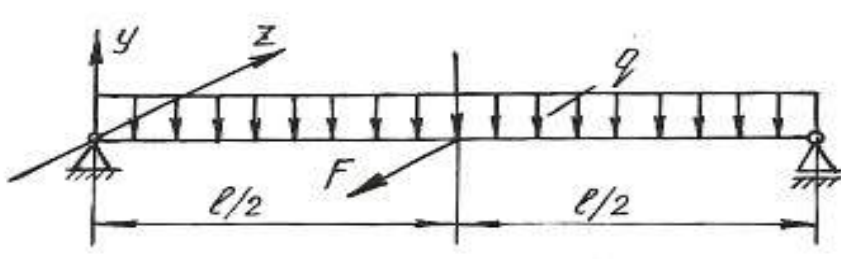
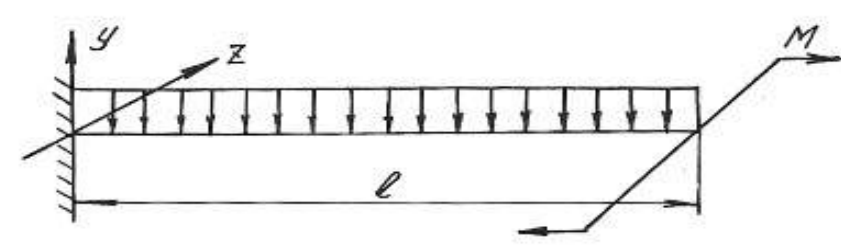
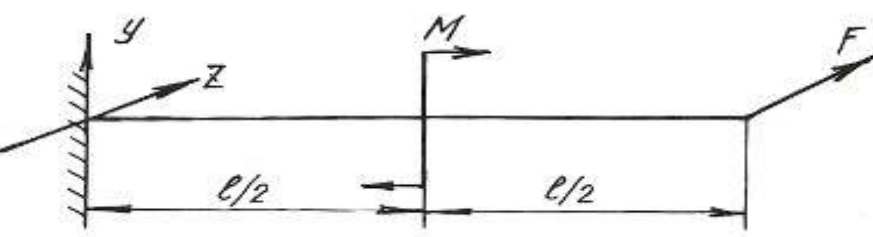
Продолжение табл. 6.1

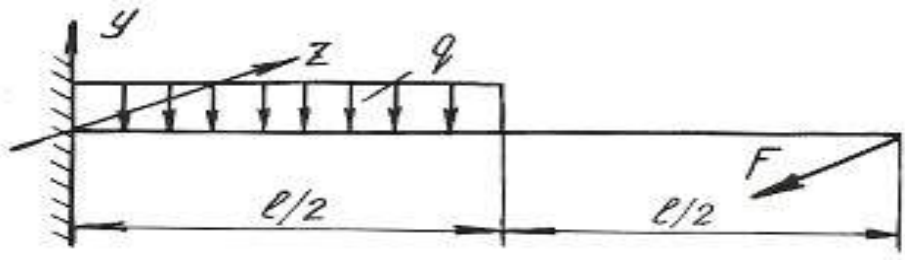
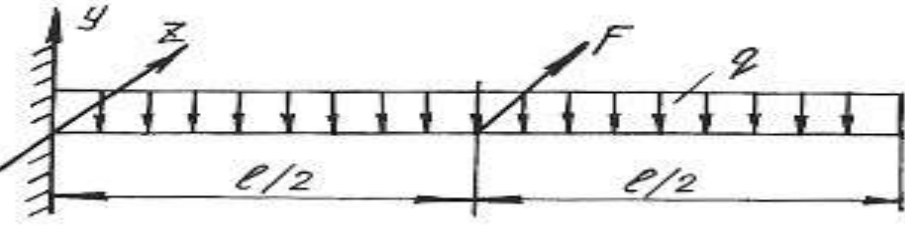
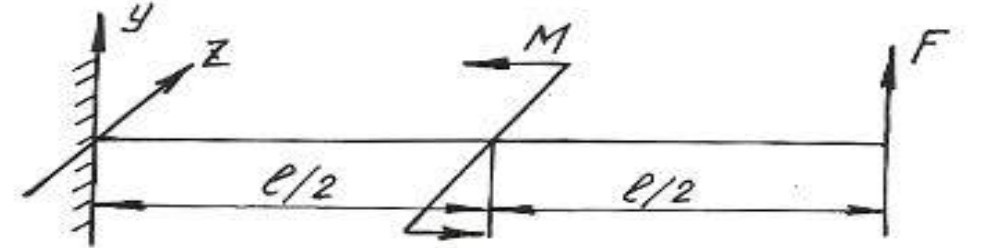
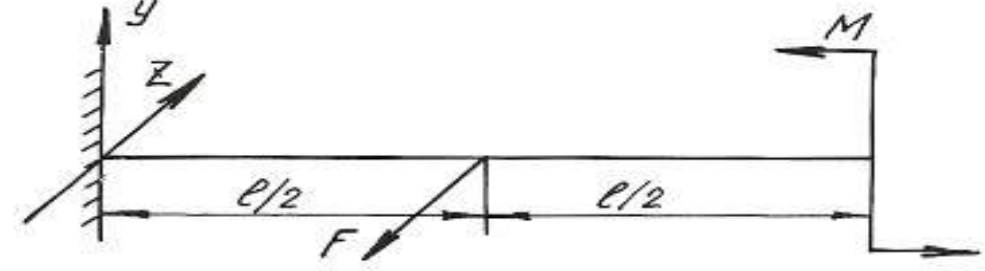
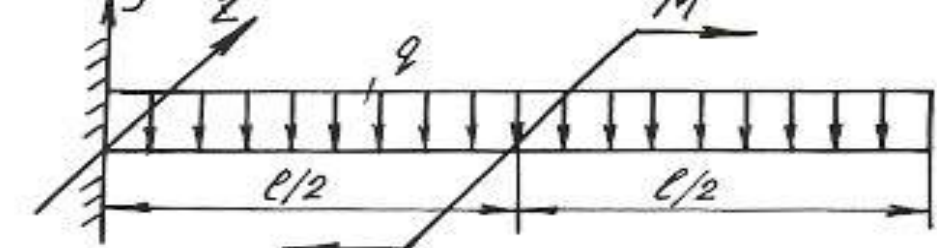
Схема балки	Схема сечения	Материал	Пролет l , м	Размеры сечения, см	Угол φ , град	Нагрузка		
						F , кН	M , кН·м	q , кН/м
9	А	дерево	2,5	$b \times h = 17 \times 27$	—	4	—	30
	Б	Ст 3	4	двутавр № 30	—	6	—	20
	В	Ст 3	3	швеллер № 27	—	5	—	40
	Г	Ст 3	5	2 швеллера № 14	—	7	—	50
	Д	Ст 3	6	2 швеллера № 16	—	8	—	60
	Е	Ст 3	4,6	2 двутавра № 18	—	9	—	70
10	А	дерево	1,6	$b \times h = 18 \times 24$	—	—	5	10
	Б	Ст 3	1,8	двутавр № 27	—	—	4	20
	В	Ст 3	1,9	швеллер № 20	—	—	3	30
	Г	Ст 3	2	2 швеллера № 14	—	—	6	40
	Д	Ст 3	2,1	2 швеллера № 16	—	—	7	50
	Е	Ст 3	2,2	2 двутавра № 20	—	—	8	60
11	А	дерево	1,5	$b \times h = 19 \times 30$	—	2	30	—
	Б	Ст 3	1,7	двутавр № 24	—	3	40	—
	В	Ст 3	1,9	швеллер № 24	—	5	60	—
	Г	Ст 3	1,8	2 швеллера № 18	—	7	80	—
	Д	Ст 3	2,3	2 швеллера № 20	—	6	70	—
	Е	Ст 3	2,4	2 двутавра № 14	—	4	50	—
12	А	дерево	1,2	$b \times h = 20 \times 29$	—	2	—	20
	Б	Ст 3	1,3	двутавр № 22	—	4	—	30
	В	Ст 3	1,4	швеллер № 24	—	5	—	40
	Г	Ст 3	1,5	2 швеллера № 22	—	7	—	50
	Д	Ст 3	1,6	2 швеллера № 20	—	6	—	60
	Е	Ст 3	1,7	2 двутавра № 20	—	7	—	70

Схема балки	Схема сечения	Материал	Пролет $l, \text{м}$	Размеры сечения, см	Угол φ , град	Нагрузка		
						F , кН	M , кН·м	q , кН/м
13	А	дерево	1,5	$b \times h = 18 \times 32$	—	3	—	10
	Б	Ст 3	1,6	двутавр № 36	—	4	—	20
	В	Ст 3	1,7	швеллер № 36	—	5	—	30
	Г	Ст 3	1,8	2 швеллера № 18	—	6	—	40
	Д	Ст 3	1,9	2 швеллера № 20	—	7	—	50
	Е	Ст 3	2	2 двутавра № 24	—	8	—	60
14	А	дерево	1,3	$b \times h = 19 \times 30$	—	20	3	—
	Б	Ст 3	1,4	двутавр № 40	—	40	4	—
	В	Ст 3	1,5	швеллер № 30	—	60	5	—
	Г	Ст 3	1,6	2 швеллера № 16	—	50	6	—
	Д	Ст 3	1,7	2 швеллера № 20	—	60	7	—
	Е	Ст 3	1,8	2 двутавра № 18	—	70	8	—
15	А	дерево	1,4	$b \times h = 17 \times 32$	—	1	40	—
	Б	Ст 3	1,6	двутавр № 24	—	2	50	—
	В	Ст 3	1,8	швеллер № 20	—	3	60	—
	Г	Ст 3	1,9	2 швеллера № 22	—	4	70	—
	Д	Ст 3	2,1	2 швеллера № 18	—	5	80	—
	Е	Ст 3	2,2	2 двутавра № 20	—	6	60	—
16	А	дерево	1,6	$b \times h = 19 \times 32$	—	—	2	20
	Б	Ст 3	1,7	двутавр № 22	—	—	3	30
	В	Ст 3	1,9	швеллер № 27	—	—	4	40
	Г	Ст 3	1,8	2 швеллера № 16	—	—	5	50
	Д	Ст 3	2,3	2 швеллера № 20	—	—	6	40
	Е	Ст 3	2,4	2 двутавра № 22	—	—	7	50

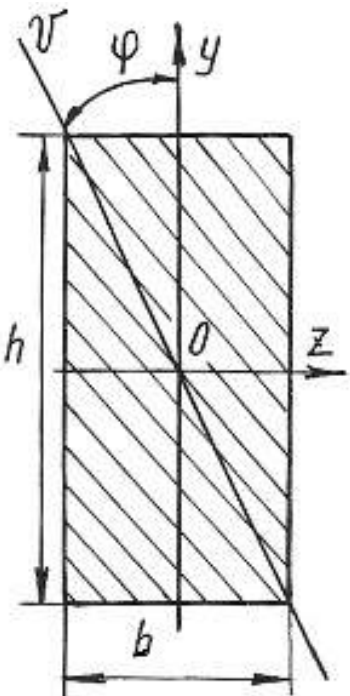
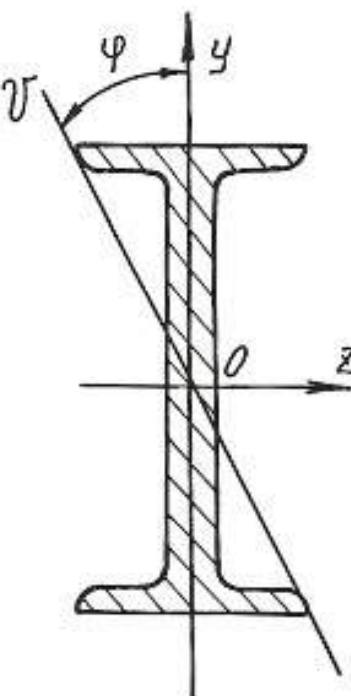
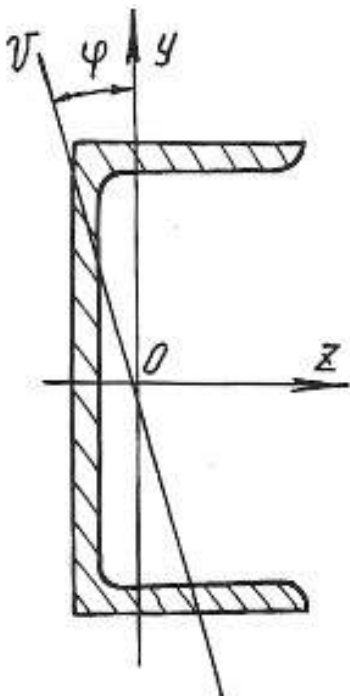
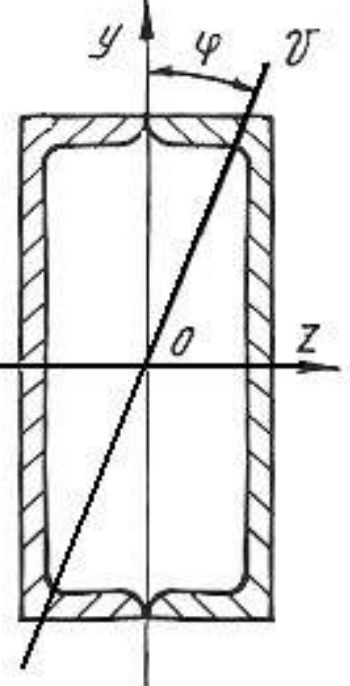
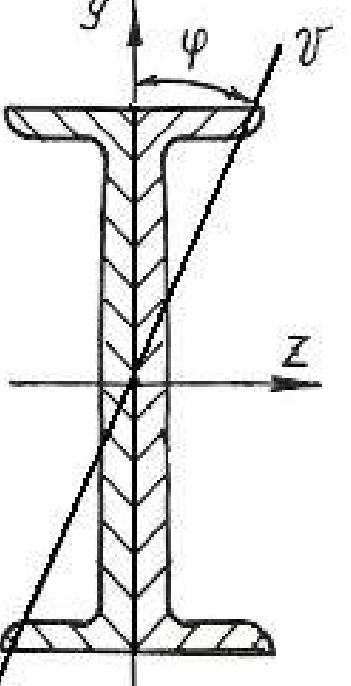
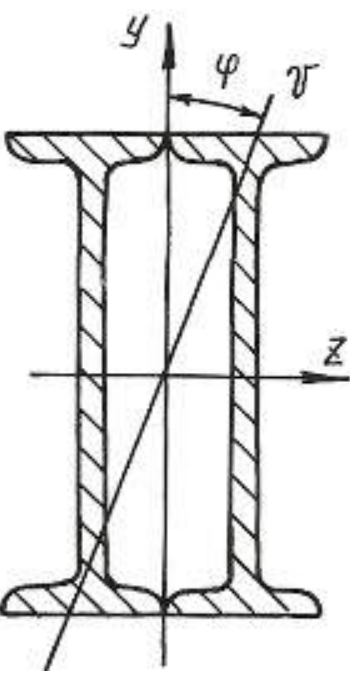
Схемы закрепления и нагружения балок

Номер схемы	Схема балки
1	
2	
3	
4	
5	

Номер схемы	Схема балки
6	
7	
8	
9	
10	
11	

Номер схемы	Схема балки
12	
13	
14	
15	
16	

Схемы поперечных сечений балок

А	Б	В
		
Г	Д	Е
		

6.3. Внецентренное растяжение или сжатие

Если действующая на брус продольная растягивающая или сжимающая сила приложена на некотором расстоянии от центра тяжести сечения, то возникает внецентренное растяжение или сжатие. Расстояние между точкой приложения силы и центром тяжести сечения бруса называется эксцентриситетом. Для практики весьма важны случаи внецентренного сжатия, например, для каменных и кирпичных столбов, бетонных колонн и др.

Внецентренное приложение сжимающей силы можно привести к случаю сжатия центральной силой F и чистому изгибу моментом $M = Fe$, если перенести силу F в центр тяжести поперечного сечения и уравновесить ее (рис. 6.5).

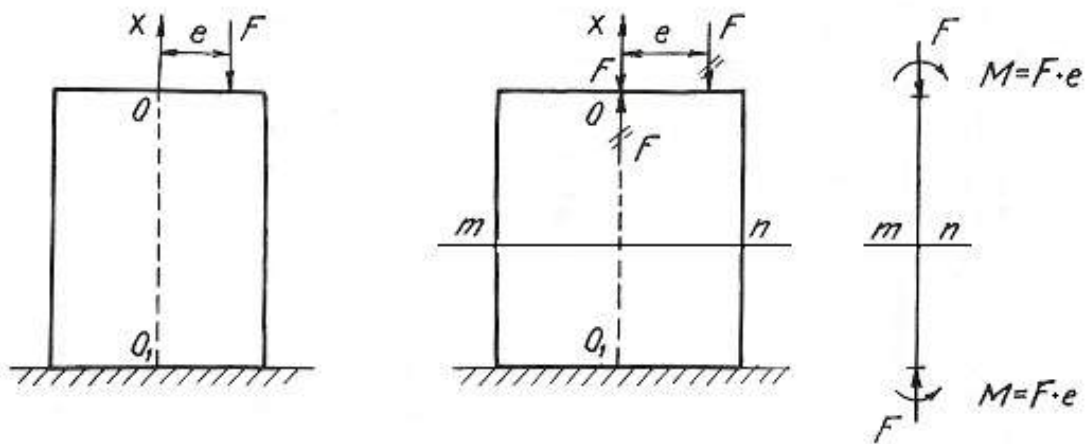


Рис. 6.5.

Так как изгибающий момент во всех сечениях постоянен, то проверку прочности можно производить по любому сечению бруса. Если отбросить верхнюю часть бруса по сечению $m-n$ и рассмотреть нижнюю (рис. 6.6), то для любой точки A поперечного сечения с координатами y, z нормальное напряжение будет равно алгебраической сумме напряжений

$$\sigma_A = \sigma_F + \sigma_{M_y} + \sigma_{M_z}, \quad (6.7)$$

где $\sigma_F = -\frac{F}{A}$ – напряжение от сжимающей центрально приложенной силы F ;

$\sigma_{M_y} = -M_y \frac{z}{J_y}$ – напряжение от изгибающего момента относительно главной

оси сечения y ; $\sigma_{M_z} = -M_z \frac{y}{J_z}$ – напряжение от изгибающего момента относительно главной оси сечения z .

Знак минус указывает на то, что данные нагрузки вызывают в точке A деформацию сжатия.

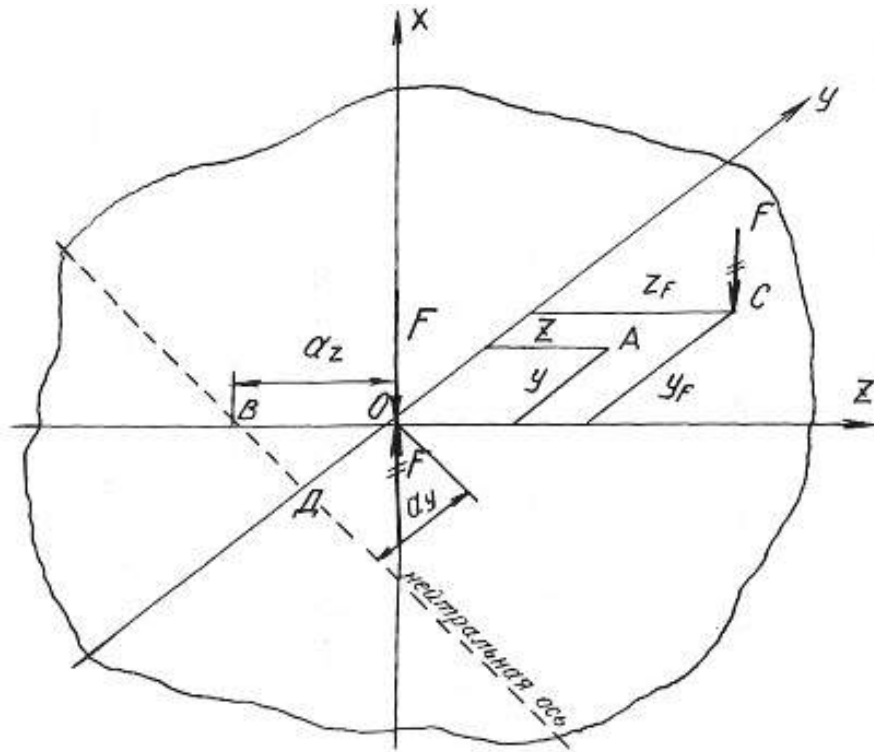


Рис. 6.6.

Изгибающие моменты определяются

$$M_y = Fz_F; \quad M_z = Fy_F;$$

где z_F и y_F - координаты точки C приложения силы F .

После подстановки имеем:

$$\sigma_A = -\frac{F}{A} - Fz_F \frac{z}{J_y} - Fy_F \frac{y}{J_z}.$$

Окончательный вид формулы для определения напряжений в любой точке поперечного сечения получаем после простых преобразований

$$\sigma = F \left(\pm \frac{1}{A} \pm z_F \frac{z}{J_y} \pm y_F \frac{y}{J_z} \right), \quad (6.8)$$

где J_y, J_z - моменты инерции поперечного сечения; y_F, z_F - координаты точки приложения силы F .

У каждого из слагаемых данного уравнения знак плюс берется для растягивающего, а знак минус - для сжимающего напряжения.

Условие прочности при внецентренном растяжении или сжатии имеет вид:

$$\sigma_{\max} = F \left(\pm \frac{1}{A} \pm z_F \frac{z_{\max}}{J_y} \pm y_F \frac{y_{\max}}{J_z} \right) \leq \sigma_{\text{adm}}, \quad (6.9)$$

где $z_{\max}, y_{\max}$ – координаты наиболее удаленных точек сечения от его центра тяжести.

Уравнение нейтральной оси при внецентренном растяжении или сжатии имеет вид:

$$\pm \frac{1}{A} \pm z_F \frac{z_0}{J_y} \pm y_F \frac{y_0}{J_z} = 0, \quad (6.10)$$

где z_0, y_0 – координаты точек, лежащих на нейтральной оси.

Это уравнение является уравнением прямой, не проходящей через центр тяжести сечения. Величины отрезков, отсекаемых на координатных осях y и z нейтральной осью, определяются из уравнения:

$$\pm 1 \pm z_F \frac{a_z}{i_y^2} \pm y_F \frac{a_y}{i_z^2} = 0, \quad (6.11)$$

где $a_z = z_0, a_y = y_0$ – отрезки, определяющие положение нейтральной оси.

Величины отрезков определяются по формулам:

$$a_z = -\frac{i_y^2}{z_F}; \quad a_y = -\frac{i_z^2}{y_F}, \quad (6.12)$$

где i_z, i_y – радиусы инерции поперечного сечения относительно осей y и z .

Знак минус в этих формулах указывает на то, что нейтральная ось располагается по другую сторону центра тяжести сечения, по сравнению с точкой приложения силы F , действующей на брус.

Если поперечное сечение имеет сложную форму, то необходимо найти центр тяжести сечения, положение главных центральных осей и главные моменты инерции, пользуясь формулами и указаниями, приведенными в главе 2. В формулы, содержащие моменты инерции, необходимо подставлять значения главных моментов инерции сечения.

Пример 6.3.

Короткий чугунный стержень, поперечное сечение которого показано на рис. 6.7, сжимается продольной силой F , приложенной в точке A .

Требуется:

1. Вычислить наибольшее растягивающее и наибольшее сжимающее напряжения в поперечном сечении, выразив величины этих напряжений через F и размеры сечений.

2. Найти допускаемую нагрузку F при заданных размерах сечения и допускаемых напряжениях для чугуна на сжатие $\sigma_{\text{adm}}^{\text{с}}$ и на растяжение $\sigma_{\text{adm}}^{\text{р}}$:
 $\sigma_{\text{adm}}^{\text{с}} = 110$ МПа, $\sigma_{\text{adm}}^{\text{р}} = 24$ МПа.

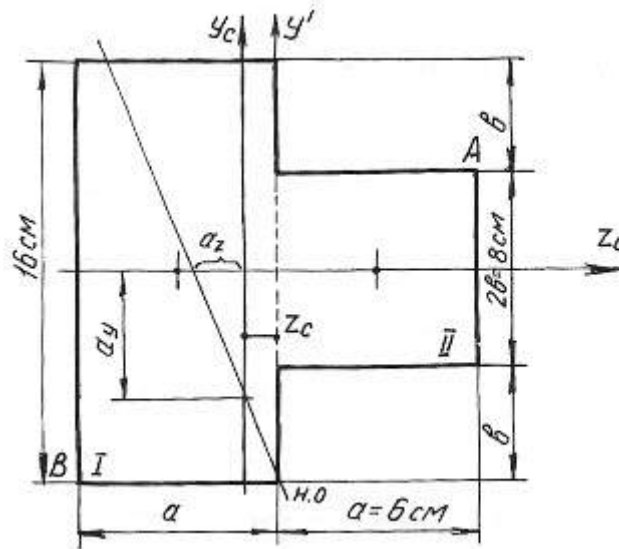


Рис. 6.7.

Определяем координату центра тяжести сечения. Проведем вспомогательную ось y' :

$$z_c = \frac{\sum S y'}{\sum A} = \frac{(A_1 z_1 + A_2 z_2)}{A_1 + A_2} = \frac{[16 \cdot 6 \cdot (-3) + 6 \cdot 8 \cdot 3]}{16 \cdot 6 + 6 \cdot 8} = \frac{-144}{144} = -1 \text{ см.}$$

Для определения положения нейтральной оси находим геометрические характеристики сечения.

Моменты инерции:

$$J_{y_c} = 16 \frac{6^3}{12} + 6 \cdot 16 \cdot 2^2 + 8 \cdot \frac{6^3}{12} + 6 \cdot 8 \cdot 4^2 = 1584 \text{ см}^4;$$

$$J_{z_c} = 16^3 \frac{6}{12} + 6 \frac{8^3}{12} = 2304 \text{ см}^4.$$

Радиусы инерции:

$$i_y = \sqrt{\frac{J_{y_c}}{A}} = \sqrt{\frac{1584}{144}} = \sqrt{11} = 3,31 \text{ см};$$

$$i_z = \sqrt{\frac{J_{z_c}}{A}} = \sqrt{\frac{2304}{144}} = \sqrt{16} = 4 \text{ см.}$$

Нейтральная ось пересекает оси z_c и y_c в точках:

$$a_y = -\frac{i_z^2}{y_F}; \quad a_z = -\frac{i_y^2}{z_F}; \quad z_F = 7 \text{ см}; \quad y_F = 4 \text{ см}.$$

$$a_y = \frac{-4^2}{4} = -4 \text{ см}; \quad a_z = \frac{-3,31^2}{7} = -1,57 \text{ см}.$$

Максимальное напряжение возникает в точках, наиболее удаленных от нейтральной оси, т. е. в точках A и B . Определяются они по формуле:

$$\sigma = -\frac{F}{A} \pm \frac{Fz_F z_{\max}}{J_{y_c}} \pm \frac{Fy_F y_{\max}}{J_{z_c}},$$

где $z_{\max}$, $y_{\max}$ – координаты точек A и B .

Наибольшее сжимающее напряжение:

$$\sigma_A = -F \left[\frac{1}{144} + 7 \frac{7}{1584} + 4 \frac{4}{2304} \right] = -0,044 \cdot F.$$

Наибольшее растягивающее напряжение:

$$\sigma_B = -F \left[\frac{1}{144} + 7 \frac{(-5)}{1584} + 4 \frac{(-8)}{2304} \right] = 0,028 \cdot F.$$

Находим допускаемую нагрузку:

$$\sigma_A \leq \sigma_{\text{adm}}^c = 110 \text{ МПа}; \quad 0,044 \cdot F \leq 110; \quad F \leq 0,25 \text{ МН}.$$

$$\sigma_B \leq \sigma_{\text{adm}}^p = 24 \text{ МПа}; \quad 0,028 \cdot F \leq 24; \quad F \leq 0,09 \text{ МН}.$$

Допускаемая нагрузка $F = 0,09 \text{ МН}$.

6.4. Задания для расчета на внецентренное растяжение или сжатие

Колонна заданного поперечного сечения с известными размерами нагружена сжимающей силой F , приложенной вне центра тяжести сечения в указанной точке. Требуется:

- 1) Определить положение нейтральной оси;
- 2) Вычислить наибольшие напряжения в опасном сечении колонны;
- 3) Построить эпюры напряжений в опасном сечении.

Данные для расчета взять из таблиц 6.4, 6.5 и табл. П. 1.

Примечание: собственным весом колонны при расчетах пренебречь.

Таблица 6.4

Вариант	Схема сечения	Материал	Размеры сечения, см	Точка приложения силы F	Нагрузка F , кН
1	А	дерево	$b \times h = 15 \times 25$	1	20
	Б	Ст 3	двутавр № 16	2	30
	В	Ст 3	швеллер № 16	3	40
	Г	Ст 3	2 швеллера № 14	4	50
	Д	Ст 3	2 швеллера № 12	5	60
	Е	Ст 3	2 двутавра № 14	6	70
	Ж	чугун	$b = 20$	7	35
	З	чугун	$b \times h = 20 \times 30, D = 10$	8	45
	И	Ст 3	2 швеллера № 12, $a = 10$	1	75
	К	Ст 3	2 двутавра № 14, $a = 10$	2	80
2	А	дерево	$b \times h = 16 \times 27$	2	25
	Б	Ст 3	двутавр № 18	3	35
	В	Ст 3	швеллер № 18	4	45
	Г	Ст 3	2 швеллера № 16	5	50
	Д	Ст 3	2 швеллера № 18	6	60
	Е	Ст 3	2 двутавра № 16	7	70
	Ж	чугун	$b = 30$	8	55
	З	чугун	$b \times h = 25 \times 35, D = 12$	1	65
	И	Ст 3	2 швеллера № 14, $a = 10$	2	65
	К	Ст 3	2 двутавра № 16, $a = 10$	3	75

Продолжение табл. 6.4

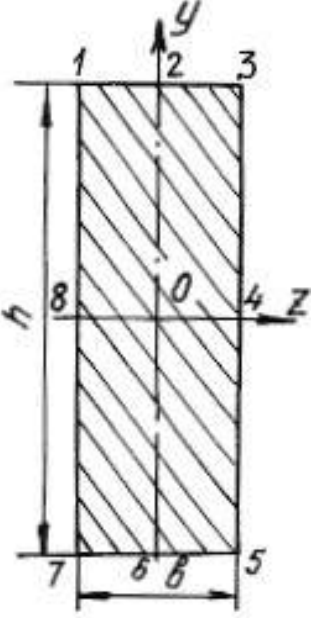
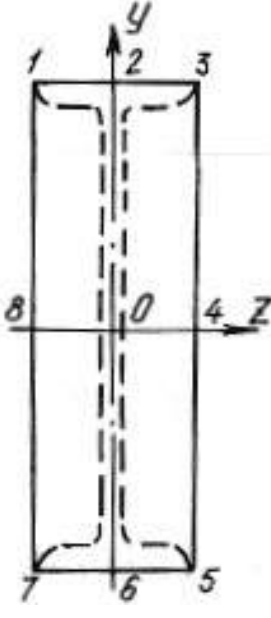
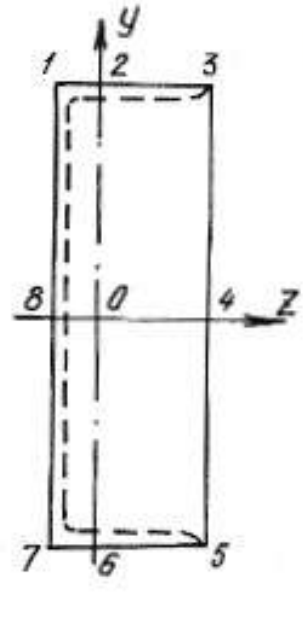
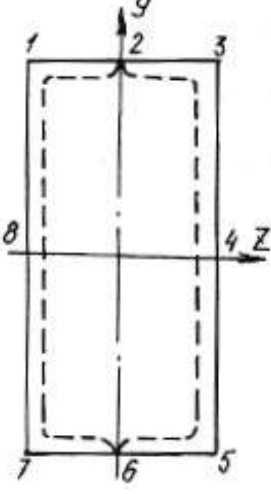
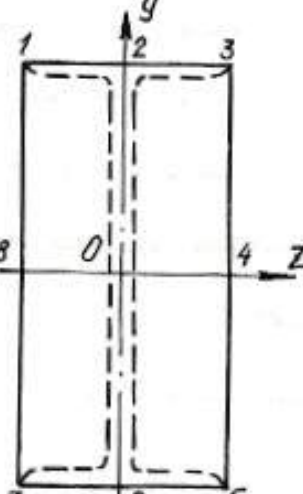
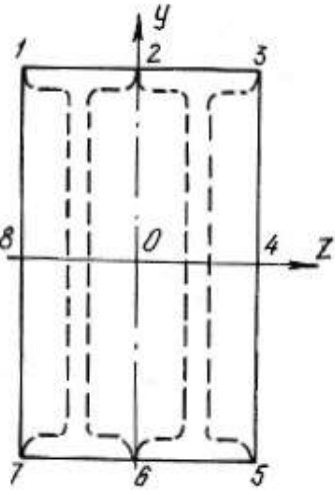
Вариант	Схема сечения	Материал	Размеры сечения	Точка приложения силы F	Нагрузка F , кН
3	А	дерево	$b \times h = 17 \times 28$	3	30
	Б	Ст 3	двутавр № 14	4	40
	В	Ст 3	швеллер № 20	5	48
	Г	Ст 3	2 швеллера № 14	6	52
	Д	Ст 3	2 швеллера № 16	7	62
	Е	Ст 3	2 двутавра № 18	8	72
	Ж	чугун	$b = 32$	1	60
	З	чугун	$b \times h = 24 \times 32, D = 8$	2	70
	И	Ст 3	2 швеллера № 18, $a = 14$	3	66
	К	Ст 3	2 двутавра № 12, $a = 8$	4	74
4	А	дерево	$b \times h = 18 \times 36$	4	40
	Б	Ст 3	двутавр № 20	5	44
	В	Ст 3	швеллер № 20	6	54
	Г	Ст 3	2 швеллера № 18	7	64
	Д	Ст 3	2 швеллера № 16	8	74
	Е	Ст 3	2 двутавра № 14	1	46
	Ж	чугун	$b = 34$	2	38
	З	чугун	$b \times h = 28 \times 36, D = 14$	3	48
	И	Ст 3	2 швеллера № 16, $a = 8$	4	58
	К	Ст 3	2 двутавра № 18, $a = 12$	5	72
5	А	дерево	$b \times h = 20 \times 24$	5	28
	Б	Ст 3	двутавр № 22	6	38
	В	Ст 3	швеллер № 22	7	48
	Г	Ст 3	2 швеллера № 20	8	62
	Д	Ст 3	2 швеллера № 22	1	76
	Е	Ст 3	2 двутавра № 20	2	78
	Ж	чугун	$b = 28$	3	46
	З	чугун	$b \times h = 22 \times 34, D = 6$	4	56
	И	Ст 3	2 швеллера № 20, $a = 6$	5	80
	К	Ст 3	2 двутавра № 20, $a = 12$	6	82

Продолжение табл. 6.4

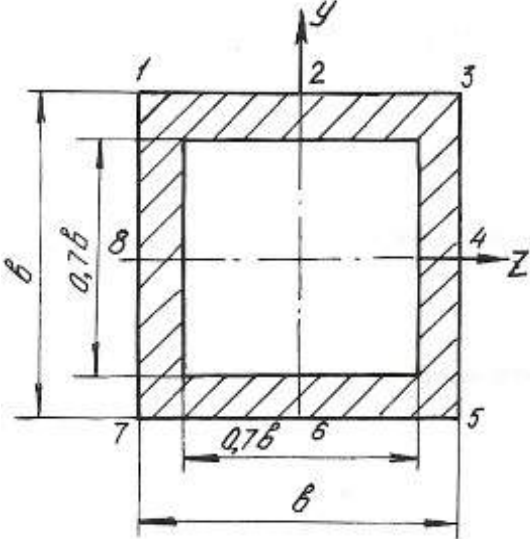
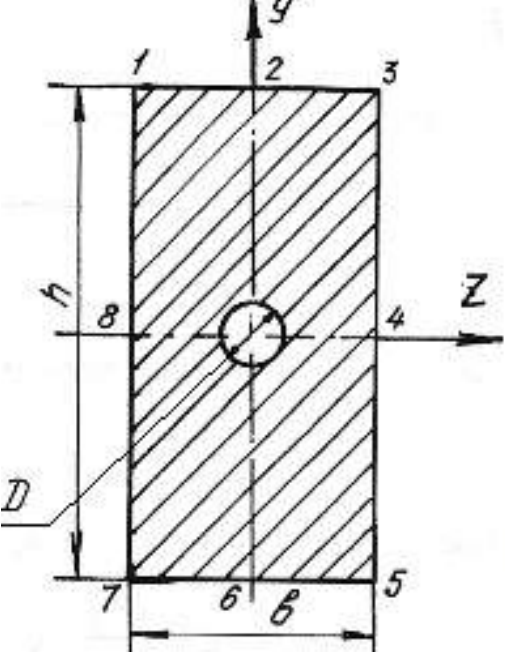
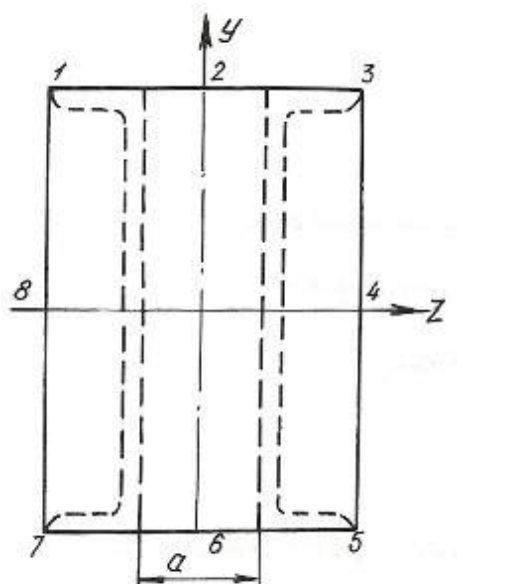
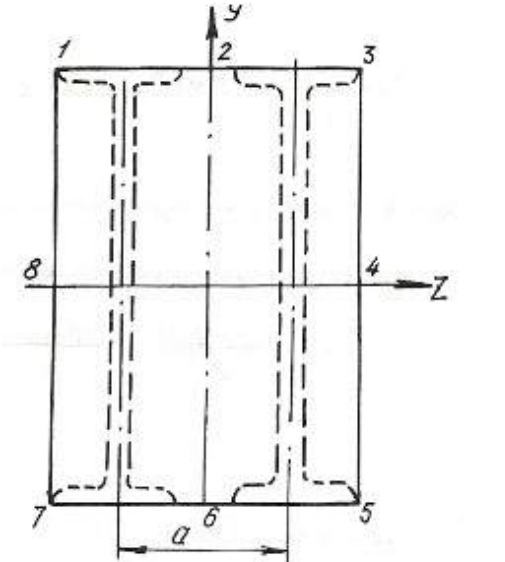
Вариант	Схема сечения	Материал	Размеры сечения, см	Точка приложения силы F	Нагрузка F , кН
6	А	дерево	$b \times h = 22 \times 38$	6	36
	Б	Ст 3	двутавр № 22	7	46
	В	Ст 3	швеллер № 22	8	48
	Г	Ст 3	2 швеллера № 22	1	68
	Д	Ст 3	2 швеллера № 20	2	72
	Е	Ст 3	2 двутавра № 22	3	74
	Ж	чугун	$b = 24$	4	50
	З	чугун	$b \times h = 24 \times 34, D = 8$	5	60
	И	Ст 3	2 швеллера № 22, $a = 8$	6	74
	К	Ст 3	2 двутавра № 22, $a = 12$	7	69
7	А	дерево	$b \times h = 22 \times 30$	7	25
	Б	Ст 3	двутавр № 24	8	48
	В	Ст 3	швеллер № 24	1	52
	Г	Ст 3	2 швеллера № 24	2	63
	Д	Ст 3	2 швеллера № 22	3	68
	Е	Ст 3	2 двутавра № 20	4	64
	Ж	чугун	$b = 22$	5	43
	З	чугун	$b \times h = 26 \times 36, D = 6$	6	49
	И	Ст 3	2 швеллера № 24, $a = 4$	7	78
	К	Ст 3	2 двутавра № 24, $a = 13$	8	84
8	А	дерево	$b \times h = 18 \times 32$	8	35
	Б	Ст 3	двутавр № 27	1	62
	В	Ст 3	швеллер № 27	2	68
	Г	Ст 3	2 швеллера № 22	3	85
	Д	Ст 3	2 швеллера № 24	4	87
	Е	Ст 3	2 двутавра № 22	5	78
	Ж	чугун	$b = 26$	6	52
	З	чугун	$b \times h = 26 \times 36, D = 9$	7	58
	И	Ст 3	2 швеллера № 27, $a = 5$	8	86
	К	Ст 3	2 двутавра № 27, $a = 14$	1	88

Таблица 6.5

Схемы поперечных сечений колонны

А	Б	В
		
Г	Д	Е
		

Окончание табл. 6.5

Ж	З
	
И	К
	

6.5. Изгиб с кручением

Помимо крутящих моментов валы могут испытывать воздействие изгибающих моментов. Последние возникают от действия собственного веса вала, усилий натяжения приводных ремней, весов шкивов, усилий зацепления в зубьях зубчатых передач и т. п.

Крутящий момент на валу или его участке определяется по формулам:

$$T = 9550 \frac{N}{n}, \quad (6.13)$$

где T – крутящий момент, Нм; N – мощность двигателя, кВт; n – число оборотов вала в минуту, или

$$T = \frac{D}{2} \cdot (t_1 - t_1'), \quad (6.14)$$

где D – диаметр ведущего шкива, соединенного с двигателем приводным ремнем; t_1 – усилие натяжения в набегающей ветви приводного ремня; t_1' – усилие натяжения в сбегающей ветви приводного ремня.

Определив крутящий момент по формуле (6.13) и, зная соотношение между усилиями t_1 и t_1' , определяют эти усилия из формулы (6.14) при известном диаметре шкива. Если усилия t_1 , t_1' последовательно перенести в центр тяжести сечения вала и уравновесить их, то получим два момента пар сил, направленных в противоположные стороны. Равнодействующий момент этих моментов и будет равен крутящему моменту в том сечении, где находится шкив. Вместе с этим в центре этого сечения вала возникнет нагрузка, $S = t_1 + t_1'$, которая может быть направлена под углом к горизонту. В этом случае ее раскладывают на вертикальную и горизонтальную составляющие: $S_y = S \cdot \sin \alpha$; $S_z = S \cdot \cos \alpha$.

При наличии на валу нескольких ведомых шкивов крутящие моменты и изгибающие нагрузки определяются аналогичным способом. Таким образом, вал будет испытывать одновременно деформацию кручения от крутящих моментов и деформацию поперечного изгиба в двух плоскостях – вертикальной и горизонтальной. Дальнейший расчет вала на изгиб с кручением осуществляется в таком порядке:

1. Строится эпюра крутящих моментов T .
2. Вычерчивается схема вала в виде балки на двух опорах и загружается только вертикальными изгибающими нагрузками. С помощью уравнений статики определяются реакции на опорах, и строится эпюра изгибающих моментов от этих нагрузок $M_{\text{и}}^B$.

3. Вал загружается только горизонтальными изгибающими нагрузками, от них определяются реакции на опорах, и строится эпюра изгибающих моментов от горизонтальных нагрузок $M_{\text{и}}^{\Gamma}$.

4. В характерных сечениях вала определяются суммарные изгибающие моменты в виде геометрической суммы изгибающих моментов, возникающих в этих сечениях от вертикальных и горизонтальных нагрузок: $M_{\text{и}} = \sqrt{(M_{\text{и}}^{\text{В}})^2 + (M_{\text{и}}^{\Gamma})^2}$. Строится суммарная эпюра изгибающих моментов $M_{\text{и}}$. При построении эпюр выбирается необходимый масштаб, и применяются знаки, принятые в сопротивлении материалов при построении эпюр крутящих и изгибающих моментов.

5. Выбирается опасное сечение по длине вала, где одновременно крутящий и суммарный моменты достаточно большие – на основании эпюр $M_{\text{и}}$ и T .

6. На основании третьей или четвертой теории прочности для опасного сечения определяется расчетный (эквивалентный) момент по формулам:

$$M_{\text{р}}^{\text{III}} = \sqrt{T^2 + M_{\text{и}}^2}; \quad M_{\text{р}}^{\text{IV}} = \sqrt{M_{\text{и}}^2 + 0,75T^2}. \quad (6.15)$$

7. Определяется диаметр сечения вала на основании условия прочности:

$$\sigma_{\text{max}} = \frac{M_{\text{р}}}{W_z} \leq \sigma_{\text{adm}}, \quad (6.16)$$

где $W_z = \frac{J_z}{d/2} = \pi \frac{d^4/64}{d/2} = \frac{\pi d^3}{32}$ – момент сопротивления поперечного сечения вала изгибу.

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{32M_{\text{р}}}{\pi\sigma_{\text{adm}}}}. \quad (6.17)$$

Величина диаметра округляется до ближайшего целого.

Пример 6.4.

Шкив с диаметром D_1 и с углом наклона ветвей ремня к горизонту α_1 делает n оборотов в минуту и передает мощность N . Два других шкива имеют одинаковый диаметр D_2 и одинаковые углы наклона ветвей ремня к горизонту α_2 и, каждый из них передает мощность $N/2$ (рис. 6.8).

Требуется:

1. Определить моменты, приложенные к шкивам, по заданным N и n ;

2. Построить эпюру крутящих моментов T ;
3. Определить окружные усилия t_1 и t_2 действующие на шкивы, по данным моментам и заданным диаметрам шкивов D_1 и D_2 ;
4. Принять $t_1 = 2 \cdot t_2$;
5. Определить силы, изгибающие вал в горизонтальной и вертикальной плоскостях (вес шкивов и вала не учитывать);
6. Построить эпюры изгибающих моментов от горизонтальных и вертикальных сил $M_{\text{верт.}}$, $M_{\text{гор.}}$;
7. Построить эпюры суммарных изгибающих моментов, пользуясь формулой $M_{\text{и}} = \sqrt{M_{\text{гор.}}^2 + M_{\text{верт.}}^2}$;
8. При помощи эпюр T и $M_{\text{и}}$ найти опасное сечение и определить максимальный расчетный момент (по третьей теории прочности);
9. Подобрать диаметр вала d при $\sigma_{\text{adm}} = 70$ МПа и округлить его значение.

Решение.

1. Определяем крутящие моменты:

$$T_1 = \frac{9,55 \cdot N_1}{650} = \frac{9,55 \cdot 90}{650} = 1,32 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

$$T_2 = \frac{9,55 \cdot N_2}{n} = \frac{9,55 \cdot 45}{650} = 0,66 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

2. Строим эпюру крутящих моментов (см. рис. 6.8).

3. Определяем усилия натяжения в ветвях ремней:

$$t_1 = \frac{2 \cdot T_1}{D_1} = \frac{2 \cdot 1,32}{1} = 2,64 \text{ кН}; \quad t_2 = \frac{2 \cdot T_2}{D_2} = \frac{2 \cdot 0,66}{0,6} = 2,2 \text{ кН}.$$

4. Определяем изгибающие нагрузки:

$$S_1 = t_1 + 2 \cdot t_2 = 7,92 \text{ кН}; \quad S_2 = t_2 + 2 \cdot t_2 = 6,60 \text{ кН}.$$

5. Определяем изгибающие нагрузки в вертикальной плоскости и реакции от этих нагрузок:

$$S_1^y = S_1 \cdot \sin \alpha_1 = 7,92 \cdot \sin 75^\circ = 7,92 \cdot 0,9659 = 7,65 \text{ кН};$$

$$S_2^y = S_2 \cdot \sin \alpha_2 = 6,6 \cdot \sin 80^\circ = 6,6 \cdot 0,9848 = 6,49 \text{ кН}.$$

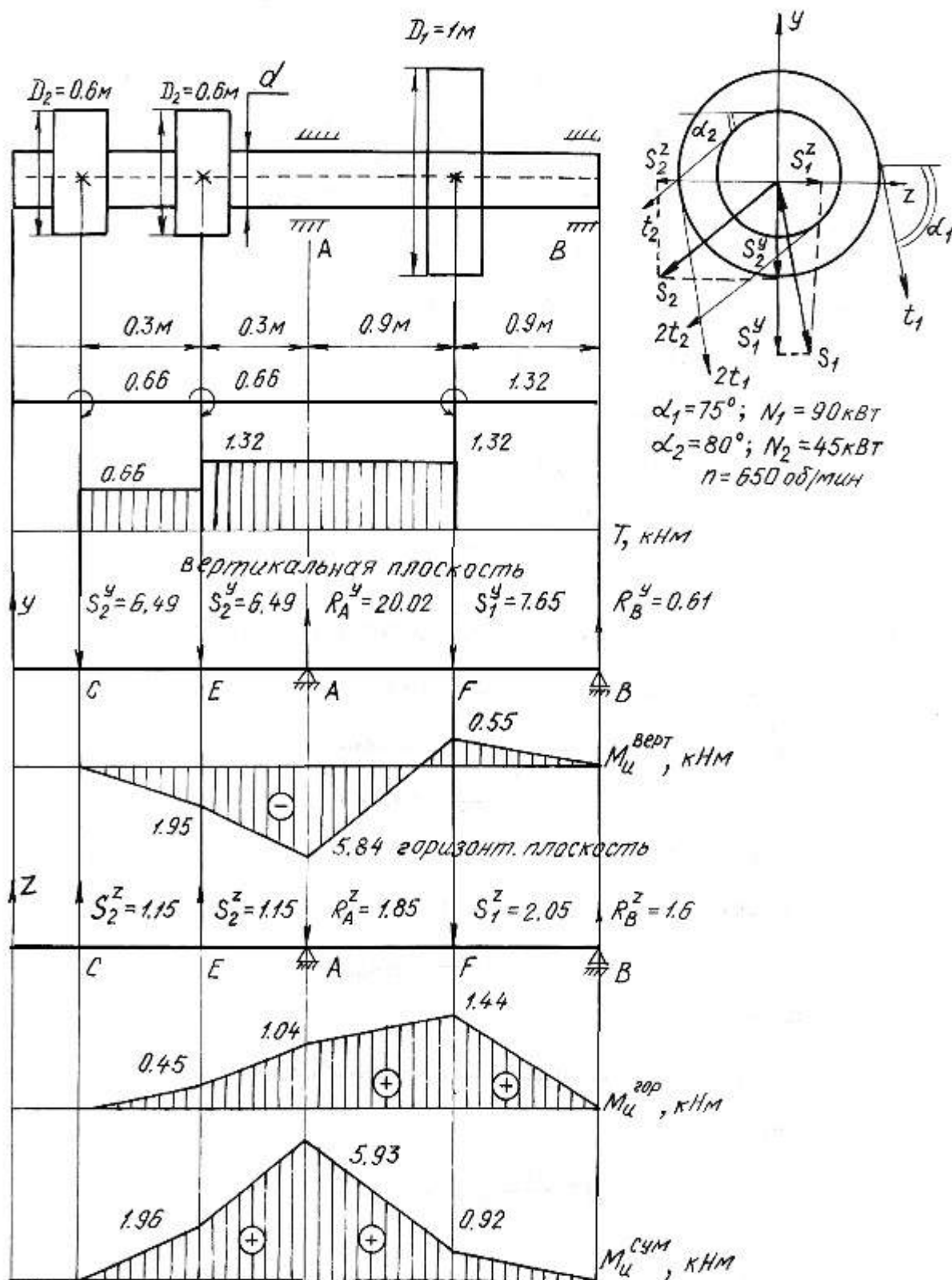


Рис. 6.8.

$$\sum M_A = 0; \quad S_2^y \cdot 0,6 - S_1^y \cdot 0,9 + R_B^y \cdot 1,8 + S_2^y \cdot 0,3 = 0;$$

$$6,49 \cdot 0,6 + 6,49 \cdot 0,3 - 7,65 \cdot 0,9 + R_B^y \cdot 1,8 = 0;$$

$$R_B^y = 0,61 \text{ кН.}$$

$$\sum M_B = 0; \quad S_2^y \cdot 2,4 + S_2^y \cdot 2,1 - R_A^y \cdot 1,8 + S_1^y \cdot 0,9 = 0;$$

$$6,49 \cdot 2,4 + 6,49 \cdot 2,1 - R_A^y \cdot 1,8 + 7,65 \cdot 0,9 = 0;$$

$$R_A^y = 20,02 \text{ кН.}$$

$$\sum Y = 0; \quad -S_2^y - S_2^y + R_A^y - S_1^y + R_B^y = 0;$$

$$-6,49 - 6,49 + 20,02 - 7,65 + 0,61 = 0;$$

$$0 = 0.$$

Строим эпюру изгибающих моментов в вертикальной плоскости:

$$M_{\text{и}}^E = -6,49 \cdot 0,3 = -1,95 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

$$M_{\text{и}}^A = -6,49 \cdot 0,6 - 6,49 \cdot 0,3 = -5,84 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

$$M_{\text{и}}^F = R_B^y \cdot 0,9 = 0,61 \cdot 0,9 = 0,55 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

6. Определяем изгибающие нагрузки в горизонтальной плоскости и реакции от этих нагрузок:

$$S_1^z = S_1 \cdot \cos \alpha_1 = 7,92 \cdot \cos 75^\circ = 2,05 \text{ кН};$$

$$S_2^z = S_2 \cdot \cos \alpha_2 = 6,6 \cdot \cos 80^\circ = 1,15 \text{ кН.}$$

$$\sum M_A = 0;$$

$$S_2^z \cdot 0,6 - S_1^z \cdot 0,9 + R_B^z \cdot 1,8 - S_2^z \cdot 0,3 = 0;$$

$$R_B^z = 1,6 \text{ кН.}$$

$$\sum M_B = 0;$$

$$-S_2^z \cdot 2,4 - S_2^z \cdot 2,1 + R_A^z \cdot 1,8 + S_1^z \cdot 0,9 = 0;$$

$$R_A^z = 1,85 \text{ кН.}$$

$$\sum Z = 0; \quad S_2^z + S_2^z - R_A^z - S_1^z + R_B^z = 0;$$

$$1,15 + 1,15 - 1,85 - 2,05 + 1,6 = 0;$$

$$0 = 0.$$

Строим эпюру изгибающих моментов в горизонтальной плоскости:

$$M_{\text{и}}^E = 1,15 \cdot 0,3 = 0,45 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

$$M_{\text{и}}^A = 1,15 \cdot 0,6 + 1,15 \cdot 0,3 = 1,04 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

$$M_{\text{и}}^F = 1,6 \cdot 0,9 = 1,44 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

7. Строим эпюру суммарных изгибающих моментов:

$$M_{\text{и}}^E = \sqrt{1,95^2 + 0,45^2} = 1,96 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

$$M_{\text{и}}^A = \sqrt{5,84^2 + 1,04^2} = 5,93 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

$$M_{\text{и}}^F = \sqrt{0,55^2 + 1,44^2} = 0,92 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

8. Опасным сечением будет сечение A :

$$M_{\text{и}}^A = 5,93 \text{ кН} \cdot \text{м}; \quad T = 1,32 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

Расчетный момент для сечения A :

$$M_{\text{р}}^{\text{III}} = \sqrt{5,93^2 + 1,32^2} = 6,08 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

9. Определяем диаметр сечения вала:

$$d = \sqrt[3]{\frac{32M_{\text{р}}}{\pi\sigma_{\text{adm}}}} = \sqrt[3]{\frac{32 \cdot 6,08 \cdot 10^{-3}}{3,14 \cdot 70}} = 0,096 \text{ м} = 96 \text{ мм}.$$

Принимаем диаметр вала $d = 100 \text{ мм}$.

6.6. Задания для расчета на изгиб с кручением

Трансмиссионный вал делает n оборотов в минуту при мощности N . На шкив с диаметром D_1 с углом наклона ремней ветвей ремня к горизонту α_1 передается мощность N кВт от электродвигателя. Два других шкива имеют одинаковый диаметр D_2 и одинаковые углы α_2 наклона ветвей ремня к горизонту, и каждый из них передает мощность $0,5N$ на станки. Для заданной расчетной схемы и данных размеров и нагрузок требуется:

- 1) определить окружные моменты, приложенные к шкивам, по заданным величинам N и n ;
- 2) построить эпюру крутящих моментов T ;
- 3) определить окружные усилия, действующие на шкивы;
- 4) определить силы, изгибающие вал в горизонтальной и вертикальной плоскостях (вес шкива и вала не учитывать);
- 5) построить эпюры изгибающих моментов от горизонтальных сил $M_{гор}$ и от вертикальных сил $M_{верт}$;
- 6) построить эпюру суммарных изгибающих моментов;
- 7) найти опасное сечение и определить величину максимально-расчетного момента по третьей теории прочности;
- 8) подобрать диаметр сечения вала при $\sigma_{adm}=80$ МПа.

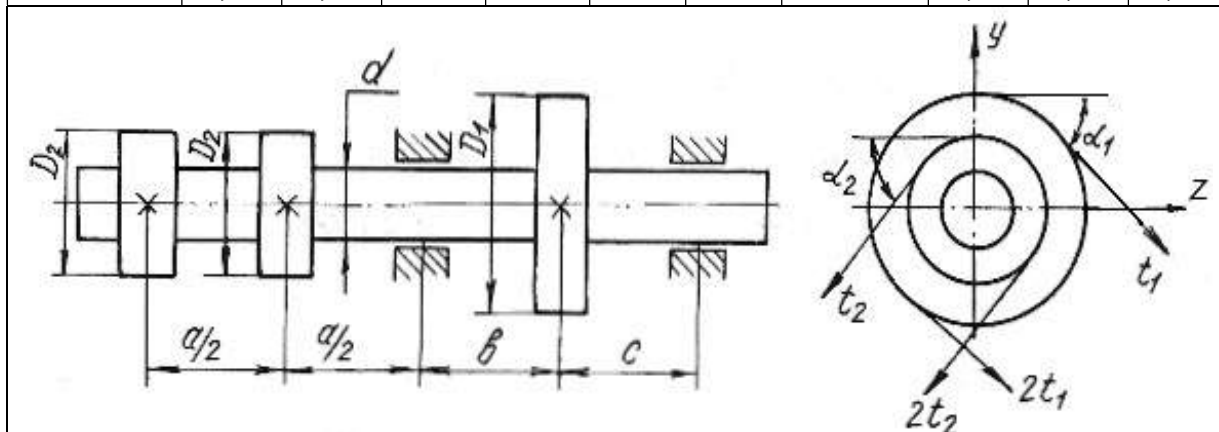
Данные для расчета и схемы взять из табл. 6.6.

Таблица 6.6

Номер варианта	Числовые значения									
	D_1 , м	D_2 , м	α_1 , град	α_2 , град	N_1 , кВт	N_2 , кВт	n , об/мин	a , м	b , м	c , м
1	1,00	0,30	45	40	30	15	250	0,50	1,00	1,00
2	0,80	0,40	15	10	40	20	200	0,50	1,30	1,20
3	1,00	0,40	30	35	30	15	250	0,40	1,25	2,00
4	1,20	0,50	60	55	50	25	200	0,40	1,00	2,50
5	1,40	0,40	45	45	60	30	300	0,60	1,20	1,80

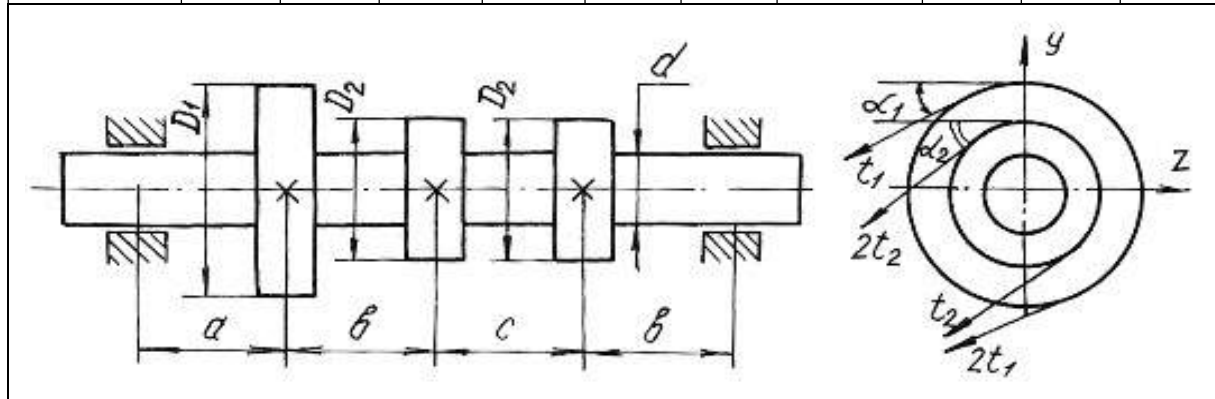
Продолжение табл. 6.6

Номер варианта	D_1 , м	D_2 , м	α_1 , град	α_2 , град	N_1 , кВт	N_2 , кВт	n , об/мин	a , м	b , м	c , м
6	1,00	0,30	45	40	70	35	400	0,70	1,20	1,30
7	0,90	0,60	55	50	75	38	400	0,50	1,00	1,00
8	1,00	0,70	60	35	80	40	500	0,60	1,00	1,10
9	1,20	0,80	65	30	85	42	550	0,70	1,10	1,20
10	1,20	0,90	70	45	90	45	600	0,70	1,00	1,00



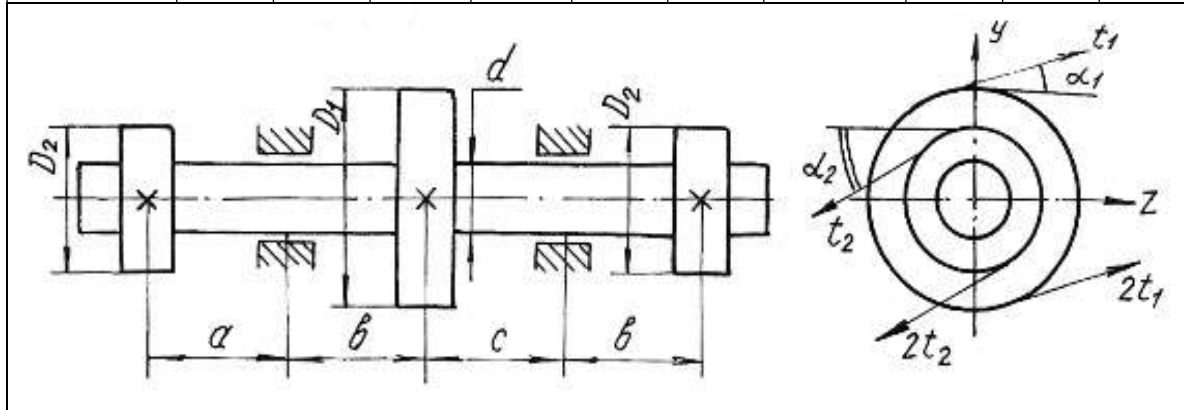
Продолжение табл. 6.6

Номер варианта	D_1 , м	D_2 , м	α_1 , град	α_2 , град	N_1 , кВт	N_2 , кВт	n , об/мин	a , м	b , м	c , м
11	1,00	0,60	75	80	90	45	650	0,60	0,90	0,90
12	1,20	0,80	80	75	100	50	700	0,50	1,00	1,00
13	1,20	0,70	85	30	110	55	750	0,60	1,10	1,20
14	1,20	0,60	30	85	120	60	800	0,50	1,00	1,00
15	1,00	0,80	35	40	130	65	360	0,60	1,20	1,00



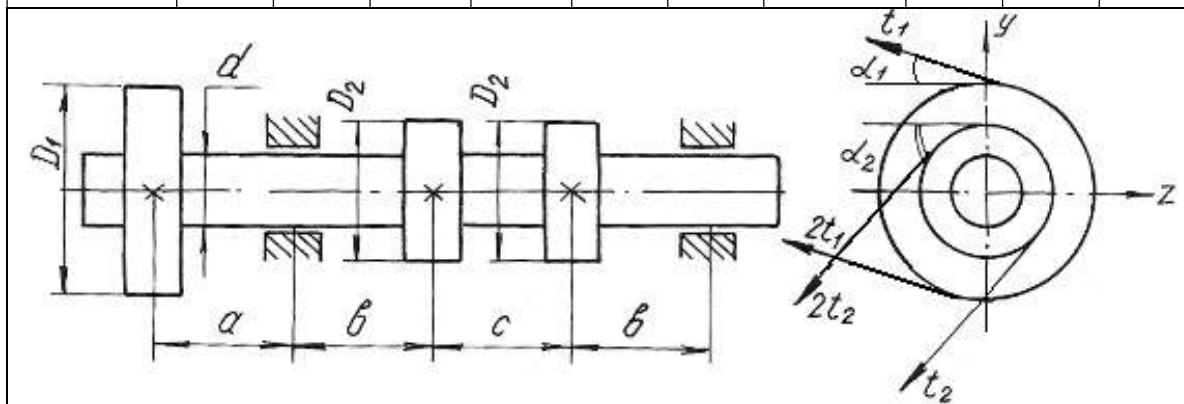
Продолжение табл. 6.6

Номер варианта	D_1 , м	D_2 , м	α_1 , град	α_2 , град	N_1 , кВт	N_2 , кВт	n , об/мин	a , м	b , м	c , м
16	1,20	0,60	40	35	140	70	400	0,50	1,00	1,00
17	1,40	0,70	45	50	150	75	450	0,50	0,50	1,00
18	1,20	0,60	50	45	160	80	500	0,60	1,00	1,00
19	1,20	0,70	60	65	170	85	550	0,50	0,90	0,90
20	1,00	0,60	65	60	180	90	600	0,60	1,00	0,90



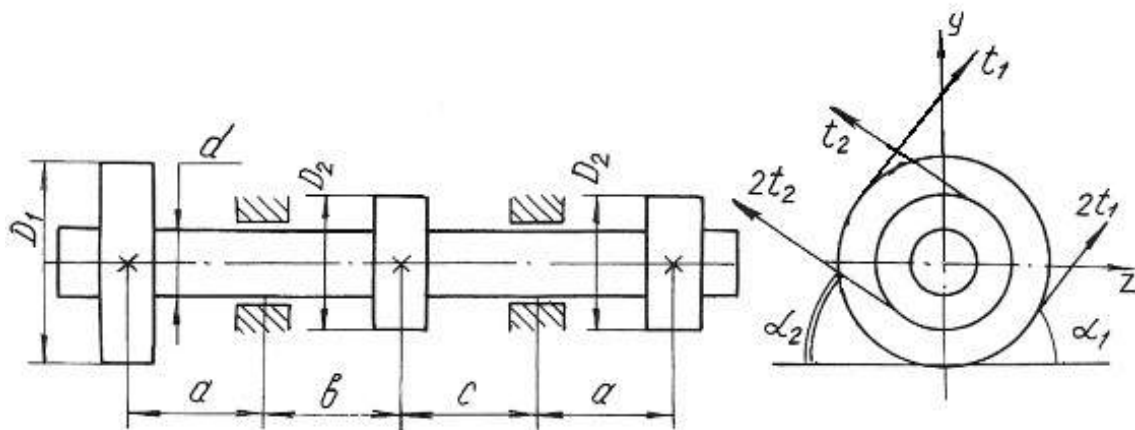
Продолжение табл. 6.6

Номер варианта	D_1 , м	D_2 , м	α_1 , град	α_2 , град	N_1 , кВт	N_2 , кВт	n , об/мин	a , м	b , м	c , м
21	1,20	0,80	15	25	30	15	250	1,00	0,80	1,20
22	1,00	0,60	25	15	40	20	280	1,20	1,20	1,30
23	0,80	0,50	30	45	50	25	300	1,30	1,30	1,40
24	1,00	0,65	45	60	60	30	450	1,25	1,40	1,50
25	1,20	0,75	60	30	70	35	500	1,40	1,00	1,60



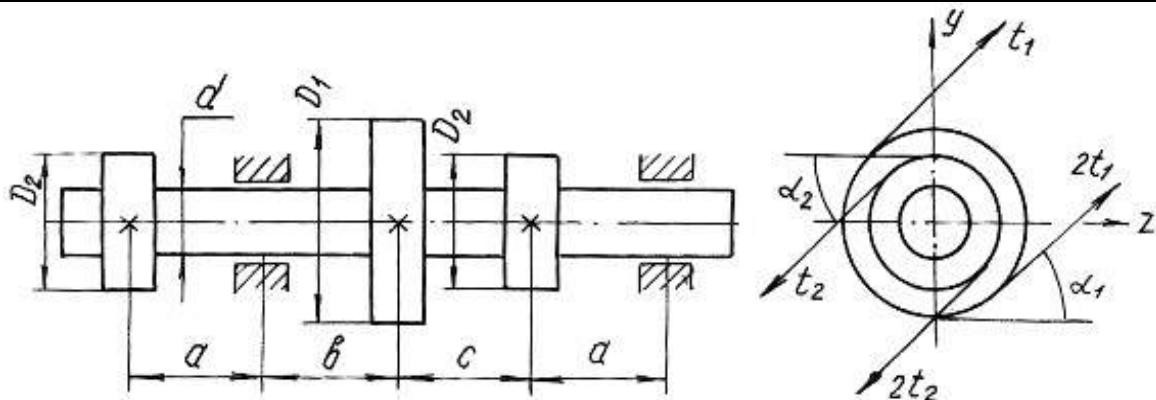
Продолжение табл. 6.6

Номер варианта	D_1 , м	D_2 , м	α_1 , град	α_2 , град	N_1 , кВт	N_2 , кВт	n , об/мин	a , м	b , м	c , м
26	1,20	0,80	75	15	60	30	500	1,20	1,20	1,40
27	1,00	0,90	30	45	64	32	550	1,00	0,80	1,00
28	0,90	0,80	35	55	70	35	600	0,60	1,00	0,90
29	0,80	0,70	40	50	74	37	650	0,60	0,90	0,80
30	1,10	0,75	55	65	80	40	700	0,80	1,00	0,65



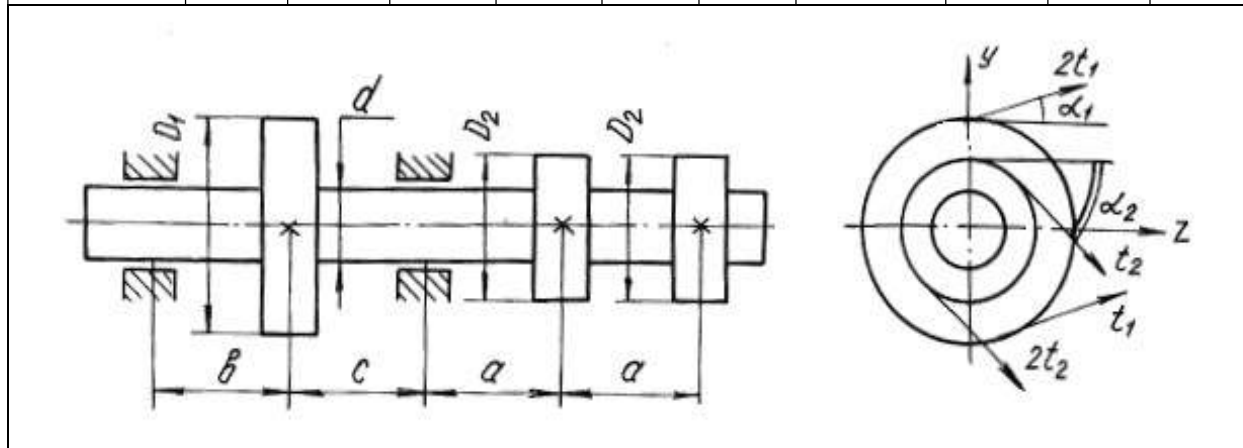
Продолжение табл. 6.6

Номер варианта	D_1 , м	D_2 , м	α_1 , град	α_2 , град	N_1 , кВт	N_2 , кВт	n , об/мин	a , м	b , м	c , м
31	1,10	0,75	45	45	170	85	500	1,00	0,90	1,10
32	1,20	0,90	60	30	90	45	400	0,90	1,00	0,80
33	0,90	0,70	75	15	95	47	450	0,80	0,90	1,00
34	1,00	0,80	30	45	100	50	500	1,00	1,20	0,90
35	1,20	0,90	25	15	110	55	550	0,90	1,00	1,20



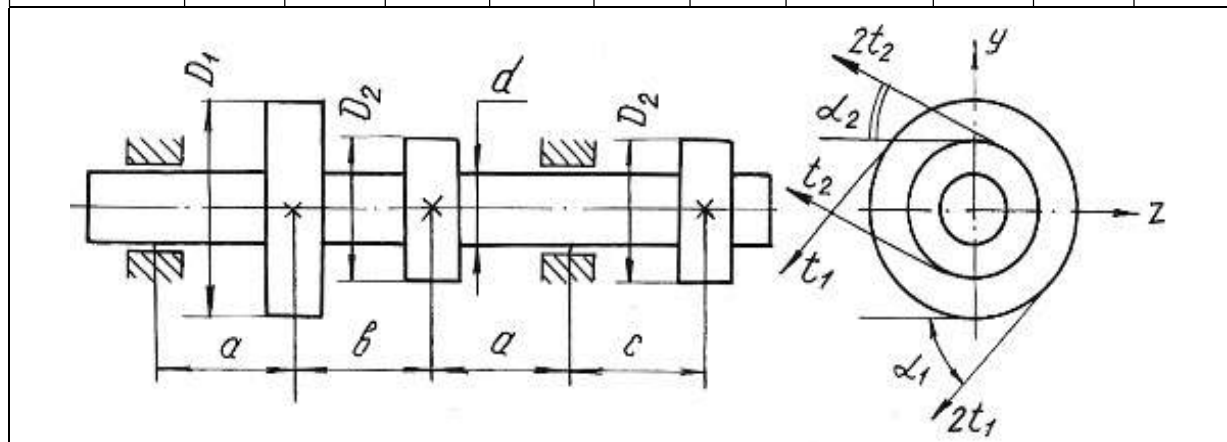
Продолжение табл. 6.6

Номер варианта	D_1 , м	D_2 , м	α_1 , град	α_2 , град	N_1 , кВт	N_2 , кВт	n , об/мин	a , м	b , м	c , м
36	1,00	0,80	30	20	120	60	600	0,80	1,20	0,90
37	1,20	0,90	35	45	130	65	650	1,00	0,80	0,90
38	1,10	0,80	60	50	140	70	700	0,90	1,00	0,90
39	1,00	0,70	75	15	150	75	300	0,80	1,00	0,70
40	1,00	0,60	60	40	160	80	300	1,00	1,20	1,30



Окончание табл. 6.6

Номер варианта	D_1 , м	D_2 , м	α_1 , град	α_2 , град	N_1 , кВт	N_2 , кВт	n , об/мин	a , м	b , м	c , м
41	1,00	0,40	40	20	40	20	200	0,50	1,00	0,40
42	0,80	0,50	45	25	50	25	250	0,40	1,10	0,50
43	1,00	0,60	50	30	60	30	300	0,60	0,90	0,40
44	1,20	0,80	55	35	70	35	200	0,40	1,00	0,60
45	1,10	0,50	60	40	80	40	350	0,70	1,20	0,70



Глава 7

УСТОЙЧИВОСТЬ ГИБКИХ СЖАТЫХ СТЕРЖНЕЙ

Стержни, длина которых относительно невелика по сравнению с их поперечными размерами, рассчитываются на сжатие, исходя из условия прочности:

$$\frac{F}{A} \leq \sigma_{\text{adm}}.$$

При этом полагается, что вплоть до разрушения стержень работает на осевое сжатие и продольная ось его остаётся прямолинейной.

Иная картина наблюдается при сжатии стержней, длина которых значительно больше размеров поперечного сечения. В этих случаях прямолинейная продольная ось стержней может искривляться. Искривление происходит в плоскости наименьшей жесткости стержня.

Деформация, которая возникает при сжатии стержня и сопровождается искривлением продольной оси стержня, называется продольным изгибом, а переход прямолинейной формы продольной оси стержня в криволинейную носит название потери устойчивости. Нагрузка, при которой стержень теряет устойчивость, называется критической силой F_{cr} .

Напряжение, возникающее в поперечном сечении стержня от критической силы, называется критическим напряжением σ_{cr} .

Критические напряжения весьма опасны для сжатых стержней, поэтому необходимо проводить расчёты на устойчивость.

Для стержней, закрепленных на одной или двух опорах, величина критической силы может быть определена по формуле Эйлера:

$$F_{cr} = \frac{\pi^2 E J_{\min}}{(\mu l)^2}, \quad (7.1)$$

где E – модуль продольной упругости материала; $J_{\min}$ – минимальный осевой момент инерции поперечного сечения стержня; l – длина стержня; μ – коэффициент приведенной длины стержня, отражающий способ закрепления концов стержня (рис. 7.1); μl – приведенная длина стержня.

Критические напряжения

$$\sigma_{cr} = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2}, \quad (7.2)$$

где λ – гибкость стержня

$$\lambda = \frac{\mu l}{i_{\min}}, \quad (7.3)$$

где $i_{\min}$ – минимальный радиус инерции поперечного сечения стержня

$$i_{\min} = \sqrt{\frac{J_{\min}}{A}}, \quad (7.4)$$

Формула Эйлера применима для стержней с гибкостью более гибкости, предельной для данного материала стержня

$$\lambda_{\text{кр}} = \sqrt{\frac{\pi^2 E}{\sigma_{pr}}}, \quad (7.5)$$

где σ_{pr} – предел пропорциональности материала стержня (напряжение, при котором сохраняется прямая пропорциональность между σ и ϵ).

Для расчёта сжатых стержней любой гибкости применяется способ, основанный на применении коэффициентов φ . Этот способ расчёта сжатых стержней на устойчивость сводится к расчёту стержня как бы на простое сжатие, только по заниженному допускаемому напряжению с использованием формулы:

$$\sigma_{\text{adm}}^y = \varphi \sigma_{\text{adm}}, \quad (7.6)$$

где σ_{adm}^y – допускаемое напряжение при расчете на устойчивость; φ – коэффициент продольного изгиба (коэффициент понижения основного допускаемого напряжения σ_{adm} на простое сжатие), значения коэффициентов φ для различных материалов приведены в табл. 7.1.

Величина допускаемой нагрузки на устойчивость F_{adm}^y сжатого стержня соответственно будет равна

$$F_{\text{adm}}^y = \sigma_{\text{adm}}^y A = \varphi \sigma_{\text{adm}} A, \quad (7.7)$$

где A – площадь поперечного сечения сжатого стержня.

Между критической и допускаемой нагрузкой на устойчивость существует следующая связь

$$F_{cr} = K_y F_{\text{adm}}^y, \quad (7.8)$$

где K_y – коэффициент запаса на устойчивость.

Таблица 7.1

Гибкость, λ	Значение коэффициента φ				
	Материал				
	Ст. 4, Ст. 3	Ст. 5	Ст. СПБ	чугун	дерево
0	1	1	1	1	1
10	0,99	0,98	0,97	0,97	0,99
20	0,96	0,95	0,95	0,95	0,97
30	0,94	0,92	0,91	0,81	0,93
40	0,92	0,89	0,87	0,69	0,87
50	0,89	0,86	0,83	0,57	0,8
60	0,86	0,82	0,79	0,44	0,71
70	0,81	0,76	0,72	0,34	0,6
80	0,75	0,7	0,65	0,26	0,48
90	0,69	0,62	0,55	0,2	0,38
100	0,6	0,51	0,43	0,16	0,31
110	0,52	0,43	0,35	—	0,25
120	0,45	0,36	0,3	—	0,22
130	0,4	0,33	0,26	—	0,18
140	0,36	0,29	0,23	—	0,16
150	0,32	0,26	0,21	—	0,14
160	0,29	0,24	0,19	—	0,12
170	0,26	0,21	0,17	—	0,11
180	0,23	0,19	0,15	—	0,1
190	0,21	0,17	0,14	—	0,09
200	0,19	0,16	0,13	—	0,08

В зависимости от исходных данных для расчета на устойчивость решение сводится к определению допускаемой нагрузки F_{adm}^y из условий устойчивости сжатого стержня или к подбору площади поперечного сечения сжатого стержня.

Рассмотрим возможные варианты решения на устойчивость сжатых стержней с помощью коэффициента φ на следующих примерах.

Пример 7.1.

Определить допускаемую нагрузку для стойки, изготовленной из Ст. 3 в виде трубы с наружным диаметром $d_1 = 0,04$ м и внутренним $d_2 = 0,03$ м, длиной $l = 1$ м. Концы стойки зашпелены. Допускаемое напряжение для материала стержня $\sigma_{adm} = 120$ МПа, предел пропорциональности материала $\sigma_{pr} = 200$ МПа. Коэффициент запаса на устойчивость $K_y = 2$. Модуль продольной упругости материала $E = 2 \cdot 10^{11}$ Па.

Решение.

Выявим возможность решения данной задачи с помощью формулы Эйлера. Для этого находим предельную гибкость для данного материала стойки

$$\lambda_{кр} = \sqrt{\frac{\pi^2 E}{\sigma_{пр}}} = \sqrt{\frac{3,14^2 \cdot 2 \cdot 10^{11}}{200 \cdot 10^6}} = 99,5.$$

Для определения действительной гибкости данной стойки находим минимальный момент инерции поперечного сечения

$$J_{\min} = \frac{\pi}{64}(d_1^4 - d_2^4) = \frac{3,14}{64}(0,04^4 - 0,03^4) = 8,586 \cdot 10^{-8} \text{ м}^4.$$

Площадь сечения

$$A = \frac{\pi}{4}(d_1^2 - d_2^2) = \frac{3,14}{4}(0,04^2 - 0,03^2) = 5,5 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2.$$

Минимальный радиус инерции

$$i_{\min} = \sqrt{\frac{J_{\min}}{A}} = \sqrt{\frac{8,586 \cdot 10^{-8}}{5,5 \cdot 10^{-4}}} = 1,25 \cdot 10^{-2} \text{ м}.$$

Тогда гибкость стойки при $\mu = 0,5$

$$\lambda = \frac{\mu l}{i_{\min}} = \frac{0,5 \cdot 1}{1,25 \cdot 10^{-2}} = 40.$$

Сравнивая полученные значения гибкостей, приходим к выводу, что расчет с помощью формулы Эйлера в данном случае не применим, так как $\lambda < \lambda_{кр}$.

Расчет производим с помощью коэффициента φ . Для данной стальной стойки при $\lambda = 40$ коэффициент $\varphi = 0,92$.

Найдем допускаемое напряжение на устойчивость

$$\sigma_{adm}^y = \varphi \sigma_{adm} = 0,92 \cdot 120 = 110,4 \text{ МПа},$$

а допускаемая нагрузка на устойчивость

$$F_{adm}^y = \sigma_{adm}^y A = 110,4 \cdot 10^6 \cdot 5,5 \cdot 10^{-4} = 60,72 \cdot 10^3 \text{ Н} = 60,72 \text{ кН}.$$

Критическая нагрузка

$$F_{cr} = K_y F_{adm}^y = 2 \cdot 60,72 = 121,44 \text{ кН}.$$

Пример 7.2.

Подобрать двутавровое сечение стойки с одним заземленным, а другим свободным концом. Осева сжимающая сила $F = 400$ кН, длина стойки $l = 1,5$ м. Основное допускаемое напряжение на сжатие $\sigma_{adm} = 160$ МПа.

Решение.

Решаем задачу методом последовательных приближений. Примем для первого приближения коэффициент $\varphi_1 = 0,5$. В этом случае необходимая площадь поперечного сечения стойки:

$$A_1 \geq \frac{F}{\varphi_1 \sigma_{adm}} = \frac{400 \cdot 10^3}{0,5 \cdot 160 \cdot 10^6} = 50 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2.$$

По сортаменту выбираем двутавр № 33 (см. табл. П. 1) с площадью $A_2 = 53,8 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2$ и минимальным радиусом инерции $i_{min_1} = 2,79 \cdot 10^{-2} \text{ м}$.

Соответствующая гибкость стойки при коэффициенте $\mu = 2$

$$\lambda_1 = \frac{\mu l}{i_{min_1}} = \frac{2 \cdot 1,5}{2,79 \cdot 10^{-2}} = 107.$$

С помощью линейной интерполяции находим коэффициент φ_2 между его значениями по табл. 7.1 при $\lambda = 100$ и при $\lambda = 110$. При $\lambda = 100$, $\varphi = 0,60$; при $\lambda = 110$, $\varphi = 0,52$, следовательно, $\Delta\lambda = 10$, $\Delta\varphi = 0,08$:

$$\varphi_2 = \varphi_{\lambda=100} - \frac{\Delta\varphi}{\Delta\lambda} [(\lambda=107) - (\lambda=100)] = 0,544.$$

Следовательно, при $\lambda = 107$ коэффициент $\varphi_2 = 0,544$.

Проводим проверку по условию

$$F_{расч_1} = \varphi_2 A_2 \sigma_{adm} = F \pm 5 \%,$$

в нашем случае $F_{расч_1} = 0,544 \cdot 53,8 \cdot 10^{-4} \cdot 160 \cdot 10^6 = 468270 \text{ Н} = 468,27 \text{ кН} > F$.

Находим величину расхождения между заданной и расчетной нагрузками

$$\delta = \frac{468,27 - 400}{400} 100 = 17 \% > 5 \%.$$

Делаем новый расчет (приближение)

$$\varphi_3 = \frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2} = \frac{0,5 + 0,544}{2} = 0,522.$$

Необходимая площадь поперечного сечения

$$A_3 = \frac{F}{\varphi_3 \sigma_{adm}} = \frac{400 \cdot 10^3}{0,522 \cdot 160 \cdot 10^6} = 48 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2.$$

По сортаменту проката найденной площади соответствует двутавр № 30а (см. табл. П. 1) площадью сечения $A_4 = 49,9 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2$ и $i_{\min_2} = 2,95 \cdot 10^{-2} \text{ м}$. Тогда гибкость

$$\lambda_2 = \frac{\mu l}{i_{\min_2}} = \frac{2 \cdot 1,5}{2,95 \cdot 10^{-2}} = 101,7 \approx 102.$$

После интерполяции получаем

$$\varphi_4 = 0,6 - \frac{0,08}{10}(102 - 100) = 0,584.$$

Проводим проверку

$$F_{\text{расч}_2} = 0,584 \cdot 49,9 \cdot 10^{-4} \cdot 160 \cdot 10^6 = 466265 \text{ Н} = 466,265 \text{ кН} > F.$$

Величина расхождения между заданной и расчетной нагрузками составляет:

$$\delta = \frac{466,265 - 400}{400} 100 = 16,6 \% > 5 \%.$$

Проверяем двутавр № 30 площадью сечения $A_5 = 46,5 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2$, $i_{\min_3} = 2,69 \cdot 10^{-2} \text{ м}$.

$$\text{Гибкость } \lambda_3 = \frac{2 \cdot 1,5}{2,69 \cdot 10^{-2}} \approx 112.$$

Коэффициент φ_5 находим линейной интерполяцией между значениями $\lambda = 110$ и $\lambda = 120$. Получим $\varphi_5 = 0,506$.

Проверка

$$F_{\text{расч}_3} = \varphi_5 A_5 \sigma_{adm} = 0,506 \cdot 46,5 \cdot 10^{-4} \cdot 160 \cdot 10^6 = 376500 \text{ Н} = 376,5 \text{ кН}.$$

Величина расхождения между заданной и расчетной нагрузками составляет

$$\delta = \frac{400 - 376,5}{400} 100 = 5,87 \% > 5 \%.$$

Следовательно, из трех рассмотренных номеров двутавров к практическому применению необходимо принять двутавр № 30а с площадью поперечного сечения $A = 49,9 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2$, так как нагрузка, которую воспринимает двутавр № 30 меньше заданной нагрузки более чем 5 %.

7.1. Задания для расчета стержней на устойчивость

Подобрать поперечное сечение заданного профиля гибкого стержня при действии осевой сжимающей силы. Решение выполнить методом последовательных приближений с помощью коэффициентов φ . Допускаемые напряжения для материалов стержней на сжатие принять: для стали $\sigma_{\text{adm}} = 160 \text{ МПа}$; для чугуна $\sigma_{\text{adm}} = 130 \text{ МПа}$; для дерева $\sigma_{\text{adm}} = 10 \text{ МПа}$.

Данные для расчетов взять из рис. 7.1, табл. 7.2 и П. 1.

Примечания:

1. Для сечения прямоугольного профиля принять соотношение между размерами как $b:h = 1:2$.
2. Для кольцеобразного сечения принять соотношение между внутренним и наружным диаметрами как $d/D = 0,85$.

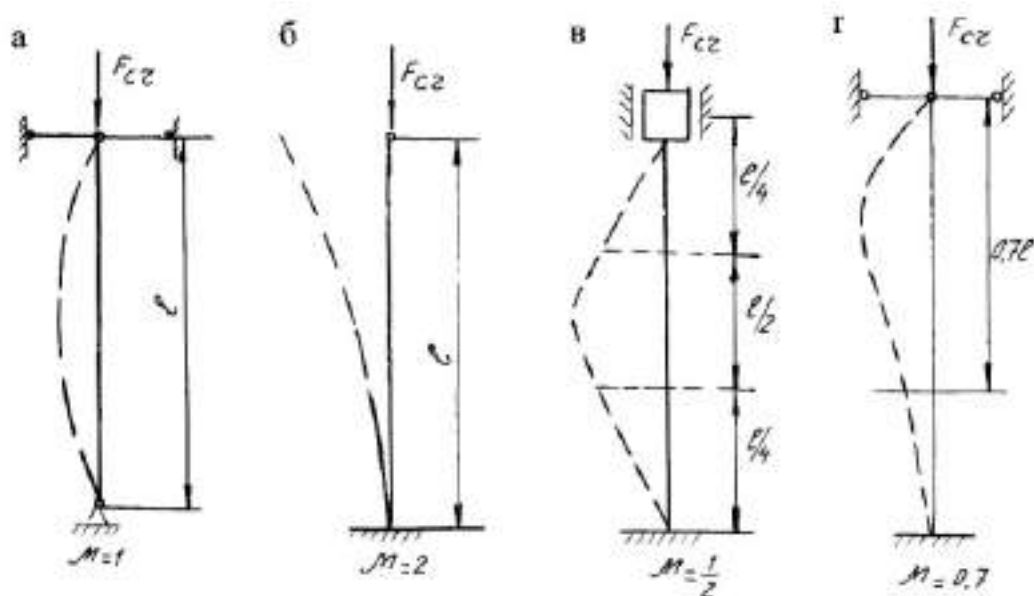
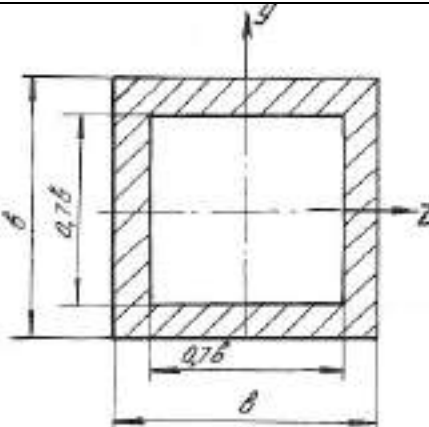
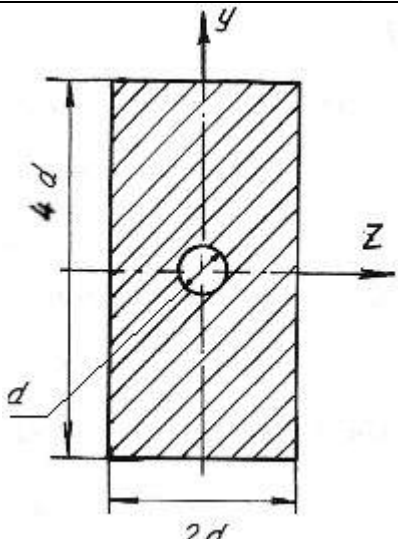
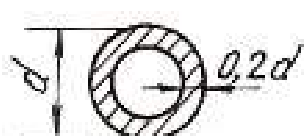
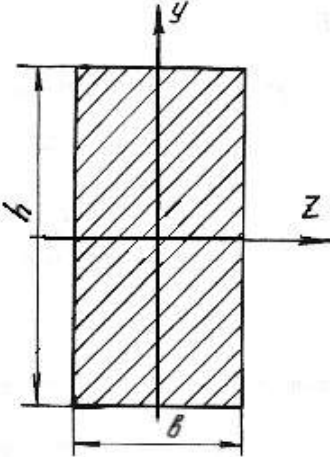
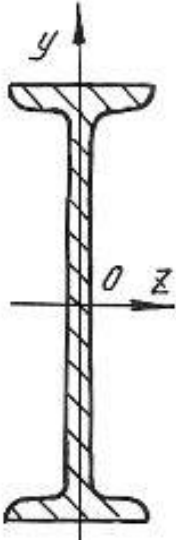
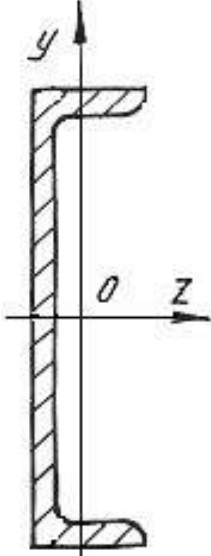


Рис. 7.1.

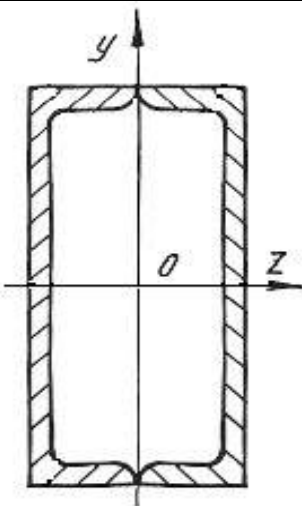
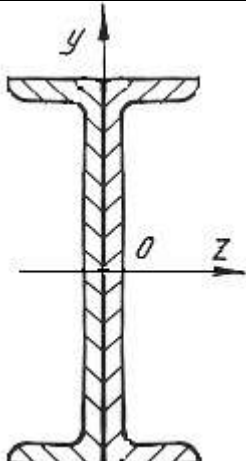
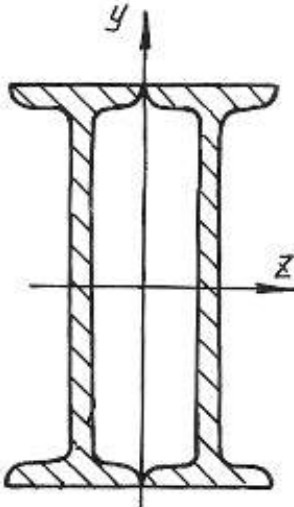
Таблица 7.2

Номер варианта	Схема поперечного сечения	Материал	Способ закрепления	Длина стержня, м	Сжимающая нагрузка, кН
1		Дерево	а б в г	3 4 4 1,6	90 120 150 60
2		Дерево	а б в г	3,6 5 5 2	140 250 400 180
3		Чугун	а б в г	5,2 4,8 4,5 2,8	600 800 900 700

Продолжение табл. 7.2

Номер варианта	Схема поперечного сечения	Материал	Способ за-крепления	Длина стержня, м	Сжимающая нагрузка, кН
4		Чугун	а б в г	4,6 3,8 4,2 3,2	850 600 700 900
5		Сталь 5	а б в г	3,2 3,6 8 2,4	380 700 800 600
6		Сталь 3	а б в г	3,6 4,5 5 2,2	280 650 450 250

Окончание табл. 7.2

Номер варианта	Схема поперечного сечения	Материал	Способ закрепления	Длина стержня, м	Сжимающая нагрузка, кН
7		Сталь 3	а б в г	3 4 5,5 4,8	300 400 250 350
8		Сталь 3	а б в г	5,5 6,6 7 3,5	960 500 800 750
9		Сталь 3	а б в г	3 7 6 4	930 740 830 980



Министерство науки и высшего образова-
ния РФ
ФГБОУ ВО
«Уральский государственный
горный университет»

А. И. Афанасьев, Ю. М. Казаков, С. А. Ляпцев

ТЕОРИЯ МЕХАНИЗМОВ И МАШИН

Учебно-методическое пособие
и контрольные задания на курсовую работу
«Кинематический, силовой анализ и синтез
плоского механизма»

**Екатеринбург
2022**

Министерство образования и науки РФ
ФГБОУ ВО
«Уральский государственный горный университет»

ОДОБРЕНО

Методической комиссией
горно-механического факультета
«20» октября 2022 г.

А. И. Афанасьев, Ю. М. Казаков, С. А. Ляпцев

ТЕОРИЯ МЕХАНИЗМОВ И МАШИН

*Учебно-методическое пособие
и контрольные задания на курсовую работу
«Кинематический, силовой анализ и синтез
плоского механизма»*

Рекомендовано УМО РАЕ по классическому
университетскому и техническому образованию
в качестве учебно-методического пособия
для студентов направлений, программа
которых включает дисциплину «Теория механизмов и
машин».

Рецензент: *Н. М. Сулов*, д-р техн. наук, профессор, зав. кафедрой ГМК
Уральского государственного горного университета

Учебно-методическое пособие рассмотрено на заседании кафедры технической механики 4 сентября 2022 г. протокол № 1 и рекомендовано для издания в УГГУ.

Афанасьев А. И., Казаков Ю. М., Ляпцев С. А.

- А94 ТЕОРИЯ МЕХАНИЗМОВ И МАШИН: учебно-методическое пособие и контрольные задания на курсовую работу «Кинематический, силовой анализ и синтез плоского механизма» для студентов направлений, программа которых включает дисциплину «Теория механизмов и машин», очного обучения / А. И. Афанасьев, Ю. М. Казаков, С. А. Ляпцев. – Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2022. – 80 с.

Учебно-методическое пособие для самостоятельной работы студентов содержит краткие методические указания, контрольные задания и пример выполнения курсовой работы по теме: «Кинематический и динамический анализ плоского рычажного механизма, синтез профиля кулачка с плоским или роликовым толкателем».

© Афанасьев А. И.,
Казаков Ю. М., Ляпцев С. А., 2022
©Уральский государственный горный
университет, 2022

ОГЛАВЛЕНИЕ

ОБЩИЕ УКАЗАНИЯ К КУРСОВОЙ РАБОТЕ	4
ВВЕДЕНИЕ.....	5
1. ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ КУРСОВОЙ РАБОТЫ.....	6
1.1. Структурный анализ механизма	6
1.2. Графическое определение положений звеньев механизма	8
1.3. Кинематический анализ плоского механизма	9
1.4. Силовой анализ механизма	16
1.5. Синтез кулачкового механизма.....	19
2. ЗАДАНИЕ НА КУРСОВУЮ РАБОТУ	27
3. ПРИМЕР ВЫПОЛНЕНИЯ КУРСОВОЙ РАБОТЫ	48
3.1. Структурный анализ механизма	50
3.2. Построение плана механизма.....	52
3.3. Построение плана скоростей механизма	54
3.4. Построение плана ускорений механизма.....	58
3.5. Кинетостатический расчёт механизма	63
3.6. Определение движущего момента на валу кривошипа по методу Н. Е. Жуковского	72
3.7. Построение профиля кулачка.....	74
СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ	79

ОБЩИЕ УКАЗАНИЯ К КУРСОВОЙ РАБОТЕ

Задание на курсовую работу по анализу плоского рычажного механизма и синтезу профиля кулачка с плоским или роликовым толкателем включает в себя кинематическую схему механизма и его параметры, вид кулачкового механизма и характер движения толкателя.

Варианты заданий содержат схемы плоских рычажных механизмов, таблицы исходных данных и параметры движения толкателя. Способ выбора варианта задания приведены в разделе 2.

Учебно-методическое пособие содержит сводку основных понятий, необходимых для кинематического и динамического анализа плоского механизма, а также пример выполнения курсовой работы.

Все схемы и чертежи к курсовой работе выполняются на одном листе формата А1. Пояснительная записка выполняется на листах формата А4. При оформлении записки на титульном листе указать тему курсовой работы, фамилию, инициалы студента, специальность и группу.

При выполнении задания все преобразования и числовые расчёты должны быть последовательно проделаны с необходимыми пояснениями.

ВВЕДЕНИЕ

Выполнение курсовой работы по дисциплине «Теория механизмов и машин» связано с решением ряда задач по определению рациональных параметров механизмов на основе их кинематического и динамического анализа и последующий синтез механизма. Студент, самостоятельно выполняющий задание, часто сталкивается с трудностями выбора методов решения и вынужден обращаться к соответствующей литературе. К сожалению, в последнее время такой литературы становится все меньше, а справочные материалы, содержащие весь комплекс вопросов, связанных с проектированием механизмов и машин, достаточно редки.

В учебно-методическом пособии приведено решение одной из основных задач курса – **анализ механизма**, который заключается в исследовании кинематических и динамических свойств плоского рычажного механизма по заданной его схеме. Задача **синтеза механизма** в настоящем пособии ограничена конструированием профиля кулачка, обеспечивающего заданное движение толкателя.

В основе методик решения задач курсовой работы лежат фундаментальные положения механики, математики, сопротивления материалов, что позволяет считать курс прикладной механики связующим звеном между общенаучными и специальными дисциплинами. Все излагаемые материалы служат основой выполнения заданий по расчету и проектированию механизмов горных машин и могут быть использованы для самостоятельной работы.

1. ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ КУРСОВОЙ РАБОТЫ

1.1. Структурный анализ механизма

Механизм есть система тел, предназначенная для преобразования движения одного или нескольких твердых тел в требуемые движения других твердых тел. Твердое тело, входящее в состав механизма, называется **звеном**. В каждом механизме имеется неподвижное звено, называемое **стойкой**, а также **входное звено**, которому сообщается движение, и **выходное звено**, совершающее заданное движение. Остальные подвижные звенья называются соединительными, или промежуточными.

Подвижное соединение двух соприкасающихся звеньев называется **кинематической парой**. По характеру соприкосновения звеньев в паре сами пары подразделяются на низшие и высшие. Кинематическую пару называют **низшей**, если соприкосновение происходит по поверхности, и **высшей**, если соприкосновение происходит по линии или в точке. Низшие кинематические пары могут выдерживать большую нагрузку, а высшие имеют меньшие потери на трение.

Число связей, налагаемых кинематической парой, определяет **класс пары**. В курсовом проекте рассматриваются плоские механизмы, в которых все звенья соединены поступательными или вращательными кинематическими парами, относящиеся к пятому классу.

Одним из методов нахождения структурной схемы механизма является метод присоединения к ведущему звену структурных групп Ассура. **Группой Ассура** называется кинематическая цепь, которая в случае ее присоединения элементами внешних пар к стойке получает нулевую степень подвижности, то есть образует ферму. Связь между числом подвижных звеньев группы Ассура и количеством входящих в неё кинематических пар определяется по структур-

ной формуле плоской кинематической цепи: $3n = 2p_5$, где n , p_5 – число подвижных звеньев и число кинематических пар 5-го класса в группе Ассура.

Группы Ассура II класса соответствуют значениям $n = 2$, $p_5 = 3$; группы Ассура III класса – значениям $n = 4$, $p_5 = 6$. На рис. 1.1 приведены возможные виды групп Ассура II класса.



Рис. 1.1. Группы Ассура II класса:
 a – первого вида; b – второго вида; c – третьего вида; d – четвёртого вида

Разложение механизма на группы Ассура следует начинать с последней, наиболее отдалённой от ведущего звена и наиболее простой группы.

Структурная классификация механизмов заключается в следующем. Начальное звено и стойка, образующие кинематическую пару 5-го класса, принимаются за **механизм I класса**. Далее исходный механизм разбивается на группы Ассура, присоединяемые к механизму I класса. Для каждой из присоединённых групп Ассура определяется её класс. **Класс механизма** равен максимальному классу входящих в его состав групп Ассура.

Структурным анализом механизма является определение количества звеньев и кинематических пар, определение степени подвижности механизма, а также установление класса механизма. Проводя структурный анализ механизма, необходимо придерживаться следующей схемы решения:

1. Определить количество ведущих звеньев механизма как степень его подвижности, которая может быть вычислена по формуле П. Л. Чебышева для плоских механизмов: $W = 3n - 2p_5$, где n , p_5 – число подвижных звеньев в механизме и число кинематических пар 5-го класса.

2. Изобразить звенья механизма, образующие кинематические пары, определить вид относительного движения звеньев в паре, дать наименование пары и определить её класс.

3. Изобразить группы Ассура механизма, дать им наименование и определить класс.

4. Описать схему образования механизма группами Ассура, определить класс механизма.

Результаты структурного анализа механизма приводятся в табл. 1.1 – 1.2.

Таблица 1.1

Анализ кинематических пар

Обозначение кинематической пары						
Звенья, образующие пару						
Наименование пары						
Класс пары						

Таблица 1.2

Анализ групп Ассура

Группы Ассура			
Наименование группы Ассура			
Класс групп Ассура			
Класс механизма			

1.2. Графическое определение положений звеньев механизма

Построение плана механизма следует начинать с определения масштабного коэффициента длины k_ℓ . Масштабный коэффициент длины выбирается таким образом, чтобы длина самого большого звена $\ell_{\max}$, заданная в метрах, не превышала на чертеже 100 ÷ 150 мм. Тогда масштабный коэффициент длины

равен: $k_\ell = \frac{\ell_{\max}}{(100-150)} \frac{\text{м}}{\text{мм}}$. Например, максимальная длина звена механизма

$\ell_{\max} = 0,4$ м. Предположим, что на чертеже длина 0,4 м должна быть равной 100 мм. Масштабный коэффициент длины в этом случае равен: $k_\ell = \frac{0,4}{100} = 0,004 \frac{\text{м}}{\text{мм}}$. В соответствии с выбранным масштабным коэффициентом определяем длины остальных звеньев на чертеже по формуле: $\ell'_i = \frac{\ell_i}{k_\ell}$ мм, где ℓ_i – заданная длина i -го звена, м; ℓ'_i – длина i -го звена на чертеже, мм.

В начале построения плана механизма на чертеже фиксируются неподвижные точки – оси вращения кривошипа, коромысла и расстояния, определяющие положения прямых, вдоль которых движется ползун. По заданным значениям длины кривошипа и угла, задающего его начальное положение, определяется первая точка плана механизма. Далее построение проводится методом зацепов. Для этого из фиксированных центров проводятся дуги радиусами, равными длинам звеньев механизма, рассчитанным в соответствии с масштабным коэффициентом. Точки пересечения дуг являются точками соединения звеньев механизма.

Построение плана механизма проводится на листе формата А1. Масштаб выбирается самостоятельно.

1.3. Кинематический анализ плоского механизма

1.3.1. Построение плана скоростей плоского механизма

Основу построения плана скоростей составляет векторная формула определения скорости точки M плоской фигуры: $\vec{V}_M = \vec{V}_P + \vec{V}_{MP}$, где $\vec{V}_P$ – вектор скорости точки P , выбранной за полюс; $\vec{V}_{MP}$ – вектор скорости точки M во вращательном движении плоской фигуры относительно полюса P . Величина скорости V_{MP} определяется из выражения: $V_{MP} = \omega \cdot MP$, где ω – угловая скорость плоской фигуры.

Чтобы воспользоваться векторной формулой построения скорости точки на чертеже, необходимо выбрать масштабный коэффициент скорости k_v , который равен отношению скорости полюса к длине отрезка, изображающего эту скорость. Для обеспечения требуемой точности длину отрезка принимают равной $40 \div 80$ мм, тогда $k_v = \frac{V_P}{(40 \div 80)} \frac{\text{м/с}}{\text{мм}}$. Построение плана скоростей для заданного положения механизма начинается с определения модуля и направления вектора скорости точки конца кривошипа, которая в дальнейшем принимается за полюс. Результаты вычислений абсолютных и относительных скоростей точек, скоростей центров масс звеньев механизма и их угловых скоростей приводятся в табл. 1.3.

Таблица 1.3

Абсолютные скорости центров масс и угловые скорости звеньев

Звено				
Обозначение скорости центра масс звена				
Величина скорости, м/с				
Обозначение угловой скорости звена				
Величина угловой скорости, рад/с				

Построение плана скоростей точек механизма с учётом масштабирования проводится на том же листе формата А1, где изображена схема механизма.

1.3.2. Построение плана ускорений плоского механизма

Построение плана ускорений состоит в многократном применении векторной формулы определения ускорения точки M плоской фигуры, совершающей плоское движение: $\vec{a}_M = \vec{a}_P + \vec{a}_{MP}^n + \vec{a}_{MP}^\tau$, где $\vec{a}_P$ – ускорение точки P , выбранной за полюс; $\vec{a}_{MP}^n$, $\vec{a}_{MP}^\tau$ – нормальная и касательная составляющие ускорения точки M во вращательном движении плоской фигуры относительно полюса P .

Величины ускорений $\vec{a}_{MP}^n$, $\vec{a}_{MP}^\tau$ определяются из выражений: $a_{MP}^n = \omega^2 \cdot MP$, $a_{MP}^\tau = \varepsilon \cdot MP$, где ω , ε – угловая скорость и угловое ускорение плоской фигуры. Сложение векторов производится по обычному правилу, когда к концу первого вектора присоединяется второй, к концу второго – третий. Тогда вектор, направленный из начала первого в конец последнего, называется суммой этих векторов.

Чтобы воспользоваться векторной формулой построения ускорения точки на чертеже необходимо выбрать масштабный коэффициент ускорения k_a , который равен отношению ускорения полюса к длине отрезка, изображающего это ускорение. Для обеспечения требуемой точности длину отрезка принимают равной $40 \div 80$ мм, тогда $k_a = \frac{a_P}{(40 \div 80)} \frac{\text{м/с}^2}{\text{мм}}$.

Построение плана ускорений для заданного положения механизма начинается с определения модуля и направления вектора ускорения точки конца кривошипа. Это связано с тем, что ведущее звено – кривошип вращается с постоянной скоростью и потому вектор ускорения точки конца кривошипа совпадает по величине и направлению со своей нормальной составляющей. В дальнейшем точка конца кривошипа принимается за полюс.

Результаты вычислений ускорений центров масс звеньев, а также угловых ускорений звеньев механизма приводятся в табл. 1.4.

Таблица 1.4

Ускорения центров масс звеньев механизма и угловые ускорения звеньев

Звено				
Обозначение ускорения центра масс звена				
Величина ускорения, м/с ²				
Обозначение углового ускорения звена				
Величина углового ускорения, рад/с ²				

Построение плана ускорений точек механизма с учётом масштабирования проводится на том же листе формата А1, где изображены схема механизма в заданном положении и план скоростей.

1.3.3. Особенности построений планов скоростей и ускорений кулисного механизма

В кулисных механизмах одно из звеньев, называемое *кулисным камнем*, может перемещаться поступательно относительно другого подвижного звена – *кулисы* (на рис. 1.2 звено 2 является кулисой). В результате кулисный камень совершает **сложное движение**.

Напомним, что сложное движение твердого тела раскладывается на два составляющих движения: относительное (относительно подвижной системы отсчета) и переносное (движение подвижной системы отсчета относительно неподвижной).

Скорость точки в сложном движении определяется как векторная сумма: $\vec{V}_M = \vec{V}_r + \vec{V}_e$, где $\vec{V}_M$ – абсолютная скорость точки; $\vec{V}_r$ – скорость точки в относительном движении; $\vec{V}_e$ – скорость той точки подвижной системы отсчета, с которой в данный момент времени совпадает подвижная точка (переносная скорость точки).

При определении ускорения точки в сложном движении следует, наряду с относительным и переносным ускорением, учитывать ускорение Кориолиса: $\vec{a}_M = \vec{a}_r + \vec{a}_e + \vec{a}_K$. Для плоского переносного движения модуль ускорения Кориолиса равен: $a_K = 2\omega V_r$.

Рассмотрим пример построения планов скоростей и ускорений для кулисного механизма (рис. 1.2, *a, b*). Проведем графические построения для положения механизма, в котором кривошип OA (звено 1) перпендикулярен линии O_1O . Предположим следующие исходные данные: $OA = 0,2$ м; $O_1O = 0,34$ м; угловая скорость кривошипа $\omega_1 = 10$ рад/с.

Начальное звено 1 совершает вращательное движение, и потому скорость точки A звена 1 $\vec{V}_{A1}$ находится как $V_{A1} = \omega_1 \cdot OA = 10 \cdot 0,2 = 2$ м/с. Вектор скорости $\vec{V}_{A1}$ направлен перпендикулярно звену 1 в сторону его движения.

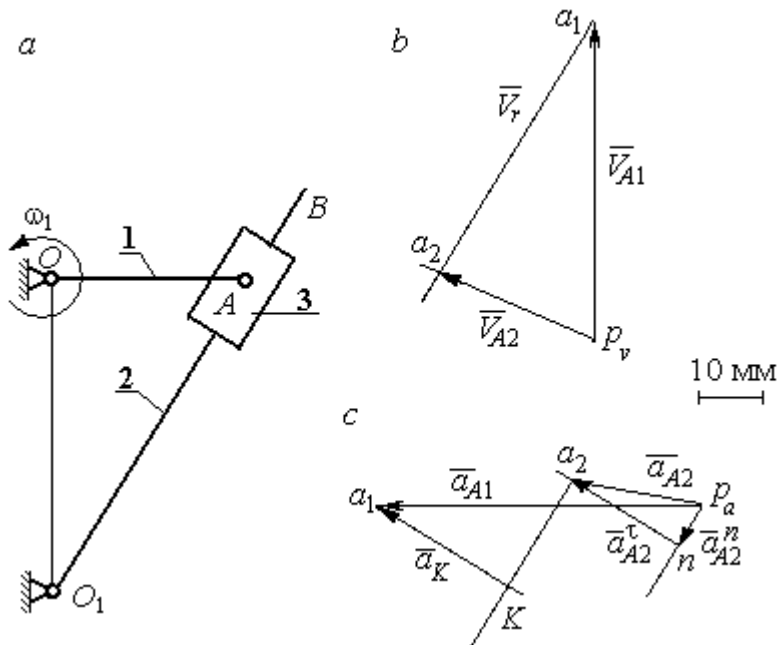


Рис. 1.2 Кинематика кулисного механизма:
 a – схема механизма; b – план скоростей; c – план ускорений

Выбрав произвольную точку p_v за полюс плана скоростей (см. рис. 1.2, b), изобразим вектор скорости $\vec{V}_{A1}$, задавшись его длиной $l_{V_A} = 50$ мм на плане скоростей. В этом случае масштабный коэффициент скорости $k_v = \frac{V_A}{l_{V_A}} = \frac{2}{50} = 0,04$ (м/с)/мм. В конце вектора $\vec{V}_{A1}$ на плане скоростей отметим точку a_1 .

Точка A кулисного камня 3 совершает сложное движение. Относительным движением точки будет движение камня вдоль прямой O_1B , переносным – вращение звена 2 вокруг оси O_1 . В результате абсолютная скорость точки (скорость $\vec{V}_{A1}$) может быть представлена в виде суммы векторов относительной и переносной скоростей: $\vec{V}_{A1} = \vec{V}_r + \vec{V}_{A2}$. Вектор переносной скорости точки A звена 2 $\vec{V}_{A2}$ направлен перпендикулярно к O_1A (так как переносное движение

вращательное), а вектор относительной скорости $\vec{V}_r$ – вдоль прямой O_1A (так как относительное движение прямолинейное).

Из полюса плана скоростей проведём прямую, перпендикулярную O_1A – направление переносной скорости $\vec{V}_{A2}$, а из точки a_1 – прямую, параллельную O_1A – направление относительной скорости $\vec{V}_r$. Обозначим точку пересечения этих прямых a_2 . Тогда отрезок $p_v a_2$ в выбранном масштабе отображает переносную скорость.

Измерив на плане скоростей (рис. 1.2, *b*) отрезок $p_v a_2$ ($p_v a_2 = 25$ мм), найдем величину переносной скорости $V_{A2} = p_v a_2 \cdot k_v = 25 \cdot 0,04 = 1$ м/с. Аналогично, измерив отрезок $a_1 a_2$ (43 мм), получим величину относительной скорости $V_r = a_1 a_2 \cdot k_v = 43 \cdot 0,04 = 1,72$ м/с. При заданном направлении движения вектор относительной скорости направлен от a_2 к a_1 .

Вычислив длину O_1A в данном положении механизма $O_1A = \sqrt{(OA)^2 + (O_1O)^2} = \sqrt{0,2^2 + 0,34^2} = 0,39$ м, найдём величину угловой скорости звена 2 как отношение $\omega_2 = \frac{V_{A2}}{O_1A} = \frac{1}{0,39} = 2,56$ рад/с.

Переходим к построению **плана ускорений**. При равномерном вращении звена 1 ускорение точки A звена 1 равно: $a_{A1} = a_{A1}^n = \omega_1^2 \cdot OA = 100 \cdot 0,2 = 20$ м/с². Вектор ускорения $\vec{a}_{A1}$ направлен вдоль звена 1 от точки A к оси вращения O .

Выбрав произвольную точку p_a за полюс плана ускорений (рис. 1.2, *c*), изобразим вектор ускорения $\vec{a}_{A1}$, положив его длину на плане $l_{a_A} = 50$ мм. Тогда масштабный коэффициент ускорения $k_a = \frac{a_{A1}}{l_{a_A}} = \frac{20}{50} = 0,4$ (м/с²)/мм.

В конце вектора $\vec{a}_{A1}$ на плане ускорений отметим точку a_1 .

Абсолютное ускорение $\vec{a}_{A1}$ может быть представлено в виде векторной суммы: $\vec{a}_{A1} = \vec{a}_r + \vec{a}_{A2} + \vec{a}_K$, где ускорение точки A звена 2 (переносное ускоре-

ние $\vec{a}_{A2}$) имеет две составляющие: $\vec{a}_{A2} = \vec{a}_{A2}^n + \vec{a}_{A2}^\tau$. В результате абсолютное ускорение $\vec{a}_{A1}$ представляется в виде: $\vec{a}_{A1} = \vec{a}_r + \vec{a}_{A2}^n + \vec{a}_{A2}^\tau + \vec{a}_K$.

Величина нормального ускорения в переносном движении $a_{A2}^n = \omega_2^2 \cdot O_1A = 2,56^2 \cdot 0,39 = 2,56 \text{ м/с}^2$. Вектор ускорения направлен вдоль звена 2 от точки A в сторону оси вращения O_1 .

Ускорение Кориолиса $a_K = 2\omega_2 V_r = 2 \cdot 2,56 \cdot 1,72 = 8,81 \text{ м/с}^2$, вектор ускорения перпендикулярен звену 2 и направлен в сторону переносного вращения.

На плане ускорений из полюса ускорений p_a параллельно линии AO_1 изображаем вектор переносного нормального ускорения $\vec{a}_{A2}^n$ длиной

$$l_{a_{A2}^n} = \frac{a_{A2}^n}{k_a} = \frac{2,56}{0,4} = 6,4 \text{ мм. В конце вектора ставим точку } n.$$

Касательная составляющая переносного ускорения точки A звена 2 $\vec{a}_{A2}^\tau$ перпендикулярна линии AO_1 . На плане ускорений из точки n перпендикулярно вектору $\vec{a}_{A2}^n$ (линии $p_a n$) проводим прямую, показывающую направление вектора $\vec{a}_{A2}^\tau$ – касательной составляющей ускорения точки A .

Сумма ускорений должна быть равна абсолютному ускорению $\vec{a}_{A1}$. Тогда векторный многоугольник должен замкнуться в точке a_1 . Для этого построим вектор ускорения Кориолиса перпендикулярно линии AO_1 так, чтобы он был направлен в точку a_1 . Длина вектора на плане $l_{a_K} = \frac{a_K}{k_a} = \frac{8,81}{0,4} = 22,03 \text{ мм}$. Нача-

ло вектора обозначим точкой K .

Относительное ускорение точки A направлено вдоль звена 2 (линии AO_1), поэтому на плане ускорений из точки K проводим перпендикуляр к $a_1 K$ до пересечения с прямой, перпендикулярной $p_a n$, показывающей направление вектора $\vec{a}_{A2}^\tau$ – касательной составляющей ускорения точки A . Полученную точку обозначим a_2 .

Таким образом, на плане ускорений (рис. 1.2, с) вектор pa_2 отображает касательную составляющую ускорения точки A в переносном движении, a_2K – относительное ускорение, Ka_1 – ускорение Кориолиса.

Соединив точку p_a с точкой a_2 , найдем ускорение точки A звена 2. Измерив на плане расстояние p_aa_2 (23 мм), найдём величину ускорения $a_{A2} = p_aa_2 \cdot k_a = 23 \cdot 0,4 = 9,2 \text{ м/с}^2$.

Результаты вычислений ускорений центров масс звеньев, а также угловых ускорений звеньев механизма приводятся в таблице, аналогичной табл. 1.4.

Построение плана ускорений точек механизма с учётом масштабирования проводится на том же листе формата А1, где изображены схема механизма в заданном положении и план скоростей.

1.4. Силовой анализ механизма

1.4.1. Определение движущего момента, приведённого к оси вала кривошипа, на основе кинетостатического расчёта механизма

Кинетостатическим расчётом механизма называется его силовой расчёт с учётом сил инерции. В первом приближении расчёт производится без учёта сил трения в кинематических парах. Реакции определяются в кинематических парах по группам Ассура. Расчёт реакций производится на основании принципа Д’Аламбера, согласно которому все силы, приложенные к механизму (или части его), уравниваются силами инерции.

Модули главных векторов сил инерции звеньев механизма и главных моментов сил инерции определяют по формулам: $F^{\text{ин}} = ma_S$, $M^{\text{ин}} = J_S \varepsilon$, где $F^{\text{ин}}$, $M^{\text{ин}}$ – модули главных векторов сил инерции звеньев механизма и главных моментов сил инерции; a_S , ε – ускорение центра масс звена и его угловое ускорение; J_S – момент инерции звена относительно его центра масс.

Силовой расчёт производится в следующей последовательности:

1. На чертеже в выбранном масштабе изображается группа Ассура. Расчёт начинается с последней – рабочего органа.

2. В соответствующих точках звеньев прикладываются силы. Силы тяжести из центров тяжести звеньев направляют вертикально вниз. Главные векторы сил инерции звеньев изображаются согласно плану ускорений в сторону, противоположную ускорению центра масс данного звена. Направление главного момента сил инерции противоположно направлению углового ускорения звена, задаваемого касательной составляющей ускорения.

3. Реакции во вращательных кинематических парах раскладывают на две составляющие – вдоль одного из звеньев и перпендикулярно ему. Реакцию стойки на ползун изображают перпендикулярно направляющим ползуна.

4. Неизвестные силы реакции определяются из уравнений равновесия в форме равенства нулю суммы моментов всех сил и из силового многоугольника, выражающего равенство нулю векторной суммы всех сил.

При построении силового многоугольника (плана сил) необходимо выбрать масштабный коэффициент так, чтобы длина максимального вектора была не более $150 \div 200$ мм.

5. На ведущее звено механизма – стойку и кривошип – действуют сила тяжести кривошипа, приложенная на его оси вращения, и реакция шарнира A в конце кривошипа.

Движущий момент, приведённый к оси вала кривошипа и обеспечивающий вращение кривошипа с постоянной угловой скоростью, прикладывается к кривошипу и находится из уравнения моментов сил, действующих на ведущее звено.

1.4.2. Определение движущего момента, приведённого к валу кривошипа, по методу Н. Е. Жуковского

Для вычисления движущего момента, приведённого к валу кривошипа, необходимо знать уравновешивающую силу.

Величина уравнивающей силы определяется по методу «жёсткого рычага» Н. Е. Жуковского следующим образом:

1. Вычисляем силы тяжести, для чего заданные массы звеньев умножаем на ускорение свободного падения (принимая $g = 9,8 \text{ м/с}^2$).

2. Вычисляем силы инерции, действующие на механизм. Для этого заданные массы звеньев умножаем на ускорения центров тяжести этих звеньев, которые определили при построении плана ускорения.

3. Вычисляем моменты сил инерции, действующие на механизм. Для этого заданные моменты инерции звеньев относительно их центров тяжести умножаем на угловые ускорения звеньев, которые определили при построении плана ускорения.

Определение приведенной силы «методом жесткого рычага» сводится к следующему:

- строится повернутый на 90° план скоростей механизма;
- в соответствующих точках плана скоростей изображаются заданные силы и силы инерции;
- момент каждой пары сил представляется как две антипараллельные силы, приложенные в двух произвольных точках звена (обычно, крайних точках), направленных перпендикулярно отрезку, соединяющему эти точки;
- уравнивающую силу $F_{\text{уп}}$ прикладывают в крайней точке кривошипа, перпендикулярно ему. Величина уравнивающей силы находится по теореме Н. Е. Жуковского, что сумма моментов всех действующих на механизм сил, приложенных к соответствующим точкам повернутого на 90° плана скоростей механизма, относительно полюса равна нулю.

Величина приведенного к валу кривошипа движущего момента равна:

$M_{\text{пр}} = F_{\text{уп}} \ell_{\text{кр}}$, где $F_{\text{уп}}$ – уравнивающая сила, приведённая к кривошипу;
 $\ell_{\text{кр}}$ – длина кривошипа.

В конце расчётов проводится сравнение результатов и определяется относительная величина погрешности расчёта движущего момента методом кинетостатического анализа по сравнению с методом Н. Е. Жуковского.

1.5. Синтез кулачкового механизма

Рассматривается процесс синтеза кулачкового механизма с центральным плоским и нецентральным роликовым толкателем, состоящий в определении профиля кулачка по заданному закону движения толкателя.

1.5.1. Построение кинематических диаграмм движения толкателя

Целью построения кинематических диаграмм перемещения толкателя и аналога его скорости в зависимости от угла поворота кулачка является необходимость определения в дальнейшем зависимости аналога скорости толкателя от его перемещения. Такой график, обычно, строится по точкам.

Движение толкателя может быть задано как законом изменения пути, пройденного толкателем, в зависимости от угла поворота кулачка, так и законами изменения аналогов скорости и ускорения в той же зависимости.

Если движение толкателя задано законом перемещения толкателя $S(\varphi)$, то для получения аналога скорости следует произвести дифференцирование:

$S' = \frac{dS}{d\varphi}$. Если движение толкателя задано законом изменения аналога ускоре-

ния $S''(\varphi)$, то для получения аналога скорости и перемещения толкателя необходимо произвести двукратное интегрирование: $S' = \int S'' d\varphi$, $S = \int S' d\varphi$.

Рассмотрим пример построения графиков. Предположим, закон движения толкателя при его подъёме в зависимости от угла поворота кулачка задан графически (рис. 1.4). В задании уточняется аналитический вид законов (линейный или параболический) по фазам движения кулачка.

График движения толкателя на фазе опускания кулачка симметричен.

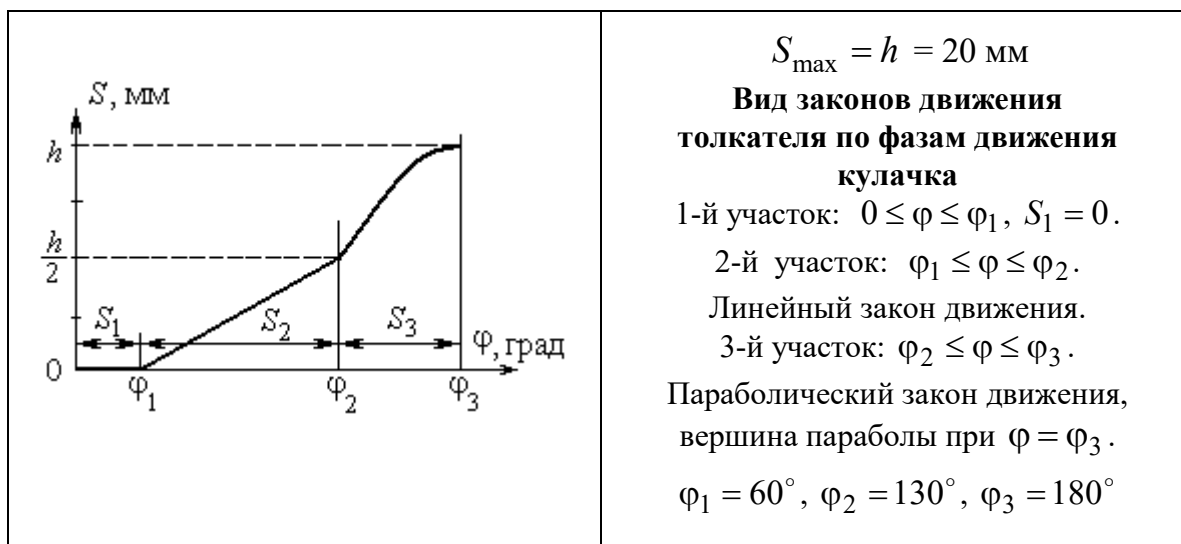


Рис. 1.4. Примерный закон движения толкателя

При заданном законе движения толкателя на первом участке движения при $0 < \varphi < \varphi_1$ перемещения толкателя нет (см. рис. 1.4).

На втором участке движение толкателя происходит по линейному закону в виде: $S_2 = a_2\varphi + b_2$. Из графика найдём величину перемещения толкателя в граничных точках участка φ_1 и φ_2 : $S_2(\varphi_1) = 0$ и $S_2(\varphi_2) = \frac{h}{2} = 10 \text{ мм}$. Подставляя их в уравнение движения (при этом значения граничных точек $\varphi_1 = 60^\circ$, $\varphi_2 = 130^\circ$ следует перевести в радианы), получим два алгебраических уравнения относительно неизвестных a_2 и b_2 : $0 = a_2 \cdot 1,05 + b_2$, $10 = a_2 \cdot 2,27 + b_2$.

Решая систему, находим $a_2 = 8,20$; $b_2 = -8,61$. Таким образом, закон движения толкателя на втором участке $S_2 = 8,20\varphi - 8,61$ при $1,05 < \varphi < 2,27$.

Аналог скорости толкателя на этом участке не зависит от угла поворота кулачка и равен: $S'_2 = \frac{dS_2}{d\varphi} = 8,20 \text{ мм/рад}$.

На третьем участке, на отрезке $\varphi_2 \leq \varphi \leq \varphi_3$, толкатель движется по параболическому закону. Представим закон движения в виде: $S_3 = a_3\varphi^2 + b_3\varphi + d_3$, где коэффициенты a_3 , b_3 , d_3 подлежат определению. Первые два уравнения

для определения коэффициентов получим, подставив в уравнение параболы её значения в граничных точках: при $\varphi_2 = 2,27$ рад $S_3(\varphi_2) = \frac{h}{2} = 10$ мм и при $\varphi_3 = 3,14$ рад $S_3(\varphi_3) = h = 20$ мм. Получим уравнения:

$$10 = a_3 \cdot 2,27^2 + b_3 \cdot 2,27 + d_3, \quad 20 = a_3 \cdot 3,14^2 + b_3 \cdot 3,14 + d_3.$$

По условию вершина параболы находится в точке $\varphi = \varphi_3$, следовательно, выполняется равенство: $S'_3(\varphi_3) = 0$. Третье уравнение найдём, подставив координату точки вершины параболы ($\varphi_3 = 3,14$) в уравнение $S'_3 = 2a_3\varphi + b_3 = 0$. Получим: $2a_3 \cdot 3,14 + b_3 = 0$. Решая совместно систему уравнений

$$10 = a_3 \cdot 5,15 + b_3 \cdot 2,27 + d_3, \quad 20 = a_3 \cdot 9,86 + b_3 \cdot 3,14 + d_3, \quad a_3 \cdot 6,28 + b_3 = 0$$

Найдём коэффициенты: $a_3 = -13,33$; $b_3 = 83,71$; $d_3 = -111,37$.

Окончательно, закон движения толкателя на третьем участке

$$S_3 = -13,33\varphi^2 + 83,71\varphi - 111,37 \quad \text{при } 2,27 \leq \varphi \leq 3,14.$$

Соответственно, аналог скорости $S'_3 = -26,66\varphi + 83,71$ мм/рад.

Графики движения толкателя и аналога его скорости приведены на рис. 1.5, а, б. Масштабы выбраны произвольно.

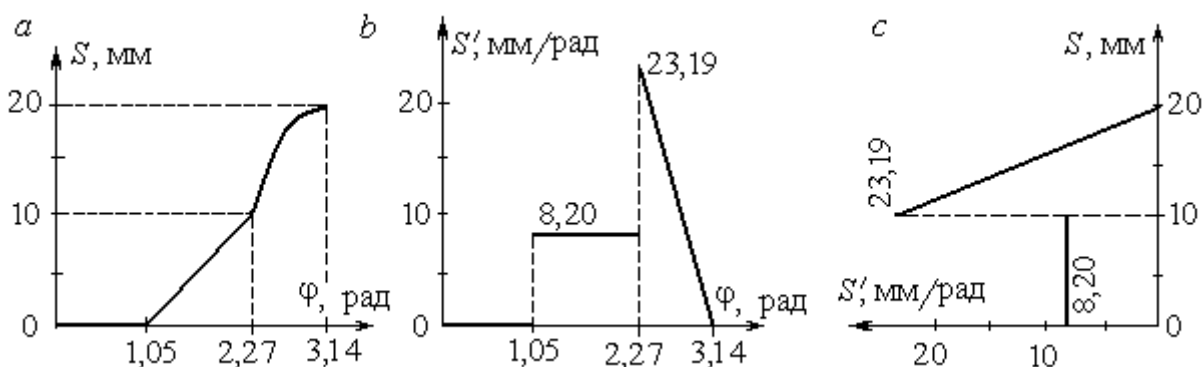


Рис. 1.5. Кинематические диаграммы движения толкателя:
а – график перемещения; б – график аналога скорости; с – зависимость аналога скорости от перемещения толкателя

График зависимости аналога скорости S' от перемещения толкателя S , построенный по точкам, взятым с диаграмм перемещения на фазе подъёма кулачка, приведён на рис. 1.5, с. Ось S , обычно, располагают вертикально вверх,

а ось S' – горизонтально влево. Масштабные коэффициенты по обеим осям должны быть одинаковы и равны масштабному коэффициенту длины.

1.5.2. Синтез кулачкового механизма с центральным плоским толкателем

На рис. 1.6 изображена расчётная схема кулачкового механизма с центральным плоским толкателем. Обозначения, принятые на схеме: φ – угол поворота кулачка; R_0 – минимальный начальный радиус кулачка; β – угол давления кулачка в точке контакта с толкателем; S – перемещение толкателя; R – радиус-вектор точки контакта кулачка с толкателем; θ – полярный угол радиус-вектора R в точке контакта.

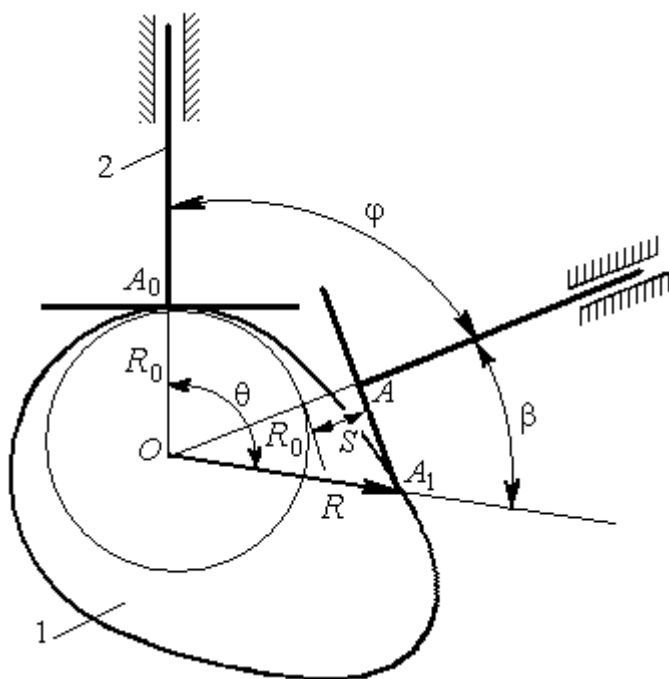


Рис. 1.6. Расчётная схема кулачкового механизма с центральным плоским толкателем:

1 – профиль кулачка с осью вращения в точке O ; 2 – плоский толкатель, движущийся поступательно

2. Задаться максимально допустимым значением угла давления $\theta_{\text{доп}}$, ко-

торое для кулачка с плоским толкателем находится в пределах $20^\circ \leq \theta_{\text{доп}} \leq 30^\circ$.

Для построения профиля кулачка используется метод инверсии (обращения движения), при котором вращение подвижного кулачка заменяется поворотом толкателя вокруг неподвижного кулачка.

Построение профиля кулачка начинается с определения начального (минимально допустимого) радиуса кулачка R_0 . Для этого необходимо:

1. Построить график зависимости аналога скорости S' от перемещения толкателя S .

3. Под углом $\theta_{\text{доп}}$ к оси S построить прямую, касательную к графику $S'(S)$, и путём измерения на графике соответствующих расстояний, определить координаты S_B и S'_B точки касания.

4. Вычислить начальный радиус кулачка R_0 , который связан с максимальным значением угла давления соотношением: $\text{tg}\theta_{\text{доп}} = \frac{S'_B}{R_0 + S_B}$.

Вычисление начального радиуса R_0 кулачка с центральным плоским толкателем рассмотрим на примере движения толкателя, разобранный в предыдущем п. 1.5.1, и где построен график зависимости аналога скорости толкателя от перемещения.

Положим, что максимально допустимое значение угла давления равно $\theta_{\text{доп}} = 27^\circ$.

На графике зависимости аналога скорости толкателя от перемещения (рис. 1.7) проведём прямую aa под углом $\theta_{\text{доп}}$ к оси перемещений S и касающуюся графика. Точку пересечения касательной с осью S обозначим O , а точку касания с графиком – B . Расстояние AO на графике с учётом масштабного коэффициента длины выражает величину начального радиуса R_0 .

Обозначим координаты точки B на графике S'_B и S_B . В рассматриваемом примере в соответствии с масштабом длин координаты точки B : $S'_B = 23,19$ мм/рад, $S_B = 10$ мм. Соотношение между выбранным допустимым углом давления и на-

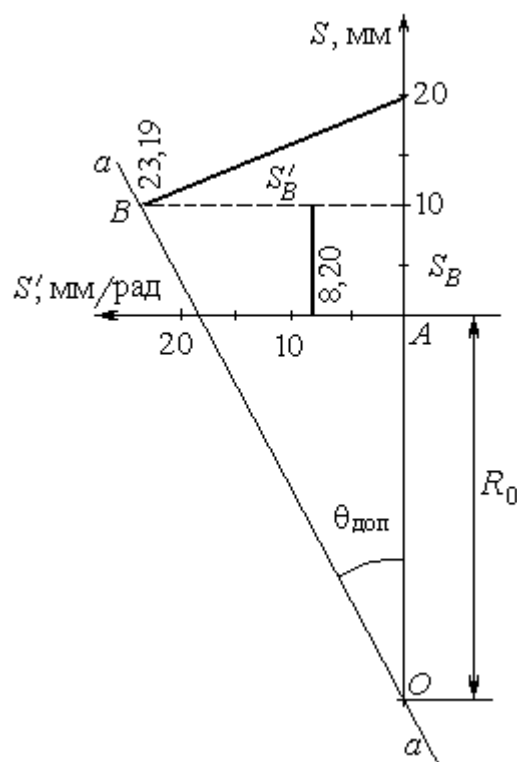


Рис. 1.7. Схема вычисления начального радиуса кулачка с центральным толкателем

начальным радиусом имеет вид: $\operatorname{tg} 27^\circ = 0,51 = \frac{S'_B}{R_0 + S_B} = \frac{23,19}{R_0 + 10}$, откуда величина начального радиуса $R_0 = 35,47$ мм.

Построение профиля кулачка производится в полярной системе координат. Для этого, задавшись углом φ поворота толкателя, необходимо найти полярный угол θ радиус-вектора R в точке контакта A_1 (см. рис. 1.6):

$$\theta = \varphi + \beta = \varphi + \operatorname{arctg} \frac{S'}{R_0 + S},$$

где S' и S – аналог скорости толкателя и его перемещение при одном и том же значении угла φ поворота толкателя. Длина радиус-вектора R в точке контакта находится по формуле: $R = \sqrt{(R_0 + S)^2 + (S')^2}$.

Отмечая точками на графике длины радиус-векторов, вычисленных при соответствующих полярных углах θ , и обводя их гладкой кривой линией, получим профиль кулачка. Масштаб длин выбирается произвольно.

Для более точного построения профиля желательно внутри каждой фазы движения толкателя выбирать по два – три значения угла поворота кулачка.

1.5.3. Синтез кулачкового механизма с роликовым толкателем

Построение профиля кулачка со смещённым роликовым толкателем начинается с определения начального (минимально допустимого) радиуса кулачка R_0 . Величина начального радиуса кулачка со смещённым толкателем находится следующим образом:

1. Построить график аналога скорости S' толкателя в зависимости от его перемещения S .
2. Выбрать максимально допустимое значение угла давления $\theta_{\text{доп}}$ (для кулачка с роликовым толкателем находится в пределах $20^\circ \leq \theta_{\text{доп}} \leq 45^\circ$).

3. Под углом $\theta_{\text{доп}}$ к оси S построить прямую aa , касательную к графику $S'(S)$.

4. Параллельно оси S на расстоянии e (смещение оси толкателя относительно оси вращения кулачка) провести прямую до пересечения её с касательной aa в точке O' (см. рис. 1.8).

Расстояние $O'A$ выражает величину начального радиуса R_0 , которая находится путём измерения её на графике.

Выбор начального минимально допустимого радиуса кулачка R_0 показан на рис. 1.8 на примере с исходными данными движения толкателя, взятыми из п. 1.5.1 при $\theta_{\text{доп}} = 30^\circ$, $e = 5$ мм.

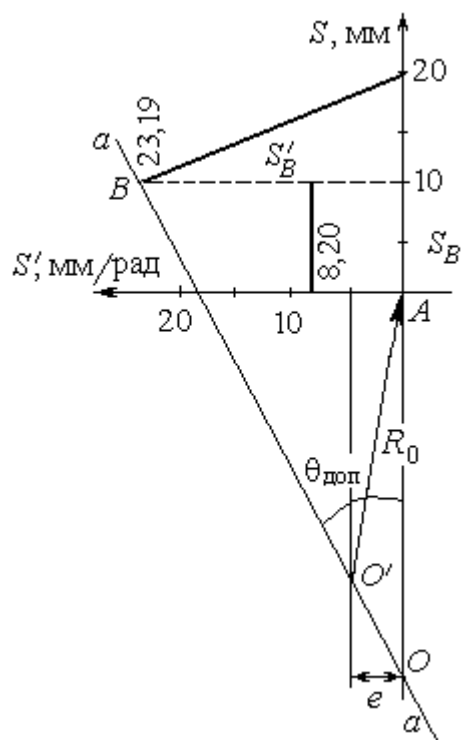


Рис. 1.8. Схема вычисления начального радиуса кулачка с нецентральной толкателем

Расчетная схема для определения профиля кулачка с роликовым толкателем со смещением изображена на рис. 1.9.

Обозначения, принятые на схеме: φ – угол поворота кулачка; R_0 – минимальный начальный радиус кулачка; S – перемещение толкателя; R – радиус-вектор центра ролика толкателя; θ – полярный угол радиус-вектора R в точке контакта относительно начального положения центра роликового толкателя; β – угол для промежуточных вычислений; S_0 – начальная высота центра ролика толкателя относительно оси вращения кулачка; e – смещение оси толкателя относительно оси вращения кулачка (дезаксиал).

Построение профиля кулачка производится в полярной системе координат. Для этого сначала строим окружность радиусом e (см. рис. 1.9), равным величине дезаксиала, и с центром в точке O . Затем из того же центра проводим окружность радиусом R_0 . Проводим вертикальную касательную CB_0 к окруж-

ности радиуса e до пересечения её с окружностью радиусом R_0 . Точка пересечения B_0 является центром ролика в начальном положении толкателя.

В обратном движении ось толкателя всегда расположена вдоль касательной к окружности радиуса e .

Задавшись углом φ поворота толкателя, необходимо найти полярный угол θ радиус-вектора R при перемещении центра ролика из положения B_0 в положение B_1 . С учётом, что $B_2C_1 = S_0$, $S_0 = \sqrt{R_0^2 - e^2}$ и $B_1B_2 = S$ (см. рис. 1.9),

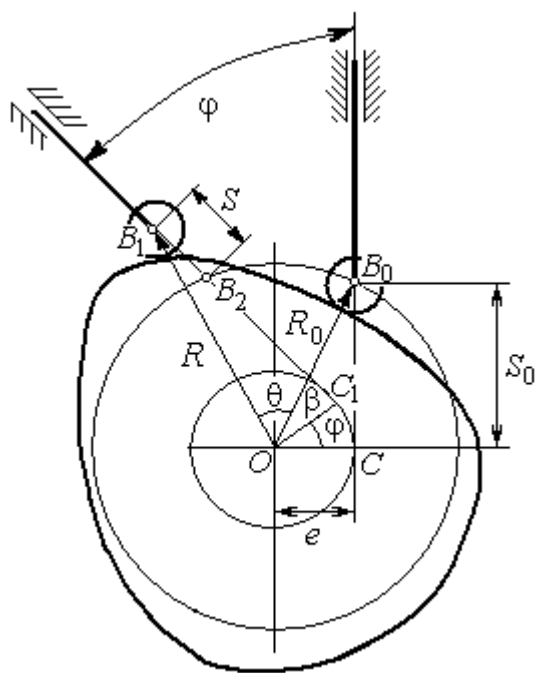


Рис.1.9. Расчётная схема построения профиля кулачка с роликовым толкателем

угол θ находится по формуле

$$\theta = \varphi + \arctg \frac{S_0 + S}{e} - \arctg \frac{S_0}{e}.$$

Величина радиус-вектора R для данного угла θ :

$$R = \sqrt{(S_0 + S)^2 + e^2}.$$

Отмечая точками на графике длины радиус-векторов, вычисленных при соответствующих полярных углах θ , и обводя их гладкой кривой линией, получим профиль кулачка.

Масштаб длин выбирается произвольно.

Для более точного построения профиля желательно внутри каждой фазы движения толкателя выбирать по два – три значения угла поворота кулачка.

2. ЗАДАНИЕ НА КУРСОВУЮ РАБОТУ

При курсовом проектировании механизма необходимо выполнить следующие виды работ:

- провести структурный анализ механизма;
- выполнить кинематический анализ механизма, для чего при заданном положении кривошипа построить планы механизма, скоростей и ускорений (масштабы выбираются самостоятельно); определить ускорения центров масс звеньев механизма и их угловые ускорения;
- провести кинетостатический расчёт механизма и определить усилия в кинематических парах; определить движущий момент, приведённый к оси вала кривошипа;
- определить величину движущего момента, приведённого к оси вала кривошипа, с помощью «жесткого рычага» Н. Е. Жуковского и провести оценку расхождения результата по сравнению с кинетостатическим расчётом;
- определить профиль кулачка механизма, обеспечивающий заданное движение толкателя.

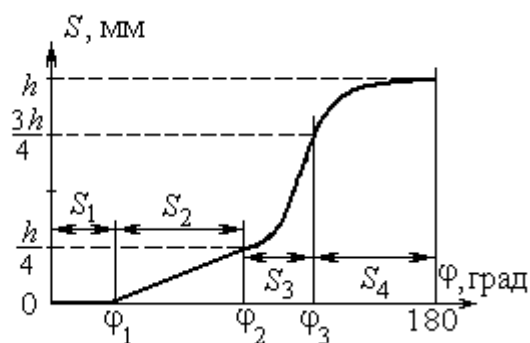
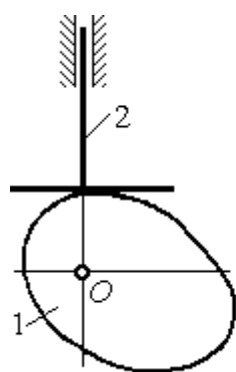
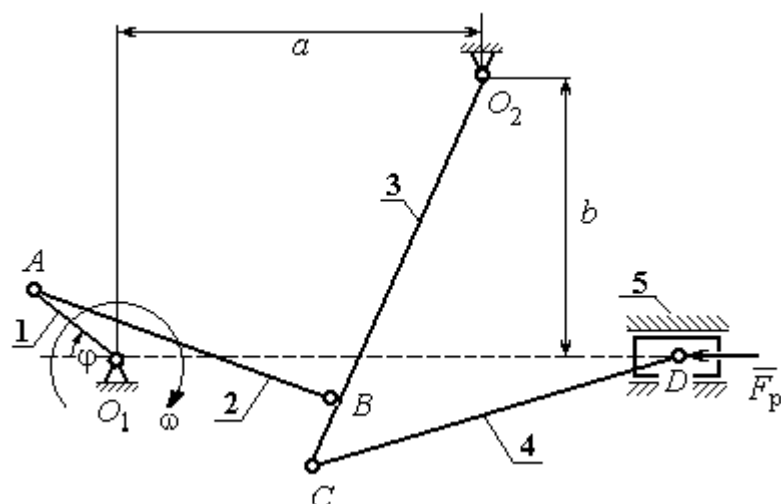
По результатам расчетов на листе формата А1 сделать чертежи плана механизма, плана скоростей, плана ускорений, схему «жесткого рычага» Н. Е. Жуковского и эскизный чертёж профиля кулачка.

Пояснительная записка выполняется на листах формата А4.

Варианты заданий № 1 – 9, 0 приведены на рис. 2.1 – 2.10. Исходные данные для всех вариантов заданий приведены в табл. 2.1 – 2.10.

При выборе задания на курсовую работу номер варианта задания (номер схемы) соответствует последней цифре в зачётке студента. Номер варианта исходных данных выбирается из таблицы с исходными данными по предпоследней цифре номера зачетной книжки.

Задание № 1. Инерционный конвейер



$$S_{\max} = h$$

Вид законов движения толкателя по фазам движения кулачка

1-й участок: $0 \leq \varphi \leq \varphi_1$.

Движения нет, $S_1 = 0$.

2-й участок: $\varphi_1 \leq \varphi \leq \varphi_2$.

Линейный закон движения.

3-й участок: $\varphi_2 \leq \varphi \leq \varphi_3$. Парабола с вершиной при $\varphi = \varphi_2$.

4-й участок $\varphi_3 \leq \varphi \leq 180^\circ$. Парабола с вершиной при $\varphi = 180^\circ$.

Рис. 2.1. Схема механизма инерционного конвейера и закон движения плоского центрального толкателя кулачкового механизма

Инерционный конвейер состоит из кривошипа 1 шатуна 2, коромысла 3, шатуна 4 и рештака (ползуна) 5. Центр масс кривошипа расположен на оси вращения в точке O_1 , а центры масс остальных звеньев – посередине их длин. Сила сопротивления движению рештака постоянна и равна F_p . Рабочий ход слева – направо. На холостом ходу сила сопротивления составляет 10 % от номинальной.

Кулачковый механизм включает кулачок 1 и плоский толкатель 2. Линия движения толкателя проходит через ось вращения кулачка O . Закон пере-

мещения толкателя в зависимости от угла поворота кулачка приведён на фазе подъёма кулачка, $0 \leq \varphi \leq 180^\circ$. График движения толкателя на фазе опускания кулачка симметричен.

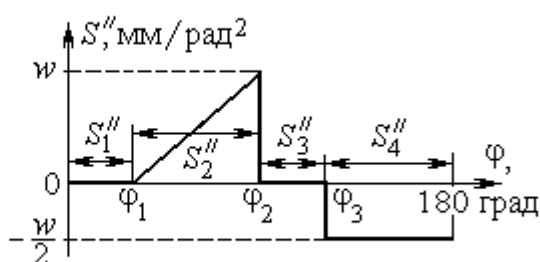
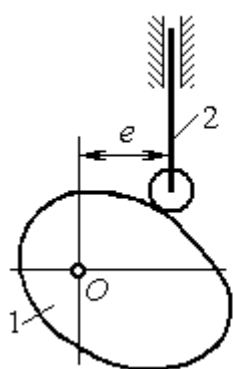
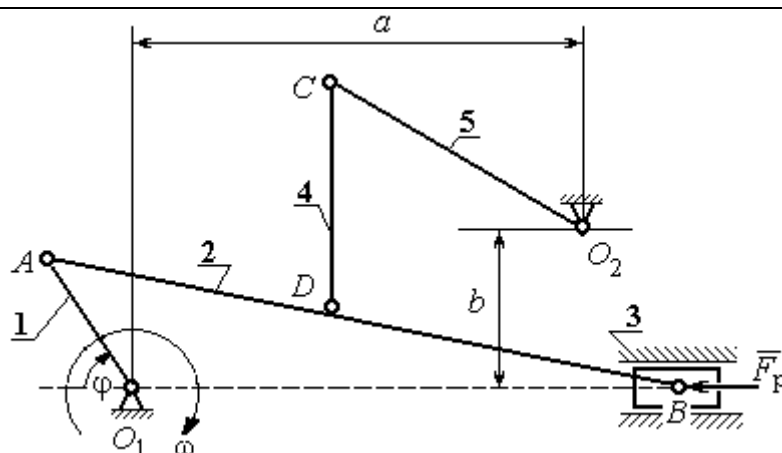
Варианты исходных данных задания № 1 приведены в табл. 2.1.

Таблица 2.1

**Варианты исходных данных механизма инерционного конвейера
для варианта задания № 1**

Параметры	Обозначение	Варианты исходных данных									
		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Размеры звеньев механизма и характерные расстояния, м	O_1A	0,2	0,2	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,24	0,25
	AB	0,8	0,8	0,11	0,11	0,29	0,23	0,11	0,11	0,92	1,06
	O_2B	1,0	1,0	0,12	0,12	0,25	0,25	0,12	0,12	0,84	0,87
	O_2C	1,2	1,2	0,1	0,12	0,15	0,25	0,15	0,12	0,9	0,5
	CD	1,2	1,2	0,25	0,25	0,3	0,4	0,4	0,3	1,45	0,65
	a	0,9	0,9	0,06	0,04	0,15	0,35	0,04	0,07	0,8	0,8
	b	0,7	0,7	0,04	0,06	0,05	0,11	0,06	0,02	0,6	0,6
Угол поворота кривошипа, град	φ	45	30	290	235	120	115	140	50	300	150
Частота вращения кривошипа, об/мин	n	190	95	200	180	150	170	250	190	100	120
Массы звеньев механизма, кг	m_2	80	8	15	18	38	24	16	20	37	32
	m_3	100	10	18	25	23	30	28	25	22	17
	m_4	60	6	25	25	30	40	40	30	36	31
	m_5	100	10	100	70	80	90	90	60	73	62
Моменты инерции звеньев относительно центров масс, кг·м ²	J_1	0,5	0,5	0,2	0,1	0,1	0,09	0,18	0,09	0,3	0,21
	J_2	1,0	1,0	0,1	0,2	0,3	0,2	0,08	0,2	4,1	3,1
	J_3	0,8	0,8	0,4	0,8	0,18	0,2	0,6	0,5	2,7	2,9
	J_4	0,6	0,6	1,2	1,0	1,03	1,4	1,4	1,05	1,6	1,1
Сила сопротивления, кН	F_p	10,0	2,25	3,0	2,5	1,5	1,6	3,0	1,8	4,6	3,6
Максимальный ход толкателя, мм	h	20	22	18	25	16	14	18	20	22	16
Границы фаз движения толкателя, град	φ_1	30	40	25	30	45	20	30	35	25	30
	φ_2	90	60	80	60	100	80	60	85	65	70
	φ_3	120	130	140	100	140	120	110	120	125	140

Задание № 2. Плунжерный питатель с грохотом



$$S''_{\max} = w$$

Вид законов аналога ускорения толкателя по фазам движения кулачка

1-й участок: $0 \leq \varphi \leq \varphi_1$.

Ускорения нет, $S''_1 = 0$.

2-й участок: $\varphi_1 \leq \varphi \leq \varphi_2$. Линейный закон аналога ускорения.

3-й участок: $\varphi_2 \leq \varphi \leq \varphi_3$.

Ускорения нет, $S''_3 = 0$.

4-й участок: $\varphi_3 \leq \varphi \leq 180^\circ$.

Ускорение постоянно

Рис. 2.2. Схема механизма плунжерного питателя с грохотом и закон изменения аналога ускорения смещённого роликового толкателя

Плунжерный питатель с грохотом состоит из кривошипа 1, шатунов 2 и 4, сита грохота 5, плунжера 3. Центр тяжести кривошипа расположен на оси вращения O_1 , центры тяжести остальных звеньев находятся в их середине. Сила сопротивления движению плунжера 3 сохраняет постоянное значение F_p на протяжении всего рабочего хода (рабочий ход слева – направо). На холостом ходу сила сопротивления постоянна и составляет 10 % от номинальной.

Кулачковый механизм включает кулачок 1 и роликовый толкатель 2. Линия движения толкателя отстоит от оси вращения кулачка O на расстояние e (дезаксиал). Закон изменения аналога ускорения толкателя в зависимости от

угла поворота кулачка приведён на фазе подъёма кулачка, $0 \leq \varphi \leq 180^\circ$. График изменения аналога ускорения толкателя на фазе опускания кулачка симметричен.

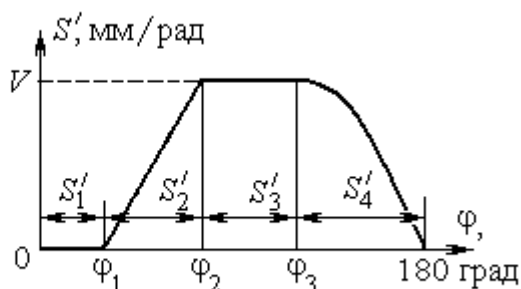
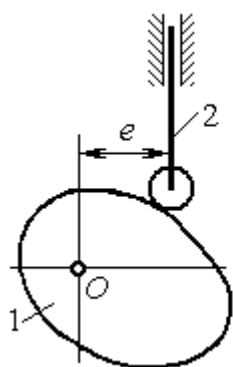
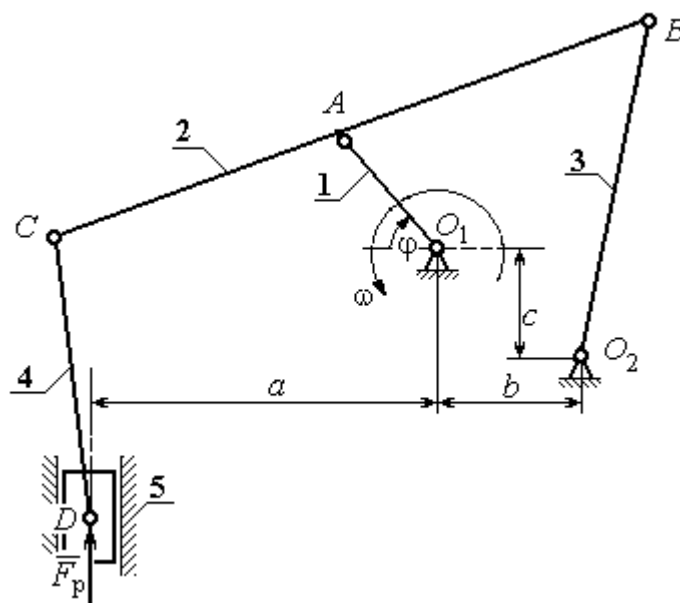
Варианты исходных данных задания № 2 приведены в табл. 2.2.

Таблица 2.2

**Варианты исходных данных механизма плунжерного питателя с грохотом
для варианта задания № 2**

Параметры	Обозначение	Варианты исходных данных									
		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Размеры звеньев механизма и характерные расстояния, м	O_1A	0,08	0,05	0,06	0,08	0,06	0,08	0,08	0,06	0,1	0,1
	AB	0,5	0,5	0,4	0,5	0,4	0,5	0,5	0,4	0,6	0,5
	DB	0,4	0,3	0,3	0,35	0,3	0,25	0,25	0,3	0,43	0,33
	O_2C	0,4	0,27	0,19	0,3	0,24	0,25	0,22	0,24	0,31	0,21
	CD	0,12	0,09	0,2	0,2	0,2	0,13	0,14	0,2	0,16	0,16
	a	0,57	0,45	0,4	0,57	0,45	0,5	0,45	0,45	0,5	0,4
	b	0,12	0,02	0,12	0,12	0,12	0,05	0,05	0,13	0,13	0,13
Угол поворота кривошипа, град	φ	60	56	58	55	55	58	57	65	60	70
Частота вращения кривошипа, об/мин	n	150	30	210	150	160	140	130	160	130	120
Массы звеньев механизма, кг	m_2	42	38	35	36	31	35	36	31	40	40
	m_3	8	12	8	10	12	8	10	12	10	12
	m_4	16	9	16	18	20	13	14	20	16	16
	m_5	40	27	35	30	24	25	22	24	31	21
Моменты инерции звеньев относительно центров масс, кг·м ²	J_1	0,08	0,09	0,08	0,1	0,07	0,07	0,08	0,07	0,1	0,1
	J_2	1,3	1,2	1,1	1,1	1,0	1,1	1,1	1,0	1,2	1,2
	J_4	0,5	0,3	0,5	0,6	0,6	0,4	0,5	0,6	0,4	0,5
	J_5	1,2	0,9	1,1	0,9	0,8	0,8	0,7	0,8	1,0	0,6
Сила сопротивления, кН	F_P	100	90	980	80	80	80	700	80	100	60
Дезаксиал, мм	e	5	4	5	6	4	5	6	3	4	5
Максимальное значение аналога ускорения толкателя, мм/рад ²	w	12	16	15	10	8	12	14	10	8	6
Границы фаз движения толкателя, град	φ_1	20	22	15	10	20	18	15	25	20	18
	φ_2	80	92	90	70	90	65	85	90	85	72
	φ_3	120	110	105	120	110	133	110	115	125	126

Задание № 3. Поршневой насос



$$S'_{\max} = V$$

Вид законов аналога скорости толкателя по фазам движения кулачка

1-й участок: $0 \leq \varphi \leq \varphi_1$.

Скорости нет, $S'_1 = 0$.

2-й участок: $\varphi_1 \leq \varphi \leq \varphi_2$.

Линейный закон изменения аналога скорости.

3-й участок: $\varphi_2 \leq \varphi \leq \varphi_3$.

Скорость постоянна, $S'_3 = V$.

4-й участок: $\varphi_3 \leq \varphi \leq 180^\circ$. Парабола с вершиной при $\varphi = \varphi_3$

Рис. 2.3. Схема механизма поршневого насоса и закон изменения аналога скорости смещённого роликового толкателя

Механизм **поршневого насоса** состоит из кривошипа 1, шатунов 2 – 4 и ползуна (поршня) 5. Рабочий ход поршня сверху – вниз. Центры масс звеньев 2 – 4 находятся посередине их длин, звена 1 – в точке O_1 , звена 5 – в точке D . Сила сопротивления движению поршня 5 сохраняет постоянное значение F_p на протяжении всего рабочего хода. На холостом ходу сила сопротивления постоянна и составляет 10 % от номинальной.

Кулачковый механизм включает кулачок 1 и роликовый толкатель 2.

Линия движения толкателя отстоит от оси вращения кулачка O на расстояние e (дезаксиал). Закон изменения аналога скорости толкателя в зависимости от угла поворота кулачка приведён на фазе подъёма кулачка, $0 \leq \varphi \leq 180^\circ$. График аналога скорости толкателя на фазе опускания кулачка симметричен.

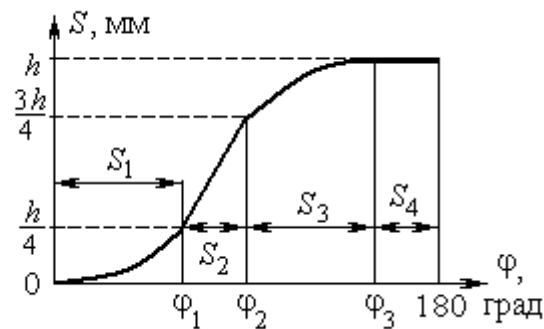
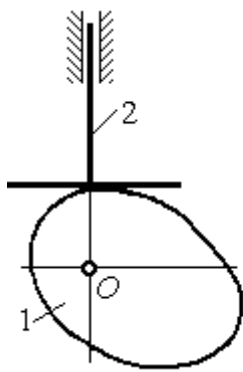
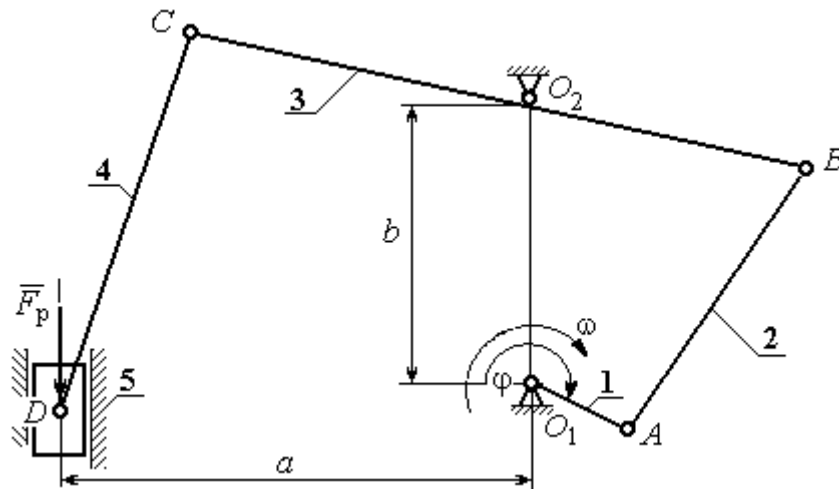
Варианты исходных данных задания № 3 приведены в табл. 2.3.

Таблица 2.3

**Варианты исходных данных механизма поршневого насоса
для варианта задания № 3**

Параметры	Обозначение	Варианты исходных данных									
		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Размеры звеньев механизма и характерные расстояния, м	O_1A	0,16	0,13	0,16	0,18	0,11	0,18	0,13	0,12	0,18	0,1
	AB	0,56	0,5	0,52	0,6	0,6	0,56	0,47	0,45	0,56	0,42
	AC	0,38	0,35	0,4	0,4	0,3	0,42	0,35	0,3	0,42	0,3
	O_2B	0,55	0,5	0,55	0,55	0,45	0,55	0,5	0,48	0,55	0,45
	CD	0,6	0,55	0,6	0,55	0,45	0,6	0,55	0,5	0,6	0,45
	c	0,5	0,3	0,32	0,35	0,25	0,5	0,4	0,3	0,5	0,2
	a	0,5	0,45	0,45	0,3	0,3	0,5	0,28	0,4	0,5	0,35
	b	0,3	0,35	0,32	0,3	0,25	0,38	0,28	0,3	0,38	0,2
Угол поворота кривошипа, град	φ	60	56	45	60	65	65	23	65	60	63
Частота вращения кривошипа, об/мин	n	140	70	130	160	80	110	90	55	110	50
Массы звеньев механизма, кг	m_2	28	28	30	30	26	30	25	25	30	26
	m_3	25	20	25	25	18	25	28	20	25	18
	m_4	28	25	28	30	20	28	36	22	25	20
	m_5	38	32	25	40	34	28	45	26	28	22
Моменты инерции звеньев относительно центров масс, кг·м ²	J_1	0,15	0,11	0,18	0,2	0,1	0,2	0,13	0,1	0,15	0,1
	J_2	0,92	0,7	0,83	1,08	0,72	0,8	0,95	0,6	0,85	0,72
	J_3	0,75	0,63	1,05	0,8	0,62	1,15	0,72	0,65	1,1	0,86
	J_4	1,15	0,93	1,2	1,05	0,95	1,15	1,1	0,9	1,15	1,0
Сила сопротивления, кН	F_p	1,2	1,4	1,5	20,4	0,8	2,2	1,4	1,7	2,2	0,8
Дезаксиал, мм	e	4	5	8	6	4	5	3	6	4	5
Максимальное значение аналога скорости толкателя, мм/рад	V	20	15	18	12	16	14	18	20	22	16
Границы фаз движения толкателя, рад	φ_1	20	18	16	22	15	12	18	16	20	18
	φ_2	85	90	75	100	95	102	98	85	95	92
	φ_3	110	120	90	125	105	120	118	110	115	102

Задание № 4. Глубинный насос



$$S_{\max} = h$$

Вид законов движения толкателя по фазам движения кулачка

1-й участок: $0 \leq \varphi \leq \varphi_1$. Парабола с вершиной при $\varphi = 0$.

2-й участок: $\varphi_1 \leq \varphi \leq \varphi_2$. Линейный закон движения.

3-й участок: $\varphi_2 \leq \varphi \leq \varphi_3$. Парабола с вершиной при $\varphi = \varphi_3$.

4-й участок: $\varphi_3 \leq \varphi \leq 180^\circ$.

Движения нет, $S_4 = h$

Рис. 2.4. Схема механизма глубинного насоса
и закон движения плоского центрального толкателя

Механизм **глубинного насоса** состоит из кривошипа 1, шатунов 2, 4, коромысла 3 и ползуна (поршня) 5. Рабочий ход поршня снизу – вверх. Центры масс звеньев 2 – 4 находятся посередине их длин, звена 1 – в точке O_1 , звена 5 – в точке D . Сила сопротивления движению поршня 5 сохраняет постоянное значение F_p на протяжении всего рабочего хода. На холостом ходу сила сопротивления постоянна и составляет 10 % от номинальной.

Кулачковый механизм включает кулачок 1 и плоский толкатель 2. Линия движения толкателя проходит через ось вращения кулачка O . Закон изме-

нения перемещения толкателя в зависимости от угла поворота кулачка приведён на фазе подъёма кулачка, $0 \leq \varphi \leq 180$. График движения толкателя на фазе опускания кулачка симметричен.

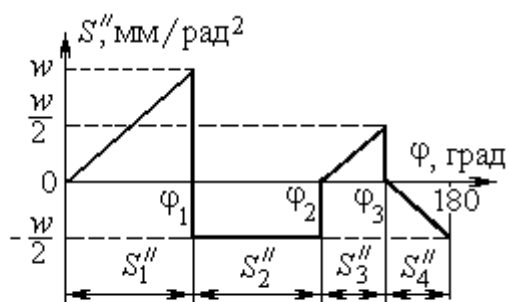
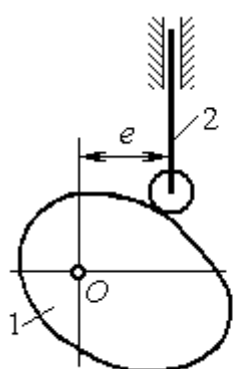
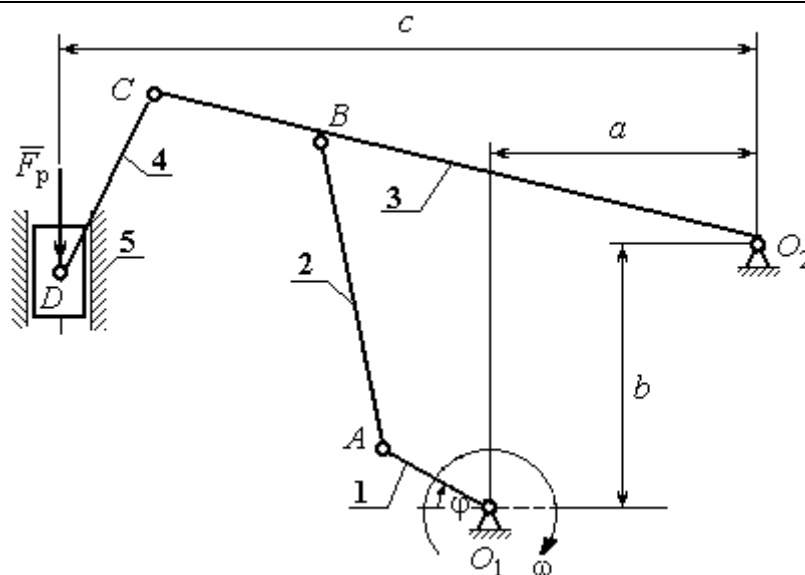
Варианты исходных данных задания № 4 приведены в табл. 2.4.

Таблица 2.4

**Варианты исходных данных механизма глубинного насоса
для варианта задания № 4**

Параметры	Обозначение	Варианты исходных данных									
		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Размеры звеньев механизма и характерные расстояния, м	O_1A	0,09	0,11	0,15	0,1	0,12	0,17	0,13	0,14	0,16	0,095
	AB	0,6	0,72	0,7	0,7	0,7	0,55	0,8	0,70	0,65	0,9
	O_2B	0,38	0,47	0,5	0,4	0,5	0,5	0,6	0,8	0,7	0,8
	O_2C	0,2	0,7	0,5	0,45	0,35	0,5	0,5	0,55	0,75	0,6
	CD	0,6	0,8	0,85	0,6	0,65	0,8	1,5	1,55	1,75	1,6
	a	0,45	0,43	0,5	0,36	0,5	0,5	0,5	0,6	0,7	0,65
	b	0,46	0,63	0,6	0,45	0,66	0,6	0,5	0,55	0,7	0,8
Угол поворота кривошипа, град	φ	180	210	0	165	150	253	30	45	60	120
Частота вращения кривошипа, об/мин	n	140	130	180	70	150	200	100	110	160	190
Массы звеньев механизма, кг	m_2	38	24	14	22	27	20	23	26	29	30
	m_3	35	52	34	40	47	40	33	37	41	44
	m_4	33	30	36	28	34	40	43	47	49	51
	m_5	35	36	20	32	30	20	44	49	51	60
Моменты инерции звеньев относительно центров масс, кг·м ²	J_1	0,22	0,1	0,14	0,2	0,1	0,15	0,1	0,2	0,3	0,4
	J_2	1,1	0,83	0,5	1,2	0,9	0,75	0,8	0,9	0,6	0,4
	J_3	3,5	4,9	2,5	4	4,1	4,3	2,1	2,5	2,7	3,0
	J_4	2,1	2,0	2,3	1,6	2,2	2,4	3,0	3,5	3,9	4,4
Сила сопротивления, кН	F_p	3,0	1,26	1,44	1,68	2,17	2,16	3,0	4,8	5,1	6,1
Максимальный ход толкателя, мм	h	12	18	16	22	18	16	15	18	20	12
Границы фаз движения толкателя, рад	φ_1	60	85	75	80	65	90	85	68	82	92
	φ_2	100	125	100	115	100	125	135	102	125	130
	φ_3	160	165	145	160	150	160	170	162	162	170

Задание № 5. Вытяжной пресс



$$S''_{\max} = w$$

Вид законов аналога ускорения толкателя по фазам движения кулачка

1-й участок: $0 \leq \varphi \leq \varphi_1$. Линейный закон аналога ускорения.

2-й участок: $\varphi_1 \leq \varphi \leq \varphi_2$.

Ускорение постоянно.

3-й участок: $\varphi_2 \leq \varphi \leq \varphi_3$.

Линейный закон аналога ускорения.

4-й участок: $\varphi_3 \leq \varphi \leq 180^\circ$.

Линейный закон аналога ускорения

Рис. 2.5. Схема механизма вытяжного прессы
и закон изменения аналога ускорения смещённого роликового толкателя

Механизм **вытяжного прессы** состоит из кривошипа 1, шатунов 2 – 4 и ползуна (поршня) 5. Рабочий ход поршня снизу – вверх. Центры масс звеньев 2 – 4 находятся посередине их длин, звена 1 – в точке O_1 , звена 5 – в точке D . Сила сопротивления движению поршня 5 сохраняет постоянное значение F_p на протяжении всего рабочего хода. На холостом ходу сила сопротивления постоянна и составляет 10 % от номинальной.

Кулачковый механизм включает кулачок 1 и роликовый толкатель 2.

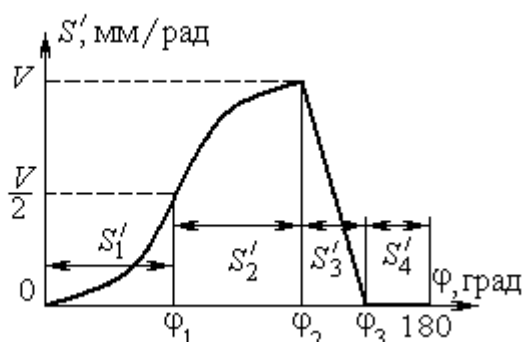
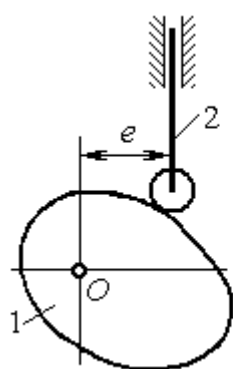
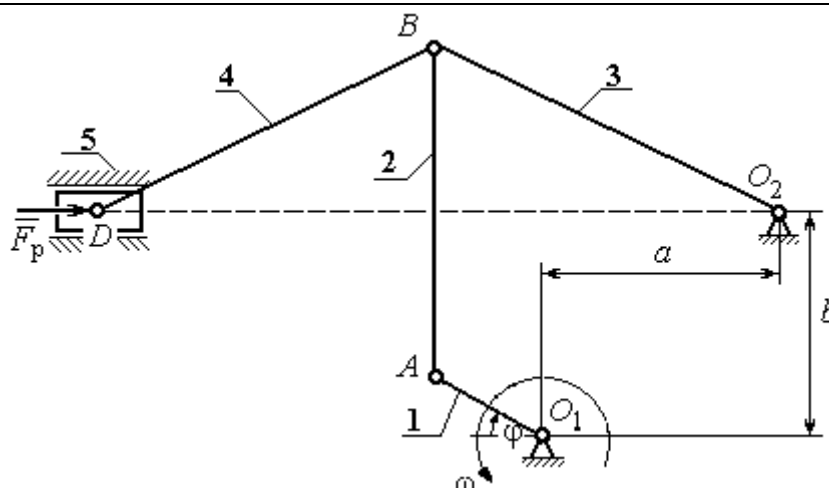
Линия движения толкателя отстоит от оси вращения кулачка O на расстояние e (дезаксиал). Закон изменения аналога ускорения толкателя в зависимости от угла поворота кулачка приведён на фазе подъёма кулачка, $0 \leq \varphi \leq 180^\circ$. График аналога ускорения толкателя на фазе опускания кулачка симметричен. Варианты исходных данных задания № 5 приведены в табл. 2.5.

Таблица 2.5

**Варианты исходных данных механизма вытяжного пресса
для варианта задания № 5**

Параметры	Обозначение	Варианты исходных данных									
		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Размеры звеньев механизма и характерные расстояния, м	O_1A	0,1	0,09	0,09	0,09	0,08	0,1	0,07	0,1	0,11	0,08
	AB	0,32	0,45	0,36	0,38	0,4	0,42	0,46	0,48	0,5	0,52
	O_2B	0,3	0,6	0,5	0,42	0,51	0,6	0,62	0,46	0,45	0,5
	O_2C	0,42	0,9	0,7	0,6	0,7	0,85	0,8	0,66	0,65	0,7
	CD	0,11	0,3	0,4	0,6	0,5	0,8	0,9	0,35	0,49	0,5
	a	0,16	0,35	0,45	0,44	0,56	0,62	0,6	0,64	0,68	0,66
	b	0,29	0,3	0,4	0,41	0,46	0,5	0,51	0,55	0,6	0,6
	c	0,41	0,7	0,6	0,56	0,65	0,75	0,8	0,62	0,6	0,65
Угол поворота кривошипа, град	φ	30	60	120	150	210	240	300	330	25	45
Частота вращения кривошипа, об/мин	n	40	65	50	55	60	165	70	75	285	150
Массы звеньев механизма, кг	m_2	30	7	8	9	10	12	11	14	12	11
	m_3	40	12	10	10	8	10	8	7	14	10
	m_4	15	5	6	4	7	8	9	6	4	5
	m_5	20	30	33	35	37	30	37	35	40	42
Моменты инерции звеньев относительно центров масс, кг·м ²	J_1	0,5	2,0	2,4	2,4	2,6	2,5	2,2	2,0	2,2	2,2
	J_2	0,2	0,10	0,20	0,21	0,24	0,28	0,29	0,31	0,33	0,35
	J_3	0,3	0,20	0,3	0,35	0,4	0,45	0,5	0,55	0,6	0,65
	J_4	0,1	0,10	0,12	0,14	0,16	0,18	0,2	0,22	0,24	0,26
Сила сопротивления, кН	F_p	36	36	40	41	39	37	34	32	36	42
Дезаксиал, мм	e	5	6	8	4	6	8	5	6	8	6
Максимальное значение аналога ускорения толкателя, мм/рад ²	w	8	12	14	10	15	8	6	10	12	16
Границы фаз движения толкателя, рад	φ_1	50	60	70	72	30	80	56	64	78	48
	φ_2	100	120	140	144	60	160	112	128	156	96
	φ_3	140	150	160	162	120	170	146	154	168	138

Задание № 6. Гайковырубной автомат



$$S'_{\max} = V$$

Вид законов аналога скорости толкателя по фазам движения кулачка

1-й участок: $0 \leq \varphi \leq \varphi_1$. Парабола с вершиной при $\varphi = 0$.

2-й участок: $\varphi_1 \leq \varphi \leq \varphi_2$. Парабола с вершиной при $\varphi = \varphi_2$.

3-й участок: $\varphi_2 \leq \varphi \leq \varphi_3$.
Линейный закон изменения аналога скорости.

4-й участок: $\varphi_3 \leq \varphi \leq 180^\circ$.

Скорости нет, $S'_4 = 0$

Рис. 2.6. Схема механизма гайковырубного автомата
и закон изменения аналога скорости смещённого роликового толкателя

Механизм **гайковырубного автомата** состоит из кривошипа 1, шатунов 2, 4, коромысла 3 и поршня (поршня) 5. Рабочий ход поршня слева – направо. Центры масс звеньев 2 – 4 находятся посередине их длин, кривошипа 1 – в точке O_1 , звена 5 – в точке D . Сила сопротивления движению поршня 5 сохраняет постоянное значение F_p на протяжении всего рабочего хода. На холостом ходу сила сопротивления постоянна и составляет 10 % от номинальной.

Кулачковый механизм включает кулачок 1 и роликовый толкатель 2.

Линия движения толкателя отстоит от оси вращения кулачка O на расстояние e (дезаксиал). Закон изменения аналога скорости толкателя в зависимости от угла поворота кулачка приведён на фазе подъёма кулачка, $0 \leq \varphi \leq 180^\circ$. График аналога скорости толкателя на фазе опускания кулачка симметричен.

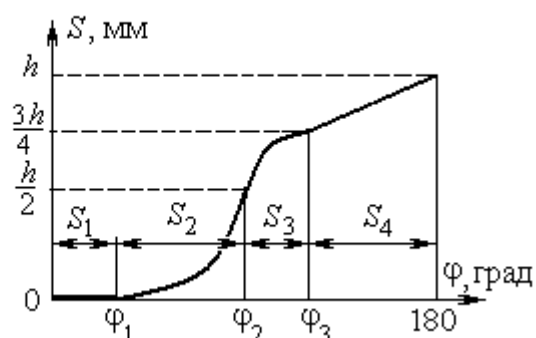
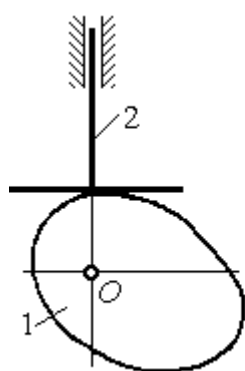
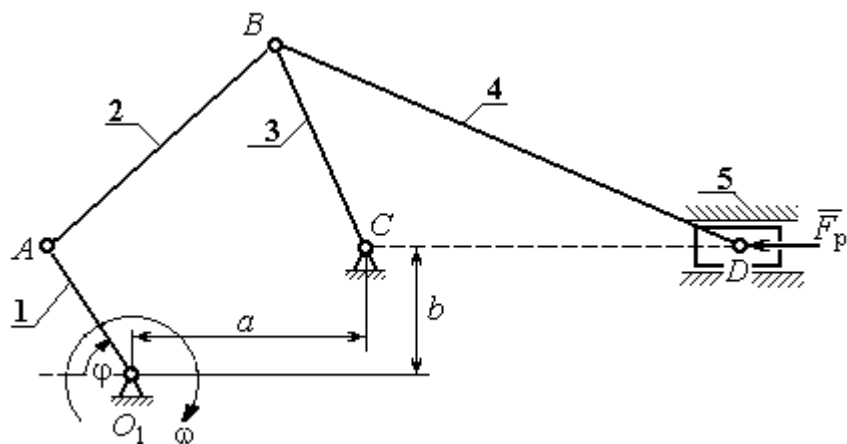
Варианты исходных данных задания № 6 приведены в табл. 2.6.

Таблица 2.6

**Варианты исходных данных механизма гайковырубного автомата
для варианта задания № 6**

Параметры	Обозначение	Варианты исходных данных									
		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Размеры звеньев механизма и характерные расстояния, м	O_1A	0,09	0,11	0,1	0,12	0,08	0,11	0,12	0,1	0,1	0,12
	AB	0,43	0,41	0,48	0,43	0,38	0,48	0,44	0,44	0,37	0,52
	O_2B	0,25	0,29	0,28	0,3	0,22	0,28	0,31	0,26	0,26	0,31
	BD	0,25	0,29	0,28	0,3	0,22	0,28	0,31	0,26	0,26	0,31
	a	0,24	0,27	0,27	0,29	0,21	0,27	0,3	0,25	0,25	0,29
	b	0,45	0,43	0,5	0,45	0,4	0,5	0,47	0,39	0,39	0,55
Угол поворота кривошипа, град	φ	30	45	60	120	150	210	240	300	305	25
Частота вращения кривошипа, об/мин	n	100	45	50	55	60	65	70	75	80	90
Массы звеньев механизма, кг	m_2	11	10	12	10	9	12	11	11	9	13
	m_3	15	17	16	20	13	18	19	16	16	18
	m_4	15	17	16	20	13	18	19	16	16	18
	m_5	60	62	56	70	46	65	67	57	58	63
Моменты инерции звеньев относительно центров масс, кг·м ²	J_1	1,2	1,4	1,6	1,0	0,9	1,5	1,3	1,1	1,0	1,3
	J_2	0,2	0,17	0,28	0,18	0,13	0,28	0,21	0,21	0,12	0,35
	J_3	0,09	0,14	0,12	0,18	0,08	0,14	0,18	0,11	0,11	0,17
	J_4	0,09	0,14	0,12	0,18	0,08	0,14	0,18	0,11	0,11	0,17
Сила сопротивления, кН	F_p	60	65	70	58	55	52	53	54	60	70
Дезаксиал, мм	e	6	5	8	6	4	8	5	6	8	4
Максимальное значение аналога скорости толкателя, мм/рад	V	15	10	12	18	16	20	18	15	16	20
Границы фаз движения толкателя, рад	φ_1	60	50	55	90	80	70	65	80	75	65
	φ_2	130	100	105	140	145	120	140	150	140	130
	φ_3	170	160	165	170	165	155	170	175	145	160

Задание № 7. Качающийся конвейер



$$S_{\max} = h$$

Вид законов движения толкателя по фазам движения кулачка

1-й участок: $0 \leq \varphi \leq \varphi_1$.

Движения нет, $S_1 = 0$.

2-й участок: $\varphi_1 \leq \varphi \leq \varphi_2$.

Парабола с вершиной при $\varphi = \varphi_1$.

3-й участок: $\varphi_2 \leq \varphi \leq \varphi_3$.

Парабола с вершиной при $\varphi = \varphi_3$.

4-й участок: $\varphi_3 \leq \varphi \leq 180^\circ$.

Линейный закон движения

Рис. 2.7. Схема механизма качающегося конвейера и закон движения плоского центрального толкателя

Механизм **качающегося конвейера** состоит из кривошипа 1, шатунов 2, 4, коромысла 3 и ползуна (поршня) 5. Рабочий ход поршня слева – направо. Центры масс звеньев 2 – 4 находятся посередине их длин, кривошипа 1 – в точке O_1 , звена 5 – в точке D . Сила сопротивления движению поршня 5 сохраняет постоянное значение F_p на протяжении всего рабочего хода. На холостом ходу сила сопротивления постоянна и составляет 10 % от номинальной.

Кулачковый механизм включает кулачок 1 и плоский толкатель 2. Линия движения толкателя проходит через ось вращения кулачка O . Закон изме-

нения перемещения толкателя в зависимости от угла поворота кулачка приведён на фазе подъёма кулачка, $0 \leq \varphi \leq 180^\circ$. График движения толкателя на фазе опускания кулачка симметричен.

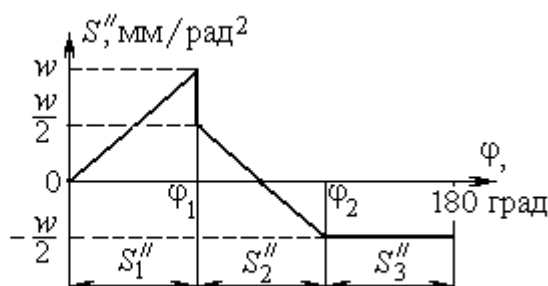
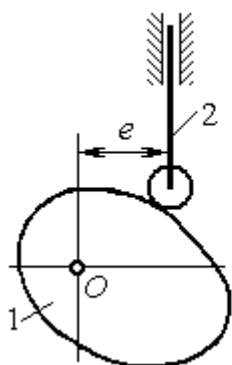
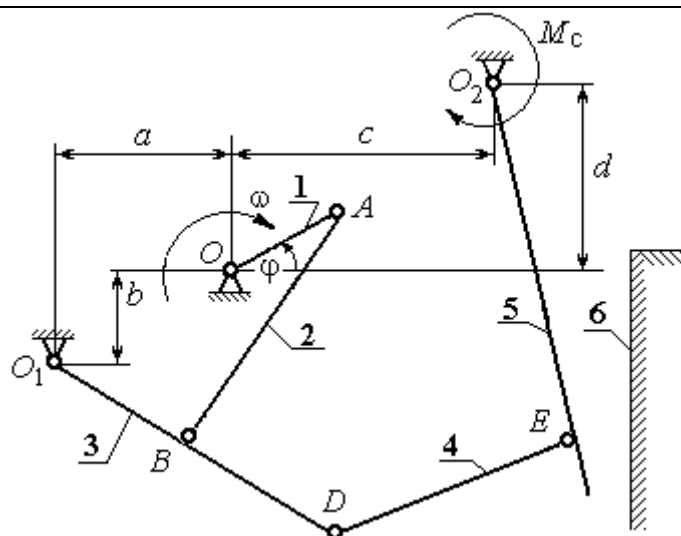
Варианты исходных данных задания № 7 приведены в табл. 2.7.

Таблица 2.7

**Варианты исходных данных механизма качающегося конвейера
для варианта задания № 7**

Параметры	Обозначение	Варианты исходных данных									
		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Размеры звеньев механизма и характерные расстояния, м	O_1A	0,1	0,09	0,1	0,11	0,12	0,14	0,1	0,12	0,14	0,12
	AB	0,38	0,38	0,46	0,42	0,46	0,28	0,45	0,55	0,53	0,45
	BC	0,32	0,3	0,33	0,35	0,39	0,35	0,4	0,4	0,45	0,38
	BD	1,3	1,4	1,5	1,4	1,5	1,6	1,5	1,5	1,6	1,5
	a	0,29	0,3	0,34	0,32	0,33	0,32	0,35	0,41	0,4	0,35
	b	0,05	0,06	0,06	0,05	0,06	0,04	0,05	0,07	0,07	0,06
Угол поворота кривошипа, град	φ	25	45	60	115	135	150	210	245	290	300
Частота вращения кривошипа, об/мин	n	80	60	68	73	70	63	63	79	74	50
Массы звеньев механизма, кг	m_2	20	20	21	20	20	25	20	22	25	20
	m_3	90	80	90	100	85	100	90	95	100	90
	m_4	400	400	450	500	500	500	400	450	500	450
	m_5	900	800	900	900	950	900	950	800	900	950
Моменты инерции звеньев относительно центров масс, кг·м ²	J_1	1,0	1,0	1,1	1,0	1,2	1,4	1,0	1,2	1,4	1,2
	J_2	1,0	1,0	1,1	1,0	1,2	1,4	1,0	1,2	1,4	1,2
	J_3	0,4	0,4	0,6	0,5	0,5	0,6	0,4	0,5	0,6	0,5
	J_4	40	40	42	35	40	38	42	45	35	45
Сила сопротивления, кН	F_p	4,0	5,0	6,0	7,0	8,0	9,0	10,0	11,0	12,0	13,0
Максимальный ход толкателя, мм	h	15	18	12	20	22	18	16	21	18	15
Границы фаз движения толкателя, рад	φ_1	20	25	30	22	18	25	15	25	16	18
	φ_2	65	80	90	75	95	80	65	92	85	95
	φ_3	130	120	140	110	155	140	130	142	150	130

Задание № 8. Щековая дробилка



$$S''_{\max} = w$$

Вид законов аналога ускорения толкателя по фазам движения кулачка

1-й участок: $0 \leq \varphi \leq \varphi_1$. Линейный закон аналога ускорения.

2-й участок: $\varphi_1 \leq \varphi \leq \varphi_2$.

Линейный закон аналога ускорения.

3-й участок: $\varphi_2 \leq \varphi \leq 180^\circ$.

Ускорение постоянно

Рис. 2.8. Схема механизма щековой дробилки
и закон изменения аналога ускорения смещённого роликового толкателя

Механизм **щековой дробилки** состоит из кривошипа 1, шатуна 2, коромысла 3, тяги 4, подвижной щеки 5 и неподвижной щеки 6. Рабочий ход подвижной щеки слева – направо. Центр масс кривошипа 1 – в точке O_1 . У звеньев 2 – 5 центры масс находятся посередине их длин. Момент сил сопротивления движению подвижной щеки 5 сохраняет постоянное значение M_C на протяжении всего рабочего хода. На холостом ходу щеки момент сил сопротивления постоянный и составляет 10 % от номинального.

Кулачковый механизм включает кулачок 1 и роликовый толкатель 2. Линия движения толкателя отстоит от оси вращения кулачка O на расстояние e (дезаксиал). Закон изменения аналога ускорения толкателя в зависимости от

угла поворота кулачка приведён на фазе подъёма кулачка, $0 \leq \varphi \leq 180^\circ$. График аналога ускорения толкателя на фазе опускания кулачка симметричен.

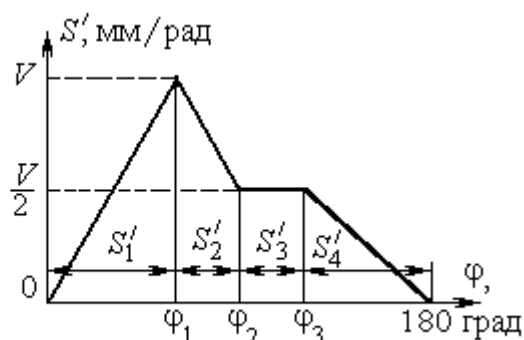
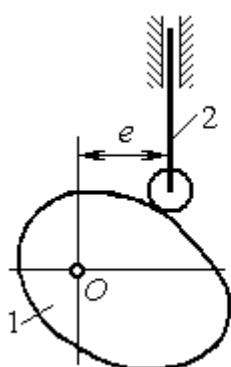
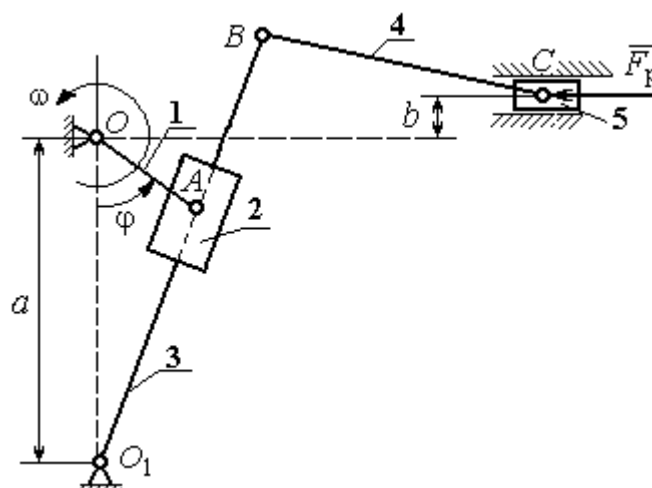
Варианты исходных данных задания № 8 приведены в табл. 2.8.

Таблица 2.8

**Варианты исходных данных механизма щековой дробилки
для варианта задания № 8**

Параметры	Обозначение	Варианты исходных данных									
		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Размеры звеньев механизма и характерные расстояния, м	OA	0,11	0,1	0,15	0,07	0,15	0,08	0,1	0,15	0,12	0,07
	AB	0,8	0,9	0,75	0,6	0,9	0,7	0,45	0,9	0,8	0,65
	O_1B	0,45	0,5	0,6	0,3	0,6	0,6	0,5	0,6	0,6	0,3
	BD	0,2	0,15	0,2	0,3	0,1	0,15	0,25	0,15	0,2	0,2
	O_2E	0,8	0,85	1,2	0,9	1,15	1,0	0,8	1,2	1,0	0,75
	DE	0,6	0,55	0,6	0,4	0,7	0,35	0,3	0,65	0,3	0,45
	a	0,45	0,5	0,4	0,3	0,3	0,4	0,5	0,4	0,4	0,3
	b	0,55	0,6	0,5	0,4	0,5	1,0	0,5	0,5	1,0	0,4
	c	0,4	0,35	0,6	0,3	0,6	0,4	0,25	0,6	0,5	0,3
	d	0,12	0,15	0,3	0,4	0	0,2	0,2	0	0,1	0,2
Угол поворота кривошипа, град	φ	20	30	45	60	115	145	215	240	295	330
Частота вращения кривошипа, об/мин	n	160	190	150	250	170	200	200	140	240	240
Массы звеньев механизма, кг	m_2	55	50	45	40	48	40	35	55	50	40
	m_3	30	25	30	15	30	30	25	30	35	30
	m_4	30	27	30	20	35	18	15	33	15	22
	m_5	90	85	120	110	100	80	120	100	75	100
Моменты инерции звеньев относительно центров масс, $\text{кг} \cdot \text{м}^2$	J_1	0,23	0,25	0,35	0,2	0,3	0,2	0,25	0,35	0,2	0,24
	J_2	0,8	4,0	3,4	1,6	3,9	1,9	0,7	4,5	3,2	1,7
	J_3	0,9	0,6	1,1	0,14	1,1	1,1	0,5	1,1	0,26	0,14
	J_4	0,9	0,82	1,0	0,32	1,7	0,22	0,14	1,4	0,15	0,45
	J_5	6,3	6,1	17,3	7,3	14,5	10,0	5,1	17,3	10,0	4,2
Момент сил сопротивления, $\text{кН} \cdot \text{м}$	M_C	4	8	30	9	20	10	7	35	2	15
Дезаксиал, мм	e	6	5	8	6	7	8	6	5	8	7
Максимальное значение аналога ускорения толкателя, $\text{мм}/\text{рад}^2$	w	8	6	10	12	8	15	6	8	12	10
Границы фаз движения толкателя, рад	φ_1	60	40	54	65	75	50	42	74	58	78
	φ_2	120	140	126	115	105	130	138	106	122	102

Задание № 9. Кулисный конвейер



$$S'_{\max} = V$$

Вид законов аналога скорости толкателя по фазам движения кулачка

1-й участок: $0 \leq \varphi \leq \varphi_1$.

Линейный закон изменения аналога скорости.

2-й участок: $\varphi_1 \leq \varphi \leq \varphi_2$.

Линейный закон изменения аналога скорости.

3-й участок: $\varphi_2 \leq \varphi \leq \varphi_3$.

Скорость постоянная.

4-й участок: $\varphi_3 \leq \varphi \leq 180^\circ$.

Линейный закон изменения аналога скорости

Рис.2.9. Схема механизма кулисного конвейера
и закон изменения аналога скорости смещённого роликового толкателя

Механизм **кулисного конвейера** состоит из кривошипа 1, кулисного камня 2, кулисы 3, шатуна 4 и ползуна (поршня) 5. Рабочий ход поршня слева – направо. Центры масс звеньев 2 – 4 находятся посередине их длин, кривошипа 1 – в точке O , звена 5 – в точке C . Сила сопротивления движению поршня 5 сохраняет постоянное значение F_p на протяжении всего рабочего хода. На холостом ходу сила сопротивления постоянна и составляет 10 % от номинальной.

Кулачковый механизм включает кулачок 1 и роликовый толкатель 2. Линия движения толкателя отстоит от оси вращения кулачка O на расстояние e

(дезаксиал). Закон изменения аналога скорости толкателя в зависимости от угла поворота кулачка приведён на фазе подъёма кулачка, $0 \leq \varphi \leq 180^\circ$. График аналога скорости толкателя на фазе опускания кулачка симметричен.

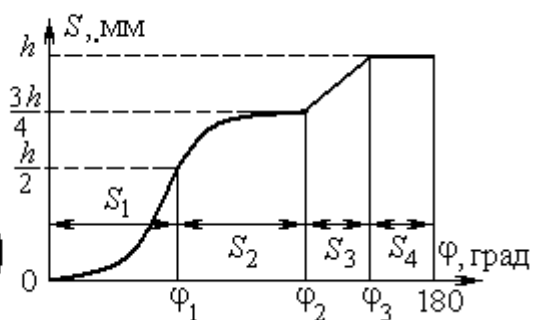
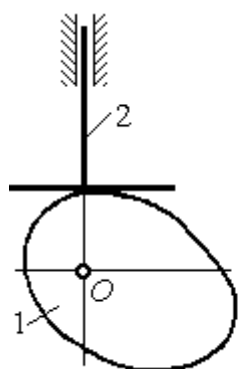
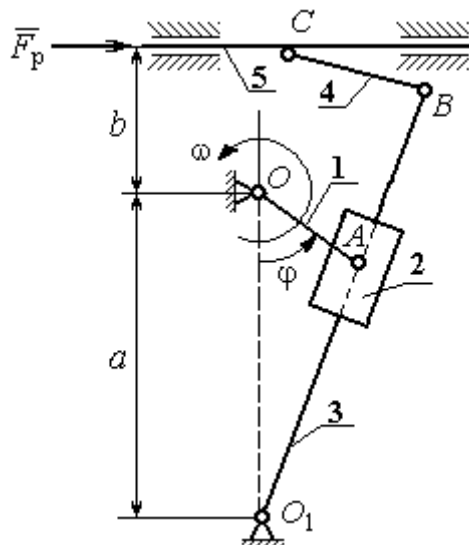
Варианты исходных данных задания № 9 приведены в табл. 2.9.

Таблица 2.9

**Варианты исходных данных механизма кулисного конвейера
для варианта задания № 9**

Параметры	Обозначение	Варианты исходных данных									
		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Размеры звеньев механизма и характерные расстояния, м	OA	0,17	0,08	0,1	0,12	0,09	0,11	0,13	0,14	0,15	0,16
	O_1B	1,5	0,8	1,0	1,2	0,9	1,1	1,3	1,4	1,25	1,45
	BC	2,1	1,8	1,9	2,0	1,75	1,65	1,45	1,5	1,85	1,95
	a	0,9	0,6	0,8	0,9	0,6	0,6	0,7	1,0	0,95	1,1
	b	0,28	0,05	0,07	0,08	0,09	0,1	0,055	0,065	0,06	0,065
Угол поворота кривошипа, град	φ	300	20	30	45	60	110	120	150	210	240
Частота вращения кривошипа, об/мин	n	190	100	110	120	130	140	150	160	170	180
Массы звеньев механизма, кг	m_2	14	5	6	7	8	9	10	11	12	13
	m_3	28	10	12	14	16	18	20	22	24	26
	m_4	32	14	16	18	20	22	24	26	28	30
	m_5	280	100	120	140	160	180	200	220	240	260
Моменты инерции звеньев относительно центров масс, кг·м ²	J_1	3,0	1	2	3	4	4,5	3,6	4,7	2,8	2,9
	J_2	0,65	0,6	0,4	0,3	0,5	0,7	0,8	0,35	0,45	0,55
	J_3	6,0	1,5	2,0	2,5	3,0	3,5	4,0	4,5	5,0	5,5
	J_4	1,5	2,0	2,5	3,5	4,5	5,0	3,0	4,0	6,0	6,5
Сила сопротивления, кН	F_p	14	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Дезаксиал, мм	e	8	10	6	12	9	7	10	8	12	6
Максимальное значение аналога скорости толкателя, мм/рад	V	15	18	12	18	20	16	15	12	18	20
Границы фаз движения толкателя, рад	φ_1	60	55	65	75	80	85	90	75	80	95
	φ_2	100	95	110	120	125	140	130	135	145	150
	φ_3	120	105	120	130	140	145	145	150	155	160

Задание № 10. Стругальный станок



$$S_{\max} = h$$

Вид законов движения толкателя по фазам движения кулачка

1-й участок: $0 \leq \varphi \leq \varphi_1$.

Парабола с вершиной при $\varphi = 0$.

2-й участок: $\varphi_1 \leq \varphi \leq \varphi_2$. Парабола с вершиной при $\varphi = \varphi_2$.

3-й участок: $\varphi_2 \leq \varphi \leq \varphi_3$. Линейный закон движения.

4-й участок: $\varphi_3 \leq \varphi \leq 180^\circ$.

Движения нет, $S_4 = h$

Рис. 2.10. Схема механизма строгального станка
и закон движения центрального плоского толкателя

Механизм **строгального станка** состоит из кривошипа 1, кулисного камня 2, кулисы 3, шатуна 4 и резца (вместе с суппортом) 5. Рабочий ход резца справа – налево. Центры масс звеньев 2 – 4 находятся посередине их длин, кривошипа 1 – в точке O , резца 5 – в точке C . Сила сопротивления движению резцу 5 сохраняет постоянное значение F_p на протяжении всего рабочего хода. На холостом ходу сила сопротивления постоянна и составляет 10 % от номинальной.

Кулачковый механизм включает кулачок 1 и плоский толкатель 2. Линия движения толкателя проходит через ось вращения кулачка O . Закон изменения перемещения толкателя в зависимости от угла поворота кулачка приведён на фазе подъёма кулачка, $0 \leq \varphi \leq 180^\circ$. График движения толкателя на фазе опускания кулачка симметричен.

Варианты исходных данных задания № 0 приведены в табл. 2.10.

Таблица 2.10

**Варианты исходных данных механизма кулисного конвейера
для варианта задания № 0**

Параметры	Обозначение	Варианты исходных данных									
		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Размеры звеньев механизма и характерные расстояния, м	OA	0,06	0,07	0,08	0,09	0,1	0,11	0,12	0,13	0,14	0,15
	O_1B	1,35	1,45	1,6	1,6	1,8	1,55	1,45	1,75	1,45	1,4
	BC	0,5	0,6	0,7	0,8	0,45	0,35	0,55	0,65	0,75	0,8
	a	0,8	0,85	0,9	0,95	1,05	0,75	0,65	0,85	1,1	1,2
	b	0,7	0,8	0,85	0,9	0,95	0,95	0,95	1,05	0,6	0,5
Угол поворота кривошипа, град	φ	20	35	60	75	120	150	210	240	295	330
Частота вращения кривошипа, об/мин	n	120	130	140	150	160	170	180	190	110	100
Массы звеньев механизма, кг	m_2	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
	m_3	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
	m_4	6	7	8	9	10	11	12	13	14	5
	m_5	25	28	30	32	35	37	40	43	45	49
Моменты инерции звеньев относительно центров масс, кг·м ²	J_1	1	1,2	1,3	1,4	1,6	1,8	1,9	2,1	2,2	2,3
	J_2	0,2	0,25	0,3	0,35	0,1	0,15	0,18	0,22	0,26	0,32
	J_3	3	3,5	4	4,5	5	5,5	6	6,5	7	7,5
	J_4	1,1	1,3	1,5	1,6	1,7	1,8	1,9	2,1	2,2	2,3
Сила сопротивления, кН	F_p	6	5	4	4,5	5,5	6,5	7,5	8,5	9,5	10
Максимальный ход толкателя, мм	h	20	22	18	25	20	24	18	22	18	16
Границы фаз движения толкателя, рад	φ_1	60	65	75	70	85	80	65	90	85	65
	φ_2	130	123	140	150	135	125	130	130	135	145
	φ_3	150	150	160	165	160	140	165	170	165	170

3. ПРИМЕР ВЫПОЛНЕНИЯ КУРСОВОЙ РАБОТЫ

Рассмотрим последовательность выполнения курсовой работы на примере условной схемы пятизвенного плоского механизма и кулачкового механизма с центральным плоским толкателем (рис. 3.1).

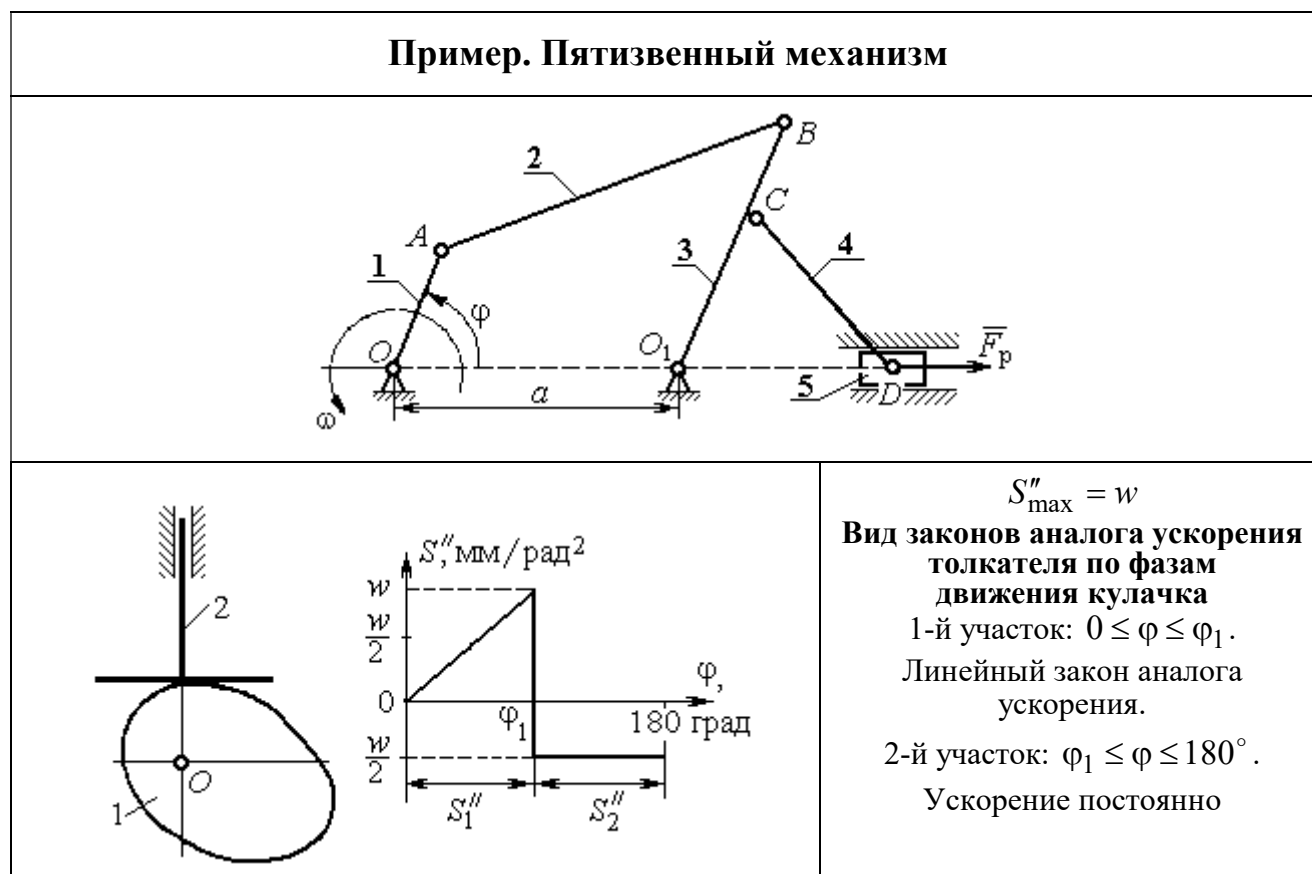


Рис. 3.1. Схема пятизвенного механизма
и закон изменения аналога ускорения центрального плоского толкателя

Механизм состоит из кривошипа 1, шатуна 2, коромысла 3, шатуна 4 и ползуна 5. Центр масс кривошипа расположен на оси вращения, в точке O , центры масс линейных звеньев – посередине их длин. Рабочий ход ползуна справа – налево. Сила сопротивления движению ползуна на протяжении рабочего хода равна F_p . На холостом ходу сила сопротивления составляет 10 % от номинального значения.

Кулачковый механизм включает кулачок 1 и плоский толкатель 2. Линия движения толкателя проходит через ось вращения кулачка O . Закон изме-

нения перемещения толкателя в зависимости от угла поворота кулачка приведён на фазе подъёма кулачка, $0 \leq \varphi \leq 180^\circ$. График движения толкателя на фазе опускания кулачка симметричен.

Данные для кинематического и динамического расчёта механизма и синтеза кулачкового механизма приведены в табл. 3.1 – 3.3.

Таблица 3.1

Кинематические характеристики механизма

Размеры звеньев механизма						Угол поворота кривошипа, φ , град	Частота вращения кривошипа, n , об/мин
a , м	OA , м	AB , м	O_1C , м	BC , м	CD , м		
0,4	0,1	0,4	0,15	0,15	0,5	90	95,5

Таблица 3.2

Параметры динамического расчёта

Массы звеньев, кг					Моменты инерции звеньев, $\text{кг} \cdot \text{м}^2$				Сила полезного сопротивления, кН
m_1	m_2	m_3	m_4	m_5	J_{O1}	J_{S2}	J_{O13}	J_{S4}	F_p
5	40	30	50	10	1	2	1	3	16,045

Таблица 3.3

Параметры движения толкателя

Максимальное значение аналога ускорения толкателя, мм/рад^2	Границы фаз движения толкателя, град
w	φ_1
40	90

3.1. Структурный анализ механизма

В рассматриваемом механизме 5 подвижных звеньев и 7 кинематических пар (рис. 3.2, *a*):

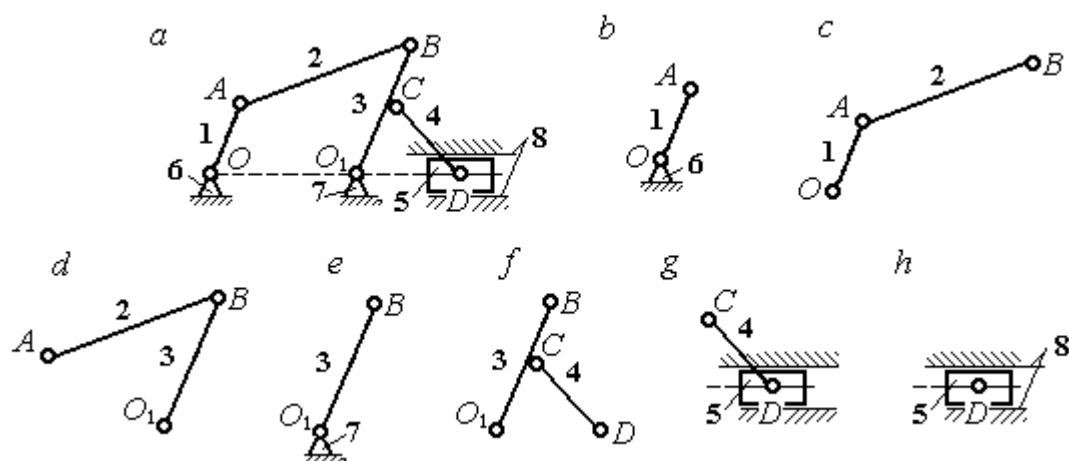


Рис. 3.2. Кинематические пары механизма:

a – схема механизма; *b* – *h* – звенья, составляющие кинематические пары

- вращательная кинематическая пара O (рис. 3.2, *b*) низшего типа 5-го класса образуется неподвижной стойкой 6 и кривошипом 1;
- вращательная кинематическая пара A (рис. 3.2, *c*) низшего типа 5-го класса образуется кривошипом 1 и шатуном 2;
- вращательная кинематическая пара B (рис. 3.2, *d*) низшего типа 5-го класса образуется шатуном 2 и коромыслом 3;
- вращательная кинематическая пара O_1 (рис. 3.2, *e*) низшего типа 5-го класса образуется коромыслом 3 и стойкой 7;
- вращательная кинематическая пара C (рис. 3.2, *f*) низшего типа 5-го класса образуется коромыслом 3 и шатуном 4;
- вращательная кинематическая пара D (рис. 3.2, *g*) низшего типа 5-го класса образуется шатуном 4 и ползуном 5;
- поступательная кинематическая пара D_1 (рис. 3.2, *h*) низшего типа 5-го класса образуется ползуном 5 и направляющими 8.

Высших кинематических пар в данном механизме нет, так как соединение всех звеньев осуществляется по поверхности.

Степень подвижности плоского механизма определяется по формуле П. Л. Чебышева: $W = 3n - 2p_5 = 3 \cdot 5 - 2 \cdot 7 = 1$, где $n = 5$ – число подвижных звеньев механизма; $p_5 = 7$ – число кинематических пар 5-го класса. Следовательно, механизм имеет одно ведущее звено.

В рассматриваемом механизме можно выделить две группы Ассура и начальное звено (рис. 3.3):

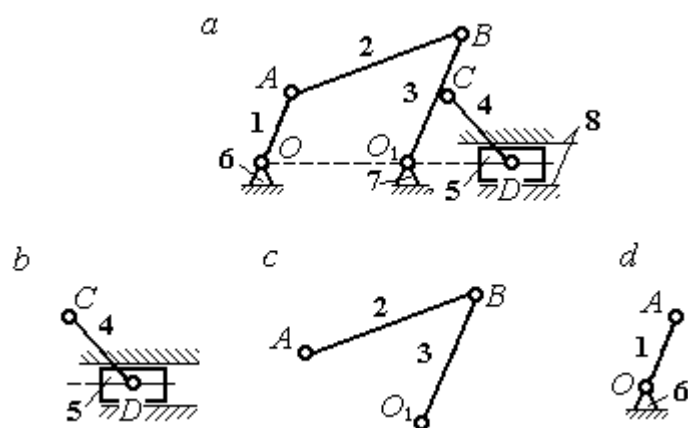


Рис. 3.3. Группы Ассура механизма:
a – схема механизма; *b*, *c* – группы Асура; *d* – начальное звено

– группа звеньев, состоящая из шатуна 4 и ползуна 5, является группой Ассура II класса, второго вида (ползун – поводок) (рис. 3.3, *b*);

– группа звеньев, состоящая из коромысла 3 и шатуна 2, является группой Ассура II класса, первого вида (двухповодковая группа) (рис. 3.3, *c*);

– кривошип 1 вместе со стойкой 6 образуют начальное звено или начальный механизм I класса (рис. 3.3, *d*).

Схема образования механизма группами Ассура:

$$(1) \rightarrow (2,3) \rightarrow (4,5).$$

К первому (ведущему) звену присоединяется группа Ассура, состоящая

из звеньев 2 и 3, образуя раму, имеющую ту же степень подвижности, что и исходный механизм. К группе Ассура, состоящей из звеньев 2 и 3, присоединяется группа Ассура, состоящая из звеньев 4 и 5. При этом степень подвижности образованного механизма не увеличивается.

Представленный механизм включает начальный механизм I класса и две группы Ассура II класса, в результате чего является механизмом II класса.

Результаты структурного анализа механизма приводятся в табл. 3.4 – 3.5.

Таблица 3.4

Анализ кинематических пар

Обозначение кинематической пары	<i>O</i>	<i>A</i>	<i>B</i>	<i>O</i> ₁	<i>C</i>	<i>D</i>	<i>D</i> ₁
Звенья, образующие пару	1 – 6	1 – 2	2 – 3	3 – 7	3 – 4	4 – 5	5 – 8
Наименование пары	Вращательная, низшая						Поступательная, низшая
Класс пары	5-й класс						

Таблица 3.5

Анализ групп Ассура

Группы Ассура	4 – 5	2 – 3	1
Наименование группы Ассура	Ползун–поводок	Двухповодковая	Начальное звено
Класс групп Ассура	II класс	II класс	I класс
Класс механизма	Механизм II класса		

3.2. Построение плана механизма

Построение плана механизма начинается с определения масштабного коэффициента длины. Выберем для плана механизма стандартный масштаб, например 1:4. Масштаб выбирается таким образом, чтобы длина самого большого звена механизма на чертеже не превышала 100 – 150 мм. Так, при масштабе 1:4 длина отрезка l_{CD} , изображающего на чертеже звено CD (с максимальной

среди всех звеньев длиной 0,5 м), составит: $l_{CD} = \frac{0,5}{4} = 0,125 \text{ м} = 125 \text{ мм}$ и на-

ходится в пределах допустимых границ длин. Масштабный коэффициент длины рассчитывается как отношение заданной длины звена к длине его изображения на чертеже: $k_l = \frac{0,5}{125} = 0,004 \frac{\text{м}}{\text{мм}}$.

Определяем длины звеньев на чертеже с учётом масштабного коэффициента:

$$\begin{aligned} l_{OA} &= \frac{OA}{k_l} = \frac{0,1}{0,004} = 25 \text{ мм}, & l_{CD} &= \frac{CD}{k_l} = \frac{0,5}{0,004} = 125 \text{ мм}, \\ l_{AB} &= \frac{AB}{k_l} = \frac{0,4}{0,004} = 100 \text{ мм}, & l_a &= \frac{a}{k_l} = \frac{0,4}{0,004} = 100 \text{ мм}, \\ l_{O_1C} &= \frac{O_1C}{k_l} = \frac{0,15}{0,004} = 37,5 \text{ мм}, & l_{BC} &= \frac{BC}{k_l} = \frac{0,15}{0,004} = 37,5 \text{ мм}. \end{aligned}$$

Порядок построения положения механизма таков:

1. Первоначально на чертеже фиксируем неподвижные точки O и O_1 . Поставим на свободном поле чертежа точку O_1 , затем, отложив расстояние a , поставим точку O_2 .

2. Радиусом l_{OA} проведём окружность, по которой будет перемещаться точка A , лежащая на кривошипе. Установим заданное положение кривошипа под углом $\varphi = 90^\circ$ и получим положение точки A (начальное положение и направление отсчёта угла показано на схеме механизма).

3. Из точки A проводим дугу радиусом l_{AB} , затем из точки O_1 дугу радиусом $l_{O_1B} = l_{O_1C} + l_{CB}$. В точке пересечения ставим точку B . Прямая линия, соединяющая точки A и B , определяет положение шатуна 2.

4. Из точки C , находящейся на середине коромысла 3, проводим дугу окружности радиусом l_{DC} до пересечения её с продолжением линии OO_1 . Точка пересечения D определяет положение ползуна 5.

План механизма насоса в масштабе 1: 4 показан на рис. 3.4.

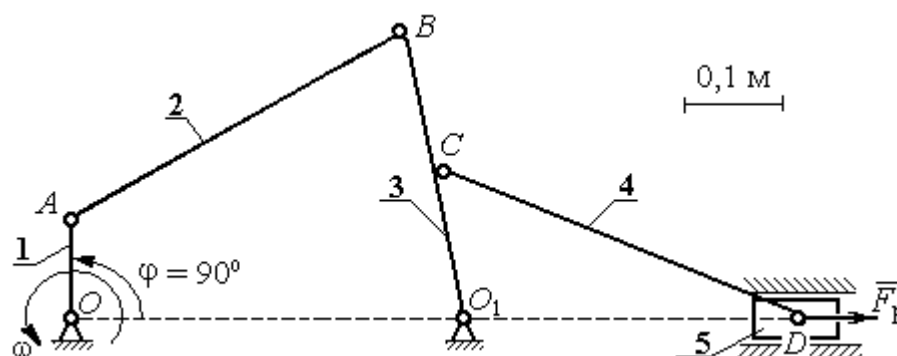


Рис. 3.4. План механизма насоса в масштабе 1:4

3.3. Построение плана скоростей механизма

Построение начинаем с определения модуля скорости точки A ведущего звена 1 – кривошипа.

Вычисляем угловую скорость кривошипа ω , рад/с, по заданной его частоте вращения n , об/мин: $\omega = \frac{\pi \cdot n}{30} = \frac{3,14 \cdot 95,5}{30} = 10$ рад/с. Вычисляем модуль скорости точки A кривошипа: $V_A = \omega \cdot O_1A = 10 \cdot 0,1 = 1$ м/с. Длину вектора скорости $\vec{V}_A$ точки A на плане скоростей принимаем равной 100 мм. Вычисляем масштаб плана скоростей: $k_v = \frac{V_A}{100} = \frac{1}{100} = 0,01$ (мм/с)/м.

Точка B принадлежит как звену AB (шатун 2), совершающему плоскопараллельное движение, так и звену O_1B (коромысло 3), вращающемуся вокруг неподвижного центра O_1 (рис. 3.4).

Скорость точки B звена AB равна векторной сумме скорости полюса, например точки A , и скорости точки B во вращательном движении звена AB по отношению к полюсу. Тогда для определения скорости точки B имеем первое векторное равенство $\vec{V}_B = \vec{V}_A + \vec{V}_{BA}$, где $\vec{V}_B$ – вектор скорости точки B ; $\vec{V}_A$ – вектор скорости точки A , известный по величине и направлению; $\vec{V}_{BA}$ – вектор

скорости точки B во вращательном движении звена AB по отношению к полюсу A . Известно, что вектор скорости $\vec{V}_{BA}$ перпендикулярен линии AB (рис. 3.5, a).

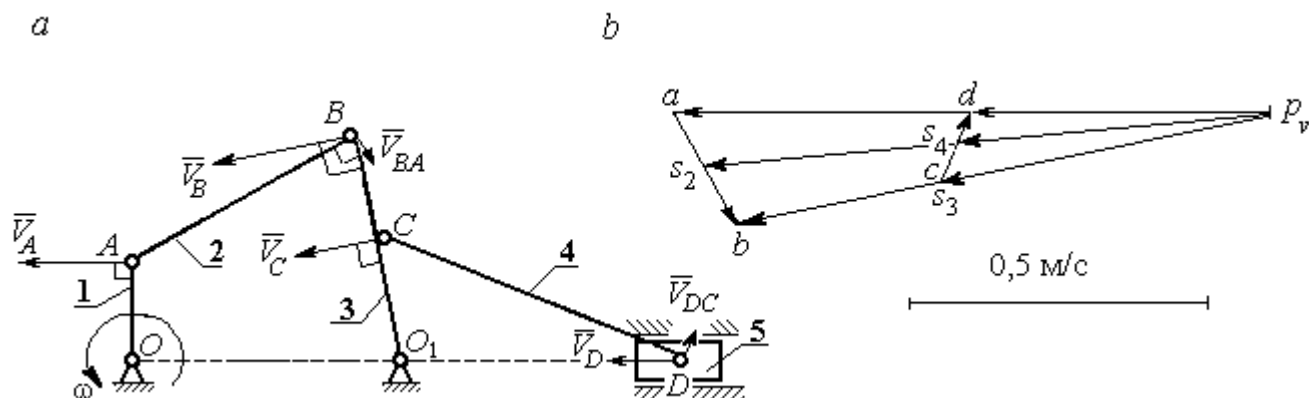


Рис. 3.5. План скоростей механизма:
 a – направления векторов скоростей точек механизма; b – план скоростей

Проведём построение векторов на плане скоростей (рис. 3.5, b). Выберем в качестве полюса плана скоростей точку p_v , которую изображаем на поле чертежа в удобном для построения месте. Изобразим вектор скорости $\vec{V}_A$. На плане механизма (см. рис. 3.5, a) вектор $\vec{V}_A$ перпендикулярен кривошипу O_1A и направлен в сторону его вращения. На плане скоростей вектор, изображающий скорость точки A , направляется из точки p_v параллельно $\vec{V}_A$. Длина вектора на чертеже в соответствии с масштабным коэффициентом равна 100 мм. В конце построенного вектора поставим точку a . Таким образом, вектор $\vec{V}_A$ на плане скоростей изображается горизонтальным отрезком $p_v a$ (см. рис. 3.5, b). Далее, из точки a направляем вектор $\vec{V}_{BA}$ перпендикулярно линии звена AB . Поскольку величина вектора $\vec{V}_{BA}$ неизвестна, найти вектор $\vec{V}_B$ из первого векторного уравнения не представляется возможным.

С другой стороны, в силу того, что точка B принадлежит звену O_1B , вращающемуся вокруг неподвижного центра O_1 , скорость точки B может быть найдена из второго векторного равенства: $\vec{V}_B = \vec{V}_{BO_1}$, где $\vec{V}_{BO_1}$ – вектор скорости

точки B при вращении звена BO_1 вокруг центра O_1 . Вектор $\vec{V}_{BO_1}$ (и, следовательно, вектор $\vec{V}_B$) перпендикулярен линии BO_1 (см. рис. 3.5, а).

Построим вектор $\vec{V}_B$ в соответствии со вторым векторным уравнением. Из него следует, что направление вектора $\vec{V}_B$ совпадает направлением вектора $\vec{V}_{BO_1}$, который перпендикулярен линии звена BO_1 . Проведём из полюса p_v линию, параллельную вектору $\vec{V}_B$ (перпендикулярную BO_1), до пересечения её с линией, вдоль которой направлен вектор $\vec{V}_{BA}$. Обозначим пересечение этих линий точкой b . Вектор, проведённый из полюса p_v в точку b , равен вектору скорости $\vec{V}_B$. Для определения модуля скорости точки B измерим длину отрезка $p_v b$ на плане скоростей (в мм) и умножим её на масштабный коэффициент плана скоростей. Получим: $V_B = p_v b \cdot k_v = 92 \cdot 0,01 = 0,92$ м/с.

Скорость V_{BA} точки B во вращательном движении звена AB вокруг полюса A найдём измерив длину отрезка ab на плане скоростей и умножив её на величину масштабного коэффициента: $V_{BA} = ab \cdot k_v$. Угловая скорость ω_2 звена AB определяется как отношение: $\omega_2 = \frac{V_{BA}}{BA} = \frac{ab \cdot k_v}{BA} = \frac{18 \cdot 0,01}{0,4} = 0,45$ рад/с. Уг-

ловая скорость ω_3 вращения коромысла BO_1 вокруг оси O_1 равна:

$$\omega_3 = \frac{V_B}{BO_1} = \frac{0,92}{0,3} = 3,06 \text{ рад/с.}$$

Точка C является серединой коромысла BO_1 . Вектор скорости $\vec{V}_C$ перпендикулярен линии BO_1 и по модулю равен: $V_C = \omega_3 \cdot CO_1 = 3,06 \cdot 0,15 = 0,46$ см/с.

Скорость точки C механизма направлена так же как скорость точки B , но по величине в два раза её меньше. На плане скоростей точке C механизма соответствует точка c , лежащая на середине отрезка $p_v b$, изображающего скорость точки B .

Величина и направление скорости $\vec{V}_D$ точки D (ползуна 5) находится с учётом плоскопараллельного движения звена CD на основании векторной формулы: $\vec{V}_D = \vec{V}_C + \vec{V}_{DC}$, где величина и направление вектора $\vec{V}_C$ скорости точки C определены на плане скоростей. Вектор $\vec{V}_{DC}$ скорости точки D при вращении звена CD вокруг полюса C направлен перпендикулярно звену CD . В соответствии с этим на плане скоростей (см. рис. 3.5, b) из точки c (конец вектора $\vec{V}_C$) проводим прямую, параллельную скорости $\vec{V}_{DC}$, (перпендикулярно линии CD) и, так как точка D (ползун 5) движется горизонтально, из полюса p_v проводим горизонтальную прямую, параллельную скорости $\vec{V}_D$. Точка d пересечения этих прямых на плане скоростей определяет конец вектора $\vec{V}_D$ (см. рис. 3.5, b). Измерим на чертеже расстояние $p_v d$ (44 мм) и, умножив его на масштабный коэффициент скоростей, получим модуль скорости точки D : $V_D = p_v d \cdot k_v = 44 \cdot 0,01 = 0,44$ м/с.

Угловая скорость звена 4 равна: $\omega_4 = \frac{V_{DC}}{DC}$, где скорость V_{DC} точки D . Измерим на чертеже расстояние dc ($dc = 8$ мм) и, умножив его на масштабный коэффициент скоростей получим скорость $V_{DC} = dc \cdot k_v = 8 \cdot 0,01 = 0,08$ м/с. Угловая скорость звена 4: $\omega_4 = \frac{V_{DC}}{DC} = \frac{dc \cdot k_v}{DC} = \frac{8 \cdot 0,01}{0,5} = 0,16$ рад/с.

Найдём скорости центров масс звеньев механизма. Полагая, что центры масс звеньев механизма расположены в середине соответствующих отрезков, отметим эти точки на плане скоростей. Так, для того, чтобы на плане скоростей найти скорость центра масс звена AB механизма, разделим пополам отрезок ab . Получим точку s_2 . Скорость центра масс звена AB равна расстоянию $p_v s_2$, умноженному на масштабный коэффициент, $V_{s_2} = p_v s_2 \cdot k_v = 96 \cdot 0,01 = 0,96$ м/с.

Аналогично, разделив пополам отрезки $p_v b$, cd на плане скоростей, получим точки s_3 , s_4 , которые определяют скорости центров масс, соответствен-

но, звена 3 (коромысла) и звена 4 (шатуна). Измерив нужные расстояния, получим: $V_{S_3} = p_{vs_3} \cdot k_v = 46 \cdot 0,01 = 0,46$ м/с, $V_{S_4} = p_{vs_4} \cdot k_v = 44 \cdot 0,01 = 0,44$ м/с.

Результаты расчётов скоростей центров масс звеньев механизма и угловых скоростей звеньев приведены в табл. 3.6.

Таблица 3.6

Абсолютные скорости центров масс и угловые скорости звеньев

Звено	AB	BO_1	CD	Ползун
Обозначение скорости центра масс звена	V_{S_2}	V_{S_3}	V_{S_4}	V_D
Величина скорости, м/с	0,96	0,46	0,44	0,44
Обозначение угловой скорости звена	ω_2	ω_3	ω_4	–
Величина угловой скорости, рад/с	0,45	3,06	0,16	–

3.4. Построение плана ускорений механизма

Для определения значений ускорений точек механизма и угловых ускорений его звеньев построим план ускорений.

Ведущее звено 1 – кривошип OA – движется с постоянной угловой скоростью. В этом случае касательное ускорение точки A равно нулю: $a_A^{\tau} = 0$. Полное ускорение $\vec{a}_A$ точки A совпадает с нормальным и направлено к оси вращения звена – точке O_1 (рис. 3.6, a). По величине ускорение точки A равно: $a_A = a_A^n = \omega_1^2 \cdot O_1A = 10^2 \cdot 0,1 = 10$ м/с².

Перед началом построения плана ускорений выберем масштабный коэффициент. Примем длину вектора ускорения точки A на плане ускорений равной 100 мм. В этом случае масштабный коэффициент ускорений:

$$k_a = \frac{a_A}{100} = \frac{10}{100} = 0,1 \text{ (м/с}^2\text{)/мм.}$$

Чертёж плана ускорений начинаем с построения ускорения точки A .

Из некоторой точки p_a , называемой полюсом плана ускорений и взятой на чертеже в произвольном месте (рис. 3.6, b), направим линию вертикально вниз параллельно направлению вектора $\vec{a}_A$ ускорения точки A кривоши-

па (рис. 3.6, *a*). С учётом масштабного коэффициента ускорений длина вектора ускорения точки *A* на чертеже 100 мм. В конце вектора поставим стрелку и точку *a* (см. рис. 3.6, *b*).

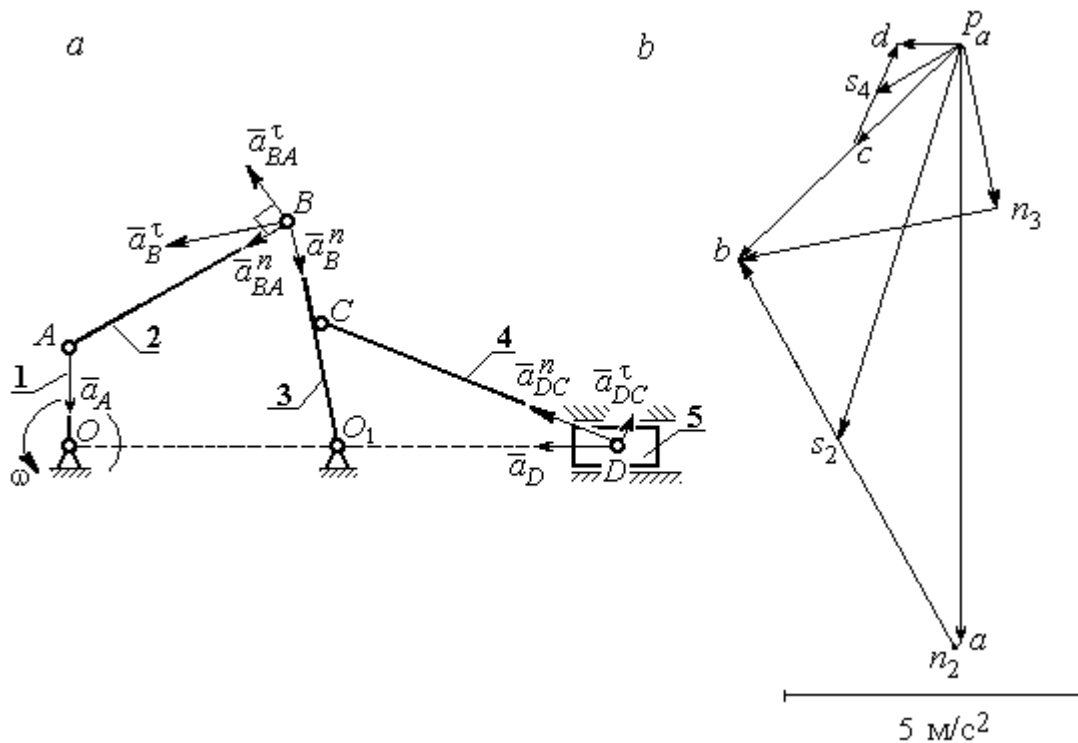


Рис. 3.6. План ускорений механизма:
a – направления векторов ускорений точек механизма; *b* – план ускорений

Ускорение точки *B* находим в соответствии с векторной формулой:
 $\vec{a}_B = \vec{a}_A + \vec{a}_{BA}^n + \vec{a}_{BA}^\tau$, где $\vec{a}_A$ – ускорение точки *A*, выбранной за полюс; $\vec{a}_{BA}^n$, $\vec{a}_{BA}^\tau$ – нормальная и касательная составляющие ускорения точки *B* во вращательном движении шатуна *AB* относительно полюса *A*.

Правило сложения векторов в векторной формуле следующее: к концу вектора, изображающего на чертеже ускорение $\vec{a}_A$, присоединяем вектор, изображающий ускорение $\vec{a}_{BA}^n$, а к его концу – вектор, изображающий ускорение $\vec{a}_{BA}^\tau$. Тогда вектор, проведённый из начала первого вектора в конец последнего, представляет собой сумму складываемых векторов.

Проведём необходимые построения для определения ускорения точки B . Модуль вектора $\vec{a}_{BA}^n$ – нормальной составляющей ускорения точки B при вращении шатуна AB вокруг полюса A равен: $a_{BA}^n = \omega_2^2 \cdot AB = 0,45^2 \cdot 0,4 = 0,08 \text{ м/с}^2$. На плане ускорений это будет отрезок длиной $\frac{a_{BA}^n}{k_a} = \frac{0,08}{0,1} = 0,8 \text{ мм}$. Отложим на чертеже из точки a (конец вектора $\vec{a}_A$) отрезок длиной 0,8 мм вдоль линии, параллельной вектору $\vec{a}_{BA}^n$ (см. рис. 3.6, a, b), в сторону, куда на плане механизма направлен этот вектор. В конце отрезка поставим точку n_2 . Отрезок an_2 на плане ускорений изображает нормальную составляющую $\vec{a}_{BA}^n$ ускорения точки B во вращательном движении шатуна AB относительно полюса A . Здесь следует заметить, что расчётная величина отрезка an_2 мала и точно показать его на чертеже невозможно. В расчётах можно считать, что вектор $\vec{a}_{BA}^n$ нормальной составляющей ускорения точки B и отрезок an_2 на плане ускорений равны нулю: $a_{BA}^n = 0$, $an_2 = 0$ и точка n_2 совпадает с точкой a . На рис. 3.6, b отрезок an_2 показан ненулевым только для того, чтобы сохранить правило последовательного построения суммы векторов.

Далее, из конца отрезка an_2 проведём линию, параллельную вектору $\vec{a}_{BA}^\tau$ (рис. 3.6, a), то есть перпендикулярно отрезку an_2 . Однако вычислить сумму этих векторов и получить ускорение точки B невозможно, так как величина касательного ускорения a_{BA}^τ неизвестна.

Воспользуемся тем, что точка B принадлежит звену 3 – коромыслу BO_1 , совершающему вращательное движение вокруг неподвижного центра O_1 . В этом случае полное ускорение точки B может быть представлено как сумма его нормальной и касательной составляющих: $\vec{a}_B = \vec{a}_B^n + \vec{a}_B^\tau$. Направления векторов $\vec{a}_B^n$ и $\vec{a}_B^\tau$ показаны на рис. 3.6, a . Величина нормальной составляющей ускоре-

ния: $a_B^n = \omega_3^2 \cdot O_1B = 3,06^2 \cdot 0,3 = 2,84 \text{ см/с}^2$. Относительно касательной составляющей $\vec{a}_B^\tau$ ускорения точки B известно только, что она направлена перпендикулярно BO_1 . Вычислим длину отрезка, изображающего на чертеже нормальную составляющую ускорения точки B , как отношение $\frac{a_B^n}{k_a} = \frac{2,84}{0,1} = 28,4 \text{ мм}$ и на чертеже отложим его из полюса p_a параллельно вектору $\vec{a}_B^n$. В конце отрезка поставим точку n_3 (см. рис. 3.6, *b*). По правилу сложения векторов из точки n_3 (конца отрезка $p_a n_3$, изображающего ускорение $\vec{a}_B^n$) проводим линию, параллельную вектору $\vec{a}_B^\tau$ (касательная составляющая ускорения точки B). Линия, параллельную вектору $\vec{a}_B^\tau$ перпендикулярна отрезку $p_a n_3$. Пересечение двух перпендикуляров (к отрезку $p_a n_3$ в точке n_3 и к отрезку $p_a n_2$ в точке n_2) обозначим точкой b . Отрезок, проведённый из полюса p_a в точку b , изображает на плане ускорений полное ускорение $\vec{a}_B$ точки B механизма. Величину ускорения точки B найдём, измерив на чертеже длину отрезка $p_a b$ и умножив его на масштабный коэффициент: $a_B = p_a b \cdot k_a = 52 \cdot 0,1 = 5,2 \text{ м/с}^2$.

Отрезок $n_3 b$ изображает на чертеже касательную составляющую ускорения $\vec{a}_B^\tau$ точки B . Измеряем длину отрезка $n_3 b$ ($n_3 b = 43 \text{ мм}$), тогда угловое ускорение звена 3 равно: $\varepsilon_3 = \frac{a_B^\tau}{BO_1} = \frac{n_3 b \cdot k_a}{BO_1} = \frac{43 \cdot 0,1}{0,3} = 14,3 \text{ рад/с}^2$. Угловое ускорение звена 2 находится аналогично. На чертеже измеряем отрезок $n_2 b$, который изображает ускорение $\vec{a}_{BA}^\tau$ ($n_2 b = 74 \text{ мм}$). Тогда угловое ускорение звена 2: $\varepsilon_2 = \frac{a_{BA}^\tau}{BA} = \frac{n_2 b \cdot k_a}{BA} = \frac{74 \cdot 0,1}{0,4} = 18,5 \text{ рад/с}^2$.

Точка C принадлежит звену 3, совершающему вращательное движение вокруг неподвижного центра O_1 . Так как точка C на плане механизма находится в середине звена BO_1 , величина ускорения точки C равна половине ускорения

точки B : $a_C = 2,6 \text{ м/с}^2$. Соответствующая ей точка c на плане ускорений находится на середине отрезка $p_a b$. Отрезок $p_a c$ изображает ускорение точки C

Ускорение точки D находим на основании векторной формулы: $\vec{a}_D = \vec{a}_C + \vec{a}_{DC}^n + \vec{a}_{DC}^\tau$, где $\vec{a}_C$ – ускорение точки C , выбранной за полюс; $\vec{a}_{DC}^n$, $\vec{a}_{DC}^\tau$ – нормальная и касательная составляющие ускорения точки D во вращательном движении шатуна DC относительно полюса C .

Заметим сразу, что величина вектора $\vec{a}_{DC}^n$ (нормальной составляющей ускорения точки D) очень мала: $a_{DC}^n = \omega_4^2 \cdot DC = 0,16^2 \cdot 0,5 = 0,01 \text{ м/с}^2$. На плане ускорений это будет отрезок, длиной $\frac{a_{DC}^n}{k_a} = \frac{0,01}{0,1} = 0,1 \text{ мм}$, который при выбранном масштабе построить точно невозможно. Можно считать, что вектор $\vec{a}_{DC}^n$ и соответствующий ему отрезок на плане ускорений равны нулю. В результате ускорение точки D находим из векторной формулы: $\vec{a}_D = \vec{a}_C + \vec{a}_{DC}^\tau$.

Ускорение $\vec{a}_D$ точки D ползуна на плане механизма направлено вдоль линии OO_1 . Это означает, что на плане ускорений ускорение точки D должно изображаться горизонтальным отрезком, исходящим из центра p_a .

Проведём необходимые построения. На плане ускорений (см. рис. 3.6, b) из точки c (конец вектора $\vec{a}_C$) проведём линию, параллельную вектору $\vec{a}_{DC}^\tau$, до пересечения её с горизонтальной прямой, идущей из полюса ускорений, вдоль которой направлен вектор ускорения точки D . Обозначим точку пересечения d . Отрезок прямой $p_a d$ изображает на плане ускорений ускорение точки D . Замеряем на чертеже длину отрезка $p_a d$ ($p_a d = 13 \text{ мм}$) и находим ускорение точки D : $a_D = p_a d \cdot k_a = 13 \cdot 0,1 = 1,3 \text{ м/с}^2$. Замеряем на плане ускорений длину отрезка cd , изображающего ускорение $\vec{a}_{DC}^\tau$ ($cd = 18 \text{ мм}$), и находим угловое ускорение звена 4: $\varepsilon_4 = \frac{a_{DC}^\tau}{DC} = \frac{cd \cdot k_a}{DC} = \frac{18 \cdot 0,1}{0,5} = 3,6 \text{ рад/с}^2$.

Определим ускорения центров масс звеньев механизма.

Разделим пополам отрезок ab на плане ускорений, обозначим середину отрезка точкой s_2 и соединим с полюсом p_a . Отрезок $p_a s_2$ изображает ускорение центра масс звена 2 – шатуна AB . Длина отрезка $p_a s_2 = 70$ мм. Ускорение центра масс звена 2: $a_{s2} = p_a s_2 \cdot k_a = 70 \cdot 0,1 = 7 \text{ м/с}^2$. Аналогично, точка s_4 , лежащая на середине отрезка cd , изображает центр масс звена 4 шатуна CD . Ускорение центра масс звена 4: $a_{s4} = p_a s_4 \cdot k_a = 18 \cdot 0,1 = 1,8 \text{ м/с}^2$. Ускорение центра масс звена 3 равно ускорению точки C : $a_{s3} = a_C = 2,6 \text{ м/с}^2$.

Все построения плана ускорений приведены на рис. 3.6.

Результаты вычислений ускорений центров масс звеньев, а также угловых ускорений звеньев механизма приводятся в табл. 3.7.

Таблица 3.7

Ускорения центров масс звеньев механизма и угловые ускорения звеньев

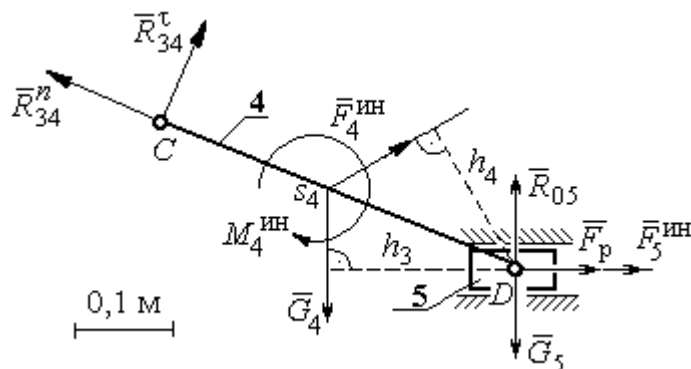
Звено	AB	BO_1	DC	Ползун
Обозначение ускорения центра масс звена	a_{s2}	a_{s3}	a_{s4}	a_D
Величина ускорения, м/с^2	7	2,6	1,8	1,3
Обозначение углового ускорения звена	ε_2	ε_3	ε_4	–
Величина углового ускорения, рад/с^2	18,5	14,3	3,6	–

3.5. Кинетостатический расчёт механизма

Разделение механизма на группы Ассура приведено на рис. 3.3. Изобразим группу Ассура, состоящую из звеньев 5 – 4, в масштабе 1:4 и приложим в соответствующих точках действующие силы (рис. 3.7).

Силу тяжести $\vec{G}_4$ и силу инерции $\vec{F}_4^{\text{ин}}$ прикладываем в точке s_4 – центре масс стержня CD . При этом сила тяжести $\vec{G}_4$ направлена вертикально вниз, а сила инерции $\vec{F}_4^{\text{ин}}$ направлена параллельно линии $p_a s_4$, обозначающей на плане ускорений (см. 3.6, b) направление ускорения центра масс стержня, в сторону, противоположную направлению вектора ускорения $\vec{a}_{s4}$.

В точке D – центре масс ползуна 5 – прикладываем силу тяжести $\vec{G}_5$, силу полезного сопротивления $\vec{F}_p$, направленную в сторону, противоположную



направлению вектора скорости ползуна, и силу инерции $\vec{F}_5^{\text{ин}}$, направленную в сторону, противоположную направлению вектора ускорения ползуна $\vec{a}_D$. Направления векторов скорости

Рис. 3.7. Силы, действующие на группу Асура 5–4

стей и ускорений показаны на рис. 3.5 – 3.6. Реакцию $\vec{R}_{05}$ стойки на ползун (0 – индекс стойки, 5 – индекс ползуна) изображаем перпендикулярно неподвижным направляющим.

Полную реакцию шарнирного соединения в точке C раскладываем на две составляющие: вдоль стержня CD – $\vec{R}_{34}^n$ и перпендикулярно ему – $\vec{R}_{34}^{\tau}$. Здесь первый нижний индекс в обозначении реакции означает, со стороны какого звена действует реакция, второй нижний – на какое звено.

Главный момент сил инерции, приложенный к 4 звену, обозначаем дуговой стрелкой $M_4^{\text{ин}}$, направленной в сторону, противоположную угловому ускорению стержня 4 (см. рис. 3.6).

В соответствии с принципом Д’Аламбера полученная система сил находится в равновесии. Составим уравнение равновесия в виде равенства нулю суммы моментов сил относительно точки D .

$$-R_{34}^{\tau} \cdot CD + G_4 h_3 - F_4^{\text{ин}} h_4 - M_4^{\text{ин}} = 0.$$

Способ построения плеч h_3 , h_4 сил $\vec{G}_4$ и $\vec{F}_4^{\text{ин}}$ показан на рис. 3.7.

Вычисляем модули сил и моментов сил инерции.

$$F_4^{\text{ин}} = m_4 a_{S4} = 50 \cdot 1,8 = 90 \text{ Н}, \quad F_5^{\text{ин}} = m_5 a_D = 10 \cdot 1,3 = 13 \text{ Н}.$$

$$M_4^{\text{ин}} = J_{S4} \varepsilon_4 = 3 \cdot 3,6 = 10,8 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

Вычисляем плечи сил. Длина звена CD равна 0,5 м. При масштабе 1:4 масштабный коэффициент длины выбран равным: $k_l = 0,004 \frac{\text{м}}{\text{мм}}$ (см. рис. 3.4).

На рис. 3.7 измеряем длины отрезков плеч сил (в мм) и умножаем их на масштабный коэффициент длины. Получим

$$h_3 = l_{h3} k_l = 61 \cdot 0,004 = 0,244 \text{ м}, \quad h_4 = l_{h4} k_l = 48 \cdot 0,004 = 0,192 \text{ м}.$$

Из уравнения равновесия находим силу R_{34}^τ :

$$R_{34}^\tau = \frac{G_4 h_3 - F_4^{\text{ин}} h_4 - M_4^{\text{ин}}}{CD} = \frac{490 \cdot 0,244 - 90 \cdot 0,192 - 10,8}{0,5} = 183 \text{ Н}.$$

Неизвестные силы R_{34}^n и R_5 находим из многоугольника сил, который строится согласно векторному уравнению:

$$\vec{F}_p + \vec{F}_5^{\text{ин}} + \vec{G}_5 + \vec{G}_4 + \vec{F}_4^{\text{ин}} + \vec{R}_{34}^\tau + \vec{R}_{34}^n + \vec{R}_{05} = 0.$$

Для построения силового многоугольника выбираем масштабный коэффициент сил k_F таким образом, чтобы на чертеже длина максимального вектора составляла, например, 300 мм. Таким вектором здесь является сила сопротивления. Тогда $k_F = \frac{F_p}{300} = \frac{16045}{300} = 53,48 \text{ Н/мм}$.

Определяем длины векторов силового многоугольника:

$$l_{F_p} = \frac{F_p}{k_F} = \frac{16045}{53,48} = 300 \text{ мм}, \quad l_{F_5^{\text{ин}}} = \frac{F_5^{\text{ин}}}{k_F} = \frac{13}{53,48} = 1,3 \text{ мм},$$

$$l_{G_5} = \frac{G_5}{k_F} = \frac{98}{53,48} = 1,8 \text{ мм}, \quad l_{G_4} = \frac{G_4}{k_F} = \frac{490}{53,48} = 9,2 \text{ мм},$$

$$l_{F_4^{\text{ин}}} = \frac{F_4^{\text{ин}}}{k_F} = \frac{90}{53,48} = 1,7 \text{ мм}, \quad l_{R_{34}^\tau} = \frac{R_{34}^\tau}{k_F} = \frac{183}{53,48} = 3,4 \text{ мм}.$$

Построение многоугольника сил (рис. 3.8) проводим последовательно в том же порядке, в каком они расположены в векторном равенстве многоугольника сил. Направления действия сил показаны на рис. 3.8, a .

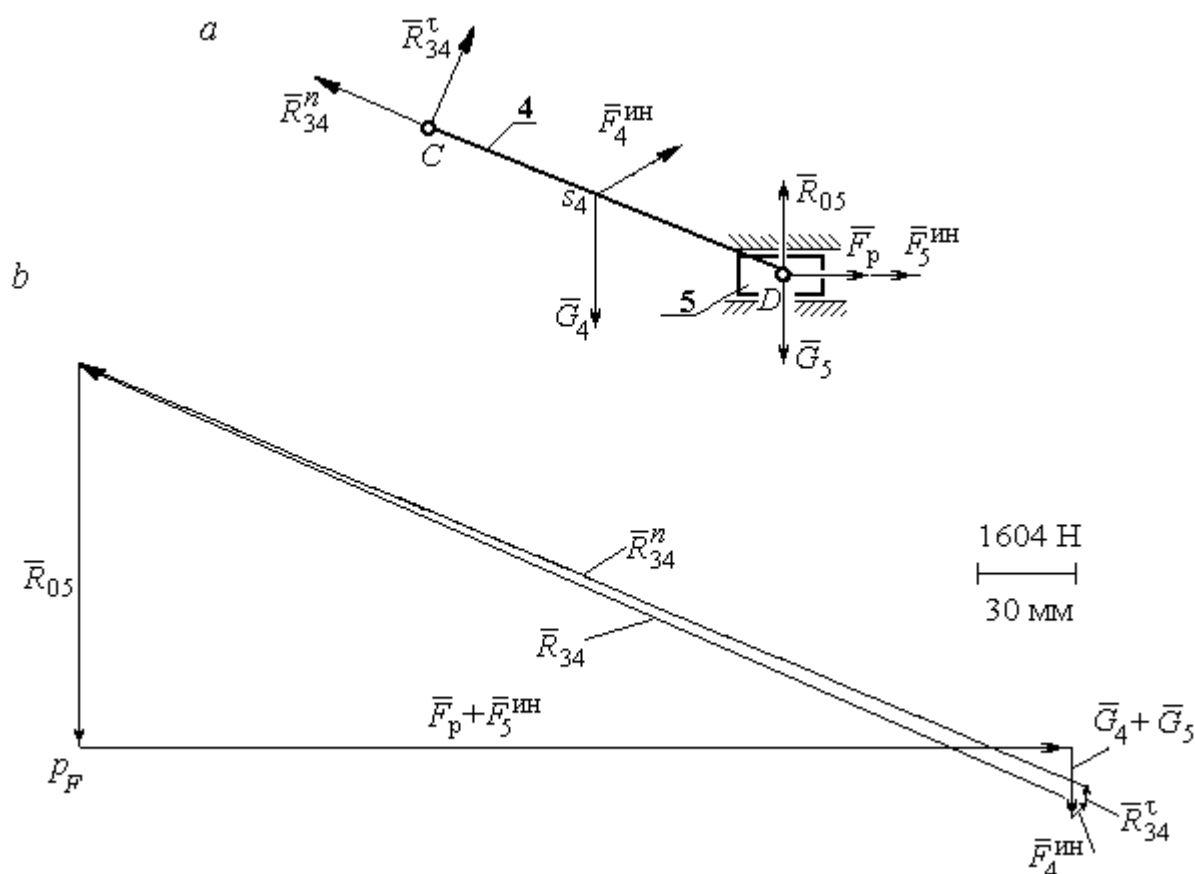


Рис. 3.8. Силовой многоугольник группы Ассура 5 – 4:
 а – направления действия сил; б – силовой многоугольник

Из произвольной точки p_F – полюса сил – (см. рис. 3.8, б) строим горизонтальный вектор $\vec{F}_p + \vec{F}_5^{in}$ с учётом выбранного масштаба и в сторону действия этих сил. Из конца этого вектора вертикально вниз строим вектор $\vec{G}_4 + \vec{G}_5$ и так далее последовательно строятся все вектора из векторного уравнения многоугольника сил.

Для того, чтобы завершить построение и определить неизвестные силы $\vec{R}_{34}^n$ и $\vec{R}_{05}$, поступаем следующим образом.

Из конца вектора $\vec{R}_{34}^t$ (см. рис. 3.8, б) проводим линию, параллельную линии действия силы $\vec{R}_{34}^n$ (по направлению стержня CD). Так как равенство нулю векторного уравнения означает, что силовой многоугольник замкнут, из полюса p_F проводим линию, параллельную линии действия реакции $\vec{R}_{05}$. Точка

пересечения этой линии с линией действия силы $\vec{R}_{34}^n$ является концом вектора $\vec{R}_{34}^n$ и началом вектора $\vec{R}_{05}$. Соединив начало вектора $\vec{R}_{34}^n$ с концом вектора $\vec{R}_{34}^n$, получим полную реакцию $\vec{R}_{34}$ звена 3 на звено 4 (см. рис. 3.8, b). Модуль силы $\vec{R}_{34}$ равен произведению длины отрезка, изображающего силу, на масштабный коэффициент силы: $R_{34} = l_{R_{34}} \cdot k_F = 327 \cdot 53,48 = 17487 \text{ Н}$.

Изобразим вторую группу Ассура, состоящую из звеньев 3 – 2, в масштабе 1:4 (рис. 3.9). Прикладываем в точках, изображающих центры масс, силы тяжести $\vec{G}_2$, $\vec{G}_3$, силы инерции $\vec{F}_2^{\text{ин}}$, $\vec{F}_3^{\text{ин}}$ и изображаем моменты сил инерции $M_2^{\text{ин}}$, $M_3^{\text{ин}}$. Направления сил и моментов сил инерции противоположны направлениям, соответственно, векторов ускорений центров масс и угловых ускорений стержней на плане ускорений (см. рис. 3.6, b). Силы реакции со стороны звена 1 на звено 2 в точке A раскладываем на составляющие – вдоль звена 2 – $\vec{R}_{12}^n$ и перпендикулярно ему – $\vec{R}_{12}^t$. Аналогично раскладываем на составляющие $\vec{R}_{03}^n$ и $\vec{R}_{03}^t$ реакцию стойки (индекс 0) на звено 3 (индекс 3) в точке O_1 .

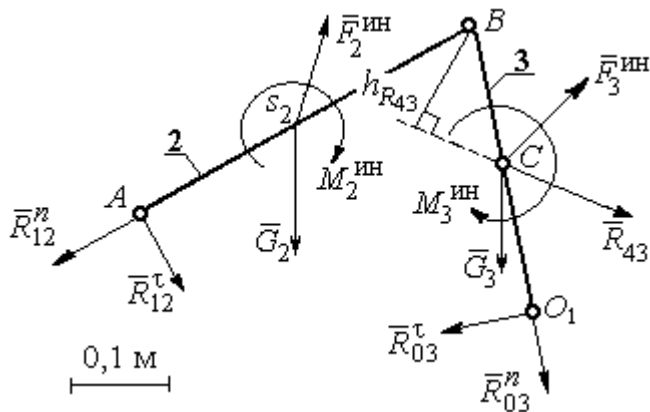


Рис. 3.9. Силы, действующие на группу Асура 3–2

Реакцию $\vec{R}_{43}$ со стороны звена 4 на звено 3 прикладываем в точке C и направляем в сторону, противоположную направлению реакции $\vec{R}_{34}$ (см. рис. 3.8). Вычисляем модули сил и моментов сил инерции:

$$G_2 = m_2 g = 40 \cdot 9,8 = 392 \text{ Н}, \quad G_3 = m_3 g = 30 \cdot 9,8 = 294 \text{ Н},$$

$$F_2^{\text{ин}} = m_2 a_{S2} = 40 \cdot 7 = 280 \text{ Н}, \quad F_3^{\text{ин}} = m_3 a_{S3} = 30 \cdot 2,6 = 78 \text{ Н},$$

$$M_2^{\text{ин}} = J_{S2} \varepsilon_2 = 2 \cdot 18,5 = 37 \text{ Н} \cdot \text{м}, \quad M_3^{\text{ин}} = J_{S3} \varepsilon_3 = 1 \cdot 14,3 = 14,3 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

Касательную составляющую реакции шарнира O_1 находим на основании принципа Д'Аламбера из условия равновесия звена 3. Составим условие равновесия звена 3 в виде равенства нулю суммы моментов сил и сил инерции относительно точки B .

$$-R_{03}^{\tau} \cdot O_1B + F_3^{\text{ин}} h_{F_3} + R_{43} h_{R_{43}} - G_3 h_{G_3} - M_3^{\text{ин}} = 0.$$

Вычисляем плечи сил h_{F_3} , $h_{R_{43}}$, h_{G_3} относительно центра B (на рис. 3.9 показано построение плеча $h_{R_{43}}$ силы $\vec{R}_{43}$). Для этого необходимо измерить на чертеже (в мм) длины отрезков плеч сил и умножить их на масштабный коэффициент длины $k_l = 0,004 \frac{\text{м}}{\text{мм}}$. Получим:

$$h_{F_3} = l_{F_3} \cdot k_l = 32 \cdot 0,004 = 0,13 \text{ м}, \quad h_{R_{43}} = l_{R_{43}} \cdot k_l = 30 \cdot 0,004 = 0,12 \text{ м}.$$

$$h_{G_3} = l_{G_3} \cdot k_l = 9,7 \cdot 0,004 = 0,04 \text{ м}$$

Из уравнения моментов следует:

$$\begin{aligned} R_{03}^{\tau} &= \frac{1}{O_1B} (F_3^{\text{ин}} h_{F_3} + R_{43} h_{R_{43}} - G_3 h_{G_3} - M_3^{\text{ин}}) = \\ &= \frac{1}{0,3} (78 \cdot 0,13 + 17487 \cdot 0,12 - 294 \cdot 0,04 - 14,3) = 6940 \text{ Н}. \end{aligned}$$

Аналогично, касательную составляющую реакции шарнира A находим из условия равновесия звена 2, записанного в виде равенства нулю суммы моментов сил относительно точки B :

$$R_{12}^{\tau} \cdot AB - F_2^{\text{ин}} h_{F_2} + G_2 h_{G_2} - M_2^{\text{ин}} = 0.$$

Отсюда

$$R_{12}^{\tau} = \frac{1}{AB} (F_2^{\text{ин}} h_{F_2} - G_2 h_{G_2} + M_2^{\text{ин}}) = \frac{1}{0,4} (280 \cdot 0,15 - 392 \cdot 0,18 + 37) = 21,1 \text{ Н}.$$

Неизвестные силы $\vec{R}_{12}^n$ и $\vec{R}_{03}^n$ находим из силового многоугольника, представляющего векторное уравнение равновесия системы сил, действующих на группу Ассур 3–2

$$\vec{G}_2 + \vec{G}_3 + \vec{R}_{43} + \vec{F}_2^{\text{ин}} + \vec{F}_3^{\text{ин}} + \vec{R}_{03}^{\tau} + \vec{R}_{03}^n + \vec{R}_{12}^n + \vec{R}_{12}^{\tau} = 0.$$

Выбираем масштабный коэффициент сил k_F . Предположим, что на чертеже длина максимального вектора, каковым здесь является сила реакции $\vec{R}_{43}$, модуль которой $R_{43} = 17487$ Н, должна быть равна 300 мм. Тогда масштабный коэффициент сил: $k_F = \frac{R_{43}}{300} = \frac{17487}{300} = 58,29$ Н/мм.

Определяем длины векторов сил:

$$\begin{aligned} l_{G_2} &= \frac{G_2}{k_F} = \frac{392}{58,29} = 6,7 \text{ мм}, & l_{G_3} &= \frac{G_3}{k_F} = \frac{294}{58,29} = 5,1 \text{ мм}, \\ l_{R_{43}} &= \frac{R_{43}}{k_F} = \frac{17487}{58,29} = 300 \text{ мм}, & l_{F_2^{\text{ин}}} &= \frac{F_2^{\text{ин}}}{k_F} = \frac{280}{58,29} = 4,8 \text{ мм}, \\ l_{F_3^{\text{ин}}} &= \frac{F_3^{\text{ин}}}{k_F} = \frac{78}{58,29} = 1,3 \text{ мм}, & l_{R_{03}^{\tau}} &= \frac{R_{03}^{\tau}}{k_F} = \frac{6940}{58,29} = 119,1 \text{ мм}, \\ l_{R_{12}^{\tau}} &= \frac{R_{12}^{\tau}}{k_F} = \frac{21,1}{58,29} = 0,4 \text{ мм}. \end{aligned}$$

Построение многоугольника сил проводим последовательно в том же порядке, в каком они расположены в векторном равенстве многоугольника сил.

Из произвольной точки p_F – полюса сил – вертикально вниз проводим вектор $\vec{G}_2 + \vec{G}_3$ с учётом выбранного масштаба его длины (рис. 3.10, *b*). Затем из конца вектора $\vec{G}_2 + \vec{G}_3$ строим вектор $\vec{R}_{43}$, величина и направление которого получены из силового анализа группы Ассур 4–5 и показаны на рис. 3.10, *a*. Таким образом, последовательно строятся все вектора из векторного уравнения многоугольника сил.

Для того, чтобы завершить построение и определить неизвестные силы $\vec{R}_{03}^n$ и $\vec{R}_{12}^n$, поступаем следующим образом. Из конца вектора $\vec{R}_{03}^{\tau}$ проводим линию, перпендикулярную этому вектору. Это направление вектора $\vec{R}_{03}^n$. Вектор $\vec{R}_{12}^n$ следует строить перпендикулярно вектору $\vec{R}_{12}^{\tau}$ так, чтобы конец

вектора суммы $\vec{R}_{12}^n + \vec{R}_{12}^\tau$ пришёл в точку p_F (условие замкнутости силового многоугольника).

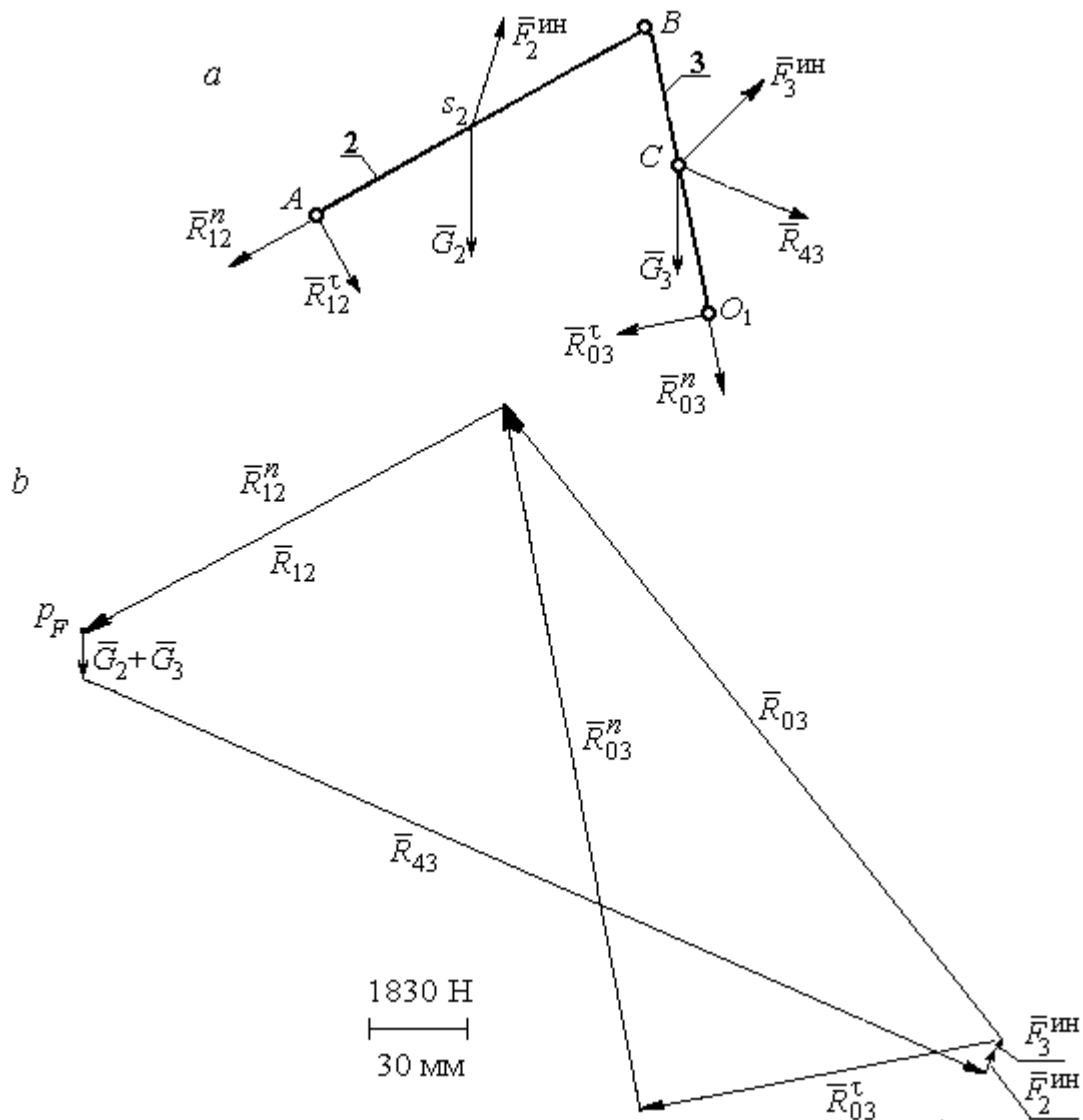


Рис. 3.10. Силовой многоугольник группы Ассур 3 – 2:
а – направления действия сил; б – силовой многоугольник

Заметим, что длина векора $\vec{R}_{12}^\tau$ настолько мала ($l_{R_{12}^\tau} = 0,4$ мм), что изобразить его на чертеже силового многоугольника группы Ассур 3 – 2 не представляется возможным. Полагаем этот вектор равным нулю. Тогда из точки p_F (формально из начала вектора $\vec{R}_{12}^\tau$) проводится линия, параллельная

звену 2 (см. рис. 3.10, *b*). Это направление нормальной составляющей реакции $\vec{R}_{12}^n$. Точка пересечения двух построенных линий определяет конец вектора $\vec{R}_{03}^n$ и начало $\vec{R}_{12}^n$.

Полная реакция $\vec{R}_{03}$ стойки на звено 3 в точке O_1 на чертеже силового многоугольника представляется вектором, проведённым из начала вектора $\vec{R}_{03}^\tau$ в конец вектора $\vec{R}_{03}^n$.

Полная реакция шарнира A совпадает по величине и направлению с нормальной составляющей $\vec{R}_{12} = \vec{R}_{12}^n$.

Для того, чтобы найти величины полных реакций, измерим (в мм) на плане сил длины векторов $\vec{R}_{03}$ и $\vec{R}_{12}^n$ и умножим их на масштабный коэффициент сил. Получим:

$$R_{12} = R_{12}^n = l_{R_{12}^n} k_F = 132,5 \cdot 58,29 = 7723 \text{ Н}, \quad R_{03} = l_{R_{03}} k_F = 211 \cdot 58,29 = 12299 \text{ Н}.$$

Ведущее звено механизма в масштабе 1:4 и силы, действующие на него, показаны на рис. 3.11. Масштабный коэффициент длины такой же, как и при построении плана механизма $k_l = 0,004 \frac{\text{М}}{\text{мм}}$ (см. рис. 3.4). Сила $\vec{R}_{21}$ направлена

навстречу силе $\vec{R}_{12}$ (см. рис. 3.10, *b*) и приложена в точке A . Предполагается, что центр масс кривошипа находится на валу, тогда сила тяжести кривошипа $\vec{G}_1$ приложена на оси вала.

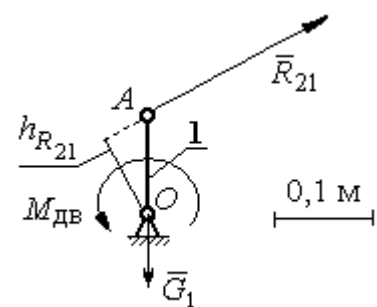


Рис. 3.11. Ведущее звено

Движущий момент $M_{дв}$ находим из уравнения равновесия ведущего звена в форме моментов относительно оси вала кривошипа: $M_{дв} - R_{21} h_{R_{21}} = 0$, где $h_{R_{21}}$ — плечо силы $\vec{R}_{21}$. Измерив (в мм) на чертеже длину отрезка, изображающего плечо силы $\vec{R}_{21}$, и умножив его на масштабный коэффициент длины, получим

плечо $h_{R_{21}} = l_{R_{21}} \cdot k_l = 23 \cdot 0,004 = 0,093$ м. Из уравнения равновесия ведущего звена находим величину движущего момента:

$$M_{\text{дв}} = R_{21} h_{R_{21}} = 7723 \cdot 0,093 = 718,2 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

3.6. Определение движущего момента на валу кривошипа по методу Н. Е. Жуковского

Проверку найденного значения движущего момента проведём, рассчитав его по методу Н. Е. Жуковского.

Определим уравновешивающую силу, приведённую к точке A кривошипа. Вычисляем силы тяжести звеньев.

$$G_2 = m_2 g = 40 \cdot 9,8 = 392 \text{ Н}, \quad G_3 = m_3 g = 30 \cdot 9,8 = 294 \text{ Н},$$

$$G_4 = m_4 g = 50 \cdot 9,8 = 490 \text{ Н}, \quad G_5 = m_5 g = 10 \cdot 9,8 = 98 \text{ Н}.$$

Вычисляем модули сил инерции, действующих на механизм.

$$F_2^{\text{ин}} = m_2 a_{S2} = 40 \cdot 7 = 280 \text{ Н}, \quad F_3^{\text{ин}} = m_3 a_{S3} = 30 \cdot 2,6 = 78 \text{ Н},$$

$$F_4^{\text{ин}} = m_4 a_{S4} = 50 \cdot 1,8 = 90 \text{ Н}, \quad F_5^{\text{ин}} = m_5 a_D = 10 \cdot 1,3 = 13 \text{ Н}.$$

Вычисляем модули моментов сил инерции.

$$M_2^{\text{ин}} = J_{S2} \varepsilon_2 = 2 \cdot 18,5 = 37 \text{ Н} \cdot \text{м}, \quad M_3^{\text{ин}} = J_{S3} \varepsilon_3 = 1 \cdot 14,3 = 14,3 \text{ Н} \cdot \text{м},$$

$$M_4^{\text{ин}} = J_{S4} \varepsilon_4 = 3 \cdot 3,6 = 10,8 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

Построим «жёсткий рычаг» Жуковского. Изобразим план скоростей механизма (см. рис. 3.5, b), повернув его на 90° . Приложим силы тяжести и силы инерции в точках, изображающих на повернутом плане скоростей, центры масс звеньев механизма. Направление сил инерции противоположно направлению ускорений центров масс, показанных на плане ускорений. Моменты сил инерции, действующие на звенья механизма, раскладываем на две антипараллельные силы, приложенные к крайним точкам звена, перпендикулярно ему:

$$F'_2 = F''_2 = \frac{M_2^{\text{ин}}}{AB} = \frac{37}{0,4} = 92,5 \text{ Н}, \quad F'_3 = F''_3 = \frac{M_3^{\text{ин}}}{O_1 B} = \frac{14,3}{0,3} = 48 \text{ Н},$$

$$F'_4 = F''_4 = \frac{M_4^{\text{ин}}}{CD} = \frac{10,8}{0,5} = 21,6 \text{ Н.}$$

Заданное положение кривошипа осуществляется на рабочем ходу поршня. Сила полезного сопротивления F_p направлена в сторону, противоположную движению поршня. Рычаг Н. Е. Жуковского приведён на рис. 3.12. На рисунке отмечены силы тяжести и силы инерции звеньев, приложенные в точках плана скоростей $s_2 - s_4$, соответствующих положению центров масс этих звеньев. Показаны пары сил инерции $(\vec{F}'_2, \vec{F}''_2)$, $(\vec{F}'_3, \vec{F}''_3)$, $(\vec{F}'_4, \vec{F}''_4)$, образующие главные моменты сил инерции $M_2^{\text{ин}}$, $M_3^{\text{ин}}$, $M_4^{\text{ин}}$, приложенные, соответственно, к звеньям 2 – 4. Применение «рычага Жуковского» для определения приведённой силы заключается в составлении уравнения равновесия в форме равенства нулю суммы моментов заданных сил относительно полюса p_v :

$$\begin{aligned} & -F_{\text{пр}} \cdot h_{\text{пр}} - F'_2 \cdot h'_2 + F''_2 \cdot h''_2 - G_2 \cdot h_{G2} + F_2^{\text{ин}} \cdot h_2 + F_3'' \cdot h_3 - F'_4 \cdot h'_4 + F''_4 \cdot h''_4 - \\ & - G_4 \cdot h_{G4} - G_3 \cdot h_{G3} + (F_p + F_5^{\text{ин}})h_5 + F_4^{\text{ин}} \cdot h_4 + F_3^{\text{ин}} \cdot h_3 = 0. \end{aligned}$$

При вычислении моментов сил плечи сил определяются графически с учётом масштабного коэффициента плана скоростей. Так плечом $h_{\text{пр}}$ силы $\vec{F}_{\text{пр}}$ относительно полюса p_v на плане рычага Жуковского является отрезок $p_v a$, равный, согласно масштабному коэффициенту, 100 мм. На рис. 3.12, в качестве примера, показан способ вычисления плеча h'_2 силы $\vec{F}'_2$ – как кратчайшее рас-

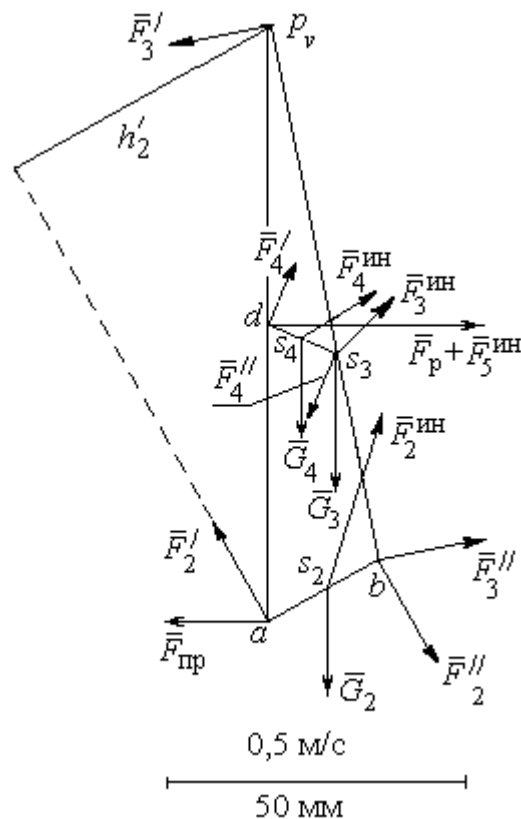


Рис. 3.12. «Жёсткий рычаг»
Н. Е. Жуковского

стояние от полюса p_v до линии действия силы $\vec{F}'_2$. Измерив это расстояние, найдём $h'_2 = 52$ мм. Аналогичным образом в уравнении равновесия вычисляются плечи остальных сил. В результате получим:

$$F_{\text{пр}} \cdot 100 = -92,5 \cdot 52 + 92,5 \cdot 21 - 392 \cdot 6 + 280 \cdot 31 + 48 \cdot 92 - 21,6 \cdot 23 + 21,6 \cdot 33 - \\ - 490 \cdot 3 - 294 \cdot 7 + (16045 + 13)44 + 90 \cdot 42 + 78 \cdot 36,$$

откуда находим: $F_{\text{пр}} = 7177$ Н·м. Величина движущего момента на валу кривошипа, находится из формулы: $M_{\text{пр}} = F_{\text{пр}} \cdot O_1A = 7177 \cdot 0,1 = 717,7$ Н·м.

Погрешность расчёта движущего момента по методу «рычага Н. Е. Жуковского» по сравнению с кинетостатическим расчётом ($M_{\text{дв}} = 718,2$ Н·м) составляет:

$$\delta_M = \frac{718,2 - 717,7}{718,2} 100 \% = 0,07 \%.$$

3.7. Построение профиля кулачка

Построение кинематических диаграмм движения толкателя

Закон изменения аналога ускорения центрального плоского толкателя по фазам движения кулачка приведён в задании на курсовую работу (см. рис. 3.1). Построенный в масштабе, с учётом исходных данных, указанных в задании, график изменения аналога ускорения центрального плоского толкателя по фазам движения кулачка показан на рис. 3.13, а.

На первом участке изменение аналога ускорения происходит по линейному закону: $S''_1 = a_1\varphi + b_1$. Из графика найдём величины аналога ускорения в граничных точках первого участка (численные значения граничных точек должны быть переведены в радианы): $S''_1(0) = 0$, $S''_1(1,57) = 40$ мм/рад². Подставляя их в закон изменения аналога ускорения на первом участке, получим два алгебраических уравнения относительно неизвестных a_1 , b_1 :

$$0 = a_1 \cdot 0 + b_1, \quad 40 = a_1 \cdot 1,57 + b_1,$$

откуда находим $a_1 = 25,48$; $b_1 = 0$. Таким образом, закон изменения аналога ускорения толкателя на первом участке $S_1'' = 25,48\varphi$. На втором участке величина аналога ускорения $S_2'' = -20$ мм/рад².

Для того, чтобы построить диаграмму изменения аналога скорости, проинтегрируем полученный аналог ускорения. На первом участке получим:

$$S_1' = \int S_1'' d\varphi = \int 25,48\varphi d\varphi = 12,74\varphi^2 + C_1.$$

Константа интегрирования C_1 находится из начального условия: при $\varphi = 0$ $S_1' = 0$. Отсюда следует $C_1 = 0$. Окончательно закон изменения аналога скорости на первом участке движения толкателя представляет собой параболу $S_1' = 12,74\varphi^2$ с вершиной при $\varphi = 0$.

В конце первого участка (при $\varphi = 1,57$) величина аналога скорости толкателя равна: $S_1'(1,57) = 12,74 \cdot 1,57^2 = 31,4$ мм/рад.

Аналогично проводим интегрирование аналога ускорения толкателя на втором участке: $S_2' = \int S_2'' d\varphi = -\int 20 d\varphi = -20\varphi + C_2$.

Константу интегрирования C_2 найдём из краевого условия, согласно которому аналог скорости толкателя в начале второго участка равен аналогу скорости в конце первого: $S_2'(1,57) = S_1'(1,57) = 31,4$ мм/рад. Подставляя это условие в уравнение для аналога скорости на втором участке, получим $C_2 = 31,4 + 20 \cdot 1,57 = 62,8$. В результате, закон изменения аналога скорости на втором участке представляется линейной функцией: $S_2' = -20\varphi + 62,8$. График изменения аналога скорости толкателя показан на рис. 3.13, *b*.

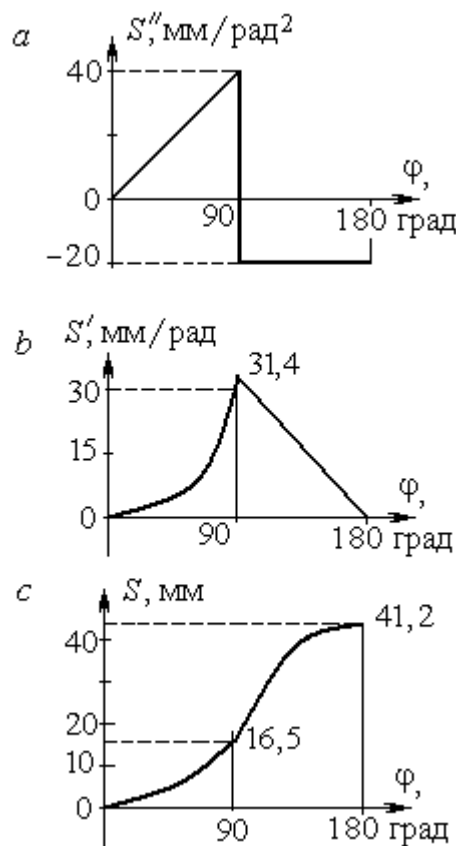


Рис. 3.13. Диаграммы движения толкателя:
a – диаграмма изменения аналога ускорения; *b* – диаграмма изменения аналога скорости; *c* – диаграмма изменения пути

Для того, чтобы получить график изменения пути толкателя, необходимо проинтегрировать его скорость по участкам. Получим на первом участке: $S_1 = \int S'_1 d\varphi = \int 12,74\varphi^2 d\varphi = 4,25\varphi^3 + C_3$. Используя краевое условие на начало движения толкателя: при $\varphi = 0$ $S_1 = 0$, получим $C_3 = 0$. Таким образом, на первом участке движение толкателя определяется кубической параболой: $S_1 = 4,25\varphi^3$. В конце первого участка при $\varphi = 1,57$ $S_1 = 4,25 \cdot 1,57^3 = 16,45$ мм,

На втором участке $S_2 = \int S'_2 d\varphi = \int (-20\varphi + 62,8)d\varphi = -10\varphi^2 + 62,8\varphi + C_4$. Константу C_4 найдём из условия, что положение толкателя в конце первого участка равно его положению на начало второго: $S_2(1,57) = S_1(1,57) = 16,45$ мм. Подставляя это условие в уравнение движения толкателя, получим $C_4 = -57,4$. Окончательно на втором участке движение толкателя описывается параболой: $S_2 = -10\varphi^2 + 62,8\varphi - 57,4$. Вершина параболы, которая определяется из условия равенства нулю производной: $S'_2 = -20\varphi + 62,8 = 0$, находится в конце второго участка при $\varphi = 3,14$. Значение функции в вершине (максимальный ход толкателя): $S_2 = -10 \cdot 3,14^2 + 62,8 \cdot 3,14 - 57,4 = 41,2$ мм. Диаграмма движения толкателя приведена на рис. 3.13, с. Результаты расчётов параметров движения толкателя на фазе подъёма кулачка поместим в таблицу

Таблица 3.8

Значения параметров движения толкателя на фазе подъёма

	Первый участок				Второй участок			
φ , град	0	30	60	90	90	120	150	180
φ , рад	0	0,52	1,05	1,57	1,57	2,09	2,62	3,14
S , мм	0	0,6	4,92	16,5	16,5	30,17	38,5	41,2
S' , мм/рад	0	3,44	14,05	31,4	31,4	21	10,4	0
S'' , мм/рад ²	0	13,25	26,75	40	-20	-20	-20	-20

Вычисление начального радиуса кулачка и построение профиля

График зависимости аналога скорости S' от перемещения толкателя S , построенный по точкам, приведён на рис. 3.14. Масштабные коэффициенты по обеим осям одинаковы.

Выбираем максимально допустимое значение угла давления $\theta_{\text{доп}}$ для кулачка с плоским толкателем $\theta_{\text{доп}} = 30^\circ$. Прямая aa (см. рис. 3.14), проведённая под углом $\theta_{\text{доп}} = 30^\circ$ к оси S , касается графика в точке B с координатами $S_B = 12$ мм и $S'_B = 32$ мм (измерены на графике). Начальный радиус кулачка R_0 определяется из соотношения: $\text{tg}\theta_{\text{доп}} = 0,58 = \frac{S'_B}{R_0 + S_B} = \frac{32}{R_0 + 12}$, откуда получим $R_0 = 43,2$ мм.

Построение профиля кулачка производится в полярной системе координат с центром на оси вращения кулачка. Задавшись углом φ поворота толкателя, найдём полярный угол θ радиус-вектора R в точке контакта по формуле: $\theta = \varphi + \text{arctg} \frac{S'}{R_0 + S}$, где S' и S – аналог скорости толкателя и его перемещение при одном и том же значении угла φ поворота толкателя. Длина радиус-вектора R в точке контакта находится по формуле:

$$R = \sqrt{(R_0 + S)^2 + (S')^2}.$$

Результаты расчётов полярных координат θ , R точек профиля кулачка на фазе подъёма толкателя при $R_0 = 43,2$ мм приведены в табл. 3.9. Эскиз профиля кулачка показан на рис. 3.15. На фазе опускания толкателя профиль кулачка является симметричным.

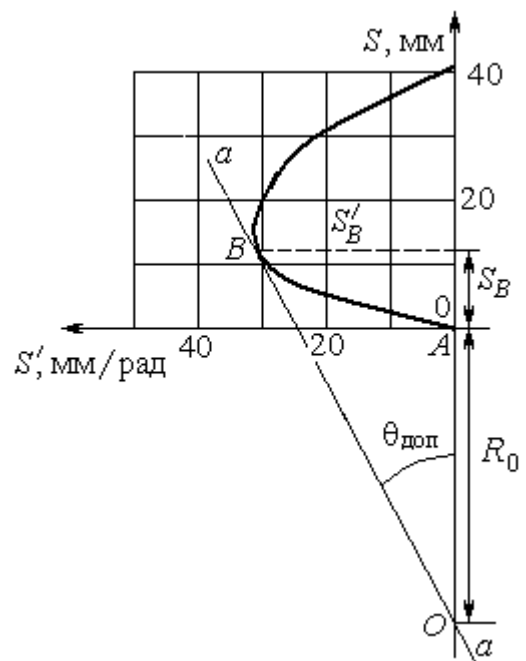


Рис. 3.14. Схема построения начального радиуса кулачка

Таблица 3.9

Расчёт полярных координат точек профиля кулачка на фазе подъёма толкателя

Параметры	Расчётные точки профиля и значения параметров в расчётных точках						
φ , град	0	30	60	90	120	150	180
φ , рад	0	0,52	1,05	1,57	2,09	2,62	3,14
S , мм	0	0,6	4,92	16,5	30,17	38,5	41,2
S' , мм/рад	0	3,4	14,05	31,4	21	10,4	0
β , град	0	4,44	16,28	27,74	15,97	7,25	0
θ , град	0	34,44	76,28	117,74	135,97	157,25	180
R , мм	43,2	43,9	50,13	67,45	76,32	82,36	84,4

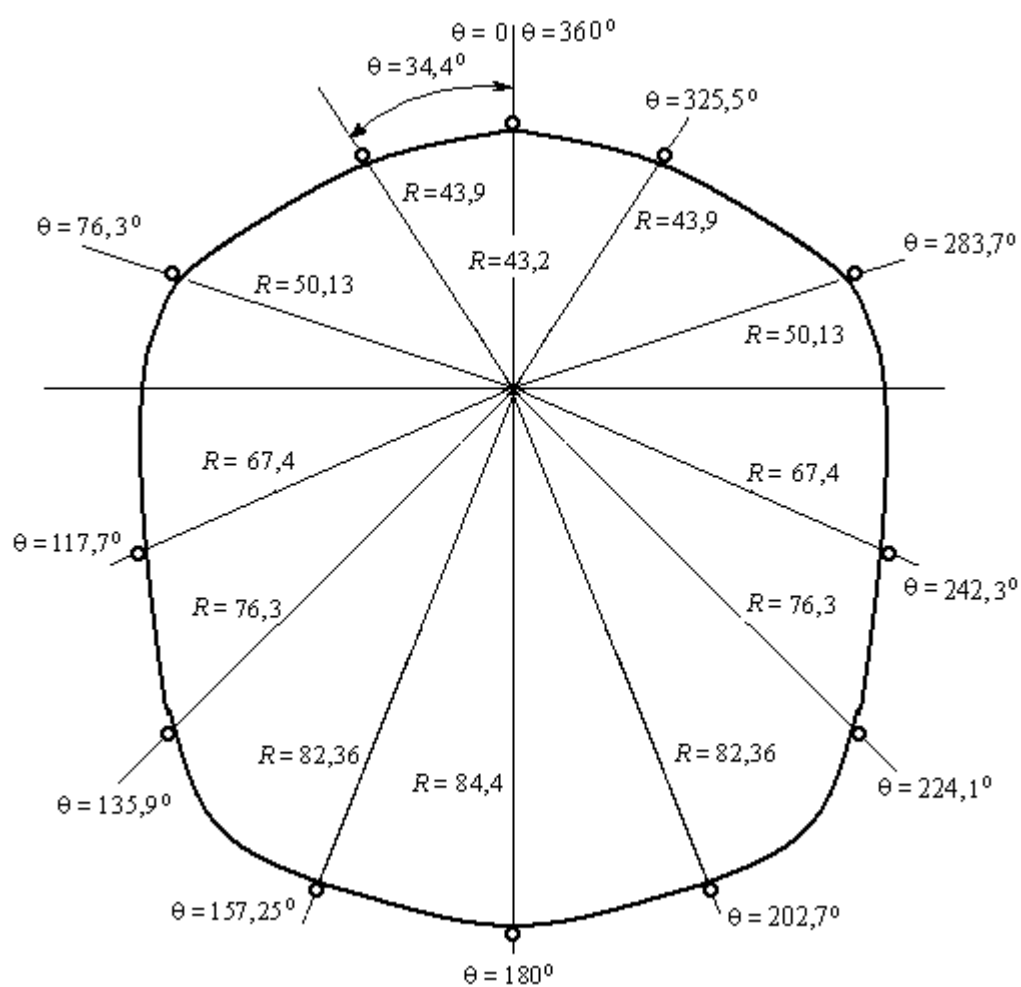


Рис. 3.15. Профиль кулачка

СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

Афанасьев А. И., Ляпцев С. А. Курсовое проектирование по теории механизмов и машин. Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2005.

Дунаев П. Ф., Леликов О. П. Конструирование узлов и деталей машин: уч. пособие для студ. техн. спец. вузов. М.: Изд. центр «Академия», 2003, 496 с.

Иванов М. Н. Детали машин. М.: Высшая школа, 2010.

Краснов М. М., Вереина Л. И. Техническая механика. М.: Academia, 2010. 288 с.

Левитский И. И. Теория механизмов и машин. М.: Высшая школа, 2007.

Мокрушин Н. В., Ляпцев С. А. Лекции по сопротивлению материалов. Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2012.

Олофинская В. П. Техническая механика. М.: Форум, 2009.

Смеляпин А. И. Теория механизмов и машин. М.: Инфра, 2009.

Учебное издание

Анатолий Ильич Афанасьев
Юрий Михайлович Казаков
Сергей Андреевич Ляпцев

ТЕОРИЯ МЕХАНИЗМОВ И МАШИН

*Учебно-методическое пособие
и контрольные задания на курсовую работу
«Кинематический, силовой анализ и синтез
плоского механизма» для студентов
направлений, программа
которых включает дисциплину «Теория механизмов и машин».*

Редактор *В. В. Баклаева*

Подписано в печать

Бумага писчая. Формат бумаги 60×84 1/16.
Гарнитура Times New Roman. Печать на ризографе.
Печ. л. Уч. изд. л. Тираж 200 экз. Заказ №

Издательство УГГУ

620144, Екатеринбург, ул. Куйбышева, 30
Уральский государственный горный университет
Отпечатано с оригинал-макета
в лаборатории множительной техники УГГУ

УДК 621.01

ФГБОУ ВО «УГГУ»

В. М. Таугер, А. А. Леонтьев

ТЕОРИЯ МЕХАНИЗМОВ И МАШИН

Учебное пособие

2020

УДК 621.01

Рецензент: А. П. Котельников, канд. техн. наук (доцент кафедры
«Проектирование и эксплуатация автомобилей» УрГУПС)

Печатается по решению Учебно-методического совета
Уральского государственного горного университета

Таугер В. М., Леонтьев А. А.

ТЕОРИЯ МЕХАНИЗМОВ И МАШИН: учебное пособие / В. М. Таугер,
А. А. Леонтьев; Урал. гос. горный ун-т. – Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2020. –
128 с.: ил.

Изложены методы структурного анализа и синтеза, кинематического и динамического расчёта наиболее распространённых в промышленности механизмов и машин.

Учебное пособие предназначено для студентов направлений, программа которых включает дисциплину «Теория механизмов и машин».

УДК 621. 01

© Таугер В. М., Леонтьев А. А.

© Урал. гос. горный ун-т. 2020

ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение.....	4
1. Основные понятия и определения ТММ.....	5
2. Основные стадии проектирования и создания новой техники.....	8
3. Структурная классификация и виды механизмов.....	10
4. Кинематический анализ рычажных механизмов.....	19
5. Динамический анализ рычажных механизмов.....	28
6. Синтез рычажных механизмов.....	48
7. Кулачковые механизмы.....	57
8. Фрикционные и зубчатые механизмы.....	72
9. Трение в кинематических парах.....	110
10. Уравновешивание масс в механизмах и машинах.....	120
Библиографический список.....	128

ВВЕДЕНИЕ

Теория механизмов и машин (ТММ) является одним из разделов механики, в котором изучается строение, кинематика и динамика механизмов и машин в связи с их анализом и синтезом.

Прикладная механика, которая в настоящее время объединяет такие дисциплины, как ТММ, сопротивление материалов, и детали машин, является одной из старейших областей знаний. Известно, например, что еще при строительстве египетских пирамид использовались простейшие механизмы (рычаги, блоки и т. д.). ТММ как наука выделилась около 200 лет тому назад. Существенный вклад в её развитие внесли такие ученые и изобретатели, как М.В. Ломоносов, И.И. Ползунов – создатель паровой машины, И.П. Кулибин – создатель часов-автоматов, механизма протеза и т. п., отец и сын Черепановы, построившие первый в России паровоз, Л. Эйлер, разработавший теорию плоского зацепления и предложивший эвольвентный профиль зубьев колес, который используется в настоящее время.

Внесли свой вклад в развитие науки академики П.Л. Чебышев, И.А. Вышнеградский, Н.П. Петров, В.П. Горячкин, М.В. Остроградский; профессора Н.Е. Жуковский – отец русской авиации, В.Л. Кирпичев, Н.И. Мерцалов, Л.А. Ассур, И.В. Мещерский, физик Д. Максвелл, а также современные ученые, такие как И.И. Артоболевский, Н.Г. Бруевич, Д.Н. Решетов и другие.

1. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И ОПРЕДЕЛЕНИЯ

Ведущей отраслью современной техники является машиностроение, развитие которого неразрывно связано с созданием новых машин и механизмов, повышающих производительность труда и заменяющих ручной труд машинным.

В технике широко используются подвижные механические системы, подразделяемые на машины, машинные агрегаты и механизмы.

В обобщенном виде *машина* – это устройство, создаваемое человеком для использования законов природы с целью облегчения физического и умственного труда.

По функциональному назначению машины условно можно разделить на энергетические, транспортные, технологические, контрольно-управляющие, логические (ЭВМ).

Устройства, включающие ряд машин и механизмов, называются машинными агрегатами (МА). Обычно МА состоит (рис. 1) из двигателя (*D*), передаточного механизма (ПМ), рабочей машины (РМ) и, в ряде случаев, контрольно-управляющего устройства, или системы автоматического регулирования (САР).

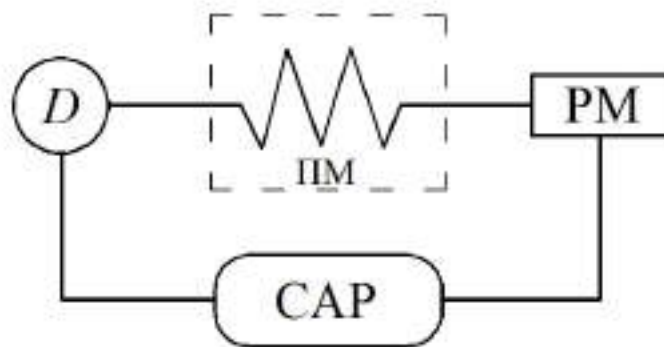


Рис. 1. Схема машинного агрегата

В состав каждой отдельной машины входит один или несколько механизмов.

Механизмом называется система материальных тел, предназначенных для преобразования движения одного или нескольких тел в требуемые движения остальных.

Состав механизмов разнообразен и включает механические, гидравлические, электрические и другие устройства.

Несмотря на разницу в назначении механизмов их строение, кинематика и динамика имеет много общего, поэтому исследование механизмов проводится на базе основных принципов современной механики.

Всякий механизм состоит из отдельных тел (деталей), соединенных между собой.

Деталь – это изделие, изготовленное из однородного материала без сборочных операций.

Детали, соединенные между собой неподвижно или с помощью упругих связей, образуют отдельное *звено*.

Выполнение звеньев из нескольких деталей обеспечивается их *соединением*. Различают соединения неразъемные (сварные, заклепочные, клеевые) и разъемные (шпоночные, шлицевые, резьбовые).

Звенья в зависимости от вида их материала могут быть твердые и гибкие (упругие).

Два звена, соединенных друг с другом подвижно, образуют *кинематическую пару*.

Неподвижное звено, состоящее из одной или нескольких деталей, называется *стойкой*.

Таким образом, каждый механизм имеет стойку и подвижные звенья, среди которых выделяют входные, выходные и промежуточные звенья.

Входным (ведущим) звеньям сообщается движение, преобразуемое механизмом в требуемые движения *выходных (ведомых)* звеньев с помощью *промежуточных* звеньев. В простых механизмах имеется одно входное и одно выходное звено.

Но в некоторых случаях имеют место механизмы с несколькими входными или выходными звеньями, например, дифференциал автомобиля.

Развитие техники осуществляется в направлении совершенствования ранее известных механизмов и путем создания принципиально новых их видов.

2. ОСНОВНЫЕ СТАДИИ ПРОЕКТИРОВАНИЯ И СОЗДАНИЕ НОВОЙ ТЕХНИКИ

При проектировании новой техники возникает необходимость проведения работ, связанных с анализом и синтезом новой конструкции.

Анализ осуществляется при заданных размерах и массе звеньев, когда необходимо определить: скорости, ускорения, действующие силы, напряжения в звеньях и их деформации. В результате может быть произведен проверочный расчет на прочность, выносливость и т. д.

Синтез осуществляется при заданных скоростях, ускорениях, действующих силах, напряжениях или деформациях. При этом требуется определить необходимые размеры звеньев, их форму и массу.

При синтезе часто решается задача оптимального проектирования конструкции, когда находятся необходимые показатели работы машины при наименьших затратах труда.

Обычно основными этапами создания новой конструкции являются:

- 1) разработка принципиальной схемы;
- 2) проектирование и расчет машины и отдельных ее узлов;
- 3) экспериментальные исследования и доводка опытного образца.

Проектирование новой техники включает следующие основные этапы:

- а) разработка технического задания, включающего основные исходные данные;
- б) разработка эскизного проекта, включающего выбор схемы и компоновку основных узлов конструкции;
- в) разработка технического проекта, где осуществлены основные расчеты и представлены сборочный чертеж и др. документация.

При проектировании сложных механизмов обычно стремятся выделить из общей схемы отдельные, более простые типовые механизмы, проектирование которых имеет свои закономерности. К таким широко используемым в технике механизмам относятся рычажные (стержневые),

кулачковые, фрикционные, зубчатые и т. д., причем с точки зрения строения, кинематики и динамики любой механизм можно заменить условным рычажным механизмом с последующим его анализом, поэтому структура, кинематика и динамика рычажных механизмов рассматривается наиболее подробно.

3. СТРУКТУРНАЯ КЛАССИФИКАЦИЯ И ВИДЫ МЕХАНИЗМОВ

3.1. Классификация кинематических пар

Подвижные соединения двух звеньев, называемые кинематической парой (КП), классифицируются по разным признакам. Например, по характеру соприкосновения звеньев различают низшие КП, когда контакт происходит по поверхности (рис. 2, *а*), и высшие, когда контакт звеньев осуществляется по линии или в точке (рис. 2, *б*).

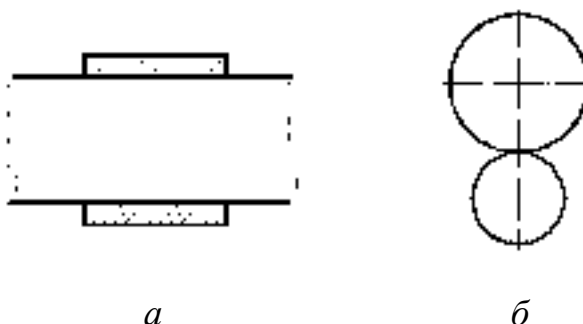


Рис. 2. Кинематические пары:
а – низшая; *б* – высшая

Преимуществом низших КП является возможность передачи значительных усилий при малом износе, а достоинством высших КП возможность воспроизводить достаточно сложные относительные движения.

Низшие КП могут быть поступательными, вращательными, плоскими и пространственными, а также классифицироваться по числу условий связи, накладываемых на звенья при формировании КП.

Любое тело в декартовой системе координат (рис. 3) имеет 6 степеней свободы, или подвижности ($W = 6$), часть из которых уничтожается в КП. При этом класс КП определяется числом S накладываемых связей, а число её степеней подвижности равно

$$W = 6 - S. \quad (3.1)$$

На рис. 4 приведены КП различных классов.

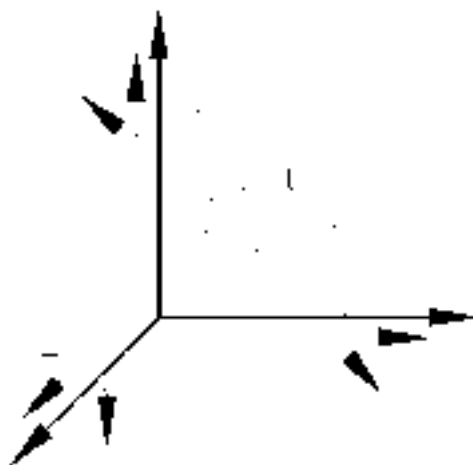


Рис. 3. Степени свободы в декартовой системе координат

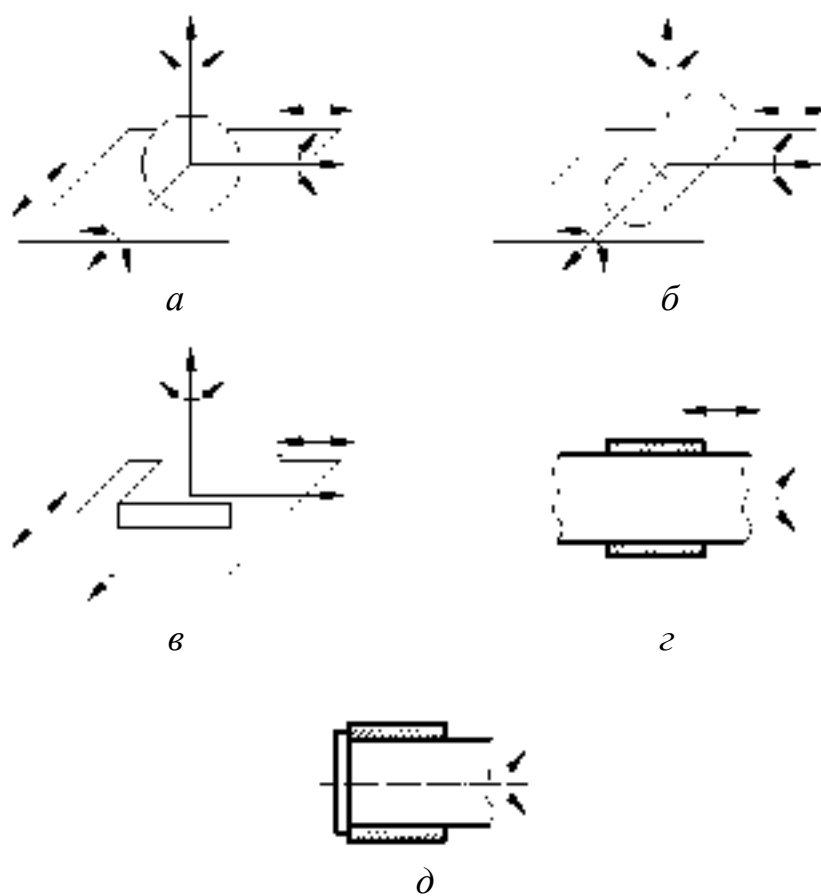


Рис. 4. Классификация КП по числу условий связи:
a – КП 1 класса, $S = 5$; *б* – КП 2 класса, $S = 4$; *в* – КП 3 класса, $S = 3$;
г – КП 4 класса, $S = 2$; *д* – КП 5 класса, $S = 1$

Кинематические пары и звенья механизмов изображаются упрощенно (рис. 5) при соблюдении стандарта на обозначения звеньев и КП.

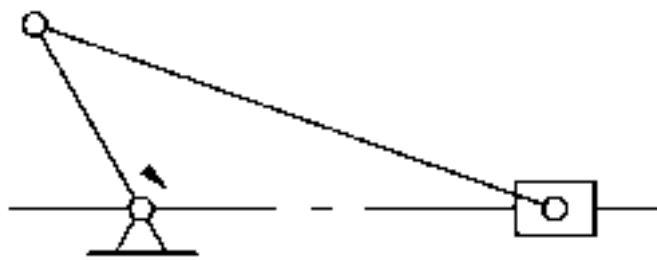


Рис. 5. Упрощенное изображение КП

3.2. Кинематические цепи и их классификация

Любой механизм представляет собой *кинематическую цепь* (КЦ) звеньев, соединенных в КП. КЦ могут быть простыми и сложными, открытыми и замкнутыми, плоскими и пространственными.

В *простой* КЦ каждое из ее звеньев входит в состав одной или двух КП, а в *сложной* КЦ имеются звенья, входящие в состав трех и более КП.

В *открытой* КЦ имеются звенья, входящие в состав одной КП, а в замкнутой цепи каждое звено входит в состав двух и более КП (рис. 6).

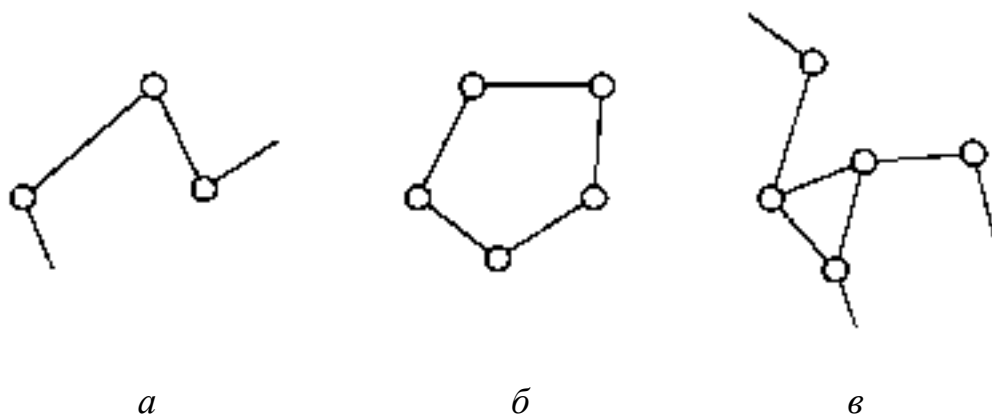


Рис. 6. Классификация КЦ:

a – простая открытая; *б* – простая замкнутая; *в* – сложная открытая

Если точки всех звеньев двигаются в одной или параллельных плоскостях, то КЦ называется *плоской*, в противном случае КЦ –

пространственная (точки звеньев описывают плоские кривые в непараллельных плоскостях или пространственные кривые).

3.3. Понятие о степени подвижности механизма

Если в пространственной КЦ, состоящей из n подвижных звеньев, имеются КП 1, 2, ..., 5 класса, число которых, соответственно, $p_1, p_2, \dots, p_5$, то КЦ имеет число степеней свободы, определяемое формулой А.П. Малышева:

$$W = 6n - 5p_5 - 4p_4 - 3p_3 - 2p_2 - p_1. \quad (3.2)$$

Так как любой механизм имеет одно неподвижное звено (стойку) и n подвижных звеньев, то формула (3.2) может использоваться для определения W пространственного механизма, где n – число подвижных звеньев, а W – степень подвижности механизма, показывающая, сколько нужно иметь ведущих звеньев (двигателей) для получения определенного движения остальных его звеньев.

Для плоского механизма степень подвижности определяется по формуле Чебышева:

$$W = 3n - 2p_5 - p_4, \quad (3.3)$$

причём КП 5 класса существуют в виде поступательных, вращательных и винтовых пар.

Например, кривошипно-ползунный плоский механизм (рис. 7), в котором $n = 3$; $p_5 = 4$; $p_4 = 0$, имеет степень подвижности

$$W = 3 \cdot 3 - 2 \cdot 4 - 0 = 1.$$

При определении W необходимо учитывать возможность наличия так называемых *пассивных* звеньев, т.е. звеньев, которые могут быть исключены без формального ущерба для кинематики анализируемого механизма (рис. 8).

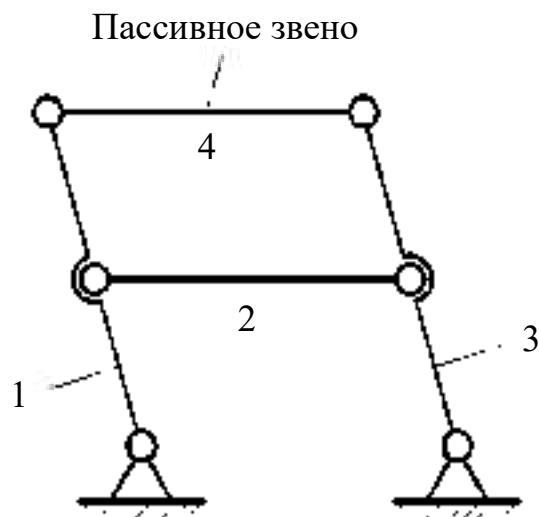


Рис. 8. Механизм с пассивным звеном

Кроме того, необходимо учитывать возможность наличия избыточных связей, которые не реализуются в реальном механизме, а их число q определяется разностью между числом связей в КП действительного и формально возможного механизмов.

На рис. 9, *а* показан действительный механизм, а на рис. 9, *б* – формально возможный механизм, имеющий функциональное назначение, аналогичное действительному механизму, но все связи в котором, в отличие от действительного механизма, реализованы.

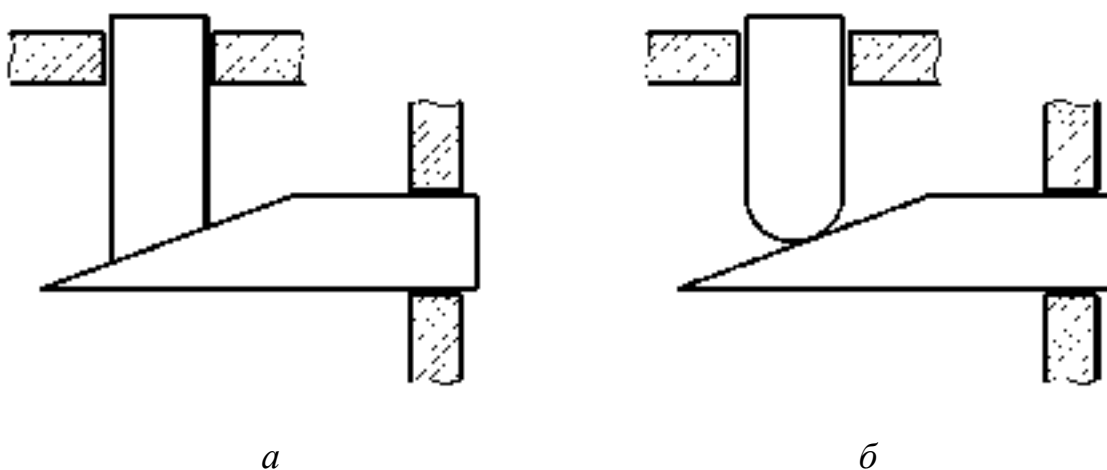


Рис. 9. Примеры механизмов:
а – действительный механизм; *б* – формально возможный механизм

Степень подвижности действительного механизма с учётом избыточных связей равна

$$W = 3n - 2p_5 - p_4 + q. \quad (3.4)$$

В общем случае пространственного механизма

$$W = 6n - ip_i + q, \quad (3.5)$$

где i от 1 до 5.

3.4. Структурный анализ механизмов

Основной принцип образования рычажных механизмов был сформулирован в 1914 г. профессором Л. В. Ассуром и заключается в следующем.

Схема любого механизма может быть составлена последовательным присоединением к входным (начальным) звеньям и стойке КЦ с нулевой степенью подвижности. Такие КЦ называются структурными группами Ассура. Примеры различных групп Ассура показаны на рис. 10.

Начальное звено со стойкой образует простейший механизм 1-ого класса (рис. 11).

Путем присоединения к таким механизмам различных групп Ассура можно получить механизм любой сложности.

Группы Ассура классифицируются по числу КП, которыми они присоединяются к основному механизму. Это число определяет *порядок* группы. Кроме того, группа Ассура имеет *класс*, определяемый числом КП, образующих наиболее сложный замкнутый контур.

Состав и последовательность присоединения групп Ассура в механизме можно выразить его формулой строения. Механизм в целом классифицируется по группе наивысшего класса. Для показанного на рис. 12 механизма формула строения выглядит следующим образом:

$$1(1, 6) \rightarrow 2(2, 3) \rightarrow 2(4, 5), \quad (3.6)$$

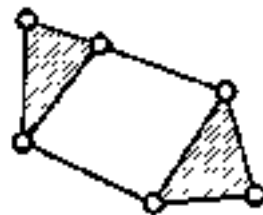
и означает, что механизм 1 класса, состоящий из звена 1 и стойки 6, взаимодействует с группой 2 класса из звеньев 2 и 3, которая, в свою очередь, взаимодействует с группой 2 класса из звеньев 4 и 5.



a



б



в

Рис. 10. Примеры групп Ассура:

a – двухповодковая группа 2 класса, 2 порядка, $W = 3 \cdot 2 - 2 \cdot 3 = 0$;
б – трёхповодковая группа 3 класса, 3 порядка, $W = 3 \cdot 4 - 2 \cdot 6 - 0 = 0$;
в – группа 4 класса, 2 порядка, $W = 3 \cdot 4 - 2 \cdot 6 - 0 = 0$

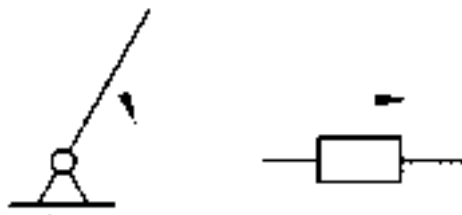


Рис. 11. Простейшие механизмы 1 класса

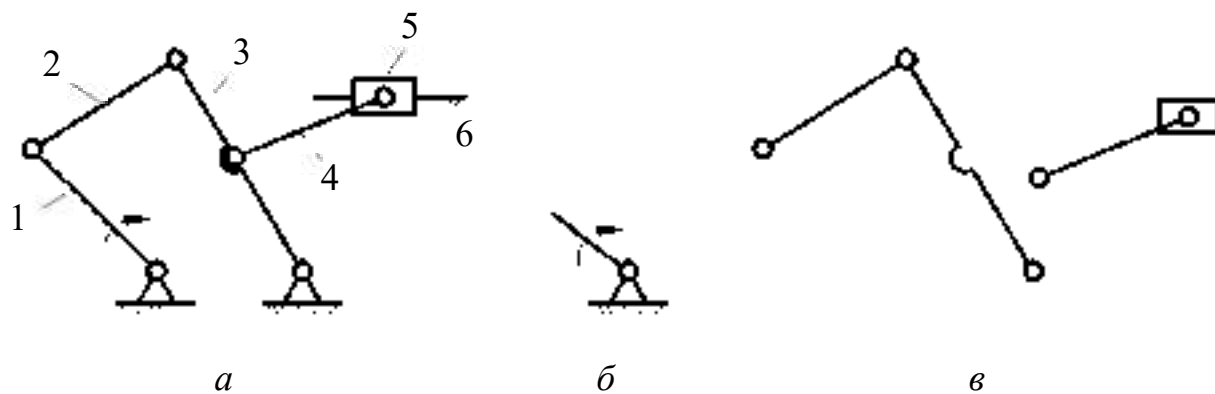


Рис. 12. Классификация механизма по группам Ассура:
 а – схема полного механизма; б – механизм 1 класса;
 в – группы Ассура 2 класса, 2 порядка

3.5. Виды механизмов и их структурные схемы

Среди всего многообразия конструкций механизмов различают: стержневые (рычажные), кулачковые, фрикционные, зубчатые механизмы, механизмы с гибкими звеньями (например, ременные передачи) и другие виды.

Менее распространенные классификации подразумевают наличие механизмов с низшими или высшими парами в плоском или пространственном исполнении и т. д.

Учитывая возможность условного превращения практически любого механизма с высшими парами в рычажный, в дальнейшем наиболее подробно рассматривается именно эти механизмы, а структурные схемы других механизмов изложены в соответствующих разделах.

Среди рычажных механизмов наиболее распространены так называемые четырехзвенные, примеры которых представлены на рис.13.

В этих механизмах встречаются однотипные звенья: *кривошип* 1 – звено, совершающее полноповоротное вращательное движение вокруг неподвижной оси; *коромысло* 3 (рис. 13, б) – звено, совершающее неполноповоротное вращательное движение вокруг неподвижной оси; *ползун* 3 (рис. 13, а) – звено, совершающее поступательное движение относительно стойки; *камень* 2 –

звено, совершающее поступательное движение относительно подвижной направляющей, называемой *кулисой* 3 (рис. 13, в, г); *шатун* 2 (рис. 13, а, б) – звено, совершающее плоскопараллельное движение.

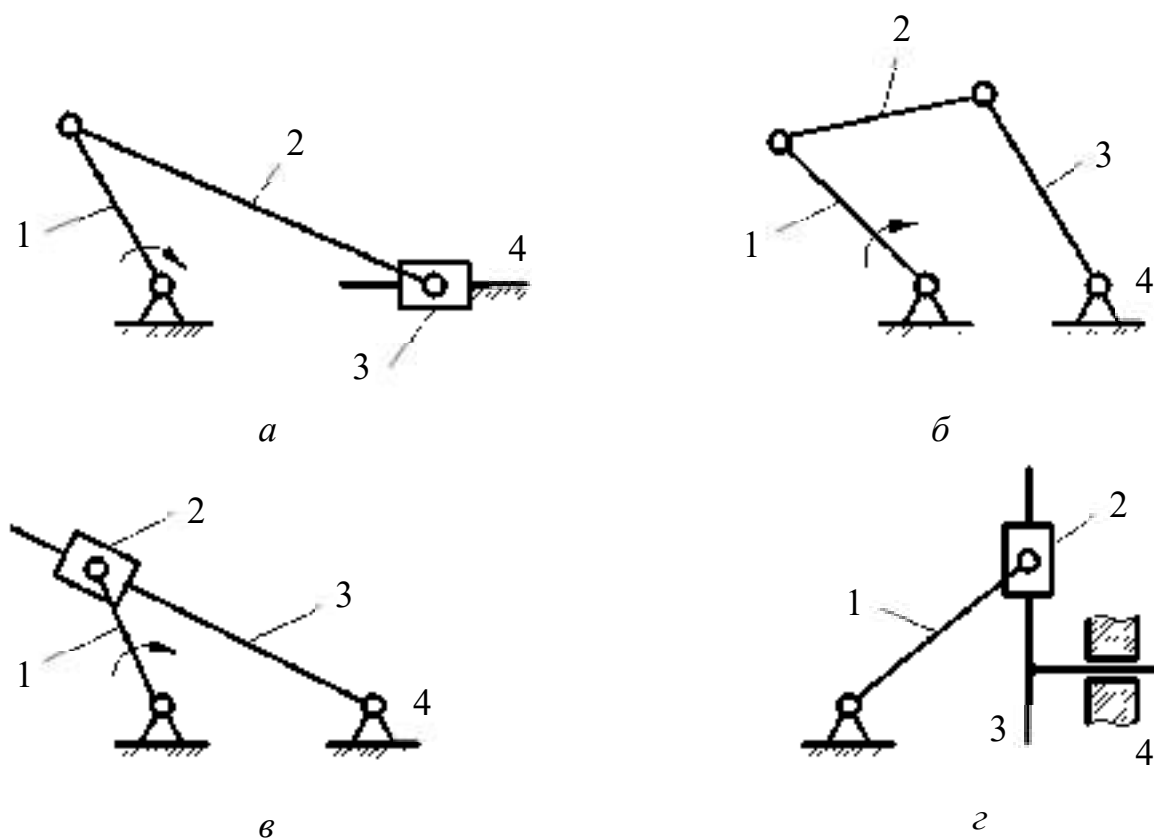


Рис. 13. Виды четырехзвенных рычажных механизмов:
а – кривошипно-ползунный механизм; б – четырехшарнирный механизм;
в – кулисный механизм; г – синусный механизм

4. КИНЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ РЫЧАЖНЫХ МЕХАНИЗМОВ

4.1. Построение планов положения механизма

Кинематический анализ механизмов включает вопросы изучения звеньев с геометрической точки зрения, т. е. без учета действующих сил. Для этого используются графические, аналитические и экспериментальные методы исследования.

Одним из наглядных методов является графоаналитический, который включает:

а) построение планов положения механизма; б) определение скоростей и ускорений характерных точек или звеньев механизма.

При графических построениях на чертеже изображаются длины звеньев, скорости, ускорения и другие величины в определенном масштабе, характеризуемом масштабным коэффициентом μ :

$$\mu = \frac{\text{значение параметра}}{\text{длина отрезка}}. \quad (4.1)$$

Например, вектор ***pa*** длиной 10 мм изображает скорость $v = 20$ м/с. Тогда

$$\mu = \frac{20}{10} = 2 \text{ м} \cdot \text{с}^{-1} / \text{мм}.$$

Графическое изображение взаимного расположения звеньев механизма, соответствующее заданному моменту времени, называется *планом положений* или *планом механизма*.

Планы положения строятся в определенном масштабе методом засечек в соответствии с формулой строения механизма. Линейные размеры всех звеньев должны быть заданы (рис. 14).

После построения нескольких совмещенных планов механизма при необходимости можно определить графически траектории характерных точек звеньев, имеющих сложное движение, например, центра тяжести S шатуна AB .

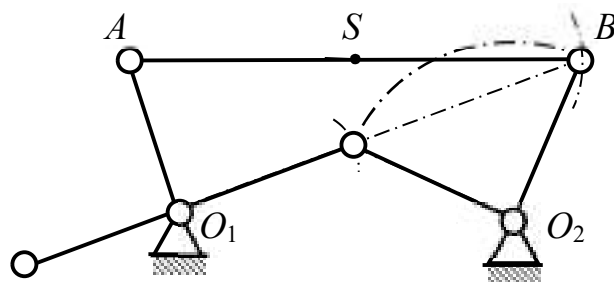


Рис. 14. План положений (план механизма)

4.2. Определение скоростей и ускорений механизма методом планов

Метод планов является одним из самых наглядных. Определению подлежат линейные скорости и ускорения точек и угловые скорости и угловые ускорения звеньев. При этом предварительно составляются векторные уравнения для скоростей и ускорений точек звеньев, совершающих сложное движение.

Пусть звено совершает плоскопараллельное движение, состоящее из переносного, т. е. поступательного со скоростью полюса и относительного вращательного вокруг полюса (рис. 15).

Принимая за полюс т. A , получим векторное уравнение скоростей точек:

$$\bar{v}_B = \bar{v}_A + \bar{v}_{BA}, \quad (4.2)$$

где $\bar{v}_B$ – скорость точки B ; $\bar{v}_A$ – скорость точки A ; $\bar{v}_{BA}$ – скорость точки B относительно точки A .

Относительная скорость по модулю равна

$$v_{BA} = \omega l_{AB}, \quad (4.3)$$

где ω – угловая скорость звена; l_{AB} – длина звена (длина отрезка AB).

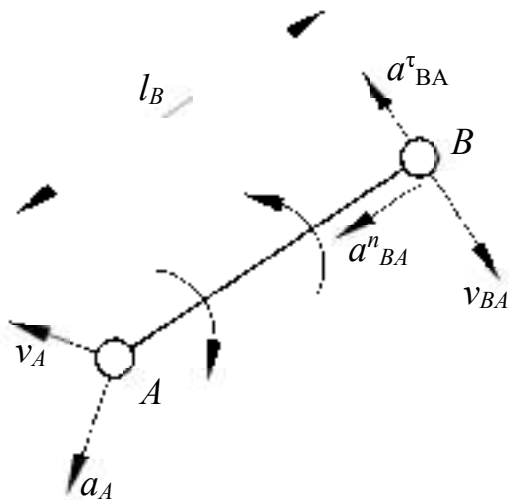


Рис. 15. Векторы скоростей и ускорений для механизма (пример 1)

Векторное уравнение ускорений точек выглядит следующим образом:

$$\bar{a}_B = \bar{a}_A + \bar{a}_{BA}, \quad (4.4)$$

где $\bar{a}_B$ – ускорение точки B ; $\bar{a}_A$ – ускорение точки A ; $\bar{a}_{BA}$ – ускорение точки B относительно точки A .

Относительное ускорение равно

$$\bar{a}_{BA} = \bar{a}_{BA}^n + \bar{a}_{BA}^\tau, \quad (4.5)$$

где $\bar{a}_{BA}^n, \bar{a}_{BA}^\tau$ – нормальная и касательная составляющие ускорения $\bar{a}_{BA}$ соответственно.

Нормальное и касательное составляющие по модулю равны

$$a_{BA}^n = \omega^2 l_{AB}; \quad (4.6)$$

$$a_{BA}^\tau = \varepsilon l_{AB}, \quad (4.7)$$

где ε – угловое ускорение звена.

Пусть звено 1 совершает сложное движение, состоящее из переносного вращательного вместе со звеном 2 и относительного поступательного вдоль звена 2 (рис. 16). Точку на звене 1 обозначим B_1 , а точку на звене 2, лежащую под точкой B_1 , обозначим B_2 . Тогда для скорости $\bar{v}_{B_1}$ справедливо векторное уравнение

$$\bar{v}_{B_1} = \bar{v}_{B_2} + \bar{v}_{B_1 B_2}, \quad (4.8)$$

где $\bar{v}_{B_2}$ – окружная скорость точки B_2 (т. е. переносная скорость); $\bar{v}_{B_1 B_2}$ – скорость точки B_1 относительно точки B_2 .

Величина переносной скорости

$$v_{B2} = \omega l_{AB}. \quad (4.9)$$

Векторное уравнение для ускорения точки B_1 :

$$\bar{a}_{B1} = \bar{a}_{B2} + \bar{a}_{B1B2}^t + \bar{a}_{B1B2}^k, \quad (4.10)$$

где $\bar{a}_{B2}$ – ускорение точки B_2 ; $\bar{a}_{B1B2}^t$ – ускорение точки B_1 относительно точки B_2 ; $\bar{a}_{B1B2}^k$ – ускорение Кориолиса, которое равно

$$a_{B1B2}^k = 2v_{B1B2}\omega \quad (4.11)$$

и совпадает с направлением вектора

$\bar{v}_{B1B2}$, повернутого на 90° в сторону переносного вращения.

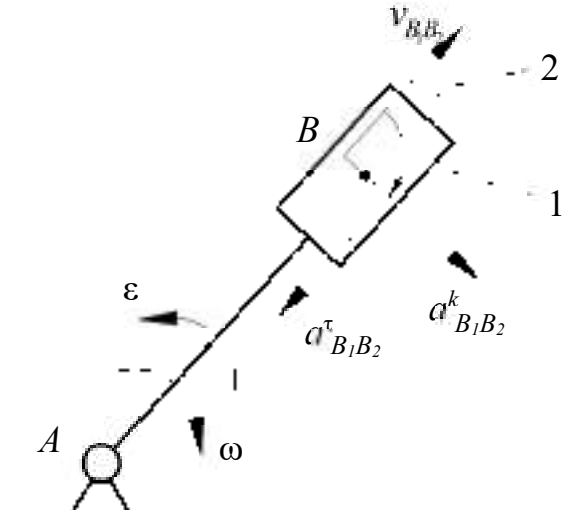


Рис. 16. Векторы скоростей и ускорений для механизма (пример 2)

Решение векторных уравнений осуществляется графически путем построения так называемых *планов скоростей и ускорений*, на которых абсолютные скорости и ускорения откладываются от одной точки, называемой полюсом, в определенном масштабе.

Пример расчета кривошипно-ползунного механизма рассмотрен на рис. 17, где план положений показан на рис. 17, а, план скоростей – на рис. 17, б и план ускорений – на рис. 17, в.

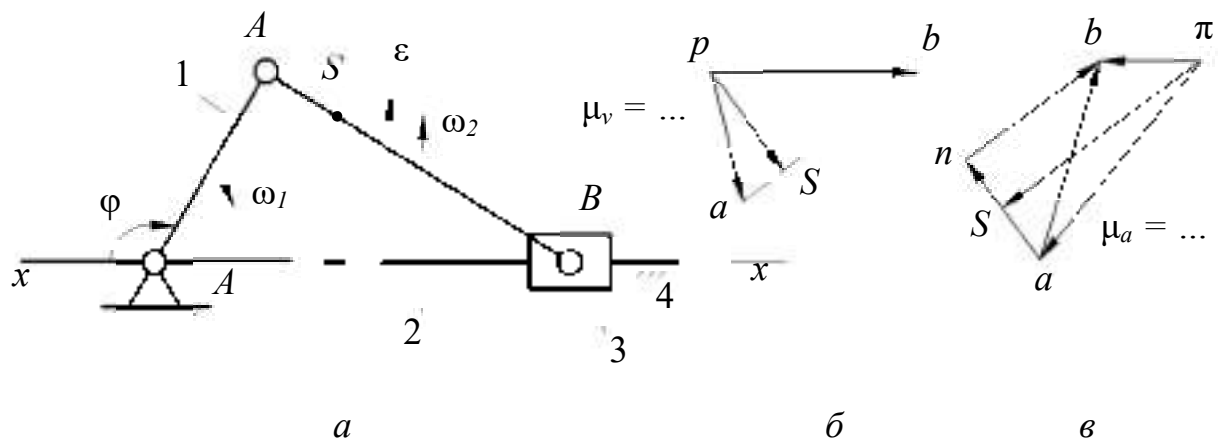


Рис. 17. Пример расчета кривошипно-ползунного механизма:

a – план положений; $б$ – план скоростей; $в$ – план ускорений

Векторное уравнение для скорости точки B записывается в виде:

$$\bar{v}_B = \bar{v}_A + \bar{v}_{BA}, \quad (4.12)$$

где $v_A = \omega_1 l_{OA}$; $v_{BA} \perp AB$; $v_B \parallel x - x$.

План скоростей строится в масштабе

$$\mu_v = \frac{v_A}{pa}, \frac{M}{c \cdot \text{мм}}, \quad (4.13)$$

где pa – отрезок произвольной длины.

На плане скоростей вектор $\bar{v}_B$ отображается отрезком pb , а вектор $\bar{v}_{BA}$ – отрезком ab , поэтому $pb \parallel x - x$; $ab \perp AB$.

Величины скоростей определяются по формулам:

$$\begin{aligned} v_{BA} &= \mu_v \cdot ab; \\ v_B &= \mu_v \cdot pb; \\ \omega_2 &= \frac{v_{BA}}{l_{AB}}. \end{aligned} \quad (4.14)$$

Векторное уравнение для ускорения точки B при $\omega_1 = \text{const}$ записываются в виде:

$$\bar{a}_B = \bar{a}_A + \bar{a}_{BA}^n + \bar{a}_{BA}^\tau, \quad (4.15)$$

где $a_A = \omega_1^2 l_{OA}$; $a_{BA}^n = \omega_2^2 AB$; $a_A \parallel AB$; $a_{BA}^\tau \perp AB$; $a_B \parallel x - x$.

Все ускорения представлены на рис. 17 в выбранном масштабе μ_a , равном

$$\mu_a = \frac{a_A}{\pi a}, \frac{M}{c^2 \cdot \text{мм}}, \quad (4.16)$$

где πa – отрезок произвольной длины.

При определении скоростей и ускорений промежуточных точек звеньев, например, точки S , можно использовать так называемую теорему подобия, согласно которой точки на плане положений звеньев и соответственные точки на планах скоростей и ускорений образуют подобные фигуры или пропорциональные отрезки. Рассмотрим доказательство данной теоремы.

На рис. 18 показано звено ABC и планы скоростей и ускорений для точек этого звена:

- отрезок ca на плане скоростей соответствует $v_{CA} \perp CA$;
- отрезок ab на плане скоростей соответствует $v_{AB} \perp AB$;
- отрезок bc на плане скоростей соответствует $v_{BC} \perp BC$;

т. е. треугольник abc подобен треугольнику ABC .

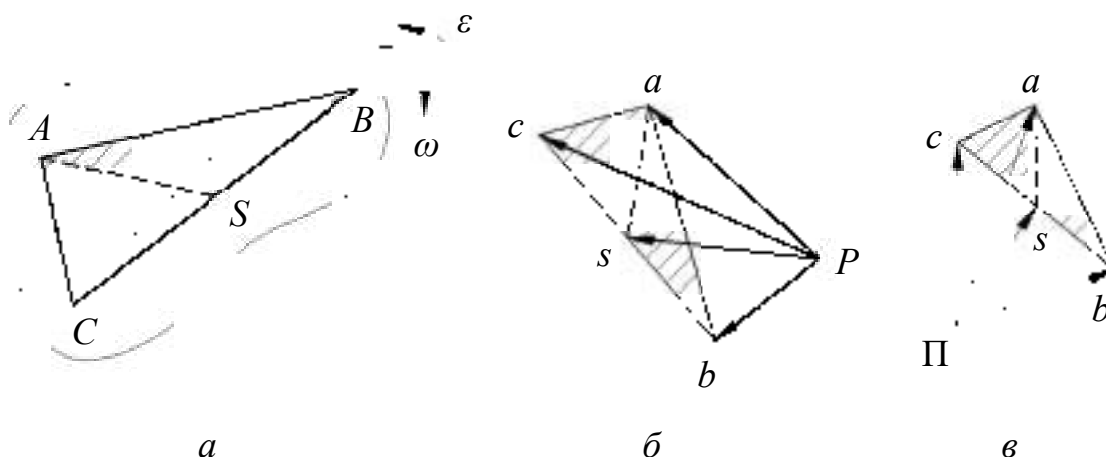


Рис. 18. Теорема подобия

Ускорения относительного (вращательного) движения равны:

$$\begin{aligned} a_{CA} &= l_{CA} \sqrt{\omega^4 + \varepsilon^2}; \\ a_{AB} &= l_{AB} \sqrt{\omega^4 + \varepsilon^2}; \\ a_{BC} &= l_{BC} \sqrt{\omega^4 + \varepsilon^2}, \end{aligned} \quad (4.17)$$

т. е. $a_{CA}/l_{CA} = a_{AB}/l_{AB} = a_{BC}/l_{BC}$, или $ca/CA = ab/AB = bc/BC$.

Следовательно, $\triangle abc \sim \triangle ABC$.

Аналогично выполняется построение фигур для любой промежуточной точки, например, точки S (рис. 18, а, б).

4.3. Исследование рычажных механизмов методом кинематических диаграмм

Кинематической диаграммой называется графическая зависимость какого-либо параметра движения звена от времени или от перемещения входного звена, представленные в определенной системе координат.

Если известна одна кинематическая диаграмма, то можно получить остальные зависимости путем графического дифференцирования или интегрирования.

На рис. 19, а, б показана последовательность построения кинематической диаграммы перемещения ползуна кривошипно-ползунного механизма от угла поворота кривошипа $S(\varphi)$ и от времени $S(t)$, а также элементы графического дифференцирования с получением диаграммы скоростей $v(t)$ методом хорд.

Если диаграмма $v(t)$ первична, то процесс, обратный интегрированию, обеспечит получение диаграммы $S(t)$ и называется *графическим интегрированием*.

Следует отметить, что графические методы часто приводят к искажениям результатов из-за неточности графических построений, поэтому необходимо контролировать расположение характерных точек, соответствующих экстремумам на диаграммах.

4.4. Кинематическое исследование рычажных механизмов аналитическим методом

Аналитические методы исследования позволяют проводить анализ с заданной степенью точности. Кроме того, создание математических моделей механизмов позволяет решать задачи их оптимального синтеза при использовании ЭВМ.

Рассмотрим пример кинематического исследования синусного механизма (механизм двойного ползуна), где кривошип 1 вращается с угловой скоростью ω и угловым ускорением ε (рис. 20).

Тогда скорость и ускорение точки A равны:

$$\begin{aligned} v_A &= \omega l_{OA}; \\ a_A &= l_{OA} \sqrt{\omega^4 + \varepsilon^2}. \end{aligned} \quad (4.18)$$

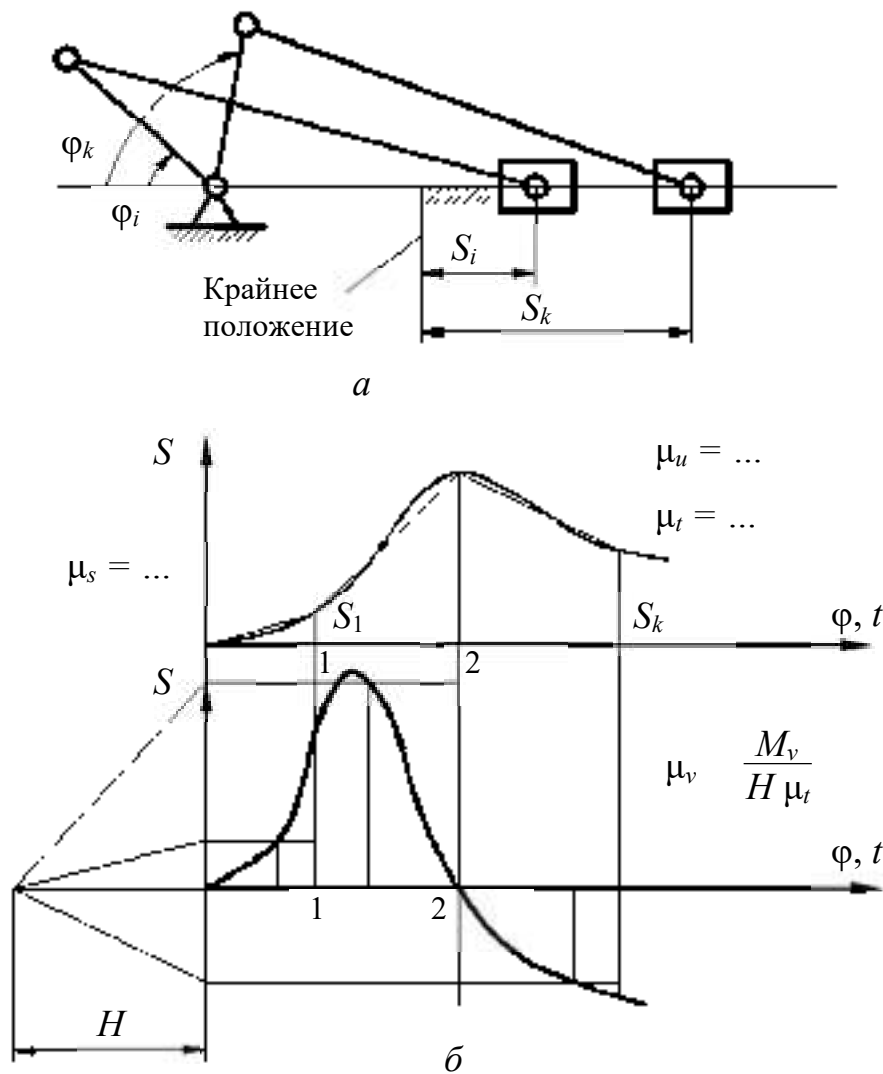


Рис. 19. Последовательность построения кинематической диаграммы перемещения ползуна кривошипно-ползунного механизма:
a – план механизма; *б* – кинематическая диаграмма перемещения ползуна

Рассмотрим пример кинематического исследования синусного механизма (механизм двойного ползуна), где кривошип 1 вращается с угловой скоростью ω и угловым ускорением ϵ (рис. 20).

Тогда скорость и ускорение точки *A* равны:

$$\begin{aligned} v_A &= \omega l_{OA}; \\ a_A &= l_{OA} \sqrt{\omega^4 + \epsilon^2}. \end{aligned} \quad (4.18)$$

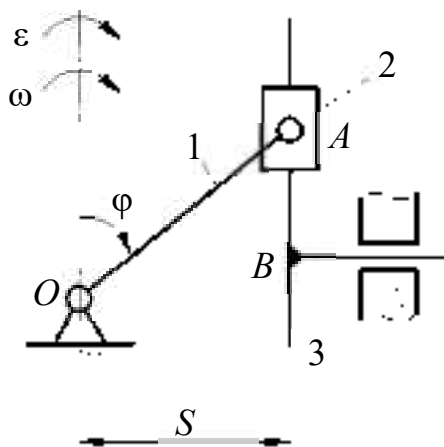


Рис. 20. Синусный механизм

Все точки звеньев 1 и 2 описывают окружности, а точки звена 3 движутся поступательно, причём их перемещения, скорости и ускорения равны:

$$S_B = l_{OA} \sin \varphi = l_{OA} \sin \omega t; \quad (4.19)$$

$$v_B = \frac{dS_B}{dt} = \frac{dS_B}{d\varphi} \cdot \frac{d\varphi}{dt} = l_{OA} \omega \cos \varphi; \quad (4.20)$$

$$a_B = \frac{d^2 S_B}{dt^2} = l_{OA} (\varepsilon \cos \varphi - \omega^2 \sin \varphi). \quad (4.21)$$

В случае равномерного вращения кривошипа при $\varepsilon = 0$

$$a_B = -l_{OA} \omega^2 \sin \varphi. \quad (4.22)$$

При исследовании многих механизмов получаются достаточно громоздкие формулы, что не является препятствием при использовании ЭВМ.

В исследовании пространственных механизмов используются элементы векторной алгебры и векторного анализа. Положения, скорости и ускорения точек механизма выражаются в векторной форме, при необходимости вычисляются проекции на оси и плоскости. Примеры таких исследований изложены в учебной литературе.

5. ДИНАМИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ РЫЧАЖНЫХ МЕХАНИЗМОВ

5.1. Классификация действующих сил

Среди сил, действующих на механизм, различают:

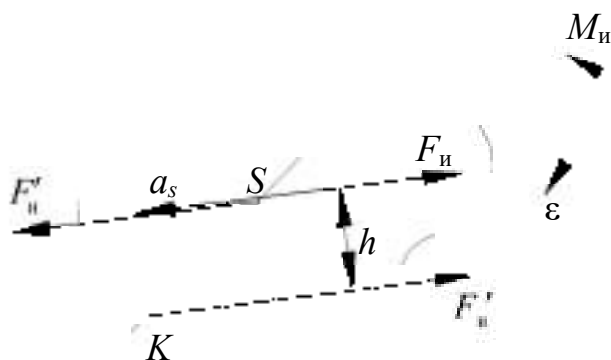
а) движущие силы F_d или моменты M_d , ускоряющие движение входных (начальных) звеньев и совершающие положительную работу (например, силы давления газа на поршень в двигателе внутреннего сгорания, силы веса при опускании груза и т. д.);

б) силы сопротивления F_c или моменты M_c , замедляющие движение входных звеньев и совершающие отрицательную работу. Они могут быть силами полезного сопротивления, дающими производственный эффект, и силами вредного сопротивления, не дающими такого эффекта (к первому типу относятся, например, силы тяжести при подъеме груза, а ко второму типу – силы трения);

в) силы реакции в кинематических парах F_{ij} , возникающие в опорах звеньев и являющиеся внутренними силами для механизма в целом и внешними для каждого отдельного звена;

г) силы инерции F_i или моменты сил инерции M_i , возникающие при неравномерном движении звеньев механизма и могут быть как движущими, так и силами сопротивления (в зависимости от их направления относительно направления движения звеньев).

Фактически силы инерции действуют на тело, вызывающее ускорение другого тела. Однако условное приложение сил инерции к ускоряемому телу позволяет рассматривать его в равновесии. Этот способ называется **принципом Даламбера** и позволяет задачу динамики свести к статическому расчету.



Силы инерции относятся к категории распределенных по объёму или так называемых массовых сил, которые, как и другие аналогичные силы, могут быть приведены к главному вектору и главному моменту (рис. 21).

Рис. 21. Пояснение принципа Даламбера

На рис. 21 сила и момент сил инерции равны:

$$\begin{aligned} F_{\text{и}} &= -m a_s; \\ M_{\text{и}} &= -J_s \varepsilon, \end{aligned} \quad (5.1)$$

где m , J_s – масса и момент инерции звена относительно оси, проходящей через центр масс; a_s – ускорение центра масс; ε – угловое ускорение звена; знаки минус показывают, что направления $F_{\text{и}}$ и $M_{\text{и}}$ противоположны соответствующим ускорениям.

Сила $F_{\text{и}}$ и момент $M_{\text{и}}$, могут быть заменены одной силой $F'_и = F_{\text{и}}$, линия действия которой проходит через так называемый центр качаний (точка K на рис. 21) на оси звена и отстоит от линии действия $F_{\text{и}}$ на расстоянии

$$h = \frac{M_{\text{и}}}{F_{\text{и}}} \text{ при замене } M_{\text{и}} \text{ парой сил: } M_{\text{и}} = F'_и h.$$

5.2. Приведение сил и масс в механизме

Для исследования закона движения механизма его удобно заменить одним условным звеном – звеном приведения, имеющим закон движения аналогичного звена реального механизма.

Для этого все внешние силы, действующие на звенья, заменяются одной

приведенной силой $F_{\text{пр}}$, мощность $P_{\text{пр}}$ которой равна сумме мощностей заменяемых сил F_i :

$$P_{\text{пр}} = \sum P_i = \sum F_i v_i \cos(F_i \wedge v_i) = F_{\text{пр}} v \cos(F_{\text{пр}} \wedge v), \quad (5.2)$$

или приведённым моментом $M_{\Sigma}^{\text{пр}}$, мощность $P_{\Sigma}^{\text{пр}}$ которого равна сумме мощностей заменяемых моментов сил M_i :

$$P_{\text{пр}} = \sum P_i = \sum M_i \omega_i = M_{\text{пр}} \omega. \quad (5.3)$$

В формулах (5.2), (5.3) v_i – скорость точки приложения i -ой силы; v – скорость точки приложения приведённой силы на звене приведения; ω_i – угловая скорость i -го звена; ω – угловая скорость звена приведения.

Приведённую силу или приведённый момент удобно записывать в виде суммы составляющих, например:

$$M_{\text{пр}} = \sum M_{Fi \text{ пр}} + \sum M_{Mi \text{ пр}}, \quad (5.4)$$

где $\sum M_{Fi \text{ пр}}$, $\sum M_{Mi \text{ пр}}$ – составляющие приведённого момента, обусловленные действием сил и моментов соответственно.

В кривошипно-ползунном механизме (рис. 22):

$$M_{\text{пр}} = M_{F_{\text{пр}}} + M_{G_{\text{пр}}}, \quad (5.5)$$

где

$$M_{F_{\text{пр}}} = \frac{F v_B}{\omega_1} = F l_{OA} \frac{pb}{pa};$$

$$M_{M_{\text{пр}}} = \frac{G v_S}{\omega_1} \cos(G \wedge v_S) = G l_{OA} \frac{ps}{pa} \cos(G \wedge v_S), \quad (5.6)$$

где pa , pb , ps – вектора, взятые с плана скоростей (рис.22).

Как видно из формул, величина $F_{\text{пр}}$ ($M_{\text{пр}}$) зависит лишь от соотношения скоростей, а не от их абсолютной величины, что позволяет для приведения сил использовать планы скоростей без учета их масштабов.

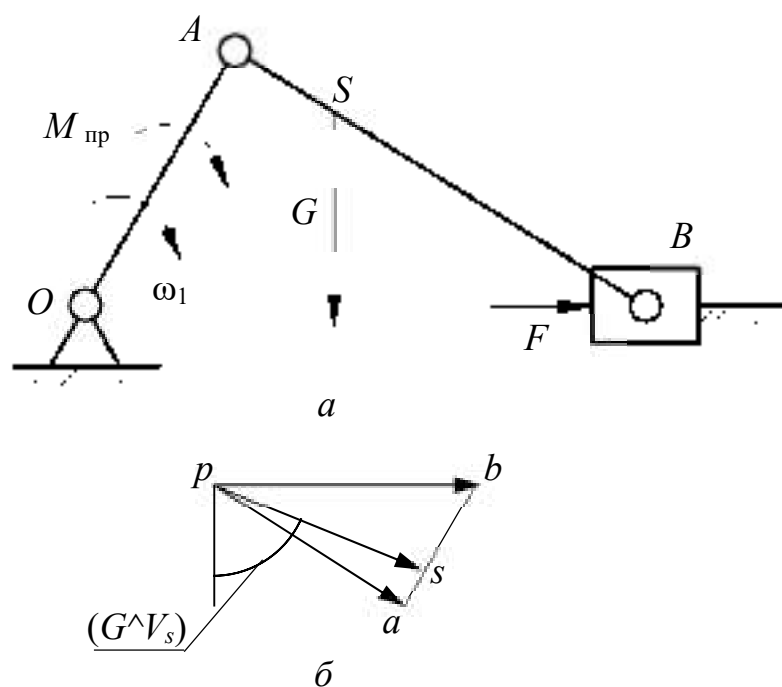


Рис. 22. Пример кривошипно-ползунного механизма:
a – схема; *б* – план скоростей

Каждое i -ое звено механизма обладает массой m_i и моментом инерции J_i относительно оси, проходящей через центр масс звена, при этом кинетическая энергия i -го звена плоского механизма равна:

$$E_i = \frac{m_i v_i^2}{2} + \frac{J_i \omega_i^2}{2}. \quad (5.7)$$

Массы и моменты инерции всех звеньев механизма можно условно заменить некоторой массой $m_{пр}$, сосредоточенной в произвольно выбранной точке A звена привода (рис. 23, *a*), или некоторым моментом инерции $J_{пр}$, приписанным звену привода (рис. 23, *б*).

Замена должна производиться из условия равенства кинетических энергий:

$$E_{пр} = \frac{m_{пр} v_A^2}{2} + \frac{J_{пр} \omega^2}{2}, \quad (5.8)$$

где $E_{пр}$ – приведённая кинетическая энергия.

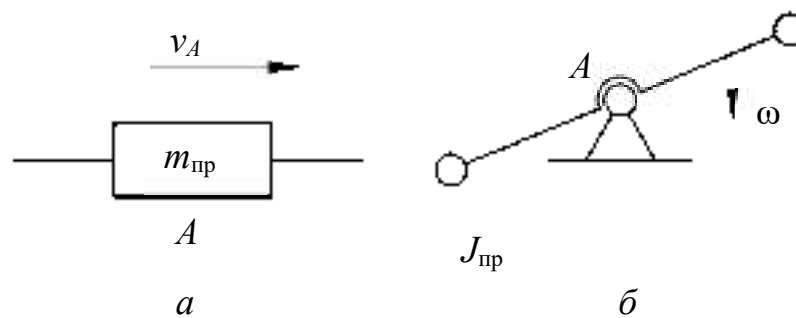


Рис. 23. Массы и моменты инерции звеньев приведения:
a – звено приведения – ползун; *б* – звено приведения - кривошип

Приведённые масса при поступательном движении звена приведения определяется по формуле

$$m_{\text{пр}} = \sum \left[m_i \left(\frac{v_i}{v_A} \right)^2 + J_i \left(\frac{\omega_i}{v_A} \right)^2 \right], \quad (5.9)$$

а при вращательном движении звена приведения – по формуле

$$J_{\text{пр}} = \sum \left[m_i \left(\frac{v_i}{\omega} \right)^2 + J_i \left(\frac{\omega_i}{\omega} \right)^2 \right]. \quad (5.10)$$

Приведённые масса и момент инерции являются функциями положения звена приведения, т.е. их величина может меняться при изменении положения звена в процессе его движения.

5.3. Уравнение движения машины

Работу машины можно разбить на три периода (рис. 24):

- 1) период пуска (разгона) $t_{\text{п}}$;
- 2) период установившегося движения $t_{\text{у}}$;
- 3) период остановки (выбега) $t_{\text{о}}$.

Аналитическая зависимость между действующими на звенья силами и кинематическими параметрами движения называется уравнением движения.

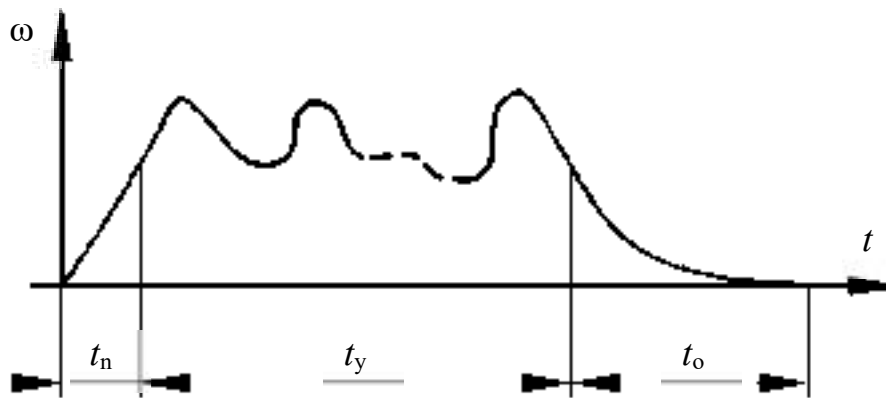


Рис. 24. Периоды работы машины

Это уравнение в общем случае имеет вид

$$\Delta E = E - E_0 = A_d - A_c, \quad (5.11)$$

где ΔE – изменение кинетической энергии за рассматриваемый промежуток времени; E и E_0 – величина кинетической энергии в конце и начале промежутка; A_d, A_c – работа движущих сил и сил сопротивления.

В период пуска (разгона) $A_d > A_c$, т. е. происходит ускорение движения звеньев, движение является неустановившимся.

В период установившегося движения $A_d = A_c$, т. е. скорости звеньев в конечный и начальный моменты периода равны, и вся работа движущихся сил расходуется на преодоление сопротивлений.

В период остановки (выбега) $A_d < A_c$, движение продолжается некоторое время за счет накопленной кинетической энергии, поглощаемой силами сопротивления движению.

Уравнение движения может быть выражено в интегральной и дифференциальной форме, а для упрощения его решения исследование машины заменяют исследованием звена приведения, в котором изменение кинетической энергии равно

$$\Delta E_{\text{пр}} = A_d^{\text{пр}} - A_c^{\text{пр}}, \quad (5.12)$$

где суммарная работа действующих на звено приведения сил может быть выражена:

а) в интегральной форме:

$$A_{\text{д}}^{\text{пр}} - A_{\text{с}}^{\text{пр}} = \int F_{\text{пр}} ds \quad (5.13)$$

или

$$A_{\text{д}}^{\text{пр}} - A_{\text{с}}^{\text{пр}} = \int M_{\text{пр}} d\varphi, \quad (5.14)$$

где ds – элементарное перемещение точки приведения; $d\varphi$ – элементарный угол поворота звена приведения;

б) в дифференциальной форме:

$$d\Delta E_{\text{пр}} = d(A_{\text{д}}^{\text{пр}} - A_{\text{с}}^{\text{пр}}) = F_{\text{пр}} ds \quad (5.15)$$

или

$$d\Delta E_{\text{пр}} = d(A_{\text{д}}^{\text{пр}} - A_{\text{с}}^{\text{пр}}) = M_{\text{пр}} d\varphi. \quad (5.16)$$

Таким образом, уравнение движения машины приводится к тому или иному конкретному виду и решается графическим и графоаналитическим методами, а учитываемые силы и моменты сил, приведенные массы и моменты инерции могут быть как постоянными, так и переменными величинами, зависящими от того или иного фактора.

5.4. Понятие об уравнивающей силе. Теорема Жуковского о жестком рычаге

Одним из способов определения приведенной силы $F_{\text{пр}}$ является способ, предложенный Н. Е. Жуковским. Уравнение, из которого может быть найдена $F_{\text{пр}}$, основано на равенстве мощностей (формула (5.2)).

Рассмотрим какое-либо звено механизма, в точке B которого приложена сила F_i под углом α_i к вектору скорости v_i этой точки (рис.25, а).

Мощность силы F_i равна

$$P_i = F_i v_i \cos \alpha_i. \quad (5.17)$$

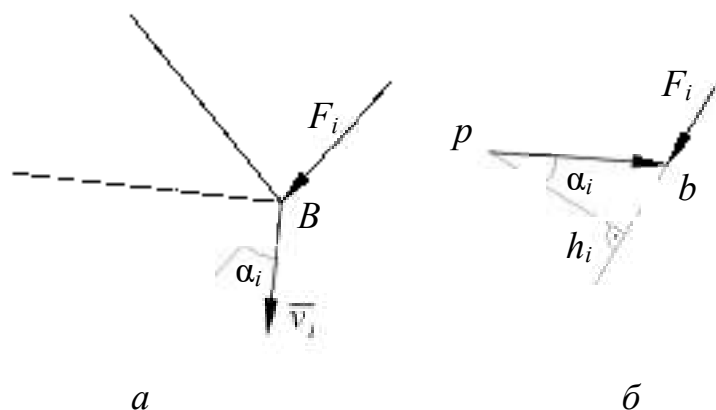


Рис. 25. Теорема Жуковского о жестком рычаге:
a – звено механизма; *б* – план скоростей

Если вектор скорости точки *B* (план скоростей) повернуть на 90° и силу F_i приложить к концу вектора (к точке *b*), сохранив ее направление, то момент этой силы относительно полюса *p* будет равен (рис. 25, *б*)

$$M_i = F_i h_i = F_i v_i \cos \alpha_i = P_i, \quad (5.18)$$

т.е. равен мощности силы F_i . Таким образом, F_i можно найти, повернув на 90° план скоростей и приложив к нему все внешние силы, включая силы инерции, в соответствующих точках и сохраняя их направления. Тогда из уравнения моментов такого рычага

$$F_{\text{пр}} h_{\text{пр}} = \sum F_i h_i \quad (5.19)$$

получим:

$$F_{\text{пр}} = \sum \frac{F_i h_i}{h_{\text{пр}}}, \quad (5.20)$$

где h_i и $h_{\text{пр}}$ – кратчайшие расстояния от полюса плана скоростей до линий действия *i*-ой и приведенной сил.

Повернутый на 90° план скоростей с приложенными к нему силами называется жестким рычагом Жуковского.

Величина $F_{\text{пр}}$ или $M_{\text{пр}}$ зависит от положения механизма, поэтому можно построить диаграмму, например, $F_{\text{пр}}(\varphi)$, являющуюся функцией положения звена приведения. Для этого необходимо последовательно определить

значения $F_{пр}$ методом рычага Жуковского для целого ряда положений механизма в пределах цикла ($F_{1пр}$, $F_{2пр}$, ...) и отложить их на диаграмме (рис. 26).

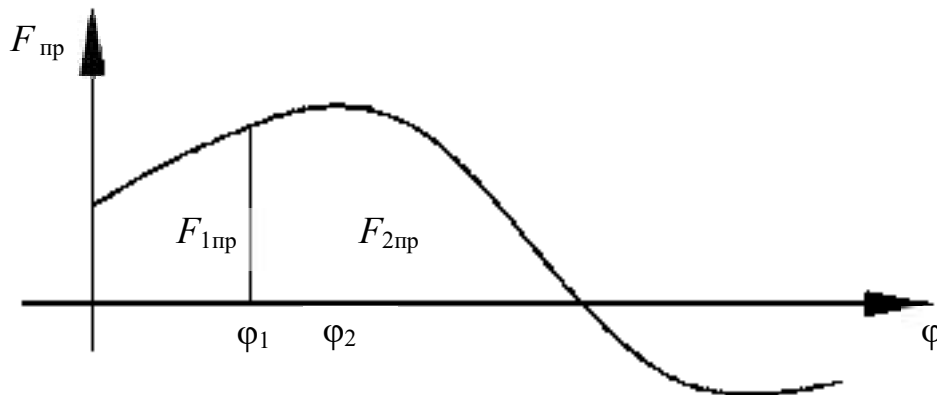


Рис. 26. Диаграмма приведенной силы

Приведенная сила $F_{пр}$ или момент $M_{пр}$ характеризуют реакцию механизма на движение его входного звена по определенному закону, задаваемому двигателем. Сила или момент, равные по величине приведенной силе или моменту, но противоположные им по направлению, называется уравновешивающей силой F_y или уравновешивающим моментом M_y . Эти сила или момент развиваются двигателем и обеспечивают заданное движение входного звена.

Если к рычагу Жуковского приложить все внешние силы, включая силы инерции, а также F_y , то его можно рассматривать в равновесии, из условия которого

$$F_y h_y + \sum F_i h_i = 0 \quad (5.21)$$

можно определить неизвестную F_y , а также найти мощность двигателя $P_{дв}$, требуемую для получения заданного движения входного звена в заданном положении:

$$P_{дв} = F_y v_A \cos(F_y \wedge v_A) = M_y \omega. \quad (5.22)$$

5.5. Графоаналитический метод решения уравнения движения машины

Данный метод позволяет не только наглядно иллюстрировать связь между динамическими и кинематическими параметрами движения, но и решать практические задачи синтеза, например, задачу уменьшения неравномерности вращения звеньев.

В качестве примера рассмотрим построение так называемой диаграммы энергомасс. Эта диаграмма строится на основе графиков $J_{пр}(\varphi)$ и

$$\Delta E_{пр}(\varphi) = E_{пр}(\varphi) - E_{0пр}, \quad (5.23)$$

где $E_{пр0}$ – энергия звена приведения в начале цикла.

График $\Delta E_{пр}(\varphi)$ может быть получен путем графического интегрирования графика $M_{пр}(\varphi)$.

На рис. 27 показана последовательность построения диаграммы энергомасс в координатах $\Delta E_{пр}(J_{пр})$, которая при установившемся движении является замкнутой кривой и строится на базе диаграмм $\Delta E_{пр}(\varphi)$ и $J_{пр}(\varphi)$ путем исключения параметра φ (угла поворота звена приведения).

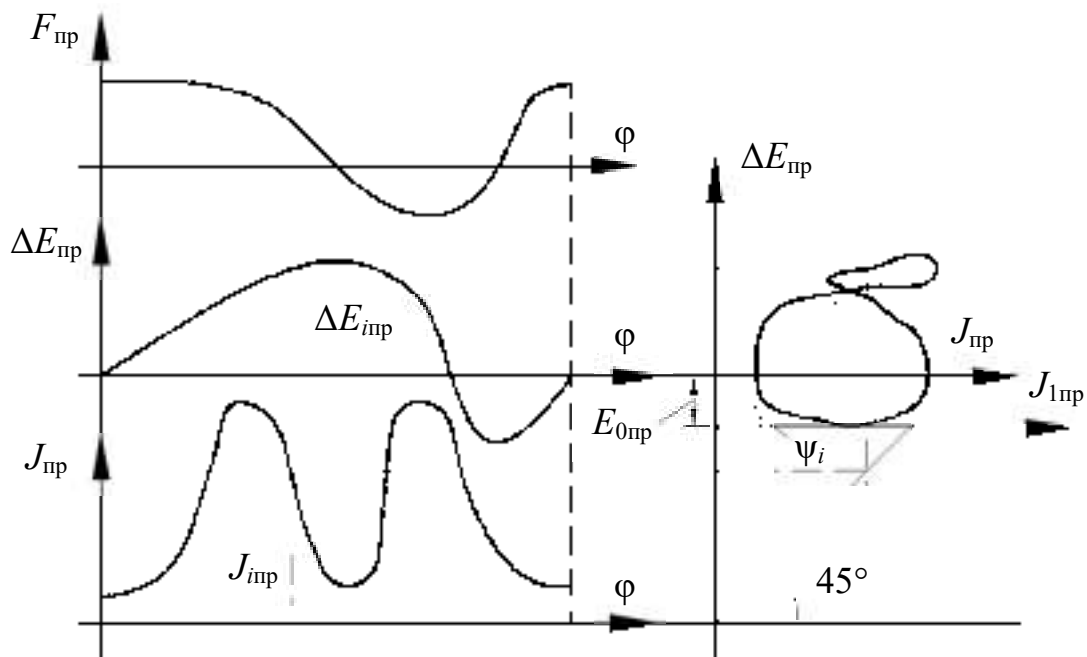


Рис. 27. Диаграмма энергомасс

Если известна угловая скорость вращения ω_0 звена приведения в начале цикла, то можно определить начальную кинетическую энергию:

$$E_{0\text{пр}} = \frac{J_{0\text{пр}} \omega_0^2}{2}. \quad (5.24)$$

Тогда диаграмму энергомасс можно рассматривать в координатах $\Delta E_{\text{пр}}(J_{1\text{пр}})$, где ось $J_{1\text{пр}}$ отстоит от первоначальной оси $J_{\text{пр}}$ на величину $E_{0\text{пр}}$ (рис. 27).

Так как

$$E_{\text{пр}} = \frac{J_{\text{пр}} \omega^2}{2}, \quad (5.25)$$

то

$$\omega^2 = \frac{2E_{\text{пр}}}{J_{\text{пр}}} = 2 \frac{\mu_E}{\mu_J} \text{tg } \psi, \quad (5.26)$$

где μ_E и μ_J – масштабные коэффициенты, используемые для построения диаграмм.

Таким образом, диаграмма энергомасс позволяет при установившемся движении определить угловую скорость ω звена приведения в любой момент времени, т. е.

$$\omega = \sqrt{2 \frac{\mu_E}{\mu_J} \text{tg } \psi}, \quad (5.27)$$

$$\text{tg } \psi = \frac{\mu_J \omega^2}{2\mu_E}.$$

5.6. Неравномерное движение машин. Маховики

Одним из режимов движения машины при совершении полезной работы является режим равномерного или установившегося движения.

При равномерном движении угловая скорость ω вала двигателя постоянна, а при установившемся движении она периодически изменяется

(рис. 28), причём степень неравномерности можно оценить коэффициентом неравномерности δ :

$$\delta = \frac{\omega_{\max} - \omega_{\min}}{\omega_c}, \quad (5.28)$$

где ω_c – средняя угловая скорость за цикл:

$$\omega_c = \frac{\omega_{\max} + \omega_{\min}}{2}. \quad (5.29)$$

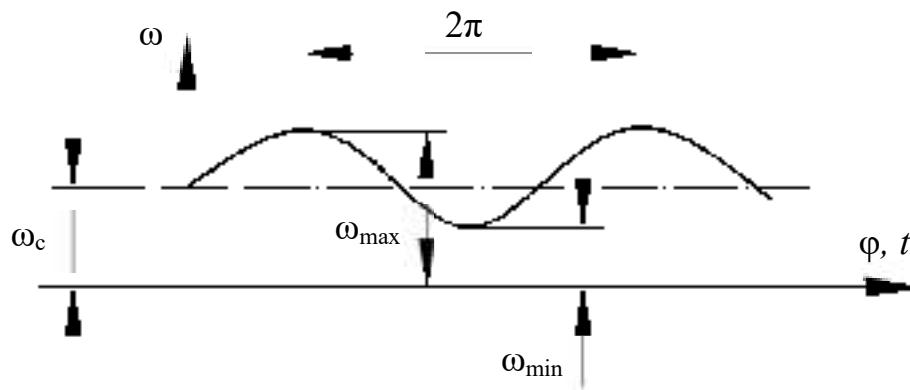


Рис. 28. Изменение угловой скорости ведущего звена

Неравномерность вредно сказывается на работе машин, т. к. вызывает дополнительные инерционные нагрузки, которые могут привести к поломке.

Практикой установлены значения δ , которые допустимы в различных условиях эксплуатации. Регулировать величину δ можно путем изменения величины момента инерции звена привода, т. е. на быстро вращающийся вал закрепляется дополнительная масса, называемая маховиком.

При конструировании маховика стремятся к получению необходимого момента инерции маховика J_m с наименьшим весом G и заданным диаметром D . Для этой цели маховик изготавливается в виде тяжелого обода, соединенного со втулкой тонким диском с отверстием или спицами (рис. 29). Приблизительно J_m можно определить по формуле:

$$J_m = G \frac{D^2 + d^2}{8g}, \quad (5.30)$$

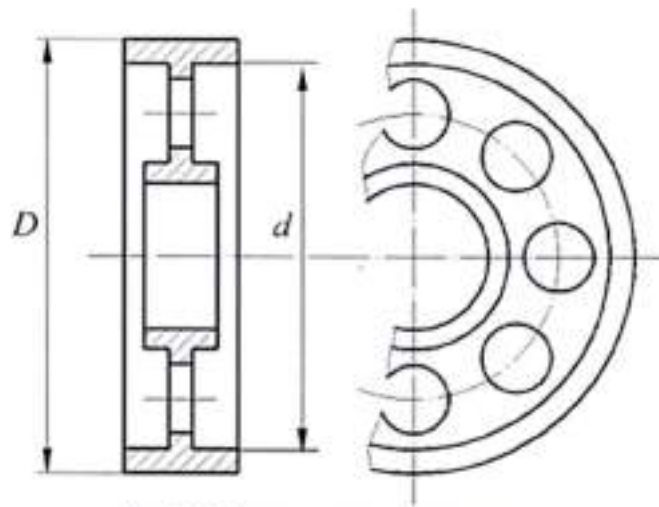


Рис. 29. Конструкция маховика

где D, d – диаметры обода маховика; g – ускорение свободного падения.

5.7. Подбор момента инерции J_m маховика по заданному коэффициенту неравномерности δ

Обычно требуется определить параметры маховика при заданных значениях ω_c и δ . Существуют различные методы определения J_m , наиболее точным из которых является метод Ф. Виттенбауэра, в соответствии с которым предварительно строится диаграмма энергомасс $\Delta E_{пр}(J_{пр})$.

Согласно этой диаграмме (рис. 30):

$$\begin{aligned}\omega_{\max(\min)}^2 &= 2 \frac{\mu_E}{\mu_J} \operatorname{tg} \psi_{\max(\min)}; \\ \operatorname{tg} \psi_{\max(\min)} &= \frac{\omega_{\max(\min)}^2 \mu_J}{2\mu_E}.\end{aligned}\tag{5.31}$$

С другой стороны, из уравнений (5.28), (5.29):

$$\omega_{\max(\min)} = \omega_c \left(1 \pm \frac{\delta}{2} \right).\tag{5.32}$$

Таким образом, найдя $\psi_{\max}$, $\psi_{\min}$ и проведя касательные к диаграмме энергомасс под этими углами к горизонтали (рис. 30), получим в точке их

пересечения начало новой системы координат с осями $E_{пр}$ и $J_{1пр}$, отстоящими от принятых ранее осей на искомую величину J_M и $E_{0пр}$.

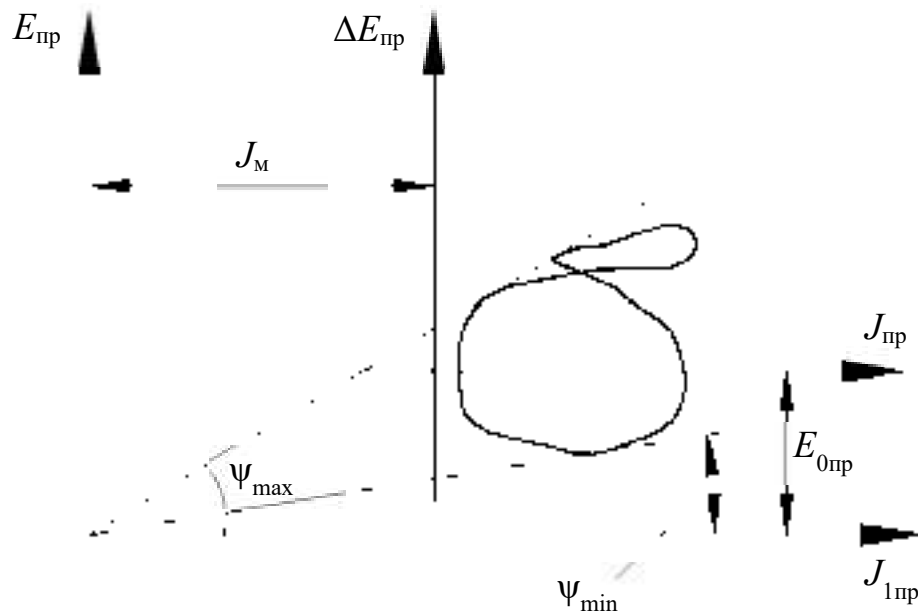


Рис. 30. Определение момента инерции маховика по диаграмме Виттенбауэра

В целом последовательность определения J_M включает следующие операции:

- 1) строится диаграмма $M_{пр}(\varphi)$ для установившегося движения;
- 2) строится диаграмма $\Delta E_{пр}(\varphi)$ путем графического интегрирования диаграммы $M_{пр}(\varphi)$;
- 3) строится график $J_{пр}(\varphi)$ и диаграмма энергомасс путем исключения параметра φ из графиков $\Delta E_{пр}(\varphi)$ и $J_{пр}(\varphi)$;
- 4) определяются углы ψ_{max} , ψ_{min} , после чего находится J_M в новых координатах $E_{пр}$ и $J_{1пр}$ диаграммы $E_{пр}(J_{1пр})$.

5.8. Регулирование неперiodических колебаний скорости движения машин

В процессе выполнения работы приходится регулировать скорость рабочего органа машины. Например, в стационарных двигателях необходимо

поддерживать скорость рабочего органа постоянной, а в двигателях транспортных машин эта скорость должна изменяться в широких пределах.

Из уравнения движения машины следует, что изменения скорости рабочего органа можно достигнуть за счет изменения разности работ движущих сил и сил сопротивления ($A_d - A_c$). Устройства, обеспечивающие изменения работы сил сопротивления применяются в виде тормозов, например, в транспортных машинах, которые снабжаются также и приспособлениями для одновременного разобщения двигателя с исполнительным механизмом.

Другим способом регулирования является изменение работы движущих сил путем воздействия на орган, подающий энергию к входному звену (поршню у двигателя внутреннего сгорания, лопаткам турбины и т. д.).

Регулирование может осуществляться либо человеком-оператором, либо автоматически – с помощью устройств, называемых регуляторами.

Одним из них является центробежный регулятор (рис. 31), приводимый во вращение валом двигателя B . Ползун A соединяется с органом, подводящим рабочее тело (пар, топливо и т. д.). Регулятор за счёт изменения сил инерции $F_{и}$, действующих на шары C , автоматически поддерживает угловую скорость вала двигателя постоянной, т. к. ее увеличение приводит к уменьшению подачи рабочего тела и наоборот.

5.9. Силовой расчет рычажных механизмов

Зная активные силы, действующие на звенья механизма и силы инерции этих звеньев, можно произвести его кинетостатический расчет, т.е. определить реакции в кинематических парах и уравновешивающую силу (момент) на входном звене, причем эта сила (момент) является движущей при совпадении ее направления с направлением движения входного звена или силой

(моментом) сопротивления, если ее направление противоположно этому движению.

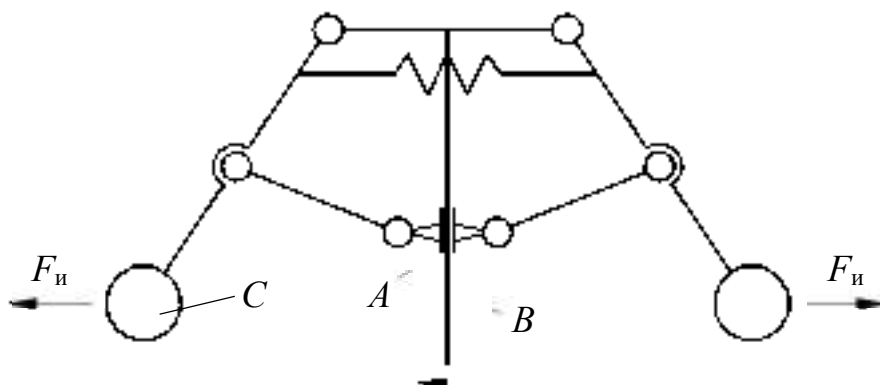


Рис. 31. Центробежный регулятор

При кинетостатическом расчете реакции в кинематических парах определяются путем статического расчета, который базируется на результатах кинематического анализа, включая ускорения, необходимые для определения сил (моментов) инерции.

При силовом расчете используется принцип Даламбера, позволяющий решение задачи динамики свести к статическому расчету (метод кинетостатики). Согласно этому принципу, приведение ускоренно движущейся системы в равновесие обеспечивается условным приложением к этой системе сил инерции. При этом неизвестные силы определяются из уравнений статики.

Силы взаимодействия между звеньями (реакции) можно считать направленными по нормали к контактирующим поверхностям, если расчет ведется без учета сил трения (рис. 32). Принято следующее обозначение реакций: R_{12} – реакция со стороны звена 1 на звено 2; R_{21} – реакция со стороны звена 2 на звено 1.

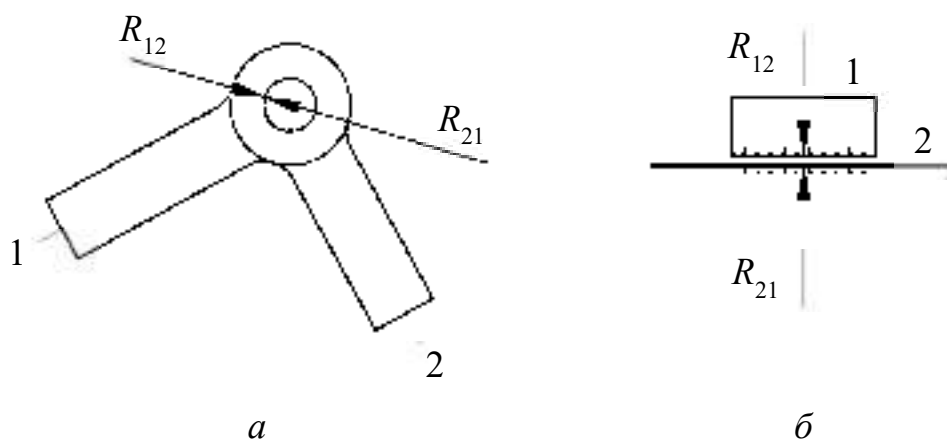


Рис. 32. Реакции в кинематических парах:
a – вращательной; *б* – поступательной

При графоаналитическом решении используется метод плана сил.

Механизм расчленяется на структурные группы Ассура и начальные звенья. Расчет ведется, начиная с последней структурной группы и заканчивается расчетом входного звена.

При расчете структурных групп к ним прикладываются все действующие силы, включая силы инерции и реакции отброшенных связей. Каждая из неизвестных реакций, при необходимости, может быть разложена на две составляющих по выбранным направлениям, например, вдоль оси звена (нормальная R^n) и перпендикулярно оси (тангенциальная R^t). При равенстве числа уравнений статики числу неизвестных реакций их можно определить аналитически и графически, построив многоугольник (план) сил. Неизвестные определяются из условия замкнутости векторной суммы сил.

Рассмотрим примеры.

Пример 1. Двухповодковая группа с вращательными парами (рис. 33).

Составляющая R_{i1}^t определяется из уравнения моментов для звена 1 относительно точки *B*: $\Sigma M_{B1} = 0$ (рис.33, *a*).

Составляющая R_{j2}^t определяется из уравнения моментов для звена 2 относительно точки *B*: $\Sigma M_{B2} = 0$ (рис.33, *a*).

При отрицательных значениях реакций необходимо изменить их направления на противоположные.

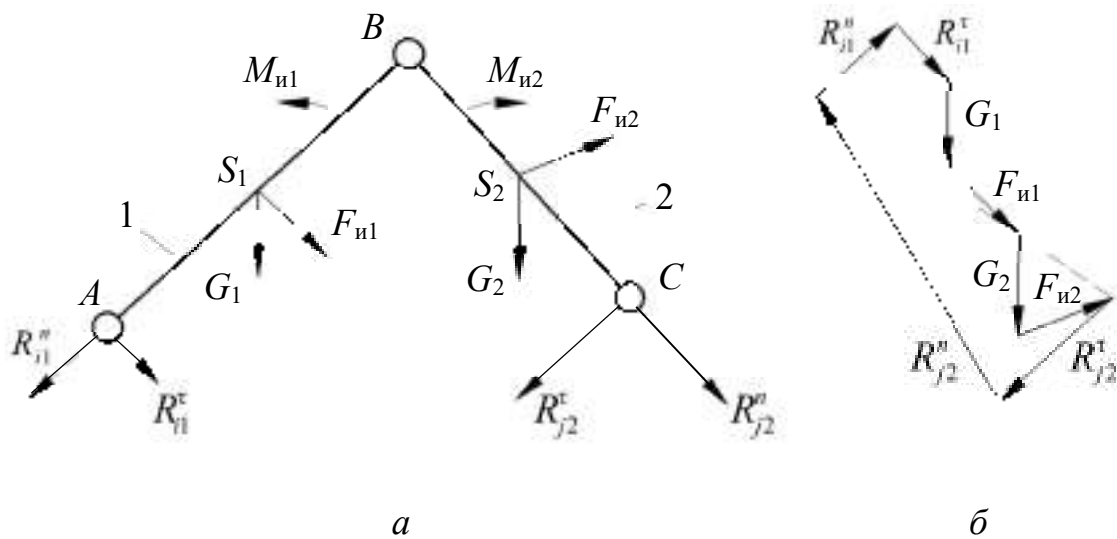


Рис. 33. Двухповодковая группа с вращательными парами:
а – план группы; б – план сил

Составляющие R_{i1}^n, R_{j2}^n определяются из плана сил (рис. 33, б), полученного на основе векторного уравнения $\Sigma \bar{F}_k = 0$, где $\bar{F}_k$ – силы, действующие на структурную группу, включая найденные составляющие реакций.

Пример 2. Двухповодковая группа шатун-ползун (рис. 34).

Реакция R_{j2} определяется из уравнения моментов $\Sigma M_A = 0$.

Реакция R_{i1} определяется непосредственно из плана сил (рис. 34, б) на основе векторного уравнения $\Sigma \bar{F}_k = 0$. Вычислять для этого составляющую R_{i1}^tau нет необходимости.

Пример 3. Двухповодковая группа кулиса-камень (рис. 35) при $G_2 \approx 0$.

Реакция R_{j2} определяется из уравнения моментов $\Sigma M_A = 0$.

Реакция R_{i1} определяется непосредственно из плана сил (рис. 34, б) на основе векторного уравнения $\Sigma \bar{F}_k = 0$ по аналогии с примером 2.

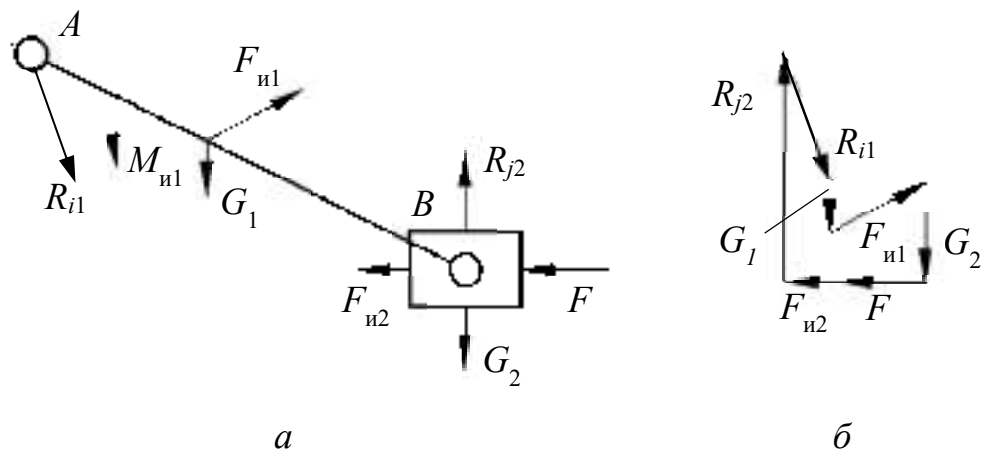


Рис. 34. Двухповодковая группа шатун-ползун:
а – план группы; *б* – план сил

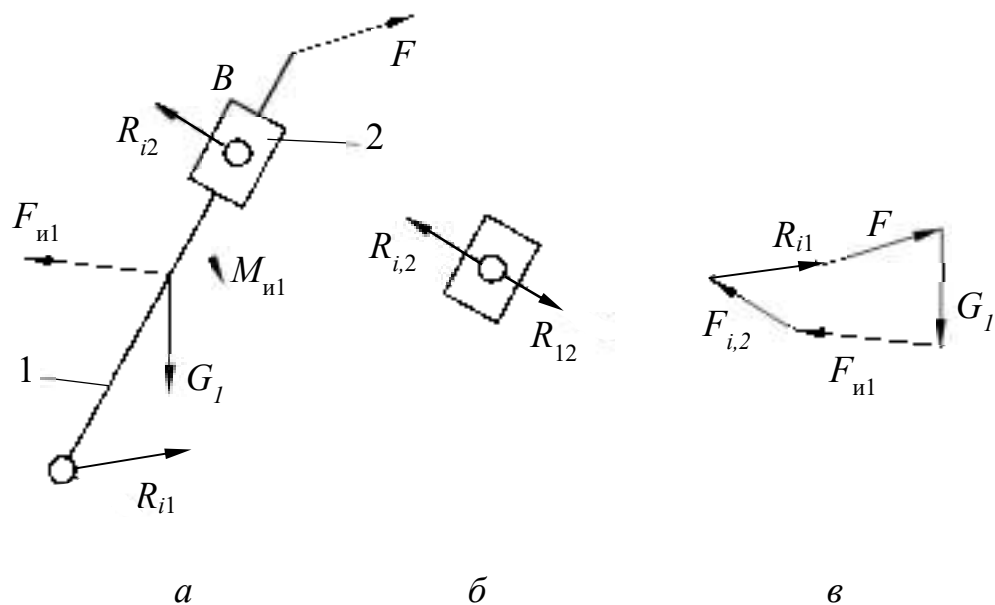


Рис. 35. Двухповодковая группа кулиса-камень:
а – план группы; *б* – силы на звене *В*; *в* – план сил

Особенность расчета данной группы Ассура состоит в возможности некоторого упрощения вычислений в случае, когда весом камня 2 можно пренебречь. Тогда реакция R_{12} равна по модулю и противоположна реакции R_{j2} (рис. 35, *б*).

4. Входное звено – кривошип (рис. 36).

Уравновешивающий момент M_y определяется из уравнения моментов $\Sigma M_O = 0$.

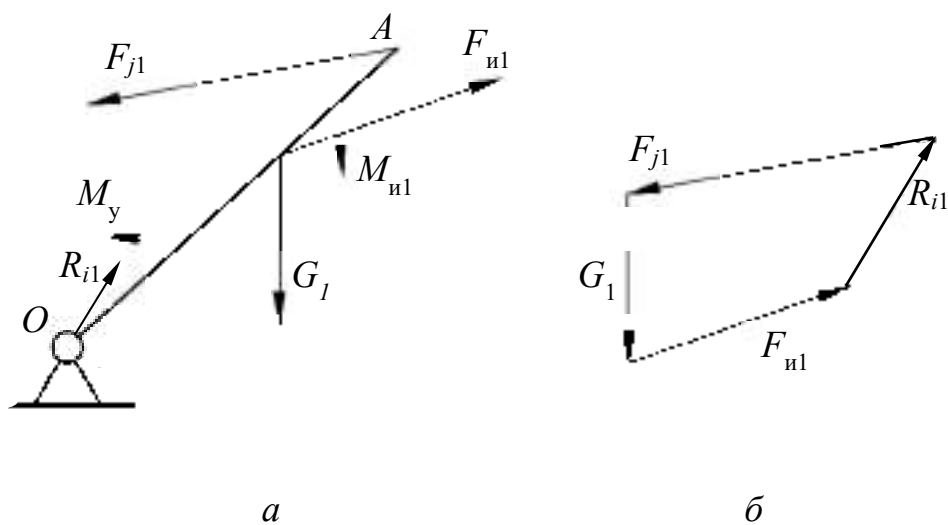


Рис. 36. Входное звено – кривошип:
а – план звена; б – план сил

Реакция R_{i1} определяется непосредственно из плана сил (рис. 36, б) на основе векторного уравнения $\Sigma \vec{F}_k = 0$ по аналогии с примером 2.

6. СИНТЕЗ РЫЧАЖНЫХ МЕХАНИЗМОВ

6.1. Постановка задачи, виды и способы синтеза

Задачи синтеза рычажных механизмов в общем случае являются сложными задачами оптимального проектирования, включающими этапы структурного, кинематического и динамического расчёта. Поэтому для упрощения решения рассматриваются частные задачи, в которых учитываются лишь некоторые (основные) условия проектирования.

В зависимости от исходных данных различают следующие виды синтеза:

- геометрический, когда заданы отдельные положения звеньев или траектории отдельных точек;
- кинематический, когда заданы некоторые скорости, ускорения или их соотношения;
- динамический, когда заданы действующие силы или наложены некоторые ограничения на динамические параметры.

К способам синтеза относятся:

- а) опытный, когда экспериментальным путём подбираются размеры звеньев для реализации заданной траектории;
- б) графический;
- в) аналитический.

Возможны различные комбинации видов и способов синтеза, перечисленных выше.

6.2. Решение задач оптимального синтеза стержневых механизмов

При постановке задачи оптимального синтеза следует различать входные и выходные параметры.

Входные – это изначально заданные параметры (размеры звеньев, скорости, ускорения или их соотношения).

Выходные – это параметры, определяемые в результате решения задачи.

При синтезе необходимо учитывать ряд требований кинематического, конструктивного, технологического характера и т. д., среди которых одно, как правило, является главным, а остальные – второстепенными (дополнительными).

Если главное требование записать математически в виде функции $Z = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$, где $x_1, x_2, \dots, x_n$ – выходные параметры, то такая функция называется *функцией цели* (целевой), при этом дополнительные условия, выраженные в виде $a_i \leq g_i(x_1, x_2, \dots, x_n) \leq b_i$, называются ограничениями.

Задачей оптимального синтеза является обеспечение экстремального значения Z при соблюдении всех ограничений.

Например, выразив вес механизма в виде функции Z его параметров (длин звеньев), можно решать задачу минимизации Z при соблюдении условий его существования. К таким условиям относятся условия проворачивания кривошипа в шарнирном четырёхзвеннике, условие соблюдения заданного угла давления и ряд других.

При малом числе выходных параметров решение задачи оптимизации может быть получено в аналитической форме. В противном случае используются численные методы направленного, случайного или комбинированного поиска оптимальных решений.

6.3. Условия проворачиваемости кривошипа в шарнирном четырёхзвеннике

При проектировании (синтезе) механизма с ведущим звеном – кривошипом одним из учитываемых условий является проворачиваемость кривошипа. Данное условие иначе называется условием существования кривошипа.

Выполнение условия существования кривошипа обеспечивается определённым соотношением длин звеньев. Например, для того чтобы звено AB четырёхзвенника (рис. 37) могло стать кривошипом, оно должно последовательно пройти через два крайних положения.

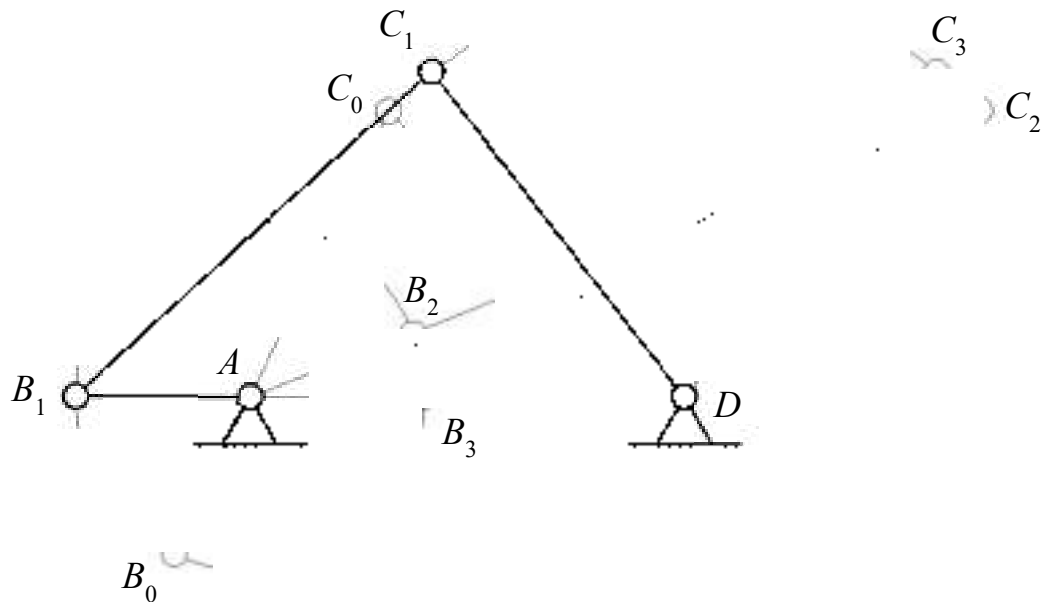


Рис. 37. Выполнение условия существования кривошипа

Используя три положения механизма, получим следующие условия для положений 1, 2, 3, предварительно обозначив длины звеньев $l_{AB} = a$; $l_{BC} = b$; $l_{CD} = c$; $l_{AD} = d$:

- а) $a + d < b + c$ – положение 1;
- б) $a + b < d + c$ – положение 2;
- в) $c < b + d - a$ или $a + c < b + d$ – положение 3;

то есть сумма длин кривошипа и любого другого звена меньше суммы остальных звеньев.

Сложим попарно полученные неравенства и получим: $a < c$; $a < d$; $a < b$, то есть кривошип является самым коротким звеном.

А если данные условия не выполняются, то механизм будет либо двухкривошипным, либо двухкоромысловым. Эти условия используются при геометрическом синтезе.

6.4. Учёт углов давления в стержневых механизмах

Углы давления во многом определяют условия работы механизма. Угол давления (например, угол α на рис. 38) измеряется между вектором силы и вектором скорости в точке её приложения и влияет на трение и износ в кинематических парах.

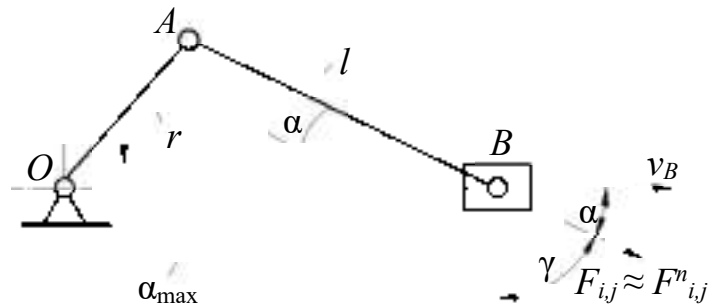


Рис. 38. Углы давления в стержневом механизме

Поэтому максимальные значения углов давления при синтезе механизмов ограничивают допустимыми значениями $[\alpha]$ для исключения возможности заклинивания и предотвращения снижения КПД. Для упрощения расчётов, связанных с определением углов давления, обычно пренебрегают тангенциальными составляющими реакций, что позволяет находить наихудшие положения с точки зрения риска заклинивания и назначать длины звеньев $l_{\min}$, обеспечивающие приемлемые условия работы при заданном $[\alpha]$, т. е. при выполнении условия $\alpha_{\max} \leq [\alpha]$.

Углы $\gamma = 90^\circ - \alpha$ называются углами передачи и ограничиваются при проектировании величиной $\gamma_{\min}$.

6.5. Синтез четырёхзвенника по трём заданным положениям шатуна

Так как точки В и С шарнирного четырёхзвенника описывают дуги окружностей (рис. 39), то, проведя перпендикуляры через середины хорд, соединяющих концы шатуна в трёх положениях, получим центры вращения звеньев AB и CD (точки A и D). Вид синтеза – геометрический; способ синтеза – графический.

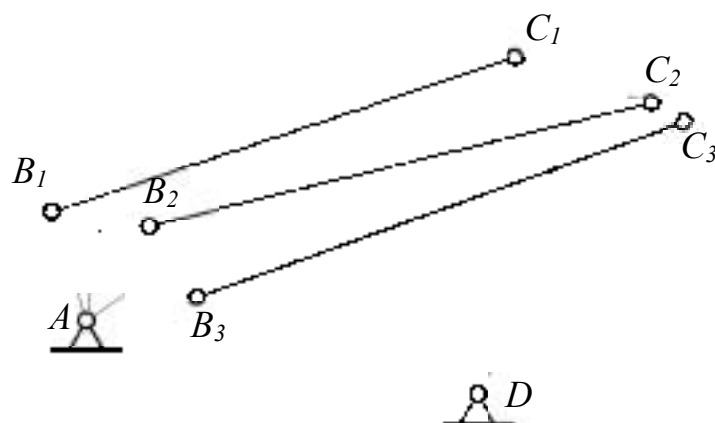


Рис. 39. Синтез четырёхзвенника

6.6. Синтез кривошипно-кулисного механизма по заданному коэффициенту изменения скорости хода

Схема кривошипно-кулисного механизма показана на рис. 40.

Одной из кинематических характеристик стержневого механизма может служить коэффициент изменения скорости хода k_v , представляющий собой отношение средней скорости холостого хода $v_{x.x}$ к средней скорости рабочего хода $v_{p.x}$.

При равномерном движении кривошипа коэффициент k_v равен

$$k_v = \frac{v_{x.x}}{v_{p.x}} = \frac{s}{t_{x.x}} \cdot \frac{t_{p.x}}{s} = \frac{180^\circ + \theta}{\omega} \cdot \frac{\omega}{180^\circ - \theta} = \frac{180^\circ + \theta}{180^\circ - \theta}, \quad (6.1)$$

где s – ход ползуна; $t_{p.x}$ и $t_{x.x}$ – время рабочего и холостого хода; ω – угловая скорость кривошипа; θ – угол размаха кулисы.

При заданном V k можно определить $\square$ или наоборот. Используя дополнительные конструктивные соображения, можно определить размеры всех звеньев механизма.

Вид синтеза – кинематический; способ – графоаналитический.

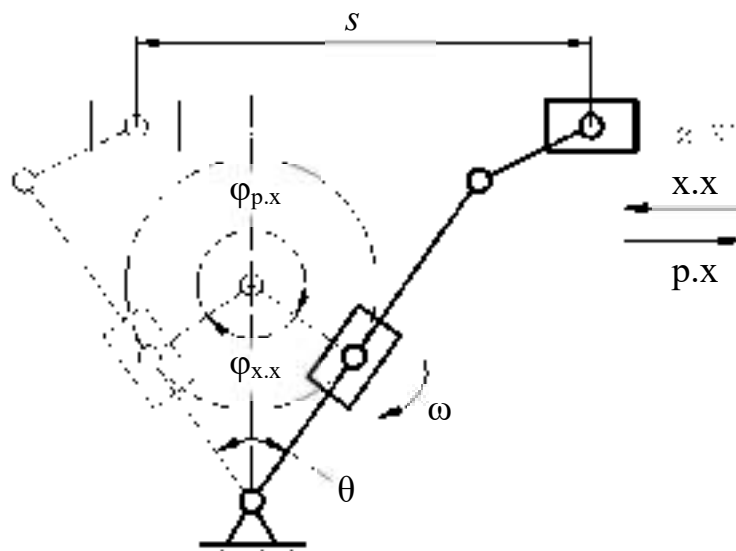


Рис. 40. Синтез кривошипно-кулисного механизма

6.7. Синтез кривошипно-ползунного механизма по некоторым заданным размерам

Кривошипно-ползунный механизм характеризуется пятью параметрами: a , φ_1 , φ_2 , $r = l_{OA}$, $l = l_{AB}$ (рис. 41), при этом можно записать два аналитических выражения, связывающие эти параметры:

$$\begin{aligned} \sin \varphi_1 &= \frac{a}{l+r}; \\ \sin \varphi_2 &= \frac{a}{l-r}. \end{aligned} \quad (6.2)$$

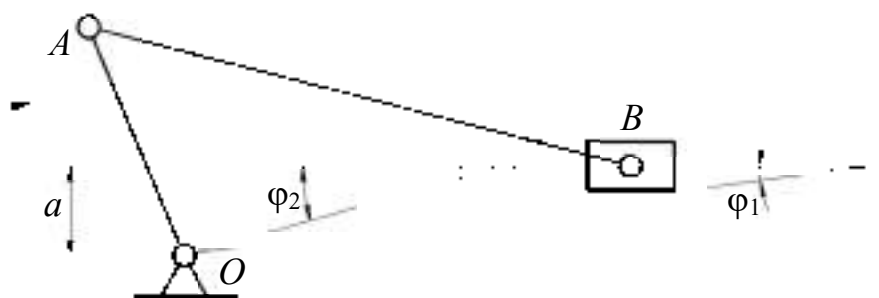


Рис. 41. Синтез кривошипно-ползунного механизма

Таким образом, задавая три параметра из пяти, можно определить два оставшихся из указанных выражений. Например, задав величины: a , φ_1 и φ_2 , можно определить r и l .

Вид синтеза – геометрический; способ – аналитический.

6.8. Понятие о синтезе механизма по заданному закону движения выходного звена

Пусть задан закон движения ведомого звена (угла поворота коромысла обозначен ψ) в зависимости от угла поворота кривошипа φ , например, в четырёхшарнирном механизме (рис. 42).

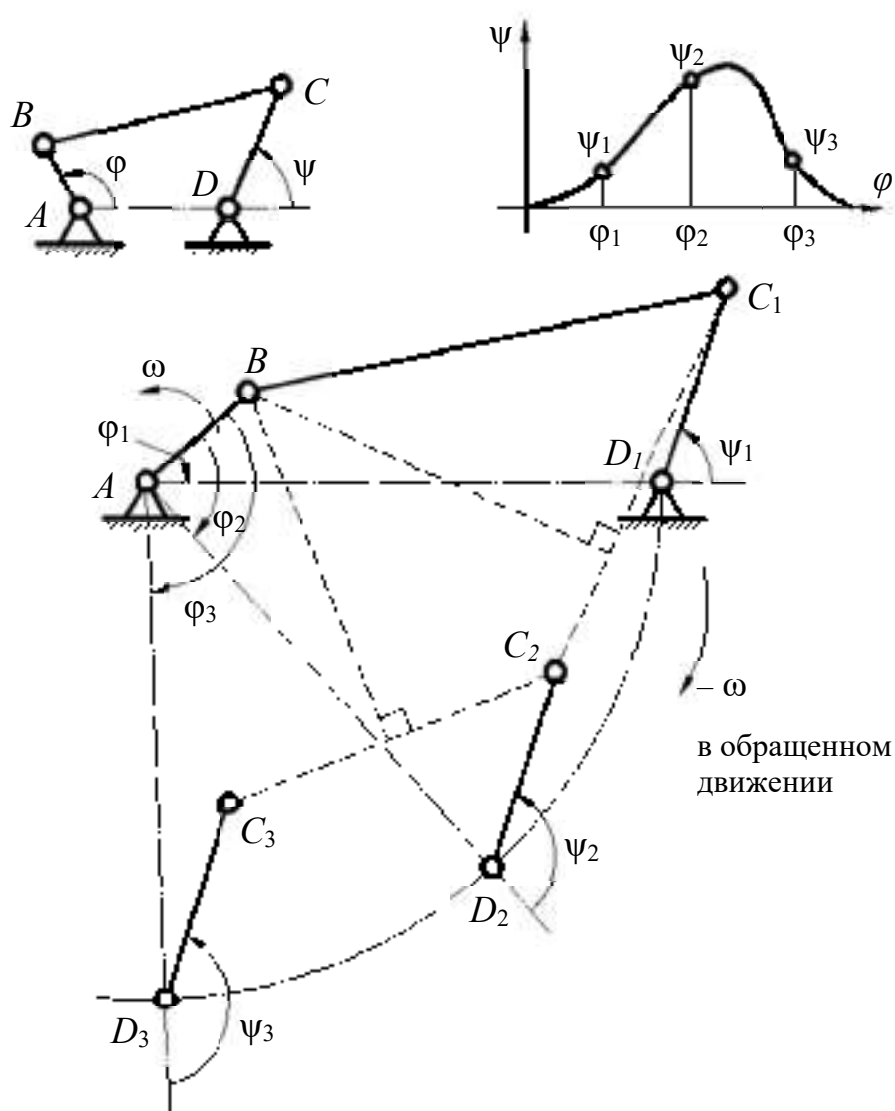


Рис. 42. Синтез механизма по заданному закону движения выходного звена

Приближенный синтез включает разбивку всего интервала по оси графика $\psi(\varphi)$ по оси абсцисс φ на участки, соответствующие трём произвольным значениям $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$. Используется метод обращения движения, когда механизму условно задаётся движение, обратное кривошипу. Если заданы длина коромысла и межцентровое расстояние, то по трём положениям в обращённом движении можно найти размеры шатуна и кривошипа согласно рис. 42, где точку B находят как центр вращения точки C в обращённом движении.

Существует постановка задачи, когда отыскивается оптимальный закон движения с точки зрения различных параметров: скорости, ускорения, работы динамических сил и т. д.

6.9. Понятие о синтезе механизма по заданной траектории

Часто требуется спроектировать механизм с заданной траекторией движения ведомого звена. Например, четырёхшарнирный механизм стрелы портального крана позволяет перемещать груз горизонтально при вращении стрелы в вертикальной плоскости (рис. 43).

Синтез таких механизмов осуществляется графическими и аналитическими методами с использованием теории функций с наибольшим приближением к заданной траектории. В этой области имеются работы

Чебышева, который первым предложил решение задачи для лямбдообразного прямолинейного механизма Чебышева, положенного в основу конструкции стрелы портального крана.

Искомыми параметрами являются длины звеньев, включая и l_n .

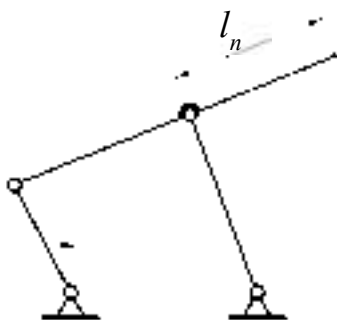


Рис. 43. Синтез механизма по заданной траектории

6.10. Общий порядок проектирования рычажного механизма

Процесс проектирования рычажного механизма включает следующие основные этапы:

- 1) производится синтез кинематической схемы (определяются длины звеньев по заданным условиям;
- 2) принимается упрощённый закон движения входного звена, определяются скорости и ускорения звеньев, производится приближённый силовой расчёт (определяются реакции в кинематических парах);
- 3) по найденным усилиям подбираются сечения звеньев и определяются их массы;
- 4) производится приведение сил и масс, подбор маховика и определение истинного закона движения звена приведения;
- 5) при найденном законе движения звена приведения находятся уточнённые значения скоростей и ускорений, определяются более точные величины реакций и производится проверка прочности и жёсткости звеньев. Размеры сечений и массы звеньев последовательно уточняются.

Иногда используют более простую последовательность, в которой расчёт ведётся при заданных длинах и массах звеньев, а также при упрощённом законе движения входного звена.

7. КУЛАЧКОВЫЕ МЕХАНИЗМЫ

7.1. Классификация кулачковых механизмов

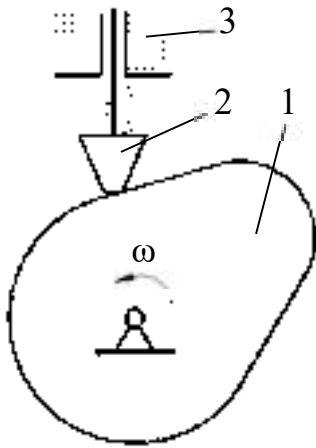


Рис. 44. Кулачковый механизм

Кулачковые механизмы содержат хотя бы одну высшую кинематическую пару и состоят из кулачка 1, толкателя 2 и стойки 3 (рис. 44).

Степень подвижности такого механизма равна:

$$W = 3n - 2p_5 - p_4 = 3 \cdot 2 - 2 \cdot 2 - 1 = 1. \quad (7.1)$$

Основными достоинствами кулачковых механизмов является возможность получения заранее заданного закона движения толкателя с помощью кулачка. К недостаткам следует отнести большое удельное давление в точке контакта кулачка с толкателем, а также сложность изготовления профиля кулачка.

Постоянный контакт толкателя с кулачком обеспечивается с помощью кинематического (рис. 45, а) или силового замыкания (рис. 45, б).

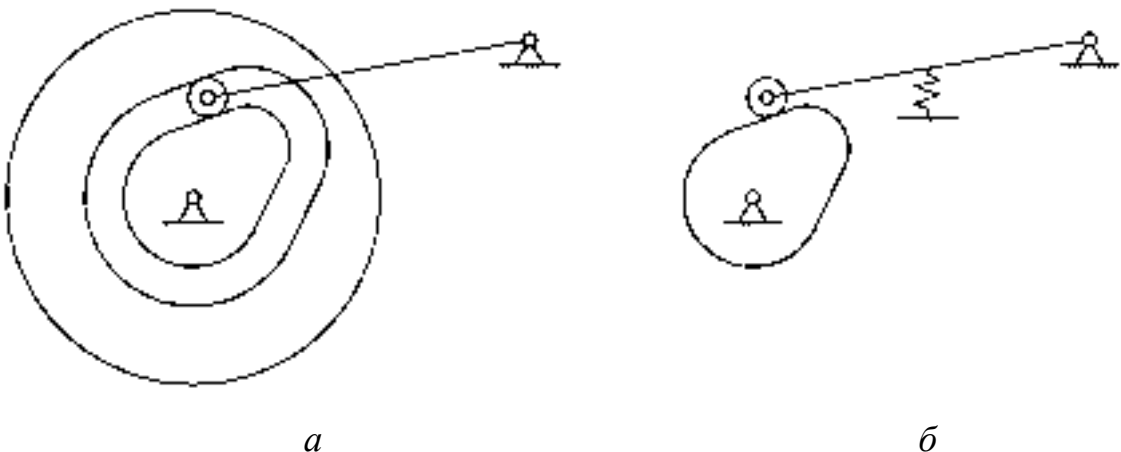


Рис. 45. Классификация кулачковых механизмов по типу контакта толкателя с кулачком:
а – с кинематическим замыканием; б – с силовым замыканием

В зависимости от характера движения кулачка и толкателя возможно преобразование вращательного или поступательного движения кулачка во вращательное или поступательное движение толкателя (рис. 46). На рис. 46, *а* показан механизм с преобразованием поступательного движения в поступательное (плоский с тарельчатым толкателем); на рис. 46, *б* – с преобразованием вращательного движения в поступательное (плоский внеосный с плоским толкателем); на рис. 46, *в* – с преобразованием вращательного движения в поступательное (пространственный с роликовым толкателем).

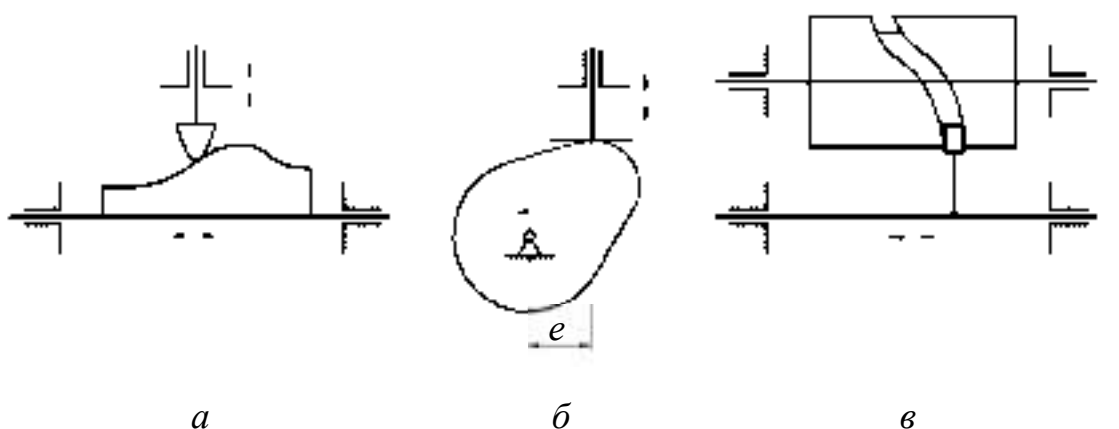


Рис. 46. Классификация кулачковых механизмов

Кулачковые механизмы могут быть плоскими (рис. 46, *а*, *б*) и пространственными (рис. 46, *в*), осевыми ($e = 0$) и внеосными ($e \neq 0$), с плоским, тарельчатым или роликовым толкателем. Назначение ролика – уменьшение трения и износа в контакте толкателя с кулачком.

Кулачковые механизмы, как правило, используются в машинах автоматического или полуавтоматического действия и обеспечивают функции «жёсткого» управления выполняемого процесса.

7.2. Кинематический анализ кулачковых механизмов

Основной задачей кинематического анализа является определение перемещений, скоростей и ускорений толкателя при заданных схеме механизма и профиле кулачка. Решение этой задачи может быть осуществлено аналитическими и графическими методами, первый из которых более точен, но сложен, а второй – менее точен, но более прост.

Рассмотрим графический метод на примере осевого механизма с роликовым толкателем. Анализ начинается с построения планов механизма. При этом используется метод обращения движения, когда всему механизму условно задают вращение с угловой скоростью ($-\omega$), обратной скорости



Рис. 47. Профилирование кулачка

кулачка (рис. 47). Тогда толкатель в обращённом движении будет двигаться вокруг неподвижного кулачка, а центр ролика опишет кривую, отстоящую от профиля кулачка на расстояние радиуса r ролика и называемую *эквидистантой*. Построение профиля кулачка называется *профилированием*.

Путь s любой точки толкателя при повороте кулачка на угол φ будет равен разности радиусов-векторов, соединяющих центр кулачка и соответствующие положения центра ролика.

На основе планов механизма можно построить диаграмму перемещений толкателя в координатах $(s; \varphi)$ или $(s; t)$, после чего определяются скорости v

(рис. 48) (аналоги скорости $\frac{ds}{d\varphi}$) и ускорения a (аналоги ускорения $\frac{d^2s}{d\varphi^2}$)

путём графического дифференцирования графиков $s(\varphi)$, $s(t)$, $v(t)$, $\frac{ds}{d\varphi}(\varphi)$.

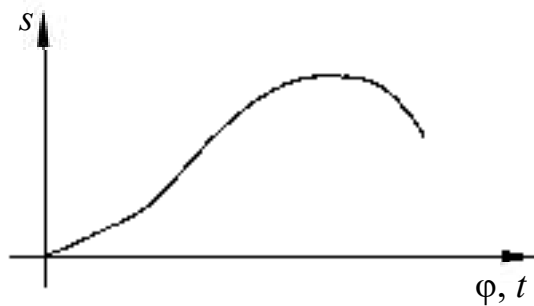


Рис. 48. Диаграмма перемещений толкателя

Движение толкателя имеет реверсивный характер за весь кинематический цикл, при этом наблюдаются четыре фазы движения толкателя (см. рис. 54), соответствующие четырём фазовым углам поворота кулачка: φ_y – угол удаления (подъёма) толкателя; φ_d –

угол дальнего выстоя; φ_v – угол возврата (опускания); φ_b – угол ближнего выстоя.

С целью непосредственного определения скоростей и ускорений толкателя осуществляют условную замену высшей пары на низшую. Замена осуществляется так, что движение заменяемого механизма в момент замены соответствует движению заменяющего.

В общем случае мгновенный заменяющий механизм представляет шарнирный четырёхзвенник с подвижными шарнирами A и B , расположенными в центрах кривизны, контактирующих в точке P профилей (рис. 49).

В частных случаях возможны различные варианты замены (рис. 50), при этом можно производить кинематический анализ кулачкового механизма как обычного стержневого.

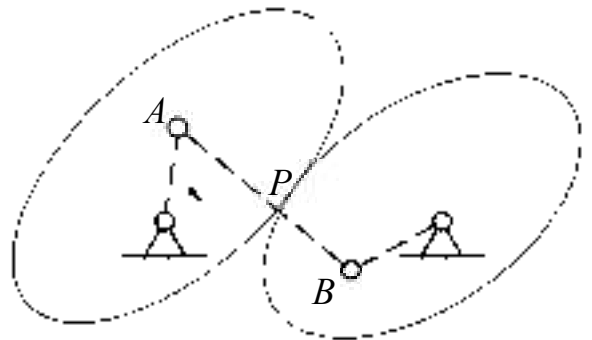


Рис. 49. Мгновенный заменяющий механизм

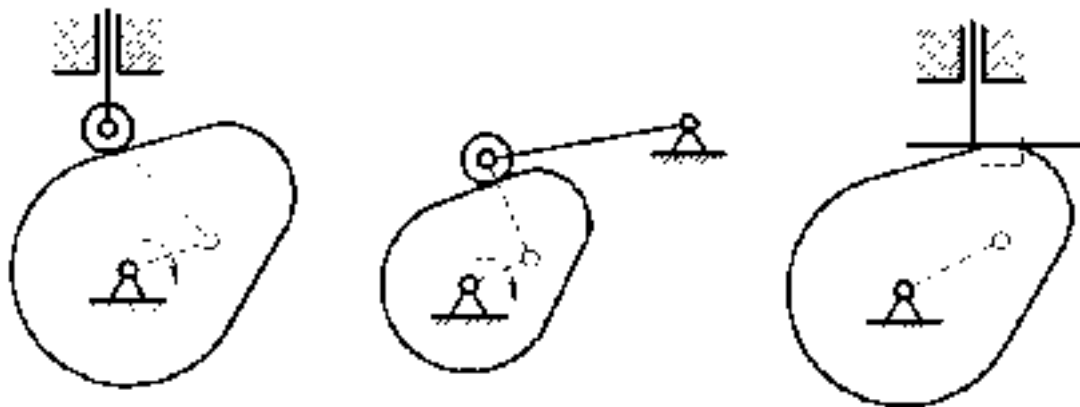


Рис. 50. Различные варианты замены кулачкового механизма

7.3. Некоторые вопросы динамического анализа кулачковых механизмов

Условия нормальной работы звеньев кулачкового механизма в существенной степени зависят от угла давления α между направлением усилия F , действующего на толкатель со стороны кулачка, и направлением скорости толкателя (рис. 51, *a*).

Угол давления – переменная величина, с увеличением которой возрастает опасность заклинивания механизма, т. к. увеличивается составляющая F_x , вызывающая трение в кинематических парах.

Обычно величину $\alpha_{\max}$ ограничивают подбором размеров кулачка при условии, что

$$\alpha_{\max} \leq \begin{cases} 30^\circ - \text{для механизмов с поступательным движением толкателя;} \\ 45^\circ - \text{для механизмов с коромысловым толкателем.} \end{cases}$$

Рассмотрим задачу определения текущего угла α для любого положения механизма (рис. 51).

Построим заменяющий кривошипно-ползунный механизм OAB , где точка A совпадает с центром кривизны кулачка в точке его контакта с роликом (рис. 51, *a*).

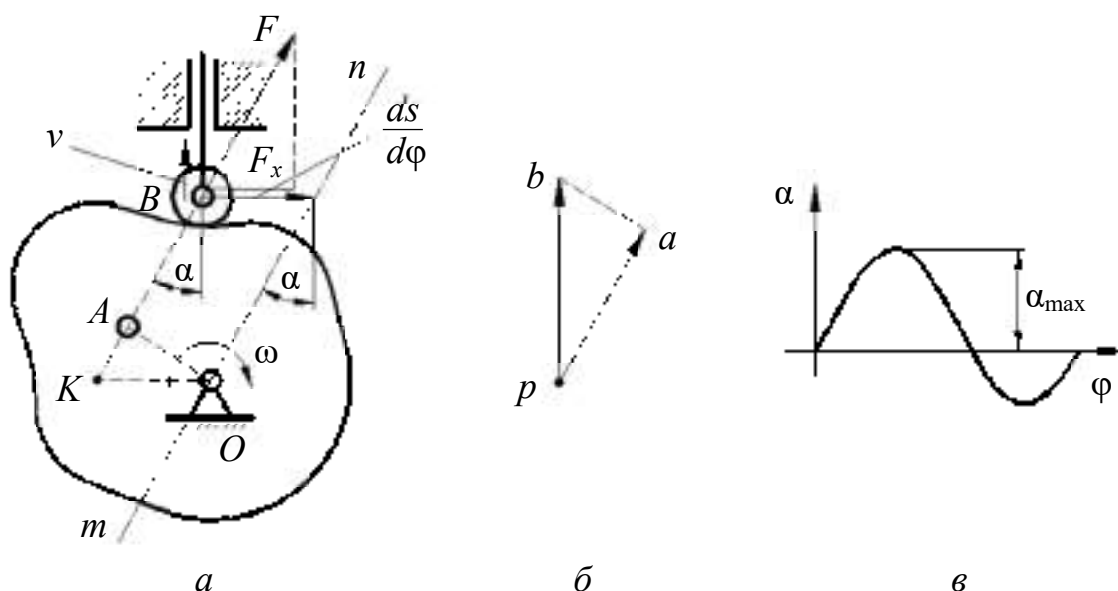


Рис. 51. Динамический анализ кулачковых механизмов:
a – план положений; *б* – план скоростей заменяющего механизма; *в* – диаграмма изменения угла α

На рис. 51, *б* приведён план скоростей заменяющего механизма, где $\triangle pab \sim \triangle OAK$ (треугольники с взаимно перпендикулярными сторонами), поэтому

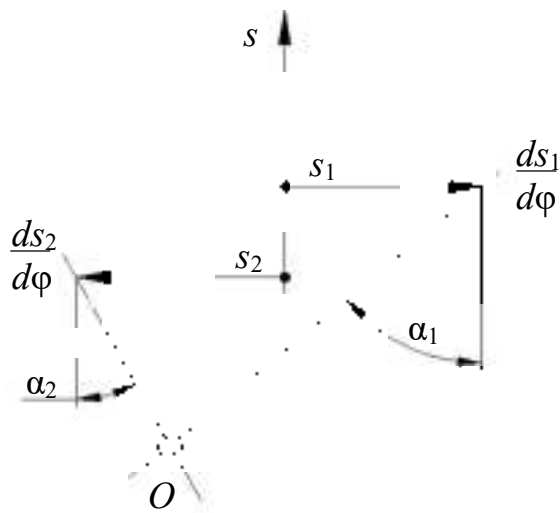
$$\frac{l_{OK}}{l_{OA}} = \frac{pb}{pa} = \frac{v_B}{v_A} = \frac{ds}{dt \omega l_{OA}} = \frac{ds}{dt} \cdot \frac{dt}{d\phi l_{OA}}, \quad (7.2)$$

откуда

$$l_{OK} = \frac{ds}{d\phi}. \quad (7.3)$$

Таким образом, отложив вектор $\frac{ds}{d\phi}$ от точки *B* в направлении вектора скорости *v* толкателя, повернутого на 90° в сторону вращения кулачка, и проведя линию *tn* через точку *O* и конец вектора $\frac{ds}{d\phi}$, получим угол α .

Можно решить обратную задачу, находя положение центра O вращения кулачка при заданных значениях α и $\frac{ds_1}{d\varphi}$, $\frac{ds_2}{d\varphi}$ для двух положений толкателя



(рис. 52).

Из рис. 52 видно, что чем больших значений достигают углы давления α , тем меньшие габариты имеет механизм, но риск заклинивания при этом увеличивается.

Рис. 52. Решение обратной задачи (нахождение положения центра вращения)

7.4. Синтез кулачковых механизмов

7.4.1. Выбор закона движения толкателя

При проектировании кулачковых механизмов используются различные методы синтеза.

Если известен минимальный радиус ($r_{\min}$) кулачка и закон его движения, то построение профиля – задача кинематического синтеза. Если $r_{\min}$ должен определяться с условием отсутствия заклинивания, то построение профиля – задача динамического синтеза.

Вопрос о выборе закона движения толкателя отпадает в случае, если он полностью определяется той операцией, которую толкатель осуществляет, т. е. является исходно заданным. Однако во многих случаях заданы лишь частичные перемещения, скорости или ускорения толкателя и необходимо подобрать какой-либо закон движения на недостающих участках.

Например, может быть задано максимальное и минимальное перемещение толкателя по двум участкам t_2 и t_4 (рис. 53) в виде графика $s(t)$, показанного основной линией. На остальных участках t_1 и t_3 закон движения следует выбрать.

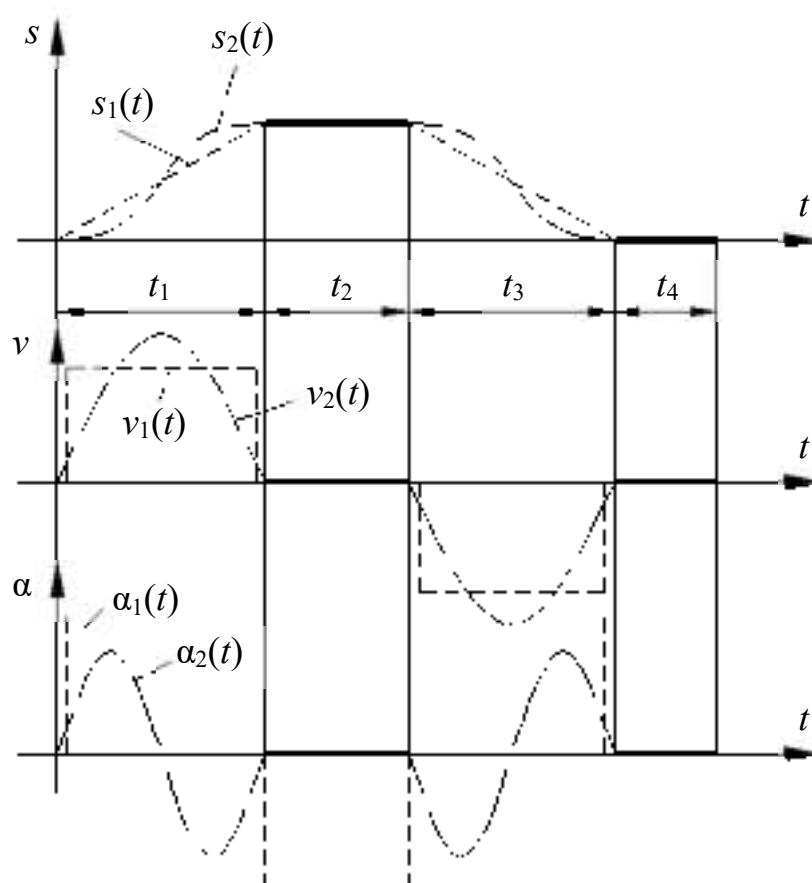


Рис. 53. Выбор закона движения толкателя

Из всех возможных законов движения необходимо выбирать оптимальный с точки зрения условий работы механизма. Одним из таких законов является синусоидальный закон $s_2(t)$, обеспечивающий плавную безударную работу механизма без резких изменений скорости и без больших значений ускорений, как, например, при выборе закона $s_1(t)$, где ускорения, а следовательно, силы инерции достигают больших величин, способных вызвать износ и поломку.

7.4.2. Профилирование кулачка

Рассмотрим графический метод получения профиля кулачка как задачу кинематического синтеза. В этом случае заданы схема кулачкового механизма, закон движения толкателя и $r_{\min}$ кулачка. Профилирование осуществляется на основе закона движения толкателя. В качестве примера рассмотрим профилирование кулачка в осевом механизме с поступательно движущимся толкателем.

Схема механизма, диаграмма движения толкателя и $r_{\min}$ кулачка даны (рис. 54).

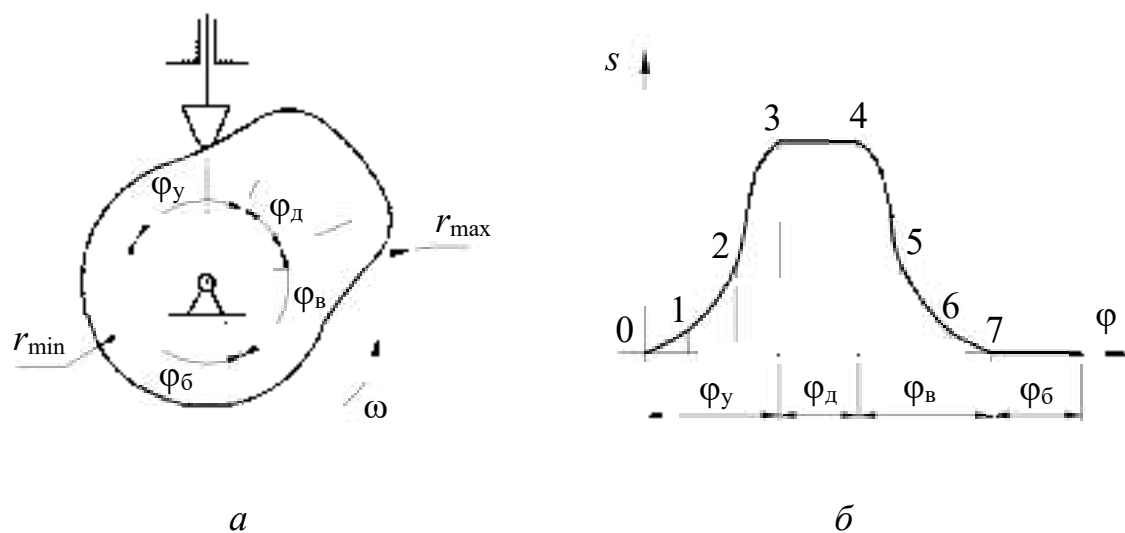


Рис. 54. Профилирование кулачка:
а – схема механизма; *б* – диаграмма движения толкателя

В начале размечаются основные размеры механизма в масштабе μ_l , а также фазовые углы, причём углы ϕ_y и ϕ_v делятся на ряд равных частей в соответствии с диаграммой (рис. 54, *б*). Строятся начальное, а затем ряд последующих положений толкателя в обратном движении (рис. 55, *а*), и полученные точки соединяются плавной кривой.

В случае построения профиля кулачка для механизма с роликовым толкателем сначала строится эквидистанта (центральной профиль) как и в

предыдущем случае, а затем и сам рабочий профиль кулачка, отстоящий от эквидистанты на величину радиуса ролика $r_{\text{рол}}$ (рис. 55, б).

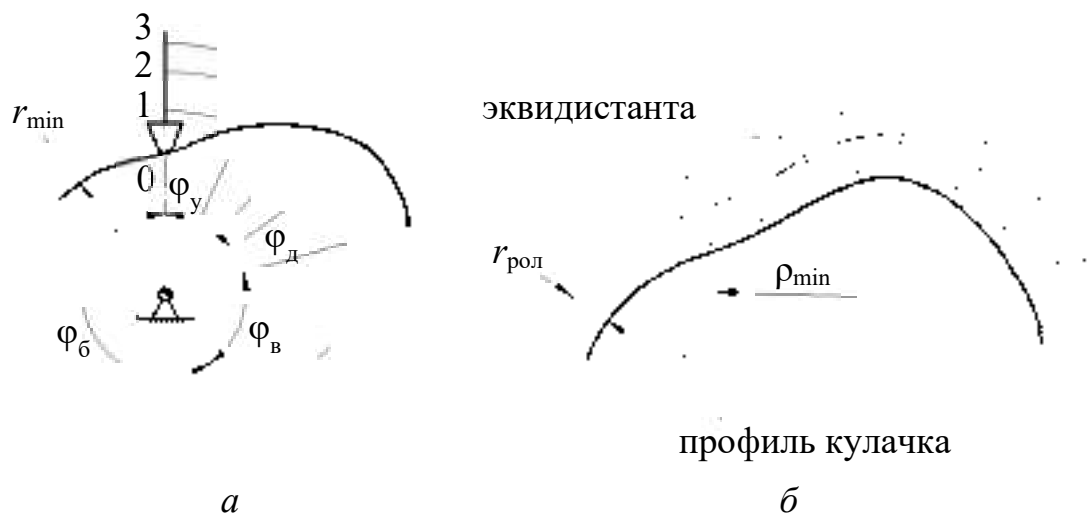


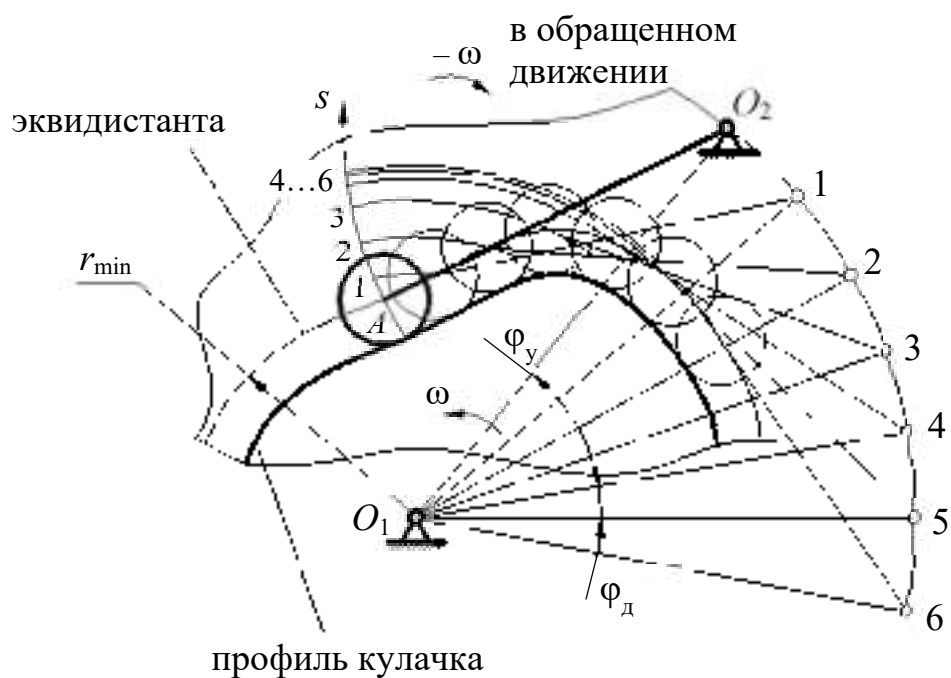
Рис. 55. Построение профиля кулачка:
 а – ряд положений толкателя в обратном движении; б – построение профиля кулачка для механизма с роликовым толкателем

Величина $r_{\text{рол}}$ выбирается из соотношения:

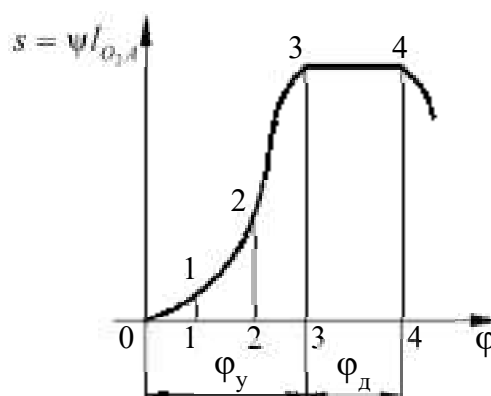
$$r_{\text{рол}} \leq \min \begin{cases} 0,4r_{\text{min}}; \\ 0,8\rho_{\text{min}}, \end{cases} \quad (7.4)$$

где ρ_{min} – минимальный радиус центрального профиля кулачка, который можно определить графически по трём точкам в месте наибольшей кривизны эквидистанты (рис. 55, б).

Профилирование кулачка механизма с коромысловым толкателем состоит из аналогичных операций, т. е. после разметки межцентровых расстояний строится ряд положений коромысла в обратённом движении (рис. 56, а) в соответствии с заданной диаграммой $s(\varphi)$, часть которой показана на рис. 56, б.



a



б

Рис. 56. Профилирование кулачка механизма с коромысловым толкателем:
a – ряд положений коромысла в обратном движении; *б* – диаграмма движения коромысла

7.4.3. Динамический синтез кулачкового механизма

Задача динамического синтеза заключается в нахождении центра вращения кулачка при условии минимизации размеров механизма, когда заданы закон движения толкателя и предельно допустимый угол давления $\alpha_{\text{доп}}$. В конечном итоге задача состоит в определении r_{min} кулачка, после чего может быть выполнен кинематический синтез (профилирование).

Рассмотрим пример определения $r_{\min}$ кулачка для механизма с поступательно движущимся толкателем, когда заданы диаграммы перемещений $s(\varphi)$ и аналогов скоростей $\frac{ds}{d\varphi}(\varphi)$, которые должны быть вычерчены в едином масштабе $\mu_s = \mu_{\frac{ds}{d\varphi}} = \dots$

Путём исключения параметра φ вычерчивается совмещённая диаграмма $s\left(\frac{ds}{d\varphi}\right)$, как показано на рис. 57.

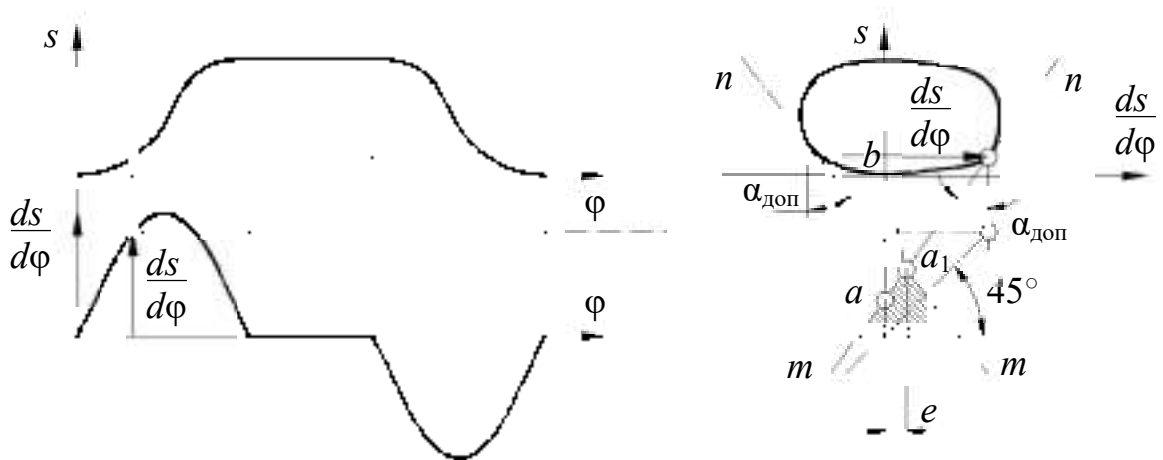


Рис. 57. Совмещенная диаграмма движения

Проведя касательные mn к диаграмме $s\left(\frac{ds}{d\varphi}\right)$ под углами $\varphi_{\text{доп}}$, как показано на рис. 57, получим точку a_1 на их пересечении. Тогда отрезок a_1b будет соответствовать в масштабе μ_s величине

$$r_{\min} = \mu_s \cdot (a_1b) \quad (7.5)$$

для внеосного механизма со смещением оси толкателя $e \neq 0$ относительно центра вращения кулачка. Так как центр кулачка можно располагать в любой точке заштрихованной области, то при $e = 0$ получим

$$r = \mu_s \cdot (ab), \quad (7.6)$$

когда центр кулачка совпадает с осью толкателя.

Таким образом, габариты механизма уменьшаются при $e \neq 0$, т. к. центр кулачка приближается к точке b , а предельный угол давления $\varphi_{\text{доп}}$ остаётся неизменным.

Обычно при силовом замыкании такие построения делаются только для фазы удаления, т. к. на фазе возврата толкатель является ведущим звеном и заклинивания не происходит.

Для механизма с коромысловым толкателем построение совмещённой диаграммы $s \left(\frac{ds}{d\varphi} \right)$ производится в пределах заданного максимального угла размаха коромысла ψ_{max} . Причём отрезки, равные $\frac{ds}{d\varphi}$ откладываются в масштабе μ_l от траектории точки A коромысла по его оси в сторону вектора $\frac{ds}{d\varphi}$, повёрнутого на 90° в направлении вращения кулачка (рис. 58).

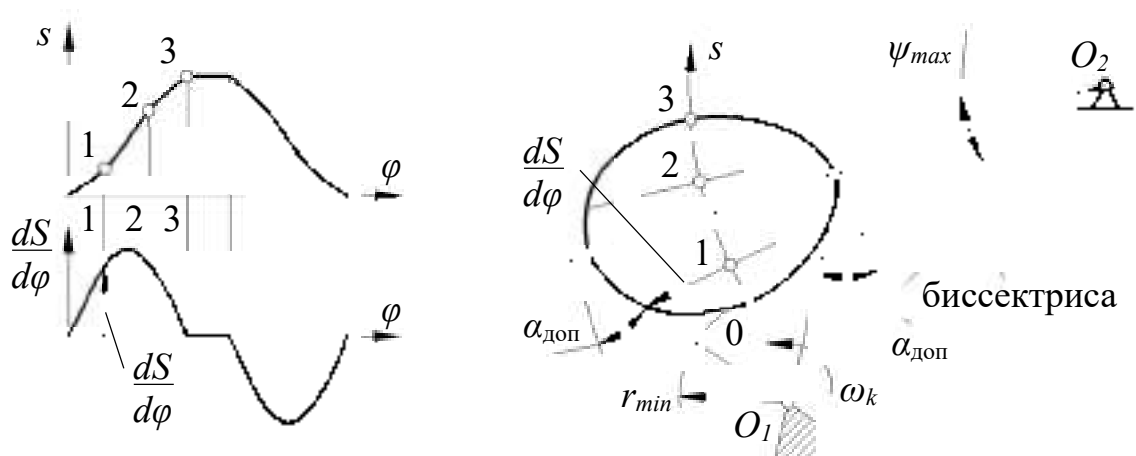


Рис. 58. Построение совмещённой диаграммы движения для механизма с коромысловым толкателем

Точки, полученные для нескольких положений коромысла, соединяют плавной кривой и строят допускаемую зону размещения центра вращения кулачка, которую приближённо можно получить, проведя касательные к диаграмме $s \left(\frac{ds}{d\varphi} \right)$ под углами $\alpha_{\text{доп}}$, образованными биссектрисой угла ψ_{max} и

перпендикулярами к ней (рис. 58, б). Выбранное положение центра O_1 в допускаемой (заштрихованной) зоне определяет величину $r_{\min}$ и межцентровое расстояние O_1O_2 между кулачком и коромыслом.

7.4.4. Аналитический способ синтеза кулачковых механизмов

При аналитическом методе синтеза вместо диаграмм в графической форме используются аналитические зависимости $s(\varphi)$, $\frac{ds}{d\varphi}(\varphi)$ и т. д.

Например, для осевого кулачкового механизма с поступательно движущимся толкателем профиль кулачка может быть представлен аналитической зависимостью вида

$$r = r_{\min} + s(\varphi). \quad (7.7)$$

При заданном $r_{\min}$ и известной зависимости $S(\varphi)$ можно получить профиль кулачка с любой заданной степенью точности.

7.4.5. Понятие о проектировании пространственных кулачковых механизмов

Распространённым методом синтеза пространственных механизмов является условная их замена плоским кулачковым механизмом. Тогда задача сводится к синтезу плоского механизма. Например, задача проектирования механизма с поступательно движущимся толкателем и вращающимся кулачком сводится при заданном законе $s(\varphi)$ к построению развёртки цилиндра, на которой по данным диаграммы строится теоретический и действительный профиль кулачка (рис. 59).

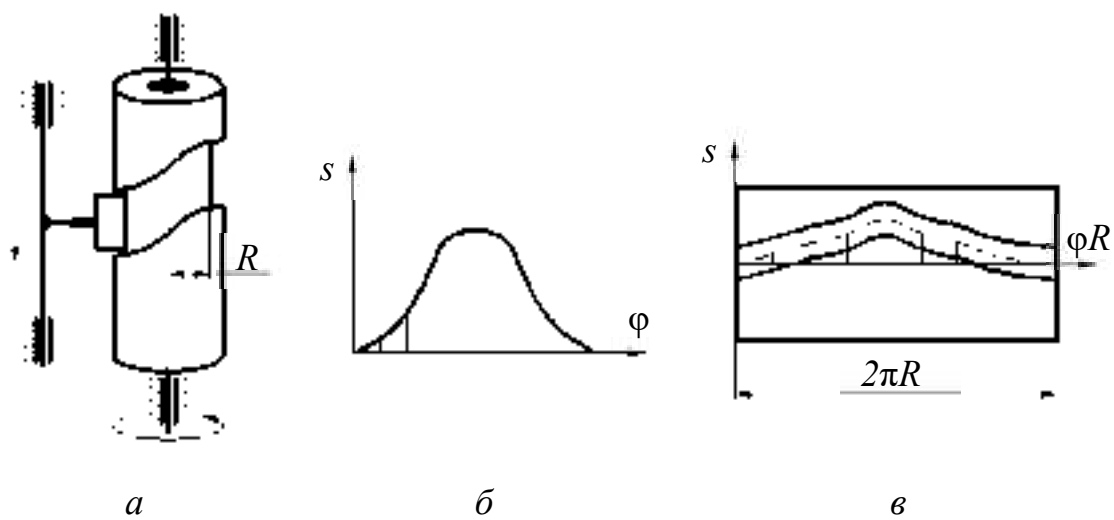


Рис. 59. Проектирование пространственного кулачкового механизма:
a – план механизма; *б* – диаграмма движения толкателя; *в* – развертка цилиндра

8. ФРИКЦИОННЫЕ И ЗУБЧАТЫЕ МЕХАНИЗМЫ

8.1. Общие сведения о передачах вращения

Фрикционные и зубчатые механизмы предназначены для передачи вращательного движения с одного вала на другой с помощью деталей типа диска в основном цилиндрической формы. При этом, как правило, меняется величина угловой скорости и передаваемого момента, а также их направление. Вал, от которого передаётся движение, называется ведущим, а вал, которому передаётся движение – ведомым.

Оси валов могут быть параллельными, пересекаться или скрещиваться под различными углами. В первом случае механизм является плоским, в остальных случаях механизмы пространственные.

Если в механизме имеются только ведущие и ведомые валы и отсутствуют промежуточные вращающиеся звенья, то механизм называется *передачей*. Передача вращения может осуществляться:

- 1) путём непосредственного соприкосновения двух дисков, жёстко связанных с ведущим и ведомым валами (фрикционная, червячная, зубчатая);
- 2) посредством промежуточных гибких тел, сцепляющихся с дисками, которые жёстко связаны с ведущим и ведомым валами (ременная, цепная, волновая).

Отношения угловых скоростей вращения обоих валов передачи называется *передаточным отношением* (i), которое характеризует процесс преобразования движения количественно.

Отношения угловой скорости ведущего вала к угловой скорости ведомого называется *передаточным числом* (u), которое определяет направление передачи энергии.

Величина i и u может меняться или оставаться постоянным за время одного оборота ведущего вала.

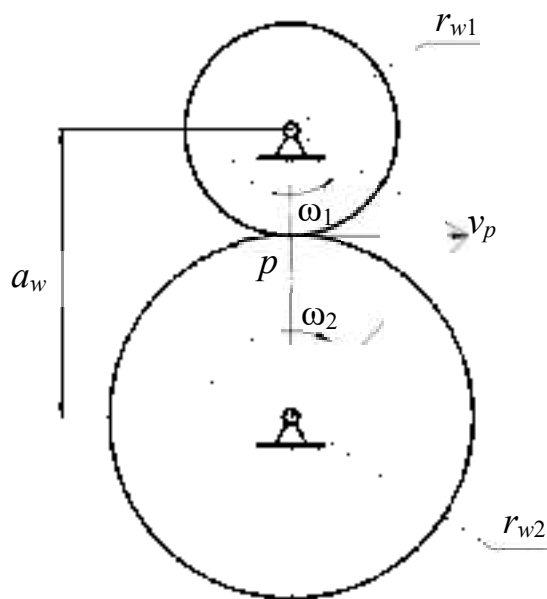


Рис. 60. Схема передачи вращения

Любую передачу можно схематично представить в виде двух начальных поверхностей, контактирующих между собой, а плоскую передачу – в виде двух начальных окружностей с радиусами r_{w1} и r_{w2} , перекатывающихся друг по другу без скольжения и контактирующих в полюсе p (рис. 60).

Тогда

$$v_p = r_{w1}\omega_1 = r_{w2}\omega_2, \quad (8.1)$$

откуда следует выражение для передаточного отношения

$$i_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{r_{w2}}{r_{w1}}. \quad (8.2)$$

Аналогично можно изобразить ременную или цепную передачи, а также пространственные передачи (рис. 61).

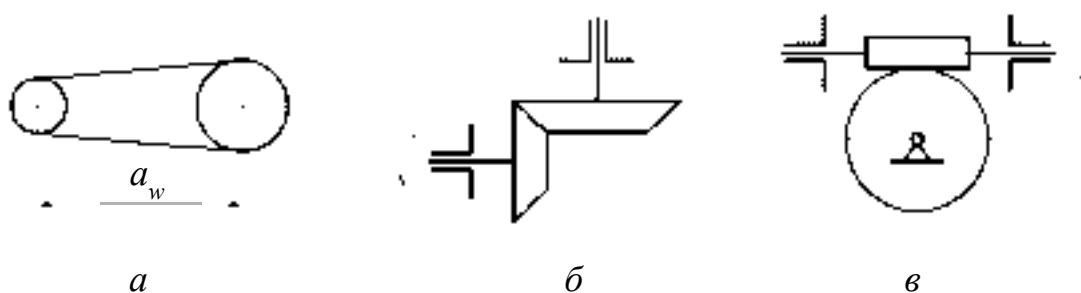


Рис. 61. Схематические обозначения различных типов передач:
 a – ременная или цепная передача; b – коническая зубчатая передача;
 $в$ – червячная передача

8.2. Фрикционные передачи

Одной из наиболее простых и во многих случаях достаточно надёжной является фрикционная передача, состоящая в простейшем случае из двух колёс (роликов), закреплённых на ведущем и ведомом валах. Для передачи движения без скольжения необходимо приложить к одному из роликов силу Q , достаточную для возникновения трения в месте контакта (рис. 62), при этом касательная сила их сцепления равна по величине передаваемого окружному усилию.

Фрикционные передачи могут быть с постоянным и переменным передаточным отношением. Передачи с переменным передаточным отношением называются *вариаторами* (рис. 64).

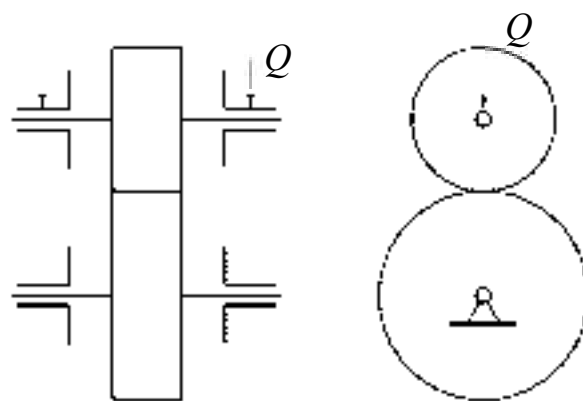
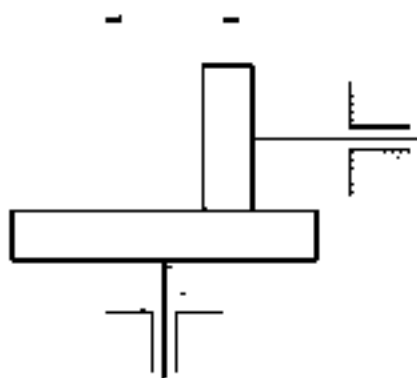
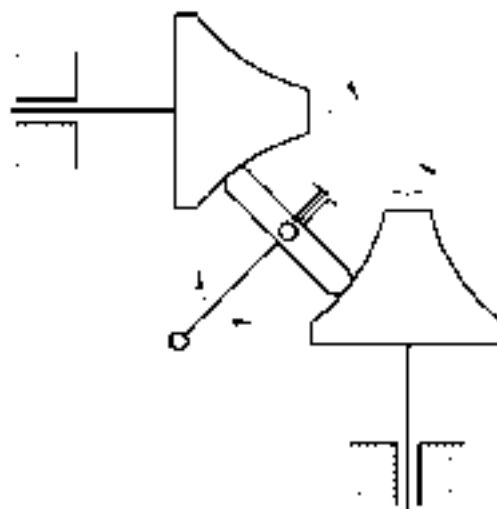


Рис. 62. Фрикционная передача



a



б

Рис. 63. Вариаторы: *a* – лобовой; *б* – торový

Достоинствами фрикционных передач являются: плавность и бесшумность в работе, простота конструкции, невозможность поломки при резком изменении крутящего момента на одном из валов благодаря возможности проскальзывания роликов, возможность бесступенчатого регулирования скоростей.

Недостатками являются: необходимость прижимного устройства, непостоянство передаточного отношения, невозможность передачи значительных крутящих моментов.

В связи с указанными недостатками фрикционные передачи не получили такого широкого распространения как зубчатые.

8.3. Зубчатые передачи. Виды и классификация

Зубчатые передачи осуществляют передачу вращательного движения с одного вала на другой с помощью цилиндрических, конических, червячных колёс, имеющих специально профилированные зубья, при этом зубчатые колёса могут иметь прямые, косые, спиральные, шевронные зубья и т.д. (рис. 64).

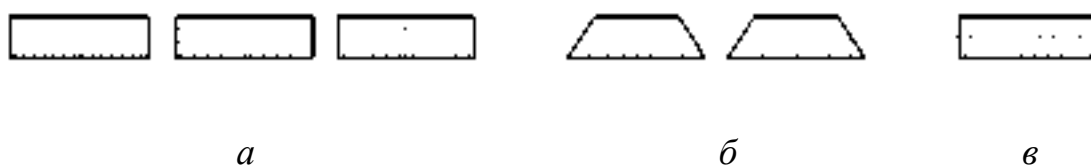


Рис. 64. Виды зубчатых колес:
a – цилиндрические колеса; *б* – конические колеса; *в* – червяк

При использовании колёс с непрямыми зубьями повышается плавность и бесшумность работы и увеличивается нагрузочная способность передачи.

В зубчатых передачах с пересекающимися осями в качестве начальных поверхностей используются усечённые конусы, вершины которых пересекаются в одной точке (рис. 65, *a*), а в передачах с перекрещивающимися

осями теоретическими начальными поверхностями являются гиперболоиды вращения (рис. 65, б). Такие передачи называются *гиперболоидными*.

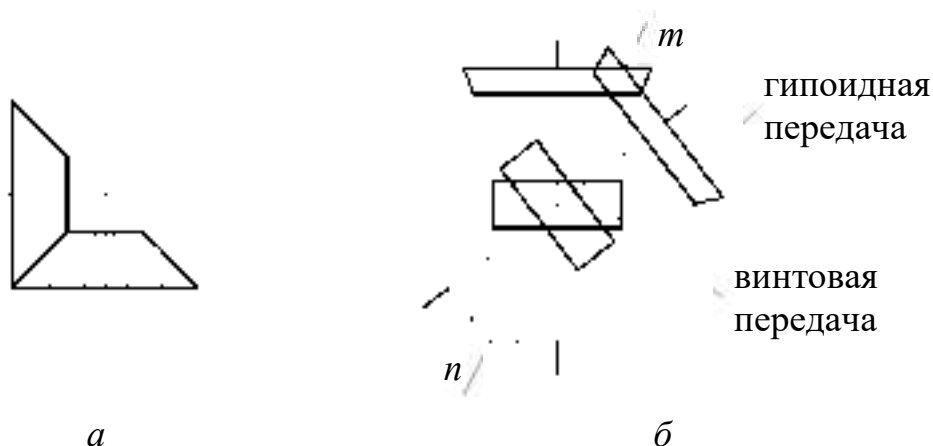


Рис. 65. Начальные плоскости зубчатых передач: *а* – зубчатая передача с пересекающимися осями; *б* – зубчатая передача с перекрещивающимися осями

При использовании колёс с непрямыми зубьями повышается плавность и бесшумность работы и увеличивается нагрузочная способность передачи.

В зубчатых передачах с пересекающимися осями в качестве начальных поверхностей используются усечённые конусы, вершины которых пересекаются в одной точке (рис. 65, а), а в передачах с перекрещивающимися осями теоретическими начальными поверхностями являются гиперболоиды вращения (рис. 65, б). Такие передачи называются *гиперболоидными*.

Контакт зубьев колёс в таких передачах происходит по прямолинейным образующим *mn*. В машиностроительной практике ограничиваются отдельными короткими частями гиперболоидов. Например, используя среднюю часть гиперболоидов, получают винтовую зубчатую передачу, а если использовать усечённые конусы, близкие по профилю к гиперболоидам в их широкой части, то получим так называемую *гипоидную передачу* (рис. 65, б).

Частным случаем винтовой передачи является червячная передача, в которой малое колесо называется *червяком*, а большое – *червячным колесом* (рис. 66).

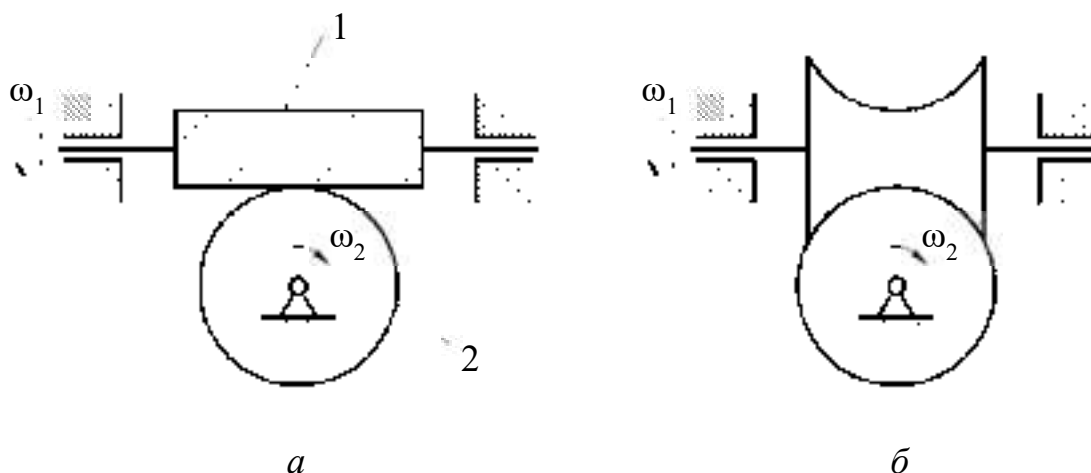


Рис. 66. Червячная передача:
 а – передача с цилиндрическим червяком; б – передача с торoidalным (глобоидным) червяком

Червячные передачи могут быть с одно и многозаходными червяками, при этом число заходов червяка равно числу его зубьев.

Червячные передачи позволяют обеспечить большое передаточное отношение при сравнительно малых габаритах вследствие малого числа z_1 зубьев (заходов) на червяке (обычно $z_1 = 1; 2; 4$). Однако коэффициент КПД передачи ниже, чем у цилиндрической.

Широко употребляются следующие значения передаточных отношений для зубчатой пары: 1...6 – для цилиндрических передач; 1...4 – для конических передач; 10...40 – для червячных передач.

По форме профиля зуба различают передачи *эвольвентные, циклоидные, цевочные*, а также *передачи с зацеплением Новикова*.

Наибольшее распространение получили эвольвентные передачи с профилем, предложенным Л. Эйлером в 1754 г. Преимуществом этого профиля является простота изготовления, достаточно высокая нагрузочная способность, малая чувствительность к неточностям межцентрового расстояния. Однако эвольвентный профиль удовлетворяет не всем требованиям, предъявляемым к современным зубчатым передачам. Так, например, в мощных передачах внешнего зацепления, где контактируют

выпуклые зубья с малыми радиусами кривизны профилей, происходит их быстрое разрушение из-за недостаточной контактной прочности. Одним из путей повышения контактной прочности является использование внутреннего зацепления, в котором профиль зуба одного из колёс вогнутый.

Другой путь – применение передач с зацеплением Новикова, где выпуклые профили зубьев одного из колёс, очерченные по дуге окружности, контактируют с вогнутыми профилями другого колеса. При этом нагрузочная способность передачи повышается в два – три раза по сравнению с эвольвентной, а также уменьшаются потери на трение.

Одной из интересных и перспективных передач является так называемая волновая передача (рис. 67), состоящая из жёсткого 1 и гибкого 2 зубчатых колёс, а также генератора волн 3 с роликами 4. При вращении генератора 3, благодаря разнице чисел зубьев жёсткого и гибкого колёс, приводится во вращение колесо 2, причём передаточное отношение может быть очень большим ($i = 40...400$). Изобретатель волновой передачи У. Массер (США, 1959 г.) указывал на возможность использования треугольного профиля зубьев.

К зубчатым передачам относятся передачи с некруглыми, секторными

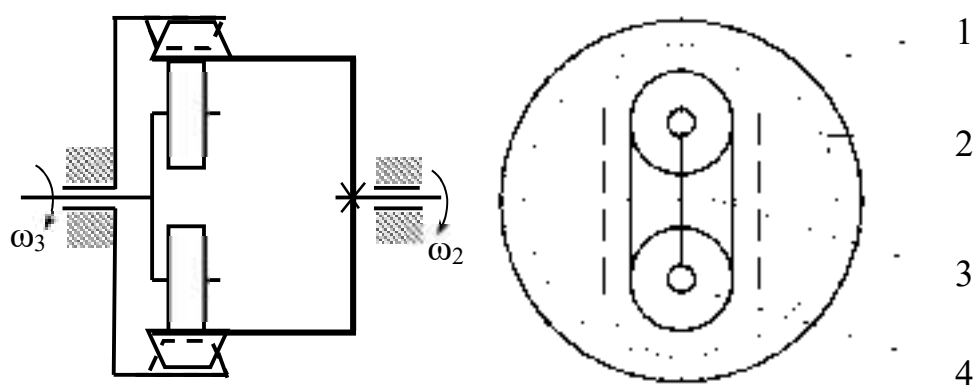


Рис. 67. Волновая передача

колёсами, колёсами, имеющими зубья на части обода и т. д.

Обычно в зубчатых передачах меньшее колесо называется *шестерней*.

Выбор той или иной передачи зависит от традиционной области её применения и конкретных функциональных особенностей механизма, в котором эта передача будет использована.

8.4. Основная теорема зацепления (теорема Виллиса)

Для постоянства передаточного отношения при зацеплении двух профилей зубьев необходимо, чтобы радиусы начальных окружностей зубчатых колёс, перекатывающихся друг по другу без скольжения, оставались неизменными. Если рассмотреть обращённое движение начальных окружностей (рис. 68, *a*), когда всей системе задана угловая скорость $(-\omega_2)$, то второе колесо будет условно неподвижным и точка p является мгновенным центром относительного вращения колёс. Эта точка, называемая *полюсом зацепления*, где контактируют начальные окружности, делит межцентровое расстояние на отрезки, обратно пропорциональные угловым скоростям, т. к. при $r_w = const$

$$i_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{r_{w1}}{r_{w2}} = const. \quad (8.1)$$

Рассмотрим обращённое движение профилей зубьев зубчатых колёс (рис. 68).

Точка контакта зубьев (точка k), принадлежащая первому колесу, вращается вокруг точки p , которая будет мгновенным центром скоростей. Скорость $v_k \perp pk$ и совпадает с общей касательной к профилям в точке k при условии постоянства этого контакта. В противном случае постоянного контакта не будет, так как появится составляющая v_k'' , и профили разомкнутся (рис. 69). Так как рассматривается произвольное положение зубьев, то можно сформулировать теорему.

Нормаль $n - n$ к касающимся профилям зубьев, проведённая через точку их касания, делит межцентровое расстояние на части, обратно пропорциональные угловым скоростям.

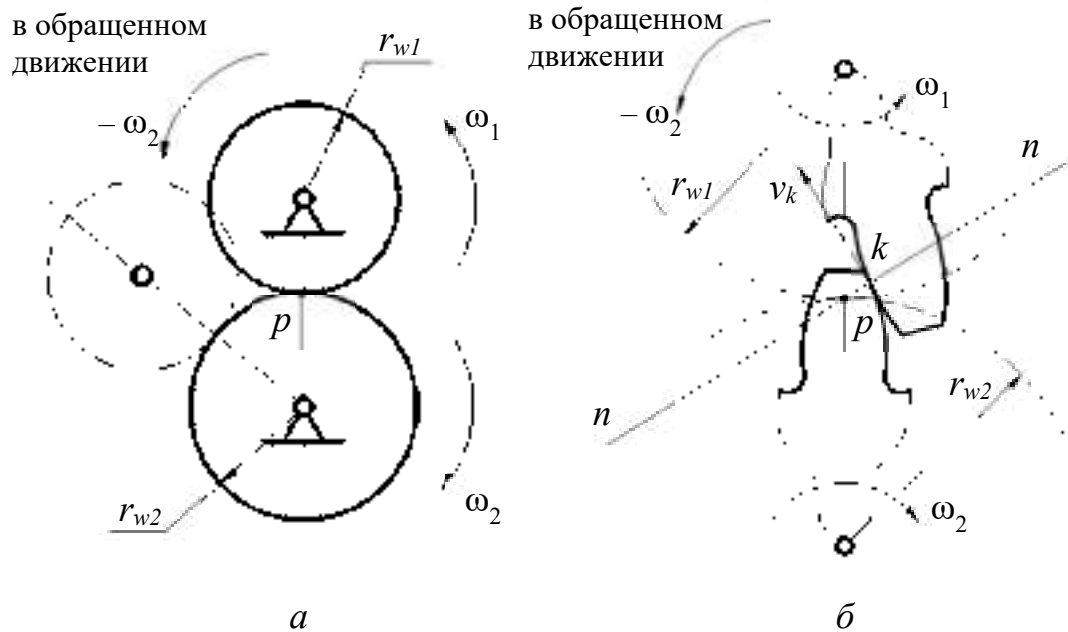


Рис. 68. Обращенное движение зубчатых колес:
 a – обращенное движение зубчатых колес; b – обращенное движение профилей зубьев

Эта теорема, сформулированная Р. Виллисом в 1841 г., определяет основной закон зацепления профилей, которые не могут быть произвольными, а должны быть специально подобраны.

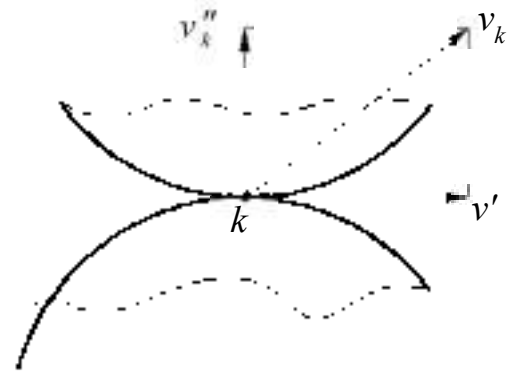


Рис. 69. Размыкание контакта в точке k

8.5. Эвольвента и её свойства

Наибольшее применение получили эвольвентные зубчатые передачи с профилем зубьев, очерченным по эвольвенте (рис. 70).

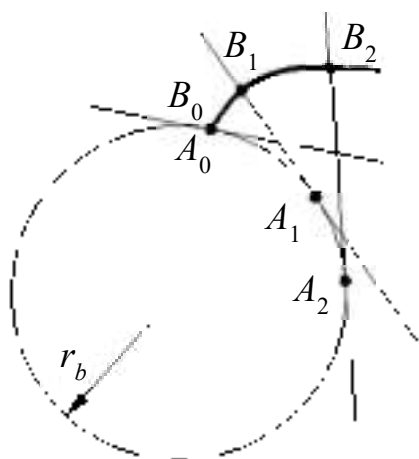


Рис. 70. Эвольвента круга

Эвольвентой круга называется траектория точки, лежащей на прямой, которая перекатывается без скольжения по окружности радиуса r_b , называемой *основной*.

Эвольвента имеет следующие свойства:

- 1) начинается с основной окружности;
- 2) нормаль к эвольвенте является касательной к основной окружности;
- 3) радиус кривизны эвольвенты в каждой её точке лежит на нормали к эвольвенте в этой

точке.

Основная окружность представляет собой геометрическое место центров кривизны эвольвенты и является её *эволютой*.

8.6. Геометрия эвольвентного зацепления

В процессе зацепления зубья касаются друг друга различными точками профиля (рис. 71). Так как эти точки лежат на нормали к профилям, которая одновременно является касательной к обеим основным окружностям, то совокупность точек касания (линия ab) совпадает с общей для обеих основных окружностей касательной $n - n$.

Эта линия называется *теоретической линией зацепления*, а линия ab длиной g_a является её активной частью, где располагаются все точки контакта зубьев. Угол α_w , измеряемый между нормалью $n - n$ к профилям в полюсе зацепления p и общей касательной к обеим начальным окружностям, называется *углом зацепления*. Таким образом:

$$\begin{aligned} r_{b1} &= r_{w1} \cos \alpha_w; \\ r_{b2} &= r_{w2} \cos \alpha_w. \end{aligned} \quad (8.2)$$

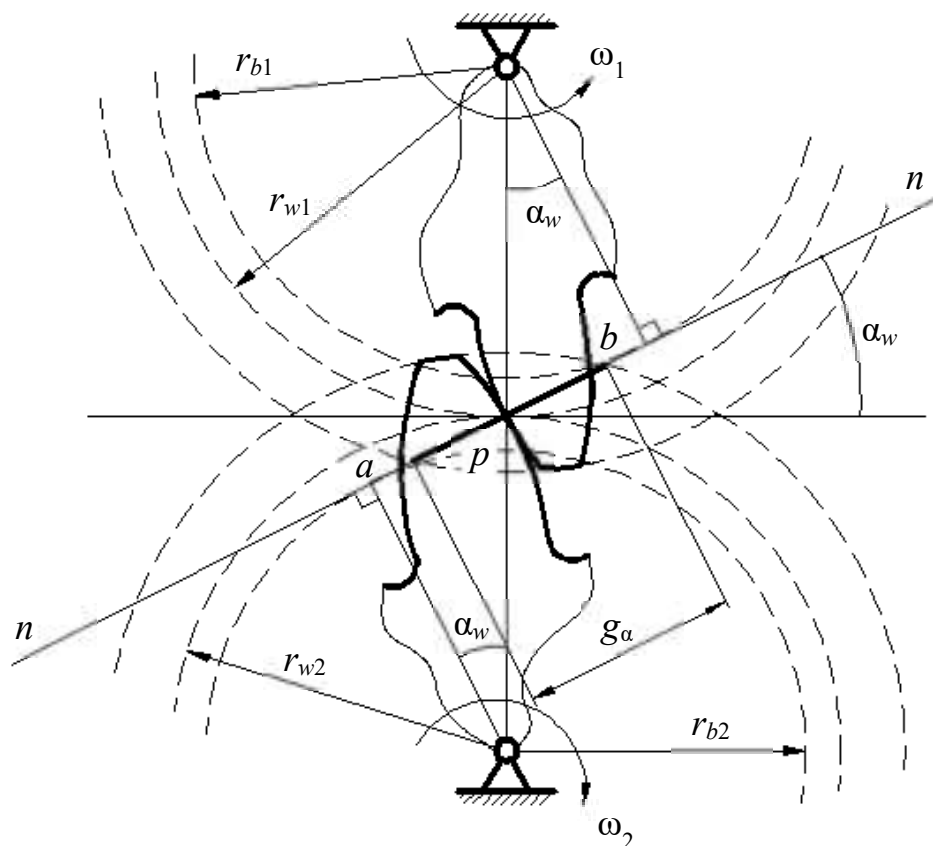


Рис. 71. Геометрия эвольвентного зацепления

8.7. Качественные показатели зацепления

Одним из качественных показателей зубчатой передачи является коэффициент перекрытия ε_α , равный

$$\varepsilon_\alpha = \frac{g_\alpha}{p_b}, \quad (8.3)$$

где p_b — шаг по основной окружности (расстояние между сходственными точками двух соседних зубьев, замеренное по дуге основной окружности).

Коэффициент ε_α показывает, сколько пар зубьев в среднем одновременно находится в зацеплении. Для прямозубой передачи обычно $1 < \varepsilon_\alpha < 2$. Чем больше ε_α , тем более плавно и бесшумно работает передача.

Другим качественным показателем является коэффициент скольжения, который учитывает влияние геометрии передачи и её кинематики на

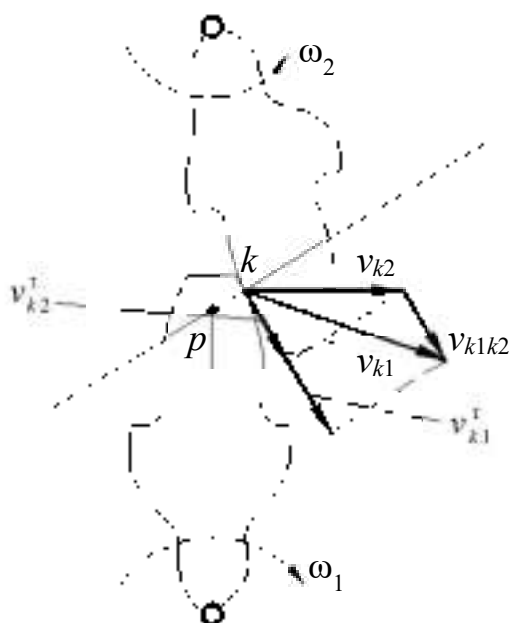


Рис. 72. План скоростей в зубчатом зацеплении

скольжение и износ профилей, скользящих друг по другу (рис. 72), что видно из плана скоростей.

На плане:

v_{k1} — скорость точки k первого профиля;

v_{k1}^{τ} — проекция этой скорости на касательную к контактирующим профилям;

v_{k2}, v_{k2}^{τ} — то же для колеса 2.

Скорость скольжения колес 1 и 2

относительно друг друга равна:

$$v_{c.k} = v_{k1k2} = v_{k1}^{\tau} - v_{k2}^{\tau}. \quad (8.4)$$

Коэффициенты скольжения колёс 1 и 2 равны:

$$\begin{aligned} \lambda_1 &= \frac{v_{c.k}}{v_{k1}^{\tau}}; \\ \lambda_2 &= \frac{v_{c.k}}{v_{k2}^{\tau}}. \end{aligned} \quad (8.5)$$

Эти коэффициенты равны нулю в полюсе (точка p) и увеличиваются с удалением от него по линии зацепления.

Таким образом, чем длиннее линия зацепления, (и чем больше коэффициент перекрытия ε_a), тем больше скольжение и износ профилей зубьев.

8.8. Основные параметры зубчатых колёс

Основными параметрами зубчатого колеса являются (рис. 73):

z — число зубьев;

r_a (d_a) — радиус (диаметр) окружности выступов;

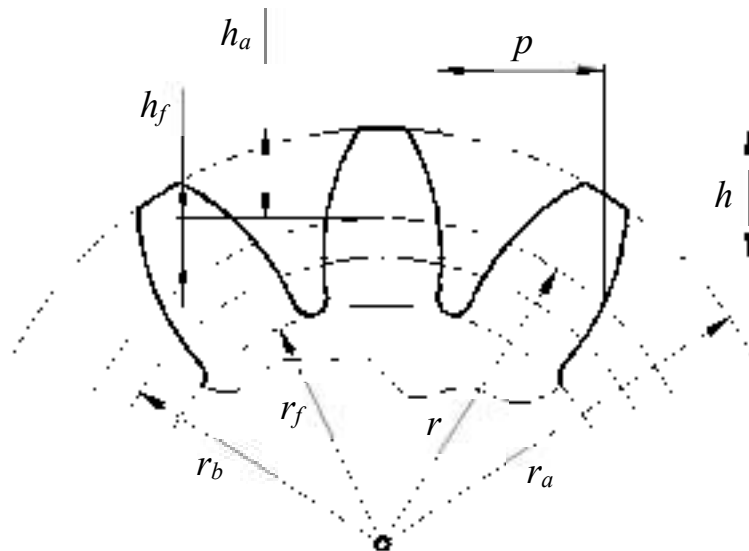


Рис. 73. Основные геометрические параметры зубчатого колеса

$r_f (d_f)$ – радиус (диаметр) окружности впадин;

$r_b (d_b)$ – радиус (диаметр) основной окружности;

$r (d)$ – радиус (диаметр) делительной окружности, т. е. окружности, которая является начальной в станочном зацеплении колеса с режущим инструментом;

p – шаг зубьев по делительной окружности;

m – модуль зацепления, определяемый следующим образом:

$$d = zm = \frac{zp}{\pi},$$

$$m = \frac{p}{\pi};$$
(8.6)

h – высота зуба, равная

$$h = h_a + h_f,$$
(8.7)

где $h_a = m$ – высота головки зуба;

$h_f = 1,25 m$ – высота ножки зуба;

Величина m стандартизирована и выражена в миллиметрах, а делительная окружность является окружностью стандартного модуля.

Обычно используется угол зацепления $\alpha = 20^\circ$.

8.9. Методы нарезания зубчатых колёс

Существует два принципиально различных метода нарезания: метод копирования и метод обкатки.

В методе копирования впадина зубчатого колеса фрезеруется на универсальном фрезерном станке фасонными дисковыми или пальцевыми фрезами, профиль которых соответствует профилю впадины (рис. 74). Затем заготовку поворачивают на угол $360^\circ / z$ и выполняют следующую впадину. При этом используется делительная головка, а также имеются наборы фрез для нарезания колёс с различным модулем и различным числом зубьев. Метод имеет низкую производительность и применяется в мелкосерийном и единичном производстве.

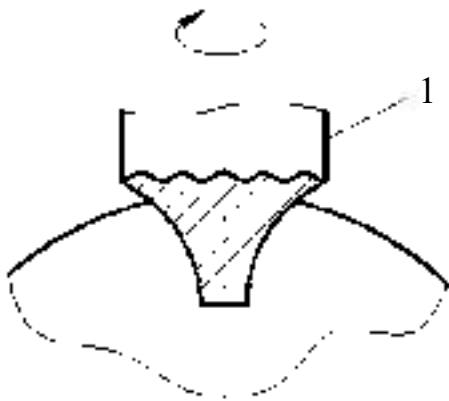


Рис. 74. Метод копирования:
1 – пальцевая модульная фреза

Метод обкатки (другое название – метод огибания) может производиться с помощью инструментальной рейки (гребёнки) на зубострогальном станке; долбяком на зубодолбёжном станке или червячной фрезой на зубофрезерном станке.

Этот метод высокопроизводителен и применяется в массовом и крупносерийном производстве. Одним и тем же инструментом можно нарезать колёса с различным числом зубьев. Нарезание с помощью инструментальной рейки имитирует реечное зацепление (рис. 75, а), где профиль зуба образуется как огибающая последовательных положений профиля инструмента, угол исходного контура которого $\alpha=20^\circ$ (рис. 75, б). Зацепление между режущим инструментом и нарезаемым колесом называется *станочным*. В станочном зацеплении начальная окружность всегда совпадает с делительной.

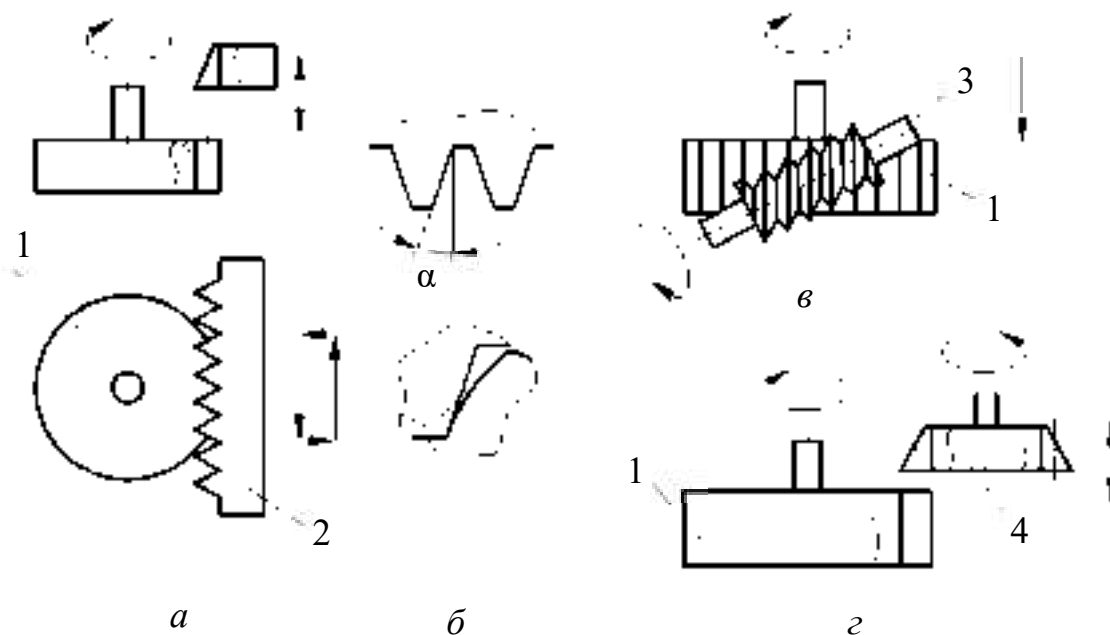


Рис. 75. Метод обкатки:

- а) – нарезание с помощью инструментальной рейки; б) – формирование профиля зуба;
 в) – нарезание с помощью червячной фрезы; г) – нарезание долбяком;
 1 – заготовка; 2 – рейка; 3 – фреза; 4 – долбяк

Самым производительным из рассмотренных методов является зубофрезерование с помощью червячных фрез, которые находятся в зацеплении с заготовкой по аналогии с червячной передачей (рис. 75, в).

При нарезании долбяком осуществляется его возвратно поступательное движение при одновременном вращении. Фактически при этом осуществляется зацепление заготовки с инструментальным зубчатым колесом – долбяком (рис. 75, г). Этот метод чаще всего используется при нарезании внутренних зубчатых венцов.

Все рассмотренные методы используются для нарезания цилиндрических колёс как с прямыми, так и с косыми зубьями.

8.10. Корригирование зубчатых колёс

При нарезании колёс режущий инструмент можно располагать ближе к заготовке или дальше от неё. Положение инструмента определяется расстоянием между делительной окружностью колеса и так называемой модульной прямой рейки, проходящей через середину высоты зуба режущего инструмента (рис. 76).

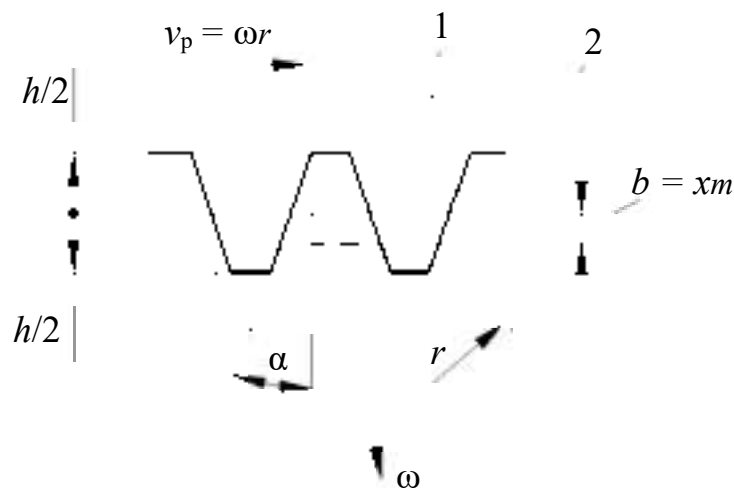


Рис. 76. Корригирование зубчатых колёс:
1 – модульная прямая рейка; 2 – начальная прямая рейка;
 v_p – скорость рейки

В зависимости от положения рейки по делительной окружности может перекатываться без скольжения либо модульная прямая рейки, либо начальная прямая, отстоящая от модульной прямой на величину смещения b , которое называется *сдвигом* или *коррекцией*, а коэффициент x , равный

$$x = \frac{b}{m}, \quad (8.8)$$

называется *коэффициентом смещения инструмента*. Если инструмент смещён от нарезаемого колеса, то x считается положительным (положительная коррекция), а если к центру колеса, то x считается отрицательным (отрицательная коррекция). При $x = 0$ нарезаемое колесо называется

нормальным (нулевым). Толщина зуба и ширина впадины такого колеса по делительной окружности равны между собой.

При положительной коррекции увеличивается прочность зуба, но уменьшается длина линии зацепления, а следовательно, и коэффициент перекрытия ε_α . При отрицательной коррекции – обратный эффект, т. е. увеличивается плавность и бесшумность работы передачи, но прочность зуба уменьшается.

Зацепление двух зубчатых колёс характеризуется суммарным коэффициентом коррекции $x_\Sigma = x_1 + x_2$, причём возможны три случая:

1) $x_\Sigma = 0$ при $x_1 = x_2 = 0$, когда в зацеплении находятся два нулевых зубчатых колеса (нулевое зацепление);

2) $x_\Sigma = 0$ при $x_1 = -x_2$, когда в зацеплении находятся два корригированных зубчатых колеса, коэффициенты коррекции которых равны по величине и противоположны по знаку (равносмещённое зацепление с высотной коррекцией);

3) $x_\Sigma \neq 0$, когда в зацеплении находятся два корригированных колеса, имеющих:

а) $x_\Sigma > 0$ – положительное неравносмещённое зацепление с угловой коррекцией;

б) $x_\Sigma < 0$ – отрицательное неравносмещённое зацепление с угловой коррекцией.

В первых двух случаях ($x_\Sigma = 0$) делительные окружности совпадают с начальными, угол зацепления α_w равен углу исходного контура рейки α и межосевое расстояние равно

$$a_w = \frac{m(z_1 + z_2)}{2}, \quad (8.9)$$

в отличие от неравносмещённого зацепления, где делительные и начальные окружности не совпадают, $\alpha_w \neq \alpha$, а межосевое расстояние и диаметры начальных окружностей равны

$$\begin{aligned}
 a_w &= \frac{m(z_1 + z_2)}{2} \cdot \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha_w}; \\
 d_{w1} &= mz_1 \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha_w}; \\
 d_{w2} &= mz_2 \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha_w}.
 \end{aligned}
 \tag{8.10}$$

8.11. Наименьшее число зубьев зубчатых колёс. Подрезание и заострение зубьев

При нарезании нулевых колёс с малым числом зубьев может возникнуть явление врезания головок зубьев режущего инструмента в ножки зубьев колеса. Это явление называется *подрезанием зуба*. При этом уменьшается его прочность и увеличивается износ рабочей части зуба (рис. 77).

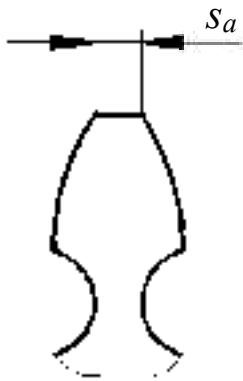


Рис. 77. Подрезание зуба

Согласно свойствам эвольвентного зацепления точки контакта зубьев эвольвентного профиля совпадают с линией np , начиная с точки n (рис. 78), т. е. высота прямолинейной части головки зуба режущего инструмента (рейки), равная m , должна быть меньше отрезка pf , иначе часть головки зуба рейки будет контактировать с заготовкой (нарезать её) не по эвольвенте.

Так как $m \leq pf$, а размер pf равен

$$pf = r \sin^2 \alpha = \frac{mz}{2} \sin^2 \alpha, \tag{8.11}$$

то

$$z \geq \frac{2}{\sin^2 \alpha}. \tag{8.12}$$

Подстановка в выражение (8.12) стандартного $\alpha = 20^\circ$ даёт условие отсутствия подреза в виде $z \geq z_{\min} = 17$.

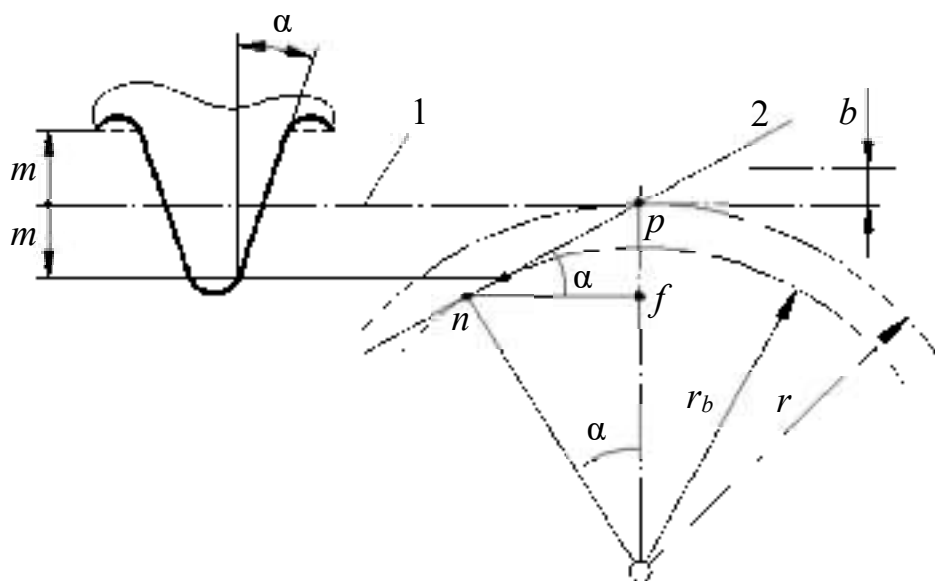


Рис. 78. Условие контакта рейки с заготовкой:
1 – модульная прямая; 2 – линия зацепления

Для исключения подреза при $z < z_{\min}$ необходимо сместить инструмент от центра заготовки (положительная коррекция) так, чтобы

$$m - b \leq \frac{mz}{2} \sin^2 \alpha, \quad (8.12)$$

откуда

$$b = mx \geq m - \frac{mz}{2} \sin^2 \alpha. \quad (8.13)$$

С учётом того, что

$$\sin^2 \alpha = \frac{2}{z_{\min}}, \quad (8.14)$$

из формулы (8.13) после преобразований получим нижний предел коэффициента коррекции по условию отсутствия подреза.

$$x_{\min} = \frac{z_{\min} - z}{z_{\min}}. \quad (8.15)$$

Если увеличивать коэффициент x , то толщина зуба s_a у вершины (рис. 77) будет уменьшаться и при некотором $x_{\max}$ наступит заострение зуба ($s_a = 0$). Опасность заострения наиболее велика у колёс с малым числом зубьев ($z < 15$).

Для предотвращения разрушения заострённого зуба коэффициент смещения x назначают с расчётом, чтобы $s_a \geq 0,2m$.

8.12. Выбор расчётных коэффициентов смещения для передач внешнего зацепления

При назначении коэффициентов смещения x_1 и x_2 для любой передачи должны выполняться три условия:

- 1) отсутствие подрезания;
- 2) отсутствие заострения;
- 3) непрерывность зацепления.

Первое условие выполняется при $x_i \geq x_{\min i}$ ($x_{\min i}$ определяются из условия отсутствия подреза). Второе и третье условия выполняются при ограничении верхних пределов x_i величинами $x_{\max i}$ с учётом возможности заострения зубьев и уменьшения коэффициента перекрытия ε_α до величины $\varepsilon_\alpha < 1$. Для этого при выборе x_i необходимо чтобы $x_{\min i} \leq x_i \leq x_{\max i}$, где $x_{\max i}$ для каждого из колёс берётся наименьшим из значений, учитывающих заострение зуба и снижения ε_α до величины $\varepsilon_\alpha < 1$.

Внутри указанных диапазонов x назначают так, чтобы по возможности улучшить качественные показатели передачи (прочность, износостойкость, плавность хода).

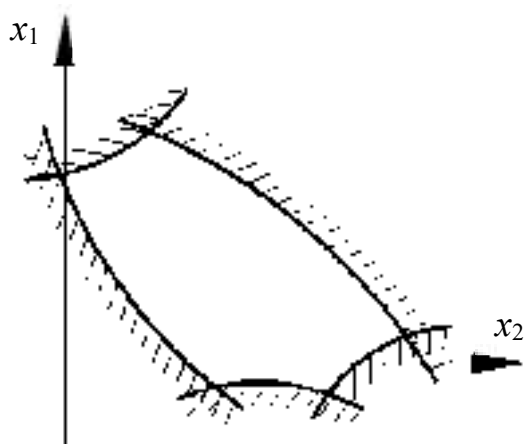


Рис. 79. Блокирующий контур

Для передачи можно построить область допустимых значений коэффициентов смещения в координатах x_1 и x_2 , которая называется *блокирующим контуром*. Допустимые значения x_1 и x_2 расположены внутри контура (рис. 79).

Для каждой передачи можно построить свой контур. Такие

блокирующие контуры для различных передач имеются в справочной литературе.

8.13. Цилиндрические колёса с косыми зубьями и их особенности

Образование косозубого колеса можно представить, если взять цилиндрическое прямозубое колесо и сообщить ему крутильную деформацию. При этом угол скручивания, образованный осью колеса и винтовой линией, является углом наклона винтовой линии β .

Цилиндрические колёса с косыми зубьями применяются при передаче вращения между параллельными и перекрещивающимися осями. В передаче с параллельными осями углы β обоих колёс равны по величине и противоположны по направлению при внешнем зацеплении и одинаковы по направлению при внутреннем зацеплении. Угол β (рис. 80, *а*) называется *углом наклона зубьев по делительному цилиндру радиуса r* . С другими соосными цилиндрами, начальным (r_w) и основным (r_b) винтовая поверхность зуба образует, соответственно, углы β_w β_b . Шаг винтовой линии равен

$$p = 2\pi r \operatorname{ctg} \beta = 2\pi r_w \operatorname{ctg} \beta_w = 2\pi r_b \operatorname{ctg} \beta_b. \quad (8.16)$$

В косозубом колесе различают торцовый m_t , нормальный m_n и осевой m_x модули, причём стандартное значение имеет нормальный модуль m_n , соответствующий размерам зуба, замеренным по нормали $n - n$ к его оси (рис. 80, *б*), что объясняется установкой режущего инструмента. Аналогично различают торцовый p_t , нормальный p_n и осевой p_x шаг. Значения модуля и шага определяются формулами:

$$\begin{aligned} m_t &= \frac{m_n}{\cos \beta} = \frac{m_x}{\operatorname{ctg} \beta}; \\ p_t &= \frac{p_n}{\cos \beta} = \frac{p_x}{\operatorname{ctg} \beta}. \end{aligned} \quad (8.17)$$

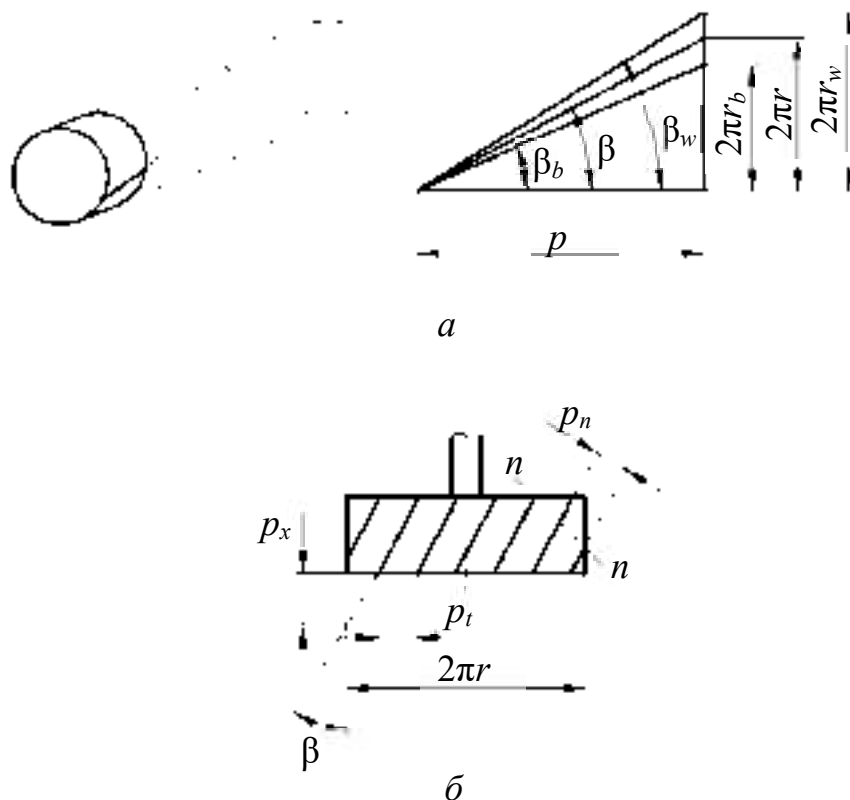


Рис. 80. Особенности цилиндрических колес с косыми зубьями:
 а – углы наклона зубьев; б – шаги косых зубьев

Большим достоинством зацеплений с косыми зубьями является возможность получения малогабаритных передач. Так, если для прямозубого колеса $z_{\min} = 17$, то для косозубого

$$z_{\min} = 17 \cos^3 \beta. \quad (8.18)$$

В экспериментальных конструкциях $z_{\min}$ доводят до трёх и менее зубьев. Кроме того, увеличивается коэффициент перекрытия, доходя до 10 и выше, что также повышает нагрузочную способность и позволяет уменьшить габариты передачи. *Недостатком* косозубой передачи является возникновение дополнительных осевых усилий, нагружающих подшипники.

Этот недостаток устраняется в шевронных передачах.

8.14. Конические зубчатые передачи

Конические передачи являются передачами с пересекающимися осями вращения звеньев. Применяются, главным образом, передачи с углом между осями $\delta = 90^\circ$ (ортогональные). Основные параметры аналогичны параметрам цилиндрических колёс (рис. 81), причём делительной окружностью внешнего окружного модуля m_e является внешняя делительная окружность конического колеса диаметром d_e .

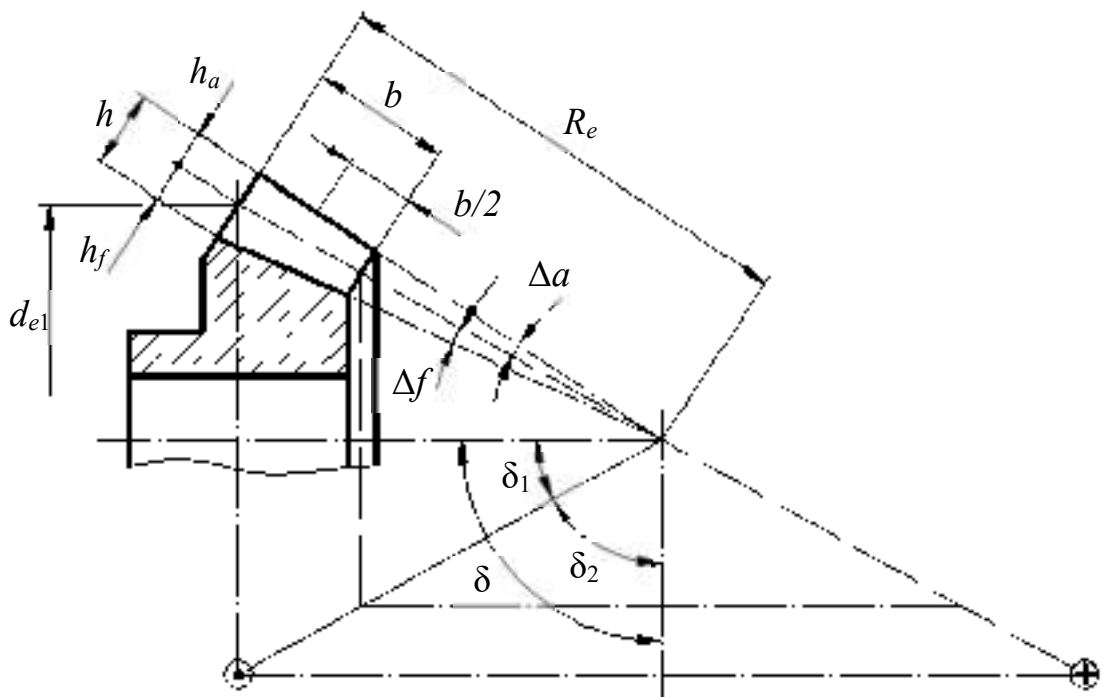


Рис. 81. Основные геометрические параметры конического зубчатого колеса

Через модуль выражаются все остальные размеры. Для расчёта зубьев на изгиб используется величина среднего модуля m_m , замеренного в середине ширины b зубчатого венца. Передаточное отношение равно

$$i_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{z_2}{z_1} = \frac{\sin \delta_2}{\sin \delta_1}, \quad (8.19)$$

где δ_1 , δ_2 – углы делительных конусов колёс 1 и 2 соответственно.

В конических передачах $i(u)$ не имеет знака, а для определения направления вращения изображают векторы абсолютных скоростей точек на начальных конусах в виде кружка с точкой (на зрителя) и крестиком (от зрителя), как показано на рис. 81.

Важным параметром является внешнее конусное расстояние R_e , равное

$$R_e = \frac{d_{e1}}{2\sin\delta_1}. \quad (8.20)$$

8.15. Червячные передачи

Червячные передачи являются передачами со скрещивающимися осями.

Угол между осями в плане обычно равен 90° . Принцип их действия аналогичен передаче винт-гайка.

Червяки подразделяются по числу заходов (винтовых линий) на одно- и многозаходные. Число заходов z_1 есть число винтовых линий (витков), по которым расположены зубья. Расстояние между двумя соседними витками называется *шагом* p , а размер h , равный

$$h = z_1 p, \quad (8.21)$$

называется *ходом* винтовой линии.

Угол подъема винтовой линии γ определяется по формуле

$$\gamma = \arctg \frac{h}{\pi d_1}, \quad (8.22)$$

где d_1 – диаметр делительной окружности червяка (рис. 82, а).

За основной параметр червячного зацепления принимается осевой модуль червяка m_s (принято обозначать его m), равный торцевому модулю червячного колеса. Значения m стандартизованы. Кроме того, стандартным параметром является относительный диаметр червяка q

$$q = \frac{m}{d_1}. \quad (8.23)$$

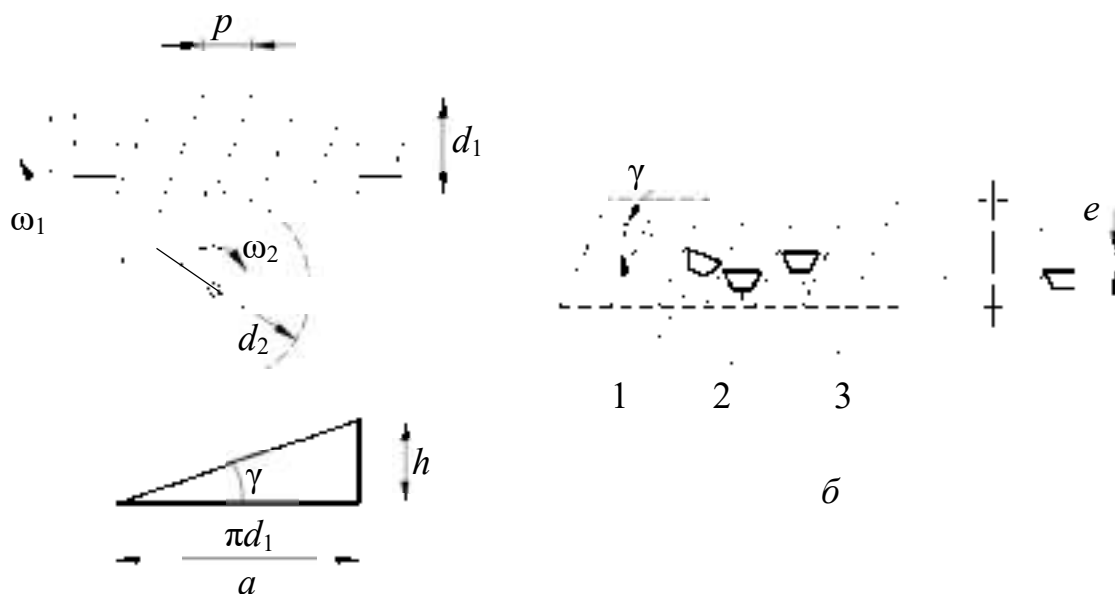


Рис. 82. Геометрические параметры червяка

По форме боковой поверхности резьбы различают конволютный, эвольвентный и архимедов червяки, образуемые при расположении резца трапецевидной формы, как указано на рис. 82, б, с режущей кромкой под углом γ наклона винтовой линии (положение 1) или при $\gamma = 0$ и смещении $e \neq 0$ (положение 2), а также при $e = 0$ (положение 3). Наименования червяков соответствуют наименованиям кривых, по которым очерчены зубья червяка в сечении, перпендикулярном его оси.

8.16. Кинематический анализ и классификация зубчатых механизмов

8.16.1. Механизмы с неподвижными осями

В практике машиностроения чаще возникает необходимость понижения, реже повышения скорости при передаче движения от входного звена к выходному.

Механизмы для передачи вращения, в которых происходит понижение

скорости вращения, называются *редукторами*, а механизмы, повышающие эту скорость, называются *мультипликаторами*.

По кинематическому признаку различают:

- механизмы с неподвижными геометрическими осями всех колёс (рядовые);
- механизмы с подвижными геометрическими осями некоторых колёс (эпициклические), которые обладают одной степенью свободы (планетарные) или двумя и более (дифференциальные).

Кроме того, различают одно- и многоступенчатые механизмы. Многоступенчатые состоят из одной или двух и более пар колёс, соединённых последовательно (рис. 83, *а*), параллельно (рис. 83, *б*), или смешанно.

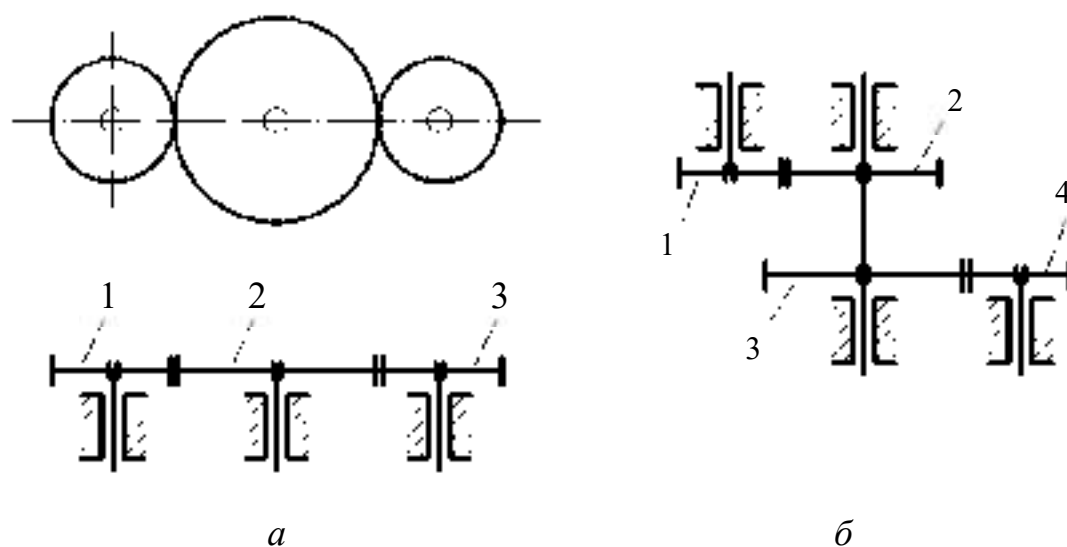


Рис. 83. Многоступенчатые механизмы:
а – последовательное соединение; *б* – параллельное соединение

При проектировании механизмов для передачи вращения с заданным значением передаточных отношений и крутящего момента стремятся обеспечить высокий коэффициент полезного действия (кпд), минимальные габариты и вес.

Передаточное отношение одноступенчатого зубчатого редуктора (при отсутствии скольжения) равно

$$u = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \pm \frac{d_{w2}}{d_{w1}} = \pm \frac{z_2}{z_1}. \quad (8.24)$$

Для зубчатых понижающих передач принято использовать понятие *передаточное число u* .

Передаточное отношение считается положительным, если оба колеса зубчатой пары вращаются в одну сторону, и отрицательным, если в разные стороны. Обычно положительное передаточное отношение имеет зубчатая передача с внутренним зацеплением (рис. 84, б), а отрицательное – с внешним зацеплением (рис. 84, а).

В случае многоступенчатого механизма с параллельным соединением колёс (рис. 81, б) получим

$$u_{14} = \frac{\omega_1}{\omega_4} = \frac{\omega_1}{\omega_2} \cdot \frac{\omega_3}{\omega_4} = u_{12} \cdot u_{34}. \quad (8.25)$$

При последовательном соединении колёс (рис. 83, а)

$$u_{13} = \frac{\omega_1}{\omega_3} = \frac{\omega_1}{\omega_2} \cdot \frac{\omega_2}{\omega_3}. \quad (8.26)$$

Таким образом, в общем виде передаточное отношение многоступенчатого механизма равно произведению частных передаточных отношений отдельных ступеней:

$$i_{1k} = i_{12} \cdot i_{23} \cdot \dots \cdot i_{(k-1)k}, \quad (8.27)$$

причём промежуточные колёса в механизме с последовательным соединением не влияют на величину передаточного отношения, а служат лишь для изменения направления вращения. Эти промежуточные колёса называются *паразитными*.

Для кинематического анализа механизмов можно использовать графоаналитический метод, наглядно иллюстрирующий характер

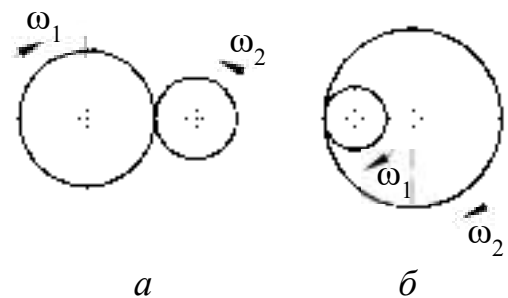


Рис. 84. Направление угловых скоростей:
а – внешнее зацепление; б – внутреннее зацепление

распределения линейных скоростей звеньев механизма. Метод основан на использовании линейной зависимости скорости v от радиуса, т. е. $v = \omega r$.

При построении картины, иллюстрирующей характер распределения линейных скоростей, сначала откладываются в выбранном масштабе μ_v известные вектора линейных скоростей точек, закон движения которых задан (рис. 85).

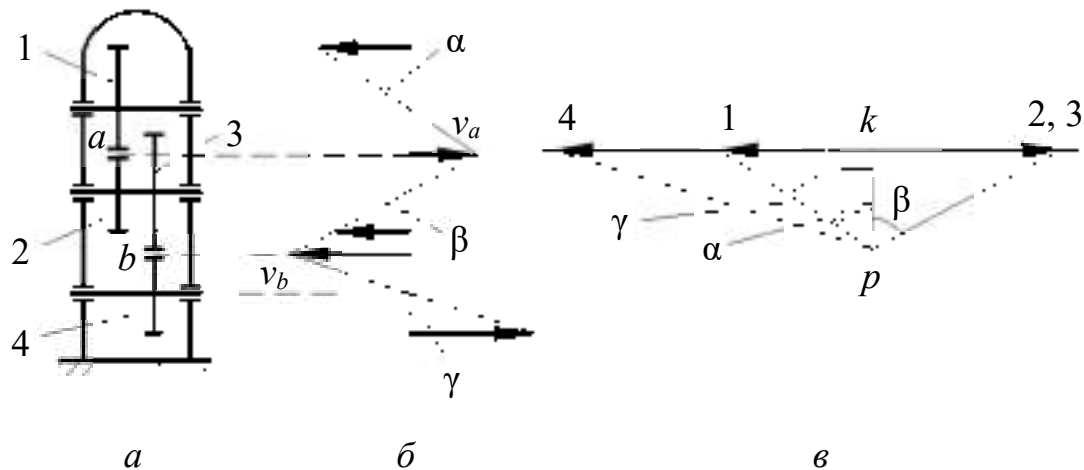


Рис. 85. Планы скоростей:
a – схема редуктора (μ_l); *б* – план линейных скоростей (μ_v);
в – план угловых скоростей (μ_ω), частот вращения (μ_n)

Затем, проводя отрезки через концы векторов известных скоростей, получим план линейных скоростей.

Для определения угловых скоростей (частот вращения) всех звеньев удобно использовать план угловых скоростей (частот вращения), где отрезки $k_1, k_2, \dots$ соответствуют угловым скоростям (частотам вращения) колёс 1, 2, ... При этом схема редуктора вычерчивается в масштабе μ_l , а поскольку отрезки $k_1, k_2, \dots$ пропорциональны $\operatorname{tg} \alpha, \operatorname{tg} \beta, \dots$, то

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{v}{r} = \omega. \quad (8.28)$$

Выбор полюсного расстояния pk может быть произвольным.

8.16.2. Эпициклические механизмы

Простейший эпициклический механизм (редуктор Джемса) состоит из центральных колёс 1 и 3 (рис. 86), сателлитного колеса (сателлита) 2 и водила H . Если одно из центральных колёс, например, колесо 3 остановить с помощью тормоза T , то эпициклический механизм превращается в планетарный, где при вращении колеса 1 сателлит 2 обегает неподвижное колесо 3, вращая водило H с угловой скоростью ω_H . Степень подвижности такого редуктора равна единице.

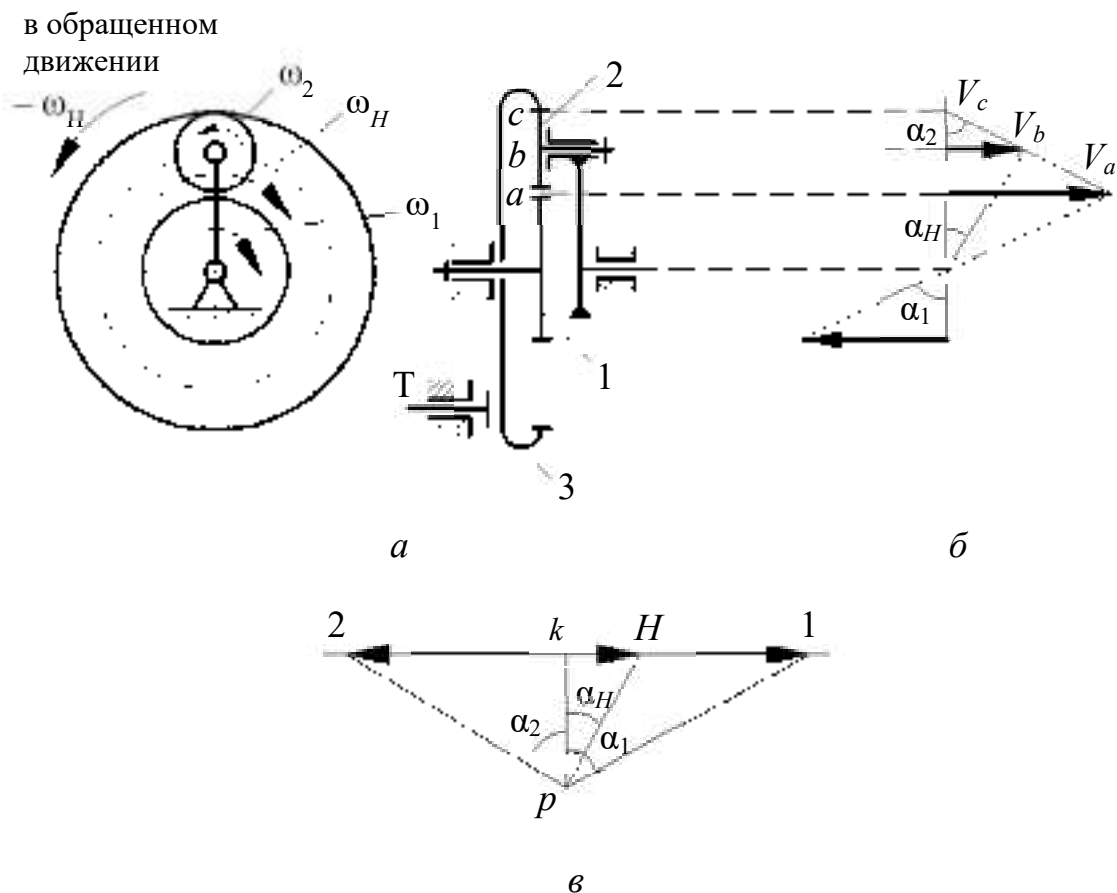


Рис. 86. Эпициклический механизм (редуктор Джемса):
a – схема механизма; *б* – картина скоростей; *в* – план угловых скоростей
 (частот вращения)

Для планетарного механизма можно построить картину скоростей и план угловых скоростей (частот вращения), используя рассмотренные выше

приёмы. План угловых скоростей можно использовать для приближённого определения передаточного числа планетарного механизма, которое равно

$$i_{1H} = \frac{k_1}{k_H}. \quad (8.29)$$

Аналитически передаточное число определяется с использованием метода обращения движения, когда механизму в целом сообщается вращение с угловой скоростью, обратной скорости водила ($-\omega_H$). При этом относительное движение звеньев не изменится, а водило H в обращённом движении будет оставаться неподвижным, и планетарный редуктор превращается в рядовой (с неподвижными осями). Если обозначить угловые скорости звеньев в обращённом движении с индексом в круглых скобках, указывающим неподвижное звено, то

$$i_{13}^{(H)} = \frac{\omega_1^{(H)}}{\omega_3^{(H)}} = \frac{\omega_1 - \omega_H}{\omega_3 - \omega_H}, \quad (8.30)$$

а поскольку в планетарном механизме $\omega_3 = 0$, то выражение (8.30) принимает вид

$$i_{13}^{(H)} = \frac{\omega_1^{(H)}}{\omega_3^{(H)}} = -\frac{\omega_1}{\omega_H} + 1 = -i_{1H} + 1. \quad (8.31)$$

С другой стороны, через соотношение чисел зубьев,

$$i_{13}^{(H)} = -\frac{z_3}{z_1}, \quad (8.32)$$

поэтому

$$i_{1H} = 1 - i_{13}^{(H)} = 1 + \frac{z_3}{z_1}. \quad (8.33)$$

Если в эпициклическом механизме (рис. 86) оба центральных колеса совершают вращение, то степень подвижности такого механизма будет равна двум, и он превращается в дифференциальный. Такие механизмы служат:

- 1) для привода одного рабочего органа от двух или более двигателей (т. е. для сложения движения нескольких ведущих звеньев);

2) для разложения движения одного вала на два и более независимых движений ведомых валов.

Выражение (8.30) называется *формулой Виллиса*, оно позволяет получить любую неизвестную угловую скорость в эпициклическом механизме при заданных остальных скоростях.

Одним из распространённых типов дифференциальных механизмов являются так называемые замкнутые, в которых благодаря дополнительной зубчатой передаче связаны оба центральных колеса (рис. 87).

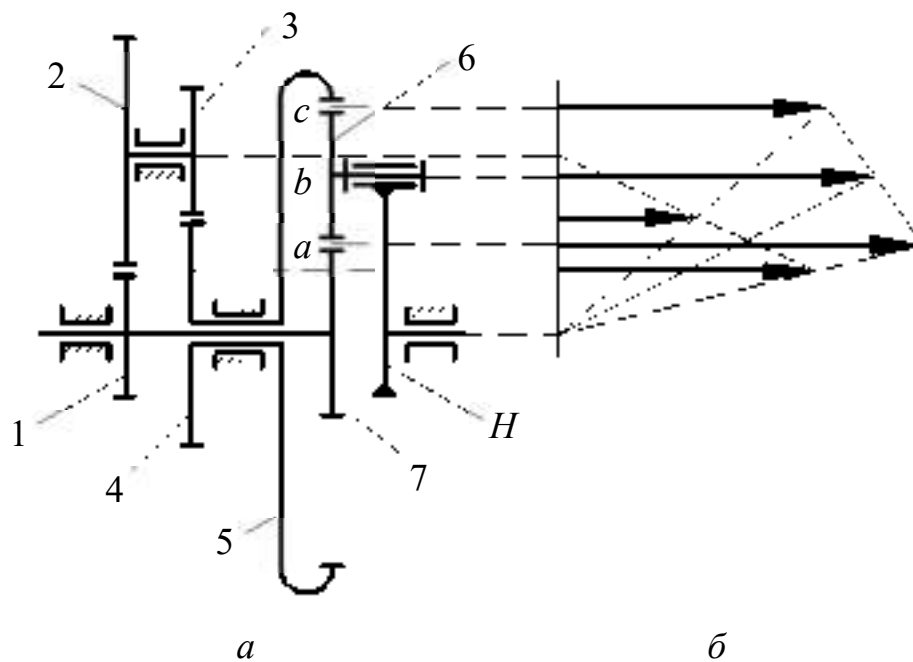


Рис. 87. Замкнутый дифференциальный механизм:
a – схема механизма; *б* – план скоростей

Это позволяет использовать один двигатель для привода механизма. Для определения передаточного отношения используем формулу Виллиса.

Так как

$$i_{75}^{(H)} = -\frac{z_5}{z_7}, \quad (8.34)$$

то

$$-\frac{z_5}{z_7} = \frac{i_{1H} - 1}{\frac{\omega_5}{\omega_H} - 1}, \quad (8.35)$$

где

$$\frac{\omega_5}{\omega_H} = \frac{\omega_5}{\omega_1} \cdot \frac{\omega_1}{\omega_H} = \left(-\frac{z_3}{z_4} \right) \cdot \left(-\frac{z_1}{z_2} \right) i_{1H}. \quad (8.36)$$

После подстановки выражения (8.36) в (8.35) и преобразований получается:

$$\left(1 - i_{1H} \frac{z_3 z_1}{z_4 z_2} \right) \frac{z_5}{z_7} = i_{1H} - 1. \quad (8.37)$$

Выразив из уравнения (8.37) передаточное отношение i_{1H} , получим:

$$i_{1H} = \frac{1 + \frac{z_5}{z_7}}{1 + \frac{z_1 z_2 z_5}{z_2 z_4 z_7}}. \quad (8.38)$$

8.16.3. Эпициклические механизмы с коническими колёсами

Примером дифференциального механизма с коническими колёсами является дифференциал автомобиля (рис. 88).

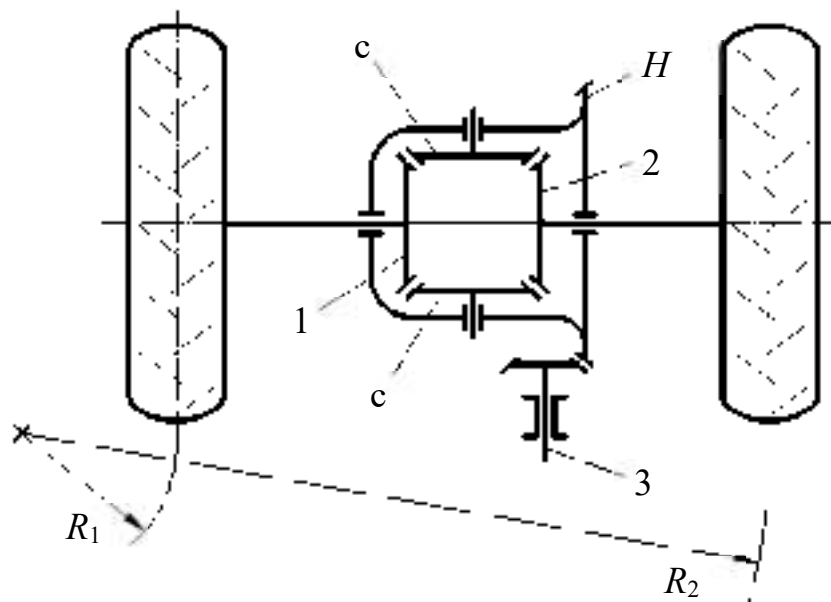


Рис. 88. Дифференциал автомобиля:

1, 2 – конические зубчатые колеса; с – сателлит; H – водило; 3 – карданный вал

Согласно формуле Виллиса

$$-\frac{z_2}{z_1} = \frac{\omega_1 - \omega_H}{\omega_2 - \omega_H}. \quad (8.39)$$

Числа зубьев $z_2 = z_1$, поэтому

$$\omega_H = \frac{\omega_1 + \omega_2}{2}, \quad (8.40)$$

т.е. при постоянной скорости вращения карданного вала и скорости автомобиля в целом полуоси могут вращаться с различными или с одинаковыми скоростями. Например, на повороте скорости вращения полуосей пропорциональны радиусам поворота R_1 и R_2 , а при ровной прямой дороге скорость полуосей одинакова и равна $\omega_1 = \omega_2 = \omega_H$.

8.17. Некоторые вопросы синтеза зубчатых механизмов

8.17.1. Синтез эпициклических механизмов с цилиндрическими колёсами. Условия синтеза

Комплексные задачи синтеза зубчатых механизмов настолько сложны, что в полной постановке с учётом факторов кинематики и динамики они не решены до настоящего времени. Известны решения частных задач как геометрического, так и динамического синтеза зубчатых механизмов, причём эти решения часто носят характер рекомендаций по выбору параметров. Например, выбор передаточных отношений каждой ступени в многоступенчатом зубчатом механизме с общим передаточным отношением, определяемым по формуле (8. 27), рекомендуется осуществлять так, чтобы $i_{12} > i_{23} > \dots > i_{(k-1)k}$. Это связано с возрастанием нагрузки по мере уменьшения угловой скорости. Выполнение указанного условия позволяет более равномерно распределить нагрузку между зубчатыми парами.

При заданных передаточных отношениях и известном числе зубьев колёс задача синтеза сводится к определению их параметров. Сначала должен быть выбран материал колёс с учётом назначения передачи, условий работы и

других факторов, затем определяется модуль передачи, позволяющий обеспечить изгибную и контактную прочность зубьев, а затем – все геометрические параметры зубчатых колёс.

Известны решения частных задач подбора чисел зубьев сложных зубчатых механизмов с учётом различных условий, например, геометрического характера.

При проектировании планетарного редуктора с заданным передаточным отношением возникает задача определения чисел зубьев при соблюдении следующих условий:

- 1) кинематическое условие;
- 2) условие соосности;
- 3) условие соседства;
- 4) условие сборки;
- 5) условие правильного зацепления.

Физический и математический смысл этих условий разберём на конкретной схеме планетарного механизма с нулевыми эвольвентными цилиндрическими колёсами (рис. 89).

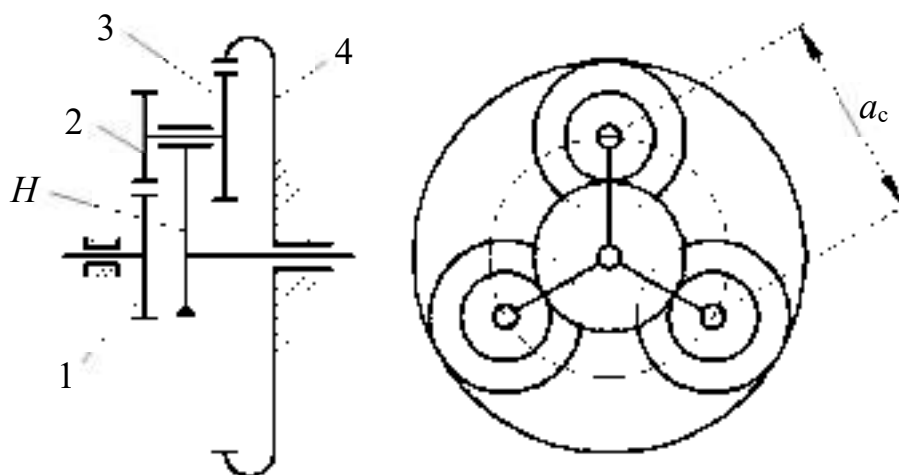


Рис. 89. Планетарный механизм с нулевыми эвольвентными цилиндрическими колёсами:

1 – солнечная шестерня; 2, 3 – сателлиты; 4 – неподвижное колесо; H – водило

Кинематическое условие обеспечивает заданное передаточное отношение и для данного механизма имеет следующий вид:

$$i_{14}^{(H)} = -\frac{z_2 z_4}{z_1 z_3} = \frac{\omega_1 - \omega_H}{\omega_4 - \omega_H}, \quad (8.41)$$

откуда при $\omega_4 = 0$ получим:

$$i_{1H} = \frac{\omega_1}{\omega_H} = 1 + \frac{z_2 z_4}{z_1 z_3}. \quad (8.42)$$

Обычно допускается отклонение передаточного отношения в пределах 5% от заданного.

Условие соосности требует, чтобы оси колёс 1 и 4, в данном случае, совпадали для обеспечения зацепления сателлитов с центральными колёсами. Для этого необходимо, чтобы выполнялись следующие соотношения радиусов делительных окружностей и (при равных модулях зубьев всех колёс) чисел зубьев:

$$\begin{aligned} r_1 + r_2 &= r_4 - r_3; \\ z_1 + z_2 &= z_4 - z_3. \end{aligned} \quad (8.43)$$

Условие соседства включает требование совместного размещения нескольких сателлитов по общей окружности так, чтобы они не задевали друг друга своими зубьями. Необходимость выполнения этого условия возникает при числе сателлитов $k > 2$ (увеличение числа сателлитов уменьшает нагрузку на зубья). В этом случае необходимо, чтобы выполнялось неравенство $a_c > 2r_a^c$, где r_a^c - радиус окружности вершин наибольшего сателлита). Так как

$$\begin{aligned} a_c &= 2(r_1 + r_2) \sin \frac{2\pi}{2k} = m(z_1 + z_2) \sin \frac{\pi}{k}; \\ z_a^c &= z_a + h_a m = m \left(\frac{z_c}{2} + 1 \right), \end{aligned} \quad (8.44)$$

то

$$\sin \frac{\pi}{k} > \frac{z_c + 2}{z_1 + z_2}, \quad (8.45)$$

где z_c – число зубьев наибольшего сателлита (2 или 3).

Условие сборки учитывает необходимость одновременного зацепления

всех сателлитов с центральными колёсами, т.е. установив первый сателлит и повернув водило на угол $\frac{2\pi}{k}$ рад, необходимо в то же самое место установить следующий сателлит. Это может быть осуществлено, если зубья колёс второго блока сателлитов окажутся точно против впадин зубьев центральных колёс. Иначе сборку осуществить невозможно. Для формирования условия примем, что оба колеса всех k блоков сателлитов имеют одинаковую ориентацию зубьев друг относительно друга. После установки первого сателлита на ось водило должно быть повернуто на угол $\frac{2\pi}{k}$, при этом колесо 1 необходимо повернуть на угол

$$\varphi_1 = i_{1H} \frac{2\pi}{k}. \quad (8.46)$$

С другой стороны, угол φ_1 поворота колеса 1 должен быть кратным его угловому шагу зубьев $\frac{2\pi}{z_1}$, в противном случае при повороте на угол φ_1 положение зубьев колеса 1 изменится и второй сателлит вставить будет невозможно. Таким образом,

$$\varphi_1 = q \frac{2\pi}{z_1}, \quad (8.47)$$

где q – целое число).

Таким образом,

$$\begin{aligned} q \frac{2\pi}{z_1} &= i_{1H} \frac{2\pi}{k}; \\ q &= i_{1H} \frac{z_1}{k}. \end{aligned} \quad (8.48)$$

Условие правильного зацепления включает условие отсутствия подреза у колёс с внешним зубчатым венцом и условие отсутствия заедания (интерференции) во внутреннем зацеплении. Эти условия имеют вид:

$$z_i \geq z_{\min}, \quad (8.49)$$

где $z_{\min} = 17$ для колёс с внешним зацеплением; $z_{\min} = 85$ для колёс с внутренним зацеплением без смещения исходного контура; $z_{\min} = 20$ – то же со смещением исходного контура.

8.17.2. Методы синтеза эпициклических механизмов

Задача подбора чисел зубьев колёс для эпициклического механизма в общей постановке является оптимизационной ввиду множества возможных решений. Её можно считать типичной задачей дискретного нелинейного программирования, если за критерий оптимальности принять габариты или вес механизма, а ограничения на целочисленные параметры $z_1, z_2, \dots$ будут условия (8.43), (8.45), (8.48), (8.49).

Такую задачу можно решать различными методами, например, численными методами направленного перебора, когда варьируются $z_1, z_2, \dots$ с целью минимизации габаритов или веса при соблюдении ограничений. Такая задача может быть решена с помощью ЭВМ.

Применяются упрощённые методы, позволяющие найти одно из конструктивно допустимых решений. Один из таких методов – метод сомножителей.

Представим числа зубьев в виде нескольких сомножителей:

$$\begin{aligned} z_1 &= \alpha \cdot A \cdot t; \\ z_2 &= \alpha \cdot B \cdot t; \\ z_3 &= \beta \cdot C \cdot t; \\ z_4 &= \beta \cdot D \cdot t. \end{aligned} \quad (8.50)$$

Из условия (8.45)

$$\alpha(A + B) = \beta(D - C). \quad (8.51)$$

Это уравнение превращается в тождество при:

$$\begin{aligned} \alpha &= D - C; \\ \beta &= A + B. \end{aligned} \quad (8.52)$$

Тогда:

$$\begin{aligned}z_1 &= A \cdot t \cdot (D - C); \\z_2 &= B \cdot t \cdot (D - C); \\z_3 &= C \cdot t \cdot (A + B); \\z_4 &= D \cdot t \cdot (A + B).\end{aligned}\tag{8.53}$$

Подставив эти выражения в условие (8.43), получим:

$$\frac{B}{A} \cdot \frac{D}{C} = i_{1H} - 1.\tag{8.54}$$

Таким образом, величину $(i_{1H} - 1)$ можно представить в виде нескольких сомножителей (A, B, C, D) . Далее определяются значения t , обеспечивающие выполнение условий сборки и правильного зацепления и выбирается одно из этих значений. Например, из условия сборки (8.48)

$$q = t \frac{A(D - C)}{k} i_{1H}\tag{8.55}$$

выбираются значения t , обеспечивающие целочисленность q . После этого можно определить числа зубьев.

9. ТРЕНИЕ В КИНЕМАТИЧЕСКИХ ПАРАХ

9.1. Виды трения

Когда одно тело соприкасается с другим, то независимо от их физического состояния (твёрдое, жидкое, газообразное) возникает явление, называемое *трением*. В зависимости от характера относительного движения тел различают *трение скольжения* и *трение качения*. Сила, препятствующая относительному движению контактирующих тел, называется *силой трения*. Вектор этой силы лежит в плоскости, касательной к поверхности тел в зоне их контакта.

Сила трения скольжения уменьшается, если соприкасающиеся тела смазаны специальными смазочными материалами, причём, если материал – жидкость, полностью разделяющая контактирующие поверхности, то трение называется *жидкостным*. При совершенном отсутствии смазки имеет место *сухое трение*.

Если смазывающая жидкость не полностью разделяет трущиеся поверхности, то трение называется *полужидкостным* или *полусухим* в зависимости от того, какой из двух видов трения преобладает.

Применяемые смазки делятся на несколько видов: *твёрдые*, *жидкие*, *газовые*; при этом смазка может быть: *гидро-* или *газостатической*, когда она поступает под давлением в зазор между трущимися телами, а также *гидро-* или *газодинамической*, когда она разделяет трущиеся поверхности в результате давления, возникающего в слое жидкости при относительном движении тел.

Сцепление и трение широко используется в современной технике. Благодаря сцеплению движутся различные транспортные средства. Принцип действия фрикционной, ременной и других передач основан на использовании трения. Распространение получила также сварка трением.

Вместе с тем трение отрицательно сказывается там, где оно вызывает потери энергии.

9.2. Трение скольжения в поступательных парах

Сила трения на поверхности соприкосновения двух звеньев направлена в сторону, противоположную скорости относительного движения и приближённо может быть определена по формуле Кулона

$$F_{\text{тр}} = F_n f, \quad (9.1)$$

где F_n – сила реакции, нормальная к поверхности контакта; f – коэффициент трения скольжения (величина, постоянная в определённом диапазоне скоростей и удельных давлений).

Коэффициент трения зависит от многих факторов (чистоты поверхности, наличия и качества смазки, материала тел и др.) и определяется экспериментально.

Сила трения покоя (сила сцепления), т.е. сила, которую надо преодолеть, чтобы тело привести в движение, обычно больше силы трения скольжения, поэтому различают коэффициент сцепления f_0 и коэффициент трения скольжения f .

Сила трения возникает как результат действия внешних сил F , поэтому она является реактивной силой, в результате действия которой суммарная реакция F_{Σ} отклоняется на угол ρ от нормали к трущимся поверхностям (рис. 90, а).

При этом

$$f = \frac{F_{\text{тр}}}{F_n} = \operatorname{tg} \rho. \quad (9.2)$$

Угол ρ называется *углом трения скольжения*.

Если построить конус с углом при вершине 2ρ (рис. 90, б), то получим *конус трения*. Движение возможно при $F_t \geq F_{\text{тр}}$, или при

$$\begin{aligned} F_n \operatorname{tg} \lambda &\geq F_n \operatorname{tg} \rho; \\ \lambda &\geq \rho, \end{aligned} \quad (9.3)$$

где λ – угол между линиями действия сил F и F_n (рис. 90, а).

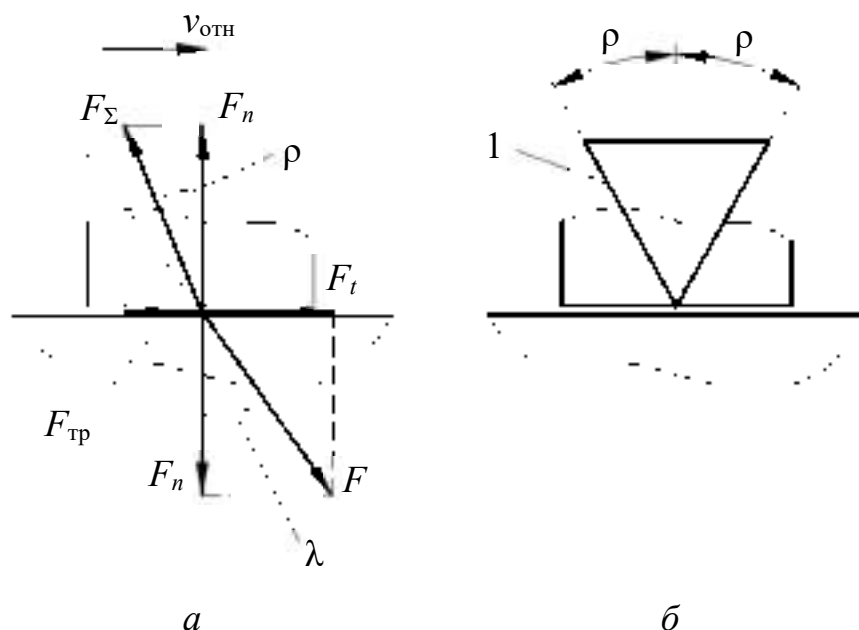


Рис. 90. Трение скольжения в поступательных парах:
 а – силы в точке контакта; б – конус трения (позиция 1)

Если $\lambda = \rho$, то движение происходит с постоянной скоростью: $v_{\text{отн}} = \text{const.}$

Мощность, затрачиваемая на трение скольжения, равна:

$$P_{\text{тр}} = F_{\text{тр}} v_{\text{отн}} = F_n f (v_1 \pm v_2), \quad (9.4)$$

где v_1, v_2 – скорости тела и опорной поверхности соответственно; знак «+» – при противоположно направленном движении; знак «–» – при однонаправленном движении.

9.3. Трение скольжения во вращательных парах

Вращательные кинематические пары, образуемые цапфами валов и их опорами, широко распространены в машиностроении. *Цапфами* называются части валов и осей, посредством которых они опираются на подшипники. Трение цапф в подшипниках удобно оценивать величиной момента сил трения скольжения относительно оси вращения (рис. 91):

$$M_{\text{тр}} = F_{\text{тр}} r = F_n f r = F_{\Sigma} r_{\text{тр}}, \quad (9.5)$$

где F_{Σ} – полная реакция; $r_{\text{тр}}$ – радиус круга трения, равный:

$$r_{\text{тр}} = r \sin \rho \approx r \operatorname{tg} \rho \approx fr. \quad (9.6)$$

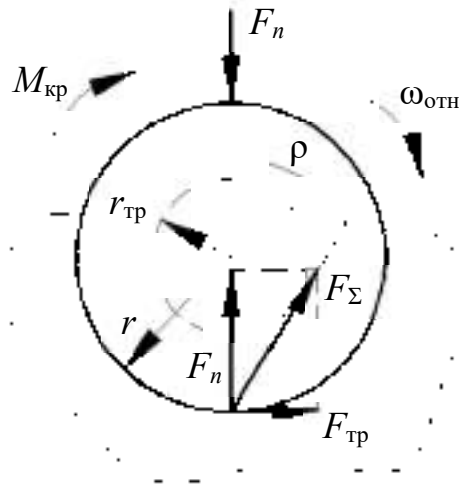


Рис. 91. Трение скольжения во вращательной паре

Мощность, затрачиваемая на трение, равна:

$$P_{\text{тр}} = M_{\text{тр}} \omega_{\text{отн}} = M_{\text{тр}} (\omega_1 \pm \omega_2), \quad (9.7)$$

где ω_1 , ω_2 – угловые скорости цапфы и опорной поверхности соответственно; знак плюс – при противоположно направленном вращении; знак минус – при однонаправленном вращении.

9.4. Трение качения

В случаях идеально твёрдых тел, одно из которых катится по поверхности другого, соприкосновение их происходит по линии или в точке и сопротивление качению отсутствует, так как линии действия сил F_n совпадают (рис. 92, а) и сумма моментов относительно точки А равна

$$\Sigma M_A = Fh. \quad (9.8)$$

В действительности соприкосновение происходит не по линии, а по поверхности вследствие деформаций (рис. 92, б) и сумма моментов ΣM_A равна:

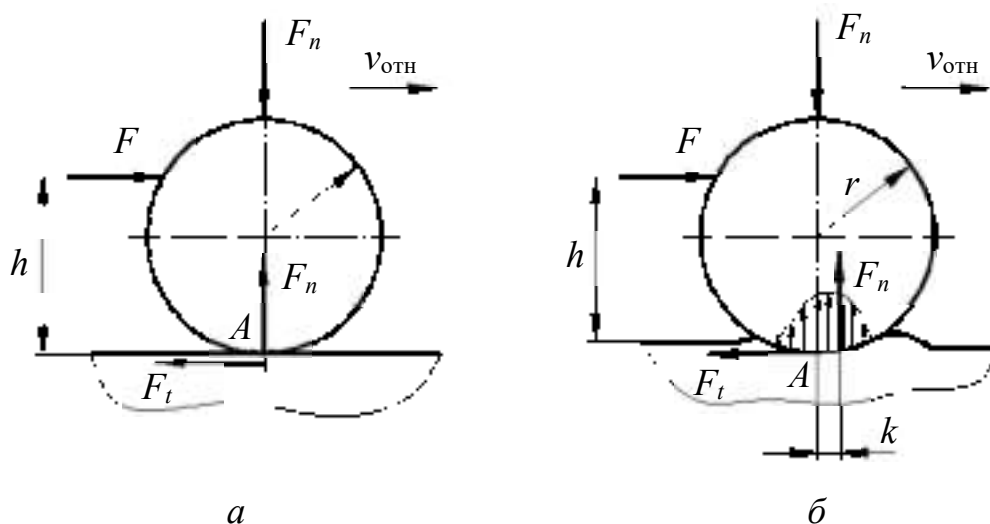


Рис. 92. Трение качения:
a – идеально твердые тела; *б* – реальные тела

$$\Sigma M_A = Fh - F_n k, \quad (9.9)$$

где h, k – плечи сил F и F_n .

При $v_{\text{отн}} = \text{const}$ и $F_t = F$ получим

$$\begin{aligned} Fh - F_n k &= 0; \\ k &= h \frac{F}{F_n}. \end{aligned} \quad (9.10)$$

Плечо k называется *коэффициентом трения качения* и измеряется в единицах длины. Часто используется величина

$$f_k = \frac{k}{r}, \quad (9.11)$$

называемая *приведённым коэффициентом трения качения*. При этом сила трения качения $F_{\text{тр}}^k$ по аналогии с силой трения скольжения может быть представлена в виде

$$F_{\text{тр}}^k = F_n f_k = F_n \frac{k}{r} = \frac{M_{\text{тр}}}{r}. \quad (9.12)$$

Мощность, затрачиваемая на трение, равна:

$$P_{\text{тр}} = F_{\text{тр}}^k v_{\text{отн}}, \quad (9.13)$$

где $v_{\text{отн}}$ – скорость центра катка.

Для подшипников качения затраты мощности на преодоление трения равны

$$P_{\text{тр}} = M_{\text{тр}} \omega_{\text{отн}} = F_n f_k (\omega_1 \pm \omega_2) \frac{d}{2}, \quad (9.14)$$

где d – диаметр внутреннего кольца подшипника.

Принимается $f_k = 0,003$ для шарикоподшипников; $f_k = 0,005$ для роликоподшипников.

9.5. Особенности учёта сил трения при силовом расчёте рычажных механизмов

Для учёта сил трения в кинематических парах рычажных механизмов при определении $F_{\text{ур}}$ или $M_{\text{ур}}$ используется метод приведения сил трения, позволяющий определять уточнённые значения $F_{\text{ур}}^*$ ($M_{\text{ур}}^*$) без повторного силового расчёта с учётом трения по формуле:

$$M_{\text{ур}}^* = M_{\text{ур}} + M_{\text{пр}}^{\text{тр}}, \quad (9.15)$$

где $M_{\text{ур}}$ – уравнивающий момент, вычисленный без учёта трения; $M_{\text{пр}}^{\text{тр}}$ – момент трения, приведённый к вращающемуся с угловой скоростью $\omega_{\text{в}}$ входному звену, и равный

$$M_{\text{пр}}^{\text{тр}} = \frac{\Sigma P_i^{\text{тр}}}{\omega_{\text{в}}}, \quad (9.16)$$

где $\Sigma P_i^{\text{тр}}$ – суммарная мощность сил трения в кинематических парах.

Для определения реакций в кинематических парах с учётом трения обычно используется метод последовательных приближений, когда по найденным без учёта трения реакциям определяются силы и моменты трения в кинематических парах. Затем эти силы прикладываются как внешние и производится перерасчёт реакций в установленном порядке. Обычно достаточно одного перерасчёта (итерации).

9.6. Коэффициент полезного действия (КПД) машины

Энергия, потребляемая машиной, расходуется на преодоление полезных и вредных сопротивлений. Полезные –это сопротивления, для преодоления которых машина предназначена. Вредные –это сопротивления, преодоление которых не даёт производственного эффекта.

Механическим КПД (η) называется отношение полезной работы $A_{\text{пл}}$ или мощности $P_{\text{пл}}$ к затраченной $A_{\text{зт}}(P_{\text{зт}})$. Потери механической энергии в разного рода устройствах состоят главным образом из потерь на трение:

$$\eta = \frac{A_{\text{пл}}}{A_{\text{зт}}} = \frac{P_{\text{пл}}}{P_{\text{зт}}} = \frac{A_{\text{зт}} - A_{\text{тр}}}{A_{\text{зт}}} = \frac{P_{\text{зт}} - P_{\text{тр}}}{P_{\text{зт}}} = 1 - \xi_{\text{п}}, \quad (9.17)$$

где $\xi_{\text{п}} = \frac{A_{\text{тр}}}{A_{\text{зт}}} = \frac{P_{\text{тр}}}{P_{\text{зт}}}$ – коэффициент потерь.

При холостом ходе машины $\eta = 0$, но могут быть случаи когда $\eta < 0$, что означает невозможность совершать движение из-за явления, называемого *самоторможением*. Например, червячный редуктор не может совершать вращение со стороны червячного колеса.

Рассмотрим машину как совокупность n элементов, соединённых различным образом между собой.

1. Элементы соединены последовательно и КПД каждого из них η_i известен (рис. 93, а). Тогда

$$\begin{aligned} A_2 &= A_1 \eta_1; \\ A_3 &= A_2 \eta_2 = A_1 \eta_1 \eta_2; \\ &\vdots \\ A_{n+1} &= A_1 \eta_1 \eta_2 \dots \eta_n, \end{aligned} \quad (9.18)$$

т. е. общий КПД всей цепи равен

$$\eta_{\Sigma} = \frac{A_{n+1}}{A_1} = \eta_1 \eta_2 \dots \eta_n = \prod_{i=1}^n \eta_i. \quad (9.19)$$

Поэтому следует стремиться к созданию простых конструкций с малым числом элементов.

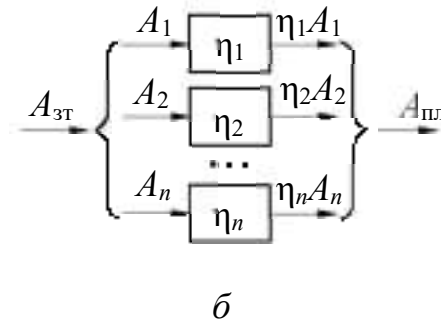
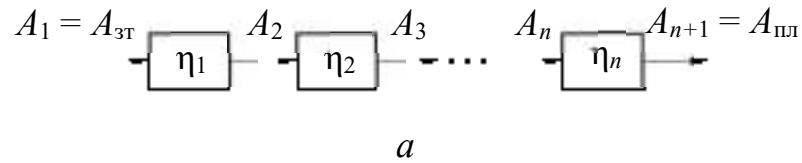


Рис. 93. Машина как совокупность элементов:
a – элементы соединены последовательно; *б* – элементы соединены параллельно

2. Элементы соединены параллельно (рис. 93, *б*). Тогда

$$\eta_{\Sigma} = \frac{\eta_1 A_1 + \eta_2 A_2 + \dots + \eta_n A_n}{A_1 + A_2 + \dots + A_n} = \sum_{i=1}^n \alpha_i \eta_i, \quad (9.20)$$

где $\alpha_i = \frac{A_i}{A_{зт}}$ – коэффициент распределения энергии.

При $\eta_1 = \eta_2 = \dots = \eta_n$ получим $\eta_{\Sigma} = \eta_i$, следовательно, низкое качество отдельных элементов меньше влияет на общий КПД машины, чем при последовательном соединении.

Сложные механизмы могут образовывать разветвлённую систему, состоящую из последовательного и параллельного соединённых более простых механизмов, где КПД определяется согласно указанным выше правилам.

Так как любой механизм представляет собой кинематическую цепь с последовательно и параллельно соединёнными в кинематических парах

звеньями, то общий КПД механизма вычисляется аналогично при известных КПД кинематических пар.

Например, необходимо определить η_Σ механизма с низшими парами, изображённого на рис. 94.

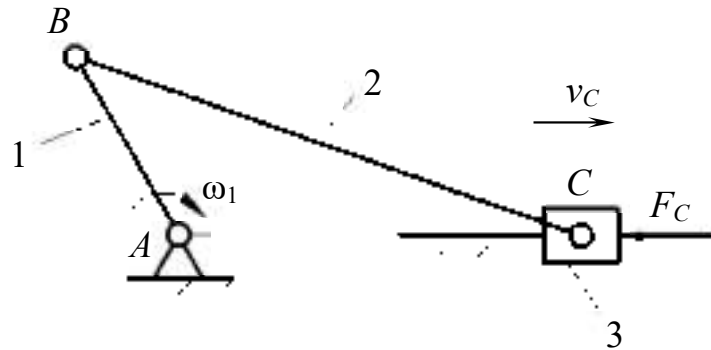


Рис. 94. Схема рычажного механизма

Мощность сил полезного сопротивления

$$P_{\text{пл}} = F_C v_C, \quad (9.21)$$

где v_C — скорость точки C; F_C — сила полезного сопротивления.

Затраченная мощность

$$P_{\text{зт}} = P_{\text{пл}} + \sum_{i=1}^4 P_i^{\text{тр}}. \quad (9.22)$$

В формуле (9.22) мощность, затраченная на трение в кинематических парах, равна:

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^4 P_i^{\text{тр}} &= P_A^{\text{тр}} + P_B^{\text{тр}} + P_C^{\text{тр}} + P_{30}^{\text{тр}}; \\ P_A^{\text{тр}} &= F_{01} f_A \frac{d_A}{2} \omega_1; \\ P_B^{\text{тр}} &= F_{12} f_B \frac{d_B}{2} (\omega_1 \pm \omega_2); \\ P_C^{\text{тр}} &= F_{23} f_C \frac{d_C}{2} \omega_2; \\ P_{30}^{\text{тр}} &= F_{30} f_{30} v_C, \end{aligned} \quad (9.23)$$

где $P_A^{\text{тр}}, P_B^{\text{тр}}, P_C^{\text{тр}}$ – затраты мощности на трение в шарнирах; $P_{30}^{\text{тр}}$ – затраты мощности на трение в поступательной паре; f_A, f_B, f_C – коэффициенты трения в шарнирах; f_{30} – коэффициент трения в поступательной паре; d_A, d_B, d_C – диаметры шарниров; ω_1, ω_2 – угловые скорости звеньев.

Мгновенный КПД, который является функцией положения звена 1, равен

$$\eta_{\Sigma} = \frac{P_{\text{пл}}}{P_{\text{зт}}}. \quad (9.24)$$

10. УРАВНОВЕШИВАНИЕ МАСС В МЕХАНИЗМАХ

10.1. Действие сил на фундамент. Условия уравнивания

В общем случае в кинематических парах механизмов и машин возникают динамические усилия, переменные по величине и направлению. Через стойку они передаются на фундамент, вызывая дополнительные напряжения в отдельных звеньях, вибрацию и ухудшение условий работы. Чтобы этого избежать, необходимо рационально подобрать и расположить массы звеньев с условием полного или частичного гашения динамических усилий. Эта задача решается при уравнивании.

Основными динамическими составляющими при работе любого механизма являются силы инерции, которые, как правило, переменны по величине и направлению. Это характерно и для случаев, когда входное звено вращается с постоянной угловой скоростью $\omega_1 = const$ (см. рис. 94). Все силы и моменты сил инерции можно привести к главному вектору $\bar{F}_{и\Sigma}$ и моменту $\bar{M}_{и\Sigma}$ относительно выбранной точки (точки приведения):

$$\begin{aligned}\bar{F}_{и\Sigma} &= \Sigma \bar{F}_{иi}; \\ \bar{M}_{и\Sigma} &= \Sigma \bar{M}_{иi} + \Sigma \overline{F_{иi} h_{F_{иi}}},\end{aligned}\tag{10.1}$$

где $\bar{F}_{иi}, \bar{M}_{иi}$ – сила инерции и момент сил инерции i -го звена; $h_{F_{иi}}$ – плечо силы инерции относительно точки приведения.

Полностью уравновешенным считается механизм, в котором $F_{и\Sigma} = 0$ и $M_{и\Sigma} = 0$, т. е. сила давления стойки на фундамент остаётся постоянной при движении звеньев.

Из теоретической механики известно, что

$$\bar{F}_{и\Sigma} = -m_{\Sigma} \bar{a}_s,\tag{10.2}$$

где m_{Σ} – масса всех подвижных звеньев; a_s – ускорение центра масс системы.

Следовательно, для выполнения условия $F_{и\Sigma} = 0$ необходимо, чтобы ускорение $a_s = 0$.

Это равносильно требованию постоянства положения центра масс механизма относительно стойки. Такое уравнивание называется *статическим* или *уравниванием первого рода*. В этом случае используется метод заменяющих (сосредоточенных) масс, обладающих массой, центром масс и моментом инерции J_S заменяемого твёрдого тела (звена) с распределённой массой. Если поместить начало системы координат в центр масс системы, то условия эквивалентности заменяемой и заменяющих масс запишутся так:

$$\begin{aligned}\Sigma m_i &= m_\Sigma; \\ \Sigma m_i x_i &= 0; \\ \Sigma m_i y_i &= 0; \\ \Sigma m_i (x_i^2 + y_i^2) &= J_S,\end{aligned}\tag{10.3}$$

где m_i – масса i -го звена; x_i, y_i – координаты центра тяжести i -го звена.

Таким образом, в общем случае плоского звена необходимы четыре заменяющих массы. В частных случаях число заменяющих масс может быть сведено к двум. Например, для звена AB (рис. 95) можно ограничиться частичной заменой его массы m двумя массами m_1 и m_2 , учитывая условия:

$$\begin{aligned}m_1 + m_2 &= m; \\ m_1 l_1 - m_2 l_2 &= 0.\end{aligned}\tag{10.4}$$

Отсюда следует, что

$$\begin{aligned}m_1 &= m \frac{l_2}{l}; \\ m_2 &= m \frac{l_1}{l}.\end{aligned}\tag{10.5}$$

Для полного уравнивания механизма необходимо выполнение обоих условий: $F_{и\Sigma} = 0$; $M_{и\Sigma} = 0$, причём выполнение условия $M_{и\Sigma} = 0$ решается

при моментном (динамическом) уравнивании, которое называется *уравниванием второго рода*.

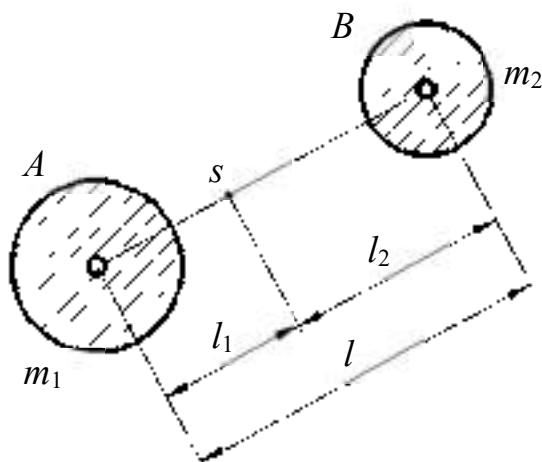


Рис. 95. Звено AB

10.2. Уравнивание с помощью противовесов на звеньях механизма

Рассмотрим последовательность статического уравнивания на примере четырёхшарнирного механизма (рис. 96, *а*). Заменяем массы звеньев 1, 2, 3 сосредоточенными массами в точках A , B , C , D , причём в силу неподвижности точек A и D , массы, сосредоточенные в этих точках, можно не учитывать.

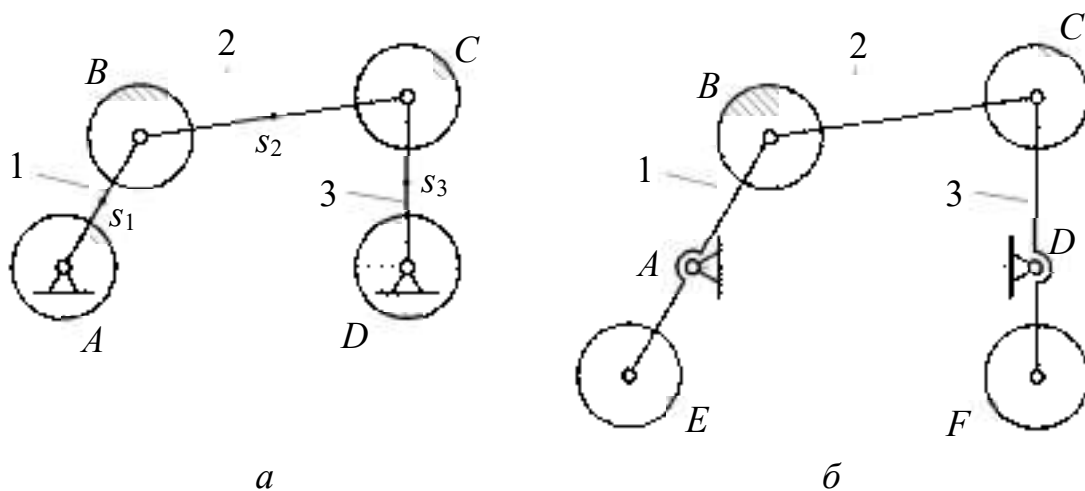


Рис. 96. Статическое уравнивание механизма:
а – схема механизма; *б* – статически уравновешенный механизм

Приведённые массы в точках B и C равны:

$$\begin{aligned} m_B &= m_{B_1} + m_{B_2} = m_1 \frac{l_{AS_1}}{l_{AB}} + m_2 \frac{l_{CS_2}}{l_{BC}}; \\ m_C &= m_{C_2} + m_{C_3} = m_2 \frac{l_{BS_2}}{l_{BC}} + m_3 \frac{l_{DS_3}}{l_{CD}}. \end{aligned} \quad (10.6)$$

Так как заменяющие массы m_B и m_C совершают вращательное движение, то для уравнивания сил инерции необходимы противовесы с массами m_E и m_F , определяемыми из следующих условий (рис. 96, б):

$$\begin{aligned} m_E l_{AE} &= m_B l_{AB}; \\ m_F l_{DF} &= m_C l_{DC}, \end{aligned} \quad (10.7)$$

где, задавая длины противовесов, можно получить их массы и наоборот.

Рассмотрим моментное уравнивание на примере четырёхшарнирного механизма. Его приближённое моментное уравнивание можно осуществить после статического уравнивания, введя в схему механизма два одинаковых дополнительных противовеса m_M (рис. 97), соединённых с зубчатыми колёсами a и b . Колесо a жёстко связано с кривошипом 1 и вращается с угловой скоростью ω_1 , а равное ему колесо b вращается с той же угловой скоростью ω_1 , но угловые координаты противовесов отличаются на 180° , поэтому момент пары сил инерции от противовесов m_M равен

$$M_{иМ} = F_{иМ} h_M. \quad (10.8)$$

Подбирая положение точки E , можно обеспечить направление $M_{иМ}$, противоположное направлению $M_{иΣ}$, а массу противовесов m_M определяют из условия $M_{иΣ} = M_{иМ}$.

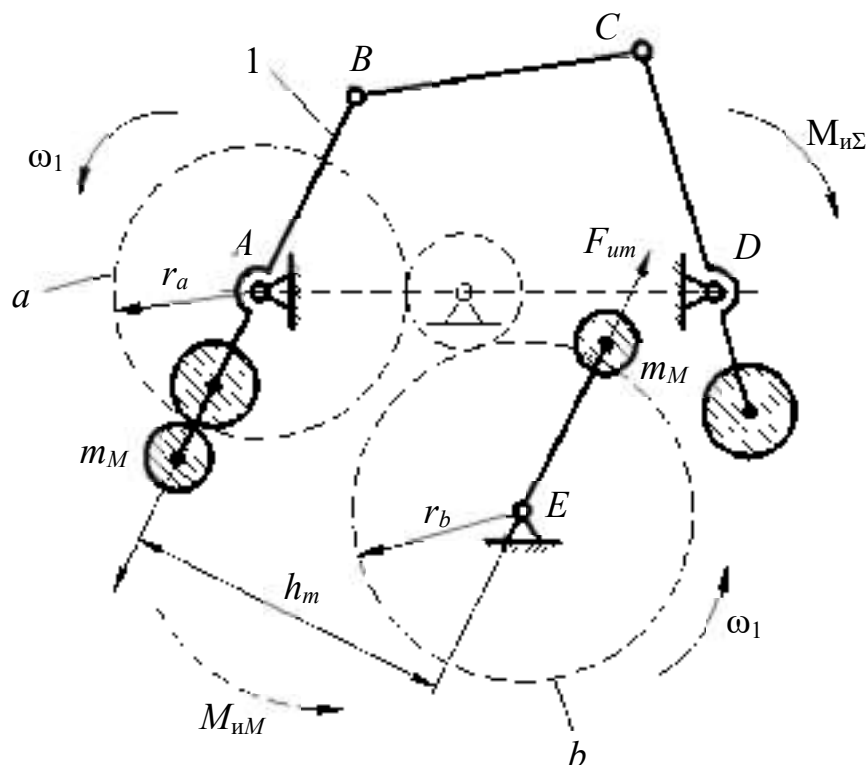


Рис. 97. Моментное уравнивание механизма

10.3. Уравнивание вращающихся масс (роторов)

Ротором в теории балансировки называется любое вращающееся тело. В связи с появлением быстроходных машин возникла проблема уравнивания быстровращающихся деталей. Так, например, скорость некоторых турбин, валов гироскопов, суперцентрифуг достигает 50 тысяч об/мин, и малейшее смещение центра масс с геометрической оси вращения вызывает появление больших сил инерции, т. е. вибрационных явлений в машине и фундаменте.

Различают статическое уравнивание (статическая балансировка) вращающихся роторов и динамическое. Статическая балансировка достигается тем, что центр тяжести вращающейся детали переводят в неподвижную точку. Такое уравнивание применяется для плоских деталей, длина которых мала по сравнению с диаметром. Если такую деталь заменить сосредоточенной массой m , вращающейся относительно

неподвижного центра вращения (рис. 98, а), то можно записать уравнение динамики:

$$\bar{G} + \bar{F}_A + \bar{F}_и = 0, \quad (10.9)$$

где G – вес; F_A – реакция в опоре; $F_и$ – сила инерции, равная

$$F_и = ma_S^n = \frac{G}{g} \omega^2 \rho = d \frac{\omega^2}{g}, \quad (10.10)$$

где $\rho = AS$ – радиус окружности вращения массы m ; $d = G\rho$ – дисбаланс, который характеризует неуравновешенность и направлен так же, как сила инерции $F_и$.

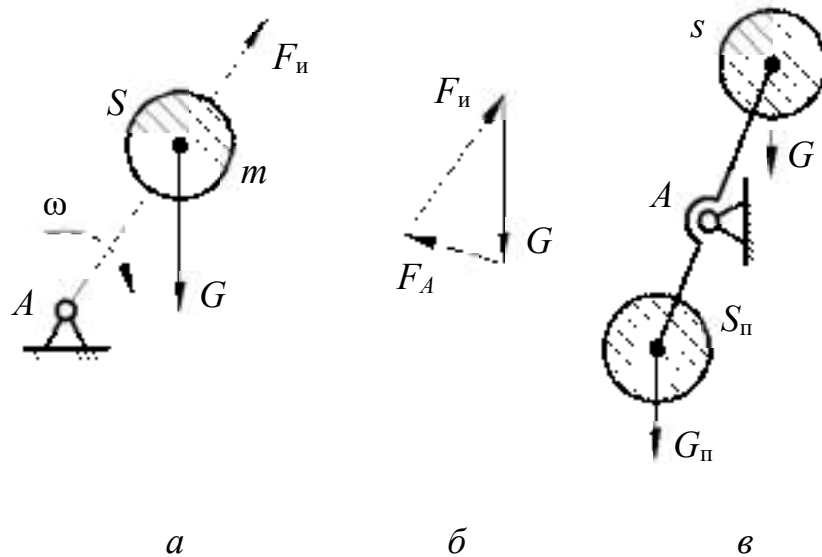


Рис. 100. Уравновешивание вращающихся масс

План сил в данном положении (рис. 98, б) показывает, что F_A – сила переменная по направлению и создаёт динамические нагрузки и вибрацию. Если $d = 0$, то $\bar{G} + \bar{F}_A = 0$, и динамические нагрузки отсутствуют. Для этого необходимо уравновесить дисбаланс установкой массы противовеса с противоположной стороны (рис. 98, в). Тогда дисбалансы будут уравновешены, и вес противовеса G_π определится из условия

$$G\rho = G_\pi\rho_\pi, \quad (10.11)$$

где $\rho_\pi = AS_\pi$ – радиус окружности вращения противовеса.

Рассмотрим уравнивание неплоской детали, которую можно представить, например, в виде двух грузов G_1 и G_2 (рис. 99, а), с углом α_2 между радиусами ρ_1 и ρ_2 . В этом случае возникают реакции, вызванные неуравновешенностью как сил, так и моментов от сил инерции. При этом момент от сил инерции относительно точки A равен

$$M_{и2} = F_{и2}a \quad (10.12)$$

и характеризуется дисбалансом

$$d_2a = G_2\rho_2a. \quad (10.13)$$

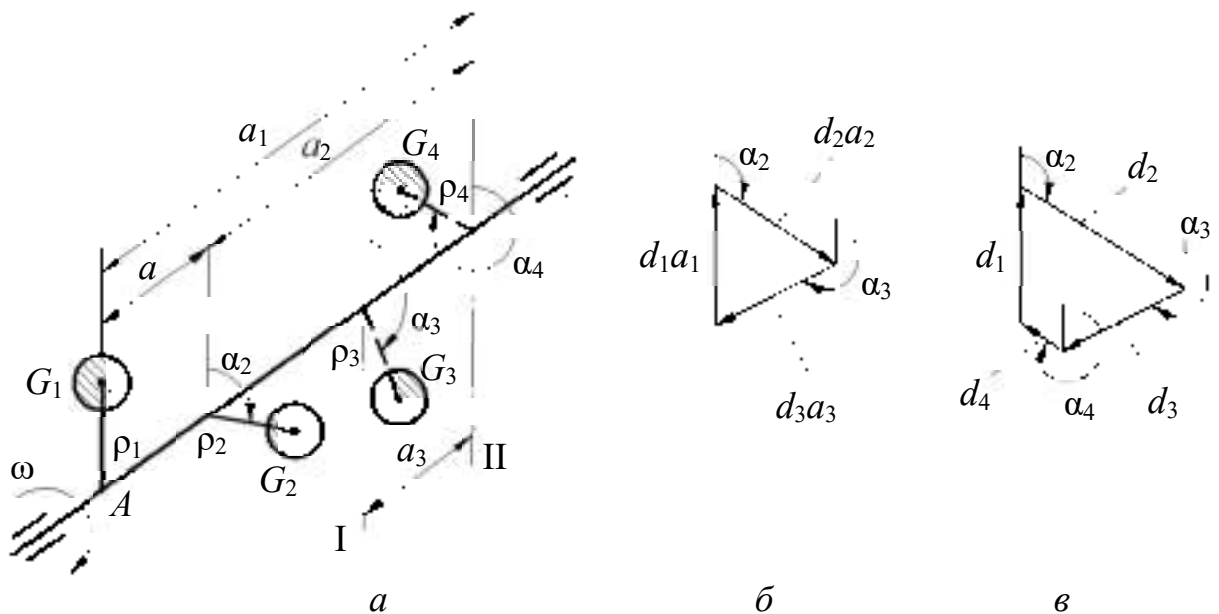


Рис. 99. Уравнивание неплоской детали

В этом случае динамические нагрузки на опоры возникают даже если проведена статическая балансировка, когда центр тяжести грузов 1 и 2 совпадает с центром вращения. Уравнивание моментов от сил инерции вращающихся деталей будет обеспечена динамической балансировкой.

Полное уравнивание системы можно осуществить двумя дополнительными грузами G_3 и G_4 , установленными в разных плоскостях I и II, называемых *плоскостями исправления*, под углами α_3 и α_4 . При этом должны выполняться условия:

$$\begin{aligned}\Sigma \bar{F}_{ii} &= 0, \text{ или } \bar{d}_1 + \bar{d}_2 + \bar{d}_3 + \bar{d}_4 = 0; \\ \Sigma \bar{M}_{ii} &= 0, \text{ или } \bar{d}_1 a_1 + \bar{d}_2 a_2 + \bar{d}_3 a_3 + \bar{d}_4 a_4 = 0.\end{aligned}\tag{10.14}$$

Совместное решение уравнений (10.14), например, графическим путём (рис. 99, б, в) позволяет найти вес и положение противовесов G_3 и G_4 .

Балансировка вращающихся масс осуществляется на специальных балансировочных станках, при этом исключается неуравновешенность, вызванная неточностью изготовления детали.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Артоболевский И. И. Теория механизмов и машин: учебник для вузов. – М.: Наука, 1988.
2. Артоболевский И. И. Сборник задач по теории механизмов и машин: для машин. спец. вузов. – М.: Наука, 1975.
3. Левитская О. Н., Левитский Н. И. Курс теории механизмов и машин: учеб. пособие для механ. спец. вузов. – М.: Наука, 1990.
4. Прикладная механика: учеб. пособие и контрольные задания на курсовой проект «Кинематический, силовой анализ и синтез плоского механизма» для студентов специальности 21.05.04 «Горное дело» специализации «Горные машины и оборудование» очного и заочного обучения. / А. И. Афанасьев, Ю. М. Казаков, С. А. Ляпцев и др. – 2-е издание, переработанное и дополненное. – Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2019.

Учебное издание

Виталий Михайлович ТАУГЕР, Александр Анатольевич ЛЕОНТЬЕВ

ТЕОРИЯ МЕХАНИЗМОВ И МАШИН

Учебное пособие

Редактор изд-ва
Компьютерная вёрстка авторов
Дизайн обложки

Подписано в печать
Бумага офсетная. Гарнитура *Times New Roman*. Формат 60×84 $\frac{1}{16}$.
Печать на ризографе. Печ. л. 8,0. Уч. изд. л. 6,0
Тираж 100 экз. Заказ

Издательство УГГУ
620144, г. Екатеринбург, ул. Куйбышева, 30
Уральский гос. горный ун-т
Отпечатано с оригинал-макета
в лаборатории множительной техники УГГУ

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»



УТВЕРЖДАЮ

Проректор по учебно-методическому
комплексу
С.А.Упоров

***МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ И ЗАДАНИЯ
К РАСЧЕТНО-ГРАФИЧЕСКОЙ И КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТАМ***

Б1.О.23 ЭЛЕКТРОТЕХНИКА

Специальность

15.05.01 Проектирование технологических машин и комплексов

Специализация № 24

Проектирование технологических машин и комплексов

Екатеринбург

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	3
Задача 1. РАСЧЕТ ЛИНЕЙНЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ ПОСТОЯННОГО ТОКА	4
Задача 2. РАСЧЕТ ОДНОФАЗНЫХ ЛИНЕЙНЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ СИНУСОИДАЛЬНОГО ТОКА.....	12
2.1. Последовательное соединение в цепи синусоидального тока.....	12
2.2. Параллельное соединение в цепи синусоидального тока	14
2.3. Разветвленная цепь синусоидального тока.....	16
Задача 3. РАСЧЕТ ТРЕХФАЗНЫХ ЛИНЕЙНЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ	22
3.1. Расчет трехфазных линейных электрических цепей при соединении фаз приемника звездой	22
3.2. Расчет трехфазных линейных электрических цепей при соединении фаз приемника треугольником.....	25
Задача 4. РАСЧЕТ СЛОЖНЫХ ТРЕХФАЗНЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ.....	27
Задача 5. РАСЧЕТ ПЕРЕХОДНЫХ ПРОЦЕССОВ В ЛИНЕЙНЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЯХ ПОСТОЯННОГО ТОКА.....	33
Задача 6. РАСЧЕТ НЕЛИНЕЙНЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ ПОСТОЯННОГО ТОКА В УСТАНОВИВШЕМСЯ РЕЖИМЕ	40
ЗАДАЧА 7. РАСЧЕТ МАГНИТНЫХ ЦЕПЕЙ ПОСТОЯННОГО ТОКА.	46
7.1. Неразветвленные магнитные цепи.	46
7.1.1. Прямая задача. Определить МДС цепи по заданному магнитному потоку.	49
7.1.2. Обратная задача. Определить магнитный поток в цепи по заданной МДС	51
2.2. Разветвленная цепь синусоидального тока.....	57
Задача 8. ТРАНСФОРМАТОРЫ.....	58
Задача 9. АСИНХРОННЫЙ ДВИГАТЕЛЬ С ФАЗНЫМ РОТОРОМ.....	60
Задача 10. ДВИГАТЕЛЬ ПОСТОЯННОГО ТОКА ПАРАЛЛЕЛЬНОГО ВОЗБУЖДЕНИЯ	63

ВВЕДЕНИЕ

Дисциплина «Электротехника» изучает процессы в электрических и магнитных цепях, выявляет общие закономерности электромагнитных явлений и их прикладное применение для создания, передачи и распределения электроэнергии.

Целью преподавания дисциплины является теоретическая и практическая подготовка будущего инженера-электрика, инженера-электромеханика, инженера по автоматизации производственных процессов, развитие его творческих способностей, умение формировать и решать на высоком научном уровне проблемы осваиваемой специальности, умение творчески применять и самостоятельно повышать свои знания. Эти цели достигаются на основе повышения творческой активности и самостоятельной работы студентов.

Высокий научный и инженерный уровень дисциплины обусловлен глубоким проникновением в ее разделы законов и положений, которые даются в курсах «Физика» и «Математика».

Выполнение контрольных заданий.

При выполнении контрольных заданий необходимо выполнить следующие требования:

1. Контрольные задания выполняют по данному методическому указанию.
2. Варианты задач в контрольных заданиях определяют по двум последним цифрам номера студенческого билета. Если две последние цифры превышают число 24 (общее количество вариантов), то номер варианта определяется по остатку от целочисленного деления этих цифр на число 24. • Например, двум последним цифрам 49-го номера студенческого билета соответствует первый вариант контрольного задания.
3. Контрольные задания выполняют в отдельной тетради, на обложке которой приводят сведения по следующей форме: фамилия, имя, отчество, номер студенческого билета, номер контрольного задания.
4. Графическую часть (схемы, графики) в контрольных заданиях выполняют карандашом, в масштабе, с указанием последнего.
5. Решение каждой задачи контрольного задания следует начинать с новой страницы.
6. Электрические схемы вычерчивают согласно стандарту.
7. Условие задачи выписывают полностью без сокращений.
8. Решения задач сопровождают краткими пояснениями.
9. Контрольные задания представляются для проверки до начала соответствующей лабораторно-экзаменационной сессии.
10. Если контрольное задание не зачтено, студент обязан, исправив ошибки указанные преподавателем, представить задание на повторную рецензию.
11. Студенты, не сдавшие на проверку соответствующих решенных контрольных заданий, к сдаче экзамена не допускаются.

Задача 1. РАСЧЕТ ЛИНЕЙНЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ ПОСТОЯННОГО ТОКА

№	Схема варианта	№	Схема варианта
1		2	
3		4	
5		6	
7		8	
9		10	
11		12	

13		14	
15		16	
17		18	
19		20	
21		22	
23		24	

Условие задачи.

Для заданной электрической схемы (табл. 1.1) с известными параметрами (табл. 1.2) определить токи в ветвях цепи следующими методами:

- составления уравнений электрического равновесия по законам Кирхгофа;
- контурных токов;

- наложения;
- узловых потенциалов;
- эквивалентного генератора.

Номер варианта	Значение параметров							
	E, В	J ₁ , А	J ₂ , А	R ₁ , Ом	R ₂ , Ом	R ₃ , Ом	R _{ВН} , Ом	G _{ВН} , См
1	42	35	17	10	20	5	7	0,5
2	126	6	8	1	3	2	5	0,25
3	21	5	2	5	9	3	3	0,2
4	29	3	6	2	3	4	4	0,2
5	200	25	25	8	3	1	4	0,5
6	40	10	3	5	8	5	2	0,5
7	50	3	25	3	5	2	3	0,2
8	20	10	8	4	8	2	6	1
9	50	22	6	4	5	2	3	0,1
10	140	20	7	5	1	4	6	0,2
11	104	28	13	5	2	3	2	0,1
12	150	4	6	3	4	6	5	0,2
13	43	4	28	2	5	1	3	0,2
14	82	2	3	6	4	5	6	0,2
15	52	2	1	3	1	2	2	0,2
16	204	1	5	2	3	1	3	0,4
17	110	11	9	2	3	3	2	0,5
18	72	2	1	4	1	3	6	0,2
19	42	2	5	3	3	4	5	0,1
20	8	6	2	6	1	2	2	0,05
21	187	10	6	2	6	7	4	0,5
22	144	5	15	4	3	2	4	0,5
23	84	6	5	3	3	6	3	0,5
24	103	12	6	4	3	1	3	0,5

***Метод составления уравнений электрического равновесия
по законам Кирхгофа***

Методические указания.

Этот метод основан на составлении и совместном решении системы уравнений электрического равновесия, составленных по первому и второму законам Кирхгофа. Общее число независимых уравнений (i) должно быть равно числу неизвестных токов, то есть числу ветвей электрической схемы (p) за исключением ветвей, содержащих источник тока.

Последовательность решения.

Выбрать условное положительное направление токов в ветвях. По первому закону Кирхгофа для схемы, содержащей (q) узлов, составить ($q - 1$) уравнений электрического равновесия. По второму закону Кирхгофа составить [$p - (q - 1)$] уравнений электрического равновесия для независимых контуров. При составлении уравнений электрического равновесия следует обратить внимание на знаки. Если заданное или произвольно выбранное направление токов и э. д. с. совпадают с выбранным обходом контуров, то перед ними в уравнениях электрического равновесия ставят знак плюс, знак у падений напряжений берется в соответствии со знаком тока.

Решить полученную систему уравнений электрического равновесия относительно неизвестных токов в ветвях.

Выполнить проверку полученного решения по первому закону Кирхгофа для узлов заданной электрической схемы.

Метод контурных токов

Методические указания.

Этот метод заключается в представлении действительных токов в ветвях, являющихся общими для двух или большего числа смежных контуров, алгебраической суммой составляющих, каждая из которых является током, замыкающимся в одном из выбранных контуров. Эти составляющие называются контурными токами. При решении задачи этим методом в расчет вводят контурные токи, составляют уравнения электрического равновесия только на основании второго закона Кирхгофа. Вычислив контурные токи, определяют действительные токи в ветвях.

Последовательность решения.

Выбрать для рассматриваемой схемы независимые контуры, не содержащие источники тока (J).

Задав положительные направления обхода контуров, составить для выбранных независимых контуров уравнения электрического равновесия по второму закону Кирхгофа, принимая направления контурных токов, совпадающими с выбранным обходом контуров. В уравнениях электрического равновесия учитывать и падения напряжений, обусловленные источниками тока (J) на соответствующих сопротивлениях рассматриваемого контура. Определить контурные токи.

Вычислить действительные токи ветвей как алгебраические суммы токов как контурных, так и источников тока, протекающих через рассматриваемую ветвь.

Метод наложения

Методические указания.

Этот метод основан на том, что действительный ток в рассматриваемой ветви равен алгебраической сумме составляющих токов в этой ветви, вызванных каждой из э. д. с. и источника тока в отдельности при исключении действия остальных источников э. д. с. и тока.

Последовательность решения.

Составить (нарисовать) электрические цепи с одним источником э. д. с. или тока, при этом зажимы остальных источников тока размыкать, а источники э. д. с. замыкать накоротко.

Задаться положительными направлениями токов в ветвях.

Определить составляющие - токов в ветвях, вызванных рассматриваемым источником.

Определить действительные токи ветвей как алгебраическую сумму составляющих.

Метод узловых потенциалов

Методические указания.

Этот метод заключается в определении потенциалов узлов, на основании чего вычисляются токи в ветвях по закону Ома. Потенциалы узлов определяются на основании системы уравнений электрического равновесия (1.1), составленных по первому закону Кирхгофа. При этом токи в уравнениях электрического равновесия выражают через потенциалы согласно закону Ома для участка цепи. Потенциал одного из узлов принимается равным нулю.

$$\left. \begin{aligned} \varphi_1 G_{11} - \varphi_1 G_{12} - \varphi_2 G_{13} &= I_{11} \\ -\varphi_1 G_{21} - \varphi_1 G_{22} - \varphi_2 G_{23} &= I_{22} \\ -\varphi_1 G_{31} - \varphi_1 G_{32} - \varphi_2 G_{33} &= I_{33} \end{aligned} \right\} \quad (1.1)$$

Где $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \dots$ - потенциалы узлов; $G_{11}, G_{22}, G_{33}, \dots$ - собственная (узловая) проводимость, равная сумме проводимостей всех ветвей, сходящихся в этом узле, без учета проводимостей ветвей с источниками тока; $G_{12}, G_{13}, G_{23}, G_{21}, G_{31}, G_{32}, \dots$ - взаимная проводимость, равная сумме проводимостей ветвей между двумя узлами, без учета проводимостей ветвей с источниками тока; $I_{11}, I_{22}, I_{33}, \dots$ - узловой ток, равный алгебраической сумме токов (J) источников тока и произведений (G-E) (э. д. с. ветвей, сходящихся в рассматриваемом узле, на их проводимости); эти величины входят в выражения узловых токов со знаком плюс, если токи (J) и э. д. с. (E) направлены к рассматриваемому узлу.

Последовательность решения.

Пронумеровать узлы. Потенциал одного из узлов принять равным нулю.

Составить систему (q - 1) уравнений электрического равновесия (1.1) Вычислить собственные и взаимные проводимости, узловые токи и подставить в систему уравнений электрического равновесия (1.1).

Определить потенциалы узлов, решив систему уравнений электрического равновесия (1.1). Определить токи ветвей по закону Ома.

Ток ветви равняется разности потенциалов двух узлов, деленной на сопротивление ветви,

$$I_{\text{ветви}} = [(\varphi_k - \varphi_{(k-1)})] / \sum R_{\text{ветви}} \quad (1.2)$$

Метод эквивалентного генератора

Методические указания.

Этот метод основан на применении теоремы об активном двухполюснике. Согласно теоремы любой активный двухполюсник, содержащий один или несколько источников энергии, можно заменить эквивалентным генератором, э. д. с. которого равна напряжению холостого хода на зажимах выделенной ветви, а внутреннее сопротивление равно входному сопротивлению двухполюсника (рис. 1.1).

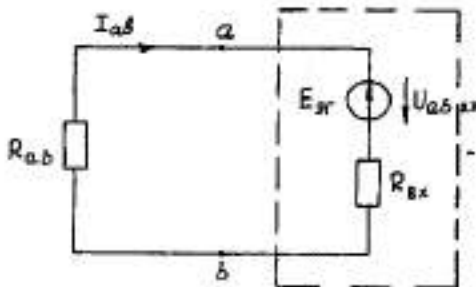


Рис. 1.1. К методу эквивалентного генератора

При определении тока, например, в ветви ab любой электрической схемы, эту схему представляют в виде двух частей: рассматриваемой ветви ab и остальной части схемы - эквивалентного генератора ($E_{гг}$). Ток в ветви ab определяют по формуле:

$$I_{ab} = U_{ab \text{ хх}} / (R_{ab} + R_{вх}) \quad (1.3)$$

где $U_{ab \text{ хх}}$ - напряжение холостого хода активного двухполюсника (эквивалентного генератора) относительно зажимов рассматриваемой ветви; $R_{вх}$ - входное сопротивление пассивного двухполюсника относительно зажимов ab ; R_{ab} - сопротивление рассматриваемой ветви ab .

Последовательность решения.

Определить напряжение $U_{ab \text{ хх}}$ с помощью одного из известных методов расчета электрических цепей, согласно исходной схеме без рассматриваемой ветви ab .

Вычислить входное сопротивление $R_{вх}$ пассивного двухполюсника, т. е. сопротивление исходной электрической цепи относительно точек ab без ветви ab , при замкнутых источниках токов э. д. с. и разомкнутых источников токов.

Вычислить ток в рассматриваемой ветви ab (см. рис. 1.1) по формуле (1.3).

Пример решения задачи

Для заданной электрической цепи (рис. 1.2) с параметрами: $E=65,5$ В; $J_1=3,5$ А; $J_2 = 8$ А; $R_1 = 9$ Ом; $R_2 = 7$ Ом; $R_3 = 5$ Ом; $R_{вн} = 3$ Ом; $G_{вн} = 0,5$ См, определить токи в ветвях.

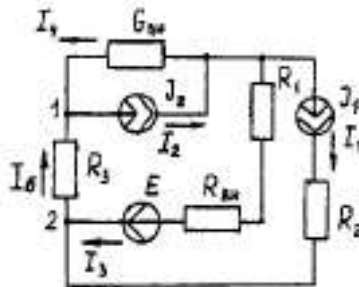


Рис. 1.2. Схема заданной электрической цепи

Метод составления уравнений электрического равновесия по законам Кирхгофа

В рассматриваемой электрической цепи неизвестными являются три тока (I_3, I_4, I_5), для определения этих токов необходимо иметь систему из трех уравнений электрического равновесия, которые составляем по законам Кирхгофа: два уравнения электрического равновесия по первому закону Кирхгофа, предварительно задавшись положительными направлениями токов в ветвях (для узлов 1 и 2); третье уравнение электрического равновесия по второму закону Кирхгофа. Принимаем контур ($R_3 - G_{вн} - R_1 - R_{вн} - E$), минуя ветви с источниками тока, и задаемся положительным направлением его обхода (см. рис. 1.2.)

$$\left. \begin{aligned} I_4 - J_2 + I_5 &= 0; \\ I_3 + J_1 - I_5 &= 0; \\ I_5 R_2 - I_4 1/G_{вн} + I_2 (R_1 + R_{вн}) &= E \end{aligned} \right\} (1.4)$$

$$\left. \begin{aligned} I_4 - 8 + I_5 &= 0; \\ I_3 + 3,5 - I_5 &= 0; \\ I_5 5 - I_4 * 1/0,5 + I_2 (9 + 3) &= 65,5 \end{aligned} \right\} (1.5)$$

В результате решения системы уравнений (1.5) получим: $I_3 = 3$ А; $I_4 = 1,5$ А; $I_5 = 6,5$ А.

Метод контурных токов

Для определения трех неизвестных токов выбираем три независимых контура (рис 1.3) и задаемся положительными направлениями их обхода, совмещая положительные направления контурных токов I_{11}, I_{22}, I_{33} с направлениями их обхода $I_{11}=J_1=3,5$ А ; $I_{22}=J_2=8$ А.

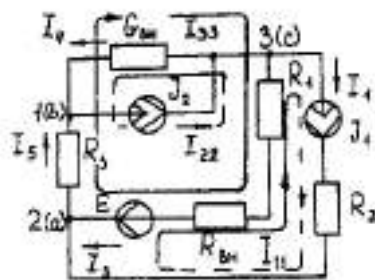


Рис. 1.3. Схема электрической цепи для метода контурных токов

Таким образом, неизвестным является лишь контурный ток I_{33} . Для третьего контура ($R_3 - G_{вн} - R_3 - R_{вн} - E$) составляем уравнение электрического равновесия по второму закону Кирхгофа и определяем контурный ток I_{33}

$$-I_{11}(R_1 + R_{вн}) - I_{22} * 1/G_{вн} + I_{33}(R_1 + R_{вн} + R_3 + 1/G_{вн}) = E; (1.6)$$

$$-3,5(9 + 3) - 8 * 1/0,5 + I_{33} (9 + 3 + 5 + 1/0,5) = 65,5;$$

отсюда $I_{33} = 6,5$ А.

Действительные токи в ветвях:

$$I_3 = I_{33} - I_{11} = 6,5 - 3,5 = 3 \text{ А};$$

$$I_4 = I_{22} - I_{33} = 8 - 6,5 = 1,5 \text{ A},$$

$$I_5 = I_{33} = 6,5 \text{ A}.$$

Метод узловых потенциалов

Заземляем один из узлов (например 3, рис. 1.4), потенциал этого узла (φ_3) теперь равен нулю. Для определения потенциалов двух других узлов составляем систему из двух уравнений электрического равновесия по первому закону Кирхгофа:

$$\begin{cases} \varphi_1 G_{11} - \varphi_2 G_{12} = I_{11} \\ -\varphi_1 G_{21} - \varphi_2 G_{22} = I_{22} \end{cases} \quad (1.7)$$

$$G_{11} = G_{\text{вн}} + 1/R_3 = 0,5 + 1/5 = 0,7 \text{ См}; G_{12} = G_{21} = 1/R_3 = 1/5 = 0,2 \text{ См}; G_{22} = 1/R_3 + 1/(R_1 + R_{\text{вн}}) = 1/5 + 1/(9 + 3) = 0,28 \text{ См}.$$

$$I_{11} = -J_2 = -8 \text{ A}; I_{22} = J_1 + E/(R_1 + R_{\text{вн}}) = 3,5 + 65/(9 + 3) = 9 \text{ A}.$$

$$\begin{cases} 0,7\varphi_1 - 0,2\varphi_2 = -8 \\ -0,2\varphi_1 - 0,28\varphi_2 = 9 \end{cases}$$

откуда $\varphi_1 = -3 \text{ В}; \varphi_2 = 29,5 \text{ В}.$

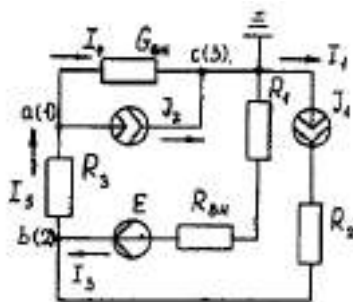


Рис. 1.4. Схема электрической цепи для метода узловых потенциалов

Токи в ветвях:

$$I_3 = [(\varphi_1 - \varphi_2) + E] \cdot 1/(R_1 + R_{\text{вн}}) = [(0 - 29,5) + 65,5] \cdot 1/(9 + 3) = 3 \text{ A};$$

$$I_4 = (\varphi_2 - \varphi_1) \cdot G_{\text{вн}} = (0 + 3) \cdot 0,5 = 1,5 \text{ A};$$

$$I_5 = (\varphi_1 - \varphi_2) \cdot 1/R_3 = (-3 - 29,5) \cdot 1/5 = -6,5 \text{ A}.$$

Знак "-" у тока I_5 указывает на то, что действительное направление тока противоположно выбранному.

Метод наложения

Определяем составляющие токов в ветвях (I_1', I_4', I_5'), вызванные источником э. д. с. (E) при исключении источников тока (J_1) и (J_2) (рис. 1.5, а). Направление токов в цепи определяется согласно направлению источника э. д. с. (E)

$$I_1' = I_4' = I_5' = E/(R_1 + R_{\text{вн}} + R_3 + 1/G_{\text{вн}}) = 65,5/(9 + 3 + 5 + 1/0,5) = 3,45 \text{ A}.$$

Определяем составляющие токов в ветвях (I_3'', I_4'', I_5''), вызванные источником тока (J_1) (рис. 1.5, б) при исключении источника тока (J_2) и источника, э. д. с. (E) которого закорачивается. Направление токов в ветвях определяется согласно направлению (J_1).

$$I_3 = J_1(R_3 + 1/G_{\text{вн}})/(R_1 + R_{\text{вн}} + R_3 + 1/G_{\text{вн}}) = 3,5(5 + 2)/(9 + 3 + 5 + 2) = 1,3 \text{ A};$$

$$I_4'' = I_5'' = J_1 - I_3'' = 3,5 - 1,3 = 2,2 \text{ A}.$$

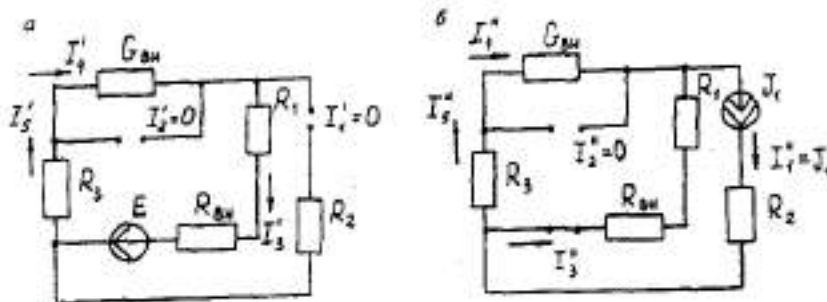


Рис. 1.5. Схема электрической цепи для метода наложения при исключении источника тока (а) и вызванные источником тока (б)

Определяем составляющие токов в ветвях (I_3''' , I_4''' , I_5'''), вызванные источником тока (J_2) (рис. 1.6, а) при исключении источника тока (J_1) и источника, э. д. с. (E) которого закорачивается. Направление токов в ветвях определяется согласно направлению (J_2).

$$I_3''' = I_5''' = J_2 (1/G_{BH}) / (R_1 + R_{BH} + R_3 + 1/G_{BH}) = 8 \cdot 2 / (9 + 3 + 5 + 2) = 0,85 \text{ A};$$

$$I_4''' = J_2 - I_3''' = 8 - 0,85 = 7,15 \text{ A}$$

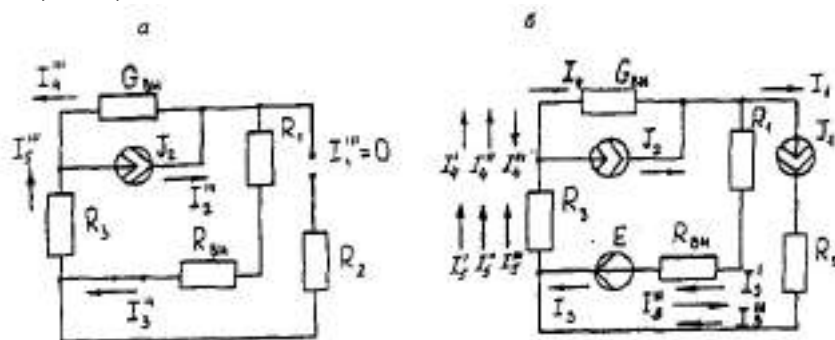


Рис. 1.6. Схема электрической цепи для определения составляющих токов в ветвях, вызванных источником тока (а) и при исключении (б)

Действительные токи в ветвях определяем как алгебраическую сумму составляющих, вызванных каждым из источников энергии (см. рис. 1.6, б):

$$I_3 = I_3' - I_3'' + I_3''' = 3 \text{ A}; I_4 = -I_4' - I_4'' + I_4''' = 1,5 \text{ A};$$

$$I_5 = I_5' + I_5'' + I_5''' = 6,5 \text{ A}$$

Проверку решений выполняем, применяя первый закон Кирхгофа для трех узлов.

Метод эквивалентного генератора

Определить ток ветви ab .

Определяем напряжение $U_{ab \text{ xx}}$. При размыкании ветви ab исходная схема (см. рис. 1.2) преобразуется в схему, изображенную на рис. 1.7, а.

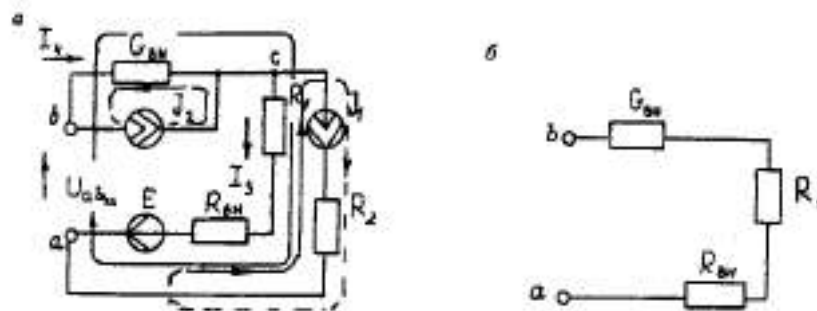


Рис. 1.7. Схема электрической цепи для метода эквивалентного генератора: а - исходная; б - преобразованная

По второму закону Кирхгофа составляем уравнение электрического равновесия для контура $a-b-c-a$, не содержащего источников тока, обходя контур по часовой стрелке,

$$U_{ab \text{ xx}} - J_2 \cdot 1/G_{BH} - J_1 \cdot (R_{BH} - R_1) = E \quad (1.8)$$

$$U_{ab \text{ xx}} - 8 - 1/0,5 - 3,5 \cdot (9 + 3) = 65,5; U_{ab \text{ xx}} = 123,5 \text{ V.}$$

Определяем входное сопротивление относительно зажимов выделенной ветви $U_{ab \text{ xx}}$, при этом зажимы источника э. д. с. закорачиваем, а зажимы источников тока размыкаем. В результате получается электрическая цепь (рис. 1.7, б)

$$U_{ab \text{ xx}} = 1/G_{BH} + R_1 + R_{BH} = 17 \text{ Ом};$$

$$I_{ab} = U_{ab \text{ xx}} / (R_{ab} + R_3) = 123,5 / (14 + 5) = 6,5 \text{ A.}$$

Задача 2. РАСЧЕТ ОДНОФАЗНЫХ ЛИНЕЙНЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ СИНУСОИДАЛЬНОГО ТОКА

2.1. Последовательное соединение в цепи синусоидального тока.

На рис.2.1 представлена неразветвленная электрическая цепь.

Исходные данные к задаче 2.1 приведены в табл. 2.1,

Необходимо:

1. Составить комплексное уравнение сопротивлений, построить диаграмму сопротивлений.

2. Составить комплексное уравнение напряжений, построить векторную диаграмму напряжений. Записать полное напряжение цепи в алгебраической и показательной формах.

3. Составить комплексное уравнение мощности, построить диаграмму мощности.

Рассчитать: P , Q , S , $\cos\varphi$.

4. Записать уравнение для напряжения и тока всей цепи в функции времени. На одном рисунке построить графики напряжения и тока $i = \int(\omega t)$, $u = \int(\omega t)$, $f = 50 \text{ Гц}$, $\psi_1 = 0$

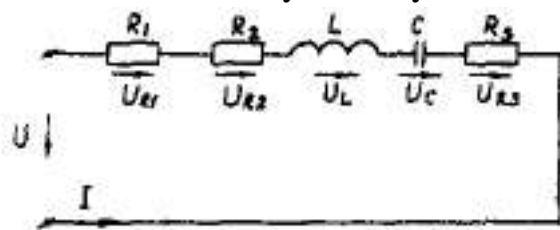


Рис. 2.1. Неразветвленная электрическая
цепь

Методические указания

Рекомендуемая последовательность решения и расчетные формулы:

Вычисляют индуктивное и емкостное сопротивления в цепи, Ом

$$\begin{aligned} X_L &= \omega \cdot L \\ X_C &= 1 / \omega \cdot C \end{aligned} \quad (2.1)$$

где ω — угловая частота переменного тока, $\omega = 314 \text{ с}^{-1}$. (При вычислении X_C размерность емкости C — Ф, $1\text{Ф} = 10^6 \text{ мкФ}$).

Вычисляют полное сопротивление цепи в комплексной форме, Ом

$$\underline{Z} = R_1 + R_2 + jX_L - jX_C + R_3 \quad (2.2)$$

Вычисляют действующее значение тока в цепи по закону Ома, А

$$I = \frac{U_{R1}}{R_1} \quad \left(\text{или} \frac{U_{R3}}{R_3} \right) \quad (2.3)$$

Записывают комплекс тока в цепи при начальной фазе $\psi_i=0$ как $\dot{I} = I$, А.

Исходные данные к задаче

Таблица 2.1

Вариант	R_1 , Ом	R_2 , Ом	L , Гн	C , мкФ	R_3 , Ом	U_{R1} , В	U_{R3} , В
1	8	10	0,478	636	10	80	-
2	8	15	0,0318	159	10	80	-
3	10	20	0,0636	318	12	100	-
4	10	25	0,0478	127	12	100	-

5	12	10	0,0318	159	6	120	-
6	12	15	0,0636	636	6	-	60
7	6	25	0,0478	106	8	-	80
8	6	10	0,0636	212	8	-	80
9	8	15	0,0636	79,6	10	-	100
10	8	20	0,0478	318	10	-	100
11	10	20	0,096	79,6	12	100	-
12	10	10	0,636	318	12	100	-
13	12	15	0,636	127	6	120	-
14	6	20	0,096	159	6	120	-
15	6	25	0,0478	159	8	60	-
16	8	10	0,0318	636	8	-	80
17	8	15	0,0636	106	10	-	100
18	10	20	0,0318	636	10	-	100
19	10	25	0,0478	79,6	12	-	120
20	12	10	0,096	212	12	-	120
21	8	10	0,096	212	6	80	-
22	8	15	0,048	636	6	80	-
23	10	20	0,0636	159	8	100	-
24	10	25	0,0478	318	8	100	-

Вычисляют напряжения на отдельных элементах цепи и всей цепи в комплексной форме, В

$$\begin{aligned}\dot{U} &= \underline{Z}\dot{I} = R_1\dot{I} + R_2\dot{I} + jX_L\dot{I} - jX_C\dot{I} + R_3\dot{I} = \\ &= U_{R1} + U_{R2} + jU_L - jU_C + U_{R3}\end{aligned}\quad (2.4)$$

Вычисляют полную мощность цепи и мощность на элементах цепи в комплексной форме

$$\begin{aligned}S &= \dot{U} \cdot \dot{I} = \underline{Z}I^2 = R_1I^2 + R_2I^2 + jX_LI^2 - jX_CI^2 + \\ &+ R_3I^2 = P_1 + P_2 + jQ_L - jQ_C + P_3\end{aligned}\quad (2.5)$$

Строят (раздельно) векторную топографическую диаграмму напряжений, диаграмму сопротивлений и мощностей на комплексной плоскости в соответствии с данными вычислений по формулам (2.4), (2.2), (2.5).

Комплексной плоскостью называется плоскость, проходящая через две взаимно-перпендикулярные оси, ось вещественных и ось мнимых чисел.

При построении диаграммы (например, напряжений) первоначально откладывают в масштабе (m_1) комплекс тока $\dot{I} = I(\psi_1)$ в положительном направлении оси вещественных чисел, затем откладывают в масштабе (m_u) напряжения U_{R1} , U_{R2} , $+jU_L$, U_{R3} , $-jU_C$. Замыкающий вектор $\dot{U}$ является вектором напряжения, приложенного к цепи. Он опережает по фазе ток при $X_L > X_C$ ($\varphi > 0$) и отстает по фазе от тока при $X_L < X_C$ ($\varphi < 0$).

На рис.2.1,а, рис.2.1,в, рис.2.1,с построены, соответственно диаграмма сопротивлений, векторная топографическая диаграмма напряжений и диаграмма мощностей для произвольно принятый значений сопротивлений цепи.

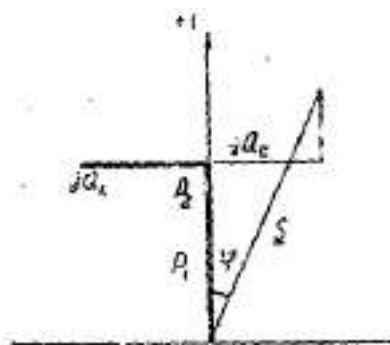


Рис. 2.1,с

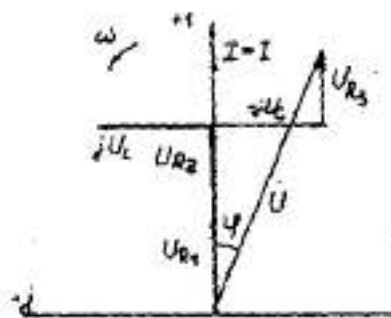


Рис. 2.1,в

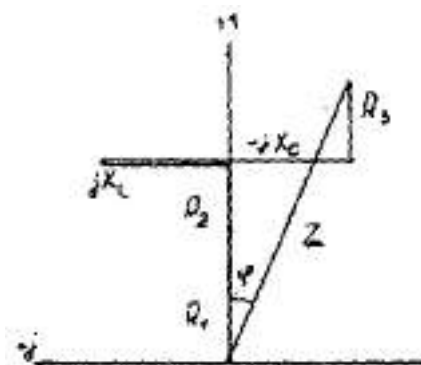


Рис. 2.1,а

2.2. Параллельное соединение в цепи синусоидального тока

На рис. 2.2 представлена разветвленная электрическая цепь.

Исходные данные к задаче 2.2 приведены в табл. 2.2.

Необходимо:

1. Составить комплексное уравнение проводимостей. Построить диаграмму проводимостей.

2. Составить комплексное уравнение токов, построить векторную диаграмму токов. Записать ток на входе цепи алгебраической и показательной формами.

3. Составить комплексное уравнение мощностей, построить диаграмму мощностей. Рассчитать: P , Q , S , $\cos\varphi$.

4. Записать уравнение для напряжения и тока всей цепи в функции времени. На одном рисунке построить графики напряжения и тока $i = \int(\omega t)$, $u = \int(\omega t)$, $f = 50 \text{ Гц}$, $\psi_1 = 0$

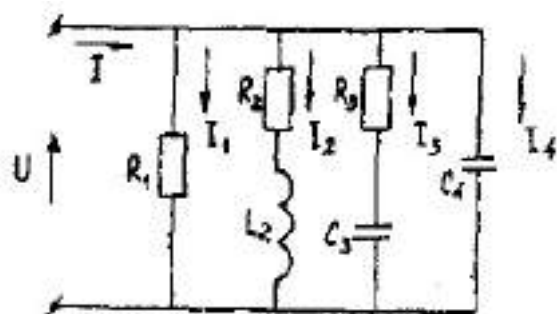


Рис. 2.2. Разветвленная электрическая цепь

Методические указания

Рекомендуемая последовательность решения и расчетные формулы:

Вычисляют комплексы проводимостей параллельных ветвей

$$\underline{Y}_1 = 1/\underline{Z}_1 = 1/R_1 = g_1$$

$$\underline{Y}_2 = 1/\underline{Z}_2 = 1/(R_2 + jX_{L2}) = R_2/Z_2^2 - jX_{L2}/Z_2^2 = g_2 - jb_{L2} \quad (2.6)$$

$$\underline{Y}_3 = 1/\underline{Z}_3 = 1/(R_3 - jX_{C3}) = R_3/Z_3^2 - jX_{C3}/Z_3^2 = g_3 - jb_{C3}$$

$$\underline{Y}_4 = 1/\underline{Z}_4 = 1/(-jX_{C4}) = jb_{C4}$$

где $g_1, g_2, g_3, b_{L2}, b_{C3}, b_{C4}$ — активная, активная, индуктивная, активная, емкостная, емкостная проводимости ветвей рассматриваемой цепи, См.

Вычисляют полную проводимость цепи в комплексной форме

$$\underline{Y} = g_1 + (g_2 - jb_{L2}) + (g_3 + jb_{C3}) + jb_{C4} \quad (2.7)$$

Записывают комплекс напряжения, приложенного к цепи при начальной фазе $\psi_u = 0$ как $\dot{U} = U$

Вычисляют полный ток цепи в комплексной форме (по первому закону Кирхгофа), А

$$I = I_1 + I_2 + I_3 + I_4 = U\underline{Y} = U \left[\begin{array}{l} g_1 + (g_2 - jb_{L2}) + \\ + (g_3 + jb_{C3}) + jb_{C4} \end{array} \right] = \quad (2.8)$$

$$= I_{a1} + (I_{a2} - jI_{L2}) + (I_{a3} + jI_{C3}) + jI_{C4}$$

Исходные данные к задаче

Таблица 2.2

Вариант	R ₁ , Ом	R ₂ , Ом	L, Гн	C, мкФ	R ₃ , Ом	U _{R1} , В	U _{R3} , В
1	5	3	4	16	12	25	100
2	10	8	6	16	12	20	100
3	16,7	6	8	12	16	16,7	100
4	20	16	12	4	3	10	100
5	25	12	16	3	4	25	100
6	5	12	16	4	3	20	100
7	10	16	12	3	4	16,7	100
8	16,7	6	8	16	12	10	100
9	20	8	6	6	8	5	100
10	25	3	4	6	8	5	100
11	5	4	3	16	12	10	100
12	10	4	3	12	16	16,7	100
13	16,7	3	4	8	6	20	100
14	20	8	6	4	3	25	100
15	25	6	8	12	16	25	100
16	5	16	12	8	6	20	100
17	10	16	12	6	8	16,7	100
18	16,7	12	16	3	4	10	100
19	20	12	16	6	8	10	100
20	25	6	8	3	4	5	100
21	10	6	8	12	16	10	100
22	16,7	16	12	16	3	5	100
23	20	12	6	4	8	15	100
24	25	8	6	3	4	20	100

Вычисляют полную мощность цели в комплексной форме

$$S = \dot{U} \cdot \dot{I} = U [I_{a1} + (I_{a2} + jI_{L2}) + (I_{a3} - jI_{C3}) + jI_{C4}] = \quad (2.9)$$

$$= P_1 + (P_2 + jQ_{L2}) + (P_3 - jQ_{C3}) - jQ_{C4}$$

где $\dot{I}$ - сопряженный комплекс тока. Сопряженный комплекс — это исходный комплекс у которого знак мнимой составляющей меняется на противоположный.

В соответствии с данными вычислений по формулам (2.7), (2.8), (2.9) строят на комплексных плоскостях раздельно диаграммы проводимостей, токов и мощностей.

Первоначально откладывают в масштабе (m_u) комплекс напряжений $\dot{U} = U (\psi_u=0)$ в положительном направлении оси вещественных чисел, затем (например для векторной диаграммы токов), откладывают в масштабе (m_i) токи I_{a1} , I_{a2} , $-jI_{L2}$, I_{a3} , $+jI_{C4}$. Полный ток цепи (замыкающий вектор) отстает по фазе от напряжения при $b_{L2} > (b_{C3}+b_{C4})$ ($\varphi > 0$) и опережает по фазе напряжение при $b_{L2} < (b_{C3}+b_{C4})$ ($\varphi < 0$)

На рис.2.2,а, рис.2.2,в, рис.2.2,с построенных, соответственно, диаграмма проводимостей, векторная диаграмма токов и диаграмма мощностей для произвольно принятых значений проводимостей цепи.

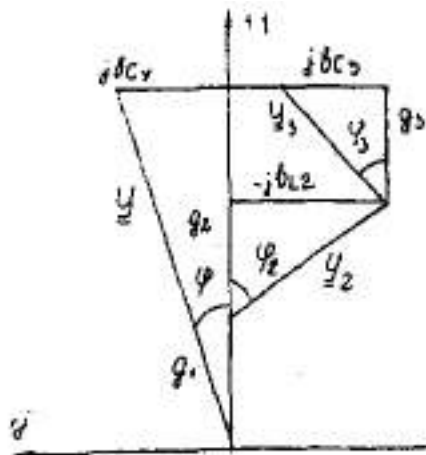


Рис. 2.2.а

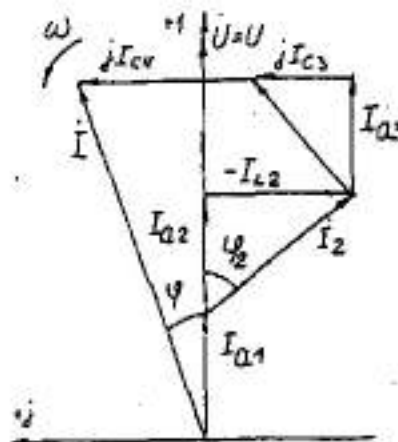


Рис. 2.2.в

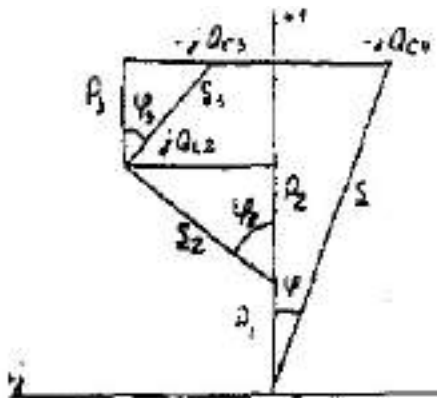


Рис. 2.2.с

2.3. Разветвленная цепь синусоидального тока

Условие задачи.

Для заданной электрической схемы (табл. 2.3) с известными параметрами (табл. 2.4) определить токи в ветвях и полный ток, напряжение на участках цепи, мощности активные, реактивные и полные отдельных ветвей и всей цепи. Построить векторную диаграмму токов и векторную топографическую диаграмму напряжений цепи.

Методические указания.

Решить задачу, используя символический метод расчета для действующих значений напряжений и токов.

Вектор приложенного к цепи напряжения рекомендуется совместить с положительным направлением оси вещественных чисел, т. е. $U=U$.

Заданную задачу, можно решить, используя метод составления уравнений электрического равновесия по законам Кирхгофа, метод преобразования электрической схемы или другие известные методы.

Таблица 2.3.

№	Схема варианта	№	Схема варианта
1		13	
2		14	
3		15	
4		16	
5		17	
6		18	
7		19	

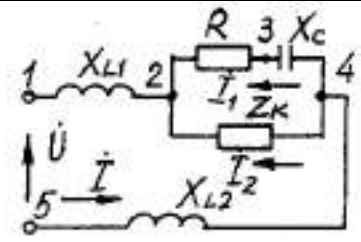
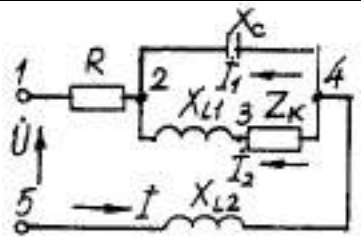
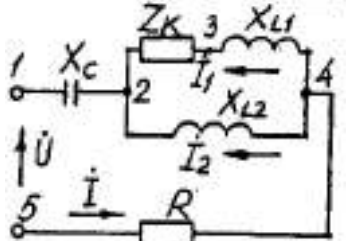
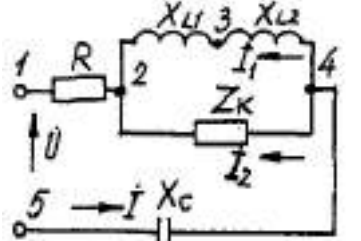
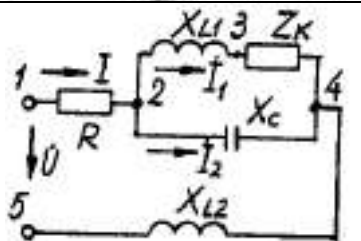
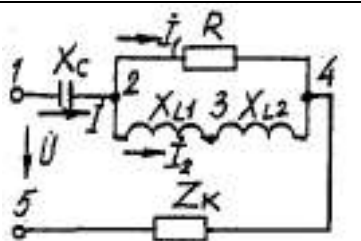
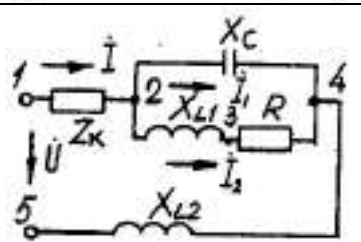
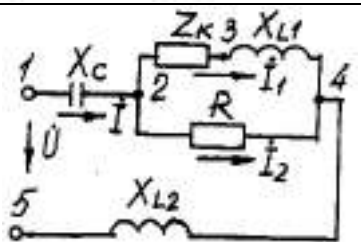
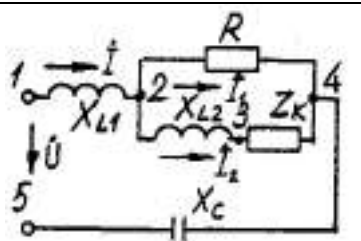
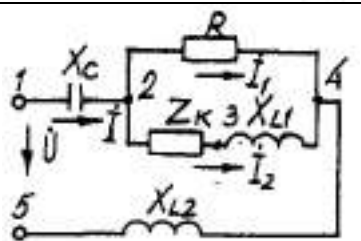
8		20	
9		21	
10		22	
11		23	
12		24	

Таблица 2.4

Номер варианта	Значение параметров						
	U, В	R, Ом	X_{L1} , Ом	X_{L2} , Ом	X_C , Ом	R_K , Ом	X_{LK} , Ом
1	160	18	23	10	8	15	7
2	180	30	23	18	43	13	12
3	200	12	46	31	18	10	20
4	260	2	14	27	13	9	12
5	100	14	12	15	31	21	14
6	380	19	16	27	15	15	16
7	140	13	62	3	35	12	22
8	120	8	25	3	14	10	11
9	220	3	8	26	4	6	33
10	20	16	40	25	44	6	7
11	400	16	2	35	55	11	16
12	240	31	7	23	14	2	7
13	320	19	22	10	17	9	12
14	380	20	19	20	23	9	42
15	60	21	63	7	29	8	37
16	40	44	32	12	54	16	10
17	300	35	36	27	33	71	27
18	280	11	51	14	7	21	34
19	80	13	64	82	25	12	46
20	240	16	42	11	91	46	9
21	100	16	18	23	13	10	24
22	200	7	5	18	38	14	20
23	180	21	22	14	25	6	11
24	160	24	92	46	85	27	10

Пример решения задачи

Для заданной электрической цепи (рис. 2.3) с параметрами: $U=100$ В; $R_K=6$ Ом; $X_{L1}=6$ Ом; $R_I=8$ Ом; $X_C=6$ Ом; $X_C=10$ Ом; $X_{L2}=11$ Ом определить токи в ветвях, напряжения на участках цепи, активные, реактивные и полные мощности. Построить векторную диаграмму токов и векторную топографическую диаграмму напряжений цепи.

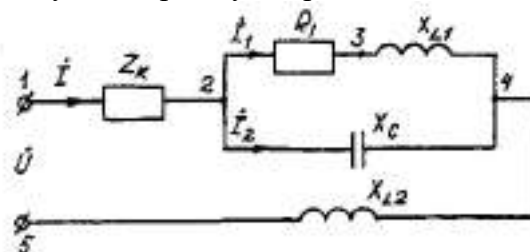


Рис. 2.3. Схема электрической цепи

Задаемся условным положительным направлением токов в ветвях. Выбираем два независимых контура (1-2-3-4-5-1, 2-3-4-2). Для определения трех неизвестных токов ($\dot{I}$, $\dot{I}_1$, $\dot{I}_2$), составляем систему (2.1) из трех уравнений электрического равновесия по законам Кирхгофа (одно по первому и два по второму законам) в комплексной форме:

$$\left. \begin{aligned} \dot{I} - \dot{I}_1 - \dot{I}_2 &= 0 \\ \dot{I}(R_K + jX_{LK}) + \dot{I}_1(R_1 + jX_{L1}) + \dot{I}_2 jX_{L2} &= \dot{U}; \\ \dot{I}_1(R_1 + jX_{L1}) - \dot{I}_2(-jX_C) &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (2.10)$$

$$\left. \begin{aligned} \dot{I} - \dot{I}_1 - \dot{I}_2 &= 0 \\ \dot{I}(6 + j6) + \dot{I}_1(8 + j6) + \dot{I}_2 j11 &= 100; \\ \dot{I}_1(8 + j6) - \dot{I}_2(-j10) &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (2.11)$$

Определяем токи в ветвях, решая систему уравнений (2.11), А

$$\dot{I}_1 = (-1 - j5,5) = 5,59e^{-j100^\circ} \text{ А},$$

$$\dot{I}_2 = (5 - j2,5) = 5,59e^{j27^\circ} \text{ А},$$

$$\dot{I} = (4 - j3) = 5e^{j37^\circ} \text{ А}.$$

Определяем падения напряжения на отдельных участках цепи, В:

$$\dot{U}_{12} = \dot{I} * Z_K = (4 - j3)(6 + j6) = (42 + j6) = 42,4e^{j8^\circ};$$

$$\dot{U}_{23} = \dot{I}_1 * R_1 = (-1 - j5,5)8 = (8 - j44) = 42e^{j100^\circ};$$

$$\dot{U}_{34} = \dot{I}_1 * jX_{L1} = (-1 - j5,5)j6 = (33 - j6) = 33,54e^{j10^\circ};$$

$$\dot{U}_{24} = (25 - j50) = 55,9e^{j63^\circ};$$

$$\dot{U}_{45} = \dot{I} * jX_{L2} = (4 - j3)j11 = (33 + j44) = 55e^{53^\circ}.$$

Проверка решений, В:

$$\dot{U} = \dot{U}_{12} + \dot{U}_{23} + \dot{U}_{34} + \dot{U}_{45} = 100.$$

Определяем мощности, ВА:

$$\underline{S}_{12} = \dot{U}_{12} \cdot \dot{I}^* = 42,4 e^{j8^\circ} \cdot 5e^{-j37^\circ} = 212e^{j45^\circ} = 150 + j150;$$

$$\underline{S}_{24} = \dot{U}_{24} \dot{I}_1^* + \dot{U}_{24} \dot{I}_2^* = 55,9e^{j63^\circ} \cdot 5,59e^{-j100^\circ} + 55,9e^{j63^\circ} \cdot 5,59e^{-j27^\circ} = 313e^{j37^\circ} + 313e^{j90^\circ} = 250 + j188 - j313;$$

$$\underline{S}_{45} = \dot{U}_{45} \cdot \dot{I}^* = 55 e^{j53^\circ} \cdot 5e^{-j37^\circ} = 275e^{j90^\circ} = j275;$$

$$\underline{S} = \underline{S}_{12} + \underline{S}_{24} + \underline{S}_{45} = 150 + j150 + 250 + j188 - j313 + j275 = 400 + j613 - j313 = P + jQ_L - jQ_C.$$

$$\underline{S} = \dot{U} \cdot \dot{I}^* = 100 \cdot 5e^{-j37^\circ} = 500e^{j37^\circ} = (400 + j300).$$

где $\dot{I}^*$ - сопряженные комплексы токов.

Строим векторные диаграммы токов и напряжений (рис. 2.4).

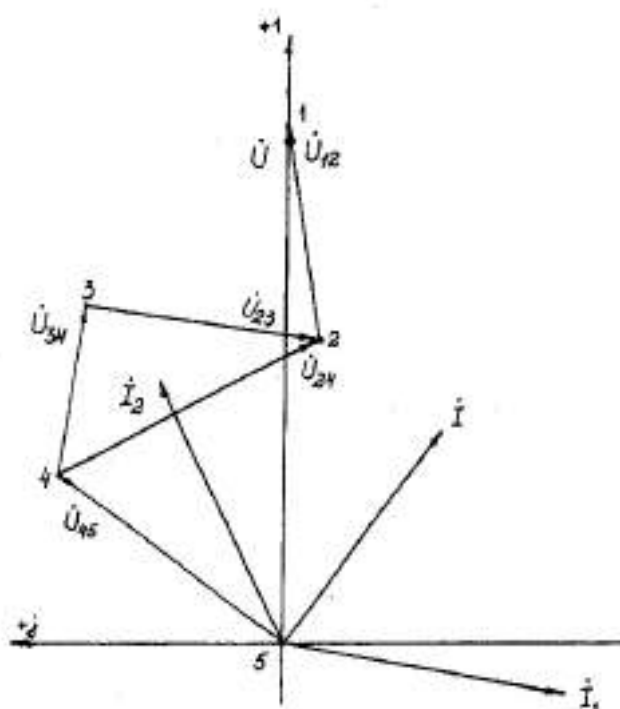


Рис. 2.4. Векторная диаграмма токов и напряжений

Задача 3. РАСЧЕТ ТРЕХФАЗНЫХ ЛИНЕЙНЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ

3.1. Расчет трехфазных линейных электрических цепей при соединении фаз приемника звездой

Номер варианта	Значения параметров									
	U _A , В	Сопротивление фазы «а», Ом			Сопротивление фазы «b», Ом			Сопротивление фазы «с», Ом		
		R	X _L	X _C	R	X _L	X _C	R	X _L	X _C
1	127	10	-	-	-	-	127	3	4	-
2	127	3	-	4	10	-	-	-	12,7	-
3	127	-	-	10	4	3	-	12,7	-	-
4	127	3	4	-	-	-	10	12,7	-	-
5	220	20	-	-	6	8	-	12	-	16
6	220	-	-	22	20	-	-	16	12	-
7	220	20	-	-	6	8	.	8	-	6
8	220	20	-	-	16	-	12	12	16	-
9	380	50	-	-	-	-	30	-	-	190
10	380	-	-	50	16	12	-	-	-	38
11	380	12	16	-	38	-	-	16	12	-
12	380	38	-	-	15	-	20	20	20	-
13	127	-	-	12,7	10	-	-	4	3	.
14	127	12,7	-	-	4	3	-	6	-	8
15	127	3	4	-	-	-	10	-	-	12,7
16	127	8	6	-	3	-	4	12,7	-	-
17	220	20	-	-	-	-	22	8	6	-
18	220	6	-	8	22	-	-	-	-	22
19	220	16	12	-	-	-	20	22	-	-
20	220	-	-	22	-	-	22	22	-	-
21	380	38	-	-	-	-	38	-	38	-
22	380	-	10	-	16	12	-	38	-	-
23	380	20	-	-	-	-	20	-	20	-
24	380	38	-	-	20	15	-	15	-	20

Условие задачи.

Для заданной электрической схемы (рис. 3.1) с известными параметрами (табл. 3.1) определить токи и напряжения в четырехпроводной цепи. Вычислить активную, реактивную и полную мощности цепи. Построить в масштабе векторную диаграмму линейных и фазных напряжений и токов генератора и приемника.

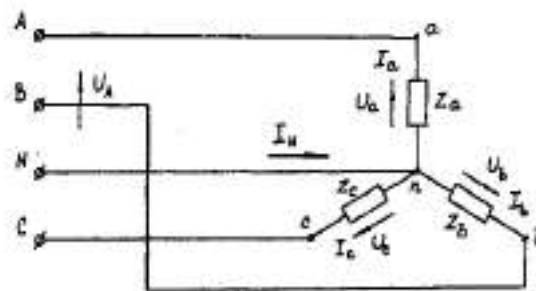


Рис. 3.1. Соединение фаз приемника звездой

Определить фазные напряжения и токи после обрыва нейтрального провода.

Построить векторную диаграмму линейных и фазных напряжений и токов генератора и приемника.

Методические указания.

Задачу решить, используя символический метод расчета.

Для четырехпроводной звезды напряжения фаз генератора (источника) и приемника принять равными (т. е. пренебречь потерями в соединительных проводах).

Вектор напряжения фазы "А" генератора рекомендуется совместить с положительным направлением оси вещественных чисел ($\dot{U}_A = U$).

Трехфазную систему фазных и линейных напряжений генератора принять симметричной (т. е. напряжения равны по модулю и сдвинуты друг относительно друга на 120°).

Пример решения задачи

Трехфазная нагрузка включена четырехпроводной звездой. Фазное напряжение генератора $\dot{U}_A = 220 \text{ В}$; $Z_a = 22 \text{ Ом}$; $Z_b = (16 + j12) = 20e^{j37^\circ} \text{ Ом}$; $Z_c = (12 - j16) = 20e^{-j53^\circ} \text{ Ом}$.

Определить токи в фазах и нейтральном проводе, мощность цепи. Построить векторную диаграмму напряжений и токов. Решение произвести для двух режимов:

а) нейтральный провод исправен; б) нейтральный провод оборван.

а). Нейтральный провод исправен.

$$\dot{U}_a = \dot{U}_A = 220 \text{ В};$$

$$\dot{U}_b = \dot{U}_B = 220e^{j120^\circ} = (-110 - j190) \text{ В};$$

$$\dot{U}_c = \dot{U}_C = 220e^{j240^\circ} = (-110 + j190) \text{ В}.$$

$$\dot{I}_a = \dot{U}_a / Z_a = 220 / 22 = 10 \text{ А};$$

$$\dot{I}_b = \dot{U}_b / Z_b = 220e^{j120^\circ} / 20e^{j37^\circ} = 11e^{j83^\circ} = (-10,13 - j4,3) \text{ А};$$

$$\dot{I}_c = \dot{U}_c / Z_c = 220e^{j240^\circ} / 20e^{-j53^\circ} = 11e^{j187^\circ} = (-10,92 + j1,34) \text{ А}.$$

$$\dot{I}_N = \dot{I}_a + \dot{I}_b + \dot{I}_c = 10 + (-10,13 - j4,3) + (-10,92 + j1,34) = (-11,05 - j2,96) = 11,44e^{j165^\circ} \text{ А}. \quad (3.1)$$

$$S^{(3)} = S_a + S_b + S_c = \dot{U}_a \dot{I}_a^* + \dot{U}_b \dot{I}_b^* + \dot{U}_c \dot{I}_c^* = 220 \cdot 10 + 220e^{j120^\circ} 11e^{-j83^\circ} + 220e^{j240^\circ} 11e^{-j187^\circ} = 2200 + 2420e^{j37^\circ} + 2420e^{-j53^\circ} = 2200 + (1933 + j1456) + (1456 - j1933) = (5589 - j477) = 5610e^{-j5^\circ} \text{ ВА}.$$

Векторная диаграмма напряжений и токов представлена на рис. 3.2.

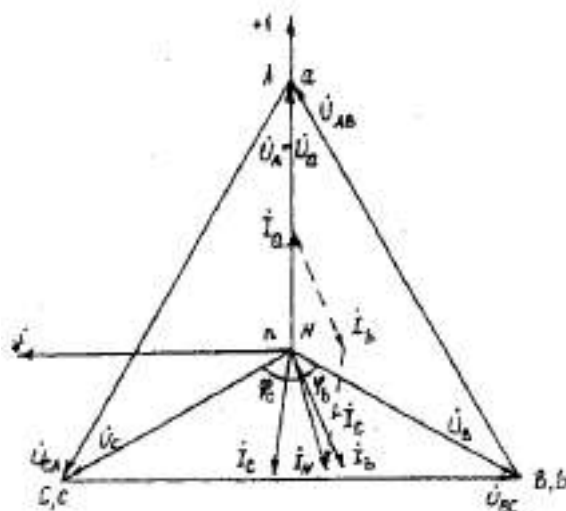


Рис. 3.2. Векторная диаграмма напряжений и токов

б). *Нейтральный провод оборван.*

Четырехпроводная звезда преобразуется в трехпроводную звезду, поэтому между нейтральными точками генератора и несимметричной нагрузки появляется напряжение смещения U_{nN} , вычисляемое по формуле:

$$U_{nN} = (U_A Y_a + U_B Y_b + U_C Y_c) / (Y_a + Y_b + Y_c). \quad (3.2)$$

Проводимости фаз нагрузки, См

$$Y_a = 1/Z_a = 1/22 = 0,045;$$

$$Y_b = 1/Z_b = 1/20e^{j37^\circ} = 0,05e^{-j37^\circ} = (0,04 - j0,03);$$

$$Y_c = 1/Z_c = 1/20e^{j53^\circ} = 0,05e^{-j53^\circ} = (0,03 + j0,04).$$

Вычисления упрощаются, если в числителе формулы (3.2) использовать значение I_N из предыдущего расчета при исправном нейтральном проводе

$$\dot{U}_{nN} = (-11,05 - j2,96) / [0,045 + (0,04 - j0,03) + (0,03 + j0,04)] = 11,44e^{-j165^\circ} / 0,1154e^{j5^\circ} = 99e^{-j170^\circ} = (-97,5 - j17,2) \text{ В.}$$

Вычисляем напряжения фаз нагрузки, В

$$\dot{U}_a = \dot{U}_A - \dot{U}_{nN} = 220 - (-97,5 - j17,2) = (317,5 + j17,2) = 318 e^{j3^\circ};$$

$$\dot{U}_b = \dot{U}_B - \dot{U}_{nN} = (-110 - j190) - (-97,5 - j17,2) = (-12,5 - j172,8) = 173,3 e^{-j94^\circ};$$

$$\dot{U}_c = \dot{U}_C - \dot{U}_{nN} = (-110 + j190) - (-97,5 - j17,2) = (-12,5 + j207,2) = 207,4 e^{j94^\circ}.$$

Векторная диаграмма напряжений генератора и нагрузки представлена на рис. 3.3.

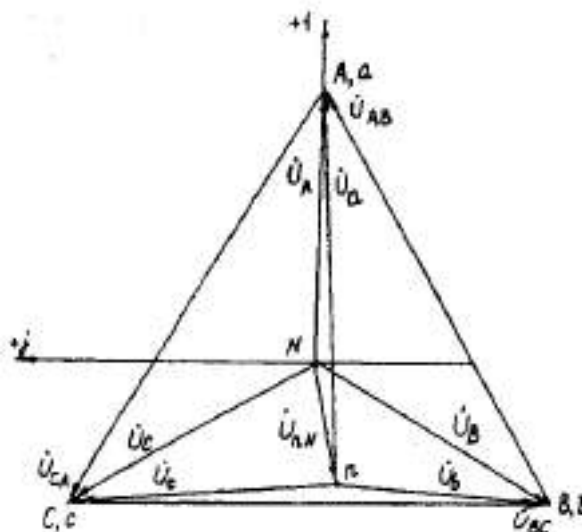


Рис. 3.3. Векторная диаграмма напряжений генератора и нагрузки

3.2. Расчет трехфазных линейных электрических цепей при соединении фаз приемника треугольником

Номер варианта	Значения параметров									
	$U_A, В$	Сопротивление фазы «а», Ом			Сопротивление фазы «б», Ом			Сопротивление фазы «с», Ом		
		R	X_L	X_C	R	X_L	X_C	R	X_L	X_C
1	220	6	8	-	-	-	20	22	-	-
2	220	20	-	-	12	16	-	16	-	12
3	220	-	-	10	3	-	4	8	6	-
4	220	-	22	-	-	-	22	22	-	-
5	380	19	-	.	12	-	16	20	15	-
6	380	-	-	38	15	-	20	20	-	-
7	380	20	15	-	38	-	-	24	-	32
8	380	-	38	-	-	-	38	38	-	-
9	220	-	-	22	-	22	-	22	-	-
10	220	20	-	-	20	-	-	-	-	20
11	220	-	-	10	6	8	.	8	-	6
12	220	3	4	-	-	-	5	4	3	-
13	380	12	16	-	16	-	12	20	-	-
14	380	-	-	19	19	-	-	-	19	-
15	380	-	38	-	-	-	38	38	-	-
16	380	20	15	-	15	-	20	20	-	-
17	220	-	-	20	20	-	.	-	20	-
18	220	12	-	16	16	12	-	20	-	-
19	220	-	-	5	6	8	-	8	-	6
20	220	6	8	-	8	-	6	10	-	-
21	380	24	32	-	19	.	-	32	-	24
22	380	-	-	38	32	24	-	24	.	32
23	380	38	-	-	-	38	-	-	-	38
24	380	-	38	-	24	-	32	19	-	-

Условие задачи.

Для заданной электрической схемы (рис. 3.4) с известными параметрами (табл. 3.2) определить линейные и фазные токи.

Вычислить активную, реактивную и полную мощности трехфазной цепи. Построить векторную диаграмму линейных и фазных напряжений и токов генератора и приемника.

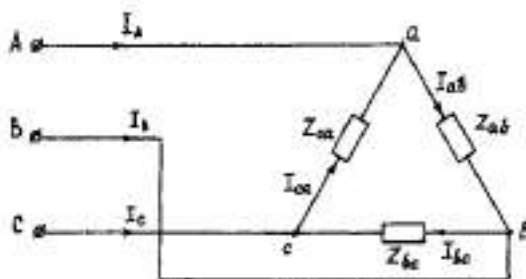


Рис. 3.4. Соединение фаз приемника треугольником

Методические указания.

Задачу решить, используя символический метод расчета.

Фазные напряжения приемника принять равными линейным напряжениям генератора (т. е. сопротивлениями соединенных проводов пренебречь).

Вектор линейного напряжения $\dot{U}_{AB}$ рекомендуется совместить с положительным направлением оси вещественных чисел, т. е. $\dot{U}_{ab} = \dot{U}_{AB}$

Трехфазную систему линейных и фазных напряжений генератора и приемника принять как симметричную трехфазную систему напряжений (т. е. напряжения равны по модулю и сдвинуты друг относительно друга по фазе на 120°).

Последовательность решения.

Начертить схему, конкретизируя нагрузку фаз приемника в соответствии с заданием.

Записать комплексы фазных напряжений приемника

$$\begin{aligned}\dot{U}_{ab} &= \dot{U}_{AB} = U \\ \dot{U}_{bc} &= \dot{U}_{BC} = Ue^{j120^\circ} \\ \dot{U}_{ca} &= \dot{U}_{CA} = Ue^{j120^\circ}\end{aligned}$$

Вычислить фазные токи приемника по формулам:

$$\begin{aligned}\dot{I}_{ab} &= \dot{U}_{ab} / \underline{Z}_{ab}; \\ \dot{I}_{bc} &= \dot{U}_{bc} / \underline{Z}_{bc}; \\ \dot{I}_{ca} &= \dot{U}_{ca} / \underline{Z}_{ca}.\end{aligned}$$

Вычислить линейные токи по формулам:

$$\begin{aligned}\dot{I}_A &= \dot{I}_{ab} - \dot{I}_{ca}; \\ \dot{I}_B &= \dot{I}_{bc} - \dot{I}_{ab}; \\ \dot{I}_C &= \dot{I}_{ca} - \dot{I}_{bc}.\end{aligned}$$

Вычислить активную мощность цепи по формуле

$$P^{(3)} = P_{ab} + P_{bc} + P_{ca} = \operatorname{Re}(\dot{U}_{ab}\dot{I}_{ab}) + \operatorname{Re}(\dot{U}_{bc}\dot{I}_{bc}) + \operatorname{Re}(\dot{U}_{ca}\dot{I}_{ca})$$

Построить векторную диаграмму напряжений и токов.

Пример решения задачи

Трехфазная нагрузка соединена треугольником. Задано линейное напряжение генератора $\dot{U}_{AB} = 380\text{В}$, $\underline{Z}_{ab} = 22\text{ Ом}$, $\underline{Z}_{bc} = (16 + j12)\text{ Ом}$, $\underline{Z}_{ca} = (16 - j12)\text{ Ом}$. Определить фазные и линейные токи, активную мощность цепи. Построить векторную диаграмму напряжений и токов.

Записываем комплексы фазных напряжений приемника, В

$$\begin{aligned}\dot{U}_{ab} &= \dot{U}_{AB} = 380; \\ \dot{U}_{bc} &= \dot{U}_{BC} = 380e^{j120^\circ}; \\ \dot{U}_{ca} &= \dot{U}_{CA} = 380e^{j120^\circ}.\end{aligned}$$

Вычисляем фазные токи приемника по формулам, А:

$$\begin{aligned}\dot{I}_{ab} &= \dot{U}_{ab} / \underline{Z}_{ab} = 380 / 22 = 17,3; \\ \dot{I}_{bc} &= \dot{U}_{bc} / \underline{Z}_{bc} = 380e^{j120^\circ} / (16 + j12) = (-17,5 - j7,5) = 19e^{j157^\circ}; \\ \dot{I}_{ca} &= \dot{U}_{ca} / \underline{Z}_{ca} = 380e^{j120^\circ} / (16 - j12) = (-17,5 + j7,5) = 19e^{j157^\circ}.\end{aligned}$$

Вычисляем линейные токи по формулам, А:

$$\begin{aligned}\dot{I}_A &= \dot{I}_{ab} - \dot{I}_{ca} = 17,3 - (-17,5 + j7,5) = (34,8 - j7,5) = 35,6e^{j12^\circ}; \\ \dot{I}_B &= \dot{I}_{bc} - \dot{I}_{ab} = (-17,5 + j7,5) - 17,3 = (34,8 - j7,5) = 35,6e^{j168^\circ}; \\ \dot{I}_C &= \dot{I}_{ca} - \dot{I}_{bc} = (-17,5 + j7,5) - (-17,5 + j7,5) = j15.\end{aligned}$$

Вычисляем активную мощность цепи по формуле, Вт:

$$P^{(3)} = P_{ab} + P_{bc} + P_{ca} = \operatorname{Re}(\dot{U}_{ab}\dot{I}_{ab}) + \operatorname{Re}(\dot{U}_{bc}\dot{I}_{bc}) + \operatorname{Re}(\dot{U}_{ca}\dot{I}_{ca}) = \operatorname{Re}(380 \cdot 17,3) + \operatorname{Re}(380e^{j120^\circ} \cdot 19e^{j157^\circ}) + \operatorname{Re}(380e^{j120^\circ} \cdot 19e^{j157^\circ}) = 6600 + 5776 + 5776 = 18152.$$

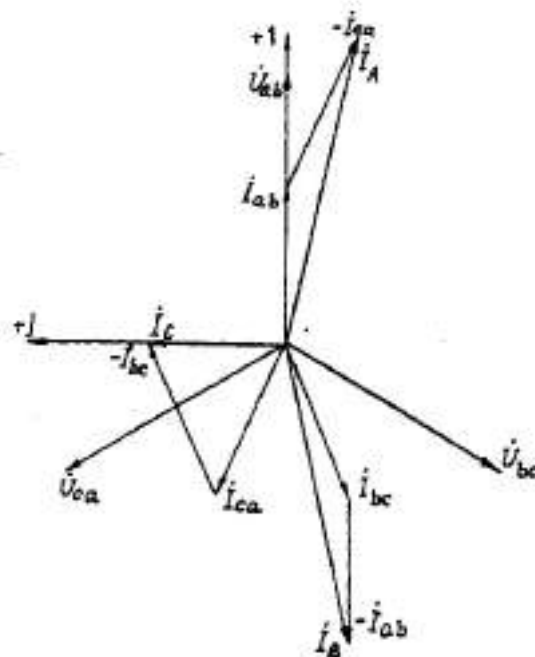


Рис. 3.5. Векторная диаграмма напряжений и токов

Задача 4. РАСЧЕТ СЛОЖНЫХ ТРЕХФАЗНЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ

Номер вариан- та	Исходные данные					
	$U_L, В$	$Z_{Л1}, Ом$	$Z_{Л2}, Ом$	$Z_2, Ом$	$P_1, кВт$	$\cos\varphi_1$
1	127	0,8	$1,4+j1,0$	$4+j6$	3	0,7
2	220	0,9	$1,2+j1,4$	$6+j8$	5	0,5
3	380	0,7	$1,6+j1,4$	$9+j12$	6	0,8
4	660	0,2	$1,8+j2,0$	$16+j16$	18	0,9
5	127	1,2	$1,0+j1,4$	$4+j3$	4	0,5
6	220	1,1	$1,4+j1,2$	$6+j10$	6	0,6
7	380	0,9	$1,6+j1,2$	$10+j14$	8	0,7
8	660	0,7	$1,8+j1,6$	$18+j16$	16	0,8
9	127	1,0	$1,2+j1,0$	$2+j3$	3	0,5
10	220	1,3	$1,4+j1,8$	$7+j6$	6	0,5
11	380	0,8	$1,0+j1,8$	$12+j16$	10	0,5
12	660	0,3	$1,8+j1,4$	$16+j20$	14	0,7
13	127	1,4	$1,4+j2,0$	$5+j3$	4	0,6
14	220	1,5	$1,6+j1,0$	$8+j6$	5	0,6
15	380	0,6	$1,2+j1,6$	$16+j8$	8	0,6
16	660	0,4	$1,8+j1,2$	$20+j20$	12	0,6
17	127	0,6	$1,0+j1,6$	$5+j4$	2	0,5
18	220	1,6	$1,2+j2,0$	$9+j6$	8	0,5
19	380	0,5	$1,8+j1,0$	$12+j10$	14	0,8
20	660	0,5	$1,6+j2,0$	$20+j24$	10	0,6
21	127	0,4	$1,2+j1,8$	$6+j4$	2	0,7
22	220	1,8	$1,2+j1,6$	$9+j7$	7	0,8
23	380	0,7	$1,0+j1,2$	$14+j10$	12	0,8
24	660	0,6	$1,6+j1,8$	$18+j24$	16	0,7

Условие задачи.

К зажимам симметричного трехфазного источника энергии присоединены два симметричных приемника (рис. 4.1). Первый из них соединен по схеме «звезда», потребляет активную мощность P_1 при коэффициенте мощности $\cos\varphi$ ($\varphi_1 > 0$) и подключен непосредственно к зажимам источника. Второй приемник соединен по схеме "треугольник", имеет нагрузку в каждой фазе Z_2 и подключен к источнику энергии через линию электропередачи с сопротивлением $Z_{Л2}$.

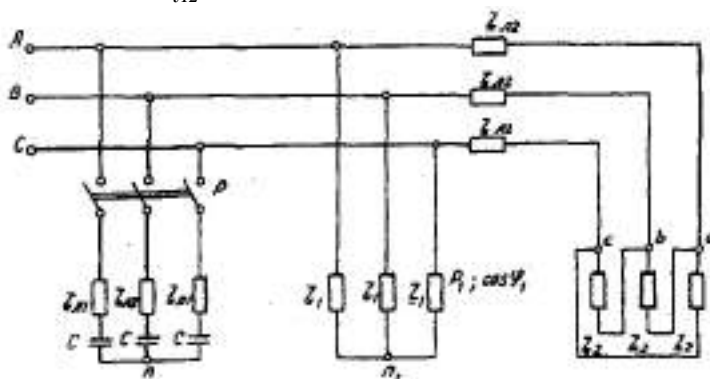


Рис. 4.1. Электрическая схема трехфазных потребителей

Для повышения коэффициента мощности приемников до единицы к тому же источнику через линию электропередачи с сопротивлением $Z_{Л1}$ в каждой фазе подключается батарея конденсаторов C , соединенная по схеме "звезда".

Определить линейные и фазные токи и напряжения приемников при отключенной батарее конденсаторов и при включении ее; реактивную мощность в фазе батареи конденсаторов, необходимую для повышения коэффициента мощности приемников до единицы; емкость и ток в фазе батареи конденсаторов. Построить векторную топографическую диаграмму напряжений и векторную диаграмму токов источника и приемников электрической энергии. Исходные данные приведены в табл. 4.1.

Методические указания.

Задачу решить комплексным методом, совместив один из векторов фазного или линейного напряжений источника энергии с положительным направлением оси вещественных чисел. Для определения линейных и фазных токов и напряжений второго приемника рекомендуется провести эквивалентные преобразования треугольника в звезду.

Последовательность решения.

Записать линейные и фазные напряжения источника энергии в комплексной форме. Провести соответствующие эквивалентные преобразования второго приемника. Определить линейные токи приемников при отключенной батарее конденсаторов. Определить падение напряжений в проводах линии электропередачи $Z_{Л2}$. Определить фазные токи второго приемника. Определить реактивную мощность в фазе батареи конденсаторов, необходимую для повышения коэффициента мощности приемников до единицы. Определить емкость и ток в фазе батареи конденсаторов. Определить линейные токи источника энергии при включении батареи конденсаторов. Построить векторную топографическую диаграмму напряжений и векторную диаграмму токов источника энергии и приемников.

Пример решения задачи

Для заданной электрической схемы трехфазных потребителей (рис. 4.1) по известным параметрам: $U_{Л} = 220$ В; $Z_{Л1} = 1,7$ Ом; $Z_{Л2} = (1,4 + j1,6)$ Ом; $Z_2 = (9 + j7)$ Ом; $P_I = 4$ Вт; $\cos \varphi_1 = 0,7$; определить линейные и фазные токи и напряжения приемников при отключенной батарее конденсаторов и при включении ее; реактивную мощность в фазе батареи конденсаторов, необходимую для повышения коэффициента мощности приемников до единицы; емкость и ток в фазе батареи конденсаторов. Построить векторную топографическую диаграмму напряжений и векторную диаграмму токов источника и приемников электрической энергии.

1. Выразим линейные и фазные напряжения источника энергии в комплексной форме, В

$$U_{\phi} = \frac{U_{Л}}{\sqrt{3}} = \frac{220}{\sqrt{3}} = 127.$$

Вектор фазного напряжения источника вещественных чисел, тогда, В

$\dot{U}_A$ направим по оси вещественных чисел, тогда, В

$$\begin{aligned}\dot{U}_A &= \dot{U}_{\phi} = 127; \\ \dot{U}_B &= \dot{U}_A \cdot e^{-j120^\circ} = 127 \cdot e^{-j120^\circ}; \\ \dot{U}_C &= \dot{U}_A \cdot e^{-j240^\circ} = 127 \cdot e^{-j240^\circ}; \\ \dot{U}_{AB} &= \dot{U}_A - \dot{U}_B = 127 \cdot 127 \cdot e^{-j120^\circ} = 220 e^{j30^\circ}; \\ \dot{U}_{CA} &= \dot{U}_C - \dot{U}_A = 127 \cdot e^{-j120^\circ} - 127 = 220 e^{j150^\circ}.\end{aligned}$$

2. Преобразуем треугольник сопротивлений a, b, c второго приемника (рис. 4.2) в эквивалентную звезду, Ом

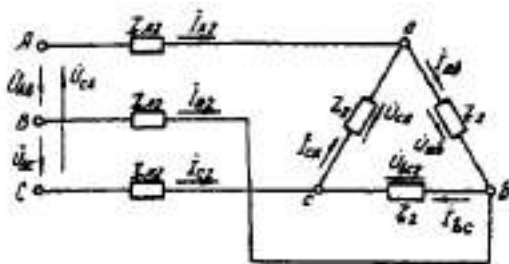


Рис. 4.2. Треугольник сопротивлений второго приемника

Поскольку приемник симметричный, то сопротивление фазы эквивалентной звезды в три раза меньше сопротивления фазы треугольника.

Для симметричных приемников, соединенных в звезду, потенциалы нулевых точек должны быть одинаковыми. В связи с этим дальнейший расчет выполним для одной фазы (фазы А) (рис. 4.3).

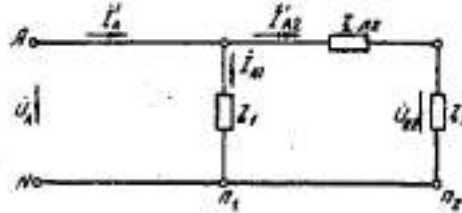


Рис. 4.3. Расчетная схема токов в фазе А

Полное сопротивление фазы эквивалентной звезды с учетом сопротивления линии $Z_{Л2}$ равно, Ом.

3. Определить линейные и фазные токи и напряжения второго приемника, а также полную мощность одной его фазы при отключенной батарее конденсаторов.

Фазные токи эквивалентной звезды, А:

$$I_{A2} = \frac{U_A}{Z_2} = \frac{127}{5,92e^{j41^\circ 48'}} = 21,52e^{-j41^\circ 48'};$$

$$I_{B2} = 21,52e^{j161^\circ 48'};$$

$$I_{C2} = 21,52e^{j78^\circ 12'}.$$

Фазные токи эквивалентной звезды (рис. 4.4) равны линейным токам треугольника второго приемника (см. рис. 4.2).

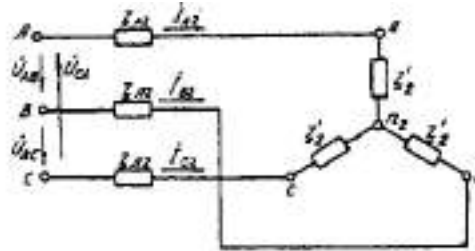


Рис. 4.4. Эквивалентная звезда второго приемника

Фазные напряжения эквивалентной звезды, В:

$$U_{A2} = U_A - I_{A2} \cdot Z_{Л2} = 127 - 21,52e^{-j41^\circ 48'} \cdot 2,13e^{j48^\circ 49'} = 81,59 - j5,58 = 81,78e^{-j3^\circ 55'};$$

$$U_{B2} = 81,78e^{j123^\circ 55'};$$

$$U_{C2} = 81,78e^{j116^\circ 05'}.$$

Линейные напряжения эквивалентной звезды, В:

$$U_{AB2} = U_{A2} - U_{B2} = 81,78e^{-j3^\circ 55'} - 81,78e^{j123^\circ 55'} = 141,65e^{j26^\circ 05'};$$

$$U_{BC2} = U_{B2} - U_{C2} = 81,78e^{j123^\circ 55'} - 81,78e^{j116^\circ 05'} = 141,65e^{j93^\circ 55'};$$

$$U_{CA2} = U_{C2} - U_{A2} = 81,78e^{j116^\circ 05'} - 81,78e^{-j3^\circ 55'} = 141,65e^{j146^\circ 05'}.$$

Линейные напряжения эквивалентной звезды равны фазным напряжениям треугольника сопротивлений второго приемника (см. рис. 4.2). Фазные токи второго приемника, А:

$$I_{ab} = \frac{U_{AB2}}{Z_2} = \frac{141,65e^{j26^\circ 05'}}{11,84e^{j48^\circ 49'}} = 12,42e^{j11^\circ 47'};$$

$$I_{bc} = 12,42e^{j131^\circ 47'};$$

$$I_{ca} = 12,42e^{j108^\circ 13'}.$$

Полная мощность одной фазы второго приемника с учетом сопротивления линии электропередачи $Z_{Л2}$ равна, ВА:

$$S_2 = U_A \cdot I_{A2} = 127 \cdot 21,52e^{j41^\circ 48'} = 2733e^{j41^\circ 48'} = (2037 + j1822);$$

$$P_2 = 2037 \text{ Вт}; Q_2 = 1822 \text{ ВА}.$$

4. Определим линейные и фазные напряжения и токи первого приемника, а также полную мощность одной его фазы при отключенной батарее конденсаторов.

Так как первый приемник подключен напрямую к источнику электрической энергии ($Z_L = 0$), то фазные и линейные напряжения приемника равны фазным и линейным напряжениям генератора, В:

$$\begin{aligned}\dot{U}_{a1} &= \dot{U}_1 = 127; \\ \dot{U}_{b1} &= \dot{U}_B = 127e^{j120^\circ}; \\ \dot{U}_{c1} &= \dot{U}_C = 127e^{j120^\circ}; \\ \dot{U}_{ab} &= \dot{U}_{AB} = 220e^{j30^\circ}; \\ \dot{U}_{bc} &= \dot{U}_{BC} = 220e^{j90^\circ}; \\ \dot{U}_{ca1} &= \dot{U}_{CA} = 220e^{j150^\circ};\end{aligned}$$

Для приемника, соединенного в звезду, фазные токи равны линейным $I_\phi = I_L$. Определяем модуль фазного тока первого приемника, А:

$$I_\phi = \frac{P_A}{U_A \cos \varphi_1} = \frac{4000}{127 \cdot 0,7} = 15$$

Определяем угол сдвига фаз между напряжением и током первого приемника:

$$\cos \varphi_1 = 0,7; \varphi_1 = 45^\circ 34', (\varphi_1 > 0).$$

Записываем выражения фазных токов первого приемника в комплексной форме. Так как угол сдвига фаз между напряжением и током первого приемника известен, то начальная фаза тока, например фазы А, равна

$$\psi_{IA} = \psi_{UA} - \varphi_1 = 0 - 45^\circ 34' = -45^\circ 34'$$

Следовательно,

$$\begin{aligned}\dot{I}_{A1} &= 15 \cdot e^{-j45^\circ 34'}; \\ \dot{I}_{B1} &= 15 \cdot e^{-j165^\circ 34'}; \\ \dot{I}_{C1} &= 15 \cdot e^{-j74^\circ 26'};\end{aligned}$$

Полная мощность одной фазы первого приемника:

$$\begin{aligned}S_1 &= \dot{U}_A \cdot \dot{I}_{A1} = 127 \cdot 15 \cdot e^{j45^\circ 34'} = 1905 e^{j45^\circ 34'} = (1333 + j360) \text{ ВА}; \\ P_1 &= 1333 \text{ кВт}; Q_1 = 1360 \text{ В} \cdot \text{А}.\end{aligned}$$

5. Определяем фазные (линейные) токи источника энергии при отключенной батарее конденсаторов (см. рис. 4.3), А:

$$\begin{aligned}\dot{I}'_A &= \dot{I}'_{A1} + \dot{I}'_{A2} = 15 \cdot e^{-j45^\circ 34'} + 21,52 e^{-j41^\circ 48'} = \\ &= 10,5 - j10,7 + 16 - j14,3 = 26,5 - j25 = 36,5 e^{-j43^\circ 21'}; \\ \dot{I}'_B &= 36,5 e^{-j163^\circ 21'}; \\ \dot{I}'_C &= 36,5 e^{-j79^\circ 39'}.\end{aligned}$$

6. Определяем реактивную мощность в фазе батареи конденсаторов, необходимую для повышения коэффициента мощности приемников до единицы, ВА:

$$Q_c = Q_1 + Q_2 = 1360 + 1822 = 3182.$$

7. Определяем емкостное сопротивление в фазе батареи конденсаторов, Ом:

$$Q_c = I^2 X_c = \left(\frac{U}{Z}\right)^2 \cdot X_c = \frac{U^2 X_c}{Z^2} = \frac{U^2 X_c}{R_{\Sigma 1}^2 + X_c^2};$$

где $Z = \sqrt{R_{\Sigma 1}^2 + X_c^2}$ - модуль полного сопротивления в фазе батареи конденсаторов с учетом сопротивления линии $Z_{\Sigma 1} = R_{\Sigma 1}$.

$$\begin{aligned}X_c^2 - \frac{U^2}{Q_c} X_c + R_{\Sigma 1}^2 &= 0; \\ X_{c1,2} &= \frac{U^2}{2Q_c} \pm \sqrt{\left(\frac{U^2}{2Q_c}\right)^2 - R_{\Sigma 1}^2} = \frac{127^2}{2 \cdot 3182} \pm \sqrt{\left(\frac{127^2}{2 \cdot 3182}\right)^2 - 1,7^2} = (2,53 \pm 1,88); \\ X_{c1} &= 4,41; X_{c2} = 0,65.\end{aligned}$$

Следовательно, режиму полной компенсации реактивной мощности удовлетворяют два значения емкостного сопротивления. Принимаем большее, так как, во-первых, большему сопротивлению соответствует меньший ток в фазе батареи конденсаторов и, соответственно, меньшие потери активной мощности на сопротивлении $Z_{\Sigma 1} = R_{\Sigma 1}$. Во-вторых, большее значе-

ние емкостного сопротивления определяет меньшую емкость батареи конденсаторов, необходимую для компенсации реактивной мощности приемников.

8. Определяем емкость в фазе батареи конденсаторов, Ф

$$C = \frac{1}{X_C \cdot \omega} = \frac{1}{X_C \cdot 2\pi f} = \frac{1}{4,41 \cdot 2 \cdot 3,14 \cdot 50} = 7,22 \cdot 10^{-4}$$

При этом полное сопротивление в фазе батареи конденсаторов с учетом сопротивления линии $Z_{л1}$ (рис. 4.5) равно, Ом:

$$\underline{Z} = Z_{л1} - jX_C = 1,7 - j4,41 = 4,73e^{-j68^\circ 55'}$$

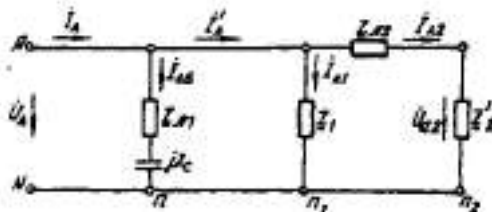


Рис. 4.5. Расчетная схема токов в фазе А с учетом батареи конденсаторов

9. Определяем фазные токи батареи конденсаторов, А:

$$\underline{I}_{AB} = \frac{\underline{U}_A}{\underline{Z}_6} = \frac{127}{4,73e^{-j68^\circ 55'}} = 9,66 + j25 = 26,85e^{58^\circ 55'};$$

$$\underline{I}_{B6} = 26,85e^{j51^\circ 05'} \text{ А}; \underline{I}_{C6} = 26,85e^{j188^\circ 55'}$$

10. Определяем фазные (линейные) токи источника энергии при включенной батарее конденсаторов (см. рис. 4.5), А;

$$\underline{I}_A = \underline{I}_{A6} + \underline{I}'_A = 9,66 + j25 + 26,5 - j25 = 36,16;$$

$$\underline{I}_B = 36,16e^{-j120^\circ}; \underline{I}_C = 36,16e^{j120^\circ}.$$

Данные расчета показывают, что фазные токи и напряжения источника совпадают по фазе. Следовательно, параметр емкости C в фазе батареи конденсаторов, необходимый для повышения коэффициента мощности приемников до единицы, выбран верно.

11. Строим векторную диаграмму токов и топографическую диаграмму напряжений для источника и приемников электрической энергии (рис. 4.6).

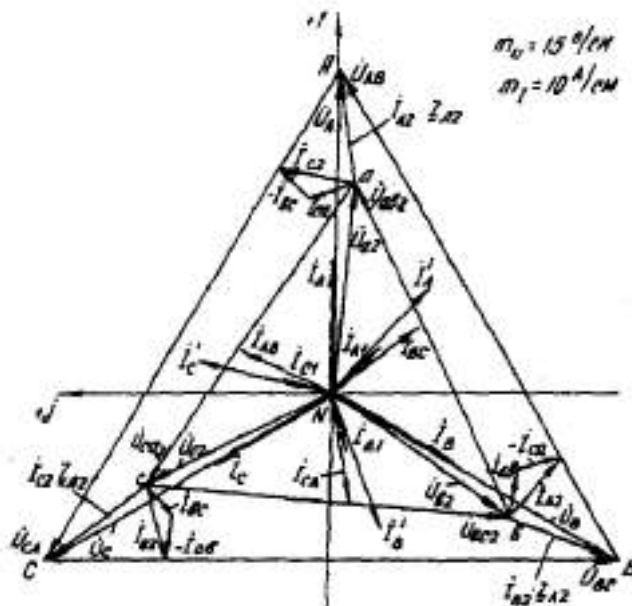


Рис. 4.6. Векторная диаграмма

На комплексной плоскости откладываем комплексные значения токов (векторы токов) и напряжений (векторы напряжений) в выбранных предварительно масштабах. Наиболее удобными в рассматриваемом расчете являются: масштаб напряжений $m_U = 15 \text{ В/см}$ и масштаб тока $m_I = 10 \text{ А/см}$. Векторы токов второго приемника направляем из вершин треугольника напряжений a, b, c . Все остальные векторы токов - из начала координат.

Задача 5. РАСЧЕТ ПЕРЕХОДНЫХ ПРОЦЕССОВ В ЛИНЕЙНЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЯХ ПОСТОЯННОГО ТОКА

Номер варианта	Значение параметров						
	R ₁ , Ом	R ₂ , Ом	R ₃ , Ом	R ₄ , Ом	C, мкФ	L, мГн	U, В
1	50	-	50	-	170	-	100
2	25	25	25	-	.	125	100
3	25	25	25	-	40	-	100
4	50	50	50	-	-	250	100
5	50	50	50	50	60	-	100
6	50	50	50	-	-	250	100
7	25	25	25	-	180	-	100
8	50	50	50	-	-	125	100
9	25	25	25	25	100	-	100
10	25	25	25	-	-	250	100
11	50	50	50	-	90	-	100
12	25	25	25	-	-	250	100
13	25	25	-	-	110	-	100
14	25	25	-	-	-	125	100
15	20	50	10	50	-	125	100
16	50	10	50	15	260	-	100
17	50	25	50	-	-	125	100
18	50	50	50	-	120	-	100
19	50	50	50	-	-	125	100
20	25	-	25	-	190	-	100
21	25	50	25	-	-	125	100
22	50	50	50	-	-	125	100
23	50	50	50	-	60	-	100
24	50	50	50	-	180	-	100

Условие задачи.

Для заданной электрической схемы из табл. 5.1 с известными параметрами (табл. 5.2) рассчитать переходный процесс классическим и операторным методами, определить законы изменений токов и напряжений во времени. Построить эти зависимости.

Последовательность решения классическим методом расчета.

Составить систему дифференциальных уравнений по законам Кирхгофа для электрической цепи, получающейся после коммутации, при этом использовать соотношения $u_L = L di/dt$, $i = C du/dt$.

Подставить числовые значения заданных параметров в систему уравнений.

Решить систему уравнений относительно тока через индуктивность (напряжения на емкости), в результате получается неоднородное дифференциальное уравнение первого порядка.

Решением неоднородного дифференциального уравнения является сумма частного (принужденная составляющая) и общего (свободная составляющая) решения однородного дифференциального уравнения.

Принужденная составляющая определяется расчетом в послекоммутационной электрической цепи в установившемся режиме.

Свободная составляющая при решении однородных дифференциальных уравнений первого порядка определяется как

$$Ae^{pt}$$

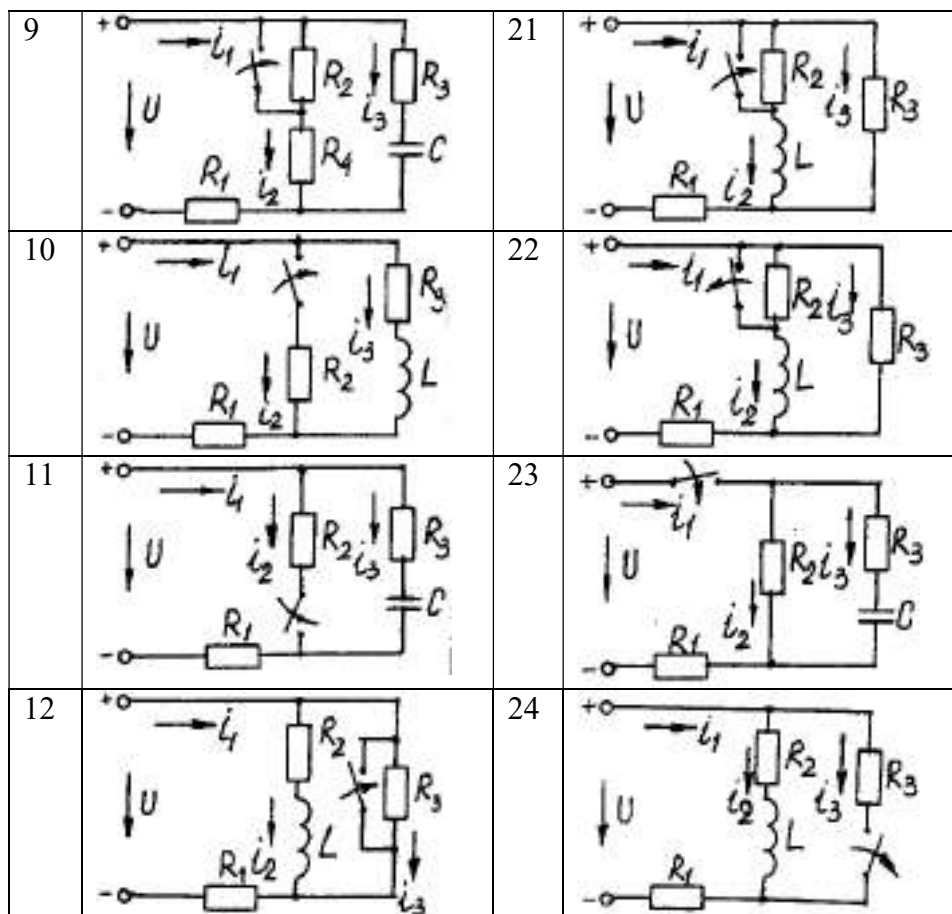
где A - постоянная интегрирования; p - корень характеристического уравнения.

Характеристическое уравнение составляется по однородному дифференциальному уравнению.

Последовательность решения операторным методом расчета.

Расчетные формулы и последовательность решения этим методом приведены в примерах расчета цепей, содержащих индуктивность и емкость.

№	Схема варианта	№	Схема варианта
1		13	
2		14	
3		15	
4		16	
5		17	
6		18	
7		19	
8		20	



Пример расчета цепи, содержащей индуктивность (рис. 5.1).

Исходные данные: $U = 100$ В; $R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = 25$ Ом; $L = 0,25$ Гн.

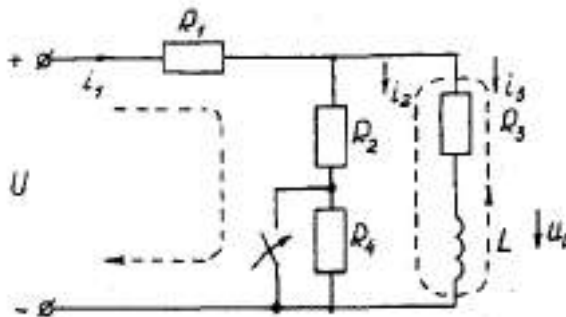


Рис. 5.1. Схема электрической цепи

Определить законы изменения токов, напряжения u_L при переходе цепи от одного установившегося состояния к другому классическим и операторными методами. Построить эти зависимости.

Решение классическим методом.

Составляем систему дифференциальных уравнений по законам Кирхгофа (три уравнения для определения трех неизвестных токов) для цепи, получающейся после коммутации:

$$\begin{cases} i_1 = i_2 + i_3; \\ i_1 R_1 + i_2 R_2 = U; \\ i_2 R_2 - u_L - i_3 R_3 = 0 \end{cases} \quad (5.1)$$

Решаем систему уравнений относительно тока через индуктивность i_3 (избавляемся от токов i_2 и i_1)

$$(R_1 + R_2) u_L + [R_1 R_2 + R_1(R_1 + R_2)] i_3 = R_2 U$$

Решение упрощается, если в систему уравнений (5.1) подставить заданные числовые значения;

$$\begin{cases} i_1 = i_2 + i_3; \\ 25i_1 + 25i_2 = 100; \\ 25i_2 - u_L - 25i_3 = 0 \end{cases} \quad (5.2)$$

Решая систему уравнений (5,2), получаем

$$2u_L + 75i_3 = 100. \quad (5.3)$$

Подставив соотношение $u_L = L di_3/dt$ в уравнение (5.3), получим

$$2L di_3/dt + 75i_3 = 100,$$

и окончательно получаем неоднородное дифференциальное уравнение первого порядка

$$di_3/dt + 150i_3 = 200. \quad (5.4)$$

Решением уравнения (5.4) является сумма принужденной и свободной составляющих тока $i_3(t)$

$$i_3(t) = i_3(t)_{np} + i_3(t)_{св}. \quad (5.5)$$

Принужденная составляющая тока определяется из уравнения (5.4) как новое установившееся значение по окончании переходного процесса

$$i_3(t)_{np} = 200/150 = 1,33 \text{ А}. \quad (5.6)$$

Запишем однородное дифференциальное уравнение первого порядка

$$di_3/dt + 150 i_3 = 0 \quad (5.7)$$

и характеристическое уравнение

$$p + 150 = 0. \quad (5.8)$$

Свободная составляющая тока определяется как

$$i_3(t)_{св} = A e^{pt}, \quad (5.9)$$

где A - постоянная интегрирования; p - корень характеристического уравнения (5.8), $p = -150$; τ - постоянная времени электрической цепи, $\tau = 1/150$.

Постоянная интегрирования определяется из начальных условий, исходя из первого закона коммутации (ток через индуктивность при коммутациях не меняется скачком).

С учетом уравнений (5.6) и (5.9) уравнение (5.5) запишем как

$$i_3(t) = 1,33 + A e^{-150t}.$$

Значение тока $i_3(0)$ определяем, рассчитывая цепь до коммутации

$$i_3(0) = 1,6 \text{ А}.$$

По первому закону коммутации $i_3(0) = i_3(0)_{np} + i_3(0)_{св} = 1,6 \text{ А}$, $i_3(0) = 1,33 + A e^{-150 \cdot 0} = 1,6$, откуда $A = 1,6 - 1,33 = 0,27$.

Окончательно

$$\begin{aligned} i_3(t) &= 1,33 + 0,27 e^{-150t}, \\ u_L(t) &= L di_3/dt = 0,25 - 0,27(-150) e^{-150t} = 10 e^{-150t}; \\ u_2(t) &= [u_3(t)R_3 + u_L(t)]/R_2 = 1,33 - 0,13 e^{-150t}; \\ i_1(t) &= i_2(t) + i_3(t) = 2,66 + 0,14 e^{-150t}. \end{aligned}$$

Решение операторным методом.

На рис. 5.2 представлена операторная схема замещения цепи (см. рис. 5.1).

Составляется система уравнений в изображениях (в операторной форме)

$$\begin{cases} I_1(p) = I_2(p) + I_3(p); \\ I_1(p)R_1 + I_2(p)R_2 = U/p; \\ I_2(p)R_2 - L[pI_3(p) - i_3(0)] - I_3(p)R_3 = 0. \end{cases} \quad (5.10)$$

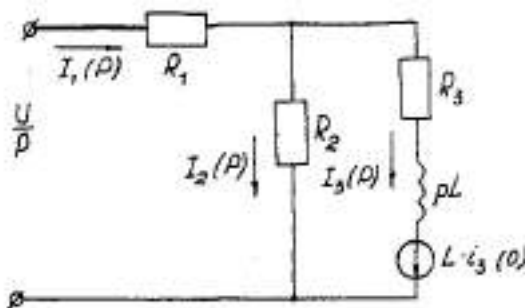


Рис. 5.2. Операторная схема замещения электрической цепи

Система уравнений решается относительно любого тока. Достаточно просто получаем уравнение в изображениях для тока через индуктивность, если использовать дифференциальное уравнение (5.4), из которого следует:

$$\begin{aligned} [pI_3(p) - i_3(0)] + 150I_3(p) &= 200/p; \\ pI_3(p) + 150I_3(p) &= 200/p + i_3(0) = 200/p + 1,6 \end{aligned}$$

и окончательно

$$I_3(p) = (200 + 1,6p) / p(p + 150) = F_1(p) / F_2(p), \quad (5.11)$$

где $F_1(p)$ - полином числителя; $F_2(p)$ - полином знаменателя.

Переход от изображения тока $I_3(p)$ к оригиналу $i_3(t)$ осуществляем по формуле разложения

$$i_3(t) = \sum ([F_1(p) / F_2(p)] \cdot e^{p_k t}) \quad (5.12)$$

где p_k - корни характеристического уравнения.

Характеристическим уравнением является полином знаменателя, равный нулю, т. е. $F_2(p) = 0$.

В рассматриваемом примере

$$P(p + 150) = 0,$$

откуда $p_1 = 0$; $p_2 = -150$.

Производная полинома знаменателя

$$F_2'(p) = (2p + 150),$$

откуда $F_2'(p_1) = 150$; $F_2'(p_2) = -150$.

Оригинал тока $i_3(t)$

$$\begin{aligned} i_3(t) &= ([F_1(p_1) / F_2'(p_1)] \cdot e^{p_1 t}) + ([F_1(p_2) / F_2'(p_2)] \cdot e^{p_2 t}) = \\ &= [(200 + 1,6 \cdot 0) / 150] e^{150t} + [(200 + 1,6 \cdot (-150)) / (-150)] \cdot e^{-150t} = \\ &= 1,33 + 0,27 e^{-150t}. \end{aligned}$$

На рис. 5.3 представлены переходные характеристики токов и напряжения на индуктивности.

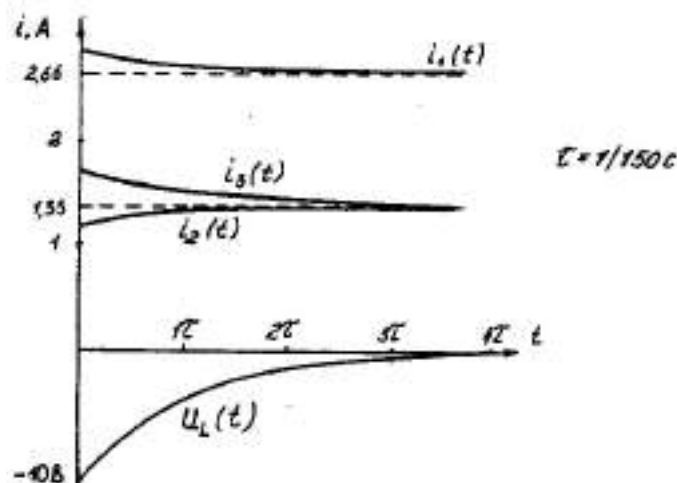


Рис. 5.3. Временные диаграммы токов и напряжения на индуктивности

Пример расчета цепи содержащей емкость (рис. 5.4).

Исходные данные: $U = 100$ В; $R_1 = R_2 = R_3 = 50$ Ом; $C = 100$ мкФ.

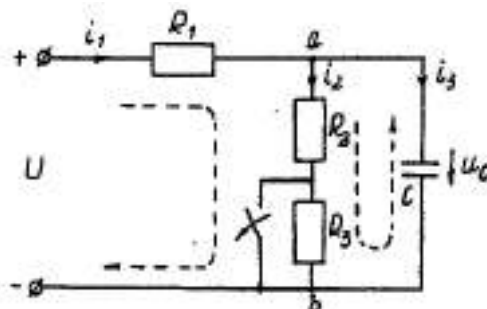


Рис. 5.4. Схема электрической цепи

Определить и построить следующие зависимости: $u_C(t)$, $i_1(t)$, $i_2(t)$, $i_3(t)$.

Решение классическим методом.

Составляем систему дифференциальных уравнений по законам Кирхгофа (три уравнения для определения трех неизвестных токов) для цепи, получающейся после коммутации

$$\begin{cases} i_1 = i_2 + i_3; \\ i_1 R_1 + i_2 (R_1 + R_2) = U; \\ i_2 (R_2 + R_3) = u_C \end{cases} \quad (5.13)$$

Между током и напряжением на емкости существует соотношение

$$\begin{cases} i_2 = C \frac{du_C}{dt}; \\ i_1 = i_2 + i_3 = i_2 + 100 \cdot 10^{-6} \left(\frac{du_C}{dt} \right); \\ i_1 50 + i_2 (50 + 50) = 100; \\ i_2 (50 + 50) - u_C = 0. \end{cases} \quad (5.14)$$

Решаем систему уравнений (5.14) относительно напряжения на емкости

$$du_C/dt + 300u_C = 20000. \quad (5.15)$$

Уравнение (5.15) - неоднородное дифференциальное уравнение первого порядка.

Решением уравнения (5.15) является сумма принужденной и свободной составляющих напряжения $u_C(t)$. Решение неоднородного дифференциального уравнения первого порядка рассмотрено выше для цепи с индуктивностью. По аналогии имеем

$$u_C(t) = u_C(t)_{\text{пр}} + u_C(t)_{\text{св}}. \quad (5.16)$$

Принужденная составляющая напряжения равна

$$u_C(t)_{\text{пр}} = 20000/300 = 66,7 \text{ В.}$$

Свободную составляющую напряжения находим из уравнения

$$u_C(t)_{\text{св}} = A e^{pt},$$

где $(p + 300) = 0$ - характеристическое уравнение; $p = -300$ - корень характеристического уравнения; τ - постоянная времени электрической цепи, $\tau = 1/300$; $u_C(0) = 50$ В, напряжение u_C в момент коммутации (определяется расчетом рассматриваемой цепи до коммутации):

$$u_C(t) = 66,7 + A e^{-300t};$$

$$u_C(0) = 66,7 + A e^{p \cdot 0} = 50 \text{ В, откуда } A = -16,7.$$

Окончательно имеем:

$$\begin{aligned} u_C(t) &= 66,7 - 16,7 \cdot e^{-300t}; \\ i_3(t) &= C \cdot du_C/dt = 100 \cdot 10^{-6} (-16,7) (-300) \cdot e^{-300t} = 0,5 \cdot e^{-300t}; \\ i_2(t) &= u_{ab}(t)/(R_2 + R_3) = u_C(t)/(R_2 + R_3) = 0,667 - 0,167 \cdot e^{-300t}; \\ i_1(t) &= i_2(t) + i_3(t) = 0,667 + 0,333 \cdot e^{-300t}. \end{aligned}$$

На рис. 5.5 представлены переходные характеристики токов и напряжения на емкости.

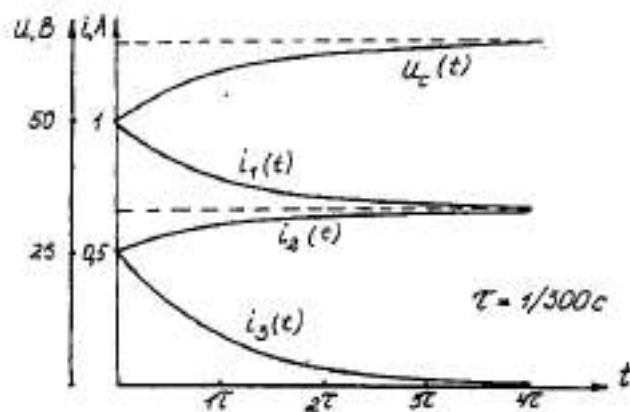


Рис. 5.5. Временные диаграммы токов и напряжения на емкости

Решение операторным методом.

Система уравнений в изображениях (в операторной форме) может быть составлена по операторной схеме замещения (рис. 5.6) или по системе дифференциальных уравнений (5.14)

$$\begin{cases} I_1(p) = I_2(p) + 100 \cdot 10^{-3} [pU_C(p) - u_C(0)], \\ I_1(p)50 + [I_2(p)(50 + 50)] = \frac{100}{p}, \\ [I_2(p)(50 + 50)] - U_C(p) = 0. \end{cases} \quad (5.17)$$

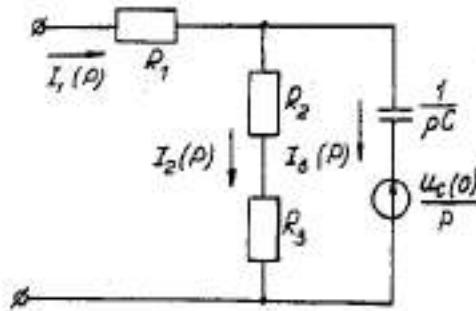


Рис. 5.6. Операторная схема замещения электрической цепи

Решаем систему алгебраических уравнений (5.17) относительно токов или напряжения на емкости $U_C(p)$.

Решение относительно напряжения $U_C(p)$ упрощается, если воспользуемся уравнением (5.15). Уравнение (5.15) преобразуем в уравнение в изображениях:

$$[pU_C(p) - u_C(0)] + 300 \cdot U_C(p) = 20000/p;$$

$$U_C(p)(p + 300) = 20000/p + 50;$$

$$U_C(p) = [20000 + 50p] / p(p + 300) = F_1(p) / F_2(p),$$

где $F_1(p)$ - полином числителя; $F_2(p)$ - полином знаменателя.

Переход от изображения напряжения $U_C(p)$ к оригиналу $u_C(t)$ осуществляем по формуле разложения

$$U_C(t) = \Sigma([F_1(p)/F_2'(p)] \cdot e^{p_k t}), \quad (5.18)$$

где p_k - корни характеристического уравнения.

Характеристическим уравнением является полином знаменателя равный нулю, т. е.

$$F_2(p) = 0.$$

В рассматриваемом примере

$$p(p + 300) = 0,$$

откуда $p_1 = 0$; $p_2 = -300$.

Производная полинома знаменателя

$$F_2'(p) = (2p + 300),$$

откуда $F_2'(p_1) = 300$; $F_2'(p_2) = -300$.

Оригинал напряжения $u_C(t)$

$$\begin{aligned} u_C(t) &= ([F_1(p_1)/F_2'(p_1)] \cdot e^{p_1 t}) + ([F_1(p_2)/F_2'(p_2)] \cdot e^{p_2 t}) = \\ &= [(20000 + 50 \cdot 0) / 300] \cdot e^{300 \cdot 0} + [(20000 + 50 \cdot (-300)) / (-300)] \cdot e^{-300t} \\ &= 66,7 - 16,7 \cdot e^{-300t}. \end{aligned}$$

Задача 6. РАСЧЕТ НЕЛИНЕЙНЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ ПОСТОЯННОГО ТОКА В УСТАНОВИВШЕМСЯ РЕЖИМЕ

Условие задачи.

Для заданной электрической схемы (табл. 6.1) с известными параметрами (табл. 6.2) определить токи в ветвях и напряжение на нелинейных элементах (НЭ).

Вольт-амперные характеристики НЭ, симметричные относительно начала координат, приведены на рис. 6.1.

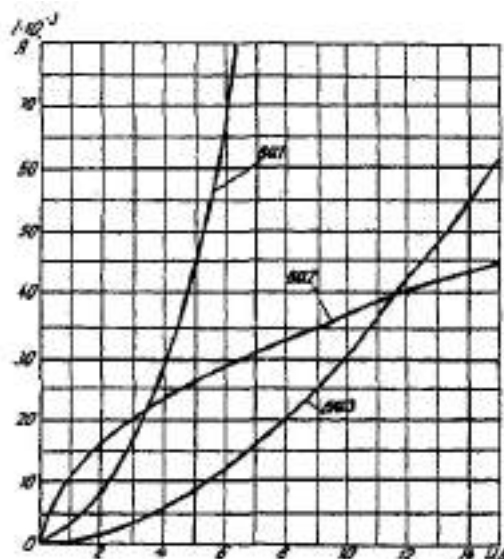


Рис. 6.1. Вольт-амперные характеристики нелинейных элементов

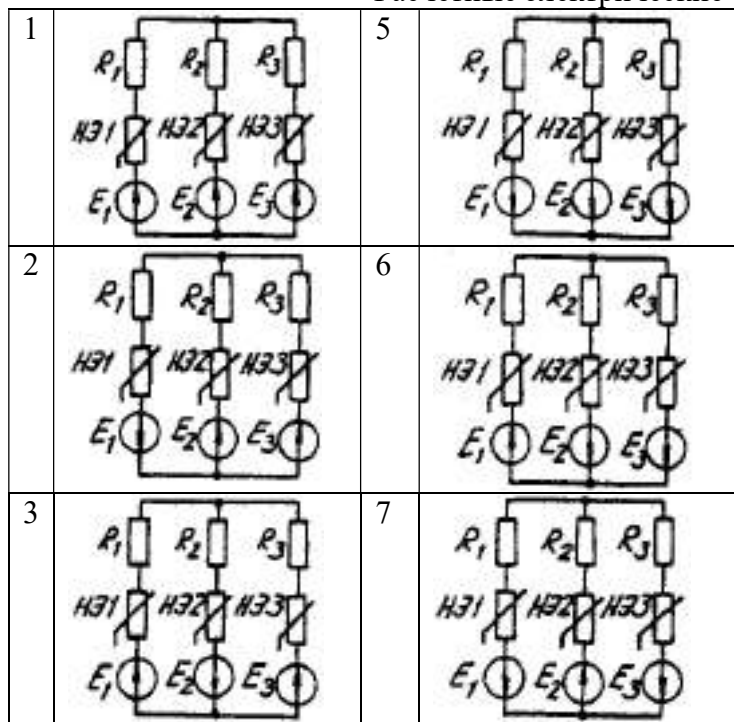
Методические указания.

Для нелинейных электрических цепей (НЭЦ) постоянного тока справедливы оба закона Кирхгофа

$$\sum_{k=1}^n I_k = 0; \quad \sum_{k=1}^n U_k = 0.$$

Затруднения при рассмотрении НЭЦ с помощью законов Кирхгофа заключаются в том, что в НЭЦ напряжение и токи связаны между собой нелинейными соотношениями. По этой причине для решения задач теории НЭЦ приходится использовать различные приближенные методы решения, к которым относится метод двух узлов.

Расчетные электрические схемы



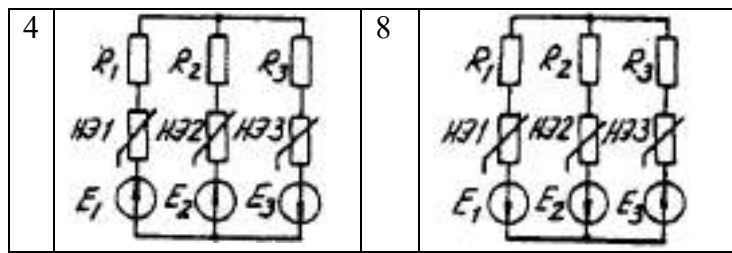


Таблица 6.2

Исходные данные к задаче 6

Вариант	Номер схемы	Значения параметров								
		R ₁ , Ом	R ₂ , Ом	R ₃ , Ом	НЭ1	НЭ2	НЭ3	E ₁ , В	E ₂ , В	E ₃ , В
1	1	600	300	400	BAX1	BAX3	BAX2	24	9	10
2	2	100	200	500	-	BAX2	BAX3	-	24	12
3	3	-	800	400	BAX2	BAX2	BAX3	-	15	20
4	4	400	300	600	-	BAX3	BAX1	10	8	14
5	5	-	800	600	BAX3	BAX2	BAX1	15	9	24
6	6	100	700	500	BAX1	-	BAX3	8	-	10
7	7	200	-	500	BAX2	BAX3	BAX1	6	-	12
8	8	1000	400	700	BAX2	-	BAX3	16	9	18
9	1	800	-	100	BAX1	BAX2	BAX3	10	15	20
10	3	400	700	200	BAX3	BAX2	BAX1	8	16	-
11	5	100	200		BAX2	BAX3	BAX1	24	12	-
12	7	600	200	400	BAX3	BAX1	-	15	10	20
13	2	500	700	-	BAX1	BAX2	BAX3	16	12	9
14	4	-	-	-	BAX3	BAX1	BAX2	14	20	8
15	6	200	100	-	-	BAX2	BAX3	10	8	15
16	8	-	500	-	BAX1	-	BAX3	12	6	18
17	1	-	-	600	BAX1	BAX3	-	20	-	4
18	2	800	-	-	-	BAX2	BAX3	15	10	5
19	3	-	900	-	BAX1	-	BAX3	6	12	8
20	4	-	-	100	BAX3	BAX1	-	16	18	9
21	5	400	-	200	-	BAX2	BAX3	9	4	10
22	6	-	-	-	BAX1	BAX2	BAX3	-		18
23	7	-	-	500	BAX2	BAX3	-	14	12	6
24	8	-	300	-	BAX1	-	BAX3	-	20	10

Расчет сложной НЭЦ, состоящей из нескольких параллельных ветвей, которые наряду с нелинейными элементами могут содержать и источники постоянной э. д. с, включенные последовательно с нелинейными элементами, сводится к нахождению токов и напряжений на участках цепи с помощью вольт-амперных характеристик.

Для этого предварительно строится вольтамперная характеристика каждой ветви, которая получается смещением соответствующей характеристики НЭ на величину заданной э. д. с. влево или вправо от начала координат, в зависимости от направления э. д. с. Затем, на основании первого закона Кирхгофа, строится результирующая характеристика. Она получается смещенной относительно начала координат на величину э. д. с. (E), которую можно рассматривать как э. д. с. эквивалентной цепи.

Так как сумма токов в узле равна нулю, то в эквивалентной цепи ток отсутствует. Следовательно, значение э. д. с. (E) равно разности потенциалов верхнего узла относительно нижнего узла исходной схемы.

Отсюда находят напряжение в каждом НЭ

$$U_{H\kappa} = E_{\kappa} - E$$

Ток в каждом НЭ определяется по соответствующей вольт-амперной характеристике.

Последовательность решения задачи.

1. Задаться положительным направлением токов в ветвях схемы.
2. На основании второго закона Кирхгофа построить эквивалентные вольт-амперные характеристики для ветвей.

3. На основании первого закона Кирхгофа построить результирующую вольт-амперную характеристику всей электрической цепи.

4. По результирующей вольт-амперной характеристике определить напряжения на каждом НЭ и токи в каждой ветви по соответствующим вольт-амперным характеристикам.

Пример решения задачи.

Для заданной электрической схемы (рис. 6.2, а) с известными параметрами $E_1 = 12$ В, $E_2 = 10$ В, $E_3 = 3$ В,

$R_1 = 200$ Ом, НЭ1, НЭ2 и НЭ3 (вольт-амперные характеристики которых приведены на рис. 6.3) определить токи в ветвях и напряжения на НЭ.

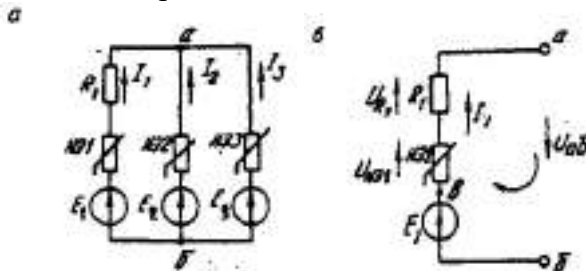


Рис. 6.2. Заданная (а) и расчетная (б) электрические схемы

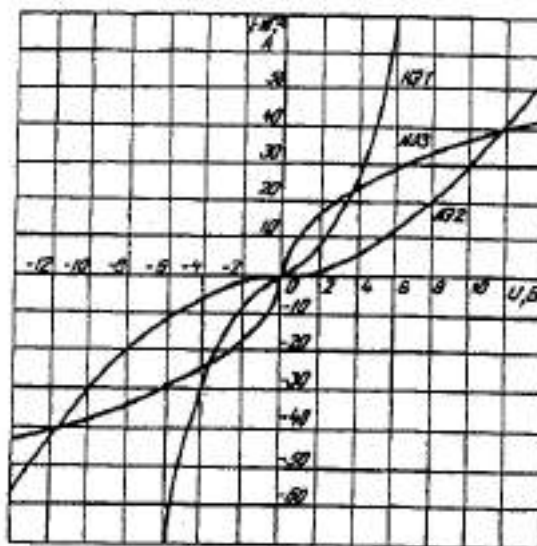


Рис. 6.3. Вольт-амперные характеристики нелинейных элементов

1. Задаемся положительным направлением токов во всех ветвях цепи.

2. Так как каждый из токов является нелинейной функцией падения напряжения на своем НЭ, необходимо выразить его в функции одного переменного напряжения U_{ab} между узлами а и б.

Рассмотрим первую ветвь, содержащую последовательно соединенные резистор R_1 , НЭ1 и источник постоянной э. д. с. E_1 (рис. 6,2, б).

На основании второго закона Кирхгофа для контура, указанного на рис. 6.2, б круговой стрелкой, запишем

$$E_1 = U_{ab} + U_{R1} + U_{НЭ1} \text{ или } U_{ab} = E_1 - (U_{R1} + U_{НЭ1}).$$

Если э. д. с. (E_1) действует в направлении выбранного положительного тока, т. е. $E_1 > 0$, то при положительном токе она способствует прохождению тока и при $E_1 < U_{ab}$ уменьшает значение.

На рис. 6.4 изображены характеристики первого нелинейного элемента $I_1 = f(U_{НЭ1})$, резистора $I_1 = f(U_{R1})$, суммарная

$I_1 = f(U_{ab})$ и прямая, соответствующая $E_1 > 0$. Здесь же нанесена результирующая характеристика $I_1 = f(U_{ab})$.

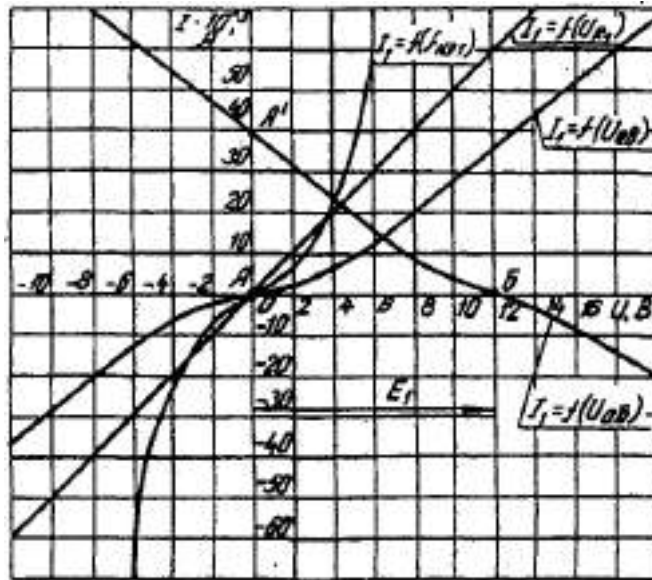


Рис. 6.4. Вольт-амперные характеристики первого нелинейного элемента

Для т. А кривой $I_1 = f(U_{HЭ1})$ напряжение на первом нелинейном элементе будет равно нулю ($U_{HЭ1} = 0$) при $I_1 = 0$. При этом $U_{a6} = E_1$ т. е. начало кривой $I_1 = f(U_{a6})$ сдвинуто в точку В, в которой $U_{a6} = E_1$. Росту U_{a6} , при $U_{a6} > 0$ соответствует уменьшение U_{a6} . Для точки А' при $U_{a6} = E_1$, $U_{a6} = 0$. Росту U_{a6} при $U_{a6} < 0$ отвечает увеличение U_{a6} , причем $U_{a6} > E_1$.

Аналогичным образом перестраивают кривые $I_2 = f(U_{HЭ2})$ и $I_3 = f(U_{HЭ3})$ для других ветвей схемы (рис. 6.5 и 6.6).

3. Нанесем кривые $I_1 = f(U_{a6})$, $I_2 = f(U_{a6})$ и $I_3 = f(U_{a6})$ на одном рисунке и построим результирующую вольт-амперную характеристику $I = f(U_{a6})$ просуммировав ординаты кривых (рис. 6.7).

4. Точка А пересечения кривой $I = f(U_{a6})$ с осью абсцисс дает значение U_{a6} , при котором удовлетворяется уравнение

$$I_1 + I_2 + I_3 = 0.$$

Восстанавливаем в этой точке перпендикуляр к оси абсцисс до пересечения с кривыми $I_1 = f(U_{a6})$, $I_2 = f(U_{a6})$ и $I_3 = f(U_{a6})$ и находим токи I_1 , I_2 и I_3 как по величине, так и по знаку.

Для рассматриваемого примера имеем (см. рис. 6.7), А

$$I_1 = 15 \cdot 10^{-3};$$

$$I_2 = 5 \cdot 10^{-3};$$

$$I_3 = -20 \cdot 10^{-3} \text{ в}$$

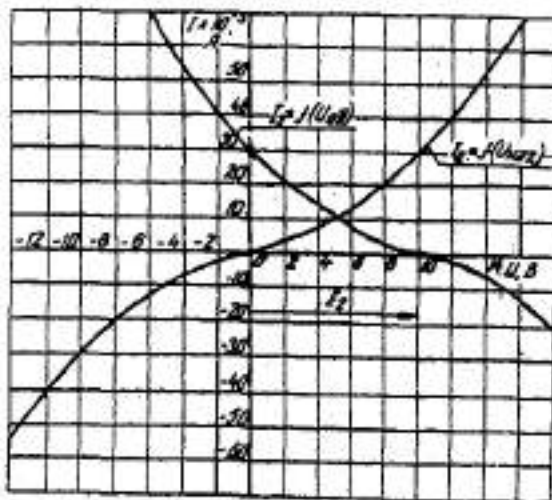


Рис. 6.5. Вольт-амперные характеристики второго нелинейного элемента

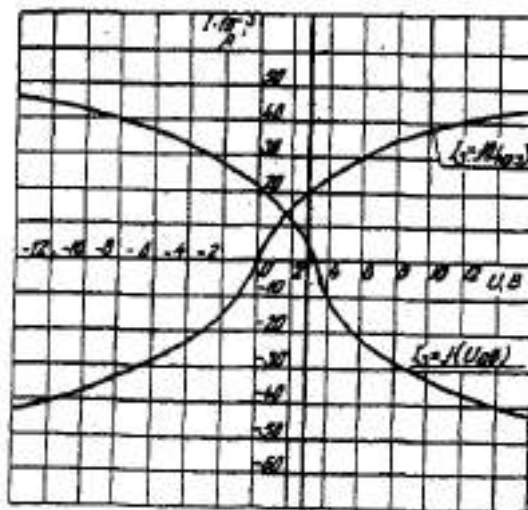


Рис 6.6. Вольт-амперные характеристики третьего нелинейного элемента
Сделаем проверку

$$I_1 + I_2 + I_3 = 15 \cdot 10^{-3} + 5 \cdot 10^{-3} - 20 \cdot 10^{-3} = 0 \text{ A.}$$

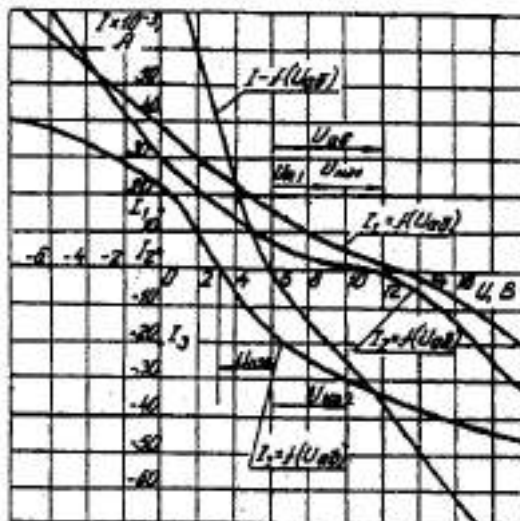


Рис. 6.7. Результирующие вольт-амперные характеристики

Располагая построенными характеристиками, легко находим напряжения на всех нелинейных элементах цепи (см. рис. 6.7):

$$U_{HЭ1} = 3; U_{HЭ1} = 2; U_{HЭ1} = 3.$$

ЗАДАЧА 7. РАСЧЕТ МАГНИТНЫХ ЦЕПЕЙ ПОСТОЯННОГО ТОКА.

7.1. Неразветвленные магнитные цепи.

Методические указания.

Магнитной цепью называют совокупность магнитодвижущих сил (МДС), ферромагнитных тел или каких-либо иных тел или сред, по которым замыкается магнитный поток.

Магнитные цепи могут быть подразделены на неразветвленные (рис. 1) и разветвленные (рис. 2).

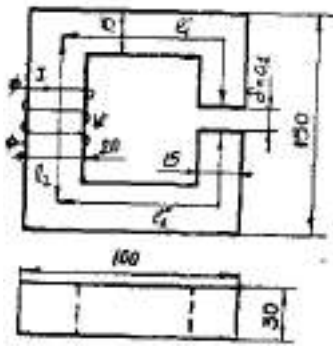


Рис. 7.1. Неразветвленная магнитная цепь

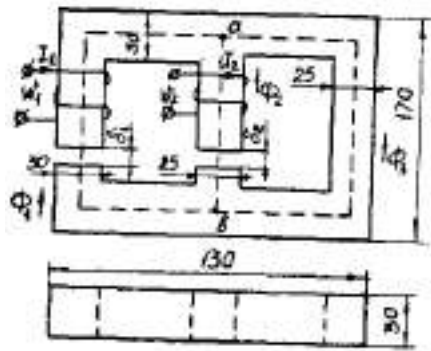


Рис. 7.2. Разветвленная магнитная цепь

Основными величинами, характеризующими магнитное поле и используемыми при расчете к анализу магнитных цепей, являются магнитная индукция B и напряженность магнитного поля H .

Эти величины связаны между собой зависимостью:

$$B = \mu_0 \cdot \mu \cdot H$$

где μ_0 — постоянная, характеризующая свойства вакуума,

$$\mu_0 = 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \text{ Гн/м}$$

μ — относительная магнитная проницаемость.

$$H = 0,8 \cdot 10^6 \text{ В}$$

Магнитную индукцию B измеряют в теслах ($1 \text{ Тл} = 1 \text{ Вб/м}^2$). Единицей напряженности магнитного поля H является 1 А/м ,

Магнитная индукция и напряженность магнитного поля — векторные величины.

Величиной, служащей для интегральной оценки магнитного поля, является магнитный поток Φ , представляющий собой поток вектора магнитной индукции сквозь поверхность dS

$$\Phi = \int_S B dS$$

Если магнитный поток проходит сквозь поверхность, расположенную перпендикулярно линиям магнитной индукции поля, то магнитный поток определяется по формуле

$$\Phi = BS$$

Магнитный поток измеряют в веберах ($1 \text{ Вб} = 1 \text{ Вб}$).

Магнитное поле создается электрическими токами. Напряженность магнитного поля связана с токами, возбуждающими поле, законом полного тока, согласно которому линейный интеграл вектора напряженности магнитного поля вдоль замкнутого контура равен алгебраической сумме токов, охватываемых этим контуром

$$\oint H dl = \sum I$$

где l — длина участка магнитной цепи, вдоль которого идет интегрирование. Длина участка отсчитывается по средней линии магнитопровода.

Заменив интеграл суммой интегралов по участкам и учитывая, что пределах одного участка магнитная цепь имеет одинаковое поперечное сечение и одинаковую магнитную проницаемость, получим закон полного тока в общем виде

$$\sum_K H_K l_K = \sum I w$$

где H_K — напряженность магнитного поля на каждом участке магнитной цепи;

l_K — длина каждого участка магнитной цепи;

w — число витков катушки.

Произведение числа витков катушки w на протекающий по ней ток I называют магнитодвижущей силой катушки F .

$$\sum I_w = \sum F$$

МДС вызывает магнитный поток в магнитной цепи подобно тому, как ЭДС вызывает электрический ток в электрической цепи. Как и ЭДС, МДС величина векторная. Положительное направление МДС совпадает с движением острия правого винта, если его вращать по направлению тока в обмотке.

Падением магнитного напряжения U_{MAB} между точками а и b магнитной цепи, называют произведением H_{AB} . Здесь l - длина пути между точками а и b.

Магнитное напряжение измеряют в амперах (А).

Если участок магнитной цепи между точками а и b может быть подразделен на n отдельных частей так, что для каждой части $H=H_K$ постоянно, то

$$U_{MAB} = \sum_{K=1}^{K=n} H_K l_K$$

Отношение падения магнитного напряжения U_M к магнитному потоку Φ называют магнитным сопротивлением цепи

$$\Phi_w = \Psi = Li$$

$$R_M = \frac{U_M}{\Phi} = \frac{l}{\mu_0 \mu S}$$

Величину, обратную магнитному сопротивлению называют магнитной проводимостью цепи

$$G_M = \frac{1}{R_M} = \frac{\mu_0 \mu S}{l}$$

Соотношение $\Phi = \frac{U_M}{R_M}$ - называют законом Ома для магнитной цепи.

Надо отметить, что между магнитными и электрическими величинами есть формальная аналогии. Аналогом тока в электрической цепи является поток в магнитной цепи. Аналогом ЭДС — МДС. Аналогом падения напряжения на участке электрической цепи падение магнитного напряжения. Аналогом вольтамперной характеристики нелинейного сопротивления — веберная характеристика участка магнитной цепи.

Соответствие электрических и магнитных величин можно представить в виде таблицы (табл. 7.1).

Таблица соответствия электрических и магнитных величин Таблица 7.1

Электрические величины	Магнитные величины
I – ток, А	Φ – магнитный поток, Вб
E – ЭДС, В	F – МДС, А
U – напряжение, В	U_M – магнитное напряжение, А
R – сопротивление, Ом	R_M – магнитное сопротивление, 1/Гн
G – проводимость, 1/Ом	G_M – магнитная проводимость,

При расчете и анализе магнитных цепей используют первый и второй законы Кирхгофа.

Первый закон Кирхгофа: алгебраическая сумма магнитных потоков в любом узле магнитной цепи равна нулю:

$$\sum \Phi = 0$$

Второй закон Кирхгофа: алгебраическая сумма падений магнитного напряжения вдоль любого замкнутого контура равна алгебраической сумме МДС вдоль того же контура:

$$\sum U_M = \sum I_w$$

В качестве примера составим уравнения по законам Кирхгофа для разветвленной магнитной цепи, изображенной на рис. 7.2.

Произвольно выбираем направление потоков в ветвях. Для узла “а” составим уравнение по первому закону Кирхгофа

$$\Phi_1 + \Phi_2 + \Phi_3 = 0$$

По второму закону Кирхгофа составляем уравнение для контура, состоящего из левой и средней ветвей.

$$H_1 l_1 + H_1 \delta_2 - H_2 l_2 + H_2 \delta_2 = I_1 w_1 - I_2 w_2$$

Под вебер-амперной характеристикой понимают зависимость потока Φ по какому-либо участку магнитной цепи от падения магнитного напряжения на этом участке U_M .

$$\Phi = \int (U_M)$$

Расчет неразветвленной магнитной цепи разделяют на прямую и обратную задачи.

7.1.1. Прямая задача. Определить МДС цепи по заданному магнитному потоку.

Порядок расчета следующий:

- 1) магнитная цепь разбивается на участки, имеющие одинаковое сечение и одинаковую магнитную проницаемость;
- 2) по известным геометрическим размерам магнитного сердечника определяются длины l и площади поперечного сечения выделенных участков;
- 3) исходя из постоянства магнитного потока вдоль всей цепи определяются значения магнитной индукции для выделенных участков магнитной цепи по заданному магнитному потоку;
- 4) по заданной кривой намагничивания определяются значения напряженности магнитного поля для известных значений магнитной индукции.

Напряженность поля и воздушном зазоре определяется по формуле:

- 5) подсчитывается сумма падений магнитного напряжения вдоль всей магнитной цепи $\sum H_K l_K$ и на основании закона полного тока приравнивается эта сумма полному току I_w или МДС.

$$\sum H_K l_K = I_w$$

Пример. Геометрические размеры магнитной цепи даны на рис. 4. Найти какой ток должен протекать по обмотке с числом витков $w=500$ чтобы магнитная индукция в воздушном зазоре $B_\delta=1$ Тл.

Решение. Магнитную цепь разбиваем на три участка:

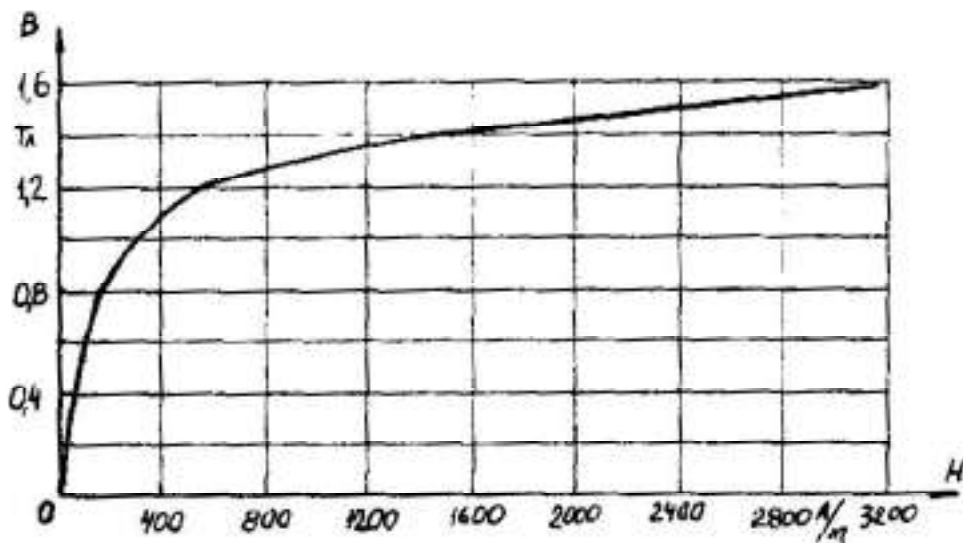


Рис. 7.4. Кривая намагничивания

$$l_1 = l_1 + l_1' = 30 \quad \text{см}$$

$$S_1 = 4,5 \quad \text{см}^2$$

$$l_2 = 13,5 \quad \text{см}$$

$$S_2 = 6 \quad \text{см}^2$$

Воздушный зазор

$$\delta = 0,01 \quad \text{см}$$

$$S_2 = S_1 = 4,5 \quad \text{см}^2$$

Индукция

$$B_1 = B_\delta = 1 \quad \text{Тл}$$

Индукцию на участке l_2 найдем, разделив поток $\Phi = B_\delta S_\delta$ на сечение S_2 второго участка

$$B_2 = \frac{\Phi}{S_2} = \frac{B_\delta S_\delta}{S_2} = \frac{1 \cdot 4,5}{6} = 0,75 \quad \text{Тл}$$

Напряженности поля на первом и втором участках определяем согласно кривой намагничивания (рис. 4) по известным значениям B_1 и B_2 ;

$$H_1 = 300 \text{ А/м}; H_2 = 115 \text{ А/м}$$

Напряженность поля в воздушном зазоре

$$H_\delta = 0,8 \cdot 10^6 \cdot B_\delta = 0,8 \cdot 10^6 \cdot 1 = 8 \cdot 10^5 \text{ А/м}$$

Определяем падение магнитного напряжения вдоль всей магнитной цепи:

$$\begin{aligned} \sum H_K l_K &= H_1 l_1 + H_2 l_2 + H_\delta \delta = 300 \cdot 0,3 + 115 \cdot 0,135 + \\ &+ 8 \cdot 10^5 \cdot 10^{-4} = 185,6 \quad \text{А} \end{aligned}$$

Ток в обмотке

$$I = \frac{\sum H_K l_K}{w} = \frac{185,6}{500} = 0,371 \quad \text{А}$$

7.1.2. Обратная задача. Определить магнитный поток в цепи по заданной МДС

Условие задачи:

Для заданной магнитной цепи (рис. 7.2.) с известными параметрами (таб. 7.2.). Найти магнитные потоки в магнитной цепи.

Примечание – геометрические размеры даны в мм, кривая намагничивания дана на рис. 7.4.

Порядок решения обратной задачи следующий:

1) магнитная цепь разбивается на участки с одинаковыми сечением и магнитной проницаемостью. Определяются длины и сечения этих участков;

2) строится вебер-амперная характеристика $\Phi = \int (U_M)$ цепи;

3) пользуясь вебер-амперной характеристикой, по заданной, МДС определяют магнитный поток Φ .

Пример. Найти магнитную индукцию в воздушном зазоре магнитной цепи (рис. 7.1), если $I_w = 350$ А. Кривая намагничивания представлена на рис. 7.4.

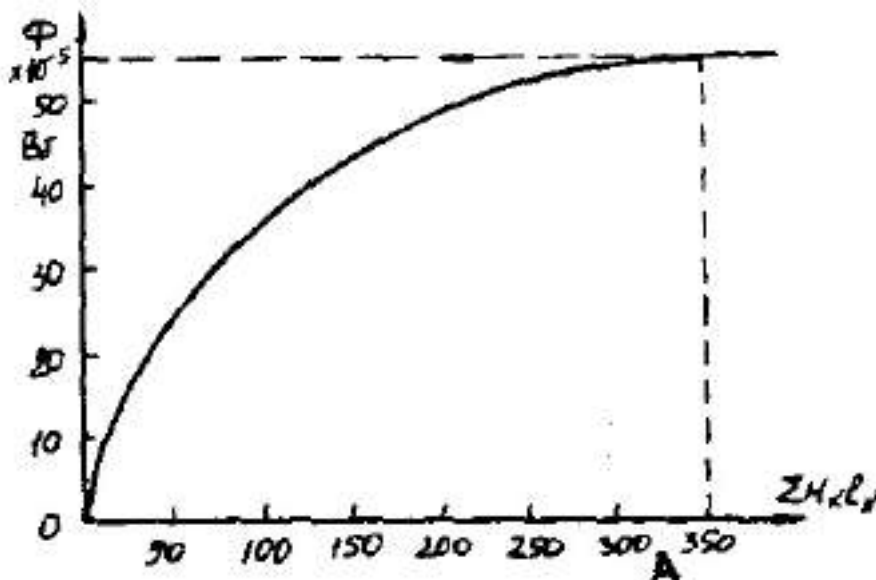
Решение. Строим вебер-амперную характеристику. Для этого задаемся значениями B_δ ; равными 0,5; 1,1; 1,2 и 1,3 Тл, и для каждого из них определяем параметры, указанные в табл. 1. Так же, как и в предыдущей задаче определяем $\sum H_K l_K$

Результаты расчетов сводим в табл. 7.2.

Результаты расчетов для построения $\Phi = \int (U_M)$

Таблица 7.2

B_δ , Тл	0,5	1,1	1,2	1,3
B_1 , Тл	0,5	1,1	1,2	1,3
B_2 , Тл	0,375	0,825	0,9	0,975
H_1 , А/м	50	460	700	1020
H_2 , А/м	25	150	200	300
H_δ , А/м	$4 \cdot 10^5$	$8,8 \cdot 10^5$	$9,6 \cdot 10^5$	$10,4 \cdot 10^5$
$\sum H_K l_K$, А	58,3	246,3	333	450,5
Φ , Вб	$22,5 \cdot 10^{-5}$	$49,5 \cdot 10^{-5}$	$54 \cdot 10^{-5}$	$58,5 \cdot 10^{-5}$



По данным табл. 7.2 строим вебер-амперную характеристику

$\Phi = \int (U_M)$ (рис. 7.5) и

по ней определяем, что при $I_w = 350$ А

$$\Phi = 55 \cdot 10^{-5} \text{ Вб}$$

Следовательно,

$$B_\delta = \frac{\Phi}{S_\delta} = \frac{55 \cdot 10^{-5}}{4,5 \cdot 10^{-4}} = 1,21 \quad \text{Тл}$$

Расчет
разветвленной
магнитной цепи

Рис. 7.5. Вебер-амперная характеристика цепи

аналогичен соответствующей электрической с сосредоточенными параметрами.

Так как, магнитные цепи являются нелинейными, то методы их расчета при этих условиях аналогичны методам расчета нелинейных электрических цепей. Все методы расчета электрических цепей с нелинейными сопротивлениями полностью применимы к расчету магнитных цепей, так как и магнитные, к электрические цепи подчиняются одним и тем же законам - законам Кирхгофа.

В качестве примера рассмотрим расчет разветвленной цепи методом двух узлов.

Найти магнитные потоки в ветвях магнитной цепи (рис. 7.2). Геометрические размеры даны в мм. Кривая намагничивания представлена на рис. 4. $I_1 w_1 = 80$ А; $I_1 w_1 = 300$ А; зазоры $\delta_1 = 0,05$ мм и $\delta_2 = 0,22$ мм.

Решение. Составим электрическую схему замещения магнитной цепи (рис. 7.6). Узловые точки обозначим буквами «а» и «б».

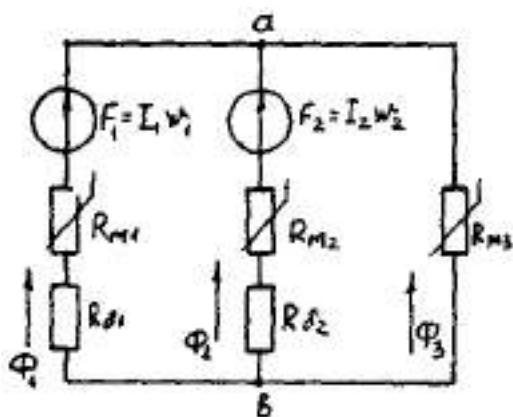


Рис. 7.6. Схема замещения магнитной цепи

Определим длины участков магнитной цепи

$$l_1 = 0,24 \text{ м}; \quad l_2 = 0,138 \text{ м};$$

$$l_3' = 0,1 \text{ м}; \quad l_3'' = 0,14 \text{ м}.$$

Длинам l_3' и l_3'' участки третьей ветви, имеющей площади сечения 9 и 7,5 см².

Выберем положительные направления магнитных потоков Φ_1 , Φ_2 и Φ_3 к узлу «а».

Построим зависимость потока от падения магнитного напряжения первой ветви U_{M1} . Для этого произвольно задаемся рядом числовых значений Φ_1 , для каждого значения находим индукцию B_1 и по кривой намагничивания — напряженность H_1 на пути в стали по первой ветви.

Магнитное напряжение на первом участке

$$U_{M1} = H_1 l_1 + 0,8 \cdot 10^5 B_1 \delta_1$$

Таким образом, для каждого значения потока Φ_1 подсчитываем U_{M1} и по точкам строим зависимость $\Phi_1 = f(U_{M1})$ (кривая 1 рис. 7.7). Аналогично строим зависимость $\Phi_2 = f(U_{M2})$ (кривая 2 рис. 7.7)

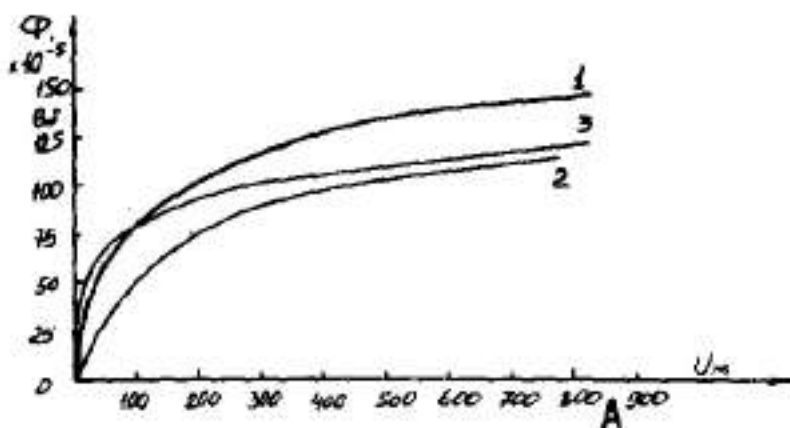


Рис. 7.7. Вебер-амперные характеристики ветвей

Кривая 3 (рис. 7.7) есть зависимость $\Phi_3 = f(U_{M3})$

$$U_{M3} = H_3' l_3' + H_3'' l_3''$$

Для определения потоков Φ_1 , Φ_2 и Φ_3 постройте зависимости этих потоков от магнитного падения напряжения U_{Mab} между узлами «а» и «б» (рис. 7.6).

Запишем уравнение по второму закону Кирхгофа для первой ветви:

$$F_1 = I_1 w_1 = U_{M1} + U_{Mab}$$

отсюда

$$U_{Mab} = I_1 w_1 - U_{M1}$$

Согласно выражению приведенному выше строим зависимость $\Phi_1 = \int (U_{Mab})$ (рис. 7.8). Для этого кривую 1 (рис. 7.7) при переносе на рис.7.8 смещаем вправо на величину $I_1 w_1$ и, так как перед U_{M1} стоит знак “-“, зеркально отобразим относительно вертикальной оси.

Запишем уравнение по второму закону Кирхгофа для второй ветви

$$I_2 w_2 = U_{M2} + U_{Mab}$$

отсюда

$$U_{Mab} = I_2 w_2 - U_{M2}$$

Построим

зависимость $\Phi_2 = \int (U_{Mab})$

(рис. 7.8). Для этого кривую 2 (рис. 7.7) смещаем вправо от начала координат на величину $I_2 w_2$ и зеркально отобразим относительно вертикальной оси.

В аналогичном порядке строим зависимость $\Phi_3 = \int (U_{Mab})$ (рис. 7.8)

$$U_{Mab} = U_{M1}$$

Зависимость

$\Phi_3 = \int (U_{Mab})$ так же, как

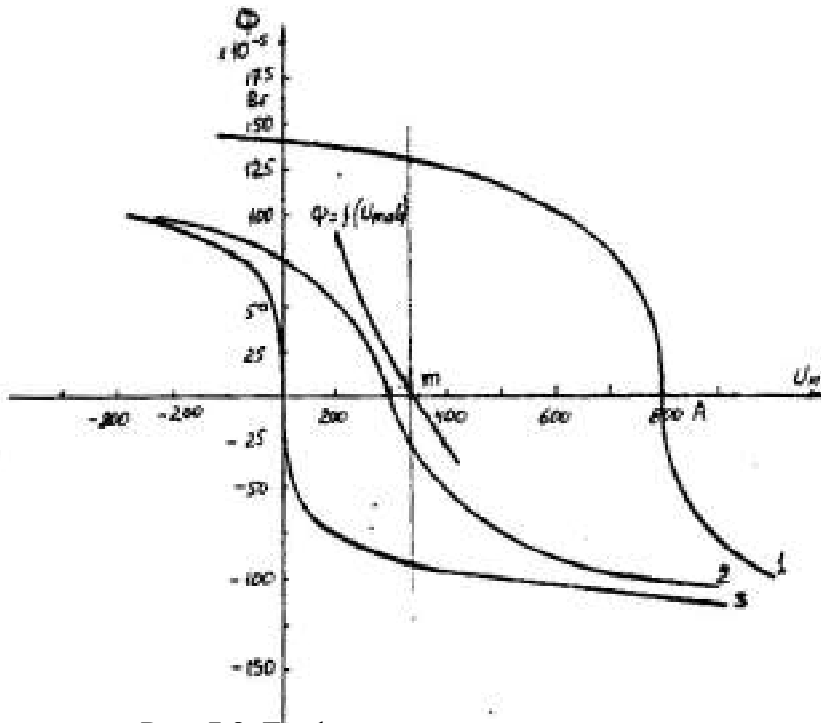


Рис. 7.8. Графическое решение задачи

и кривая 3 (рис. 7.7) проходит через начало координат.

Построим кривую $\Phi = \int (U_{Mab})$ (рис. 7.8)

$$\text{Где } \Phi = \Phi_1 + \Phi_2 + \Phi_3$$

Точка (m) пересечения кривой $\Phi = \int (U_{Mab})$ с осью абсцисс дает значение U_{Mab} , удовлетворяющее первому закону Кирхгофа $\Phi_1 + \Phi_2 + \Phi_3 = 0$.

Восстановим в этой точке перпендикуляр к оси абсцисс. Ординаты пересечения перпендикуляра с кривыми дадут значения магнитных потоков в ветвях;

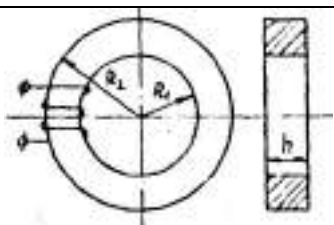
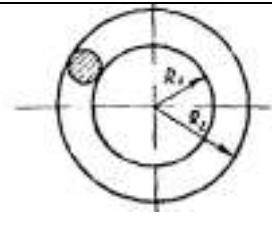
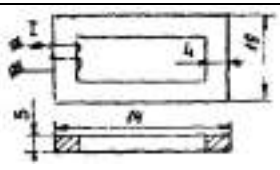
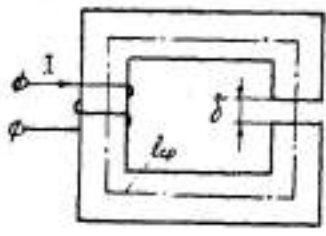
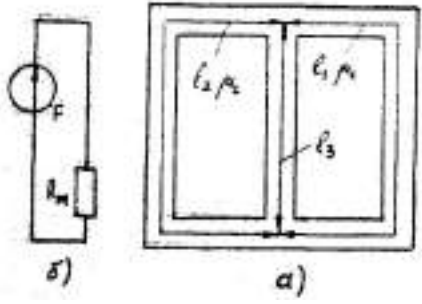
$$\Phi_1 = 126,2 \cdot 10^{-5} \text{ Вб}; \Phi_2 = -25 \cdot 10^{-5} \text{ Вб}; \Phi_3 = -101,2 \cdot 10^{-5} \text{ Вб}.$$

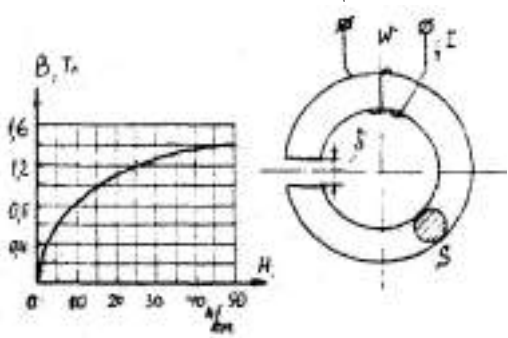
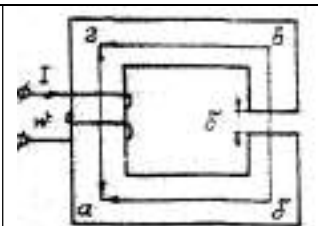
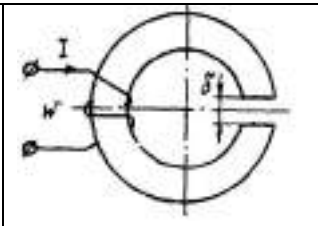
В результате расчета потоки Φ_2 и Φ_3 , оказались отрицательными. Это означает, что в действительности они направлены противоположно выбранным ранее для них направлениям, показанным на рис. 7.2 и рис. 7.6.

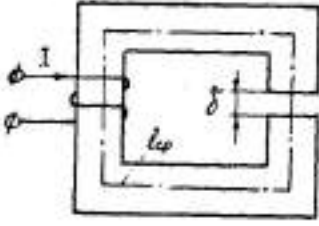
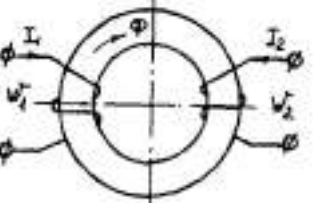
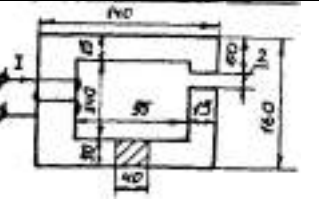
Задания к задаче 7.1.

Таблица 7.3

Номер варианта	Содержание задания

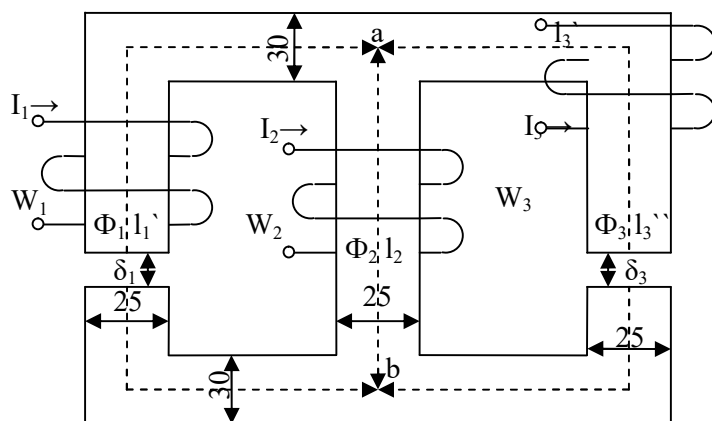
1	Катушка с количеством витков $w = 1000$ равномерно намотана на ферромагнитный сердечник с размерами: $R_1 = 8$ см; $R_2 = 12$ см, $h = 15$ см. Значение магнитного потока $\Phi = 0,025$ Вб, магнитная проницаемость $\mu = 2080$. Определить ток в катушке.	
2	На ферромагнитный сердечник равномерно намотана обмотка, $w = 2000$ витков. По обмотке протекает ток $I = 0,1$ А. Магнитная проницаемость $\mu = 1000$. Определить значение магнитного потока в сердечнике.	
3	Определить ток в катушке, если значение магнитного потока в сердечнике с магнитной проницаемостью $\mu = 1000$, $\Phi = 0,025$ Вб. Число витков $w = 1500$.	
4	Катушка равномерно намотана на ферромагнитный сердечник с размерами $R_1 = 8$ см, $R_2 = 12$ см (см. рис. варианта 2). Магнитный поток в сердечнике $\Phi = 50 \cdot 10^{-3}$ Вб создается намагничивающей силой $F = 4000$ А. Определить магнитную проницаемость сердечника μ	
5	В стальном сердечнике, кривая намагничивания которого представлена на рис. варианта 10, магнитная индукция $B = 1,2$ Тл, $l_{cp} = 30$ см. Какой воздушный зазор δ нужно сделать в сердечнике, чтобы индукция уменьшилась в 1,5 раза. Ток в катушке поддерживается постоянным.	
6	Катушка равномерно намотана на сердечник (см. рис. варианта 1) с размерами: $R_1 = 10$ см; $R_2 = 14$ см. Магнитная проницаемость сердечника $\mu = 1000$; число витков обмотки $W = 1000$; сила тока в обмотке $I = 0,2$ А. Определить значение магнитного потока в сердечнике.	
7	 Магнитопровод (рис .a) с одинаковым сечением всех ветвей $S = 1$ см² имеет размеры: $l_1 = l_2 = 125,2$ см; $l_3 = 62,5$ см; $\mu_1 = 200$; $\mu_2 = 100$; $\mu_3 = 100$. Такой	

	магнитопровод можно заменить эквивалентной схемой (рис 6), эквивалентное магнитное сопротивление R_m .	
8	Катушка, намотанная на тороидальный сердечник круглого сечения, имеет $N=200$ витков. Размеры сердечника (см. рис. варианта 2): $R_1=10$ см; $R_2=20$ см; $\mu=800$. Определить максимальное значение магнитной индукции внутри сердечника, ток в катушке $I = I_A$.	
9	Определить индуктивность L катушки, если магнитная проницаемость сердечника $\mu=10^{-3}$ Гн/м. Число витков $N=100$. Размеры сердечника указаны на рис. варианта 3 в сантиметрах.	
10	Намагничивающая сила катушки $f=1860$ А; длина средней линии кольца $l_{cp}=69,9$ см; сечение $S=10$ см²; зазор $\delta=0,1$ см. Пользуясь характеристикой стали $B=f(H)$, вычислить, магнитный поток в кольце. 	
11	На участке $ab\gamma\delta$ стальной сердечник имеет сечение $S_1=12$ см², длина средней линии на этом участке $l=22$ см. На участке $a\gamma$ сечение сердечника $S_2=6$ см². Намагничивающая сила обмоток $F=450$ А; магнитный поток $\Phi=6 \cdot 10^{-4}$ Вб. Кривая намагничивания представлена на рис. Варианта 10. Определить длину участка $a\gamma$, если величина воздушного зазора $\delta=0,1$ мм.	
12	Найти R_m воздушного зазора постоянного магнита и магнитный поток, если $\delta=0,5$ см, площадь поперечного сечения воздушного зазора $S=1,5$ см². Магнитное напряжение на воздушном зазоре 1920 А.	
13	Длина стальной части сердечника $l_{cp}=138$ см; воздушный зазор $\delta=0,1$ мм. Кривая намагничивания материала сердечника представлена на рис. варианта 10. Определить намагничивающую силу F обмотки, которая создала бы в воздушном зазоре индукцию $B=1$ Тл.	

14	В стальном сердечнике, кривая намагничивания которого представлена на рис. варианта 10, магнитная индукция $B=1$ Тл, $l_{cp}=20$ см. Какой воздушный зазор δ нужно сделать в сердечнике, чтобы индукция уменьшилась в два раза. Ток в катушке поддерживается постоянным.	
15	На стальное кольцо, средняя длина которого, $l_{cp}=120$ см, намотаны две обмотки: $W_1=100$ витков и $W_2=500$ витков. Известен ток второй обмотки $I_2=2$ А и кривая намагничивания сердечника (см. рис. варианта 10). Определить ток первой обмотки, который обеспечил бы в сердечнике индукцию $B=1,2$ Тл	
16	Определить МДС и ток обмотки, если в воздушном зазоре цепи требуется получить $B_\delta=1,4$ Тл. Число витков обмотки $W=1000$, кривая намагничивания стали приведена на рис. варианта 10.	
17	для магнитопровода, изображенного на рис. варианта 5, задано: $l_1=15$ см; $l_2=5$ см; $\delta=2$ мм; $l_3=l_5=6$ см, $l_4=17$ см; $l_6=32$ см; $H_1=H_2=H_3=H_4=H_5=H_6=8$ А/см; $W=100$ витков. Определить ток.	
18	Пользуясь характеристикой стали $B=f(H)$, изображенной на рис. варианта 10, вычислить магнитный поток в кольце, если намагничивающая сила катушки $F=2000$ А; длина средней линии кольца 75 см; $S=10$ см; зазор $\delta=0,1$ см.	
19	Определить индуктивность L катушки, если абсолютная магнитная проницаемость сердечника $\mu = 3 \cdot 10^4$ Гн/м. Число витков $W=200$. Размеры сердечника указаны на рис. варианта 3 в сантиметрах.	
20	Катушка намотана на ферромагнитный сердечник (рис. варианта 1). размеры сердечника: $R_1=10$ см; $R_2=16$ см; $h=16$ см. Значение магнитного потока $\Phi=0,040$ Вб, магнитная проницаемость $\mu=2080$. Определить число витков катушки при токе $I=2$ А.	
21	Длина стальной части сердечника, представленного на рис. варианта 10 $l_{cp}=69,9$ см, воздушный зазор $\delta=0,1$ мм. Кривая намагничивания материала сердечника представлена на рис. варианта 10. Определить намагничивающую силу F обмотки, которая создала бы в воздушном зазоре индукцию $B=3$ Тл.	

22	Определить число витков обмотки, если в воздушном зазоре цепи требуется получить $B_\delta = 2,6$ Тл. Ток, протекающий по обмотке, $I = 10$ А. Кривая намагничивания стали приведена на рис. варианта 10.	
23	Найти R_m , воздушного зазора постоянного магнита и магнитный поток, если $\delta = 0,2$ см, площадь поперечного сечения воздушного зазора $S_\delta = 1,5$ см ² . Магнитное напряжение на воздушном зазоре 2400 А.	
24	Определить значение магнитного потока сердечника, изображенном на рис. варианта 1. Размеры сердечника $R_1 = 12$ см; $R_2 = 18$ см; $h = 10$ см. По обмотке с числом витков $W = 3000$ протекает ток $I = 2$ А. Магнитная проницаемость $\mu = 1000$.	

2.2. Разветвленная цепь синусоидального тока.



$$\begin{aligned}
 l_1' &= 0,24 \text{ м} & S_1 &= 9 \text{ см}^2 & U_{\text{Mab}} &= ? \\
 l_2 &= 0,138 \text{ м} & S_2 &= 7,5 \text{ см}^2 & \Phi &= \int (U_{\text{ab}}) \\
 l_3'' &= 0,14 \text{ м} & S_3'' &= 7,5 \text{ см}^2 & \Phi_1, \Phi_2, \Phi_3 &= ? \\
 l_3' &= 0,1 \text{ м} & S_3' &= 9 \text{ см}^2 & &
 \end{aligned}$$

Рис. 7.9.

Таблица 7.4

Варианты	$I_1 W_1$, А	$I_2 W_2$, А	$I_3 W_3$, А	δ_1 , мм	δ_2 , мм	δ_3 , мм
1	300	800	0	0	0,05	0,22
2	0	300	550	0,05	0,11	0
3	600	0	300	0,22	0	0,11
4	800	400	0	0	0,22	0,11
5	0	500	600	0,11	0	0,05
6	600	0	0	0	0,05	0,11
7	300	500	0	0,22	0	0,05
8	0	300	800	0,11	0,22	0
9	800	0	600	0,05	0	0,22

10	600	300	0	0,22	0,11	0
11	0	300	600	0	0,22	0,11
12	400	0	800	0,11	0	0,22
13	500	300	0	0,22	0,05	0
14	0	800	300	0	0,11	0,22
15	800	0	300	0,11	0,05	0
16	400	600	0	0,05	0	0,11
17	0	600	400	0	0,22	0,05
18	800	0	300	0,22	0,11	0
19	500	800	0	0,15	0	0,11
20	0	500	400	0	0,15	0,11
21	550	0	600	0,22	0,15	0
22	500	600	0	0,05	0	0,15
23	0	600	300	0	0,11	0,15
24	300	0	600	0,15	0,05	0

Задача 8. ТРАНСФОРМАТОРЫ

Условие задачи.

Паспортные данные трансформатора берут из табл. 8.1, где:

m - число фаз, $m=3$;

ВН/НН- N - схема и группа соединения обмоток;

S_H - номинальная полная мощность;

$U_{ВН}$ - номинальное (линейное) напряжение обмотки ВН;

$U_{НН}$ - номинальное (линейное) напряжение обмотки НН;

P_{OH} - потери холостого хода (мощность холостого хода при номинальном напряжении);

P_{KH} - потери короткого замыкания (мощность короткого замыкания при напряжении короткого замыкания);

u_K - напряжение короткого замыкания, %, где $u_K = [U_{KH}/U_H] \cdot 100\%$;

i_0 - ток холостого хода, %, где $i_0 = [I_{0H}/I_{1H}] \cdot 100\%$.

При всех расчетах первичной считать обмотку ВН.

Последовательность решения.

По известным паспортным данным сделать следующие расчеты и построения:

1. Начертить схему соединения обмоток трансформатора заданной группы и построить векторную диаграмму напряжений для доказательства, что начерченная схема соответствует заданной группе.

2. На схеме соединения обмоток трансформатора показать линейные и фазные напряжения и токи,

3. Определить номинальные фазные значения напряжений и токов ВН и НН: U_{1H} , U_{2H} , I_{1H} , I_{2H} .

4. Рассчитать коэффициент трансформации - K .

5. Определить параметры Т-образной электрической схемы замещения трансформатора: R_m , X_m , R_l , R'_2 , X_l , X'_2 (при расчете полагать $R_l = R_2$ и $X_l = X'_2$). Начертить Т-образную схему замещения с указанием всех параметров и величин.

6. Рассчитать параметры короткого замыкания R_K , X_K , Z_K , $u_{ка}(\%)$, $u_{кр}(\%)$.

7. Составить упрощенную электрическую схему замещения трансформатора и определить фазные значения тока I_2 и напряжения U_2 при включении во вторичную цепь обмотки нагрузки Z_H (см. табл. 8.1). При расчете определить в комплексной форме приведенные значения тока I'_2 и напряжения U'_2 а затем их действующие значения I_2 , U_2 .

Таблица 8.1

Исходные данные для задачи 8

Номер вари- анта	ВН/НН-N	S_K , кВА	$U_{ЛН}^{ВН}$, кВ	$U_{ЛН}^{НН}$, кВ	$P_{0Н}$, Вт	$P_{КН}$, Вт	U_K , %	I_0 , %	Z_H , Ом
1	Y/Δ - 11	160	35	0,4	700	2650	6,5	2,4	$3+j3$
2	Y/Y _N - 0	160	35	0,69	700	2650	6,5	2,4	$3+j2,25$
3	Y/Δ - 11	250	35	0,4	1000	3700	6,5	2,3	$3+j2,25$
4	Y/Y _N - 0	250	35	0,69	1000	3700	6,5	2,3	$1,6+j1,2$
5	Y/Δ - 11	400	6	0,4	2180	3700	3,5	2,1	$1,2+j0,9$
6	Y/Y _N - 0	400	6	0,69	2180	3700	3,5	2,1	$1,1+j1,0$
7	Y/Δ - 11	630	6	0,4	1560	8500	5,5	2,0	$0,8+j0,6$
8	Y/Y _N - 0	630	6	0,69	1560	8500	5,5	2,0	$0,7+j0,7$
9	Y/Δ - 11	320	6	0,4	1675	2630	2,5	2,2	$1,6+j1,2$
10	Y/Y _N - 0	320	6	0,69	1675	2630	2,5	2,2	$1,4+j1,4$
11	Y/Y _N - 0	630	35	0,69	1900	7600	6,5	2,0	$0,7+j0,7$
12	Y/Δ - 11	630	35	0,4	1900	7600	6,5	2,0	$0,6+j0,8$
13	Y/Y _N - 0	400	35	0,69	1350	5500	6,5	2,1	$1,0+j1,0$
14	Y/Δ - 11	400	35	0,4	1350	5500	6,5	2,1	$0,6+j0,8$
15	Y/Y _N - 0	250	6	0,23	660	3700	4,5	4	$0,2+j0,15$
16	Δ/Y _N - 11	250	10	0,69	660	4200	4,7	4	$2+j1,5$
17	Y/Δ - 11	400	10	0,23	920	5500	4,5	3,5	$0,4+j0,3$
18	Δ/Y _N - 11	400	6	0,69	920	5900	4,5	3,5	$1,2+j0,9$
19	Y/Y _N - 0	630	10	0,4	1310	7600	5,5	3	$0,4+j0,3$
20	Δ/Y _N - 11	630	6	0,69	1310	8500	5,5	3	$0,8+j0,6$
21	Y/Δ - 11	200	6	0,4	875	2535	2,8	2,5	$2,4+j1,8$
22	Y/Y _N - 0	200	6	0,69	875	2535	2,8	2,5	$2,4+j1,8$
23	Y/Y _N - 0	250	6	0,4	740	3350	3,4	2,3	$2+j1,5$
24	Y/Y _N - 0	250	6	0,69	740	3350	3,4	2,3	$2+j1,5$

8. Определить значение коэффициента нагрузки при включении во вторичную цепь нагрузки Z_H и оптимальные значения коэффициента нагрузки трансформатора $\beta_{\text{опт}}$.

9. Рассчитать изменение вторичного напряжения при:

а) включении во вторичную цепь нагрузки Z_H ;

б) оптимальном коэффициенте нагрузки $\beta_{\text{опт}}$ и $\cos \varphi_2 = 0,95$ (созф2 устанавливает предприятию энергоснабжающая организация).

10. Определить КПД трансформатора при:

а) включении во вторичную цепь нагрузки Z_H ;

б) оптимальном коэффициенте нагрузки fW и $\cos \varphi_2 = 0,95$. Сравнить полученные в пунктах а и б значения к. п. д. и сделать вывод.

Методические рекомендации.

При расчете многофазных симметричных электрических цепей переменного тока расчеты выполняют, как правило, на одну фазу, т. е. используя фазные значения напряжений и токов, а все энергетические параметры: мощности на входе и выходе, потери и т. п. обычно рассчитывают на все фазы, паспортные данные по мощности указаны также на все фазы.

Например:

$$S = m \cdot I_{\phi} \cdot U_{\phi}; P = m \cdot I_{\phi} \cdot U_{\phi} \cdot \cos \varphi_{\phi}; \Delta P = m \cdot R \cdot I_{\phi}^2 \text{ и т. д., где } m - \text{число фаз.}$$

К пункту 7. При переходе от Т-образной электрической схемы замещения приведенного трансформатора к упрощенной пренебрегают током холостого хода ($I_0 = 0$). В этом случае приведенный трансформатор заменяется эквивалентной электрической схемой замещения, представляющей собой комплекс полного сопротивления короткого замыкания

$$Z_K = R_K + jX_K.$$

К пункту 8. Оптимальным называется значение коэффициента нагрузки, соответствующее максимальному к. п. д. трансформатора при заданном коэффициенте мощности.

Задача 9. АСИНХРОННЫЙ ДВИГАТЕЛЬ С ФАЗНЫМ РОТОРОМ

Условие задачи.

Известны следующие технические данные асинхронного двигателя с фазным ротором, предназначенного для работы в сети с частотой $f = 50$ Гц (табл. 9.1):

- число фаз $m = 3$;
- схема соединения фаз обмотки статора Δ/Y ;
- число полюсов $2p$;
- номинальная мощность (полезная) $P_{2н}$;
- номинальное линейное напряжение обмотки статора $U_{лн}(\Delta)/U_{лн}(Y) = 220/380$ В (для

всех вариантов задачи);

- номинальный к. п. д. η_n
- номинальный коэффициент мощности $\cos \varphi_n$;
- номинальная частота вращения $n_{2н}$;
- кратность номинального момента $K_M = M_{max}/M_{ном}$;
- активное сопротивление фазы обмотки статора R_1
- активное сопротивления фазы обмотки ротора R_2 ;
- схема соединения фаз обмотки ротора Y ;
- линейная э. д. с. неподвижного ротора $E_{2л}$
- индуктивное сопротивление рассеяния фазы обмотки неподвижного ротора X_2 .

Последовательность решения.

1. Определить следующие значения, соответствующие номинальному режиму:

- номинальные полную S_n , активную $P_{1н}$ и реактивную $Q_{1н}$ мощности на зажимах обмотки статора асинхронного двигателя;

- номинальные фазные напряжение $U_{1н}$ и ток $I_{1н}$ статора;
- фазную э. д. с. неподвижного ротора E_2 ;
- номинальное скольжение S_n ;
- номинальный момент на валу $M_{2н}$;

2. Начертить электрические схемы замещения фазы обмотки вращающегося и неподвижного ротора и рассчитать:

а) для вращающегося ротора:

- частоту э. д. с. и тока ротора в номинальном режиме $f_{2н}$;
- номинальную фазную э. д. с. ротора E_{2Sn} индуктивное сопротивление рассеяния фазы ротора в номинальном режиме X_{2Sn} ;

Таблица 9.1

Исходные данные к задаче 9

Номер варианта	Тип двигателя	$2p$	$P_{2н}, \text{ кВт}$	$\eta_n, \%$	$\cos \varphi_n$	$n_{2н}, \text{ об/мин}$	K_M	$R_1, \text{ Ом}$	$E_{2л}, \text{ В}$	$R_2, \text{ Ом}$	$X_2, \text{ Ом}$
0	4АК16034УЗ	4	11,0	86,5	0,86	1438	3,2	0,373	305	0,321	0,576
1	4АК160М4УЗ	4	14,0	88,0	0,87	1448	3,5	0,255	300	0,207	0,385

2	4AK180M4Y3	4	18,5	89,5	0,88	1457	4,0	0,135	294	0,125	0,232
3	4AK200M4Y3	4	22,0	90,0	0,87	1467	4,0	0,124	338	0,107	0,309
4	4AK2004Y3	4	30,0	90,0	0,87	1462	4,0	0,099	349	0,0964	0,281
5	4AK1606Y3	6	7,7	88,5	0,77	951	3,5	0,664	300	0,518	0,906
6	4AKГ60M6Y3	6	10,0	84,5	0,76	959	3,8	0,401	310	0,358	0,800
7	4AK180M6Y3	6	13,0	86,0	0,86	957	4,0	0,267	324	0,317	0,608
8	4AK200M6Y3	6	18,5	88,5	0,81	971	3,5	0,168	360	0,190	0,387
9	4AK2006Y3	6	22,0	88,0	0,80	969	3,5	0,149	330	0,143	0,308
10	4AK225M6Y3	6	30,0	90,0	0,85	976	2,5	0,106	141	0,015	0,046
11	4AK1608Y3	8	5,5	80,0	0,70	706	2,5	0,887	301	0,861	1,605
12	4AK160M8Y3	8	7,1	82,0	0,70	712	3,0	0,622	290	0,537	1,413
13	4AK180M8Y3	8	11,0	85,5	0,72	718	3,5	0,333	267	0,253	0,684
14	4AK200M8Y3	8	15,0	86,0	0,73	719	3,0	0,233	356	0,322	0,625
15	4AK2008Y3	8	18,5	87,0	0,73	727	3,0	0,187	301	0,1405	0,366
16	4AHK1604Y3	4	14,0	85,0	0,85	1425	3,0	0,358	328	0,349	0,572
17	4AHK160M4Y3	4	17,0	87,5	0,87	1441	3,5	0,229	314	0,210	0,388

18	4АНК1804УЗ	4	22,0	87,0	0,86	1423	3,2	0,163	299	0,190	0,315
19	4АНК180М4УЗ	4	30,0	90,0	0,86	1450	3,2	0,097	291	0,088	0,164
20	4АНК1806УЗ	6	13,0	83,5	0,81	940	3,0	0,363	204	0,173	0,240
21	4АНК180М6УЗ	6	18,5	85,0	0,82	941	3,0	0,241	336	0,326	0,466
22	4АНК200М6УЗ	6	22,0	89,0	0,81	967	3,0	0,1505	379	0,201	0,514
23	4АНК1808УЗ	8	11,0	85,0	0,76	711	3,2	0,417	315	0,431	0,640
24	4АНК180М8УЗ	8	14,0	86,5	0,77	722	3,5	0,303	307	0,235	0,392
25	4АНК200М8УЗ	8	18,5	86,5	0,78	721	2,5	0,242	382	0,283	0,734
26	4АНК2008УЗ	8	22,0	86,0	0,79	713	2,5	0,1905	330	0,244	0,470

- номинальный фазный ток ротора $I_{2н}$;
- приведенный номинальный фазный ток $I'_{2н}$; б) для неподвижного ротора:
- фазный ток ротора I_2 ;
- приведенные значения R'_2 , X'_2 , E'_2 , I'_2 .

Сравнить вычисленные значения фазного тока $I_{2н}$ и I_2 (или $I'_{2н}$ и I'_2).

3. Рассчитать энергетические параметры асинхронного двигателя, работающего в номинальном режиме:

- номинальные электромагнитную мощность $P_{эм.н}$ и электромагнитный момент $M_{эм.н}$;
- номинальную полную механическую мощность $P_{мех.н}$;
- сумму потерь $\Sigma \Delta P$;
- построить энергетическую диаграмму преобразования активной энергии при работе двигателя в номинальном режиме.

4. Вычислить значение критического скольжения $S_{кр}$ при работе асинхронного двигателя с закороченным ротором (без добавочного сопротивления в цепи ротора); определить параметры короткого замыкания R_K и X_K асинхронного двигателя.

5. Начертить электрическую схему пуска асинхронного двигателя с фазным ротором.

6. В одной системе координат построить следующие механические характеристики $n_2 = f(M_{эм})$.

- естественную при соединении обмотки статора в треугольник и подключении к сети с линейным напряжением 220 В и закороченной обмоткой ротора;
- искусственную при том же соединении обмотки статора и включении в цепь ротора пускового реостата R_a сопротивление которого необходимо выбрать таким образом, чтобы

начальный пусковой момент был равен максимальному ($M_{\Pi}=M_{max}$). Рассчитать значение этого сопротивления.

Методические рекомендации.

К пункту 2. В связи с тем, что в асинхронном двигателе с фазным ротором число фаз обмотки статора всегда равно числу фаз обмотки ротора ($m_1 = m_2$), коэффициент приведения э. д. с. равен коэффициенту приведения токов ($K_E = K_I$). Коэффициент приведения э. д. с. можно определить из паспортных данных

$$K_E = K_{об1} W_1/K_{об2} W_2 = U_{1н}/E_2. (9.1)$$

К пункту 3. Добавочные потери в асинхронном двигателе могут быть определены по формуле

$$\Delta P_D = 0,005 P_{1н} (I_1/I_2)^2. (9.2)$$

К пункту 4. Значение критического скольжения можно рассчитать по упрощенной формуле Клосса

$$M_{эм}/M_{max} = 2/(S/S_{кр} + S_{кр}/S) = 1/K_M. (9.3)$$

При решении квадратного уравнения необходимо выбрать корень, удовлетворяющий условию $S_{кр} > S_{н}$.

Также значение критического скольжения можно рассчитать по формуле

$$S_{кр} = R'_2 / \sqrt{R_1^2 + X_2^2}. (9.4)$$

Индуктивное сопротивление X_k можно определить из

$$M_{max} = \left(\frac{m_1}{2\Omega_1} \right) \left(\frac{U_{1н}^2}{R_1 + \sqrt{R_1^2 + X_2^2}} \right), (9.5)$$

где $\Omega_1 = \omega_1/p = 2\pi f_1/p$ - угловая скорость вращения магнитного поля в воздушном зазоре.

Задача 10. ДВИГАТЕЛЬ ПОСТОЯННОГО ТОКА ПАРАЛЛЕЛЬНОГО ВОЗБУЖДЕНИЯ

Условие задачи.

Известны следующие технические данные двигателя постоянного тока параллельного возбуждения (табл. 10.1):

- номинальная полезная мощность $P^{\wedge}$,
- номинальное напряжение якоря и обмотки возбуждения $E_{н}$;
- номинальная частота вращения $n_{н}$;
- номинальный к. п. д. %;
- сопротивление обмотки добавочных полюсов $R_{ин.}$;
- сопротивление обмотки параллельного возбуждения $Z_в$;
- падение напряжения на щетках $\Delta U_{щ} = 2$ В при $I_{щ} = I_{н}$, $\Phi = \Phi_0$.

Исходные данные для задачи 10

Таблица 10.1

Номер варианта	$P_{2н},$ кВт	$U_{н},$ В	$n_{н},$ об/мин	$\eta_{н},$ %	$R_a,$ Ом	$R_{ДП},$ Ом	$r_B,$ Ом	$R_p,$ Ом	$r_p,$ Ом
1	1,0	110	3000	71,5	0,6	0,35	365	5 R_a	r_B
2	0,9	110	2000	73,0	0,64	0,4	340	7 R_a	0,5 r_B
3	1,3	110	3150	76,0	0,36	0,36	340	9 R_a	r_B
4	0,55	220	3000	71,0	1,0	0,55	222	10 R_a	0,5 r_B
5	0,75	110	3000	78,5	0,64	0,4	720	4 R_a	r_B
6	1,2	220	2200	76,5	0,79	0,33	103	6 R_a	0,5 r_B
7	2,0	110	3000	78,5	0,2	0,14	265	8 R_a	r_B
8	1,1	220	1500	74,0	2,2	1,57	81	10 R_a	0,5 r_B
9	1,7	110	2200	77,0	0,29	0,24	295	5 R_a	r_B

10	2,2	220	3150	81,0	0,52	0,51	81	7 R _a	0,5 r _B
11	1,5	110	1590	70,0	0,42	0,36	181	9 R _a	r _B
12	2,5	220	2200	76,0	0,79	0,68	39,4	4 R _a	0,5 r _B
13	3,4	110	3350	79,5	0,46	0,05	96,3	6 R _a	r _B
14	5,3	220	3000	80,0	0,24	0,2	25,3	8 R _a	0,5 r _B
15	1,4	110	3000	78,5	0,2	0,13	403	10 R _a	r _B
16	1,6	110	790	68,0	0,47	0,31	134	5 R _a	0,5 r _B
17	7,0	110	2200	81,0	0,07	0,05	111	7 R _a	r _B
18	4,0	220	1500	79,0	0,56	0,34	35	9 R _a	0,5 r _B
19	10,5	440	3000	85,0	0,56	0,34	25,6	4 R _a	r _B
20	1,9	110	750	71,0	0,32	0,27	138	6 R _a	0,5 r _B
21	3,0	220	1000	75,5	0,88	0,64	37,5	8 R _a	r _B
22	5,5	110	1500	80,0	0,88	0,07	101	10 R _a	0,5 r _B
23	8,5	440	2240	84,5	0,67	0,45	25	5 R _a	r _B
24	3,7	220	2360	81,0	0,35	0,22	54,5	7 R _a	0,5 r _B

Последовательность решения.

1. Начертить электрическую схему двигателя постоянного тока параллельного возбуждения с включением добавочных регулировочных резисторов в цепь якоря R_P и в цепь обмотки возбуждения r_B .

2. Определить номинальную мощность на входе двигателя P_{IH} , номинальные токи якоря I_{AH} и возбуждения i_{BH} и номинальный момент на валу двигателя M_{2H} .

3. Рассчитать и построить в одной системе координат механические характеристики двигателя постоянного тока, включенного в сеть с номинальным напряжением U_H :

а) естественную ($R_P = 0$; $r_B = 0$);

б) искусственную при включении регулировочного реостата в цепь якоря ($R_P \neq 0$; $r_B = 0$);

в) искусственную при включении регулировочного реостата в цепь возбуждения ($R_P = 0$; $r_B \neq 0$).

4. Объяснить, что произойдет с работающим двигателем при обрыве в цепи возбуждения, если система автоматической защиты из-за неисправности не отключит вовремя двигатель от сети.

5. Рассчитать максимальные значения сопротивления пускового реостата R_{max} , включенного в цепь якоря, при реостатном способе пуска двигателя, если известно, что пусковой ток не должен превышать двойного номинального значения ($I_{АП} \leq 2I_{AH}$).

Методические рекомендации.

К пункту 2. В двигателе постоянного тока параллельного возбуждения номинальный ток $I_H = I_{AH} + i_{BH}$

К пункту 3. Для решения задачи необходимо рассчитать произведение конструктивной постоянной электрической машины на номинальный магнитный поток $c\Phi$, при U_n . Это значение можно определить из паспортных данных двигателя, используя выражения:

$$E_A = c\Phi_H \Omega_H$$

$$E_A = U_H - I_{AH}(R_a + R_{дп}) - \Delta U_{ш}$$

где E_A - э.д.с. якоря; Ω_H - угловая скорость двигателя постоянного тока; R_a - сопротивление обмотки якоря.

СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Бессонов Л. А.** Теоретические основы электротехники. Ч. 1. Электрические цепи. М.: Высшая школа. 1996. 628 с.
2. **Каплянский А. Е., Лысенко А. П., Полотовский Л. С.** Теоретические основы электротехники / Под ред. А. Е. Каплянского. М.: Высшая школа, 1972. 447 с.
3. **Нейман Л.Р., Демирчан К.С.** Теоретические основы электротехники. Т. 1: Ч. 1. Основные понятия и законы теории электромагнитного поля и теории электрических и магнитных цепей. Ч. 2. Теория линейных электрических цепей. Л.: Энергоиздат. Ленинградское отделение, 1981. 533 с.
4. **Нейман Л. Р., Демирчан К. С.** Теоретические основы электротехники. Т. 2: Ч. 3. Теория нелинейных электрических и магнитных цепей. Ч. 4. Теория электромагнитного поля. Л.: Энергоиздат. Ленинградское отделение. 1981. 415 с.
5. **Атабеков Г. И.** Основы теории цепей: Учебник для вузов. М: Энергия, 1969. 424 с.
6. **Атабеков Г. И. и др.** Теоретические основы электротехники. Ч. 2. Нелинейные цепи. М.: Энергия, 1970. 232 с.
7. **Нейман Л. Р., Демирчан К. С.** Теоретические основы электротехники: Учебник для вузов. В 2-х тт. Том 2. 3-е изд., перераб. и доп. Л.: Энергоиздат. Ленинградское отделение, 1981. 416 с.

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»



УТВЕРЖДАЮ

Проректор по учебно-методическому
комплексу
С.А.Упоров

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ОРГАНИЗАЦИИ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ

Б1.О.23 ЭЛЕКТРОТЕХНИКА

Специальность

15.05.01 Проектирование технологических машин и комплексов

Специализация № 24

Проектирование технологических машин и комплексов

Екатеринбург

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	3
ВИДЫ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТА	4
МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ПОДГОТОВКЕ КО ВСЕМ ВИДАМ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ	4
Повторение материала лекций и самостоятельное изучение курса	4
Подготовка к практическим занятиям и лабораторным работам	5
Подготовка и написание контрольной работы	6
МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ПОДГОТОВКЕ К ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ.....	7
Подготовка к зачёту	7

ВВЕДЕНИЕ

Самостоятельная работа студентов – это разнообразные виды деятельности студентов, осуществляемые под руководством, но без непосредственного участия преподавателя в аудиторное и/или внеаудиторное время.

Это особая форма обучения по заданиям преподавателя, выполнение которых требует активной мыслительной, поисково-исследовательской и аналитической деятельности.

Методологическую основу самостоятельной работы студентов составляет деятельностный подход, когда цели обучения ориентированы на формирование умений решать типовые и нетиповые задачи, то есть на реальные ситуации, где студентам надо проявить знание конкретной дисциплины, использовать внутрипредметные и межпредметные связи.

Цель самостоятельной работы – закрепление знаний, полученных на аудиторных занятиях, формирование способности принимать на себя ответственность, решать проблему, находить конструктивные выходы из сложных ситуаций, развивать творческие способности, приобретение навыка организовывать своё время

Кроме того самостоятельная работа направлена на обучение студента осмысленно и самостоятельно работать сначала с учебным материалом, затем с научной информацией, заложить основы самоорганизации и самовоспитания с тем, чтобы привить умение в дальнейшем непрерывно повышать свой профессиональный уровень.

Самостоятельная работа реализует следующие задачи:

- систематизация и закрепление полученных теоретических знаний и практических умений студентов;
- углубление и расширение теоретических знаний;
- формирование умений использовать нормативную, правовую, справочную документацию и специальную литературу;
- развитие познавательных способностей и активности студентов: творческой инициативы, самостоятельности, ответственности и организованности;
- формирование самостоятельности мышления, способностей к саморазвитию, самосовершенствованию и самореализации;
- формирование практических (общеучебных и профессиональных) умений и навыков;
- развитие исследовательских умений;
- получение навыков эффективной самостоятельной профессиональной (практической и научно-теоретической) деятельности.

В учебном процессе выделяют два вида самостоятельной работы:

- аудиторная;
- внеаудиторная.

Аудиторная самостоятельная работа по дисциплине выполняется на учебных занятиях под непосредственным руководством преподавателя и по его заданию.

Внеаудиторная самостоятельная работа – планируемая учебная, учебно-исследовательская, научно-исследовательская работа студентов, выполняемая во внеаудиторное время по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия.

Самостоятельная работа, не предусмотренная образовательной программой, учебным планом и учебно-методическими материалами, раскрывающими и конкретизирующими их содержание, осуществляется студентами инициативно, с целью реализации собственных учебных и научных интересов.

Для более эффективного выполнения самостоятельной работы по дисциплине преподаватель рекомендует студентам источники и учебно-методические пособия для работы, характеризует наиболее рациональную методику самостоятельной работы, демонстрирует ранее выполненные студентами работы и т. п.

ВИДЫ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТА

Основные формы организации самостоятельной работы студентов определяются следующими параметрами:

- содержание учебной дисциплины;
- уровень образования и степень подготовленности студентов;
- необходимость упорядочения нагрузки студентов при самостоятельной работе.

В соответствии с реализацией рабочей программы дисциплины в рамках самостоятельной работы студенту необходимо выполнить следующие виды работ:

для подготовки ко всем видам текущего контроля:

- повторение материала лекций;
- самостоятельное изучение курса;
- подготовка к практическим занятиям и лабораторным работам;
- подготовка к контрольной работе, написание контрольной работы;
- выполнение и написание курсовой работы (проекта);

для подготовки ко всем видам промежуточной аттестации:

- подготовка к зачёту;
- подготовка к экзамену.

Особенностью организации самостоятельной работы студентов является необходимость не только подготовиться к сдаче зачета /экзамена, но и собрать, обобщить, систематизировать, проанализировать информацию по темам дисциплины.

Технология организации самостоятельной работы студентов включает использование информационных и материально-технических ресурсов образовательного учреждения.

Самостоятельная работа может осуществляться индивидуально или группами студентов как online, так и на занятиях в зависимости от цели, объема, конкретной тематики самостоятельной работы, уровня сложности, уровня умений студентов.

В качестве форм и методов контроля внеаудиторной самостоятельной работы студентов могут быть использованы обмен информационными файлами, семинарские занятия, тестирование, опрос, доклад, реферат, самоотчеты, контрольные работы, защита контрольных и курсовых работ (проектов), защита зачётных работ в виде доклада с презентацией и др.

Текущий контроль результатов внеаудиторной самостоятельной работы студентов осуществляется в пределах времени, отведенного на обязательные учебные занятия по дисциплине.

Промежуточный контроль результатов внеаудиторной самостоятельной работы студентов осуществляется в пределах времени, отведенного для сдачи экзамена / зачёта.

В методических указаниях по каждому виду контроля представлены материалы для самостоятельной работы и рекомендации по организации отдельных её видов.

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ПОДГОТОВКЕ КО ВСЕМ ВИДАМ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ

Повторение материала лекций и самостоятельное изучение курса

Лекционный материал по дисциплине излагается в виде устных лекций преподавателя во время аудиторных занятий. Самостоятельная работа студента во время лекционных аудиторных занятий заключается в ведении записей (конспекта лекций).

Конспект лекций, выполняемый во время аудиторных занятий, дополняется студентом при самостоятельном внеаудиторном изучении некоторых тем курса. Самостоятельное изучение тем курса осуществляется на основе списка основной и дополнительной литературы к дисциплине.

Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины приведён в рабочей программе дисциплины.

Рекомендуемые задания для самостоятельной внеаудиторной работы студента, направленные на повторение материала лекций и самостоятельное изучение тем курса:

для овладения знаниями:

- конспектирование текста;
- чтение основной и дополнительной литературы;
- составление плана текста;
- работа со словарями, справочниками и нормативными документами;
- просмотр обучающих видеозаписей.

для закрепления и систематизации знаний:

- работа с конспектом лекций;
- повторная работа над учебным материалом;
- составление таблиц для систематизации учебного материала;
- изучение нормативных материалов;
- составление плана и тезисов ответа на вопросы для самопроверки;
- ответы на вопросы для самопроверки;
- составление библиографических списков по изучаемым темам.

для формирования навыков и умений:

- выполнение рисунков, схем, эскизов оборудования;
- рефлексивный анализ профессиональных умений.

Тематический план изучения дисциплины и содержание учебной дисциплины приведены в рабочей программе дисциплины.

Вопросы для самопроверки приведены учебной литературе по дисциплине или могут быть предложены преподавателем на лекционных аудиторных занятиях после изучения каждой темы.

Подготовка к практическим занятиям и лабораторным работам

Практические занятия по дисциплине выступают средством формирования у студентов системы интегрированных умений и навыков, необходимых для освоения профессиональных компетенций, а также умений определять, разрабатывать и применять оптимальные методы решения профессиональных задач.

На практических занятиях происходит закрепление теоретических знаний, полученных в ходе лекций, осваиваются методики и алгоритмы решения типовых задач по образцу и вариантных задач, разбираются примеры применения теоретических знаний для практического использования, выполняются доклады с презентацией по определенным учебно-практическим, учебно-исследовательским или научным темам с последующим их обсуждением.

Рекомендуемые задания для самостоятельной внеаудиторной работы студента, направленные на подготовку к практическим занятиям:

для овладения знаниями:

- чтение основной и дополнительной литературы;
- работа со словарями, справочниками и нормативными документами;
- просмотр обучающих видеозаписей.

для закрепления и систематизации знаний:

- работа с конспектом лекций;
- ответы на вопросы для самопроверки;
- подготовка публичных выступлений;
- составление библиографических списков по изучаемым темам.

для формирования навыков и умений:

- решение задач по образцу и вариативных задач;
- выполнение рисунков, схем, эскизов оборудования;

- рефлексивный анализ профессиональных умений.

Тематический план изучения дисциплины и содержание учебной дисциплины приведены в рабочей программе дисциплины.

Лабораторные занятия по дисциплине выступают средством формирования у студентов навыков работы с использованием лабораторного оборудования, планирования и выполнения экспериментов, оформления отчётной документации по выполнению лабораторных работ.

Рекомендуемые задания для самостоятельной внеаудиторной работы студента, направленные на подготовку к лабораторным занятиям:

для овладения знаниями:

- изучение методик работы с использованием различных видов и типов лабораторного оборудования;
- изучение правил безопасной эксплуатации лабораторного оборудования;
- работа со словарями, справочниками и нормативными документами.

для закрепления и систематизации знаний:

- составление плана проведения эксперимента;
- составление отчётной документации по результатам экспериментирования;
- аналитическая обработка результатов экспериментов.

для формирования навыков и умений:

- выполнение рисунков, схем, эскизов оборудования;
- оформление отчётной документации по выполнению лабораторных работ.

Подготовка и написание контрольной работы

Контрольная работа – индивидуальная деятельность обучающегося по концентрированному выражению накопленного знания, обеспечивает возможность одновременной работы всем обучающимся за фиксированное время по однотипным заданиям, что позволяет преподавателю оценить всех обучающихся. Контрольная работа является средством проверки умений применять полученные знания для решения задач определенного типа по теме или разделу.

Рекомендуемые задания для самостоятельной внеаудиторной работы студента, направленные на подготовку к контрольной работе:

для овладения знаниями:

- чтение основной и дополнительной литературы;
- работа со словарями, справочниками и нормативными документами.

для закрепления и систематизации знаний:

- работа с конспектом лекций;
- ответы на вопросы для самопроверки.

для формирования навыков и умений:

- решение задач по образцу и вариативных задач;
- выполнение рисунков, схем, эскизов оборудования;
- оформление отчётной документации по выполнению контрольной работы.

Контрольная работа может быть выполнена в виде доклада с презентацией.

Доклад с презентацией – это публичное выступление по представлению полученных результатов знаний по определенной учебно-практической, учебно-исследовательской или научной теме.

При подготовке доклада с презентацией обучающийся должен продемонстрировать умение самостоятельного изучения отдельных вопросов, структурирования основных положений рассматриваемых проблем, публичного выступления, позиционирования себя перед коллективом, навыки работы с библиографическими источниками и оформления научных текстов.

В ходе подготовки к докладу с презентацией обучающемуся необходимо:

- выбрать тему и определить цель выступления;
- осуществить сбор материала к выступлению;
- организовать работу с источниками;
- -во время изучения источников следует записывать вопросы, возникающие по мере ознакомления, ключевые слова, мысли, суждения; представлять наглядные примеры из практики;
- сформулировать возможные вопросы по теме доклада, подготовить тезисы ответов на них;
- обработать материал и представить его в виде законченного доклада и презентации.

При выполнении контрольной работы в виде доклада с презентацией самостоятельная работа студента включает в себя:

для овладения знаниями:

- чтение основное и дополнительной литературы по заданной теме доклада;
- составление плана доклада;
- работа со словарями, справочниками и нормативными документами;
- просмотр обучающих видеозаписей по теме доклада

для закрепления и систематизации знаний:

- составление плана и тезисов презентации по теме доклада;
- составление презентации;
- составление библиографического списка по теме доклада;
- подготовка к публичному выступлению;
- составление возможных вопросов по теме доклада и ответов на них.

для формирования навыков и умений:

- публичное выступление;
- выполнение рисунков, схем, эскизов оборудования;
- рефлексивный анализ профессиональных умений.

Варианты контрольных работ и темы докладов приведены в комплекте оценочных средств дисциплины.

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ПОДГОТОВКЕ К ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

Подготовка к зачёту

Зачёт по дисциплине может быть проведён в виде теста или включать в себя защиту контрольной работы (доклад с презентацией).

Тест – это система стандартизированных заданий, позволяющая автоматизировать процедуру измерения уровня знаний и умений обучающегося.

При самостоятельной подготовке к зачёту, проводимому в виде теста, студенту необходимо:

- проработать информационный материал (конспект лекций, учебное пособие, учебник) по дисциплине; проконсультироваться с преподавателем по вопросу выбора дополнительной учебной литературы;
- выяснить условия проведения теста: количество вопросов в тесте, продолжительность выполнения теста, систему оценки результатов и т. д.;
- приступая к работе с тестом, нужно внимательно и до конца прочитать вопрос и предлагаемые варианты ответов, выбрать правильные (их может быть несколько),

на отдельном листке ответов вписать цифру вопроса и буквы, соответствующие правильным ответам.

В процессе выполнения теста рекомендуется применять несколько подходов в решении заданий. Такая стратегия позволяет максимально гибко оперировать методами решения, находя каждый раз оптимальный вариант. Не нужно тратить слишком много времени на трудный вопрос, а сразу переходить к другим тестовым заданиям, к трудному вопросу можно обратиться в конце. Необходимо оставить время для проверки ответов, чтобы избежать механических ошибок.

Зачёт также может проходить в виде защиты контрольной работы (доклад с презентацией). Методические рекомендации по подготовке и выполнению доклада с презентацией приведены в п. «Подготовка и написание контрольной работы».

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»



УТВЕРЖДАЮ

Проректор по учебно-методическому
Комплексу _____ С.А. Упоров

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ И ЗАДАНИЯ
К КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЕ

Б1.О.24 ЭЛЕКТРОПРИВОД ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ МАШИН

Специальность

15.05.01 Проектирование технологических машин и комплексов

Специализация

Проектирование технологических машин и комплексов

форма обучения: очная

Автор: Стариков В. С., доцент, канд. техн. наук.

Одобрены на заседании кафедры

Электрификации горных предприятий

(название кафедры)

Зав. кафедрой _____

(подпись)

Садовников М. Е.

(Фамилия И.О.)

Протокол № 1 от 01.09.2023

(Дата)

Рассмотрены методической комиссией
факультета

Горно-механический

(название факультета)

Председатель _____

(подпись)

Осипов П.А.

(Фамилия И.О.)

Протокол № 2 от 20.10.2023

(Дата)

Екатеринбург

СОДЕРЖАНИЕ

Введение.....	3
1. Указания по выполнению контрольной работы.....	3
2. Учебно-методическое обеспечение дисциплины.....	4
Приложения:	
Схема электроснабжения карьера.....	6
Варианты заданий к контрольной работе.....	6

ВВЕДЕНИЕ

Цель дисциплины: получение базовых знаний для дальнейшего освоения дисциплин специального курса; формирование у студентов необходимых знаний и умений по современному электрическому приводу, что позволит им успешно решать теоретические и практические задачи в их профессиональной деятельности.

Целью методических рекомендаций является повышение эффективности процесса обучения по основной образовательной программе путем правильной организации и выполнения контрольной работы.

Контрольная работа предназначена для выработки умения дать лаконичный аргументированный полный ответ на вопрос изучаемого курса, снабженный выводами. Написание ее требует самостоятельности и ответственного отношения, способности работать с литературой по проблеме, знаний истории и теории вопроса, основных теоретических положений. Объем работы не должен превышать 8-10 страниц печатного или рукописного текста, и содержать титульный лист, основную часть работы, список использованной литературы.

1. УКАЗАНИЯ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ

Контрольная работа предназначена для закрепления теоретического материала, приобретения навыков выполнения электротехнических расчетов и пользования справочной специализированной литературой.

Контрольная работа выполняется студентами по вариантам исходных данных, которые задаются преподавателем каждому студенту индивидуально. Исходные данные по вариантам заданий соответствуют схеме электроснабжения карьера (рис. 1) и приведены в табл.1 Приложения к настоящим методическим указаниям.

Контрольная работа выполняется на белой бумаге формата А4 с применением персонального компьютера шрифтом Times New Roman (размер шрифта 14, межстрочный интервал 1,5). В исключительных случаях допускается представить контрольную работу, выполненную аккуратно в ученической тетради рукописным образом. Выполненная контрольная работа должна быть сдана на кафедру ЭГП и зарегистрирована не позднее дня проведения предэкзаменационной консультации.

При выполнении контрольной работы необходимо придерживаться следующих общих требований:

- ✓ принятые решения должны иметь обоснования, сопровождаемые соответствующими расчетами и пояснениями;
- ✓ при выборе электрооборудования необходимо приводить его основные технические характеристики;
- ✓ схемы должны изображаться в условных графических обозначениях, предусмотренных действующими ГОСТ;
- ✓ работа выполняется с оставлением полей шириной 3 см для замечаний преподавателя.

При выполнении контрольной работы необходимо решить следующее:

1. выполнить расчет электрических нагрузок по карьере;
2. выбрать, при необходимости, средства компенсации реактивной мощности;
3. определить количество и мощность силовых трансформаторов на главной понижающей подстанции (ГПП);
4. определить мощность и выбрать ПКТП для ламп ДКсТ и для буровых станков;
5. выполнить расчет воздушных и кабельных ЛЭП карьера;
6. произвести расчет защитного заземления электроустановок карьера.

Расчет электрических нагрузок рекомендуется проводить по установленной мощности и коэффициенту спроса. Результаты расчетов следует представить в виде таблицы – формуляра электрических нагрузок. При составлении формуляра электрических нагрузок все электроприемники карьера независимо от их напряжения следует сгруппировать по отдельным воздушным ЛЭП (ВЛ-1, ВЛ-2, ВЛ-3).

Для выбора средств компенсации реактивной мощности необходимо, прежде всего, определить величину средневзвешенного коэффициента мощности по карьере. В зависимости от соотношения между расчетным значением и нормированным значением коэффициента реактивной мощности принимается решение о необходимости применения искусственной компенсации реактивной мощности. Методика выбора компенсирующих устройств изложена в [4].

Выбор числа и мощности трансформаторов на ГПП карьеров производится, исходя из расчетной нагрузки и категории электроприемников. При наличии на карьере электроприемников I и II категорий на ГПП устанавливается, как правило, не менее двух силовых трансформаторов, что необходимо для резервирования питания. Трансформаторы принимаются, как правило, одинаковой мощности, которая определяется с учетом их перегрузочной способности и требований по резервированию [4]. По величине расчетной мощности с помощью справочной литературы, указанной в [4], выбираются соответствующие трансформаторы.

При определении мощности силового трансформатора ПКТП для питания лампы ДКСТ следует учитывать его несимметричную работу. Расчетная мощность может быть определена по соответствующим выражениям, приведенным в [4].

Мощность силового трансформатора ПКТП для питания бурового станка определяется по суммарной установленной мощности электроприемников бурового станка с учетом группового коэффициента спроса, величина которого зависит от количества электроприемников в группе и может быть определена по соответствующим выражениям, приведенным в [4]. Выбранный трансформатор для ПКТП бурового станка должен быть проверен по условию прямого пуска наиболее мощного в группе асинхронного электродвигателя с короткозамкнутым ротором.

При расчете воздушных и кабельных ЛЭП карьера необходимо выбрать марку и сечение проводов воздушных ЛЭП (ВЛ-1, ВЛ-2, ВЛ-3), марку и сечение токоведущих жил кабелей для питания экскаваторов и буровых станков. При расчете воздушных ЛЭП следует учитывать, что ВЛ-1 является стационарной, а ВЛ-2 и ВЛ-3 являются передвижными. Гибкие кабели горных машин карьеров относятся к временным ЛЭП. Применяемые методы расчета воздушных и кабельных ЛЭП карьеров приведены в [4].

При расчете защитного заземления электроустановок карьера необходимо определить тип и количество электродов центрального заземлителя и сечение заземляющих проводников. Расчет производится для наиболее удаленного от центрального заземлителя электроприемника карьера. Центральный заземлитель сооружается, как правило, на борту карьера вблизи от ГПП. Методика расчета защитного заземления электроустановок карьеров изложена в [4].

На основании проведенных расчетов необходимо изобразить схему электроснабжения карьера с указанием на ней типов электрооборудования, марок воздушных и кабельных ЛЭП.

2. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

1. Чеботаев Н. И. Электрооборудование и электроснабжение открытых горных работ: Учебник для вузов. – М.: Изд-во «Горная книга», 2006. – 474 с.

2. Электрификация горного производства: Учебник для вузов: В 2 т. / Под ред. Л. А. Пучкова и Г. Г. Пивняка. – М.: Изд-во Московского государственного горного университета, 2007. – Т.1. – 511 с.
3. Электропривод и электрификация приисков: Учебник для вузов / Г. А. Багаутинов, Ю. А. Марков, А. П. Маругин, В. С. Стариков. – М.: Недра, 1989. – 303 с.
4. Стариков В. С. Электроснабжение карьера (прииска): Учебно-методическое пособие. Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2005. 27 с.
5. Бекетов В. Ф. Методические разработки по лабораторным работам по электрооборудованию для студентов неэлектрических специальностей. Часть 2. Екатеринбург: Изд-во УГГГА, 2000.

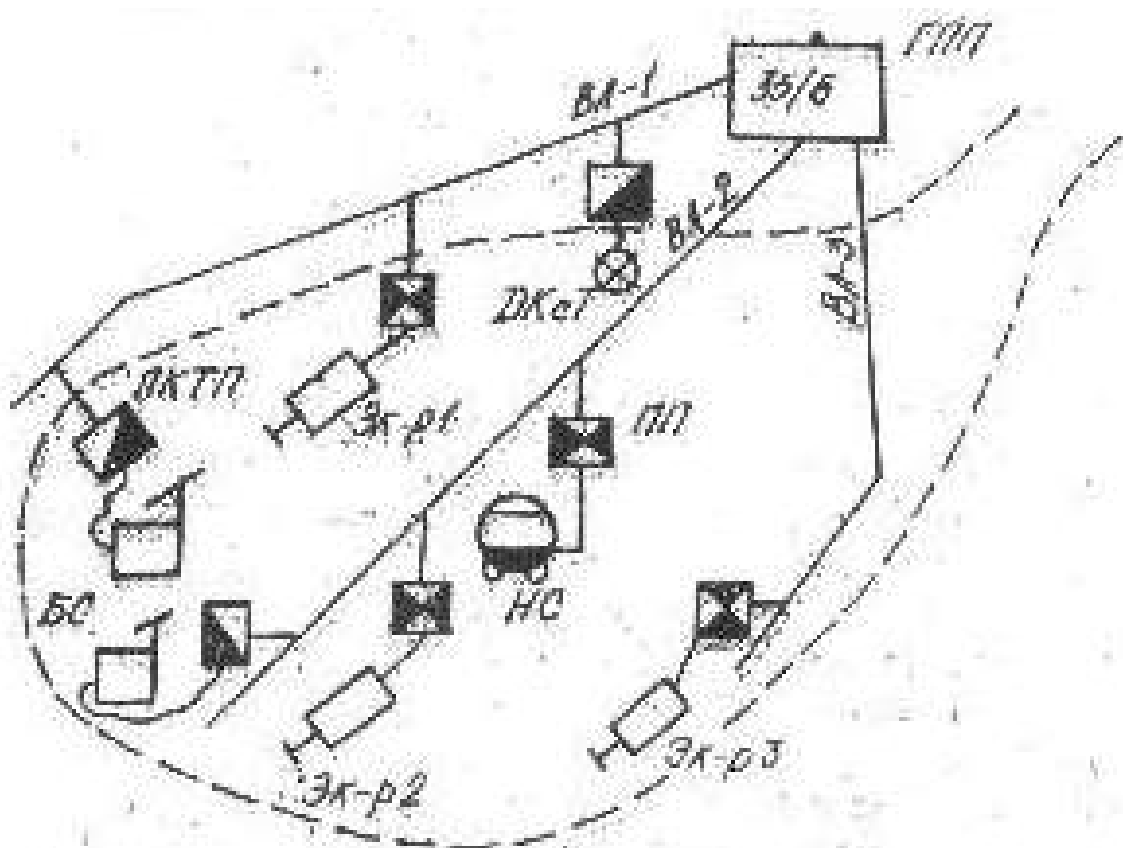


Рис. 1. Схема электроснабжения карьера

Варианты заданий к контрольной работе

Таблица 1

№ варианта	Тип экскаватора			Тип бур. станка (БС)	Мощность дв-ля насоса (НС), кВт	Мощность лампы ДКСТ, кВт	Протяженность ВЛ, км		
	Эк-р 1	Эк-р 2	Эк-р 3				ВЛ-1	ВЛ-2	ВЛ-3
1	ЭКГ-8У	ЭКГ-8Н	ЭКГ-8Н	СБШ-250МН	500	20	0,8	1,8	1,5
2	ЭКГ-5У	ЭКГ-12	ЭКГ-12	СБШ-250МН	350	20	1,0	1,6	1,4
3	ЭКГ-5А	ЭКГ-12	ЭКГ-12	2СБШ-200	140	50	1,6	2,0	1,8
4	ЭКГ-8Н	ЭКГ-10	ЭКГ-8,3	СБШ-250	800	50	1,8	2,0	1,4
5	ЭКГ-10	ЭКГ-12У	ЭКГ-10	2СБШ-200	500	20	1,4	1,6	1,2

6	ЭКГ-12Ус	ЭКГ-5А	ЭКГ-5А	СБУ-160	350	20	2,0	1,8	1,6
7	ЭКГ-8У	ЭКГ-8Н	ЭКГ-8Н	СБО-2	200	100	1,8	1,6	1,4
8	ЭКГ-5У	ЭКГ-12	ЭКГ-12	СБШ-250	500	50	0,5	1,0	0,8
9	ЭКГ-8,3	ЭКГ-8Н	ЭКГ-8Н	2СБШ-200Н	350	20	0,6	0,8	1,2
10	ЭКГ-8Н	ЭКГ-5А	ЭКГ-5А	СВБ-2М	140	20	0,4	0,6	0,8
11	ЭКГ-12Ус	ЭКГ-8Н	ЭКГ-12	СБШ-250МН	500	50	1,0	1,2	0,8
12	ЭКГ-8У	ЭКГ-8Н	ЭКГ-8Н	2СБШ-200	800	100	0,8	1,0	1,4
13	ЭКГ-15	ЭКГ-10	ЭКГ-10	СБШ-320	500	20	1,6	1,6	1,2
14	ЭКГ-8У	ЭКГ-8Н	ЭКГ-10	СБР-160	300	50	2,0	2,0	1,8
15	ЭКГ-8Н	ЭКГ-10	ЭКГ-12	СБШ-250 МН	800	100	1,0	1,2	1,4
16	ЭКГ-10	ЭКГ-8И	ЭКГ-8И	СБШ-250	200	20	1,2	1,4	1,4
17	ЭКГ-12У	ЭКГ-10	ЭКГ-10	2СБШ-200	500	50	1,6	1,6	1,2
18	ЭКГ-5У	ЭКГ-5А	ЭКГ-5А	СБР-160	800	20	1,0	1,2	1,4
19	ЭКГ-15	ЭКГ-8Н	ЭКГ-8Н	2СБШ-200	800	20	1,5	1,7	1,6
20	ЭКГ-10	ЭКГ-12	ЭКГ-12	СБШ-320	500	50	0,8	1,0	1,2
21	ЭКГ-4,6Б	ЭКГ-8И	ЭКГ-12,5	СБШ-250МН	500	20	1,8	2,0	1,4
22	ЭВГ-6	ЭКГ-8	ЭКГ-12,5	СБШ-250МН	350	20	1,8	1,6	1,4
23	ЭВГ-15	ЭКГ-12,5	ЭКГ-12,5	СБШ-320	140	50	1,4	1,6	1,2
24	ЭКГ-8	ЭКГ-8	ЭКГ-10	СБШ-250	800	50	0,6	0,8	1,2
25	ЭКГ-8И	ЭКГ-10	ЭКГ-12,5	2СБШ-200	500	20	1,2	1,4	1,4
26	ЭШ-6/60	ЭКГ-5А	ЭКГ-5А	СБО-2	200	20	1,0	1,2	0,8
27	ЭШ-10/60А	ЭКГ-8	ЭКГ-8	2СБШ-200	500	50	0,80	1,0	1,4
28	ЭШ-10/70	ЭКГ-12,5	ЭКГ-12,5	СБР-160	800	20	0,6	0,8	1,2
29	ЭШ-14/75	ЭКГ-8И	ЭКГ-8И	2СБШ-200	400	50	1,0	1,2	1,4
30	ЭШ-15/90А	ЭКГ-4,6Б	ЭКГ-4,6Б	СБШ-320	500	50	1,5	1,7	1,6

Примечания: 1) длину экскаваторного кабеля принять 250 м;
2) длину кабеля для бурового станка принять 120 м.

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»



УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебно-методическому
Комплексу _____ С.А. Упоров

МЕТОДИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ
к самостоятельной работе студентов

Б1.О.24 ЭЛЕКТРОПРИВОД ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ МАШИН

Специальность

15.05.01 Проектирование технологических машин и комплексов

Специализация

Проектирование технологических машин и комплексов

форма обучения: очная

год набора: 2024

Автор: Закоптелков В. В., старший преподаватель

Одобрены на заседании кафедры

Электрификации горных предприятий

(название кафедры)

Зав. кафедрой _____

(подпись)

Садовников М. Е.

(Фамилия И.О.)

Протокол № 1 от 01.09.2023

(Дата)

Рассмотрены методической комиссией
факультета

Горно-механический

(название факультета)

Председатель _____

(подпись)

Осипов П.А.

(Фамилия И.О.)

Протокол № 2 от 20.10.2023

(Дата)

Екатеринбург

1. ВВЕДЕНИЕ

Методические материалы по самостоятельной работе студентов (СРС) определяют виды, требования к выполнению и отчетности, рекомендации по выполнению СРС.

Целью методических рекомендаций является повышение эффективности процесса обучения по основной образовательной программе путем правильной организации и выполнения самостоятельной работы.

Самостоятельная работа есть планируемая учебная, учебно-исследовательская, научно-исследовательская деятельность студентов, осуществляемая, в основном, во внеаудиторное время по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия. В настоящих методических указаниях предметом является самостоятельная учебная работа.

Основными видами самостоятельной учебной работы являются:

самовоспроизводящая – самостоятельное прочтение, просмотр, конспектирование учебной литературы и информации Интернет-ресурсов, прослушивание лекций, аудио- и видео-материалов, заучивание, пересказ, запоминание, повторение учебного материала и др.;

поисковая – подготовка сообщений, докладов, выступлений на семинарских и практических занятиях, подбор литературы по дисциплинарным проблемам и литературы по теме рефератов, контрольных и курсовых работ и др.;

творческая – написание рефератов, выполнение курсового проекта, подготовка выпускной работы (проекта), выполнение специальных заданий и др.

Самостоятельная учебная работа включает в себя:

- подготовку к аудиторным занятиям (лекциям, практическим, семинарским, лабораторным работам и др.) и выполнение соответствующих заданий;
- самостоятельную работу над отдельными темами учебных дисциплин в соответствии с учебно-тематическими планами;
- написание рефератов, докладов, эссе;
- подготовку ко всем видам практики и выполнение предусмотренных ими заданий;
- выполнение письменных контрольных и курсовых работ;
- подготовку ко всем видам контрольных испытаний, в том числе к коллоквиумам, экзаменам и зачетам, тестированию и интернет-тестированию, государственным экзаменам;
- подготовку к итоговой государственной аттестации, в том числе выполнение выпускной квалификационной работы (проекта) или магистерской диссертации;
- другие виды учебной деятельности, организуемой и осуществляемой вузом, факультетом или кафедрой.

Виды заданий для выполнения самостоятельной работы: сообщение или доклад на семинарском занятии, реферат, расчетно-графическая работа, курсовая работа и курсовой проект, выпускная квалификационная работа, магистерская диссертация. Темы заданий для выполнения учебной самостоятельной работы студентов указывает преподаватель.

Методические рекомендации к планированию и выполнению самостоятельной учебной работы

Приступая к изучению учебной дисциплины, следует ознакомиться с рабочей учебной программой или тематическим планом дисциплины (табл. 1), перечнем обязательной и дополнительной учебной, научной и методической литературы (раздел 4.1), получить в биб-

библиотеке рекомендованные учебники и учебно-методические пособия, завести новую тетрадь для конспектирования лекций и работы с первоисточниками.

Вопросы для экзамена, указанные в настоящих методических указаниях (раздел 3), могут быть использованы студентом для углубленного изучения содержания дисциплины. Студент имеет право выбирать дополнительно интересующие его темы для самостоятельной работы.

Студентам должны самостоятельно выполнять индивидуальные письменные задания и упражнения, предлагаемые при подготовке к учебным занятиям.

Серьезная организованная работа по подготовке к семинарским занятиям, написанию письменных работ значительно облегчит подготовку к экзаменам и зачетам. При подготовке к зачету, экзамену студент должен повторить, как правило, ранее изученный материал. В этот период играют большую роль подготовленные заранее записи и конспекты.

Контрольная работа (КР) предназначена для выработки умения дать лаконичный аргументированный полный ответ на вопрос изучаемого курса, снабженный выводами. Как правило, она выполняется студентами, обучающимися по заочной форме обучения. Написание ее требует самостоятельности и ответственного отношения, способности работать с литературой по проблеме, знаний истории и теории вопроса, основных теоретических положений. Успешное выполнение контрольной работы учитывается при выставлении экзаменационной оценки. Объем работы не должен превышать 8-10 страниц печатного или рукописного текста, и содержать титульный лист, основную часть работы, список использованной литературы.

Расчетно-графическая работа (РГР) содержит задание на выполнение законченного инженерного расчета по выбору или проверке узлов, или составных частей электротехнических систем в составе электротехнического комплекса.

Термин *реферат* (Р) имеет два смысла, во-первых, это краткое изложение содержания документа или его части, научной работы, включающее основные фактические сведения и выводы, необходимые для первоначального ознакомления с источниками и определения целесообразности обращения к ним и, во-вторых, это вид самостоятельной работы студента, под которым понимается краткое изложение в письменном виде или в форме публичного доклада содержания книги, учения, научного исследования и т.п., другими словами, это доклад на определенную тему, освещающий её вопросы на основе обзора литературы и других источников.

Рефераты в как вид самостоятельной работы студента оцениваются по следующим основным критериями: актуальность содержания, теоретический уровень, глубина и полнота анализа фактов, явлений, проблем, относящихся к теме; информационная насыщенность, новизна, оригинальность изложения вопросов; простота и доходчивость изложения; структурная организованность, логичность, грамматическая правильность и стилистическая выразительность; убедительность, аргументированность, практическая значимость и теоретическая обоснованность предложений и выводов.

Для выполнения самостоятельной работы других видов – курсовой работы и проекта, выпускной квалификационной работы, имеются соответствующие методические указания.

2.ТЕМАТИЧЕСКИЙ ПЛАН ДИСЦИПЛИНЫ

Для студентов очной формы обучения:

№	Тема	Контактная работа обучающихся с преподавателем			Практическая подготовка	Самостоятельная работа
		лекции	практич. занятия/ др. формы	лаборат. работы		
Основные сведения. История развития электропривода						
1.	Назначение и функции электропривода. Структура электропривода.	1	2			5
2.	Классификация электроприводов. Основные сведения из истории развития электропривода	1				5
Основы механики электропривода						
3.	Механические характеристики двигателя и рабочего механизма. Двигательный и тормозной режимы работы электродвигателя	1	2			5
4.	Уравнение движения электропривода. Приведение моментов и моментов инерции к валу электродвигателя	1	2			5
Физические процессы в электроприводах с машинами постоянного и переменного тока						
5.	Механические характеристики и режимы работы двигателя постоянного тока с независимого возбуждения	1		8		5
6.	Механические характеристики и режимы работы двигателя постоянного тока последовательного возбуждения	1	2			6
7.	Механические характеристики и режимы работы асинхронного двигателя	1		8		4
8.	Механические характеристики и режимы работы синхронного двигателя	1	2			4
9.	Механические характеристики и режимы работы вентильно-индукторного двигателя	1				6
Переходные процессы и энергетические характеристики электроприводов						
10.	Общие сведения. Переходные процессы, определяемые механической инерционностью электропривода	1	2			4
11.	Переходные процессы в электроприводе постоянного тока	1				4

№	Тема	Контактная работа обучающихся с преподавателем			Практическая подготовка	Самостоятельная работа
		лекции	практич. занятия/ др. формы	лаборат. работы		
12.	Переходные процессы в электроприводе переменного тока	1				4
13.	Энергетические показатели электропривода. Энергосбережение средствами электропривода	1				4
Элементы проектирования электропривода						
14.	Нагрузочные диаграммы и режимы работы электродвигателей. Расчёт мощности и выбор типа электродвигателя	1	2			4
15.	Проверка двигателя по нагреву в продолжительном и повторно-кратковременном режимах работы	2	2			4
	Подготовка к экзамену					9
	Контрольная работа					18
	ИТОГО	16	16	16		96

3. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К ЛЕКЦИОННОМУ КУРСУ

Лекционный курс по дисциплине «Электропривод технологических машин» начинается с рассмотрения общих сведений и история развития электропривода, назначение и функций электропривода, структуры электропривода, классификации электроприводов и основные сведения из истории развития электропривода.

Основы механики электропривода. Механические характеристики двигателя и рабочего механизма. Двигательный и тормозной режимы работы электродвигателя. Уравнение движения электропривода. Приведение моментов и моментов инерции к валу электродвигателя. Физические процессы в электроприводах с машинами постоянного и переменного тока. Механические характеристики и режимы работы двигателя постоянного тока с независимого возбуждения. Механические характеристики и режимы работы двигателя постоянного тока последовательного возбуждения. Механические характеристики и режимы работы асинхронного двигателя. Механические характеристики и режимы работы синхронного двигателя. Механические характеристики и режимы работы вентильно-индукторного двигателя.

Переходные процессы и энергетические характеристики электроприводов. Общие сведения. Переходные процессы, определяемые механической инерционностью электропривода. Переходные процессы в электроприводе постоянного тока. Переходные процессы в электроприводе переменного тока. Энергетические показатели электропривода. Энергосбережение средствами электропривода.

Элементы проектирования электропривода. Нагрузочные диаграммы и режимы работы электродвигателей. Расчет мощности и выбор типа электродвигателя. Проверка двигателя по нагреву в продолжительном и повторно-кратковременном режимах работы.

Более подробная информация по вопросам рабочей программы дисциплины ««Электропривод технологических машин» может быть получена студентами при проработке ос-

новой и дополнительной литературы, указанной в рабочей программе дисциплины. Не исключается использование ресурсов Интернета и печатной литературы, изданной в последние годы.

4. ВОПРОСЫ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

1. Структура и состав электропривода. Технический прогресс составляющих электропривода.
2. Регулируемые координаты электропривода. Качество регулирования координат.
3. Базовая модель механики электропривода. Уравнение движения. Ограничения на применение базовой модели.
4. Механические характеристики и их типы. Примеры механических характеристик. Типы момента.
5. Установившийся режим в механике электропривода. Устойчивые и неустойчивые режимы.
6. Приведение параметров механической части электропривода к валу двигателя. Влияние КПД механического преобразователя и режима работы на приведение параметров.
7. Электроприводы постоянного тока. Конструкция двигателя. Основные уравнения, характеристики.
8. Электроприводы постоянного тока. Конструкция двигателя. Энергетические режимы работы. Допустимая нагрузка.
9. Электроприводы постоянного тока. Основные уравнения и способы регулирования. Технические средства регулирования.
10. Электроприводы постоянного тока. Технические средства регулирования. Замкнутые структуры.
11. Электроприводы постоянного тока. Система «источник тока – двигатель». Способы реализации источника тока, ограничения на режимы работы.
12. Электроприводы постоянного тока с последовательным возбуждением. Уравнения и характеристики.
13. Асинхронный электропривод. Конструкция и принцип действия. Типы. Уравнения.
14. Асинхронный электропривод. Конструкция и принцип действия. Механические характеристики. Энергетические режимы работы.
15. Регулирование координат асинхронного электропривода. Технические средства регулирования.
16. Асинхронный электропривод. Конструкция и принцип действия. Механические характеристики. Допустимая нагрузка.
17. Асинхронный электропривод с фазным ротором. Способы регулирования. Каскадные схемы. КПД каскадных схем.
18. Синхронный электропривод. Типы. Конструкция и принцип действия.
19. Синхронный электропривод. Принцип действия. Уравнения. Характеристики. Допустимая нагрузка.
20. Синхронный электропривод. Принцип действия. Векторные диаграммы. Характеристики. Компенсация реактивной мощности средствами синхронного электропривода.
21. Вентильно-индукторный электропривод. Принцип действия. Характеристики. Перспективы использования.
22. Электрические преобразователи в электроприводе. Управляемые выпрямители. Регуляторы напряжения.
23. Электрические преобразователи в электроприводе. Преобразователи частоты со звеном постоянного тока. Принцип работы.

24. Электрические преобразователи в электроприводе. Широтно-импульсная модуляция напряжения фаз двигателя.
25. Динамические режимы в электроприводе. Условия возникновения. Типы изучаемых динамических режимов и характер переходных процессов.
26. Динамические режимы в электроприводе при малой индуктивности и быстром изменении воздействующего фактора.
27. Динамические режимы в электроприводе при малой индуктивности и медленном изменении воздействующего фактора.
28. Динамические режимы в электроприводе при малой индуктивности и медленном изменении воздействующего фактора.
29. Динамические режимы электропривода при существенной индуктивности. Пуск двигателя постоянного тока при существенной индуктивности цепи якоря. Условие возникновения колебаний скорости и тока вокруг точки статического равновесия.
30. Подчиненное регулирование координат. Принцип последовательной коррекции. Синтез регулятора для произвольного объекта.
31. Энергетика электропривода. Преобразование электрической энергии в механическую, типы потерь. Потери в установившихся режимах.
32. Энергетика электропривода. Потери в установившихся режимах. Кпд электрических машин, механических передач и электрических преобразователей при выходе из номинального режима.
33. Энергетика электропривода. Потери в динамических режимах при скачкообразном изменении воздействующего фактора.
34. Энергетика электропривода. Потери в динамических режимах при плавном изменении скорости холостого хода.
35. Элементы проектирования электроприводов. Нагрузочные диаграммы электропривода. Тепловая модель двигателя.
36. Элементы проектирования электроприводов. Тепловая модель двигателя. Режимы работы электропривода по продолжительности и частоте включений.
37. Элементы проектирования электроприводов. Принципы выбора двигателя и преобразователя.
38. Элементы проектирования электроприводов. Тепловая модель двигателя. Проверка двигателя методом средних потерь. Метод эквивалентной мощности.
39. Элементы проектирования электроприводов. Тепловая модель двигателя. Проверка двигателя методом эквивалентного тока. Метод эквивалентного момента.

5. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

5.1 Основная литература

№ п/п	Наименование	Кол-во экз.
1	Онищенко Г. Б. Электрический привод [Текст]: Учебн. для вузов – М.: РАСХН, 2003. – 320.: ил.	46
2	Ключев В. И. Теория электропривода [Текст]: учеб. для вузов / В. И. Ключев. - 3-е изд., перераб. и доп. – М.: Энергоатомиздат, 2001. - 704 с.: ил.	18

5.2 Дополнительная литература

№ п/п	Наименование	Кол-во экз.

3	Ильинский Н. Ф. Основы электропривода [Текст]: учебн. пособие для вузов. – 3-е изд., стереот. / Н. Ф. Ильинский. – М.: Издательский дом МЭИ, 2007. – 224 с.: ил.	46
4	Ситников Н. Б. Электрический привод [Текст]: конспект лекций / Н. Б. Ситников. - Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2004. - 280 с.	25
5	Чиликин М. Г. Общий курс электропривода [Текст]: учебн. для вузов. 6-е изд., перераб. и доп. / М. Г. Чиликин, А. С. Сандлер. - М.: Энергоиздат, 1981. - 575 с.	105
6	Бекетов В. Ф. Электропривод [Текст]: метод. указан. к лаб. раб. / В. Ф. Бекетов. - Екатеринбург: Изд. УГГА, 2000. – 74 с.	100
7	Электрический привод [Текст]: метод. указан. для проведения лаб. раб. / сост.: Н. Б. Ситников, В. Т. Трапезников, В. В. Елисеев. - Екатеринбург: Изд. УГГУ, 2005. - 63 с.	16
8	Ситников Н. Б. Электропривод [Текст]: учебно-метод. разработки к решению типовых задач по курсу «Электропривод» / Н. Б. Ситников. – Свердловск: Изд. СГИ, 1976. - 65 с.	50
9	Инжиниринг электроприводов и систем автоматизации [Текст]: учебн. пособие для студ. высш. учеб. заведений / М. П. Белов, О. И. Зементов, А. Е. Козярук [и др.]; под ред. В. А. Новикова, Л. М. Чернигова. - М.: Изд. центр «Академия», 2006. - 368 с.	15

5.3 Нормативные правовые акты

Об образовании [Электронный ресурс]: федеральный закон от 28 дек. 2012 г. (с доп. и изм.). - Режим доступа: ИПС «КонсультантПлюс».

6. ПЕРЕЧЕНЬ РЕСУРСОВ ИНФОРМАЦИОННО - ТЕЛЕКОММУНИКАЦИОННОЙ СЕТИ «ИНТЕРНЕТ», НЕОБХОДИМЫХ ДЛЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

1. Официальный сайт ПО Apache OpenOffice - свободный и открытый офисный пакет – <https://www.openoffice.org/ru/>
2. Владимирский электромоторный завод - <http://www.vemp.ru>

7. ПЕРЕЧЕНЬ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ, ИСПОЛЬЗУЕМЫХ ПРИ ОСУЩЕСТВЛЕНИИ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА ПО ДИСЦИПЛИНЕ, ВКЛЮЧАЯ ПЕРЕЧЕНЬ ПРОГРАММНОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ И ИНФОРМАЦИОННЫХ СПРАВОЧНЫХ СИСТЕМ

1. Microsoft Windows 10 Professional
2. Apache Open Office (бесплатный пакет офисных программ)

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»



УТВЕРЖДАЮ

Проректор по учебно-методическому комплексу
С.А. Упоров

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ОРГАНИЗАЦИИ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ И ЗАДАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Б1.О.25 АВТОМАТИЗАЦИЯ УПРАВЛЕНИЯ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИМИ МАШИНАМИ

Специальность

15.05.01 Проектирование технологических машин и комплексов

Специализация № 24

Проектирование технологических машин и комплексов

Автор: Лядский В. Л., доцент, к.т.н.

Одобрены на заседании кафедры

Автоматики и компьютерных технологий

(название кафедры)

Зав. кафедрой

(подпись)

Бочков В.С.

(Фамилия И.О.)

Протокол № 1 от 20.09.2023

(Дата)

Рассмотрены методической комиссией

Горно-механического факультета

(название факультета)

Председатель

(подпись)

Осипов П.А..

(Фамилия И.О.)

Протокол № 2 от 20.10.2023

(Дата)

Екатеринбург

ВВЕДЕНИЕ

При изучении дисциплины Б1.О.25 «Автоматизация управления технологическими машинами» обучающиеся должны знать, какие процессы управления технологическими машинами и комплексами автоматизированы и как построены соответствующие системы автоматизации.

Цель зачета: проверка приобретенных студентами навыков анализа систем автоматизации, оптимальных значений параметров объектов управления технологическими машинами.

1. РЕКОМЕНДАЦИИ ПО САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЕ

При самостоятельной работе обучающимся особое внимание необходимо обратить на терминологию, принятую при классификации технических средств автоматизации, виды датчиков и средств измерения, основные понятия проектирования систем автоматизации технологических машин, понимание и грамотное чтение схем автоматизации в соответствии с ГОСТ 221-208 и ГОСТ21-408, ГОСТ 21.101-2020, а также уровни управления. При подготовке к зачету обучающимся необходимо изучить примеры, рассмотренные на лекциях и практических занятиях, а также рекомендуемую учебную литературу.

2. ЗАДАНИЯ К ЗАЧЕТУ

При планировании зачета обучающимся выдают индивидуальные задания, в которых необходимо рассмотреть следующие элементы автоматизации технологических машин:

- датчики уровня давления, расхода, температуры, вибрации,
- устройства плавного пуска,
- устройства защитного отключения, контроля частоты вращения привода, натяжения каната,
- аппараты задания и контроля (АЗК), контроля скоростей и ускорений подъема сосудов, контроля давления в тормозных системах; контроля положения подъемных сосудов в стволе, контроля высоты переподъема сосудов,
- устройства противоаварийной защиты (ПАЗ).

Предлагаемые теоретические вопросы соответствуют заложенным в рабочей программе дисциплины компетенциям и предусматривают развернутый письменный ответ (приводятся ниже).

Вопросы для подготовки к зачету

1. Высшей ступенью механизации производственных процессов, называется...
2. Техническое устройство, выполняющее операции управления без непосредственного участия человека, называется ...
3. Совокупность действий, направленных на поддержание или улучшение функционирования управляемого объекта без непосредственного участия человека в соответствии с заданной целью управления - это ...
4. Создание условий, гарантирующих требуемое протекание любого процесса, называется ...
5. Машина, аппарат, агрегат, комплекс машин или система, в которых протекает процесс, подлежащий управлению, называются ...
6. Воздействие, подаваемое на объект с целью изменить ход процесса в соответствии с заданием, называется...

7. Совокупность автоматического управляющего устройства и объекта управления, связанных и взаимодействующих между собой в соответствии с алгоритмом управления, называют ...

8. Элемент блок-схемы, реализующий простейшую операцию и характеризующийся математическим выражением, называется...звеном.

9. Схема, в которой элементарные звенья, обозначенные буквами, соответствующими названиям отдельных электрических устройств, рассматривают с точки зрения динамики системы и описывают математическими уравнениями, называется...

10. Математические (алгебраические, дифференциальные, интегральные) уравнения в теории автоматического управления называются...

11. Схема с обозначением составных звеньев (блоков) по роду выполняемых функций, называется ...

12. Схема с обозначением составных звеньев (блоков) по роду выполняемых функций, называется ...

13. Физическая величина, характеризующая состояние объекта – это...

14. ...вырабатывается в управляющем устройстве в соответствии с алгоритмом управления в зависимости от истинного и предписанного значений управляемой величины.

15. Значение управляемой величины, которое следует поддерживать в данный момент времени для правильного протекания техпроцесса, называют ...

16. Фактическое значение управляющей величины называется ...

17. Разницу между заданным и действительными значениями называют ...

18. Совокупность потоков энергии или вещества, поступающих в объект управления или выходящих из него, возмущающие и управляющие воздействия, а также регулируемые параметрами – это...

19. .. . Физико-химические величины, характеризующие состояние технологического процесса в объекте управления - это...

20. Технологический параметр, значением которого управляют с помощью специальных технических средств, называется ...

21. Блочно-модульный принцип построения приборов и устройств позволяет

22. В зависимости от вида вспомогательной энергии, используемой в приборах и средствах автоматизации, их подразделяют на:

23. Система, алгоритм функционирования которой содержит предписание поддерживать значение управляемой величины постоянным, называется...

24. Система, алгоритм функционирования которой содержит предписание изменять управляемую величину в соответствии с заранее заданной функцией времени, называется...

25. Система, алгоритм функционирования которой содержит предписание изменять управляемую величину в соответствии с заранее неизвестной функцией времени, называется ...

26. Совокупность автоматического управляющего устройства и объекта управления, связанных и взаимодействующих между собой в соответствии с алгоритмом управления, называют ...

27. Управляющее устройство, осуществляющее регулирование, называется ...

28. Управление, осуществляемое с целью обеспечения равенства или близости управляемой величины $x(t)$ к ее заданному значению $x_z(t)$, называется...

29. Система, в которой не осуществляется контроль управляемой величины, т.е. входными воздействиями ее управляющего устройства являются только внешние (задающее и возмущающее) воздействия называется ...

30. Система, в которой входными воздействиями ее управляющего устройства являются как внешние (задающее), так и внутреннее (контрольное) воздействия, называется...

31. Система, в которой входными воздействиями ее управляющего устройства являются как внешние (задающее и возмущающее), так и внутреннее (контрольное) воздействия, называется...

32. Автоматическая система управления, в которой действуют аналоговые, определенные в каждый момент времени сигналы, называется ...

33. Автоматическая система управления, в которой действует хотя бы один цифровой, определенный только в некоторые моменты времени сигнал, называется ...

34. Измерение напряжения и силы тока вольтметрами и амперметрами называется ...

35. Наибольшую точность измерений физической величины обеспечивает метод сравнения с мерой, который называется ...

36. Измерения отношения величины к одноименной величине, играющей роль единицы, или измерения изменения величины по отношению к одноименной величине, принимаемой за исходную, являются

37. По способу нахождения числового значения физической величины измерения подразделяются на прямые, косвенные ...

38. Средство измерений, предназначенное для выработки сигнала измерительной информации в форме, удобной для передачи, дальнейшего преобразования, обработки и (или) хранения, но не поддающейся непосредственному восприятию наблюдателем, называется измерительным(ой) ...

39. Средство измерений, предназначенное для воспроизведения и (или) хранения физической величины одного или нескольких заданных размеров, значения которых выражены в установленных единицах и известны с необходимой точностью, называется ...

40. Свойство, определяемое отношением изменения выходного сигнала прибора к вызывающему его изменению измеряемой величины, называется ...

41. Схема автоматизации может быть выполнена разными способами:

42. в прямоугольнике, упрощенно изображающем технологический процесс;

43. При развёрнутом способе изображения схем автоматизации элементы систем в условных изображениях наносят:

44. Позиционные обозначения элементов систем на схеме автоматизации представляют:

45. Что должно быть на линиях связи входящих и выходящих из прямоугольника в нижней части поля чертежа системы автоматизации и изображающего принятую структуру технических средств:

46. Какая основная функция производственного или технологического процесса необходима для управления процессом сбора, переработки информации о ходе процесса и выработки команд для его корректировки?

47. Совокупность производственных участков – это ...

48. Труд, преимущественно связанный с использованием мускульных усилий человека и который характеризуется повышенной нагрузкой на опорно-двигательный аппарат и функциональные системы, обеспечивающие деятельность организма человека, называют...

49. Труд, связанный с использованием интеллектуальных возможностей человеческого организма и который характеризуется повышенной нагрузкой на головной мозг, центральную нервную систему, органы чувств, называют...

50. Применение энергии неживой природы в труде, обеспечивающее исключение людей из его выполнения или облегчение их труда при сохранении за ними управление этим процессом – это ...

51. Применение энергии неживой природы в процессе труда, обеспечивающее исключение участия людей в выполнении процесса и управление им – это ...

52. Операция визуального контроля невооруженным взглядом – это ...

53. Операция сверления электродрелью является – это ...

54. Расшифруйте общепринятое международное обозначение автоматизированной системы ERP

55. Расшифруйте общепринятое международное обозначение автоматизированной системы CAD

56. Расшифруйте общепринятое международное обозначение автоматизированной системы MES

57. Расшифруйте общепринятое международное обозначение автоматизированной системы SCADA
58. Расшифруйте общепринятое международное обозначение автоматизированной системы PLM
59. Как называют совокупность документов, описывающих технологию функционирования автоматизированной системы, методы выбора и применения пользователями технологических приемов для получения конкретных результатов при работе системы?
60. Как называют совокупность всех технических средств, используемых при функционировании автоматизированной системы?
61. Как называют совокупность математических методов, моделей и алгоритмов, примененных в автоматизированной системы?
62. Как называют совокупность программ на носителях данных и программных документов, предназначенная для отладки, функционирования и проверки работоспособности автоматизированной системы?
63. Как называют совокупность форм документов, классификаторов, нормативной базы и реализованных решений по объемам, размещению и формам существования информации, применяемой в автоматизированной системе при ее функционировании?
64. Как называют совокупность средств и правил для формализации естественного языка, используемых при общении пользователей и эксплуатационного персонала автоматизированной системы с комплексом средств автоматизации при её функционировании?
65. Как называют совокупность правовых норм, регламентирующих правовые отношения при функционировании автоматизированной системы и юридический статус результатов ее функционирования?
66. Как называют совокупность реализованных решений в автоматизированной системы по согласованию психологических, психофизиологических, антропометрических, физиологических характеристик и возможностей её пользователей с техническими характеристиками комплекса средств автоматизации и параметрами рабочей среды на рабочих местах персонала автоматизированной системы?
67. Свойство автоматизированной системы, характеризующее степень достижения целей, поставленных при ее создании, называют ...
68. Комплексное свойство двух и более автоматизированных систем, характеризующее их способностью взаимодействовать при функционировании, называют ...
69. Комплексное свойство автоматизированной системы, сохранять во времени в установленных пределах значения всех параметров, характеризующих способность автоматизированной системы выполнять свои функции в заданных режимах и условиях эксплуатации, называют ...
70. Способность автоматизированной системы изменяться для сохранения своих эксплуатационных показателей в заданных пределах при изменениях внешней среды, называют ...
71. Свойство автоматизированной системы, характеризующее способность выполнять установленный объем функций в условиях воздействий внешней среды и отказов компонентов системы в заданных пределах, называют ...
72. Свойство автоматизированной системы, характеризующее способность выполнять свои функции в условиях воздействия помех, называют ...
73. Как достигается сокращение номенклатуры средств автоматизации?
74. Конструктивная совместимость изделий предусматривает...
75. АСУ ТП, комплектуемые из приборов электрической ветви, имеют преимущества...
76. В качестве аналоговых сигналов выбирают
77. Дискретные сигналы делят на две группы ...
78. Автоматическое управление исполнительным устройством технологического оборудования по заранее введенной управляющей программе, называют ...

79. Управление исполнительным устройством технологического оборудования, при котором осуществляется программирование последовательности выполнения его движения, называют ...

80. Управление исполнительным устройством технологического оборудования, при котором движение его рабочего органа происходит по заданным точкам без контроля траектории движения между ними, называют ...

81. Управление исполнительным устройством технологического оборудования, при котором движение его рабочего органа происходит по заданной траектории с установленным распределением во времени значений скорости, называют ...

82. Управление исполнительным устройством технологического оборудования с автоматическим изменением управляющей программы в функции от контролируемых параметров состояния внешней среды, называют ...

83. Управляющую систему, часть функций которой, главным образом функцию принятия решений, выполняет человек-оператор, называют ...

84. Воздействие на объект управление, предназначенное для достижения цели управление, называют ...

85. Воздействие на управляющий объект, предназначенное для изменения цели управление, называют ...

86. Характеристика (координата) объекта управление, значения которой зависят от управляющих воздействий и показывают степень достижения цели управление, называют ...

87. Объект, для достижения желаемых результатов функционирования которого необходимы и допустимы специально организованные воздействия, называют ...

88. Объект, предназначенный для осуществления управление, называют ...

89. Первичный преобразователь, в котором изменения значений выходного воздействия или сигнала с заданной точностью соответствуют изменениям значений входного воздействия или сигнала, называют ...

90. Первичный преобразователь, в котором изменения значений выходного воздействия или сигнала происходят дискретно, когда значения входного воздействия или сигнала достигают заранее заданных значений, называют ...

91. Управляющее устройство, осуществляющее автоматическое управление посредством аппаратной реализацией алгоритмов управление, называют ...

92. Управляющее устройство, осуществляющее автоматическое управление посредством программной реализации алгоритмов управление, называют ...

93. Проектно-компоновочные комплекты чертежей систем автоматизации определяют:

94. Документ Заказчика определяющий порядок проектирования.

95. Общие требования к разработке чертежей определены в:

96. Какие стадии проектирования:

97. Содержание и характеристика проектной документации по системам автоматизации определяются в:

98. Чертежи определяющие подключение оборудования и элементы технических средств автоматизации

99. Чертежи, определяющие состав щитов и пультов.

100. Где определен порядок выполнения элементов схем автоматизации. (Условные графические обозначения элементов схем и буквенно-цифровые):

3. ЛИТЕРАТУРА

1. ГОСТ 21.208.2013
2. ГОСТ 21.408.2013
3. Лукас В. А. Теория управления техническими системами [Текст]: учеб, пособие для вузов. - 4-е издание, исправленное. - Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2005. - 667 с.: ил. 216.

4. Лапин Э. С. Управление общепромышленными объектами. Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2009
5. Бабенко А. Г. Цифровые системы управления [Текст]: учебное пособие. Екатеринбург пособие: Изд-во УГГУ, 2005
6. Гагарина Л. А., Елифанов Т. В. Основы метрологии, стандартизации и сертификации. М.: Форум ИНФРА-М, 2005.
7. Ганенко А. П., Лапсарь М. И. Оформление текстовых и графических материалов: требования ЕСКД. М.: Академия, 2005.
8. Гончаров А. А., Копылов В. Д. Метрология, стандартизация и сертификация. М.: Академия, 2006.

Проректор по учебно-методическому комплексу

Проректор по учебно-методическому
комплексу

по дисциплине

Специальность

Специализация № 24

Екатеринбург

КОМПЛЕКТ ЗАДАНИЙ ДЛЯ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ

Задача №1 Расчет и выбор посадки с зазором

По заданным условиям работы подшипника скольжения рассчитать и выбрать стандартную посадку из ГОСТ25347-82, подобрать измерительное средство по следующим данным

Вариант	D, мм	L, мм	R, н	n об/мин.	Масло	t°p
1	100	90	9000	1250	ИГП - 38	60
2	120	НО	6000	1800	И – 30А	60
3	140	100	18800	3000	ИГП - 72	60
4	120	85	10000	1200	ИГП - 49	60
5	170	150	18000	1250	И – 20А	50
6	40	60	17900	1950	И – 40А	50
7	32	50	8000	1600	И – 50А	65
8	70	60	17500	1950	И – 40А	50
9	92	85	12500	2500	И – 30А	60
10	50	45	4500	1250	И – 40А	60
11	50	50	7200	1500	И – 50А	65
12	180	160	18600	1250	И – 25А	50
13	125	65	13000	1450	ИГП - 49	60
14	150	120	25000	2250	И – 40А	70
15	130	150	15000	860	И – 30А	65
16	85	80	4800	2000	ИГП - 49	70
17	130	120	7000	1850	И – 25А	60
18	80	70	15000	1500	ИГП - 38	65
19	45	45	7200	2500	ИГП - 49	65
20	82	150	9500	960	ИГП - 72	60
21	32	52	2500	3000	ИГП - 18	50
22	165	125	12000	1250	ИГП - 49	60
23	130	70	18000	2500	ИГП - 72	65
24	180	120	12000	1860	И – 50А	60
25	65	80	8500	2800	И – 40А	50

Задача №2 расчет и выбор посадки с натягом

По данным нагрузкам и размерам соединяемых деталей рассчитать и выбрать стандартную посадку с гарантированным натягом

Номер варианта	D, мм	d ₁ , мм	d ₂ , мм	l, мм	M _к , Н.м	P ₀ , Н	материал	
							вала	корпуса
1.	35	30	50	35	12	500	БР01С-6-6-3	Сталь 20
2.	220	70	230	200	460	0	Сталь 30	Сталь 20
3.	100	90	130	100	0	6000	Сталь 20	Сталь 30
4.	40	20	60	60	320	0	Сталь 30	Сталь 40
5.	50	40	70	80	350	0	Сталь 20	Сталь 35

6.	110	100	130	120	200	1000	Сталь 30	Сталь 08
7.	120	100	140	130	400	0	Сталь 08	Сталь 30
8.	30	0	40	50	120	0	Сталь 40	Сталь 45
9.	180	170	210	180	300	700	Сталь 20	Сталь 35
10.	115	100	130	90	200	0	Сталь 08	Сталь 20
11.	95	80	110	100	700	1000	Сталь 20	Сталь 35
12.	140	130	180	120	460	0	Сталь 08	Сталь 30
13.	40	20	60	60	100	0	Сталь 35	Сталь 35
14.	200	100	220	110	0	1500	Бронза 6-6-3	Сталь 30
15.	130	120	150	140	270	0	Сталь 20	Сталь 30
16.	60	0	70	70	420	0	Сталь-45	Сталь 30
17.	200	100	220	300	450	600	Сталь 20	Сталь 30
18.	60	50	100	60	0	2000	Сталь 20	Сталь 30
19.	100	90	120	60	320	0	СЧ 21	Сталь 20
20.	130	120	160	150	350	0	Сталь 20	Сталь 45
21.	60	50	100	60	150	0	Сталь 20	Сталь 30
22.	75	60	100	80	250	0	Сталь 08	СЧ 21-40
23.	90	0	100	140	900	0	Сталь 30	Сталь 40
24.	150	140	170	150	960	0	Сталь 20	Сталь 30
25.	170	150	180	250	280	1000	Сталь 30	Сталь 20

Задача №3 Выбор посадок для подшипников качения

Номер варианта	Номер подшипника	Класс	Рад. нагр. F, Н	Осев. нагр. F _a , Н	Характеристики нагрузки	Что вращается	D/D _к или d/a
1	80310	6	12000	0	С ударами	Корпус	0,4
2	7515	5	10000	0	Умеренная	Вал	0,4
3	60310	0	3800	0	С ударами	Вал	0,6
4	60306	4	5000	0	Умеренная	Корпуса	0,5
5	80312	6	4600	0	С ударами	Корпус	0,5
6	7220	5	20000	1000	С ударами	Вал	0,3
7	7214	4	13500	2000	Умеренная	Вал	0,7
8	46116	0	9500	1000	С ударами	Корпус	0,6
9	46114	6	14500	1500	Умеренная	Корпус	0,4
10	60306	5	10000	0	С ударами	Вал	0,3
11	80214	4	12000	0	С ударами	Корпус	0,5
12	7520	0	9600	1000	Умеренная	Вал	0,6
13	7314	6	3400	1800	С ударами	Корпус	0,7
14	46310	5	5750	500	Умеренная	Вал	0,6
15	3617	4	17000	150	С ударами	Корпус	0,8
16	7310	0	9500	500	Умеренная	Вал	0,5
17	7208	6	6500	200	С ударами	Вал	0,4
18	36206	5	3800	250	С ударами	Корпус	0,5
19	36307	4	5900	500	Умеренная	корпус	0,5
20	7515	5	8500	600	С ударами	Вал	0,4
21	60305	6	7500	0	С ударами	корпус	0,6
22	3618	0	12000	1200	Умеренная	Вал	0,5
23	46310	6	9600	400	С ударами	Вал	0,6
24	34209	5	7500	900	Умеренная	Корпус	0,4
25	7218	4	21600	1000	Умеренная	Корпус	0,6

Задача №4 Определение элементов зубчатых колес

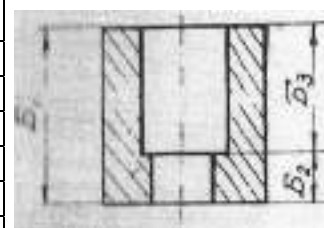
Номер вар.	Z	m	Степень точности	Номер вар.	Z	m	Степень точности
	36	2,5	6-7-7-С	36	25	6,0	8-В
2	28	3,0	7-6-6-В	37	28	4	7-6-6-В
3	30	3,5	8-В	38	30	5	8-7-7-Ва
4	40	4,0	8-7-7-Ва-	39	32	4,5	8-В
5	29	4,0	7-6-6 -В	40	46	3,5	7-6-6-А
6	32	5,0	7-В	41	62	2,0	6-7-7-Д
7	56	3,0	6-7-7-Д	42	50	2,5	7-С
8	45	2,0	5-6-6-Д	43	52	3,5	8-7-7-Ва
9	42	2,5	7-6-6-С	44	94	4,0	8-В
10	25	3,0	8-7-7-Ва	45	50	3,0	6-7-7-С
11	28	3,5	8-В а	45	95	6,0	7-С
12	50	4,0	7-А	47	59	2,0	7-8-8-Д
13	36	3,5	8-В	49	60	3,5	7-А
14	62	5,0	7-6-6-Ва	49	62	4,0	8-С
15	46	3,0	8-В	50	64	6,0	7-А
16	45	4,0	8-7-7-С	51	65	4,0	7-С
17	38	3,0	8-7-7-В	52	66	3,5	7-6-6-С
18	40	2,5	6-7-7-Д	53	68	3,0	7-А
19	35	2,0	6-7-7-С	54	60	5,0	8-В
20	22	4,0	8-В	55	42	4,0	7-6-6-В
21	34	3,5	7-6-6-Ва	56	40	3,5	8-В
22	32	4,0	8-В а	57	24	6,0	7-С
23	60	5,0	7-В	58	28	5,0	8-В
24	62	4,0	8-7-7-В а	59	29	4,0	7-С
25	58	2,0	8-А	60	30	4,5	8-А

Задача №5 Расчет размерных цепей

Задача № 2

Конструктор задал размеры B_1 и B_2 , технологу удобнее обрабатывать в последовательности $B_1 :: B_3$. Определить исполнительный размер B_3 из условия, чтобы после обработки детали размеры B_1 и B_2 соответствовали заданным конструктором.

Номер вар.	B_1	B_2	Номер вар.	B_1	B_2
1	100 d 8	20 js 11	14	115 d 8	25 js 12
2	95 e 9	15 B 12	15	120 e 7	20 d 11
3	120 f 8	30 c 11	16	100 h 6	25 l 12
4	145 d 8	35 l 11	17	145 js 6	30 a 11
5	85 h 7	15 B 12	18	150 d 8	25 js 11
6	125 h 6	25 d 10	19	155 f 7	35 l 12
7	130 f 7	30 d 11	20	160 e 8	40 l 12
8	135 d 8	35 js 12	21	165 d 8	35 l 11
9	110 h 7	20 js 11	22	170 e 9	40 js 12
10	150 f 7	30 a 11	23	175 f 8	25 a 11
11	140 в 7	30 в 11	24	180 e 7	40 в 11
12	120 в11	20 а12	25	140 e 9	30 а8
13	180 с10	30 а 9			



МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебно-методическому
комплексу
С.А. Упоров



МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

*по выполнению самостоятельной работы и практические задания
для обучающихся*

Б1.О.26 МЕТРОЛОГИЯ И СТАНДАРТИЗАЦИЯ

Специальность

15.05.01 Проектирование технологических машин и комплексов

Специализация № 24

Проектирование технологических машин и комплексов

Автор: Новикова Н. А., ст. преподаватель

Одобрены на заседании кафедры

Эксплуатации горного оборудования
(название кафедры)

Зав. кафедрой

Симисинов Д. И.
(Фамилия И.О.)

Протокол № 1 от 18.09.2023
(Дата)

Рассмотрены методической комиссией
факультета

Горно-механического
(название факультета)

Председатель

Осипов П. А.
(Фамилия И.О.)

Протокол № 2 от 20.10.2023
(Дата)

Екатеринбург

Тесты
Темы № 1

- ☐ 1. **Метрологическая аттестация рабочих эталонов проводится...**
- после ремонта
 - перед вводом в эксплуатацию
 - при необходимости изменения разряда
 - для повышения производительности труда
- ☐ 2. **Вся метрологическая деятельность в РФ основывается на...**
- рекомендациях государственных научных метрологических центров
 - правилах метрологии
 - системе государственных стандартов
 - конституционной норме по вопросам метрологии
- ☐ 3. **Средство измерения, предназначенное для проверки должно иметь непросроченным.....**
- сертификат соответствия
 - срок эксплуатации
 - поверительное клеймо
 - калибровочное клеймо
- ☐ 4. **Метрология – это наука о (об)...**
- средствах измерений
 - измерениях
 - изготовлении средств измерений
 - методах измерений
- ☐ 5. **При измерении силы тока амперметром реализуется измерение:**
- совместное
 - совокупное
 - косвенное
 - прямое
 - абсолютное
- ☐ 6. **В поверочной схеме средства измерений делятся на...**
- основные
 - дополнительные
 - эталонные
 - рабочие
- ☐ 7. **Поправка на показание весов, систематическая погрешность которых составляет + 1,0 г, равна:**
- 0,0 г
 - $\pm 1,0$ г
 - - 1,0 г
 - +1,0
- ☐ 8. **Допускаемые погрешности измерения при приемочном контроле на линейные размеры до 500 мм составляют _____ от допуска на изготовление**

ИТ детали.

- 1/3 – 1/5
- 35-20%
- 0,5
- 50-30%

- ☐ 9. Руководство Государственной метрологической службой осуществляется,,,
- ведомственными организациями
 - метрологическими службами государственных органов управления
 - Росстандартом
 - президентом
- ☐ 10. Государственная система по обеспечению единства измерений включает основы...
- организационную
 - правовую
 - техническую
 - методическую
- ☐ 11. Работа определяется по уравнению $A = F L$, где сила $F = ma$, m - масса, a - ускорение, L -длина перемещения. Укажите размерность работы A .
- L^2MT^{-2}
 - L^3MT^{-2}
 - MT^{-2}
 - L^2M
- ☐ 12. Плотность относится к _____ единицам
- относительным
 - основным
 - логарифмическим
 - производным
- ☐ 13. Размерность плотности $\rho = m/v$ записывается следующим образом...
- $L^{-3}M$
 - L^2M
 - LM^{-2}
 - $L^{-2}M$
- ☐ 14. Государственным эталоном метра является...
- часть длины Парижского меридиана
 - расстояние, проходимое светом в вакууме за $1/299792458$ с
 - длина волны излучения криптона 86
 - платиноиридиевый брусок
- ☐ 14. Из приведенных величин основной является
- скорость
 - давление
 - объем
 - время
- ☐ 15. По метрологическому назначению средства измерения подразделяются на:
- измерительные установки
 - рабочие средства и эталоны

- датчики
- меры и измерительные преобразователи

☐ 16. Всего существует _____ основных единиц системы СИ

- семь
- шесть
- пять
- восемь

☐ 17. При одновременном измерении нескольких однородных величин измерения называют...

- косвенными
- совокупными
- многократными
- совместными

☐ 18. После длительного хранения измерительного прибора проводят поверку...

- первичную
- основную
- периодическую
- инспекционную

☐ 19. По международной системе единиц физических величин сила измеряется...

- кг.м/с²
- м/с
- рад/с
- Ньютон

☐ 20. Общим в процедуре калибровки и поверки является...

- добровольность проведения процедур
- определение действительных метрологических характеристик средств измерений
- обязательность проведения процедур
- возможность установления соответствия не по всем требованиям к средству измерений

Темы № 2

☐ 1.Важнейшими принципами стандартизации являются

- комплексность для взаимосвязанных объектов
- целеустремленность
- последовательность
- добровольность применения стандартов
- достижение консенсуса всех заинтересованных сторон

☐ 3. Правовые основы стандартизации обеспечиваются ...

- национальными стандартами ГОСТ Р 1.0-20004... ГОСТ 1.5-2004
- общероссийским классификатором услуг населению
- законом о «Техническом регулировании»
- руководящими указаниями по проверке систем качества ГОСТ Р ИСО 10011-1-93

☐ 3. Применение рядов предпочтительных чисел создает предпосылки для...

- классификации деталей
- унификации машин и деталей
- оптимизации машин и деталей
- систематизации деталей

☐ **4. Одной из основных задач международного сотрудничества России в области стандартизации является...**

- подчинение национальной системы стандартизации международной
- замена национальной системы стандартизации на международную
- гармонизация национальной системы стандартизации с международной
- реструктуризация национальной системы стандартизации в соответствии с международной

☐ **5. Ряд предпочтительных чисел, установленный ГОСТ 8032**

- R5, R10, R15, R20, R25
- R5, R10, R20, R40, R80
- R10, R100, R1000, R10000
- R10, R20, R30, R40, R50

☐ **6. Нормативный документ, начинающийся с букв ПР называется...**

- правительственные рекомендации
- правила по метрологии
- природные ресурсы
- промышленность России

☐ **7. Агрегатированием называется...**

- принцип создания машин и оборудования из многократно используемых стандартных агрегатов
- разработка и установление типовых конструкций, правил, норм документации
- уменьшение числа типов изделия до числа, достаточного для удовлетворения существующих потребностей
- сокращение числа типов, видов и размеров изделий одинакового функционального назначения

☐ **8. Комплексная стандартизация обеспечивает...**

- взаимосвязь смежных отраслей по совместному производству готового продукта
- взаимосвязь производимых объектов в смежных отраслях
- устранение неоправданной разнотипности
- единство измерений во всех смежных отраслях

☐ **9. Наиболее распространенной и эффективной формой стандартизации является...**

- агрегатирование
- секционирование
- унификация
- классификация

☐ **10. Нормативный документ по стандартизации – это...**

- стандарт
- типовой технологический процесс

технический регламент

технические положения

☐ 11. К органам по стандартизации в РФ относятся...

информационно-техническое бюро

Росстандарт

Аккредитованные лаборатории

Госстрой России

☐ 12. По закону «О техническом регулировании» стандартизация в РФ осуществляется в соответствии с принципами:

- применение международных стандартов как основы разработки национальных стандартов
- добровольного применения стандартов
- максимального учета законных интересов заинтересованных лиц
- согласование в рамках международного сотрудничества путей совершенствования производства в РФ
- обеспечения безопасности в производстве, испытаниях и продаже вооружения и боеприпасов

☐ 13. Цель международной стандартизации- это...

- привлечение предприятий (организаций) к обязательному участию в стандартизации
- разработка самых высоких требований
- устранение технических барьеров в торговле
- упразднение национальных стандартов

☐ 14. Стандарты в РФ бывают...

- национальные
- международные
- локальные
- автономные
- всеобщие

☐ 15. Параметрический ряд строят по параметру...

- предпочтительному
- главному
- основному
- функциональному

☐ 16. Ряд технических комитетов и бюро при Совете ИСО (СТАКО, КАСКО...) созданы для...

- разработки технических регламентов
- изучения отдельных общих вопросов деятельности организации
- разработки международных стандартов
- изучения отзывов на проекты стандартов

☐ 17. Стандартизация это...

- деятельность, направленная на разработку сводов классификационных группировок определенных объектов классификации
- деятельность, по установлению правил и характеристик в целях их добровольного многократного использования, направленная на достижение упорядоченности в сферах производства и обращения продукции и повышение конкурентоспособности продукции, работ, услуг
- деятельность, направленная на сбор, обработку и доведения до потребителя

оперативной информации о выпускаемой продукции
- деятельность, направленная на приведение объектов одинакового функционального назначения к оптимальной конструкции по установленному признаку.

- ☐ **18. ГОСТ 2.307-68 относится**
 - к ЕСКД
 - к ЕСТП
 - к ГСС
 - к ГСИ
- ☐ **19. К понятию «Виды стандартов» относится**
 - Стандарты отраслей
 - Стандарт на продукцию
 - Стандарты предприятий
 - Технические условия
- ☐ **20. Предпочтительные числа образуются на основе...**
 - методов унификации
 - рядов геометрической прогрессии
 - оптимизации
 - арифметической прогрессии

Тема № 4

- ☐ **1. Целями подтверждения соответствия являются**
 - повышение прибыли предприятия
 - повышение конкурентоспособности продукции
 - снижение себестоимости продукции
 - содействие потребителям в компетентном выборе продукции
- ☐ **2. Характер подтверждения соответствия может быть**
 - заказом независимой (третьей) стороны
 - заказом изготовителя
 - добровольным
 - обязательным
- ☐ **3. Формой контроля за сертифицированными работами и услугами является...**
 - ревизия
 - госконтроль
 - инспекционный контроль
 - анкетирование потребителей
- ☐ **4. Участниками обязательной процедуры сертификации являются...**
 - общества охраны природы
 - аккредитованные испытательные лаборатории
 - органы государственного управления
 - объединение потребителей
- ☐ **5. Система добровольной сертификации предусматривает применение...**
 - знака соответствия
 - логотипа
 - фирменного знака
 - знака обращения на рынке
- ☐ **6. Сертификат соответствия в обязательном порядке должен включать**
 - информация о потребителях
 - наименование органа по сертификации

- информацию об общественных организациях, производящих контроль сертификации соответствия
- наименование технического регламента, на соответствие требованиям которого проводилась сертификация

☐ **7. Порядок проведения сертификации, перед испытаниями продукции предусматривает...**

- аттестацию рабочих мест
- отбор образцов
- проверку производства
- анализ технико-экономических показателей производства

☐ **8. Определенная совокупность действий при сертификации, официально принимаемая в качестве доказательства соответствия продукции заданным требованиям называется...**

- порядком
- методикой
- алгоритмом
- схемой

☐ **9. Органом по сертификации может быть**

- индивидуальный предприниматель, аккредитованный для выполнения работ по сертификации
- работ по сертификации
- национальный орган РФ по стандартизации
- представитель федеральных органов исполнительной власти
- юридическое лицо, аккредитованное для выполнения работ по сертификации

☐ **10. Законодательные основы сертификации в РФ определены Федеральным законом...**

- «О стандартизации»
- «Об обеспечении единства измерения»
- «О сертификации»
- «О техническом регулировании»

☐ **11. Решение по аккредитации включает...**

- проверку результатов экспертизы по отчету комиссии
- заключение договора на аккредитацию
- оформление аттестата аккредитации при положительном решении
- занесение в реестр аккредитованных органов по сертификации или испытательных лабораторий

☐ **12. Среди основных этапов сертификации можно выделить...**

- оценка уровня качества продукции
- оценку соответствия объекта сертификации установленным требованиям
- оспаривание решения по сертификации
- заявку на сертификацию

☐ **13. Целями аккредитации органов по сертификации и испытательных лабораторий в соответствии с законом «О техническом регулировании» являются...**

- создание условий для признания результатов деятельности органов по сертификации и аккредитованных испытательных лабораторий

- подтверждения компетентности органов по сертификации и испытательных лабораторий , выполняющих работы по подтверждению соответствия
 - анализ необходимости создания на предприятии системы менеджмента качества
 - обеспечение доверия изготовителей, продавцов и приобретателей к деятельности органов по сертификации и аккредитованных испытательных лабораторий
- ☐ 14. В федеральном законе «О техническом регулировании» целью подтверждения соответствия не является...
- повышение конкурентоспособности продукции, работ, услуг на российском и международном рынках
 - уменьшение сроков осуществления обязательного подтверждения соответствия
 - содействие потребителям в компетентном выборе продукции, работ, услуг
 - удостоверение объектов технического регулирования техническим регламентам, стандартам, условиям договоров
- ☐ 15. Объектом аккредитации может быть...
- испытательная лаборатория
 - метрологические службы юридических лиц
 - технические комитеты по стандартизации
 - организации подготовки экспертов
- ☐ 16. Схемы сертификации продукции, обеспечивающие наибольшую достоверность результата сертификации, предусматривают...
- инспекционный контроль после сертификации
 - оценку экономического состояния изготовителя
 - анализ состояния производства
 - испытание типа или партии изделий
 - установление наличия необходимой нормативной документации
- ☐ 17. При добровольной сертификации продукции, процессов, работ и услуг не устанавливается соответствие требованиям...
- стандартам организаций
 - условиям договоров
 - национальным стандартам
 - техническим регламентам
- ☐ 18. В существующих схемах сертификации продукции используются следующие способы доказательства соответствия:
- рассмотрение характеристики предприятия-изготовителя, выданной региональным органом хозяйствования
 - рассмотрение заявления-декларации о соответствии
 - анализ годового отчета изготовителя о хозяйственной деятельности предприятия
 - испытание типа продукции
 - испытание каждого образца продукции
- ☐ 19. Совокупность правил выполнения работ по сертификации, ее участников и правил функционирования системы сертификации называется _____ сертификации
- системой

- схемой
- формой
- видом

○ 20. Официальным признанием того, что испытательная лаборатория правомочна осуществлять конкретные испытания или типы испытаний является

- аккредитация
- сертификация
- стандартизация
- аттестация

☐ - в тесте несколько правильных ответов

○ - в тесте один правильный ответ

ПРАКТИКО-ОРИЕНТИРОВАННЫЕ ЗАДАНИЯ

1. Для размера 40 мм заданы следующие отклонения, мкм
 $ES=89$, $EI=50$. Записать размер с заданными отклонениями, вычислить допуск и найти предельные размеры.

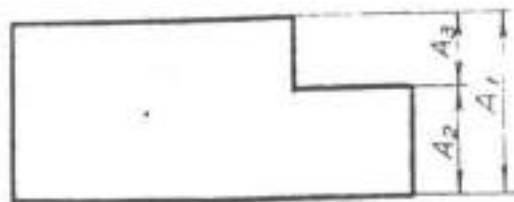
2. Для партии штифтов диаметром 40 мм установлены предельные размеры: $d_{\max}=40,009$, $d_{\min}=39,984$ мм. В партии попались штифты, имеющие размеры $d_{r1}=40,012$, $d_{r2}=39,995$ мм. Определить годность этих штифтов путем сравнения действительных размеров и отклонений с предельными размерами и отклонениями.

3. Дать заключение о годности зубчатого колеса $Z=40$, $m=4$, 8-7-7-С ГОСТ 1643-81, если при измерении постоянной хорды получено $S_c=5,32$ мм. Номинальный размер хорды $S_c=5,548$ мм.

4. Подобрать стандартную посадку с зазором для следующих условий: $D=110$ мм, $S_{\min}=0,11$ мм, $S_{\max}=0,42$ мм. Построить схему полей допусков

5. Что обозначает запись $D - 8 \times 36 \times 40 \text{ H8/h7} \times 7\text{F10/h9}$. Сделать эскиз и проставить размеры

6. Рассчитать размерную цепь
 $A_1=200 \text{ d8}$, $A_2=110$, $A_3=90 \text{ B12}$, последовательность обработки A_1 и A_2 . Определить исполнительный размер A_2



7. Определить тепловую погрешность измерения детали длиной 50 мм штангенциркулем. Коэффициент линейного расширения материала детали $\alpha_1=17,1 \cdot 10^{-6}$, штангенциркуля $\alpha_2=12 \cdot 10^{-6}$. Температура детали $t_1=50^\circ\text{C}$, штангенциркуля $t_2=30^\circ\text{C}$

8. Определить исполнительный размер постоянной хорды зубчатого колеса, имеющего $z=60$, $m=4$, 7-6-6-Вa $S_c=5,548$

9. Подобрать стандартную посадку с натягом в системе вала для следующих условий: $D=160$ мм, $N_{\min}=0,03$ мм, $N_{\max}=0,14$ мм. Построить схему полей допусков. Определить допуск посадки

10. Подобрать стандартную посадку с зазором если $D=120$ мм, $S_{\max}=0,21$ мм, $S_{\min}=0,045$ мм.

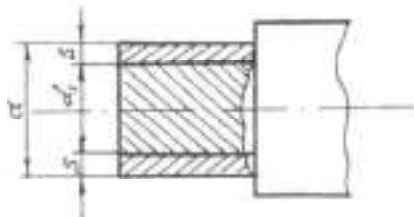
11. При взвешивании массы груза весы показывают 50,7 кг. Среднее квадратическое отклонение показаний $\sigma_m=0,5$ кг. Погрешность градуировки весов $\Delta_s=+0,3$ кг.

Определить доверительные границы для истинного значения массы с вероятностью $P=0,95$ ($t_p=1,960$).

12. Определить допустимые размеры смещения исходного контура зубчатого колеса $Z=35$, $m=3,5$ 8-7-7-B ГОСТ 1643-81

13. Определить размер вала d_1 до нанесения слоя хрома $S=0 \begin{smallmatrix} +0,020 \\ +0,016 \end{smallmatrix}$ на сторону, если после покрытия вал должен иметь размер $d=100k6$

Построить размерную цепь.



14. Определить исполнительный размер длины общей нормали зубчатого колеса. $Z=42$, $m=4$, 8-7-7-Ba, если номинальный размер равен $W=43.683$ мм.

15. По ГОСТ 25346-82 определить числовые отклонения для сопряжения $\varnothing 80R9/u8$ и установить характер посадки. Начертить схему полей допусков

16. Электрическая мощность P определяется по результатам измерений падения напряжений $U=240 \pm 3$ В и силы тока $I=5 \pm 0,1$ А. $P=UI$. Определить предельные границы истинного значения мощности.

17. Что обозначает запись $d -6 \times 28H7/e8 \times 32 H12/a11 \times 7D9/f8$. Сделать эскиз и проставить размеры

18. При многократном измерении длины L получены значения в мм: 91; 90; 95; 90; 93; 91; 94. Укажите доверительные границы истинного значения длины с вероятностью $P=0,99$ ($t_p=3,707$)

19. Заменить посадки $\varnothing 20H7/g6$, $\varnothing H7/k6$, $\varnothing 20H7/s6$ аналогичными посадками в системе вала. Привести их условное обозначение, рассчитать основные параметры и начертить схемы полей допусков для полученных посадок

20. Дано $\varnothing 32^{+0,062}$; $\varnothing 60 \pm 0,23$; $\varnothing 32_{-0,062}$. Определить номинальные и предельные размеры, предельные отклонения и допуски.

21. При выборе средства измерений для контроля фасованной продукции массой $(0,5 \pm 0,02)$ кг определить предел допускаемой погрешности измерения

22. Определить предел допускаемой погрешности для измерения напряжения в сети $U=240В \pm 16В$

23. Дано $D=200$ мм, посадка в системе отверстия $TD=Td$, $ТП=144$, $S_{\min}=240$. Определить неизвестные параметры соединения и начертить упрощенную схему расположения полей допусков.

24. Дано $D=200$ мм, посадка в системе отверстия $TD=ES=46$, $es=0$, $ТП=75$. Определить неизвестные параметры соединения и начертить упрощенную схему расположения полей допусков.

25. Дано $D=200$ мм, посадка в системе отверстия. $Td=46$, $es=77$, $ТП=118$. Определить неизвестные параметры соединения и начертить упрощенную схему расположения полей допусков.

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»



УТВЕРЖДАЮ

Проректор по учебно-методическому
комплексу
С.А. Упоров

**МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ И ЗАДАНИЯ
К КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЕ**

по дисциплине

**Б1.О.27 ТЕХНОЛОГИЯ КОНСТРУКЦИОННЫХ
МАТЕРИАЛОВ**

Специальность

15.05.01 Проектирование технологических машин и комплексов

Специализация № 24

Проектирование технологических машин и комплексов

Авторы: Глинникова Т. П., Волегов С. А.

Одобрены на заседании кафедры

Эксплуатации горного оборудования

(название кафедры)

Зав. кафедрой

(подпись)

Симисинов Д. И.

(Фамилия И.О.)

Протокол № 1 от 18.09.2023

(Дата)

Рассмотрены методической комиссией
факультета

Горно-механического

(название факультета)

Председатель

(подпись)

Осипов П. А.

(Фамилия И.О.)

Протокол № 2 от 20.10.2023

(Дата)

Екатеринбург

СОДЕРЖАНИЕ

Введение	3
1. Общие положения.....	3
1.1. Состав и объем контрольной работы.....	3
1.2. Методические рекомендации к выполнению контрольной работы.....	3
2. Варианты контрольных заданий	4
Литература.....	11

ВВЕДЕНИЕ

Особое место в подготовке выпускников машиностроительных специальностей занимает их технологическая подготовка, основы которой закладываются при изучении дисциплины «Технология конструкционных материалов».

Цель курса – дать будущим специалистам понятие о технологическом процессе, а также знания по выбору технологических методов производства и обработки заготовок машиностроительных изделий, обеспечивающих высокое качество продукции, экономию материалов, высокую производительность труда. Дать понятие о конструкционных материалах, их строении, свойствах и методах получения.

Задачи курса – изучение технологических методов получения и обработки заготовок и деталей машин, их технико-экономических характеристик и областей применения; принципиальных схем типового оборудования, оснастки, инструмента и приспособлений; основных вопросов технологичности конструкций заготовок с учетом их производства; технико-экономических характеристик процессов; техники безопасности и охраны окружающей среды.

1. Общие положения

1.1. Состав и объем контрольной работы

Контрольная работа выполняется в виде реферата объемом 10-15 машинописных листов формата А4, шрифт № 14, 1,5 интервала, Times New Roman.

Содержание работы:

- ответ на вопросы по заданию; примеры;
- список использованной литературы.

Титульный лист должен содержать:

- наименование учебного заведения, кафедры;
- подзаголовок (Контрольная работа по дисциплине «Технология конструкционных материалов»);
- номер варианта;
- фамилия, и. о. студента; номер группы;
- фамилия, и. о. преподавателя;
- год выполнения работы

1.2. Методические рекомендации к выполнению контрольной работы

Студенты, обучающиеся очно, выполняют одну контрольную работу. Задание и выбор вариантов находятся в соответствующих разделах настоящих методических указаний.

Ответы должны быть краткими, аргументированными и точными. При описании производственных процессов необходимо приводить схемы соот-

ветствующего оборудования с описанием его устройства и принципа действия. А для формообразующих процессов к тому же привести эскизы применяемых инструментов и оснастки.

В задачи контрольной работы входит изучение: физической сущности основных технологических методов получения заготовок и их обработки; технологических возможностей методов, их назначения, достоинств, недостатков и областей применения; принципиальных схем работы технологического оборудования, инструментов, приспособлений и оснастки; основ технологичности конструкций заготовок и деталей машин с учетом методов их получения и обработки.

2. Варианты контрольных заданий

Вариант 1

1. Исходные материалы для металлургии: руда, флюсы, огнеупоры, топливо; металлургическое производство и его продукция;
2. Производство цветных металлов
3. Определение углов токарного резца в статической системе координат, их назначение и влияние на процесс резания.

Вариант 2

1. Производство чугуна, выплавка чугуна, физико-химические процессы доменной плавки.
2. Литейные свойства сплавов: жидкотекучесть, усадка, смачиваемость, газопоглощение, химическая активность, ликвация. Сравнение литейных свойств стали и чугуна.
3. Формообразование зубчатых колес резанием. Сущность методов нарезания зубчатых колес копированием и обкатыванием. Основные преимущества и недостатки методов.

Вариант 3

1. Сущность процессов шлакования; роль шлаков и флюсов в металлургии (на примере доменной плавки).
2. Литье по выплавляемым моделям: исходные материалы и технология изготовления оболочки; область применения способа. Схематически изобразите основные этапы: получение модели в прессформе, блок моделей, нанесение оболочки, выплавление модельного состава, полученный блок отливок.
3. Виды и сущность программного управления металлообрабатывающими станками. Упрощенная структурная схема цикловой системы управления.

Вариант 4

1. Сущность доменного процесса; исходные материалы для получения чугуна, продукты доменной плавки, оценка эффективности работы доменной печи. Схема и принцип работы доменной печи.
2. Литье в песчаные формы: конструкция формы, литейная оснастка, формовочные материалы, область применения. Преимущества и недостатки литья в песчаные формы.

3. Особенности устройства металлообрабатывающих станков с ЧПУ. Назначение и основные преимущества станков.

Вариант 5

1. Сталь. Сущность процесса получения стали методом прямого восстановления железа из руды. Приведите примеры восстановительных химических реакций при прямом восстановлении железа из руды.

2. Основные законы обработки давлением: постоянства объема наименьшего сопротивления, подобия; использование их в практике.

3. Основные конструктивные части металлорежущих инструментов. Основные поверхности и кромки токарного резца.

Вариант 6

1. Сущность процессов шлакования; роль шлаков и флюсов в металлургии (на примере доменной плавки).

2. Инструментальные материалы: инструментальные стали, твердые сплавы, режущая керамика, сверхтвердые инструментальные материалы. Их назначение и обозначение.

3. Схема образования стружек при резании металлов. Основные виды стружек и способы стружколомания.

Вариант 7

1. Окислительно-восстановительные реакции в металлургии (на примере производства чугуна и стали).

2. Устройство привода подачи токарно-винторезного станка и его основные элементы; механизмы реверса, гитары сменных зубчатых колес, множительные механизмы, предохранительные муфты, ходовые валы и винты.

3. Тепловые процессы при сварке: эффективная тепловая мощность, тепловой баланс, погонная энергия. Влияние нагрева на строение сварного шва и околошовной зоны. Горячие и холодные трещины при сварке. Методы борьбы с горячими и холодными трещинами.

Вариант 8

1. Сущность доменного процесса; исходные материалы для получения чугуна, продукты доменной плавки, оценка эффективности работы доменной печи. Схема и принцип работы доменной печи.

2. Объемная штамповка; роль объемной штамповки в машиностроении. Сущность открытой и закрытой штамповки; способы получения сложных заготовок.

3. Основные способы разработки управляющих программ для металлообрабатывающих станков с программным управлением.

Вариант 9

1. Литье в кокиль: требования к кокилю и отливкам, облицованные кокили; область использования процесса. Принципиальная схема кокиля. Преимущества и недостатки пресса.

2. Металлообрабатывающие станочные системы (МСС). Назначение и их классификация. Основные виды и составные части гибких производствен-

ных систем. Металлообрабатывающие автоматические линии, их разновидности и основные составные части.

3. Прокатка металла: роль продукции прокатного производства в машиностроении; измерение деформации при прокатке, условие захвата заготовки валками, валки и калибры, продукция прокатного производства, периодический прокат. Принципиальная схема продольной прокатки.

Вариант 10

1. Сталь. Сущность процесса получения стали методом прямого восстановления железа из руды. Приведите примеры восстановительных химических реакций при прямом восстановлении железа из руды.

2. Классификация отливок и способов литья по масштабу производства и технологическому принципу (примеры литья в разовые и постоянные формы).

3. Автоматическая и механизированная сварка под флюсом: Принципиальные схемы, сварочные материалы, преимущества процесса и область применения.

Вариант 11

1. Литье под давлением: сущность процесса, область использования. Принципиальная схема формы для литья под давлением. Преимущества и недостатки процесса.

2. Формирование деталей машин электрофизикохимическими методами. Назначение, преимущества и недостатки методов. Сущность электроэрозионных, электрохимических, ультразвуковых и лучевых методов.

3. Строение и свойства электрической дуги. Требования к источникам сварочного тока. Напряжение холостого хода для источников постоянного и переменного тока. Внешняя характеристика источника сварочного тока.

Вариант 12

1. Сущность процесса передела чугуна на сталь. Сравнительная характеристика основных способов производства стали: в конвертерах, мартенах, электропечах.

2. Сверление. Основные типы сверлильных станков и их назначение. Параметры режима резания при сверлении (V , S , t , TO) и последовательность их рационального сочетания.

3. Способы окончательной обработки рабочих поверхностей деталей машин поверхностным пластическим деформированием: обкатывание, выглаживание, дорнирование, ударное раскатывание, центробежная обработка и чеканка. Назначение способов, инструменты и схема обработки

Вариант 13

1. Кислородно-конвертерный способ получения стали: исходные материалы, технология, технико-экономические показатели. Схема кислородного конвертера.

2. Литье в оболочковые формы: исходные материалы, технология изготовления оболочки; область применения способа. Схема получения отливки. Преимущества и недостатки литья в оболочковые формы.

3. Устройство приводов главного движения токарно-винторезных станков: двигатели, клиноременные передачи, механизмы включения и выключения привода, механизмы реверса, множительные механизмы, тормоза.

Вариант 14

1. Мартеновский способ получения стали: исходные материалы, технология, технико-экономические показатели; работа и устройство двухванного мартена. Схемы мартеновской печи и двухванного мартена.

2. Классификация способов окончательной обработки рабочих поверхностей деталей машин с использованием абразива и методами поверхностного пластического деформирования. Хонингование, суперфиниш, доводка (притирка) и полирование: назначение, инструменты, схема обработки.

3. Основные литейные сплавы: чугуны, силумины, бронзы, стали; связь их литейных свойств с технологией изготовления и качество литейной продукции.

Вариант 15

1. Плавка стали в электропечах: сущность процесса исходные материалы, преимущества, область использования. Схема электропечи для выплавки стали.

2. Литейные свойства сплавов: жидкотекучесть, усадка, смачиваемость, газопоглощение, химическая активность, ликвация. Сравнение литейных свойств стали и чугуна.

3. Дуговая сварка в углекислом газе: принципиальная схема, источники сварочного тока, сварочные материалы, режимы сварки; область применения.

Вариант 16

1. Пути повышения качества стали: обработка синтетическими шлаками, дегазация вакуумированием, электрошлаковый переплав. Объясните сущность каждого метода и дайте схему электрошлакового переплава.

2. Износ и стойкость металлорежущих инструментов. Причины износа и параметры, характеризующие износ на примере токарных резцов. Определение стойкости металлорежущих инструментов. Обозначение стойкости и средняя ее величина у токарных резцов.

3. Наклеп обработанных поверхностей заготовок из металла при обработке резанием. Схема, поясняющая образование наклепа. Отрицательные и положительные свойства наклепа поверхности. Способы борьбы с отрицательными свойствами наклепа.

Вариант 17

1. Производство стали сущность процесса.

2. Пластичность металлов, влияние на пластичность химического состава, температуры нагрева, схемы напряженного состояния, скорость деформации.

3. Понятие о горячей и холодной обработке металлов давлением. Наклеп и рекристаллизация. Изменение механических свойств при наклепе и при последующем нагреве.

Вариант 18

1. Сущность процесса передела чугуна на сталь. Сравнительная характеристика основных способов производства стали: в конвертерах, мартенах, электропечах.

2. Листовая штамповка; использование листовой штамповки в машиностроении. Основные операции листовой штамповки: вырубка заготовок, усилие вырубки; вытяжка, коэффициент вытяжки, усилие вытяжки. Принципиальные схемы вырубки и вытяжки. Формула для подсчета усилия вырубки.

3. Металлургические процессы при сварке: диссоциация веществ, насыщение металла O, N, H, процессы раскисления, шлакования, рафинирования металла сварного шва.

Вариант 19

1. Кислородно-конвертерный способ получения стали: исходные материалы, технология, технико-экономические показатели. Схема кислородного конвертера.

2. Центробежное литье: сущность процесса, область использования, преимущества и недостатки. Принципиальная схема центробежного литья.

3. Ковка металла; область использования ковки, деформация металла при ковке, основные операции, оборудование для ковки и область его использования. Принципиальные схемы.

Вариант 20

1. Мартеновский способ получения стали: исходные материалы, технология, технико-экономические показатели; Схемы мартеновской печи. Классификация способов сварки по технологическому принципу, по степени механизации, по энергетическому принципу

2. Силы резания. Схема, поясняющая образование силы сопротивления резанию. Силы, действующие на резец при продольном точении их использование в практике.

3. Пайка металлов: флюсы и припои при пайке. Принципиальное различие между сваркой и пайкой.

Вариант 21

1. Плавка стали в электропечах: сущность процесса исходные материалы, преимущества, область использования. Схема электропечи для выплавки стали.

2. Нагрев металлов перед обработкой давлением. Основные параметры нагрева: температурный интервал обработки давлением, скорость нагрева, время выдержки заготовки в печи; способы нагрева.

3. Ацетилено-кислородная сварка: сущность процесса, оборудование, режимы сварки.

Вариант 22

1. Пути повышения качества стали: обработка синтетическими шлаками, дегазация вакуумированием, электрошлаковый переплав. Объясните сущность каждого метода и дайте схему электрошлакового переплава.

2. Аргонодуговая сварка: принципиальные схемы и разновидности, область использования.

3. Основные типы токарных станков и их использование в основных видах производства. Классификация токарных резцов по характеру выполняемых операций, по направлению подачи, по форме головки, по конструкции. Основные виды приспособлений к токарным станкам и их назначение.

Вариант 23

1. Разливка стали; разливка в изложницы, непрерывная разливка; строение стального слитка. Представьте схемы разливки в изложницы сверху и снизу, схему непрерывной разливки стали; схемы слитков спокойной и кипящей стали.

2. Схема, поясняющая образование нароста на резце и обработанной поверхности при точении металла. Причины образования нароста, положительные и отрицательные его свойства. Способы устранения нароста на резце при точении металлов.

3. Параметры режима шлифования на примере круглого наружного шлифования и последовательность определения их рационального сочетания. Схемы продольного круглого, глубинного шлифования и шлифования врезанием.

Вариант 24

1. Выбор метода и способа и способа получения заготовки, основные факторы, влияющие на выбор способа получения заготовки.

2. Ручная дуговая сварка: принципиальная схема, источники тока, сварочные материалы, режимы сварки. Приведите примеры: марки электродной проволоки, марка электрода, тип электрода

3. Основные виды шлифования их преимущества и недостатки. Технологические возможности шлифования по шероховатости и точности. Формообразование при шлифовании.

Вариант 25

1. Разливка стали; разливка в изложницы, непрерывная разливка; строение стального слитка. Представьте схемы разливки в изложницы сверху и снизу, схему непрерывной разливки стали; схемы слитков спокойной и кипящей стали.

2. Схемы методов копирования, следов, касания и обкатки при формообразовании деталей машин резанием.

3. Основные способы отделки рабочих поверхностей зубьев зубчатых колес; шевингование, хонингование, шлифование, притирка, обработка, модификация зубьев. Назначение способов, инструменты и схемы обработки.

Вариант 26

1. Классификация отливок и способов литья по масштабу производства и технологическому принципу (примеры литья в разовые и постоянные формы).

2. Тепловые явления при резании металлов. Причины образования тепла. Отрицательное влияние образующегося тепла на заготовку и инструмент. Смазочно-охлаждающие технологические средства.

3. Классификация фрез по видам обрабатываемых поверхностей (плоских и фасонных), по конструкции фрез, по виду режущих зубьев, инструментальному материалу.

Вариант 27

1. Характеристика основных способов получения машиностроительных профилей; их сравнительная характеристика (прокатка, прессование, волочение). Принципиальные схемы указанных процессов

2. Сварочные материалы: сварочная проволока, сварочные электроды, флюсы, защитные газы. Марки электродной проволоки, тип и марка электрода. Состав и свойства электродных покрытий.

3. Формообразование деталей машин на токарных станках (Dr, Ds). Способы формообразования, выполняемые на универсальных токарно-винторезных станках. Разновидности токарной обработки; точение, растачивание, подрезание, отрезание. Технологические возможности токарной обработки по шероховатости и точности.

Вариант 28

1. Контактная сварка: стыковая, точечная, шовная, принципиальные схемы. Физическая сущность процесса контактной сварки. Выбор режима сварки.

2. Классификация и системы обозначения металлорежущих станков. Классификация металлообрабатывающих станков по виду обработки; степеням точности. Системы обозначения для серийных и специализированных станков.

3. Сверление. Формообразование отверстий (Dr, Ds). Шероховатость и точность отверстий, получаемых сверлением в конструкционных сталях. Классификация спиральных сверл по конструкции, длине, форме получаемых отверстий, инструментальному материалу, типу хвостовика и направлению стружкоотводящих канавок. Основные части спирального сверла.

Вариант 29

1. Сущность формообразования деталей машин резанием лезвийными и абразивными инструментами, методами поверхностного пластического деформирования; электроэрозионными, электрохимическими, ультразвуковыми и лучевыми методами.

2. Точность, обеспечиваемая при протягивании в деталях из конструкционных сталей. Формообразование при протягивании (Dr, Ds). Основные типы протяжек станков, используемых в промышленности. Основные части протяжек и прошивок. Параметры режима резания при протягивании.

3. Схемы нарезания зубчатых колес на зубофрезерных и зубодолбежных станках.

Вариант 30

1. Основные характеристики процессов формообразования деталей машин резанием: скорость резания, скорость подачи, глубина резания, основное технологическое время при вращательном движении инструмента (заготовки). Определение рабочих движений инструмента (заготовки) при формообразовании деталей (Dr, Ds, Dk, De) (например, точения).

2. Зенкерование и развертывание. Цели зенкерования и развертывания. Шероховатость и точность отверстий в конструкционных сталях, достигаемые при зенкеровании и развертывании. Классификация зенкеров и разверток: по виду привода, форме обрабатываемых отверстий по конструкции; по инструментальным материалам. Основные части зенкера и развертки. Параметры режима резания при сверлении и развертывании.

3. Оборудование для объемной штамповки, его характеристика и область использования. Принципиальные схемы.

Рекомендуемая литература:

1. Технология конструкционных материалов: Учебник для студентов машиностроительных специальностей / Под ред. .-5-е изд., исправленное М. Машиностроение, 2004.-512 с., ил.

2. Кучер А. М. Технология конструкционных материалов. Учебник – СПб, 2003 г.

3. Кнорозов, Б. В. и др. Технология металлов и материаловедение. М.: Металлургия, 1987. – 800 с.

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»



УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебно-методическому комплексу

С.А. Упоров

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

по выполнению самостоятельной работы и подготовки к практическим работам

по дисциплине

Б1.О.27 ТЕХНОЛОГИЯ КОНСТРУКЦИОННЫХ МАТЕРИАЛОВ

Специальность

15.05.01 Проектирование технологических машин и комплексов

Специализация № 24

Проектирование технологических машин и комплексов

Авторы: Хазин М. Л., Глинникова Т. П., Волегов С. А.

Одобрены на заседании кафедры

Эксплуатации горного оборудования
(название кафедры)

Зав. кафедрой

(подпись)

Симисинов Д. И.

(Фамилия И.О.)

Протокол № 1 от 18.09.2023

(Дата)

Рассмотрены методической комиссией
факультета

Горно-механического
(название факультета)

Председатель

(подпись)

Осипов П. А.

(Фамилия И.О.)

Протокол № 2 от 20.10.2023

(Дата)

Екатеринбург

1. ОБРАБОТКА МЕТАЛЛОВ ДАВЛЕНИЕМ

1.1. Общая характеристика способа

Обработка металлов давлением - один из прогрессивных способов получения заготовок и деталей сложной конфигурации. При этом методе повышается коэффициент использования металла, уменьшаются отходы, улучшаются свойства металла, под влиянием приложенных внешних сил происходит изменение формы заготовок без нарушения их сплошности.

Основной задачей всех видов обработки давлением является придание металлу желаемой формы посредством процесса пластической деформации. В результате пластической деформации изменяются не только форма и размеры заготовки, но и структура и свойства исходного металла.

При обработке металлов давлением в заготовке под действием внешних сил возникают напряжения. Если они невелики, происходит упругая деформация, при которой атомы металла смещаются от положений устойчивого равновесия на очень малые расстояния, не превышающие межатомные. После снятия нагрузки атомы вследствие межатомного взаимодействия возвращаются в исходные положения устойчивого равновесия. Форма тела полностью восстанавливается и никаких остаточных изменений в металле не происходит. С увеличением внешней нагрузки напряжения в заготовке растут, что ведет к смещению атомов от положений устойчивого равновесия на расстояния, значительно превышающие межатомные. После снятия нагрузки атомы занимают новые места устойчивого равновесия, поэтому форма тела не восстанавливается. Такое необратимое изменение формы тела называется **пластической деформацией**. Способность металла подвергаться пластической деформации называется **пластичностью**.

Характер пластической деформации зависит от соотношения процессов упрочнения и разупрочнения. Принято различать виды деформации и, соответственно, виды обработки давлением.

Горячая деформация – деформация, после которой металл не получает упрочнения. Рекристаллизация успевает пройти полностью, новые равноосные зерна полностью заменяют деформированные зерна, искажения кристаллической решетки отсутствуют. Деформация-

имеет место при температурах выше температуры начала рекристаллизации.

Неполная горячая деформация характеризуется незавершенностью процесса рекристаллизации, которая не успевает закончиться, так как скорость ее недостаточна по сравнению со скоростью деформации. Часть зерен остается деформированными и металл упрочняется. Возникают значительные остаточные напряжения, которые могут привести к разрушению. Такая деформация наиболее вероятна при температуре, незначительно превышающей температуру начала рекристаллизации. Ее следует избегать при обработке давлением.

При *неполной холодной деформации* рекристаллизация не происходит, но протекают процессы возврата. Температура деформации несколько выше температуры возврата, а скорость деформации меньше скорости возврата. Остаточные напряжения в значительной мере снимаются, интенсивность упрочнения снижается.

При *холодной деформации* разупрочняющие процессы не происходят. Температура холодной деформации ниже температуры начала возврата.

Холодная и горячая деформации не связаны с деформацией с нагревом или без нагрева, а зависят только от протекания процессов упрочнения и разупрочнения. Поэтому, например, деформация свинца, олова, кадмия и некоторых других металлов при комнатной температуре является с этой точки зрения горячей деформацией.

Основными схемами деформирования объемной заготовки, применяемые в промышленности являются:

- сжатие между плоскостями инструмента – ковка;
- ротационное обжатие вращающимися валками – прокатка;
- затекание металла в полость инструмента – штамповка;
- выдавливание металла из полости инструмента – прессование;
- вытягивание металла из полости инструмента – волочение.

1.2. Методические указания

Изучая обработку металлов давлением, следует обратить внимание на различие между упругой и пластической видами деформации.

Основным видом обработки материалов давлением является прокатка. Рассматривая процесс прокатки, следует изучить схему и сущность процесса: как происходит захват металла валками и какие виды деформации различают при прокатке. При изучении технологии

изготовления отдельных видов проката надо обратить внимание на последовательность операций выполняемых отдельными машинами и механизмами.

Необходимо усвоить понятия горячей и холодной обработки давлением, явления, которыми они охарактеризуются: наклеп и рекристаллизация. Для обеспечения равномерного прогрева заготовки по высоте и сечению нужно правильно выбрать режим нагрева.

Путем прессования, в отличие от проката, когда используются пластичные материалы, при деформации сплавов пониженной пластичности, можно получать сложные по форме и точные по размеру профили. При изучении прессования необходимо запомнить, что этот способ применяют для обработки давлением труднодеформируемых сталей и сплавов цветных металлов.

Прессование производят на прессах. Изготовление изделий малых сечений методами проката и прессования обычно энергетически нецелесообразно.

Для производства проволоки, прутков, фасонных профилей и труб малого сечения более рационально использовать процесс **воло-**
чения материалов. Необходимо понять сущность процесса волочения при получении прутков, фасонных профилей и труб, а также изучить устройство инструмента (волоки) и оборудования (волочильные станы). Технологические операции волочения проводят после предварительной подготовки металлических заготовок: применяют различные виды смазки в зависимости от обрабатываемого металла и его назначения. Волочение проводят обычно в холодном состоянии, что приводит к появлению в металле наклепа. Для снятия наклепа на некоторых этапах волочения применяют промежуточный или так называемый межоперационный отжиг.

Крупные изделия сложной формы изготавливают методомковки. Рассматривая технологию свободнойковки, обратите внимание на необходимость учета припусков, допусков и напусков, их размеров и назначения изделий.

При знакомстве с горячей и холодной объемной штамповкой изучите два способа: в открытых и закрытых штампах. Затем следует рассмотреть устройство и принцип работы штамповочных молотов и прессов.

При рассмотрении технологии листовой штамповки следует различать штампы простого, последовательного и совмещенного действия, механизмы подачи и перемещения листового материала, уда-

ления изделий и отходов. Обратите внимание на новые и специальные методы листовой штамповки, их преимущества и недостатки, перспективы развития.

Вопросы для самопроверки:

1. На чем основана обработка металлов давлением? Опишите сущность обработки металлов давлением.

2. В чем заключается преимущество обработки металлов давлением по сравнению с обработкой резанием?

3. Как влияет обработка давлением на структуру и свойства металла?

4. Как изменяется микроструктура металла после обработки давлением? Какие нагревательные устройства применяются перед обработкой металла давлением? Опишите их устройство и назначение.

5. Объясните сущность процесса прокатки. Рассмотрите основные виды прокатки.

6. Опишите технологию производства сортовых профилей.

7. Опишите технологию производства листового проката.

8. Опишите технологию производства бесшовных труб.

9. Опишите технологию производства сварных труб.

10. Опишите технологию производства специальных видов проката.

11. Опишите основные операцииковки и применяемый инструмент. Приведите эскизы.

12. Какое оборудование применяется дляковки? Рассмотрите последовательность операций процессаковки. Опишите их содержание и назначение.

13. В чем заключается сущность процесса горячей объемной штамповки? Приведите схемы штамповки в открытых и закрытых штампах.

14. Какое применяется оборудование для горячей объемной штамповки?

15. Дайте описание технологии холодной штамповки. Ответ иллюстрируйте схемами выдавливания.

16. Рассмотрите технологический процесс прессования (выдавливания) труб.

17. Что такое волочение? Сущность процесса волочения проволоки, применяемое оборудование и порядок выполнения технологических операций.

18. Дайте описание технологического процесса волочения труб, применяемого при этом оборудования и инструментов.
19. Опишите технологию производства гнутых профилей.

Работа №1. Волочение

Краткие теоретические сведения

Волочение это процесс обработки давлением, при котором пластическая деформация заготовки в холодном состоянии осуществляется за счет ее протягивания через постепенно сужающееся отверстие в инструменте, называемом волокой или фильерой. Конфигурация отверстия инструмента определяет форму получаемого профиля изделия.

Схемы волочения прутка и трубы и примеры профилей представлены на рис. 1.1. Волочение труб можно производить без оправки и на оправке, если требуется уменьшить наружный диаметр и толщину стенки.

В связи с тем, что величина деформации за один проход ограничена, то величина вытяжки не должна превышать 1,05 ... 1,5.

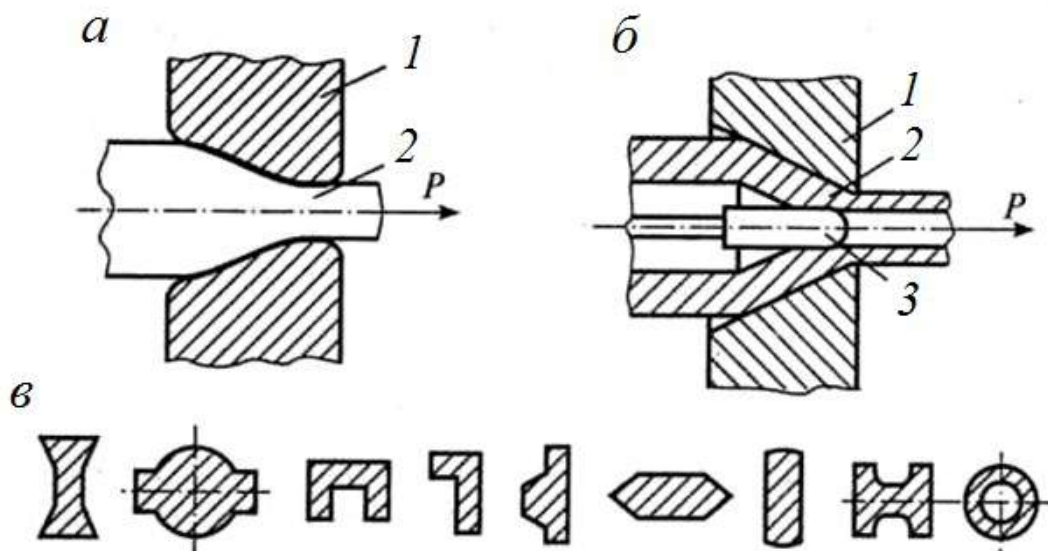


Рис. 1.2. Схемы волочения прутка (а), трубы (б) и примеры профилей, получаемых волочением (в):

1 – фильера; 2 – заготовка; 3 – оправка

Если суммарная деформация металла превышает предельную пластичность (сужение) металла, то необходимо проведение промежуточного рекристаллизационного отжига заготовки перед следую-

щим волочением для устранения пластической деформации и восстановления пластичности металла заготовки. При необходимости отжиг проводится несколько раз.

Истинная деформация, в отличие от относительной деформации, отражает смысл процесса деформирования. При больших деформациях ($> 60 \%$) значения истинной и условной деформаций существенно различаются (истинное удлинение меньше относительного).

Относительное сужение

$$\psi = \frac{S_0 - S_k}{S_k}.$$

Истинное сужение заготовки

$$\varphi = \ln \frac{S_0}{S_k}.$$

Истинная и относительная деформация металла заготовки связаны между собой соотношением

$$e = \ln \left(\frac{1}{1 - \psi} \right).$$

Общая вытяжка заготовки за весь цикл обработки составляет

$$\mu_{\text{общ}} = \left(\frac{d_0}{d_k} \right)^2.$$

Общее истинное сужение заготовки

$$\Psi_{\text{общ}} = \psi_1 + \psi_2 + \dots + \psi_i + \dots + \psi_n = \sum_{i=0}^n \psi_i.$$

Диаметр проволоки после одного прохода

$$d_{\text{пл}} = d_0 z = d_0 \sqrt{\frac{1}{\mu_1}}$$

Количество проходов для достижения предельной величины истинной деформации

$$n = \frac{\ln \frac{d_0}{d_k}}{\ln z}.$$

где d_0 ; d_k – начальный и конечный диаметр прутка, мм;

φ – относительная деформация (сужение) заготовки;

n – число проходов;

ψ_i – относительное сужение металла заготовки за i -проход;

μ_i – вытяжка заготовки за i -проход;

S_0 и S_k – начальная и конечная площадь основания заготовки, мм^2 .

Задача № 1

Определить количество проходов n заготовки, необходимых для получения волочением прутка диаметром d_k (мм) из заготовки диаметром d_0 (мм). Допустимая вытяжка за проход для материала заготовки составляет μ_i . Определить вытяжку за последний проход, чтобы выдержать заданный диаметр готового изделия d_k .

Варианты исходных данных к задаче № 1

Вариант	d_0	d_k	μ_i	Вариант	d_0	d_k	μ_i
1	10	3,0	1,2	11	14	5,0	1,2
2	10	2,5	1,4	12	14	4,0	1,4
3	10	1,0	1,4	13	14	3,0	1,4
4	16	4,0	1,25	14	15	5,0	1,25
5	16	3,0	1,45	15	15	4,0	1,45
6	16	2,0	1,45	16	15	3,0	1,45
7	18	4,0	1,15	17	17	6,0	1,15
8	18	3,0	1,2	18	17	5,0	1,2
9	18	2,0	1,2	19	17	4,0	1,2
10	20	5,0	1,2	20	20	6,0	1,2

Задача № 2

Обосновать необходимость промежуточного отжига заготовки при волочении прутка диаметром d_k (мм) из заготовки диаметром d_0 (мм). Определить расчетом, после какого прохода необходим рекристаллизационный отжиг, если предельная пластичность (сужение) металла составляет ψ (%), а допустимая вытяжка металла за проход - μ_i . Определить также количество отжигов за полный цикл обработки.

Варианты исходных данных к задаче №2

Вариант	d_0	d_k	μ_i	ψ	Вариант	d_0	d_k	μ_i	ψ
1	12	3,0	1,25	50	11	14	5,0	1,2	50
2	12	2,5	1,3	55	12	14	4,0	1,4	55
3	12	1,5	1,2	60	13	14	3,0	1,4	60
4	14	4,0	1,4	50	14	15	5,0	1,25	50
5	14	3,0	1,35	55	15	15	4,0	1,45	55
6	14	3,0	1,2	60	16	15	3,0	1,45	60
7	16	4,0	1,4	50	17	17	6,0	1,15	50

8	16	5,0	1,35	55	18	17	5,0	1,2	55
9	16	4,0	1,25	60	19	17	4,0	1,2	60
10	18	3,0	1,15	50	20	20	6,0	1,2	50

Задача № 3

Определить необходимое число проходов n и диаметр d_{in} (мм) волокни на отдельных проходах при волочении прутка диаметром d_k (мм) из заготовки диаметром d_0 (мм). Допустимая вытяжка металла за проход составляет μ_i .

Варианты исходных данных к задаче №3

Вариант	d_0	d_k	μ_i	Вариант	d_0	d_k	μ_i
1	16	14	1,25	11	15	13	1,25
2	16	12	1,30	12	15	12	1,30
3	16	13	1,20	13	15	11	1,20
4	18	15	1,25	14	17	15	1,25
5	18	14	1,30	15	17	14	1,30
6	18	16	1,20	16	17	13	1,20
7	20	17	1,25	17	19	17	1,25
8	20	16	1,30	18	19	16	1,30
9	10	6,5	1,25	19	9	15	1,25
10	22	20	1,15	20	20	18	1,15

Работа №2. Ковка

Краткие теоретические сведения

Ковка – один из способов обработки металлов давлением, при котором инструмент оказывает многократное воздействие на нагретую заготовку, в результате чего она, деформируясь, постепенно приобретает заданную форму и размеры. Различают ковку ручную и машинную, осуществляемую с помощью молотов и прессов.

К основным операциям машиннойковки относятся осадка, протяжка, прошивка, гибка, сварка, скручивание, отрубка и раскатка (рис. 1.3).

Осадка – уменьшение высоты заготовки при увеличении площади ее поперечного сечения. Осадку производят бойками или осадочными плитами. Заготовки, у которых отношение высоты к диаметру более 2,5, осаживать не рекомендуется во избежание возмож-

ного продольного искривления. Осадка части заготовки называется **высадкой**. Операции машиннойковки выполняют на различных типах молотов и гидравлических прессах.

Относительная деформации в направлении осадки

$$\varepsilon = \frac{h_0 - h_1}{h_1},$$

где h_0 – высота образца до осадки; h_1 – высота образца после осадки.

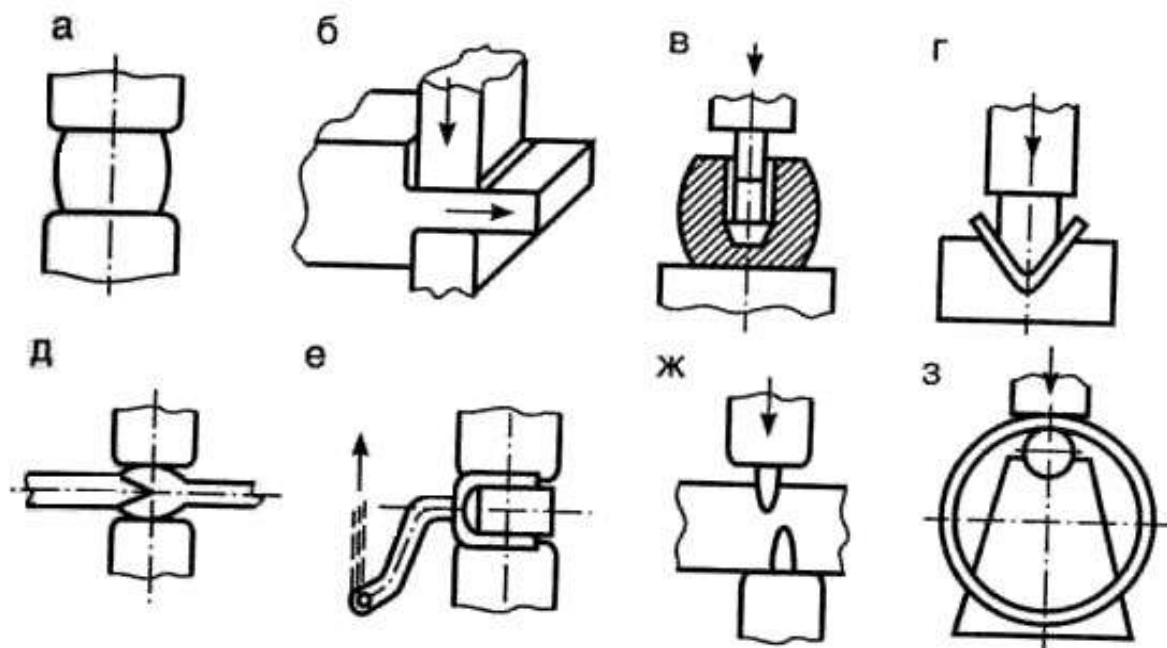


Рис. 1.3. Схема основных операций машиннойковки:
а – осадка; б – протяжка; в – прошивка; г – гибка; д – сварка;
е – скручивание; ж – отрубка; з – раскатка

Удельное усилие при осадке заготовок цилиндрической формы может быть определено по формуле

$$P = \sigma_T \left(1 + \frac{f \cdot d_1}{4h_1} \right),$$

где σ_T – предел текучести металла при температуре деформации; f – коэффициент трения между заготовкой и инструментом (0,3-0,5); h_1 – высота заготовки после осадки; d_1 – диаметр заготовки после осадки.

Сила деформирования при осадке

$$P_d = P \cdot W \cdot \psi_m \cdot S, \text{ (Н) },$$

где W – скоростной коэффициент при осадке ($W = 1$ при осадке прессом, S – площадь заготовки при осадке; $W = 2,5$ при осадке молотом); ψ_m – масштабный коэффициент (табл.1).

Работа деформации

$$A_{\text{д}} = W \psi_{\text{м}} P V \ln \frac{h_0}{h_1}, (\text{Дж}),$$

где V – объем заготовки, м^3 .

Энергия одного удара молота

$$E = mgH\eta, (\text{Дж}),$$

где m – масса молота, кг;

H – высота падения молота, м;

g – ускорение свободного падения $9,8 \text{ м/с}^2$;

η – коэффициент полезного действия, 0,85.

Средний диаметр осажженной поковки

$$d_1 = d_0 \sqrt{(h_0 / h_1)}, \text{мм}.$$

Число ударов молота

$$n = \frac{A_{\text{д}}}{E}.$$

Объем осаживаемой заготовки

$$V_0 = \frac{\pi d_0^2 h_0}{4}.$$

Поскольку объем заготовки не изменяется, то диаметр заготовки после осадки

$$d_1 = \sqrt{\frac{4V_0}{\pi h_1}}.$$

Таблица 1.1

Масштабный коэффициент $\psi_{\text{м}}$ для определения усилия деформирования при обработке давлением

Масса поковки, кг	0 - 1500	1500 - 60000	60000 - 80000	80000 - 200000
$\psi_{\text{м}}$	10	9 - 8	7 - 6	5 - 4

Таблица 1.2.

Временное сопротивление разрыву (МПа) некоторых сталей при повышенных температурах

Марка стали	Температура испытаний, °С				
	700	800	1000	1100	1200
20	145	96	54	38	23

45	170	110	50	34	27
30ХГС	175	85	37	21	10
40Х	175	98	24	11	11

Примечание: для отожженной углеродистой стали отношение σ_T/σ_B составляет примерно 0,5; а для отожженной легированной стали – 0,5-0,6.

Таблица 1.3

Температурные интервалы ковки и штамповки конструкционных, углеродистых и легированных сталей

Марки сталей	Рекомендуемый интервал температур ковки в $^{\circ}\text{C}$	Марки сталей	Рекомендуемый интервал температур ковки, $^{\circ}\text{C}$
Ст.0 – Ст.3	1300 - 700	35Х, 38ХА, 40ХА	1180 - 820
Ст.4, Ст.5	1250 - 750	25Н, 30Н, 25НА, 30НА, 12Х18Н12Т	1220 - 800
Ст.6, Ст.7	1200 - 750	40ХГ, 40ХГА	1180 - 800
10, 15	1300 - 750	12ХН2, 12ХН2А, 12ХН3	1180 - 800
20, 25, 30, 35	1250 - 750	30ХН3, 30ХН3А, 37ХН3А	1160 - 850
40, 45, 50, 55	1200 - 750	37ХС, 40ХС, 40ХСА	1150 - 830
15Г, 20Г, 30Г	1230 - 800	27СГ, 35СГ	1230 - 800
40Г, 50Г	1200 - 800	70Г	1180 – 780
40Г2, 45Г2, 50Г2	1180 - 830	15ХГ, 30ХГС	1230 – 850

Температурные интервалы начала и конца ковки для углеродистых сталей

Марка стали	Температуры ковки	
	начала	конца
Ст 1	1300	900
Ст 2	1250	850
Ст 3	1200	850
Сталь У7, У8, У9	1150	800
Сталь У10, У12, У13	1130	870

Задача № Д.1

Определить усилие деформирования P_d гидравлического ковочно-го пресса, необходимое для осадки стальной заготовки размерами d_0 (мм), h_0 (мм) до высоты $h_{\text{пок}}$ (мм). Температура окончания осадки $T = 1100^{\circ}\text{C}$.

Варианты исходных данных к задаче № Д.1

№ вар.	Марка стали	d_0	h_0	$h_{\text{пок}}$	№ вар.	Марка стали	d_0	h_0	$h_{\text{пок}}$
1	45	1040	2100	950	11	12X18 H12	1040	2100	950
2	40X	1100	2200	970	12	30	1100	2200	970
3	20	1200	2300	1000	13	30ХГС	1200	2300	1000
4	30ХГС	1040	2150	960	14	30	1040	2150	960
5	45	1100	2250	950	15	40X	1100	2250	950
6	40X	1200	2350	970	16	20	1200	2350	970
7	20	1040	2100	1000	17	12X18H12	1040	2100	1000
8	30ХГС	1100	2200	960	18	30	1100	2200	960
9	45	1200	2300	950	19	40X	1200	2300	950
10	40X	1040	2100	970	20	12X18 H12	1040	2100	970

Задача № Д.2.2

Определить массу молота m и число ударов n , необходимых для осадки стальной заготовки с начальными размерами d_0 (мм), h_0 (мм) до высоты h_1 (мм). Расчет m выполнить для температуры окончанияковки, расчет n выполнить для средней температурыковки при высоте падения молота $H= 0,8$ м.

Варианты исходных данных к задаче № Д.2.2

№ вар.	Марка стали	d_0	h_0	h_1	№ вар.	Марка стали	d_0	h_0	h_1
1	45	100	140	70	11	12X18H12	100	140	70
2	40X	120	300	80	12	30	120	300	80
3	20	150	350	100	13	30ХГС	150	350	100
4	30ХГС	100	150	80	14	30	100	150	80
5	45	120	250	70	15	40X	120	250	70
6	40X	130	200	100	16	20	130	200	100
7	20	110	210	80	17	12X18H12	110	210	80
8	30ХГС	120	250	120	18	30	120	250	120
9	45	90	80	90	19	40X	130	180	90
10	40X	100	150	80	20	12X18H12	100	150	80

2. СВАРКА

2.1. Общая характеристика способа

Сварка является наиболее важным способом получения неразъемных соединений из различных материалов, свариваются металлы и сплавы, керамика, стекло, пластмассы, разнородные материалы. Сварка применяется во всех областях техники.

Сварка – технологический процесс получения неразъемных соединений в результате возникновения атомно-молекулярных связей между соединяемыми деталями.

Сварные соединения можно получать двумя принципиально разными путями: сваркой плавлением и сваркой давлением.

Сварка плавлением обычно возможна только в тех случаях, когда свариваемые металлы образуют при расплавлении единую сварочную ванну, т.е. растворяются друг в друге в жидком состоянии. Поэтому она применяется для сварки однородных металлов.

При *сварке давлением* обязательным является совместная пластическая деформация деталей сжатием зоны соединения. Этим обеспечивается очистка свариваемых поверхностей от пленок загрязнений, изменение их рельефа и образование атомно-молекулярных связей. Пластической деформации обычно предшествует нагрев, так как с ростом температуры уменьшается значение деформации, необходимой для сварки и повышается пластичность металла.

Нагрев свариваемых деталей осуществляется разными способами: электрической дугой, газокислородным пламенем, пропусканием тока, лазером и т.д. По-разному обеспечиваются защита зоны сварки от воздействия воздуха и ее принудительная деформация.

При дуговой сварке источником теплоты является электрическая дуга, которая горит между электродом и заготовкой. Сварочной дугой называется мощный электрический разряд между электродами, находящимися в среде ионизированных газов и паров.

В зависимости от материала и числа электродов, а также способа включения электродов и заготовки в цепь электрического тока различают следующие разновидности дуговой сварки (рис.2.1):

- сварка неплавящимся (графитовым или вольфрамовым) электродом 1 дугой прямого действия 2 (рис. 2.1, а), при которой соединение выполняется путем расплавления только основного металла 3, либо с применением присадочного металла 4;

- сварка плавящимся электродом (металлическим) *1* дугой прямого действия с одновременным расплавлением основного металла и электрода, который пополняет сварочную ванну жидким металлом (рис. 2.1, б);
- сварка косвенной дугой 5, горящей между двумя, как правило, неплавящимися электродами, при этом основной металл нагревается и расплавляется теплотой столба дуги (рис. 2.1, в);
- сварка трехфазной дугой, при которой дуга горит между каждым электродом и основным металлом (рис. 2.1, г).

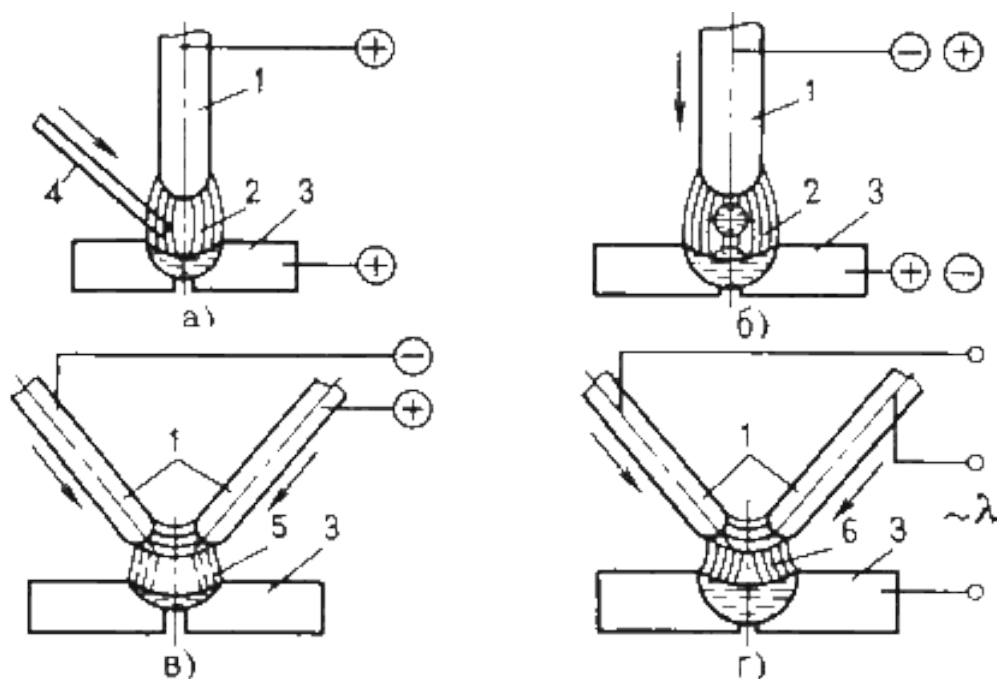


Рис. 2.1. Схемы дуговой сварки

Разновидности дуговой сварки различают по способу защиты дуги и расплавленного металла и степени механизации процесса.

Ручную дуговую сварку (РДС) выполняют сварочными электродами, которые подают вручную в дугу и перемещают вдоль заготовки. В процессе сварки металлическим покрытым электродом дуга горит между стержнем электрода и основным металлом.

Ручная сварка позволяет выполнять швы в любых пространственных положениях: нижнем, вертикальном, горизонтальном, вертикальном, потолочном. Ручная сварка удобна при выполнении коротких криволинейных швов в любых пространственных положениях, при выполнении швов в труднодоступных местах, а также при монтажных работах и сборке конструкций сложной формы.

Электроды для РДС представляют собой проволоочные стержни с нанесенным покрытием. Стержень электрода изготавливают из специальной сварочной проволоки из стали повышенного качества. ГОСТ 2246-70 предусматривает 56 марок стальной сварочной проволоки диаметром 0,3 – 12 мм. Все марки сварочной проволоки разделяют на 3 группы: углеродистую, легированную и высоколегированную.

По назначению стальные электроды по ГОСТ 9466-75 подразделяют на 4 класса:

- для сварки углеродистых и легированных конструкционных сталей (ГОСТ 9467-75);
- для сварки теплоустойчивых сталей (ГОСТ 9467-75);
- для сварки высоколегированных сталей (ГОСТ 10052-75);
- для наплавки поверхностных слоев с особыми свойствами (ГОСТ 1051-75).

Внутри каждого класса электроды делятся на типы (всего 73 типа). В маркировке указывается тип электродов, начинающийся с буквы Э, затем следуют цифры, которые указывают минимальный гарантированный предел прочности в кг/мм². Например, Э42 ($\sigma_b \approx 420$ МПа), Э50 ($\sigma_b = 500$ МПа). Буква А в обозначении указывает, что металл шва, наплавленный этим электродом, имеет повышенные пластические свойства. Такие электроды применяют при сварке наиболее ответственных швов.

Для сварки углеродистых и низколегированных конструкционных сталей предусмотрено девять типов электродов (Э38, Э42, Э42А, Э46, Э46А, Э50, Э50А, Э55, Э60); для сварки легированных и конструкционных сталей повышенной и высокой прочности пять типов (Э70, Э85, Э100, Э125, Э150) (табл. 5).

Условное обозначение электродов для сварки конструкционных сталей состоит из обозначения марки электрода, типа электрода, диаметра стержня, типа покрытия, номера ГОСТа.

Пример: УОНИ– 13/45 – Э42А – 4,0 – Ф ГОСТ 9467-75.

Расшифровка:

УОНИ – 13/45 – марка электрода; Э42А – тип электрода (Э – электрод для дуговой сварки; 42 – минимальный гарантированный предел прочности металла шва в кгс/мм²; А – гарантируется получение повышенных пластических свойств металла шва); 4,0 – диаметр электродного стержня в мм; Ф – фтористокальциевый тип покрытия.

Марка электрода (УОНИ – 13/45, АН-1, АНО-1, 03С-6 и др.) характеризует также его технологические свойства: род и полярность тока, возможность сварки в различных пространственных положениях (оговорены в ГОСТе и справочной литературе по сварке).

Основными преимуществами сварных соединений являются: экономия металла; снижение трудоемкости изготовления корпусных деталей; возможность изготовления конструкций сложной формы из отдельных деталей, полученных ковкой, прокаткой, штамповкой.

Сварным конструкциям присущи и некоторые недостатки: появление остаточных напряжений; коробление в процессе сварки; плохое восприятие знакопеременных напряжений, особенно вибраций; сложность и трудоемкость контроля. Дефекты швов являются следствием неправильного выбора или нарушения режима сварки. Виды внешних и внутренних дефектов сварных швов устанавливают методами дефектоскопии.

2.2. Методические указания

Следует ознакомиться с классификацией способов сварки, их краткой характеристикой и особенностями применения в машиностроении, отметив преимущества сварки по сравнению с другими способами изготовления и ремонта деталей.

Обратить внимание на виды дефектов сварки и пайки, причины их возникновения и методы предупреждения.

Вопросы для самопроверки:

1. Опишите физические основы получения сварного соединения.
2. Приведите классификацию методов сварки. Опишите их преимущества и недостатки.
3. Что называется свариваемостью металлов?
4. Какие типы сварных соединений Вы знаете?
5. Изложите различные способы электродуговой сварки.
6. Какие виды автоматизированных процессов сварки Вы знаете?
7. В чем сущность способа автоматической сварки? Начертите ее технологическую схему.
8. Опишите процесс электрошлаковой сварки.
9. Опишите принципиальную схему аргоно-дуговой сварки и ее преимущества перед другими способами сварки в среде защитных газов.
10. В чем состоит сущность газовой сварки?
11. Изложите сущность электродуговой резки металлов. Какое при этом применяется оборудование и каковы принципы его работы?

12. Расскажите о газовой резке металлов и областях ее применения.
13. Приведите примеры контроля качества сварных швов.
14. Опишите технологию контактной роликовой сварки стальных листов.
15. Опишите технологию дуговой сварки под слоем флюса труб большого диаметра из стали 18ХГТ в условиях серийного производства.
16. Начертите схему контактной роликовой (шовной) сварки. Опишите, в чем состоят достоинства и недостатки.
17. Изобразите схему контактной точечной сварки. Опишите области ее применения.
18. В чем заключаются физические основы холодной сварки и сварки трением. Области их применения.
19. Изложите способы сварки ультразвуком и взрывом, диффузионной сварки в вакууме, газопрессовой сварки.
20. Расскажите о структурных превращениях стали в зоне термического влияния.
21. Каковы особенности сварки и контроля углеродистых и низколегированных сталей?
22. Каковы особенности сварки чугуновых отливок?
23. Расскажите о способах сварки Cu, Al и их сплавов.
24. Опишите технологию сварки емкостей из стали 14Х17Т толщиной 8 мм. В чем состоит особенность сварки высокохромистых сталей?
25. Какие физические явления сопутствуют пайке металлов? Какие применяются припой и каков их состав?
26. В чем состоят различия в технологии пайки мягкими и твердыми припоями?
27. Приведите примеры дефектов сварных швов и способы их контроля.
28. Опишите методы устранения дефектов сварки и пайки.

2.1. Ручная сварка покрытыми электродами

Краткие теоретические сведения

Основной задачей при проведении процесса сварки является разработка режима сварки. Режим дуговой сварки – совокупность факторов, обеспечивающих получение сварочного шва хорошего качества и заданных размеров. К таким факторам относятся род и полярность **сварочного** тока, его величина, тип и марка электрода, его диаметр, напряжение на дуге, положение шва в пространстве, скорость **сварки**.

Род **сварочного** тока – постоянный или переменный – и его полярность зависит от марки и толщины свариваемого металла. Эти

данные, а также типы и марки электродов приводятся в справочных таблицах.

Диаметр электрода в зависимости от толщины свариваемых деталей можно выбрать по табл. 4.

При сварке многослойных швов первый шов сваривают электродом диаметром не более 4 мм, а при диаметре электрода большем этого может быть непровар корня шва.

Диаметр электрода при сварке вертикальных швов не более 5 мм, потолочных – не более 4 мм независимо от толщины свариваемого металла. При выборе диаметра электрода для сварки угловых и тавровых соединений принимается во внимание катет шва. Диаметр электрода при катете шва – 3...5-3...4 мм, при катете 6...8-4...5 мм.

Величина сварочного тока в зависимости от диаметра электрода печатается на упаковке электродов.

Для сварки в нижнем положении величину сварочного тока можно определить по формуле:

$$I_{\text{св}} = (40...60) d,$$

где $I_{\text{св}}$ – величина **сварочного** тока, А; 40...60 – коэффициент, зависящий от типа и диаметра электрода; d – диаметр электрода, мм.

При сварке конструкционных сталей:

- для электродов диаметром 3...6 мм величина **сварочного** тока: $I_{\text{св}} = (20 + 6d) d$;
- для электродов диаметром менее 3 мм: $I_{\text{св}} = 30d$.

Величина **сварочного** тока зависит как от диаметра электрода, так и от длины его рабочей части, состава покрытия, его положения в пространстве **сварки**.

Интервал изменения $I_{\text{св}} = 150 \dots 400$ А, напряжение $U = 16 \dots 30$ В.

Для пластин с толщиной $h < 10$ мм сварной шов выполняется однослойным, при $h > 10$ мм – многослойным, т.е. заполнение сварных швов большой толщины производится за несколько проходов электрода. Чтобы обеспечить качество шва на всю толщину свариваемых изделий, производится разделка кромок свариваемых поверхностей. При сварке пластин толщиной h менее 6 мм разделка кромок не производится, при $h > 6$ мм выполняется разделка под углом в 30° .

Ручная сварка применяется для коротких швов, криволинейных, любых пространственных, в труднодоступных местах при монтаже и сборке сложных конструкций. Ток и производительность наплавки ограничены, так как при большом токе стержень электрода нагрева-

ется и покрытие отслаивается. Плотность тока находится в пределах $10 \dots 20 \text{ А/мм}^2$.

Учитывая заданную марку стали и временное сопротивление разрыва стали (табл.1), выберите тип электрода (табл. 5). Если сварное соединение должно работать при ударных нагрузках, выбирайте электрод с повышенными пластическими свойствами.

Одним из основных параметров режима ручной дуговой сварки является диаметр электрода $d_э$ (мм). Для стыковых соединений диаметр электрода выбирают в зависимости от толщины свариваемых кромок (табл.4).

В табл.7 представлены наиболее часто применяемые электроды.

Каждому типу электрода соответствует несколько марок. В табл.7 указаны диаметры и коэффициенты наплавки электродов. Коэффициент наплавки оценивает массу электродного металла, перешедшую в сварной шов в течение часа горения дуги, отнесенную к одному амперу сварочного тока. Учитывая, что производительность сварки прямо пропорциональна коэффициенту наплавки, а тип электрода и его диаметр уже выбран, подберите марку электрода из табл.7.

Длина дуги $L_д$ (мм) значительно влияет на качество сварки. Короткая дуга горит устойчиво и спокойно. Она обеспечивает получение высококачественного шва, так как расплавленный металл электрода быстро проходит дуговой промежуток и меньше подвергается окислению и азотированию. Но слишком короткая дуга вызывает “примерзание” электрода, дуга прерывается, нарушается процесс сварки. Длинная дуга горит неустойчиво и с характерным шипением. Глубина проплавления недостаточная, расплавленный металл электрода разбрызгивается и больше окисляется и азотируется. Шов получается бесформенным, а металл шва содержит большое количество оксидов. Длину дуги можно определить по формуле

$$L_д = 0,5(d_э + 2), \quad (2.2)$$

где $d_э$ —диаметр электрода (мм).

Самое широкое применение нашла дуга с жесткой характеристикой, когда напряжение $U_д$ (В) практически не зависит от силы тока и пропорционально её длине $L_д$. Такая дуга горит устойчиво и обеспечивает нормальный процесс сварки.

$$U_д = a + pL_д, \quad (2.3)$$

где $L_д$ —длина дуги (мм), a (В) — коэффициент, характеризующий падение напряжения на электродах (при использовании стальных электродов).

тродов $a=10-12B$), p (В/мм) – коэффициент характеризующий падение напряжения на 1 мм длины дуги ($p=2,0-2,5B/\text{мм}$).

Количество металла, необходимого для создания сварного шва Q_H (г)

$$Q_H = 10^{-3} l S \gamma, \quad (2.4)$$

где l – длина свариваемого шва (мм), S – площадь поперечного сечения шва (мм^2), γ – плотность электродного металла (для стали $\gamma=7,8\text{г/см}^3$). Для одностороннего стыкового шва без скоса кромок площадь поперечного сечения S :

$$S = bh, \quad (2.5)$$

где h – толщина свариваемого металла (мм), b – зазор (расстояние) между свариваемыми деталями (мм).

Для одностороннего шва с V -образным скосом двух кромок площадь поперечного сечения S :

$$S = h(b-1) + 0,5(h^2 + 1), \quad (2.6)$$

где h и b указанные выше конструкционные элементы сварного шва.

Величину зазора между свариваемыми деталями берём из табл. 3.

Основное время горения дуги t_o (ч) составляет

$$t_o = Q_H / (I_{\text{св}} \cdot \alpha_H), \quad (2.7)$$

где Q_H – масса наплавленного металла (г), $I_{\text{св}}$ – сила сварочного тока (А), α_H – коэффициент наплавки (г/А-ч), (табл.7).

Скорость сварки $V_{\text{св}}$ (м/ч)

$$V_{\text{св}} = 10^{-3} l / t_o, \quad (2.8)$$

где l – длина сварного шва (мм), t_o – основное время горения дуги (ч).

Процесс сварки включает не только время горения дуги, но и вспомогательные операции (установку электрода, поворот детали т. д.). Это дополнительное время зависит от организации рабочего места, квалификации сварщика и учитывается коэффициентом производительности M .

Полное время сварки $t_{\text{п}}$ (ч) определяемая по формуле

$$t_{\text{п}} = t_o / M, \quad (2.9)$$

где t_o – основное время горения дуги (ч), M – коэффициент производительности, ($M=0,6-0,8$).

Массу расплавленного металла Q_p (г) можно определить, подчитав массу расплавленных электродов

$$Q_p = 10^{-3} \gamma \pi d^2 (l_3 - l_{\text{ог}}) n / 4, \quad (2.10)$$

где γ – плотность электродного металла, d_3 диаметр электрода (мм), l_3 – длина электрода (мм) (табл.4), $l_{\text{ог}}$ – длина огарка (мм), (принимают $l_{\text{ог}}=50\text{мм}$), n – число электродов. Расход электродов (кг) на 1 кг наплавленного металла – 1,6-1,7.

В заключении, определяют полный расход электроэнергии на сварку A (кВт·ч)

$$A = I_{\text{св}} U_{\text{д}} t_{\text{о}}, \quad (2.11)$$

где $I_{\text{св}}$ – сила сварочного тока (А), $U_{\text{д}}$ – напряжение дуги (В), $t_{\text{о}}$ – основное время горения дуги (ч).

Для расчета основных параметров режима электродуговой сварки воспользоваться табл.2*.

Задача С.1

Разработать технологический процесс ручной дуговой сварки плавящимся электродом с покрытием в нижнем положении со стыковым соединением свариваемых элементов.

В табл. 1 приведены исходные данные для выполнения задания № 1.

Таблица 2.1

Исходные данные для выполнения задания С.1

№ варианта	Марка стали	Временное сопротивление при растяжении $\sigma_{\text{в}}$, МПа	Толщина свариваемой стали, Н, мм	Длина шва l , мм
0	09Г2СД	450	11,0	460
1	10Г2С1*	500	1,5	400
2	08ГДН*	400	2,0	300
3	15Г	420	2,5	650
4	20	420	3,0	260
5	15*	400	3,5	230
6	Ст3	400	4,0	200
7	14ХГС	500	4,5	180
8	08ГДНФ	500	5,0	150
9	09Г2С*	500	5,5	260
10	12Г2СМФ	700	6,0	240
11	14ГХНМ	700	6,5	200
12	15Х	700	7,0	190
13	16ГС*	500	7,5	340
14	12ГН2МФАЮ	850	8,0	260
15	14Х2ГМР	800	8,5	375
16	20Х	800	9,0	330
17	12ХГН2МФБАЮ	900	9,5	300
18	18ХГТ	1000	10,0	270
19	16Г2АФ	600	10,5	500

20	15Г2СФ	560	11,0	460
21	16Г2АФД	580	11,5	440
22	09Г2*	450	12,0	400
23	20Г	460	12,5	373
24	10ХСНД	540	13,0	347
25	17Г1С	520	13,5	330
226	Ст4	440	14,0	280
27	10Г2*	450	14,5	325
28	25*	460	15,0	310
29	14Г2	460	15,5	290
30	10Г2С1Д	520	16,0	280

* Сварное соединение работает при ударных нагрузках

Задача С.2

Для изготовления из листа толщиной h (мм) цилиндрической обечайки диаметром D (мм) и длиной L (мм) разработать режим ручной дуговой сварки, определить расход электродов.

Варианты исходных данных для задачи С.2

№ вар	Марка стали	h	D	L	№ вар.	Марка стали	h	D	L
1	Ст3	6	500	1000	11	10	8	700	2000
2	10	7	700	1500	12	20	9	800	2100
3	20	8	800	1600	13	Ст3	6	650	2000
4	Ст3	9	900	2000	14	10	7	650	2200
5	10	6	550	1500	15	20	8	850	2500
6	20	7	600	2000	16	Ст3	9	1000	2500
7	Ст3	8	750	2200	17	10	6	700	1700
8	10	9	950	2500	18	20	7	550	1600
9	20	6	600	1900	19	Ст3	8	900	2000
10	Ст3	7	500	1200	20	10	9	1100	2300

Задача С.3

Для изготовления из листа толщиной h (мм) конического днища для обечайки диаметром D (мм) с углом конуса α (град) разработать режим ручной дуговой сварки, определить расход электродов.

Варианты исходных данных для задачи С.3

№ вар.	Марка стали	h	D	α	№ вар.	Марка стали	h	D	α
1	10	6	500	45	11	20	6	550	80
2	20	7	700	50	12	Ст3	7	650	75
3	Ст3	8	800	55	13	10	8	750	70
4	10	9	900	60	14	20	9	850	65
5	20	6	1000	70	15	Ст3	6	950	60
6	Ст3	7	1200	75	16	10	7	1100	55
7	10	8	800	80	17	20	8	650	50
8	20	9	900	85	18	Ст3	9	750	45
9	СЗ	6	700	0	19	10	6	50	80
10	10	7	600	85	20	20	7	950	85

Задача С.4

Для изготовления из листа толщиной h (мм) конического перехода длиной L (мм) между трубопроводами D (мм), d (мм) разработать режим ручной дуговой сварки, определить расход электродов.

Варианты исходных данных для задачи С.4

№ вар.	Марка стали	h	L	D	d	№ вар.	Марка стали	h	L	D	d
1	20	6	100	203	127	11	Ст3	6	250	299	159
2	Ст3	7	200	219	133	12	10	7	350	325	168
3	10	8	300	245	140	13	20	8	300	203	140
4	20	9	350	273	146	14	Ст3	9	200	219	146
5	Ст3	6	250	294	152	15	10	6	100	245	152
6	10	7	150	325	159	16	20	7	150	273	159
7	20	8	300	203	133	17	Ст3	8	250	299	168
8	Ст3	9	200	219	140	18	10	9	350	325	180
9	10	6	100	245	146	19	20	6	300	203	146
10	20	7	150	273	152	20	Ст3	7	200	219	152

Таблица 3

Тип сварного шва

Наименование соединения	Условное обозначение	Форма подготовки кромок	Толщина металла h , мм	Зазор b , мм	Выполнение шва

Шов стыковой односторонний без скоса кромки	C2		1,5–2,5 3,0–4,0	1 2	
Шов стыковой односторонний с V-образным скосом двух кромки	C17		4,5–7,5 8,0–13,5 14,0–16,0	3 4 5	

a – притупление кромки, $a = 1$ мм

Таблица 4

Диаметр электрода

Толщина свариваемого металла h , мм	1,5–2,0	2,5–4,0	4,5–7,0	7,5–10,0	Более 10,0
Диаметр электрода $d_э$, мм	2	3	4	5	6
Коэффициент пропорцио- нальности k , А/мм	30	35	40	45	50
Длина электрода $l_э$, мм	250	300	350	450	450

Таблица 2.5

Тип электрода

Тип электрода	Механические свойства металла сварного шва		
	Временное сопротивле- ние при растяжении σ_b , МПа	Относительное удлинение ϵ , %	Ударная вязкость KCU , МДж/м ²
Э38	380	14	0,3
Э42	420	18	0,8
Э42А	420	22	1,5
Э46	460	18	0,8
Э46А	460	22	1,4
Э50	500	16	0,7
Э50А	500	20	1,3
Э55	550	20	1,2
Э60	600	18	1,0
Э70	700	14	0,6
Э85	850	12	0,5

Э100	1000	10	0,5
Э125	1250	8	0,4
Э150	1500	6	0,4

Таблица 2.7

Марка электрода

Тип электрода	Марка электрода	Диаметр электрода $d_{э}$, мм	Коэффициент наплавки $\alpha_{н}$, г/А·ч
Э42	ОЗС-23	2; 3	8,5
	ВСЦ-4	3; 4	9,5
	ОМА-2	2; 2,5; 3	8
	АНО-6	4; 5	10
Э42А	УОНИ-13/45	2; 2,5; 3; 4; 5	8,5
	СМ-11	3; 4; 5	10
Э46	АНО-4	3; 4; 5	8,5
	ОЗС-6	3; 4; 5; 6	10
	МР-3	3; 4; 5; 6	7,5
	ОЗС-21	3; 4; 5	8,5
	ВН-48	2,5; 3; 4; 5; 6	11
Э46А	ОЗС-22Р	3; 4; 5; 6	10
	УОНИ-13/55К	3; 4; 5	9,5
	ВН-48	2,5; 3; 4; 5; 6	11
Э50	ВСЦ-4А	3; 4	9,5
Э50А	УОНИ-13/55	2; 2,5; 3; 4; 5	9
	АНО-11	3; 4; 5	9,5
	ДК-50	4; 5	10
Э55	УОНИ-13/55У	4; 5; 6	10
Э60	ВСЦ-60	5; 6	10
	УОНИ-13/65	2; 2,5; 3; 4; 5	9,5
	ОЗС-24	3; 4	9,5
Э70	ВСФ-75У	4	9
Э85	УОНИ-13/85	2; 2,5; 3; 4; 5	10
	НИАТ-3М	2; 2,5; 3; 4; 5	9,5
	ВСФ-85	3; 4	9,5
Э100	ОЗШ-1	2; 2,5; 3; 4; 5	8,5

Таблица 2*

Расчет основных параметров режима электродуговой сварки

№	Определяемая величина	Буквенное обозначение, ед. измерения	Расчетная формула или источник информации	Численная величина
1	Тип сварного шва	С...	табл. 3	С 17
2	Тип электрода	Э...	табл. 5	Э 46
3	Диаметр электрода	d_3 , мм	табл. 4	6
4	Марка электрода		табл. 7	ОЗС-6
5	Коэффициент пропорциональности	K , А/мм	табл. 4	50
6	Сила сварочного тока	$I_{св}$, А	$I_{св} = Kd_3$	300
7	Длина дуги	L_d , мм	$L_d = 0,5(d_3 + 2)$	4
8	Напряжение дуги	U_d , В	$U_d = \alpha + \beta L_d$	18
9	Площадь поперечного сечения	S , мм ²	$S = b \cdot h$ $S = 8(h - 1) + 0,5(h_2 + 1)$	94
10	Масса наплавленного металла	Q_n , г	$Q_n = 10^{-3} l S \gamma$	337,27
11	Коэффициент наплавки	α_n , г/А·ч	табл. 7	10
12	Основное время горения дуги	t_o , ч	$t_o = Q_n / I_{св} \alpha_n$	0,11
13	Скорость сварки	$V_{св}$, м/ч	$V_{св} = 10^{-3} l / t_o$	4,09
14	Полное время сварки	T_n , ч	$T_n = t_o / M$	0,22
15	Длина электрода	l_3 , мм	табл. 4	450
16	Число слоев	n	табл. 6	4
17	Масса расплавленного металла	Q_p , г	$Q_p = 10^{-3} \gamma \pi d_3^2 (l_3 - l_{ог}) n / 4$	352,68
18	Коэффициент потерь	ψ , %	$\psi = 10^2 (Q_p - Q_n) / Q_p$	4,4
19	Расход электроэнергии на сварку	A , кВт·ч	$A = I_{св} U_d t_o$	594
20	Зазор (расстояние) между свариваемыми деталям	B , мм	табл. 3	
21	Длина сварного шва	l , мм	табл. 1	

$$\alpha = 10, \beta = 2 ; \quad \gamma = 7,8 \text{ г/см}^3; \quad l_{ог} = 50 \text{ мм}; \quad M = 0,5$$

3. ОБРАБОТКА МЕТАЛЛОВ РЕЗАНИЕМ

3.1. Общая характеристика способа

Обработка резанием – технологический процесс изготовления деталей, заключающийся в образовании новых поверхностей отделением поверхностных слоев материала с образованием стружки.

Для осуществления процесса резания необходимо относительное движение между заготовкой и режущим инструментом. Совокупность относительных движений инструмента и заготовки, необходимых для получения заданной поверхности, называют кинематической схемой обработки. Движения резания – это движения, обеспечивающие снятие слоя металла со всей обрабатываемой поверхности.

Примеры схем обработки различных поверхностей (рис. 3.1).

На обрабатываемой заготовке различают три поверхности: обработанную (3), полученную на заготовке в результате обработки; обрабатываемую (1), подлежащую обработке, и поверхность резания (2), образуемую режущей кромкой инструмента (рис. 1, а – г).

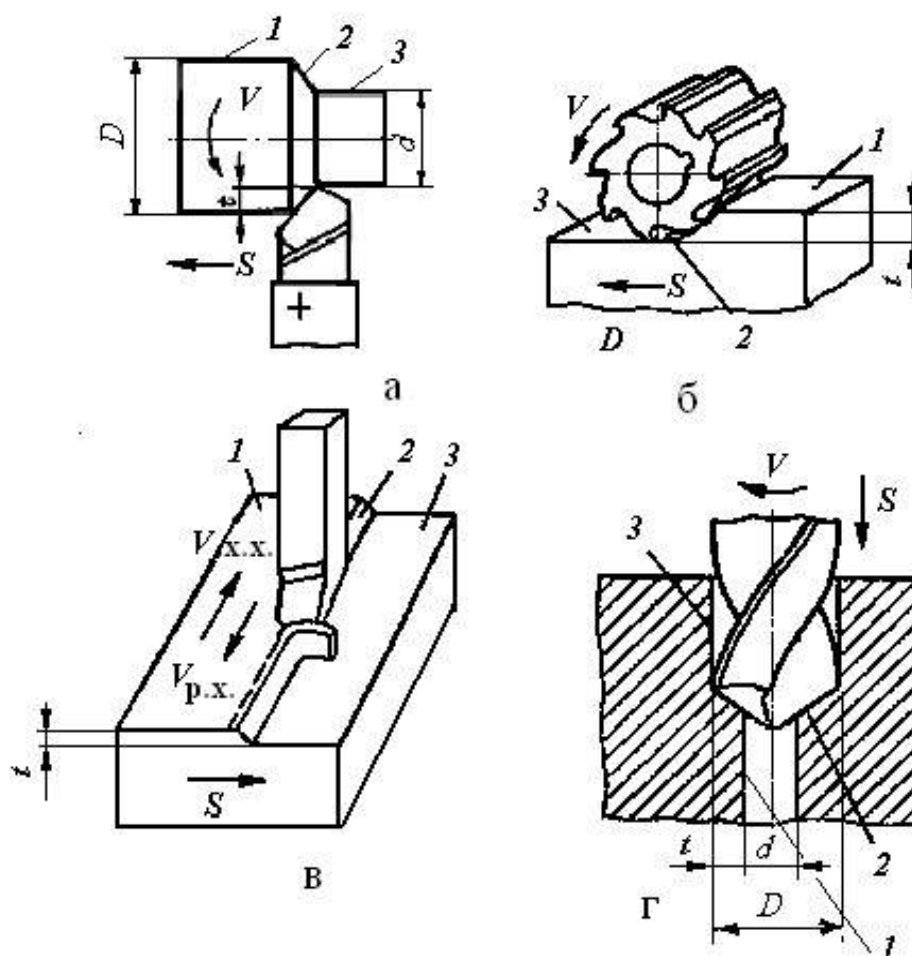


Рис. 3.1 Схемы обработки заготовок:
а) точением. б) фрезерованием, в) строганием,
г) сверлением (рассверливанием)

Процесс обработки задаётся **режимом резания**. Элементами режима резания являются **скорость резания, подача и глубина резания**. Совокупность этих значений принято называть **режимом резания**. Режим резания выбирается в следующей последовательности:

- глубина резания – t ,
- подача – S ,
- скорость резания – V .

Глубина резания – определяется как расстояние между обрабатываемой и обработанной поверхностями заготовки, измеренное по нормали. Глубина резания измеряется в мм (рис. 1.1).

$t = (D - d) / 2$ (a и z – при точении и рассверливании);

$t = d / 2$ (при сверлении); $t = H - h$ (b и v) при фрезеровании и строгании)

Глубина резания зависит от следующих факторов:

- величины припуска a (слой металла, подлежащий удалению в процессе обработки),
- вида обработки (черновая или чистовая),
- мощности станка.

Глубина резания может быть равна припуску $t = a$, или $t = a / i$, если припуск снимается за несколько проходов (i – количество ходов, за которое снимется весь припуск при данной глубине резания).

Подача (S) – это перемещение заготовки или инструмента в направлении движения подачи за цикл движения резания.

При точении и сверлении подача задается в миллиметрах за 1 оборот (мм/об), при фрезеровании подача может быть задана в миллиметрах на зуб (мм/зуб), в миллиметрах в минуту (мм/мин), при строгании – в миллиметрах за двойной ход стола (мм / дв. х).

Величина подачи зависит от требований к обработанной поверхности: шероховатости и точности поверхности – чем выше точность и чистота обработки, тем меньше величина подачи.

Скорость резания (V) – скорость перемещения точки режущей кромки инструмента относительно заготовки. Скорость резания измеряют в метрах в минуту **при всех видах обработки резанием**, кроме шлифования и полирования (метры в секунду).

Если главное движение резания является вращательным, то скорость резания определяется по формуле

$$V = \pi D n / 1000,$$

где D – диаметр заготовки или инструмента, мм; n – частота вращения заготовки или инструмента, об/мин.

При возвратно-поступательном движении скорость резания определяется по формуле

$$V = 2L n (k + 1) / 1000,$$

где L – длина хода инструмента или детали при обработке данной поверхности, мм;

n – число двойных ходов в минуту ($n = 500 \cdot V / L \cdot (k + 1)$);

k – коэффициент отношения скорости рабочего хода к скорости холостого хода ($k = V_{\text{рх}} / V_{\text{хх}}$).

К элементам процесса резания относится также основное технологическое время T_0 , затрачиваемое непосредственно на обработку резанием данной поверхности (изменение формы и размеров заготовки).

Основное время определяется по формуле:

$$T_0 = L \cdot i / S \cdot n,$$

где $L = l + l_1 + l_2$,

l – длина обрабатываемой поверхности,

l_1 – величина врезания инструмента,

l_2 – величина перебега инструмента.

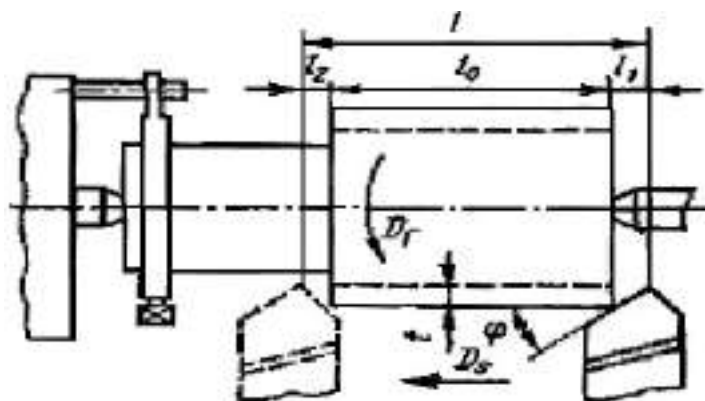


Рис. 1.2. Схема к расчёту T_0 при обработке цилиндрической поверхности

3.2. Методические указания

Обработка металлов резанием связана с превращением в стружку значительного количества металлов. Это привело к тому, что обработка резанием в некоторой степени потеснена малоотходными технологиями (точное литье, обработка давлением и др.). Однако обработка резанием остается главным средством изготовления высокоточных деталей в машиностроении с заданной точностью и чистотой

поверхности. Резание металлов представляет собой сложный процесс, включающий ряд взаимодействующих явлений, к которым относятся: упругое и пластическое деформирование, интенсивное трение, выделение тепла, образование нароста, явление наклепа, износ инструмента, усадка стружки.

При изучении этой темы следует обратить внимание на физико-химические процессы, происходящие при резании, и их роль в формировании поверхностного слоя обрабатываемой детали. Необходимо разбираться в видах режущих инструментов и способах их эффективного использования.

Необходимо ознакомиться с современным состоянием развития теории и технологии обработки материалов резанием, классификацией поверхностей и методов их обработки, требованиями к технологичности деталей, обрабатываемых резанием, кинематикой процесса резания, классификацией движений и геометрией срезаемого слоя.

Следует запомнить определение, обозначения и размерности элементов режима резания, элементы резца и его углы.

Изучите силы, действующие на резец, влияние различных показателей на скорость резания, а также скоростное и силовое резание как резерв повышения производительности труда.

При изучении материалов, из которых изготавливаются резцы, следует обратить внимание на марки быстродействующих и твердых сплавов, особенно на минералокерамические сплавы, имеющие высокую износостойкость и дешевые в изготовлении.

Высокие требования, предъявляемые к технико-эксплуатационным характеристикам современных машин, обеспечиваются высокой точностью размеров и другими показателями качества деталей этих машин. Поэтому роль металлорежущих станков для высококачественной обработки деталей в машиностроении не уменьшается.

Современные станки – это сложные разнообразные механизмы, использующие различные методы осуществления движений и управления рабочим циклом, обеспечивающие обработку деталей любой конфигурации и различных размеров.

При изучении темы следует обратить внимание на движения инструмента и детали при обработке на различных станках. Необходимо разбираться в технологических возможностях станков разных видов.

Следует изучить принятую в России классификацию металлорежущих станков, подробно рассмотреть приводы и передачи станков различных групп. Для чтения кинематических схем станков нужно знать условные обозначения различных узлов в соответствии с ГОС-Тами.

Необходимо рассмотреть основные виды токарных, сверлильных, расточных, строгальных, долбежных, протяжных, фрезерных, шлифовальных работ, применяемые инструменты, а также технологические требования, предъявляемые к деталям, обрабатываемым на различных станках.

Все металлорежущие станки разделяют на группы по характеру выполняемых работ и виду применяемых инструментов. Подробно рассмотрите принятую в России классификацию и уясните единую систему условного обозначения станков, понимаемую как нумерация. Затем подробно рассмотрите технологии обработки резанием, выполняемые на разных металлорежущих станках.

Обработка на токарных станках. С использованием рисунков рассмотрите основные узлы токарно-винторезного станка и поймите, почему токарные станки часто называют универсальными. Проанализируйте типы станков токарной группы.

Обработка на сверлильных и расточных станках. Поймите, что понимают под обработкой круглых отверстий на станках сверлильной группы.

Обработка на фрезерных станках. Уясните, что такое фрезерование и какие типы фрез для этого используют.

Обработка на строгальных, долбежных и протяжных станках. С учетом видов обработки поверхностей строганием выделите особенности этой группы станков. Изучите типаж инструментов, используемых для этих целей. Составьте схему работ на станках этой группы.

Обработка на шлифовальных и отделочных станках. Изучите процесс шлифования и инструмент, используемый для этих целей. Обратите внимание, что шлифование также относится к операциям резания и разберитесь с чем это связано. Рассмотрите методы шлифования и типы шлифовальных станков. Для всех рассмотренных технологий резания изучите возможные виды работ.

Вопросы для самопроверки

1. Для чего используют станки токарной группы?
2. Почему токарные станки часто называют универсальными?
3. Что понимают под зенкованием и развертыванием крупных отверстий.
4. Какие основные типы фрез существуют?
5. В чем особенности строгальных станков?
6. Что понимают под процессом шлифования?
7. Что понимают под абразивным инструментом?
8. Для каких целей используют в механообработке роботы и манипуляторы?

Токарная обработка

Задача. На токарно-винторезном станке производится наружное продольное точение заготовки $D=68$ мм до $d=62$ мм (рис. 2). Длина обрабатываемой поверхности $l=280$ мм, длина заготовки $L=430$ мм. Шероховатость обработанной поверхности $Ra=25$ мкм. Заготовка - поковка стальная 40Х с пределом прочности 700 МПа. Способ крепления заготовки - в центрах. Обработка ведется с охлаждением.

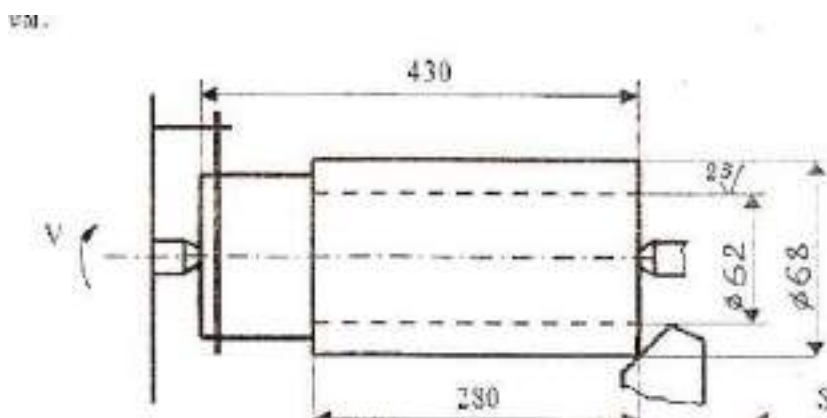


Рис. 2. Схема обработки

Необходимо:

- Выбрать токарный станок;
- Выбрать режущий инструмент;
- Выполнить эскиз резца;
- Назначить режимы резания;
- Определить машинное время.

Решение

Исходя из условий задачи (размеров заготовки, характера обработки), выбираем токарно-винторезный станок модели 16К20, имеющий следующие технические характеристики: мощность двигателя $N_{дв}=10$ кВт, к.п.д.=0,75, высота центров =215 мм, расстояние между центрами 2000 мм.

Материал режущей части инструмента выбираем исходя из физико-механических свойств обрабатываемого материала и характера обработки (Приложение таблица 1). При черновом обтачивании конструкционной стали марки 40Х с глубиной резания $t=3$ мм на средних станках рекомендован твердый сплав марки Т15К6 (WC-79%, TiC-15%, Co-6%) либо быстрорежущая сталь марки Р6М5 (W-6%, Mo-5%, C-1%). Так как в последнее время большее предпочтение отдано инструменту из твердого сплава, выбираем материал пластинки Т15К6. Державка резца изготавливается из качественной конструкционной стали группы 1 марки 45 ($\sigma_b=610$ МПа, HB= 197).

При выборе значений геометрических параметров резца следует учитывать материал заготовки, вид обработки, материал режущей части инструмента, сечение державки и жесткость системы СПИД (Приложение таблицы 2, 3). Выбираем форму передней поверхности резца - радиусную с фаской. Фаску с отрицательным передним углом делают для упрочнения режущей кромки резца с пластинками из твердого сплава. Радиусная лунка обеспечивает завивание сходящей стружки. Геометрические параметры режущей части (рис. 3): передний угол $\gamma=10^\circ$ (при черновой обработки конструкционных материалов с HB<240), задний угол $\alpha=6^\circ$ (при черновой обработке), угол наклона главной режущей кромки $\lambda=0$ (точение без ударных нагрузок), углы в плане $\varphi=45^\circ$, $\varphi'=15^\circ$ (при жесткой системе СПИД), угол фаски $\gamma_\phi=-5^\circ$, ширина фаски $f=0,8$ мм.

Используя выбранные данные геометрических параметров режущей части резца, выполним эскиз токарного проходного резца с пластинкой из твердого сплава марки Т15К6, сечение державки 16×25 мм.

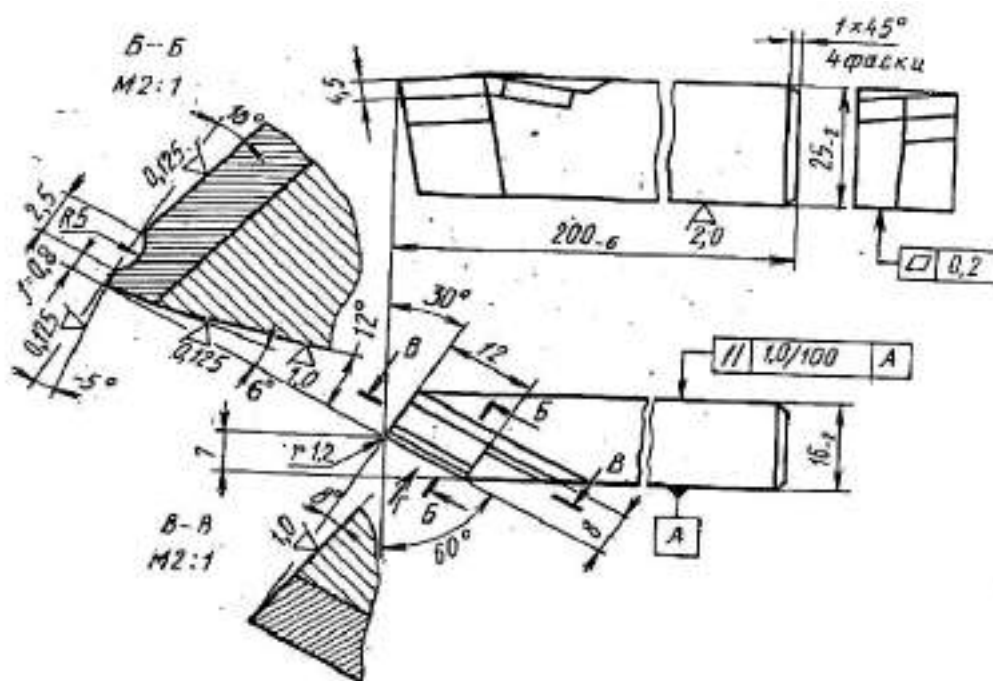


Рис. 3. Эскиз резца

Назначаем режимы резания.

Глубину резания определяем по формуле

$$t = \frac{D - d}{2} = \frac{68 - 62}{2} = 3 \text{ (мм)}$$

Т. к. при черновой обработке за один проход инструмента можно снять $t=5-7$ мм, то данная обработка будет проходить за один проход. Причем шероховатость обработанной поверхности $Ra=25$ мкм будет обеспечена.

Подачу назначаем по таблице 4 (Приложения). Для обработки заготовки из конструкционной стали, диаметром до 100 мм, глубиной резания $t=3$ мм, сечением державки 16×25 мм - подача $S_{\text{таб}}=1,2$ мм/об.

Данную подачу корректируем по паспорту станка 16К20, выбрав ближайшее меньшее значение:

$$S_{\text{ф}} = 1 \text{ мм/об.}$$

Период стойкости определим по таблице 9 (Приложения):

$$T=30 \text{ мин.}$$

Скорость резания при наружном точении определяем по формуле

$$V = \frac{C_v}{T^m t^x S^y} K_v = \frac{340}{30^{0,23} 3^{0,15} 1^{0,45}} 0,97 = 142 \text{ (м/мин)}.$$

$$K_v = 1,07 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 0,97 \cdot 0,94 = 0,97, \text{ где}$$

$$K_{MV} = \frac{750}{700} = 1,07, K_{PV} = 1, K_{IV} = 1, K_{\phi V} = 1, K_{\phi W} = 0,97, K_r = 0,94.$$

(Приложение таблицы 11,12,15,16 согласно заданным условиям). Определяем частоту вращения шпинделя, соответствующую найденной скорости резания, по формуле (3)

$$n_p = \frac{1000V_p}{\pi D} = \frac{100 \cdot 142}{3,14 \cdot 68} = 665 \text{ (об/мин)}.$$

Корректируем частоту вращения шпинделя по паспорту станка 16К20, выбрав фактическое значение частоты вращения из ближайшего меньшего.

$$n_{\phi} = 500 \text{ об/мин.}$$

Определяем действительную скорость резания по формуле (5)

$$V_d = \frac{\pi D n_{\phi}}{1000} = \frac{3,14 \cdot 68 \cdot 500}{1000} = 107 \text{ (м/мин)}.$$

Определяем мощность, затраченную на резание, по формуле (6) и силу резания по

$$P_Z = C_{PZ}^y \cdot t^x \cdot S_{\phi} \cdot V_d \cdot K_{PZ}, \quad (5)$$

Из таблицы 16 (Приложения) выписываем коэффициенты и показатели степеней для данных условий обработки. $C_{PZ}=300$, $x=1$, $y=0,75$, $n=0,15$.

Учитываем поправочный коэффициент на силу резания K_{PZ} , представляющий собой произведение ряда коэффициентов, учитывающих фактические условия резания.

$$K_{PZ} = K_{MPZ} K_{\phi} K_{\gamma} K_{\lambda} K_r = 0,94 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 = 0,94$$

Численные значения этих коэффициентов выбираем в таблице 15, 16 (Приложения):

$$K_{MPZ} = \left(\frac{700}{750} \right)^{0,75} = 0,94, K_{\phi} = 1, \text{ при } \phi = 45^{\circ}; K_{\gamma} = 1 \text{ при } = 10^{\circ}; K_{\lambda} = 1 \text{ при } \lambda = 0^{\circ};$$

K_r на силу резания при заданных условиях обработки не влияет.

$$P_Z = C_{PZ} \cdot t^x \cdot S_j \cdot V_d \cdot K_{PZ} = 300 \cdot 3^1 \cdot 1^{0,75} \cdot 107^{0,15} \cdot 0,94 = 419 \text{ (Н)}.$$

$$N_e = \frac{P_z \cdot V_d}{60 \cdot 1020} = 7,1 \text{ кВт.}$$

Проверяем достаточность мощности привода станка по условию:

$$N_e < N_{CT}$$

На станке 16K20 $N_{CT} = 10 \cdot 0,75 = 7,5$ кВт.

$7,1 < 7,5$, т.е. обработка возможна.

- Определяем основное технологическое время по формуле

$$L = l + y + \Delta = 280 + 3 + 2 = 285 \text{ (мм)},$$

где длина обрабатываемой поверхности $l = 280$ мм, величина врезания $y = t \cdot \text{ctg}\varphi = 3 \cdot \text{ctg}45^\circ = 3 \cdot 1 = 3$ (мм), величину перебега принимаем $\Delta = 2$ мм.

Тогда

$$t_0 = \frac{Li}{n_\phi S_\phi} = \frac{285 \cdot 1}{500 \cdot 1} = 0,57 \text{ (мин)}.$$

Задача Р.1.

Определить минутную подачу резца S_m (мм/мин) при обтачивании на токарном станке заготовки диаметром D (мм) со скоростью резания v (м/мин) и подачей резца за один оборот заготовки S (мм/об).

Варианты исходных данных к задаче Р.1

№	D	V	S	№	D	V	S
1	140	88	0,6	11	387	233	0,6
2	37	233	0,43	12	90	177	0,43
3	90	177	0,87	13	120	119	0,87
4	120	119	0,7	14	72	280	0,7
5	72	280	0,78	15	64	200	0,78
6	64	200	0,17	16	160	80	0,17
7	160	80	0,18	17	54	170	0,18
8	54	170	0,3	18	43	216	0,3
9	43	216	0,23	19	210	133	0,23
10	210	133	0,52	20	140	88	0,52

Задача Р.2.

Определить основное время T_0 при подрезании сплошного торца

заготовки диаметром D_0 (мм) на токарном станке за один проход. Припуск на обработку (на сторону) h (мм). Частота вращения шпинделя n (об/мин); подача резца S (мм/об). Резец проходной отогнутый с главным углом в плане $\varphi = 45^\circ$. Перебег резца $\Delta = 1 \dots 3$ мм. Начертить схему обработки поверхности.

Варианты исходных данных к задаче Р.2

№	D	h	n	S	№	D	h	n	S
1	140	2,5	1000	0,32	11	300	2	1250	0,32
2	37	3	800	0,43	12	90	3	800	0,43
3	90	2	2000	0,24	13	120	1	2000	0,87
4	120	3	315	0,12	14	72	2	315	0,7
5	72	1,5	800	0,28	15	64	2	800	0,78
6	64	3	500	0,17	16	160	3,5	500	0,17
7	160	2	1250	0,18	17	54	1,5	1250	0,18
8	54	3	400	0,3	18	43	2	400	0,3
9	43	2	630	0,23	19	210	1,8	630	0,23
10	210	1,5	1250	0,52	20	140	2,3	1250	0,52

Задача Р.3.

Определить основное время T_0 при отрезании кольца от заготовки, имеющей форму трубы с наружным диаметром D (мм) и внутренним – d (мм), на токарном станке резцом с пластиной из твердого сплава. Частота вращения шпинделя n (об/мин); подача резца S (мм/об). Перебег резца $\Delta = 1 \dots 2$ мм. Начертить схему обработки поверхности.

Варианты исходных данных к задаче Р.3

№	D	h	n	S	№	D	h	n	S
1	140	80	1000	0,32	11	300	120	1250	0,32
2	70	35	800	0,43	12	90	30	800	0,43
3	90	40	2000	0,24	13	120	60	2000	0,87
4	120	65	315	0,12	14	72	34	315	0,7
5	72	36	800	0,28	15	64	24	800	0,78
6	64	20	500	0,17	16	160	70	500	0,17
7	160	80	1250	0,18	17	54	20	1250	0,18
8	54	25	400	0,3	18	43	10	400	0,3
9	43	20	630	0,23	19	210	120	630	0,23
10	210	100	1250	0,52	20	140	100	1250	0,52

Задача Р.4.

Определить мощность $N_{\text{рез}}$, затрачиваемую на резание и момент сопротивления резанию $M_{\text{ср}}$, если при продольном точении заготовки диаметром D (мм) со скоростью резания V (м/мин) тангенциальная сила резания составила P_z (Н). Начертите схему расположения составляющих силы резания для рассматриваемого случая обработки резанием.

Варианты исходных данных к задаче Р.4

№	D	V	P_z	№	D	V	P_z
1	140	75	2750	11	380	75	2750
2	160	130	2200	12	90	170	2200
3	90	170	3000	13	120	119	3000
4	120	110	1050	14	72	120	1050
5	75	180	2050	15	64	200	2050
6	64	100	3000	16	160	80	3000
7	160	80	4000	17	54	170	4000
8	80	170	1600	18	43	160	1600
9	30	150	1500	19	210	133	1500
10	210	130	1000	20	140	88	1000

Для решения предлагаемых задач по резанию металлов и режущему инструменту следует пользоваться справочными таблицами [5-9] и справочными материалами Приложения В, а также источниками [1;4].

5. Литейное производство

5.1. Общая характеристика способа

Литьё - получение изделий путем заливки жидкого металла в формы и его последующего затвердевания.

Теоретически, литьем можно получить сколь угодно сложное по форме изделие. На практике, литьё, как и все методы формообразования, имеет существенные ограничения.

Они связаны:

- с трудностями изготовления формы для заливки жидкого металла;

- с невозможностью заполнения жидким металлом сколь угодно тонкого

рельефа; это технологическое свойство металла, называемое "жидкотекучестью", связано с вязкостью жидкого металла, его поверхностным натяжением, смачиваемостью материала формы жидким металлом и рядом других факторов;

- с усадкой металла при застывании, которая определяется разностью объемов, занимаемых жидким и затвердевшим металлом и изменением его объема (размеров) при охлаждении до комнатной температуры. Усадка, а особенно неравномерное охлаждение отливки в форме, приводит к ее короблению, возникновению внутренних напряжений, а, иногда, даже к разрушению.

Однако литьё позволяет получать самые сложные по форме изделия, в том числе и произведения искусства...

Литьё - древнейший технологический процесс. В средние века литьем изготавливали колокола для церквей, пушки, монументы и т.д.

5.2. Методические указания

Литейное производство - отрасль машиностроения, использующаяся для изготовления фасонных заготовок или деталей путем заливки расплавленного металла в специальную форму, полость которой имеет конфигурацию заготовки (детали).

При изучении этой темы необходимо рассмотреть такие явления как жидкотекучесть, усадка, трещинообразование, газовые раковины и пористость отливок.

Затем необходимо разобраться в технологических процессах получения отливок различными способами: в песчано-глинистых формах, в оболочковых формах, по выплавляемым моделям, в металлических формах (кокилях), центробежным литьем под давлением, специализированными способами.

Студент должен последовательно рассмотреть литье в металлические формы (кокиль), центробежное литье, точное литье по выплавляемым моделям, литье в оболочковые формы.

Далее необходимо рассмотреть технологические этапы получения отливки, то есть сборку и заливку литейных форм, охлаждение отливок, их выбивку и очистку.

Затем следует ознакомиться с особенностями изготовления отливок из различных сплавов.

Изучить оборудование, применяемое в литейных цехах для плавки и проведения других технологических операций.

Особое внимание следует обратить на основные виды дефектов отливок, отметив влияние нарушений технологического процесса и нетехнологичности конструкций отливок на появление различных видов брака литья. Рекомендуется ознакомиться с современными методами и аппаратурой, применяемой для контроля всех стадий процесса изготовления отливок и используемых материалов. Следует четко уяснить, какие дефекты можно подвергнуть исправлению, и какие отливки являются окончательным браком.

Вопросы для самопроверки:

1. Что понимается под жидкотекучестью литейных сплавов? Как проводят испытания на жидкотекучесть сплавов?

2. Что такое усадка литейных сплавов? Опишите способы предупреждения усадочных раковин и пористости отливок.

3. В результате, каких явлений образуются трещины в отливках? Как бороться с этим видом брака?

4. Какие применяются меры для уменьшения возможности образования газовых раковин и пористости отливок?

5. Какие формовочные и стержневые смеси используют в литейном производстве? Их характеристики и методы испытания.

6. Дайте описание схемы работы литейного конвейера. Рассмотрите вопросы механизации и автоматизации изготовления литейных форм.

7. Машины для получения отливок под давлением, схема их устройства и принцип действия. Области применения отливок, изготовленных способом литья под давлением.

8. Перечислите свойства серого чугуна как литейного и конструкционного материала.

Укажите, для каких целей применяются в машиностроении чугунные отливки? Приведите химические составы нескольких марок серого и модифицированного чугунов с указанием их механических свойств.

9. Изложите способы получения ковкого чугуна: виды ковкого чугуна, в чем особенности изготовления литейных форм для получения ковкого чугуна?

10. Опишите технологию изготовления отливок из алюминиевых сплавов.

11. Опишите технологию изготовления отливок из магниевых сплавов.

12. Опишите технологию отливок из медных сплавов.

13. Назовите виды дефектов при получении отливок и способы их устранения. Как, с применением какой аппаратуры и на каких стадиях изготовления производится контроль отливок?

6. Основы металлургического производства

6.1. Общая характеристика способа

Металлы и их сплавы в настоящее время являются основным материалом для производства машин, приборов и других технических устройств.

Это определяется сочетанием их свойств, которым в данное время не обладают другие конструкционные материалы.

К таким свойствам относятся:

- механические: прочность, твердость, пластичность, ударная вязкость ...

- теплофизические: жаропрочность, теплопроводность, низкий коэффициент линейного расширения...

- химические: устойчивость в агрессивных средах, биологическая инертность

- технологические: свариваемость, литейные свойства (жидкотекучесть, степень усадки при затвердевании, склонность к ликвации элементов), пластичность...

Современное металлургическое производство представляет собой комплекс различных производств, базирующихся на месторождениях руд и коксующихся углей, энергетических комплексах. Оно включает:

- шахты и карьеры по добыче руд и каменных углей;
- горно-обоганительные комбинаты, где обогащают руды, подготавливая их к плавке;

- коксохимические заводы (подготовка углей, их коксование и извлечение из них полезных химических продуктов);
- энергетические цехи для получения сжатого воздуха (для дутья доменных печей), кислорода, очистки металлургических газов;
- доменные цехи для выплавки чугуна и ферросплавов или цехи для производства железорудных металлизированных окатышей;
- заводы для производства ферросплавов;
- сталеплавильные цехи (конвертерные, мартеновские, электросталеплавильные);
- прокатные цехи (слиток в сортовой прокат).

Основная продукция чёрной металлургии:

- чугуны: переделный, используемый для передела на сталь, и литейный, для производства фасонных отливок;
- железорудные металлизированные окатыши для выплавки стали;
- ферросплавы (сплавы железа с повышенным содержанием марганца, кремния, ванадия, титана и т.д.) для легированных сталей;
- стальные слитки для производства проката,
- стальные слитки для изготовления крупных кованых валов, дисков (кузнечные слитки).

Основная продукция цветной металлургии:

- слитки цветных металлов для производства проката;
- слитки для изготовления отливок на машиностроительных заводах;
- лигатуры – сплавы цветных металлов с легирующими элементами для производства сложных легированных сплавов;
- слитки чистых и особо чистых металлов для приборостроения и электротехники.

6.2. Методические указания

Получение чугуна в доменных печах относится к пирометаллургическому способу. Исходными материалами являются руды, флюсы и топливо. Изучите виды руд, флюсы и их назначение, топливо, используемое при производстве чугуна, принцип работы доменной печи и физико-химические процессы, протекающие при получении чугуна. Ознакомьтесь со способами прямого восстановления железа из руды, этапами этого процесса.

Ознакомьтесь с рудами для получения меди, алюминия, магния, титана; способами их обогащения. Изучите работу агрегатов для получения этих металлов, способы рафинирования.

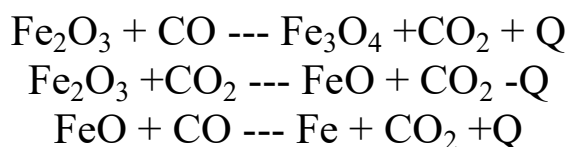
Краткие теоретические сведения

Процессы получения стали из чугуна и скрапа сводятся к снижению примесей и углерода путем окислительных процессов с сталеплавильных печей. Ознакомьтесь с принципом работы современных конвертеров, мартеновских и электродуговых печей. Изучите физико-химические процессы, протекающие в печах. Изучите способы разлива стали и ознакомьтесь с технико-экономическими показателями различных способов получения стали.

Восстановление металла проводится несколькими способами.

Термохимическое восстановление металла осуществляется воздействием на соединение металла каким-либо восстановителем при высокой температуре. Термохимическим способом восстанавливают многие металлы.

Например, железо обычно содержится в руде в виде окислов Fe_2O_3 или Fe_3O_4 и восстанавливается угарным газом (CO), образующимся при горении кокса (продукта переработки каменного угля) в доменных печах. В зонах 4-6 происходит горение кокса в потоке воздуха поступающего через фурмы и образуется угарный газ при температуре $1600-1750^\circ\text{C}$, который, воздействуя на окислы железа, приводит к их восстановлению:



Образующееся железо, в виде капель, стекает в горн, откуда периодически выпускается. Сверху печи также периодически происходит подсыпка шихты (смеси руды, кокса и флюсов). Таким образом горение в печи поддерживается непрерывно в течении длительного времени, от 5 до 10 лет.

В образующемся железе при высокой температуре растворяется углерод кокса, что приводит к получению сплава железа с углеродом, при содержании последнего выше 2% (но не более 6,67%). Такой сплав весьма тверд и хрупок и называется чугуном.

Суточная производительность доменной печи достигает 2500 тонн чугуна. Хотя чугун, как конструкционный материал, применяется для отливки заготовок различных деталей машин (станины, корпуса двигателей, зубчатые колеса и т.д.), но большая его часть перерабатывается в сталь – сплав железа с углеродом при содержании углерода менее 2%.

Понизить содержание углерода в чугуне и, тем самым, превратить его в сталь можно окисляя избыточный углерод в жидком чугуне. Для этого применяются конвертерный и мартеновский методы получения стали.

Плавку медных руд ведут в пламенных печах, в которых происходит восстановление меди, но из-за высокого содержания в руде соединений железа и серы образуется "медный штейн", в котором содержится 20-50% меди, 20-40% железа и 22-25% серы.

Полученный штейн перерабатывается в черновую медь в конвертерах. Продувая через жидкий штейн воздух, проводят окисление железа, которое всплывает на поверхности в виде окислов, сера выгорает с образованием огромного количества окиси серы, используемой как сырьё для производства серной кислоты.

В результате процесса получают черновую медь (98,5-99,5 % Cu), которую можно использовать для производства медных сплавов, но которая не пригодна для электротехнической промышленности (для производства проводов).

Конвертерный способ получения стали состоит в окислении избыточного углерода продувкой через жидкий чугун кислорода.

При этом, естественно, сгорает и некоторая часть железа. Реакция является экзотермической, поэтому в жидкий чугун можно добавить некоторую часть металлического лома, который при продувке кислородом расплавляется.

Процесс протекает довольно быстро (менее 20 мин). Производительность процесса зависит от объема конвертера (от 3 до 250 тонн).

При таком производстве стали химический состав ее зависит от содержания примесей в руде. Невозможно получить высококачественные легированные стали и переработка стального лома возможна только в ограниченных количествах, в то время как в промышленности накапливается его огромная масса.

Мартеновский способ получения стали заключается в плавке шихты за счет горения топлива, в качестве которого используются го-

рующие газы, мазут, угольная пыль. При этом возможно производить контроль состава, вводить легирующие элементы.

В зависимости от вида процесса, в печь загружаются:

- жидкий чугун + руда - "рудный процесс".
- твердый чугун + металлический лом - "скраппроцесс"
- жидкий чугун + металлический лом + руда - "скрапрудный процесс".

Вопросы для самопроверки:

1. В чем заключается сущность производства стали из чугуна? Какие существуют разновидности процессов получения стали?
2. Поясните сущность современных способов повышения качества стали: вакууммированием при разливке, электрошлаковым и вакуумно-дуговым методами переплавки и укажите области применения каждого из них.
3. Охарактеризуйте продукты доменного производства и укажите область применения каждого из них.
4. Опишите существующие способы разливки стали. Чем отличается спокойная сталь от кипящей? Опишите процесс кристаллизации спокойной стали в изложнице.
5. Опишите способы разливки стали. Укажите преимущества и недостатки каждого способа.

Задача №8.1.

Рассчитать шихту для выплавки чугуна состава 3,0% C, 2,3% Si, 0,9% Mn. Выплавка производится ваграночным способом из чушкового чугуна ЛК1, возврата собственного производства и стального лома. Масса металлической завалки 200 кг. Неметаллические компоненты шихты: кокс – 10%, флюсы – 3% металлической завалки. Расчет произвести с учетом угара Si и Mn при выплавке.

Задача №8.2.

Рассчитать шихту для выплавки чугуна состава 3,2% C, 2,4% Si, 1,1% Mn. Выплавка производится ваграночным способом из чушкового чугуна ЛК2, возврата собственного производства и стального лома. Масса металлической завалки 200 кг. Неметаллические компоненты шихты: кокс – 10%, флюсы – 3% металлической завалки. Расчет произвести с учетом угара Si и Mn при выплавке.

Задача №8.3.

Рассчитать шихту для выплавки чугуна состава 3,0% С, 2,3% Si, 1,5% Mn. Выплавка производится ваграночным способом из чушкового чугуна ЛК3, возврата собственного производства и стального лома. Масса металлической завалки 200 кг. Неметаллические компоненты шихты: кокс – 10%, флюсы – 3% металлической завалки. Расчет произвести с учетом угара Si и Mn при выплавке.

Задача №8.4.

Рассчитать шихту для выплавки чугуна состава 3,0% С, 2,3% Si, 0,9% Mn. Выплавка производится ваграночным способом из чушкового чугуна ЛК4, возврата собственного производства и стального лома. Масса металлической завалки 200 кг. Неметаллические компоненты шихты: кокс – 10%, флюсы – 3% металлической завалки. Расчет произвести с учетом угара Si и Mn при выплавке.

Задача №8.5.

Рассчитать шихту для выплавки чугуна состава 3,2% С, 2,1% Si, 1,2% Mn. Выплавка производится ваграночным способом из чушкового чугуна ЛК5, возврата собственного производства и стального лома. Масса металлической завалки 200 кг. Неметаллические компоненты шихты: кокс – 10%, флюсы – 3% металлической завалки. Расчет произвести с учетом угара Si и Mn при выплавке.

Задача №8.6.

Рассчитать шихту для выплавки чугуна состава 3,1% С, 2,2% Si, 1,1% Mn. Выплавка производится ваграночным способом из чушкового чугуна ЛК6, возврата собственного производства и стального лома. Масса металлической завалки 200 кг. Неметаллические компоненты шихты: кокс – 10%, флюсы – 3% металлической завалки. Расчет произвести с учетом угара Si и Mn при выплавке.

Задача №8.7.

Рассчитать шихту для выплавки чугуна состава 3,0% С, 2,3% Si, 0,9% Mn. Выплавка производится ваграночным способом из чушкового чугуна ЛК7, возврата собственного производства и стального лома. Масса металлической завалки 200 кг. Неметаллические компоненты шихты: кокс – 10%, флюсы – 3% металлической завалки. Расчет произвести с учетом угара Si и Mn при выплавке.

Материал режущей части резца

материал режущей части – пластины из ТС, РК, СТМ					
условие эксплуатации			материал пластины		
обработка	припуск	глубина резания, мм	рекомендуемы й для усредненных условий	повышенной износостойк ости	повышенной прочности
обтачивание и подрезание					
1. конструкционные, подшипниковые и инструментальные стали (НВ 110-130)					
1.1 мелкие и средние станки					
черно- вая	непрерывн ый	св. 1,5 до 3	т15к6,мс111	вок- 60,в3, тн20,кнт 16, сп1105	т14к8, вп1255
		св. 3 до 7	T14K8,MC2210 , ВП1255	T15K6,КН T16,MC111	T5K10,MC1460
		св. 7 до 15	T5K10,MC2215 , ВП1255	T5K12,	MC146
	Прерывист ый	св. 1,5 до 3	T14K8,MC2210 , ВП1255	T15K6,MC 111, ВП1195	T5K10,MC1460
		св. 3 до 7	T5K10,MC1460	T14K8,MC 2210	T5K12,MC146
		св. 7 до 15	T5K12,MC146	T5K10,MC 1460	ТТ7K12
Чисто вая	Непрерывн ый	До 1	ВО-13,ВШ-75	Композит1 0	T30K4,ТН20
		св. 1 до 3	T30K4,	ВОК-71	ТН20,ТТ5K6
1.2 Крупные и тяжелые станки					
Черно вая	Непрерывн ый	св. 3 до 7	T14K8, MC2215	T15K6,MC 111	T5K10,MC1465
		св. 7 до 15	T5K10,MC1460	T14K8,MC 2215	T5K12,MC146
		св. 15 до 45	T5K10	-	ТТ7K12,T5K12
Черно вая	Прерыви тый	св. 3 до 7	T5K10, MC131	T15K6, MC2215	MC1465,MC14 60
		св. 7 до 15	T5K10, MC131	T14K8,ВП5 510	T5K12, MC146

		св. 15 до 45	T5K12	T5K10	TT7K12
Чисто вая	Непрерывный	до 2	ВOK-60, В3	Композит1 0	T30K4,T15K6
		св. 2 до 7	T30K4	ВOK-60	T15K6
2. Коррозийно-стойкая сталь					
2.1 Мелкие и средние станки					
Черно вая и чисто вая	Непрерывный	св. 1,5 до 3	BK6-M	BK10-OM, BK3,TT18 K6, T15K6	BK10- OM,TT10K8-Б
		св. 3 до 7	BK10-OM, TT10K8-Б	BK6- M,TT18K6	BK10-XOM
		св. 7 до 15	BK10-XOM	BK10- OM,TT10K 8-Б	BK15- XOM,BK8
Черновая и чистова я	Прерывистый	св. 1,5 до 3	BK10- OM,TT10K8-Б	BK6-M	BK10-XOM
		св. 3 до 7	BK10-XOM	BK10- OM,TT10K 8-Б	BK15- XOM,BK8
2.2 Крупные и тяжелые станки					
Черновая и чистовая	Непрерывный	св. 3 до 7	BK10- OM,TT10K8-Б	BK6-M, BK6- OM	BK10-XOM
		св. 7 до 15	BK10-XOM	BK10-OM, TT10K8-Б	BK15-XOM
		св. 15 до 30	BK15- XOM,BK8	BK10- XOM	-
	Прерывистый	св. 3 до 7	BK10-XOM	BK10-OM, TT10K8-Б	BK15- XOM,BK8
		св. 7 до 15	BK15-XOM. BK8	BK10- XOM	-
		св. 15 до 30	BK15-XOM, BK8	BK10- XOM	-

Таблица №2

Геометрические параметры режущей части резца

Операция	Обрабатываемый материал		Обработка	Припуск	α	γ	$\gamma\Phi$	Параметры лезвия при Н, мм			
								16:20	25:32	40:50	63:80
	группа	твердость						r=f0, мм			
Резцы из твердого сплава											
Обтачивание и подрезание	Конструкционная сталь	HB<240	Черновая	непрер	6	10	-5	0,8-1,0	1,0-1,2	1,2-1,8	1,8-2,4
				Прерыв	5	-6	-	0,8-1,0	1,0-1,2	1,2-1,8	1,8-2,4
			Чистовая	Непрерыв.	8	15	-5	0,6-0,8	0,8-1,2	1,2-1,6	1,6-2,0
		HB<240-330	Черновая	Непрерыв.	6	8	-5	0,8-1,0	1,0-1,2	1,2-1,8	1,8-2,4
				Прерыв	5	-8	-	0,8-1,0	1,0-1,2	1,2-1,8	1,8-2,4
			Чистовая	Непрерыв.	8	10	-	0,6-0,8	0,8-1,2	1,2-1,6	1,6-2,0
	Коррозионностойкая сталь		Черновая	Непрерыв.	6	15	-3	0,8-1,0	1,0-1,2	1,2-1,6	1,6-2,0
			Чистовая	Непрерыв.	8	20	-3	0,4-0,6	0,6-0,8	0,8-1,0	1,0-1,2
	Чугун, медные сплавы высокой твердости		Черновая	Непрерыв. Прерыв.	6	8	-5	0,8-1,0	1,0-1,2	1,2-1,6	1,6-2,0
			Чистовая	Непрерыв.	8	10	-	0,6-0,8	0,8-1,0	1,0-1,2	1,2-1,6
	Медные сплавы низкой твердости и алюминий		Черновая	Непрерыв. и прерыв.	6	15	-	0,8-1,0	1,0-1,2	1,0-1,2	1,6-2,0
			Чистовая	Непрерыв.	8	25	-	0,6-0,8	0,8-1,0	0,8-1,0	1,2-1,6
	Сталь закаленная и отбеленный чугун	Чистовая	Непрерыв.	12	-10	-	0,4-0,6	0,6-0,8	0,8-1,0	1,0-1,2	
Отрезание про	Конструкционная сталь	HB<240	-	-	6	15	-5	0,4-0,6	0,6-0,8	1,2-1,6	1,0-1,2
		HB<240-330	-	-	8	10	-5	0,8-1,0	1,0-1,2	0,8-1,0	1,6-2,0

	Коррозионностойк	-	-	8	15	-3	0,4-	0,6-	1,0-	1,0-

ре за нисая сталь						0,6	0,8	1,2	
Чугун, медные сплавы высокой твердости	-	-	6	8	-	0,6-0,8	0,8-1,0	1,0-1,2	1,2-1,4
Медные сплавы низкой твердости и алюминий	-	-	8	30	-	0,6-0,8	0,8-1,0	1,0-1,2	1,2-1,4

Таблица 3

Геометрические параметры режущей части резца (углы в плане)

Типы резцов	Условия работы	Главный угол в плане, φ	Вспомогательный угол в плане, φ1
Резцы проходные	Жесткая система СПИД; L/D<6	10-30	5-10
	Средняя жесткая система СПИД; L/D=6-12	45-60	10-15
	Нежесткая система СПИД; L/D=12-15	75-90	15-20
Резцы подрезные (S поперечная)	-	30-70	25-45
Резцы отрезные, прорезные	-	80-90	1-3
Резцы расточные	Жесткая система СПИД	40-60	20-25
	Нежесткая система СПИД	60-75	20-25

Таблица 4

Подачи при черновом наружном точении резцами с пластинами из твердого сплава и быстрорежущей стали

Диаметр детали, мм	Размеры державки резца, мм	Обрабатываемый материал									
		Сталь конструкционная угле- родистая, легированная и жа- ропрочня					Чугун и медные сплавы				
		Подача S мм/об, при глубине t мм									
		До 3	Св.3 до 5	Св.5 до 8	Св.8 до 12	Св.12	До.3	Св.3 до 5	Св.5 до 8	Св. 8 до	Св. 12
До 12	От16*25 до25*25	0,3- 0,4	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Св.20 до	От16*25	0,4-	-	-	-	-	0,4-	-	-	-	-

40	до25*25	0,5					0,5					
>40>60	От16*25 до25*25	0,5- 0,9	0,4- 0,8	0,3- 0,7	-	-	0,6- 0,9	0,5- 0,8	0,4- 0,7	-	-	
>60 >100	От16*25 до25*25	0,6- 1,2	0,5- 1,1	0,5- 0,9	0,4- 0,8	-	0,8- 1,4	0,7- 1,2	0,6- 1,0	0,5- 0,9	-	
>100 >400	От16*25 до25*25	0,8- 1,3	0,7- 1,2	0,6- 1,0	0,5- 0,9	-	1,0- 1,5	0,8- 1,9	0,8- 1,1	0,6- 0,9	-	
>400 >500	От20*30 до40*60	1,1- 1,4	1,0- 1,3	0,7- 1,2	0,6- 1,2	0,4- 1,1	1,3- 1,6	1,2- 1,5	1,0- 1,2	0,7- 0,9	-	
>500 >600	От20*30 до40*60	1,2- 1,5	1,0- 1,4	0,8- 1,3	0,6- 1,3	0,1- 1,2	1,5- 1,8	1,2- 1,6	1,0- 1,4	0,9- 1,2	0,8- 1,0	
>600 >1000	От25*40 до40*60	1,2- 1,8	1,1- 1,5	0,9- 1,4	0,8- 1,4	0,7- 1,3	1,5- 2,0	1,3- 1,8	1,0- 1,4	1,0- 1,3	0,9- 1,2	
>1000 >2500	От30*40 до40*60	1,3- 2,0	1,3- 1,8	1,2- 1,6	1,1- 1,5	1,0- 1,5	1,6- 2,4	1,6- 2,0	1,4- 1,8	1,3- 1,7	1,2- 1,7	
Примечание: 1. Нижнее значения подач соответствует меньшим размерам державки резца и более прочным обрабатываемым материалам, верхнее значение подач- большим размерам державки резца и менее прочным обрабатываемым материалам. При обработке жаропрочных сталей и сплавов подачи свыше 1 мм/об не применять. При обработке прерывистых поверхностей и при работах с ударными нагрузками табличные значения подач следует уменьшать на коэффициент 0,75- 0,85. При обработке закаленных сталей табличные значения подач следует уменьшать на коэффициент 0,8 для стали HRC 44-56 и на коэффициент 0,5 для стали с HRC 57-62.												

Таблица 5

Подачи при прорезании канавок и отрезании

Таблица 1.1. Выбор станка для обработки деталей			
Диаметр обработки, мм	Шири на резца, мм	Обрабатываемый материал	
		Сталь конструкционная углеродистая и легированная, стальное литье	Чугун, медные и алюминиевые сплавы
Токарные, токарно-револьверные станки			
До 20	3	0,06-0,08	0,11-0,14
Св.20до 40	3-4	0,1-1,12	0,16-0,19
Св.40до 60	4-5	1-0,13-0,16	0,20-0,24
Св.60до 100	5-8	0,16-0,23	0,24-0,32
Св.100до 150	6-10	0,18-0,26	0,3-0,4
Св.150	10-15	0,28-0,36	0,4-0,55
Карусельные станки			

До 2500	10-15	0,35-0,45	0,55-0,60
Св. 2500	16-20	0,45-0,60	0,60-0,70
Примечание: 1. При отрезании сплошного материала диаметром более 60 мм приближение резца к оси детали до 0,5 радиуса; табличные значения подач следует уменьшить на 40%-50%. Для закаленной конструкционной стали. Табличные значения подач следует уменьшить на 30% при HRC< 50 и на 50% - при HRC>50. При обработке резцами, установленными в револьверной головке, табличные значения следует умножать на коэффициент 0,8			

Таблица 6 Подачи при обтачивании, подрезании и растачивании. Чистовая обработка

Форма пластины	Радиус при вершине г, мм	Подача S мм/об при требуемой шероховатости поверхности											
		Ra=12.5				Ra=6.3		Ra=3.2			Ra=1.6		
		Обрабатываемый материал											
		Конст. сталь	Корр. стойкая сталь	Чугун	Конст. сталь	Корр. стойкая сталь	Чугун	Конст. сталь	Корр. стойкая сталь	Чугун	Конст. сталь	Корр. стойкая сталь	Чугун
Многогранная	0,5	0,51	0,29	0,44	0,34	0,2	0,29	0,21	0,12	0,19	0,13	0,09	0,1
	0,8	0,60	0,34	0,52	0,39	0,24	0,34	0,24	0,14	0,22	0,15	0,11	0,1
	1,2	0,69	0,41	0,61	0,45	0,38	0,39	0,29	0,17	0,27	0,18	0,13	0,1
	1,6	0,77	0,46	0,58	0,50	0,32	0,44	0,31	0,19	0,29	0,1	0,14	0,1
	2,0	0,82	0,50	0,71	0,55	0,35	0,47	0,34	0,21	0,31	0,21	0,16	0,2
	2,5	0,90	0,55	0,77	0,59	0,38	0,51	0,37	0,23	0,34	0,23	0,17	0,2
Круглая	6,0	-	-	-	0,80	-	0,69	0,50	-	0,45	0,32	-	0,3
	9,5	-	-	-	0,91	-	0,81	0,57	-	0,53	0,37	-	0,3
	11	-	-	-	1,0	-	0,85	0,63	-	0,56	0,42	-	0,37

Поправочный коэффициент $KS = KS1 + KS2 + KS3$, на подачу для измененных

условий работы						
Вид обработки		Обтачивание		Подрезание		Растачивание
KS1		1,0		0,9		0,8
Наличие СОЖ	БЕЗ сож	С использованием СОЖ	Материал пластины		БРС	ТС РК
KS2	1,0	1,15	KS3		0,9	1,0 1,1

Таблица 7

Период стойкости резцов

Черновая обработка				Чистовая обработка			
Резцы токарные	Высота державки Н,мм	Период стойкости Т, мин для ТС	Период стойкости Т, мин для БРС	Резцы токарные	Высота державки Н,мм	Период стойкости Т, мин для ТС	Период стойкости Т, мин для БРС
Проходные	C20по40	30	30	Проходные	C20по40	60	60
Подрезные	C50по80	60	60	Подрезные	C50по80	90	90
Расточные	C16по40	30	30	Расточные	C16по40	60	60
Отрезные	C16по40	30	30	-	-	-	-
Прорезные	C50по80	60	60	-	-	-	-

Таблица 8

Значение коэффициента CV и показателей степени в формуле скорости резания при обработке резцами

Вид обработки	Материал режущей части резца	Характеристи ка подачи S, мм/об	Коэффициент и показатели степени				
			CV	x	y	n	
Конструкционная углеродистая сталь							
Наружное продольное точение проходными резцами	ТС	До 0,3	420	0,15	0,20	0,2	
		Св.0,3 до0,7	350		0,35		0
		Св.0,7	340		0,45		
То же, резцами с доп. лезвия-ми	ТС	S<t	292	0,30	0,15	0,18	
		S>t		0,15	0,30		
Отрезание	ТС	-	47	-	0,80	0,18	
	БРС	-	23,7	-	0,66		

Фасонное точение	БРС	-	22,7	-	0,50	0,3

						0
Нарезание крепежной резьбы	ТС	-	244	0,23	0,30	0,20
	БРС	Черновые ходы: P<2 мм	14,8	0,70	0,30	0,11
		P>2 мм	30	0,60	0,25	0,08
		Чистовые ходы	41,8	0,45	0,30	0,13
Серый чугун						
Наружное продольное точение проходными	ТС	S<0,40	292	0,15	0,20	0,20
		S>0,40	243		0,40	
То же, резцами с доп. лезвиями	ТС	S<t	324	0,40	0,20	0,28
		S>t		0,20	0,40	
Отрезание	ТС	-	68,5	-	0,40	0,20
Нарезание крепежной резьбы	ТС	-	83	0,45	-	0,33
Ковкий чугун						
Наружное продольное точение проходными	ТС	S<0,40	317	0,15	0,20	0,20
		S>0,40	215		0,45	
Отрезание	ТС	-	86	-	0,4	0,20

Таблица 9

Поправочные коэффициенты, учитывающие влияние геометрических параметров резца на скорость резания

Главный угол в плане	Коэффициент $K_{\phi V}$	Вспомогательный угол в плане ϕ_1^0	Коэффициент $K_{\phi 1 V}$	Радиус при вершин	Коэффициент $K_r V$
20	1,4	1	1,0	1	0,9
30	1,2	1	0,97	2	1,0
45	1,0	2	0,94	3	1,0
60	0,9	3	0,91	5	1,3
75	0,8	4	0,87		
90	0,7	5			

Таблица 10

Поправочный коэффициент K_{MV} , учитывающий влияние физико-механических свойств обрабатываемого материала на скорость резания

Обрабатываемый материал	Материал режущей части инструмента			
	Твердый сплав	Быстрорежущая сталь		
	Расчетная формула			
Сталь конструкционная углеродистая и легированная, стальное литье	$K_{MV}=750/\sigma_B$	$nV_K = C_m \cdot 750 \cdot \frac{1}{K_{MV} \cdot \sigma_B}$		
Чугун серый	1, 25 $K_{MV}= \frac{1}{190} \cdot \sigma_B$	$nV_K = \frac{1}{190} \cdot \sigma_B$		
Чугун ковкий	1, 25 $K_{MV}= \frac{1}{150} \cdot \sigma_B$	$nV_K = \frac{1}{190} \cdot \sigma_B$		
Обрабатываемый материал	Коэффициент обрабатываемости C_m	Показатели степени n_v		
		точение	сверление	фрезерование
Сталь: Углеродистая (C<0,6%)	1,0	1,75	0,9	0,9
Углеродистая (C>0,6%)	0,8	1,75	0,9	1,0
Автоматная	1,2	1,75	1,0	-
Никелевая	1,0	1,75	0,9	1,0
Хромистая	0,8	1,75	0,9	1,45
Хромоникелевая	0,9	1,50	0,9	1,35
Хромомолибденовая, хром	0,7	1,25	0,9	1,0
Алюминиевая и близкие к ним	0,7	1,25	0,9	1,0
Хромомарганцевая, хромкремневая близкие к ним	0,7	1,50	0,9	1,0
Инструментальная быстрорежущая	0,6	1,25	0,9	1,0
Чугун: Серый	-	1,70	1,3	0,95
Ковкий	-	1,70	1,3	0,85

Таблица 11

Поправочный коэффициент КМV, учитывающий влияние физико-механических свойств жаропрочных и коррозионно-стойких сталей и сплавов на скорость резания

Марки сталей и сплава	σ_B , МПа	Усредненное значение коэффициента КМV	Марки сталей и сплава	σ_B , МПа	Усредненное значение коэффициента КМV
12X8H9T	550	1,0	XH60BT	750	0,48
13X11H2B2M Ф	1100-1460	0,8-0,3	XH77TЮ	850-1000	0,40
14X17H2	800-1300	1,0-0,75	XH35BT	-	0,26
13X14H3B2Ф Р	700-1200	0,5-0,4	XH70BMTЮ	950	0,50
17X12H8Г8М ФБ	-	0,95-0,72	XH55BMTК Ю	1000-1250	0,25
45X14H14B2 М	700	1,06	XH65BMTЮ	1000-1250	0,20
10X11H20T3P	720-800	0,85	XH35BTЮ	900-1000	0,22
12X21H5T	820-10000	0,65	BT3-1; BT3	900-950	0,40
20X23H18	600-620	0,80	BT5; BT4	950-1200	0,70
31X19H9MBБ Т	600-620	0,40	BT6; BT8	750-950	0,35
15X18H12C4T Ю	730	0,50	BT14	900-1200	0,53-0,43
XH78T	780	0,75	12X13	900-1400	1,5-1,2
XH75MBTЮ	-	0,53	30X13; 40X13	600-1100	1,3-0,9

Таблица 12

Поправочный коэффициент КМV, учитывающий влияние физико-механических свойств медных и алюминиевых сплавов на скорость резания

Медные сплавы	КМV	Алюминиевые сплавы	КМV
Гетерогенные: HB>140 HB 100-140	0,7 1,0	Силумин и литейные сплавы (закаленные), $\sigma_B=400-500$ МПа, HB>60	0,8
Свинцовистые при основной гетерогенной структуре	1,7	Дюралюминий (закаленный), $\sigma_B=400-500$ МПа, HB>100	0,8
Гомогенные	2,0	Силумин и литейные сплавы $\sigma_B=100-200$ МПа, HB>65	1,0
Сплавы с содержанием свинца <10% при основной гомогенной структуре	4,0	Дюралюминий, $\sigma_B=300-400$ МПа, HB<140	1,0

Медь	8,0	Дюралюминий, $\sigma_B=200-300$ МПа,	1,2
Сплавы с содержанием свинца >15%	12,0		

Таблица 13 Поправочный коэффициент K_{nV} , учитывающий состояние поверхности заготовки на скорость резания

Состояние поверхности заготовки					
Без корки	С коркой				
	Прокат	поковка	Стальное и чугунное литье		Медные и алюминиевые сплавы
			обычное	С загрязненной коркой	
коэффициент KnV					
1,0	0,9	0,8	0,8-0,6	0,5-0,6	0,9

Таблица 14

Поправочный коэффициент K_{IV} , учитывающий влияние материала режущей части инструмента на скорость резания

Обрабатываемый материал	Значение коэффициент K_{IV} в зависимости от марки инструментального материала						
Сталь конструкционная	T15K12B 0,35	T5K1 0 0,65	T14K 8 0,8	T15K6 1,0	T30K4 1,4	BK8 0,4	
Сталь коррозионно- стойкая и жаропрочная	BK8 1,0	T5K1 0 1,4	T15K 6 1,9	P18 0,3			
Сталь закаленная	HRC 35-50				HRC 51-62		
	T15K6 1,0	T30K 4 1,25	BK6 0,85	BK4 1,0	BK6 0,92	BK8 0,74	BK8 0,83
Серый и ковкий чугун	BK8 0,83	BK6 1,0	BK4 1,1	BK3 1,15	BK2 1,25		
Сталь, чугун, медные и алюминиевые сплавы	P18, P9 1,0	BK4 2,5	B68 2,7	9XC 0,6	XBG 0,6	Y12 A 0,5	

Таблица 15

Поправочный коэффициент КМР для стали и чугуна, учитывающий влияние физико-механических свойств обрабатываемого материала на силовые зависимости

Обрабатываемый материал	Расчетная формула	Показатель степени мр при определении		
		Составляющей РZ силы резания при обработке резцами	Крутящего момента М и осевой силы Р _о при сверлении	Окружной силы резания РZ при фрезеровании
Сталь конструкционная углеродистая и легированная				
σ _B <600 МПа		0,75/0,35	0,75/0,75	0,3/0,3
σ _B >600 МПа	np	0,75/0,75	0,75/0,75	0,3/0,3
Серый чугун	np КМР= ☐ HB ☐ ☐	0,4/0,55	0,6/0,6	1,0/0,55
Ковкий чугун	np КМР= ☐ HB ☐ ☐	0,4/0,55	0,6/0,6	1,0/0,55
В числителе приведены значения показателя степени мр для твердого сплава, в знаменателе- для быстрорежущей стали.				

Таблица 16

Значение коэффициента CPZ и показателей степеней в формуле силы резания при обработке резцами

Обрабатываемый материал	Материал режущей части резца	Вид обработки	Коэффициент и показатели степеней			
			CPZ	x	y	n
Конструкционная сталь и стальное литье	ТС	Обтачивание, подрезание, растачивание	300	1,0	0,75	-0,15
		То же резцами с доп. лезвиями	384	0,90	0,90	
		Отрезание и прорезание	408	0,72	0,8	0
		Нарезание резьбы	148	-	1,7	0,71

	БРС	Обтачивание, подрезание, растачивание	200	1,0	0,75	0
		Отрезание и	247		1,0	

		прорезание				
		Фасонное точение	212		0,75	
Сталь жаропрочная	ТС	Обтачивание, подрезание, растачивание	204	1,0	0,75	0
Серый чугун	ТС	Обтачивание, подрезание, растачивание	92	1,0	0,75	0
		То же резцами с доп. лезвиями	123		0,85	
		Нарезание резьбы	103	-	1,8	0,82
	БРС	Отрезание и прорезание	158	1,0	1,0	0
Ковкий чугун	ТС	Обтачивание, подрезание, растачивание	81	1,0	0,75	0
		Отрезание и прорезание	139		1,0	
Медные сплавы	БРС	Обтачивание, подрезание, растачивание	55	1,0	0,66	0
		Отрезание и прорезание	75		1,0	
Алюминий и силумин	БРС	Отрезание и прорезание	40	1,0	0,75	0
		Отрезание и прорезание	50		1,0	-

Таблица 17 Поправочные коэффициенты, учитывающие влияние геометрических параметров режущей части инструмента на силу резания PZ при обработке сталей и чугуна

Параметры		Материал режущей части инструмента	Коэффициенты	
Наименование	Величина		Обозначение	Величина коэффициента
Главный угол в плане φ0	30	ТС	Кф	1,08
	45			1,0
	60			0,94
	90			0,89
	30	БРС		1,08
	45			1,0
	60			0,98
	90			1,08

Передний угол γ_0	-15 0 10	ТС	К γ	1,25 1,1 1,0
	12-15 20-25	БРС		1,15 1,0
Угол наклона режущей кромки λ_0	-5 0	ТС	К λ	1,0 -
	5			-
	15			-
				-
Радиус при вершине резца r, мм	0,5	БРС	К r	0,87
	1,0			0,93
	2,0			1,0
	3,0			1,04
	4,0			1,10

Таблица 18

Поправочный коэффициент K_{MP} для медных и алюминиевых сплавов, учитывающий влияние свойства обрабатываемого материала на силу резания

КМР для медных сплавов						КМР алюминиевых сплавов		
Гетерогенные		С содерж. свинца <10%	С содерж. свинца >15%	Галогенные	Медь	Алюминий и силумин	дюралюмин	
НВ<120	НВ<120						σ_B <350 МПа	σ_B >350 МПа
1,0	0,75	0,65-0,70	0,25-0,45	1,8-2,2	1,7-2,1	1,0	2,0	2,75



Министерство науки и высшего
образования РФ
ФГОБУ ВО
Уральский государственный
горный университет

ТЕХНОЛОГИЯ КОНСТРУКЦИОННЫХ МАТЕРИАЛОВ

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ОРГАНИЗАЦИИ
САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ И ЗАДАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ

Для студентов специальности
15.05.01 «Проектирование технологических
машин и комплексов»
для студентов направления бакалавриата:
15.03.01 «Машиностроение»,
15.03.02 «Технологические машины
и оборудование» (ТМО) и среднего
профессионального образования
15.02.01 «Монтаж и техническая
эксплуатация промышленного оборудования
(по отраслям)»
очного и заочного обучения

Екатеринбург
2023

Сборник чертежей деталей машин для выполнения домашнего задания по дисциплине «Технология конструкционных материалов»: Учебное пособие содержит чертежи типовых деталей машин: зубчатых колес, втулок, валов, рычагов и др., предназначенные для выполнения студентами домашнего задания по дисциплине «Технология конструкционных материалов» (ТКМ). Все чертежи выполнены с использованием программы твердотельного моделирования Autodesk Inventor Professional 10. Пособие может быть рекомендовано для решения технологических задач на зачетах и экзаменах по курсу ТКМ.

Содержание учебного пособия «Сборник чертежей деталей машин для выполнения домашнего задания по дисциплине ТКМ» соответствует утвержденной программе учебно-методического комплекса по дисциплине «Технология конструкционных материалов».

ПРЕДИСЛОВИЕ

Домашнее задание по дисциплине «Технология конструкционных материалов» (ТКМ) предназначено для закрепления студентами теоретических и практических знаний, полученных в курсе лекций, на семинарских занятиях, при выполнении практических работ учебно-технологического практикума; для овладения навыками самостоятельного использования методик решения типовых технологических задач и получения практического опыта работы со справочными материалами. Выполнение домашнего задания помогает также студентам получить умение находить связь между исходными данными поставленной задачи и требуемым результатом, проводить анализ и на

базе знаний общих подходов предложить варианты решений и составить рациональный путь решения конкретной задачи.

Настоящее учебное пособие направлено на улучшение технологической подготовки инженеров-конструкторов, технологов, а также специалистов других профессий. Оно содержит более 40 вариантов чертежей деталей машин, позволяющих решать такие задачи домашнего задания, как:

- отработка на технологичность конструкции детали в зависимости от типа производства и вида выбранной заготовки;

- выбор последовательности методов и видов обработки разных поверхностей детали с учетом технической оснащенности производства и возможности использования инновационных технологий; выбор средств технологического оснащения; разработка схем обработки;

- выбор рациональной технологии обработки указанных на чертеже поверхностей детали по различным критериям, например, максимальной производительности, с использованием расчетных методов и др.

Чертежи деталей машин, составляющие содержание пособия, несут информацию, используемую при выполнении домашнего задания: материал детали, размеры, необходимое количество проекций, разрезы, сечения, требования по точности и шероховатости. Дополнительно каждый чертеж имеет несколько конструктивных неточностей. Ими могут быть, например, отсутствие канавок для свободного входа и выхода инструмента, размеры резьб, модулей, диаметров отверстий, отличные от предпочтительного ряда чисел и другие неточ-

ности, связанные с конструкцией детали. Все они направлены на овладение студентами навыков анализа рабочего чертежа детали с целью разработки наиболее технологичной конструкции.

Пособие может быть рекомендовано по направлению подготовки дипломированных специалистов «Машиностроительные технологии и оборудование» и Машины и технологии высокоэффективных процессов обработки материалов».

Работа № 1. Определение режима резания при точении

К современным машинам предъявляются высокие эксплуатационные и технико-экономические требования, для обеспечения необходимого качества обработки деталей машин. Для выполнения этих требований необходимо иметь режущий инструмент с оптимальными параметрами: геометрией, материалом режущей части и режим резания.

Задание по работе.

Необходимо подобрать по размерам детали и инструмента станок; установить тип и вид инструмента, необходимый для обработки; выбрать оптимальные режимы резания и рассчитать основное технологическое время – T_O .

Выполнение работы

1. Получив задание (вариант № **) определить по справочнику [1] вид инструмента [1,4] и его назначение [2, 3].
2. Выполнить эскиз инструмента с указанием основных размеров и углов режущей части
3. Указать из какого материала может быть изготовлена режущая часть данного инструмента,
4. Изобразить схему обработки заготовки данным инструментом с указанием всех движений и установки.
5. Выбрать станок, на котором можно производить обработку данным инструментом, по выбранной схеме.

6. Рассчитать режим резания и основное технологическое время при обработке данным инструментом заданной поверхности [4], стр. 609 - 619.

Отчет выполняется на бланке, эскиз и схема обработки выполняется карандашом по линейке.

Литература.

1. Справочник инструментальщика, М. Машиностроение, 1987. 846 с.
2. Справочник технолога-машиностроителя, т.2. М: Машиностроение. 1986. 496 с.
3. Справочник технолога-машиностроителя. В 2-х т. Т.2 / Под ред. А. М. Дальского, А. Г. Косиловой, Р. К. Мещерякова, А. Г. Сулова. – М.: Машиностроение –1. 2001. – 944 с.
4. Обработка металлов резанием: Справочник технолога./А. А. Панов, В. В. Аникин, Н. Г. Бойм и др.; Под общ. ред. А. А. Панова.– М.: Машиностроение . 1988. – 736 с.: ил.

Работа №2 Выбор режущего инструмента

Цель работы

Научиться правильно выбирать инструмент, металлорежущий станок, режимы резания для обработки заданной поверхности детали.

Задание по работе.

Необходимо подобрать по размерам детали и инструмента станок; установить тип и вид инструмента, необходимый для обработки; выбрать оптимальные режимы резания и рассчитать основное технологическое время – T_0 .

Ход работы

1. Получив эскиз детали, с указанием поверхности (таблица), подлежащей обработке по размерам, конфигурации и виду обрабатываемой поверхности, пользуясь предложенной литературой, подобрать тип, вид и размеры режущего инструмента.
2. Исходя из материала обрабатываемой детали, вида и условий обработки установить оптимальную геометрию режущей части инструмента [2], [3].
3. Начертить эскиз режущего инструмента, используя типовые примеры, приведенные в альбоме [3]. На эскизе указать основные размеры инструмента, геометрию режущей части и материал режущей части.
4. Руководствуясь размерами детали и режущего инструмента, используя справочник технолога – машиностроителя [2], подобрать конкретный металлорежущий станок. Дать полную расшифровку мо-

дели станка. Ознакомиться с устройством данного станка [4] или, станка такого типа, с его технологическими возможностями.

5. Начертить схему обработки детали выбранным инструментом (показать взаимное их положение при обработке, стрелками показать движения резания и подачи, вспомогательные движения).

6. **Выбрать** режим обработки [2]; выбранные значения **сверить** с данными станка. Рассчитать основное технологическое время на обработку заданной поверхности (или поверхностей) [1]. Полученные данные свести в таблицу (см. отчет). Допускается скорость резания **не рассчитывать, а принимать** рекомендуемую по таблицам [1].

Оформление отчета

Эскиз инструмента и схема обработки вычерчиваются на специальном бланке.

ЛИТЕРАТУРА

1. Обработка металлов резанием: Справочник технолога./А. А. Панов, В. В. Аникин, Н. Г. Бойм и др.; Под общ. ред. А. А. Панова.– М.: Машиностроение . 1988. – 736 с.: ил.
2. Справочник технолога-машиностроителя. В 2-х т. Т.2 / Под ред. А. М. Дальского, А. Г. Косиловой, Р. К. Мещерякова, А. Г. Суслова. - М.: Машиностроение, 1986, 496 с., ил.
3. Справочник технолога-машиностроителя. В 2-х т. Т.2 / Под ред. А. М. Дальского, А. Г. Косиловой, Р. К. Мещерякова, А. Г. Суслова. - М.:Машиностроение-1, 2001. - 944 с., ил..
4. Альбом «Металлорежущие инструменты». – М.: 1979. Кучер А. М., Киватицкий М. М., Покровский А. А. Металлорежущие станки. – М.: Машиностроение, 1965.

3. Выбор шлифовального круга и режима резания

Цель работы. Научиться выбирать шлифовальные круги в зависимости от материала детали и требований, предъявляемых к ней.

Ход работы.

По полученному заданию выбрать схему шлифования. Начертить схему обработки детали на шлифовальном станке, указав стрелками движение резания, движение подачи и вспомогательные движения.

Выбрать станок для шлифования заданной поверхности детали по техническим характеристикам станка [1].

Выбрать тип круга по области применения (табл. ПЗ.1.1).

Основные размеры круга принимаются по техническим характеристикам станка [1].

Выбрать примерную характеристику круга в зависимости от материала детали и ее шероховатости (табл. ПЗ.1.2).

В выбранной примерной характеристике отсутствуют ряд параметров круга, предусмотренных стандартом, поэтому ее необходимо дополнить.

Все параметры, входящие в характеристику круга необходимо расшифровать, указав:

а) абразивный материал – (табл. ПЗ.1.3), получение абразивного материала, микротвердость, теплоустойчивость (табл. ПЗ.1.4); б) зернистость инструмента (табл.ПЗ.1.5), обозначается по ГОСТ 3647 –

80. Уточняется размер зерна основной фракции и выбирается индекс обозначения содержания зерна в основной фракции (процент).

в) твердость инструмента – параметр, характеризующий способность инструмента сопротивляться нарушению сцепления между зернами и связкой при сохранении характеристик инструмента в пределах установленных норм (табл. ПЗ.1.6); г) структура абразивного по таблице ПЗ.1.7

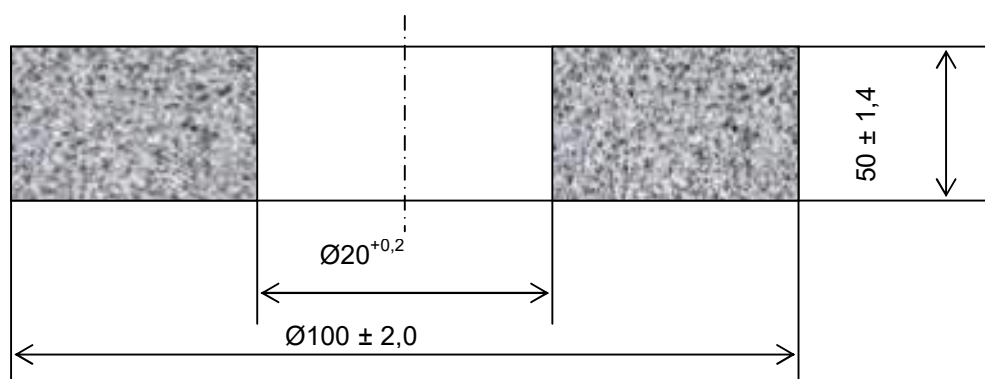
д) связка абразивного круга выбрать по табл.ПЗ.1.8

е) в полной характеристике абразивного круга указывается окружная скорость круга. Скорость ограничивается прочностью инструмента, принимается по табл.ПЗ.1.8; ж) класс точности инструмента.

з) класс неуравновешенности инструмента.

и) все выбранные параметры составляют полную характеристику абразивного круга. к) По таблицам [1] или ПЗ.1.9 определяются режимы резания. л) По полученным данным изображают эскиз круга с предельными отклонениями (табл. ПЗ.1.9)

Пример: ПП 100 × 50 × 20 24А 10П С2 7 К5 35 м/с А 1кл.
ГОСТ 2424 - 83



Круг шлифовальный: тип ПП, $D = 100$, $H = 50$, $d = 20$, белого электрокорунда марки 24А, зернистости 10П, степень твердости С2,

структура 7, связка керамическая K5, рабочая скорость 35 м/с, класс точности А, класс неуравновешенности 1.

Отчетность по работе.

Отчет выполняется на бланке. Все рисунки и подписи к ним выполняются аккуратно карандашом

ЛИТЕРАТУРА

1. Справочник технолога-машиностроителя. В 2-х т. Т.2 / Под ред. А. Г. Косиловой и Р. К. Мещерякова.- М.: Машиностроение, 1986, 496 с., ил.
2. Справочник инструментальщика, М. Машиностроение, 1987. 846 с.

ВАРИАНТЫ ЗАДАНИЙ

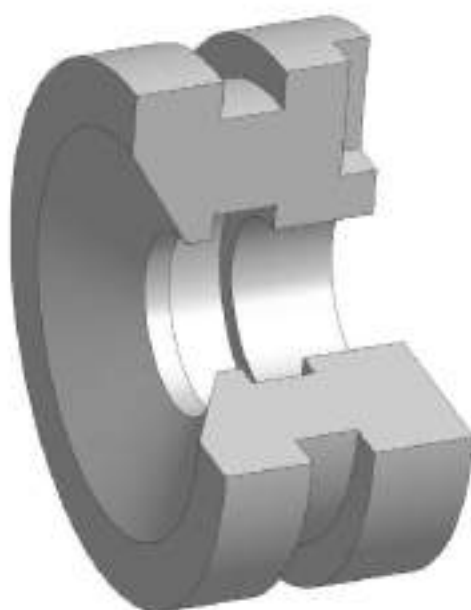
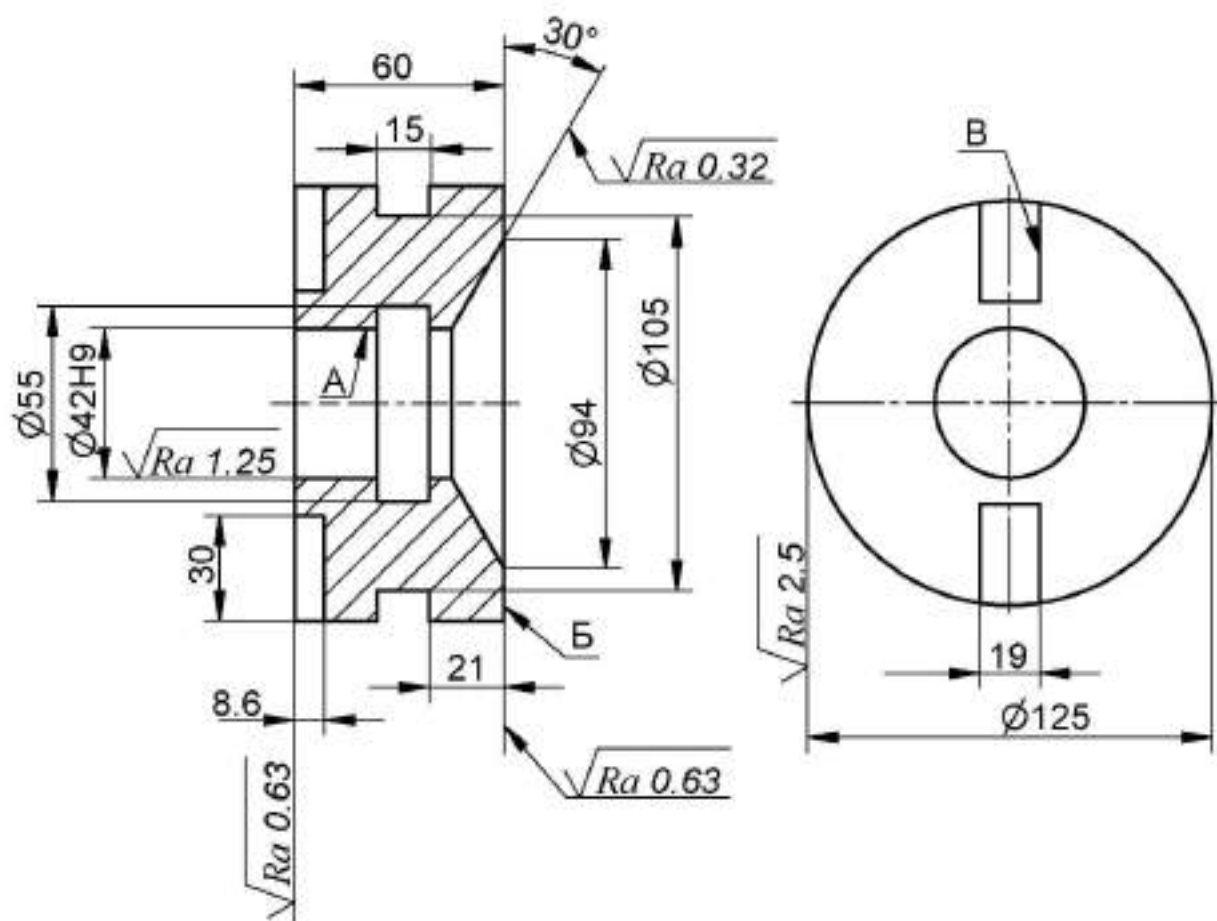
Вариант №№	Номер рисунка	Работа №						
		1			2		3	
		Состояние поверхности	Поверхность. Диаметр		Поверх- ность	Припуск, мм	Поверх- ность	Припуск, мм
			после обработки	До обработки				
1.	2	3	4	5	6	7	8	9
1.	1	прокат	125	128	Паз В	-	торец	0,45
2.	2	отливка без корки	108	110	паз	-	108	0,25
3.	3	поковка	70	100	паз		70	0,25
4.	4	штамповка	73	60	отверстие		73	0,3
5.	4	отливка с коркой	212	230	паз		212	0,18
6.	5	отливка без корки	157	180	паз		торец	0,25
7.	6	штамповка	70	80	Пов. В			0,4
8.	8	отливка без корки	184	190	паз		торец	0,25
9.	8	отливка с отверст.	63	90	Пов. Б		36	0,2
10.	9	отливка без корки	Торец 215	Припуск $h = 1$	паз 14		63	0,35

Продолжение таблицы

1	2	3	4	5	6	7	8	9
11.	9	отливка с коркой	63	60	Паз 10		91	0,25
12.	15	прокат с просверл. отверст.	45	80	паз		45	0,2
13.	16	штамповка	48	50	паз		торец 48	0,3
14.	18	отливка с коркой	76	90	Пов. В	-	Пов. В	0,15
15.	19	отливка без корки	45,3	60	Пов. В		60	0,2
16.	20	штамповка	51	48	Отв. 7		60	0,5
17.	20	отливка с коркой	61	70	Отв. 3		51	0,2
18.	22	штамповка	200	210	160		70	0,25
19.	23	прокат	40	Квадрат 75	Паз 20		40	0,2
20.	24	отливка с коркой	56	70	Пов. В		47	0,25
21.	26	поковка, об- работанная	40	31	Пов. В		52	0,2
22.	27	прокат	180	200	паз		90	0,3
23.	29	прокат	37	42	Паз 8,2		37	0,2

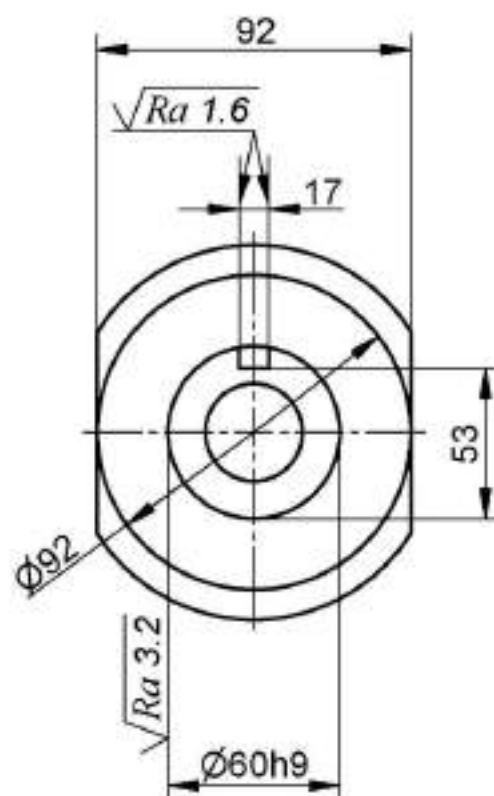
Окончание таблицы

1	2	3	4	5	6	7	8	9
24.	29	прокат, обработан- ная	40	45	Отв. 8,2		38	0,25
25.	50	прокат	16	30	паз		Пов. Б	0,25
26.	49	отливка с коркой	30	40	Паз А-А		20	0,25
27.	49	после сверления	20	30	Паз Б-Б		30	0,3
28.	48	поковка с коркой	60	67	паз		56	0,2
29.	45	прокат	90	95	Пов .В		Пов. А	0,3
30.	44	поковка	50	60	40		30	0,3

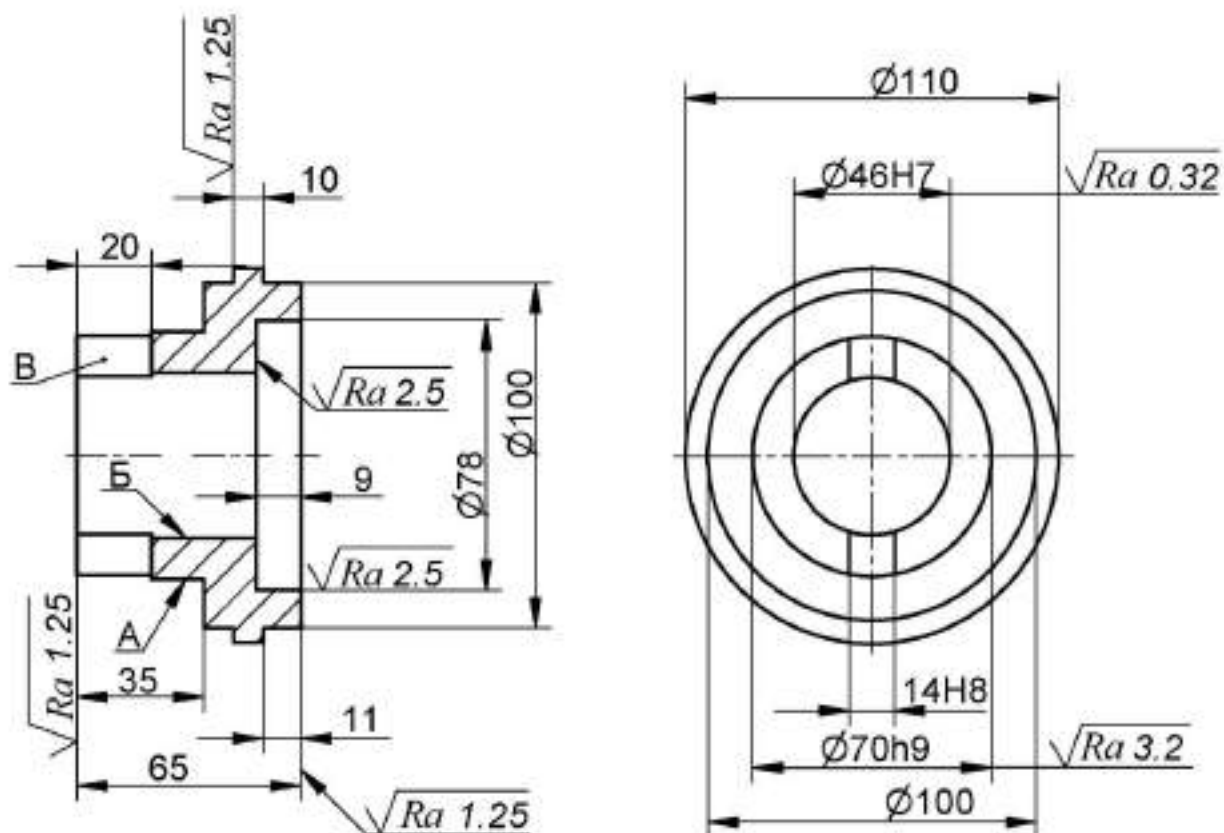


Материал: Чугун СЧ 18 (Сталь 40ХФА)

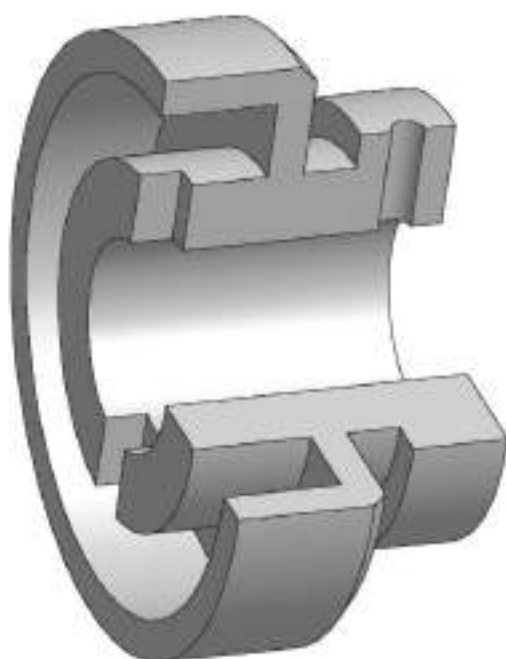
Общие допуски по ГОСТ 30893.1: H12, h12, ±IT12/2



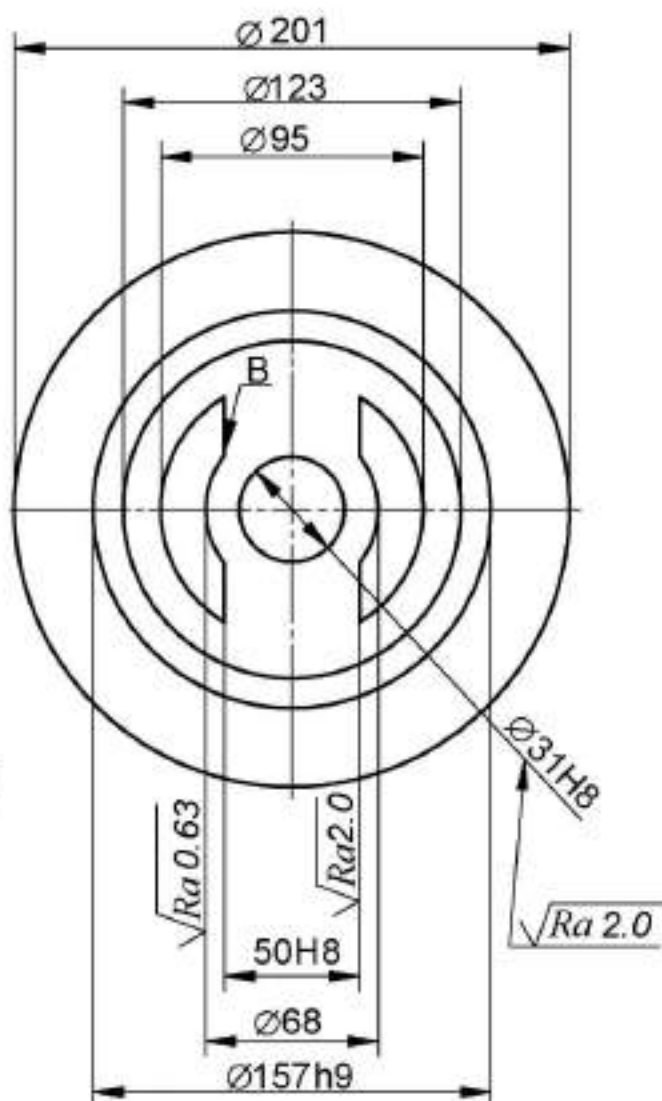
Материал: Чугун СЧ 25 (Сталь 40Х)
Общие допуски по ГОСТ 30893.1: H12, h12, ±IT12/2



Общие допуски по ГОСТ 30893.1: H12, h12, ±IT12/2

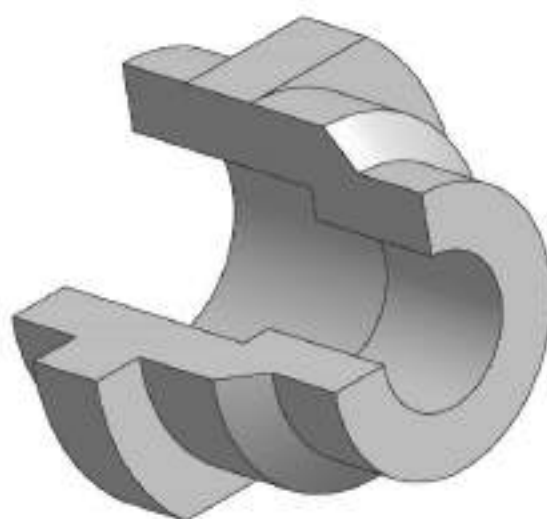
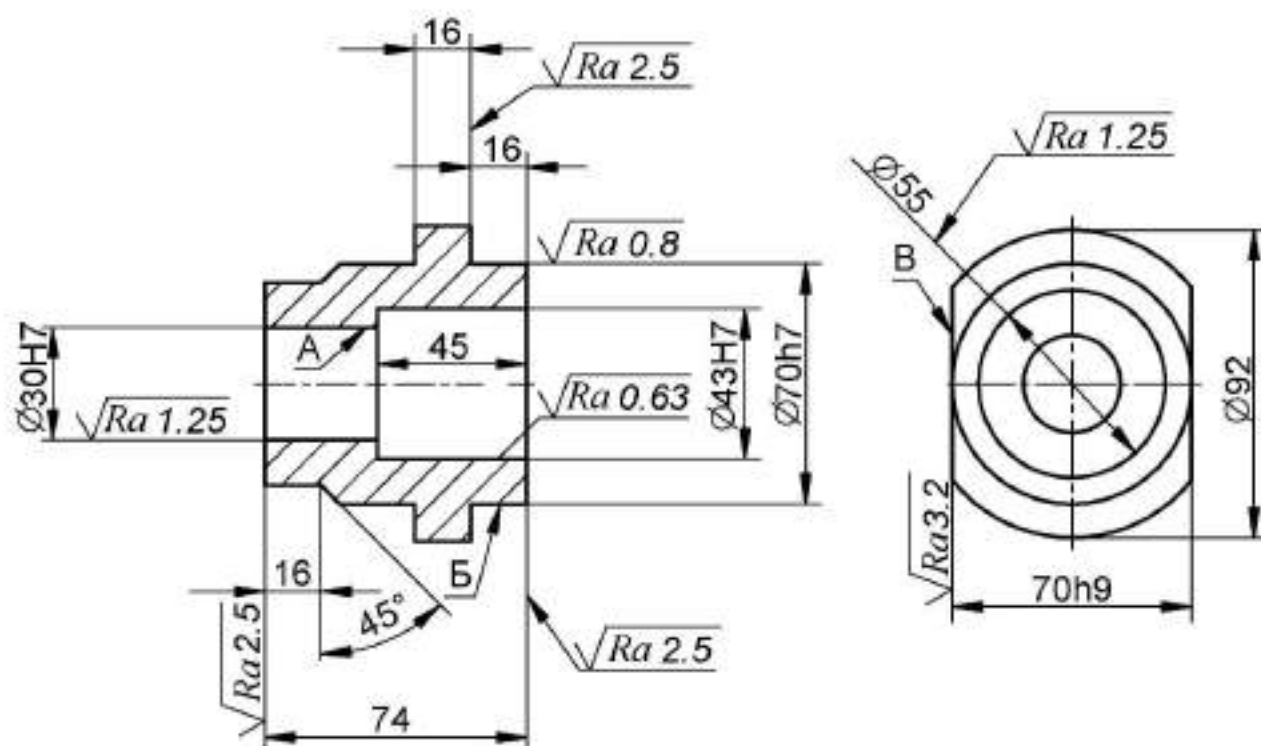


Общие допуски по ГОСТ 30893.1: H12, h12, ±IT12/2

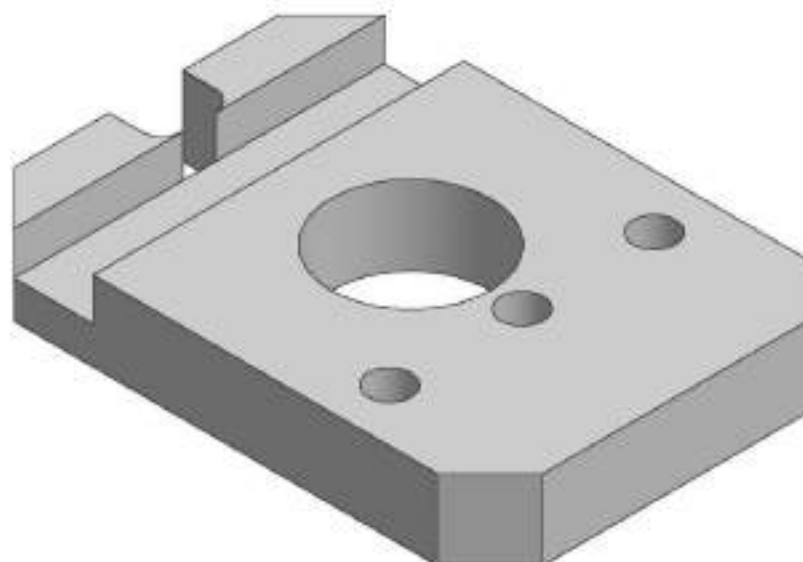


Материал: Чугун СЧ 35 (Сталь 40ХФА)
Общие допуски по ГОСТ 30893.1: H12, h12, ±IT12/2

Втулка опорная

 $\sqrt{Rz\ 80(\sqrt{V})}$ 

Материал: Чугун СЧ 18 (Сталь 20Х)
 Общие допуски по ГОСТ 30893.1: H12, h12, $\pm IT12/2$

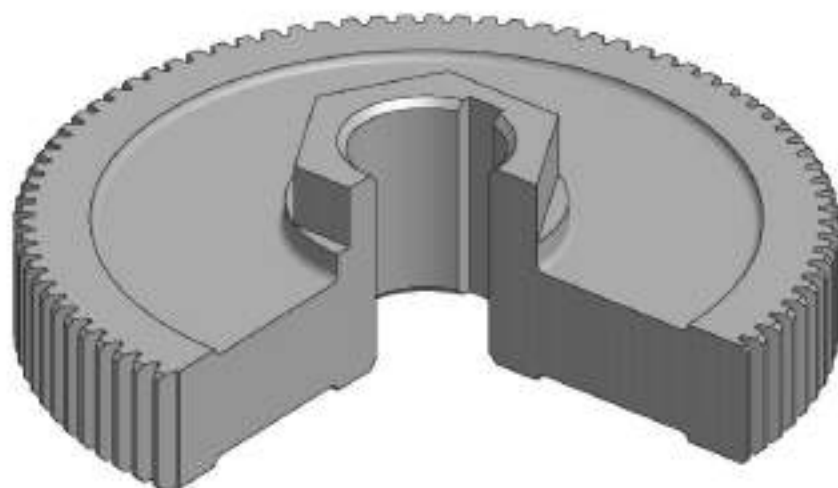
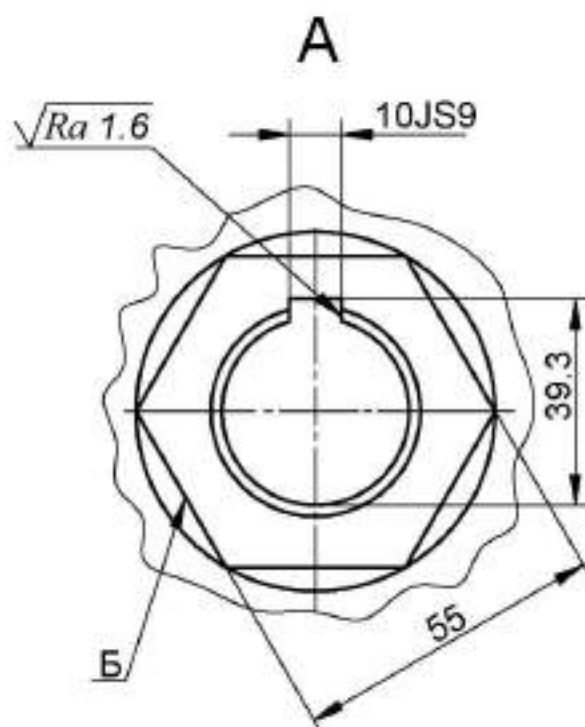
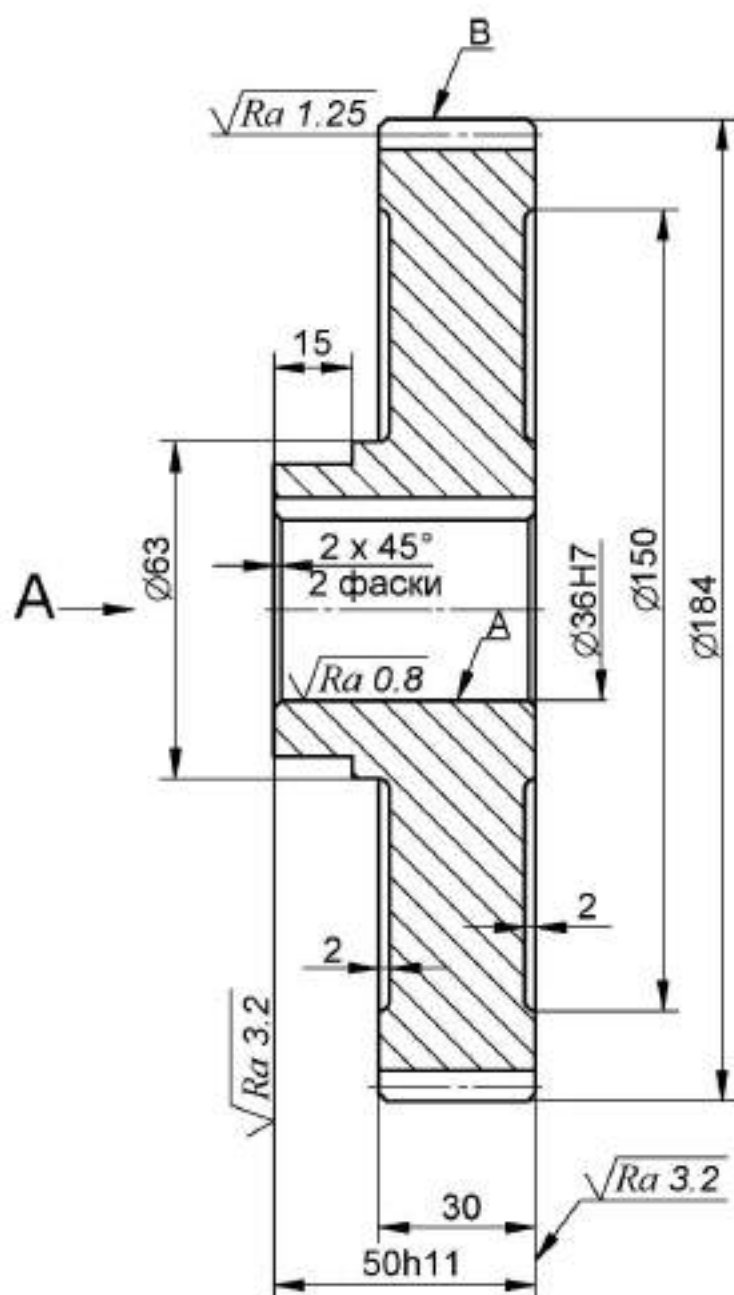


Общие допуски по ГОСТ 30893.1: H12, h12, ±IT12/2

Колесо зубчатое

 $\sqrt{Ra\ 6.3(\sqrt{V})}$

Модуль	<i>m</i>	2
Число зубьев	<i>z</i>	90
Степень точности		8-C
Делительный диаметр	<i>d</i>	180



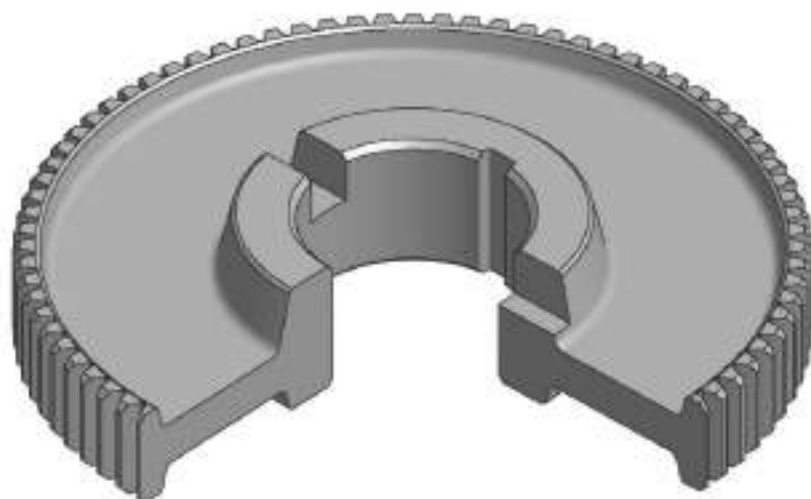
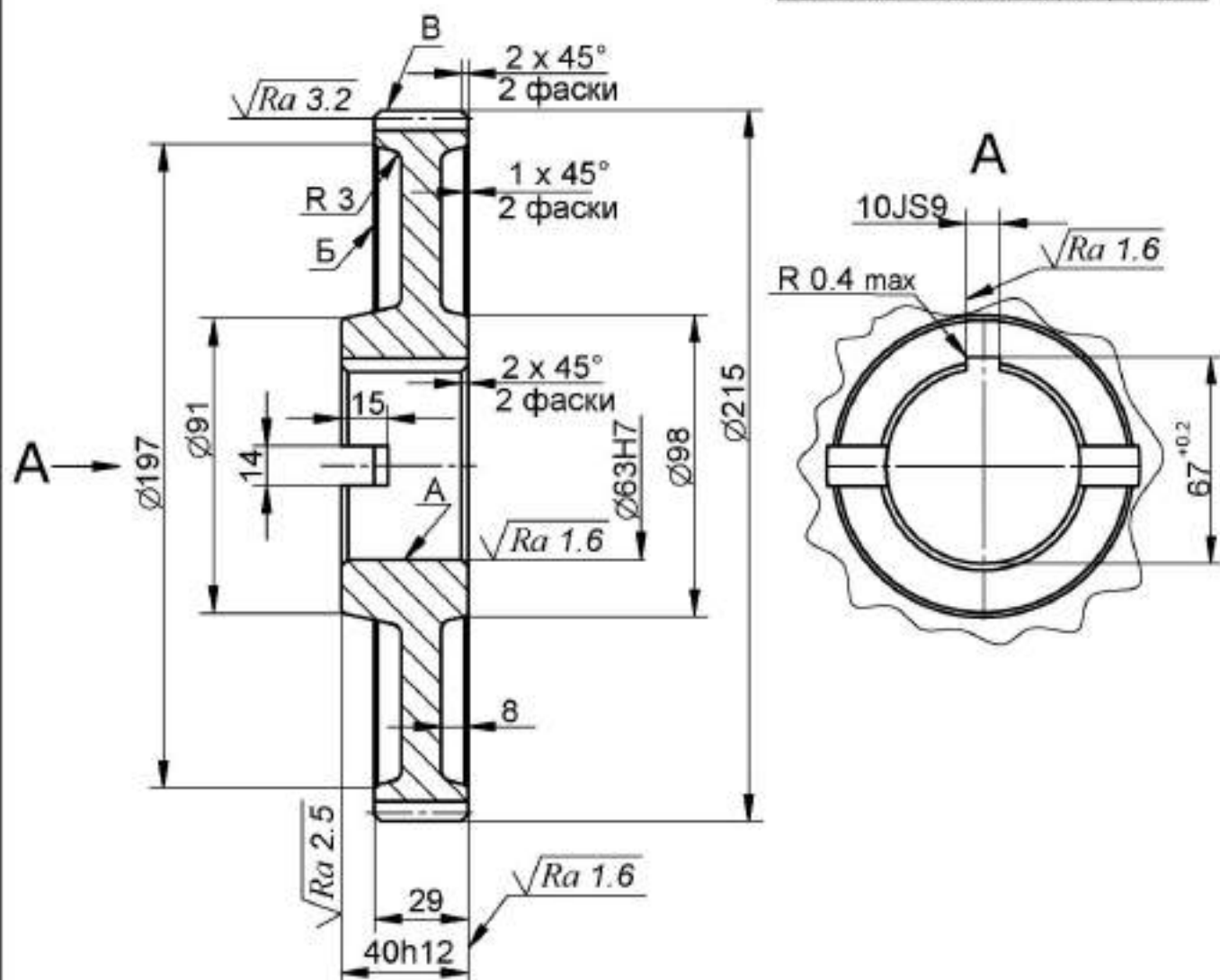
Материал: Сталь 40X

Общие допуски по ГОСТ 30893.1: H14, h14, ±IT14/2

Колесо зубчатое

 $\sqrt{Ra\ 6.3(\sqrt{)}$

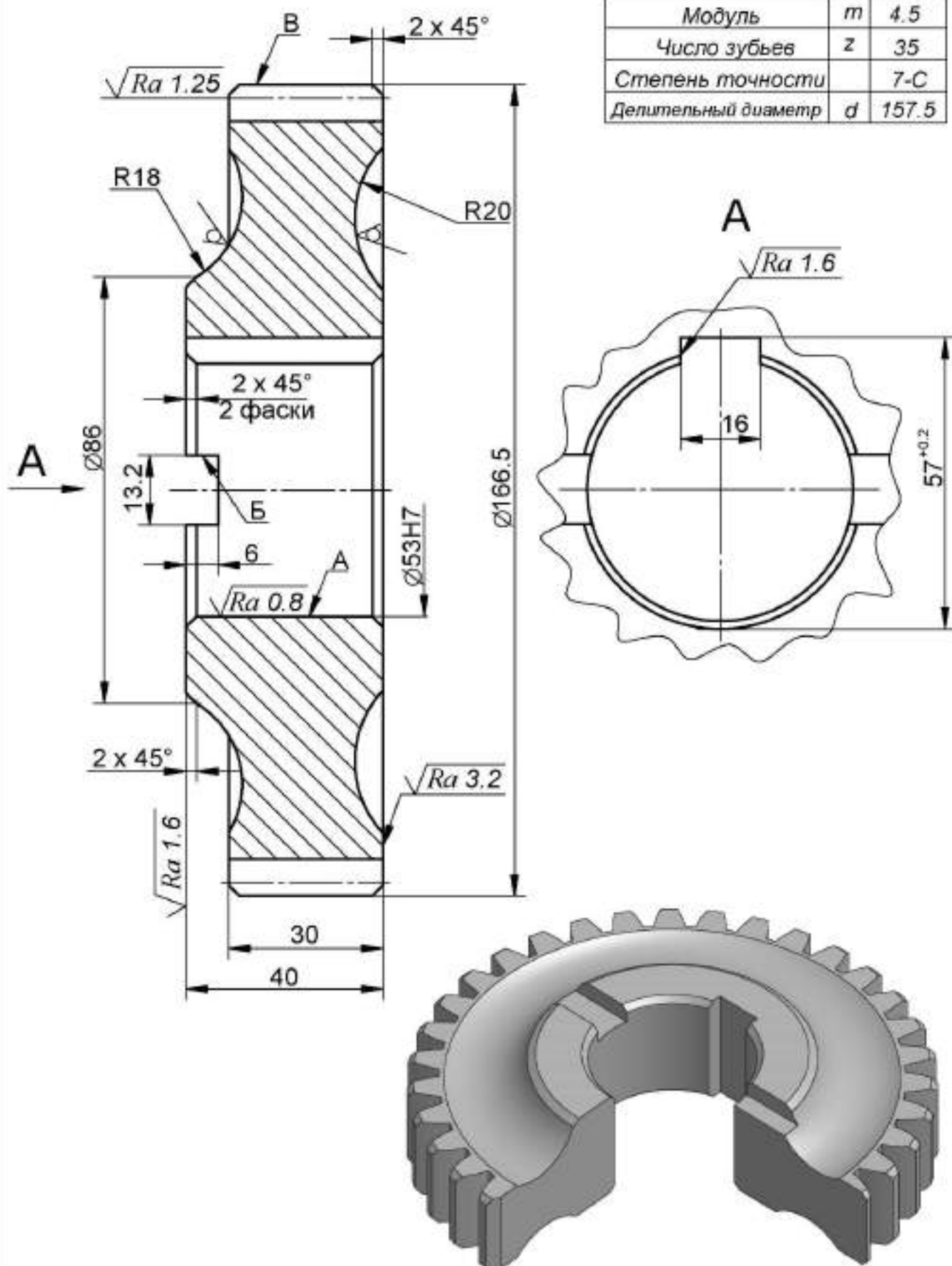
Модуль	<i>m</i>	2.5
Число зубьев	<i>z</i>	84
Степень точности		8-B
Делительный диаметр	<i>d</i>	210



Материал: Сталь 40Х

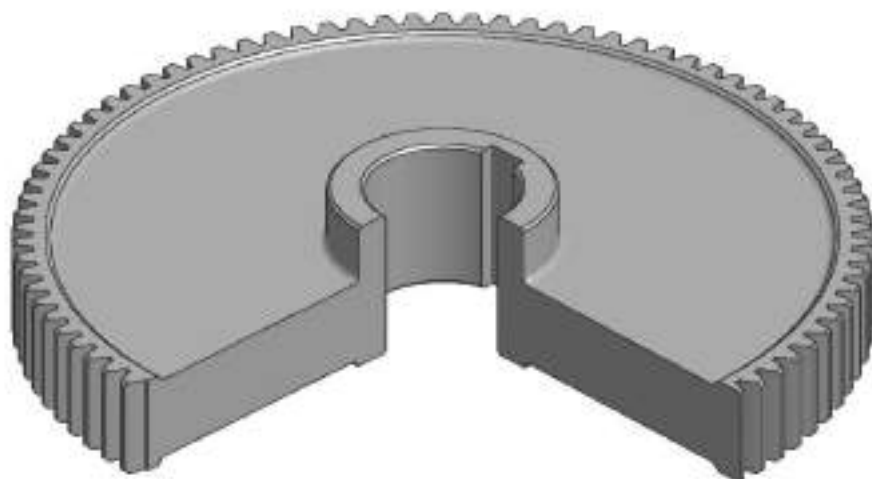
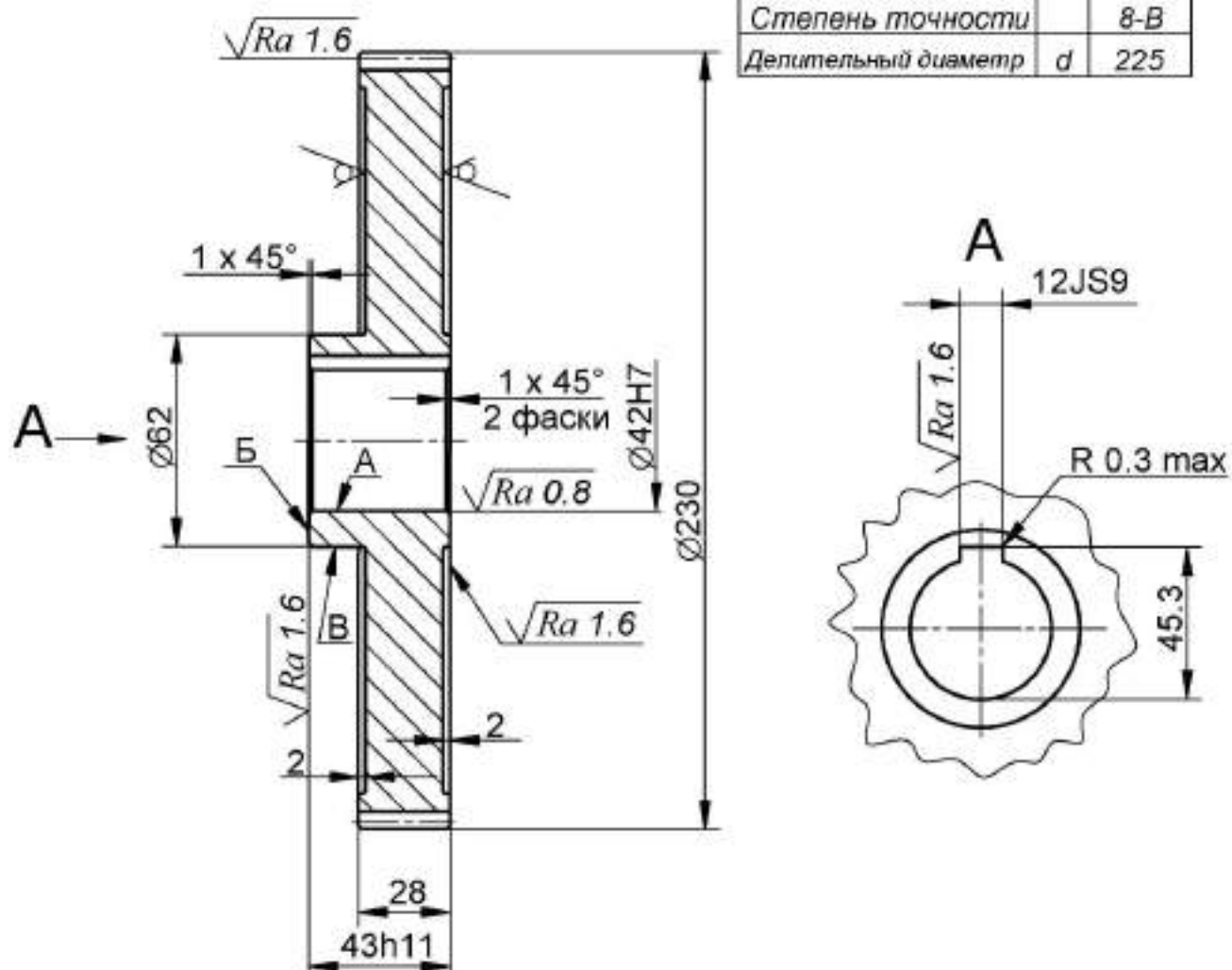
Общие допуски по ГОСТ 30893.1: H14, h14, $\pm IT14/2$

Модуль	m	4.5
Число зубьев	z	35
Степень точности		7-С
Делительный диаметр	d	157.5



Общие допуски по ГОСТ 30893.1: H14, h14, ±IT14/2

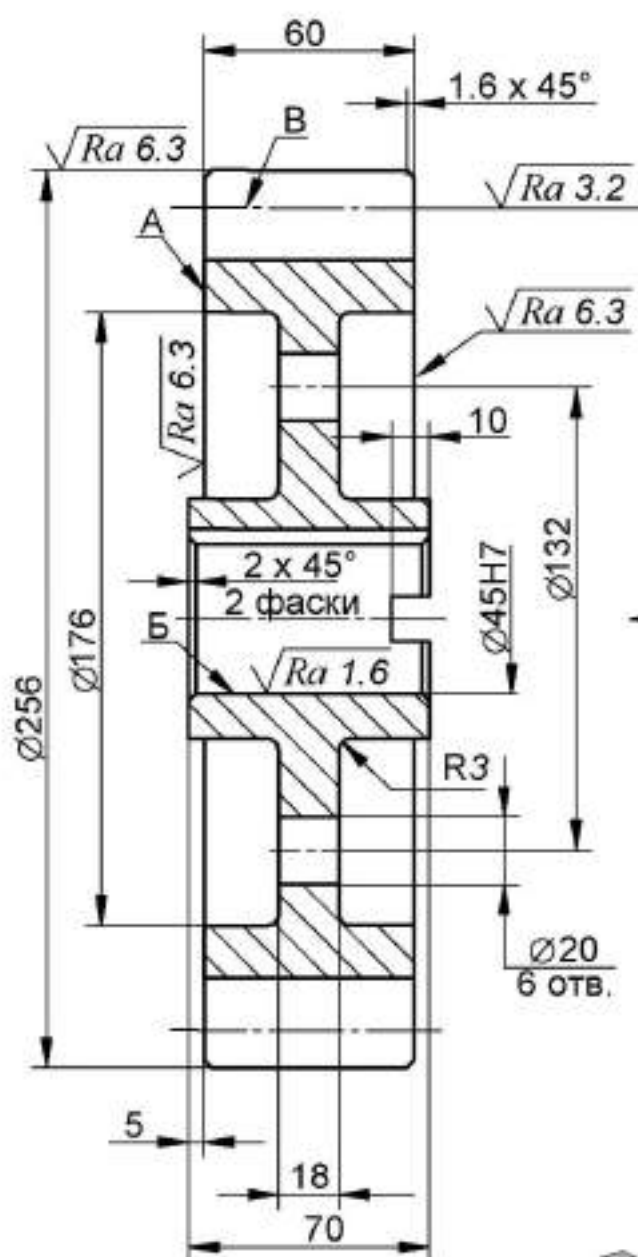
Модуль	m	2.5
Число зубьев	z	90
Степень точности		8-B
Делительный диаметр	d	225



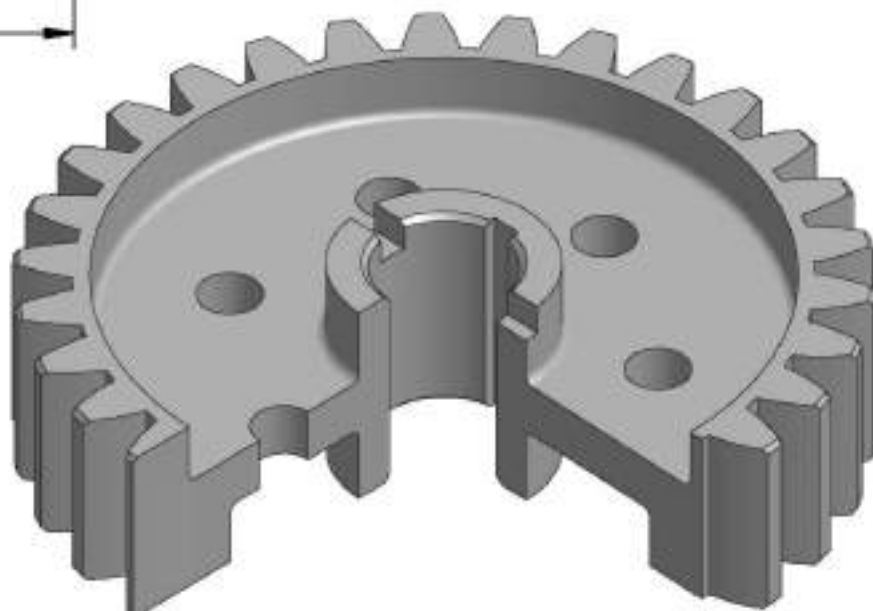
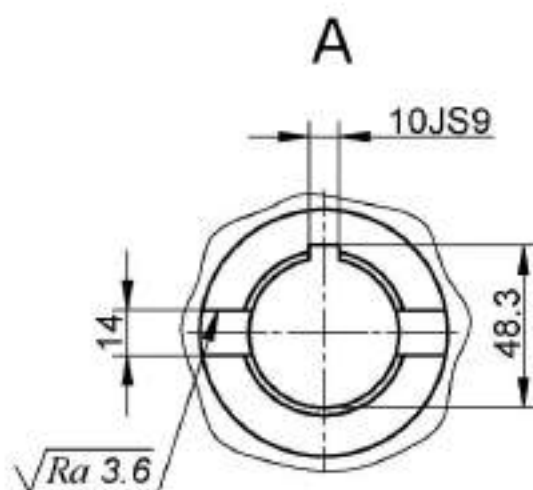
Материал: Сталь 20Х

Общие допуски по ГОСТ 30893.1: H14, h14, ±IT14/2

Колесо зубчатое

 $\sqrt{Ra\ 12,5(\sqrt{ })}$


Модуль	<i>m</i>	8
Число зубьев	<i>z</i>	30
Степень точности		8-B
Делительный диаметр	<i>d</i>	240

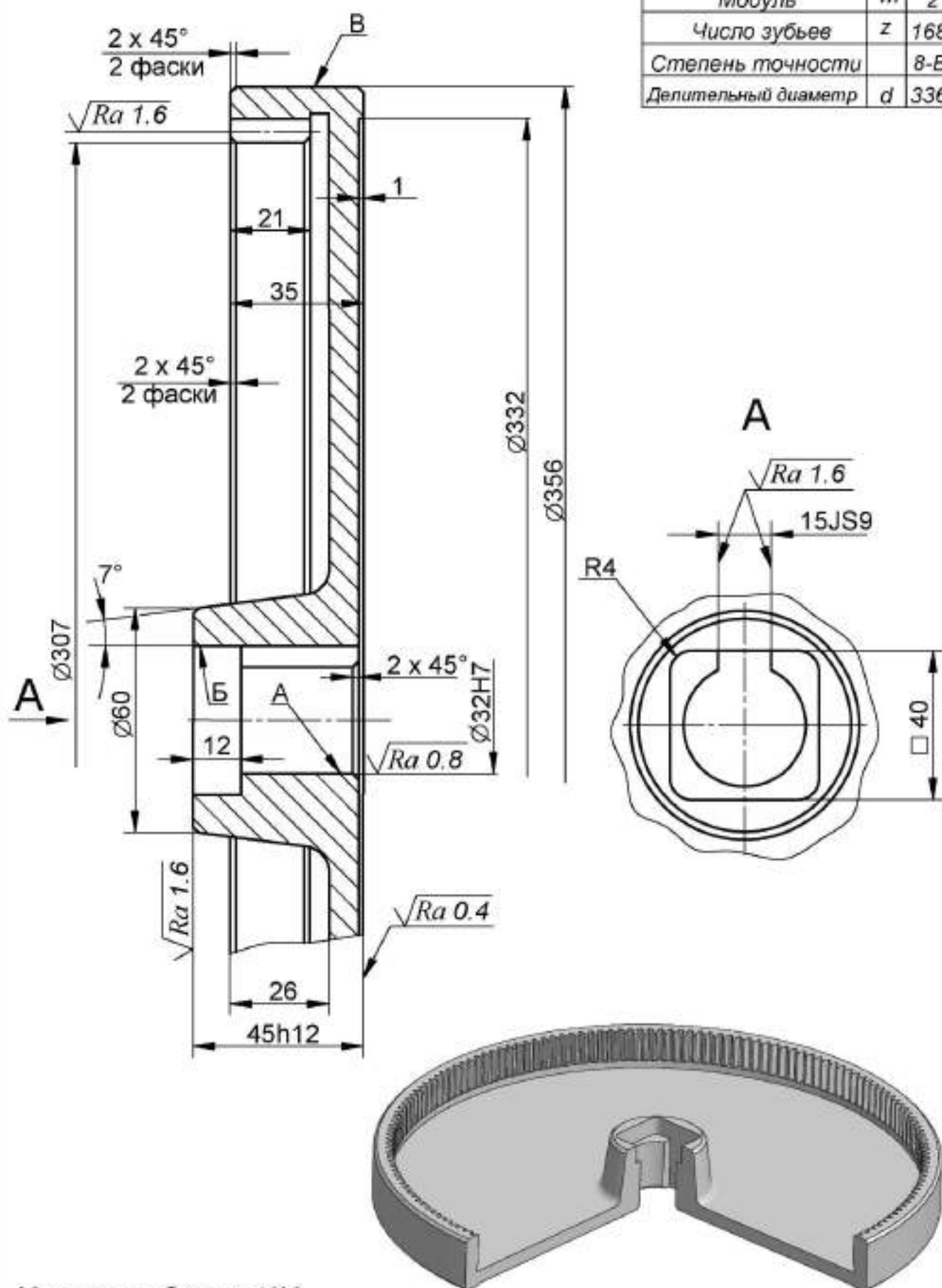


Материал: Сталь 45

Общие допуски по ГОСТ 30893.1: H14, h14, ±IT14/2

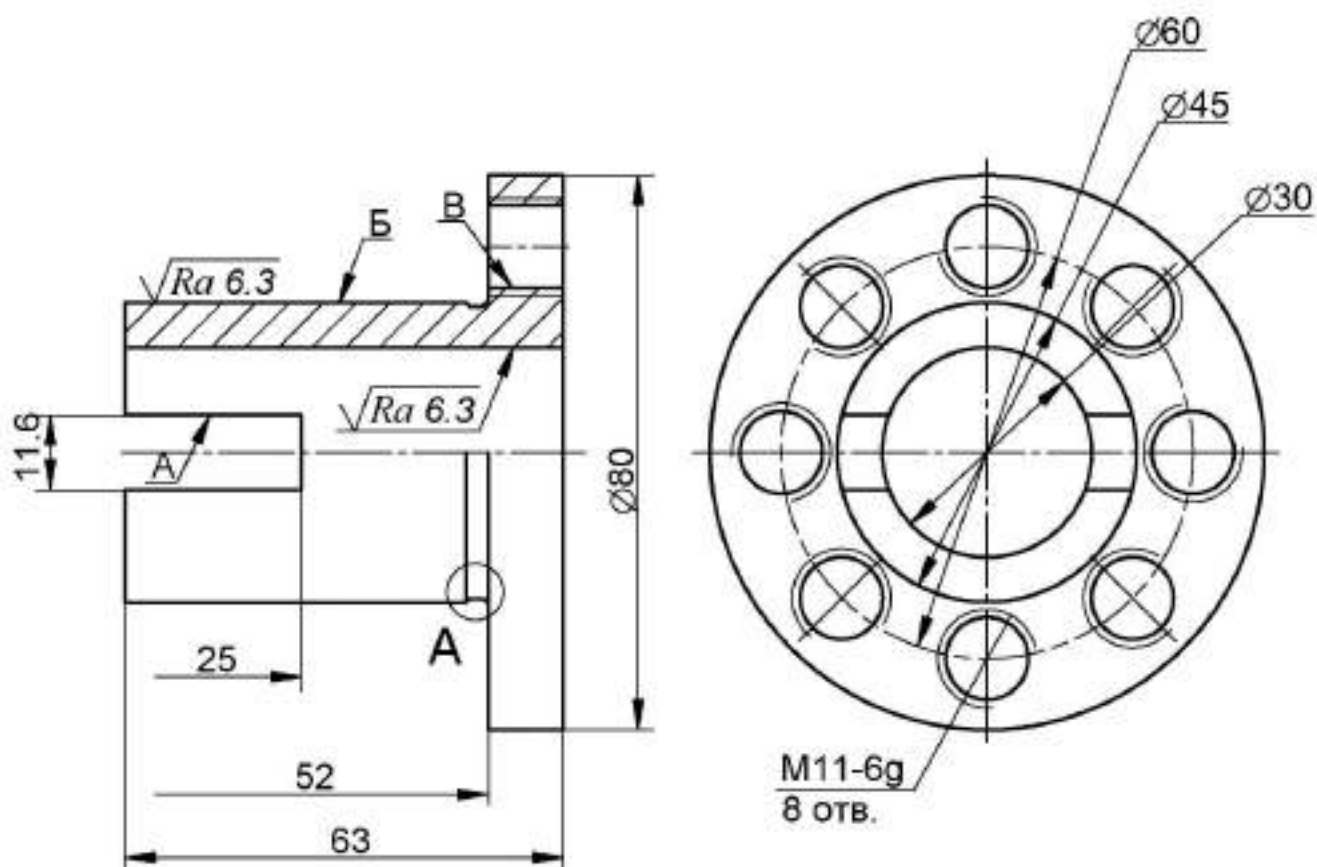
Колесо с внутренним зацеплением $\sqrt{Ra\ 6.3(\sqrt{)}$

Модуль	<i>m</i>	2
Число зубьев	<i>z</i>	168
Степень точности		8-B
Делительный диаметр	<i>d</i>	336

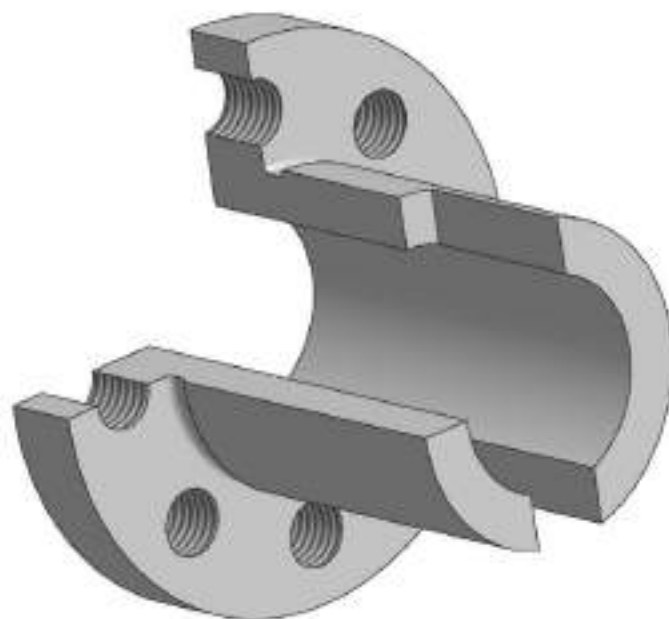
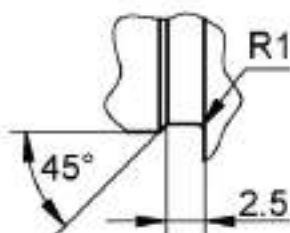


Материал: Сталь 40X

Общие допуски по ГОСТ 30893.1: H14, h14, $\pm IT14/2$

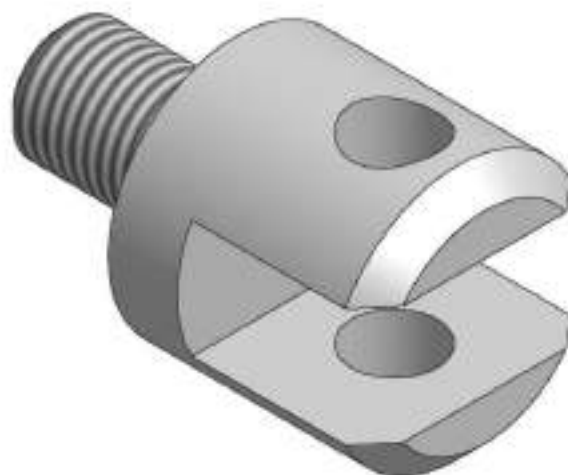


A (2:1)



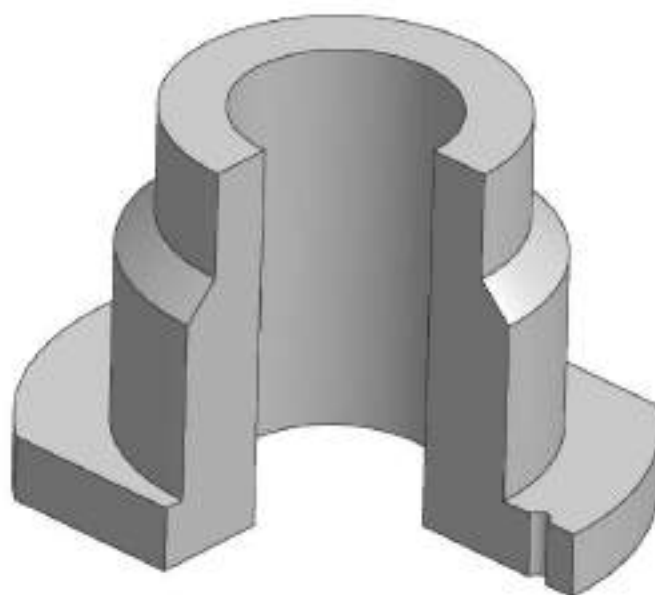
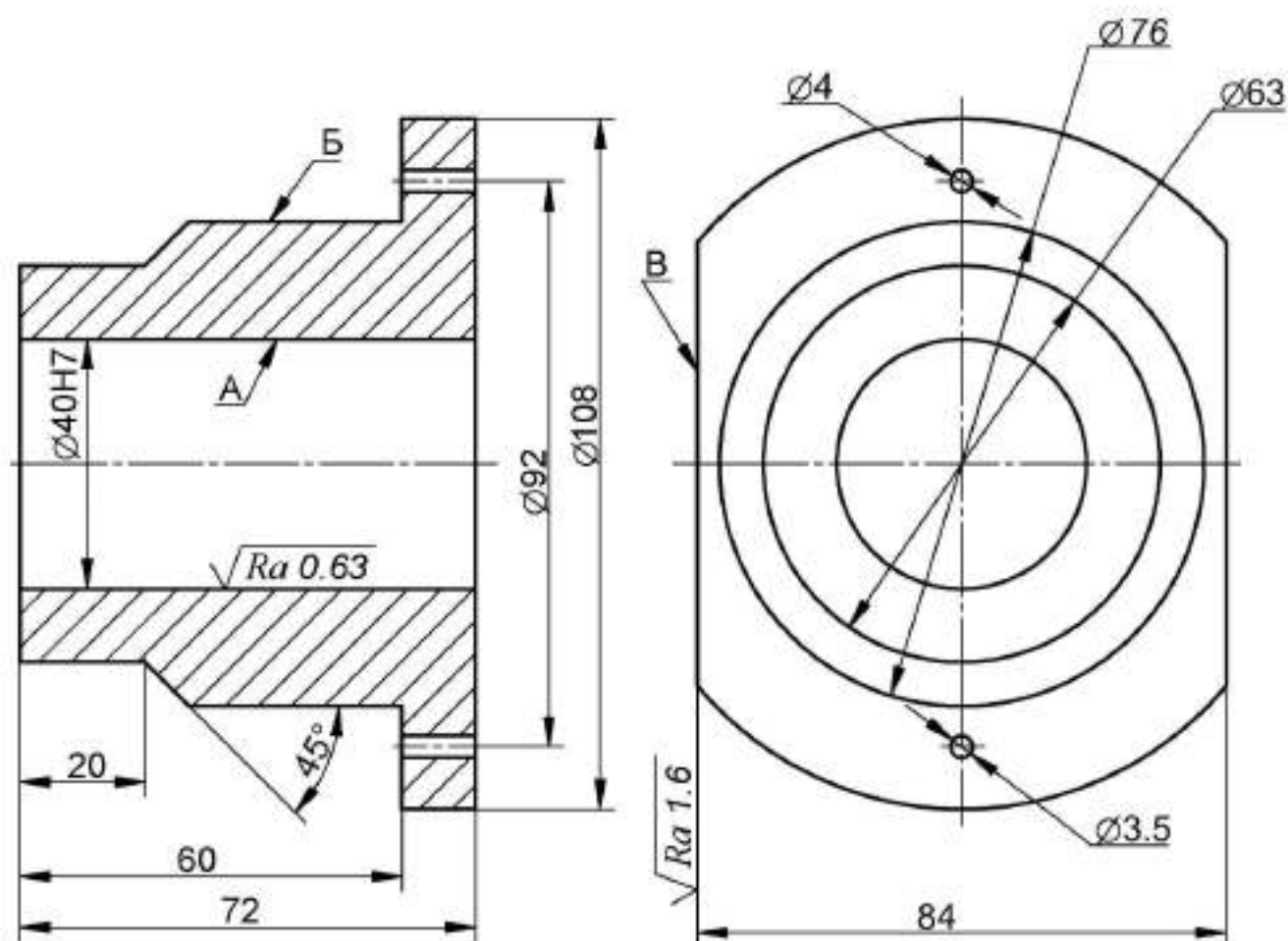
Материал: ЛЦ40Мц3А

Общие допуски по ГОСТ 30893.1: H12, h12, $\pm IT12/2$



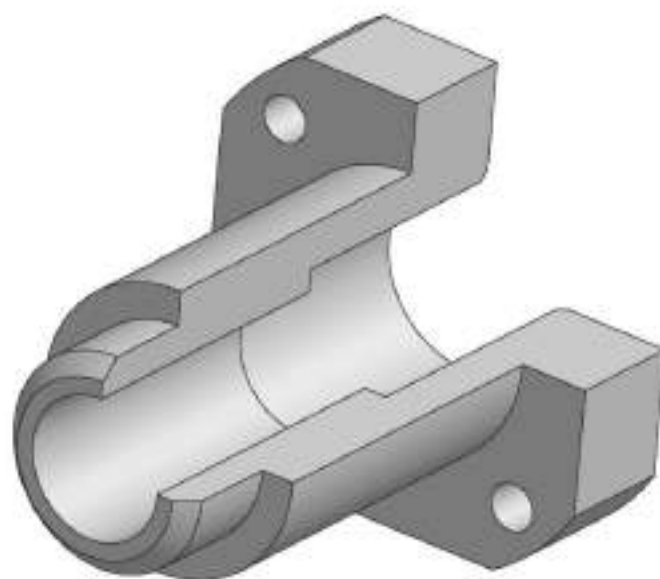
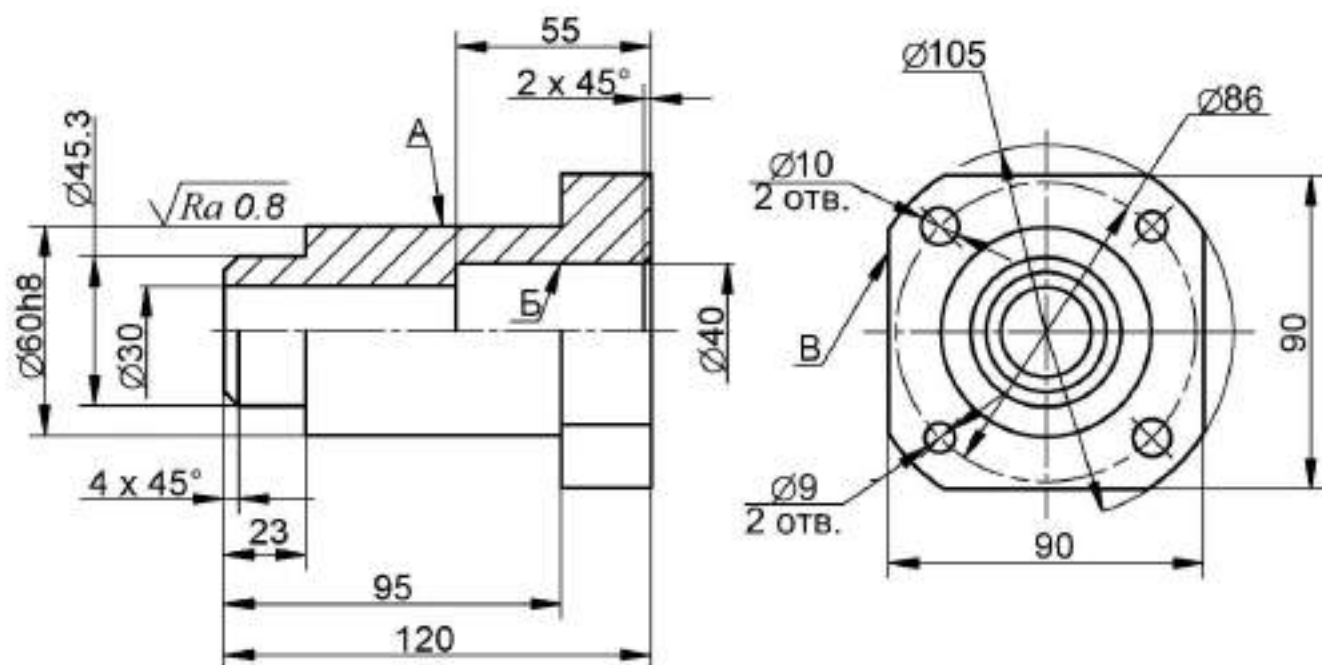
Общие допуски по ГОСТ 30893.1: H12, h12, ±IT12/2

Втулка

 $\sqrt{Ra\ 12,5(\sqrt)}$ 

Материал: Сталь 35

Общие допуски по ГОСТ 30893.1: H12, h12, $\pm IT12/2$



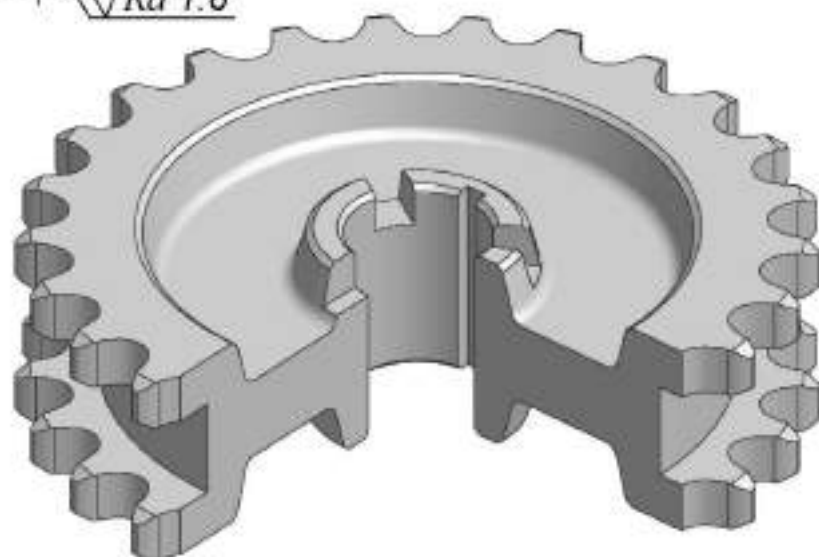
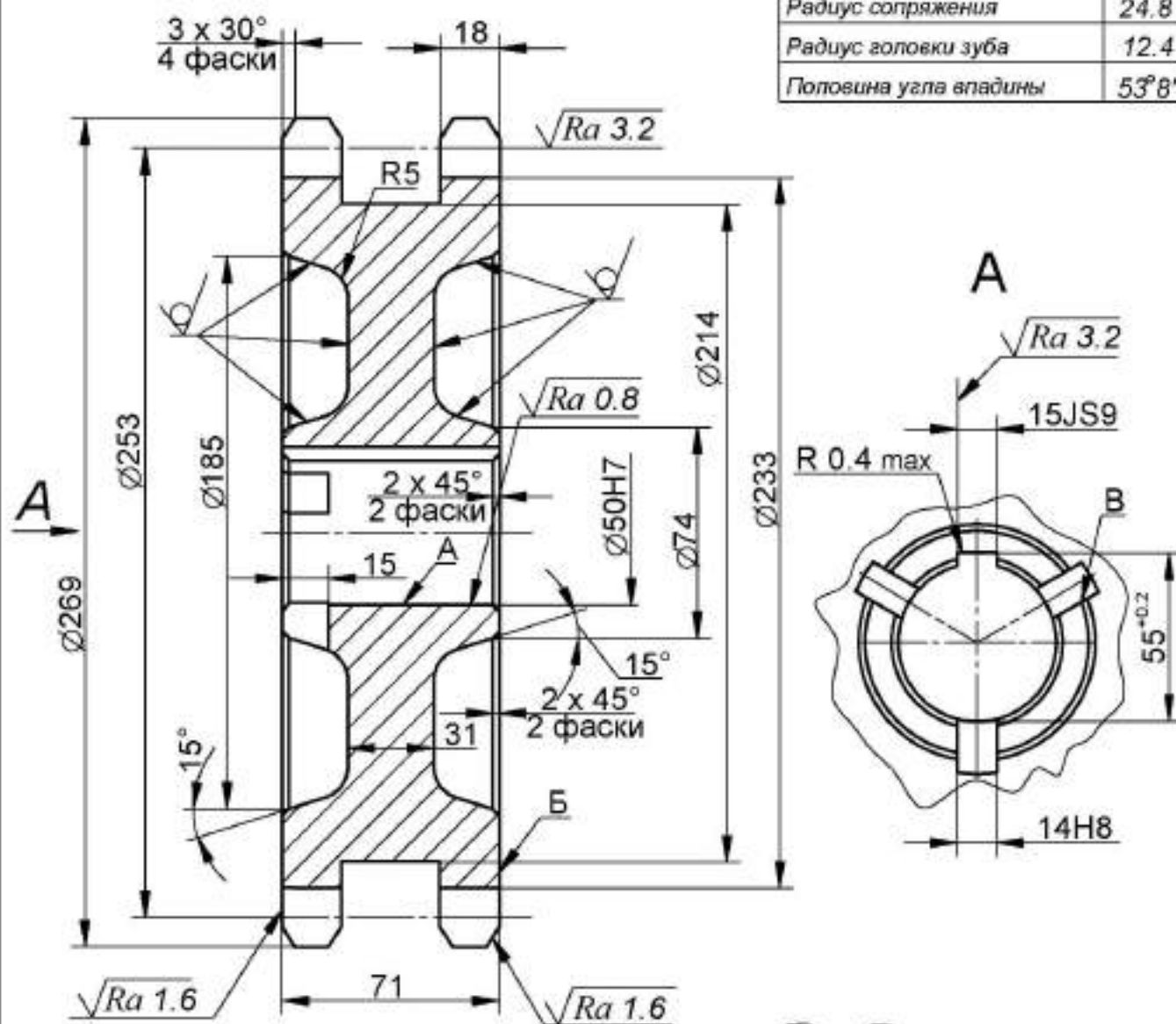
Материал: Сталь 20

Общие допуски по ГОСТ 30893.1: H12, h12, $\pm IT12/2$

Звездочка двухрядная

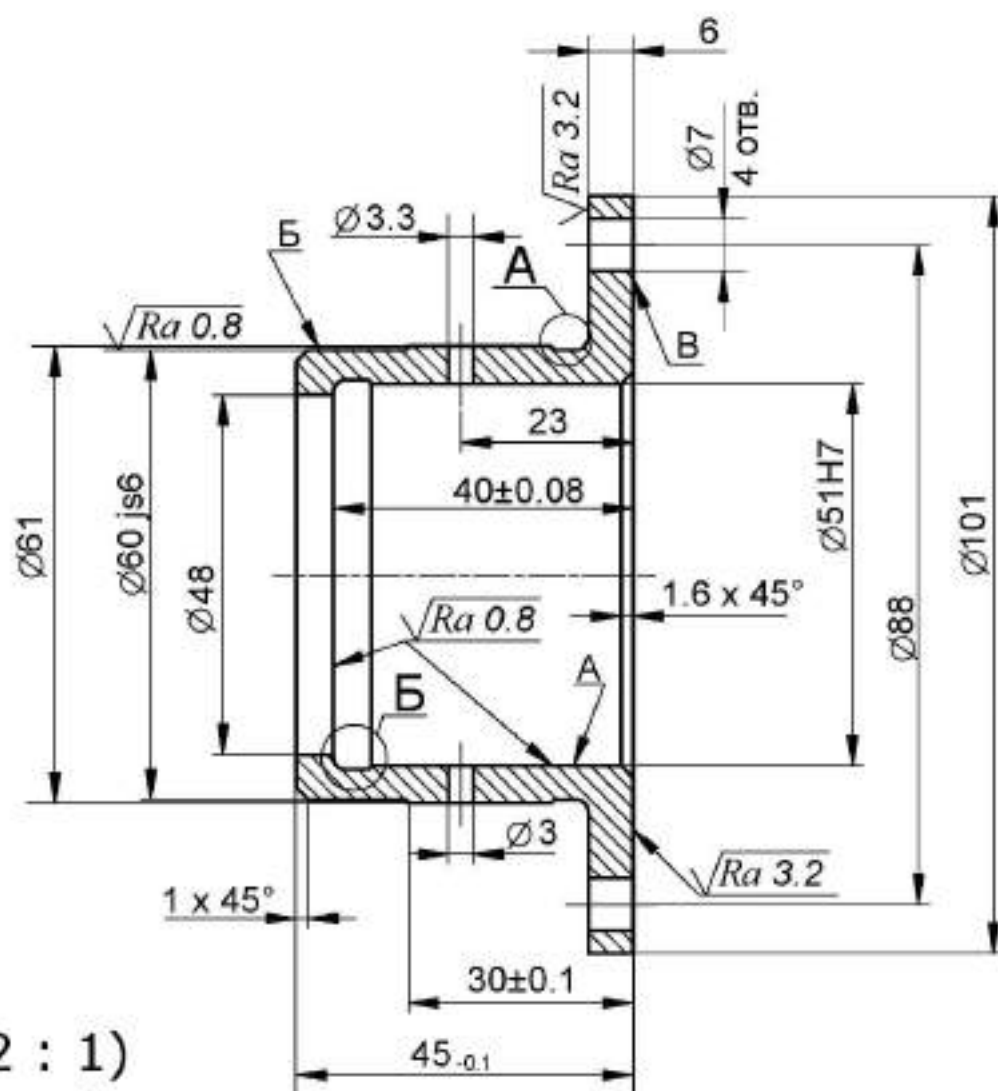
 $\sqrt{Ra} 6.3(\sqrt{ })$

Число зубьев	25
Класс точности	2
Радиус впадины	9.6
Радиус сопряжения	24.8
Радиус головки зуба	12.4
Половина угла впадины	53°8'

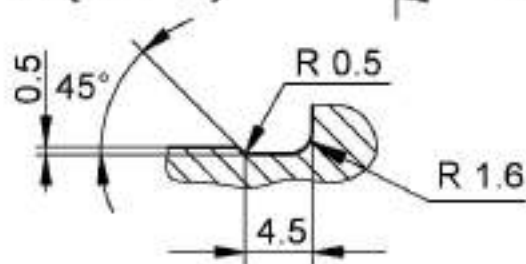


Материал: Сталь 45

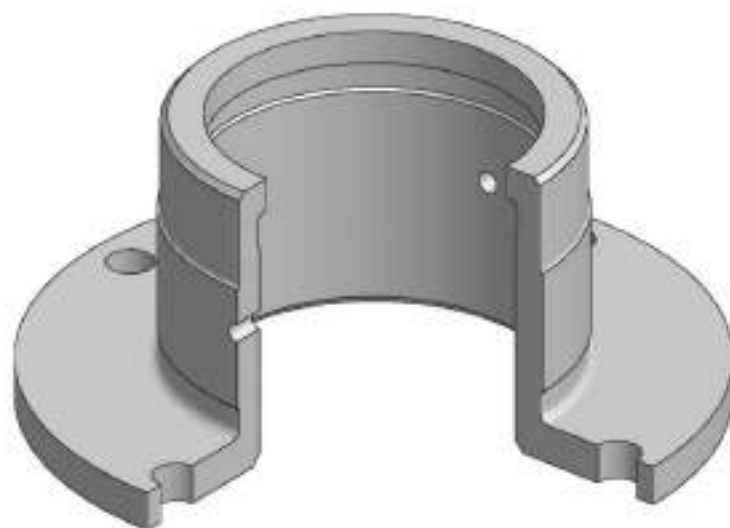
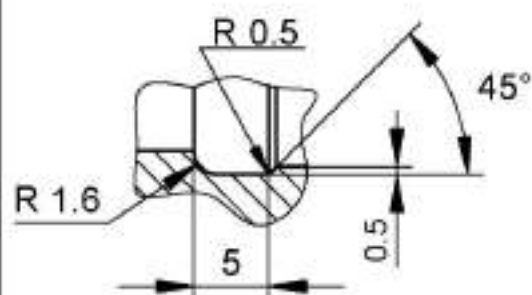
Общие допуски по ГОСТ 30893.1: H14, h14, $\pm IT14/2$



A (2 : 1)

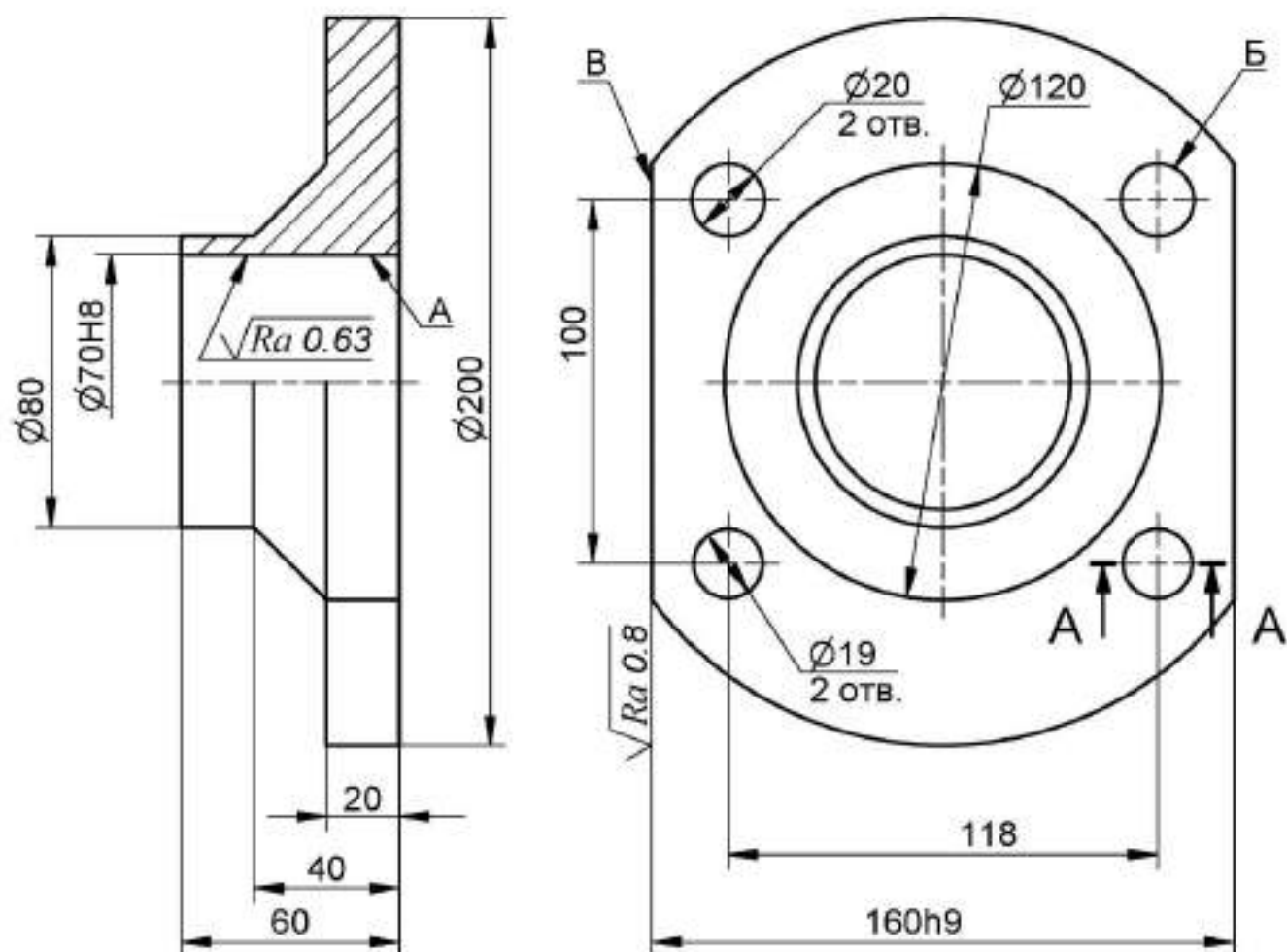


Б (2 : 1)

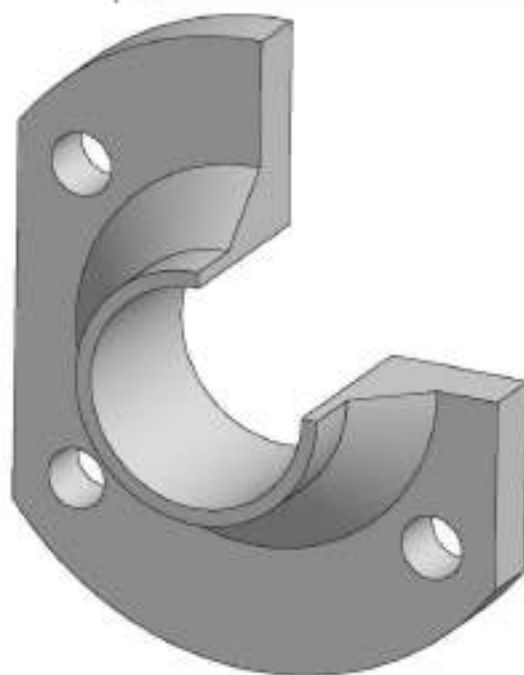
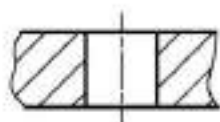


Материал: Сталь 35

Общие допуски по ГОСТ 30893.1: H12, h12, $\pm IT12/2$

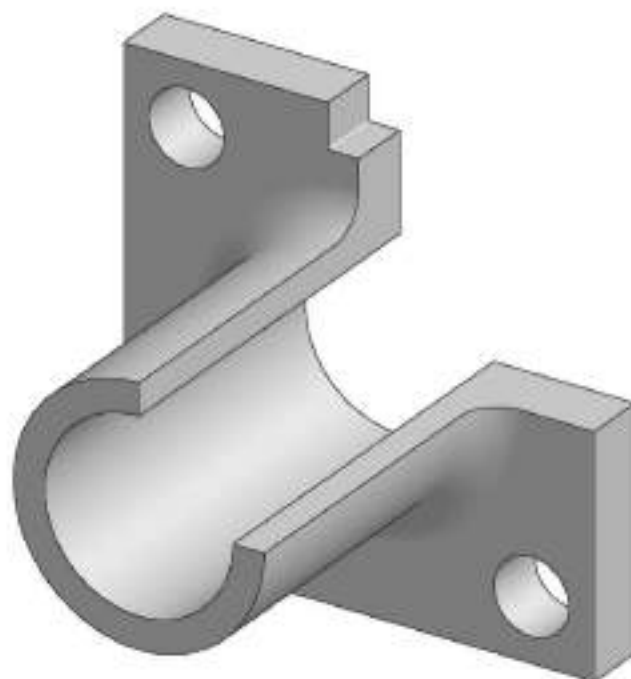
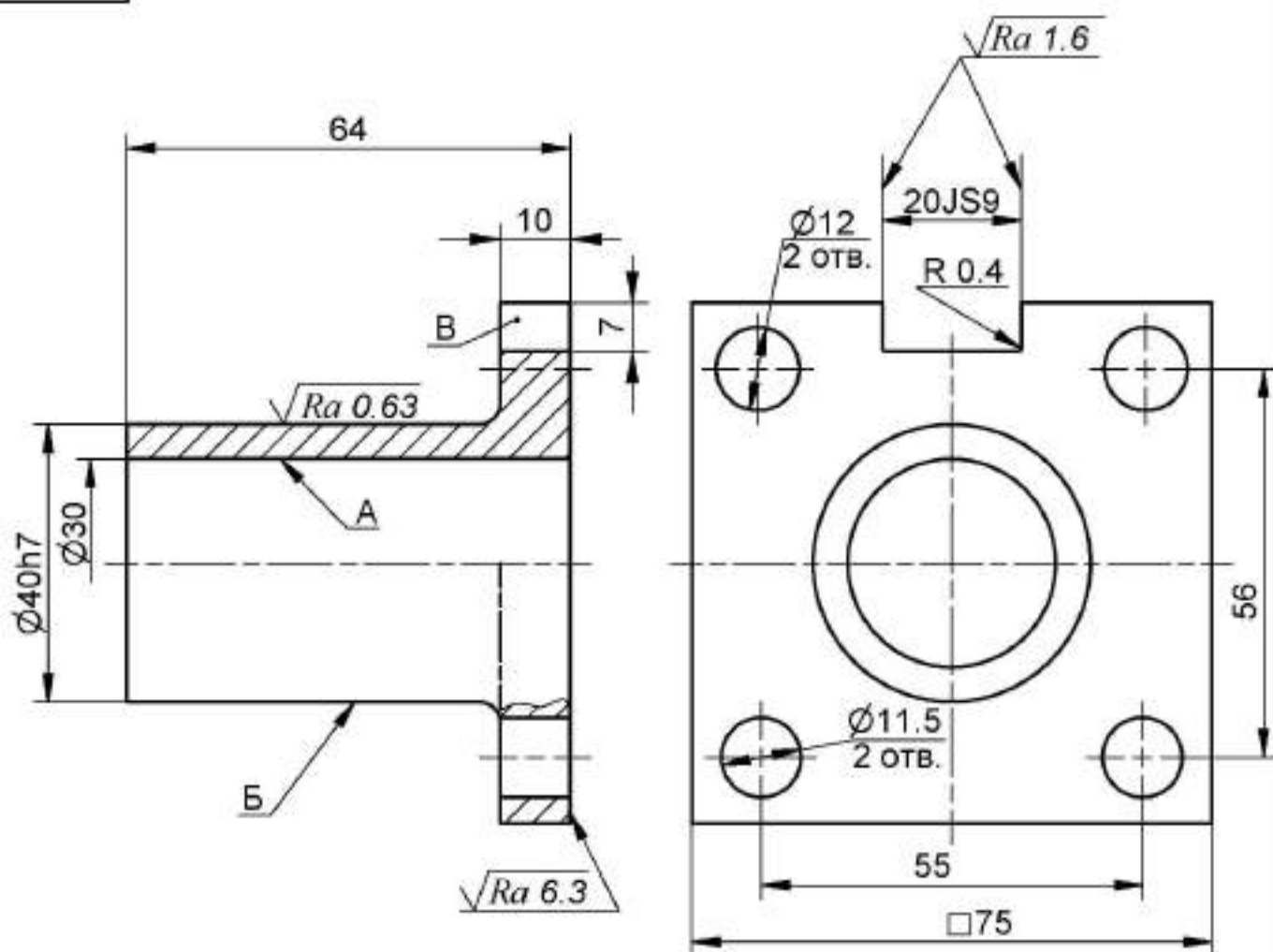


A-A

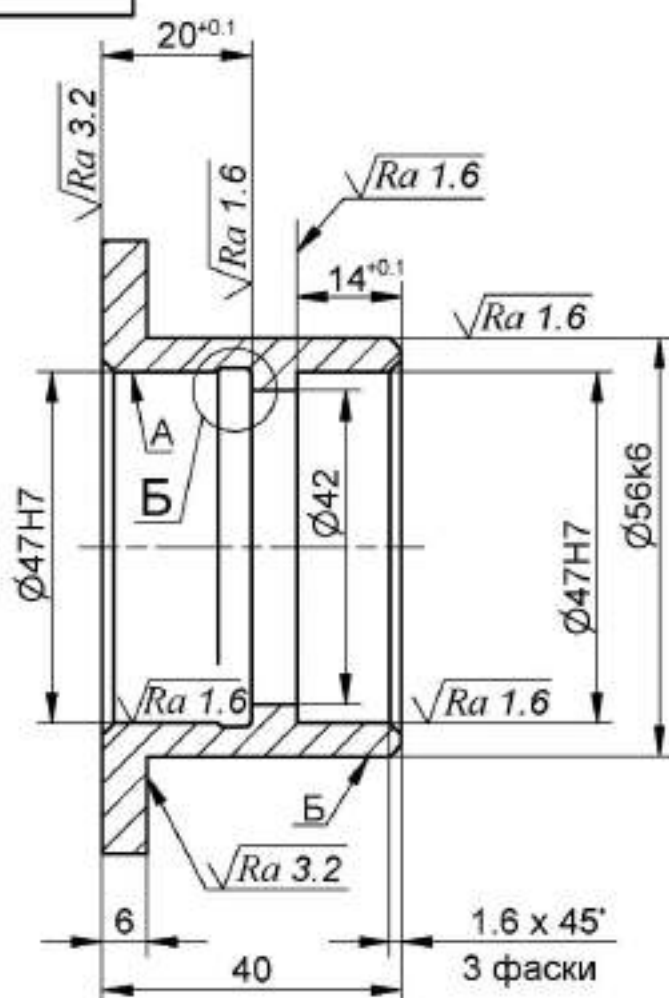


Материал: Сталь 12X18H10T

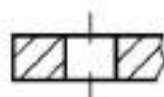
Общие допуски по ГОСТ 30893.1: H12, h12, $\pm IT12/2$



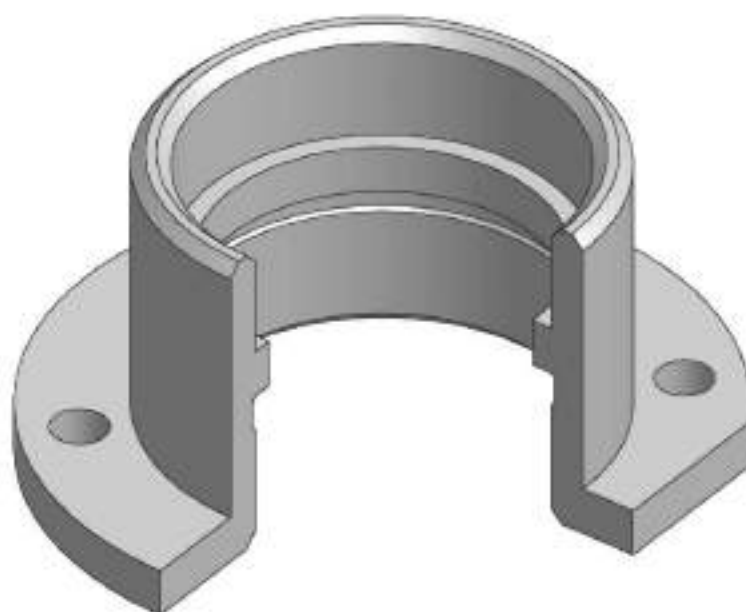
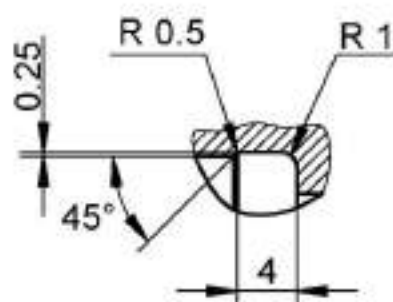
Общие допуски по ГОСТ 30893.1: H12, h12, ±IT12/2



A-A

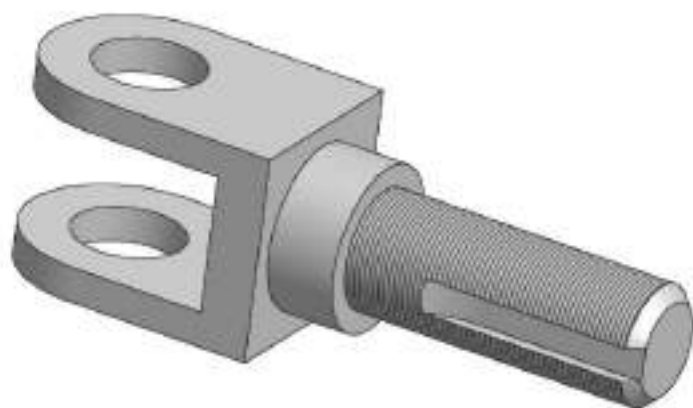
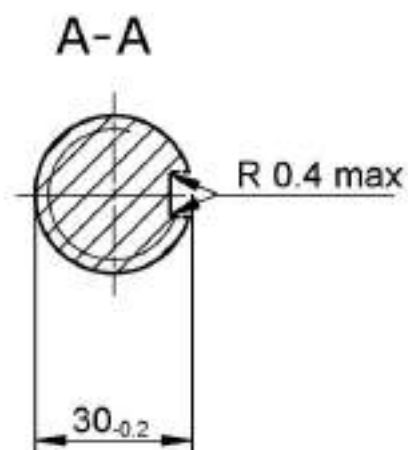
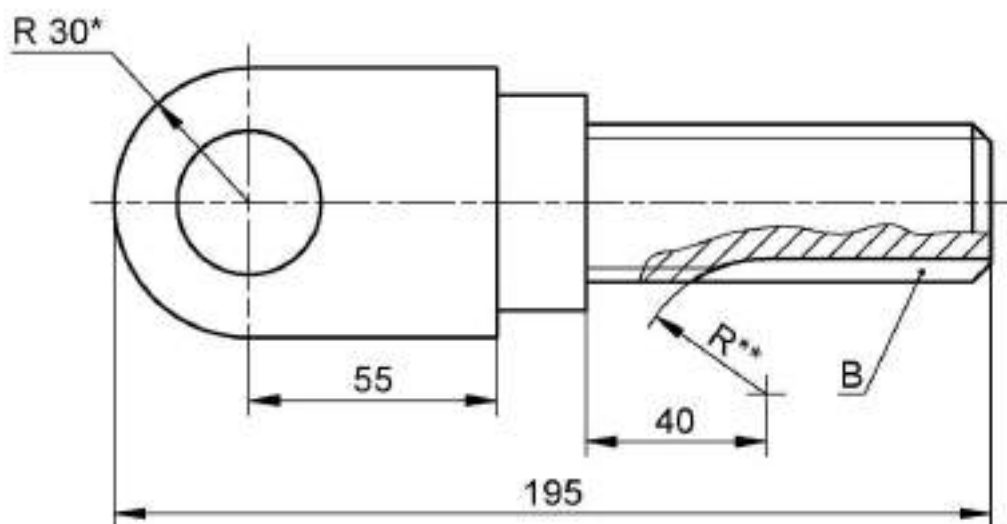
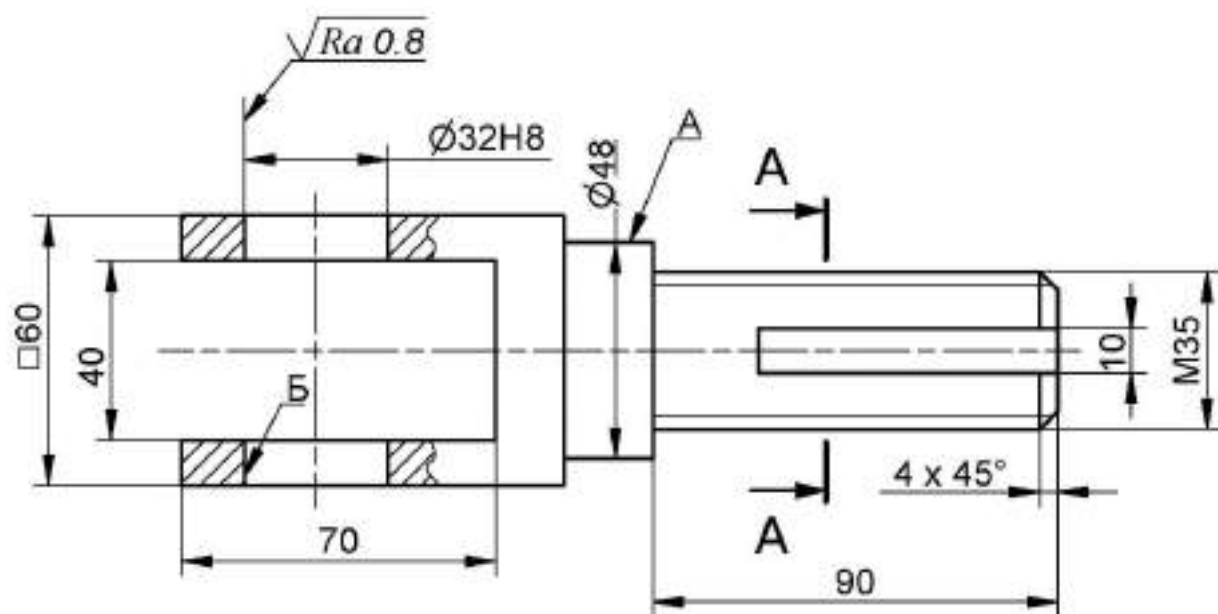


Б (2:1)



Материал: СЧ 15 (Сталь 40)

Общие допуски по ГОСТ 30893.1: H12, h12, $\pm IT12/2$

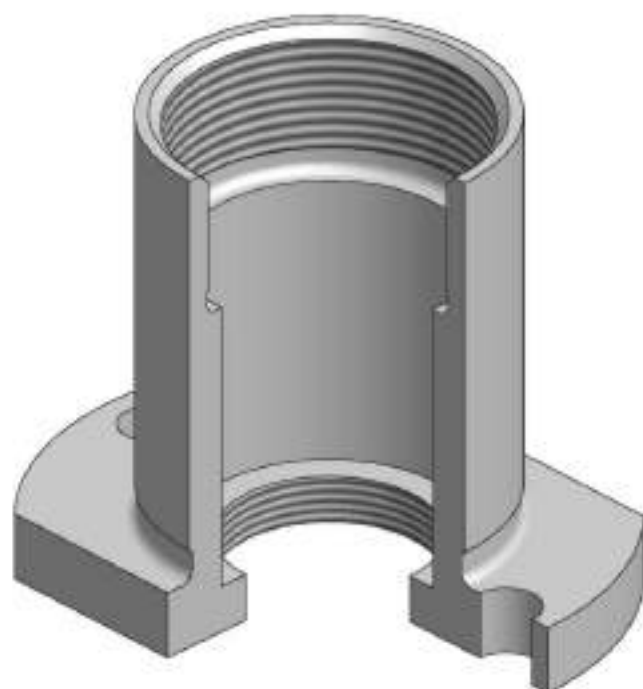
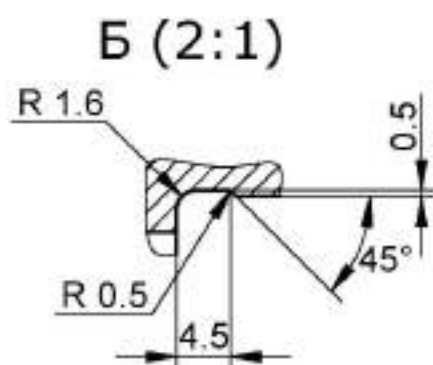
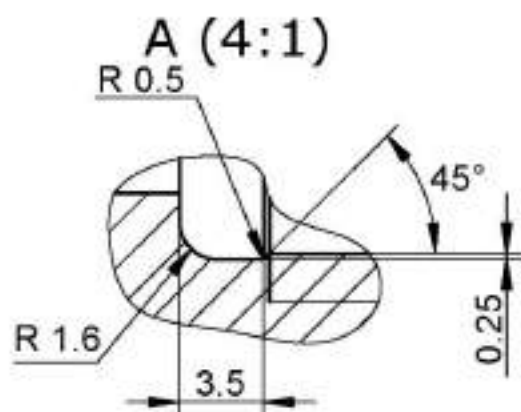
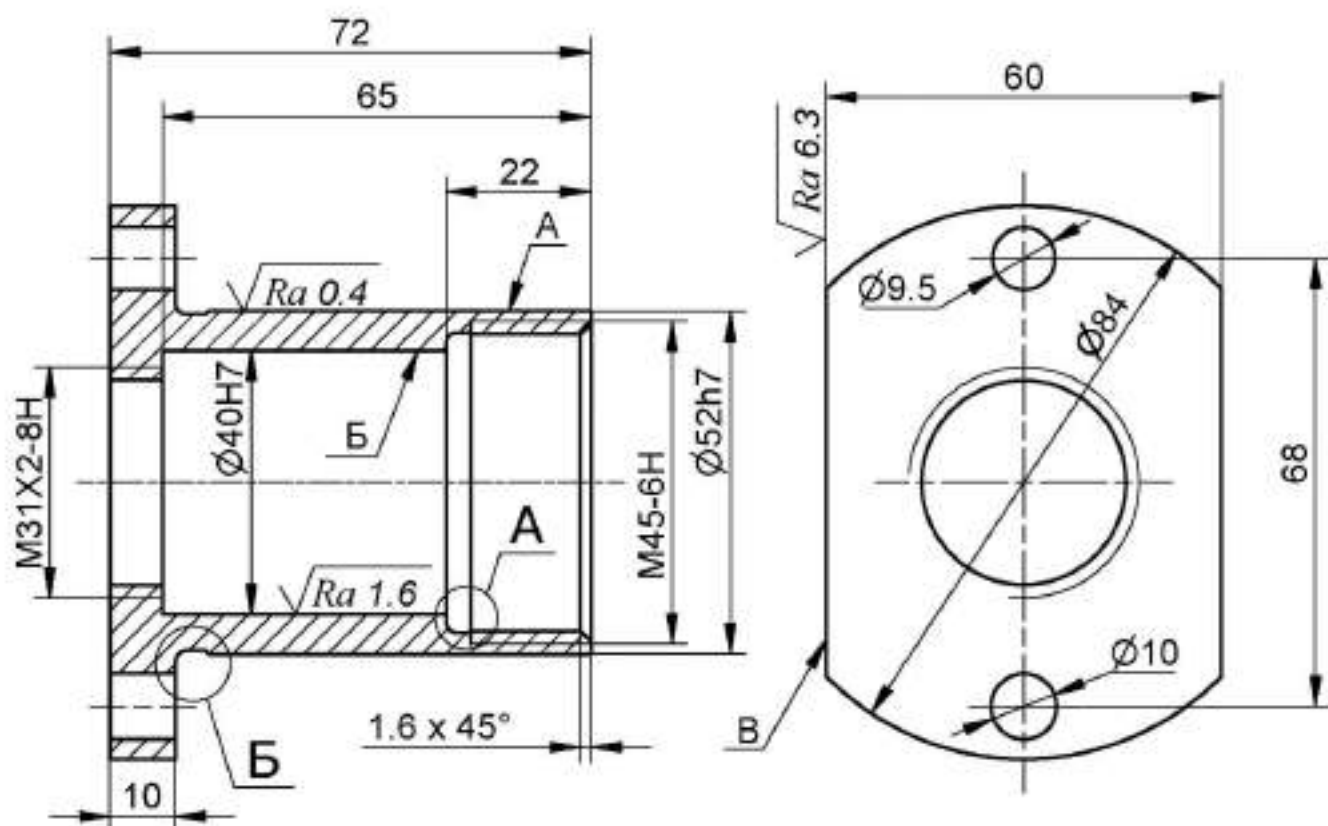


Материал: Сталь 45

* Размер для справок

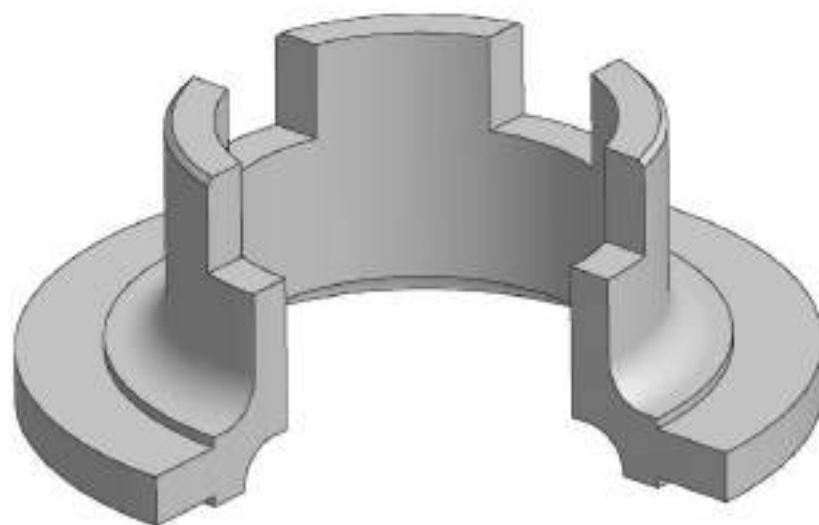
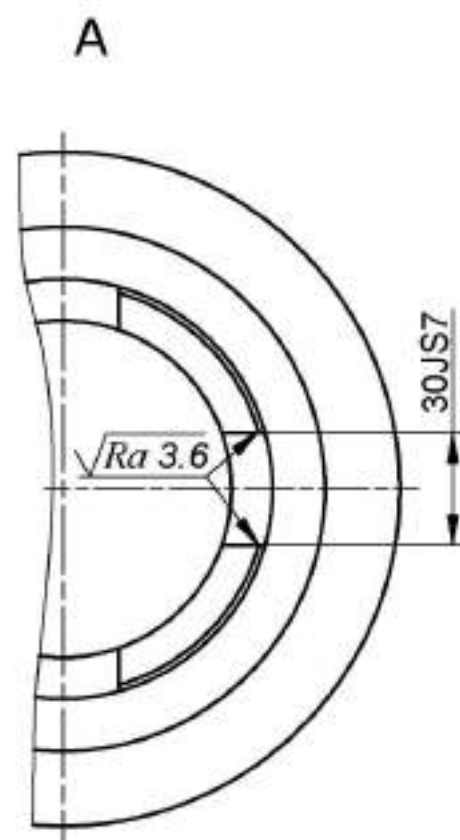
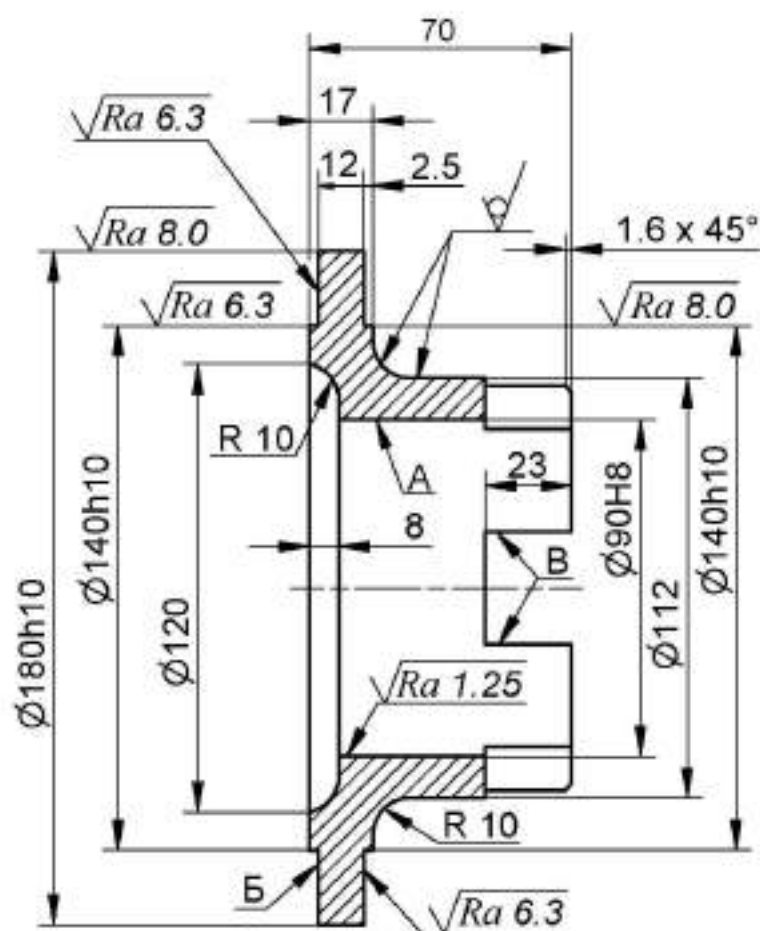
** Размер обеспечить инструментом

Общие допуски по ГОСТ 30893.1: H12, h12, ±IT12/2



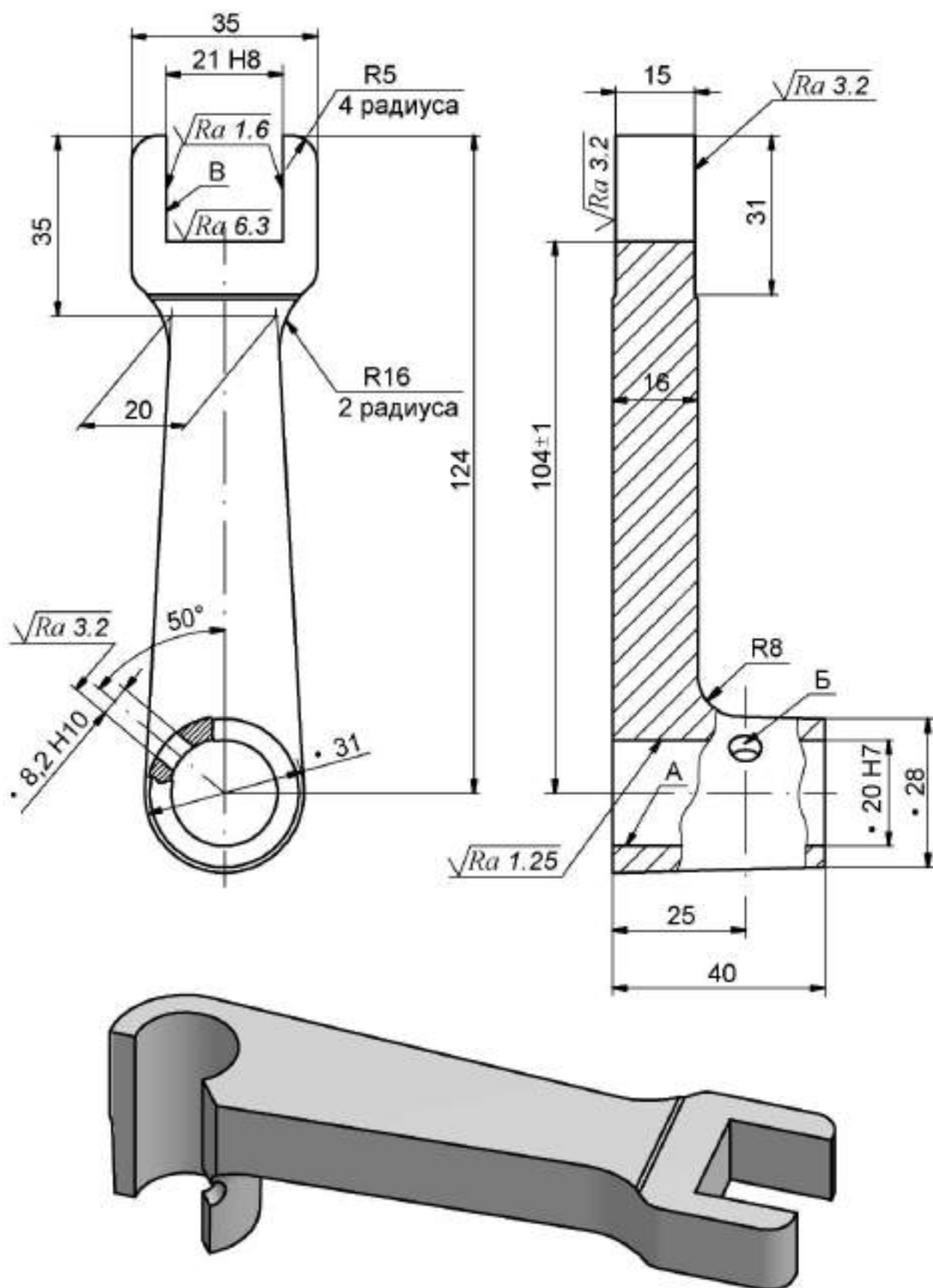
Материал: Сталь 09Х16Н4Б

Общие допуски по ГОСТ 30893.1: H12, h12, $\pm IT12/2$



Материал: Сталь 40X (Чугун ВЧ 45)

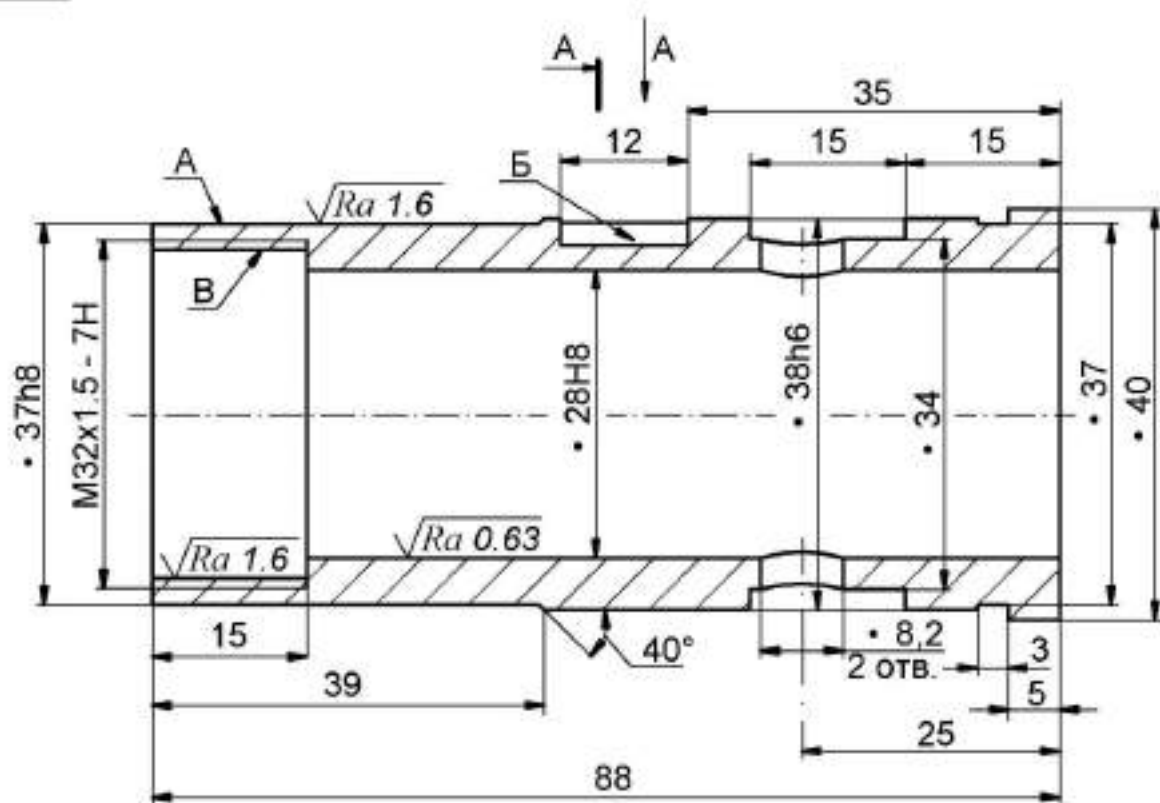
Общие допуски по ГОСТ 30893.1: H14, h14, $\pm IT14/2$



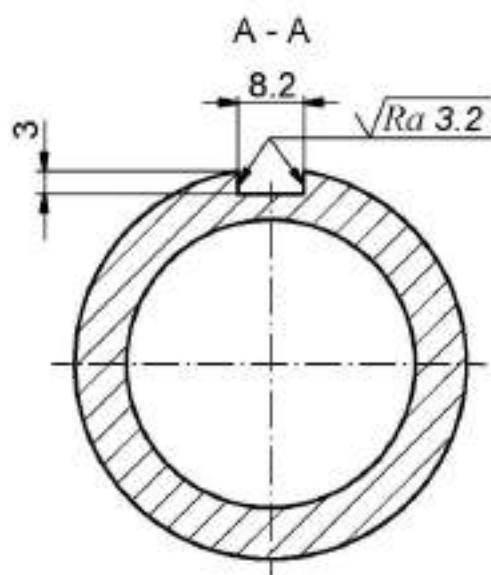
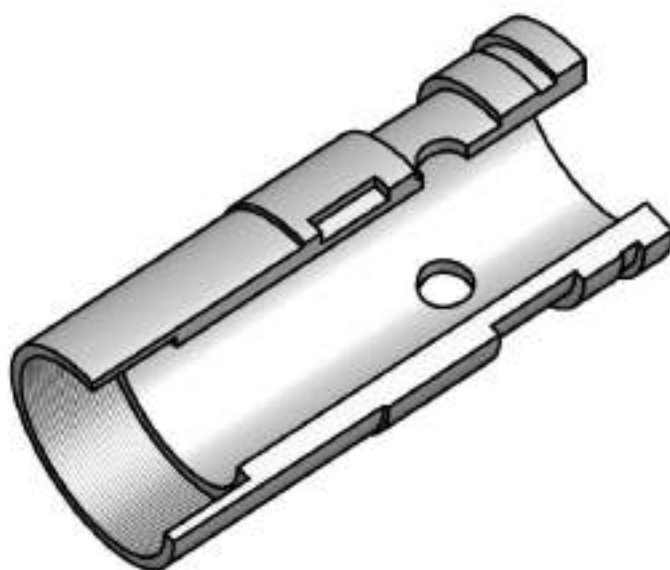
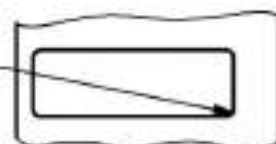
Материал: Сталь 45

Общие допуски по ГОСТ 30893.1: H12, h12, ± IT12/2

Втулка

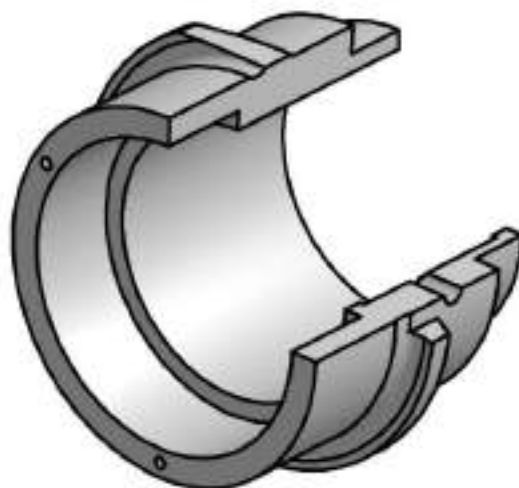
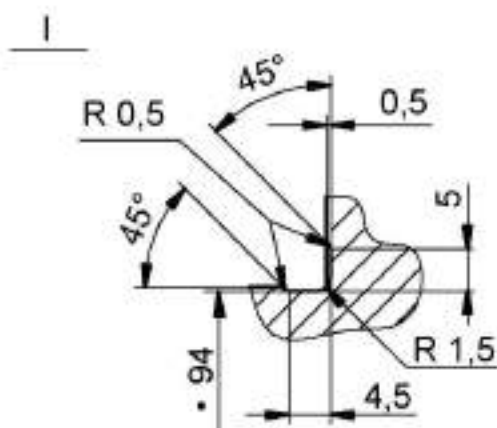
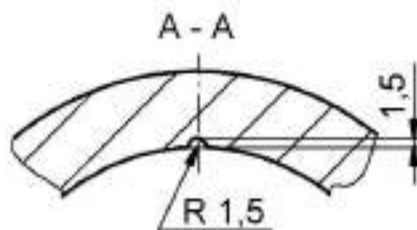
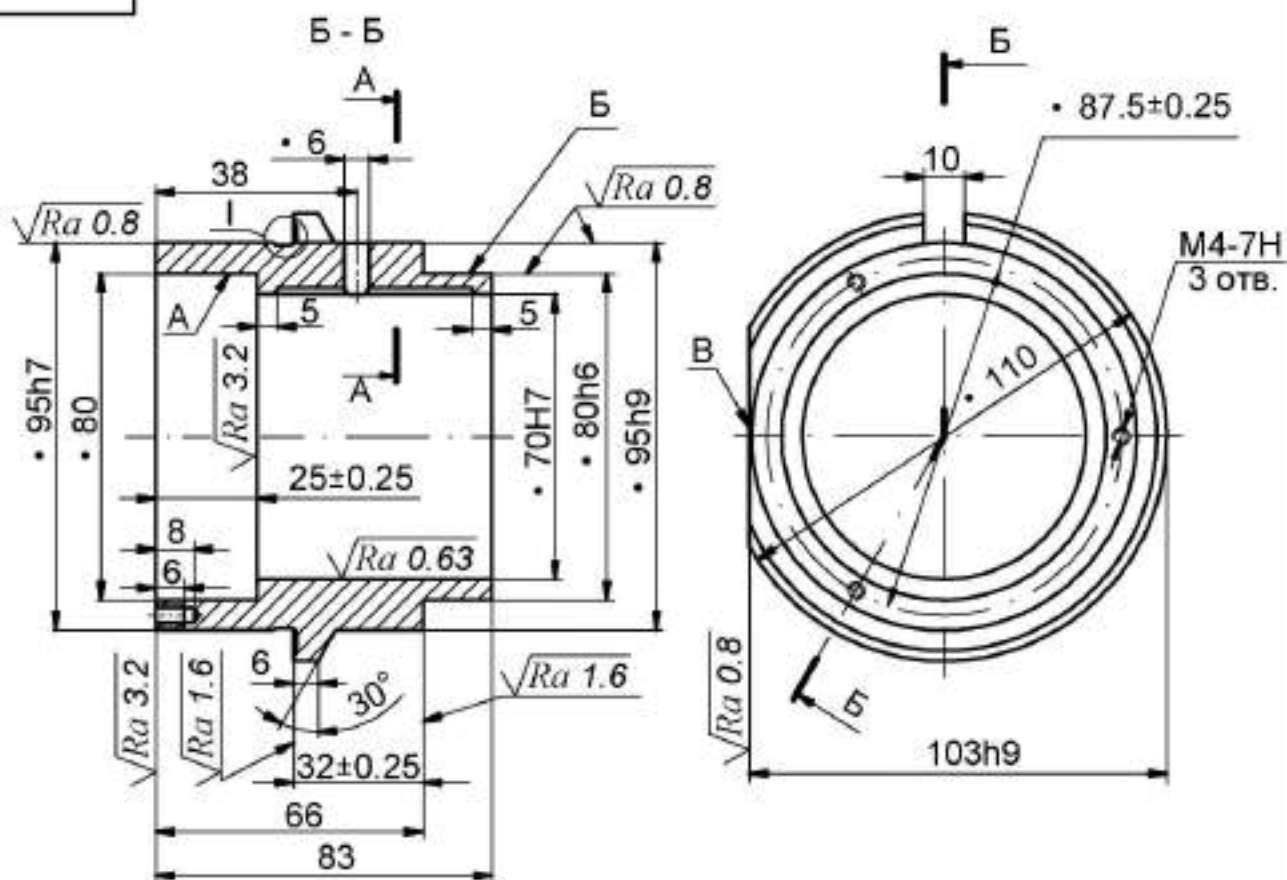
 $\sqrt{Ra\ 6.3(\checkmark)}$ 

Вид А

R1
4 радиуса

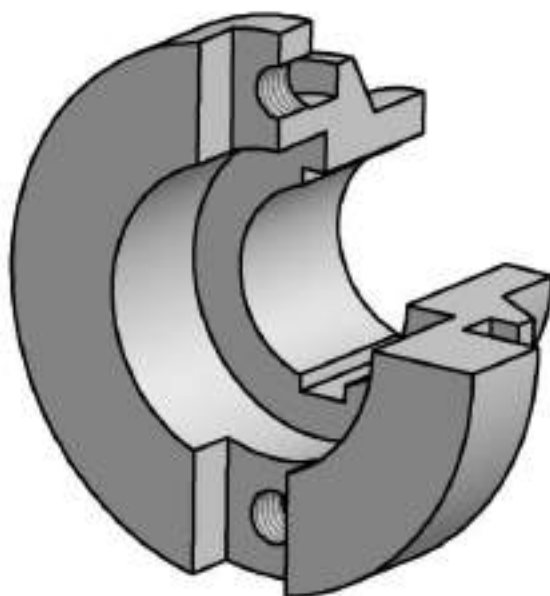
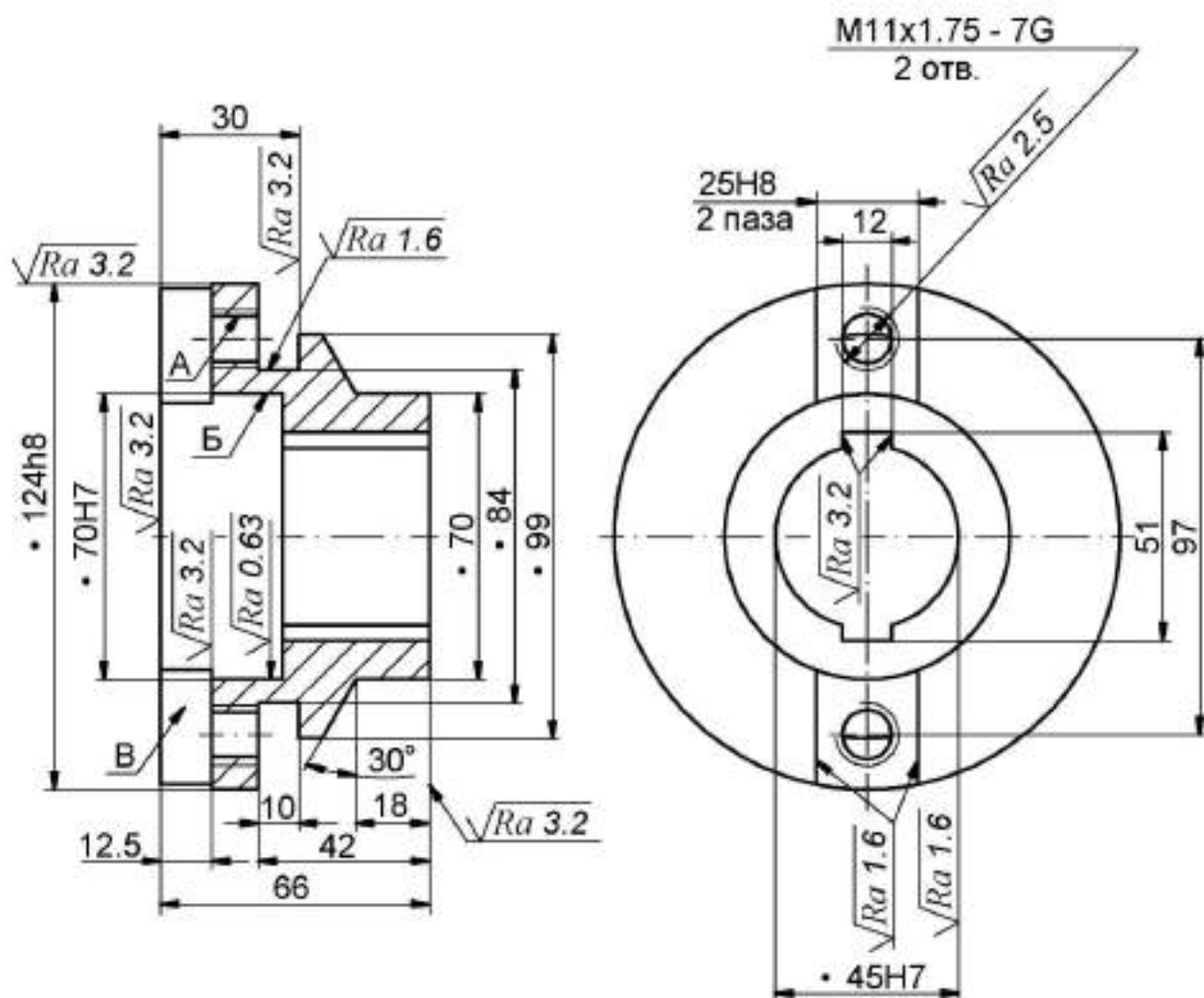
Материал: Сталь 40Х

Общие допуски по ГОСТ 30893.1: H12, h12, $\pm IT12/2$



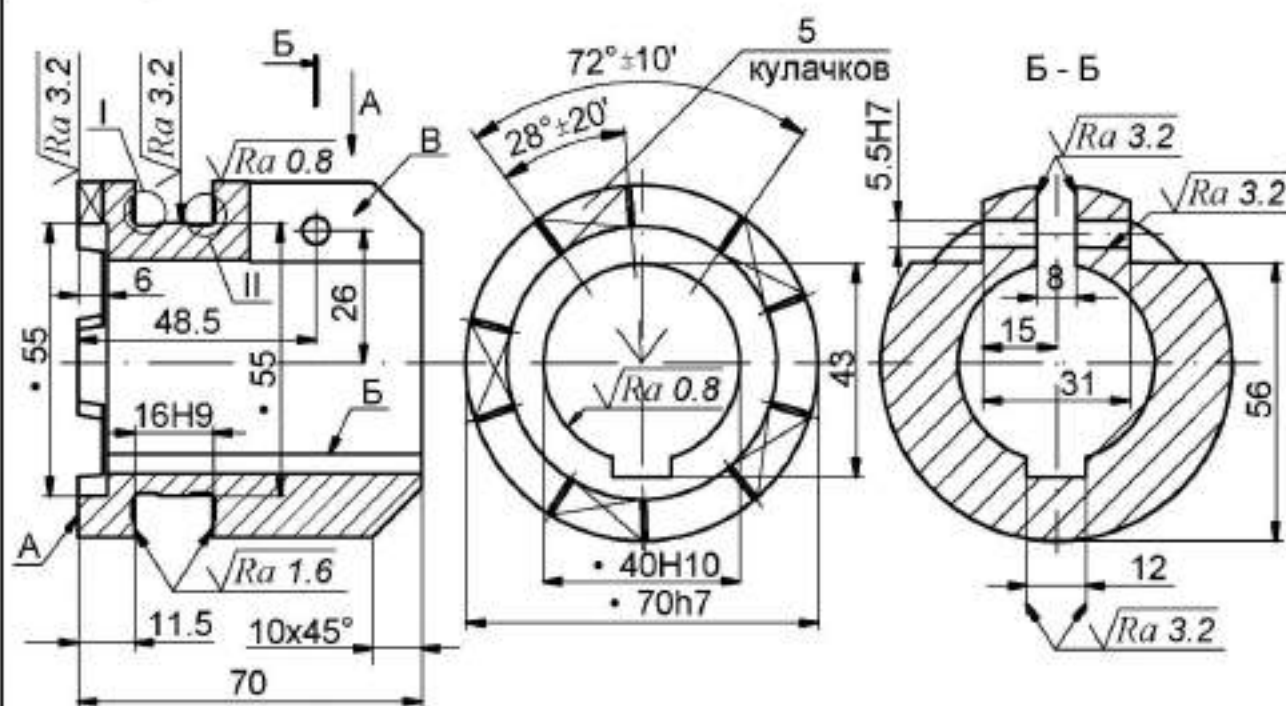
Материал: Сталь 45

Общие допуски по ГОСТ 30893.1: H12, h12, ±IT12/2

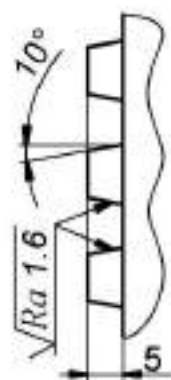


Материал: Сталь 45

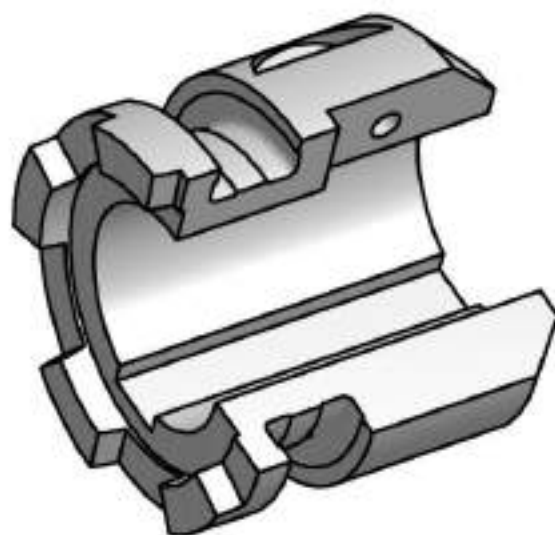
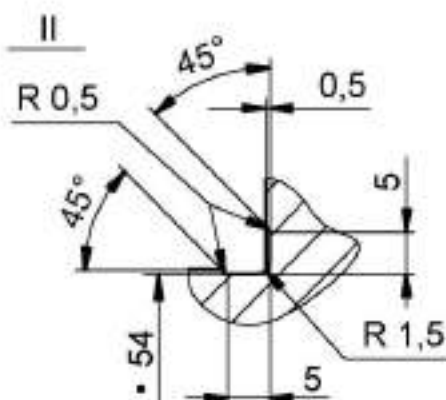
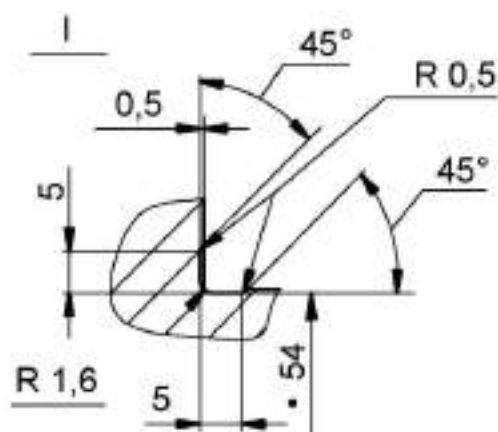
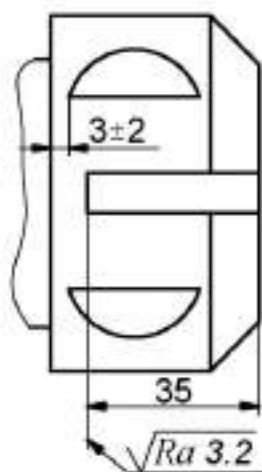
Общие допуски по ГОСТ 30893.1: H12, h12, $\pm IT12/2$



Развёртка
по пов-ти В

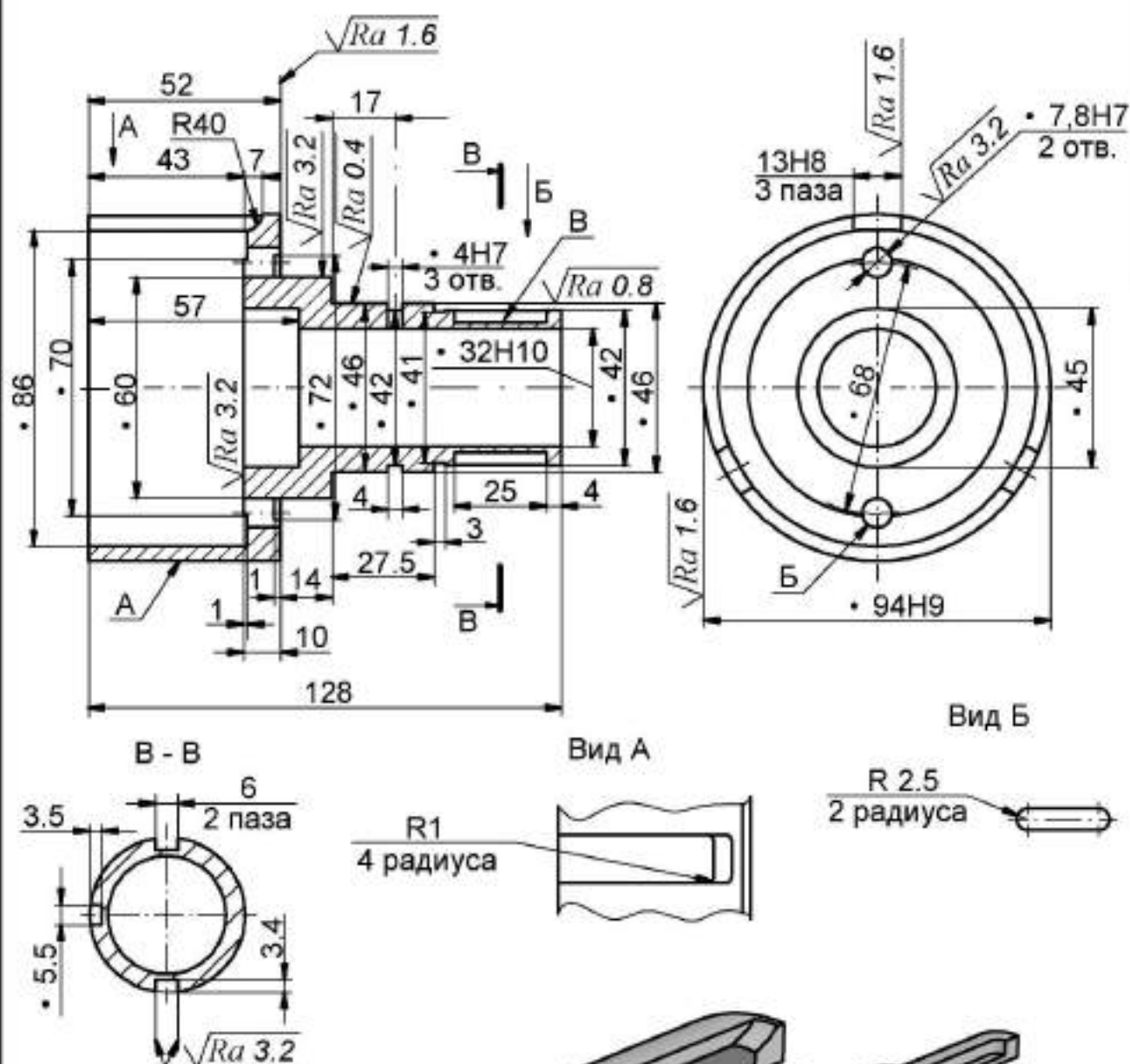


Вид А



Материал: Сталь 20Х

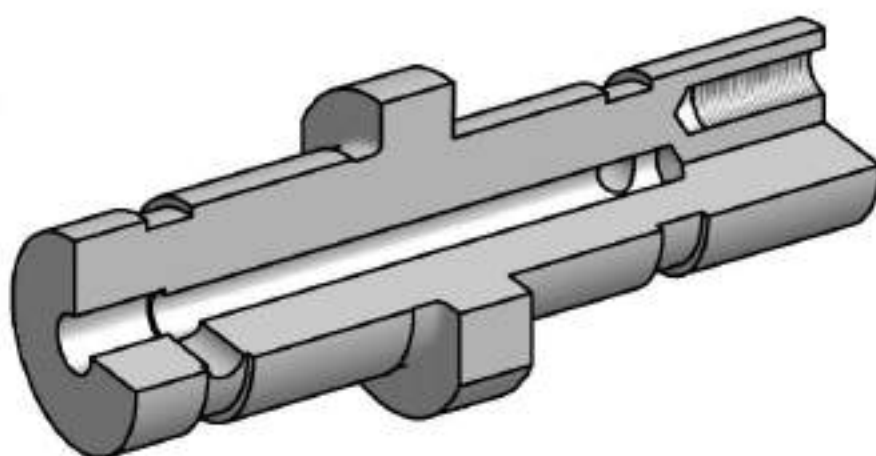
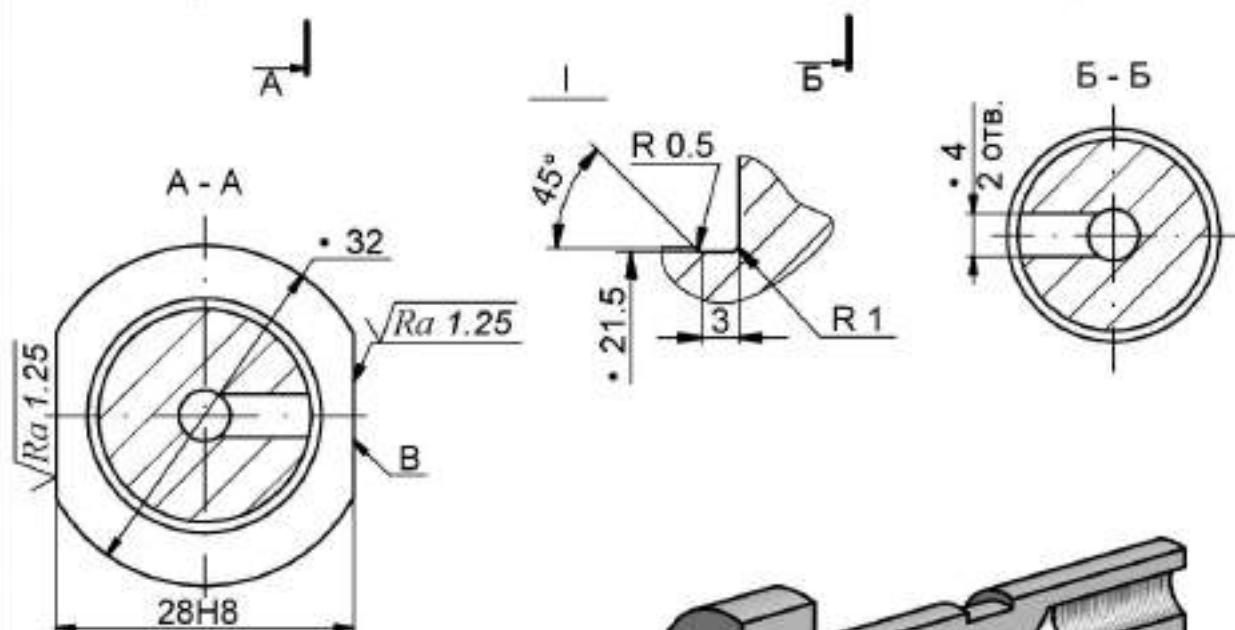
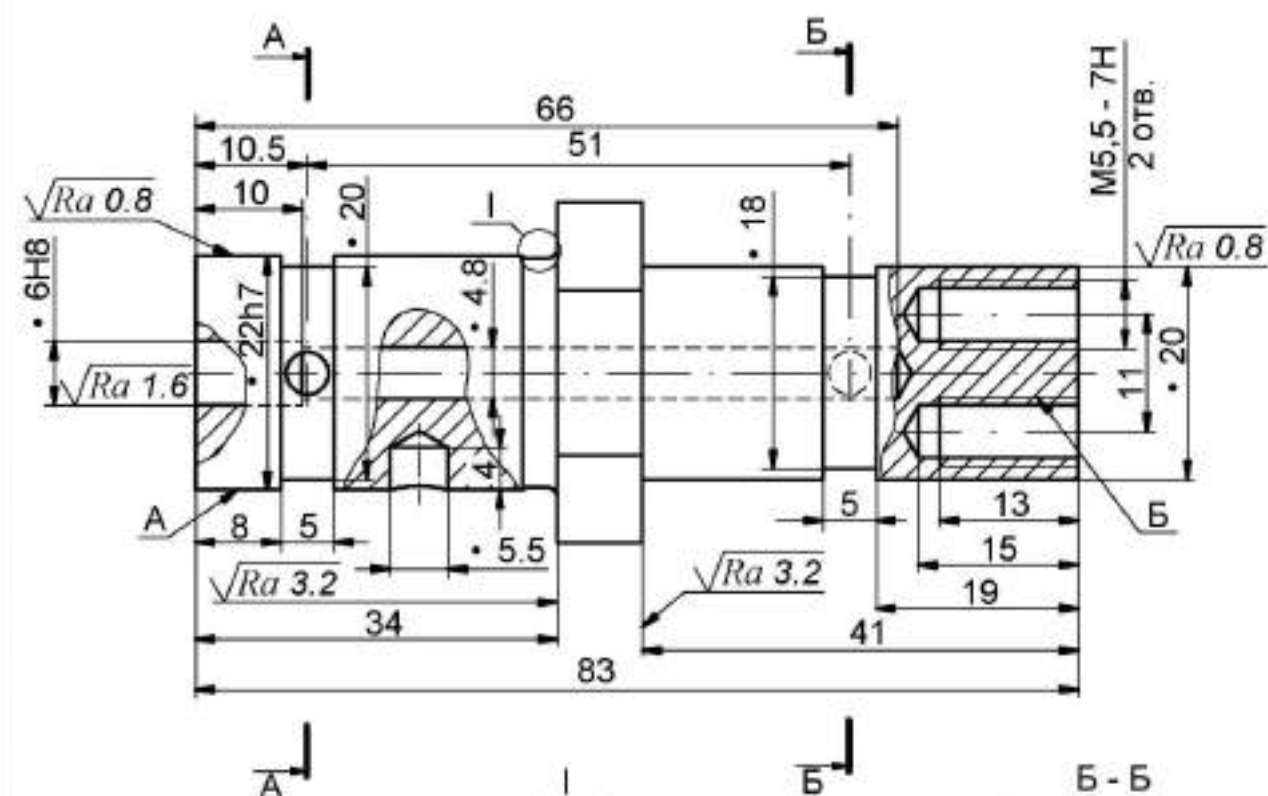
Общие допуски по ГОСТ 30893.1: H12, h12, $\pm IT12/2$

Муфта фрикционная $\sqrt{Ra\ 6.3(\sqrt)}$ 

Материал: Сталь 20Х

Общие допуски по ГОСТ 30893.1: H12, h12, $\pm IT12/2$

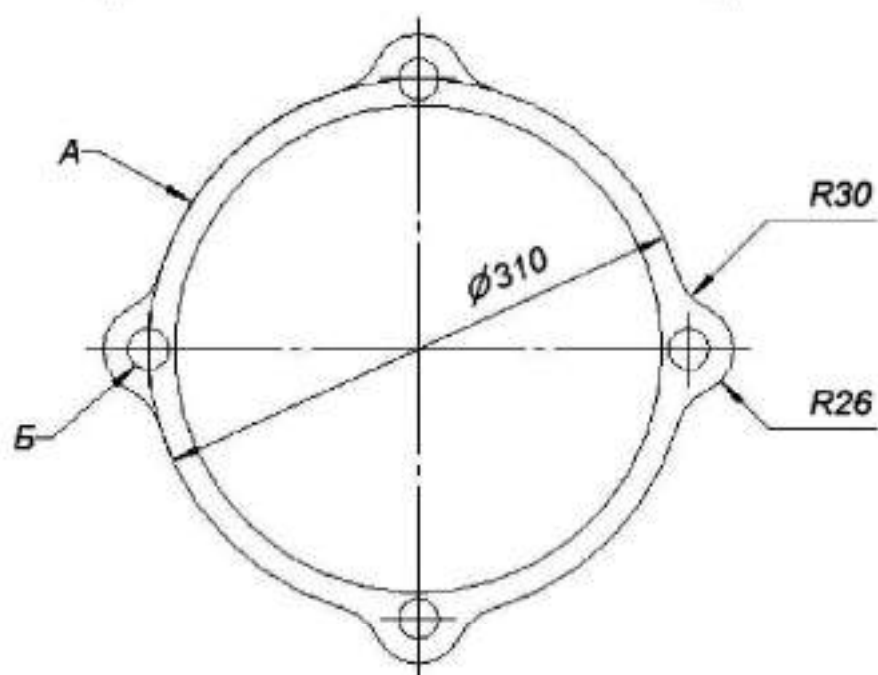
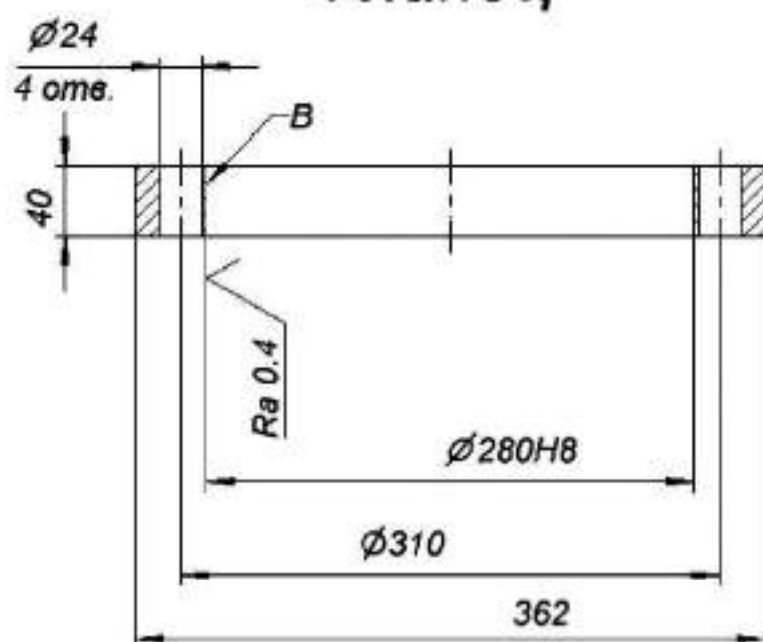
Палец

 $\sqrt{Ra\ 6.3(\sqrt)}$ 

Материал: Сталь 20Х

Общие допуски по ГОСТ 30893.1: H12, h12, $\pm IT12/2$

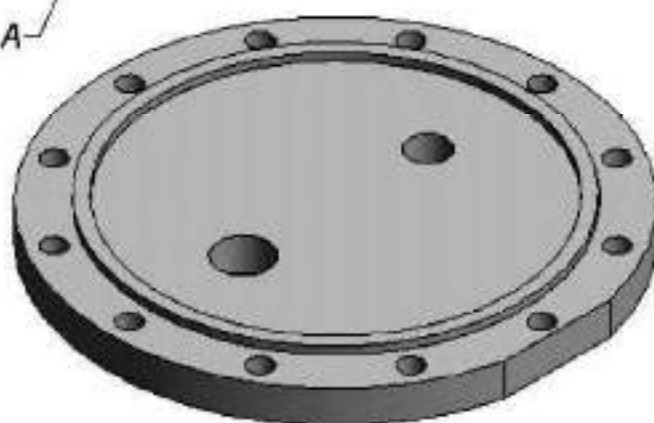
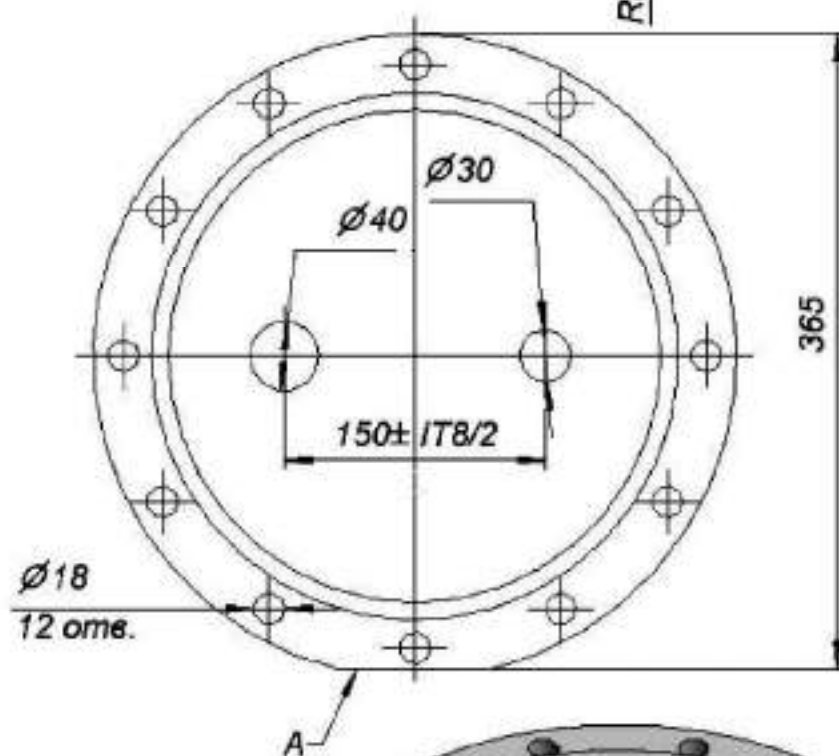
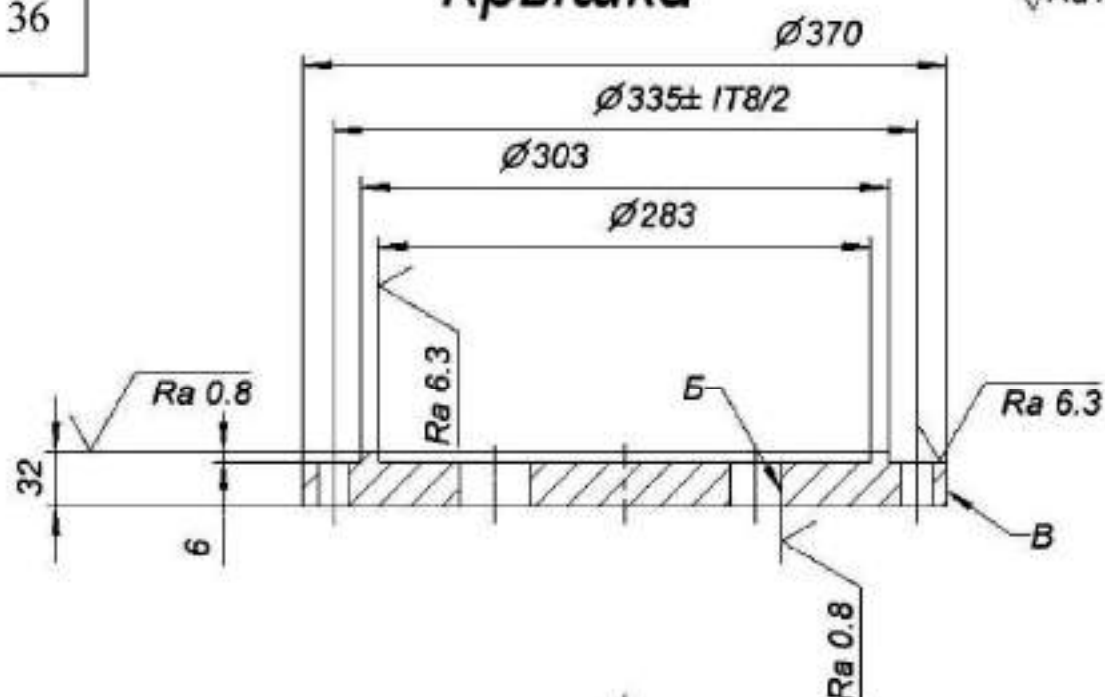
Фланец

 $\sqrt{Ra12.5(\checkmark)}$ 

Материал: Сталь 12X18H10T

Общие допуски по ГОСТ 30893.1: H12, h12, $\pm IT12/2$

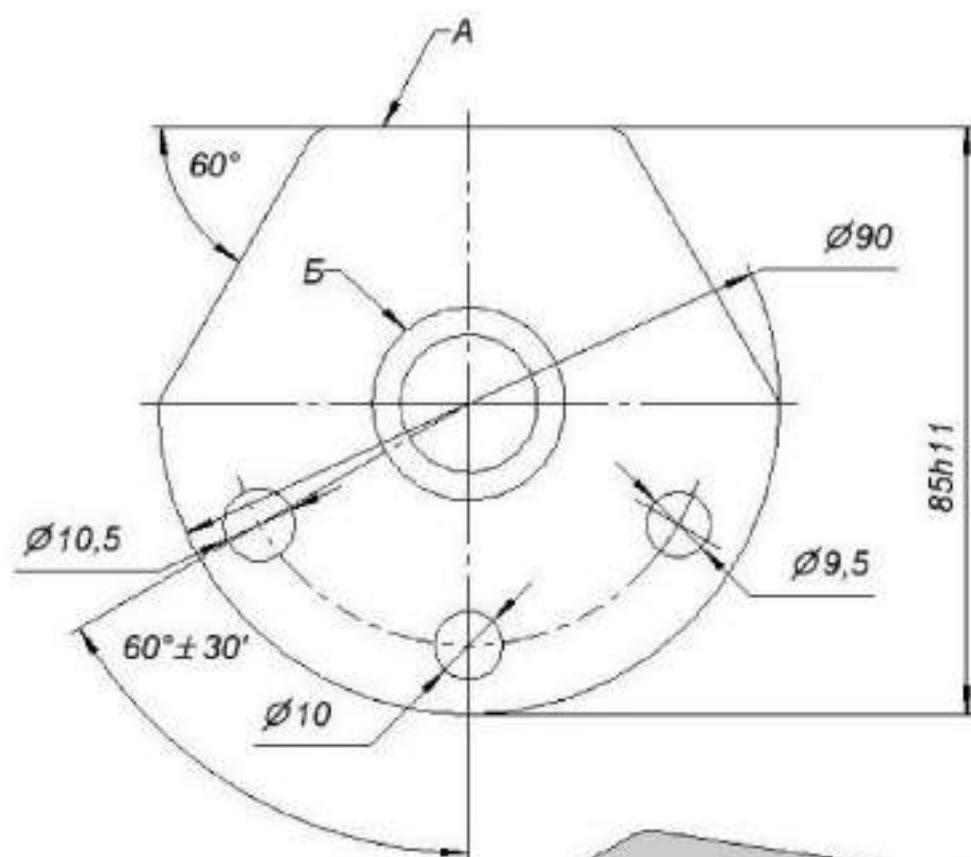
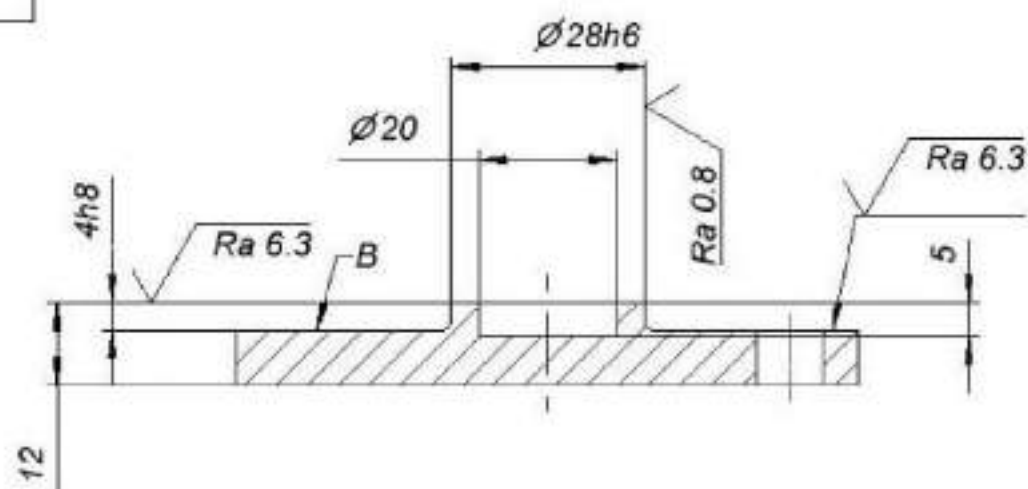
Крышка

 $\sqrt{Ra12.5(\vee)}$ 

Материал: Д16Т

Общие допуски по ГОСТ 30893.1: H12, h12, $\pm IT12/2$

Крышка

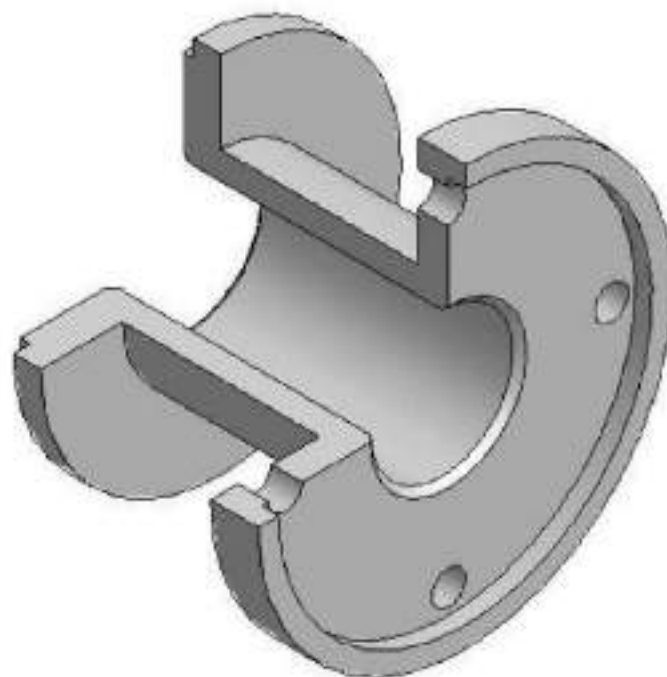
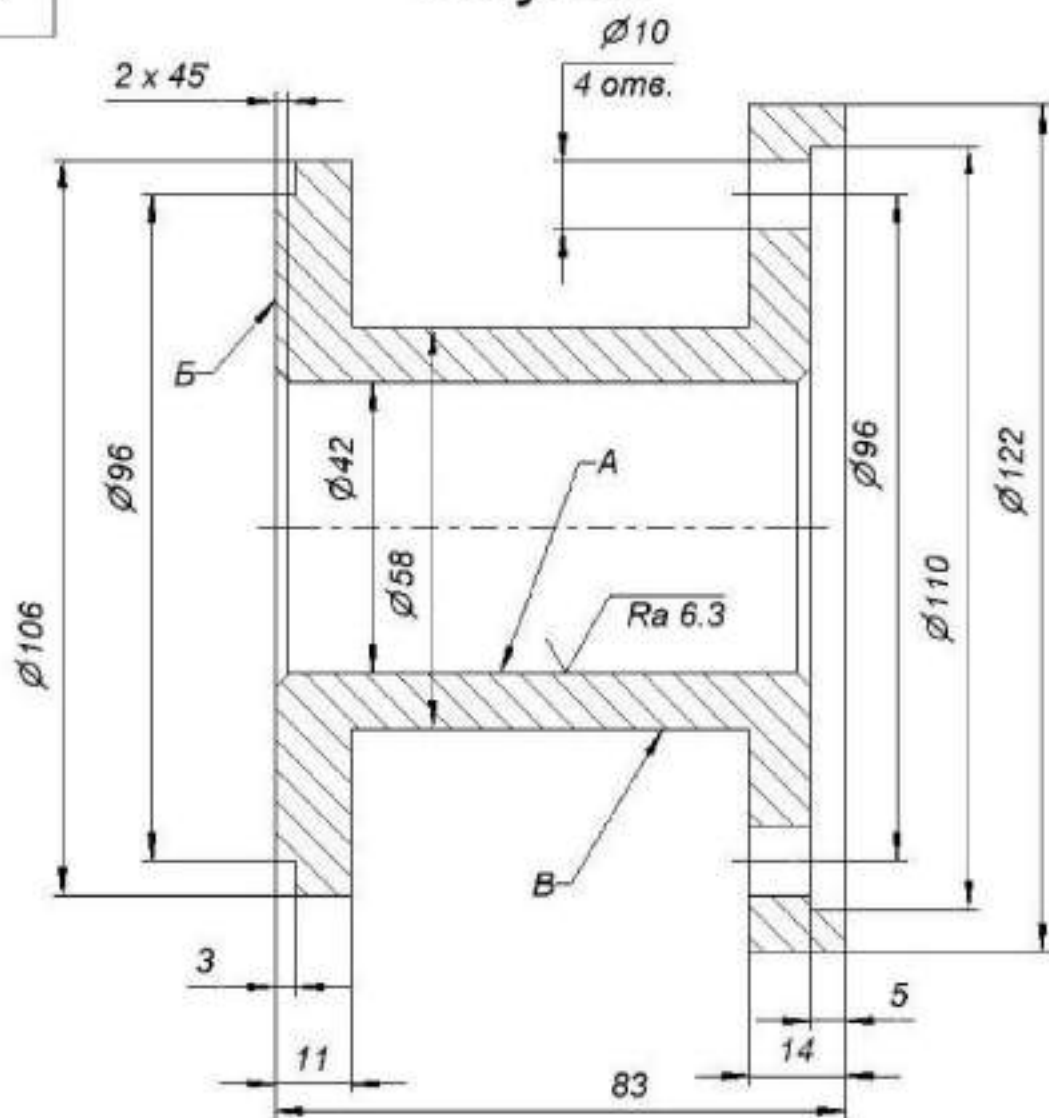
 $\sqrt{Ra12.5(\sqrt)}$ 

Материал: Сталь 12X18H10T

Общие допуски по ГОСТ 30893.1: H12, h12, $\pm IT12/2$

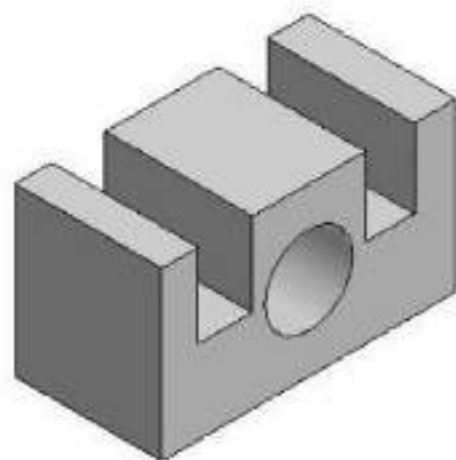
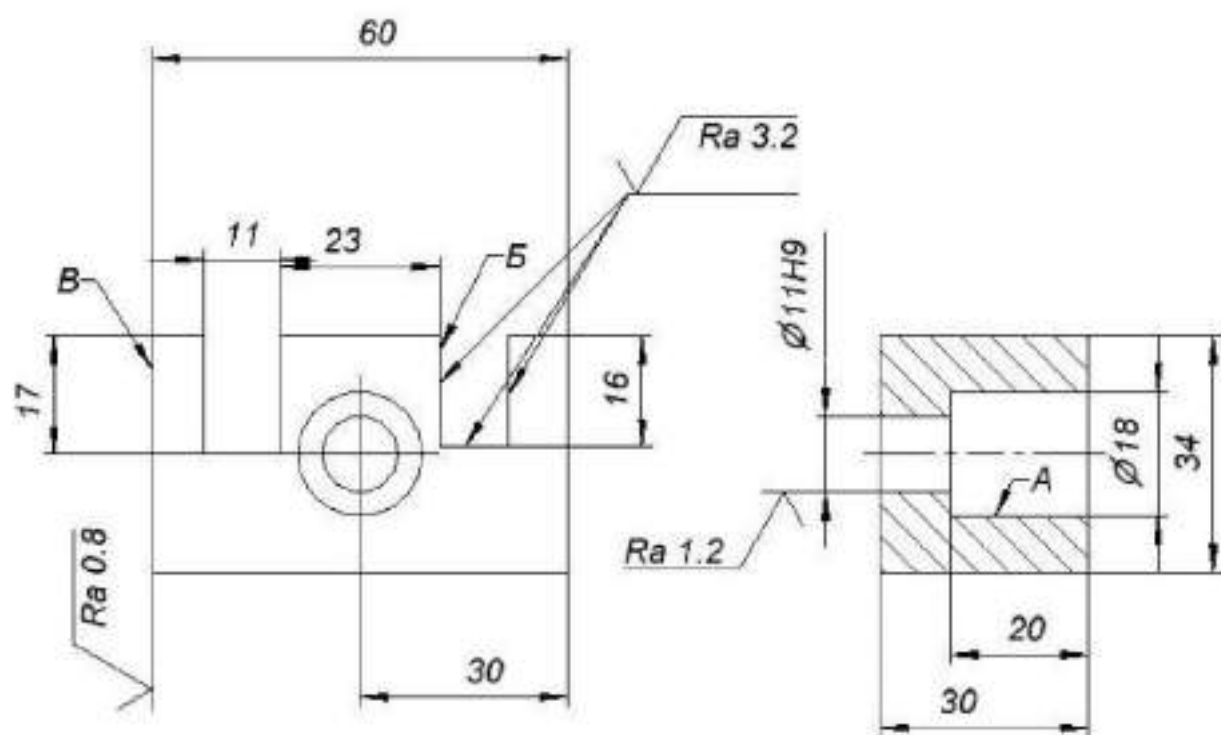
Втулка

$\sqrt{Ra12.5(\checkmark)}$



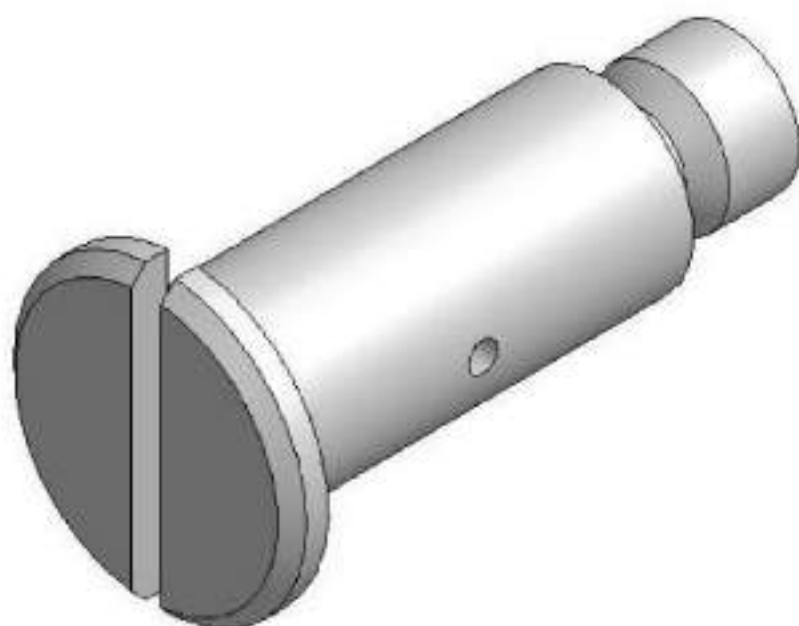
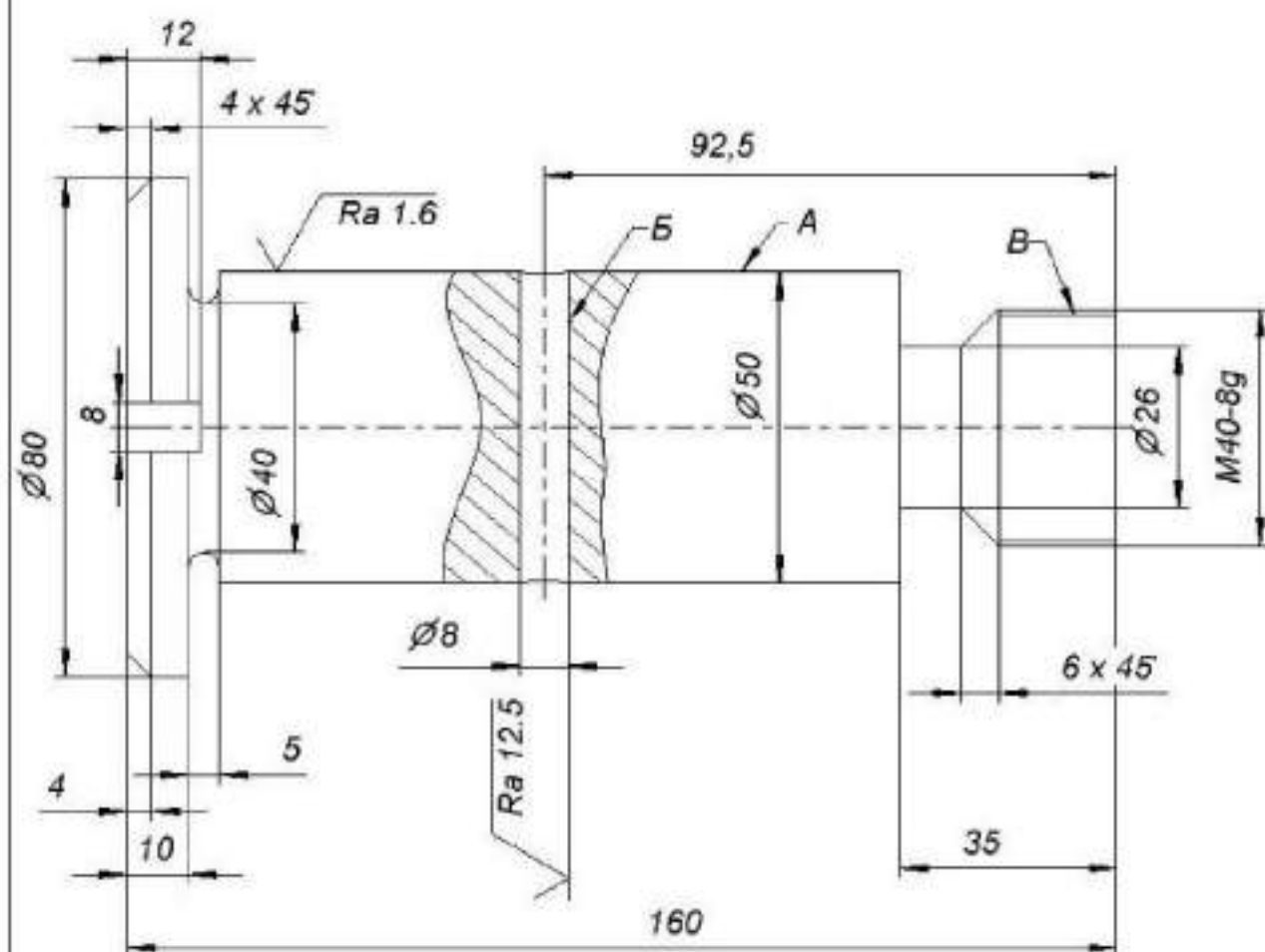
Материал: Сталь 20

Общие допуски по ГОСТ 30893.1: H12, h12, ±IT12/2



Материал: Сталь 20

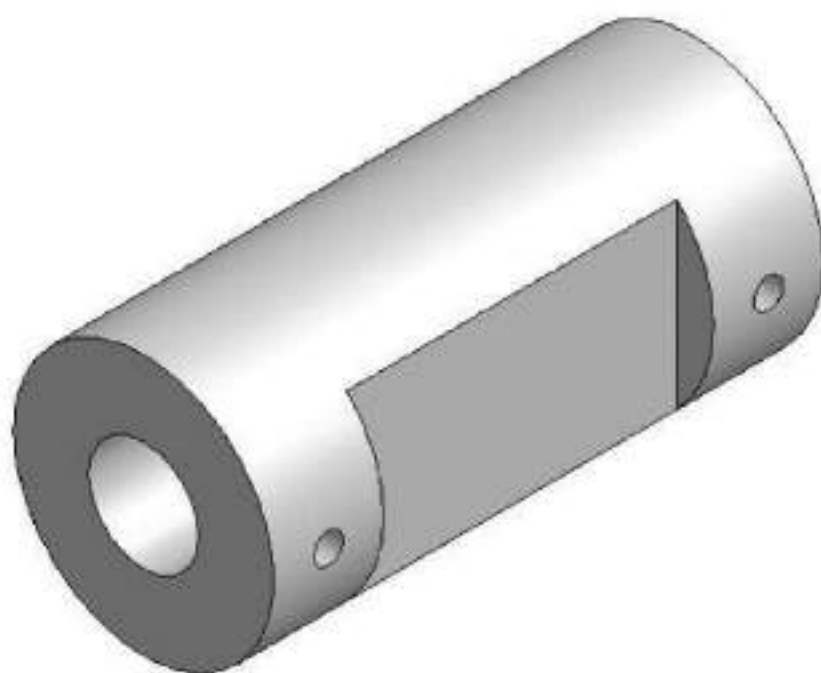
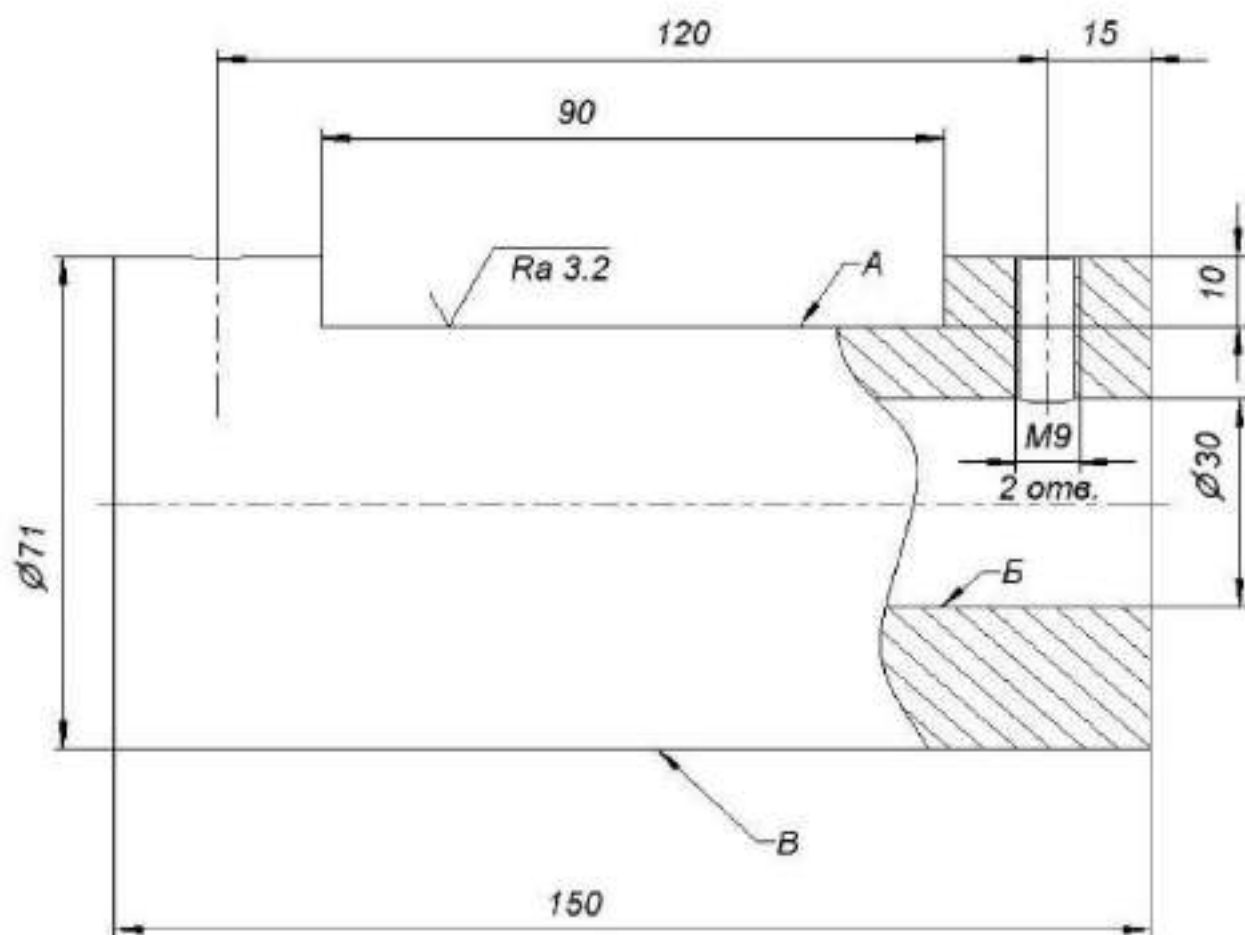
Общие допуски по ГОСТ 30893.1: H12, h12, $\pm IT12/2$

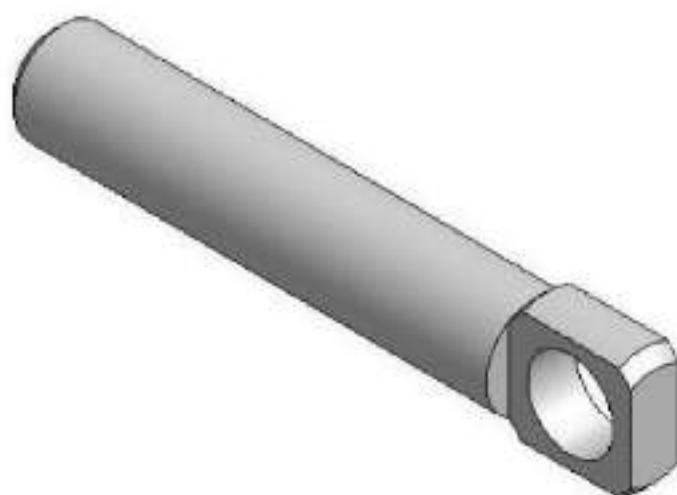
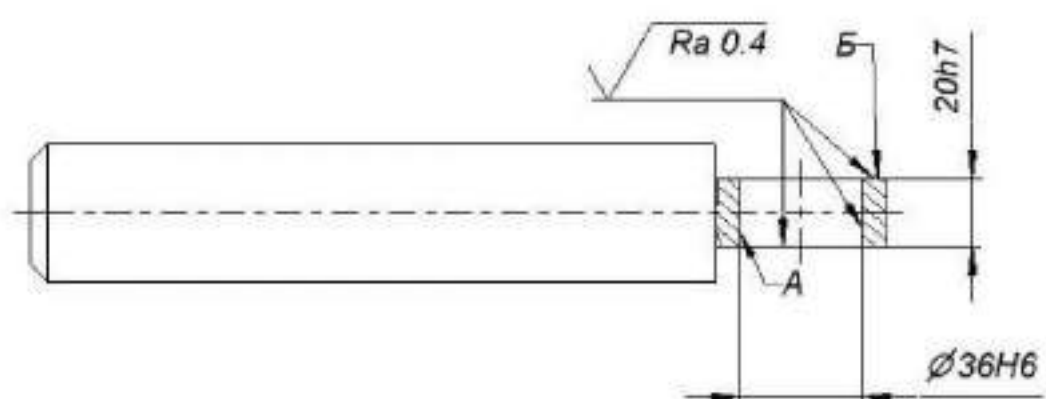
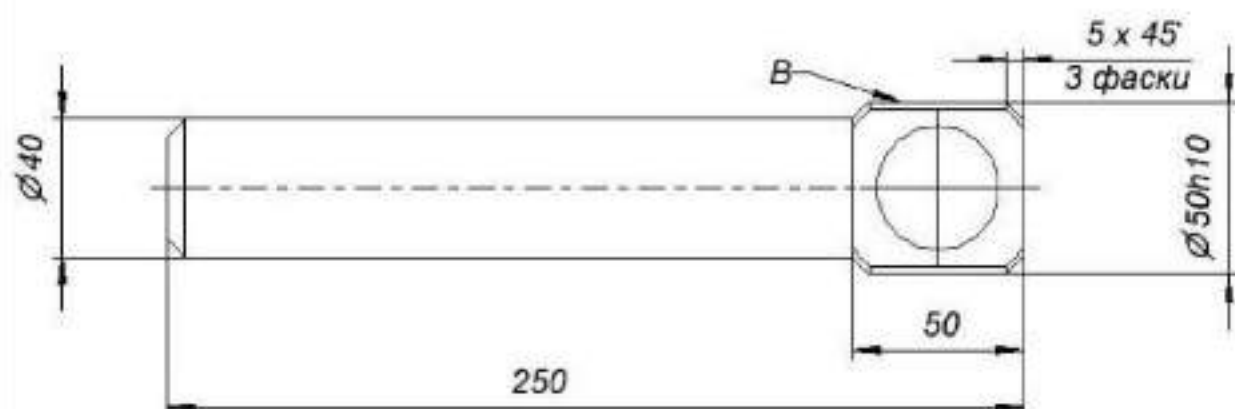


Материал: Сталь 20

Общие допуски по ГОСТ 30893.1: H12, h12, $\pm IT12/2$

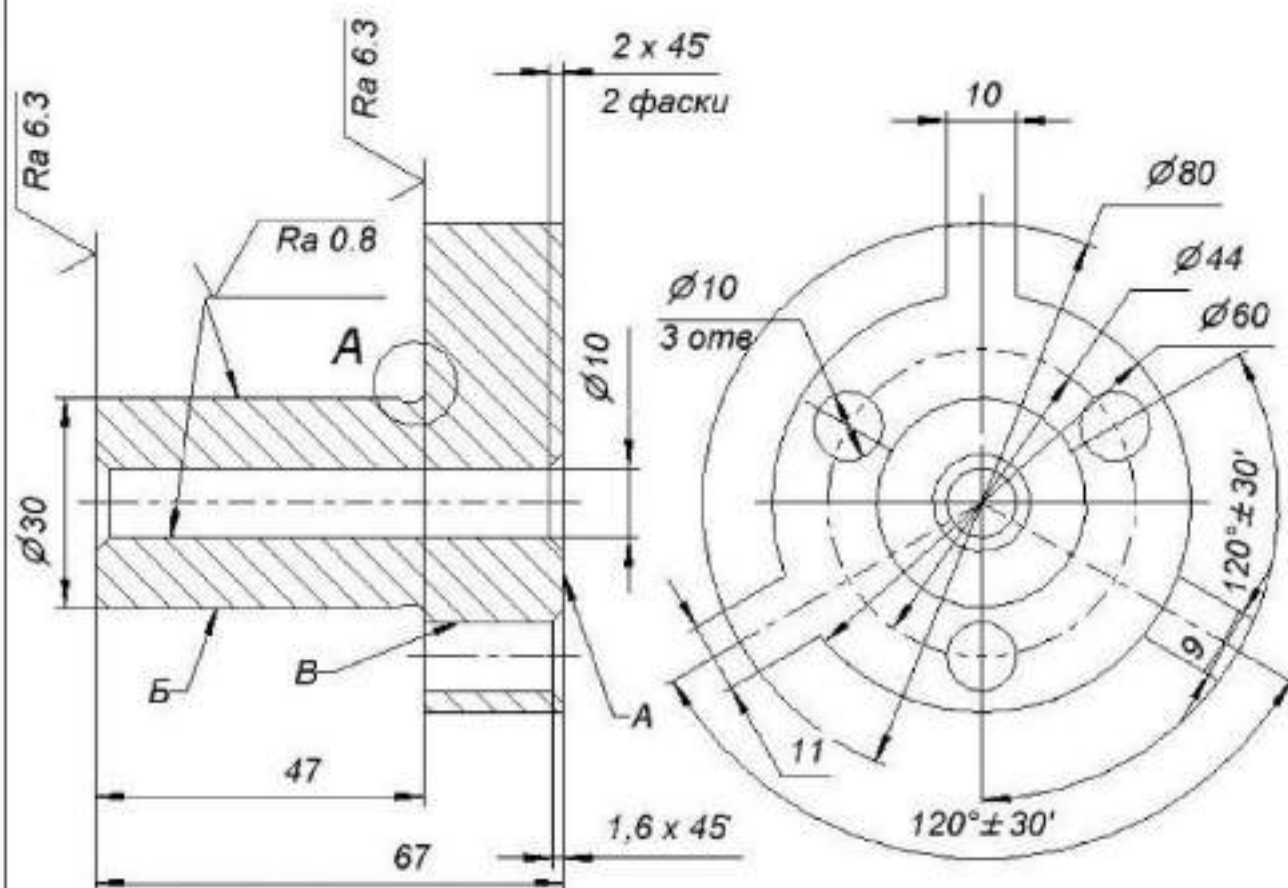
41

Втулка $\sqrt{Ra12.5(\vee)}$ **Материал: Сталь 20****Общие допуски по ГОСТ 30893.1: H12, h12, $\pm IT12/2$**

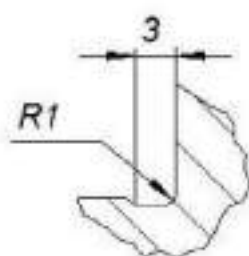


Материал: Сталь 45

Общие допуски по ГОСТ 30893.1: H12, h12, $\pm IT12/2$

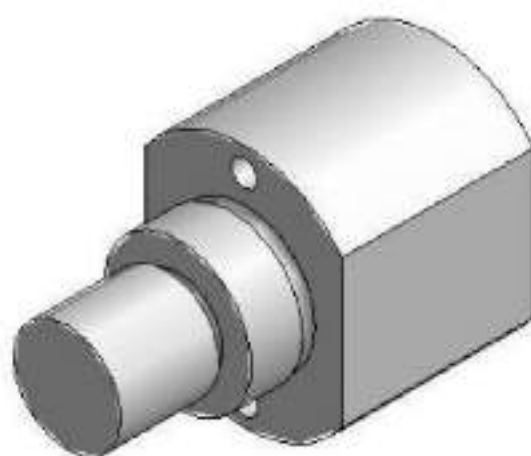
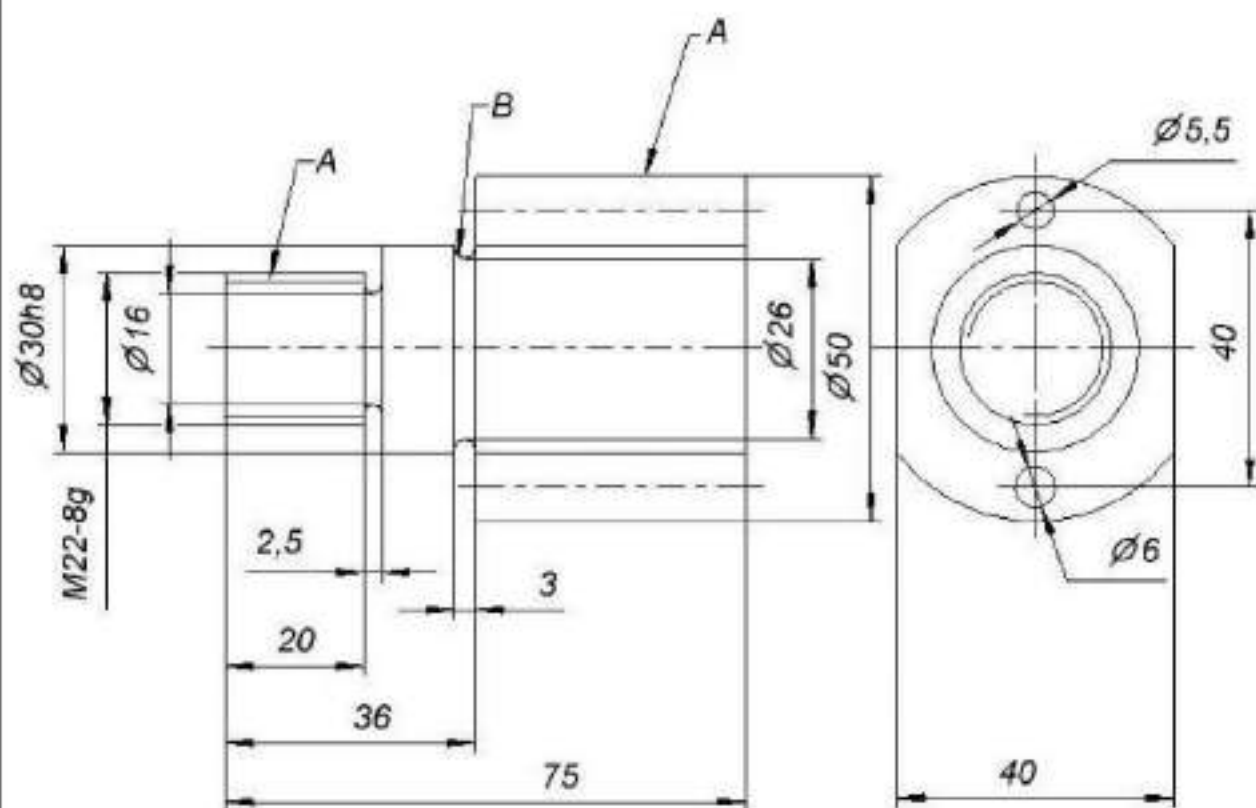


A (2:1)



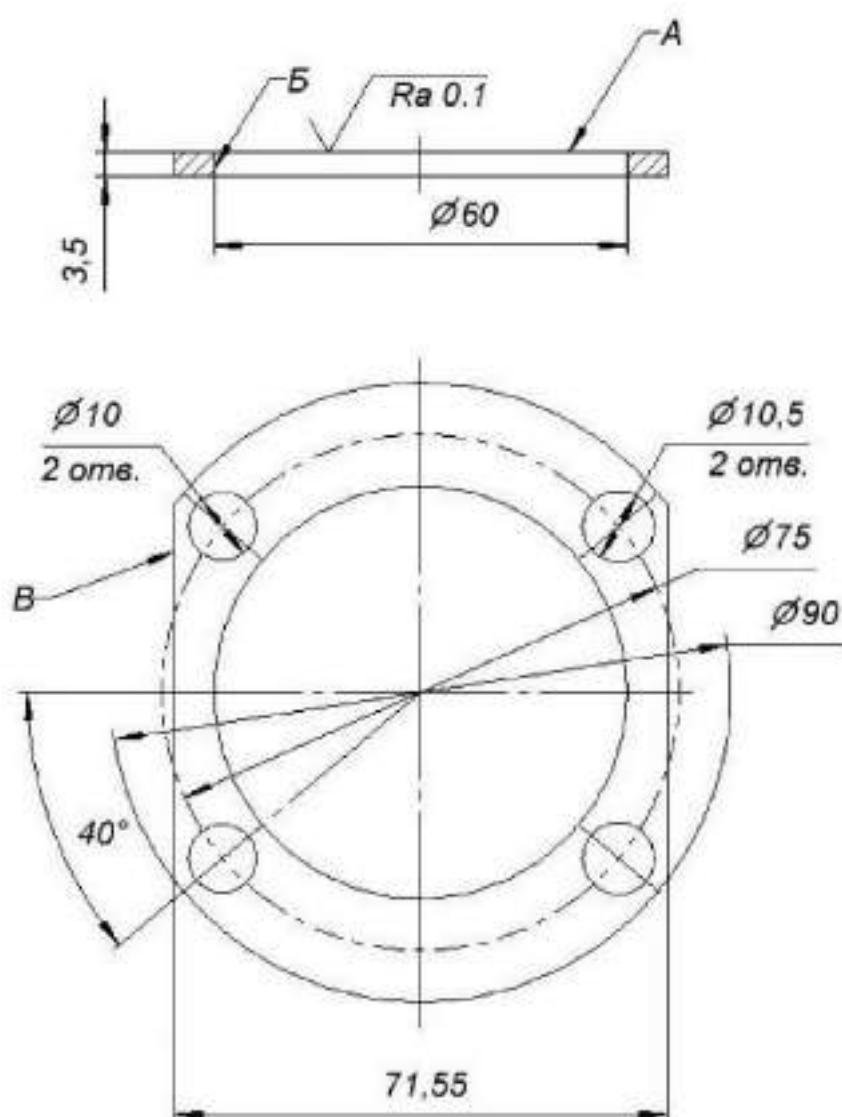
Материал: Сталь 30ХГСА

Общие допуски по ГОСТ 30893.1: H12, h12, $\pm IT12/2$



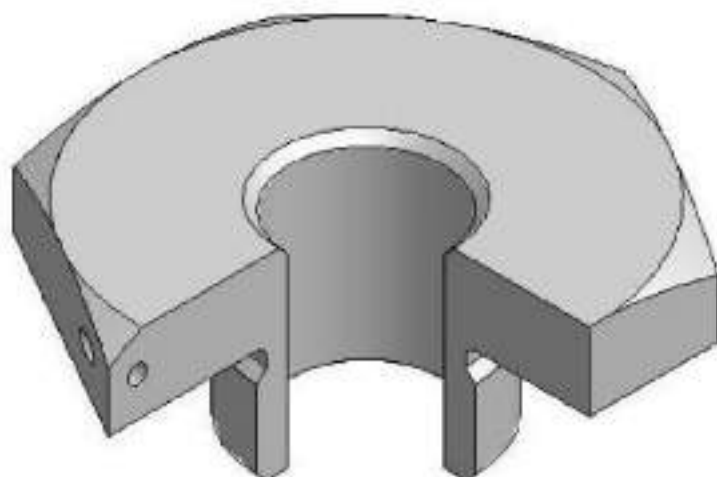
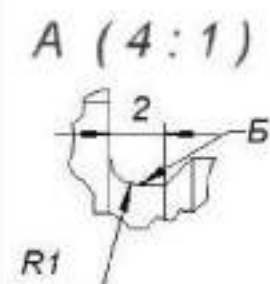
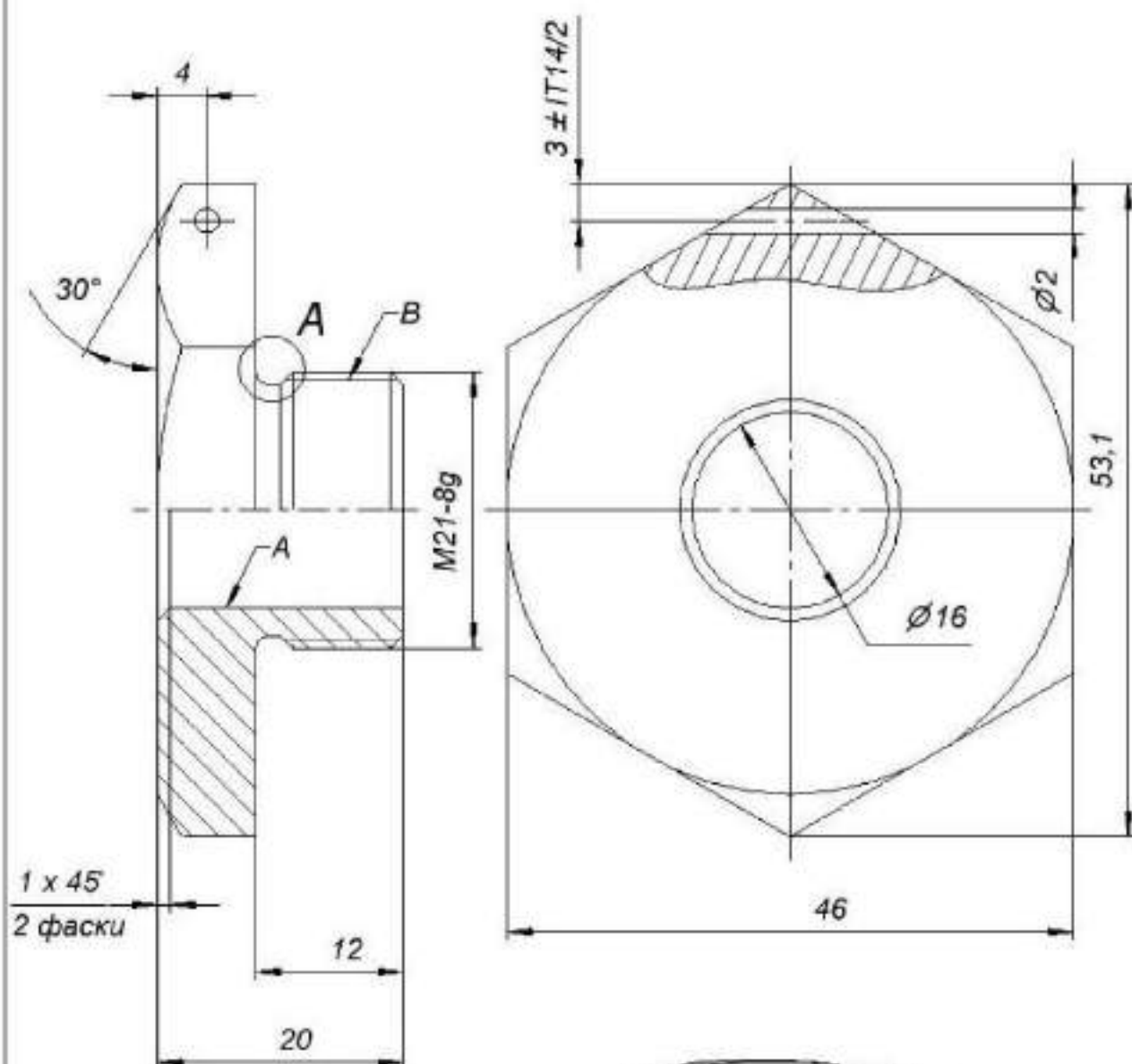
Материал: Сталь 45

Общие допуски по ГОСТ 30893.1: H12, h12, $\pm IT12/2$



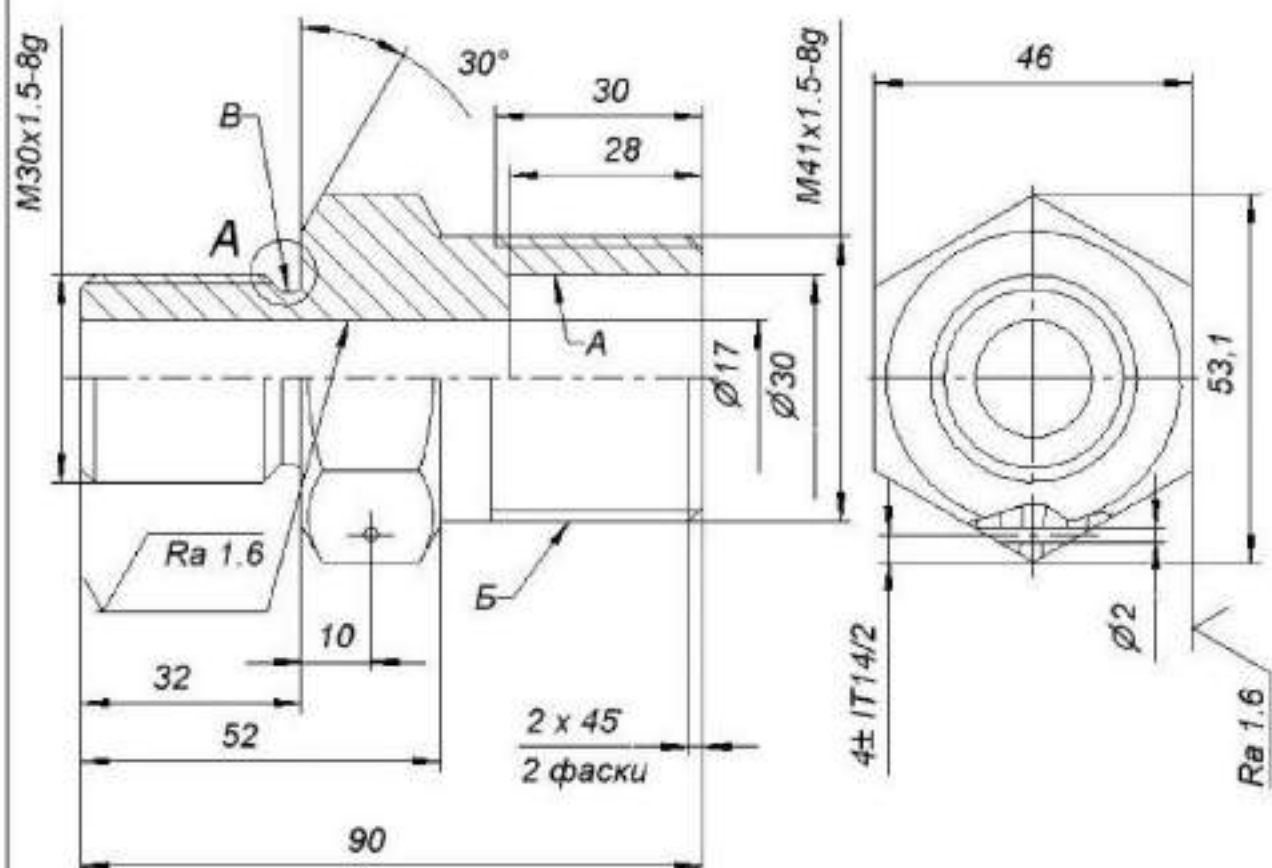
Материал: Сталь 10

Общие допуски по ГОСТ 30893.1: H12, h12, $\pm IT12/2$

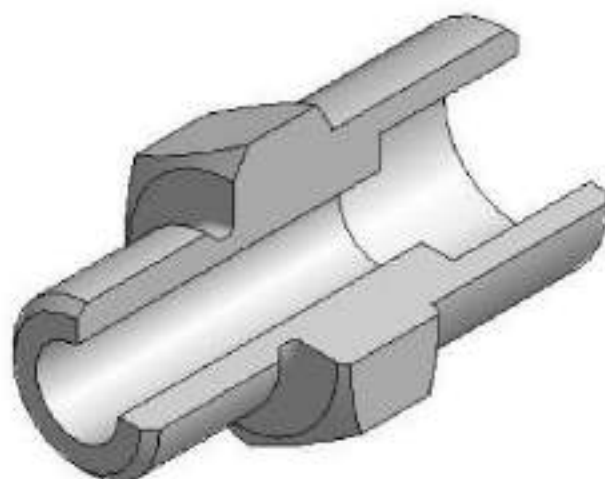
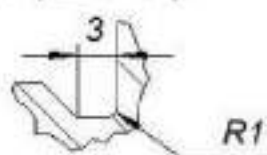


Материал: Д16Т

Общие допуски по ГОСТ 30893.1: H12, h12, $\pm IT12/2$

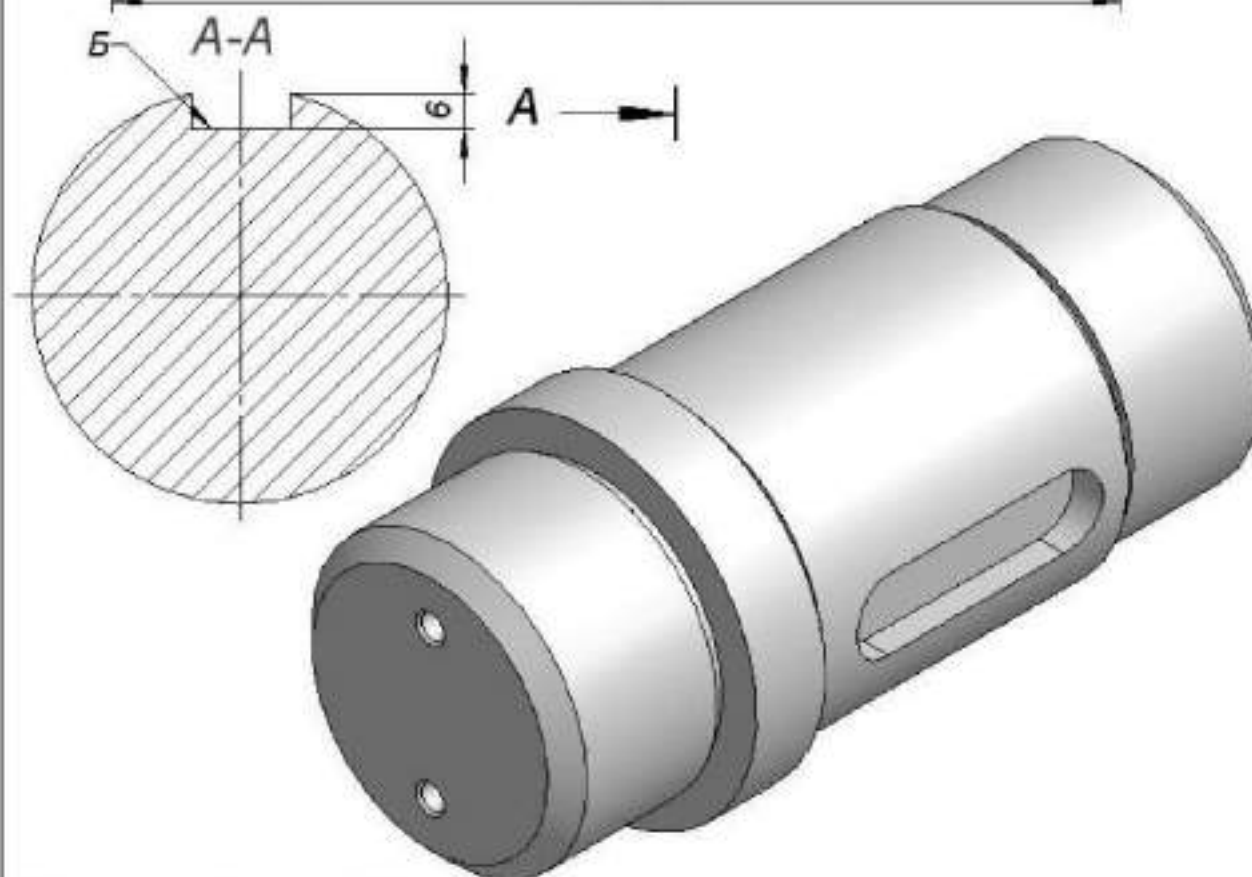
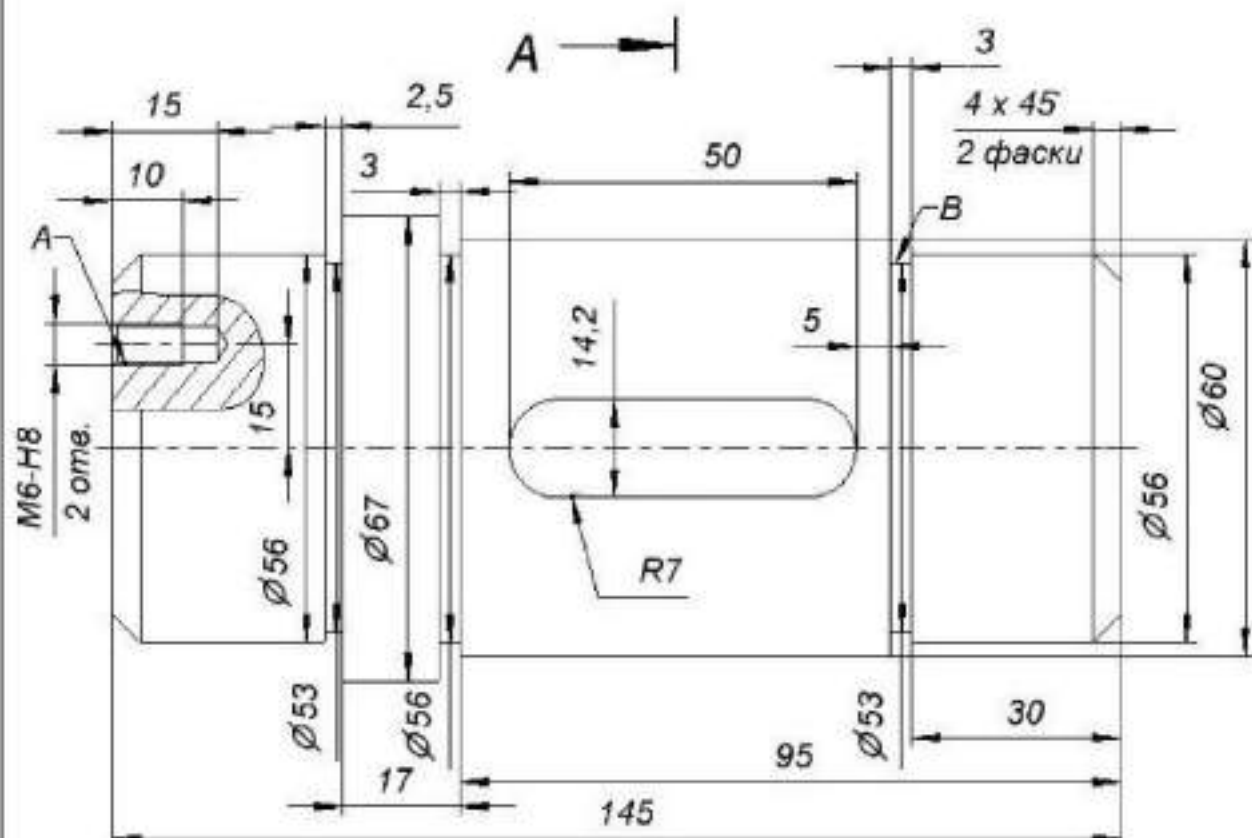


A (2:1)



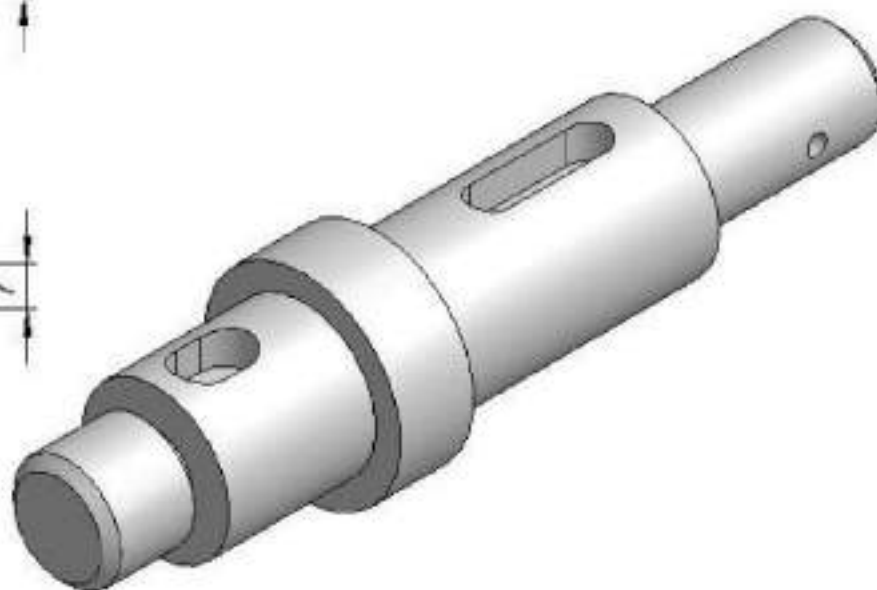
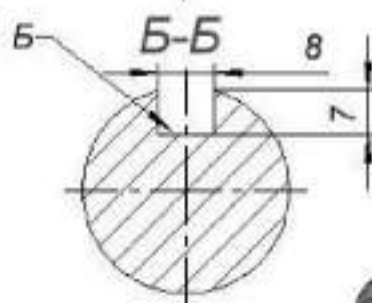
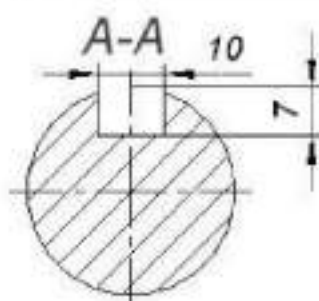
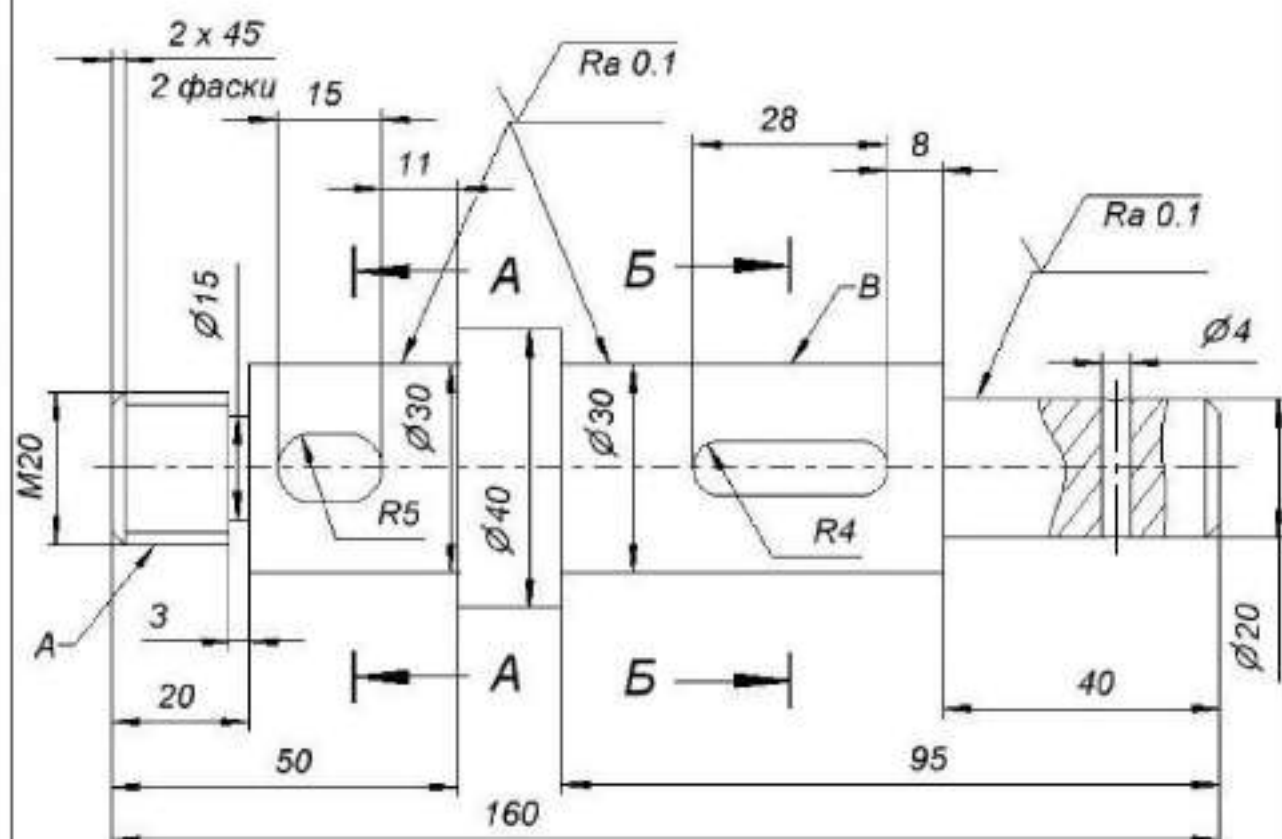
Материал: Сталь 45

Общие допуски по ГОСТ 30893.1: H12, h12, ± IT12/2



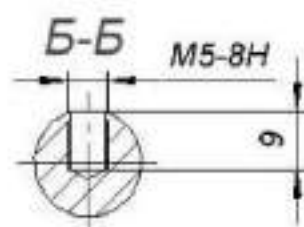
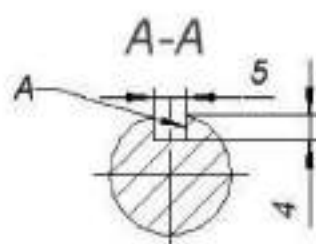
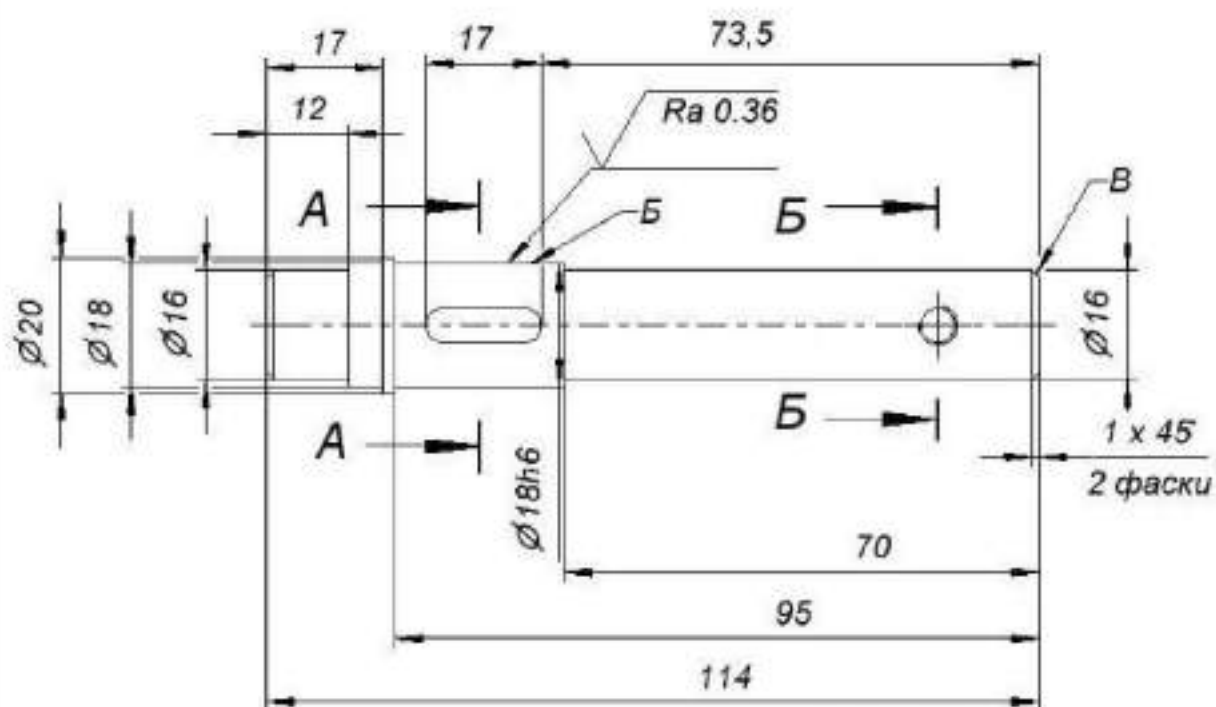
Материал: Сталь 40X

Общие допуски по ГОСТ 30893.1: H12, h12, $\pm IT12/2$



Материал: Сталь 45

Общие допуски по ГОСТ 30893.1: H12, h12, $\pm IT12/2$



Материал: Сталь 45

Общие допуски по ГОСТ 30893.1: H12, h12, $\pm IT12/2$

Уральский горный университет
Курс «Технология конструкционных материалов»
Самостоятельная работа №1

Определение режима резания при точении

Вариант № _____ Студент _____ Группа _____

Вид точения	заготовка							
	Материал, МПа	Состояние обрабатываемой поверхности	D	d	L_1	L	h	Ra, Rz

Схема обработки

(заготовка, инструмент, главные движения)

Станок: _____

Основные параметры:

Наиб. диаметр обрабатываемой заготовки:

над станиной _____ мм

над суппортом _____ мм

наиб. длина обрабатываемого изделия _____ мм

Высота резца, устанавливаемого в резцедержателе _____ мм

Мощность двигателя _____ кВт

Эскиз инструмента

Резец

Название _____

Материал режущей части _____

Основные углы:

$\gamma =$ $\alpha =$ $\varphi =$ $\varphi_1 =$
 $r =$ $h \times b \times l =$ _____

Режим резания

1. Глубина резания $t =$ _____
 количество ходов $i =$ _____

2. Подача S (мм/об)
 черновое точение $S =$ _____ (мм/об) по таблице
 чистовое точение $S =$ _____ (мм/об) по таблице

$S_{\text{факт}} =$ _____ (мм/об) по паспортным данным станка

3. Скорость резания V (м/мин) расчетная

$$V = \frac{C_v}{T^m \cdot t^x \cdot S^y} K_{mv} \cdot K_{nv} \cdot K_{uv} \cdot K_{\phi v} \cdot K_{\phi Iv} =$$

где $K_v = K_{mv} \cdot K_{nv} \cdot K_{uv} \cdot K_{\phi v} \cdot K_{\phi Iv} =$

$$C_v = \quad, T = \quad, m = \quad, x = \quad, y = \quad,$$

$$K_{mv} = \quad, K_{nv} = \quad, K_{uv} = \quad, K_{\phi v} = \quad, K_{\phi Iv} = \quad,$$

$$V =$$

4. Частота вращения шпинделя - расчетная: $n = 1000V/\pi D =$ (об/мин)

- фактическая: $n_{\phi} =$ (по паспортным данным)

5. Скорость резания (фактическая) $V_{\phi} =$ (м/мин)

6. Проверка режима резания:

1. Сила резания $P_z = 10 C_p t^x S^y V_{\phi}^n K_{\phi p} K_{\gamma p} K_{\mu p}$

$$C_p = \quad, x = \quad, y = \quad, n = \quad, K_{\phi p} = \quad, K_{\gamma p} = \quad, K_{\mu p} =$$

7. Мощность, затрачиваемая на резание N_p (кВт)

8. Основное технологическое время T_0

Режим резания

L	t	i	S	n_{ϕ}	V_{ϕ}	P_z	N_p	T_0

Уральский горный университет
Курс «Технология конструкционных материалов»
Самостоятельная работа №2
Выбор режущего инструмента

Вариант № _____ Студент _____ Группа _____

заготовка		Требуемая шероховатость
Материал	Состояние поверхности	

Эскиз детали (поверхность)

Инструмент

Эскиз инструмента с основными параметрами (размеры, углы, геометрия режущей части)

Название _____

Материал режущей части _____

Основные углы:

$\gamma =$ $\alpha =$ $\varphi =$

$z =$ $D =$

Станок

Название _____

Марка (расшифровать) _____

Основные параметры, определяющие выполнение задания

Рабочее пространство: _____

Мощность _____ кВт

Схема обработки

Режим резания

<i>B</i>	<i>D</i>	<i>L</i>	<i>t</i> <i>i</i>	<i>S</i>	<i>n</i>	<i>V</i>	<i>T₀</i>

Уральский горный университет
Курс «Технология конструкционных материалов»
Самостоятельная работа №3

Выбор шлифовального круга и режима резания

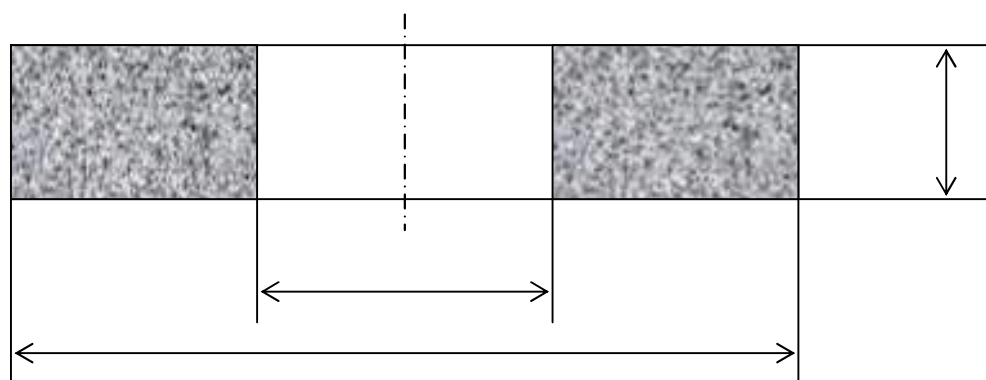
Вариант № _____ Студент _____ Группа _____

Деталь	d_3	l	l_1	B	Ra , (шеро- хова- тость)	H (при- пуск)	Материал заготовки	

Схема обработки (заготовка,
инструмент, главные движения)

Станок: _____
 Модель _____
 Рекомендуемые размеры
 обрабатываемой детали:
 Длина _____
 Ширина _____
 Диаметр _____
 Наибольшие размеры круга:
 Наружный диаметр _____ мм
 Высота _____ мм

Эскиз круга (с отклонениями)



Примерная характеристика круга _____

Условное обозначение параметра	Расшифровка условного обозначения и определение
	Тип круга _____ Применение _____
	Размеры круга: диаметр _____ мм, высота _____ мм, отверстие _____ мм.
	Марка абразивного материала _____ Область применения _____ Микротвердость _____. Теплоустойчивость _____ Получение _____
	Зернистость. Размер зерен основной фракции _____ _____ -индекс обозначения содержания зерна основной фракции _____ %
	Твердость круга _____ Определение _____
	Структура круга (номер) _____. Содержание зерна _____ %
	Марка связки _____ Состав _____ Предназначение _____
	Окружная скорость круга _____ м/с
	Класс неуравновешенности _____ Определение _____

Полная характеристика круга:

Режим резания							
t		S			V	i	T_o

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

Проректор по учебно-методическому комплексу

УТВЕРЖДАЮ

С.А. Упоров



**МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ
И ЗАДАНИЯ К КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЕ
ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ**

Б1.О.28 ДЕТАЛИ МАШИН

Специальность

15.05.01 Проектирование технологических машин и комплексов

Специализация № 24

Проектирование технологических машин и комплексов

год набора: 2024

Автор: Савинова Н. В., канд. техн. наук, доцент

Одобрена на заседании кафедры

Горных машин и комплексов

(название кафедры)

Зав. кафедрой

(подпись)

Лагунова Ю. А.

(Фамилия И.О.)

Протокол № 1 от 06.09.2023

(Дата)

Рассмотрена методической комиссией
факультета

Горно-механического

(название факультета)

Председатель

(подпись)

Осипов П.А.

(Фамилия И.О.)

Протокол № 2 от 20.10.2023

(Дата)

Екатеринбург

ВВЕДЕНИЕ

Цель дисциплины (модуля): формирование у студентов базовых знаний в области проектирования технологических машин и оборудования; подготовка студентов к решению профессиональных задач; развитие творческого естественнонаучного мышления.

Компетенции, формируемые в процессе изучения дисциплины (модуля):

обще профессиональные

- способен подготавливать технические задания на разработку проектных решений, принимать участие в работах по расчету и проектированию машин, электроприводов, гидроприводов, средств гидропневмоавтоматики, систем, различных комплексов, процессов, оборудования и производственных объектов, деталей и узлов машиностроительных конструкций: разрабатывать эскизные, технические и рабочие проекты с использованием средств автоматизации проектирования и передового опыта разработки конкурентоспособных изделий, участвовать в рассмотрении различной технической документации, подготавливать необходимые обзоры, отзывы, заключения (ОПК-9).

Результат изучения дисциплины (модуля):

Знать:

- общие сведения о составе машины, классификации узлов и деталей;
- последовательность этапов проектирования;
- основы проектирования узлов машин и деталей с учетом критериев работоспособности;
- алгоритмы расчёта элементов машин на прочность, жесткость, устойчивость и выносливость;
- методы определения напряжений в деталях и элементах конструкций машин;
- типовые конструкции деталей и узлов машин;
- основы работы в САПР.

Уметь:

- пользоваться терминологией, принятой в различных разделах механики и машиностроения;
- выбирать прототипы конструкций при проектировании;
- на основе анализа условия работы деталей, узлов и машин обосновать критерии работоспособности;
- выбирать материалы, форму и размеры деталей;
- проводить инженерные расчеты на прочность, выносливость и долговечность основных деталей и узлов машин по стандартным методикам, использовать современные САПР;
- выполнять сборочные и рабочие чертежи элементов конструкций по требованиям ЕСКД.
- проводить мониторинг деталей, узлов и машины в целом.

Владеть:

- методами расчета и проектирования деталей и узлов технологических машин и оборудования;
- навыками подбора материалов деталей машин и оборудования;
- принципами составления расчетных схем элементов конструкций;
- основными принципами конструирования деталей машин;
- навыками создания технической документации;
- методами оценки состояний машин и узлов;
- алгоритмами работы в САПР.

Одним из важнейших условий самостоятельной работы студента является повторение материала лекций.

1. ПОВТОРЕНИЕ МАТЕРИАЛА ЛЕКЦИЙ

Тема 1: Классификация механизмов, узлов и деталей машин. Основы проектирования и стадии разработки механизмов.

Основные понятия курса. Классификация деталей машин. Виды расчетов: проектировочный, проверочный, оптимизация. Последовательность выполнения проекта, документооборот, стандарты.

Тема 2: Требования к деталям, критерии работоспособности и влияющие на них факторы.

Современные требования к изделиям: работоспособность, надежность, технологичность, экономичность, взаимозаменяемость, эргономичность. Критерии работоспособности: прочность, жесткость, износостойкость, коррозионная стойкость, вибростойкость, температурная стойкость. Критерии надежности. Состав расчетной схемы детали и изделия в целом.

Тема 3: Классификация механических передач. Сравнение передач трением и зацеплением. Основные кинематические и силовые параметры передач.

Механические передачи технологических машин - назначение, классификация. Сравнительный анализ применимости передач трением и зацеплением. Кинематические характеристики передач: передаточное число, частота вращения, угловая скорость, коэффициент полезного действия, мощность, крутящий момент. Определение требуемой мощности и выбор двигателя.

Тема 4: Классификация зубчатых передач. Материалы и термообработка деталей. Передаточное число. Геометрические параметры передач с эвольвентным зубом. Расчет зубчатых передач: цилиндрических, конических.

Зубчатые передачи, классификация, общие сведения, области применения. Группы материалы зубчатых колес по твердости, термическая обработка. Причины выхода из строя зубчатых колес, точность изготовления. Цилиндрические прямозубые передачи. Эвольвента, кривая для образования профиля зуба. Основные геометрические параметры: окружной шаг, модуль, угол зацепления, высота зуба, межосевое расстояние, делительный, начальный и др. диаметры, ширина зацепления. Способы нарезания зубьев, нарезание со смещением. Критерии работоспособности передач. Виды разрушения зубчатых колес. Контактные напряжения, напряжения изгиба. Допускаемые напряжения, расчет. Алгоритм проектировочного расчета по контактной прочности. Проверочный расчет по контактными напряжениям и напряжениям изгиба. Силы, действующие в передаче. Косозубые цилиндрические передачи. Геометрические параметры передач. Сравнительный анализ с прямозубой передачей, достоинства, недостатки и область применения. Особенности проектировочного и проверочного расчетов. Силы, действующие в зацеплении косозубой передачи. Шевронные цилиндрические передачи. Конические зубчатые передачи. Классификация. Геометрические параметры: модуль, конусное расстояние, конусные углы и т.д. Особенности проектирования конических зубчатых передач. Силы, действующие в конических передачах. Алгоритм проектировочного и проверочного расчетов.

Тема 5: Ременные передачи, кинематика. Кривые скольжения. Расчет клиноременной передачи.

Сведения и основные характеристики ременных передач. Материалы и профили ремней. Области применения передач. Достоинства и недостатки ременных передач. Геометрия параметры и кинематика ременных передач. Кривые скольжения.

Алгоритм расчета ременной передачи по тяговой способности. Критерии работоспособности. Силы в передаче. Силы, действующие на валы и подшипники. Шкивы ременных передач – материалы, конструктивные особенности, проектирование.

Тема 6: Цепные передачи, классификация. Геометрические параметры. Кинематика и динамика. Выбор материалов и расчет.

Типы применяемых цепей. Приводные цепи, конструкция, область применения. Достоинства и недостатки цепных передач. Алгоритм выбора цепи и проектирования цепной передачи. Кинематические особенности цепных передач. Критерии работоспособности цепных передач. Силы, действующие в цепных передачах. Нагрузки на валы и опоры. Звездочки – материалы, конструктивные особенности, проектирование.

Тема 7: Валы и оси, конструкции и расчеты на прочность и жесткость.

Валы и оси, основные понятия. Конструкции, конструктивные элементы. Материалы осей и валов, термообработка, шероховатость поверхности. Алгоритм выбора геометрических параметров на стадии эскизного проектирования. Выбор расчетной схемы. Проверочный расчет валов на усталостную и статическую прочность, жесткость и колебания. Коэффициенты запаса прочности, обоснование.

Тема 8: Классификация подшипников качения. Выбор и проверка подшипников по динамической (статической) грузоподъемности. Конструкции подшипниковых узлов и их смазка.

Подшипники качения. Классификация и система обозначений. Типы и конструкция. Критерии работоспособности, причины выхода из строя. Статическая и динамическая грузоподъемность. Алгоритм и критерии подбора подшипников качения. Проверочный расчет подшипников качения.

Тема 9: Муфты: назначение, классификация, конструкции и расчет. Упругие элементы, корпусные детали.

Муфты – сцепные устройства. Классификация муфт. Критерии выбора конструкции муфты, расчет величины крутящего момента.

Тема 10: Червячные передачи. Геометрические параметры. Выбор материалов и расчет.

Червячные передачи, состав, классификация. Области применения. Достоинства и недостатки червячных передач. Кинематика, КПД и геометрия червячных передач. Материалы элементов червячной пары. Причины выхода из строя. Критерии работоспособности червячной передачи. Расчет допускаемых напряжений. Алгоритм проекторочного и проверочного расчета. Тепловой расчет и способы охлаждения.

Тема 11: Редуктора. Компоновка. Этапы проектирования.

Редуктора общего назначения. Количество ступеней, применяемые передачи. Компоновка. Особенности конструкции. Использование редукторов в механических приводах нефтегазопромысловых машин. Алгоритм проектирования, выбор основных параметров. Использование САПР для проектирования.

Тема 12: Планетарные передачи: область применения и разновидности. Особенности расчета. Общие сведения о волновых и рычажных передачах.

Планетарная передача, общее понятие, состав, применяемые зубчатые колеса. Кинематические схемы, особенности кинематического расчета, алгоритм подбора параметров. Проектировочный и проверочный расчет планетарных передач. Волновые и рычажные передачи, состав, области применения, достоинства и недостатки.

Тема 13: Разновидности фрикционных передач. Области применения. Фрикционные вариаторы.

Фрикционные передачи, классификация. Принцип действия фрикционных передач. Достоинства и недостатки фрикционных передач и области применения. Кинематические особенности передач. Алгоритм подбора параметров фрикционных передач. Силы в передачах и силы, действующие на валы и опоры. Критерии работоспособности. Фрикционные вариаторы, разновидности и области применения. Элементы передач, подбор параметров, конструкция.

Тема 14: Разновидности и область применения подшипников скольжения. Материалы. Расчет подшипников полусухого и полужидкостного трения.

Подшипники скольжения. Основные типы подшипников скольжения. Материалы подшипников скольжения. Критерии работоспособности, алгоритм подбора параметров. Тепловой расчет подшипников. Особенности смазки.

Тема 15: Классификация и области применения разъемных и неразъемных соединений. Их сравнительные характеристики.

Назначение соединений. Понятие разъемных и неразъемных соединений, области применения. Виды нагружения, правила подбора типа соединения. Характеристики соединений.

Тема 16: Разновидности шпоночных соединений. Расчет на прочность шпоночных соединений.

Основные типы шпонок. Понятие ненапряженных и напряженных шпоночных соединений. Критерии работоспособности, допускаемые напряжения. Алгоритм подбора геометрических параметров. Проверочные расчеты по критериям работоспособности.

Тема 17: Зубчатые соединения. Расчет на прочность и проверка на износостойкость.

Шлицевые соединения, типы, область применения, достоинства и недостатки. Способы центрирования. Расчет шлицевых соединений на прочность и износостойкость, определение допускаемых напряжений.

Тема 18: Соединения с натягом: область применения, расчет.

Натяг, понятие, способы создания. Область применения. Условия функционирования. Расчет соединения по критериям работоспособности. Расчет деталей на прочность.

Тема 19: Виды сварных соединений. Расчет сварных соединений на прочность.

Сварка, как технологический процесс. Сварные соединения, типы, области применения. Типы сварных швов, геометрические параметры, критерии работоспособности. Алгоритм выбора параметров, проверочные расчеты по критериям работоспособности, допускаемые напряжения. Стандарты сварочных технологий, особенности при выполнении чертежей.

Тема 20: Разновидности заклепочных соединений. Расчет на прочность заклепочных соединений.

Технологический процесс клепания. Заклепка, закладная деталь, классификация, применяемость. Типы заклепочных швов, достоинства и недостатки. Порядок формирования шва. Проверочные расчеты по критериям работоспособности, допускаемые напряжения.

Тема 21: Общие сведения о соединениях пайкой. Клеевые соединения, технологии, виды. Расчет.

Пайка, как технологический процесс, классификация, область применения. Подбор параметров, проверочный расчет по критериям работоспособности. Клеевые технологии, виды материалов. Применяемость технологий. Алгоритмы расчетов.

Тема 22: Основные виды резьб, деление резьб на крепежные и ходовые. Геометрические параметры треугольной крепежной резьбы. Расчет на прочность резьбовых соединений.

Резьба, определение, виды. Геометрические параметры резьб. Резьбовые соединения, типы. Нагрузки, воспринимаемые соединениями. Расчет резьбовых соединений по конкретным схемам нагружения. Расчет групповых соединений. Понятие о монтажном резьбовом соединении.

Тема 23: Клеммовые соединения. Расчет силы затяжки болтов в клеммовых соединениях.

Понятие о клеммовом соединении. Виды клемм. Подбор параметров соединений. Проверочные расчеты по критериям работоспособности. Расчет необходимого усилия затяжки резьбового элемента.

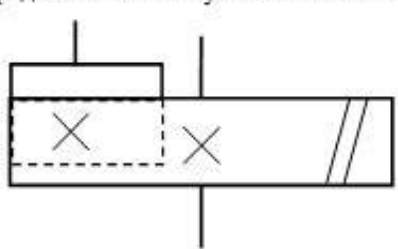
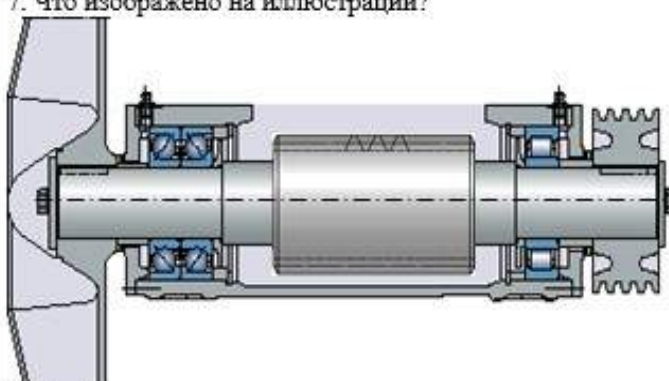
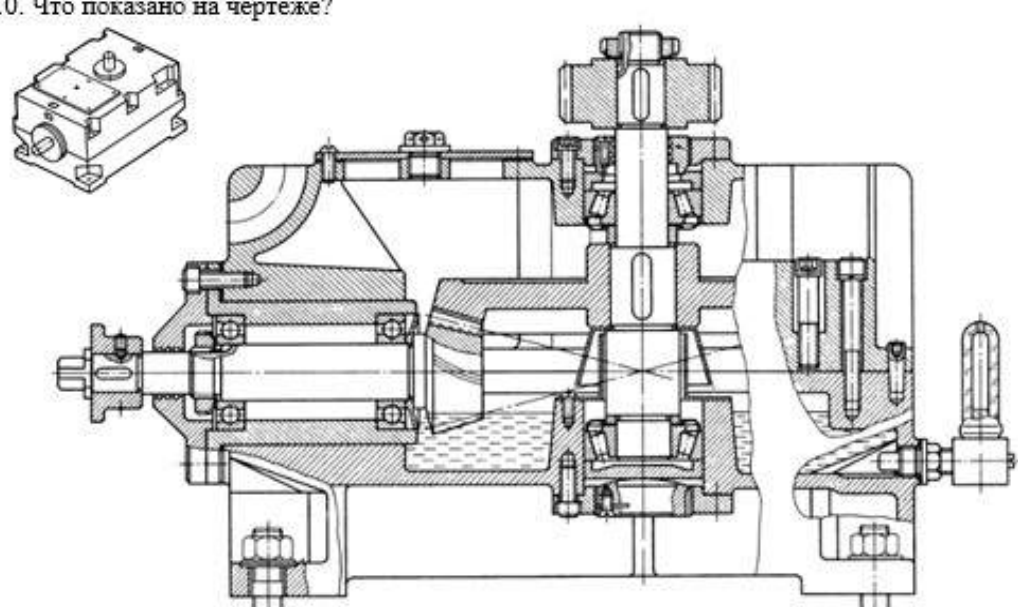
Профильные соединения, типы и области применения, расчет, допускаемые напряжения.

Тема 24: Общие сведения о профильных и штифтовых соединениях.

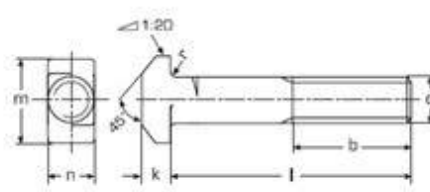
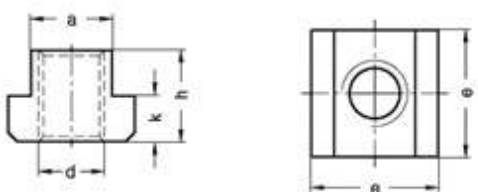
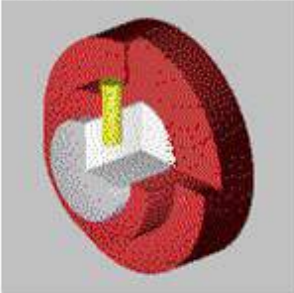
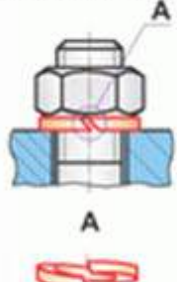
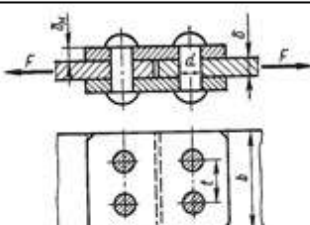
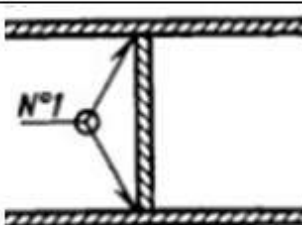
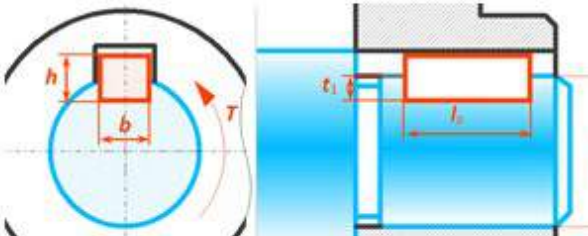
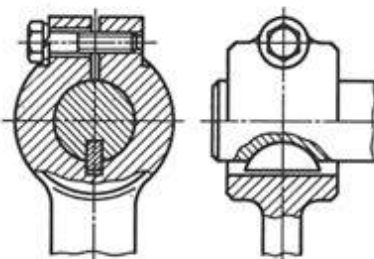
Штифтовые соединения, геометрические параметры, область применения, расчет.

3. ЗАДАНИЯ К КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЕ

Вариант 7

1. Как называется деталь, показанная на фотографии, и какой передаче она принадлежит? 	2. Что показано на рисунке? 
3. Какой передаче соответствует кинематическая схема? 	4. Какие передачи применяются для передачи движения между валами, оси которых пересекаются? 5. Расшифровать подшипник: 8115
7. Что изображено на иллюстрации? 	6. Назвать материалы зубчатых венцов червячных колес. 8. Как определить окружную силу в зацеплении цилиндрической передачи? 9. Определить делительный диаметр d прямозубого цилиндрического колеса без смещения, если диаметр впадин зубьев $d_f = 358,75$ мм, а число зубьев $z = 105$.
10. Что показано на чертеже? 	

Вариант 2

1. Какая крепежная деталь представлена? 	2. Какая крепежная деталь представлена? 
3. Какая крепежная деталь представлена? 	4. Какая крепежная деталь представлена? 
5. Какой представлен тип соединения? 	6. Что показано на чертеже? 
7. Проверить на смятие заклепки 	8. Какой тип сварного соединения и сварного шва, как обозначается по ГОСТу? 
9. Какой шпонкой выполнено соединение? Проверить ее на срез 	10. Какие соединения имеют место? 

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

№ п/п	Наименование	Кол-во экз.
1	Детали машин: учебник для вузов / М. Н. Иванов, В. А. Финогенов. - 10-е изд., испр. - Москва: Высшая школа, 2006. - 408 с.: ил. - Библиогр.: с. 402-403. - Предм. указ.: с. 404-405. - ISBN 5-06-005679-1: Б. ц.	84
2	Детали машин. Проектирование: учеб. пособие / Л. В. Курмаз, А. Т. Скойбеда. - 2-е изд. испр. и доп. – Мн.: УП «Технопринт», 2002. -290 с.	3
3	Детали машин: учебник / Н. Г. Куклин, Г. С. Кукина, В. Д. Житков. - 8-е изд., стер. - Москва: Высшая школа, 2008. - 406 с. : ил. - ISBN 978-5-06-005776-8	4
4	Савинова Н. В. Редукторы цилиндрические: <i>Метод. ук.</i> по выполнению лаб. работ по дисциплинам «Основы проектирования» для студентов специальности 15.03.02 - «ТМО», по профилю подготовки бакалавров «Машины и оборудование нефтяных и газовых промыслов» (МНГ) и «Прикладная механика» (Ч.2) для студентов специальности 21.05.04 - «ГД» по специализации «Горные машины и оборудование» (ГМО) – Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2012. – 32	52
6	Савинова Н. В. Валы: <i>Метод. ук.</i> по выполнению лаб. работ по дисциплинам «Основы проектирования» для студентов специальности 15.03.02 - «ТМО», по профилю подготовки бакалавров «Машины и оборудование нефтяных и газовых промыслов» (МНГ) и «Прикладная механика» (Ч.2) для студентов специальности 21.05.04- «ГД» по специализации «Горные машины и оборудование» (ГМО) – Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2013. – 43 с.	49
9	Савинова Н. В. Проектирование приводов горных машин: Рекомендации по выполнению курсового проекта по дисциплине «Детали машин и основы конструирования» для студентов специальности 21.05.04 Горное дело, «Горные машины и оборудование» (ГМО). Часть 1 – Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2006. -24 с.	68
10	Альбом чертежей и заданий по машиностроительному черчению и компьютерной графике / П. Н. Учаев [и др.]: учебное пособие. Изд-во ТНТ. 2022 г. 228 с.	10
11	Детали машин и основы конструирования: расчетно-графический практикум / В. А. Нилов [и др.]: учебное пособие. Изд-во ТНТ. 2022. 136 с.	10

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

Проректор по учебно-методическому комплексу

УТВЕРЖДАЮ

С.А. Упоров



**МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ
ПО ВЫПОЛНЕНИЮ КУРСОВОГО ПРОЕКТА
ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ**

Б1.О.28 ДЕТАЛИ МАШИН

Специальность

15.05.01 Проектирование технологических машин и комплексов

Специализация №24

Проектирование технологических машин и комплексов

год набора: 2024

Автор: Савинова Н. В., канд. техн. наук, доцент

Одобрены на заседании кафедры

Горных машин и комплексов

(название кафедры)

Зав. кафедрой

Лагунова Ю. А.

(Фамилия И.О.)

Протокол № 1 от 06.09.2023

(Дата)

Рассмотрены методической комиссией
факультета

Горно-механического

(название факультета)

Председатель

Осипов П.А.

(Фамилия И.О.)

Протокол № 2 от 20.10.2023

(Дата)

Екатеринбург

ВВЕДЕНИЕ

Цель дисциплины (модуля): формирование у студентов базовых знаний в области проектирования технологических машин и оборудования; подготовка студентов к решению профессиональных задач; развитие творческого естественнонаучного мышления.

Компетенции, формируемые в процессе изучения дисциплины (модуля):

обще профессиональные

- способен подготавливать технические задания на разработку проектных решений, принимать участие в работах по расчету и проектированию машин, электроприводов, гидроприводов, средств гидропневмоавтоматики, систем, различных комплексов, процессов, оборудования и производственных объектов, деталей и узлов машиностроительных конструкций: разрабатывать эскизные, технические и рабочие проекты с использованием средств автоматизации проектирования и передового опыта разработки конкурентоспособных изделий, участвовать в рассмотрении различной технической документации, подготавливать необходимые обзоры, отзывы, заключения (ОПК-9).

Результат изучения дисциплины (модуля):

Знать:

- общие сведения о составе машины, классификации узлов и деталей;
- последовательность этапов проектирования;
- основы проектирования узлов машин и деталей с учетом критериев работоспособности;
- алгоритмы расчёта элементов машин на прочность, жесткость, устойчивость и выносливость;
- методы определения напряжений в деталях и элементах конструкций машин;
- типовые конструкции деталей и узлов машин;
- основы работы в САПР.

Уметь:

- пользоваться терминологией, принятой в различных разделах механики и машиностроения;
- выбирать прототипы конструкций при проектировании;
- на основе анализа условия работы деталей, узлов и машин обосновать критерии работоспособности;
- выбирать материалы, форму и размеры деталей;
- проводить инженерные расчеты на прочность, выносливость и долговечность основных деталей и узлов машин по стандартным методикам, использовать современные САПР;
- выполнять сборочные и рабочие чертежи элементов конструкций по требованиям ЕСКД.
- проводить мониторинг деталей, узлов и машины в целом.

Владеть:

- методами расчета и проектирования деталей и узлов технологических машин и оборудования;
- навыками подбора материалов деталей машин и оборудования;
- принципами составления расчетных схем элементов конструкций;
- основными принципами конструирования деталей машин;
- навыками создания технической документации;
- методами оценки состояний машин и узлов;
- алгоритмами работы в САПР.

Одним из важнейших условий самостоятельной работы студента является повторение материала лекций.

1. ПОВТОРЕНИЕ МАТЕРИАЛА ЛЕКЦИЙ

Тема 1: Классификация механизмов, узлов и деталей машин. Основы проектирования и стадии разработки механизмов.

Основные понятия курса. Классификация деталей машин. Виды расчетов: проектировочный, проверочный, оптимизация. Последовательность выполнения проекта, документооборот, стандарты.

Тема 2: Требования к деталям, критерии работоспособности и влияющие на них факторы.

Современные требования к изделиям: работоспособность, надежность, технологичность, экономичность, взаимозаменяемость, эргономичность. Критерии работоспособности: прочность, жесткость, износостойкость, коррозионная стойкость, вибростойкость, температурная стойкость. Критерии надежности. Состав расчетной схемы детали и изделия в целом.

Тема 3: Классификация механических передач. Сравнение передач трением и зацеплением. Основные кинематические и силовые параметры передач.

Механические передачи технологических машин - назначение, классификация. Сравнительный анализ применимости передач трением и зацеплением. Кинематические характеристики передач: передаточное число, частота вращения, угловая скорость, коэффициент полезного действия, мощность, крутящий момент. Определение требуемой мощности и выбор двигателя.

Тема 4: Классификация зубчатых передач. Материалы и термообработка деталей. Передаточное число. Геометрические параметры передач с эвольвентным зубом. Расчет зубчатых передач: цилиндрических, конических.

Зубчатые передачи, классификация, общие сведения, области применения. Группы материалы зубчатых колес по твердости, термическая обработка. Причины выхода из строя зубчатых колес, точность изготовления. Цилиндрические прямозубые передачи. Эвольвента, кривая для образования профиля зуба. Основные геометрические параметры: окружной шаг, модуль, угол зацепления, высота зуба, межосевое расстояние, делительный, начальный и др. диаметры, ширина зацепления. Способы нарезания зубьев, нарезание со смещением. Критерии работоспособности передач. Виды разрушения зубчатых колес. Контактные напряжения, напряжения изгиба. Допускаемые напряжения, расчет. Алгоритм проектировочного расчета по контактной прочности. Проверочный расчет по контактными напряжениям и напряжениям изгиба. Силы, действующие в передаче. Косозубые цилиндрические передачи. Геометрические параметры передач. Сравнительный анализ с прямозубой передачей, достоинства, недостатки и область применения. Особенности проектировочного и проверочного расчетов. Силы, действующие в зацеплении косозубой передачи. Шевронные цилиндрические передачи. Конические зубчатые передачи. Классификация. Геометрические параметры: модуль, конусное расстояние, конусные углы и т.д. Особенности проектирования конических зубчатых передач. Силы, действующие в конических передачах. Алгоритм проектировочного и проверочного расчетов.

Тема 5: Ременные передачи, кинематика. Кривые скольжения. Расчет клиноременной передачи.

Сведения и основные характеристики ременных передач. Материалы и профили ремней. Области применения передач. Достоинства и недостатки ременных передач. Геометрия параметры и кинематика ременных передач. Кривые скольжения.

Алгоритм расчета ременной передачи по тяговой способности. Критерии работоспособности. Силы в передаче. Силы, действующие на валы и подшипники. Шкивы ременных передач – материалы, конструктивные особенности, проектирование.

Тема 6: Цепные передачи, классификация. Геометрические параметры. Кинематика и динамика. Выбор материалов и расчет.

Типы применяемых цепей. Приводные цепи, конструкция, область применения. Достоинства и недостатки цепных передач. Алгоритм выбора цепи и проектирования цепной передачи. Кинематические особенности цепных передач. Критерии работоспособности цепных передач. Силы, действующие в цепных передачах. Нагрузки на валы и опоры. Звездочки – материалы, конструктивные особенности, проектирование.

Тема 7: Валы и оси, конструкции и расчеты на прочность и жесткость.

Валы и оси, основные понятия. Конструкции, конструктивные элементы. Материалы осей и валов, термообработка, шероховатость поверхности. Алгоритм выбора геометрических параметров на стадии эскизного проектирования. Выбор расчетной схемы. Проверочный расчет валов на усталостную и статическую прочность, жесткость и колебания. Коэффициенты запаса прочности, обоснование.

Тема 8: Классификация подшипников качения. Выбор и проверка подшипников по динамической (статической) грузоподъемности. Конструкции подшипниковых узлов и их смазка.

Подшипники качения. Классификация и система обозначений. Типы и конструкция. Критерии работоспособности, причины выхода из строя. Статическая и динамическая грузоподъемность. Алгоритм и критерии подбора подшипников качения. Проверочный расчет подшипников качения.

Тема 9: Муфты: назначение, классификация, конструкции и расчет. Упругие элементы, корпусные детали.

Муфты – сцепные устройства. Классификация муфт. Критерии выбора конструкции муфты, расчет величины крутящего момента.

Тема 10: Червячные передачи. Геометрические параметры. Выбор материалов и расчет.

Червячные передачи, состав, классификация. Области применения. Достоинства и недостатки червячных передач. Кинематика, КПД и геометрия червячных передач. Материалы элементов червячной пары. Причины выхода из строя. Критерии работоспособности червячной передачи. Расчет допускаемых напряжений. Алгоритм проекторочного и проверочного расчета. Тепловой расчет и способы охлаждения.

Тема 11: Редуктора. Компоновка. Этапы проектирования.

Редуктора общего назначения. Количество ступеней, применяемые передачи. Компоновка. Особенности конструкции. Использование редукторов в механических приводах нефтегазопромысловых машин. Алгоритм проектирования, выбор основных параметров. Использование САПР для проектирования.

Тема 12: Планетарные передачи: область применения и разновидности. Особенности расчета. Общие сведения о волновых и рычажных передачах.

Планетарная передача, общее понятие, состав, применяемые зубчатые колеса. Кинематические схемы, особенности кинематического расчета, алгоритм подбора параметров. Проектировочный и проверочный расчет планетарных передач. Волновые и рычажные передачи, состав, области применения, достоинства и недостатки.

Тема 13: Разновидности фрикционных передач. Области применения. Фрикционные вариаторы.

Фрикционные передачи, классификация. Принцип действия фрикционных передач. Достоинства и недостатки фрикционных передач и области применения. Кинематические особенности передач. Алгоритм подбора параметров фрикционных передач. Силы в передачах и силы, действующие на валы и опоры. Критерии работоспособности. Фрикционные вариаторы, разновидности и области применения. Элементы передач, подбор параметров, конструкция.

Тема 14: Разновидности и область применения подшипников скольжения. Материалы. Расчет подшипников полусухого и полужидкостного трения.

Подшипники скольжения. Основные типы подшипников скольжения. Материалы подшипников скольжения. Критерии работоспособности, алгоритм подбора параметров. Тепловой расчет подшипников. Особенности смазки.

Тема 15: Классификация и области применения разъемных и неразъемных соединений. Их сравнительные характеристики.

Назначение соединений. Понятие разъемных и неразъемных соединений, области применения. Виды нагружения, правила подбора типа соединения. Характеристики соединений.

Тема 16: Разновидности шпоночных соединений. Расчет на прочность шпоночных соединений.

Основные типы шпонок. Понятие ненапряженных и напряженных шпоночных соединений. Критерии работоспособности, допускаемые напряжения. Алгоритм подбора геометрических параметров. Проверочные расчеты по критериям работоспособности.

Тема 17: Зубчатые соединения. Расчет на прочность и проверка на износостойкость.

Шлицевые соединения, типы, область применения, достоинства и недостатки. Способы центрирования. Расчет шлицевых соединений на прочность и износостойкость, определение допускаемых напряжений.

Тема 18: Соединения с натягом: область применения, расчет.

Натяг, понятие, способы создания. Область применения. Условия функционирования. Расчет соединения по критериям работоспособности. Расчет деталей на прочность.

Тема 19: Виды сварных соединений. Расчет сварных соединений на прочность.

Сварка, как технологический процесс. Сварные соединения, типы, области применения. Типы сварных швов, геометрические параметры, критерии работоспособности. Алгоритм выбора параметров, проверочные расчеты по критериям работоспособности, допускаемые напряжения. Стандарты сварочных технологий, особенности при выполнении чертежей.

Тема 20: Разновидности заклепочных соединений. Расчет на прочность заклепочных соединений.

Технологический процесс клепания. Заклепка, закладная деталь, классификация, применяемость. Типы заклепочных швов, достоинства и недостатки. Порядок формирования шва. Проверочные расчеты по критериям работоспособности, допускаемые напряжения.

Тема 21: Общие сведения о соединениях пайкой. Клеевые соединения, технологии, виды. Расчет.

Пайка, как технологический процесс, классификация, область применения. Подбор параметров, проверочный расчет по критериям работоспособности. Клеевые технологии, виды материалов. Применяемость технологий. Алгоритмы расчетов.

Тема 22: Основные виды резьб, деление резьб на крепежные и ходовые. Геометрические параметры треугольной крепежной резьбы. Расчет на прочность резьбовых соединений.

Резьба, определение, виды. Геометрические параметры резьб. Резьбовые соединения, типы. Нагрузки, воспринимаемые соединениями. Расчет резьбовых соединений по конкретным схемам нагружения. Расчет групповых соединений. Понятие о монтажном резьбовом соединении.

Тема 23: Клеммовые соединения. Расчет силы затяжки болтов в клеммовых соединениях.

Понятие о клеммовом соединении. Виды клемм. Подбор параметров соединений. Проверочные расчеты по критериям работоспособности. Расчет необходимого усилия затяжки резьбового элемента.

Профильные соединения, типы и области применения, расчет, допускаемые напряжения.

Тема 24: Общие сведения о профильных и штифтовых соединениях.

Штифтовые соединения, геометрические параметры, область применения, расчет.

2. ВЫПОЛНЕНИЕ КУРСОВОГО ПРОЕКТА

Курсовой проект выполняется студентами после изучения дисциплин «Теоретическая механика», «Теория машин и механизмов», «Сопротивление материалов». Объединение знаний, полученных при изучении указанных дисциплин, достигается комплексным характером задачи, в которой осуществляется расчет основных элементов деталей машин и оценка их прочности.

Темой курсового проекта может быть проектирование и разработка конструкции редуктора.

Задание на курсовое проектирование разрабатывается руководителем проекта и содержит следующие разделы.

Тема работы с указанием отличительных конструктивных признаков проектируемого узла

Источники для обоснования выбора конструктивной схемы рабочего оборудования: монографии, патенты, рекламные проспекты, статьи и другие материалы

Предварительное определение содержания пояснительной записки: горная технология, обоснование и выбор параметров, проектные расчеты, отработка технологичности проектируемого узла

Графическая часть проекта: объем и содержание разрабатываемых чертежей

Примерная тематика курсовых проектов:

1. Спроектировать привод вспомогательной лебедки для подтаскивания и подъема на буровую грузов с приёмных мостков.

2. Спроектировать индивидуальный привод ротора буровой установки.
 3. Спроектировать механический привод бурового насоса.
- ПРИМЕРЫ.

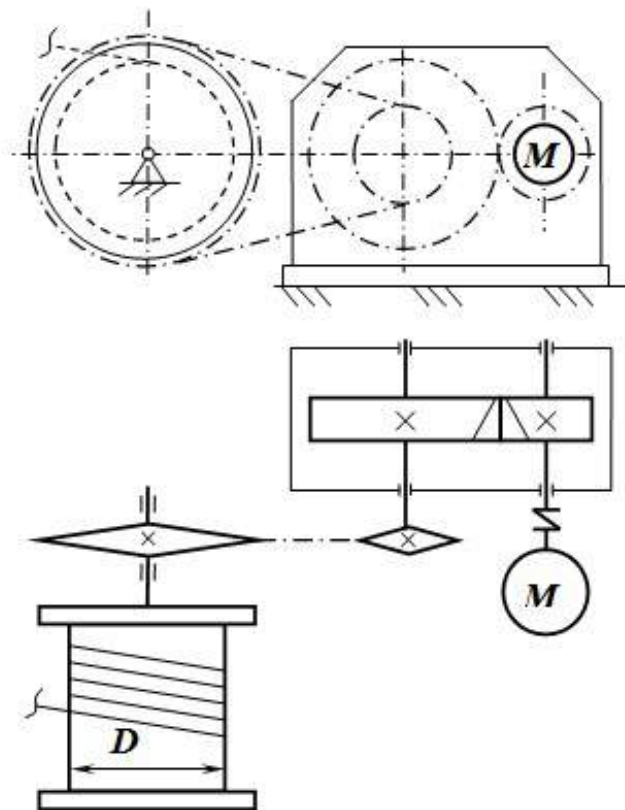
ПЕРЕЧЕНЬ ТЕМ КУРСОВЫХ ПРОЕКТОВ

1. Спроектировать привод вспомогательной лебедки для подтаскивания и подъёма на буровую грузов с приёмных мостков.
2. Спроектировать индивидуальный привод ротора буровой установки.
3. Спроектировать механический привод бурового насоса.

Задание 1

Спроектировать привод лебедки скреперной установки по схеме и данным таблицы. Привод осуществляется при помощи одноступенчатого косозубого цилиндрического редуктора (с параллельной основанию плоскостью осей валов) и цепной передачи с роликовой цепью.

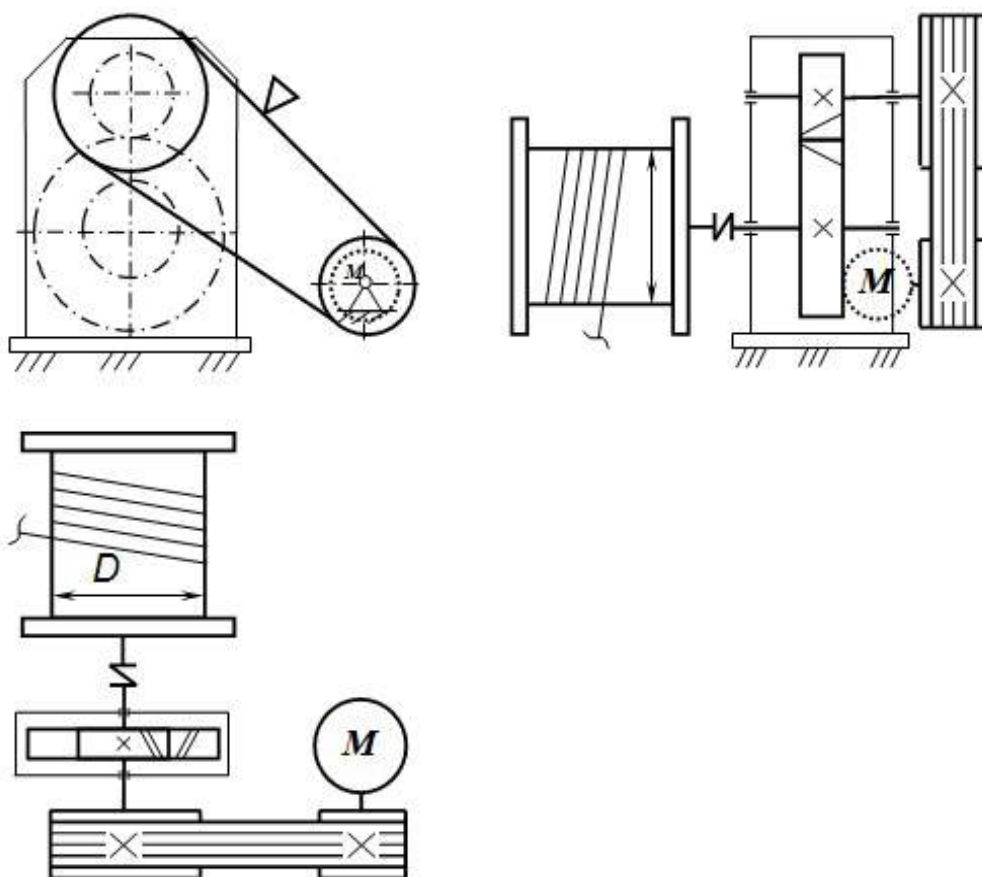
Вариант	Окружная сила на канате F , Н	Скорость навивки каната на барабан V , м/с	Диаметр барабана лебедки D , мм	Частота вращения вала электр. двигателя (синхр.) $n_{\text{мин}}^{-1}$	График сменной нагрузки	Число смен в течение суток	Срок службы передачи в годах
1	10000	1,25	480	750	А	1	4
2	28000	1,3	720	1000	Б	2	5
3	16000	1,26	570	750	В	3	6
4	45000	1,4	860	750	Г	1	7
5	8000	1,5	360	1000	Д	2	8
6	36000	1,32	760	750	Е	3	9



Задание 2

Спроектировать привод лебедки для земснаряда по схеме и данным таблицы. Привод осуществляется при помощи одноступенчатого косозубого цилиндрического редуктора (с перпендикулярной к основанию плоскостью положения осей валов) и клиноременной передачей.

Вариант	Окружная сила на канате F , Н	Скорость навивки каната на барабан V , м/с	Диаметр барабана лебедки D , мм	Частота вращения вала электр. двигателя (синхр.) n , мин ⁻¹	График сменной нагрузки	Число смен в течение суток	Срок службы передачи в годах
1	10000	0,3	159	750	А	1	9
2	5000	0,3	377	750	Б	2	8
3	8000	0,1	159	750	В	3	7
4	50000	0,11	377	1000	Г	1	6
5	16000	0,24	230	1000	Д	2	5
6	24000	0,16	377	750	Е	3	4

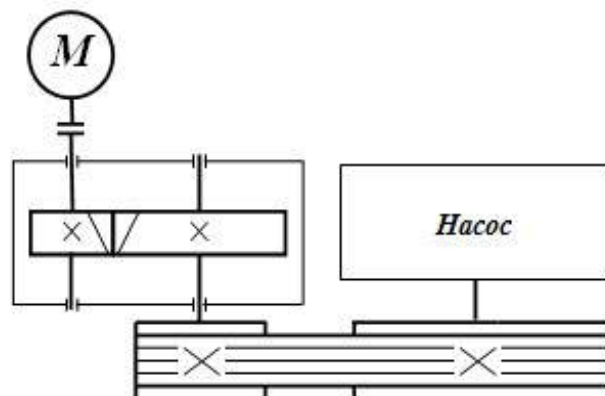
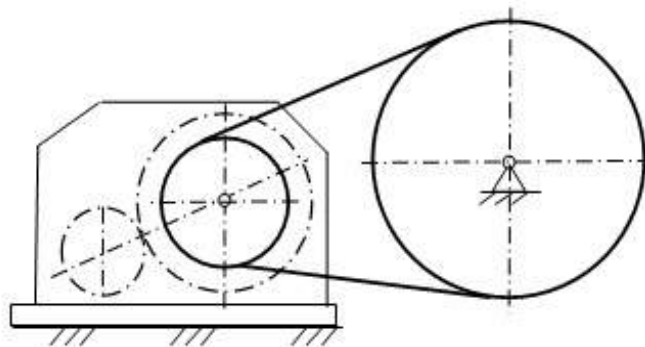


Задание 3

Спроектировать механический привод бурового насоса по схеме и данным таблицы. Привод осуществляется при помощи одноступенчатого косозубого цилиндрического редуктора (с параллельной или наклонной к основанию плоскостью осей валов) и клиноременной передачи.



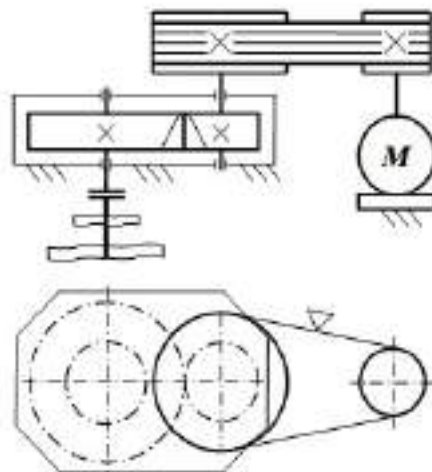
Вариант	Потребляемая насосом мощность P , кВт	Частота вращения вала насоса $n_{\text{нп}}$, мин ⁻¹	Частота вращения вала электр. двигателя (синхр.) n , мин ⁻¹	График сменной нагрузки	Число смен в течение суток	Срок службы передачи в годах
1	32	200	1000	В	3	7
2	50	120	750	Г	1	8
3	80	150	1000	Д	2	9
4	100	220	1500	Е	3	4
5	125	250	1000	А	1	5
6	160	160	1500	Б	2	6



Задание 4

Спроектировать привод перемешивателя (блендера) рабочих растворов по схеме и данным таблицы. Привод осуществляется при помощи одноступенчатого косозубого цилиндрического редуктора (с перпендикулярной к основанию плоскостью положения осей валов) и клиноременной передачей.

Вариант	Момент сопротивления вращению на валу блендера T , Нм	Частота вращения вала блендера n_{br} , мин ⁻¹	Частота вращения вала электр. двигателя (синхр.) n , мин ⁻¹	График сменной нагрузки	Число смен в течение суток	Срок службы передачи в годах
1	800	90	750	A	2	4
2	900	60	750	Б	3	5
3	120	120	1000	В	1	6
4	200	150	1000	Г	2	7
5	480	200	1500	Д	3	8
6	600	240	1500	Е	1	9

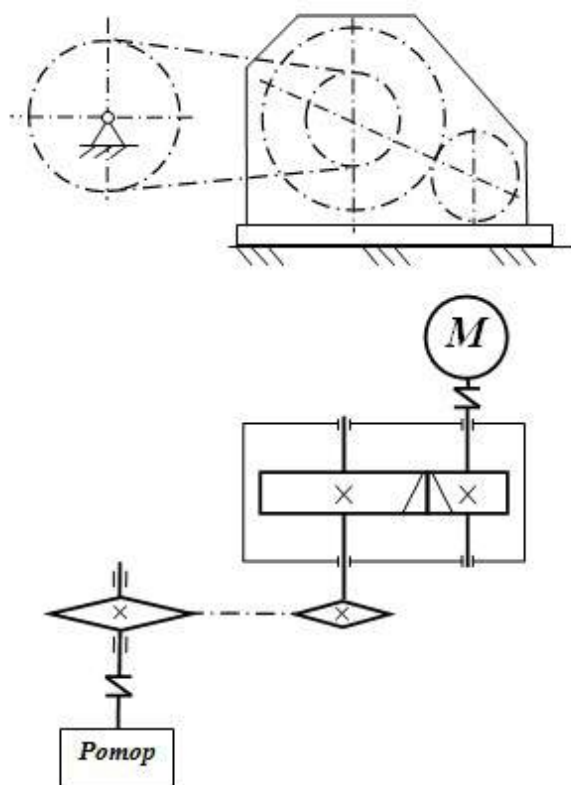


Задание 5

Спроектировать индивидуальный привод ротора буровой установки по схеме и данным таблицы. Привод осуществляется при помощи одноступенчатого косозубого цилиндрического редуктора (с параллельной или наклонной к основанию плоскостью осей валов) и цепной передачи с роликовой цепью.



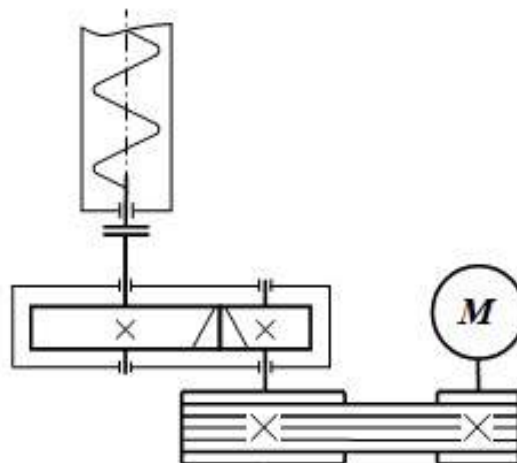
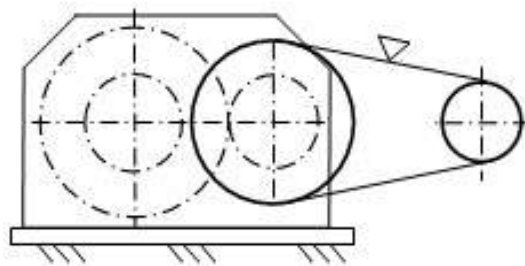
Вариант	Момент сопротивления вращению на валу ротора T , Нм	Частота вращения вала ротора $n_{рм}$, мин ⁻¹	Частота вращения вала электр. двигателя (синхр.) n , мин ⁻¹	График сменной нагрузки	Число смен в течение суток	Срок службы передачи в годах
1	10000	40	1000	Б	3	4
2	20000	15	750	В	1	5
3	16000	60	1000	Г	2	6
4	30000	24	750	Д	3	7
5	24000	70	1000	Е	1	8
6	14000	50	750	А	2	9



Задание 6

Спроектировать привод шнекового конвейера циркуляционной системы для удаления шлама по схеме и данным таблицы. Привод осуществляется при помощи одноступенчатого косозубого цилиндрического редуктора (с параллельной или наклонной к основанию плоскостью осей валов) и клинременной передачей.

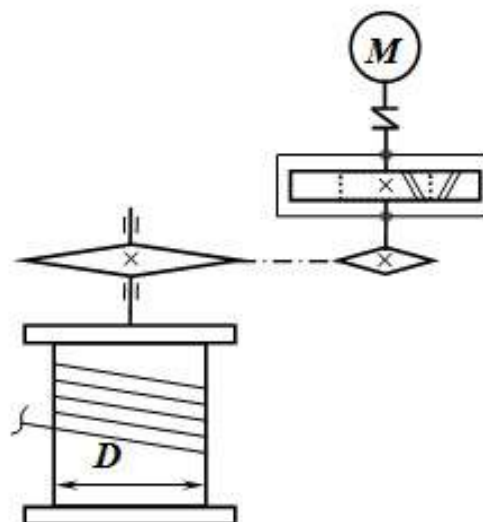
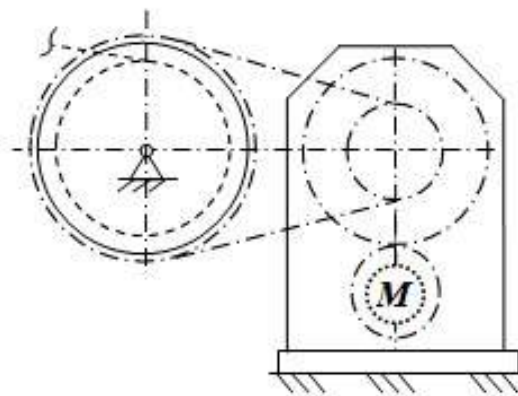
Вариант	Момент сопротивления вращению на валу шнека $T, \text{Нм}$	Частота вращения вала шнека $n_{\text{шн}}, \text{мин}^{-1}$	Частота вращения вала электр. двигателя (синхр.) $n, \text{мин}^{-1}$	График сменной нагрузки	Число смен в течение суток	Срок службы передачи в годах
1	1000	600	1000	Г	3	4
2	3100	40	750	Д	1	5
3	3600	50	750	Е	2	6
4	800	55	1000	А	3	7
5	1900	48	750	Б	1	8
6	2300	65	1000	В	2	9



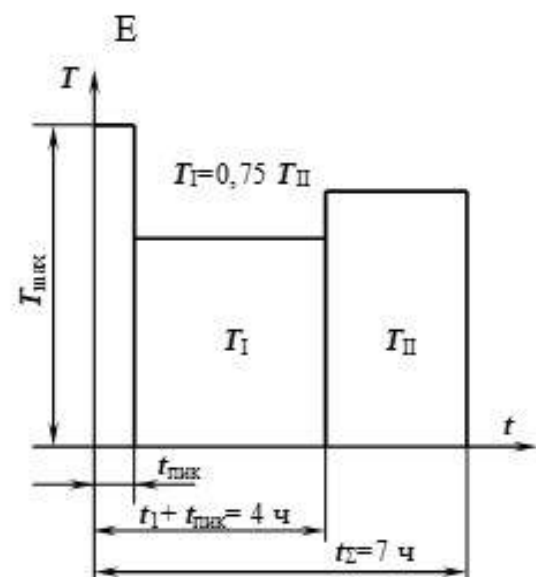
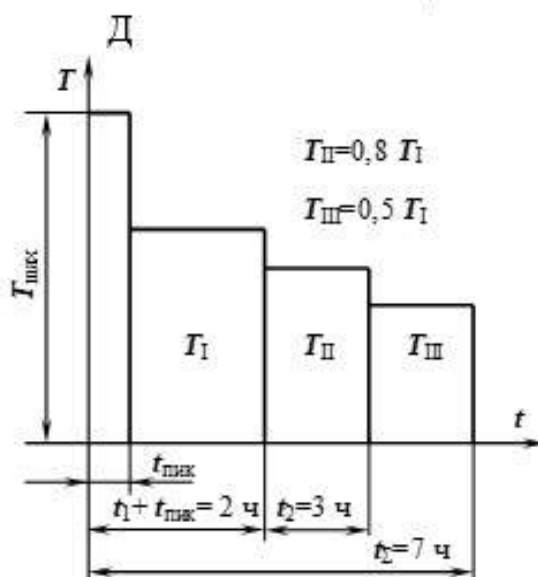
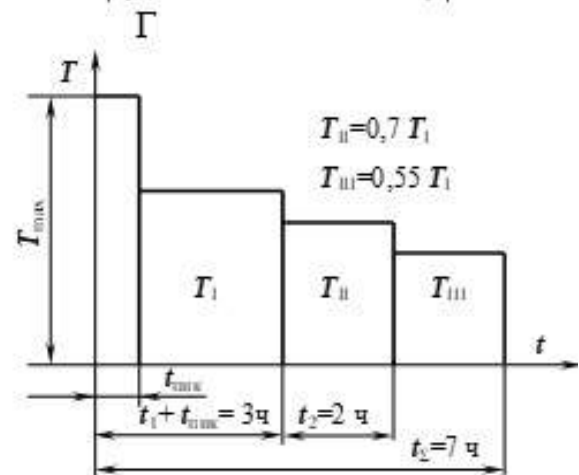
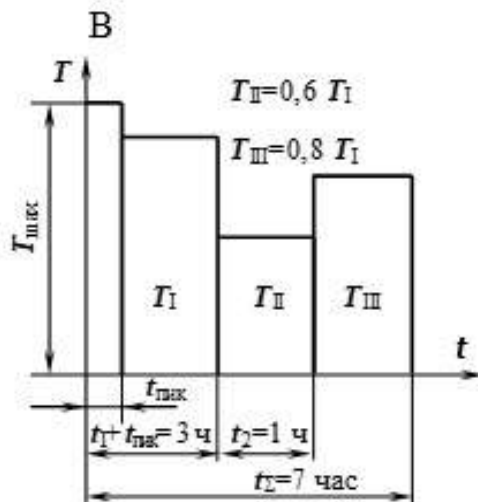
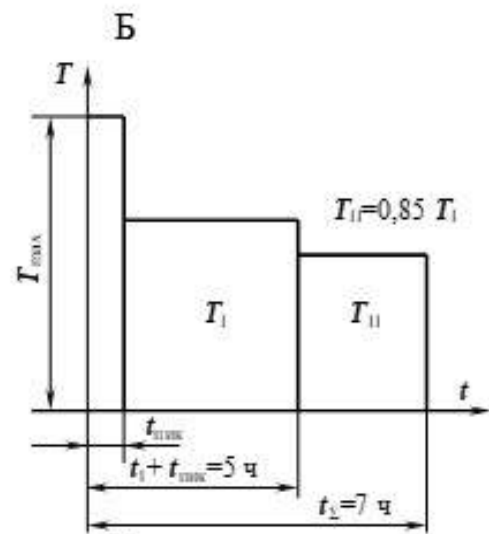
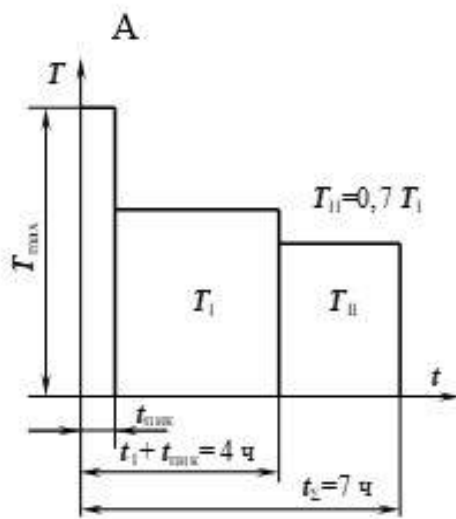
Задание 7

Спроектировать привод подачи бурового станка по схеме и данным таблицы. Привод осуществляется при помощи одноступенчатого косозубого цилиндрического редуктора (с перпендикулярной к основанию плоскостью положения осей валов) и цепной передачи с роликовой цепью.

Вариант	Окружная сила на канате F , Н	Скорость навивки каната на барабан V , м/с	Диаметр барабана лебедки D , мм	Частота вращения вала электр. двигателя (синхр.) n , мин ⁻¹	График сменной нагрузки	Число смен в течение суток	Срок службы передачи в годах
1	4500	0,17	180	100	А	2	9
2	7600	0,19	205	1500	Б	3	8
3	15000	0,15	317	1500	В	1	7
4	6000	0,21	232	1000	Г	2	6
5	11000	0,23	289	750	Д	3	5
6	9200	0,18	192	750	Е	1	4



Графики сменной нагрузки



СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

№ п/п	Наименование	Кол-во экз.
1	Детали машин: учебник для вузов / М. Н. Иванов, В. А. Финогенов. - 10-е изд., испр. - Москва: Высшая школа, 2006. - 408 с.: ил. - Библиогр.: с. 402-403. - Предм. указ.: с. 404-405. - ISBN 5-06-005679-1: Б. ц.	84
2	Детали машин. Проектирование: учеб. пособие / Л. В. Курмаз, А. Т. Скойбеда. - 2-е изд. испр. и доп. – Мн.: УП «Технопринт», 2002. -290 с.	3
3	Детали машин: учебник / Н. Г. Ку克林, Г. С. Куклиной, В. Д. Житков. - 8-е изд., стер. - Москва: Высшая школа, 2008. - 406 с. : ил. - ISBN 978-5-06-005776-8	4
4	Савинова Н. В. Редукторы цилиндрические: <i>Метод. ук.</i> по выполнению лаб. работ по дисциплинам «Основы проектирования» для студентов специальности 15.03.02 - «ТМО», по профилю подготовки бакалавров «Машины и оборудование нефтяных и газовых промыслов» (МНГ) и «Прикладная механика» (Ч.2) для студентов специальности 21.05.04 - «ГД» по специализации «Горные машины и оборудование» (ГМО) – Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2012. – 32	52
6	Савинова Н. В. Валы: <i>Метод. ук.</i> по выполнению лаб. работ по дисциплинам «Основы проектирования» для студентов специальности 15.03.02 - «ТМО», по профилю подготовки бакалавров «Машины и оборудование нефтяных и газовых промыслов» (МНГ) и «Прикладная механика» (Ч.2) для студентов специальности 21.05.04- «ГД» по специализации «Горные машины и оборудование» (ГМО) – Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2013. – 43 с.	49
9	Савинова Н. В. Проектирование приводов горных машин: Рекомендации по выполнению курсового проекта по дисциплине «Детали машин и основы конструирования» для студентов специальности 21.05.04 Горное дело, «Горные машины и оборудование» (ГМО). Часть 1 – Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2006. -24 с.	68
10	Альбом чертежей и заданий по машиностроительному черчению и компьютерной графике / П. Н. Учайев [и др.]: учебное пособие. Изд-во ТНТ. 2022 г. 228 с.	10
11	Детали машин и основы конструирования: расчетно-графический практикум / В. А. Нилов [и др.]: учебное пособие. Изд-во ТНТ. 2022. 136 с.	10

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

Проректор по учебно-методическому комплексу

УТВЕРЖДАЮ

С.А. Упоров



**МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ
ПО ОРГАНИЗАЦИИ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ
И ЗАДАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ**

Б1.О.28 ДЕТАЛИ МАШИН

Специальность

15.05.01 Проектирование технологических машин и комплексов

Специализация №24

Проектирование технологических машин и комплексов

год набора: 2024

Автор: Савинова Н. В., канд. техн. наук, доцент

Одобрены на заседании кафедры

Горных машин и комплексов

(название кафедры)

Зав. кафедрой

(подпись)

Лагунова Ю. А.

(Фамилия И.О.)

Протокол № 1 от 06.09.2023

(Дата)

Рассмотрены методической комиссией
факультета

Горно-механического

(название факультета)

Председатель

(подпись)

Осипов П.А.

(Фамилия И.О.)

Протокол № 2 от 20.10.2023

(Дата)

Екатеринбург

ВВЕДЕНИЕ

Цель дисциплины (модуля): формирование у студентов базовых знаний в области проектирования технологических машин и оборудования; подготовка студентов к решению профессиональных задач; развитие творческого естественнонаучного мышления.

Компетенции, формируемые в процессе изучения дисциплины (модуля):

общефессиональные

- способен подготавливать технические задания на разработку проектных решений, принимать участие в работах по расчету и проектированию машин, электроприводов, гидроприводов, средств гидропневмоавтоматики, систем, различных комплексов, процессов, оборудования и производственных объектов, деталей и узлов машиностроительных конструкций: разрабатывать эскизные, технические и рабочие проекты с использованием средств автоматизации проектирования и передового опыта разработки конкурентоспособных изделий, участвовать в рассмотрении различной технической документации, подготавливать необходимые обзоры, отзывы, заключения (ОПК-9).

Результат изучения дисциплины (модуля):

Знать:

- общие сведения о составе машины, классификации узлов и деталей;
- последовательность этапов проектирования;
- основы проектирования узлов машин и деталей с учетом критериев работоспособности;
- алгоритмы расчёта элементов машин на прочность, жесткость, устойчивость и выносливость;
- методы определения напряжений в деталях и элементах конструкций машин;
- типовые конструкции деталей и узлов машин;
- основы работы в САПР.

Уметь:

- пользоваться терминологией, принятой в различных разделах механики и машиностроения;
- выбирать прототипы конструкций при проектировании;
- на основе анализа условия работы деталей, узлов и машин обосновать критерии работоспособности;
- выбирать материалы, форму и размеры деталей;
- проводить инженерные расчеты на прочность, выносливость и долговечность основных деталей и узлов машин по стандартным методикам, использовать современные САПР;
- выполнять сборочные и рабочие чертежи элементов конструкций по требованиям ЕСКД.
- проводить мониторинг деталей, узлов и машины в целом.

Владеть:

- методами расчета и проектирования деталей и узлов технологических машин и оборудования;
- навыками подбора материалов деталей машин и оборудования;
- принципами составления расчетных схем элементов конструкций;
- основными принципами конструирования деталей машин;
- навыками создания технической документации;
- методами оценки состояний машин и узлов;
- алгоритмами работы в САПР.

Одним из важнейших условий самостоятельной работы студента является повторение материала лекций.

1. ПОВТОРЕНИЕ МАТЕРИАЛА ЛЕКЦИЙ

Тема 1: Классификация механизмов, узлов и деталей машин. Основы проектирования и стадии разработки механизмов.

Основные понятия курса. Классификация деталей машин. Виды расчетов: проектировочный, проверочный, оптимизация. Последовательность выполнения проекта, документооборот, стандарты.

Тема 2: Требования к деталям, критерии работоспособности и влияющие на них факторы.

Современные требования к изделиям: работоспособность, надежность, технологичность, экономичность, взаимозаменяемость, эргономичность. Критерии работоспособности: прочность, жесткость, износостойкость, коррозионная стойкость, вибростойкость, температурная стойкость. Критерии надежности. Состав расчетной схемы детали и изделия в целом.

Тема 3: Классификация механических передач. Сравнение передач трением и зацеплением. Основные кинематические и силовые параметры передач.

Механические передачи технологических машин - назначение, классификация. Сравнительный анализ применимости передач трением и зацеплением. Кинематические характеристики передач: передаточное число, частота вращения, угловая скорость, коэффициент полезного действия, мощность, крутящий момент. Определение требуемой мощности и выбор двигателя.

Тема 4: Классификация зубчатых передач. Материалы и термообработка деталей. Передаточное число. Геометрические параметры передач с эвольвентным зубом. Расчет зубчатых передач: цилиндрических, конических.

Зубчатые передачи, классификация, общие сведения, области применения. Группы материалы зубчатых колес по твердости, термическая обработка. Причины выхода из строя зубчатых колес, точность изготовления. Цилиндрические прямозубые передачи. Эвольвента, кривая для образования профиля зуба. Основные геометрические параметры: окружной шаг, модуль, угол зацепления, высота зуба, межосевое расстояние, делительный, начальный и др. диаметры, ширина зацепления. Способы нарезания зубьев, нарезание со смещением. Критерии работоспособности передач. Виды разрушения зубчатых колес. Контактные напряжения, напряжения изгиба. Допускаемые напряжения, расчет. Алгоритм проектировочного расчета по контактной прочности. Проверочный расчет по контактными напряжениям и напряжениям изгиба. Силы, действующие в передаче. Косозубые цилиндрические передачи. Геометрические параметры передач. Сравнительный анализ с прямозубой передачей, достоинства, недостатки и область применения. Особенности проектировочного и проверочного расчетов. Силы, действующие в зацеплении косозубой передачи. Шевронные цилиндрические передачи. Конические зубчатые передачи. Классификация. Геометрические параметры: модуль, конусное расстояние, конусные углы и т.д. Особенности проектирования конических зубчатых передач. Силы, действующие в конических передачах. Алгоритм проектировочного и проверочного расчетов.

Тема 5: Ременные передачи, кинематика. Кривые скольжения. Расчет клиноременной передачи.

Сведения и основные характеристики ременных передач. Материалы и профили ремней. Области применения передач. Достоинства и недостатки ременных передач. Геометрия параметры и кинематика ременных передач. Кривые скольжения.

Алгоритм расчета ременной передачи по тяговой способности. Критерии работоспособности. Силы в передаче. Силы, действующие на валы и подшипники. Шкивы ременных передач – материалы, конструктивные особенности, проектирование.

Тема 6: Цепные передачи, классификация. Геометрические параметры. Кинематика и динамика. Выбор материалов и расчет.

Типы применяемых цепей. Приводные цепи, конструкция, область применения. Достоинства и недостатки цепных передач. Алгоритм выбора цепи и проектирования цепной передачи. Кинематические особенности цепных передач. Критерии работоспособности цепных передач. Силы, действующие в цепных передачах. Нагрузки на валы и опоры. Звездочки – материалы, конструктивные особенности, проектирование.

Тема 7: Валы и оси, конструкции и расчеты на прочность и жесткость.

Валы и оси, основные понятия. Конструкции, конструктивные элементы. Материалы осей и валов, термообработка, шероховатость поверхности. Алгоритм выбора геометрических параметров на стадии эскизного проектирования. Выбор расчетной схемы. Проверочный расчет валов на усталостную и статическую прочность, жесткость и колебания. Коэффициенты запаса прочности, обоснование.

Тема 8: Классификация подшипников качения. Выбор и проверка подшипников по динамической (статической) грузоподъемности. Конструкции подшипниковых узлов и их смазка.

Подшипники качения. Классификация и система обозначений. Типы и конструкция. Критерии работоспособности, причины выхода из строя. Статическая и динамическая грузоподъемность. Алгоритм и критерии подбора подшипников качения. Проверочный расчет подшипников качения.

Тема 9: Муфты: назначение, классификация, конструкции и расчет. Упругие элементы, корпусные детали.

Муфты – сцепные устройства. Классификация муфт. Критерии выбора конструкции муфты, расчет величины крутящего момента.

Тема 10: Червячные передачи. Геометрические параметры. Выбор материалов и расчет.

Червячные передачи, состав, классификация. Области применения. Достоинства и недостатки червячных передач. Кинематика, КПД и геометрия червячных передач. Материалы элементов червячной пары. Причины выхода из строя. Критерии работоспособности червячной передачи. Расчет допускаемых напряжений. Алгоритм проекторочного и проверочного расчета. Тепловой расчет и способы охлаждения.

Тема 11: Редуктора. Компоновка. Этапы проектирования.

Редуктора общего назначения. Количество ступеней, применяемые передачи. Компоновка. Особенности конструкции. Использование редукторов в механических приводах нефтегазопромысловых машин. Алгоритм проектирования, выбор основных параметров. Использование САПР для проектирования.

Тема 12: Планетарные передачи: область применения и разновидности. Особенности расчета. Общие сведения о волновых и рычажных передачах.

Планетарная передача, общее понятие, состав, применяемые зубчатые колеса. Кинематические схемы, особенности кинематического расчета, алгоритм подбора параметров. Проектировочный и проверочный расчет планетарных передач. Волновые и рычажные передачи, состав, области применения, достоинства и недостатки.

Тема 13: Разновидности фрикционных передач. Области применения. Фрикционные вариаторы.

Фрикционные передачи, классификация. Принцип действия фрикционных передач. Достоинства и недостатки фрикционных передач и области применения. Кинематические особенности передач. Алгоритм подбора параметров фрикционных передач. Силы в передачах и силы, действующие на валы и опоры. Критерии работоспособности. Фрикционные вариаторы, разновидности и области применения. Элементы передач, подбор параметров, конструкция.

Тема 14: Разновидности и область применения подшипников скольжения. Материалы. Расчет подшипников полусухого и полужидкостного трения.

Подшипники скольжения. Основные типы подшипников скольжения. Материалы подшипников скольжения. Критерии работоспособности, алгоритм подбора параметров. Тепловой расчет подшипников. Особенности смазки.

Тема 15: Классификация и области применения разъемных и неразъемных соединений. Их сравнительные характеристики.

Назначение соединений. Понятие разъемных и неразъемных соединений, области применения. Виды нагружения, правила подбора типа соединения. Характеристики соединений.

Тема 16: Разновидности шпоночных соединений. Расчет на прочность шпоночных соединений.

Основные типы шпонок. Понятие ненапряженных и напряженных шпоночных соединений. Критерии работоспособности, допускаемые напряжения. Алгоритм подбора геометрических параметров. Проверочные расчеты по критериям работоспособности.

Тема 17: Зубчатые соединения. Расчет на прочность и проверка на износостойкость.

Шлицевые соединения, типы, область применения, достоинства и недостатки. Способы центрирования. Расчет шлицевых соединений на прочность и износостойкость, определение допускаемых напряжений.

Тема 18: Соединения с натягом: область применения, расчет.

Натяг, понятие, способы создания. Область применения. Условия функционирования. Расчет соединения по критериям работоспособности. Расчет деталей на прочность.

Тема 19: Виды сварных соединений. Расчет сварных соединений на прочность.

Сварка, как технологический процесс. Сварные соединения, типы, области применения. Типы сварных швов, геометрические параметры, критерии работоспособности. Алгоритм выбора параметров, проверочные расчеты по критериям работоспособности, допускаемые напряжения. Стандарты сварочных технологий, особенности при выполнении чертежей.

Тема 20: Разновидности заклепочных соединений. Расчет на прочность заклепочных соединений.

Технологический процесс клепания. Заклепка, закладная деталь, классификация, применяемость. Типы заклепочных швов, достоинства и недостатки. Порядок формирования шва. Проверочные расчеты по критериям работоспособности, допускаемые напряжения.

Тема 21: Общие сведения о соединениях пайкой. Клеевые соединения, технологии, виды. Расчет.

Пайка, как технологический процесс, классификация, область применения. Подбор параметров, проверочный расчет по критериям работоспособности. Клеевые технологии, виды материалов. Применяемость технологий. Алгоритмы расчетов.

Тема 22: Основные виды резьб, деление резьб на крепежные и ходовые. Геометрические параметры треугольной крепежной резьбы. Расчет на прочность резьбовых соединений.

Резьба, определение, виды. Геометрические параметры резьб. Резьбовые соединения, типы. Нагрузки, воспринимаемые соединениями. Расчет резьбовых соединений по конкретным схемам нагружения. Расчет групповых соединений. Понятие о монтажном резьбовом соединении.

Тема 23: Клеммовые соединения. Расчет силы затяжки болтов в клеммовых соединениях.

Понятие о клеммовом соединении. Виды клемм. Подбор параметров соединений. Проверочные расчеты по критериям работоспособности. Расчет необходимого усилия затяжки резьбового элемента.

Профильные соединения, типы и области применения, расчет, допускаемые напряжения.

Тема 24: Общие сведения о профильных и штифтовых соединениях.

Штифтовые соединения, геометрические параметры, область применения, расчет.

3. ПОДГОТОВКА К ПРАКТИЧЕСКИМ И ЛАБОРАТОРНЫМ ЗАНЯТИЯМ

Примерные вопросы для подготовки к зачету:

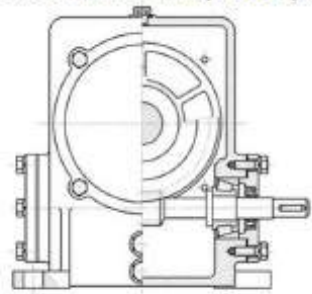
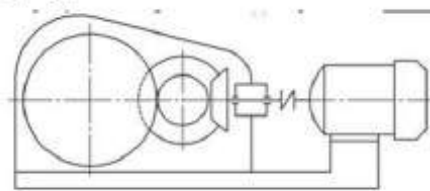
1. Прочность - критерий работоспособности.
2. Проверочный расчет.
3. Часть машины агрегат.
4. Узел – как часть машины.
5. Рабочий проект, место в создании изделия.

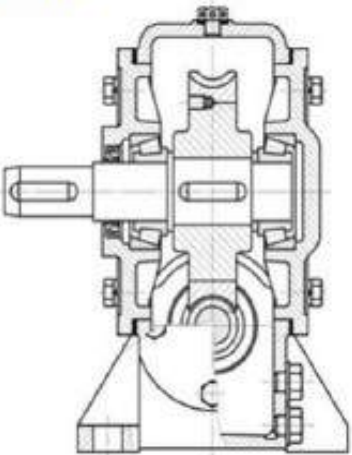
Примерные вопросы для подготовки к экзамену:

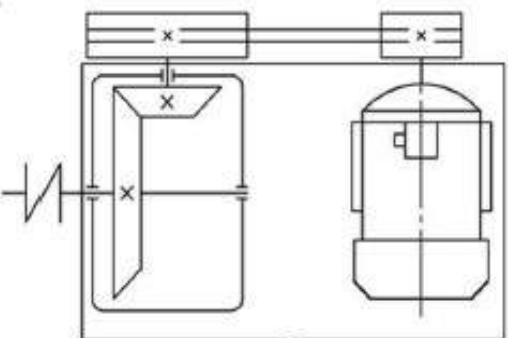
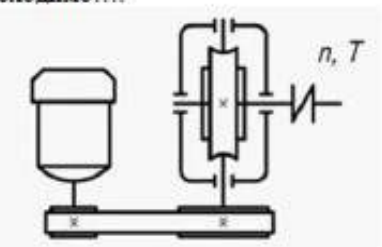
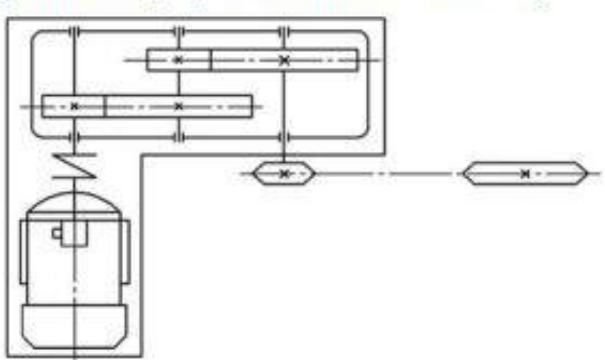
1. Основные понятия курса «Детали машин», машина, агрегат, узел, и т.д.
2. Требования, предъявляемые к деталям, узлам и машинам в целом
3. Перечень и наполнение технической документации, выполняемой при проектировании
4. Последовательность видов проектов в процессе проектирования
5. Кинематические параметры механических передач
6. Зубчатые передачи. Классификация, основные кинематические параметры
7. Цилиндрические редукторы, геометрические параметры
8. Редукторные валы, характеристики ступеней.
9. Соединения шпоночные, выбор и расчет на прочность призматических шпонок
10. Подшипники качения, классификация, типы.

ТЕСТОВЫЕ ЗАДАНИЯ

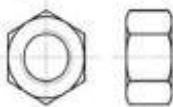
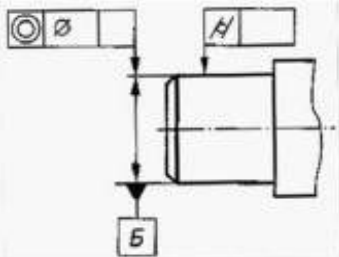
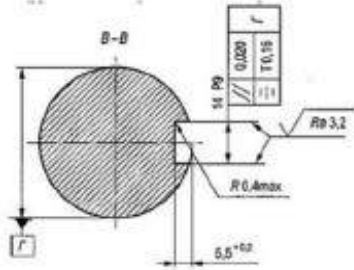
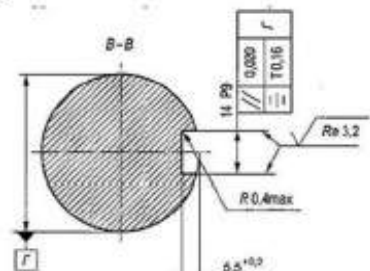
Тема 1: Классификация механизмов, узлов и деталей машин. Основы проектирования и стадии разработки механизмов.

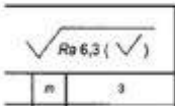
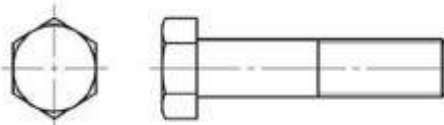
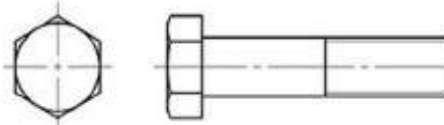
1	Шкив механической передачи предназначен для совместной работы с....	☐ цепью ☐ червячным колесом ☐ подшипником ☒ <u>ремнем</u>
2	Что из перечисленного является деталью?	☐ подшипник качения ☐ двигатель асинхронный ☒ <u>пружина цилиндрическая</u> ☐ редуктор конический
3	Что из перечисленного является узлом	☐ гайка корончатая ☒ <u>подшипник качения</u> ☐ заклепка пустотелая ☐ шкив малый
4	Изображенная на рисунке деталь называется _____ является элементом _____ соединения. 	☐ винтом, заклепочного ☐ шпонкой, шпоночного ☒ <u>шпилькой, резьбового</u> ☐ штифтом, штифтового
5	Рессорой называется упругий элемент, работающий на ...	☐ растяжение ☐ сжатие ☒ <u>изгиб</u> ☐ кручение
6	Основными деталями изображенного редуктора являются 	☐ зубчатые колеса и шестерни ☐ блоки и канаты ☐ звездочки и цепи ☒ <u>червячное колесо и червяк</u>
7	На рисунке изображена схема привода с _____ редуктором 	☒ <u>коническо-цилиндрическим</u> ☐ волновым ☐ двухступенчатым ☐ коническим ☐ одноступенчатым ☐ червячно-цилиндрическим
8	Основными деталями цилиндрического зубчатого редуктора являются...	☐ зубчатые колеса и червяки ☒ <u>зубчатые колеса и валы</u> ☐ звездочки и цепи ☐ блоки и канаты

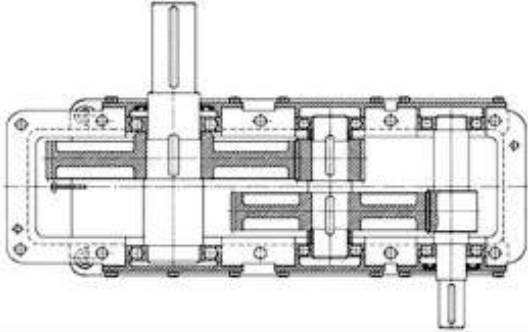
9	Общим наименованием полученной в результате проектирования и конструирования изделия документации является...	○ расчет ○ спецификация ○ <u>проект</u> ○ чертеж
10	Валы электродвигателя и редуктора сосны и должны иметь одинаковые скорости вращения. Для их соединения следует выбрать...	○ <u>муфту</u> ○ подшипник ○ зубчатую передачу ○ ременную передачу
11	Червячное колесо редуктора установлено на деталь, являющуюся 	○ штифтом ○ <u>валом</u> ○ осью ○ опорой
12	Если необходимо спроектировать зубчатую передачу для редуктора, следует...	○ подобрать материал и рассчитать на жесткость ○ подобрать материал по стандарту и проверить по мощности ○ <u>подобрать материал и рассчитать передачу на прочность</u> ○ выбрать передачу из каталога и рассчитать на износостойкость
13	Правильная последовательность завершения разработки проектно-конструкторской документации предусматривает подготовку...	○ пояснительной записки; технического проекта; эскизного проекта ○ <u>технического проекта; рабочей документации; пояснительной записки</u> ○ пояснительной записки; рабочей документации; технического задания ○ рабочей документации; технического предложения; пояснительной записки

14	Изображенная на рисунке схема механизма может быть результатом работы над ... 	○ рабочей документации ○ техническим проектом ○ эскизным проектом ○ <u>техническим предложением</u>
15	Для того чтобы спроектировать червячную передачу для редуктора изображенного на рисунке привода, необходимо 	○ подобрать по стандарту и проверить по мощности ○ <u>подобрать материал и рассчитать передачу на прочность</u> ○ подобрать материал и рассчитать на жесткость ○ выбрать из каталога и рассчитать на износостойкость
16	Правильная последовательность начала разработки проектно-конструкторской документации предусматривает подготовку ...	○ эскизного проекта; технического задания; технического предложения ○ технического предложения; технического задания; эскизного проекта ○ <u>технического задания; технического предложения; эскизного проекта</u> ○ эскизного проекта; технического предложения; технического задания
17	Процесс проектирования технического изделия начинается с работы над	○ эскизным проектом ○ рабочей документации ○ <u>техническим заданием</u> ○ техническим проектом
18	Изображенный на рисунке механизм относится к типу 	○ изменяющих направление вращения ○ <u>замедляющих вращение</u> ○ ускоряющих вращение ○ преобразующих вращение в поступательное движение

Тема 2: Требования к деталям, критерии работоспособности и влияющие на них факторы.

1	Основное требование, обеспечивающее работоспособность изображенной на рисунке детали, называется 	○ прочностью ○ виброустойчивостью ○ жесткостью ○ ремонтпригодностью
2	Выбор материала для изготовления детали обусловлен...	○ величиной нагрузки ○ наличием на складе ○ цветом материала ○ <u>критериями работоспособности, технологичностью и др.</u>
3	На фрагменте чертежа вала буквой Б обозначена ... 	○ базовая ось ○ базовая поверхность ○ величина допуска ○ шероховатость поверхности
4	На фрагменте чертежа вала шероховатость поверхности ... 	○ указана для боковых поверхностей шпоночного паза, равна 3,2 мм ○ <u>указана для боковых поверхностей шпоночного паза, равна 3,2 мкм</u> ○ указана для всех поверхностей шпоночного паза, равна 3,2 безразмерных единиц ○ не указана
5	На фрагменте чертежа вала для шпоночного паза указаны допуски ... 	○ <u>параллельности и симметрии</u> ○ цилиндричности и радиального биения ○ перпендикулярности и торцевого биения ○ соосности и круглости
6	Дополнительная химико-термическая обработка стальной детали позволяет повысить ...	○ мощность ○ <u>прочность</u> ○ жесткость ○ теплостойкость

7	В правом верхнем углу фрагмента рабочего чертежа детали указано обозначение ... 	○ <u>преобладающей шероховатости</u> ○ шероховатости поверхностей, не обрабатываемых по данному чертежу ○ предельных отклонений размеров ○ наибольшей шероховатости
8	Надежность и экономичность для деталей машин являются ...	○ <u>основными требованиями</u> ○ критериями работоспособности ○ второстепенными требованиями ○ эстетическими требованиями
9	Возможность сборки независимо изготовленных деталей без дополнительной обработки обеспечивается ...	○ надежностью ○ <u>взаимозаменяемостью</u> ○ технологичностью ○ прочностью
10	Основным критерием работоспособности изображенной на рисунке детали является... 	○ точность ○ виброустойчивость ○ жесткость ○ <u>прочность</u>
11	Расчетные нагрузки по отношению к номинальным ...	○ <u>меньше</u> ○ равны между собой ○ больше ○ не связаны между собой
12	Для повышения прочности изображенной детали следует... 	○ применить химическое покрытие ○ <u>использовать сталь с большими значениями пределов прочности</u> ○ применить механическую обработку со снятием слоя металла ○ использовать серый чугун
13	Свойство детали выдерживать нагрузки без разрушения называется...	○ <u>прочностью</u> ○ точностью ○ мощностью ○ жесткостью
14	В расчетах на жесткость вала редуктора определяют ...	○ массу вала ○ <u>величину прогиба</u> ○ предельные напряжения ○ допускаемые напряжения
15	Свойство материала детали сопротивляться в процессе работы с трением называется ...	○ <u>износостойкостью</u> ○ виброустойчивостью ○ жесткостью ○ прочностью

16	В изображенном на рисунке редуктора без расчетов по критериям работоспособности применены ... 	☐ <u>манжеты</u> ☐ валы ☐ зубчатые колеса ☐ <u>болты</u>
17	Основным критерием работоспособности деталей машин является ...	☐ мощность ☐ плотность ☐ <u>прочность</u> ☐ КПД
18	Постоянные напряжения в деталях могут создаваться...	☐ силами в зубчатом зацеплении ☐ пусковыми моментами ☐ <u>силами затяжки резьбовых соединений</u> ☐ силами в цепной передаче
19	Один из современных факторов, определяющих работоспособность изделий, это...	☐ <u>совокупность характеристик объекта, относящихся к его способности удовлетворять потребности</u> ☐ соответствие регламентам международных требований ☐ приемлемая долговечность изделия ☐ соответствие вкусам потребителя
20	Требование к современному эстетическому виду изделия это	☐ технологичность ☐ <u>эргономичность</u> ☐ экономичность ☐ эвристичность

4. ВЫПОЛНЕНИЕ КУРСОВОГО ПРОЕКТА

Курсовой проект выполняется студентами после изучения дисциплин «Теоретическая механика», «Теория машин и механизмов», «Сопротивление материалов». Объединение знаний, полученных при изучении указанных дисциплин, достигается комплексным характером задачи, в которой осуществляется расчет основных элементов деталей машин и оценка их прочности.

Темой курсового проекта может быть проектирование и разработка конструкции редуктора.

Задание на курсовое проектирование разрабатывается руководителем проекта и содержит следующие разделы.

Тема работы с указанием отличительных конструктивных признаков проектируе-

мого узла

Источники для обоснования выбора конструктивной схемы рабочего оборудования: монографии, патенты, рекламные проспекты, статьи и другие материалы

Предварительное определение содержания пояснительной записки: горная технология, обоснование и выбор параметров, проектные расчеты, отработка технологичности проектируемого узла

Графическая часть проекта: объем и содержание разрабатываемых чертежей

Примерная тематика курсовых проектов:

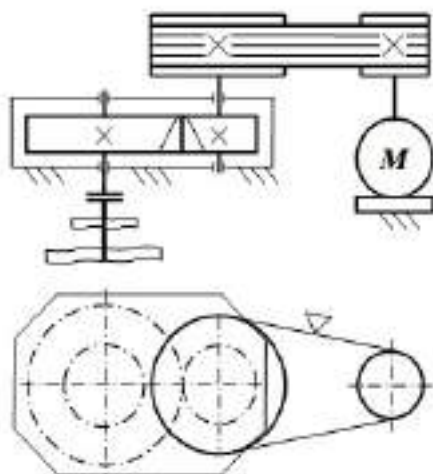
1. Спроектировать привод вспомогательной лебедки для подтаскивания и подъема на буровую грузов с приёмных мостков.
2. Спроектировать индивидуальный привод ротора буровой установки.
3. Спроектировать механический привод бурового насоса.

ПРИМЕР:

Задание 4

Спроектировать привод перемешивателя (блендера) рабочих растворов по схеме и данным таблицы. Привод осуществляется при помощи одноступенчатого косозубого цилиндрического редуктора (с перпендикулярной к основанию плоскостью положения осей валов) и клиноременной передачей.

Вариант	Момент сопротивления вращению на валу блендера T , Нм	Частота вращения вала блендера $n_{\text{бл}}$, мин ⁻¹	Частота вращения вала электр. двигателя (синхр.) n , мин ⁻¹	График сменной нагрузки	Число смен в течение суток	Срок службы передачи в годах
1	800	90	750	А	2	4
2	900	60	750	Б	3	5
3	120	120	1000	В	1	6
4	200	150	1000	Г	2	7
5	480	200	1500	Д	3	8
6	600	240	1500	Е	1	9



СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

№ п/п	Наименование	Кол-во экз.
1	Детали машин: учебник для вузов / М. Н. Иванов, В. А. Финогенов. - 10-е изд., испр. - Москва: Высшая школа, 2006. - 408 с.: ил. - Библиогр.: с. 402-403. - Предм. указ.: с. 404-405. - ISBN 5-06-005679-1: Б. ц.	84
2	Детали машин. Проектирование: учеб. пособие / Л. В. Курмаз, А. Т. Скойбеда. - 2-е изд. испр. и доп. – Мн.: УП «Технопринт», 2002. -290 с.	3
3	Детали машин: учебник / Н. Г. Ку克林, Г. С. Кукулина, В. Д. Житков. - 8-е изд., стер. - Москва: Высшая школа, 2008. - 406 с. : ил. - ISBN 978-5-06-005776-8	4
4	Савинова Н. В. Редукторы цилиндрические: <i>Метод. ук.</i> по выполнению лаб. работ по дисциплинам «Основы проектирования» для студентов специальности 15.03.02 - «ТМО», по профилю подготовки бакалавров «Машины и оборудование нефтяных и газовых промыслов» (МНГ) и «Прикладная механика» (Ч.2) для студентов специальности 21.05.04 - «ГД» по специализации «Горные машины и оборудование» (ГМО) – Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2012. – 32	52
6	Савинова Н. В. Валы: <i>Метод. ук.</i> по выполнению лаб. работ по дисциплинам «Основы проектирования» для студентов специальности 15.03.02 - «ТМО», по профилю подготовки бакалавров «Машины и оборудование нефтяных и газовых промыслов» (МНГ) и «Прикладная механика» (Ч.2) для студентов специальности 21.05.04- «ГД» по специализации «Горные машины и оборудование» (ГМО) – Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2013. – 43 с.	49
9	Савинова Н. В. Проектирование приводов горных машин: Рекомендации по выполнению курсового проекта по дисциплине «Детали машин и основы конструирования» для студентов специальности 21.05.04 Горное дело, «Горные машины и оборудование» (ГМО). Часть 1 – Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2006. -24 с.	68
10	Альбом чертежей и заданий по машиностроительному черчению и компьютерной графике / П. Н. Учайев [и др.]: учебное пособие. Изд-во ТНТ. 2022 г. 228 с.	10
11	Детали машин и основы конструирования: расчетно-графический практикум / В. А. Нилов [и др.]: учебное пособие. Изд-во ТНТ. 2022. 136 с.	10

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебно-методическому
комплексу
С.А. Упоров



МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ
по выполнению курсового проекта для обучающихся
по дисциплине
Б1.О.29 КОМПЬЮТЕРНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ
В МАШИНОСТРОЕНИИ

Специальность

15.05.01 Проектирование технологических машин и комплексов

Специализация № 24

Проектирование технологических машин и комплексов

форма обучения: очная

год набора: 2024

Автор: Шестаков В. С., канд. техн. наук, профессор

Одобрено на заседании кафедры

Горных машин и комплексов
(название кафедры)

Зав. кафедрой

(подпись)

Лагунова Ю. А.
(Фамилия И.О.)

Протокол № 1 от 06.09.2023
(Дата)

Рассмотрено методической комиссией
факультета

Горно-механического
(название факультета)

Председатель

(подпись)

Осипов П. А.
(Фамилия И.О.)

Протокол № 2 от 20.10.2023
(Дата)

Екатеринбург

ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время конструирование технических объектов выполняется полностью на ЭВМ, что привело к использованию понятия автоматизированное проектирование. Выпускники университета должны уметь работать на ЭВМ в текстовых и графических редакторах, конструкторских пакетах, позволяющих выполнять проектирование машин и оборудования нефтяных и газовых промыслов.

Цель курсовой работы: обучение студентов конструированию и расчетам с применением компьютерных технологий. Умение использовать компьютерные технологии при проектировании нефтегазового и иного оборудования позволит в последующей профессиональной деятельности разрабатывать оптимальные конструкции с минимальной массой и стоимостью и сократить продолжительность разработки проектов.

Соответствие курсовой работы компетенциям Государственного стандарта.

При изучении дисциплины студенты наряду с другими осваивали следующие направления по профилю курсовой работы:

- проведение расчетов с использованием программных модулей,
- создание проектов нефтегазовых машин и оборудования с использованием конструкторских пакетов 3D моделирования, в частности конструкторского пакета Компас 3D.

Результат изучения дисциплины:

Знать:

- технические задания, эскизные, технические и рабочие проекты и иную документацию при проектировании машин, комплексов, процессов, оборудования, деталей и узлов машиностроительных конструкций - этапы разработки технической и нормативной документации для объектов горного производства;

- основные цифровые программные средства проектирования технологических машин и комплексов

Уметь:

- разрабатывать технические задания, эскизные, технические и рабочие проекты и иную документацию при проектировании машин, комплексов, процессов, оборудования, деталей и узлов машиностроительных конструкций с использованием средств автоматизации проектирования;

- использовать основные цифровые программные средства проектирования технологических машин и комплексов;

Владеть:

- навыками разработки технических заданий, эскизных, технических и рабочих проектов и иной документации при проектировании машин, комплексов, процессов, оборудования, деталей и узлов машиностроительных конструкций с использованием средств автоматизации проектирования;

- навыками применения цифровых программных средств проектирования технологических машин и комплексов.

Указания к выполнению.

1. Студент по порядковому номеру в списке группы выбирает вариант из таблицы. По приведенным формулам рассчитывает требуемые диаметры поршня и штока и увеличивает до стандартных. Все остальные размеры принимаются конструктивно по рекомендациям [1-3] и по ним выполняются 3Д модели деталей по варианту схемы гидроцилиндра. Для штока нужно учесть рекомендации по соотношению диаметров штока и поршня из литературных источников, должна учитываться и конфигурация штока. Способ крепления.

2. При принятии решения соединения деталей между собой на сварку (например, проушины к штоку) должна быть оформлена отдельная подборка, чертеж для нее и специ-

3. Приведенные схемы гидроцилиндров не являются сборочным чертежом, поэтому выполнять нужно не по этому образцу. Такие схемы используются в отделах комплектации для указания какие уплотнения применяются. Из схемы нужно реализовать способ крепления гидроцилиндра в механизме (проушины, болтовое соединение, цапфы). Размеры должны быть свои расчетные. Способы уплотнений поршня, штока, гильзы с крышками, способы соединения крышек необходимо принять по [1-3]. Рисунок 1 приведен для наименования деталей, а не как образец, что будет в проекте.

5. В сборку гидроцилиндра стандартные изделия (гайки, уплотнения, подшипники и др.) необходимо вставлять из библиотеки Компас.

7. В пояснительной записке должны быть приведены расчеты, скрины созданных деталей, сборок, чертежей, спецификаций с соответствующими пояснениями.

9. После получения файлов преподаватель указывает ошибки для обоснования оценки и отправляет студенту.

11. Используя переменные обеспечить автоматическое перестроение деталей при смене диаметров поршня и штока, хода поршня.

Рис. 1. Расчетная схема и примеры объемных моделей деталей 3

Конструктивные схемы вариантов исполнений гидроцилиндров приведены в приложении 1. Для выполнения проекта гидроцилиндра по этим схемам необходимо рассмотреть известные конструкции изготовления крышек, поршней, уплотнений, соединений, приведенные в [3].

Варианты заданий и исходные данные

Вариант	№ ГЦ	Усилие F , Н	L_{AB} , м	L_{AC} , м	Угол поворота балансира $\Delta\beta$, град	Давление P , МПа	Допустимое напряжение штока, МПа	Детали для оформления рабочего чертежа
1	1	10000	2	1	15	16	120	Шток, поршень
2	2	20000	2	1	20	16	120	Корпус, крышка задняя
3	3	30000	2	1	18	16	120	Шток, крышка передняя
4	4	10000	3	1	15	16	120	Шток, крышка задняя
5	5	20000	3	1	18	16	120	Поршень, крышка задняя
6	6	30000	3	1	20	16	120	Корпус, крышка передняя
7	7	50000	3	1	15	16	120	Шток, поршень
8	8	50000	4	1	15	16	120	Корпус, крышка задняя
9	9	50000	4	1	15	32	120	Шток, крышка передняя
10	1	30000	4	1	20	32	120	Шток, крышка задняя
11	2	40000	4	1	18	32	120	Поршень, крышка задняя
12	3	20000	4	1	18	32	120	Корпус, крышка передняя
13	4	100000	4	1	15	32	120	Шток, поршень
14	5	50000	3	1	15	32	120	Корпус, крышка задняя
15	6	150000	3	1	15	32	120	Шток, крышка передняя
16	7	100000	3	1	15	32	120	Шток, крышка задняя
17	8	120000	3	1	15	32	120	Поршень, крышка задняя
18	9	180000	4	1	15	32	120	Корпус, крышка передняя
19	1	100000	4	1	18	32	120	Шток, поршень
20	2	80000	4	1	15	32	120	Корпус, крышка задняя
21	3	50000	4	1	20	10	120	Шток, крышка передняя
22	4	40000	4	1	15	10	120	Шток, крышка задняя
23	5	30000	4	1	10	10	120	Поршень, крышка задняя
24	6	20000	4	1	15	10	120	Корпус, крышка передняя
25	7	10000	4	1	15	10	120	Шток, крышка задняя

Примечание. В приложение приведены схемы вариантов гидроцилиндров, используемые в отделах для приобретения комплектующих уплотнений. Приведенные на рисунках размеры не следует применять для создания деталей гидроцилиндра по варианту задания. Конструктивное исполнение поршня, крышек и иных элементов необходимо уточнить, пользуясь примерами и рекомендациями в [3].

ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ.

1. Выполнить расчет параметров

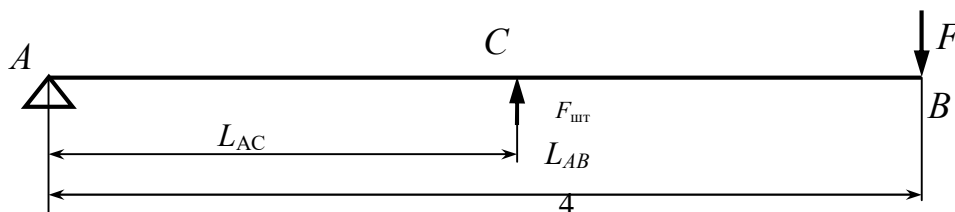


Рис. 2. Схема к расчету усилия на штоке гидроцилиндра

Усилие на штоке гидроцилиндра определяется по условию равновесия – сумма моментов относительно опоры А равна нулю

$$\sum M_A = 0, \text{ т.е. } F_{шт} \cdot L_{AC} - F \cdot L_{AB} = 0.$$

Откуда

$$F_{шт} = \frac{F \cdot L_{AB}}{L_{AC}}$$

Площадь поршня по заданному давлению

$$S_{п} = F_{шт} / P$$

Диаметр поршня

$$D_{п} = \sqrt{4 \cdot S_{п} / \pi}$$

Площадь штока определяется по условию прочности. При работе штока на сжатие площадь штока определяется по формуле

$$S_{шт} = F_{шт} / [\sigma]$$

Диаметр штока

$$d_{шт} = \sqrt{4 \cdot S_{шт} / \pi}$$

Ход штока

$$\Delta x = 2L_{AC} \sin (\Delta \beta / 2)$$

2. Диаметры поршней и штоков округлить до стандартных значений [1,2].
3. По стандартным значениям спроектировать гидроцилиндр. Конструктивные схемы вариантов исполнений гидроцилиндров приведены в приложении 1. Для выполнения проекта гидроцилиндра по этим схемам необходимо рассмотреть известные конструкции изготовления крышек, поршней, уплотнений, соединений, приведенные в [3].
4. Проектирование должно быть выполнено с использованием конструкторских пакетов Компас 3D.. Проект должен включать все детали, сборки, рабочие чертежи указанных в задании деталей и сборочные чертежи, спецификации, пояснительную записку.
5. Выполнить прочностные расчеты корпуса гидроцилиндра, штока с использованием модуля *Structure 3D* системы *APM WinMachine*
6. Оформление пояснительной записки: пояснительная записка должна содержать:
 - расчет параметров,
 - виды 3D моделей всех деталей,
 - рабочие чертежи указанных в задании деталей, выполненные по требованиям ЕСКД на формате А4 или ином, на ином, но в записке разрешается представить в уменьшенном до А4 вида,
 - сборочные чертежи узлов гидроцилиндра по тем же требованиям, что и для деталей,
 - прочностные расчеты корпуса и штока

ЛИТЕРАТУРА

1. Анурьев В.И. Справочник конструктора-машиностроителя. В 3-х т. Т.3. М.Машиностроение, 2010.- 864 с
2. Суслов Н. М., Лагунова Ю. А. Объемные гидравлические машины гидро- и пневмоприводов: учебное пособие / Н.М. Суслов, Ю.А. Лагунова; Уральский государственный горный университет. - Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2009. – 328с.
3. Марутов В.А., Павловский С.А. Гидроцилиндры. В 2-х томах, М. - Машиностроение, 1966.- 864
4. Замрий А.А. Учебное пособие Практический учебный курс CAD/CAE система APM WinMachine М. 2013; Изд-во АПМ. – 144 с

5. Описание конструкторского пакета Компас 3D.

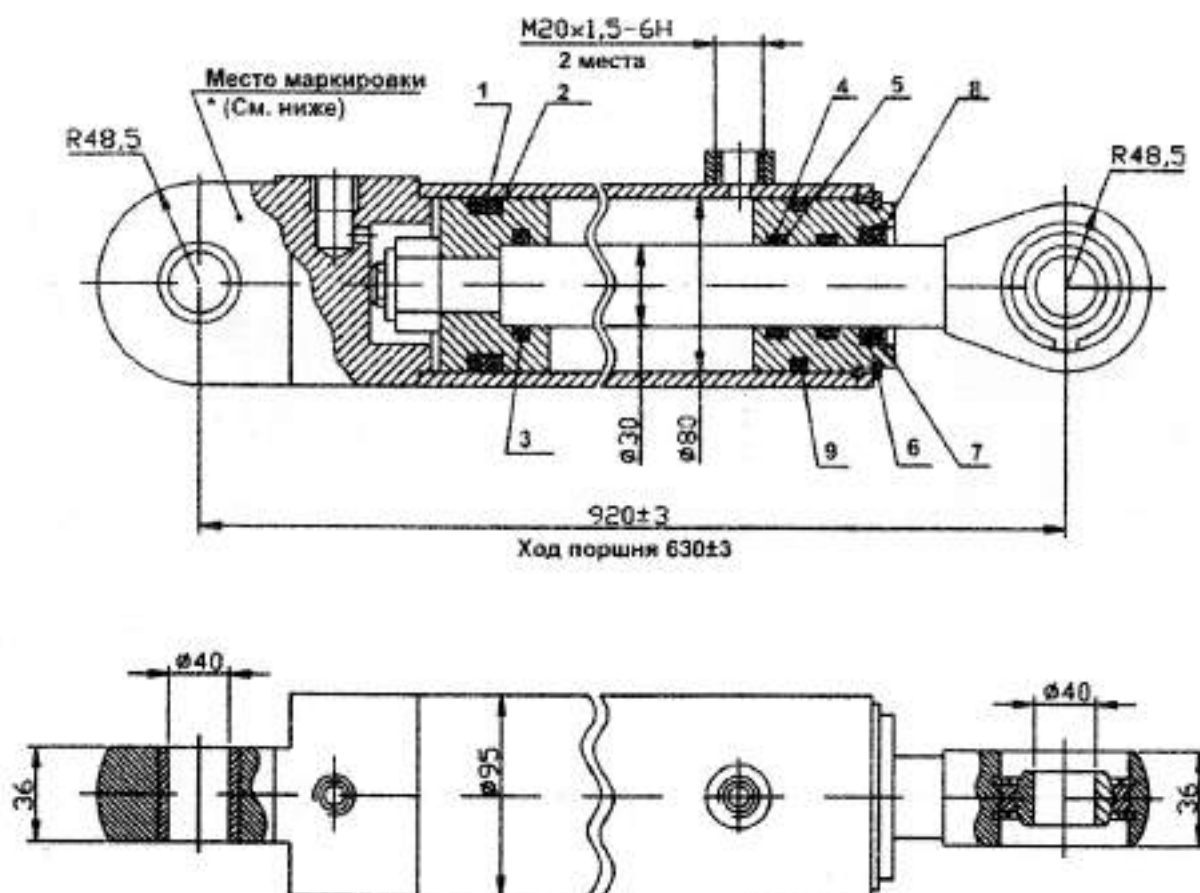
ВАРИАНТЫ СХЕМ ГИДРОЦИЛИНДРОВ

ГИДРОЦИЛИНДР ГЦК -80.30x630.21

№ 1

Давление, МПа
 номинальное 16
 максимальное 20
 Усилие на штоке, кН (кг)
 толкающее 80,38 (8038)
 тянущее 69,08 (6908)
 Масса, кг 25,7

Уплотнение по поршню:
 поз.1 - кольцо резиновое уплотнительное - 1 шт.
 поз.2 - кольцо защитное - 2 шт.
 поз.3 - кольцо резиновое уплотнительное - 1 шт.
 Уплотнение по штоку:
 поз.4 - кольцо резиновое уплотнительное - 2 шт.
 поз.5 - кольцо защитное - 2 шт.
 поз.6 - манжета - 1 шт.
 поз.7 - скребок - 1 шт.
 поз.8 - кольцо стопорное - 1 шт.
 Уплотнение "корпус-крышка передняя":
 поз.9 - кольцо резиновое уплотнительное - 1 шт.

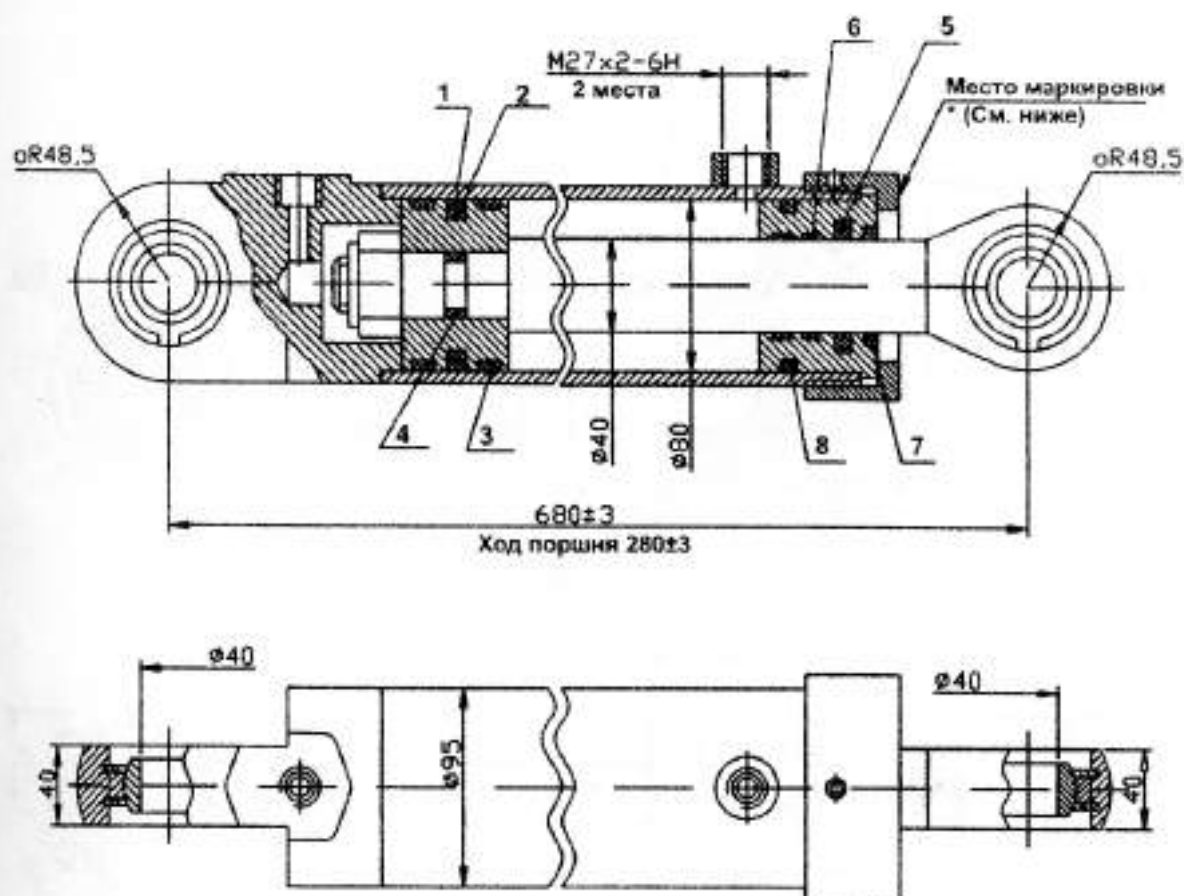


ГИДРОЦИЛИНДР ГЦК-80.40x280.680.11

№ 2

Давление, МПа
номинальное 16
Усилие на штоке, кН (кГ):
толкающее 80,38 (8038)
тянущее 8029 (8029)
Масса, кг 18,5

Уплотнение по поршню:
поз.1 - уплотнение поршневое - 1 шт.
поз.2 - кольцо поджимное - 1 шт.
поз.3 - кольцо опорно-направляющее - 2 шт.
поз.4 - кольцо резиновое уплотнительное - 1 шт.
Уплотнение по штоку:
поз.5 - уплотнение штоковое - 1 шт.
поз.6 - кольцо опорно-направляющее - 2 шт.
поз.7 - грязесъемник - 1 шт.
Уплотнение "корпус-крышка передняя":
поз.8 - кольцо резиновое уплотнительное - 1 шт.

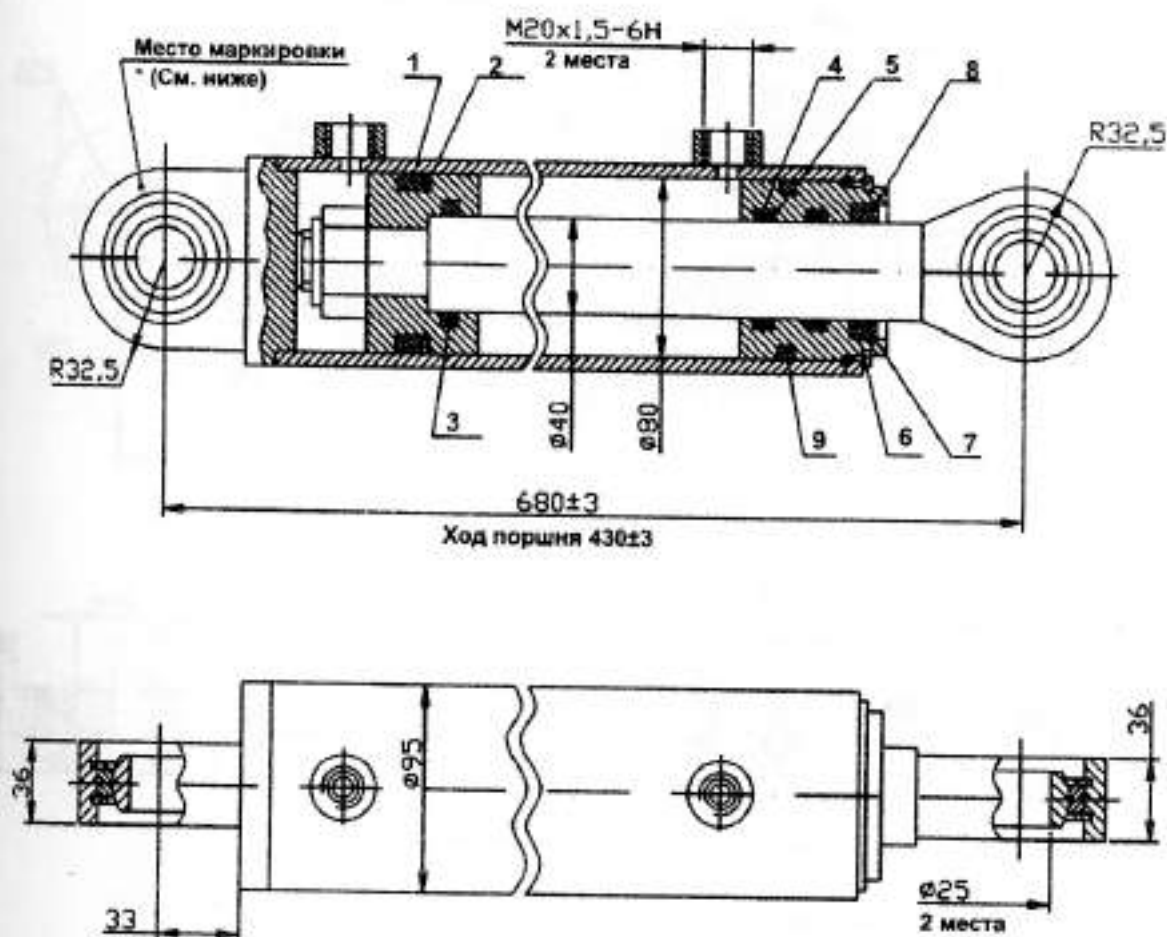


ГИДРОЦИЛИНДР ГЦК -80.40x430.11

№ 3

Давление, МПа
номинальное 16
Максимальное 20
Усилие на штоке, кН (кг):
толкающее 80,38 (8038)
тянущее 6029 (6029)
Масса, кг 21,7

Уплотнение по поршню:
поз.1 - кольцо резиновое уплотнительное - 1 шт.
поз.2 - кольцо защитное - 2 шт.
поз.3 - кольцо резиновое уплотнительное - 2 шт.
Уплотнение по штоку:
поз.4 - кольцо резиновое уплотнительное - 2 шт.
поз.5 - кольцо защитное - 2 шт.
поз.6 - манжета - 1 шт.
поз.7 - скребок - 1 шт.
Поз.8 - кольцо стопорное - 1 шт.
Уплотнение "корпус-крышка передняя":
Поз.9 - кольцо резиновое уплотнительное - 1 шт.



* Пример маркировки:
ГЦК -80.30x430.11
11.04

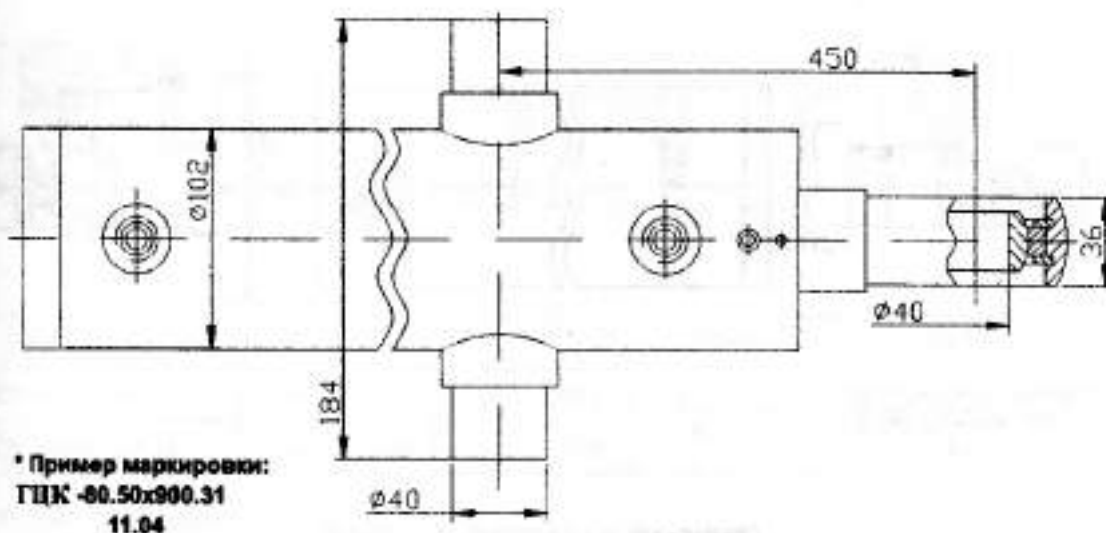
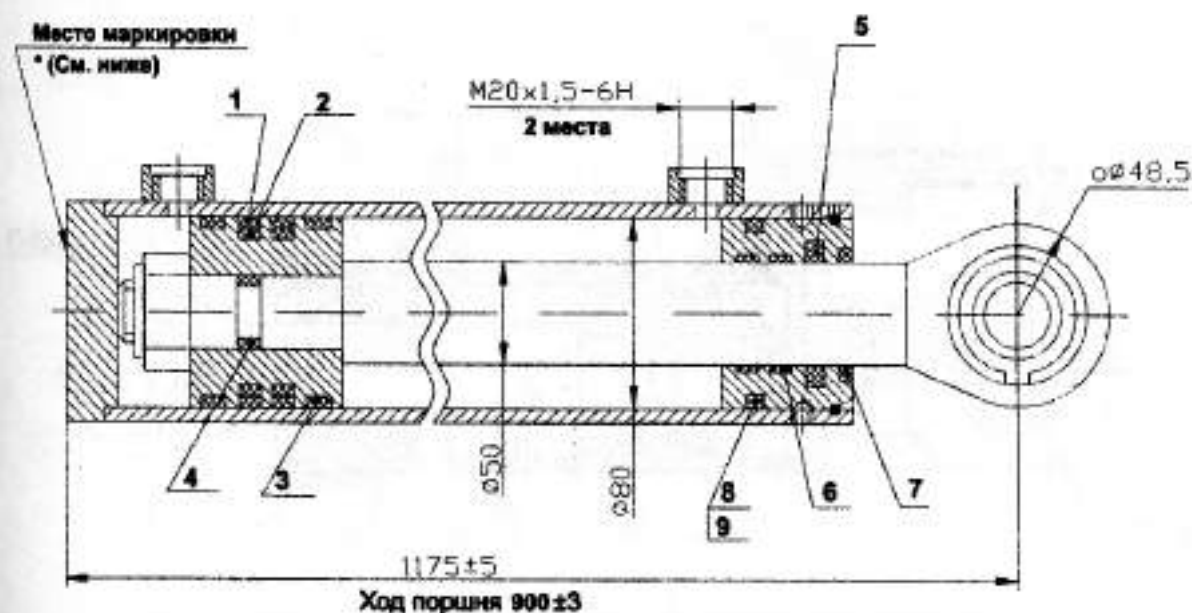
Применяется для поворота изделия КО - 812 - 2

ГИДРОЦИЛИНДР ГЦК-80.50x900.31

№ 4

Давление, МПа
 номинальное 16
 максимальное 20
 Усилие на штоке, кН (кг):
 толкающее 80,38 (8038)
 тянущее 49,98 (4998)
 Масса, кг 50,5

Уплотнение по поршням:
 поз.1 - уплотнение поршневое - 2 шт.
 поз.2 - кольцо поджимное - 2 шт.
 поз.3 - кольцо опорно-направляющее - 2 шт.
 поз.4 - кольцо резиновое уплотнительное - 1 шт.
 Уплотнение по штоку:
 поз.5 - уплотнение штоковое - 1 шт.
 поз.6 - кольцо опорно-направляющее - 2 шт.
 поз.7 - грязесъемник - 1 шт.
 Уплотнение "корпус-крышка передняя":
 поз.8 - кольцо резиновое уплотнительное - 1 шт.
 поз.9 - кольцо защитное - 1 шт.

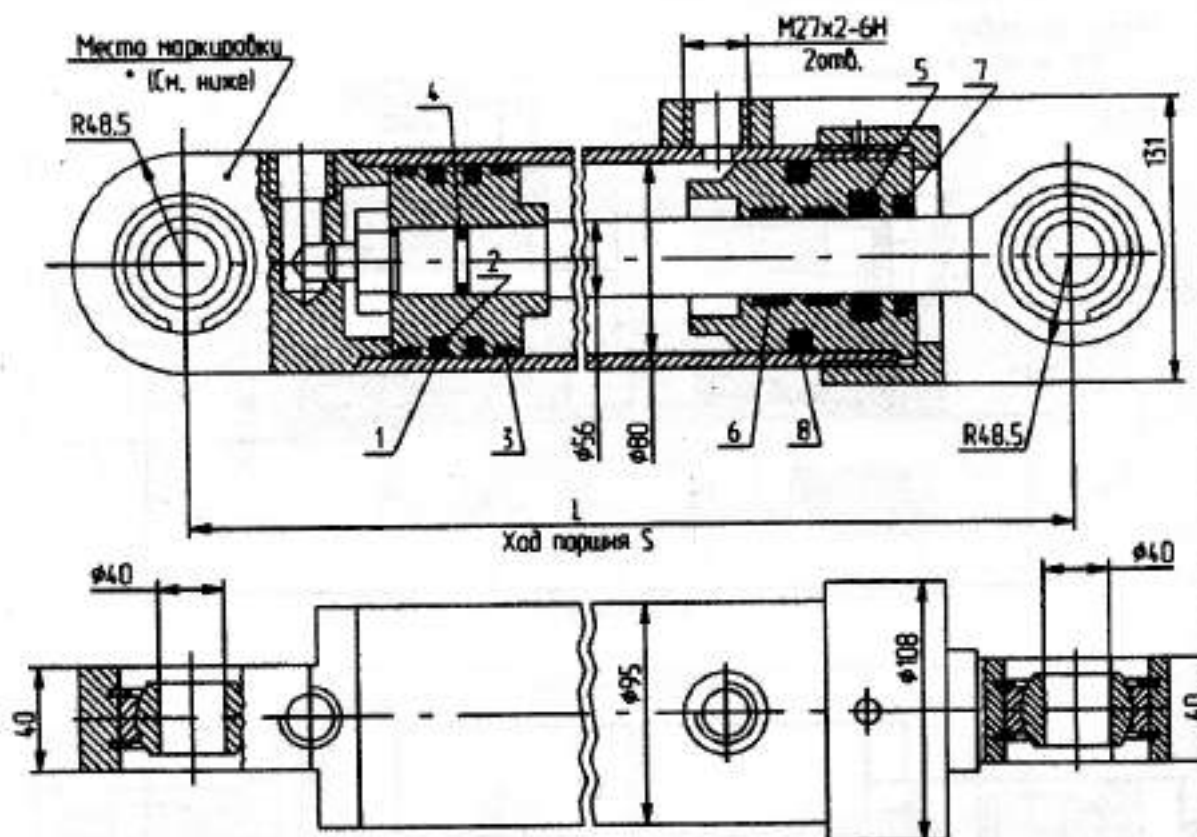


ГИДРОЦИЛИНДР ГЦК-80.56xS.11

№ 5

Давление, МПа
номинальное 16
максимальное 20
Усилие на штоке, кН (кг):
толкающее 80,38 (8038)
тянущее 40,99 (4099)

Уплотнение по поршню:
поз.1 - уплотнение поршневое - 2 шт.
поз.2 - кольцо поджимное - 2 шт.
поз.3 - кольцо опорно-направляющее - 2 шт.
поз.4 - кольцо резиновое уплотнительное - 1 шт.
Уплотнение по штоку:
поз.5 - уплотнение штоковое - 1 шт.
поз.6 - кольцо опорно-направляющее - 2 шт.
поз.7 - грязесъемник - 1 шт.
поз.8 - кольцо резиновое уплотнительное - 1 шт.



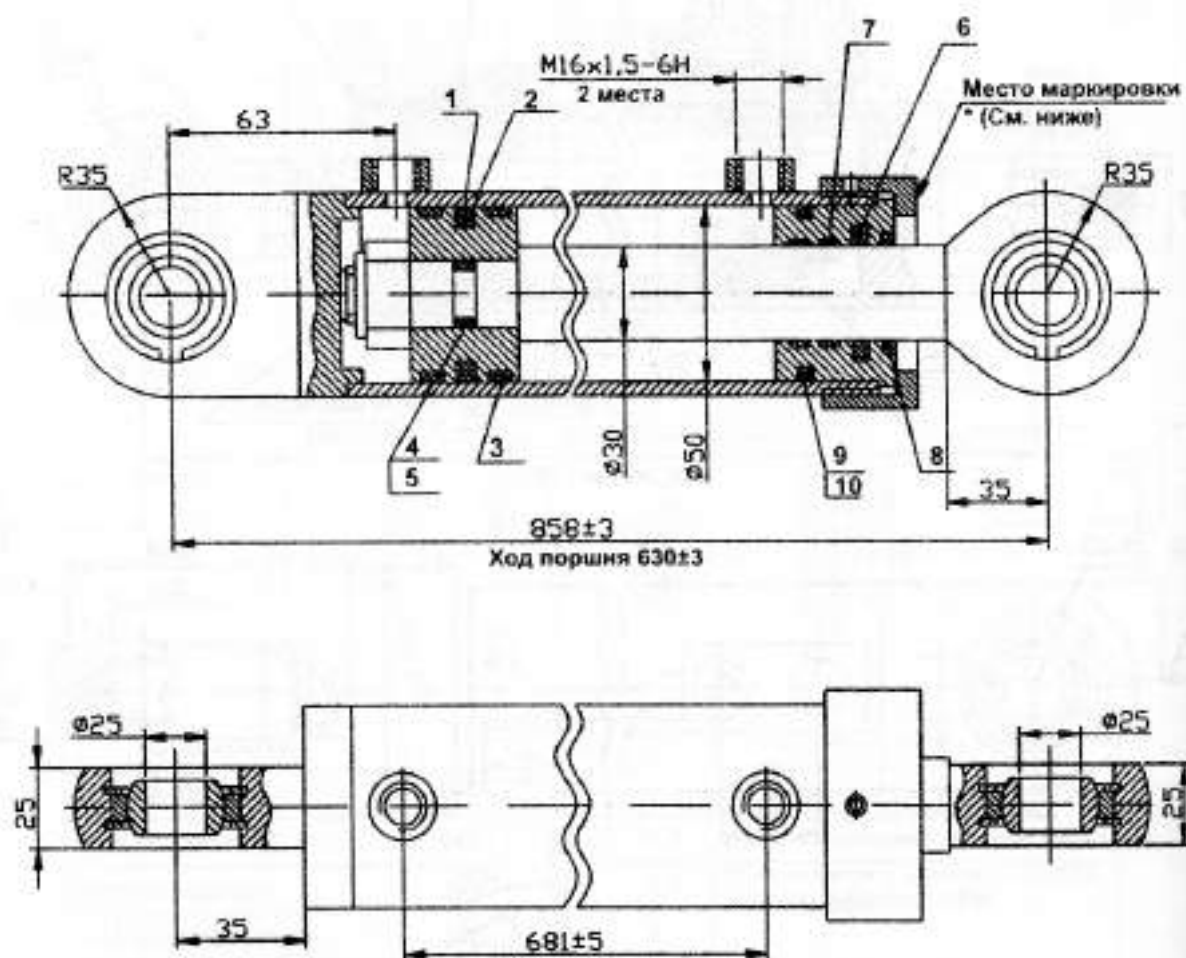
Обозначение	S	L	Масса, кг	Применяемость на машинах
ГЦК -80.56x160.11	160	510	20,3	для открывания ковша экскаваторов: ЭО-2201, -2203, "Борэкс" -2626
ГЦК -80.56x280.11	280	645	26	для отвала экскаваторов ЭО-2621А, В, В1, В2, В3, -2201, -2203, -2629
ГЦК -80.56x400.11	400	765	31	для подъема ковша погрузчиков: ТО-18А, -18Б, 18Д, -28, -28, ЭО-2201, -43, ДЗ-133; экскаваторов ЭО-2201, "Борэкс"
ГЦК -80.56x560.11	560	925	38,5	для подъема стрелы погрузчиков: ТО-49, ЭО-2626, -2203, ДЗ-133
ГЦК -80.56x630.11	630	1010	41,3	для погрузчика экскаваторов ЭО-2626, -2626А, -2627, -2628, "Борэкс", -2626
ГЦК -80.56x700.11	700	1100	47,2	для ковша экскаваторов: ЭО-2626, -2201, -2203, "Борэкс" -2626, ЭО-2628; для мусоровоза АМК-920
ГЦК -80.56x900.11	900	1250	52,3	для рукояти и ковша экскаваторов: ЭО-2621А, В, В1, В2 -2203, -2626, ТО-49; полуприцепа -автовоза мод. А956М-02/03

ГИДРОЦИЛИНДР ГЦК-50.30x630.11

№ 6

Давление, МПа
номинальное 16
максимальное 20
Усилие на штоке, кН (кг)
толкающее 31,4 (3140)
тянущее 20 (2000)
Масса, кг 17

Уплотнение по поршню:
поз.1 - уплотнение поршневое - 1 шт.
поз.2 - кольцо поджимное - 1 шт.
поз.3 - кольцо опорно-направляющее - 2 шт.
поз.4 - кольцо резиновое уплотнительное - 1 шт.
поз.5 - кольцо защитное - 2 шт.
Уплотнение по штоку:
поз.6 - уплотнение штоковое - 1 шт.
поз.7 - кольцо опорно-направляющее - 2 шт.
поз.8 - пружинящий - 1 шт.
Уплотнение "корпус-крышка передняя":
поз.9 - кольцо резиновое уплотнительное - 1 шт.
поз.10 - кольцо защитное - 1 шт.

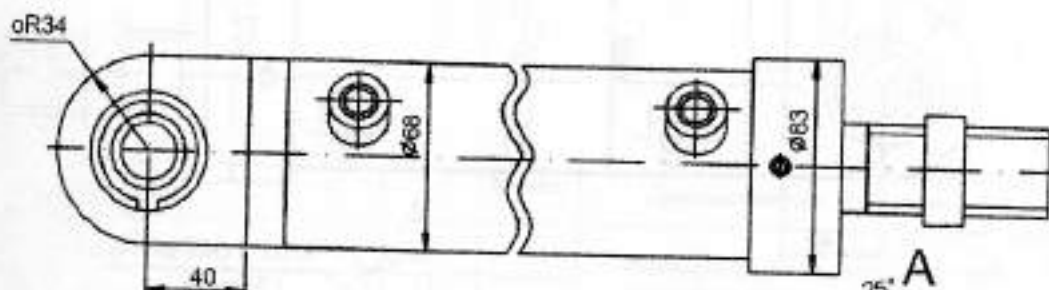
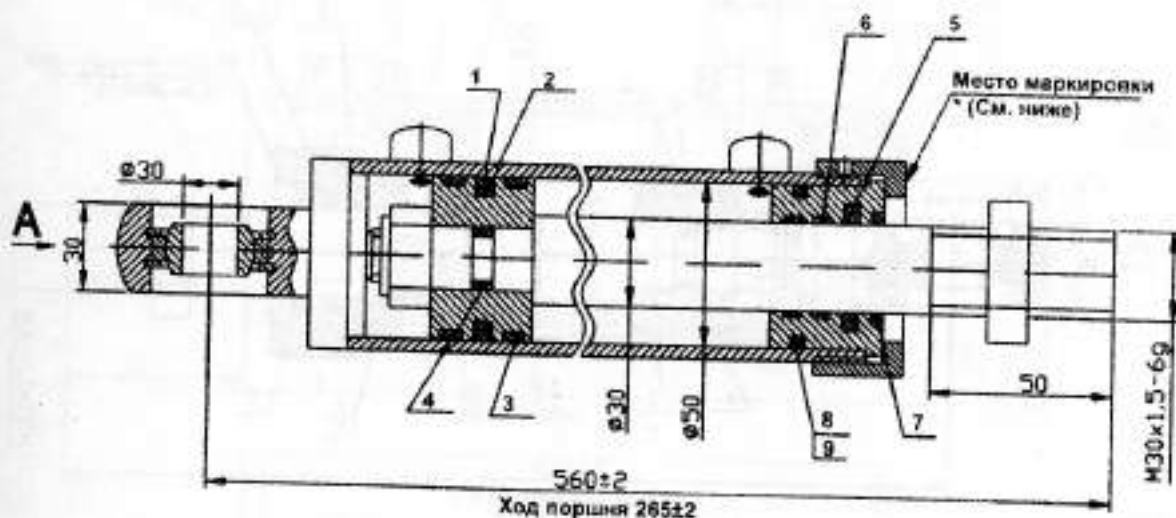


ГИДРОЦИЛИНДР ГЦК-50.30x265.13 (ДЗ.122.06.30.000-03)

№ 7

Давление, МПа
номинальное 12
Усилие на штоке, кН (кг)
толкающее 23,56 (2356)
тянущее 15,07 (1507)
Масса, кг 10,4

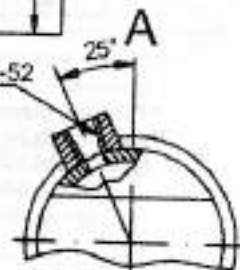
Уплотнение по поршню:
поз.1 - уплотнение поршневое - 1 шт.
поз.2 - кольцо поджимное - 1 шт.
поз.3 - кольцо опорно-направляющее - 2 шт.
поз.4 - кольцо резиновое уплотнительное - 1 шт.
Уплотнение по штоку:
поз.5 - уплотнение штоковое - 1 шт.
поз.6 - кольцо опорно-направляющее - 2 шт.
поз.7 - грязесъемник - 1 шт.
Уплотнение "корпус-крышка передняя":
поз.8 - кольцо резиновое уплотнительное - 1 шт.
поз.9 - кольцо защитное 1 шт.



* Пример маркировки:
ГЦК 50.30x265.13
(ДЗ.122.06.30.000-03)
11.04

Применяется для рулевого управления
автогрейдеров ДЗ-122Б, ДЗ-122Б-7

К 1/2" ГОСТ 6111-52
2 места

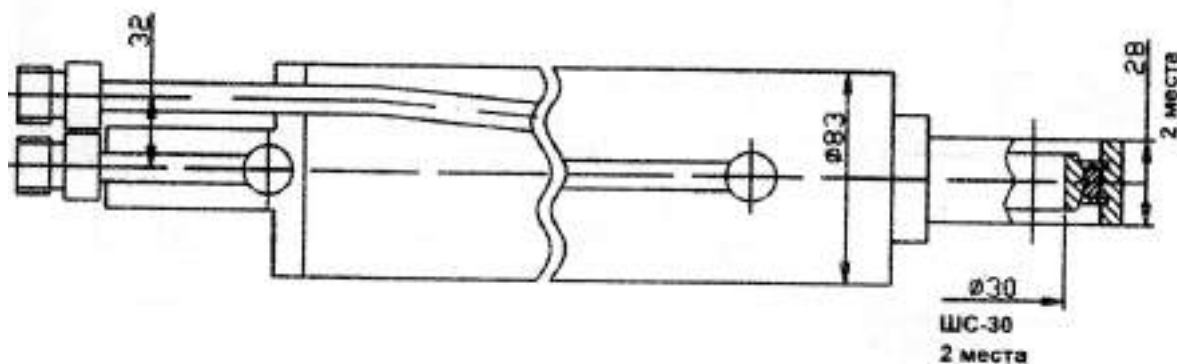
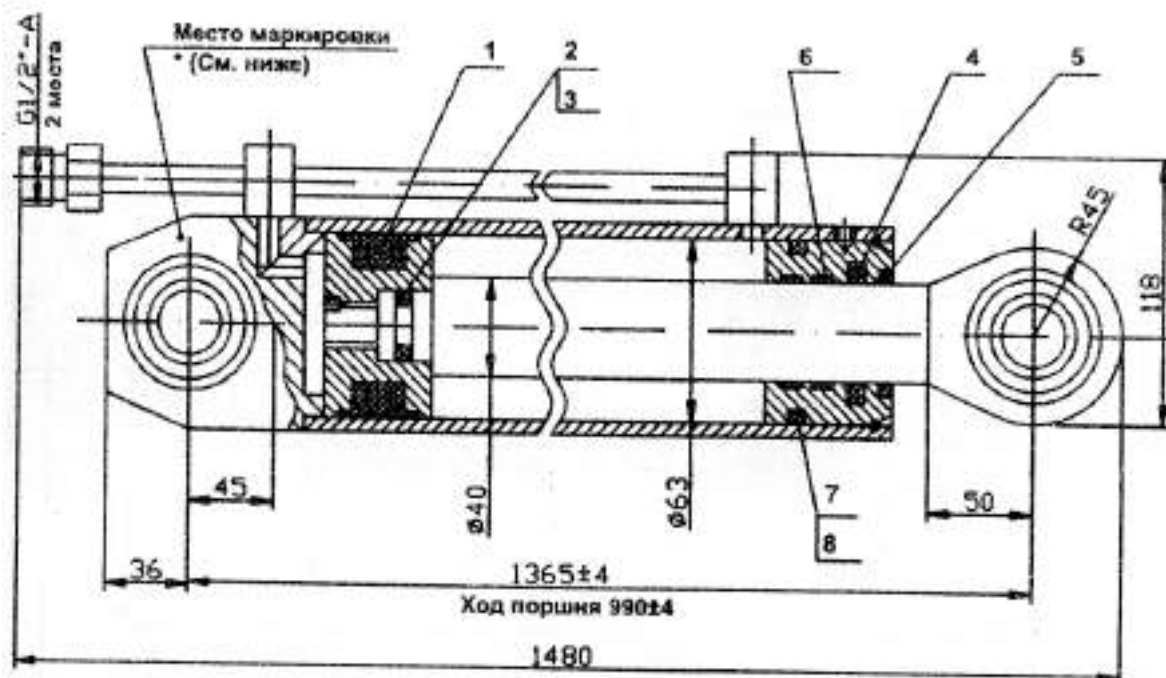


ГИДРОЦИЛИНДР ГЦК-63.40x990.11

№ 8

Давление, МПа
номинальное 20
Усилие на штоке, кН (кг)
толкающее 62,31 (6231)
тянущее 37,19 (3719)
Масса, кг 35,6

Уплотнение по поршню:
поз.1 - уплотнение - 1 шт.
поз.2 - кольцо резиновое уплотнительное - 1 шт.
поз.3 - кольцо защитное - 2 шт.
Уплотнение по штоку:
поз.4 - манжета - 1 шт.
поз.5 - грязесъемник - 1 шт.
поз.6 - кольцо опорное - 2 шт.
Уплотнение "корпус-крышка передняя":
поз.7 - кольцо резиновое уплотнительное - 1 шт.
поз.8 - кольцо защитное - 1 шт.



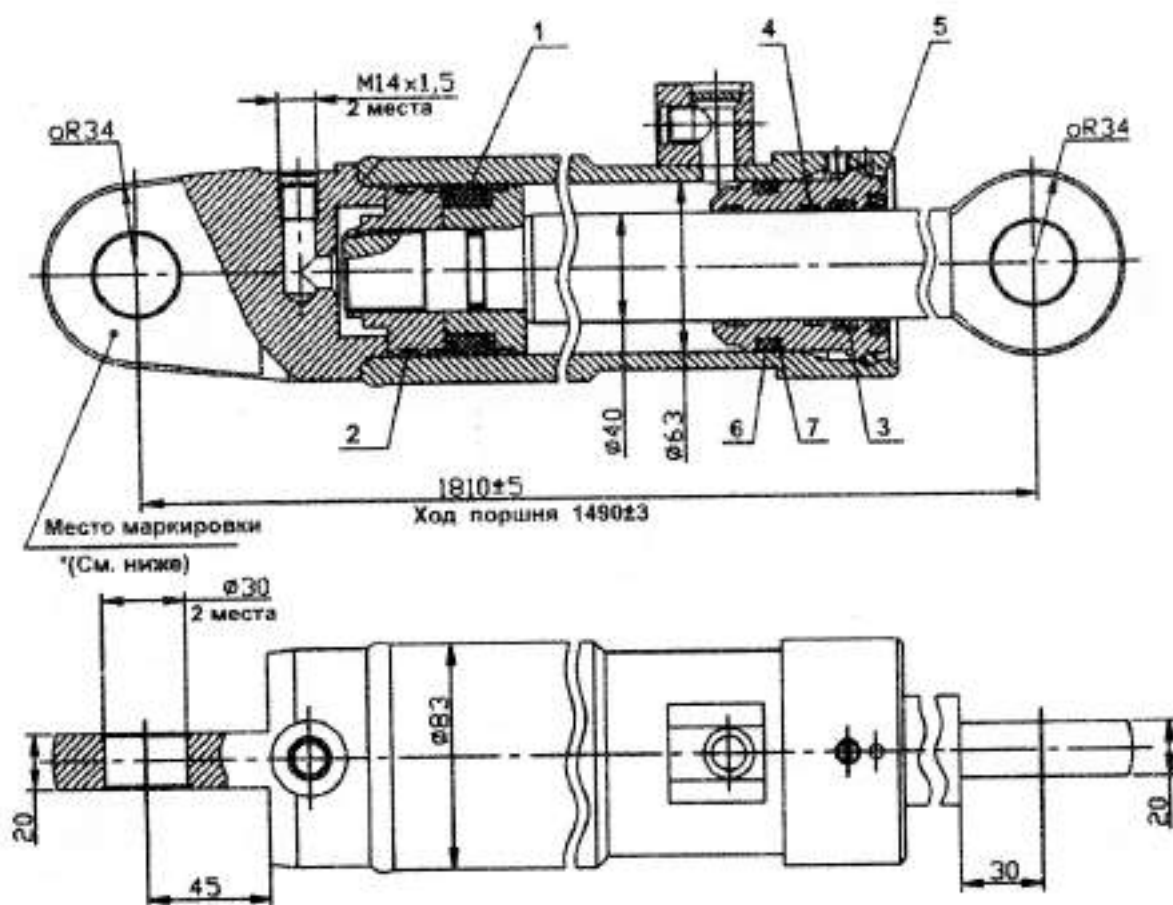
* Пример маркировки:
ГЦК-63.40x990.11
08.03

ГИДРОЦИЛИНДР ГЦК-63.40x1490.17

№ 9

Давление, МПа
номинальное 18
Усилие на штоке, кН (кг)
толкающее 56,08 (5608)
тянущее 33,47 (3347)
Масса, кг 49

Уплотнение по поршню:
поз.1 - уплотнение поршневое - 1 шт.
поз.2 - кольцо опорно-направляющее - 1 шт.
Уплотнение по штоку:
поз.3 - манжета - 1 шт.
поз.4 - кольцо опорное - 2 шт.
поз.5 - грязесъемник - 1 шт.
Уплотнение "корпус-крышка передняя":
поз.6 - кольцо резиновое уплотнительное - 1 шт.
поз.7 - кольцо защитное - 1 шт.



МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»



МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ
по выполнению практических заданий по дисциплине
Б1.О.29 КОМПЬЮТЕРНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ
В МАШИНОСТРОЕНИИ

Специальность

15.05.01 Проектирование технологических машин и комплексов

Специализация № 24

Проектирование технологических машин и комплексов

форма обучения: очная

год набора: 2024

Автор: Шестаков В. С., канд. техн. наук, профессор

Одобрено на заседании кафедры

Горных машин и комплексов
(название кафедры)

Зав.кафедрой

(подпись)

Лагунова Ю.А.
(Фамилия И.О.)

Протокол № 1 от 06.09.2023
(Дата)

Рассмотрено методической комиссией
факультета

Горно-механического
(название факультета)

Председатель

(подпись)

Осипов П.А.
(Фамилия И.О.)

Протокол № 2 от 20.10.2023
(Дата)

Екатеринбург

ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время конструирование технических объектов выполняется полностью на ЭВМ, что привело к использованию понятия автоматизированное проектирование. Выпускники университета должны уметь работать на ЭВМ в текстовых и графических редакторах, конструкторских пакетах, позволяющих выполнять проектирование машин и оборудования нефтяных и газовых промыслов.

Цель практической работы: обучение студентов конструированию и расчетам с применением компьютерных технологий. Умение использовать компьютерные технологии при проектировании нефтегазового и иного оборудования позволит в последующей профессиональной деятельности разрабатывать оптимальные конструкции с минимальной массой и стоимостью и сократить продолжительность разработки проектов.

Результат изучения дисциплины:

Знать:

- технические задания, эскизные, технические и рабочие проекты и иную документацию при проектировании машин, комплексов, процессов, оборудования, деталей и узлов машиностроительных конструкций - этапы разработки технической и нормативной документации для объектов горного производства;

- основные цифровые программные средства проектирования технологических машин и комплексов

Уметь:

- разрабатывать технические задания, эскизные, технические и рабочие проекты и иную документацию при проектировании машин, комплексов, процессов, оборудования, деталей и узлов машиностроительных конструкций с использованием средств автоматизации проектирования;

- использовать основные цифровые программные средства проектирования технологических машин и комплексов;

Владеть:

- навыками разработки технических заданий, эскизных, технических и рабочих проектов и иной документации при проектировании машин, комплексов, процессов, оборудования, деталей и узлов машиностроительных конструкций с использованием средств автоматизации проектирования;

- навыками применения цифровых программных средств проектирования технологических машин и комплексов.

Указания к выполнению

Практические занятия выполняются под руководством преподавателя на примере создания 3Д деталей, формирования сборочных единиц и оформления чертежей.

Создание указанных документов демонстрируется преподавателем на экране через проектор, студенты повторяют и задают вопросы и появлении затруднений.

Для обучения выбрано упражнение, приведенное в приложении.
Пример выполнения первой детали.

Создание 3Д модели детали «Планка» и оформление чертежа

1. **Начало создания детали.** После загрузки системы Компас (рис. 2.1) выполняется щелчок по значку «Деталь» - появится окно редактора создания детали (рис. 2.2).



Рис. 2.1. Начальное окно

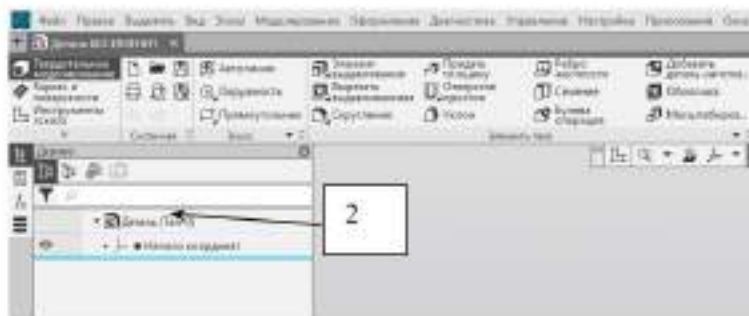


Рис. 2.2. Окно документа «Деталь»

2. Настройка свойства детали: двойной щелчок по «Деталь» (2) в дере-

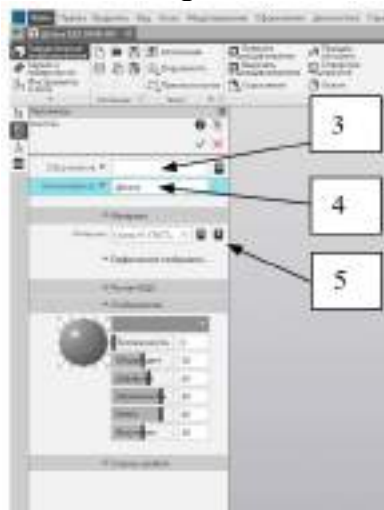


Рис. 2.3. Окно свойств



Рис. 2.4. Задание обозначения

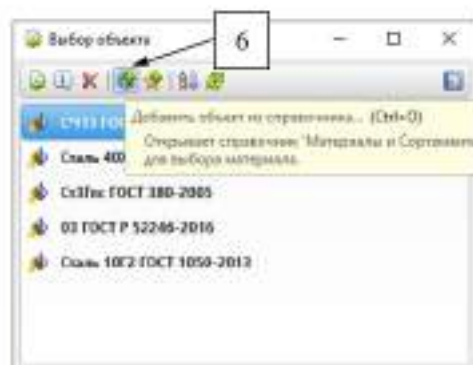


Рис. 2.5. Выбор материала

ве – появится окно свойств (рис. 2.3). Щелчком по окну «Обозначение» (2) вызовем окно ввода (рис. 2.4) и впишем в окно базовой части обозначение для передачи его в последующем в штампы чертежей и спецификацию БН 01.01.004. В окно «Наименование» впишем наименование детали «Планка». Щелчком по кнопке «Выбрать материал из справочника» (5) – на окно выведется окно выбора материала (рис. 2.5), в списке будут материалы, с которыми уже выполнялась работа. Если требуется материал, которого нет в этом списке, то необходимо щелкнуть по кнопке «Добавить материал из справочника» (6) – на экран выведется окно (рис. 2.6). В этом окне необходимо щелкнуть по знаку «+» против нужного материала (7), (8). Если деталь изготавливается из выпускаемого сортамента, то необходимо распагнуть (щелкнуть по «+» против марки материала), распагнуть нужный сортament (на рис. 2.7 выбрана полоса). Щелчками нужно

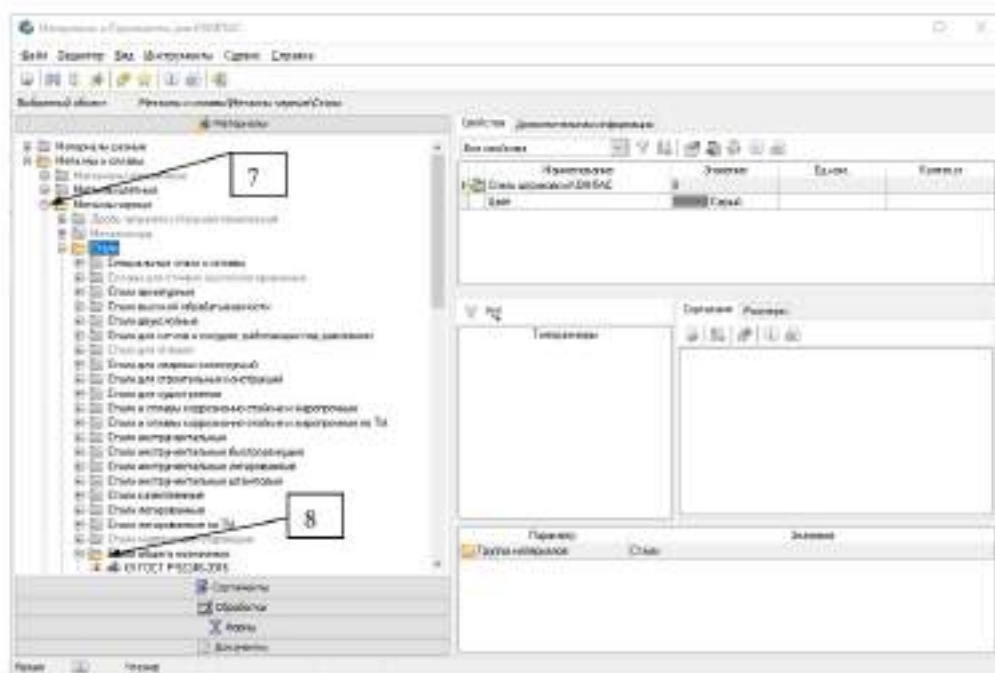


Рис. 2.6. Выбор материала

щелчками отметить выбор (9), (10), (11), щелкнуть по строке «Полоса» (13) и завершить выбор щелчком по кнопке «Выбрать» (13).

3. **Сохранение файла:** щелкнуть по кнопке «Сохранить» и в проводнике выбрать маршрут для папки, в которой будут храниться все файлы создаваемого объекта. Для сохранения предлагается имя файла, включающего обозначение и наименование детали. Это очень удобно для поиска нужного файла – на чертеже детали имеется в штампе обозначение и наименование такое же имя, что и файла.

4. **Разработка проекта создания детали планка** (рис. 2.8). Этот этап является очень важным и позволяет сократить время проектирования объекта. При разработке проекта определяются из каких элементов будет состоять деталь, какие эскизы потребуются для каждого элемента, где должна располагаться исходная точка.

Рассмотрим проект нашей детали планка. Планку можно создать несколькими способами.

1 - планка состоит из двух элементов: первый представляет собой планка

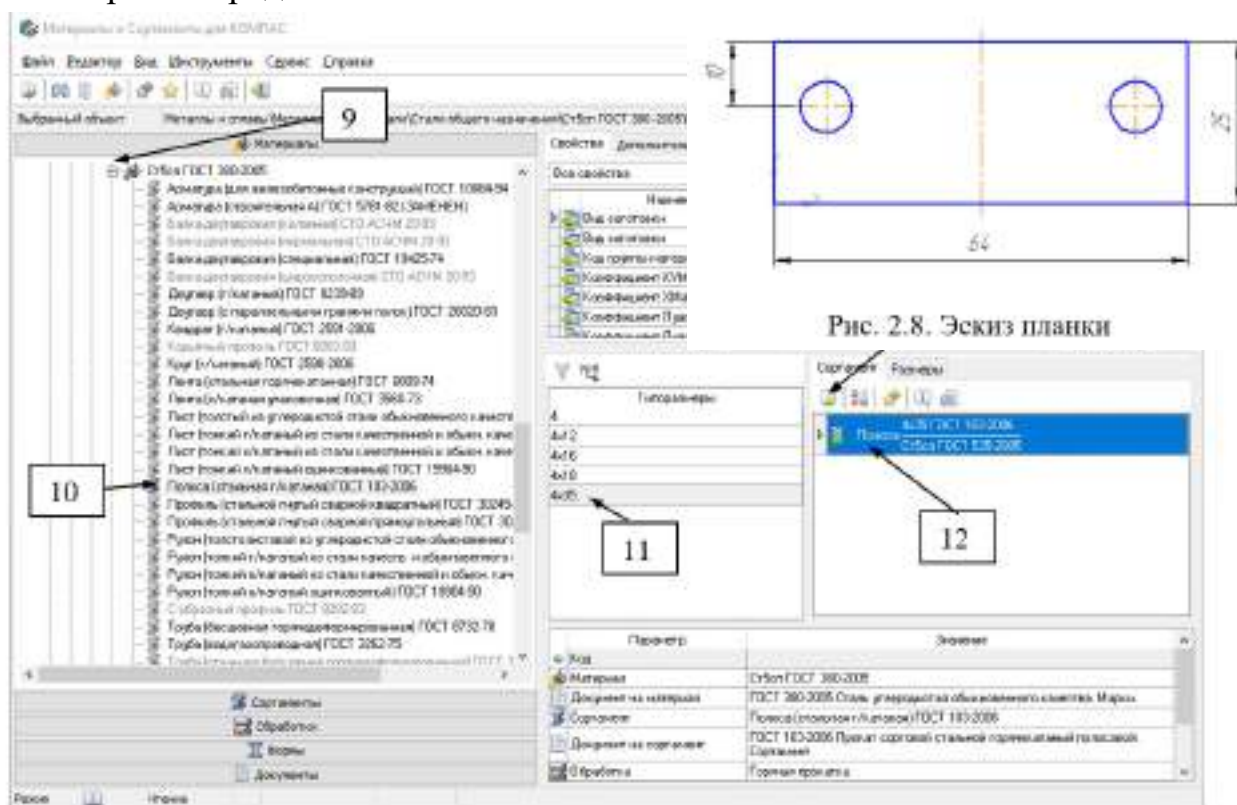


Рис. 2.7. Выбор материала и сортамента

без отверстий и создается элементом выдавливания из эскиза прямоугольника, второй элемент отверстия создается операцией вырез выдавливанием из эскиза включающего две окружности, исходная точка на оси симметрии планки.

2 - планка состоит из трех элементов: первый представляет собой планка без отверстий и создается элементом выдавливания из эскиза прямоугольника,

второй элемент одно отверстие создается операцией вырез выдавливанием из эскиза, включающего окружность, исходная точка на оси симметрии планки.

3 - планка состоит из одного элемента собственно: первый представляет собой планка без отверстий и создается элементом выдавливания из эскиза прямоугольника, второй элемент одно отверстие создается операцией вырез выдавливанием из эскиза включающего окружность, исходная точка на оси симметрии планки, третий элемент образуется операцией зеркального отражения второго элемента, исходная точка на оси симметрии планки.

Первый и второй элементы соответствуют реальному процессу: из полосы фрезой отделяется прямоугольник 64x25, затем на сверлильном станке сверлятся два отверстия диаметром 8. В дереве для первого варианта будет два элемента выдавливания, для второго варианта будет три элемента (два выдавливания и зеркальное отражение).

Третий вариант не соответствует реальному процессу, так как за одну операцию отрезается прямоугольник и сразу же появляются отверстия. Достоинством такого варианта всего одна операция, недостатком – более сложный эскиз. Целью учебного курса является обучение всем возможностям системы Компас, для этой цели большие обучающие функции будут у третьего варианта. При создании эскиза будут рассмотрено применение ограничений. Применение массивов с зеркальным отражением рассмотрим на других примерах.

5. Создание эскиза. Для детали по третьему варианту эскиз соответствует виду сверху (рис. 2.8). Эскиз создается на стандартной плоскости и чтобы проще было создавать чертеж для него выберем плоскость «Сверху». Для выбора плоскости на панели быстрого доступа (рис. 2.9) распахиваем вкладку «Ориентация» (14), щелчок по пиктограмме вида сверху (15) – к нам



Рис. 2.9. Панель быстрого доступа

повернется плоскость, соответствующая виду сверху. Это плоскость ХУ (синяя). Щелчком выделим плоскость (появятся маркеры), затем щелчком по кнопке «Эскиз» (16) входим в редактор. Информация, что мы находимся в эскизе: в дереве появится строка «Эскиз 1» с замочком, а в правом верхнем углу появится знак эскиза.

6. **Построение эскиза.** Щелчок по кнопке «Прямоугольник» (17), прорисуем основным типом линии прямоугольник чуть выше исходной точки (18). Значение высоты и ширины прямоугольника вводить не нужно, так как все равно будут устанавливаться размеры и значения лучше задавать размерам, это будет быстрее.

Проставим размеры: щелчок по кнопке авторазмеры (19), наводим на сторону прямоугольника и когда сторона приобретет красный цвет, нажимаем левую кнопку, отводим курсор выше (ниже) стороны и выполняем щелчок, появится окно ввода значения, с клавиатуры набираем значение, после нажатия

клавиши Enter или щелчка по V размер будет задан (20), а прямоугольник изменится. Также проставляем второй размер (рис. 2.10).

Задание ограничений. Если навести курсор на любую сторону прямоугольника, нажать левую кнопку и, не отпуская ее, переместить мышь, то увидим, что прямоугольник переместится относительно исходной точки. Почему нужно запрещать такое перемещение?. При смещении эскиза сместится также вид чертежа по этой детали, т. е. чертеж может стать невозможным для применения при изготовлении детали. Может также испортится сборка, если для фиксации компонентов применялись плоскости. Исходя из этого прямоугольник нужно закрепить к исходной точке. Закрепление можно выполнить размерами, но по требованиям ЕСКД «лишние» размеры не



Рис. 2.10. Создание эскиза

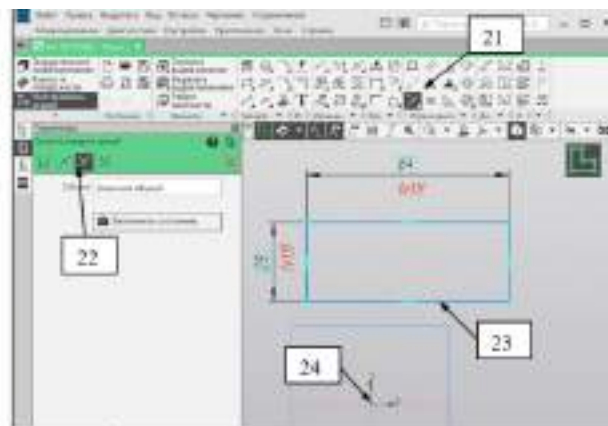


Рис. 2.11. Задание ограничений

допускаются. Система Компас для реализации требуемых построений имеет очень мощный инструмент «Ограничения». Часть ограничений устанавливаются автоматически, говорят, «по умолчанию». Так в прямоугольнике присутствуют ограничения: перпендикулярности между сторонами, горизонтальности и вертикальности. Другие же ограничения задаются командами. Кнопки запуска команд находятся на вкладке «Ограничения». Прямоугольник можно закрепить несколькими способами: использованием ограничения выравнивания средних точек сторон и исходной точки, использованием совпадения середины нижней стороны прямоугольника и исходной точки и другими. Для установления ограничения щелчок по кнопке «Объединение точек» (21) (рис. 2.11), выбрать «Точка на середине кривой», навести на линию и когда она станет красной щелкнуть (23), щелкнуть по исходной точке (24) – прямоугольник переместится в исходную точку и закрепится в ней серединой нижней стороны, теперь уже не удастся перетащить прямоугольник относительно исходной точки.

7. Создание элемента.

7.1. Прием для снижения времени создания.

При создании сложных эскизов возможны ошибки, при наличии которых элемент не получится создать. Таким грубыми ошибками будут наличие пересечений. Если провести одну основную линию поверх другой основной линии, то это будет грубая ошибка. Зрительно увидеть такую ошибку невозможно. Поиск ошибок занимает зачастую больше времени, чем создание нового эскиза. Как сократить время на поиск ошибок?. Можно

порекомендовать следующий прием: вначале создавать не весь эскиз, а только первую очередь, завершить ее созданием элемента, потом вернуться в этот же эскиз, дополнить его новыми элементами и снова проверить его в элементах. Такой прием позволит уменьшать область поиска ошибок. Если после первой очереди ошибок не было, а после второй появилась, то ошибки будем искать во второй очереди эскиза.

7.2. Для создания элемента щелчок по кнопке «Элемент выдавливания» (25) на вкладке «Элемента, тела», в появившемся окне параметров зададим расстояние 4 (26), после щелчка по V и X получим планку без отверстий.

7.3. *Возврат в эскиз* для его дополнения (корректировки). Навести курсор в дереве на наименование «Эскиз 1», правый щелчок (29), из контекстного меню выбрать «Открыть» (30) – выполнится возврат в эскиз..

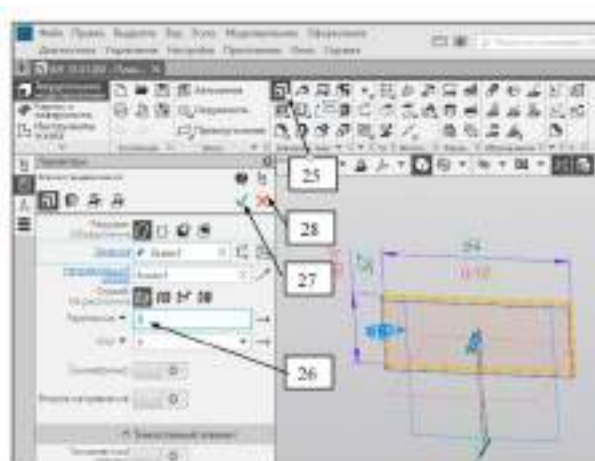


Рис. 2.12. Создание элемента

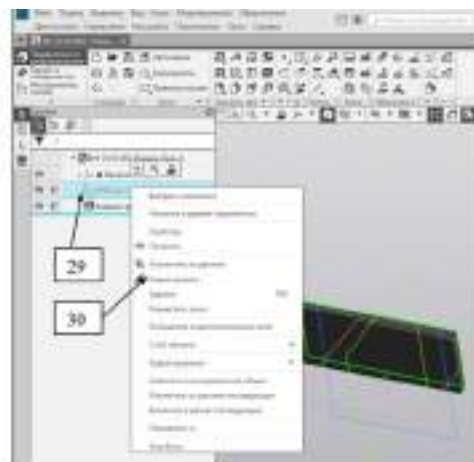


Рис. 2.13. Редактирование эскиза

7.4. *Дополнение эскиза.* Выбираем «Окружность» (31), прорисовываем две окружности, не задавая диаметра в окне свойств (32), (33) (рис. 2.14).. Одну окружность образмериваем: «щелчок» по кнопке «Авторазмер» (34), наводим курсор на окружность и, когда цвет окружности изменится на красный, щелкаем, отводим в сторону и снова «щелчок», вводим с клавиатуры значение «8», для задания размера относительно сторон прямоугольника «щелчок» по центру окружности, наводим курсор на сторону прямоугольника и, когда цвет линии стороны изменится на красный, щелкаем, отводим в сторону и снова «щелчок», вводим с клавиатуры значение 8 относительно левой стороны и 10 относительно верхней стороны. Все размеры окружности заданы.

Задание ограничений для второй окружности. Задать размеры для второй окружности несложно и не займет больше времени, чем задание ограничений, но по правилам ЕСКД избыточные размеры недопустимы, кроме того, при использовании 3Д моделей повторные размеры могут привести к грубым ошибкам. При редактировании пользователь найдет первый размер у окружности и изменит его, а второй размер не будет искать, в результате на чертеже одна окружность изменится, а вторая останется прежней. Исходя из этого, размеры для второй окружности не ставятся, а требуемое положение и диаметр устанавливаются ограничениями.

Исключение размера диаметра. На вкладке ограничения щелчок по кнопке «Равенство» (36) (рис. 2.15), щелчок по первой окружности (37), а затем по второй (38) – тогда окружности станут одинаковыми, и у них появится по две дуги, обозначающие срабатывание равенства.

Исключение размера 10 от стороны прямоугольника. Чтобы исключить повторение размера 10 выполняем щелчок по кнопке «Выравнивание» (39), щелчок по центру одной окружности (40) и по центру другой (41) – центры выравниваются по горизонтали, и появится пунктирная линия, обозначающая ограничение выравнивания.

Исключение размера 8 от стороны прямоугольника. Ограничения, которым бы удалось исключить этот размер без дополнительных построений нет, но если провести две тонкие линии, соединяющие углы прямоугольника с центрами окружностей. То можно будет применить ограничение равенства. Щелчок по элементу эскиза «Отрезок» (42), выберем тип линии «Тонкая» (43), проведем отрезок от центра первой окружности до угла прямоугольника (44) и также для второй (45) (рис. 2.16), щелчок по знаку равенства (36), щелчок по первому отрезку и по второму отрезку – вторая окружность сместится на расстояние 8 мм от правой стороны.



Рис. 2.14. Дополнение эскиза



Рис. 2.15. Дополнение эскиза

Завершение дополнения эскиза. Щелчок по кнопке эскиза (46) – выполняется возврат в объемную деталь. Повторять команду создания элемента **не нужно**.

7.5. Вывод размеров на объемную модель. Введенные в эскизе размеры не видны на детали, и их нельзя передавать на чертеж. Для отображения размеров: меню «Оформление» (47), выбрать «Производные размеры» (48) (рис. 2.17).



Рис. 2.16. Дополнение эскиза



Рис. 2.17. Вывод размеров

В появившемся окне параметров распахнем «Дерево» (49) (рис. 2.18), щелчками в дереве щелчками выделим элементы, размеры которых нужно отобразить (50) – в окне «Объекты» появятся выбранные элементы (51). Щелчками по V (52) и X завершаем – на детали появятся размеры (рис 2.19).



Рис. 2.18. Выбор объектов

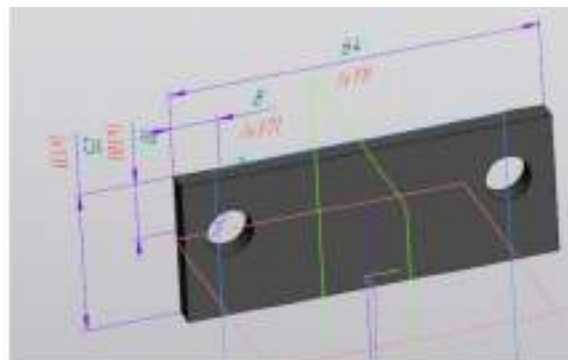


Рис. 2.19. Деталь с выведенными размерами

8. **Редактирование детали.** Изменение размеров детали осуществляется изменением значений размеров. Для этого двойной щелчок по нужному размеру, с клавиатуры выполняется ввод нового значения и после щелчка по V деталь изменится.

9. **Редактирование информации в размерах.** Размеры, выведенные на 3Д могут быть переданы на чертеж, если включить соответствующую команду. На чертеже некоторые размеры по требованиям ЕСКД должны выводиться в ином виде. Так фаску принято обозначать «4х45°». На чертеже редактировать выведенные размеры нельзя, их можно только скрыть и проставить новые. Требуемый для чертежа вид размеров необходимо оформить в эскизах. Для фаски в поле «Текст после» дописать «х45°». В эскизе не требуется ставить знак диаметра, а на чертеже знак должен быть, добавка знака в размер выполняется в поле «Текст до». Для корректировки размера: вернуться в эскиз, щелкнуть по размерам, в окне свойств найти нужное поле и добавить информацию.

ОФОРМЛЕНИЕ ЧЕРТЕЖА ДЕТАЛИ «ПЛАНКА»

1. **Проект оформления чертежа.** На чертеже должен присутствовать вид сверху и разрез по центрам отверстия. Планка предназначена для стопорения от проворачивания, прикручивается винтами к поверхности вилки. Для стопорения планка входит в прорезь оси, зазор 0,5 мм, поэтому никаких точных посадок и допусков форм не требуется.

2. **Способы создания чертежа.** Вид сверху может быть установлен двумя способами щелчком по кнопке «Создать чертеж по модели» - при этом откроется пустой чертеж и окно параметров для выбора вида, указания масштаба и др. Второй способ открывается новый документ «Чертеж», настраивается

формат, затем выполняется вставка или трех стандартных видов или одного вида.

3. **Вставка вида сверху.** Рассмотрим второй способ. Через меню «Файл», «Создать», «Чертеж» - появится чертеж с форматом А4 (если ранее в настрой-

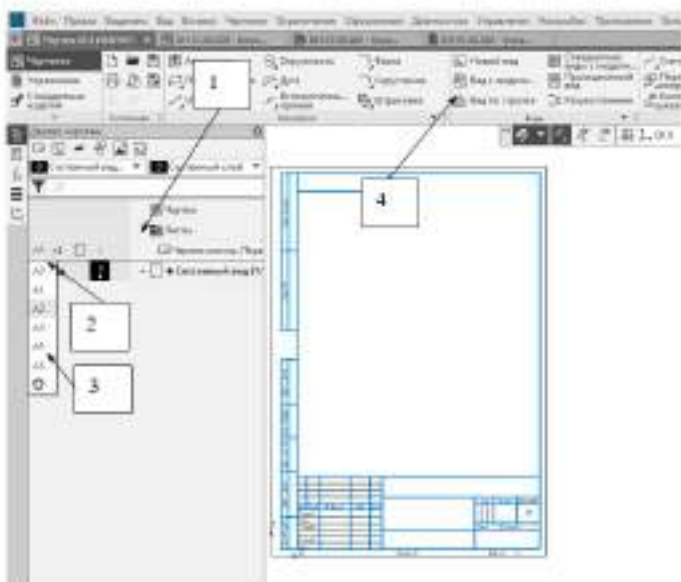


Рис. 3.1. Настройка формата листа

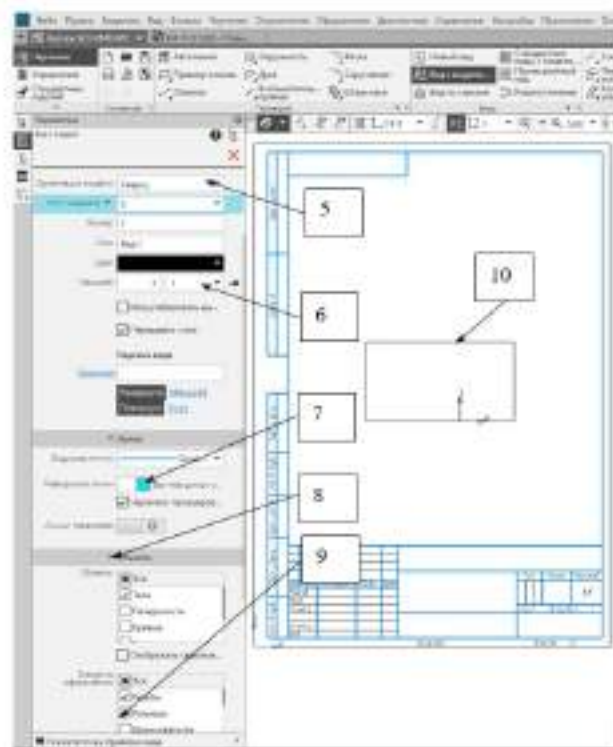


Рис. 3.2. Задание параметров вида

ках не указан другой формат). Для выбора нужного формата (в нашем случае А4 поэтому настройки не требуется) распахнем «Листы» (1), щелкнем по А4 (2), укажем нужный формат (3), щелкнем по ориентации. Для вставки вида: щелчок по кнопке «Вид с модели» (4) (рис. 3.1), укажем деталь планка, в окне параметров распахнем поле «Ориентация модели» и выберем вид «Сверху» (5), если требуется распахнем «Масштаб» и выберем нужный (6), если нужно вывести невидимые линии, переключим переключатель (7), распахнем «Объекты», если нужно вывести размеры, то поставим отметку в поле «Размеры» (9), наведем прямоугольник вида в нужное место листа и щелчком закрепим его (10).

4. **Создание разреза АА.** Щелчок по кнопке «Разрез» (11), прицелиться против центра отверстия, по которому проводится линия разреза чуть левее вида, щелкнуть (12), прицелиться также против правого отверстия правее вида и также щелкнуть (13), сместить мышь низ, чтобы стрелка разреза смотрела вверх и щелкнуть, отвести вид разреза вверх и щелчком закрепить разрез (рис. 3.3) – на чертеже появится разрез.

5. **Оформление чертежа.** Включим параметрический режим щелчком по соответствующей кнопке (15).

Вставка обозначения центра: щелчок по кнопке «Обозначение центра»

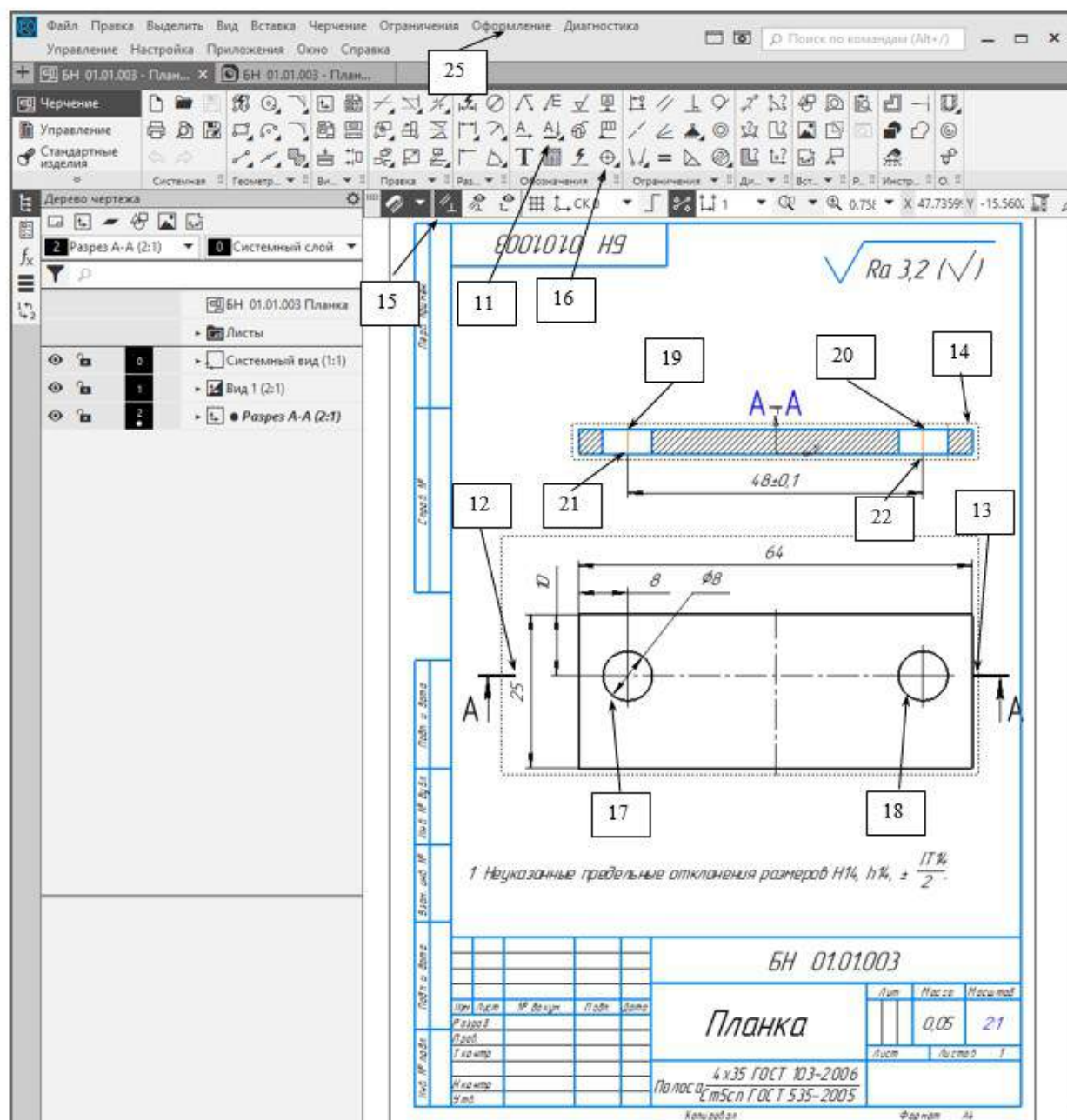


Рис. 3.3. Создание разреза.

(16) на вкладке «Оформление», навести на окружность (17), (18), выбрать движением мыши нужное направление (для горизонтального положения держать нажатой клавишу Shift), щелчком закрепить положение.

Простановка осевых линий. Распахнуть панель «Обозначения» и выбрать «Осевая» щелкнуть по точке, откуда должна начинаться осевая, а затем по второй точке, в которой осевая будет заканчиваться – между ними появится осевая.

6. **Простановка размеров.** На созданном чертеже часть размеров переданы с модели, но там не было расстояния между отверстиями. Дополняют размеры нужно при включенном параметрическом режиме. При простановке в параметрическом режиме при изменении размеров модели размеры на чертеже изменятся соответственно. Для размера выбираем «Аторазмер», щелчком по точкам между которыми ставится размер, затем нажмем любую клавишу кроме пробела – появится окно настройки размера. В этом окне можно указать знак диаметра. Для задания отклонения $\pm 0,1$ выполняем щелчок по кнопке $\pm$, в появившемся окне (рис. 3.4) вводим значения (23), (24).



Рис. 3.4. Задание отклонений

7. **Редактирование информации в размерах.** В п. 3 показано, как передать размеры из эскиза и элементов в чертеж. На чертеже некоторые размеры по требованиям ЕСКД должны выводиться в ином виде. Так фаску принято обозначать «4х45°». На чертеже редактировать выведенные размеры нельзя, их можно только скрыть и проставить новые. Требуемый для чертежа вид размеров необходимо оформить в эскизах. Для фаски в поле «Текст после» дописать «х45°». В эскизе не требуется ставить знак диаметра, а на чертеже знак должен быть, добавка знака в размер выполняется в поле «Текст до». Для корректировки размера: вернуться в эскиз, щелкнуть по размерам, в окне свойств найти нужное поле и добавить информацию.

8. **Заполнение штампа:** выполнить двойной щелчок по штампу, заполнить поля и завершить щелчком по V.

9. **Задание** неуказанной шероховатости: щелчок по пункту меню «Оформление» (25), выбор «Неуказанная шероховатость», «Ввод», в окне свойств щелчок по полю «Текст», - в значке шероховатости выполняем двойной щелчок по активному полю и появившейся форме выбираем Ra или Rz, а затем значение шероховатости 3,5, выполняем щелчок по кнопке V.

10. **Ввод технических требований:** щелчок по пункту меню «Оформление» (25), выбор «Технические требования», «Задать», в появившейся форме ввести необходимое. Если можно ввести типовый текст, то нужно выполнить правый щелчок, выбрать «Типовой текст», распаковать «Технические требования», «Общие», найти нужный текст и выполнить по нему двойной щелчок. Иногда технические требования размещаются не над штампом, а слева от листа. Для переноса необходимо «Оформление» (25), выбор «Технические требования», «Разместить», поджать рамку с техническими требованиями и перетащить над штамп.

11. **Сохранить** чертеж: выполнить щелчок по кнопке «Сохранить» - будет предложено имя, такое же как и у детали.

Перв. примен.	БН 02.06.01.03				√ Ra 3,2 (√)											
Стор. №																
Подп. и дата	1 Неуказанные предельные отклонения размеров H14, h14, $\pm \frac{IT14}{2}$.															
Инв. № вкл.	БН 02.06.01.03				Планка Ст5пс ГОСТ 380-2005											
Взам. инв. №																
Подп. и дата																
Инв. № подл.																
Изм. / лист																
Разраб.					<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 20px;">Лит.</td> <td style="width: 20px;">Масса</td> <td style="width: 20px;">Масштаб</td> </tr> <tr> <td></td> <td>0,05</td> <td>2:1</td> </tr> <tr> <td colspan="2">Лист</td> <td>Листов 1</td> </tr> </table>			Лит.	Масса	Масштаб		0,05	2:1	Лист		Листов 1
Лит.	Масса	Масштаб														
	0,05	2:1														
Лист		Листов 1														
Проб.																
Г. контр.																
Н. контр.																
Утв.																

Копировал

Формат А4

**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**

**Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования**

«Уральский государственный горный университет»

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по учебно-методическому
комплексу _____ С.А.Упоров



МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

**по организации самостоятельной работы и задания для обучающихся
по дисциплине**

**Б1.О.29 КОМПЬЮТЕРНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ
В МАШИНОСТРОЕНИИ**

Специальность

15.05.01 Проектирование технологических машин и комплексов

Специализация № 24

Проектирование технологических машин и комплексов

Автор: Шестаков В. С., канд. техн. наук, профессор

Одобрено на заседании кафедры

Горных машин и комплексов
(название кафедры)

Зав.кафедрой

Лагунова Ю.А.
(Фамилия И.О.)

Протокол № 1 от 06.09.2023
(Дата)

Рассмотрено методической комиссией
факультета

Горно-механического
(название факультета)

Председатель

Осипов П.А.
(Фамилия И.О.)

Протокол № 2 от 20.10.2023
(Дата)

Екатеринбург

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	3
1. Повторение материала лекций	4
2. Самостоятельное изучение тем.....	5
3. Подготовка к практическим (семинарским) занятиям	6
4. Выполнение самостоятельного домашнего задания.....	7
4.1. Задания для самостоятельной работы	7
4.2. Порядок выполнения.....	7
4.3. Оформление и порядок защиты	7
5. Подготовка и написание контрольной работы.....	7
Литература.....	8

ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время проектирование технических объектов выполняется полностью на ЭВМ, что привело к использованию понятия автоматизированное проектирование. Выпускники университета должны уметь работать на ЭВМ в текстовых и графических редакторах, конструкторских пакетах, позволяющих выполнять проектирование машин и оборудования нефтяных и газовых промыслов.

Цель самостоятельной работы: обучение студентов проектированию и расчетам с применением компьютерных технологий. Умение использовать компьютерные технологии при проектировании объектов машиностроения позволит в последующей профессиональной деятельности разрабатывать оптимальные конструкции с минимальной массой и стоимостью и сократить продолжительность разработки проектов.

В методических указаниях приведен один из вариантов типового задания для самостоятельной работы, практикуется применение индивидуальных заданий, соответствующих выбранному студентом направлению будущей работы. Такими заданиями являются разработка проекта отдельных механизмов и узлов экскаваторов, дробилок, буровых установок и т.п.

Соответствие самостоятельной работы компетенциям Государственного стандарта.

При изучении дисциплины студенты наряду с другими осваивали следующие направления:

- проведение расчетов с использованием программных модулей,
- создание проектов объектов машиностроения с использованием конструкторских пакетов 3D моделирования, в частности конструкторского пакета Компас 3D.

Эти направления соответствуют следующим компетенциям Государственного стандарта:

способен разрабатывать техническую и нормативную документацию для машиностроительного производства, испытания, модернизации, эксплуатации, технического и сервисного обслуживания и ремонта горных машин и оборудования различного функционального назначения с учетом требований экологической и промышленной безопасности (ПК-1).

способен работать с программными продуктами общего и специального назначения для моделирования горных машин и оборудования, реализовывать мероприятия по совершенствованию и повышению технического уровня техники, обеспечению конкурентоспособности горных машин и оборудования в современных экономических условиях (ПК-6)

Результат изучения дисциплины:

Знать:

- технические задания, эскизные, технические и рабочие проекты и иную документацию при проектировании машин, комплексов, процессов, оборудования, деталей и узлов машиностроительных конструкций - этапы разработки технической и нормативной документации для объектов горного производства;
- основные цифровые программные средства проектирования технологических машин и комплексов

Уметь:

- разрабатывать технические задания, эскизные, технические и рабочие проекты и иную документацию при проектировании машин, комплексов, процессов, оборудования, деталей и узлов машиностроительных конструкций с использованием средств автоматизации проектирования;
- использовать основные цифровые программные средства проектирования технологических машин и комплексов;

Владеть:

- навыками разработки технических заданий, эскизных, технических и рабочих проектов и иной документации при проектировании машин, комплексов, процессов, оборудования, деталей и узлов машиностроительных конструкций с использованием средств автоматизации проектирования;
- навыками применения цифровых программных средств проектирования технологических машин и комплексов.

1. ПОВТОРЕНИЕ МАТЕРИАЛА ЛЕКЦИЙ

Тема 1: Общие сведения о графических конструкторских пакетах, о пакетах прочностного анализа.

Конструкторские пакеты 2D и 3D моделирования AutoCAD, Компас, SolidWorks, достоинства 3D моделирования по сравнению с пакетами «плоского» создания чертежей [4-6].

Тема 2: Графический пользовательский интерфейс конструкторского пакета трехмерного параметрического моделирования.

Начальное окно, окна при работе в эскизах, панели инструментов [4-6]..

Тема 3: Основные понятия и принципы работы в конструкторском пакете трехмерного параметрического моделирования.

Понятие о плоскостях, открытие эскиза, параметризация, простановка размеров. Создание деталей в конструкторском пакете трехмерного параметрического моделирования. Создание проекта деталей. Выбор начального элемента. Основные операции «выдавливания», «поворота», «кинематическая», «по сечениям» [4-6]..

Тема 4: Использование параметрических связей в эскизах, деталях и сборочных единицах.

Связи при простановке размеров, использование переменных для деталей и сборочных единиц [4-6]..

Тема 5: Создание 3D моделей деталей в конструкторских пакетах.

Выбор плоскости для первого эскиза. Требование к эскизам. Применение операций выдавливания, поворота, кинематической и по сечениям. Построение граней предыдущих элементов для построения эскиза [1,4-6]..

Тема 6: Создание сборок в конструкторском пакете.

Выбор первой детали, фиксация ее, вставка детали в сборку, задание сопряжений [1, 4-6].

Тема 7: Построение чертежей трехмерных моделей деталей и сборочных единиц.

Создание рабочих чертежей по 3D моделям деталей. Создание сборочных чертежей, оформление спецификаций [1, 4-6]..

Тема 8: Создание спецификаций.

Оформление позиций на чертежах, расположение спецификаций на сборочных чертежах, формирование связей позиций спецификаций и чертежа [4-6].

Тема 9: Общие сведения о системе автоматизированного расчета и проектирования машин, механизмов и конструкций APM WinMachine.

Статический и динамический расчеты. Построение расчетной схемы. Виды элементов для расчетных моделей. Понятия и виды опор. Виды нагрузок [2, 3, 8].

Тема 10: Проектирование стержневых конструкций WinStructure 3D.

Формирование расчетной стержневой конструкции. Задание закреплений, приложение нагрузок, задание материала, стандартных и пользовательских сечений. Примеры расчета балок, рамных конструкций, ферм. Рекомендации по заданию опор, нагрузок [2, 3, 8].

Тема 11: Проектирование пластинчатых конструкций.

Формирование расчетной схемы, задание закреплений, приложение нагрузок, задание материала. Задание толщины, использование пластинчато-стержневых конструкций. Прямоугольные и треугольные пластинчатые элементы. Создание отверстий. Примеры расчета [2, 3, 8].

Тема 12: Расчет напряженно-деформированного состояния объемных тел.

Расчет деталей и сборочных единиц. Задание контактных сопряжений. Рекомендации по закреплениям и приложению нагрузок. Примеры расчета [2, 3, 8].

Тема 13: Расчет соединений в модуле APM Joint.

Сварные соединения. Болтовые и заклепочные соединения. Формирование расчетной схемы, приложение нагрузок. Примеры расчета [2, 3, 8].

Тема 14: Расчет соединений в модуле механических передач APM Trans.

Формирование расчетной схемы, приложение нагрузок. Примеры расчета [2, 3, 8].

2. САМОСТОЯТЕЛЬНОЕ ИЗУЧЕНИЕ ТЕМ

Тема 1: Общие сведения о графических конструкторских пакетах, о пакетах прочностного анализа.

Конструкторские пакеты 2D и 3D моделирования AutoCAD, Компас, SolidWorks, достоинства 3D моделирования по сравнению с пакетами «плоского» создания чертежей [4-6].

Тема 2: Графический пользовательский интерфейс конструкторского пакета трехмерного параметрического моделирования.

Начальное окно, окна при работе в эскизах, панели инструментов [4-6].

Тема 3: Основные понятия и принципы работы в конструкторском пакете трехмерного параметрического моделирования.

Понятие о плоскостях, открытие эскиза, параметризация, простановка размеров. Создание деталей в конструкторском пакете трехмерного параметрического моделирования. Создание проекта деталей. Выбор начального элемента. Основные операции «выдавливания», «поворота», «кинематическая», «по сечениям» [4-6].

Тема 4: Использование параметрических связей в эскизах, деталях и сборочных единицах.

Связи при простановке размеров, использование переменных для деталей и сборочных единиц [4-6].

Тема 5: Создание 3D моделей деталей в конструкторских пакетах.

Выбор плоскости для первого эскиза. Требование к эскизам. Применение операций выдавливания, поворота, кинематической и по сечениям. Построение граней предыдущих элементов для построения эскиза [1, 4-6].

Тема 6: Создание сборок в конструкторском пакете.

Выбор первой детали, фиксация ее, вставка детали в сборку, задание сопряжений [1, 4-6].

Тема 7: Построение чертежей трехмерных моделей деталей и сборочных единиц.

Создание рабочих чертежей по 3D моделям деталей. Создание сборочных чертежей, оформление спецификаций [1, 4-6].

Тема 8: Создание спецификаций.

Оформление позиций на чертежах, расположение спецификаций на сборочных чертежах, формирование связей позиций спецификаций и чертежа [4-6].

Тема 9: Общие сведения о системе автоматизированного расчета и проектирования машин, механизмов и конструкций APM WinMachine.

Статический и динамический расчеты. Построение расчетной схемы. Виды элементов для расчетных моделей. Элементы для Понятия и виды опор. Виды нагрузок [2, 3, 8].

Тема 10: Проектирование стержневых конструкций WinStructure 3D.

Формирование расчетной стержневой конструкции. Задание закреплений, приложение нагрузок, задание материала, стандартных и пользовательских сечений Примеры расчета балок, рамных конструкций, ферм. Рекомендации по заданию опор, нагрузок [2, 3, 8].

Тема 11: Проектирование пластинчатых конструкций.

Формирование расчетной схемы, задание закреплений, приложение нагрузок, задание материала. Задание толщины, использование пластинчато-стержневых конструкций. Прямоугольные и треугольные пластинчатые элементы. Создание отверстий. Примеры расчета [2, 3, 8].

Тема 12: Расчет напряженно-деформированного состояния объемных тел.

Расчет деталей и сборочных единиц. Задание контактных сопряжений. Рекомендации по закреплениям и приложению нагрузок. Примеры расчета [2, 3, 8].

Тема 13: Расчет соединений в модуле APM Joint.

Сварные соединения Болтовые и заклепочные соединения. Формирование расчетной схемы, приложение нагрузок. Примеры расчета [2, 3, 8].

Тема 14: Расчет соединений в модуле механических передач APM Trans.

Формирование расчетной схемы, приложение нагрузок. Примеры расчета [2, 3, 8].

3. ПОДГОТОВКА К ПРАКТИЧЕСКИМ (СЕМИНАРСКИМ) ЗАНЯТИЯМ

Тема 5: Создание 3D моделей деталей в конструкторских пакетах.

Выбор плоскости для первого эскиза. Требование к эскизам. Применение операций выдавливания, поворота, кинематической и по сечениям. Построение граней предыдущих элементов для построения эскиза [1,4-6].

Тема 6: Создание сборок в конструкторском пакете.

Выбор первой детали, фиксация ее, вставка детали в сборку, задание сопряжений [1, 4-6].

Тема 7: Построение чертежей трехмерных моделей деталей и сборочных единиц.

Создание рабочих чертежей по 3D моделям деталей. Создание сборочных чертежей, оформление спецификаций [1, 4-6].

Тема 8: Создание спецификаций.

Оформление позиций на чертежах, расположение спецификаций на сборочных чертежах, формирование связей позиций спецификаций и чертежа [4-6].

Тема 10: Проектирование стержневых конструкций WinStructure 3D.

Формирование расчетной стержневой конструкции. Задание закреплений, приложение нагрузок, задание материала, стандартных и пользовательских сечений Примеры расчета балок, рамных конструкций, ферм. Рекомендации по заданию опор, нагрузок [2, 3, 8].

Тема 11: Проектирование пластинчатых конструкций.

Формирование расчетной схемы, задание закреплений, приложение нагрузок, задание материала. Задание толщины, использование пластинчато-стержневых конструкций. Прямоугольные и треугольные пластинчатые элементы. Создание отверстий. Примеры расчета [2, 3, 8].

Тема 12: Расчет напряженно-деформированного состояния объемных тел.

Расчет деталей и сборочных единиц. Задание контактных сопряжений. Рекомендации по закреплениям и приложению нагрузок. Примеры расчета [2, 3, 8].

Тема 13: Расчет соединений в модуле APM Joint.

Сварные соединения Болтовые и заклепочные соединения. Формирование расчетной схемы, приложение нагрузок. Примеры расчета [2, 3, 8]..

Тема 14: Расчет соединений в модуле механических передач APM Trans.

Формирование расчетной схемы, приложение нагрузок. Примеры расчета [2, 3, 8].

4. ВЫПОЛНЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО ДОМАШНЕГО ЗАДАНИЯ

4.1. Задания для самостоятельной работы

Задание. По выданным эскизам составить 3D модели детали и оформить рабочие чертежи, выполнить сборку, оформить сборочный чертеж и спецификацию. Задание 3.13 приведено ниже, остальные задания согласно варианту выдаются студентам электронном виде.

Варианты заданий:

1. Задание 1.4	12. Задание 13.40
2. Задание 2.7	13. Задание 14.43
3. Задание 3.13	14. Задание 15.46
4. Задание 4.13	15. Задание 16.49
5. Задание 5.16	16. Задание 17.52
6. Задание 7.22	17. Задание 18.55
7. Задание 8.25	18. Задание 19.58
8. Задание 9.28	19. Задание 20.61
9. Задание 10.31	20. Задание 21.64
10. Задание 11.34	21. Задание 22.89
11. Задание 12.37	

4.2. Порядок выполнения.

1. По выделенным эскизам создать все детали. Для обозначения наименования применить ГМО 01.3-13.001 (где ГМО-группа; 01-варианта; 3-13-задание; 001 – группа для детали)
2. Для каждой детали оформить рабочие чертежи
3. Создать сборочную единицу
4. Оформить сборочный чертеж
5. Оформить спецификацию.

4.3. Оформление и порядок защиты

Выполненное задание представляется преподавателю в электронном виде.

Защита задания выполняется пояснениями о порядке выполнения деталей, составления сборочных единиц, оформления чертежей. Преподавателем оцениваются пояснения студента и ответы на дополнительные вопросы.

5. ПОДГОТОВКА И НАПИСАНИЕ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ

Контрольная работа выполняется по темам:

Тема 5: Создание 3D моделей деталей в конструкторских пакетах. [1,4-6]..

Тема 6: Создание сборок в конструкторском пакете. [1, 4-6].

Тема 7: Построение чертежей трехмерных моделей деталей и сборочных единиц. [1, 4-6]..

Тема 8: Создание спецификаций. [4-6].

Тема 10: Проектирование стержневых конструкций *WinStructure 3D*. [2, 3, 8].

Тема 11: Проектирование пластинчатых конструкций. [2, 3, 8].

Тема 12: Расчет напряженно-деформированного состояния объемных тел. [2, 3, 8]..

Тема 13: Расчет соединений в модуле APM Joint. [2, 3, 8]..

Тема 14: Расчет соединений в модуле механических передач APM Trans. [2, 3, 8].

ЛИТЕРАТУРА

1. Шестаков В.С. Основы компьютерного конструирования: учебное пособие; Урал. гос. горный ун-т. – Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2014 – 220 с
2. Замрий А.А. Учебное пособие Практический учебный курс CAD/CAE система APM WinMachine M. 2013; Изд-во АПМ. – 144 с
3. А.В. Шелофаст. Т.Б. Чугунова Основы проектирования машин. Примеры решения задач М. 2004; Изд-во АПМ. – 240 с
4. Справочные материалы конструкторского пакета Компас 3D
5. Сайт с обучающими материалами <https://kompas.ru/publications/video/>
7. Описание конструкторского пакета Компас 3D.
8. Справочные материалы системы APM WinMachine

Задание 3.13

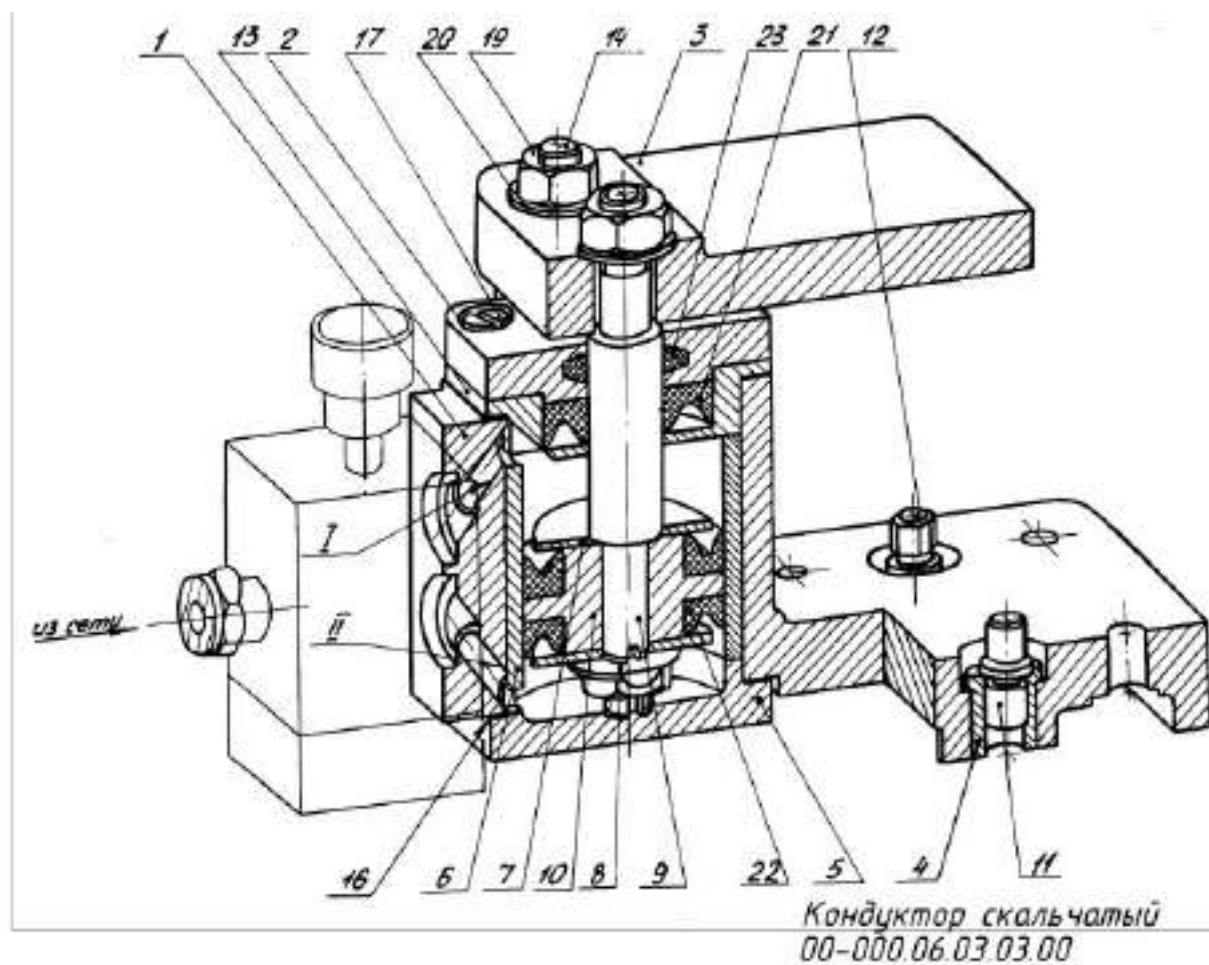
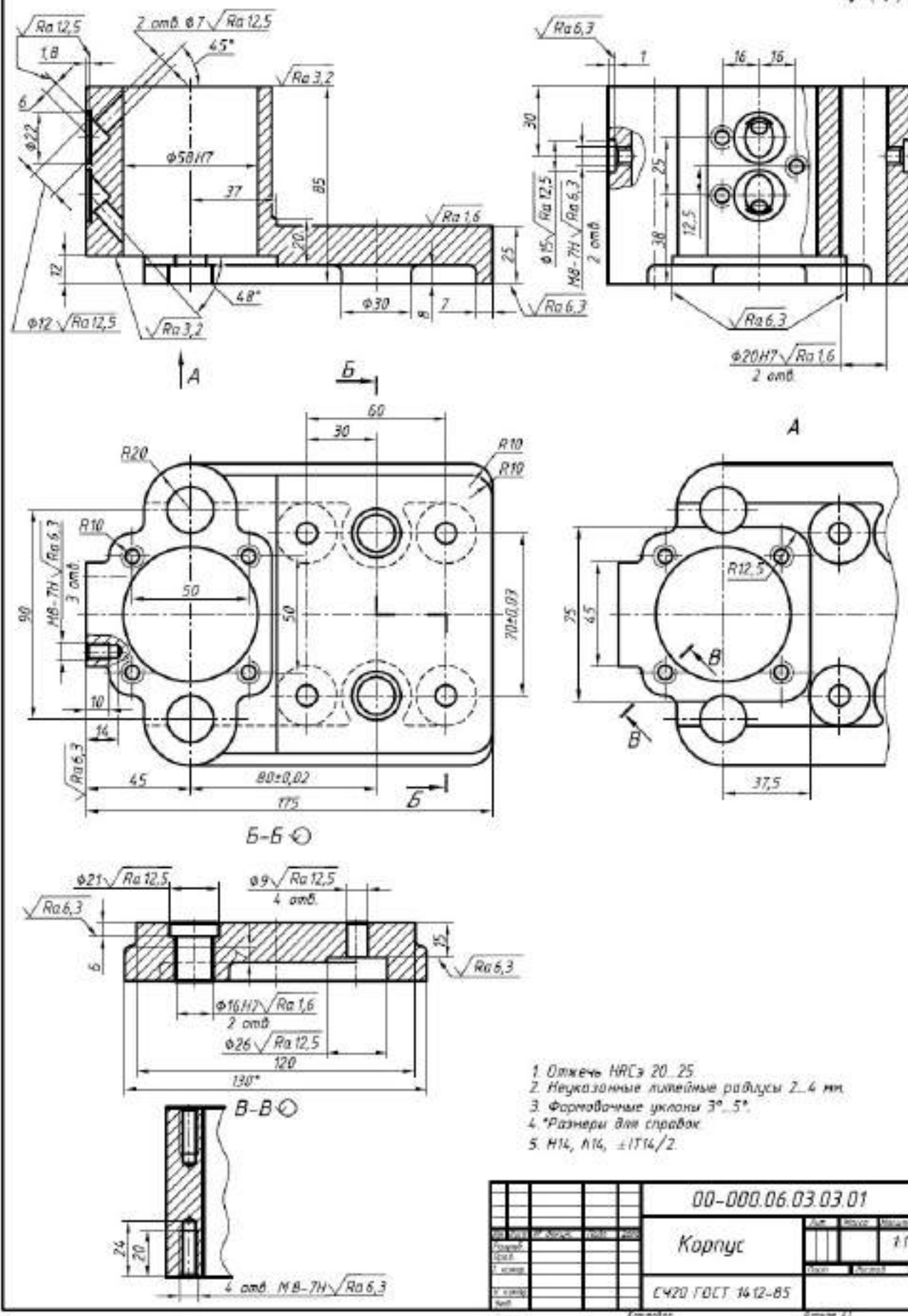
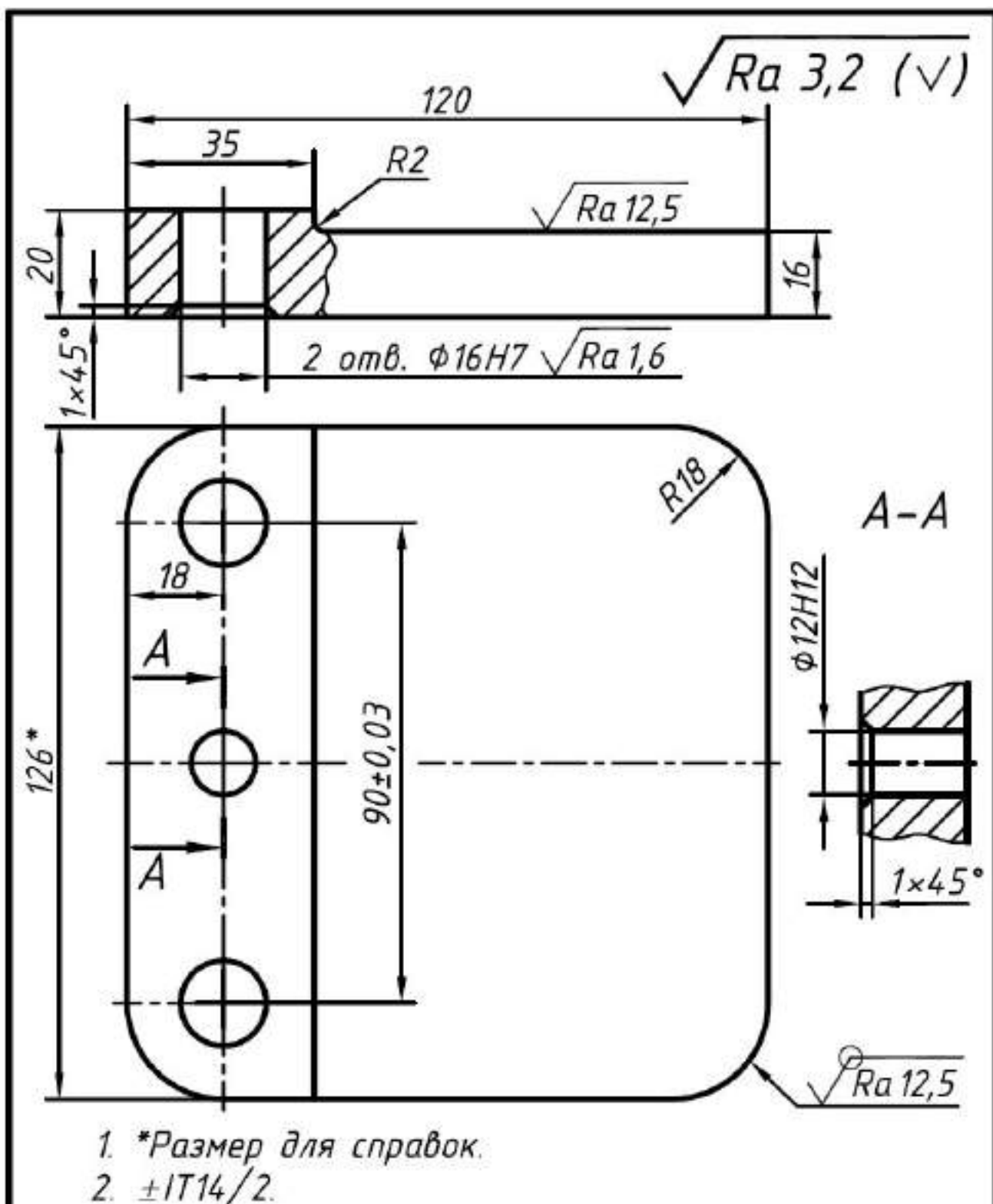


Рис. 1. Вид кондуктора скальчатого

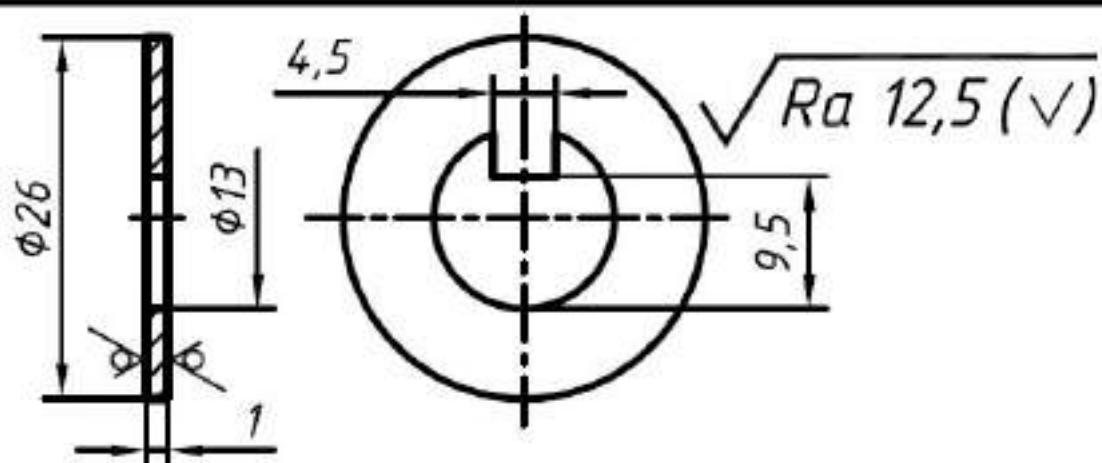




					00-000.06.03.03.03			
					Плита	Лист	Масса	Масштаб
Изм	Лист	№ докум	Подп.	Дата				1:1
Разраб.								
Проб.								
Т. контр.						Лист	Листов	1
					Сталь 45 ГОСТ 1050-88			
Н. контр.								
Утв.								

Копировал

Формат А4

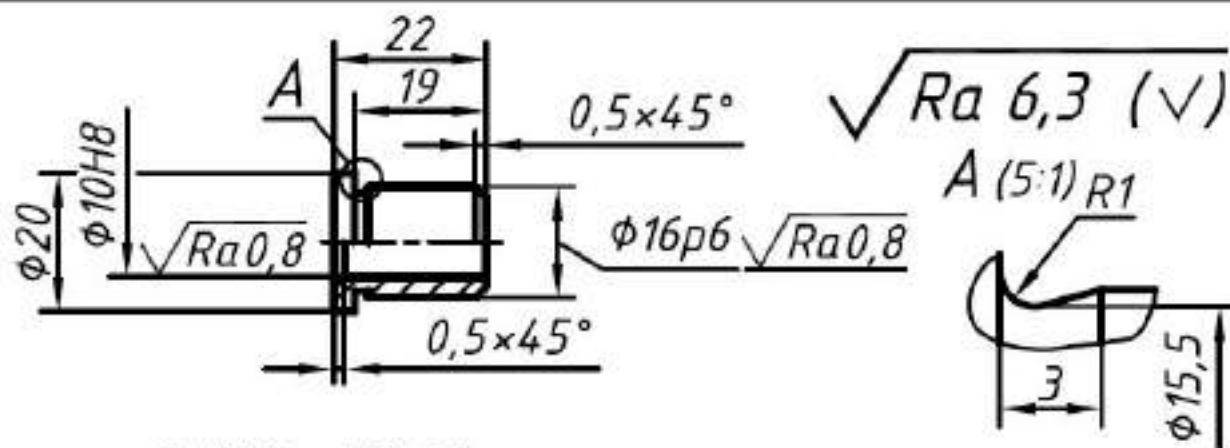


H14, h14, ±IT14/2.

					00-000.06.03.03.08			
					Шаўда	Лист	Масса	Масштаб
Ізм	Лист	№ докум.	Подп.	Дата				2:1
Разраб.								
Пров.								
Г. контр.						Лист	Листов	1
Н. контр.					Ст3 ГОСТ 380-2005			
Чтв.								

Копировал

Формат А5

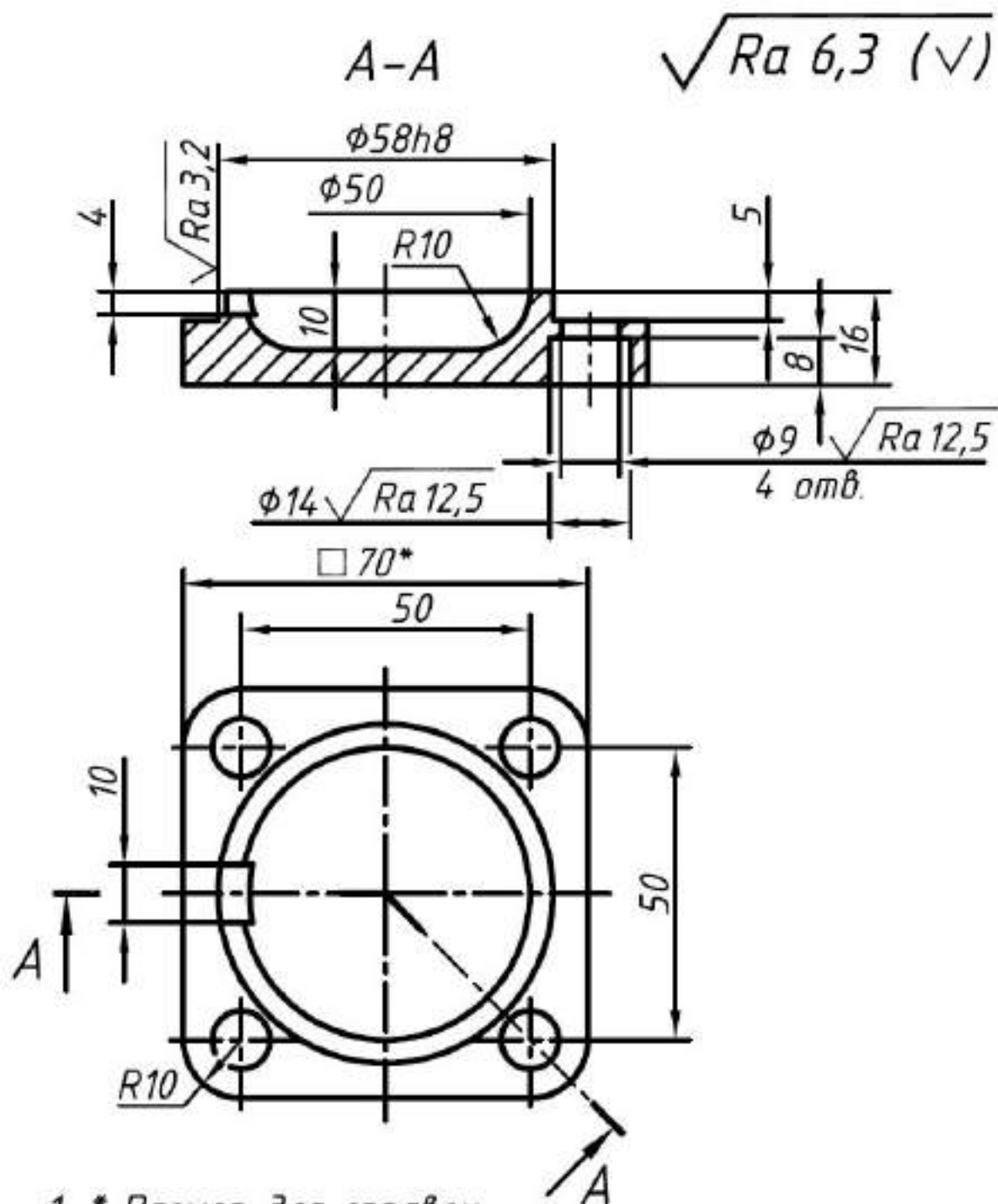


1. HRC э 50...55.
2. h14, ±IT14/2.

					00-000.06.03.03.04			
					Втулка	Лист	Масса	Масштаб
Изм.	Лист	№ докум.	Подп.	Дата				1:1
Разраб.								
Пров.								
Г. контр.						Лист	Листов	
Н. контр.					Сталь У8А ГОСТ 1435-99			
Чтв.								

Копировал

Формат А5

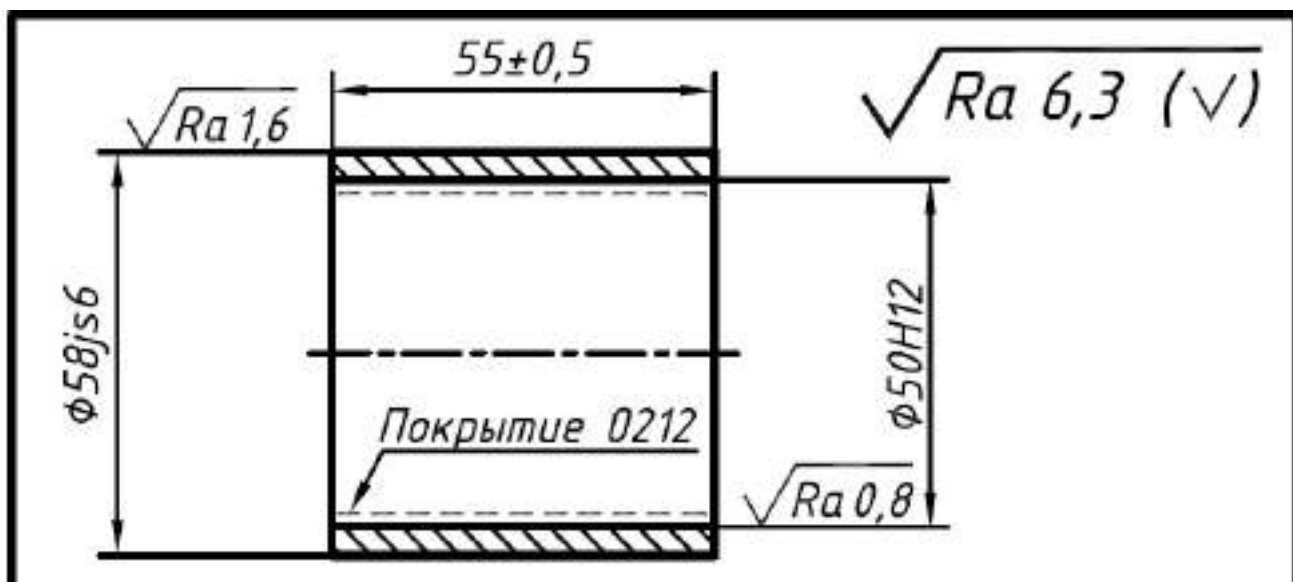


1. * Размер для справок.
2. H14, h14, $\pm IT14/2$.

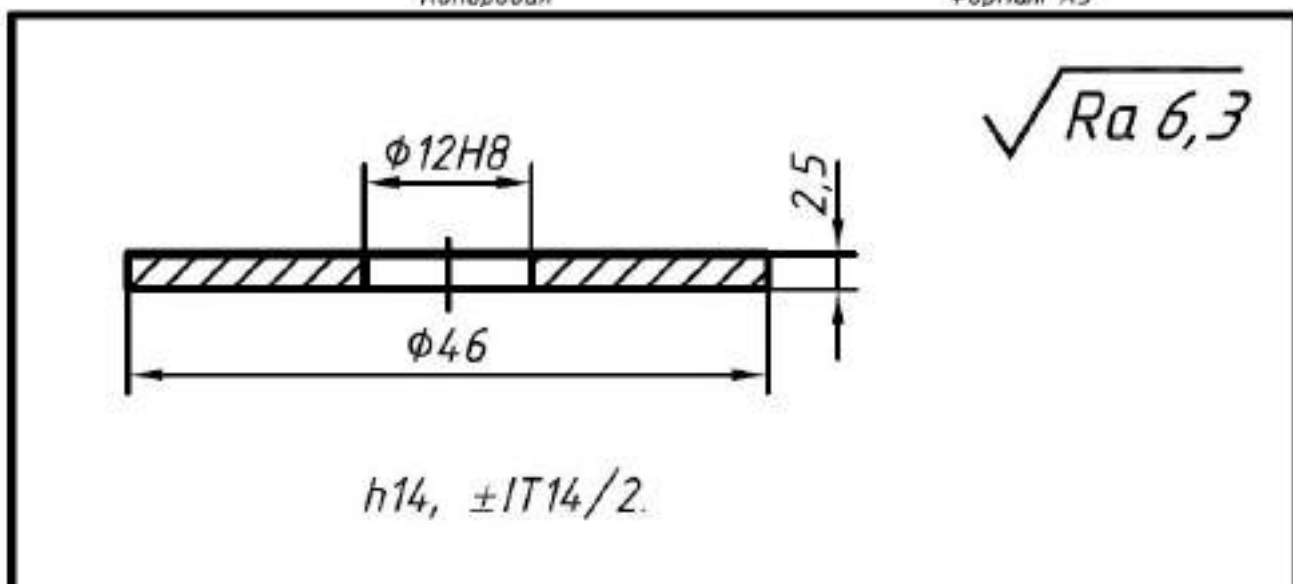
					00-000.06.03.03.05		
					Крышка		
					Ст3 ГОСТ 380-2005		
Изм.	Лист	№ докум.	Подп.	Дата	Лит.	Масса	Масштаб
Разраб.							1:1
Проб.							
Т. контр.					Лист	Листов	1
Н. контр.							
Утв.							

Копировал

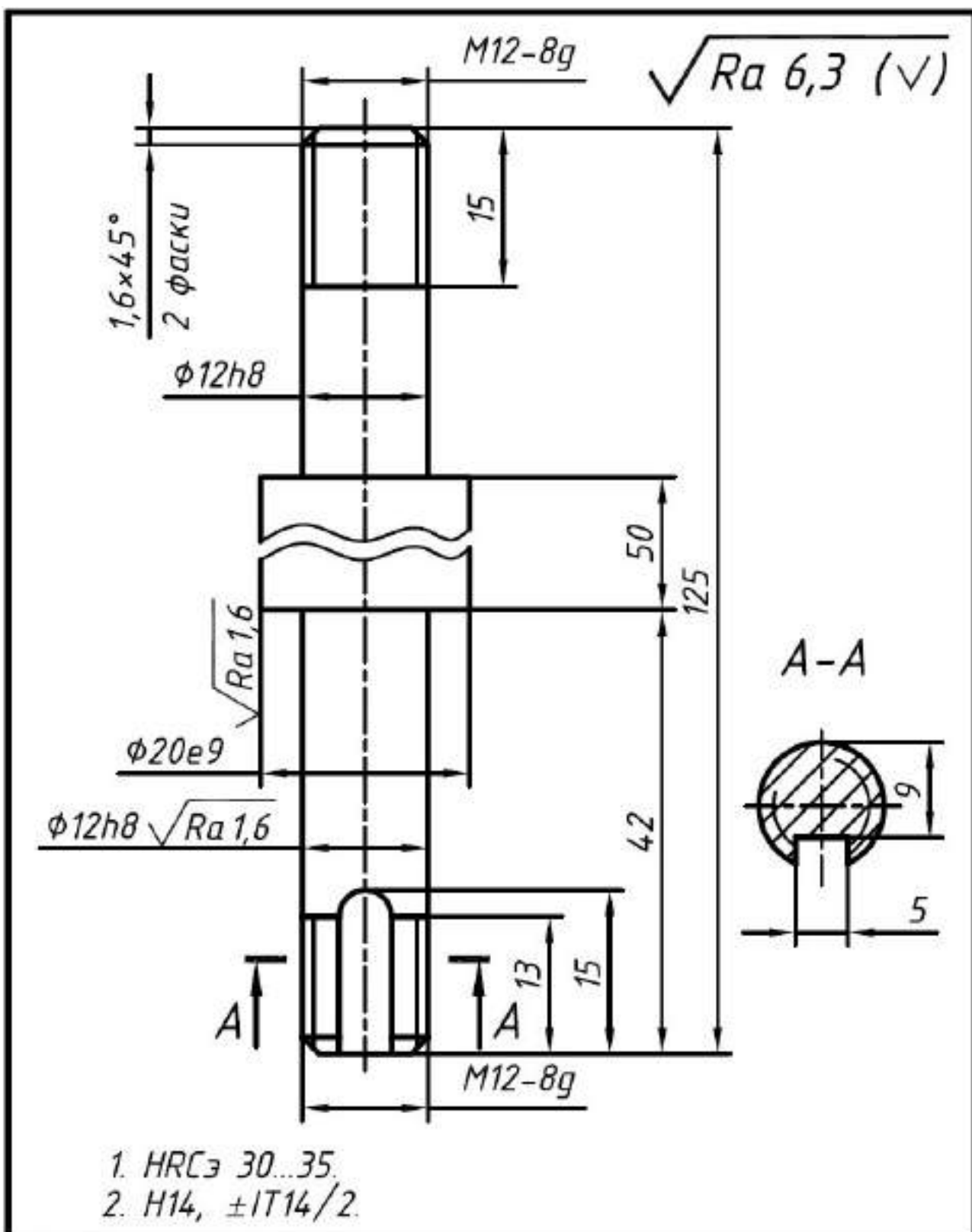
Формат А4



					00-000.06.03.03.06					
					Гильза			Лит.	Масса	Масштаб
Изм	Лист	№ док-м.	Подп.	Дата						1:1
Разраб.										
Пров.										
Г. контр.										
					Сталь 35 ГОСТ 1050-88			Лист	Листов	1
Н. контр.										
Чтб.										



					00-000.06.03.03.08					
					Кольцо			Лит.	Масса	Масштаб
Изм	Лист	№ докум.	Подп.	Дата						2:1
Разраб.										
Пров.										
Г. контр.										
								Лист	Листов	1
Н. контр.					Ст3 ГОСТ 380-2005					
Чтв.										

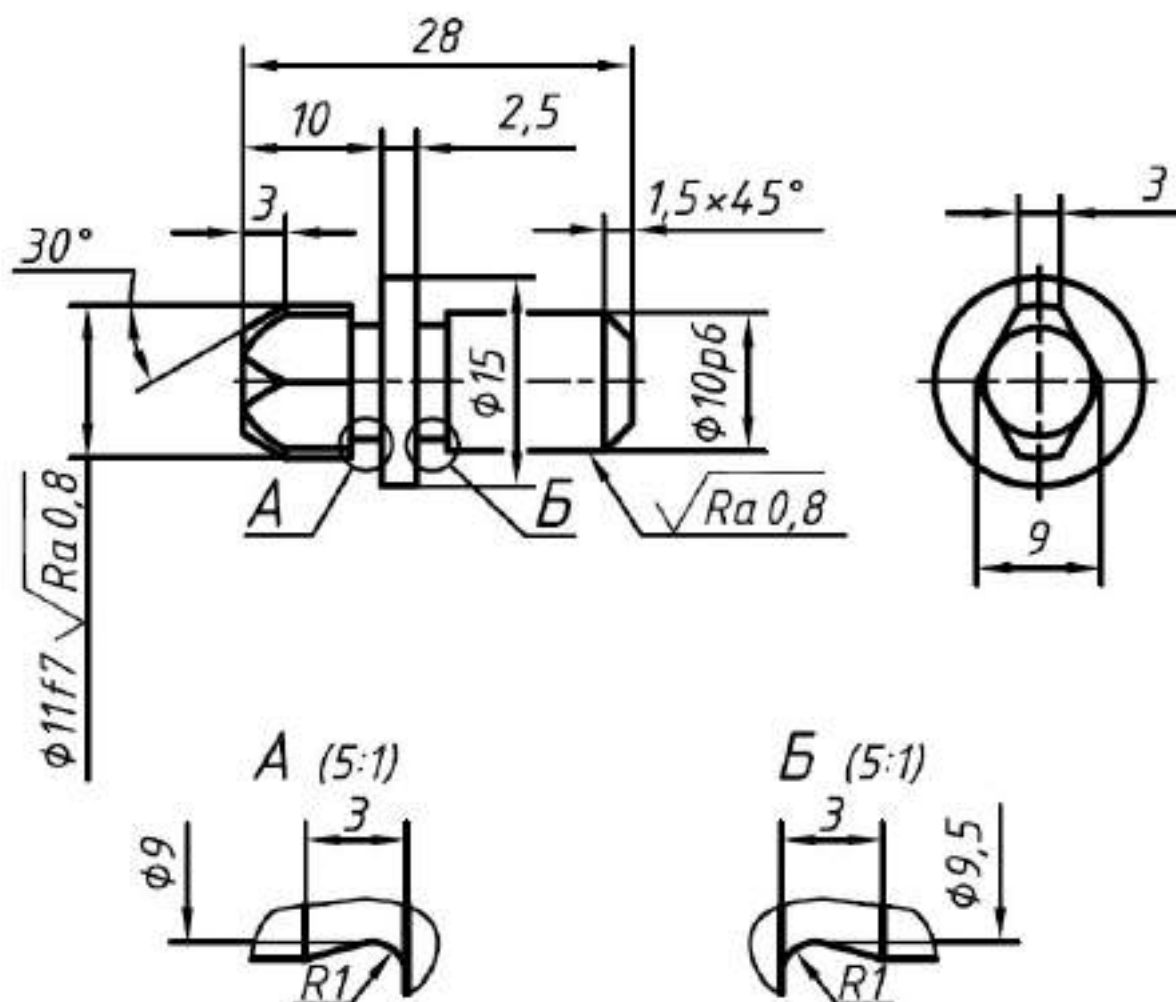


00-000.06.03.03.09					Лит.			Масса	Масштаб
Изм.	Лист	№ докум.	Подп.	Дата	Шток			2:1	1
Разраб.									
Пров.									
Т. контр.									
Н. контр.					Сталь 45 ГОСТ 1050-88			Лист	Листов
Утв.									

Копировал

Формат А4

$\sqrt{Ra\ 6,3\ (\vee)}$

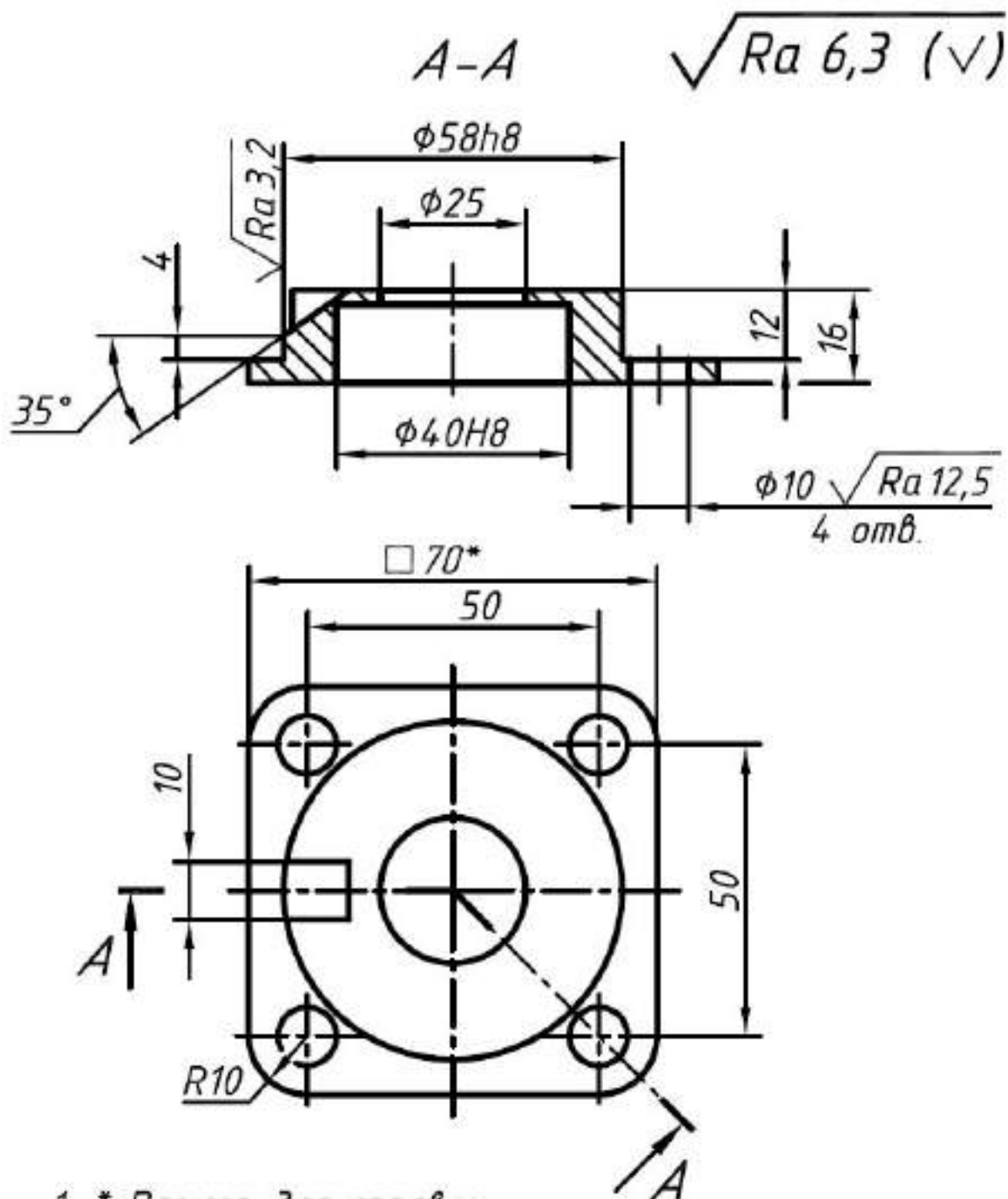


1. HRC $\geq$ 50...55.
2. h14, $\pm IT14/2$.

					00-000.06.03.03.11			
					Палец	Лист.	Масса	Масштаб
Изм.	Лист	№ докум.	Подп.	Дата				2:1
Разраб.								
Пров.								
Г. контр.						Лист	Листов	1
					Сталь У8А ГОСТ 1435-99			
Н. контр.								
Утв.								

Копировал

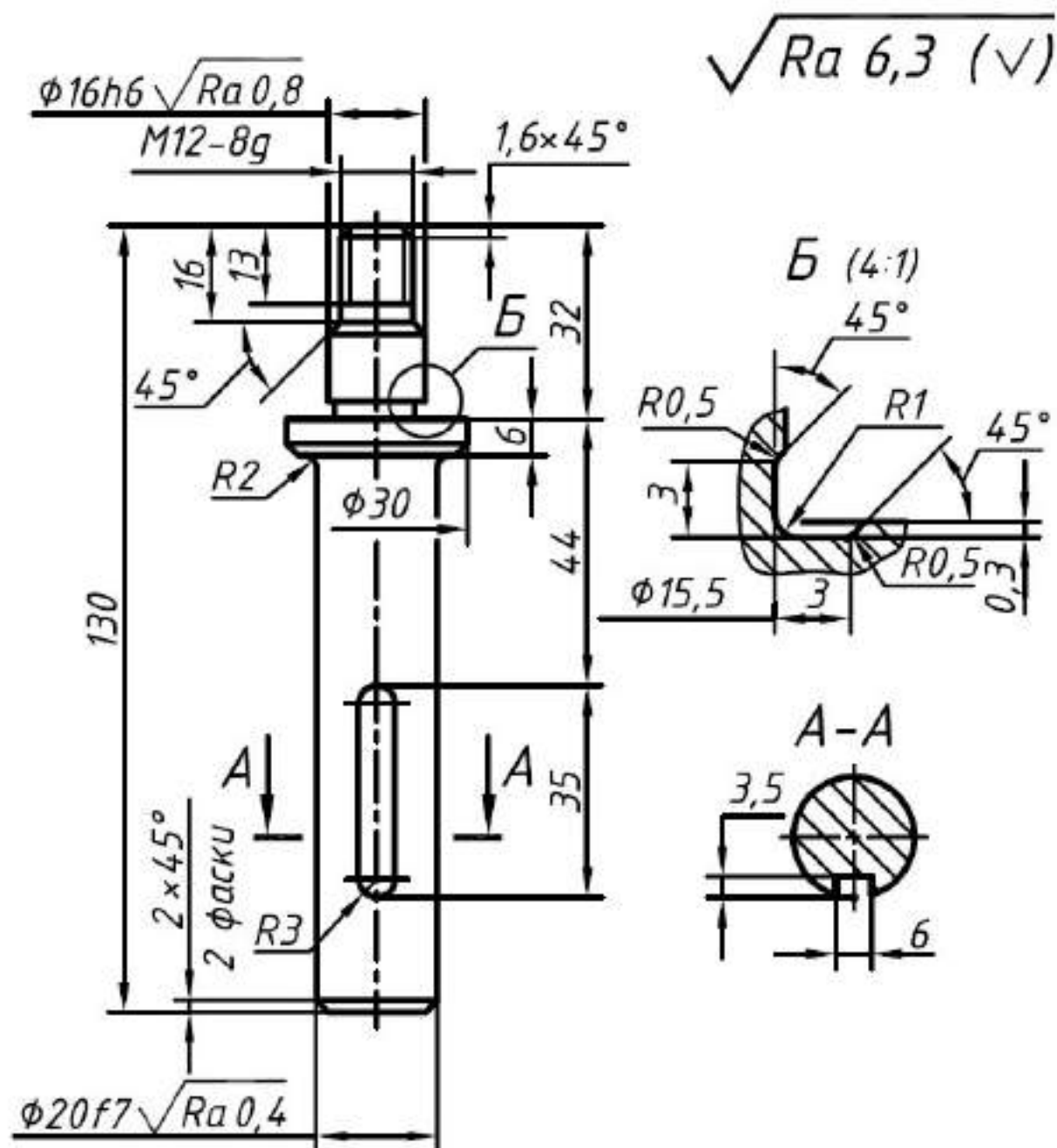
Формат А4



					00-000.06.03.03.13		
					Крышка		
					Сталь 45 ГОСТ 1050-88		
Изм.	Лист	№ докум.	Подп.	Дата	Лит.	Масса	Масштаб
Разраб.							1:1
Проб.							
Т. контр.					Лист	Листов	1
Н. контр.							
Утв.							

Копировал

Формат А4

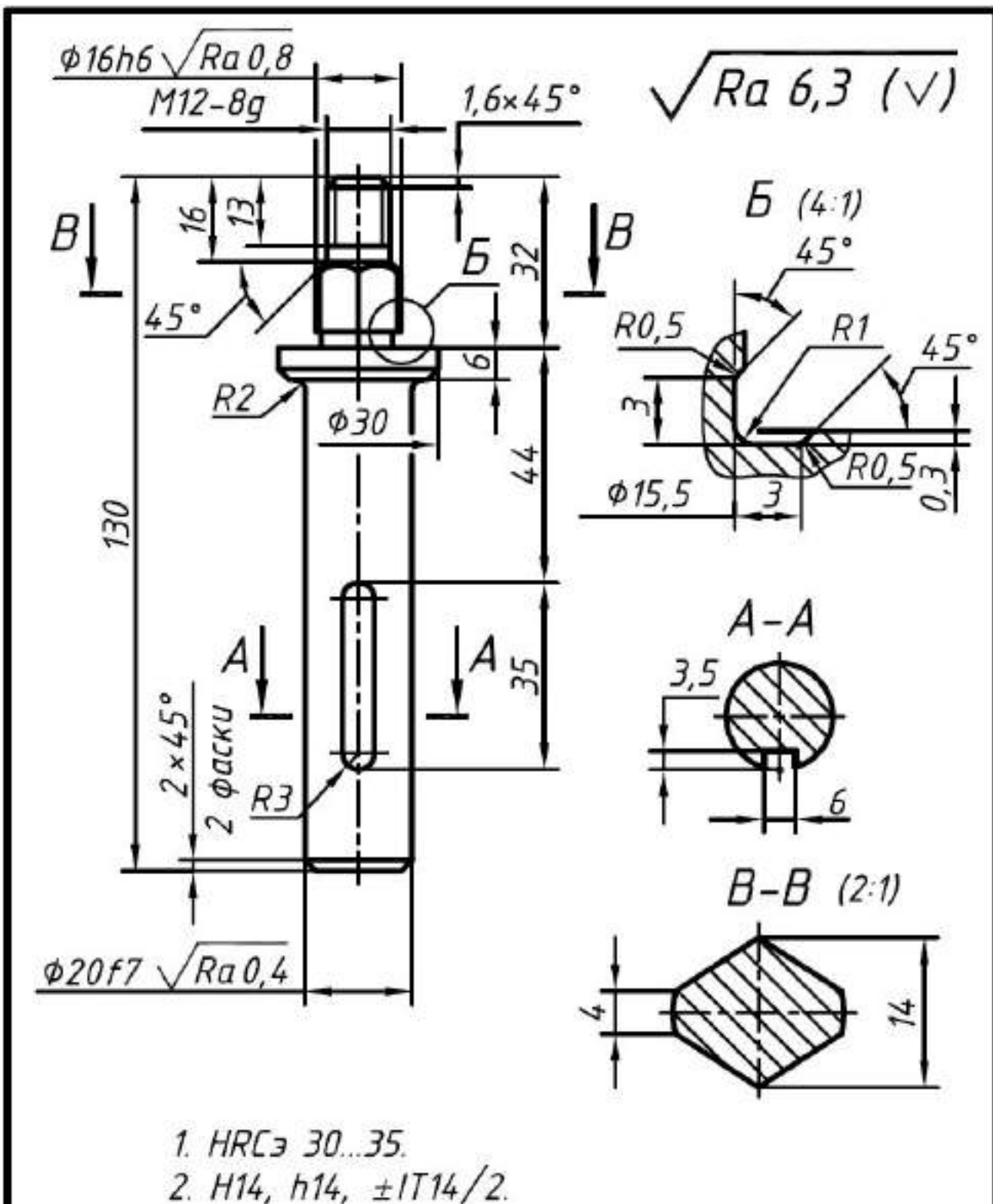


1. HRCэ 30...35.
2. H14, h14, $\pm IT14/2$.

					00-000.06.03.03.14			
					Скалка	Лист	Масса	Масштаб
Изм	Лист	№ докум.	Подп.	Дата				1:1
Разраб.								
Пров.								
Т. контр.						Лист	Листов	1
					Сталь 45 ГОСТ 1050-88			
Н контр.								
Утв.								

Копировал

Формат А4



					00-000.06.03.03.15			
					Скалка	Лит.	Масса	Масштаб
Изм.	Лист	№ докум.	Подп.	Дата				1:1
Разраб.								
Пров.								
Г. контр.						Лист	Листов	1
					Сталь 45 ГОСТ 1050-88			
Н. контр.								
Утв.								

Копировал

Формат А4

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ И ЗАДАНИЯ
к контрольной работе для обучающихся по дисциплине
Б1.О.30 ОПТИМИЗАЦИЯ ПАРАМЕТРОВ
ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ МАШИН

Специальность

15.05.01 Проектирование технологических машин и комплексов

Специализация № 24

Проектирование технологических машин и комплексов

Форма обучения: очная

год набора: 2024

Автор: Шестаков В. С., канд. техн. наук, профессор

Екатеринбург

ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время проектирование технических объектов выполняется полностью на ЭВМ, что привело к использованию понятия автоматизированное проектирование. Выпускники университета должны уметь работать на ЭВМ в текстовых и графических редакторах, в программах оптимизации параметров, конструкторских пакетах, позволяющих выполнять проектирование машин и оборудования нефтяных и газовых промыслов.

Цель контрольной работы: обучение студентов составлению алгоритмов, программ по оптимизации параметров, расчетам с применением компьютерных технологий. Умение использовать компьютерные технологии при проектировании объектов машиностроения позволит в последующей профессиональной деятельности разрабатывать оптимальные конструкции с минимальной массой и стоимостью и сократить продолжительность разработки проектов.

В методических указаниях приведен один из вариантов типового задания, практикуется применение индивидуальных заданий, соответствующих выбранному студентом направлению будущей работы. Такими заданиями являются разработка проекта отдельных механизмов и узлов экскаваторов, дробилок, буровых установок и т.п.

Компетенции, формируемые в процессе изучения дисциплины:

Общепрофессиональные:

- способен генерировать использовать новые инженерные идеи в области своей профессиональной деятельности (ОПК-5)
- способен понимать принципы работы современных информационных технологий и использовать их для решения задач профессиональной деятельности (ОПК-6);

Профессиональные:

- способен выполнять анализ и оптимизировать конструкции технологических машин, обеспечивать технологичность изделий и оптимальность процессов их изготовления (ПК-1.6)

Результат изучения дисциплины: «Оптимизация параметров технологических машин»

Знать:

- передовой опыт, новые инженерные идеи в области проектирования технологических машин;
- принципы работы современных информационных технологий;
- конструкции технологических машин и процессов их изготовления

Уметь:

- анализировать и генерировать новые инженерные идеи в области проектирования технологических машин;
- применять современные информационные технологии для решения профессиональных задач;
- анализировать и оптимизировать конструкции технологических машин.

Владеть:

- навыками анализа и создания новых инженерных идей в области проектирования технологических машин;
- навыками использования современных информационных технологий для решения профессиональных задач;
- навыками анализа и оптимизации конструкции технологических машин.

1. РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ПОДГОТОВКЕ К КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЕ

При подготовке к контрольной работе необходимо изучить примеры, рассмотренные на лекциях, а также в пособии [1].

2. ОФОРМЛЕНИЕ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ

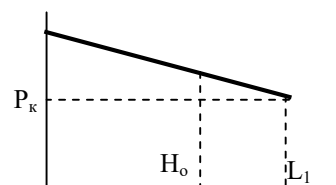
Контрольная работа должна включать следующие этапы:

1. Постановка задачи оптимизации.
2. Анализ задачи.
3. Выбор критерия оптимальности.
4. Выбор переменных проектирования и оптимизации.
5. Выбор ограничений.
6. Составление целевой функции.
7. Выбор метода оптимизации.
8. Составление алгоритма решения для ЭВМ.
9. Составление программы для ЭВМ и проведение оптимизации.

3. ЗАДАНИЯ К КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЕ

1. Определить оптимальное сечение каната при аварийном срыве с захватов бурового става. Перед срывом имелась слабина каната ΔL . Барабан лебедки заторможен. Исходные данные: C – жесткость каната, m_c – масса бурового става, D_b – диаметр барабана лебедки, J_b – момент инерции барабана лебедки, J_d – момент инерции двигателя лебедки, U – передаточное отношение лебедки, η_m – КПД лебедки
2. Определить оптимальный размер корпуса пневмоударника по условию исключения удара ударника по крышке при холостом ходе. Бурение вертикальной скважины снизу вверх. Ударник перемещается сжатым воздухом, давление которого не меняется в процессе движения и равно P_0 , а усилие сопротивления определяется по выражению $F_c = K_v \cdot V^2$, где K_v – коэффициент, V – текущее значение скорости ударника. После прохождения расстояния L_1 , переключается подача сжатого воздуха в другую камеру, под действием которого происходит торможение ударника.
3. Определить оптимальный размер корпуса пневмоударника по условию исключения удара ударника по крышке при холостом ходе. Бурение вертикальной скважины сверху вниз. Поршень перемещается сжатым воздухом, давление которого не меняется в процессе движения и равно P_0 , а усилие сопротивления определяется по выражению $F_c = C_v \cdot V^2$, где C_v – коэффициент, V – текущее значение скорости ударника. После прохождения расстояния L_1 , перекрывается выхлопное окно и оставшаяся часть воздуха в нижней части камеры начинает тормозить ударник. Усилие торможения может быть определено по выражению $F_t = C_t \cdot X$, где C_t – коэффициент пропорциональности, X – ход ударника после перекрытия отверстия.

4. Определить оптимальный размер корпуса пневмоударника по условию исключения удара ударника по крышке при холостом ходе. Бурение вертикальной скважины. Ударник перемещается сжатым воздухом, подаваемым в нижнюю часть цилиндра. Давление воздуха не меняется в процессе движения и равно P_0 . Усилие сопротивления в процессе движения определяется по выражению $F_c = C_v \cdot V^2$, где C_v – коэффициент, V – текущее значение скорости ударника. После прохождения расстояния L_1 , цилиндр отключается от магистрали (сжатый воздух перестает действовать), а после прохождения расстояния L_2 , перекрывается выхлопное окно и в верхнюю часть цилиндра начинает поступать сжатый воздух под давлением P_0 , под действием которого и происходит торможение ударника.
5. Определить оптимальное сечение каната при аварийном срыве с захватов бурового става. Перед срывом имелась слабина каната ΔL . Барабан лебедки заторможен. При движении бурового става усилие сопротивления $F_c = kV^2$, где v – скорость. Исходные данные: C – жесткость каната, m_c – масса бурового става, D_b – диаметр барабана лебедки, J_b – момент инерции барабана лебедки, J_d – момент инерции двигателя лебедки, U – передаточное отношение лебедки, η_m – КПД лебедки, k – коэффициент для расчета усилия сопротивления
6. Определить оптимальный размер корпуса пневмоударника по условию исключения удара ударника по крышке при холостом ходе. Бурение вертикальной скважины снизу вверх. Ударник перемещается сжатым воздухом, подаваемым в верхнюю часть цилиндра. Давление воздуха не меняется в процессе движения и равно P_0 . Усилие сопротивления определяется по выражению $F_c = K_v \cdot V^2$, где K_v – коэффициент, V – текущее значение скорости ударника. После прохождения расстояния L_1 , цилиндр отключается от магистрали (сжатый воздух перестает действовать), а после прохождения расстояния L_2 , перекрывается выхлопное окно и в нижнюю часть цилиндра начинает поступать сжатый воздух под давлением P_0 , под действием которого и происходит торможение ударника.
7. Определить оптимальный размер корпуса пневмоударника по условию исключения удара ударника по крышке при холостом ходе. Бурение горизонтальной скважины. Ударник перемещается сжатым воздухом, подаваемым в левую часть цилиндра. Давление воздуха не меняется в процессе движения и равно P_0 . После прохождения расстояния L_1 , цилиндр отключается от магистрали (сжатый воздух перестает действовать), после прохождения расстояния L_2 , перекрывается выхлопное окно и в правую часть цилиндра начинает поступать сжатый воздух под давлением P_0 , под действием которого и происходит торможение поршня. Усилие сопротивления определяется по выражению $F_c = K_v \cdot V^2$, где K_v – коэффициент, V – текущее значение скорости ударника.
8. Определить оптимальный размер корпуса пневмоударника по условию исключения удара ударника по крышке при холостом ходе. Бурение вертикальной скважины. Ударник перемещается сжатым воздухом, давление которого равномерно меняется в процессе движения от P_0 до P_k на расстоянии L_1 . Усилие сопротивления, действующее на поршень определяется по выражению $F_c = C \cdot V$, где C – коэффициент пропорциональности, V – скорость перемещения ударника, м/с. Определить время перемещения поршня на расстояние H_0 . Исходные данные: P_0, P_k – давление сжатого воздуха вначале движения, и на расстоянии L_1 , Па; M – масса поршня, кг; D – диаметр поршня, м



C — коэффициент пропорциональности

9. Определить глубину погружения бурового снаряда в породу, которая требуется для оптимизации по производительности бурового станка. Буровой снаряд, массой M , падает под собственным весом с высоты H_0 и в конце хода наносит удар по забою скважины. Сопротивление при падении снаряда определяется по выражению $F_c = K_v \cdot V^2$, где K_v — коэффициент пропорциональности, V — скорость перемещения, м/с.

При внедрении снаряда на него начинает действовать усилие сопротивления грунта, изменяющееся по закону $F_c = C_\Gamma \cdot H_{вн}$, где C_Γ — коэффициент пропорциональности, $H_{вн}$ — глубина погружения в породу,

10. Определить глубину погружения бурового снаряда в породу, которая требуется для оптимизации по производительности бурового станка. Буровой снаряд, массой M , падает под собственным весом с высоты H_0 и в конце хода наносит удар по забою скважины. Сопротивление при падении снаряда меняется по закону $F_c = aV^2$, где a — коэффициент пропорциональности, V — текущее значение скорости в процессе падения снаряда. При внедрении снаряда в породу, на него начинает действовать усилие сопротивления, изменяющееся по закону $F_c = C_\Gamma \cdot H_{вн}$, где C_Γ — коэффициент пропорциональности, $H_{вн}$ — глубина погружения в породу, м.

11. Определить оптимальное сечение каната при срыве с уступа ковша драглайна. Перед срывом имелась слабина каната ΔL . Барабан лебедки заторможен. Исходные данные: C — общая жесткость каната стрелы драглайна, m_c — масса ковша, D_6 — диаметр барабана лебедки, J_6 — момент инерции барабана лебедки, J_d — момент инерции двигателя лебедки, U — передаточное отношение лебедки, η_m — КПД лебедки

12. Для проведения оптимизации по производительности определить время цикла лебедки при подъеме груза на высоту H_0

и опускании крюка на глубину H_0 .

Исходные данные: M, M_k — масса груза и крюка, кг;

J_6, J_d — момент инерции барабана и двигателя, кгм²;

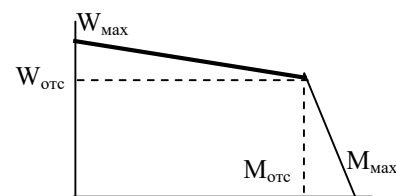
U — передаточное число редуктора, T_n — время погрузки, с.

R_6 — радиус барабана, м; $M_{\max}$ — максимальный момент на валу двигателя привода, Нм;

$M_{\text{отс}}$ — момент отсечки на валу двигателя привода, Нм;

$W_{\max}$ — максимальная скорость вала двигателя, рад/с; $W_{\text{отс}}$ — скорость “отсечки вала двигателя, рад/с;

При торможении на барабан действует максимальный тормозной момент $M_{\max}$.



13. Для проведения оптимизации по производительности определить время опускания груза лебедкой на глубину H_0 .

Исходные данные: M — масса груза, кг;

J_6, J_d — момент инерции барабана и двигателя, кгм²;

U — передаточное число редуктора,

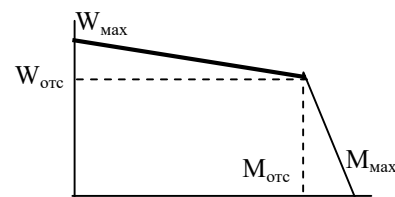
R_6 — радиус барабана, м; $M_{\max}$ — максимальный момент на валу двигателя привода, Нм;

$M_{\text{отс}}$ — момент отсечки на валу двигателя привода, Нм;

$W_{\max}$ — максимальная скорость вала двигателя, рад/с;

$W_{\text{отс}}$ — скорость “отсечки вала двигателя, рад/с;

При торможении на барабан действует максимальный тормозной момент $M_{\max}$.



14. Определить время подъема груза лебедкой на высоту H_0 .

Исходные данные: M — масса груза, кг;

J_6, J_d — момент инерции барабана и двигателя, кгм^2 ;

i — передаточное число редуктора, R_6 — радиус барабана, м;

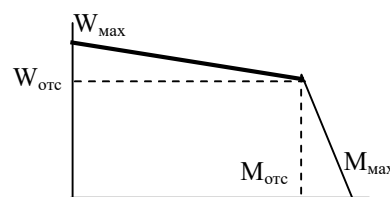
$M_{\max}$ — максимальный момент на валу двигателя привода, Нм;

$M_{\text{отс}}$ — момент отсечки на валу двигателя привода, Нм;

$W_{\max}$ — максимальная скорость вала двигателя, рад/с;

$W_{\text{отс}}$ — скорость “отсечки” вала двигателя, рад/с;

При торможении на барабан действует максимальный тормозной момент $M_{\max}$.



15. Определить время опускания груза лебедкой на глубину L_0 .

Исходные данные: M — масса груза, кг;

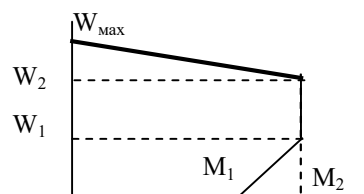
J_6, J_d — момент инерции барабана и двигателя, кгм^2 ;

U — передаточное число редуктора, R_6 — радиус барабана, м;

M_1, M_2 — моменты на валу двигателя привода при скорости, Нм;

W_1, W_2 — скорости участков статической характеристики.

При торможении на барабан действует максимальный тормозной момент M_2 .



16. Определить время подъема груза лебедкой на высоту H_0 .

Исходные данные: M — масса груза, кг; q — масса 1 м. каната.

J_6, J_d — момент инерции барабана и двигателя, кгм^2 ;

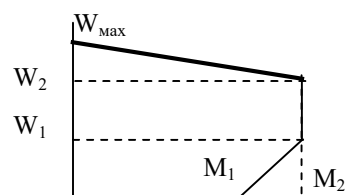
U — передаточное число редуктора, R_6 — радиус барабана, м;

M_1, M_2 — моменты на валу двигателя привода

W_1, W_2 — скорости участков статической характеристики рад/с;

Учесть уменьшение длины каната при подъеме.

При торможении на барабан действует максимальный тормозной момент.



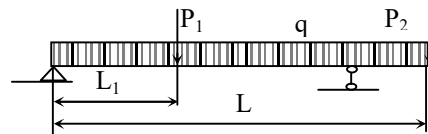
17. Определить оптимальный размер корпуса пневмоударника по условию исключения удара при холостом ходе ударника. Бурение горизонтальной скважины. Ударник перемещается сжатым воздухом, давление которого равномерно меняется по закону $P = P_0 - k \cdot X$, где P_0 — давление в начале движения, k — коэффициент пропорциональности, X — перемещение поршня с начала движения. Усилие сопротивления определяется по выражению $F_c = 9.81 \cdot f \cdot M + a \cdot V$, где M — масса поршня, f — коэффициент трения, a — коэффициент пропорциональности, V — скорость перемещения поршня. После прохождения расстояния L_1 , перекрывается выхлопное окно, в камеру подается сжатый воздух под давлением P_0 , под действием этого давления и усилия сопротивления и происходит торможение.

18. Определить глубину внедрения коронки в породу при рабочем ходе поршня ударника при бурении вниз и время перемещения ударника при рабочем ходе. Поршень перемещается сжатым воздухом, давление которого постоянно и равно P_0 . Усилие сопротивления от сил трения определяется по выражению $F_c = F_{c0} + a \cdot V$, где F_{c0} — сопротивление, не зависящее от скорости, a — коэффициент пропорциональности, V — скорость перемещения поршня.

После перемещения на расстояние L_1 , происходит удар по коронке. За счет сопротивления породы происходит торможение поршня. Усилие сопротивления породы опре-

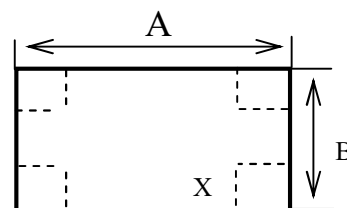
деляется по выражению $F_p = C_g \cdot X$, где C_g - коэффициент сопротивления грунта, X - глубина погружения коронки

19. Определить глубину погружения бурового снаряда в породу, которая требуется для оптимизации по производительности бурового станка. Буровой снаряд, массой m , падает под собственным весом с высоты H_0 и в конце хода наносит удар по забою скважины. Вначале буровой снаряд движется в воздухе (на расстоянии L_1), а затем в шламе (смесь воды и буровой мелочи). Сопротивление при падении в шламе определяется по выражению $F_c = K_v \cdot V^2$, где K_v — коэффициент пропорциональности, V — скорость, м/с. При внедрении снаряда на него начинает действовать усилие сопротивления грунта, изменяющееся по закону $F_c = C_g \cdot H_{вн}$, где C_g — коэффициент пропорциональности, $H_{вн}$ — глубина погружения в породу, м.
20. Определить глубину погружения бурового снаряда в породу, которая требуется для оптимизации по производительности бурового станка. Буровой снаряд, массой m , падает под собственным весом с высоты H_0 и в конце хода наносит удар по забою скважины. Каната в начале движения не препятствует падению. Сопротивление при падении снаряда определяется по выражению $F_c = K_v \cdot V^2$, где K_v — коэффициент пропорциональности, V — скорость, м/с. На расстоянии ΔL от забоя натягивается канат и дальнейшее внедрение происходит при сжатии пружин амортизатора, при этом усилие в канате определяется по формуле $F_c = C_k \cdot X$, где C_k - коэффициент, X – расстояние, проходимое буровым снарядом после натяжения каната. При внедрении снаряда на него начинает действовать усилие сопротивления грунта, изменяющееся по закону $F_c = C_g \cdot H_{вн}$, где C_g — коэффициент пропорциональности, $H_{вн}$ — глубина погружения в породу, м.
21. Определить оптимальное сечение каната по условию выбора по максимальному усилию. Максимальное усилие определить при аварийном срыве буровой колонны с захватов. Перед срывом имелась слабина каната ΔL . Барабан лебедки расторможен и может поворачиваться усилием в канате. При падении бурильной колонны на нее действует сопротивление $F_c = F_{co} + k_v V^2$, где F_{co} – трение, не зависящее от скорости, k_v – коэффициент пропорциональности, V – скорость перемещения колонны. Исходные данные: C – жесткость каната, $m_{бк}$ – масса бурильной колонны, $D_б$ – диаметр барабана лебедки, $J_б$ – момент инерции барабана лебедки, $J_д$ – момент инерции двигателя лебедки, U – передаточное отношение лебедки, η_m – КПД лебедки.
22. Определить оптимальное сечение каната по условию выбора по максимальному усилию. Максимальное усилие определить при аварийном срыве шахтной клетки с захватов. Перед срывом имелась слабина каната ΔL . Барабан лебедки расторможен и может поворачиваться усилием в канате. При падении клетки срабатывают тормозные устройства, обеспечивающие усилие торможения $F_t = F_{co} + k_v V^2$, где F_{co} – усилие от трения, не зависящее от скорости, k_v – коэффициент пропорциональности, V – скорость перемещения клетки.
Исходные данные: C – жесткость каната, m_k – масса клетки, $D_б$ – диаметр барабана лебедки, $J_б$ – момент инерции барабана лебедки, $J_д$ – момент инерции двигателя лебедки, U – передаточное отношение лебедки, η_m – КПД лебедки.
23. Определить оптимальное положение правой опоры балки, нагруженной равномерно распределенной нагрузкой q и сосредоточенными силами P_1 и P_2 . Левая опора находится на конце балки.



24. Определить оптимальные размеры контейнера, изготавливаемого из стального листа заданного размера $A * B$ (с углов листа удаляются квадраты размером X , затем отгибаются боковые стороны контейнера и выполняются сварные швы).

Удаленные квадраты идут в отходы, стоимость сварного шва не учитывать.



ЛИТЕРАТУРА

1. Шестаков В.С. Оптимизация технических объектов: учебное пособие; Урал. гос. горный ун-т. – Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2016 – 238 с..

Проректор по учебно-методическому комплексу

УТВЕРЖДАЮ

С.А. Упоров



**МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ
ПО ОРГАНИЗАЦИИ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ
ОБУЧАЮЩИХСЯ**
по дисциплине
**Б1.О.30 ОПТИМИЗАЦИЯ ПАРАМЕТРОВ
ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ МАШИН**

Специальность
15.05.01 Проектирование технологических машин и комплексов

Специализация № 24
Проектирование технологических машин и комплексов

год набора: 2024

Авторы: Хорошавин С.А., канд. техн. наук, доцент, Лагунова Ю.А., д-р техн. наук, профессор

Одобрена на заседании кафедры

Горных машин и комплексов

(название кафедры)

Зав. кафедрой

(подпись)

Лагунова Ю.А.

(Фамилия И.О.)

Протокол № 1 от 06.09.2023

(Дата)

Рассмотрена методической комиссией
факультета

Горно-механического

(название факультета)

Председатель

(подпись)

Осипов П.А.

(Фамилия И.О.)

Протокол № 2 от 20.10.2023

(Дата)

Екатеринбург

ВВЕДЕНИЕ

Цель дисциплины (модуля): приобретение студентами представлений о возможности оптимизации и поиска оптимальных значений параметров объектов и технологических процессов.

Компетенции, формируемые в процессе изучения дисциплины:

общепрофессиональные:

- способен генерировать использовать новые инженерные идеи в области своей профессиональной деятельности (ОПК-5);
- способен понимать принципы работы современных информационных технологий и использовать их для решения задач профессиональной деятельности (ОПК-6).

профессиональные:

- способен выполнять анализ и оптимизировать конструкции технологических машин, обеспечивать технологичность изделий и оптимальность процессов их изготовления (ПК-1.6).

Результат изучения дисциплины (модуля):

Знать:

- передовой опыт, новые инженерные идеи в области проектирования технологических машин;
- принципы работы современных информационных технологий;
- конструкции технологических машин и процессов их изготовления

Уметь:

- анализировать и генерировать новые инженерные идеи в области проектирования технологических машин;
- применять современные информационные технологии для решения профессиональных задач;
- анализировать и оптимизировать конструкции технологических машин.

Владеть:

- навыками анализа и создания новых инженерных идей в области проектирования технологических машин;
- навыками использования современных информационных технологий для решения профессиональных задач;
- навыками анализа и оптимизации конструкции технологических машин.

1 ПОВТОРЕНИЕ ЛЕКЦИОННОГО МАТЕРИАЛА

Тема 1: Общие сведения об оптимизации. Методы поисковой оптимизации. Последовательность решения задач оптимизации.

Особенности задач оптимизации нефтегазового оборудования, наличие и отсутствие экстремумов. Графическое представление изменения целевой функции. Методы поисковой оптимизации. Рекомендации решения задач.

Тема 2: Понятие критерия оптимизации, ограничений, переменных, целевой функции. Критерии оптимизации, переменные, ограничения, целевые функции

Понятие критерия оптимизации в задачах оптимизации нефтегазового оборудования. Критерии массы, стоимости, производительности, себестоимости продукции, продолжительности цикла. Рекомендации по выбору критерия. Понятие ограничений, пределы возможного изменения переменных оптимизации и выходных параметров объекта. Выбор переменных оптимизации и отличие от параметров объекта. Рекомендации по формированию целевых функций.

Тема 3: Одномерная поисковая оптимизация методом прямого перебора.

Одномерная поисковая оптимизация. Назначение, вид графика, алгоритм, достоинства и недостатки метода прямого перебора.

Тема 4: Одномерная поисковая оптимизация методом дихотомии.

Одномерная поисковая оптимизация методом дихотомии. Назначение, вид графика, алгоритм, достоинства и недостатки. Сравнение с методом прямого перебора.

Тема 5: Сравнение методов одномерной поисковой оптимизации. Пример одномерной оптимизации емкостей.

Сравнение методов одномерной поисковой оптимизации. Пример одномерной оптимизации емкостей. Анализ задачи по оптимизации емкости. Обоснование критерия, ограничений, переменных, составление целевой функции, оформление алгоритма.

Тема 6: Особенности многомерной оптимизации, метод оптимизации покоординатного спуска.

Особенности многомерной оптимизации, вид графика для двух переменных. Пояснение к выбору графика представления метода многомерной оптимизации. Метод оптимизации покоординатного спуска. Организация диалога со студентами в виде мозгового штурма для обоснования алгоритма метода покоординатного спуска. Алгоритм метода оптимизации покоординатного спуска, достоинства и недостатки по сравнению с методом полного перебора.

Тема 7: Метод многомерной поисковой оптимизации случайного поиска.

Обоснование независимости числа вычислений функции от числа переменных на примере одной переменной. Алгоритм метода многомерной поисковой оптимизации случайного поиска, достоинства и недостатки по сравнению с методом полного перебора и методом покоординатного спуска.

Тема 8: Многокритериальные задачи. Сведение многокритериальных задач к однокритериальным. Метод "свертки". Метод "уступок".

Сведения о задачах с несколькими критериями. Метод решения сведением многокритериальных задач к однокритериальным. Метод "свертки", критика метода, доказательство невозможности применения для реальных задач оптимизации. Метод "уступок", сложности применения метода. Сравнение методов, достоинства и недостатки, примеры решения задач.

Тема 9: Алгоритмический язык программирования Visual Basic для решения задач оптимизации.

Алгоритмический язык программирования Visual Basic для решения задач оптимизации. Достоинства Visual Basic при использовании приложения Microsoft Excel. Вычисление формула $y=a+bx$, понятие переменных, порядок вычисления. Имена переменных. Структура программы. Пример программы вычисления формулы $y=a+bx$. Операторы и функции языка.

Тема 10: Виды и способы составления алгоритмов при решении задач оптимизации. Алгоритм с использованием условных обозначений. Численные методы решения математических моделей, включающих дифференциальные уравнения. Виды алгоритмов. Условное изображение. Примеры алгоритмов с циклами и условиями.

Тема 11: Математические модели для целевых функций оптимизации. Общие сведения. Последовательность решения задач.

Математические модели для целевых функций оптимизации: регрессионные модели, аналитические модели. Примеры регрессионных зависимостей с одной переменной и несколькими. Последовательность решения задач.

Тема 12: Целевые функции при критерии производительности. Расчет времени перемещения элементов поступательного движения. Определение оптимальных размеров погружного пневмоударника.

Математическая модель и алгоритм расчета времени разгона на заданное расстояние. Математическая модель и алгоритм расчета времени торможения. Пояснения по выбору критерия для оптимизации корпуса пневмоударника. Алгоритм и программа реализации на алгоритмическом языке.

Тема 13: Целевые функции продолжительности рабочего цикла подъемной лебедки.

Расчетная одномассовая схема, формулы приведения. Уравнения движения, алгоритм расчета времени подъема и опускания груза при перемещении на заданное расстояние.

Тема 14: Математическая модель реализации ограничения по тепловой загрузке приводов. Проведение оптимизации передаточного числа редуктора

Понятие эквивалентного момента, вычисление эквивалентного момента за рабочий цикл. Алгоритм расчета коэффициента загрузки. Модель для расчета продолжительности цикла при изменении передаточного числа. Использование ограничений по тепловой загрузке привода.

Тема 15: Проведение оптимизации выбора каната спускоподъемного комплекса буровых установок.

Модель для расчета усилий в канате при наличии слабины. Составление расчетной схемы, многомассовые схемы, формулы приведения, закон Гука для расчета усилий, алгоритм расчета усилий.

Тема 16: Оптимизация кронштейна, подвески мачты. Критерий массы и стоимости. Ограничение по прочности. Статические расчеты при оптимизации.

2. ПРИМЕР ТЕСТОВОГО ЗАДАНИЯ

Тест

Выбрать из предложенных вариантов ответов – один правильный.

№ п/п	Вопросы	Варианты ответов
1	Понятие алгоритма	1. Алгоритм - это формула 2. Алгоритм - это последовательность действий по преобразованию исходных данных для получения конечных результатов 3. Алгоритм – это схема 4. Алгоритм – это программа для ЭВМ 5. Алгоритм – это блок компьютера
2	Укажите структуру алгоритма при определении численными методами продолжительности движения	1. Алгоритм линейной структуры 2. Алгоритм циклической структуры 3. Алгоритм «Ветвления» 4. Алгоритм поступательной структуры 5. Алгоритм вращательной структуры
3	Укажите выражение, из которого численным методом можно найти скорость при поступательном движении	1. $\sum F_{двi} - \sum F_{cj} = m \cdot dv/dt$ 2. $v = dX/dt$ 3. $\sum M_{двi} - \sum M_{cj} = J \cdot d\omega/dt$ 4. $\omega = d\phi/dt$
4	Укажите выражение, из которого численным методом можно найти перемещение тела при поступательном движении	1. $\sum F_{двi} - \sum F_{cj} = m \cdot dv/dt$ 2. $v = dX/dt$ 3. $\sum M_{двi} - \sum M_{cj} = J \cdot d\omega/dt$ 4. $\omega = d\phi/dt$
5	Укажите выражение, из которого численным методом можно найти перемещение тела при вращательном движении	1. $\sum F_{двi} - \sum F_{cj} = m \cdot dv/dt$ 2. $v = dX/dt$ 3. $\sum M_{двi} - \sum M_{cj} = J \cdot d\omega/dt$ 4. $\omega = d\phi/dt$ 5. $F = c \cdot \Delta x$
6	Укажите вид расчетной схемы для определения продолжительности рабочего движения	1. Одномассовая 2. Двухмассовая 3. Многомассовая 4. Трехмассовая
7	Укажите вид расчетной схемы для определения усилий	1. Одномассовая 2. Двухмассовая 3. Многомассовая 4. Количество масс расчетной схемы определяется элементами, в которых требуется определить усилия
8	Укажите правильное решение задачи определения максимального усилия при «срыве»	1. Вначале реализуется движение барабана, а затем груза

	груза с захватов	2. Вначале реализуется движение груза, а затем барабана 3. Движение груза и барабана рассматриваются независимо 4. Вначале реализуется движение груза, а после выбора слабины каната рассматривается совместное движение груза и барабана

3. ПРАКТИЧЕСКИЕ ЗАДАНИЯ

1. Определить оптимальный размер корпуса пневмоударника по условию исключения удара ударника по крышке при холостом ходе. Бурение вертикальной скважины снизу вверх. Ударник перемещается сжатым воздухом, подаваемым в верхнюю часть цилиндра. Давление воздуха не меняется в процессе движения и равно P_0 . Усилие сопротивления определяется по выражению $F_c = K_v \cdot V^2$, где K_v – коэффициент, V – текущее значение скорости ударника. После прохождения расстояния L_1 , цилиндр отключается от магистрали (сжатый воздух перестает действовать), а после прохождения расстояния L_2 , перекрывается выхлопное окно и в нижнюю часть цилиндра начинает поступать сжатый воздух под давлением P_0 , под действием которого и происходит торможение ударника.

2. Определить оптимальный размер корпуса пневмоударника по условию исключения удара ударника по крышке при холостом ходе. Бурение вертикальной скважины сверху вниз. Поршень перемещается сжатым воздухом, давление которого не меняется в процессе движения и равно P_0 , а усилие сопротивления определяется по выражению $F_c = C_v \cdot V^2$, где C_v – коэффициент, V – текущее значение скорости ударника. После прохождения расстояния L_1 , перекрывается выхлопное окно и оставшаяся часть воздуха в нижней части камеры начинает тормозить ударник. Усилие торможения может быть определено по выражению $F_T = C_T \cdot X$, где C_T – коэффициент пропорциональности, X – ход ударника после перекрытия отверстия.

3. Определить оптимальный размер корпуса пневмоударника по условию исключения удара ударника по крышке при холостом ходе. Бурение вертикальной скважины. Ударник перемещается сжатым воздухом, подаваемым в нижнюю часть цилиндра. Давление воздуха не меняется в процессе движения и равно P_0 . Усилие сопротивления в процессе движения определяется по выражению $F_c = C_v \cdot V^2$, где C_v – коэффициент, V – текущее значение скорости ударника. После прохождения расстояния L_1 , цилиндр отключается от магистрали (сжатый воздух перестает действовать), а после прохождения расстояния L_2 , перекрывается выхлопное окно и в верхнюю часть цилиндра начинает поступать сжатый воздух под давлением P_0 , под действием которого и происходит торможение ударника.

4. Определить оптимальный размер корпуса пневмоударника по условию исключения удара ударника по крышке при холостом ходе. Бурение вертикальной скважины снизу вверх. Ударник перемещается сжатым воздухом, подаваемым в верхнюю часть цилиндра. Давление воздуха не меняется в процессе движения и равно P_0 . Усилие сопротивления определяется по выражению $F_c = K_v \cdot V^2$, где K_v – коэффициент, V – текущее значение скорости ударника. После прохождения расстояния L_1 , цилиндр отключается от магистрали (сжатый воздух перестает действовать), а после прохождения расстояния L_2 , перекрывается выхлопное окно и в нижнюю часть цилиндра начинает поступать сжатый воздух под давлением P_0 , под действием которого и происходит торможение ударника.

5. Определить оптимальный размер корпуса пневмоударника по условию исключения удара ударника по крышке при холостом ходе. Бурение горизонтальной скважины. Ударник перемещается сжатым воздухом, подаваемым в левую часть цилиндра. Давление воздуха не меняется в процессе движения и равно P_0 . После прохождения расстояния L_1 , цилиндр отключается от магистрали (сжатый воздух перестает действовать), после прохождения

расстояния L_2 , перекрывается выхлопное окно и в правую часть цилиндра начинает поступать сжатый воздух под давлением P_0 , под действием которого и происходит торможение поршня. Усилие сопротивления определяется по выражению $F_c = K_v \cdot V^2$, где K_v – коэффициент, V – текущее значение скорости ударника. .

6. Определить глубину погружения бурового снаряда в породу, которая требуется для оптимизации по производительности бурового станка. Буровой снаряд, массой M , падает под собственным весом с высоты H_0 и в конце хода наносит удар по забою скважины. Сопротивление при падении снаряда определяется по выражению $F_c = K_v \cdot V^2$, где K_v – коэффициент пропорциональности, V – скорость перемещения, м/с. При внедрении снаряда на него начинает действовать усилие сопротивления грунта, изменяющееся по закону $F_c = C_T \cdot H_{вн}$, где C_T – коэффициент пропорциональности, $H_{вн}$ – глубина погружения в породу, м.

4. ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОПРОВЕРКИ

1. Виды и способы составления алгоритмов при решении задач оптимизации.
2. Численные методы реализации алгоритмов
3. Понятие оптимизации.
4. Понятие критерия оптимизации
5. Понятие ограничений
6. Понятие переменных оптимизации
7. Понятие целевой функции
8. Назначение целевой функции при оптимизации и способы ее получения
9. Преобразование выражений из дифференциальной формы в численную форму
10. Последовательность решения оптимизационных задач
11. Метод одномерной поисковой оптимизации полного перебора
12. Метод одномерной поисковой оптимизации дихотомии
13. Особенность многомерной поисковой оптимизации
14. Метод многомерной поисковой оптимизации покоординатного спуска
15. Метод многомерной поисковой оптимизации случайного поиска
16. Решение многокритериальных оптимизационных задач
17. Метод свертки при решении многокритериальных задач
18. Метод уступок при решении многокритериальных задач
19. Последовательность решения задач составления целевой функции расчета продолжительности цикла
20. Последовательность решения задач составления целевой функции расчета усилий
21. Построение алгоритма при расчете усилий для выбора оптимального сечения каната
22. Структурная и параметрическая оптимизация
23. Виды алгоритмов при решении задач оптимизации
24. Назначение целевой функции при оптимизации и способы ее получения

Литература

№ п/п	Наименование	Кол-во экз.
1	Шестаков В.С. Оптимизация параметров технологических машин: учебное пособие; Урал. гос. горный ун-т. – Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2016 – 238 с..	30
2	Федунец, Н. И. Методы оптимизации : учебное пособие / Н. И. Федунец, Ю. Г. Черников. – Москва: Горная книга, 2009. – 376 с. – Режим доступа: по подписке. – URL: https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=229023 (дата обращения: 14.12.2023). – ISBN 978-5-7418-0557-2. – Текст: электронный.	ЭОР
3	Хог Э. Арора Я. Прикладное оптимальное проектирование:	3

	Механические системы и конструкции: Пер. с англ. -М.: Мир, 1983.- 478 с.	
4	Галеев Э.М. Оптимизация. Теория, примеры, задачи: Учеб. пособие Э. М. Галеев. - 3-е изд., испр. и доп.. - М.: URSS. - 2010. - 335 с.	3
5	Мясищев, Д. Г. Моделирование и оптимизация параметров компонентов лесных машин : учебное пособие / Д. Г. Мясищев. — Архангельск : САФУ, 2014. — 104 с. — ISBN 978-5-261-00922-1. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/96560	ЭБС

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по УМК

Упоров С. А.



МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

по выполнению самостоятельной, практической и курсовой работы

по дисциплине

Б1.О.31 ТЕХНОЛОГИЯ МАШИНОСТРОЕНИЯ И РЕМОНТ

Специальность

15.05.01 Проектирование технологических машин и комплексов

Специализация № 24

Проектирование технологических машин и комплексов

Автор: Волегов С. А., к.т.н.

Одобрены на заседании кафедры
Эксплуатации горного оборудования

Зав.кафедрой

(подпись)

Симисинов Д. И.

Протокол № 1 от 18.09.2023

Рассмотрены методической комиссией
горно-механического факультета

Председатель

(подпись)

Осипов П.А.

Протокол № 2 от 20.10.2023

Екатеринбург

ВОПРОСЫ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ОПРОСА

Тема 1. Основные понятия и положения. Производственный и технологический процессы. Структура тех. процесса. Типы производства, характеристика тех. производства. Организационные формы работы. Технологичность конструкции машин и деталей

1. Основные этапы процесса производства машин.
2. Общие понятия о типах производств.
3. Какие изделия машиностроения вы знаете?
4. Каковы основные этапы производственного процесса?
5. По каким признакам классифицируют технологические процессы машиностроения?
6. Какие элементы входят в структуру технологического процесса?
7. Как осуществляется классификация деталей по их конструктивным характеристикам?
8. Для чего используется технологическая классификация деталей?
9. Какова структура полного конструкторско-технологического кода детали?
10. Для решения каких задач используется классификация технологических операций?
11. Какова структура кода технологической операции?
12. Какие характерные признаки для разных типов производства вы знаете?
13. . Технологический переход
14. . Установ, позиции, проход
15. Типы машиностроительных производств.
16. Характеристика массового производства
17. Коэффициент закрепления операций.
18. Поточное и не поточное производство
19. Характеристика серийного производства
20. Характеристика единичного производства

Тема 2. Базирование деталей. Установка при обработке на станках. Поверхности и базы обрабатываемых деталей. Правила выбора баз. Последовательность выполняемых операций

1. Классификация баз при механической обработке.
2. Основные принципы базирования. Примеры погрешностей базирования.
3. Исходные данные для проектирования технологического процесса.
4. Базирование детали при обработке. Конструкторская, измерительная, технологическая база.
5. Принцип единства баз.
6. Принцип постоянства баз
7. Как определить период стойкости инструмента, обеспечивающий минимум себестоимости технологической операции?
8. Как режимы обработки влияют на себестоимость технологического перехода?
9. Как влияет точность обработки на технологическую себестоимость технологического перехода?
10. Какие существуют методы расчета припусков на обработку?
11. В чем заключается расчетно-аналитический метод определения припуска?
12. Факторы влияющие на величину припуска.
13. Основные принципы разработки маршрутного технологического процесса

Тема 3. Точность и качество поверхностей после механической обработки. Понятия о точности. Факторы, влияющие на точность. Точность при различных методах обработки. Оп-

ределение погрешностей методом математической статистики. Качество поверхностей деталей после механической обработки.

1. Факторы влияющие на точность обработки деталей.
2. Какие существуют виды погрешностей?
3. Что такое технологическая наследственность?
4. Что такое достижимая и экономическая точность обработки?
5. Какие существуют способы обеспечения точности обработки.
6. Точность обработки (общие понятия). Методы расчета точности.
7. Понятие о систематических и случайных погрешностях при обработке.
8. Методы учета случайных погрешностей при механической обработке.
9. Какие существуют методы борьбы с внутренними напряжениями в крупных отливках и штамповках.
10. Какие составляющие силы резания вызывают наибольшие деформации детали?
11. Какими свойствами определяется качество обработки детали.
12. Как качество поверхностного слоя (его параметры) влияет на эксплуатационные свойства детали?

Тема 4. Виды заготовок деталей машин. Определение припусков на обработку деталей. Подготовка заготовок для механической обработки.

1. Технологические характеристики получения заготовок методами литья.
2. Технологические характеристики получения заготовок методами пластического деформирования.
3. Факторы, влияющие на качество обработанной поверхности.
4. Жесткость технологической системы и ее влияние на точность обработки.
5. Экономическая и достижимая точность обработки.
6. Методы учета случайных погрешностей при механической обработке.
7. Понятие о систематических и случайных погрешностях при обработке.
8. Чем определяется вид заготовки?
9. Какие методы получения заготовок применяются в мелкосерийном, серийном, массовом производствах?
10. Какие методы обоснования эффективности применяются в серийном и массовом производствах?

Тема 5. Основы технического нормирования. Понятие о технической норме. Методы и порядок определения нормы времени. Структура нормы времени.

1. Что такое техническое нормирование?
2. Что такое техническая норма времени на операцию?
3. Что такое штучное время на операцию?
4. Что такое норма выработки?
5. Структура нормы времени.
6. Для чего нужно определять трудоемкость обработки детали?
7. Какие существуют методы определения нормы времени?
8. Что такое подготовительно-заключительное время? Как оно определяется?
9. Параметры режима резания и их влияние на норму времени на операцию.
10. Что такое операционное время? Его составляющие.

Тема 6. Основные принципы проектирования технологических процессов механической обработки. Требования к тех. процессу. Исходные данные. Организационная форма. Установления плана и методов обработки, выбор оборудования, приспособлений, инструмента.

1. Что такое технологический процесс?
2. Какие две задачи решают при проектировании технологического процесса?
3. Назовите необходимые данные для проектирования технологического процесса.

4. Назовите основные этапы разработки технологического процесса.
5. Нарезание зубчатых колес по методу обкатки.
6. Выбор вариантов при разработке технологического процесса.
7. Технологическая документация, ее виды и области применения.
8. Структура себестоимости изготовления деталей в машиностроении.
9. Какова степень проработки технологического процесса в зависимости от масштаба производства?
10. Что характеризует тип производства? Как определяется коэффициент серийности?

Тема 7. Комплексная технология механической обработки типовых деталей

1. Типовые технологические процессы изготовления корпусных деталей.
2. Технология изготовления рычагов.
3. Типовые технологические процессы изготовления зубчатых колес
4. Типовые технологические процессы изготовления деталей типа «валы».
5. Типовые технологические процессы изготовления деталей типа «втулки»
6. Нарезание зубчатых колес по методу копирования.
7. Отделочная обработка зубчатых колес.
8. Методы нарезания наружной и внутренней резьбы.
9. Методы обработки шлицевых поверхностей.
10. В чем заключается типизация технологических процессов

ПЕРЕЧЕНЬ ТЕМ КУРСОВЫХ РАБОТ

Тематика курсовых проектов:

1. Проектирование технологического процесса изготовления зубчатого колеса
2. Проектирование технологического процесса изготовления промежуточного вала
3. Проектирование технологического процесса изготовления шлицевого вала
4. Проектирование технологического процесса изготовления вала-шестерни
5. Проектирование технологического процесса изготовления втулки

ТЕСТОВЫЕ ЗАДАНИЯ

Тест 1

1. Выберите НЕВЕРНОЕ утверждение:

Для всех классов деталей признаются нетехнологичными следующие элементы:

1. отверстия с $L/D < 5$;
2. отверстия, расположенные под углом к оси;
3. глухие отверстия с резьбой;
4. открытые с одной или с двух сторон пазы.

2. При черновой обработке точность после сверления будет . . .

1. JT11
2. JT14
3. JT8
4. JT4

3. Прибор принцип которого, основан на измерении микро неровностей поверхности путем ощупывания ее алмазной иглой:

1. профилометр;
2. профилограф;
3. оптические приборы;
4. осциллограф.

4. Производство, в котором при достаточно большом количестве одинаковых выпусков изделий изготовление их ведется путем непрерывного выполнения на рабочих местах одних и тех же постоянно повторяющихся операций:

1. Единичное
2. Серийное
3. Индивидуальное
4. Массовое

5. На величину припуска не влияет:

1. Толщина дефектного поверхностного слоя
2. Сумма припусков на черновую обработку
3. Сумма припусков на чистовую обработку
4. Погрешность измерения

6. Основные факторы, влияющие на величину припусков:

1. материал заготовки
2. конфигурация и размеры заготовки
3. вид заготовки и способ её изготовления
4. требования в отношении механической обработки

7. Часть операции, выполняемая при одном закреплении заготовки на станке или в приспособлении:

1. Технологическая операция
2. Установ
3. Технологический переход
4. Вспомогательный переход

8. Укажите неправильное условие при установлении нормы времени?

1. в норму времени не должно включаться время на исправление забракованных деталей
2. в норму времени не должны быть включены те ручные приемы, которые могут быть выполнены одновременно с работой станка
3. в норму времени должны входить потери времени, из-за каких либо организационных неполадок
4. должны быть применены наиболее эффективные для данной работы приспособления и инструменты

9. Какой материал не используют для изготовления валов:

1. Высокоуглеродистые стали
2. Низкоуглеродистые стали
3. Конструкционные и легированные стали
4. Чугун

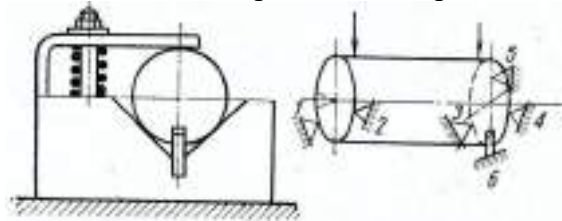
10. Чему равен угол метрической резьбы треугольного профиля?

1. 50°
2. 55°
3. 60°
4. 65°

11. Каким методом в единичном производстве получается требуемый размер?

1. Пробных проходов
2. Автоматического получения требуемого размера
3. Однопроходный
4. Разовый

12. Какой вид базирования изображен на рисунке?



1. базирование призмы в тисках;
 2. схема установки детали на поверхность;
 3. базирование детали (правило шести точек);
 4. базирование цилиндрической детали на призме.
13. Технологической задачей при изготовлении валов не является:
1. Обеспечение заданной точности
 2. Обеспечение точности формы
 3. Обеспечение точности взаимного расположения поверхностей
 4. Обеспечение заданной температуры при обработке

14. Под производственным процессом понимают:

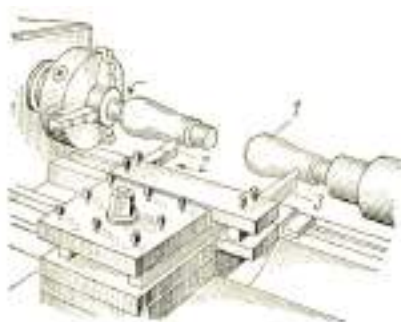
1. Совокупность отдельных процессов, осуществляемых для получения из материалов и заготовок готовых изделий, машин
2. Последовательное изменение формы, размеров и свойств материала в целях получения детали
3. Совокупность отдельных процессов, осуществляемых для получения материалов и заготовок
4. Процесс по изменению и последующему определению состояния предмета производства

15. Выберите НЕВЕРНОЕ утверждение:

Детали типа валов признаются технологичными, если они отвечают следующим требованиям:

1. возможность вести обработку проходными резцами;
2. увеличение диаметров поверхностей от середины к торцам вала;
3. жесткость вала обеспечивает достижение необходимой точности при обработке;
4. возможность замены открытых шпоночных пазов закрытыми.

16. Что показано на рисунке?



- 1.Обтачивание фасонной поверхности по копиру.
- 2.Одновременное обтачивание фасонных поверхностей.
- 3.Обтачивание фасонной поверхности призматическим резцом.
- 4.Обтачивание фасонной поверхности упорным резцом.

Тест 2

1.Погрешность базирования возникает вследствие:

1. несовмещения установочной базы с измерительной;
2. совмещение технологической, конструкторской и измерительной баз;
3. полное совпадение баз.
4. полное не совпадение баз

2.Основное (технологическое) время для точения на токарных станках:

$$1. \quad t_0 = \frac{l^* i}{n^* s} \quad 2. \quad t_0 = \frac{l}{n^* s} \quad 3. \quad t_0 = \frac{l}{3n^* s} \quad 4. \quad t_0 = \frac{L}{S_M}$$

3.Время технического обслуживания рабочего места затрачивается рабочим на уход за рабочим местом в процессе работы; сюда входит:

1. время на осмотр и опробование станка;
2. время на подналадку и регулировку станка в процессе работы;
3. время на перемещение инструмента;
4. время на измерение

4. Признаком соответствия детали заданным требованиям не является:

- 1.Точность формы и размеров
- 2.Точность взаимного расположения поверхностей
- 3.Степень шероховатости поверхности
- 4.Время изготовления

5. Вид обработки, применяемый преимущественно для точной обработки отверстий (брусками):

1. Шлифование
2. Хонингование
3. Сверление
4. Фрезерование

6. Выбрать неверное утверждение

1. Конструкция детали должна состоять из унифицированных стандартных элементов
2. Детали могут изготавливаться из любых типов заготовок
3. Размеры и поверхности деталей должны иметь оптимальную точность и шероховатость
4. Метод изготовления должен обеспечивать возможность обработки одновременно нескольких деталей

7.Какой вид термической обработки используется для упрочнения поверхностного слоя деталей:

1. Отпуск
2. Закалка
3. Химико-термическая обработка

4. Закалка ТВЧ

8. Поверхность, от которой при измерении производится непосредственный отсчет размеров.

1. Установочная база
2. Вспомогательная установочная база
3. Измерительная база
4. Сборочная база

9. Тип производства, при котором изделия изготавливаются единичными экземплярами разнообразными по конструкции или размерам:

1. массовое
2. Единичное
3. Серийное
4. Поточно-массовое

10. Для чего служит притирка?

1. Для отделочной обработки деталей из цветных металлов и сплавов
2. Для чистовой отделки наружных цилиндрических поверхностей
3. Для окончательной отделки предварительно отшлифованных поверхностей детали
4. Для чистовой обработки поверхности мягким кругом с нанесённым на него мелкозернистым, абразивным порошком

11. По какой формуле определяется основное время резания?

1. $t_o = \frac{L+y}{S_o \times n} \times i; *$
2. $t_o = t_{п.з.} + t_{yc.} + t_{з.о.} + t_{yn.} + t_{из.} + t_{в.} + t_{шт.};$
3. $t_o = t_{yc.} + t_{з.о.} + t_{yn.} + t_{из.};$
4. $t_o = t_{шт} + \frac{t_{п.з.}}{n}.$

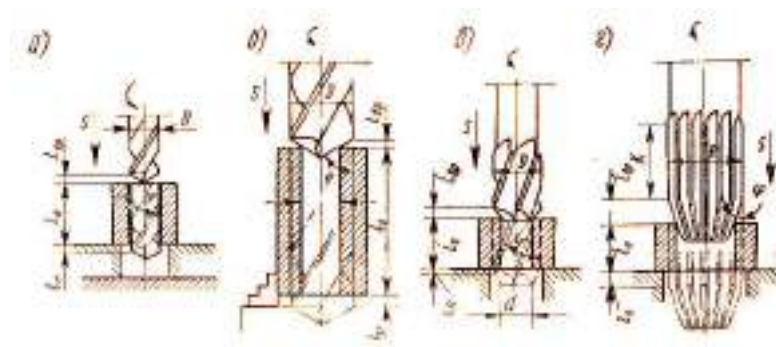
12. Факторы, не влияющие на величину припусков:

1. Способ обработки
2. Режим резания металла
3. Материал заготовки
4. Материал инструмента

13. Слой металла, подлежащий удалению с поверхности заготовки в процессе обработки для получения готовой детали:

1. Припуск
2. Допуск
3. Напуск
4. Запуск

14. По какой из схем определяют длину прохода инструмента при обработке отверстия методом зенкерования?



Схемы для определения длины прохода инструментов при обработке отверстий

15. Типом производства не является:

1. Серийное
2. Массовое
3. Поточное
4. Единичное

16. Выберите **НЕВЕРНОЕ** утверждение:

Для всех классов деталей признаются нетехнологичными следующие элементы:

1. отверстия с $L/D < 5$;
2. отверстия, расположенные под углом к оси;
3. глухие отверстия с резьбой;
4. открытые с одной или с двух сторон пазы.

Тест 3

1. Поверхность, лишающую заготовку или изделие 3-х степеней свободы называют:

1. установочной базой;
2. направляющей базой;
3. опорной базой.
4. двойной направляющей

2. Производство, в котором при достаточном большом кол-ве одинаковых выпусков изделий изготовление их ведется путем непрерывного выполнения на рабочих местах одних и тех же постоянно повторяющихся операций:

1. Единичное
2. Серийное
3. Массовое
4. Мелкосерийное

3. Основная характеристика деталей машин или приборов:

1. жесткость;
2. точность;
3. мощность;
4. размер.

4. Поверхность, заменяющая ее совокупность поверхностей, ось, точку детали или сборочной единицы, по отношению к которым ориентируются другие детали, обрабатываемые или собираемые на данной операции:

- 1.. Плоская
- 2.. Цилиндрическая
- 3.. Основная
- 4.. База

5. К методам обработки плоских поверхностей не относится:

- 1.. Стругание
- 2.. Фрезерование
- 3.. Шлифование
- 4.. Точение

6. Установочной базой называется поверхность, при установке на которую тело лишается . . . степеней свободы.

1. двух
2. трёх
3. пяти
4. шести

7. Поверхность, которая служит для установки детали при обработке и сопрягается с другой деталью, совместно работающей в собранной машине, или оказывает влияние на работу данной детали в машине называется технологической базой.

1. измерительной
2. вспомогательной
3. основной
4. сборочной

8. В чем заключается принцип совмещения баз?

1. В том, что сборочная база является установочной
2. В том, что сборочная база является измерительной
3. В том, что для выполнения всех операций обработки детали используют одну и ту же базу
4. В том, что сборочная база является одновременно установочной и измерительной

9. Поверхность, от которой при измерении производится непосредственный отсчет размеров, называется:

1. Основной установочной базой
2. Сборочной базой
3. Измерительной базой
4. Конструктивной базой

10. Факторы, влияющие на величину припусков:

Материал инструмента
Материал заготовки
Режим резания металла
Способ обработки

11. При обработке наружных поверхностей тел вращения базой для выполнения ряда операций будут являться:

- 1.. Цилиндрическая поверхность
- 2.. Торцы детали
- 3.. Центровые отверстия
- 4.. Крайние шейки детали

12. Изделие, изготовленное из однородного материала без применения сборочных операций?

1. деталь
2. сборочная единица

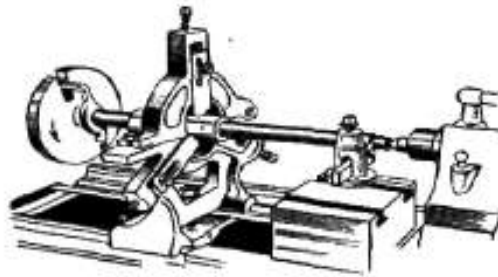
3. комплекс

4. комплект

13. В результате несоответствия действительных движений заготовки и инструмента движениям, предусмотренным кинематической схемой станка:

- 1.. Увеличивается шероховатость
- 2.. Повышается точность изготовления
- 3.. Снижается время обработки
- 4.. Возникает погрешность обработки

14. Что изображено на рисунке?



1. Обработка вала на токарном станке в центрах с применением неподвижного люнета
2. Обработка вала на токарном станке в центрах с применением подвижного люнета
3. Установка вала в центрах с поводковым патроном
4. Шлифование вала

15. Вид обработки, осуществляемый с помощью абразивного инструмента:

- 1.. Точение
- 2.. Протягивание
- 3.. Сверление
- 4.. Шлифование

16. Выберите НЕВЕРНОЕ утверждение:

Для всех классов деталей признаются нетехнологичными следующие элементы:

1. отверстия с $L/D < 5$;
2. отверстия, расположенные под углом к оси;
3. глухие отверстия с резьбой;
4. открытые с одной или с двух сторон пазы.

Тест 4

1. Выберите НЕВЕРНОЕ утверждение:

Вспомогательное время, связанное с переходом, включает:

1. время на изменение частоты вращения шпинделя;
2. время на изменение величины и направления подачи;
3. время на смену инструмента;
4. получение приспособления исполнителем работы на складе.

2. Поверхность детали, которая служит только для её установки при обработке, не сопрягается с другой деталью совместно работающей в собранной машине :

1. Основной установочной базой
2. Измерительной установочной базой
3. Конструктивной базой
4. Вспомогательной установочной базой

3.Звено, получаемое при построении размерной цепи последним:

1. конечное звено;
2. замыкающее звено;
3. последнее звено.

4. При обработке наружных поверхностей тел вращения базой для выполнения ряда операций будут являться:

1. Цилиндрическая поверхность
2. Торцы детали
3. Центровые отверстия
4. Крайние шейки детали

5. Явление переноса свойств от предыдущей к последующей операции и сохранение этих свойств называется . .

1. технологическим наследованием
2. техническим наследованием
3. конструктивной наследственностью
4. технологической последовательностью

6. Что неверно?

1. Конструкция детали должна состоять из унифицированных стандартных элементов
2. Детали могут изготавливаться из любых типов заготовок
3. Размеры и поверхности деталей должны иметь оптимальную точность и шероховатость
4. Метод изготовления должен обеспечивать возможность обработки одновременно нескольких деталей

7. Какой способ установки обеспечивает закрепление и придание определенного положения детали для обработки с достаточно высокой точностью и с наименьшей затратой времени?

1. установка детали на столе станка по разметке
2. установка детали в специальном приспособлении
3. установка детали непосредственно на столе станка
4. установка детали в универсальном приспособлении

8. По какой формуле определяется основное (технологическое) время для точения на токарных станках?

$$1. t_0 = \frac{l \cdot i}{n \cdot s} \quad 2. t_0 = \frac{l}{n \cdot s} \quad 3. t_0 = \frac{l}{3n \cdot s} \quad 4. t_0 = \frac{L}{S_M}$$

9. Норма штучного времени на обработку определяется по формуле:

$$1. t_{шт} = t_O + t_B + t_{ОБ} + t_\phi$$

$$2. t_{шт} = t_O + t_B$$

$$3. t_{шт} = t_{шт} \cdot n + T_{пз}$$

$$4. t_{шт} = t_O + t_B + t_{Т.ОБ} + t_{О.ОБ} + t_\phi$$

10. При каком шлифовании деталь не закрепляется в центрах?

1. Шлифование способом поперечной подачи
2. Шлифование абразивной лентой
3. Бесцентровое шлифование
4. Шлифование способом продольной подачи

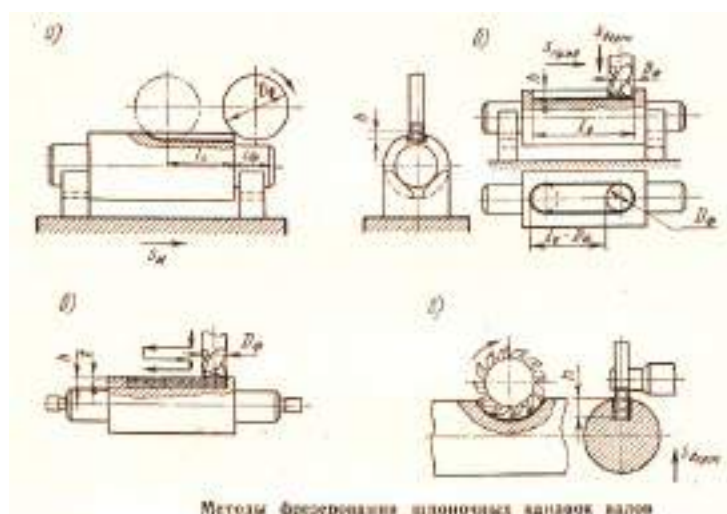
11. Производство, характеризующееся широкой номенклатурой изготавливаемых или ремонтируемых изделий и малым объемом их выпуска:

- 1.. Массовое
- 2.. Серийное
- 3.. Единичное
- 4.. Широко номенклатурное

12. Законченная часть технологического перехода в виде однократного перемещения инструмента относительно заготовки сопровождаемого изменением формы, размеров, шероховатости поверхности или свойств заготовки?

1. вспомогательный ход
2. рабочий ход
3. вспомогательный переход
4. технологический переход

13. На каком рисунке указан метод фрезерования шпоночной канавки вала фрезой с маятниковой подачей?



Методы фрезерования шпоночных канавок валов

14. Деталь, содержащая систему отверстий и плоскостей, координированных друг относительно друга:

1. Корпус
2. Станина
3. Стол
4. Подставка

15. Измерительной базой называется:

- 1.. Поверхность, от которой производится отсчет размеров
- 2.. Поверхность, которой она устанавливается для обработки в определенном положении, относительно станка
- 3.. Поверхность, которая определяет положение данной детали относительно других деталей в узле
- 4.. Обработанная поверхность, которая служит для последующей обработки

16. Погрешность базирования возникает вследствие:

1. не совмещения установочной базы с измерительной;
2. совмещение технологической, конструкторской и измерительной баз;
3. полное совпадение баз.
4. полное не совпадение баз

Тест 5

1. Выберите НЕВЕРНОЕ утверждение:

1. отрубка – операция полного отделения части заготовки;
2. прошивка – устранение искажения формы поковок путем пластического деформирования;
3. протяжка – увеличение длины исходной заготовки за счет уменьшения поперечного сечения;
4. осадку применяют для получения поковок с большим поперечным сечением из заготовок меньшего поперечного сечения.

2. Сколько шпинделей имеет фрезерно-центровальный станок?

- 1.) 3 2.) 4 3.) 6 4.) 1

3. Производство, характеризующееся широкой номенклатурой изготавливаемых или ремонтируемых изделий и малым объемом их выпуска:

- 1.. Массовое
- 2.. Серийное
- 3.. Единичное
- 4.. Широко номенклатурное

4. При обработке наружных поверхностей тел вращения базой для выполнения ряда операций будут являться:

- 1.. Цилиндрическая поверхность
- 2.. Торцы детали
- 3.. Центровые отверстия
- 4.. Крайние шейки детали

5. Определить тип производства, если коэффициент загрузки оборудования равен 1 ($K_{з.о.} = 1$).

1. единичное производство
2. мелкосерийное производство
3. массовое производство
4. крупносерийное производство

6. Установочной базой называется поверхность, при установке на которую тело лишается ... степеней свободы.

1. двух
2. трёх
3. пяти
4. шести

7. Какая карта содержит описание технологического процесса изготовления и контроля изделия по всем операциям различных видов работ в технологической последовательно-

сти с указанием данных по оборудованию, оснастке, материальным и трудовым нормативам?

1. карта эскизов
2. маршрутная карта
3. операционная карта
4. карта технологического процесса

8. Время, которое не входит в норму штучного времени и определяется отдельно на всю партию деталей, называется?

1. Подготовительно-заключительное время
2. Оперативное время
3. Основное время
4. Калькуляционное время

9. С какой операции начинается механическая обработка валов из прутка:

1. Центрование
2. Точение
3. Обдирка
4. Разрезание

10. Обтачивание заготовок с точностью обработки шероховатости от
 $Rz\ 80$ до $Rz\ 40$:

1. Черновое
2. Чистовое
3. Чистовое точное и тонкое
4. Чистовое, чистовое точное

11. Принцип совмещения баз заключается в том, что

1. для выполнения всех операций используют одну и ту же базу.
2. необходимо совмещать сборочную, установленную измерительную
3. необходимо совмещать чистовую и черновую базу
4. в качестве установочной базы можно использовать только измерительную базу

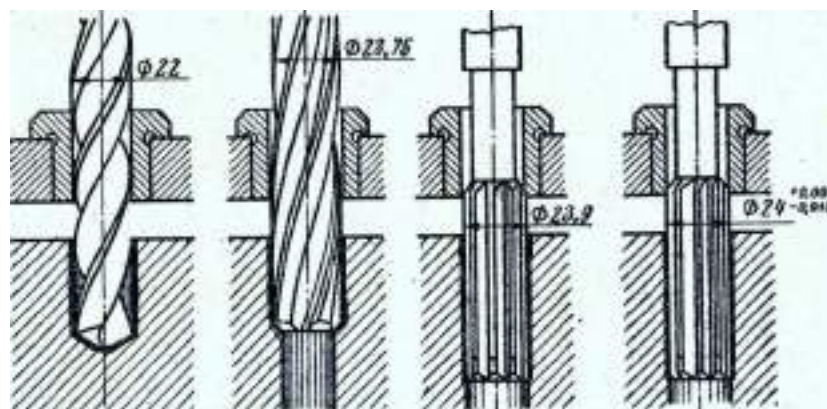
12. Постоянные по значению и знаку погрешности, которые возникают при обработке называют?

1. систематическими
2. случайными
3. систематически постоянными
4. специальными

13. Поверхность, лишающую заготовку или изделие 3-х степеней свободы называют:

1. установочной базой;
2. направляющей базой;
3. опорной базой.
4. двойной направляющей

14. На каком из ниже перечисленных рисунков показано черновое разворачивание?



1

2

3

4

15. Процесс, связанный с изменением размеров, формы или свойств материала заготовки, выполняемый в определенной последовательности:

1. Процесс изготовления
2. Технологический процесс
3. Производственный процесс
4. Операционный процесс

16. Факторы, не влияющие на выбор способа получения заготовки:

1. Условия эксплуатации, испытываемые напряжения и нагрузки
2. Материал, геометрическая форма и размеры
3. Экономический фактор и тип производства
4. Время ее изготовления и срок службы парка оборудования

Тест 6

1. Выберите НЕВЕРНОЕ утверждение:

1. основные операцииковки – осадка, протяжка, прошивка, отрубка, гибка, правка;
2. из-за невозможности выполнения отдельных элементов детали в участках этих элементов назначают напуск, который удаляют при последующей обработке;
3. ковкой целесообразно выполнять ребра жесткости и выступы на поверхности заготовки;
4. горячая штамповка выполняется на молотах и прессах, открытых и закрытых штампах.

2. Два и более специфицированных изделия, не соединенных на предприятии-изготовителе сборочными операциями, но предназначены для выполнения взаимосвязанных эксплуатационных функций:

1. деталь
2. Сборочные единицы (узлы)
3. комплекс
4. комплект

3. Степень соответствия изготовленной детали заданным размерам, форме и иным характеристикам:

1. Точность обработки
2. Чистота обработки
3. Погрешность
4. Технологичность

4. Основное и вспомогательное время в сумме составляет:

1. Оперативное время
2. Подготовительно – заключительное время
3. Штучно – калькуляционное время
4. Время организационного обслуживания

5. Вал не технологичен, если:

1. отношение длины вала к его диаметру меньше 10
2. отношение длины вала к его диаметру больше 10
3. отношение длины вала к его диаметру равно 1
4. отношение длины вала к его диаметру больше 5

6. Как определяется коэффициент серийности?

1. $K_c = \frac{\tau}{T_{cp}}$ 2. $K_c = \frac{T_{cp}}{\tau}$ 3. $K_c = \frac{\tau}{T_{cp} + \tau}$ 4. $K_c = \frac{T_o}{T_{cp}}$

7. Процесс чистовой обработки поверхности мягким кругом (например фетровым) с нанесенным на него мелкозернистым абразивным порошком, смешанным со смазкой называется:

1. шлифование
2. суперфиниш
3. полирование
4. выглаживание

8. $t_B = \frac{60 \times F_a \times m}{D}$; что характеризует данная формула?

1. Величина такта выпуска при поточно-серийном производстве
2. Величина такта выпуска при поточно-массовом производстве
3. Величина такта выпуска при переменном-серийном производстве
4. Величина такта выпуска при единичном производстве

9. Время нарезания резьбы резцом определяется:

1. $t_o = \frac{l + l_{bp} + l_n}{n * S} * g$

2. $t_o = \frac{l + l_{bp} + l_n}{n_p * S} * i + \frac{l + l_{bp} + l_n}{n_o * S} * i$

3. $t_o = \frac{(l_o + l_{bp} + l_n)}{n * S}$

4. $t_o = \frac{(l_o + l_{bp} + l_n) * \Pi * D_H}{S * S_o * n_p * z_p} * i$

10. Содержание маршрутной карты:

1. содержит описание тех. процесса изготовления и контроля изделия по всем операциям различных видов работ в технолог. последовательности и указанием данных по оборудованию, оснастке и т. п..
2. содержит графическую иллюстрацию тех. процесса изготовления детали.
3. содержит описание тех. процесса изготовления и контроля изделия по всем операциям отдельного вида работ.
4. содержит описание операции тех. процесса изготовления изделия с расчленением по переходам и указанием данных по оборудованию, оснастке и т. п.

11. Вид отделочной обработки цилиндрических наружных поверхностей деталей колеблющимися брусками:

1. Бесцентровое шлифование
2. Хонингование
3. Суперфиниш
4. Шлифование способом продольной подачи

12. Слой материала, удаляемый с заготовки для достижения заданной точности и качества обрабатываемой поверхности называют?

1. общий припуск
2. допуск
3. предварительный допуск
4. промежуточный припуск

13. Производство, в котором при достаточно большом количестве одинаковых изделий изготовление их ведется путем непрерывного выполнения на рабочих местах одних и тех же постоянно повторяющихся операций:

1. Единичное
2. Серийное
3. Индивидуальное
4. Массовое

14. В состав вспомогательного времени не входит:

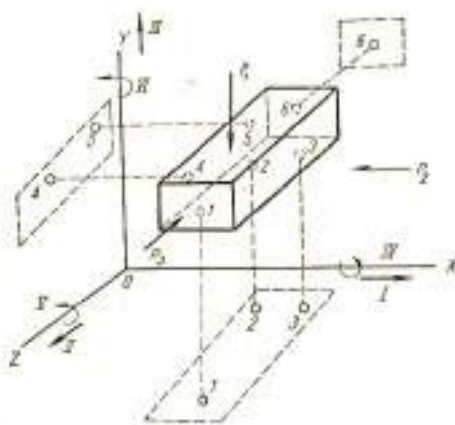
1. Время управления станком и перемещения инструмента
2. Время на установку, закрепление и снятие приспособления, инструмента и детали
3. Время на приемы измерения
4. Подготовительно – заключительное время

15. Выберите НЕВЕРНОЕ утверждение:

Вспомогательное время, связанное с переходом, включает:

1. время на изменение частоты вращения шпинделя;
2. время на изменение величины и направления подачи;
3. время на смену инструмента;
4. получение приспособления исполнителем работы на складе.

16. Что изображено на рисунке?



1. Измерительные, технологические, конструкторские, основные и вспомогательные базы.
2. Схема базирования детали (правило 6 точек).

3. Измерительные, технологические базы.
4. Измерительные, технологические, конструкторские базы.

Тест 7

1. Выберите НЕВЕРНОЕ утверждение:

1. время перерывов на отдых исчисляется суммарно в % к оперативному времени;
2. в массовом производстве настройку станка, инструмента и приспособлений и подготовку рабочего места до начала рабочей смены производит сам станочник;
3. в основное время входит время, затрачиваемое на врезание и перебег инструмента;
4. время на приемы измерения детали – вспомогательное время.

2. Сборка, при которой надлежащая посадка соединяемых деталей, изготовленных также по предельным калибрам, но с большими допусками, путем предварительного подбора их по размерам:

1. Сборка с полной взаимозаменяемостью
2. Сборка с неполной взаимозаменяемостью
3. Индивидуальный подбор
4. Групповой подбор

3. Поверхность детали, которой она устанавливается для обработки относительно станка (приспособления) и режущего инструмента:

- 1.. Вспомогательная база
- 2.. Измерительная база
- 3.. Сборочная база
- 4.. Установочная база
4. К классу втулок не относятся:

1. Вкладыши
2. Гильзы
3. Буксы
4. Диски

5. Уменьшение высоты заготовки за счёт увеличения площади поперечного сечения - это:

1. раскатка
2. отрубка
3. высадка
4. осадка

6. Как определяется такт выпуска деталей?

$$1. \tau = \frac{60 \cdot F_g \cdot m}{N} \quad 2. \tau = \frac{60 \cdot F_g \cdot m \cdot a}{N} \quad 3. \tau = \frac{60 \cdot T_o}{F_g \cdot m} \quad 4. \tau = \frac{N}{60 \cdot F_g \cdot m}$$

7. По какой из указанных формул определяется основное технологическое время при точении?

$$1. t_o = \frac{l \cdot s}{n \cdot i} \quad 3. t_o = \frac{s \cdot i}{n \cdot l} \quad 2. t_o = \frac{l \cdot n}{i \cdot s} \quad 4. t_o = \frac{l \cdot i}{n \cdot s}$$

8. На какие две группы делятся припуски?

1. Общие и межоперационные
2. Главные и второстепенные
3. основные и промежуточные
4. Большие и маленькие

9. Вид отделочной обработки цилиндрических поверхностей деталей

1. Бесцентровое шлифование:
2. Шлифование абразивной лентой
3. Суперфиниш
4. Шлифование способом продольной подачи

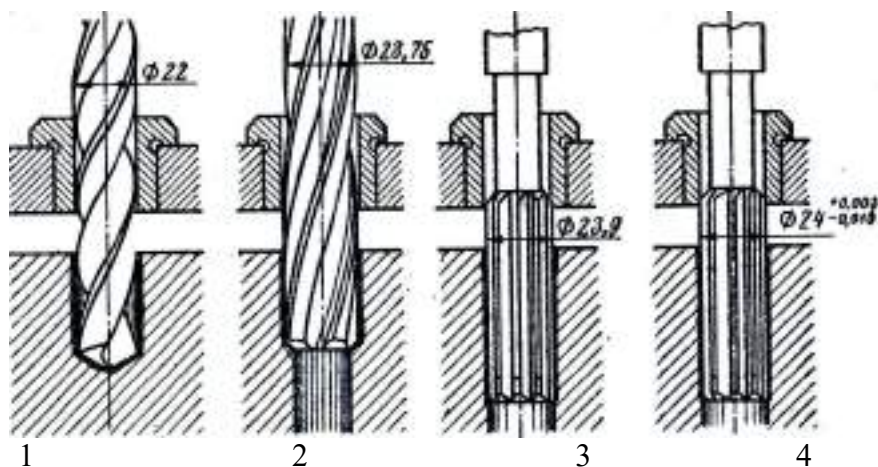
10. Производство, в котором при достаточном большом кол-ве одинаковых изделий изготовление их ведется путем непрерывного выполнения на рабочих местах одних и тех же постоянно повторяющихся операций:

1. Единичное
2. Серийное
3. Массовое
4. Мелкосерийное

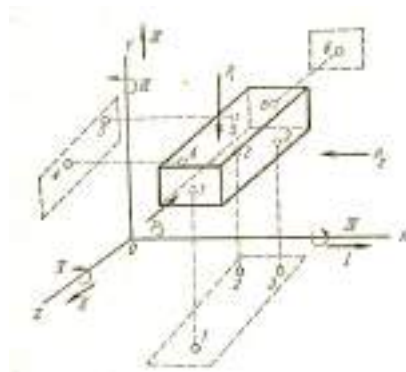
11. Часть операции, выполняемая при одном закреплении заготовки на станке или в приспособлении:

1. Технологическая операция
2. Установ
3. Технологический переход
4. Вспомогательный переход

12. На каком из ниже перечисленных рисунков показано черновое развёртывание?



13. Что изображено на рисунке?



1. Измерительные, технологические, конструкторские, основные и вспомогательные базы.
2. Схема базирования детали (правило 6 точек).
3. Измерительные, технологические базы.
4. Измерительные, технологические, конструкторские базы.

14. Признаком соответствия детали заданным требованиям не является:

1. Точность формы и размеров
2. Точность взаимного расположения поверхностей
3. Степень шероховатости поверхности
4. Время изготовления

15. Детали класса валов с небольшим перепадом диаметров большей частью изготавливают из:

1. Проката
2. Поковок
3. Штамповок
4. Отливок

16. Выберите НЕВЕРНОЕ утверждение:

1. в норму времени не должны входить потери из-за каких-либо организационных неполадок;
2. в норму времени должны быть включены те ручные приемы, которые могут быть выполнены одновременно с работой станка;
3. под техническим нормированием понимается установление нормы времени на выполнение определенной работы или нормы выработки в штуках в единицу времени;
4. техническая норма времени служит основой для оплаты работы, калькуляции себестоимости детали или изделия.

Тест 8

1. Выберите НЕВЕРНОЕ утверждение:

1. время перерывов на отдых исчисляется суммарно в % к оперативному времени;
2. в массовом производстве настройку станка, инструмента и приспособлений и подготовку рабочего места до начала рабочей смены производит сам станочник;
3. в основное время входит время, затрачиваемое на врезание и перебег инструмента;
4. время на приемы измерения детали – вспомогательное время.

2. Определение Оперативного времени осуществляется суммой:

1. Основное и вспомогательное
2. Основное и подготовительно-заключительное время
3. Основное и время управление станком

4. Основное, вспомогательное и подготовительно-заключительное время

3. Заготовками для изготовления деталей машин не служат:

1. Отливки чугунные, стальные, из цветных металлов, из пластмасс
2. Поковки и штамповки
3. Прокат стали и цветных металлов
4. Прокат чугуна

4. Припуск на обработку равен:

1. Разности размера заготовки и размера готовой детали
2. Сумме размера заготовки и размера готовой детали
3. Произведению размера заготовки и размера готовой детали
4. Разности размера заготовки к размеру готовой детали

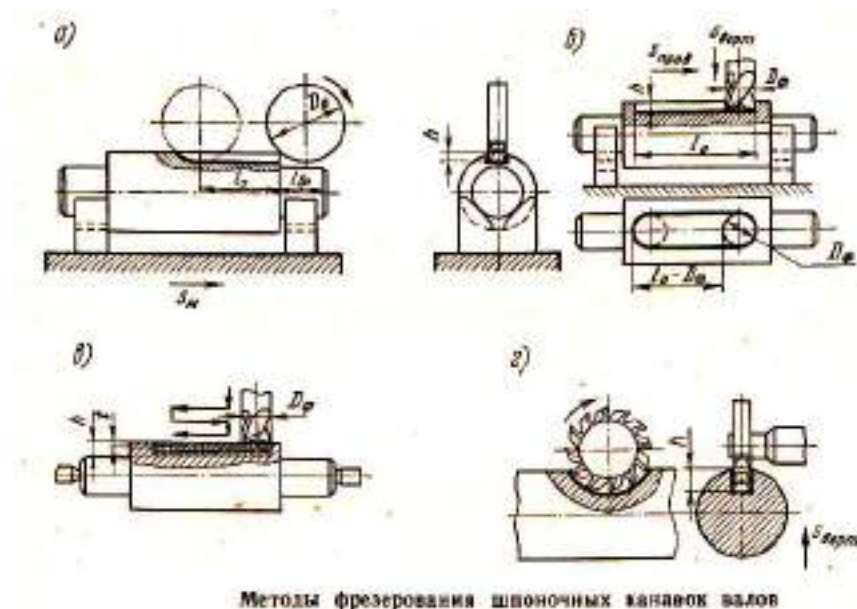
5. Поверхности, относительно которых при обработке задаётся расстояние до инструмента, есть . . .

1. технологические базы
2. конструкторские базы
3. измерительные базы
4. эксплуатационные базы

6. Какой материал используют при изготовлении валов:

1. Высокоуглеродистые стали
2. Низкоуглеродистые стали
3. Конструкционные и легированные стали
4. Чугун

7. На каком рисунке указан метод фрезерования шпоночной канавки вала фрезой с маятниковой подачей?



8. Во Время организационного обслуживания рабочего места в течение смены; входит:

1. время управления станком - пуск в ход, останов, перемена скорости и подачи и т. д.

2. время на правку инструмента оселком (резца или алмазом (шлифовального; круга) в процессе работы;
3. время на смену затупившегося инструмента;
4. время на чистку и смазку станка.

9. Часть операции, выполняемая при одном закреплении заготовки на станке или в приспособлении:

1. Технологическая операция
2. Установ
3. Технологический переход
4. Вспомогательный переход

10. Основное (технологическое) время при точении

$$1. \quad t_0 = \frac{l \cdot i}{n \cdot s} \quad 2. \quad t_0 = \frac{l}{n \cdot s} \quad 3. \quad t_0 = \frac{l}{3n \cdot s} \quad 4. \quad t_0 = \frac{L}{S_M}$$

11. Какой вид термической обработки используется для упрочнения поверхностного слоя деталей:

1. Отпуск
2. Закалка
3. Химико-термическая обработка
4. Закалка ТВЧ

12. Увеличение шероховатости при уменьшении скорости резания происходит в результате:

1. образования налета
2. образования наклепа
3. образования нароста
4. усадки стружки

13. При обработке наружных поверхностей тел вращения базой для выполнения ряда операций будут являться:

- 1.. Цилиндрическая поверхность
- 2.. Торцы детали
- 3.. Центровые отверстия
- 4.. Крайние шейки детали

14. На величину припуска не влияет:

- 1.. Толщина дефектного поверхностного слоя
- 2.. Сумма припусков на черновую обработку
- 3.. Сумма припусков на чистовую обработку
- 4.. Погрешность измерения

15. Выберите НЕВЕРНОЕ утверждение:

1. в норму времени не должны входить потери из-за каких-либо организационных неполадок;
2. в норму времени должны быть включены те ручные приемы, которые могут быть выполнены одновременно с работой станка;
3. под техническим нормированием понимается установление нормы времени на выполнение определенной работы или нормы выработки в штуках в единицу времени;

4. техническая норма времени служит основой для оплаты работы, калькуляции себестоимости детали или изделия.

16. Штучное время при неавтоматизированном производстве?

$$1. t_{ш} = t_o + t_B + t_T + t_{орг}$$

$$2. t_{ш} = t_o + t_B + t_T + t_{орг} + t_{П}$$

$$3. t_{ш} = t_B + t_T + t_{орг} + t_{П}$$

$$4. t_{ш} = t_o + t_B + t_T + t_{П}$$

Тест 9

1. Выберите НЕВЕРНОЕ утверждение:

1. на точность механической обработки деталей влияют температурные деформации детали и инструмента, вызванные их нагревом;
2. на точность механической обработки влияет износ режущего инструмента;
3. неточность обработки возможна из-за деформаций, возникающих под влиянием внутренних напряжений в материале детали;
4. внутренние напряжения появляются в результате равномерного охлаждения отдельных частей заготовок, изготовленных литьем, ковкой, штамповкой и т. д.

2. Основные факторы, влияющие на величину припусков:

1. материал заготовки
2. конфигурация и размеры заготовки
3. вид заготовки и способ её изготовления
4. требования в отношении механической обработки

3. Интервалом времени, через который периодически производится выпуск изделий определенного наименования и типоразмера, называется:

1. Среднее штучное время
2. Основное время
3. Такт выпуска
4. Фонд рабочего времени

4. Метод сверхточной чистовой обработки:

1. Шлифование
2. Хонингование
3. Протягивание
4. Суперфиниш

5. Тип производства, при котором изделия изготавливаются единичными экземплярами разнообразными по конструкции или размерам:

1. массовое 2. Единичное 3. Серийное 4. Поточно-массовое

6. Законченная часть технологической операции, характеризующаяся постоянством применяемого инструмента, поверхностей, образуемых обработкой, или режима резания – это . .

1. технологический ход

2. вспомогательный переход
3. технологический переход
4. вспомогательный ход

7. В каком виде заготовки припуски на обработку меньше?

1. литье
2. ковка
3. прокат
4. штамповка

8. Содержание маршрутной карты:

1. содержит описание тех. процесса изготовления и контроля изделия по всем операциям различных видов работ в технолог. последовательности и указанием данных по оборудованию, оснастке и т. п..
2. содержит графическую иллюстрацию тех. процесса изготовления детали.
3. содержит описание тех. процесса изготовления и контроля изделия по всем операциям отдельного вида работ.
4. содержит описание операции тех. процесса изготовления изделия с расчленением по переходам и указанием данных по оборудованию, оснастке и т. п.

9. Какой вид термической обработки используется для упрочнения поверхностного слоя деталей:

1. Отпуск
2. Закалка
3. Химико-термическая обработка
4. Закалка ТВЧ

10. Поверхность детали, которая служит только для её установки при обработке, не сопрягается с другой деталью совместно работающей в собранной машине:

1. Основной установочной базой
2. Измерительной установочной базой
3. Конструктивной базой
4. Вспомогательной установочной базой

11. Необходимое количество опор при установке детали по плоскости

1. 3 2. 8 3. 15 4. 6

12. Фиксированное положение, занимаемое закрепленной обрабатываемой заготовкой совместно с приспособлением относительно инструмента или неподвижной части оборудования для выполнения определенной части операции?

1. установ
2. позиция
3. зажим
4. положение

13. Основное и вспомогательное время в сумме составляет:

- 1.. Оперативное время
- 2.. Подготовительно – заключительное время
- 3.. Штучно – калькуляционное время
- 4.. Время организационного обслуживания

14. Вид обработки, применяемый преимущественно для точной обработки отверстий (брусками):

- 1.. Шлифование
- 2.. Хонингование
- 3.. Сверление
- 4.. Фрезерование

15. Выберите НЕВЕРНОЕ утверждение:

1. на точность механической обработки деталей влияют температурные деформации детали и инструмента, вызванные их нагревом;
2. на точность механической обработки влияет износ режущего инструмента;
3. неточность обработки возможна из-за деформаций, возникающих под влиянием внутренних напряжений в материале детали;
4. внутренние напряжения появляются в результате равномерного охлаждения отдельных частей заготовок, изготовленных литьем, ковкой, штамповкой и т.д.

16. Выберите НЕВЕРНОЕ утверждение:

1. время перерывов на отдых исчисляется суммарно в % к оперативному времени;
2. в массовом производстве настройку станка, инструмента и приспособлений и подготовку рабочего места до начала рабочей смены производит сам станочник;
3. в основное время входит время, затрачиваемое на врезание и перебег инструмента;
4. время на приемы измерения детали – вспомогательное время.

Тест 10

1. Что неверно?

1. Конструкция детали должна состоять из унифицированных стандартных элементов
2. Детали могут изготавливаться из любых типов заготовок
3. Размеры и поверхности деталей должны иметь оптимальную точность и шероховатость
4. Метод изготовления должен обеспечивать возможность обработки одновременно нескольких деталей

2. Качество обрабатываемой поверхности характеризуется:

1. физическими свойствами поверхностного металла;
2. физико-химическими свойствами поверхностного металла;
3. физико-механическими свойствами поверхностного слоя металла;
4. механическими свойствами поверхностного металла.

3. Технологической задачей при изготовлении валов не является:

1. Обеспечение заданной точности
2. Обеспечение точности формы
3. Обеспечение точности взаимного расположения поверхностей
4. Обеспечение заданной температуры при обработке

4. Корпусные массивные детали не изготавливают из заготовок, полученных из:

1. Серого и ковкого чугунов
2. Углеродистой стали
3. Модифицированного чугуна
4. Черной пластмассы

5. При черновой обработке точность после развёртывания будет . . .

1. JT11
2. JT14
3. JT8
4. JT4

6. Поверхность, от которой при измерении производится непосредственный отсчет размеров, называется:

1. Основной установочной базой
2. Сборочной базой
3. Измерительной базой
4. Конструктивной базой

7. Заготовками для изготовления деталей машин не служат:

1. Отливки чугунные, стальные, из цветных металлов, из пластмасс
2. Поковки и штамповки
3. Прокат из стали и цветных металлов
4. Прокат из чугуна

8. Обтачивание заготовок с точностью обработки до шероховатости от Rz 80 до Rz 40:

1. Черновое
2. Чистовое
3. Чистовое точное и тонкое
4. Чистовое, чистовое точное

9. Какой материал используют при изготовлении валов:

1. Высокоуглеродистые стали
2. Низкоуглеродистые стали
3. Конструкционные и легированные стали
4. Чугун

10. Сколько шпинделей имеет фрезерно-центровальный станок?

1. 3 2. 4 3. 6 4. 1

11. Что не относится к процессу обработки заготовок деталей машин резанием?

1. Протягивание
2. Волочение
3. Хонингование
4. Доводка

12. Штучное время при неавтоматизированном производстве?

1. $t_{ш} = t_o + t_B + t_T + t_{орг}$
2. $t_{ш} = t_o + t_B + t_T + t_{орг} + t_{П}$
3. $t_{ш} = t_B + t_T + t_{орг} + t_{П}$
4. $t_{ш} = t_o + t_B + t_T + t_{П}$

13. К классу втулок не относятся:

1. Вкладыши
2. Гильзы
3. Буксы

4. Диски

14. Поверхность детали, которая, служит для установки детали при обработке и сопрягается с другой деталью, совместно работающей в собранной машине, или оказывает влияние на работу данной детали в машине, называется?

1. Основной
2. Установочной
3. Вспомогательной
4. Измерительной

15. Изделие, изготовленное из однородного материала без применения сборочных операций?

1. деталь
2. сборочная единица
3. комплекс
4. комплект

16. Выберите НЕВЕРНОЕ утверждение:

1. в норму времени не должны входить потери из-за каких-либо организационных неполадок;
2. в норму времени должны быть включены те ручные приемы, которые могут быть выполнены одновременно с работой станка;
3. под техническим нормированием понимается установление нормы времени на выполнение определенной работы или нормы выработки в штуках в единицу времени;
4. техническая норма времени служит основой для оплаты работы, калькуляции себестоимости детали или изделия.

Тест 11

1. В зависимости от привода молоты могут быть механические, электрические, гидравлические, пневматические, паровоздушные, магнитные. Каких молотов нет?

1. механических, электрических
2. паровоздушных, магнитных
3. пневматических
4. электрических, магнитных

2. Чем выше точность заготовок:

1. тем меньше число операций их механической обработки и тем ниже точность готовых деталей.
2. тем больше число операций их механической обработки и тем выше точность готовых деталей.
3. тем больше число операций их механической обработки и тем ниже точность готовых деталей.
4. тем меньше число операций их механической обработки и тем выше точность готовых деталей.

3. Слой металла, подлежащий удалению с поверхности заготовки в процессе обработки для получения готовой детали:

1. Припуск
2. Допуск
3. Напуск
4. Запуск

4. Типом производства не является:

1. Серийное
2. Массовое
3. Поточное
4. Единичное

5. Тип производства, при котором изделия изготавливаются единичными экземплярами разнообразными по конструкции или размерам:

1. массовое
2. Единичное
3. Серийное
4. Поточно-массовое

6. В результате несоответствия действительных движений заготовки и инструмента движениям, предусмотренным кинематической схемой станка:

1. Увеличивается шероховатость
2. Повышается точность изготовления
3. Снижается время обработки
4. Возникает погрешность обработки

7. Уменьшение высоты заготовки за счёт увеличения площади поперечного сечения - это:

1. раскатка
2. отрубка
3. высадка
4. осадка

8. Норма штучного времени на обработку определяется по формуле:

1. $t_{шт} = t_O + t_B + t_{OB} + t_\phi$

2. $t_{шт} = t_O + t_B$

3. $T_{шт} = t_{шт} * n + T_{нз}$

4. $t_{шт} = t_O + t_B + t_{T.OB} + t_{O.OB} + t_\phi$

9. Укажите какое время не входит во вспомогательное?

1. время на перемещение инструмента
2. время на установку, закрепление и снятие приспособления, инструмента и детали во время работы
3. время на смену затупившегося инструмента
4. время на приемы измерения детали

10. Основное (технологическое) время при фрезеровании

1. $t_0 = \frac{l * i}{n * s}$ 2. $t_0 = \frac{l}{n * s}$ 3. $t_0 = \frac{l}{3n * s}$ 4. $t_0 = \frac{L}{S_M}$

11. Определение оперативного времени осуществляется суммой:

1. Основное и вспомогательное
2. Основное и подготовительно-заключительное время
3. Основное и время управление станком
4. Основное, вспомогательное и подготовительно-заключительное время

12.Повышение твердости поверхностного слоя детали после обработки называется

1. нарост
2. наклеп
3. усадка
4. остаточные напряжения

13.Поверхности детали, которыми она устанавливается для обработки в определенном положении относительно станка (приспособления) и режущего или другого рабочего инструмента называется:

1. установочными базами
2. вспомогательными базами
3. измерительными базами
4. сборочными базами

14. Решающим фактором при выборе станка является:

1. экономичность процесса обработки
2. наименьшие затраты времени на обработку
3. необходимость использования имеющихся станков
4. соответствие основных размеров станка количеству деталей, подлежащих обработке

15. Метод сверхточной чистовой обработки цилиндрической поверхности:

1. Шлифование
2. Хонингование
3. Протягивание
4. Суперфиниш

16. При обработке заготовок зубчатых колес чистовой технологической базой является?

1. поверхность зубьев колеса
2. посадочное отверстие
3. шпоночный паз
4. наружный диаметр

Тест 12

1.Установочной базой называется поверхность, при установке на которую тело лишается .
... степеней свободы.

1. двух
2. трёх
3. пяти
4. шести

2.Время организационного обслуживания рабочего места затрачивается рабочим на уход за рабочим местом в течение смены; сюда входит:

1. время управления станком, пуск в ход, останов, перемена скорости и подачи и т.д.
2. время на правку инструмента оселком (резца или алмазом (шлифовального; круга) в процессе работы;
3. время на смену затупившегося инструмента;
4. время на чистку и смазку станка .

3. Вид обработки, осуществляемый с помощью абразивного инструмента:

1. Точение
2. Протягивание
3. Сверление

4. Шлифование

4. Измерительной базой называется:

1. Поверхность, от которой производится отсчет размеров
2. Поверхность, которой она устанавливается для обработки в определенном положении, относительно станка
3. Поверхность, которая определяет положение данной детали относительно других деталей в узле
4. Обработанная поверхность, которая служит для последующей обработки

5. Поверхности, относительно которых при обработке задаётся расстояние до инструмента, есть . . .

1. технологические базы
2. конструкторские базы
3. измерительные базы
4. эксплуатационные базы

6. Какая карта содержит описание тех. процесса изготовления и контроля изделия по всем операциям отдельного вида работ, выполняемых в одном цехе в технологичной последовательности, указаниям данных по оборудованию, оснастке, материалам и трудовым нормативам:

1. Карта эскизов
2. Маршрутная карта
3. Оперативная карта
4. Карта технологического процесса

7. Режим резания металла включает в себя следующие определяющие его основные элементы, укажите неправильный элемент.

1. число оборотов шпинделя станка
2. подача
3. глубина резания
4. сила резания

8. Производство, в котором при достаточном большом кол-ве одинаковых выпусков изделий изготовление их ведется путем непрерывного выполнения на рабочих местах одних и тех же постоянно повторяющихся операций:

1. Единичное
2. Серийное
3. Массовое
4. Мелкосерийное

9. Поверхность, от которой при измерении производится непосредственный отсчет размеров, называется:

1. Основной установочной базой
2. Сборочной базой
3. Измерительной базой
4. Конструктивной базой

10. Что называют технологическим процессом:

1. это последовательность изготовления детали из заготовки;

2. это совокупность отдельных процессов, осуществляемых для получения из материалов и полуфабрикатов готовых машин;
3. это процесс сборки или разборки оборудования подлежащего ремонту;
4. это процесс обработки заготовки на металлорежущих станках.

11. В каких случаях можно не учитывать погрешность закрепления заготовки:

1. при совмещении технологической и конструкторской баз
2. при совмещении технологической и измерительной баз
3. при совмещении технологической и эксплуатационной баз
4. при совмещении всех баз

12. Общий (суммарный) припуск включает в себя:

1. толщину дефектного поверхностного слоя, подлежащего снятию за первый черновой проход режущего инструмента
2. суммы припусков на все промежуточные операции, учитывающие влияние ряда факторов (погрешность формы, пространственное отклонение, погрешность установки, операционные допуски на размеры, класс шероховатости поверхности и т.п.)
3. величину отрицательного отклонения от номинального размера заготовки
4. все выше перечисленные величины

13. Корпусные массивные детали не изготавливают из заготовок, полученных из:

1. Серого и ковкого чугунов
2. Углеродистой стали
3. Модифицированного чугуна
4. Черной пластмассы

14. В чем заключается принцип совмещения баз?

1. В том, что сборочная база является установочной
2. В том, что сборочная база является измерительной
3. В том, что для выполнения всех операций обработки детали используют одну и ту же базу
4. В том, что сборочная база является одновременно установочной и измерительной

15. Погрешности которые возникают при обработке постоянные по значению и знаку называют?

1. систематическими
2. случайными
3. систематически постоянными
4. специальными

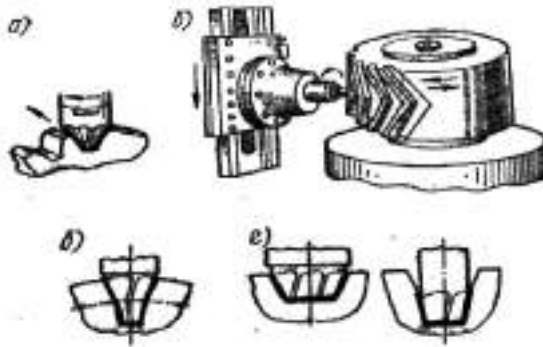
16. Факторы, не влияющие на выбор способа получения заготовки:

- 1.. Условия эксплуатации, испытываемые напряжения и нагрузки
- 2.. Материал, геометрическая форма и размеры
- 3.. Экономический фактор и тип производства
- 4.. Время ее изготовления и срок службы парка оборудования

Тест 13

1. На рисунке приведены эскизы нарезания зубчатых колёс пальцевыми фрезами.

На каком эскизе изображено черновое нарезание двугривой фрезой?



1. а

2. б

3. в

4. г

2. Погрешности, допущенные в размерах и форме деталей и их взаимном расположении называют:

1. арифметическая погрешность;
2. случайная погрешность;
3. геометрическая погрешность;
4. систематическая погрешность.

3. Деталь, содержащая систему отверстий и плоскостей, координированных друг относительно друга:

1. Корпус
2. Станина
3. Стол
4. Подставка

4. Факторы, не влияющие на выбор способа получения заготовки:

1. Условия эксплуатации, испытываемые напряжения и нагрузки
2. Материал, геометрическая форма и размеры
3. Экономический фактор и тип производства
4. Время ее изготовления и срок службы парка оборудования

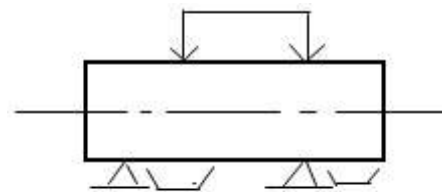
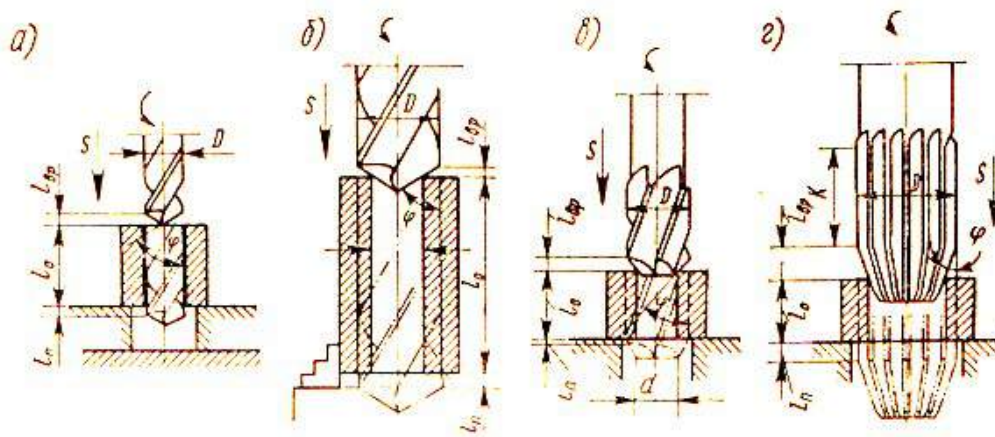
5. Законченная часть технологической операции, характеризующаяся постоянством применяемого инструмента, поверхностей, образуемых обработкой, или режима резания – это .

1. технологический ход
2. вспомогательный переход
3. технологический переход
4. вспомогательный ход

6. С какой операции начинается механическая обработка валов:

1. Центрование
2. Правка
3. Обдирка
4. Разрезание

7. По какой из схем определяют длину прохода инструмента при обработке отверстия методом зенкерования?



8. Поверхность детали, которая служит только для её установки при обработке, не сопрягается с другой деталью совместно работающей в собранной машине:

1. Основной установочной базой
2. Измерительной установочной базой
3. Конструктивной базой
4. Вспомогательной установочной базой

9. Какая карта содержит описание тех. процесса изготовления и контроля изделия по всем операциям отдельного вида работ, выполняемых в одном цехе в технологичной последовательности, указаниям данных по оборудованию, оснастке, материалам и трудовым нормативам:

1. Карта эскизов
2. Маршрутная карта
3. Оперативная карта
4. Карта технологического процесса

10. Что называют основной установочной базой?

1. такие поверхности детали, которыми она устанавливается для обработки в определенном положении, относительно станка;
2. поверхность детали, которая служит для установки детали при обработке и сопрягается с другой деталью, совместно работающей в собранной машине, или оказывает влияние на работу данной детали в машине;
3. поверхность детали, которая служит только для её установки при обработке, не сопрягается с другой деталью, совместно работающей в собранной машине, и не оказывает влияние на работу данной детали в машине;
4. поверхность, от которой при измерении производится непосредственный отчет размеров.

11. Сколько степеней свободы лишена деталь при следующей схеме базирования

1. 6 2. 5 3. 3 4. 4

12. Степень соответствия изготовленной детали заданным размерам, форме и иным характеристикам:

1. Точность обработки
2. Чистота обработки
3. Погрешность
4. Технологичность

13. Процесс, связанный с изменением размеров, формы или свойств материала заготовки, выполняемый в определенной последовательности:

1. Процесс изготовления
2. Технологический процесс
3. Производственный процесс
4. Операционный процесс

14. По какой формуле определяется основное (технологическое) время для точения на токарных станках?

1. $t_0 = \frac{l \cdot i}{n \cdot s}$ 2. $t_0 = \frac{l}{n \cdot s}$ 3. $t_0 = \frac{l}{3n \cdot s}$ 4. $t_0 = \frac{L}{S_M}$

15. Слой материала удаляемый для достижения заданной точности и качества обрабатываемой поверхности называют?

1. припуск
2. окончательная термическая обработка
3. предварительная термическая обработка
4. промежуточная термическая обработка

16. Признаком соответствия детали заданным требованиям не является:

1. Точность формы и размеров
2. Точность взаимного расположения поверхностей
3. Степень шероховатости поверхности
4. Время изготовления

Тест 14

1. При черновой обработке точность после сверления будет . .

1. JT11 2. JT14 3. JT8 4. JT4

2. При установлении нормы времени необходимо обеспечить следующие условия:

1. в норму времени должны быть включены те ручные приемы, которые могут быть выполнены одновременно с работой станка, т.е. перекрыты машинным временем;
2. в норму времени должно включаться время на исправление забракованных деталей или на изготовление взамен их новых;
3. должны быть применены наиболее эффективные для данной работы приспособления и инструменты.

3. Процесс, связанный с изменением размеров, формы или свойств материала заготовки, выполняемый в определенной последовательности:

1. Процесс изготовления

2. Технологический процесс
3. Производственный процесс
4. Операционный процесс

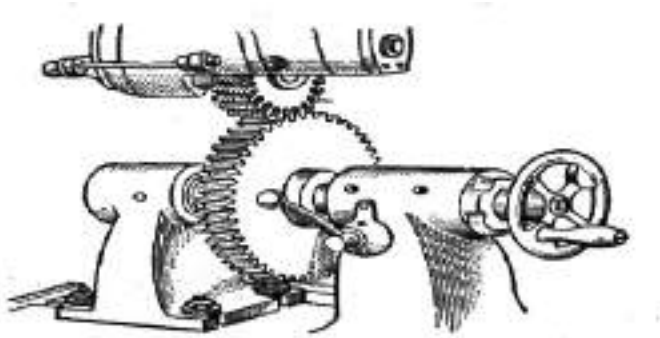
4. В состав вспомогательного времени не входит:

1. Время управления станком и перемещения инструмента
2. Время на установку, закрепление и снятие приспособления, инструмента и детали
3. Время на приемы измерения
4. Подготовительно – заключительное время

5. Слой металла, подлежащий удалению с поверхности заготовки в процессе обработки для получения готовой детали:

1. Припуск
2. Допуск
3. Напуск
4. Запуск

6. Какой вид отделки зубчатых колёс показан на рисунке?



1. Обкатка
2. Шевингование
3. Шлифование
4. Хонингование

7. Время нарезания резьбы резцом:

1.
$$t_o = \frac{l + l_{bp} + l_n}{n * S} * g$$
2.
$$t_o = \frac{l + l_{bp} + l_n}{n_p * S} * i + \frac{l + l_{ep} + l_n}{n_o * S} * i$$
3.
$$t_o = \frac{(l_o + l_{bp} + l_n)}{n * S}$$
4.
$$t_o = \frac{(l_o + l_{bp} + l_n) * \Pi * D_H}{S * S_o * n_p * z_p} * i$$

8. Сколько шпинделей имеет фрезерно-центровальный станок?

1. 3 2. 4 3. 6 4. 1

9. Время нарезания резьбы на валах определяется:

1.
$$t_o = \frac{l + l_{bp} + l_n}{n * S} * g$$
2.
$$t_o = \frac{l + l_{bp} + l_n}{n_p * S} * i + \frac{l + l_{bp} + l_n}{n_o * S} * i$$
3.
$$t_o = \frac{(l_o + l_{bp} + l_n)}{n * S}$$
4.
$$t_o = \frac{(l_o + l_{bp} + l_n) * \Pi * D_H}{S * S_o * n_p * z_p} * i$$

10. Поверхность, от которой при измерении производится непосредственный отсчет размеров, называется:

1. Основной установочной базой
2. Сборочной базой
3. Измерительной базой
4. Конструктивной базой

11. Как называется установочная база детали, которая служит только для её установки?

1. Установочная
2. Вспомогательная
3. Основная
4. Измерительная

12. Заготовками для изготовления деталей машин не служат:

- 1.. Отливки чугунные, стальные, из цветных металлов, из пластмасс
- 2.. Поковки и штамповки
- 3.. Прокат из стали и цветных металлов
- 4.. Прокат из чугуна

13. Признаком соответствия детали заданным требованиям не является:

- 1.. Точность формы и размеров
- 2.. Точность взаимного расположения поверхностей
- 3.. Степень шероховатости поверхности
- 4.. Время изготовления

14. Время, которое не входит в норму штучного времени и определяется отдельно на всю партию деталей, называется?

1. Подготовительно-заключительное время
2. Оперативное время
3. Основное время
4. Калькуляционное время.

15. Законченная часть технологического процесса, выполняемая на одном рабочем месте, называется?

1. производственно-технологическим процессом
2. технологическим процессом
3. производственным процессом
4. технологической операцией

16. Законченная часть технологического перехода в виде однократного перемещения инструмента относительно заготовки сопровождается изменением формы, размеров, шероховатости поверхности или свойств заготовки?

1. вспомогательный ход
2. рабочий ход
3. вспомогательный переход
4. технологический переход

Тест 15

1. Детали типа валов признаются технологичными, если они отвечают следующим требованиям:

1. возможность вести обработку проходными резцами;
2. увеличение диаметров поверхностей от середины к торцам вала;
3. жесткость вала обеспечивает достижение необходимой точности при обработке ($l:d < 15 \dots 17$);
4. возможность замены закрытых шпоночных пазов открытыми.

2. Содержание маршрутной карты:

1. содержит описание тех. процесса изготовления и контроля изделия по всем операциям различных видов работ в технолог. последовательности и указанием данных по оборудованию, оснастке и т. п.
2. содержит графическую иллюстрацию тех. процесса изготовления детали.
3. содержит описание тех. процесса изготовления и контроля изделия по всем операциям отдельного вида работ.
4. содержит описание операции тех. процесса изготовления изделия с расчленением по переходам и указанием данных по оборудованию, оснастке и т. п.

3. Сколько основных переходов потребуется для обработки валика:

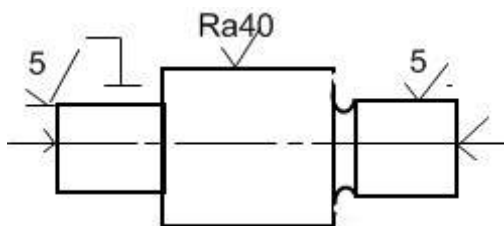
- 1) 4
- 2) 6
- 3) 5
- 4) 3

4. Процесс, связанный с изменением размеров, формы или свойств материала заготовки, выполняемый в определенной последовательности:

1. Процесс изготовления
2. Технологический процесс
3. Производственный процесс
4. Операционный процесс

5. Как называется явление повышение твердости поверхностного слоя после обработки:

- 1) нарос
- 2) остаточное явление
- 3) наклеп
- 4) усадка

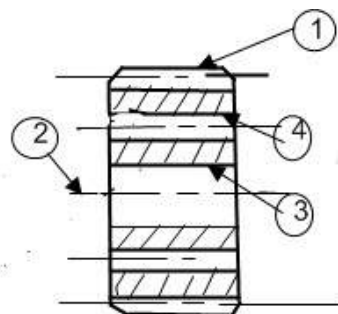
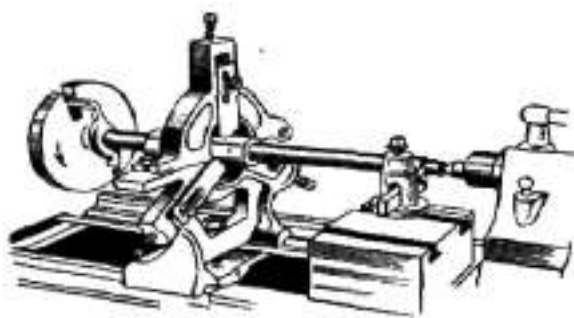


6. Что изображено на рисунке?

1. Обработка вала на токарном станке в центрах с применением неподвижного люнета
2. Обработка вала на токарном станке в центрах с применением подвижного люнета

3. Установка вала в центрах с поводковым патроном

4. Шлифование вала



7. Какой вид шлифования является методом особо чистой доводки поверхности деталей:

1. Бесцентровое шлифование
2. Шлифование абразивной лентой
3. Суперфиниш
4. Шлифование способом продольной подачи

8. Законченная часть технологической операции характеризуемая постоянством применяемого инструмента, поверхностей образуемых обработкой и режимом обработки.

1. Технологический процесс;
2. Вспомогательный процесс;
3. Технологический переход;
4. Вспомогательный ход.

9. Определение оперативного времени осуществляется суммой:

1. Основное и вспомогательное
2. Основное и подготовительно-заключительное время
3. Основное и время управление станком
4. Основное, вспомогательное и подготовительно-заключительное время

10. Металлизация это:

1. Анодно-механическое разрезание металла
2. Покрытие посредством распыления, расплавленного металла.
3. Холодная правка металлических деталей
4. Обработка в растворе серной кислотой меди

11. Основное и вспомогательное время в сумме составляет:

1. Оперативное время
2. Подготовительно – заключительное время
3. Штучно – калькуляционное время
4. Время организационного обслуживания

12. Укажите конструкторскую базу на детали:

1. 1
2. 2
3. 3
4. 4

13. Интервалом времени, через который периодически производится выпуск изделий определенного наименования и типоразмера, называется:

1. Среднее штучное время
2. Основное время
3. Такт выпуска
4. Фонд рабочего времени

14. При обработке наружных поверхностей тел вращения базой для выполнения ряда операций будут являться:

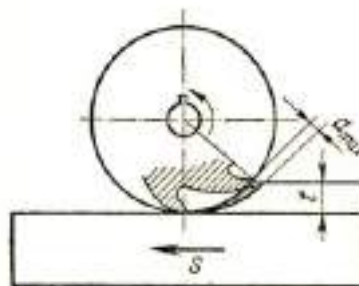
1. Цилиндрическая поверхность
2. Торцы детали
3. Центровые отверстия
4. Крайние шейки детали

15. Операция по созданию чистовой технологической базы при обработке валов?

1. Фрезерно-центровальная
2. Токарная
3. Обдирочная
4. Разрезная

16. На данной схеме изображено?

1. Попутное фрезерование.
2. Встречное фрезерование.
3. Продольное фрезерование.
4. Поперечное фрезерование.



ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ВОПРОСЫ

1. Основные этапы процесса производства машин.
2. Общие понятия о типах производств.
3. Общие понятия о базировании заготовок и погрешность базирования.
4. Классификация баз при механической обработке.
5. Основные принципы базирования. Примеры погрешностей базирования.
6. Исходные данные для проектирования технологического процесса.
7. Основные правила построения плана обработки отдельных поверхностей при механической обработке.
8. Технологические характеристики получения заготовок методами литья.
9. Технологические характеристики получения заготовок методами пластического деформирования.
10. Технологичность конструкции деталей машин. Показатели технологичности.
11. Общие понятия о припусках и способах их определения.

12. Расчетно-аналитический метод определения минимальных припусков и межоперационные размеры.
13. Состав штучного времени при механической обработке.
14. Расчет основных элементов штучного времени.

Теоретические вопросы, направленные на оценку знаний, формирующих компетенцию ОПК-7

1. Производственный и технологические процессы. Их сущность
2. Структура технологического процесса механической обработки. Причины, определяющие постоянство этой структуры.
3. Принципы концентрации и дифференциации при построении технологических процессов.
4. Основные принципы разработки маршрутного технологического процесса.
5. Типизация технологических процессов.
6. Метод групповой обработки в машиностроении.
7. Составные части технологического процесса.
8. Точность обработки (общие понятия). Методы расчета точности.
9. Качество поверхности и его влияние на эксплуатационные свойства деталей машин.
10. Критерии оценки шероховатости поверхности и методы определения шероховатости.
11. Факторы, влияющие на качество обработанной поверхности.
12. Жесткость технологической системы и ее влияние на точность обработки.
13. Экономическая и достижимая точность обработки.
14. Методы учета случайных погрешностей при механической обработке.

Теоретические вопросы, направленные на оценку знаний, формирующих компетенцию ОПК-8

1. Технологическая подготовка производства. Ее состав и значение.
2. Понятие о систематических и случайных погрешностях при обработке.
3. Основные этапы технологического процесса изготовления осей и валов.
4. Обработка конических поверхностей.
5. Обработка фасонных и эксцентричных поверхностей.
6. Методы учета случайных погрешностей при механической обработке.
7. Основные этапы технологии изготовления корпусных деталей.
8. Технология изготовления рычагов.
9. Методы изготовления зубчатых колес.
10. Нарезание зубчатых колес по методу обкатки.
11. Нарезание зубчатых колес по методу копирования.
12. Отделочная обработка зубчатых колес.
13. Методы нарезания наружной и внутренней резьбы.
14. Методы обработки шлицевых поверхностей.
15. Выбор вариантов при разработке технологического процесса.
16. Технологическая документация, ее виды и области применения.
17. Структура себестоимости изготовления деталей в машиностроении.

Критерии оценки:

оценка «отлично» выставляется обучающемуся, если обучающийся правильно ответил на теоретический вопрос билета. Показал отличные знания в рамках усвоенного учебного материала. Ответил на все дополнительные вопросы

оценка «хорошо» выставляется обучающемуся, если обучающийся ответил на теоретический вопрос билета с небольшими неточностями. Показал хорошие знания в рамках усвоенного учебного материала. Ответил на большинство дополнительных вопросов

оценка «удовлетворительно» выставляется обучающемуся, если обучающийся ответил на теоретический вопрос билета с существенными неточностями. Показал удовлетворительные знания в рамках усвоенного учебного материала. При ответах на дополнительные вопросы было допущено много неточностей

оценка «неудовлетворительно» выставляется обучающемуся, если обучающийся при ответе на теоретический вопрос билета продемонстрировал недостаточный уровень знаний. При ответах на дополнительные вопросы было допущено множество неправильных ответов.

ПРАКТИКО-ОРИЕНТИРОВАННЫЕ ЗАДАНИЯ

Задание 1. При обработке нежестких валиков ($l/d = 10$) в центрах. Часть учащихся работала проходными резцами с углом в плане $\varphi = 45^\circ$, другие – проходными упорными резцами. В результате детали, выточенные резцом с углом $\varphi = 45^\circ$, имели бочкообразную форму на наружной цилиндрической поверхности, а те, что обрабатывались упорным резцом, были сданы без дефекта. Ваши размышления о причине этого несовпадения.

Задание 2. В процессе обтачивания наружной цилиндрической поверхности и подрезания торца на заготовках обратил внимание, что

- при подрезании торца на заготовках у него остается не срезанный уступ;
- процесс резания сопровождается вибрациями и тонким свистящим звуком
- резец, которым он работал, быстро изнашивался по задней поверхности и требует переточки.

Станок, на котором он работал, был нормальной жесткости. В чем причина наблюдаемых токарем явлений?

Задание 3. Обработка заготовки из стали 20 проводилась резцами из быстрорежущей стали марки Р6М5 на следующем режиме резания: $t = 2$ мм, $S = 0,4$ мм/об, $V = 105$ м/мин. Интенсивность износа этих резцов намного повысилась, что сказалось в сокращении периода стойкости с расчетных 40 минут до фактических 15 минут. Как вы думаете, почему?

Задание 4. Токарь в процессе обтачивания наружной цилиндрической поверхности и подрезания торца на заготовках обратил внимание, что

- при подрезании торца на заготовках у него остается не срезанный уступ
- процесс резания сопровождается вибрациями и тонким свистящим звуком;
- резец, которым он работал, быстро изнашивался по задней поверхности и требует переточки. Станок, на котором он работал, был нормальной жесткости. В чем причина наблюдаемых токарем явлений?

Задание 5. При обработке нежестких валиков ($l/d = 5$) в патроне. Часть учащихся работала проходными резцами с углом в плане $\varphi = 45^\circ$, другие – проходными упорными резцами. В результате детали, выточенные резцом с углом $\varphi = 45^\circ$, имели конусную форму на наружной цилиндрической поверхности, а те, что обрабатывались упорным резцом, были сданы без дефекта. Ваши размышления о причине этого несовпадения.

Задание 6. Деталь (втулку) изготавливают в условиях серийного производства и из горячекатаного проката, разрезанного на штучные заготовки. Все поверхности обрабатываются од-

нократно. Токарная операция выполняется согласно двум операционным эскизам по установкам (рис.1.).

Требуется: произвести анализ операционных эскизов и других исходных данных; установить содержание операции и сформулировать ее наименование и содержание; установить последовательность обработки заготовки в данной операции; описать содержание операции по переходам.

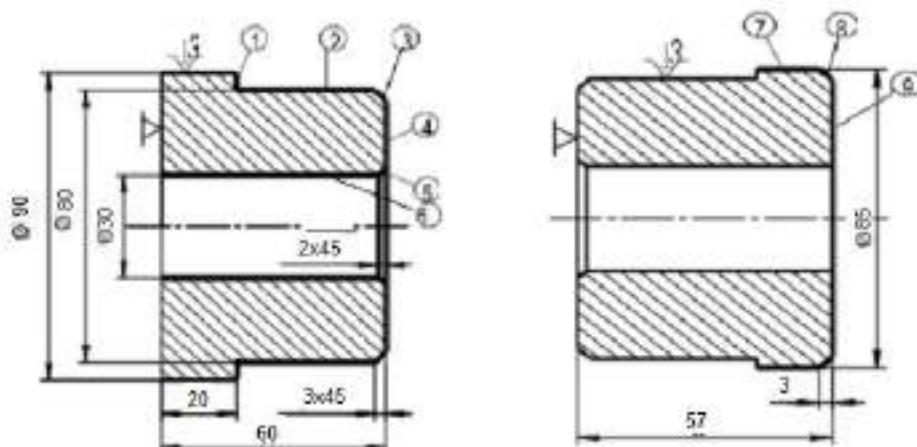


Рис.1 Операционные эскизы

Задание 7. На наружной поверхности вала (рис. 2.) задан допуск формы, обозначенный условным знаком по СТ СЭВ 368–76. Окончательную обработку этой поверхности предполагается выполнить шлифованием на круглошлифовальном станке модели 3М151.

Требуется: установить наименование и содержание условного обозначения указанного отклонения; установить возможность выдержать требование точности формы этой поверхности при предполагаемой обработке.

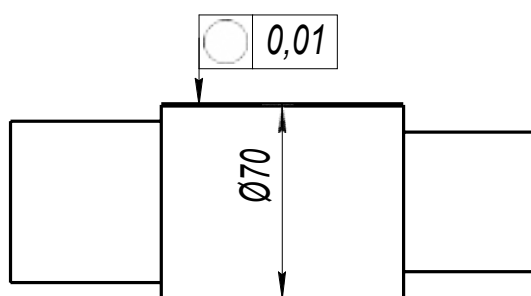


Рис. 2.2. Эскиз вала

Задание 8. На рис. 3 изображено приспособление для обработки на станке. Нужно, пользуясь рисунком, выявить технологическую базу, принятую для базирования заготовки, и представить схему базирования заготовки; сделать вывод о правильности выбора опорных точек по количеству и размещению их.

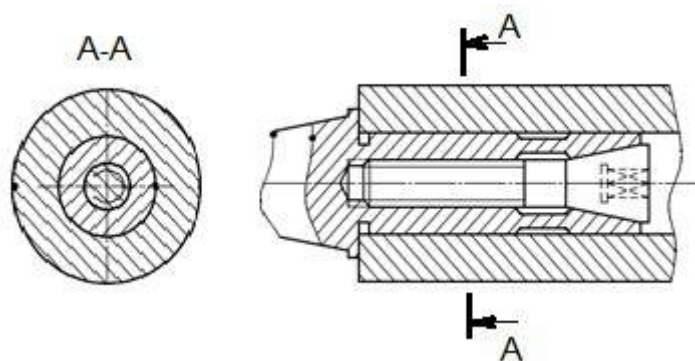


Рис. 3 Приспособление – оправка.

Задание 9. С целью повысить технико-экономические показатели технологического процесса предложено два варианта выполнения у детали элементов в конструкции корпуса, изготавливаемого из отливок (рис. 4 а, б). Требуется оценить их технологичность.

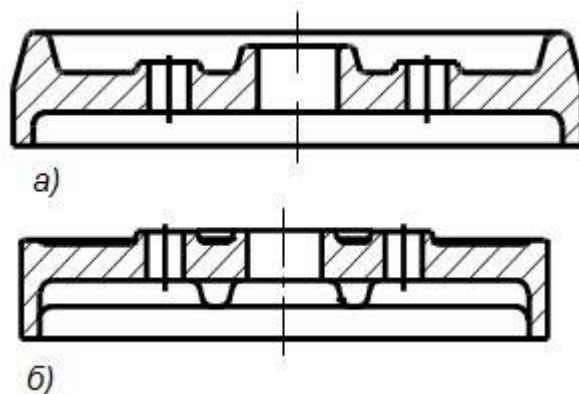


Рис. 4. Варианты отливок

Задание 10. Один и тот же элемент конструкции детали машины может быть, конструктивно решен различно. Эти решения представляют двумя эскизами (варианты на рис.5).

Требуется провести анализ сравниваемых эскизов конструкций на технологичность и обосновать выбор элемента конструкции детали.

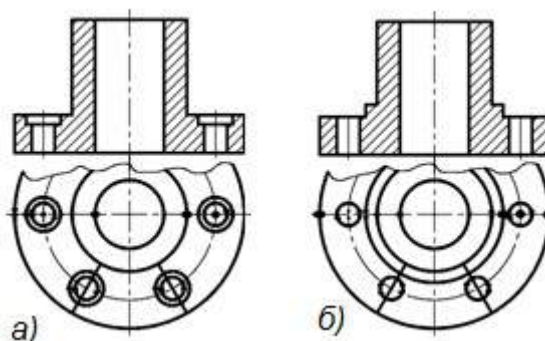


Рис.5 Варианты конструкции

Задание 11. Многоступенчатый вал (рис. 5) изготавливается из штампованной поковки повышенной точности (I класс). Заготовка прошла фрезерно-центровальную обработку, в результате которой были подрезаны торцы и созданы центровые отверстия.

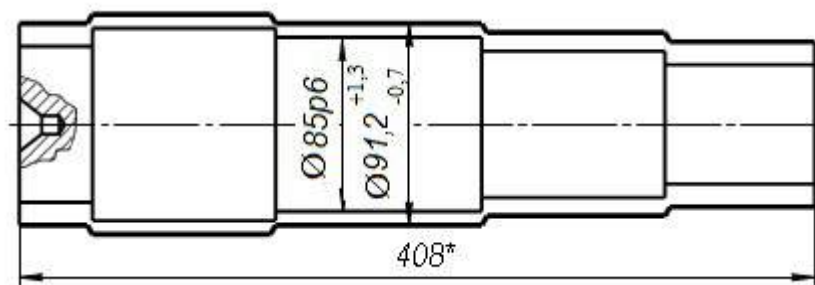


Рис. 5.6. Заготовка – поковка

Наружная цилиндрическая поверхность одной ступени вала имеет диаметр $d = 85p6$ ($85^{+0.3}_{-0.1}$) шероховатостью $Ra\ 1,25$. Ступень исходной заготовки имеет диаметр $d_0 = 91,2^{+1.3}_{-0.7}$, шероховатость $Rz250$ ($Ra60$).

Требуется: выбрать последовательность обработки и провести анализ исходных данных; установить статистическим методом (по таблицам) операционные припуски на каждый переход; рассчитать промежуточные размеры для выполнения каждого технологического перехода.

Задание 12. У цилиндрических втулок с наружным диаметром $d = 80_{-0.2}$ мм и внутренним $D = 40^{+0.05}$ мм требуется фрезеровать шпоночный паз шириной $B = 18^{+0.1}$ мм, выдерживая размер $H = 70_{-0.02}$ и $h = 90^{+0.3}$ мм (рис. 6). Смещение оси шпоночного паза относительно диаметральной плоскости втулки не должно превышать 0,1 мм.

Для проектирования приспособления выбрать одну из шести показанных схем установки, для которой расчетная погрешность базирования при выполнении размеров B , H и h и отклонение от соосности минимально.

Максимальный зазор при установке заготовки на палец или во втулку $S_{max} = 0,01$ мм. Допуск на изготовление установочного пальца и центрирующей втулки равен 0,02 мм.

Оценить возможные преимущества каждого метода базирования с точки зрения простоты и надежности установки. Для всех шести способов показать теоретические схемы базирования.

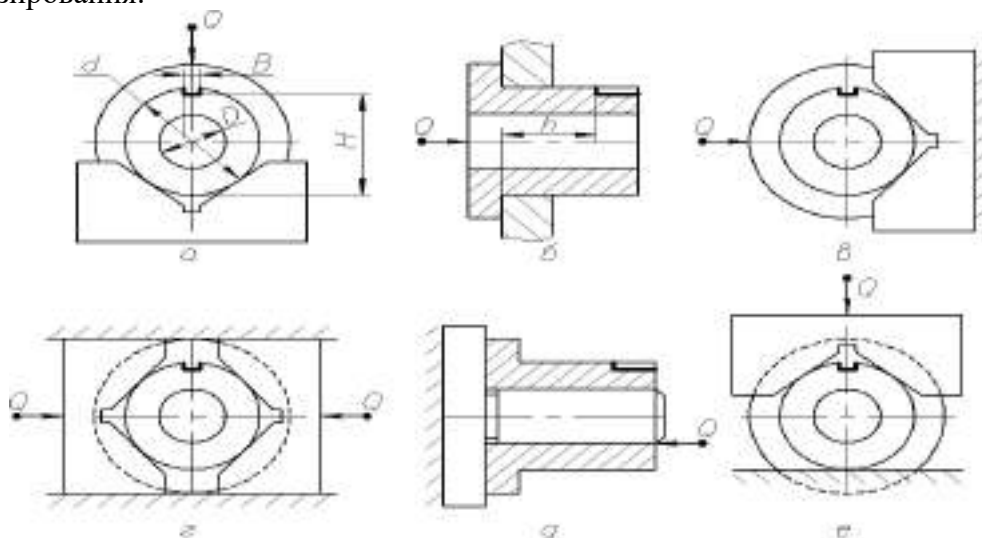


Рис.6 Схемы установки

Задание 13. На эскизе (рис. 7) обозначено техническое требование к точности взаимного расположения поверхностей детали. Предполагается окончательную обработку

верхней плоскости выполнить чистовым фрезерованием на вертикально-фрезерном станке согласно операционному эскизу, изображенному на рис. 7.

Требуется: изложить наименование и содержание технического требования; установить по технологическим справочникам точность взаимного расположения поверхностей детали в зависимости от типа оборудования; сделать заключение о возможности выполнить указанное требование.

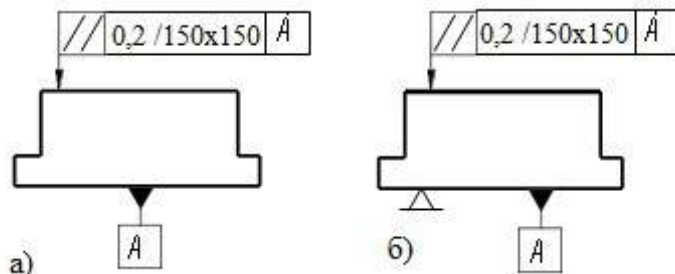


Рис.7 а) конструктивные требования; б) операционный эскиз

Задание 14. На рабочем чертеже детали «Вал ступенчатый» показаны допуски на взаимное расположение поверхностей вала (рис. 8).

Требуется: описать содержание указанного допуска; перечислить возможные способы обработки и условия выполнения указанных требований к точности; указать способ контроля.

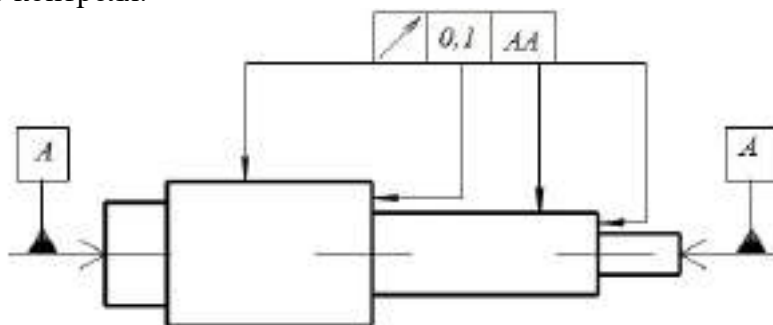


Рис.8 Требования к расположению поверхностей

Задание 15. Ступенчатый вал (рис. 9) подвергается черновой токарной обработке в условиях мелкосерийного производства. В качестве заготовки принимается горячекатаный прокат круглого сечения нормальной точности. Исходная заготовка – штучная диаметром 80 мм, массой 17 кг. Токарной обработке предшествовала обработка торцов с выдерживанием размера 430 мм и зацентровка их с двух сторон. Материал детали – сталь 40Х ГОСТ 4543–74 ($\delta_B = 700\text{МПа}$).

Требуется спроектировать токарно-винторезную операцию на указанную обработку.

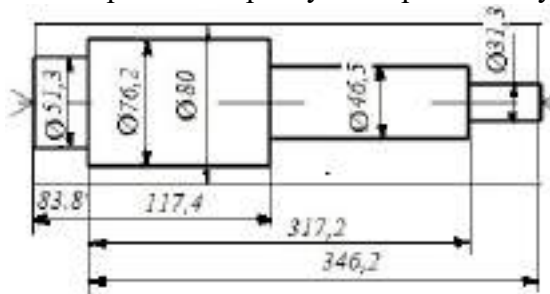


Рис.9 Эскиз детали

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебно-методическому
комплексу
С.А. Упоров



МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ И ЗАДАНИЯ

к контрольной работе по дисциплине

Б1.О.32 ПАТЕНТОВЕДЕНИЕ

Специальность

15.05.01 Проектирование технологических машин и комплексов

Специализация № 24

Проектирование технологических машин и комплексов

Автор: Комиссаров А. П., д-р. техн. наук, профессор

Одобрено на заседании кафедры

Горных машин и комплексов
(название кафедры)

Зав. кафедрой

Лагунова Ю. А.
(Фамилия И.О.)

Протокол № 1 от 06.09.2023
(Дата)

Рассмотрено методической комиссией
факультета

Горно-механического
(название факультета)

Председатель

Осипов П. А.
(Фамилия И.О.)

Протокол № 2 от 20.10.2023
(Дата)

Екатеринбург

ОФОРМЛЕНИЕ ПАТЕНТНЫХ ПРАВ

Выполнение контрольной работы «Оформление патентных прав» подготавливает будущего специалиста к решению задач в области своей профессиональной деятельности на основе знания законодательства об интеллектуальной собственности, основных прав создателей и пользователей объектов интеллектуальной собственности, и способов их защиты.

Конкретизированные результаты выполнения контрольной работы раскрываются при *получении*:

знаний:

условия патентоспособности новых проектных решений, показатели технического уровня проектируемых изделий

умений:

проводить патентные исследования с целью обеспечения патентной чистоты новых проектных решений и их патентоспособности с определением показателей технического уровня проектируемых изделий

владений:

навыками проведения патентных исследований при составлении заявки на выдачу патента на объекты промышленной собственности

1. ВАРИАНТЫ ЗАДАНИЙ ПО СОСТАВЛЕНИЮ ЗАЯВКИ НА ВЫДАЧУ ПАТЕНТА НА ИЗОБРЕТЕНИЕ

Контрольная работа содержит в задании три основных пункта:

1) проанализировать существенные признаки аналогов и прототипа по патентным материалам – описание и формула изобретения; рассмотреть 2-3 патента по заданным преподавателем вариантам, использовать источник поисковой системы Федерального института промышленной собственности (ФИПС) по ссылке <https://www.fips.ru/elektronnye-servisy/> ;

2) обосновать существенные признаки заявляемого изобретения, которые отличают от близкого аналога (прототипа) предлагаемую обучающимся (в соответствии с вариантом задания) разработку;

3) оформить материалы заявки (описание и формулу изобретения) в соответствии с примерами оформления, приведенными ниже и показанные в базе ФИПС по ссылке <https://www.fips.ru/elektronnye-servisy/> .

Варианты заданий.

Номер варианта	Название машины или оборудования	Узел машины или оборудования	Тип интеллектуальной собственности
1	Карьерный экскаватор ЭКГ	Рабочее оборудование	Изобретение
2	Карьерный экскаватор ЭКГ	Рабочее оборудование	Полезная модель
3	Карьерный экскаватор ЭКГ	Ходовое оборудование	Промышленный образец
4	Карьерный экскаватор ЭКГ	Ходовое оборудование	Изобретение
5	Карьерный экскаватор ЭКГ	Поворотный механизм	Полезная модель
6	Карьерный экскаватор ЭКГ	Поворотный механизм	Промышленный образец

7	Карьерный экскаватор ЭКГ	Поворотный механизм	Изобретение
8	Карьерный экскаватор ЭКГ	Напорный механизм	Полезная модель
9	Карьерный экскаватор ЭКГ	Напорный механизм	Промышленный образец
10	Карьерный экскаватор ЭКГ	Напорный механизм	Изобретение
11	Карьерный экскаватор ЭКГ	Подъемный механизм	Полезная модель
12	Карьерный экскаватор ЭКГ	Подъемный механизм	Промышленный образец
13	Карьерный экскаватор ЭКГ	Подъемный механизм	Изобретение
14	Гидравлический экскаватор	Рабочее оборудование	Полезная модель
15	Гидравлический экскаватор	Рабочее оборудование	Промышленный образец
16	Гидравлический экскаватор	Рабочее оборудование	Изобретение
17	Гидравлический экскаватор	Поворотный механизм	Полезная модель
18	Гидравлический экскаватор	Поворотный механизм	Промышленный образец
19	Гидравлический экскаватор	Поворотный механизм	Изобретение
20	Конусная дробилка	Механизм регулирования разгрузочной щели	Полезная модель
21	Конусная дробилка	Механизм регулирования разгрузочной щели	Промышленный образец
22	Конусная дробилка	Механизм регулирования разгрузочной щели	Программа для ЭВМ
23	Конусная дробилка	Автоматизация частоты вращения конуса	Программа для ЭВМ
24	Щековая дробилка	Механизм регулирования разгрузочной щели	Программа для ЭВМ
25	Валковая дробилка	Механизм регулирования разгрузочной щели	Программа для ЭВМ
26	Молотковая дробилка	Механизм регулирования разгрузочной щели	Программа для ЭВМ
27	Роторная дробилка	Механизм регулирования разгрузочной щели	Программа для ЭВМ
28	Центробежная дробилка	Механизм регулирования разгрузочной щели	Программа для ЭВМ
29	Шаровая мельница	Механизм регулирования частоты вращения	Программа для ЭВМ
30	Мельница самоизмельчения	Механизм регулирования частоты вращения	Программа для ЭВМ
31	Буровой станок	Вращатель	Изобретение
32	Буровой станок	Буровой ключ	Полезная модель
33	Буровой станок	Рабочий инструмент	Промышленный образец

2. ПРИМЕРЫ ОФОРМЛЕНИЯ ДОКУМЕНТОВ ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНОЙ СОБСТВЕННОСТИ

2.1. Пример первый

МКИ⁹ E02F9/12

МЕХАНИЗМ ПОВОРОТА ПЛАТФОРМЫ ЭКСКАВАТОРА
Авторское свидетельство № 905394, опубл. 15.02.82. Бюл. № 6

Описание изобретения