Министерство науки и высшего образования Российской Федерации

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования «Уральский государственный горный университет»

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по молодежной политике и
развитию образования
_____А. В. Легостев
_____ 14 ноября 2024 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ВОСПИТАНИЯ
ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

для всех направлений подготовки и специальностей

СОГЛАСОВАНО
Председатель Объединенного совета
обучающихся ФГБОУ ВО «УГГУ»
(протокол № 25 от 15.11.2023)
_____ А. А. Кухарева

Председатель Первичной профсоюзной
организации ФГБОУ ВО «УГГУ»
(протокол № 5 от 24.10.2023)
_____ П. А.Коновалов

Председатель Совета родителей
ФГБОУ ВО «УГГУ»
(протокол № 3/1 от 04.10.2023
_____ В. А. Пивова

Составитель: начальник управления по внеучебной
и социальной работе Шехтман Д.А.

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 00DF5CE2604EDF2CC0CED755A1EAD9AF7B
Владелец: Зубов Владимир Владимирович
Действителен: с 13.04.2023 до 06.07.2024

Екатеринбург

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Наименование программы

Рабочая программа воспитания ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет» (далее – УГГУ, университет).

Рабочая программа воспитания ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет» представляет собой ценностно-нормативную, методологическую, методическую и технологическую основы организации воспитательной деятельности.

Рабочая программа воспитания (далее – Программа) ориентирована на организацию воспитательной деятельности субъектов образовательного и воспитательного процессов.

Воспитательная работа в университете направлена на создание благоприятных условий для личностного и профессионального развития студенческой молодёжи, формирование профессиональных и общекультурных/универсальных компетенций, таких как гражданственность, трудолюбие, ответственность, организованность, самостоятельность, инициативность, дисциплинированность.

Разработчик и координатор программы

Управление по внеучебной и социальной работе.

Нормативно-правовые основания программы

- Конституция Российской Федерации;
- Федеральный закон от 29.12.2012 №273-ФЗ «Об образовании в Российской Федерации»;
- Федеральный закон от 05.02.2018 № 15-ФЗ «О внесении изменений в отдельные законодательные акты Российской Федерации по вопросам добровольчества (волонтерства)»;
- Указ Президента Российской Федерации от 19.12. 2012 г. № 1666 «Стратегия государственной национальной политики Российской Федерации на период до 2025 года»;
- Указ Президента Российской Федерации от 24.12.2014 № 808 «Основы государственной культурной политики»;
- Указ Президента Российской Федерации от 09.05.2017 № 203 «Стратегия развития информационного общества в Российской Федерации на 2017-2030 годы»;
- Указ Президента Российской Федерации от 07.05.2018 № 204 «О национальных целях и стратегических задачах развития Российской Федерации на период до 2024 года»;
- Указ Президента Российской Федерации от 21.07.2020 № 474 «О национальных целях развития Российской Федерации на период до 2030 года»;
- Указ Президента Российской Федерации от 02.07.2021 № 400 «Стратегия национальной безопасности Российской Федерации»;
- Указ Президента Российской Федерации от 09.11.2022 № 809 «Об утверждении основ государственной политики по сохранению и укреплению традиционных российских духовно-нравственных ценностей;
- Постановление Правительства Российской Федерации от 26.12.2017 № 1642 «Об утверждении государственной программы Российской Федерации «Развитие образования»;
- Распоряжение Правительства Российской Федерации от 29.11.2014 № 2403-р «Основы государственной молодежной политики Российской Федерации на период до 2025 года»;
- Распоряжение Правительства Российской Федерации от 29.05.2015 № 996-р «Стратегия развития воспитания в Российской Федерации на период до 2025 года»;
- Распоряжение Правительства Российской Федерации от 27.12.2018 № 2950-р «Концепция развития добровольчества (волонтерства) в Российской Федерации до 2025 года»;
- Распоряжение Правительства Российской Федерации от 12.11.2020 № 2945-р «Об утверждении Плана мероприятий по реализации в 2021-2025 годах Стратегии развития воспитания в Российской Федерации на период до 2025 года»;
- Устав ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет».

Сроки реализации программы - период реализации образовательной программы.

Ожидаемые результаты:

- исполнение положений Федерального закона «Об образовании в Российской Федерации» по вопросам воспитания обучающихся;
- реализация приоритетных направлений государственной молодежной политики по созданию условий для успешной социализации и эффективной самореализации обучающихся;
- привлечение к воспитательной работе в университете заинтересованных субъектов университетского сообщества;
- формирование у обучающихся духовных, социальных и профессиональных ценностей;
- обогащение личностного и социального опыта обучающихся;
- совершенствование форм и методов воспитательной работы;
- повышение степени вовлеченности обучающихся в организацию и проведение мероприятий воспитательного характера;
- совершенствование системы контроля и оценки воспитательной работы;
- расширение взаимодействия субъектов воспитательной работы с органами государственной власти и местного самоуправления, международными, всероссийскими, межрегиональными, региональными общественными объединениями, ключевыми стейкхолдерами;
- развитие традиций корпоративной культуры университета;
- повышение эффективности и качества реализуемых мероприятий;
- выпуск конкурентоспособных специалистов, обладающих высоким уровнем социально-личностных и профессиональных компетенций.

РАЗДЕЛ 1. ЦЕЛЕВОЙ

Воспитательная деятельность в университете, реализующем программы высшего и среднего профессионального образования, является одной из основных частей образовательного процесса, планируется и осуществляется в соответствии с приоритетами государственной политики в сфере воспитания.

Участниками образовательных отношений в части воспитания в университете являются:

- ректор;
- проректор по молодежной политике и развитию образования;
- начальник управления по внеучебной и социальной работе;
- заместители начальника управления по внеучебной и социальной работе;
- специалисты по социальной работе с молодежью;
- деканы факультетов;
- заведующие кафедрами;
- педагогические работники;
- академические кураторы;
- педагоги-психологи;
- члены Объединенного совета обучающихся;
- представители Совета родителей.

1.1 Цель и задачи воспитания обучающихся

Цель воспитания обучающихся ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет» - развитие личности, создание условий для самоопределения и социализации на основе социокультурных, духовно-нравственных ценностей и принятых в российском обществе правил и норм поведения в интересах человека, семьи, общества и государства,

формирование у обучающихся чувства патриотизма, гражданственности, уважения к памяти защитников Отечества и подвигам Героев Отечества, закону и правопорядку, человеку труда и старшему поколению, взаимного уважения, бережного отношения к культурному наследию и традициям многонационального народа Российской Федерации, природе и окружающей среде.

Задачи воспитания:

– усвоение обучающимися знаний о нормах, духовно-нравственных ценностях, которые выработало российское общество (социально значимых знаний);

– формирование и развитие осознанного позитивного отношения к ценностям, нормам и правилам поведения, принятым в российском обществе (их освоение, принятие), современного научного мировоззрения, мотивации к труду, непрерывному личностному и профессиональному росту;

– приобретение социокультурного опыта поведения, общения, межличностных и социальных отношений, в том числе в профессионально ориентированной деятельности;

– подготовка к самостоятельной профессиональной деятельности с учетом получаемой квалификации (социально-значимый опыт) во благо своей семьи, народа, Родины и государства;

– подготовка к созданию семьи и рождению детей.

1.2 Направления воспитания

Рабочая программа воспитания УГГУ реализуется в единстве учебной и воспитательной деятельности с учётом направлений воспитания:

гражданское воспитание — формирование российской идентичности, чувства принадлежности к своей Родине, ее историческому и культурному наследию, многонациональному народу России, уважения к правам и свободам гражданина России; формирование активной гражданской позиции, правовых знаний и правовой культуры;

патриотическое воспитание — формирование чувства глубокой

привязанности к своей малой родине, родному краю, России, своему народу и многонациональному народу России, его традициям; чувства гордости за достижения России и ее культуру, желания защищать интересы своей Родины и своего народа;

духовно-нравственное воспитание — формирование устойчивых ценностно-смысловых установок, обучающихся по отношению к духовно-нравственным ценностям российского общества, к культуре народов России, готовности к сохранению, преумножению и трансляции культурных традиций и ценностей многонационального российского государства;

эстетическое воспитание — формирование эстетической культуры, эстетического отношения к миру, приобщение к лучшим образцам отечественного и мирового искусства;

физическое воспитание, формирование культуры здорового

образа жизни и эмоционального благополучия — формирование осознанного отношения к здоровому и безопасному образу жизни, потребности физического самосовершенствования, неприятия вредных привычек;

профессионально-трудовое воспитание — формирование позитивного и добросовестного отношения к труду, культуры труда и трудовых отношений, трудолюбия, профессионально значимых качеств личности, умений и навыков; мотивации к творчеству и инновационной деятельности; осознанного отношения к непрерывному образованию как условию успешной профессиональной деятельности, к профессиональной деятельности как средству реализации собственных жизненных планов;

экологическое воспитание — формирование потребности экологически целесообразного поведения в природе, понимания влияния социально-экономических процессов на состояние окружающей среды, важности рационального природопользования; приобретение опыта эколого-направленной деятельности;

ценности научного познания — воспитание стремления к познанию себя и других людей, природы и общества, к получению знаний, качественного образования с учётом личностных интересов

и общественных потребностей.

1.3 Целевые ориентиры воспитания

1.3.1 Инвариантные целевые ориентиры

Согласно «Основам государственной политики по сохранению и укреплению духовно-нравственных ценностей» (Указ Президента Российской Федерации от 09.11.2022 № 809) ключевым инструментом государственной политики в области образования, необходимым для формирования гармонично развитой личности, является воспитание в духе уважения к традиционным ценностям, таким как патриотизм, гражданственность, служение Отечеству и ответственность за его судьбу, высокие нравственные идеалы, крепкая семья, созидательный труд, приоритет духовного над материальным, гуманизм, милосердие, справедливость, коллективизм, взаимопомощь и взаимоуважение, историческая память и преемственность поколений, единство народов России.

В соответствии с Федеральным законом от 29.12.2012 № 273-ФЗ «Об образовании в Российской Федерации» воспитательная деятельность направлена на формирование у обучающихся чувства патриотизма, гражданственности, уважения к памяти защитников Отечества и подвигам Героев Отечества, закону и правопорядку, человеку труда и старшему поколению, взаимного уважения, бережного отношения к культурному наследию и традициям многонационального народа Российской Федерации, природе и окружающей среде».

Эти законодательно закрепленные требования в части формирования у обучающихся системы нравственных ценностей отражены в инвариантных целевых ориентирах воспитания выпускников университета и соотносятся с общими/универсальными компетенциями, формирование которых является результатом освоения образовательных программ в соответствии с требованиями федеральных государственных образовательных стандартов.

Инвариантные целевые ориентиры воспитания выпускников университета

Гражданское воспитание
– Осознанно выражающий свою российскую гражданскую принадлежность (идентичность) в поликультурном, многонациональном и многоконфессиональном российском обществе, в мировом сообществе. – Сознающий своё единство с народом России как источником власти и субъектом тысячелетней российской государственности, с российским государством, ответственность за его развитие в настоящем и будущем на основе исторического просвещения, российского национального исторического сознания. – Проявляющий гражданско-патриотическую позицию, готовность к защите Родины, способный аргументированно отстаивать суверенитет и достоинство народа России и российского государства, сохранять и защищать историческую правду. – Ориентированный на активное гражданское участие в социально-политических процессах на основе уважения закона и правопорядка, прав и свобод сограждан. – Осознанно и деятельно выражающий неприятие любой дискриминации по социальным, национальным, расовым, религиозным признакам, проявлений экстремизма, терроризма, коррупции, антигосударственной деятельности. – Обладающий опытом гражданской социально значимой деятельности (в студенческом самоуправлении, добровольческом движении, предпринимательской деятельности, экологических, военно-патриотических и др. объединениях, акциях, программах.
Патриотическое воспитание
– Осознающий свою национальную, этническую принадлежность, демонстрирующий приверженность к родной культуре, любовь к своему народу.

– Сознающий причастность к многонациональному народу Российской Федерации, Отечеству, общероссийскую идентичность. – Проявляющий деятельное ценностное отношение к историческому и культурному наследию своего и других народов России, их традициям, праздникам. – Проявляющий уважение к соотечественникам, проживающим за рубежом, поддерживающий их права, защиту их интересов в сохранении общероссийской идентичности.
Духовно-нравственное воспитание
– Проявляющий приверженность традиционным духовно-нравственным ценностям, культуре народов России с учётом мировоззренческого, национального, конфессионального самоопределения. – Проявляющий уважение к жизни и достоинству каждого человека, свободе мировоззренческого выбора и самоопределения, к представителям различных этнических групп, традиционных религий народов России, их национальному достоинству и религиозным чувствам с учётом соблюдения конституционных прав и свобод всех граждан. – Понимающий и деятельно выражающий понимание ценности межнационального, межрелигиозного согласия, способный вести диалог с людьми разных национальностей и вероисповеданий, находить общие цели и сотрудничать для их достижения. – Ориентированный на создание устойчивой семьи на основе российских традиционных семейных ценностей, рождение и воспитание детей и принятие родительской ответственности. – Обладающий сформированными представлениями о ценности и значении в отечественной и мировой культуре языков и литературы народов России.
Эстетическое воспитание
– Выражающий понимание ценности отечественного и мирового искусства, российского и мирового художественного наследия. – Проявляющий восприимчивость к разным видам искусства, понимание эмоционального воздействия искусства, его влияния на душевное состояние и поведение людей, умеющий критически оценивать это влияние. – Проявляющий понимание художественной культуры как средства коммуникации и самовыражения в современном обществе, значение нравственных норм, ценностей, традиций в искусстве. – Ориентированный на осознанное творческое самовыражение, реализацию творческих способностей, на эстетическое обустройство собственного быта, профессиональной среды.
Физическое воспитание, формирование культуры здоровья и эмоционального благополучия
– Понимающий и выражающий в практической деятельности понимание ценности жизни, здоровья и безопасности, значение личных усилий в сохранении и укреплении своего здоровья и здоровья других людей. – Соблюдающий правила личной и общественной безопасности, в том числе безопасного поведения в информационной среде. – Выражающий на практике установку на здоровый образ жизни (здоровое питание, соблюдение гигиены, режим занятий и отдыха, регулярную физическую активность), стремление к физическому совершенствованию. – Проявляющий сознательное и обоснованное неприятие вредных привычек (курения, употребления алкоголя, наркотиков, любых форм зависимостей), деструктивного поведения в обществе и цифровой среде, понимание их вреда для физического и психического здоровья. – Демонстрирующий навыки рефлексии своего состояния (физического, эмоционального, психологического), понимания состояния других людей. – Демонстрирующий и развивающий свою физическую подготовку, необходимую для избранной профессиональной деятельности, способности адаптироваться к стрессовым ситуациям в общении, в изменяющихся условиях (профессиональных, социальных, информационных, природных), эффективно действовать в чрезвычайных ситуациях. – Использующий средства физической культуры для сохранения и укрепления здоровья в процессе профессиональной деятельности и поддержания необходимого уровня физической подготовленности.
Профессионально-трудовое воспитание

– Понимающий профессиональные идеалы и ценности, уважающий труд, результаты труда, трудовые достижения российского народа, трудовые и профессиональные достижения своих земляков, их вклад в развитие своего поселения, края, страны. – Участвующий в социально значимой трудовой и профессиональной деятельности разного вида в семье, образовательной организации, на базе производственной практики, в своей местности. – Выражающий осознанную готовность к непрерывному образованию и самообразованию в выбранной сфере профессиональной деятельности. – Понимающий специфику профессионально-трудовой деятельности, регулирования трудовых отношений, готовый учиться и трудиться в современном высокотехнологичном мире на благо государства и общества. – Ориентированный на осознанное освоение выбранной сферы профессиональной деятельности с учётом личных жизненных планов, потребностей своей семьи, государства и общества. – Обладающий сформированными представлениями о значении и ценности выбранной профессии, проявляющий уважение к своей профессии и своему профессиональному сообществу, поддерживающий позитивный образ и престиж своей профессии в обществе.
Экологическое воспитание
– Демонстрирующий в поведении сформированность экологической культуры на основе понимания влияния социально-экономических процессов на природу, в том числе на глобальном уровне, ответственность за действия в природной среде. – Выражающий деятельное неприятие действий, приносящих вред природе, содействующий сохранению и защите окружающей среды. – Применяющий знания из общеобразовательных и профессиональных дисциплин для разумного, бережливого производства и природопользования, ресурсосбережения в быту, в профессиональной среде, общественном пространстве. – Имеющий и развивающий опыт экологически направленной, природоохранной, ресурсосберегающей деятельности, в том числе в рамках выбранной специальности, способствующий его приобретению другими людьми.
Ценности научного познания
– Деятельно выражающий познавательные интересы в разных предметных областях с учётом своих интересов, способностей, достижений, выбранного направления профессионального образования и подготовки. – Обладающий представлением о современной научной картине мира, достижениях науки и техники, аргументированно выражающий понимание значения науки и технологий для развития российского общества и обеспечения его безопасности. – Демонстрирующий навыки критического мышления, определения достоверности научной информации, в том числе в сфере профессиональной деятельности. – Умеющий выбирать способы решения задач профессиональной деятельности применительно к различным контекстам. – Использующий современные средства поиска, анализа и интерпретации информации, информационные технологии для выполнения задач профессиональной деятельности. – Развивающий и применяющий навыки наблюдения, накопления и систематизации фактов, осмысления опыта в естественнонаучной и гуманитарной областях познания, исследовательской и профессиональной деятельности.

1.3.2 Вариативные целевые ориентиры

Вариативные целевые ориентиры воспитания обучающихся университета сформулированы с учётом этнокультурных и региональных особенностей и не противоречат инвариантным целевым ориентирам.

Вариативные целевые ориентиры воспитания

Гражданское воспитание
– Осознающий себя членом общества на региональном и локальном уровнях, имеющим представление о родном крае как субъекте Российской Федерации.

– Демонстрирующий понимание значимости выбранной профессии для развития страны, проявляющий уважение к своей профессии и профессиональному сообществу. – Знающий и соблюдающий нормы профессиональной этики работника, поддерживающий благоприятный образ профессии в обществе. – Разделяющий традиционные российские ценности, проявляющий активную гражданскую позицию, готовый к защите Родины. – Знающий государственные устои и символику России, родного края, города, района и муниципальных образований. – Проявляющий нетерпимость к коррупционному поведению, умеющий принимать решения и нести за них ответственность. – Обладающий культурой межнационального общения в студенческой среде и обществе в целом. – Проявляющий уважительное отношение к национальному достоинству людей, их чувствам, религиозным убеждениям.
Патриотическое воспитание
– Понимающий свою сопричастность к прошлому, настоящему и будущему родного края, своей Родины — России, Российского государства. – Понимающий значение гражданских символов (государственная символика России, своего региона), праздников, мест почитания героев и защитников Отечества, проявляющий к ним уважение. – Изучающий и владеющий знаниями по истории родного края и своей малой родины.
Духовно-нравственное воспитание
– Уважающий духовно-нравственную культуру своей семьи, своего народа, семейные ценности с учётом национальной, религиозной принадлежности. – Сознающий ценность каждой человеческой жизни, признающий индивидуальность и достоинство каждого человека. – Умеющий оценивать поступки с позиции их соответствия нравственным нормам, осознающий ответственность за свои поступки.
Эстетическое воспитание
– Проявляющий ценностное отношение к культуре и искусству, к культуре речи и культуре поведения, к красоте и гармонии. – Обладающий знаниями о культурном наследии родного края. – Способный воспринимать и чувствовать прекрасное в быту, природе, искусстве, творчестве людей, профессиональном мастерстве. – Проявляющий стремление к самовыражению в разных видах художественной деятельности, искусстве, профессиональной деятельности.
Физическое воспитание, формирование культуры здоровья и эмоционального благополучия
– Владеющий знаниями о физической культуре и спорте, их истории, современном развитии в родном крае. – Ведущий и пропагандирующий здоровый образ жизни. – Проявляющий интерес к самообучению умениям и навыкам физкультурно-оздоровительной и спортивно-оздоровительной деятельности. – Бережно относящийся к физическому здоровью, соблюдающий основные правила здорового и безопасного для себя и других людей образа жизни, в том числе в информационной среде. – Владеющий основными навыками личной и общественной гигиены, безопасного поведения в быту, природе, обществе. – Ориентированный на физическое развитие с учётом возможностей здоровья, занятия физкультурой и спортом
Профессионально-трудовое воспитание
– Проявляющий уважение к труду, людям труда, бережное отношение к результатам труда, ответственное потребление. – Проявляющий интерес к разным профессиям. – Участвующий в различных видах трудовой деятельности.

– Владеющий комплексом знаний, умений и навыков, качеств личности, обеспечивающих возможность профессионального роста. – Обладающий основами экономической культуры и финансовой грамотности.
Экологическое воспитание
– Понимающий ценность природы, зависимость жизни людей от природы, влияние людей на природу, окружающую среду. – Выражающий готовность в своей профессиональной деятельности придерживаться экологических норм. – Содействующий сохранению окружающей среды, ресурсосбережению, эффективно действующий в чрезвычайных ситуациях. – Демонстрирующий экологическую культуру. – Проявляющий интерес к экологической обстановке в родном крае, вносящий свой вклад в ее улучшение.
Ценности научного познания
– Ориентированный на ценности непрерывного образования, в том числе и на самообразование. – Проявляющий интерес к участию в поисковой и исследовательской деятельности, техническому творчеству.

РАЗДЕЛ 2. СОДЕРЖАТЕЛЬНЫЙ

2.1 Уклад университета

Уральский государственный горный университет был учрежден 3 (16) июля 1914 года законом, утвержденным российским Императором Николаем II, как Екатеринбургский горный институт, который стал первым высшим учебным заведением на Урале.

Собранием Узаконений и Распоряжений Правительства, издаваемым при Правительствующем Сенате, от 27 января 1917 г. № 28 горный институт в городе Екатеринбурге был переименован в Уральский горный институт Императора Николая II, который приказом Главного управления учебными заведениями Народного Комиссариата тяжелой промышленности СССР от 18 декабря 1934 г. № 26/644 переименован в Свердловский горный институт, которому постановлением Совета Министров СССР от 13 января 1947 г, № 52 присвоено имя В.В. Вахрушева.

Указом Президиума Верховного Совета СССР от 12 мая 1969 года Свердловский горный институт им. В.В. Вахрушева был переименован в Свердловский ордена Трудового Красного Знамени горный институт им. В.В. Вахрушева, который распоряжением Совета Министров РСФСР от 10 июля 1991 г. № 736-р и приказом Государственного Комитета СССР по народному образованию от 22 июля 1991 г. № 346 был переименован в Уральский ордена Трудового Красного Знамени горный институт имени В.В. Вахрушева, переименованный приказом Государственного Комитета Российской Федерации по высшему образованию от 28 октября 1993 г. № 298 в Уральскую государственную горно-геологическую академию.

11 февраля 2003 года Уральская государственная горно-геологическая академия была внесена в Единый государственный реестр юридических лиц как государственное образовательное учреждение высшего профессионального образования Уральская государственная горно-геологическая академия, которое приказом Федерального агентства по образованию от 5 октября 2004 г. № 156 было переименовано в государственное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Уральский государственный горный университет».

Приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 23 мая 2011 г. № 1724 государственное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Уральский государственный горный университет» переименовано в федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального

образования «Уральский государственный горный университет», которое приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 29 октября 2015 г. №1261 переименовано в федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Уральский государственный горный университет».

За 106 лет своей деятельности вуз подготовил для работы на горнодобывающих и геологоразведочных предприятиях, в научно-исследовательских и проектно-конструкторских институтах отрасли более 110 000 горных инженеров, талантом и трудом которых создавался Уральский горнопромышленный комплекс.

В 2024 году УГГУ - первый вуз Урала празднует 110 лет со дня учреждения.

Университет реализует программы высшего, среднего профессионального, дополнительного и послевузовского профессионального образования в области геологии, геофизики, горного дела, экологии, экономики, информатики, автоматизации, горного машиностроения, художественного проектирования и обработки материалов.

В университете представлены все уровни высшего образования: бакалавриат, специалитет, магистратура и аспирантура.

В университете обучаются около 10 000 студентов.

Отличительной особенностью университета являются сильные связи с производством. Вуз сотрудничает более чем с 300 предприятиями – партнерами со всей России, в их числе — крупнейшие компании горнодобывающей отрасли. Подписаны договоры о совместной работе в рамках подготовки кадров с крупнейшими отраслевыми предприятиями страны и региона: Русской медной компанией, Уральской горно-металлургической компанией, Уралмашзаводом, ЕВРАЗ-холдингом и др. Ведется системная подготовка специалистов для предприятий зарубежных стран: Китая, Гвинеи, Македонии, Узбекистана, Таджикистана, Туркменистана, Монголии, Казахстана и др.

Университет славится своим сильным профессорско-преподавательским составом. На 38 кафедрах работают более 350 педагогических работников, из них более 250 кандидатов наук, порядка 60 докторов наук.

Вековая история позволила университету создать не только мощные образовательные традиции, но и научные школы. Их коллективы регулярно участвуют в масштабных государственных программах. С 1976 г. в диссертационных советах вуза защищено свыше 750 диссертаций.

В университете выпускается два журнала, внесенных Высшей аттестационной комиссией в Перечень научных журналов, публикация в которых является обязательной для защиты диссертаций.

Студенты вуза регулярно побеждают на Всероссийских олимпиадах и инженерных соревнованиях. Горняки трижды становились триумфаторами Международного чемпионата по решению инженерных кейсов «Case-In». Свыше сорока студентов УГГУ каждый год удостаиваются стипендий Президента РФ, Правительства РФ и Губернатора Свердловской области. Одним из знаковых научных мероприятий УГГУ является Уральская горнопромышленная декада. Сотни специалистов из России и зарубежных стран ежегодно приезжают в Горный университет, чтобы обсудить актуальные вопросы отрасли и найти партнеров для решения производственных задач.

В университете есть свои корпоративные знаки отличия – это герб, гимн, флаг и форменная одежда, которые используются при проведении мероприятий в масштабах университета, городского, регионального и всероссийского уровней с целью формирования корпоративного сознания у обучающихся.

Наиболее значимыми традиционными мероприятиями, событиями, составляющими основу воспитательной системы, являются День знаний, День солидарности в борьбе с терроризмом, День первокурсника, День Героев Отечества, День матери, День студента, День защитников Отечества, конкурс красоты «Мисс и Мистер Горный университет» и многие другие.

2.2 Воспитательные модули: виды, формы, содержание воспитательной деятельности

Модуль «Образовательная деятельность»

Реализация воспитательного потенциала образовательной деятельности предусматривает:

– использование воспитательных возможностей содержания учебных дисциплин и профессиональных модулей для формирования у обучающихся позитивного отношения к российским традиционным духовно-нравственным и социокультурным ценностям, подбор соответствующего тематического содержания, текстов для чтения, задач для решения, проблемных ситуаций для обсуждений и т. п., отвечающих содержанию и задачам воспитания;

– привлечение внимания обучающихся к ценностному аспекту изучаемых на аудиторных занятиях объектов, явлений, событий и т. д., инициирование обсуждений, высказываний обучающимися своего мнения, выработки личностного отношения к изучаемым событиям, явлениям;

– использование учебных материалов (образовательного контента, художественных фильмов, литературных произведений и проч.), способствующих повышению статуса и престижа рабочих профессий, прославляющих трудовые достижения, повествующих о семейных трудовых династиях;

– инициирование и поддержка исследовательской деятельности при изучении учебных дисциплин и профессиональных модулей в форме индивидуальных и групповых проектов, исследовательских работ воспитательной направленности;

– реализация курсов, дополнительных факультативных занятий исторического просвещения, патриотической, гражданской, экологической, научно-познавательной, краеведческой, историко-культурной, туристско-краеведческой, спортивно-оздоровительной, художественно-эстетической, духовно-нравственной направленности, а также курсов, направленных на формирование готовности обучающихся к вступлению в брак и осознанному родительству;

– организация и проведение экскурсий (в музеи, картинные галереи, технопарки, на предприятия и др.), экспедиций, походов.

Модуль «Кураторство»

Реализация воспитательного потенциала кураторства как особого вида педагогической деятельности, направленной в первую очередь на решение задач воспитания и социализации обучающихся, предусматривает:

– организацию социально-значимых совместных проектов, отвечающих потребностям обучающихся, дающих возможности для их самореализации, установления и укрепления доверительных отношений внутри учебной группы и между группой и куратором;

– сплочение коллектива группы через игры и тренинги на командообразование, походы, экскурсии, празднования дней рождения, тематические вечера и т. п.;

– организацию и проведение регулярных родительских собраний, информирование родителей об академических успехах и проблемах обучающихся, их положении в студенческой группе, о жизни группы в целом; помощь родителям и иным членам семьи во взаимодействии с педагогическим коллективом и администрацией;

– работа со студентами, вступившими в ранние семейные отношения, проведение консультаций по вопросам этики и психологии семейной жизни, семейного права;

– планирование, подготовку и проведение праздников, фестивалей, конкурсов, соревнований и т. д. с обучающимися.

Модуль «Наставничество»

Реализация воспитательного потенциала наставничества как универсальной технологии передачи опыта и знаний предусматривает:

– разработку программы наставничества;

– содействие осознанному выбору оптимальной образовательной траектории, в том числе для обучающихся с особыми потребностями (детей с инвалидностью и ограниченными возможностями здоровья, одаренных, обучающихся, находящихся в трудной жизненной ситуации);

– оказание психологической и профессиональной поддержки наставляемому в реализации им индивидуального маршрута и в жизненном самоопределении;

– определение инструментов оценки эффективности мероприятий по адаптации и стажировке наставляемого;

– привлечение к наставнической деятельности признанных авторитетных специалистов, имеющих большой профессиональный и жизненный опыт (работников предприятий и организаций-партнеров).

Модуль «Основные воспитательные мероприятия»

Реализация воспитательного потенциала основных воспитательных мероприятий предусматривает:

– проведение общих для всей образовательной организации праздников, ежегодных творческих (театрализованных, музыкальных, литературных и т. п.) мероприятий, связанных с общероссийскими, региональными, местными праздниками, памятными датами;

– проведение торжественных мероприятий, связанных с завершением образования, переходом на следующий курс, а также совместных мероприятий с организациями-партнерами, направленных на знакомство и приобщение к корпоративной культуре предприятия, организации;

– разработку и реализацию обучающимися социальных, социально-профессиональных проектов, в том числе с участием социальных партнёров университета;

– организацию тематических мероприятий, нацеленных на формирование уважительного отношения к противоположному полу, понимания любви как основы таких отношений и готовности к вступлению в брак (День матери, День семьи, любви и верности и т. д.);

Модуль «Организация предметно-пространственной среды»

Реализация воспитательного потенциала предметно-пространственной среды предусматривает совместную деятельность педагогов, обучающихся, других участников образовательных отношений по её созданию, поддержанию, использованию в воспитании:

– организация в доступных для обучающихся и посетителей местах музейно-выставочного пространства, содержащего экспозиции об истории и развитии университета с использованием исторических символов государства, региона, местности в разные периоды, о значимых исторических, культурных, природных, производственных объектах России, региона, местности;

– размещение карт России, регионов, муниципальных образований (современных и исторических, точных и стилизованных, географических, природных, культурологических, художественно оформленных, в том числе материалами, подготовленными обучающимися) с изображениями значимых культурных объектов своей местности, региона, России; портретов выдающихся государственных деятелей России, деятелей культуры, науки, производства, искусства, военных деятелей, героев и защитников Отечества;

– размещение, обновление художественных изображений (символических, живописных, фотографических, интерактивных) объектов природного и культурного наследия региона, местности, предметов традиционной культуры и быта;

– организацию и поддержание в университете звукового пространства позитивной духовно-нравственной, гражданско-патриотической воспитательной направленности (звонки-мелодии, музыка, информационные сообщения), исполнение гимна Российской Федерации (в начале учебной недели);

– оформление и обновление «мест новостей», стендов в помещениях общего пользования (холл первого этажа, рекреации и др.), содержащих в доступной, привлекательной форме новостную информацию позитивного профессионального, гражданско-патриотического, духовно-нравственного содержания;

– размещение материалов, отражающих ценность труда как важнейшей нравственной категории, представляющих трудовые достижения в профессиональной области, прославляющих героев и ветеранов труда, выдающихся деятелей производственной сферы, имеющей отношение к УГГУ, предметов-символов профессиональной сферы, размещение информационных справочных материалов о предприятиях профессиональной сферы, имеющих отношение к профилю университета;

– размещение, поддержание, обновление на территории университета выставочных объектов, ассоциирующихся с профессиональными направлениями обучения;

– создание и обновление книжных выставок профессиональной литературы, пространства свободного книгообмена;

– оборудование, оформление, поддержание и использование спортивных и игровых пространств, площадок, зон активного и спокойного отдыха;

– совместная с обучающимися популяризация символики УГГУ (флаг, гимн, эмблема, логотип и т. п.), используемой как повседневно, так и в торжественных ситуациях;

– разработка и обновление материалов (стендов, плакатов, инсталляций и др.), акцентирующих внимание обучающихся на важных для воспитания правилах, традициях, укладе образовательной организации, актуальных вопросах профилактики и безопасности.

Модуль «Взаимодействие с родителями (законными представителями)»

Реализация воспитательного потенциала взаимодействия с родителями (законными представителями) обучающихся предусматривает:

– организацию взаимодействия между родителями обучающихся и преподавателями, администрацией в области воспитания и профессиональной реализации студентов;

– проведение родительских собраний по вопросам воспитания, взаимоотношений обучающихся и педагогов, условий обучения и воспитания;

– привлечение родителей к подготовке и проведению мероприятий воспитательной направленности.

Модуль «Самоуправление»

Реализация воспитательного потенциала самоуправления обучающихся в университете, реализующем образовательные программы высшего и среднего профессионального образования, предусматривает:

– организацию и деятельность в университете органов самоуправления обучающихся (совет обучающихся и др.);

– представление органами самоуправления интересов обучающихся в процессе управления образовательной организацией, защита законных интересов, прав обучающихся;

– участие представителей органов самоуправления обучающихся в разработке, обсуждении и реализации рабочей программы воспитания, в анализе воспитательной деятельности;

– привлечение к деятельности студенческого самоуправления выпускников, работающих по специальности, добившихся успехов в профессиональной деятельности и личной жизни.

Модуль «Профилактика и безопасность»

Реализация воспитательного потенциала профилактической деятельности в целях формирования и поддержки безопасной и комфортной среды предусматривает:

– организацию деятельности педагогического коллектива по созданию в университете безопасной среды как условия успешной воспитательной деятельности;

– вовлечение обучающихся в проекты, программы профилактической направленности, реализуемые в УГГУ и в социокультурном окружении (антинаркотические, антиалкогольные, против курения, вовлечения в деструктивные детские и молодёжные объединения, культы, субкультуры, группы в социальных сетях; по безопасности в цифровой среде, на транспорте, на воде, безопасности дорожного движения, противопожарной безопасности, антитеррористической и антиэкстремистской безопасности, гражданской обороне и т. д.);

– сбор информации и регулярный мониторинг семей обучающихся, находящихся в сложной жизненной ситуации, профилактическая работа с неблагополучными семьями;

– организация психолого-педагогической поддержки обучающихся групп риска;

– организацию работы по развитию у обучающихся навыков саморефлексии, самоконтроля, устойчивости к негативному воздействию, групповому давлению;

– поддержку инициатив обучающихся, педагогов в сфере укрепления безопасности жизнедеятельности.

Модуль «Социальное партнёрство и участие работодателей»

Реализация воспитательного потенциала социального партнёрства университетом, реализующем образовательные программы высшего и среднего профессионального образования, в том числе во взаимодействии с предприятиями рынка труда, предусматривает:

– участие представителей организаций-партнёров, предприятий (организаций) и работодателей, в том числе в соответствии с договорами о сотрудничестве, в проведении отдельных производственных практик и мероприятий в рамках рабочей программы воспитания и календарного плана воспитательной работы (дни открытых дверей, ярмарки вакансий, государственные, региональные праздники, торжественные мероприятия и т. п.);

– участие представителей организаций-партнёров в проведении мастер-классов, аудиторных и внеаудиторных занятий, мероприятий профессиональной направленности;

– проведение на базе организаций-партнёров отдельных аудиторных и внеаудиторных занятий, презентаций, лекций, акций воспитательной направленности;

– проведение открытых дискуссионных площадок (студенческих, педагогических, родительских, совместных), куда приглашаются представители организаций-партнёров, на которых обсуждаются актуальные проблемы, касающиеся профессиональной сферы и рынка труда, жизни университета, муниципального образования, региона, страны;

– реализация социальных проектов, разрабатываемых и реализуемых обучающимися и педагогами совместно с организациями-партнёрами (профессионально-трудовой, благотворительной, экологической, патриотической, духовно-нравственной и т. д. направленности), ориентированных на воспитание обучающихся, преобразование окружающего социума, позитивное воздействие на социальное окружение.

Модуль «Профессиональное развитие, адаптация и трудоустройство»

Реализация воспитательного потенциала работы по профессиональному развитию, адаптации и трудоустройству в университете предусматривает:

– участие в конкурсах, фестивалях, олимпиадах профессионального мастерства (в т. ч. международных), работе над профессиональными проектами различного уровня (регионального, всероссийского, международного) и др.;

– циклы мероприятий, направленных на подготовку обучающихся к осознанному планированию своей карьеры, профессионального будущего (посещения центра содействия профессиональному трудоустройству выпускников, профессиональных выставок, ярмарок вакансий, дней открытых дверей на предприятиях и др.);

– экскурсии (на предприятия, в организации), дающие углублённые представления о выбранной специальности и условиях работы;

– организацию мероприятий, посвященных истории организаций/предприятий-партнёров; встреч с представителями коллективов, с работниками-стажистами, представителями трудовых династий, авторитетными специалистами, героями и ветеранами труда, представителями профессиональных династий;

– использование обучающимися интернет-ресурсов, способствующих более глубокому изучению отраслевых технологий, способов и приёмов профессиональной деятельности, профессионального инструментария, актуального состояния профессиональной области; онлайн курсов по интересующим темам и направлениям профессионального образования;

– консультирование обучающихся по вопросам построения ими профессиональной карьеры и планов на будущую жизнь с учётом индивидуальных особенностей, интересов, потребностей;

– проведение тренингов, нацеленных на формирование рефлексивной культуры, совершенствование умений в области анализа и оценки результатов деятельности.

Дополнительные модули

Модуль «Воспитание здорового образа жизни»

Реализация воспитательного потенциала работы по созданию условий для сохранения, укрепления и развития духовного, эмоционального, интеллектуального, личностного и физического здоровья обучающихся предусматривает:

– воспитание здоровой личности, формирование способности ставить цели и строить жизненные планы;

– формирование у обучающихся ответственного отношения к своему здоровью и потребности в здоровом образе жизни, физическом самосовершенствовании, занятиях спортивно-оздоровительной деятельностью, развитие культуры безопасной жизнедеятельности, профилактику наркотической и алкогольной зависимости, табакокурения и других вредных привычек;

– формирование бережного, ответственного и компетентного отношения к физическому и психологическому здоровью – как собственному, так и других людей, развитие культуры здорового питания.

Модуль «Художественно-эстетическое воспитание»

Реализация воспитательного потенциала работы по формированию культурно-эстетических взглядов, нравственных принципов обучающихся, повышению общего уровня культуры, формированию способности воспринимать и понимать произведения искусства во взаимосвязи с окружающим миром предусматривает:

– воспитание эстетического отношения к миру, включая эстетику быта, научного и технического творчества, спорта, общественных отношений;

– формирование способности к общему развитию, реализации творческого потенциала в учебной, профессиональной деятельности, самовоспитания и универсальной духовно-нравственной компетенции – «становиться лучше»;

– формирование чувства любви к Родине на основе изучения культурного наследия многонационального народа России;

– формирование художественно-эстетического мировоззрения, основанного на диалоге культур.

Модуль «Экологическое воспитание»

Реализация воспитательного потенциала работы по формированию экологической культуры, содействию сохранению окружающей среды, ресурсосбережению, воспитанию и развитию у обучающихся любви к окружающей природе предусматривает:

– развитие у обучающихся экологической культуры, бережного отношения к родной земле, природным богатствам России и мира, понимание влияния социально-экономических процессов на состояние природной и социальной среды;

– воспитание чувства ответственности за состояние природных ресурсов, формирование умений и навыков разумного природопользования, нетерпимого отношения к действиям, приносящим вред экологии; приобретение опыта эколого-направленной деятельности.

Модуль «Волонтерское движение»

Реализация воспитательного потенциала работы по формированию готовности к добровольчеству (волонтёрству) предусматривает:

– развитие навыков волонтерской деятельности через участие в подготовке и проведении социально-значимых мероприятий;

– развитие мотивации к активному и ответственному участию в общественной жизни страны, региона, университета, государственному управлению через организацию добровольческой деятельности;

– развитие способностей к сопереживанию и формированию позитивного отношения к людям, в том числе к лицам с инвалидностью и ограниченными возможностями здоровья;

– развитие компетенций сотрудничества со сверстниками, детьми младшего возраста, взрослыми в образовательной, общественно полезной, учебно-исследовательской, проектной и других видах деятельности.

РАЗДЕЛ 3. ОРГАНИЗАЦИОННЫЙ

3.1 Кадровое обеспечение

Реализация рабочей программы воспитания осуществляется квалифицированными специалистами университета, в частности Управления по внеучебной и социальной работе, которое несёт ответственность за организацию воспитательной работы в университете; Студенческого культурного центра, Студенческого спортивного клуба «Горная машина», Студенческого центра патриотического воспитания «Святогор», Волонтерского центра УГГУ, которые проводят с обучающимися мероприятия воспитательного характера; психолого-педагогической службы, кураторами, педагогом-психологом, преподавателями, функционал которых регламентируется требованиями профессиональных стандартов, должностными инструкциями и иными нормативными документами.

3.2 Нормативно-методическое обеспечение

Нормативно-методическое обеспечение воспитательной деятельности осуществляется следующим образом: воспитательная деятельность ведется в соответствии с нормативно-правовыми документами федеральных органов исполнительной власти в сфере образования, требованиями федеральных государственных образовательных стандартов, Уставом университета и локальными актами университета с учетом сложившегося опыта воспитательной деятельности, и имеющимися ресурсами в университете.

3.3 Требования к условиям работы с обучающимися с особыми образовательными потребностями

В воспитательной работе с категориями обучающихся, имеющих особые образовательные потребности: обучающиеся с инвалидностью, ограниченными возможностями здоровья, из социально уязвимых групп (воспитанники детских домов, обучающиеся из семей мигрантов, билингвы и др.), одарённые, с отклоняющимся поведением, создаются особые условия.

В системе организации воспитательной деятельности с категориями обучающихся, имеющих особые образовательные потребности, устанавливаются сотрудничество препо-

давателей, кураторов, педагогов-психологов, родителей (законных представителей) обучающихся с целью устранения нарушенных функций, развития функциональных систем обучающихся, коррекции поведения, формирования социально-значимых качеств.

При организации воспитательного пространства создаются благоприятные условия для развития социально значимых отношений обучающихся, и, прежде всего, ценностных отношений к семье, труду, своему отечеству, своей малой и большой Родине, природе, миру, знаниям, культуре, здоровью, окружающим людям, к самим.

Формирование доброжелательного отношения к обучающимся, имеющим особые образовательные потребности и их семьям со стороны всех участников образовательных отношений, а также индивидуальный подход позволяет получить им необходимые социальные навыки, знания и умения необходимые для дальнейшей профессиональной деятельности.

При организации воспитания обучающихся с особыми образовательными потребностями осуществляется ориентация на:

– налаживание эмоционально-положительного взаимодействия с окружающими для их успешной социальной адаптации и интеграции как в университете, так и в профессиональной деятельности;

– формирование доброжелательного отношения к обучающимся и их семьям со стороны всех участников образовательных отношений;

– построение воспитательной деятельности с учётом индивидуальных особенностей и возможностей каждого обучающегося;

– обеспечение психолого-педагогической поддержки семей обучающихся, содействие повышению уровня их педагогической, психологической, социальной компетентности;

– формирование личности обучающегося с особыми образовательными потребностями с использованием адекватных физическому и психическому состоянию методов воспитания;

– создание оптимальных условий совместного воспитания и обучения обучающихся с особыми образовательными потребностями и их сверстников, с использованием адекватных вспомогательных средств и педагогических приёмов, организацией совместных форм работы с педагогом-психологом и другими специалистами университета;

– личностно-ориентированный подход в организации всех видов деятельности обучающихся с особыми образовательными потребностями.

3.4 Система поощрения профессиональной успешности и проявлений активной жизненной позиции обучающихся

Поощрение профессиональной успешности и проявлений активной жизненной позиции обучающихся осуществляется следующим образом:

– выплачивается повышенная государственная академическая стипендия;

– предоставляются путевки на летний отдых и оздоровление;

– представляются кандидатуры обучающихся на стипендию Правительства Российской Федерации;

– представляются кандидатуры обучающихся на стипендию Губернатора Свердловской области;

– вручаются благодарственные письма, письма участников.

Основания для поощрения обучающихся:

– успехи в учебной деятельности;

– успехи научной деятельности;

– успехи в культурно-творческой деятельности;

– успехи в общественной деятельности;

– успехи в физкультурной деятельности;

– победы в конкурсах, олимпиадах, фестивалях, соревнованиях различного уровня;

– активное участие в культурно-массовых мероприятиях на уровне университета, округа, региона, Российской Федерации, на международном уровне;

– спортивные достижения на различных уровнях.

3.5 Анализ воспитательного процесса

Основные направления анализа воспитательного процесса:

3.5.1 Анализ условий воспитательной деятельности

Анализ воспитательной деятельности проводится по следующим позициям:

– кадровое обеспечение воспитательной деятельности (наличие специалистов, прохождение курсов повышения квалификации);

– наличие и количество студенческих объединений, клубов, предметных кружков, кружков технического творчества, спортивных секций и кружков;

– количество социальных партнеров, вовлечённых в воспитательную деятельность (предприятия, учреждения культуры, здравоохранения, правоохранительные органы, образовательные организации др.);

– участие педагогических работников университета в конкурсах, семинарах, конференциях, вебинарах по направлениям воспитательной деятельности;

– оформление предметно-пространственной среды университета.

3.5.2 Анализ состояния воспитательной деятельности

Анализ состояния воспитательной деятельности проводится по следующим позициям:

– проводимые в университете дела и реализованные проекты;

– уровень вовлеченности обучающихся в проекты и мероприятия на уровне университета, районном, городском, региональном и федеральном уровнях;

– включенность обучающихся и преподавателей в деятельность различных объединений;

– участие обучающихся в конкурсах различного уровня и направленности;

– профессионально-личностное развитие обучающихся (анализ портфолио);

– снижение негативных факторов (уменьшение числа обучающихся, состоящих на различных видах профилактического учета/контроля, снижение/отсутствие совершенных правонарушений и преступлений).

Основным способом получения информации являются: педагогическое наблюдение, анкетирование, тестирование, беседы с обучающимися и их родителями (законными представителями), педагогическими работниками, представителями студенческого совета.

Анализ проводится проректором по молодежной политике и развитию образования, начальником управления по внеучебной и социальной работе, педагогом-психологом, кураторами академических групп.

Итогом самоанализа является перечень выявленных проблем, над решением которых предстоит работать коллективу университета.

Приложение к рабочей программе воспитания

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по молодежной политике и развитию образования
_____А. В. Легостев

14.11.2024

КАЛЕНДАРНЫЙ ПЛАН ВОСПИТАТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ
на 2024-2025 учебный год

В ходе планирования воспитательной деятельности университет учитывает воспитательный потенциал участия обучающихся в мероприятиях, проектах, конкурсах, акциях, проводимых на уровне:

Российской Федерации, в том числе:

«
Р «Большая перемена» https://bolshayaperemena.online/;
о «Лидеры России» https://лидерыроссии.рф/;
с «Мы Вместе» (волонтерство) https://onf.ru;
с отраслевые конкурсы профессионального мастерства;
и движения «Ворлдскиллс Россия»;
я движения «Абилимпикс»;

субъектов Российской Федерации, а также **отраслевые профессионально значимые события и праздники.**

№	Модуль	Курсы, группы	Сроки	Ответственные
	1. Образовательная деятельность			
1	Дисциплина «Основы российской государственности	I,II,III	01.09.2024-31.05.2025	Зубов В. В.
	2. Кураторство			
1	Воспитательное мероприятие «Час куратора»	I	01.09.2024-31.05.2025	Шехтман Д. А.
	3. Наставничество			
1	Подготовка и проведение адаптационного мероприятия «Неделя первокурсника 2024»	I	30.08.2024 - 04.09.2024	Шехтман Д. А.
	4. Основные воспитательные мероприятия			
1	Презентация студенческих общественных, спортивных, научных, творческих объединений	I	30.08.2024-04.09.2024	Шехтман Д. А.
2	Профориентационные мероприятия для студентов I курса	I	12.08.2024-17.08.2024	Коновалов П. А.
3	Спортивно-массовое мероприятие «Неделя футбола» и межнациональный футбольный турнир к Дню народного единства	I-V	01.11.2024-05.11.2024	Сухомлин С. Д.
4	Культурно-массовое мероприятие «Новогодний ректорский прием»	I-V	23.12.2024	Нижников Е. В.
5	Празднование дня Российского студенчества, Молебен святой мученице Татьяне	I-V	25.01.2025	Бачинин И. В.
6	Организация игры «Патриот»	I-V	19.02.2025-23.02.2025	Комаров А. А.
7	Праздничный концерт «День защитника отечества»	I-V	22.02.2025	Нижников Е. В.
8	Праздничный концерт «Международный женский день»	I-V	07.03.2025	Нижников Е. В.

9	Участие в первомайской демонстрации	I-V	01.05.2025	Коновалов П. А.
10	Патриотическая акция «Бессмертный полк Горного»	I-V	08.05.2025	Комаров А. А.
11	Праздничные мероприятия, посвященные 80 годовщине Победы в ВОВ	I-V	09.05.2025	Нижников Е. В.
12	Легкоатлетическая эстафета «Горняк»	I-V	17.05.2025	Сидоров С. Г.
	5. Организация предметно-пространственной среды			
13	Оформление и обновление новостных стендов	I-V	01.09.2024-30.05.2025	Пономарева Т. В.
14	Популяризация символики образовательной организации	I-V	01.09.2024-10.11.2024	Пономарева Т. В.
15	Подготовка и обновление тематических экспозиций в библиотеке университета	I-V	01.09.2024-30.05.2025	Справцева Е. А.
16	Разработка и реализация коворкинг зон для студентов	I-V	01.09.2024-30.05.2025	Коновалов П. А.
17	Оформление зданий университета, холлов, с использованием государственной символики России	I-V	10.09.2024	Комаров А. А.
	6. Взаимодействие с родителями (законными представителями)			
18	Деятельность Службы примирения университета и работа с конфликтными ситуациями	I-V	01.09.2024 – 30.05.2025	Первушина А. А.
	7. Самоуправление			
19	Обучающие мероприятия для студенческого актива УГГУ	I-V	01.09.2024-20.11.2024	Шехтман Д. А.
20	Обучающие мероприятия для активистов организационно-массовой комиссии ПСО УГГУ	I-V	14.09.2024-16.09.2024	Коновалов П. А.
21	Отчетно – выборные конференции профбюро факультетов	I-V	10.10.2024-25.10.2024	Коновалов П. А.
22	Проведение мероприятия среди студенческой молодёжи, направленного на повышение уровня медиа грамотности "Медиадиктант"	I-V	18.10.2024	Пономарева Т. В.
23	Обучающее мероприятие «ПРОФшкола Горно-механического факультета»	I-V	08.11.2024-12.11.2024	Коновалов П. А.
24	Обучающие мероприятия для активистов ФГХ	I-V	08.11.2024-12.11.2024	Коновалов П. А.
25	Интеллектуальная игра для обучающихся УГГУ «Интуиция»	I-V	10.11.2024	Коновалов П. А.

26	Интеллектуальная игра для обучающихся УГГУ «Квиз-турнир»	I-V	16.12.2024	Коновалов П. А.
27	Новогодняя студенческая елка «Елка желаний»	I-V	24.12.2024	Коновалов П. А.
28	Традиционная новогодняя лотерея среди членов профсоюза	I-V	25.12.2024	Коновалов П. А.
29	Культурно-массовое мероприятие для обучающихся УГГУ «Турнир по киберспорту»	I-V	25.12.2024	Коновалов П. А.
30	Образовательный проект «MediaLife»	I-V	10.01.2025–28.03.2025	Сухомлин С. Д.
31	Интеллектуальная онлайн игра «Что? Где? Когда?», посвященная Всероссийскому дню студента	I-V	25.01.2025	Коновалов П. А.
32	Встреча ректора университета со студенческим активом	I-V	25.01.2025	Шехтман Д. А.
33	Традиционное исполнение студенческих желаний ректором УГГУ А.В. Душиным	I-V	25.01.2025	Шехтман Д. А.
34	Образовательный проект АССК.про	I-V	15.02.2025-01.04.2025	Сухомлин С. Д.
35	Образовательный проект «GM School» для студентов и активистов УГГУ	I-V	04.04.2025-08.04.2025	Сухомлин С. Д.
36	Очный этап образовательного проекта АССК.про	I-V	01.05.2025-30.05.2025	Сухомлин С. Д.
	8. Профилактика и безопасность			
37	Подготовка к социально-психологическому тестированию (сбор сведений, проверка технических возможностей)	I-V	01.08.2024-31.08.2024	Первушина А. А.
38	Размещение информационных материалов по вопросам антитеррористической защищённости	I-V	01.09.2024-25.12.2024	Волков С. А., Пономарева Т. В.
39	Профилактика деструктивных явлений в студенческой среде (подготовка и размещение публикаций на сайте ФГХ, в сообществе «Педагог-психолог УГГУ» и подготовка информационных листов-вкладышей)	I-V	01.09.2024-25.12.2024	Первушина А.А.
40	Подготовка к социально-психологическому тестированию	I-V	01.09.2024-30.09.2024	Первушина А .А.

	(подготовка списков, генерация паролей, информационная кампания)			
41	Размещение информационных материалов об антикоррупционных мероприятиях и нормативной базе в сфере противодействия коррупции	I-V	01.09.2024-25.12.2024	Волков С. А., Пономарева Т. В.
42	Патриотическая акция, посвященная Дню солидарности в борьбе с терроризмом	I-V	03.09.2024	Старостин А. Н. Суслонов П. Е
43	Проведение социально-психологического тестирования	I-V	01.10.2024-30.10.2024	Первушина А. А.
44	Основы безопасного общения и способы защиты от негативного влияния со стороны лиц и групп деструктивной и экстремистской направленности (беседа-тренинг с обучающимися)	I-V	01.10.2024-30.10.2024	Старостин А. Н. Суслонов П. Е
45	Подготовка документации по итогам социально-психологического тестирования	I-V	01.11.2024-30.11.2024	Первушина А. А.
46	Разговор на равных (Тема: профилактика межнациональных и межконфессиональных конфликтов)	I-V	12.11.2024	Старостин А. Н.
47	Организация процедуры получения результатов социально-психологического тестирования и подготовка плана работы с лицами «группы риска»	I-V	01.12.2024-30.12.2024	Первушина А. А.
48	Профилактика деструктивных явлений в период сессии: публикация «От сессии до сессии… Продолжение»	I-V	10.01.2025	Первушина А. А.
49	Профилактика деструктивных явлений в студенческой среде: публикации информационно-просветительского, профилактического характера на психологическую тематику: «Моя свобода и/или свобода другого?» (профилактика буллинга/кибербуллинга)	I-V	01.03.2025-31.03.2025	Первушина А. А.

50	Профилактика деструктивных явлений в студенческой среде: публикации информационно-просветительского, профилактического характера на психологическую тематику: «Кому выгодно кормить наше ЭГО?» (профилактика правонарушений и экстремистских проявлений)	I-V	01.04.2025-30.04.2025	Первушина А. А.
	9. Социальное партнёрство и участие работодателей			
51	Уральский горнопромышленный форум	I-V	01.10.2024-31.10.2024	Костюк П. А.
52	Экскурсионные мероприятия (Альфа-банк)	I-V	04.12.2024	Коновалов П. А.
53	VIII Международный инженерный чемпионат Case-in	I-V	01.03.2025-31.03.2025	Костюк П. А.
54	Экскурсионные мероприятия (Екатеринбургский метрополитен)	I-V	29.03.2025	Коновалов П. А., Коренькова М. А.
55	Всероссийский фестиваль по робототехнике	I-V	01.04.2025-30.04.2025	Кухарева А. А.
56	Ярмарка студентов	I-V	20.04.2025	Коренькова М. А.
57	Уральская горнопромышленная декада	I-V	01.05.2025-30.05.2025	Валиев Н. Г. Лебзин М. С.
	10. Профессиональное развитие, адаптация и трудоустройство			
58	Профориентационные презентации для абитуриентов	I-V	01.09.2024-25.12.2024	Кухарева А. А.
59	Экскурсии по УГГУ для абитуриентов	I-V	01.09.2024-25.12.2024	Кухарева А. А.
60	Культурно-массовое мероприятие «Межвузовский Since-Slame»	I-V	02.11.2024-03.11.2024	Шехтман Д. А.
61	День памяти погибших при исполнении служебных обязанностей сотрудников органов внутренних дел	I-V	08.11.2024	Мальцев Н. В.
62	Культурно-массовое мероприятие «Экскурсия в Уральский геологический музей»	I-V	17.11.2024	Иванова Н. С.
63	Отборочный этап студенческих проектов «Проектный конвейер»	I-V	19.11.2024	Шехтман Д. А.
64	Лекция от приглашенного спикера для обучающихся о развитии личностных качеств	I-V	24.11.2024	Коновалов П. А.
65	День юриста	I-V	03.12.2024	Мальцев Н. В.

66	Тематическая выставка «Пожарное и спасательное дело в России»	I-V	09.01.2025-31.01.2025	Справцева Е. А.
67	Конкурс профессионального мастерства «Студенческий лидер УГГУ»	I-V	25.03.2025	Коновалов П. А.
68	День открытых дверей УГГУ	I-V	26.03.2025	Гензель О. В.
69	Организация и проведение мероприятия «Встреча выпускников всех поколений и День геолога»	I-V	01.04.2025-30.04.2025	Нижников Е. В.
70	Тематическая выставка «Нефтегазовая отрасль – поле для инноваций»	I-V	01.04.2025-15.04.2025	Справцева Е. А.
71	Поход студентов геологов «Тур де ФГиГ»	I-V	04.05.2025	Коновалов П. А.
72	Организация и проведение мероприятия «Торжественное вручение дипломов выпускникам УГГУ»	I-V	01.07.2025-10.07.2025	Нижников Е. В.
	11. Воспитание здорового образа жизни			
73	Проект «Уральская студенческая баскетбольная лига»	I-V	01.09.2024-25.12.2024	Сухомлин С. Д.
74	Психологическое консультирование	I-V	01.09.2024-25.06.2025	Первушина А. А.
75	Спортивно-массовое мероприятие «Турнир по Пейнтболу среди обучающихся УГГУ»	I-V	20.09.2024-24.09.2024	Сухомлин С. Д.
76	Осенний турслет	I-V	24.09.2024-26.09.2024	Комаров А. А.
77	Чемпионат УГГУ по стрельбе «Меткий стрелок»	I-V	25.10.2024-31.10.2024	Комаров А. А.
78	Спортивно-массовое мероприятие «День Рождение ССК УГГУ «Горная Машина»	I-V	07.11.2024	Сухомлин С. Д.
79	Профилактическое мероприятие «Экспресс-тестирование на ВИЧ»	I-V	18.11.2024-19.11.2024	Медянникова Н. Г.
80	Спортивно-массовое мероприятие для обучающихся УГГУ «Неделя баскетбола»	I-V	13.12.2024-20.12.2024	Сухомлин С. Д.
81	Студенческий спортивный баттл	I-V	17.12.2024	Сухомлин С. Д
82	Фестиваль зимних видов спорта, посвященный Всемирному дню снега	I-V	15.01.2025-16.01.2025	Сухомлин С. Д.
83	Внутривузовский отборочный этап чемпионата АССК России по 5-и видам спорта	I-V	15.02.2025–01.03.2025	Сухомлин С. Д.

84	Спортивно-массовое мероприятие Турнир по страйкболу среди факультетов УГГУ, посвященный 23 февраля	I-V	21.02.2025	Коновалов П. А.
85	Спортивный турнир среди женских команд факультетов УГГУ, посвященный «Международному женскому дню»	I-V	04.03.2025	Коновалов П. А.
86	Проект «От Студзачета к знаку отличия ГТО»	I-V	14.03.2025-21.03.2025	Сухомлин С. Д.
87	Ежегодная спартакиада общежитий УГГУ по баскетболу	I-V	15.03.2025	Коновалов П. А.
88	Профилактическое мероприятие для обучающихся УГГУ «Экспресс-тестирование на ВИЧ»	I-V	16.03.2025	Медянникова Н. Г.
89	Ежегодная спартакиада общежитий УГГУ по настольному теннису	I-V	16.03.2025	Коновалов П. А.
90	Ежегодная спартакиада общежитий УГГУ по стрельбе из пневматического ружья	I-V	17.03.2025	Коновалов П. А.
91	Спортивное мероприятие туристического клуба «Скалы Петра Гронского»	I-V	19.03.2025	Комаров А. А.
92	Ежегодная спартакиада общежитий УГГУ по минифутболу	I-V	22.03.2025	Коновалов П. А.
93	Ежегодная спартакиада общежитий УГГУ по волейболу	I-V	23.03.2025	Коновалов П. А.
94	Ежегодная спартакиада общежитий УГГУ по шахматам	I-V	24.03.2025	Коновалов П. А.
95	Оценка уровня информированности и отношение к проблеме эпидемии ВИЧ-инфекции среди студентов	I-V	01.04.2025-30.04.2025	Медянникова Н. Г.
96	Поход туристического клуба «Авантюрин» - «Покорение скал»	I-V	02.04.2025-03.04.2025	Комаров А. А.
97	Мероприятие, приуроченное к Всемирному дню здоровья	I-V	07.04.2025	Коновалов П. А.
98	Профилактическая акция для обучающихся УГГУ «Что выберешь ты?»	I-V	14.04.2025	Коновалов П. А.
99	Фестиваль летних уличных видов спорта «Горный X-games»	I-V	06.06.2025	Сухомлин С. Д.
	12. Художественно-эстетическое воспитание			

100	Культурно-массовое мероприятие «День знаний»	I-V	01.09.2024	Нижников Е. В
101	Участие университетской команды КВН в центральной/официальной лиге МС КВН (полуфинал)	I-V	01.09.2024 30.10.2024	Нижников Е. В
102	Участие коллектива УГГУ «ГрандMajor» в Международном фестивале по «Мажореткам»	I-V	01.10.2024-30.10.2024	Нижников Е. В.
103	Культурно-массовое мероприятие для обучающихся УГГУ «Литературный вечер»	I-V	07.10.2024	Коновалов П. А.
104	Культурно-массовое мероприятие «День культуры африканских стран»	I-V	12.10.2024	Иванова Н. С.
105	Культурно-массовое мероприятие для обучающихся УГГУ – Флешмоб, посвященный Дню первокурсника	I-V	14.10.2024-21.10.2024	Коновалов П. А.
106	Культурно-массовое мероприятие Смотр Художественной Самодеятельности для обучающихся первого курса	I-V	20.10.2024	Коновалов П. А.
107	Культурно-массовое мероприятие «День первокурсника»	I-V	21.10.2024	Нижников Е. В.
108	Международная просветительская акция «Большой этнографический диктант»	I-V	01.11.2024-30.11.2024	Старостин А. Н., Суслонов П. Е.
109	Участие университетской команды КВН в центральной/официальной лиге МС КВН (финал)	I-V	01.11.2024-30.11.2024	Нижников Е. В.
110	Фестиваль команд КВН «Уральские горы юмора»	I-V	25.11.2024	Нижников Е. В.
111	Культурно-массовое мероприятие для обучающихся УГГУ «Зимний бал 2024»	I-V	23.12.2024	Коновалов П. А.
112	Культурно-массовое мероприятие «Новый Год для детей работников УГГУ»	I-V	23.12.2024	Шехтман Д. А.
113	Культурно-массовое мероприятие «Новый год для иностранных студентов УГГУ». Конкурс рассказов о национальных новогодних традициях	I-V	24.12.2024	Иванова Н. С.
114	Конкурс красоты «Мисс и Мистер УГГУ-2025»	I-V	24.03.2025	Нижников Е. В.
115	Культурно-массовое мероприятие для обучающихся	I-V	21.04.2025	Коновалов П. А.

	УГГУ «Смотр художественной самодеятельности»			
116	Отчетный концерт студенческого культурного центра	I-V	26.05.2025	Нижников Е. В.
	13. Экологическое воспитание			
117	Экологическая акция по сбору отработанных батареек и пластиковых крышечек	I-V	01.09.2024-30.09.2024	Ершова А. А.
118	Реализация проекта «Экодворы» с Всероссийским экологическим движением «Делай!»	I-V	01.09.2024-30.12.2024	Ершова А. А.
119	Проведение субботников, совместно с Всероссийским экологическим движением «Делай!»	I-V	20.09.2024-20.10.2024	Ершова А. А.
120	Посадки саженцев деревьев с Всероссийским экологическим движением «Делай!»	I-V	20.09.2024-20.11.2024	Ершова А. А.
121	Экологические занятия в школах г. Екатеринбург	I-V	01.01.2025-30.04.2025	Ершова А. А.
122	Выезд эковолонтеров университета ИЭФ-TRIP “Источники”	I-V	17.02.2025	Коновалов П. А.
123	Проведение субботников, совместно с Всероссийским экологическим движением «Делай!»	I-V	01.04.2025-30.04.2025	Ершова А. А.
124	Выезд эковолонтеров университета ИЭФ-TRIP «Челябинская область»	I-V	11.05.2025	Коновалов П. А.
	14. Волонтерское движение			
125	Ежегодная благотворительная акция «Полезная макулатура»	I-V	01.11.2024-01.12.2024	Коновалов П. А., Ершова А. А.
126	День добровольца (волонтера) в России	I-V	05.12.2024	Ершова А. А.
127	Акция, приуроченная к национальному дню донора в России	I-V	26.04.2025	Коновалов П. А.
128	Посещение волонтерами ветеранов ВОВ и тружеников тыла, приуроченное ко «Дню Победы»	I-V	02.05.2025-11.05.2025	Ершова А. А.

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯРОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебно-методическому комплексу
_____ С.А. Упоров

ПРОГРАММА ГОСУДАРСТВЕННОЙ ИТОГОВОЙ АТТЕСТАЦИИ

Специальность:
21.05.03 ***Технология геологической разведки***

Специализация:
Геофизические информационные системы

год набора: 2024

Одобрена на заседании кафедры
Геологии и геофизики нефти и газа
(название кафедры)
Зав. кафедрой _____
(подпись)
к.г.-м.н., доц. Рыльков С.А.
(Фамилия И.О.)
Протокол № 1 от 19.09.2023
(Дата)

Рассмотрена методической комиссией
факультета геологии и геофизики
(название факультета)
Председатель _____
(подпись)
к.г.-м.н., доц. Вандышева К.В.
(Фамилия И.О.)
Протокол № 2 от 13.10.2023
(Дата)

Екатеринбург

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ
1 МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ ВЫПУСКНОЙ КВАЛИФИКАЦИОННОЙ РАБОТЫ 3
1.1 Требования к выпускной квалификационной работе
1.2 Порядок выполнения выпускной квалификационной работы

2 КРИТЕРИИ ОЦЕНКИ РЕЗУЛЬТАТОВ ВЫПОЛНЕНИЯ И ЗАЩИТЫ ВЫПУСКНОЙ КВАЛИФИКАЦИОННОЙ РАБОТЫ 14

3 ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ 16
3.1 Тематика выпускных квалификационных работ
3.2 Теоретические вопросы государственной итоговой аттестации, оценивающие сформированность общекультурных компетенций
3.3 Теоретические вопросы государственной итоговой аттестации, оценивающие сформированность общепрофессиональных компетенций

ПРИЛОЖЕНИЯ 19

ВВЕДЕНИЕ

Программа государственной итоговой аттестации по основной профессиональной образовательной программе по специальности 21.05.03 Технология геологической разведки, специализация № 5 Геофизические информационные системы составлена в соответствии с требованиями:

- Порядка проведения государственной итоговой аттестации по образовательным программам высшего образования – программам бакалавриата, программам специалитета и программам магистратуры, утвержденного приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 29.06.2015 № 636 (в ред. Приказов Минобрнауки России от 09.02.2016 № 86,от 28.04.2016 № 502);
- Порядка проведения государственной итоговой аттестации по образовательным программам высшего образования – программам бакалавриата, специалитета и магистратуры (П 7.5-093-2017), утвержденного приказом от 28.04 2017 № 198/1;
- Федерального государственного образовательного стандарта высшего образования - специалитета по специальности 21.05.03 Технология геологической разведки, утверждённый приказом Минобрнауки России от 12.08.2020 № 977;
- локальных нормативных актов университета, регламентирующих порядок проведения государственной итоговой аттестации.

Программа государственной итоговой аттестации включает:

I. Требования к выпускным квалификационным работам и порядку их выполнения (методические рекомендации по выполнению выпускных квалификационных работ);

II. Критерии оценки защиты выпускных квалификационных работ;

III. Оценочные материалы.

IV. Приложения

I МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ ВЫПУСКНОЙ КВАЛИФИКАЦИОННОЙ РАБОТЫ

1.1 ТРЕБОВАНИЯ К ВЫПУСКНОЙ КВАЛИФИКАЦИОННОЙ РАБОТЕ

1.1.1 Общие положения

Государственная итоговая аттестация представляет собой процесс итоговой проверки и оценки компетенций выпускника, полученных в результате обучения. Государственная итоговая аттестация выпускника высшего учебного заведения является обязательной и осуществляется после освоения образовательной программы в полном объеме. Цель итоговой государственной аттестации выпускников – установление уровня готовности выпускника к выполнению профессиональных задач.

Государственная итоговая аттестации выпускников, завершивших освоение основнойпрофессиональной образовательной программы по специальности 21.05.03 Технология геологической разведки, специализация «Геофизические информационные системы» осуществляется в форме подготовки к защите и защиты выпускной квалификационной работы. Выпускная квалификационная работа в соответствии с ОПОП выполняется в период прохождения преддипломной практики и представляет собой самостоятельную и логически завершенную квалификационную работу, связанную с решением задач того вида (видов) деятельности, к которым готовится специалист.

Трудоемкость государственной итоговой аттестации – 12 з.е.:

- подготовка к процедуре защиты выпускной квалификационной работы – 9 з.е.;
- процедура защиты выпускной квалификационной работы – 3 з.е.

Трудоемкость государственной итоговой аттестации				
кол-во з.е.	часы			
	общая	контактная работа	СР	
9	324	35	289	Подготовка к процедуре защиты выпускной квалификационной работы
3	108		108	Процедура защиты ВКР

1.1.2 Цели и задачи выпускной квалификационной работы

Цель выполнения выпускной квалификационной работы:

систематизация, закрепление и расширение теоретических и практических знаний по специальности и применение этих знаний при решении конкретных научных и производственных задач;

развитие навыков ведения самостоятельной работы и применения методик исследования и экспериментирования при решении разрабатываемых в выпускной квалификационной работе проблем и вопросов;

выяснение подготовленности обучающихся для самостоятельной работы по задачам профессиональной деятельности, определенных ФГОС ВО специальности и соответствующей ОПОП.

Выпускная квалификационная работа выполняется на материалах организаций (баз практики) с учетом проблем, требующих решения в данной организации.

Основными задачами, которые должен решить обучающийся при выполнении выпуск- ной квалификационной работы являются:

обоснование актуальности и значимости выбранной темы работы с точки зрения теориии практики управления деятельностью предприятия, составление программы исследования;

изучение теоретических положений по проблеме, составление литературного обзора по проблеме исследования;

обоснование необходимости и возможности применения определенных современных методик принятия управленческих решений по задачам, поставленным в работе;

сбор необходимой для проведения исследования информации с привлечением первичных и вторичных источников и использованием адекватных методов;

разработка практических рекомендаций и предложений, их экономическое и организационное обоснование, необходимое и достаточное для решаемой задачи;

обобщение результатов проведенных исследований, формулирование выводов о степени достижения целей, поставленных в работе, и возможности практического применения предложенных разработок;

оформление ВКР в соответствии с нормативными требованиями.

В ходе государственной итоговой аттестации проверяется сформированность следующих компетенций:

универсальных

Код и наименование компетенции	*Код и наименование индикатора достижения компетенции*
УК-1. Способен осуществлять критический анализ проблемных ситуаций на основе системного подхода, вырабатывать стратегию действий	УК-1.1 Выбирает информационные ресурсы для поиска информации в соответствии с поставленной задачей УК-1.2Оценивает соответствие выбранного информационного ресурса критериям полноты и аутентичности УК-1.3Систематизирует обнаруженную информацию, полученную из разных источников, в соответствии с требованиями и условиями задачи

	УК-1.4Использует системный подход для решения поставленных задач.
УК-2. Способен управлять проектом на всех этапах его жизненного цикла	УК-2.1 Разрабатывает план осуществления проекта на всех этапах его жизненного цикла с учетом потребностей в необходимых ресурсах, имеющихся ограничений, возможных рисков; УК-2.2 Осуществляет мониторинг реализации проекта на основе структуризации всех процессов и определения зон ответственности его участников. УК-2.3 Публично представляет результаты проекта, вступает в обсуждение хода и результатов проекта
УК-3. Способен организовывать и руководить работой команды, вырабатывая командную стратегию для достижения поставленной цели	УК-3.1 Взаимодействует с другими членами команды для достижения поставленной задачи УК-3.2 Вырабатывает стратегию командной работы и на ее основе организует отбор членов команды для достижения поставленной цели УК-3.3 Организует и корректирует работу команды в том числе на основе коллегиальных решений
УК-4. Способен применять современные коммуникативные технологии, в том числе на иностранном(ых) языке(ах), для академического и профессионального взаимодействия	УК-4.1 Ведет обмен деловой информацией в устной и письменной формах на государственном языке. УК-4.2 Ведет обмен деловой информацией в устной и письменной формах не менее чем на одном иностранном языке. УК-4.3 Использует современные информационно-коммуникативные средства для коммуникации.
УК-5. Способен анализировать и учитывать разнообразие культур в процессе межкультурного взаимодействия	УК-5.1 Толерантно воспринимает социальные, этнические, конфессиональные и культурные различия УК-5.2 Анализирует современное состояние общества на основе знания истории. УК-5.3 Интерпретирует проблемы современности с позиций этики и философских знаний.
УК-6. Способен определять и реализовывать приоритеты собственной деятельности и способы ее совершенствования на основе самооценки и образования в течение всей жизни	УК-6.1Эффективно планирует собственное время. УК-6.2 Планирует траекторию своего профессионального развития и предпринимает шаги по ее реализации УК-6.3 Адекватно определяет свою самооценку, осуществляет самопрезентацию, составляет резюме
УК-7. Способен поддерживать должный уровень физической подготовленности для обеспечения полноценной социальной и профессиональной деятельности	УК-7.1 Использует основы физической культуры для осознанного выбора здоровьесберегающих технологий с учетом внутренних и внешних условий реализации конкретной профессиональной деятельности. УК-7.2Выполняет индивидуально подобранные комплексы оздоровительной или адаптивной физической культуры. УК-7.3 Выбирает и применяет рациональные способы и приемы сохранения физического здоровья, профилактики заболеваний, психофизического и нервно-эмоционального утомления
УК-8. Способен создавать и поддерживать в повседневной жизни и в профессиональной деятельности безопасные условия жизнедеятельности для сохранения природной среды, обеспечения устойчивого развития общества, в том числе при угрозе и возникновении чрезвычайных ситуаций и военных конфликтов	УК-8.1 Выявляет возможные угрозы для жизни и здоровья в повседневной и профессиональной деятельности. УК-8.2Понимает, как создавать и поддерживать безопасные условия жизнедеятельности, том числе при возникновении чрезвычайных ситуаций и военных конфликтов. УК-8.3 Демонстрирует приемы оказания первой помощи
УК-9. Способен использовать базовые дефектологические знания в социальной и профессиональной сферах	УК-9.1 Применяет базовые дефектологические знания в социальной и профессиональной сферах УК 9.2 Применяет навыки взаимодействия в социальной и профессиональной сферах с лицами из числа инвалидов и лицами с ограниченными возможностями здоровья
УК-10. Способен принимать обоснованные экономические решения в различных областях жизнедеятельности	УК-10.1 Понимает основные проблемы, базовые принципы и законы функционирования экономики, роль государства в экономическом развитии

	УК-10.2Понимает поведение потребителей и производителей экономических благ, особенности рынков факторов производства УК-10.3Понимает цели, виды и инструменты государственной экономической политики и их влияние на субъектов экономики УК-10.4 Применяет методы личного финансового планирования, использует финансовые инструменты для управления собственным бюджетом, контролирует личные финансовые риски
УК-11. Способен формировать нетерпимое отношение к проявлениям экстремизма, терроризма, коррупционному поведению и противодействовать им в профессиональной деятельности	УК-11.1. Знает законодательство, направленное на борьбу с экстремизмом, терроризмом, коррупцией УК-11.2. Понимает правовые нормы, обеспечивающие борьбу с экстремизмом, терроризмом, коррупцией в различных областях жизнедеятельности законодательства

общепрофессиональных

Код и наименование компетенции	*Код и наименование индикатора достижения компетенции*
ОПК-1. Способен применять правовые основы геологического изучения недр и недропользования, обеспечения экологической и промышленной безопасности и уметь их учитывать при поисках, разведке и эксплуатации месторождений полезных ископаемых, а также строительстве	ОПК-1.1 Понимает правовые основы недропользования, обеспечение экологической и промышленной безопасности ОПК -1.2 Применяет правовые основы геологического изучения недр и их использования для оценки экологической и промышленной безопасности.
ОПК-2. Способен применять методы и способы геолого-экономической оценки минерально-сырьевой базы и месторождений полезных ископаемых	ОПК-2.1 Понимает методы и способы геолого-экономической оценки месторождений полезных ископаемых. ОПК-2.2 Применяет методику геолого-промышленной оценки месторождений полезных ископаемых. ОПК-2.3 Выбирает методы и способы геолого-экономической оценки минерально-сырьевой базы страны.
ОПК-3. Способен применять основные положения фундаментальных естественных наук и научных теорий при проведении научно-исследовательских работ по изучению и воспроизводству минерально-сырьевой базы	ОПК-3.1 Выбирает основные положения естественных наук научных теорий при проведении научно-исследовательских работ по изучению и освоению минерально-сырьевой базы. ОПК-3.2 Использует основные положения естественных наук при проведении научно-исследовательских работ по изучению и пополнению минерально- сырьевой базы.
ОПК-4. Способен применять методы обеспечения безопасности жизнедеятельности, в том числе в условиях чрезвычайных ситуаций, при производстве работ по геологическому изучению недр, поискам, разведке, добыче и переработке полезных ископаемых, промышленно-гражданскому строительству	ОПК-4.1 Определяет методы обеспечения безопасности жизнедеятельности, в том числе в условиях чрезвычайных ситуаций, при производстве работ по геологическому изучению недр, поискам, разведке, добыче и переработке полезных ископаемых. ОПК-4.2 Реализует методы обеспечения безопасности жизнедеятельности, в том числе в условиях чрезвычайных ситуаций, при производстве работ на всех стадиях по геологическому изучению недр и переработке полезных ископаемых.
ОПК-5. Способен применять навыки анализа горно-геологических условий при поисках, оценке, разведке и добыче полезных ископаемых, а также при гражданском строительстве	ОПК-5.1 Анализирует горно-геологические условия при поисках, оценке, разведке и добыче полезных ископаемых, а также при гражданском строительстве ОПК-5.2 Реализует на практике анализ горно-геологических условий при поисках, оценке, разведке и добыче полезных ископаемых, а также при гражданском строительстве
ОПК-6. Способен работать с программным обеспечением общего, специального назначения, в том числе моделировать горные и геологические объекты	ОПК-6.1 Имеет представления о программном обеспечении общего и специального назначения. ОПК-6.2. Выбирает и применяет программное обеспечение общего, специального назначения, и создавать модели горные и геологические объекты

ОПК-7. Способен осуществлять техническое руководство горными и взрывными работами при поисках, разведке и разработке месторождений полезных ископаемых, гражданском строительстве, в том числе в условиях чрезвычайных ситуаций	ОПК-7.1 Имеет представление о методике технического руководства горными и взрывными работами на всех стадиях геологических работ. ОПК-7.2 Осуществляет техническое руководство горными и взрывными работами при геологоразведочных работах, гражданском строительстве, в том числе в условиях чрезвычайных ситуаций
ОПК-8. Способен применять основные методы, способы и средства получения, хранения и обработки информации, используя навыки работы с компьютером как средством управления информацией	ОПК-8.1 Предлагает основные методы, способы и средства получения, хранения и обработки информации, используя навыки работы с компьютером как средством управления информацией ОПК-8.2 Выбирает и применяет основные методы, способы и средства получения, хранения и обработки информации, используя навыки работы с компьютером как средством управления информацией
ОПК-9. Способен ориентироваться на местности, определять пространственное положение объектов, осуществлять необходимые геодезические и маркшейдерские измерения, обрабатывать и интерпретировать их результаты	ОПК-9.1 Имеет представления об ориентировании на местности, определении пространственного положения объектов. ОПК-9.2 Свободно ориентируется на местности, определяет пространственное положение объектов, осуществляет необходимые геодезические и маркшейдерские измерения, обрабатывает и интерпретирует их результаты
ОПК-10. Способен планировать, проектировать, организовывать геологоразведочные и горные работы, вести учет и контроль выполняемых работ, анализировать оперативные и текущие показатели производства, обосновывать предложения по совершенствованию организации производства, оперативно устранять нарушения производственных процессов	ОПК-10.1 Планирует, проектирует организацию геологоразведочных и горных работ, ведения учета и контроля выполняемых работ. ОПК-10.2. Анализирует оперативные и текущие показатели производства, обосновывает предложения по совершенствованию организации производства, оперативно устраняет нарушения производственных процессов.
ОПК-11. Способен в составе творческих коллективов и самостоятельно, контролировать соответствие проектов требованиям стандартов, техническим условиям и документам промышленной безопасности, разрабатывать, согласовывать и утверждать в установленном порядке технические и методические документы, регламентирующие порядок, качество и безопасность выполнения поисковых, геологоразведочных, горных и взрывных работ	ОПК-11.1 Контролирует соответствие проектов требованиям стандартов, техническим условиям и документам промышленной безопасности. ОПК-11.2 Разрабатывает, согласовывает и утверждает в установленном порядке технические и методические документы, регламентирующие порядок, качество и безопасность выполнения поисковых, геологоразведочных, горных и взрывных работ.
ОПК-12. Способен проводить самостоятельно или в составе группы научный поиск, реализуя специальные средства и методы получения нового знания, участвовать в научных исследованиях объектов профессиональной деятельности и их структурных элементов	ОПК-12.1 Применяет специальные средства и методы получения нового знания. ОПК-12.2 Самостоятельно или в составе группы участвует в научных исследованиях объектов профессиональной деятельности и их структурных элементов.
ОПК-13. Способен изучать и анализировать вещественный состав горных пород и руд и геолого-промышленные и генетические типы месторождений полезных ископаемых при решении задач по рациональному и комплексному освоению минерально-сырьевой базы	ОПК-13.1. Демонстрирует знания вещественного состава горных пород и руд и геолого-промышленных и генетических типов месторождений полезных ископаемых. ОПК-13.2 Анализирует вещественный состав горных пород и руд и геолого-промышленные и генетические типы месторождений полезных ископаемых при решении задач по рациональному и комплексному освоению минерально-сырьевой базы.
ОПК-14. Способен выполнять маркетинговые исследования, проводить экономический анализ затрат для реализации процессов геологоразведочного производства в целом	ОПК-14.1 Имеет представление о маркетинговых исследованиях, с проведением экономического анализа затрат на геологоразведочные работы ОПК-14.2 Осуществляет маркетинговые исследования, проводит экономический анализ затрат для реализации процессов геологоразведочного производства в целом.
ОПК-15. Способен участвовать в разработке и реализации образовательных программ в сфере своей профессиональной деятельности, используя профессиональные знания	ОПК-15.1 Разрабатывает и реализует образовательные программы в сфере своей профессиональной деятельности.

ОПК-16. Способен понимать принципы работы современных информационных технологий и использовать их для решения задач профессиональной деятельности	ОПК-16.1. Принципы работы современных информационныхтехнологий ОПК-16.2. Использует для решения задач профессиональной деятельности современные информационные технологии

профессиональных

Код и наименование компетенции	*Код и наименование индикатора достижения компетенции*
ПК-1.1. Способен отслеживать тенденции и направления развития эффективных технологий геологической разведки, проявлением профессионального интереса к развитию смежных областей	ПК-1.1.1 Представляет тенденции и направления развития эффективных технологий геологической разведки ПК-1.1.2 Проявляет профессиональный интерес к развитию смежных областей
ПК-1.2. Способен проектировать и разрабатывать средства реализации информационных технологий (методические, информационные, математические, алгоритмические, технические и программные	ПК-1.2.1 Проектирует и разрабатывает средства реализации информационных технологий (методические, информационные, математические, алгоритмические, технические и программные)
ПК-1.3. Способен использовать знания основных методов поисков, разведки разработки месторождений полезных ископаемых и принципов рационального природопользования я для решения задач профессиональной деятельности	ПК-1.3.1 Демонстрирует знания основных методов поисков, разведки, разработки месторождений полезных ископаемых ПК-1.3.2 Руководствуется принципами рационального природопользования для решения задач профессиональной деятельности ПК-1.3.3 Решает задачи профессиональной деятельности при использовании основных методов поисков, разведки, разработки месторождений полезных ископаемых и принципов рационального природопользования
ПК-1.4. Способен проводить математическое моделирование и исследования геофизических объектов и моделей при помощи стандартного отраслевого программного обеспечения и (или) собственных разработок	ПК-1.4.1 Осуществляет математическое моделирование при исследовании геофизических объектов и моделей ПК-1.4.2 Моделирует геофизические объекты при помощи стандартного отраслевого программного обеспечения и (или) собственных разработок
ПК-1.5. Способен решать задачи обработки, анализа и интерпретации геолого- геофизических данных с использованием современных информационных технологий	ПК-1.5.1 Решает задачи обработки, анализа и интерпретации геолого- геофизических данных ПК-1.5.2 Использует современные информационные технологии ПК-5.3 Решает задачи обработки, анализа и интерпретации геолого- геофизических данных с использованием современных информационных технологий
ПК-1.6. Способен участвовать в работах по доводке, освоению и эксплуатации технических и программных средств реализации информационных технологий при обработке и анализе геолого- геофизической информации	ПК-1.6.1 Участвует в работах по доводке, освоению и эксплуатации технических и программных средств при обработке и анализе геолого- геофизической информации

При выполнении выпускной квалификационной работы обучающиеся должны *показать,*опираясь на полученные знания, умения и полученные навыки:

сформированные общекультурные, общепрофессиональные и профессиональные, профессионально-специализированные компетенции;

способность самостоятельно решать на современном уровне задачи своей профессиональной деятельности;

навыки постановки исследовательской проблемы, ее самостоятельного обсуждения, анализа возможных вариантов ее решения;

способность грамотно излагать специальную информацию, научно аргументировать изащищать свою точку зрения;

умение самостоятельного квалифицированного библиографического поиска, изучения ианализа научной литературы по теме;

навыки использования методологических, историко-философских и конкретных знаний,полученных в процессе обучения, для решения поставленной в работе проблемы;

умение написания профессионально грамотного текста и оформления его в соответствиис требованиями, предъявляемыми к научным публикациям;

использование в работе современных технологий.

1.1.2 Общие требования к выпускной квалификационной работе

Выпускная квалификационная работа должна отвечать следующим требованиям:

- быть актуальной (иметь теоретическое обоснование актуальности изучаемой проблемы в современных условиях хозяйственной деятельности);

- представлять самостоятельное исследование, демонстрирующее способность выпускника решать профессиональные проблемы, делать на основе анализа фактического материала, литературы соответствующие выводы и вносить предложения;

- отражать добросовестность студента в использовании опубликованных материалов других авторов.

Общие требования к выпускной квалификационной работе – целевая направленность; четкость построения; логическая последовательность изложения материала; глубина исследования и полнота освещения вопросов; убедительность аргументаций; доказательность выводови обоснованность рекомендаций; грамотное оформление.

Текст выпускной квалификационной работы должен демонстрировать:

– знакомство автора с литературой вопроса;

– умение выделить проблему и определить методы ее решения;

– умение последовательно изложить существо рассматриваемых вопросов, грамотно цитировать ведущих исследователей, делать ссылки на использованные источники;

– умение собирать, обобщать, анализировать геологическую информацию, практические материалы, полученные в результате собственного исследования в организации;

– достоверность и конкретность изложения фактических и экспериментальных данных оработе организации;

– обоснование выводов и предложений по результатам исследования, их конкретный характер, практическую ценность для решения исследуемых проблем;

– владение соответствующим понятийным и терминологическим аппаратом;

– четкость и логичность изложения мыслей, доказательность целесообразности и эффективности предлагаемых решений;

– приемлемый уровень языковой грамотности, включая владение функциональным стилемнаучного изложения.

1.1.3 Выбор, согласование и утверждение темы выпускной квалификационной работы

Выбор темы квалификационной работы осуществляется обучающимся по согласованиюс научным руководителем и специалистами организации-базы практики, где будет проходить преддипломная практика. При выборе темы ВКР необходимо исходить из:

актуальности проблемы и значимости ее для научной и практической деятельности; потребностей развития и совершенствования деятельности конкретной организации; интересов,

склонностей в научно-исследовательской работе обучающегося, а также перспектив его будущей профессиональной деятельности;

научной специализации выпускающей кафедры и ее преподавателей;

возможности получения информации для проведения анализа и обоснования предлагаемых решений.

Примерный перечень тем выпускных квалификационных работ разрабатывается выпускающей кафедрой и доводится до сведения студентов. Студент может предложить свою тему, обосновав целесообразность ее разработки. Тема выпускной квалификационной работы может являться продолжением тем, ранее представленных студентом в рамках курсовых работ (проектов).

Для успешного выполнения выпускной квалификационной работы необходимо уже на первом этапе (выбор темы) четко сформулировать цель работы (отражающуюся в ее названии)и задачи.

После выбора темы, согласования ее с научным руководителем, студент подает заявление на имя заведующего кафедрой об утверждении темы выпускной квалификационной работы (**приложение Б**).

Закрепление тем выпускных квалификационных работ за студентами оформляется приказом по университету. Следует иметь в виду, что **тема, утвержденная приказом ректора университета, изменению не подлежит**. Исключение могут составить лишь случаи возникновения объективных непреодолимых препятствий к ее разработке. Изменение оформляется приказом по университету на основании письменного заявления студента и представления заведующего кафедрой.

1.1.4 Структура и содержание выпускной квалификационной работы

Структурные элементы выпускной квалификационной работы **перечислены ниже в по-рядке их расположения и брошюровки.**

1. Титульный лист (**приложение А).**

2. Сопроводительные документы к выпускной квалификационной работе:

2.1 Задание на выполнение выпускной квалификационной работы (**приложение В**).

2.2 Отзыв научного руководителя (**приложение Г**).

2.3 Отзыв рецензента (**приложение Д**)

2.4 Если результаты исследования нашли практическое применение, то прилагается документ, подтверждающий внедрение результатов исследования в практическую деятельность (**приложение Ж**)

2.5 Справка на антиплагиат (**приложение М**).

3. Содержание (**приложение К**).

4. Введение.

5. Основная часть работы.

6. Заключение.

7. Список использованных источников (**приложение Л**).

8. Приложения.

Титульный лист должен содержать все необходимые идентификационные признаки, в частности, название работы, указание автора работы, руководителя.

На титульном листе подписью руководителя, консультанта (при наличии) подтверждает-ся допуск выпускной квалификационной работы к защите.

Образец оформления титульного листа приведен в приложении А.

Титульный лист учитывается в общей нумерации страниц выпускной квалификационнойработы, порядковый номер на титульном листе не ставится.

Сопроводительными документами к выпускной квалификационной работе являются: 1. задание на выполнение выпускной квалификационной работы (приложение В); 2. отзыв научного руководителя (приложение Г); 3. отзыв рецензента ВКР (приложение Д); 4. документ, подтверждающий внедрение результатов исследования в практическую деятельность (приложение Ж).

Эти документы подшиваются следом за титульным листом работы, но в общей нумерации страниц выпускной квалификационной работы они не учитываются и порядковые номерана них не ставятся.

Цель составления *задания на выполнение выпускной квалификационной работы* – уяснение замысла работы и поставленных в ней основных проблем. Оформление задания на работу предполагает составление под контролем научного руководителя плана будущей работы. Пример составления задания на выпускную квалификационную работу приведен в приложении В.

Наличие *содержания* (плана работы) позволяет уйти от освещения вопросов, не относящихся к теме работы, обеспечить четкость и последовательность изложения материала, избе- жать пробелов и повторений, рационально организовать самостоятельный труд, сэкономить время.

Содержание работы помещают после справки о внедрении (если она есть). Слово «СО- ДЕРЖАНИЕ» записывают в виде заголовка симметрично тексту прописными буквами. В со- держании работы указывается перечень всех глав и параграфов выпускной квалификационной работы, а также номера страниц, с которых начинается каждый из них (точно по тексту). Главы в выпускной квалификационной работе должны иметь в пределах всей работы порядковые но- мера, обозначенные арабскими цифрами. Параграфы каждой главы должны иметь нумерацию в пределах каждой главы. Номер параграфа состоит из номера главы и непосредственно номера параграфа в данной главе, отделенного от номера главы точкой. Заголовки содержания должны точно повторять заголовки в тексте. Сокращать или давать их в другой формулировке, последовательности и соподчиненности по сравнению с заголовками в тексте нельзя.

При этом надо иметь в виду, что названия глав и параграфов не должны дублировать друг друга, а также наименование темы работы. Каждая глава должна раскрывать часть темы, каждый параграф главы – часть содержания главы.

Введение, заключение, список использованных источников включают в содержание, но не нумеруют.

Пример оформления содержания выпускной квалификационной работы приведен в приложении К.

Страницы содержания учитываются в общей нумерации страниц выпускной квалификационной работы, порядковый номер на странице не ставится.

Выполнение выпускной квалификационной работы рекомендуется начинать с написания

«ВВЕДЕНИЯ». Естественно, в процессе исследования первичный текст введения будет меняться иногда очень существенно. Но это не отрицает необходимости на начальном этапе поста- вить перед собой задачи исследования, отражаемые во введении.

«ВВЕДЕНИЕ» в общем случае имеет следующую струк-

туру:актуальность выбранной темы,

формулировка цели и определение конкретных задач исследования (они найдут отражение в содержании работы),

выбор объекта и предмета исследо-

вания,информационная база иссле-

дования;

структура выпускной квалификационной работы.

Во введении следует коротко сформулировать актуальность темы исследования, т.е. причину возникновения проблемы и ее суть. Актуальность определяется как значимость, важность и приоритетность выбранной темы исследования среди других тем. Она должна подтверждаться положениями и доводами, свидетельствующими в пользу научной и практической значимости решения проблем и вопросов, исследуемых в работе. Необходимо объяснить, почему именно выбранная тема представляет интерес на современном этапе развития. Так, если, например, выбрана тема «Создание информационной системы», введение можно начать так: «Актуальность выбранной темы исследования обусловлена широким распространением информативных систем и отсутствием работ подобной тематики, отражающих методику защиты информации. Такая недоработка может привести к значительным ущербам вследствие

искажения или хищения ресурсов информационной системы». Обоснование актуальности темы работы не должно быть многословным. Главное – показать, как автор оценивает своевременность и социальную значимость выбранной темы.

От доказательства актуальности следует перейти к формулировке цели исследования.

Цель исследования – это образ желаемого результата, то, что намерен достичь автор работы.

Цель выпускной квалификационной работы должна соответствовать названию темы. Цель работы формулируется кратко и точно. Например, «Цель выпускной квалификационной работы – создание информационной системы для конкретной цели». Конкретизация цели осуществляется в задачах исследования. «Исходя из поставленной цели, были поставлены следующие задачи выпускной квалификационной работы:

-определить состав циркулирующей информации,

- провести анализ экономической эффективности информатизации с целью выявления оптимальных решений;

- составить концептуальную модель предметной области;

- сформировать функциональную спецификацию разрабатываемой системы;

- составить графическую модель, отражающую элементы со сложными связями;

- составить структуру информационной системы и определить процедуры наполнения информацией.

Формулировки задач необходимо делать очень тщательно, так как описание их решения должно составить содержание последующих глав (параграфов) выпускной квалификационной работы.

Объект исследования – это процесс или явление, порождающее проблемную ситуацию и избранное для исследования. Выделение объекта происходит на основе анализа проблемы исследования.

Предмет исследования – это та часть объекта, которая и будет исследована. Предмет должен характеризовать тему выпускной квалификационной работы и включать в себя свойстваи стороны объекта, которые следует рассмотреть в заявленной теме, установив пределы рассмотрения данного вопроса. Объект и предмет исследования соотносятся как общее и часть общего.

Далее дается характеристика методов исследования. Методы исследования – основные приемы и способы, которые использовались при проведении исследования (диалектический метод, исторический метод, статистический и др.). В процессе обработки полученных данных практически всегда используются такие взаимосвязанные научные методы исследования, как анализ и синтез. Анализ – логический прием разделения целого на отдельные элементы и изучение каждого в отдельности и во взаимосвязи с целым. Синтез – объединение результатов для формирования (проектирования) целого.

После того, как сформулированы цель, задачи, объект и предмет, методы исследования, следует указать информационную базу и структуру выпускной работы:

«Информационная база выпускной квалификационной работы включает: материалы предшествующих работ – отчеты о геологоразведочных работах на месторождении, труды ведущих отечественных и зарубежных авторов, посвященных проблемам минерально-сырьевой базы страны, статьи, опубликованные в периодических изданиях, Интернет-ресурсы, а также собственные наблюдения дипломанта, полученные во время прохождения практики на предприятии.

Выпускная квалификационная работа состоит из введения, четырех разделов основного текста, заключения, списка использованных источников, приложений. Содержание работы изложено на 122 страницах машинописного текста и включает 12 таблиц. Библиографический список состоит из 37 источников».

Введение не должно превышать 2-3 страницы компьютерного набора.

Страницы введения учитываются в общей нумерации страниц работы, номер страницы проставляется.

Основная часть выпускной квалификационной работы

Основная часть работы состоит из разделов:

1 Геологический раздел

2 Технический раздел

3 Специальный раздел

Текст работы излагается самостоятельно (не допускается дословное переписывание использованной литературы), последовательно, грамотно и аккуратно, при написании работынеобходимо употреблять профессиональные термины, избегать сложных грамматических оборотов. Студент должен показать не только знание материала, но и умение разбираться в нем, творчески использовать основные положения источников. Материал, используемый из других источников, должен быть переработан, органически увязан с избранной студентом темой и из- ложен своими словами с приведением ссылок на источники информации.

Содержание выпускной квалификационной работы должно демонстрировать: знакомство автора с учебной и научной литературой по теме выпускной квалификационной работы;

умение обобщать материал литературных источников, анализировать геологическую информацию, выявлять особенности геологических объектов, являющихся предметом исследования, выделить проблему и определить пути ее решения, последовательно изложить существо рассматриваемых вопросов, делать самостоятельные выводы;

владение понятийным и терминологическим аппаратом.

В тексте выпускной квалификационной работы следует избегать использования личных местоимений, заменяя их безличными формами (вместо «я считаю» - «автор считает», «мы полагаем»).

Рекомендуется использование вводных и соединительных слов – *таким образом, из этого следует, в связи и т.д*. – для подчеркивания причинно-следственных связей и выражения личного отношения к излагаемому материалу.

Все страницы основной части выпускной квалификационной работы участвуют в общей нумерации страниц, номера страниц проставляются.

«ЗАКЛЮЧЕНИЕ» выполняет роль концовки, обусловленной логикой проведенного исследования. Оно содержит изложение полученных итогов и их соотношение с общей целью и конкретными задачами, поставленными и сформулированными во введении. Именно здесь со- держится «выводное» знание, полученное в результате исследования. В заключении указывается вытекающая из конечных результатов теоретическая и практическая ценность, значимость. Заключительная часть предполагает обобщенную итоговую оценку проделанной работы.

В «ЗАКЛЮЧЕНИИ» находят отражение основные положения и выводы, содержащиеся во всех главах работы. В нем отражаются степень решения поставленных задач, полученные результаты, указывается также где, и каким образом применение рекомендаций может принести практическую пользу в деятельности организации.

Объем заключения – 2-3 страницы.

Нумерация страниц, на которых приводится текст заключения, должна продолжать общую нумерацию страниц основного текста.

Список использованных источников является составной частью работы и отражает степень изученности рассматриваемой проблемы. При этом в список использованных источников включаются, как правило, те источники, на которые в работе имеются библиографическиессылки. Использованные источники должны содержать их полное описание по требованиям стандартов.

Порядок оформления списка использованных источников представлен в приложении

Л. Нумерация страниц, на которых приводится текст списка использованных источников,

должна продолжать общую нумерацию страниц основного текста.

В *приложения* следует выносить вспомогательный материал, который при включении в основную часть работы загромождает текст.

К вспомогательному материалу относятся таблицы цифровых данных, инструкции, методики, иллюстрации вспомогательного характера, заполненные формы документов, выдержки из локальных нормативных актов и др.

Нумерация страниц, на которых даются приложения, должна продолжать общую нумерацию страниц основного текста.

Объем выпускной квалификационной работы должен составлять – 60-100 страниц компьютерного набора (без приложений).

При выполнении выпускной квалификационной работы студент должен продемонстрировать навыки работы на персональном компьютере (например, статистическая обработка материалов, выполнение графических построений, проведения математических расчетов, использование программного обеспечения для решения конкретных задач, поставленных в работе).

1.1.5 Руководство выпускной квалификационной работой

Общее руководство и контроль за ходом выполнения ВКР осуществляет выпускающая кафедра в лице научного руководителя. Научный руководитель:

помогает студенту с выбором темы и разработкой плана работы;

оформляет задание на выполнение выпускной квалификационной работы;

оказывает студенту помощь в разработке календарного графика на весь период выполнения выпускной квалификационной работы;

рекомендует студенту необходимую литературу, нормативные документы по теме; систематически контролирует ход работы и информирует кафедру о состоянии дел;дает подробный отзыв на законченную работу.

Проверяя работу, научный руководитель не должен превращаться в корректора или редактора, хотя замечания в этой части он тоже высказывает. Научный руководитель выявляет полноту,глубину и всесторонность рассмотрения поставленных в плане вопросов, последовательность изложения материала, достаточность использования литературы, аргументированность выводов, степень их обоснованности и самостоятельности. В случае обнаружения плагиата, ошибочных решений и научных положений по тем или иным вопросам, неполноты или поверхностности исследования, противоречивости, излишнего отклонения от темы и других недостатков руководитель предлагает выпускнику устранить их, рекомендует пути и сроки их устранения.

Научный руководитель помогает выпускнику на всех этапах его работы, но эта помощьне должна выливаться в соавторство. Отношения руководителя со студентом строятся на основе научного сотрудничества молодого исследователя и опытного старшего коллеги, исполняющего наставнические функции.

1.2 ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ ВЫПУСКНОЙ КВАЛИФИКАЦИОННОЙ РАБОТЫ

1.2.1 Основные этапы и сроки выполнения выпускной квалификационной работы

На основании выданного обучающемуся задания составляется календарный планграфикна весь период разработки темы с указанием сроков окончания и представления законченнойработы. Соблюдение установленных сроков и последовательности выполнения выпускной квалификационной работы направлено на оптимизацию процесса достижения

поставленных целей. Рекомендуется следующая последовательность этапов выполнения выпускной квалификационной работы и сроки их выполнения:

- выбор темы работы, ее утверждение, составление программы исследования – *за месяц доначала государственной итоговой аттестации*;

- подбор научной литературы, нормативной документации и ознакомление с ними, составление литературного обзора по проблеме исследования - *за две недели до начала преддипломной практики*;

- сбор и обобщение аналитических материалов, анализ;

- написание работы и представление ее руководителю не позднее, чем *за 4 недели до дня защиты,* доработка по замечаниям руководителя;

- написание введения и заключения, подготовка списка использованных источников, приложений, представление работы научному руководителю не позднее, чем *за две с половиной недели до дня защиты*;

- прохождение нормоконтроля, исправление замечаний по оформлению работы; проверка на антиплагиат в системе «ВКР вуз» *за три дня до даты защиты;*

- размещение работы на портфолио *за три дня до защиты*

- подготовка к защите выпускной квалификационной работы: подготовка презентационных материалов, оформление документов на выпускную квалификационную работу.

1.2.2 Подготовка к защите выпускной квалификационной работы

Законченная ВКР, подписанная студентом, передается научному руководителю для проверки соответствия оформления работы предъявляемым требованиям и составления письменного отзыва руководителя. В отзыве руководителя указываются сведения об актуальности темыработы, достоинства и недостатки работы, практическая ценность работы, оценка подготовленности студента, инициативности и самостоятельности при решении задач выпускной квалификационной работы, умение студента работать с литературными источниками, и способность ясно и четко излагать материал, соблюдение правил и качества оформления работы. Особое внимание уделяется оценке выпускника по личностным характеристикам (ответственность, дисциплинированность, самостоятельность, активность, творчество, инициативность и т.д.), проявленным способностям к исследовательской деятельности, достигнутым результатам в формировании компетенций выпускника данной программы, мотивируется возможность или невозможность представления выпускной квалификационной работы на защиту в государственной экзаменационной комиссии.

Решение научного руководителя является основанием для допуска кафедрой ВКР к за- щите. Допуск работы к защите производится заведующим выпускающей кафедры.

Текст ВКР должен быть проверен на объем заимствований в системе «ВКР вуз», отчет печатается. ВКР размещается в портфолио. Размещение ВКР – *не позднее, чем за 3 дня до защиты.*

Перед защитой студентом представляются в ГЭК следующие документы:

1) ВКР, подписанная на титульном листе выпускником, научным руководителем, консультантами (если есть) (Приложение А);

2) задание на выполнение работы с отметками сроков окончательной подготовки работы,подписанное научным руководителем и заключением кафедры о допуске к защите;

3) отзыв научного руководителя;

4) отзыв рецензента;

5) отчет о проверке на антиплагиат в системе «ВКР вуз».

Готовясь к защите работы, студент

- составляет тезисы выступления, содержащего наиболее важные и интересные результаты исследования. При этом следует помнить о том, что выпускнику для доклада отводится ограниченное время;

- оформляет наглядные пособия, раздаточный материал к докладу, продумывает ответы назамечания рецензента.

Работу над тезисами доклада следует начинать сразу же после представления работы на кафедру и продолжить после ознакомления с отзывом руководителя. На вопросы и замечания отзыва целесообразно подготовить письменные ответы.

Доклад на защите выпускной квалификационной работы, как правило, не должен превышать 7-10 мин. Следует помнить, что студент не просто излагает, а защищает положения своей работы.

1.2.3 Защита выпускной квалификационной работы

Защита выпускной квалификационной работы проводится на открытом заседании ГЭК.Порядок защиты:

- председатель ГЭК объявляет фамилию, имя и отечество выпускника, название работы с указанием места ее выполнения;

- доклад продолжительностью, как правило, не более 7-10 минут, в течении которых ондолжен кратко сформулировать актуальность, цель и задачи работы, изложить основные результаты, выводы и рекомендации, конкретные предложения, обосновать возможность их реализации, эффективность. При этом необходимо уточнить личный вклад в разработку проблемы.Студент может пользоваться заранее подготовленным тезисами доклада, но должен излагать основное содержание своей выпускной квалификационной работы свободно, не читая письменного текста. При чтении утрачивается эмоциональность изложения, монотонное чтениетекста не привлекает внимания и утомляет слушателей. Свободный рассказ по теме свидетельствует об уровне подготовки и глубине специальных знаний по проблеме выпускной квалификационной работы. Все это существенно влияет на итоговую оценку работы.

Все принципиальные положения выпускной квалификационной работы для большей наглядности могут быть представлены на демонстрационном материале. К демонстрационным материалам относится информация из выпускной квалификационной работы (таблицы, диаграммы, схемы, иллюстрации и пр.), оформленная в виде презентаций или ксерокопий для каждого члена ГЭК. Во время доклада необходимо ссылаться на эти материалы;

-после окончания доклада члены ГЭК и присутствующие на защите предлагают выпускнику вопросы, касающиеся устного выступления, имеющие непосредственное отношение к теме работы, или же просто в связи с обсуждаемой проблемой;

- зачитывается внешняя рецензия на выпускную квалификационную работу;

-выступление руководителя выпускной квалификационной работы, а в случае его отсутствия секретарь ГЭК зачитывает отзыв руководителя;

- председатель ГЭК предоставляет желающим слово для выступления, затем выпускнику, которое предполагает ответы на замечания рецензента и всех, выступивших при обсуждении работы, после чего объявляет об окончании защиты.

После окончания открытой защиты проводится закрытое заседание ГЭК (возможно с участием руководителей), на котором определяются итоговые оценки по четырехбалльной системе («отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно»). После закрытого обсуждения председатель объявляет решение ГЭК. Протокол заседания ГЭК ведется секрета- рем. В него вносятся все заданные вопросы, особые мнения, решение комиссии об оценке.

II КРИТЕРИИ ОЦЕНКИ РЕЗУЛЬТАТОВ ВЫПОЛНЕНИЯ И ЗАЩИТЫ ВЫПУСКНОЙКВАЛИФИКАЦИОННОЙ РАБОТЫ

При реализации дисциплины используется балльно-рейтинговая система оценки учебной де-

ятельности в соответствии с Положением о балльно-рейтинговой системе оценки учебной деятельности (учебном рейтинге) обучающихся в ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет» (СМК ОД.Пл.04-06.222-2021).

Распределение баллов в рамках текущего рейтинга и рейтинга промежуточной аттестации по учебной дисциплине представлены в комплекте оценочных средств по дисциплине.

Полученные значения учебного рейтинга обучающихся в баллах переводятся в оценки, выставляемые по следующей шкале:

Количество баллов	Отметка за экзамен/ зачёт с оценкой	Отметка о зачёте
	Отлично	Зачтено
	Хорошо	
	Удовлетворительно	
	Неудовлетворительно	Не зачтено

Система оценивания по оценочным средствам государственной итоговой аттестации

Оценка выпускной квалификационной работы производится по четырем группам критериев:

Оценочное средство	Максимальная балловая стоимость	Критерии начисления баллов
Выпускная квалификационная работа	0-70 балл	Качество выполненной работы, ее научно-теоретический уровень, степень самостоятельности и логичность изложения материала, правильность оформления и результат ее защиты
Отзыв руководителя ВКР	0-10 баллов	Ответственность, дисциплинированность, стремление к достижению высоких результатов самостоятельность, добросовестность в выполнении ВКР, контактность
Отзыв рецензента ВКР	0-10 баллов	Достоверность, техническая и геологическая грамотность, постановка задачи, характеристика путей ее выполнения. Соответствие предложенных решений современным тенденциям развития геолого-геофизическим работ
Ответы на вопросы (проверка общекультурных и общепрофессиональных компетенций)	0-10 баллов	Полнота и правильность ответов
Итого	100 баллов	

Оценка по итогам государственной итоговой аттестации определяется простым суммированием баллов:

Критерии оценки	*Количество баллов*
Критерии содержания ВКР	*0-45*
обоснованность выбора и актуальность темы исследования	0-5
обоснование практической и теоретической значимости исследования	0-5
уровень теоретической проработки проблемы, осмысления теоретических вопросов и обобщения собранного материала	0-5
умение представить литературный обзор проблемы исследования	0-5

наличие в ВКР результатов, которые в совокупности решают конкретную научную и (или) практическую задачу, или - результатов (теоретических и (или) экспериментальных), которые имеют существенное значение для развития конкретных направлений в определенной отрасли науки (деятельности), или – научно-обоснованных разработок, использование которых в полном объёме обеспечивает решение прикладных задач	0-5
умение логические верно, аргументированно и ясно излагать материалы исследования в ВКР	0-5
обоснованность и четкость сформулированных выводов	0-5
адекватность использования методов исследования	0-5
умение использовать компьютерные технологии в режиме пользователя для решения профессиональных задач	0-5
Критерии оформления ВКР	0-10
владение научным стилем изложения, орфографическая и пунктуационная грамотность	0-5
соответствие формы представления работы требованиям, предъявляемым к оформлению данных работ	0-5
Критерии процедуры защиты	0-15
качество устного доклада: соответствие доклада содержанию работы, логичность, точность формулировок, обоснованность выводов, культура речи	0-5
владение профессиональной терминологией и навыками профессиональной аргументации	0-5
презентационные навыки: структура и последовательность изложения материала, соблюдение временных требований, использование презентационного оборудования и/или раздаточного материала, грамотность оформления иллюстрационных материалов, выразительность использования, контакт с аудиторией	0-5
Отзыв рецензента ВКР	0-10
теоретическая значимость исследования; анализ представленных методик исследования; практическая значимость исследования; степень полноты обзора состояния проблемы и корректность постановки задачи; уровень и корректность использования в работе методов исследования; степень комплексности работы, применение в ней знаний социально-гуманитарных дисциплин, естественно-математических, общепрофессиональных и специальных дисциплин; ясность, четкость, последовательность и обоснованность изложения.	0-10
Отзыв руководителя ВКР	0-10
ответственное отношение к работе, дисциплинированность, стремление к достижению высоких результатов, самостоятельность, добросовестность в выполнении работы, соблюдение сроков представления материалов, контактность	0-5
владеет навыками самостоятельного получения новых знаний, использования современных технологий	0-5
Теоретические вопросы	0-10
качество ответов на вопросы членов ГЭК: правильность и полнота ответов	0-10
Итого баллов	100

Правила оценивания результатов защиты ВКР

80-100 баллов (80-100%) – оценка **«отлично»;**
65-79 баллов (65-79%) – оценка **«хорошо»;**
50-64 балла (50-64%) – оценка **«удовлетворительно;**
0-49 баллов (0-49%) – оценка **«неудовлетворительно».**

III ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ

Оценочными средствами результатов обучения на этапе государственной итоговой

аттестации являются выпускная квалификационная работа (в которой выпускнику предлагается по поставленной научно-практической проблеме сформулировать самостоятельно гипотезы, цель, сделать разработку программы эмпирического исследования, собрать информацию, проанализировать ее, провести необходимые расчеты, построить модели, предложить варианты решения проблемы и обосновать показатели оценки результативности) и ее защита по установленной процедуре (доклад, презентация, ответы на вопросы государственной экзаменационной комиссии), позволяющей сделать вывод о сформированности компетенций, теоретические вопросы.

3.1 ПРИМЕРНАЯ ТЕМАТИКА ВЫПУСКНЫХ КВАЛИФИКАЦИОННЫХ РАБОТ

1. Создание ГИС - проекта геолого-геофизических данных Малореченского месторождениях использованием программного продукта ArcGis.

2. Фотограмметрический контроль аэрофотосъемочного материала на примере г. Уфа.

3. Подсчет запасов открытых горных работ с применением ГИС технологий на примерецентрального Камчатского узла месторождения золота.

4. Создание основы картографической базы данных на район размещения объекта №11 вреде ArcGIS для решения задач сейсмического микрорайонирования.

3.2 ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ВОПРОСЫ ГОСУДАРСТВЕННОЙ ИТОГОВОЙ АТТЕСТАЦИИ,ОЦЕНИВАЮЩИЕ СФОРМИРОВАННОСТЬ ОБЩЕКУЛЬТУРНЫХ КОМПЕТЕНЦИЙ

3.3

1. Каковы главные особенности научного знания в отличие от религиозных представлений о мире?

2. Является ли наука важнейшим фактором развития общества в современном мире?

3. В каких формах осуществляется влияние научного знания на развитие экономики,культуры, духовной жизни и общества в целом?

4. Почему знание закономерностей развития экономики является необходимым условиемдостижения успеха в различных сферах деятельности?

5. Каково значение коммуникативных навыков для успешной деятельности производственного коллектива?

6. В чем вы видите основные причины необходимости овладения навыками общения на иностранном языке для успешного решения профессиональных задач в современных условиях?

7. В чем проявляется толерантность в восприятии социальных, этнических, конфессиональных и культурных различий?

8. Чем обусловлена необходимость овладения правовой культурой для достижения высоких экономических результатов в современных условиях?

9. Какая формулировка образовательных потребностей специалиста в современных условиях является более актуальной: «образование для всей жизни» или «образование в течениевсей жизни»?

10. Возможна ли успешная профессиональная самореализация работника без формирования потребности и способности к самоорганизации и самообразованию?

11. В чем вы видите значение здорового образа жизни, овладения методами и средствамифизической культуры для обеспечения полноценной социальной и профессиональной деятельности?

12. Чем обусловлена в настоящее время необходимость овладения приемами первой помощи, методами защиты в условиях чрезвычайных ситуаций?

3.4 ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ВОПРОСЫ ГОСУДАРСТВЕННОЙ ИТОГОВОЙ АТТЕСТАЦИИ, ОЦЕНИВАЮЩИЕ СФОРМИРОВАННОСТЬ ОБЩЕПРОФЕССИОНАЛЬНЫХ КОМПЕТЕНЦИЙ

1 В чем Вы видите основные причины необходимости овладения навыками логическиверно, аргументированно и ясно строить устную и письменную речь?

2 Зачем необходимо повышать уровень своей профессиональной компетентности?

3 В чем вы видите основные причины необходимости овладения навыками профессионального общения на иностранном языке?

4 Какие информационные технологии использовались при выполнении работы?5 Какие профессиональные задачи были решены при выполнении работы?

6 Какие методы применялись при выполнении экономической оценки объекта?

7 Каково значение информации в развитии современного информационного общества?8 Какие методы защиты производственного персонала и населения от возможных последствий аварий предусмотрены в проекте?

9 Аналитическая база, используемая при выполнении работы?10 Как вы оцениваете свой вклад в представленную работу?

3.5 ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ВОПРОСЫ ГОСУДАРСТВЕННОЙ ИТОГОВОЙ АТТЕСТАЦИИ,ОЦЕНИВАЮЩИЕ СФОРМИРОВАННОСТЬ ПРОФЕССИОНАЛЬНЫХ КОМПЕТЕНЦИЙ В ПРОИЗВОДСТВЕННО-ТЕХНОЛОГИЧЕСКОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ:

1 Какова практическая значимость выполненной работы?

2 Какие технические средства выбраны для решения поставленных задач и как планируется осуществлять контроль за их применением?

3 Какие работы выполнялись собственно автором?

4 Какие правила обеспечения безопасности технологических процессов, а также персо- нала при проведении работ в полевых условиях, на горных предприятиях предусмотрены проектом?

5 Какие мероприятия по защите окружающей среды запроектированы в работе?6 Чем обусловлена актуальность представленной автором работы?

7 Какой фактический материал использован при выполнении выпускной работы?

8 Какие программные средства применялись для выполнения графических приложений?9 Какая аналитическая база использована для выполнения выпускной работы?

9 Назовите основные результаты геолого-экономической оценки объекта?

ПРИЛОЖЕНИЕ А

Пример оформления титульного листа выпускной квалификационной работы

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

УРАЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ГОРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

ВЫПУСКНАЯ КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА (СПЕЦИАЛИТЕТ)

Тема: РАЗРАБОТКА ПРОГРАММНОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ ИНФОРМАЦИОННОЙ СИСТЕМЫ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ЭЛЕКТРОРАЗВЕДКИ ПОСТОЯННЫМ ТОКОМ.

Факультет геологии и геофизики

Специальность: **21.05.03**
Технология геологической разведки

Специализация: **Геофизические информационные системы**

Квалификация: **горный инженер-геофизик**

Кафедра: **геологии и геофизики нефти и газа**

Обучающийся: _____(*подпись*)
Фамилия И.О.
Группа: ГИН-24

*Руководитель:*_____(*подпись*)
Фамилия И.О.

Консультант: _____(*подпись*)
Фамилия И.О.

_____
(подпись)
Допустить к защите:
Зав. кафедрой____Рыльков С.А., к.г.-м.н._____
(Фамилия И.О., ученая степень, ученое звание)

Екатеринбург
2029

ПРИЛОЖЕНИЕ Б

Пример оформления заявления на утверждение темы выпускной квалификационной работы

Зав. кафедрой геологии и геофизики нефти и газа
Рылькову С.А..
от студента группы ГИН-24
Петрова В.Л.

Заявление
на утверждение темы выпускной квалификационной работы

Прошу утвердить мне тему выпускной квалификационной работы:
Подсчет запасов открытых горных работ с применением ГИС технологий на примере центрального Камчатского узла месторождения золота
Место прохождения преддипломной практики:
_____

Научный руководитель: доц. Силина Т.С..----------
(Ф.И.О., ученая степень, ученое звание, должность)

Дата: _____

Подпись студента:_____

Подпись руководителя: _____

Решение зав. кафедрой
«Утверждаю»
_____
«___»_____20___г.

ВЫПОЛНЕНИЕ ЗАДАНИЯ
НА ВЫПУСКНУЮ КВАЛИФИКАЦИОННУЮ РАБОТУ

1. Отзыв научного руководителя о рекомендации к защите
Работа рекомендована к защите

___.06.2029___ _____
дата подпись

2. Решение кафедры о выдвижении ВКР на защиту
Работа допущена к защите

___.06.2029 _____
дата подпись зав. кафедрой

Решение ГЭК по результатам защиты работы
- студента(ку) как полностью выполнившего(ую) учебный план, успешно защитившего(ую) выпускную квалификационную работу, считать окончившим(ей) ФГБОУ ВО УГГУ
по специальности 21.05.03 Технология геологической разведки
с присвоением квалификации

ГОРНЫЙ ИНЖЕНЕР-ГЕОФИЗИКИК

«___» июня 2029 г. Председатель ГЭК_____
дата подпись

ПРИЛОЖЕНИЕ В

Форма отзыва руководителя выпускной квалификационной работы

ОТЗЫВ РУКОВОДИТЕЛЯ ВЫПУСКНОЙ КВАЛИФИКАЦИОННОЙ РАБОТЫ

Выпускная квалификационная работа выполнена
Студентом (кой) Лупоносовым М.А.
Специальность 21.05.03 Технология геологической разведки
Кафедра Геологии и геофизики нефти и газа

Группа ГИН-24
Руководитель Шинкарюк В.А.

Общая характеристика работы студента в период выполнения ВКР:

_____
_____
_____
_____
_____

Отмеченные достоинства _____
_____
_____
_____

Отмеченные недостатки _____
_____
_____
_____

Заключение: *Выпускная квалификационная работа студента* Лупоносова М.А. *может быть рекомендована к защите*
Научный руководитель: _____ «___» июня 2029 г.
подпись

ПРИЛОЖЕНИЕ Г

Форма отзыва рецензента о выпускной квалификационной работе

ОТЗЫВ
РЕЦЕНЗЕНТА О ВЫПУСКНОЙ КВАЛИФИКАЦИОННОЙ РАБОТЕ

Ф.И.О. выпускника	Лупоносов М.А.
Специальность	21.05.03 Технология геологической разведки
Специализация	Геофизические информационные системы
Форма обучения	очная
Тема рецензируемой работы	«Подсчет запасов открытых горных работ с применением ГИС технологий на примере центрального Камчатского узла месторождения золота»
Рецензент	Сарвартинов И. Д.
место работы, должность (при наличии)	ОАО «Уралтехразведка»

Заключение о степени соответствия выпускной квалификационной работы заданию

_____
_____

Оценка теоретической части ВКР (теоретическая значимость исследования)

_____
_____
_____

Оценка аналитической части ВКР (анализ представленных методик исследования)

_____
_____
_____

Оценка проектной части ВКР (практическая значимость исследования)_

_____
_____
_____

Оценка самостоятельности работы студента при выполнении ВКР

_____
_____
_____

Оценка сформированности компетенций, предусмотренных федеральным государственным образовательным стандартом:

ВКР демонстрирует (высокий, средний, низкий) уровень сформированности общекультурных компетенций и (высокий, средний, низкий) уровень сформированности профессиональных компетенций.

Замечания и рекомендации по ВКР_____
_____

Общая оценка ВКР_____
_____
_____

Рецензент:_____Сарвартинов И. Д.
(подпись)

«_____»_____2029 г.

М.П

ПРИЛОЖЕНИЕ Д

Пример оформления документа, подтверждающего использование результатов выпускной квалификационной работы

СПРАВКА
об использовании результатов выпускной квалификационной работы
на тему: «Подсчет запасов открытых горных работ с применением ГИС технологий на примере центрального Камчатского узла месторождения золота»

Выводы и предложения, представленные в исследовании Лупоносова М.А., нашлиприменение в практической деятельности

_____.

Рекомендации автора по совершенствованию технологической деятельности организации взяты за основу приразработке перспективных направлений развития

_____.

Директор_____Фамилия И.О.
(подпись)
М.П.

ПРИЛОЖЕНИЕ Ж

Пример структуры и оформления содержания выпускной квалификационной работы

Введение	4
1 Постановка задачи	6
2 Общие сведения о подсчете запасов полезных ископаемых	8
2.1 Требования к подсчету запасов	8
2.2 Основные показатели кондиций	10
2.3 Методы подсчета запасов	17
2.3.1 Классические методы	20
2.3.2 Методы с использованием ГИС	21
3 Программное обеспечение	26
3.1 Краткая характеристика пакета MICROMINE	37
3.2 Характеристика используемых модулей	40
4 Методика подсчета запасов открытых горных работ с применением ГИС технологий	40
4.1 Сбор и анализ информации	42
4.2 Подготовка данных для подсчета запасов	45
4.2.1 Создание цифровых моделей карт в системе Micromine	45
4.2.2 Создание каркасной модели	58
4.3 Стадия подсчета запасов	60
4.3.1 Построение блочной модели	60
4.3.2 Оптимизация карьерного поля	61
Заключение	62
Список литературы	74

ПРИЛОЖЕНИЕ 3

Примеры библиографических описаний, применяемых при оформлении списка использованных источников

МОНОГРАФИИ

1. *Заварицкий А. Н.* Изверженные горные породы. М.: Наука, 1961. 479 с.

2. *Каждан А. Б.* Поиски и разведка месторождений полезных ископаемых (Научные основы поисков и разведки). М.: Недра, 1984. 285 с.

3. *Методика изучения гидротермально-метасоматических образований* / Е. В. Плющев, О. П. Ушаков, В. В. Шатов, Г. М. Беляев. Л.: Недра, 1981. 252 с.

4. *Атлас текстур и структур осадочных горных пород.* Ч.1. Обломочные и глинистые породы / под ред. А. В. Хабакова. М.-Л.: Госгеолиздат, 1962. 578 с.

ПЕРЕВОДНАЯ ЛИТЕРАТУРА

5. *Бейтс Р. Л.* Геология неметаллических полезных ископаемых: пер. с англ. М.: Мир, 1965. 548 с.

6. *Крамбейн У., Грейбилл Ф.* Статистические модели в геологии: пер. с англ. М.: Мир, 1969. 397 с.

СТАТЬИ ИЗ СБОРНИКА

7. *Клочихин А. В.* Ордовик, силур и нижний девон восточного крыла Зилаирского синклинория на Южном Урале // Вопросы геологии Восточной окраины Русской платформы и Южного Урала. Вып. 7. Уфа, 1960. С. 120 – 125.

СТАТЬИ ИЗ ЖУРНАЛА

8. *Ферштатер Г. Б., Ф. Беа, Н. С. Бородина, М. П. Монтеро.* Анатексис базитов в зоне палеосубдукции и происхождение анортозит-плагиогранитной серии Платиноносного пояса Урала // Геохимия. М., 1998. № 8. С. 768 – 781.

СТАТЬИ ИЗ ЖУРНАЛА АКАДЕМИИ НАУК

9. *Соболев А. Е.* Вендские мафиты и минерагения Южного Верхоянья // Докл. РАН. М., 1992. Т. 237. № 4 – 6. С. 557 – 560.

СТАТЬИ ИЗ ТРУДОВ

10. *Розен О. М., Федоровский В. С.* Коллизионные гранитоиды и расслоение земной коры (примеры кайнозойских, палеозойских и протерозойских коллизионных систем). М.: Научный мир (Тр. ГИН РАН. Вып. 595), 2001. 188 с.

МАТЕРИАЛЫ КОНФЕРЕНЦИЙ, СОВЕЩАНИЙ

11. *Новые данные о рифейском тектогенезе на Северо-Востоке России*А. К. Худолей, Р. Рейнбирд, Р. Стерн [и др]. // Тектоника, геодинамика и процессы магматизма и метаморфизма. Мат. совещ. М.: Геос, 1999. Т. II. С. 261 – 264.

ФОНДОВАЯ ЛИТЕРАТУРА

12. *Виниченко В. И.* (отв. исполн.). Отчет о поисково-разведочных и ревизионных работах на рудное золото по Богомоловскому участку и месторождениям Смирновского рудного поля, проведенных Средне-Борзинской ГРП в 1969 г. / ЧГУ. Чита, 1970. 214 с.

СПРАВОЧНИКИ, ГОСТ, ИНСТРУКЦИИ

13. *Инструкция по составлению* и подготовке к изданию листов Гос. геологической карты РФ масштаба 1:200000. М.: Роскомнедра, 1995. 244 с.

14. *Минеральное сырьѐ.* Золото: справочник / Ю. М. Щепотьев, В. И. Куторгин, В. И. Натоцинский [и др.]. М.: ЗАО «Геоинформмарк», 1998. 85 с.

15. *Положение о порядке проведения* геологоразведочных работ по этапам и стадиям (твѐрдые полезные ископаемые). М.: ВИЭМС МПР, 1999. 28 с.

16. *Сборник норм основных расходов* на геологоразведочные работы. Вып. 1, 3, 4, 5, 7, 10. М.: ВИЭМС, 1993.

17. *Сборник руководящих материалов* по геолого-экономической оценке месторождений полезных ископаемых. Т. 1, 2. М.: ГКЗ СССР, 1985, 1986. 576 с., 530 с.

18. ГОСТ 2.105-95 ЕСКД. Общие требования к текстовым документам.

ПРИЛОЖЕНИЕ Л

ВКР ВУЗ

СПРАВКА

о результатах проверки на наличие заимствований

Ф.И.О. автора проверяемой работы: Кудрявцева Татьяна Вячеславовна

Тема работы: Методика подсчета запасов открытых горных работ с применением ГИС технологий на примере центрального Камчатского узла месторождения золота

Руководитель: Самсонов Владимир Иванович

Информация о документе:

Имя исходного файла: ДИПЛОМ1.doc

Тип документа: Выпускная квалификационная работа бакалавра

Источники цитирования *

#	Доля в отчете	Источник (ссылка)	Где найдено (Модуль поиска)
1	0.33%	Бортовое_содержание (https://ru.wikipedia.org/wiki/Бортовое_содержание)	Модуль поиска Интернет
2	0.26%	Ценовые стратегии и тактика ценообразования (http://www.bestreferat.ru/referat-119632.html)	Модуль поиска Интернет
3	0.21%	Организация процесса геологоразведочных работ (http://www.bestreferat.ru/referat-180553.html)	Модуль поиска Интернет
4	0.19%	Методические рекомендации по оформлению машиночитаемых информационных карт на неопубликованные отчеты о геологическом изучении недр г. Москва 1999 г (http://www.bestreferat.ru/referat-409924.html)	Модуль поиска Интернет
5	0.16%	Технология работы медно-молибденового месторождения Шорское (http://www.bestreferat.ru/referat-192934.html)	Модуль поиска Интернет

**** Таблица формируется системой «ВКР-ВУЗ».***

Уникальность текста: 98.14%

подпись студента	Кудрявцева Т.В. расшифровка подписи	подпись ответственного за проверку	Шинкарюк расшифровка подписи
	17.06.2019 дата		17.06.19 дата

МИНОБРНАУКИ РФ

ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по учебно-методическому комплексу

_____С.А.Упоров

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ И ЗАДАНИЯ ДЛЯ ВЫПОЛНЕНИЯ ПРАКТИЧЕСКИХ И РАСЧЕТНО-ГРАФИЧЕСКИХ РАБОТ

Б1.В.01 ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКОЕ МАТЕРИАЛОВЕДЕНИЕ

Специальность:

21.05.03 Технология геологической разведки

Специализация:

Геофизические информационные системы

Автор: Угольников А. В., доцент, к.т.н.

Одобрены на заседании кафедры

Электротехники

(название кафедры)

Зав. кафедрой _____

(подпись)

Угольников А. В.

(Фамилия И.О.)

Протокол № 1 от 15.09.2023

(Дата)

Рассмотрены методической комиссией факультета

Геологии и геофизики

(название факультета)

Председатель _____

(подпись)

Вандышева К.В.

(Фамилия И.О.)

Протокол № 2 от 13.10.2023

(Дата)

Екатеринбург

Методические материалы по дисциплине согласованы с выпускающей кафедрой геологии и геофизики нефти и газа

Заведующий кафедрой ГГНГ _____к.г.-м.н., С.А. Рыльков____

подпись *И.О. Фамилия*

СОДЕРЖАНИЕ

Часть1.ЦЕЛИ, ЗАДАЧИ И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ 5
1.1. Цель преподавателя дисциплины 5
1.2. Задачи изучения дисциплины 5
1.3. Перечень дисциплин с указанием разделов (тем), усвоение которых необходимо для изучения данной дисциплины 5
1.4. Содержание дисциплины 6

Часть 2. ДИЭЛЕКТРИКИ 12
2.1. Основные сведения о пробое диэлектриков 12
2.2. Пробой газообразных диэлектриков 13
2.3. Пробой твердых диэлектриков 18
2.4. Практическая работа № 1. Определение электрической прочности твердых и газообразных диэлектриков. Цель работы 21
2.5. Объект исследования 21
2.6. Средства измерения 21
2.7. Рабочее задание 21
2.8. Методические указания по выполнению рабочего задания 22
2.9. Контрольные вопросы 27

Часть 3. МАГНИТНЫЕ МАТЕРИАЛЫ 28
3.1. Основные характеристики магнитных веществ 28
3.2. Физическая природа магнетизма 29
3.3 Классификация веществ по магнитным свойствам 32
3.4. Строение ферромагнетиков 33
3.5. Явления магнитной анизотропии и магнитострикции 36
3.6. Намагничивание ферромагнетика 38
3.7. Свойства ферромагнитных материалов в квазипостоянных магнитных полях 41
3.8. Дифференциальная магнитная проницаемость 44
3.9. Свойства ферромагнетиков в переменных магнитных полях 46
3.10. Индукционный метод определения параметров магнитных материалов с использованием

осциллографа 53
3.11. Объект исследования 58
3.12. Средства измерения и вспомогательные средства исследования 59
3.13. Подготовка осциллографа к работе 59
3.14. Калибровка осциллографа и определение масштабов по напряженности и индукции магнитного поля 60
3.15. Подготовка звукового генератора к работе 61
3.16. Практическая работа №1. «Исследование свойств магнитных материалов в магнитных полях постоянной частоты». Цель работы 62
3.17. Рабочее задание 62
3.18. Методические рекомендации к выполнению рабочего задания 63
3.19. Содержание отчета 66
3.20. Вопросы для самоконтроля 67
3.21. Практическая работа №2. «Исследование свойств магнитных материалов в магнитных полях переменной частоты». Цель работы 67
3.22. Рабочее задание 68
3.23. Методические указания к выполнению рабочего задания 68
3.24. Содержание отчета 70
3.25. Вопросы для самоконтроля 70

Часть 4.РАСЧЕТНО-ГРАФИЧЕСКАЯ РАБОТА № 1. «ОПРЕДЕЛЕНИЕ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКИХ СВОЙСТВ ИЗОЛЯЦИИ ДВУХЖИЛЬНОГО КАБЕЛЯ» 72
4.1. Требование к оформлению контрольной работы 72
4.2. Задание на контрольную работу 72
4.3. Методические указания к выполнению контрольной работы 74
4.4. Экзаменационные вопросы 78
Учебно-методические материалы 80

Часть 1
ЦЕЛИ, ЗАДАЧИ И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

1.1. Цель преподавателя дисциплины

В дисциплине «Электротехническое и конструкционное материаловедение» излагается широкий круг вопросов, связанных со свойствами различных материалов по отношению к электрическому и магнитному полям. Излагаются свойства разновидностей электротехнических материалов, применяемых в технике.

Целью преподавания дисциплины является изложение основных сведений о процессах, происходящих в электротехнических материалах под воздействием электрического и магнитного полей, ознакомление с основными характеристиками и параметрами, посредством которых оцениваются свойства материалов к этим полям, методами их практического определения, ознакомление с основными видами электротехнических материалов, областями и способами их применения.

Дисциплина «Электротехническое и конструкционное материаловедение» является одним из основных предметов, необходимых для последующего успешного освоения специальных дисциплин, изучаемых студентами направления подготовки бакалавров «Электроэнергетика и электротехника».

1.2. Задачи изучения дисциплины

В результате изучения дисциплины «Электротехническое и конструкционное материаловедение» студенты должны иметь ясное представление о процессах, происходящих в электротехнических материалах при воздействии на них электрического и магнитных полей, знать основные характеристики и параметры материалов, научится определять их экспериментально, усвоить требования, которым должны удовлетворять материалы при использовании в устройствах, предназначенных для работы в условиях горной промышленности, уметь производить выбор конкретных видов электротехнических материалов.

1.3. Перечень дисциплин с указанием разделов (тем), усвоение которых необходимо для изучения данной дисциплины

Успешное усвоение дисциплины «Электротехническое и конструкционное материаловедение» базируется на знаниях, полученных студентами при изучении физики (разделы: физика твёрдого тела,

электричество, магнетизм), химии, теоретических основ электротехники (разделы: электрические цепи постоянного и переменного тока, магнитные цепи), электрических измерений (разделы: основы метрологии, методы измерения электрических величин).

1.4. Содержание дисциплины

1.4.1. Введение

Краткий исторический обзор развития производства и использования электротехнических материалов. Значение электротехнических материалов в развитии и совершенствовании современного электромашиностроения.

Роль русских и советских учёных в создании и совершенствовании современных электротехнических материалов.

Предмет дисциплины «Электротехническое и конструкционное материаловедение». Классификация электротехнических материалов.

Вопросы для самопроверки

1. Какое значение имеют электротехнические материалы в развитии электромашиностроения?
2. Перечислите основные классы электротехнических материалов по свойствам, которыми обладают по отношению к электромагнитному полю.
3. Каковы перспективы развития производства электротехнических материалов?

1.4.2. Диэлектрики

Понятие о диэлектриках. Поляризация диэлектриков и основные виды поляризации.

Классификация диэлектриков. Понятие о диэлектрической проницаемости, абсолютная и относительная диэлектрические проницаемости. Зависимость величины диэлектрической проницаемости от внешних факторов.

Понятие о электропроводности диэлектриков. Удельные объёмное и поверхностное сопротивления и методика их определения.

Диэлектрические потери. Угол диэлектрических потерь. Схемы замещения диэлектриков для учёта диэлектрических потерь. Виды диэлектрических потерь.

Понятие о электрическом пробое диэлектриков. Пробивное напряжение и электрическая прочность. Пробой газообразных диэлектриков. Виды пробоев жидких и твёрдых диэлектриков.

Физико-механические свойства диэлектриков. Основные механические свойства диэлектриков. Нагревостойкость. Классы нагревостойкости. Температура воспламенения и температура вспышки. Морозостойкость и тропикостойкость. Гигроскопичность и влагопроницаемость. Химические и радиационные свойства.

Вопросы для самопроверки

1. Какие вещества называются диэлектриками?
2. По каким признакам классифицируются диэлектрики?
3. Какой процесс называется поляризацией диэлектриков?
4. Как происходит электронная поляризация?
5. Как зависит диэлектрическая проницаемость от температуры и частоты электрического поля при электронной поляризации?
6. Как происходит ионная поляризация, и в каких веществах она наблюдается?
7. Как происходит дипольная поляризация?
8. Как зависит величина диэлектрической проницаемости от температуры и частоты электрического поля?
9. Как происходит ионно-релаксационная, электронно-релаксационная и миграционная (структурная) поляризации?
10. Как осуществляется спонтанная поляризация и для каких диэлектриков она характерна?
11. На какие группы подразделяются диэлектрики в соответствии с видами поляризации, которыми они обладают?
12. Как зависит диэлектрическая проницаемость газообразных диэлектриков от давления и температуры, величины напряжённости и частоты внешнего электрического поля?
13. Как зависит диэлектрическая проницаемость жидких диэлектриков от температуры, величины напряженности и частоты электрического поля?
14. Как зависит диэлектрическая проницаемость твёрдых диэлектриков от температуры, величины напряженности и частоты электрического поля?
15. Как определяется диэлектрическая проницаемость сложных диэлектриков?
16. Назовите причины возникновения электрического тока в диэлектрике под воздействием внешнего электрического поля.
17. Что такое объёмное и поверхностное удельные сопротивления и как они определяются?
18. Как зависит электропроводность газообразных диэлектриков от напряжения и почему?
19. Чем обуславливается электропроводность твёрдых диэлектриков и как она зависит от температуры и напряжённости электрического поля?
20. Чем обуславливается электропроводность жидких диэлектриков, как она зависит от температуры и напряжённости электрического поля?

21. Какие потери называются диэлектрическими?
22. Какой угол называется углом диэлектрических потерь?
23. Нарисуйте схемы замещения диэлектрика и соответствующие им векторные диаграммы для учёта величины диэлектрических потерь.
24. Установите связь между параметрами параллельной и последовательной схем замещения диэлектрика с потерями.
25. Какие виды диэлектрических потерь существуют в диэлектриках?
26. Какое явление называется электрическим пробоем диэлектриков?
27. Каким образом происходит пробой газообразных диэлектриков?
28. От каких факторов зависит электрическая прочность газообразных диэлектриков?
29. Объясните, как осуществляется электрический пробой жидких диэлектриков с высокой степенью очистки?
30. Как осуществляется электрический пробой технически чистых диэлектриков?
31. Назовите виды пробоев твёрдых диэлектриков.
32. Как происходит электрический, электротепловой и электрохимический пробой?
33. Что такое гигроскопичность диэлектрика и как она влияет на его электрические свойства?
34. Перечислите основные механические свойства диэлектриков.
35. Назовите основные параметры, с помощью которых характеризуются тепловые свойства диэлектриков.
36. Перечислите классы нагревостойкости диэлектриков и дайте краткую характеристику каждого из них.

1.4.3. Изоляционные материалы

Газообразные изоляционные материалы. Сравнительные характеристики основных газообразных изоляционных материалов и области их применения.

Жидкие изоляционные материалы. Нефтяные масла. Трансформаторное масло, его основные харктеристики и свойства, старение и регенерация, методы испытаний и области применения.

Синтетические жидкие диэлектрики, сравнительные характеристики и области применения. Компаунды.

Полимерные изоляционные материалы. Волокнистые изоляционные материалы и слоистые пластики.

Слюда и материалы на основе слюды. Керамика и стекло.

Вопросы для самопроверки

1. Какие из газообразных изоляционных материалов нашли наибольшее практическое применение?
2. Произведите сравнительный анализ свойств газообразных изоляционных материалов.

3. В чём заключается старение трансформаторного масла и как оно восстанавливается?
4. Какими параметрами характеризуется трансформаторное масло как электроизоляционный материал?
5. Перечислите основные синтетические жидкие диэлектрики, используемые на практике, их основные свойства и области применения.
6. Какие органические высокомолекулярные изоляционные материалы, используемые на практике, вам известны?
7. Какими свойствами обладают компаунды и основные области их применения?

1.4.4. Магнитные материалы

Природа магнетизма. Условия возникновения ферромагнитных свойств у веществ. Классификация веществ по магнитным свойствам.

Строение ферромагнетиков. Явление магнитной анизотропии и магнитострикции. Использование этих явлений в технике.

Основные характеристики магнитных материалов. Петля гистерезиса и основная кривая намагничивания. Остаточная индукция и коэрцитивная сила, индукция технического насыщения.

Относительная и абсолютная магнитные проницаемости. Потери на гистерезис и вихревые токи при перемагничивании в переменных магнитных полях. Явление вытеснения магнитного поля и его последствия.

Магнитомягкие, магнитотвёрдые материалы и магнитные материалы специального назначения.

Разновидности магнитных материалов. Листовые электротехнические стали и пермаллой, основные характеристики и применение.

Вопросы для самопроверки

1. Какие элементарные круговые точки существуют в атоме?
2. Какой круговой ток создаёт наибольший магнитный момент в атоме?
3. Чем объяснить то, что не у всех химических элементов атомы обладают собственным магнитным моментом?
4. Как называются области в ферромагнетиках, в пределах которых магнитные моменты атомов ориентированы параллельно?
5. Как происходит намагничивание ферромагнетиков?
6. Какое явление в ферромагнетиках называется магнитной анизотропией?
7. Где и как учитывается явление магнитной анизотропии?
8. В чём заключается явление магнитострикции и где оно используется?
9. Чем отличается основная кривая намагниченности от петли гистерезиса?

10. Назовите основные характеристики ферромагнитных материалов.
11. Как зависит величина магнитной проницаемости от напряжённости магнитного поля?
12. Как зависит магнитная проницаемость от частоты переменного магнитного поля?
13. Как расшифровать обозначения марок электротехнических сталей?
14. Назовите основные характеристики листовых электротехнических сталей и области их применения.
15. Что представляют собой сплавы пермаллои?
16. В чём преимущество холоднокатаных сталей перед горячекатаными?
17. Какие основные виды магнитотвёрдых материалов используется на практике?
18. Какие материалы специального назначения используются на практике?
19. Что представляют собой ферриты и в чём их преимущество перед другими видами магнитных материалов?

1.4.5. Полупроводники

Понятие о полупроводниках. Классификация полупроводников. Понятия о видах электропроводности полупроводников.

Вопросы для самопроверки

1. Какие вещества называются полупроводниками?
2. Какие виды электропроводности свойственны собственным полупроводникам?
3. Как получить полупроводник с основной электронной электропроводностью?
4. Как получить полупроводник с основной дырочной электропроводностью?
5. Как зависит удельная электропроводность полупроводников от температуры?
6. Как влияет механическая деформация на электропроводность полупроводника?
7. Как зависит электропроводность полупроводников от частоты и интенсивности световой энергии?
8. Как влияет напряжённость электрического поля на электропроводность полупроводника?

1.4.6. Проводники

Понятие о проводниках природа электропроводности проводников. Основные характеристики. Классификация проводниковых материалов. Понятие о сверхпроводимости проводников.

Вопросы для самопроверки

1. Какой механизм электропроводности свойственен металлам?
2. Какой механизм электропроводности свойственен электролитам?

3. В чём разница в объяснении механизма электропроводности с позиций классической электронной теории строения металлов и кантовой механики?
4. Какими параметрами характеризуются свойства проводников?
5. Чем объяснить зависимость удельной электропроводности металлов от температуры?
6. Почему удельное сопротивление металла зависит от его деформации?
7. Какие материалы относятся к материалам высокой проводимости?
8. Дайте сравнительную характеристику меди и алюминия.
9. Какие сплавы высокого сопротивления применяются в технике?
10. Что такое явление сверхпроводимости?
11. Каким материалам и при каких условиях свойственно явление сверхпроводимости?

1.4.7. Примерный перечень лабораторных работ

1. Определение электрической прочности газообразных и твёрдых диэлектриков.
2. Определение динамических характеристик ферромагнетиков при постоянной частоте магнитного поля.
3. Определение динамических характеристик ферромагнетиков при изменяющейся частоте магнитного поля.

Часть 2
ДИЭЛЕКТРИКИ

2.1. Основные сведения о пробое диэлектриков

Важнейшей областью использования диэлектриков в технических целях является применение их в качестве изоляционных материалов, предназначающихся для предотвращения протекания электрического тока по путям, не предусмотренным электрической схемой установки. Такое использование диэлектриков связано с их исключительно малой электропроводностью.

Так, удельная объемная электропроводность этих материалов при комнатной температуре не превышает 10^{-8} см/м, а удельное объемное сопротивление соответственно больше 10^{8} Ом·м.

Такое значение электропроводности и удельного объемного сопротивления сохраняется только для определенного напряжения. Превышение этого напряжения приводит к резкому (скачкообразному) возрастанию электропроводности и уменьшению сопротивления диэлектрика.

Потеря диэлектриком изоляционных свойств под воздействием внешнего электрического поля называется ***пробоем***.

Напряжение, при котором в диэлектрике возникает электрический пробой, называется ***пробивным*** или ***напряжением пробоя***.

Пробивное напряжение обозначается $U_{\text{пр}}$. Единицей измерения пробивного напряжения в системе СИ является вольт (В). Допускается использовать в качестве единицы измерения пробивного напряжения киловольт (кВ).

Значение пробивного напряжения зависит от химического состава, структуры строения, толщины диэлектрика и воздействия ряда других факторов.

Другой важнейшей характеристикой способности диэлектриков выдерживать воздействие высоких напряжений без потери изоляционных свойств является электрическая прочность ($E_{\text{пр}}$). Под электрической прочностью понимается отношение пробивного напряжения диэлектрика к его толщине:

$$E_{\text{пр}} = \frac{U_{\text{пр}}}{h},$$

где h – толщина диэлектрика.

Единицей измерения электрической прочности в системе СИ является В/м. В связи с тем, что использование этой единицы на практике неудобно из-за

малой толщины изоляции в различных электромеханических установках и больших значений пробивных напряжений, ГОСТом допускается применение внесистемной единицы измерения, равной кВ/мм. Соотношение между этими единицами – кВ/мм = 10^6 В/м.

Если на диэлектрик воздействует внешнее однородное электрическое поле, то электрическая прочность представляет собой напряженность этого поля, при которой происходит пробой.

В зависимости от механизма развития и причин возникновения различают следующие виды пробоев: электрический, тепловой и электрохимический.

Электрический пробой связан с развитием процессов ударной и фотонной ионизации, возникающих в сильных электрических полях и приводящих к быстрому росту концентрации свободных носителей электрических зарядов к скачкообразному увеличению электрического тока в месте пробоя при превышении значения напряженности электрического поля, равного электрической прочности диэлектрика.

Тепловой пробой возникает под воздействием тепловой энергии, выделяющейся в диэлектриках за счет диэлектрических потерь или поступающей от посторонних источников тепловой энергии. Тепловая энергия вызывает уменьшение активного сопротивления диэлектриков и возрастание активного потока, приводящих к дальнейшему увеличению температуры диэлектриков с последующим их термическим разрушением.

Электрохимический пробой возникает при длительной эксплуатации диэлектриков в электрических полях и связан с изменением химического состава в результате протекающих в диэлектриках электрохимических процессов.

Более подробно каждый из видов пробоя диэлектриков рассмотрен в последующих параграфах.

2.2. Пробой газообразных диэлектриков

В газообразных диэлектриках пробой является электрическим и связан с развитием процессов ударной и фотонной ионизации под воздействием сильных электрических полей.

В любом газообразном диэлектрике содержится малое количество положительных и отрицательных ионов и электронов, находящихся в хаотическом тепловом движении. Под воздействием электрического поля эти частицы начинают перемещаться либо в направлении напряженности поля

(положительные ионы), либо в направлении, противоположном ей (электроны, отрицательные ионы).

При этом каждая из частиц получает добавочную энергию за счет электрического поля

$$W_{ч} = g \cdot U_{\lambda}, \tag{2.1}$$

где g – электрический заряд напряженной частицы; U_{λ} – разность потенциалов на длине свободного пробега заряженной частицы.

В однородном электрическом поле

$$U_{\lambda} = E \cdot \lambda, \tag{2.2}$$

где E – напряженность однородного электрического поля; λ – длина свободного пробега частицы.

Таким образом, в однородном электрическом поле добавочная энергия, приобретенная частицей в результате воздействия электрического поля:

$$W_{ч} = g \cdot E \cdot \lambda. \tag{2.3}$$

В конце пути свободного пробега заряженная частица сталкивается с нейтральной молекулой. Если при этом энергия заряженной частицы оказывается больше энергии ионизации нейтральной молекулы газообразного диэлектрика, то последняя расщепляется на электрон и положительно заряженный ион. Этот процесс получил название процесса ударной ионизации.

Таким образом, условие возникновения ударной ионизации описывается уравнением

$$W_{ч} \geq W_{и}. \tag{2.4}$$

С учетом уравнений (2.2) и (2.3) получим:

$$E_{н} \cdot g \cdot \lambda \geq W_{и},$$

а

$$U_{\lambda} = E_{н} \cdot \lambda \geq W_{и}, \tag{2.5}$$

где U_{λ} – ионизационный потенциал газообразного диэлектрика; $E_{н}$ – начальная напряженность поля.

Ионизационный потенциал характеризует энергию ионизации диэлектрика. У различных газообразных диэлектриков он лежит в диапазоне от 4 до 25 В, что соответствует энергии ионизации от 4 до 25 эВ.

Так как λ и g для каждого из газообразных диэлектриков постоянны, то ударная ионизация начинается при определенной напряженности поля, называемой начальной напряженностью.

В ряде случаев столкновение заряженной частицы с нейтральной молекулой может не ионизировать последнюю, а принести ее в возбужденное состояние. Через определенный промежуток времени возбужденная молекула испускает фотон, отдавая при этом избыточную энергию. Фотон поглощается

другой нейтральной молекулой, которая в этом случае ионизируется, расщепляясь на электрон и положительно заряженный ион. Такая ионизация называется фотонной. Фотонная ионизация приводит к быстрому развитию канала пробоя в газообразном промежутке.

Развитие процессов ударной и фотонной ионизации при напряженности электрического поля большей, чем начальная, приводит к резкому возрастанию количества свободных носителей электрических зарядов и возникновению двух встречных источников разноименно заряженных частиц в канале пробоя.

В результате пробоя пространство, занимаемое каналом пробоя, заполнено движущимися заряженными частицами газа. Такое состояние газообразного диэлектрика получило название газоразрядной плазмы.

За счет фотонной ионизации пробой газов осуществляется практически мгновенно.

Электрическая прочность газообразного диэлектрика зависит от длительности воздействия электрического поля. При кратковременном воздействии напряжение пробоя диэлектрика, выше чем при длительном воздействии. Повышение пробивного напряжения характеризуется коэффициентом импульса

$$\beta = \frac{U_{\text{пр}}}{U_{\text{пр50}}}, \qquad (2.6)$$

где $U_{\text{пр}}$ – пробивное напряжение при данной длительности импульса; $U_{\text{пр50}}$ – пробивное напряжение при постоянном или переменном напряжении частотой 50 Гц.

Значения коэффициента импульса находятся в диапазоне от 1 до 1,5.

Электрическая прочность газообразных диэлектриков зависит от расстояния между электродами или толщины диэлектрика. Зависимость $E_{\text{пр}}=f(h)$ представлена на рисунке 2.1.

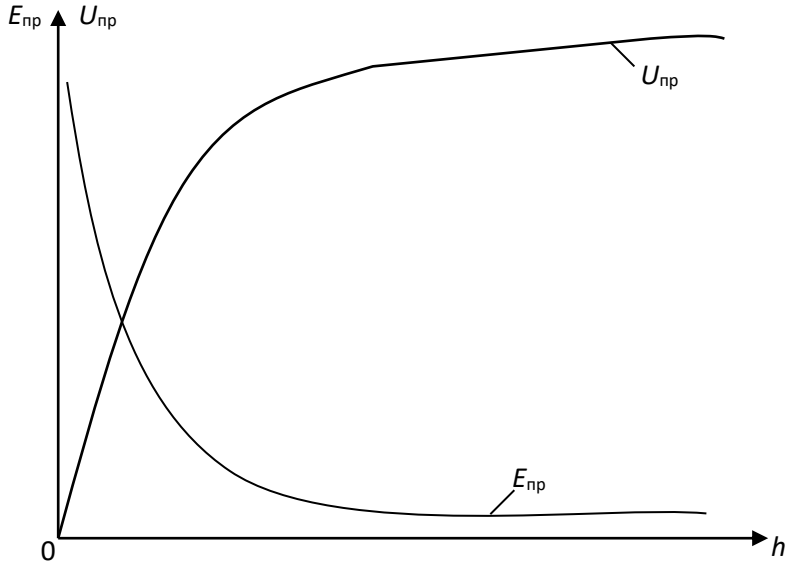


Рис. 2.1. Зависимость электрической прочности и пробивного напряжения газообразного диэлектрика от расстояния между электродами

Из рис. 2.1 видно, что с ростом толщины диэлектрика его электрическая прочность уменьшается, а пробивное напряжение увеличивается. Это объясняется тем, что при малых расстояниях между электродами затрудняется возникновение процесса ударной ионизации. Это видно из анализа уравнения (2.5).

Решив уравнение (2.5) относительно $E_н$, получим

$$E_н = \frac{W_и}{g \cdot \lambda}.$$

При малых расстояниях между электродами, когда $h \geq \lambda$, можно записать

$$E_н = \frac{W_и}{g \cdot h}. \qquad (2.7)$$

Из уравнения (2.7) видим, что чем меньше толщина газообразного диэлектрика, тем больше начальная напряженность электрического поля, при которой энергия движущийся заряженной частицы обеспечивает ионизацию молекулы газообразного диэлектрика и возникновение процессов ударной и фотонной ионизации.

Электрическая прочность газообразного диэлектрика зависит также и от давления газа. Эта зависимость представлена на рисунке 2.2.

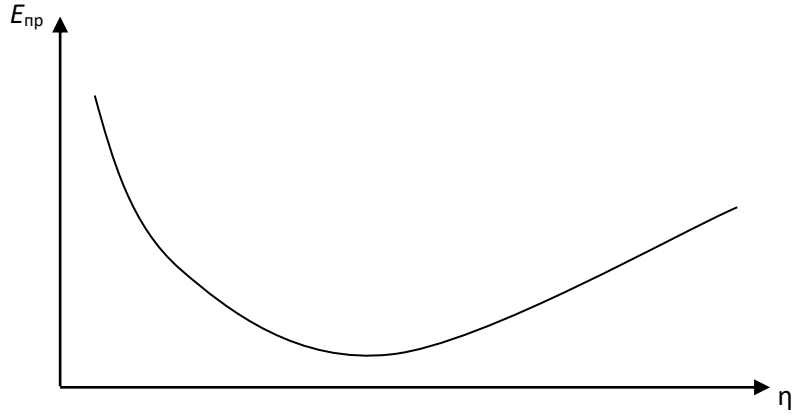


Рис. 2.2. Зависимость электрической прочности газа от давления

Как видно из рис. 2.2, при малых значениях давления наблюдается уменьшение электрической прочности с ростом давления. Такое явление объясняется тем, что при малых давлениях вероятность столкновения заряженной частицы с нейтральной молекулой незначительная, и затрудняется развитие процессов ударной и фотонной ионизации. С ростом давления плотность молекул газа увеличивается, что приводит к возрастанию

вероятности столкновений заряженных частиц с молекулами газа и облегчает развитие процессов ударной ионизации. При сверхвысоких давлениях существенно уменьшается длина свободного пробега заряженной частицы, что, согласно уравнению (2.7), приводит к росту начальной напряженности поля.

Электрическая прочность газообразного диэлектрика существенно зависит от однородности электрического поля (рис. 2.3).

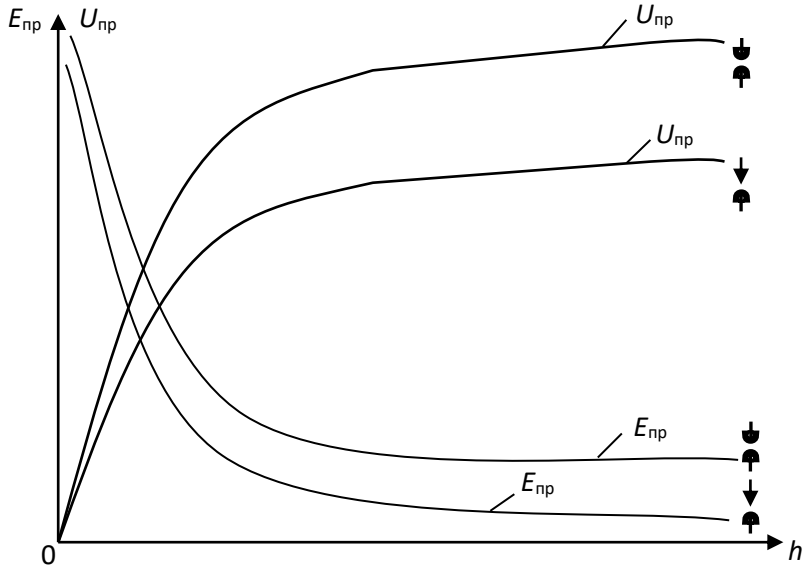


Рис. 2.3. Зависимости электрической прочности и пробивного напряжения газообразного диэлектрика от расстояния между электродами в однородном и неоднородном электрических полях

В однородных электрических полях, возникающих между плоскими электродами с закругленными краями, либо между сферическими электродами большого диаметра, электрическая прочность значительно выше, чем в неоднородных электрических полях между электродами типа «игла – игла», «полусфера – игла», « плоскость – игла» и т. п. Неоднородное электрическое поле возникает также между двумя полусферами, когда расстояние между ними больше радиуса сферы.

Меньшее значение электрической прочности газообразных диэлектриков в неоднородных электрических полях по сравнению с электрической прочностью в однородных полях объясняется тем, что при одной и той же разности потенциалов между электродами напряженность поля в точках, расположенных по кратчайшему расстоянию между двумя электродами, в неоднородных полях значительно выше, чем напряженность однородного электрического поля. Следовательно и электрический пробой газообразного диэлектрика в неоднородном электрическом поле произойдет при меньшем напряжении, приложенном к электродам, чем в однородном поле.

По разному развивается электрический пробой в однородных и неоднородных электрических полях.

В однородном электрическом поле при определенном значении напряжения, зависящем от температуры, давления газа и расстояния между электродами возникает искровой разряд, переходящий в дуговой при дальнейшем росте напряжения.

В неоднородных электрических полях вначале возникает частичный разряд в местах, где напряженность достигает максимальных значений (коронный разряд). При дальнейшем возрастании напряжения коронный разряд переходит в искровой, а затем и в дуговой разряды.

Электрическая прочность газообразного диэлектрика зависит от полярности электродов типа «игла – плоскость», «игла – сфера».

При положительной полярности иглы пробой происходит при меньшем напряжении, чем при обратной полярности. Это явление объясняется тем, что ионизация газа начинается в районе кончика иглы, независимо от ее полярности, так как именно в этой области напряженность поля максимальная. При положительной полярности иглы у ее кончика возникает положительный объемный заряд из положительно заряженных ионов газа, который как бы является продолжением иглы, способствуя уменьшению длины газообразного промежутка и соответствующему уменьшению пробивного напряжения.

При отрицательной полярности иглы образовавшийся объемный положительный заряд как бы экранизирует иглу, препятствуя перемещению электронов от иглы к поверхности положительно заряженной плоскости или сферы. Наличие экрана из положительно заряженных ионов около кончика иглы и приводит к возрастанию пробивного напряжения при отрицательной полярности иглы, по сравнению с пробивным напряжением при обратной полярности иглы.

2.3. Пробой твердых диэлектриков

В твердых диэлектриках могут возникать четыре вида пробоев:

- электрический пробой макроскопически однородных твердых диэлектриков;
- электрический пробой макроскопически неоднородных твердых диэлектриков;
- электротепловой (тепловой) пробой;
- электрохимический пробой.

Электрический пробой макроскопически однородных твердых диэлектриков развивается аналогично электрическому пробою в газообразных диэлектриках в результате осуществления процесса ударной ионизации, когда

исключено влияние электропроводности и диэлектрических потерь, обуславливающих разогрев диэлектрика.

В связи с этим, зависимости электрической прочности и пробивного напряжения твердых диэлектриков от толщины и конфигураций электродов анологичны таким же зависимостям для газообразных диэлектриков (рис. 2.1, рис. 2.3).

Электрический пробой неоднородных диэлектриков характерен для технических диэлектриков, в структуре которых имеются поры и капилляры, заполненные газообразным диэлектриком. Чаще всего таким газообразным диэлектриком является воздух. Так как электрическая прочность воздуха значительно меньше электрической прочности твердых диэлектриков, то наличие капилляров и пор в структуре твердых диэлектриков обуславливает значительную меньшую электрическую прочность неоднородных диэлектриков сравнению с однородными.

С ростом толщины неоднородного твердого диэлектрика наблюдается уменьшение его электрической прочности, так как возрастает количество газовых включений.

Электрическая прочность неоднородных твердых диэлектриков зависит от однородности и неоднородности электрического поля. Но, в отличие от газообразных и однородных твердых диэлектриков, электрическая прочность неоднородных твердых диэлектриков может быть в неоднородном поле больше, чем в однородном. Это связано с тем, что при большей площади электродов, между которыми создается однородное поле, возрастает количество слабых мест (пор, капилляров, трещин и т. д.), приводящих к снижению электрической прочности твердого диэлектрика.

Электротепловой (тепловой) пробой связан с разогревом материала в электрическом поле за счет возрастания сквозной электропроводности и диэлектрических потерь, приводящих к потере изоляционных свойств материала. Пробивное напряжение при электротепловом пробое зависит от частоты поля, условий охлаждения, температуры окружающей среды и т. п.

Установившийся температурный режим возникает тогда, когда выделение тепла в изоляционном материале равняется теплоотдаче в окружающую среду. Этот режим описывается следующим уравнением

$$U^2 \cdot \omega \cdot c \cdot \mathrm{tg}\delta = \sigma \cdot S\left(t_{раб} - t_{о}\right), \qquad (2.8)$$

где U – напряжение на электродах; ω – угловая частота; c – емкость изоляционного материала; $\mathrm{tg}\delta$ – тангенс угла диэлектрических потерь изоляционного материала σ – коэффициент теплоотдачи; S – поверхность изоляционного материала; $t_{раб}$ – температура изоляционного материала; $t_{о}$ – температура окружающей среды.

На рисунке 2.4 построены зависимости мощности диэлектрических потерь P_a и мощности теплоотдачи P_t от температуры.

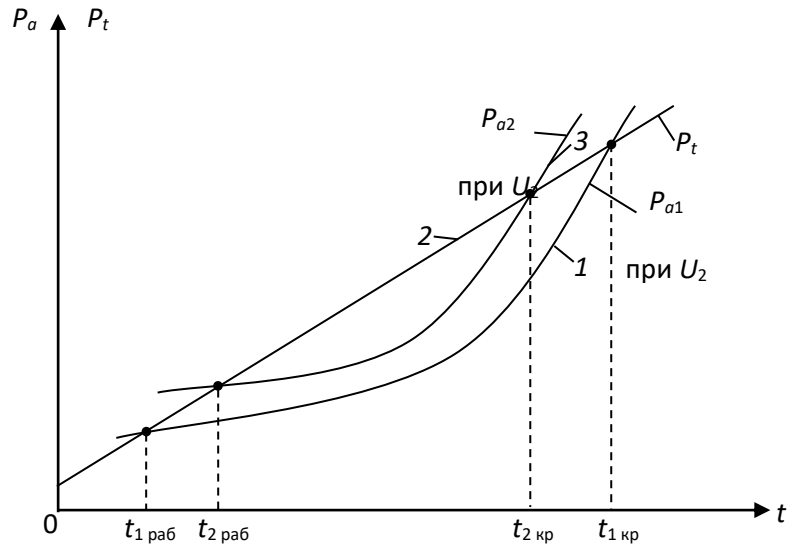


Рис. 2.4. Зависимость мощности диэлектрических потерь и мощности теплоотдачи изоляционного материала от температуры

Как видно из рис. 2.4, зависимость $P_{a1}=f(t)$ имеет две точки пересечения с прямой $P_t = f(t)$ и следовательно, два установившихся режима при $t_{1раб}$ и $t_{1кр}$. Учитывая, что в условиях эксплуатации не исключается дополнительный разогрев изоляционного материала за счет посторонних источников тепловой энергии, рабочая температура может случайно возрасти. Если с учетом возможного возрастания $t_{1раб}<t_{1кр}$, то тепловой пробой не произойдет, так как количество тепла, выделяемое внутри диэлектрика, возрастает медленнее, чем увеличивается теплоотдача. Если за счет дополнительного нагрева установится соотношение $t_{1раб}>t_{1кр}$, то количество тепловой энергии, выделяемой в изоляционном материале, превысит теплоотдачу, и температура будет расти до полного разрушения диэлектрика. С ростом напряжения зависимость $P_a=f(t)$ смещается вверх (см. кривую *3*, полученную при $U_2>U_1$). При тех же самых условиях охлаждения повышение напряжения приводит к росту рабочей температуры ($t_{2раб}>t_{1раб}$) и уменьшению критической температуры ($t_{1кр}>t_{2кр}$).

Таким образом, как видно из рис. 2.4, увеличение напряжения приводит к возрастанию рабочей температуры за счет роста количества тепла, выделяемого в материале.

Выделение тепловой энергии вследствие диэлектрических потерь приводит к увеличению электрической прочности диэлектрика. На рисунке 2.5 приведены зависимости электрической прочности и пробивного напряжения

твердого диэлектрика от толщины при электрическом и электротепловом пробоях.

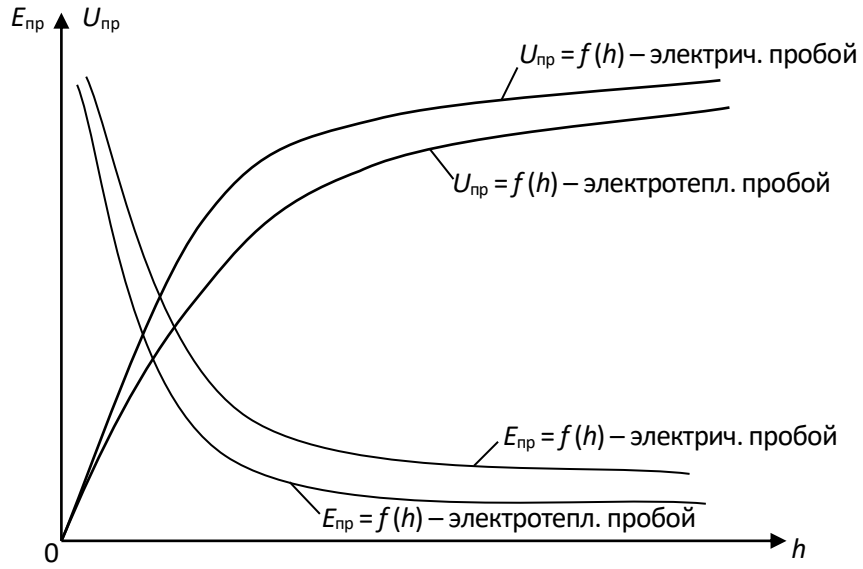


Рис. 2.5. Зависимости электрической прочности и пробивного напряжения от толщины диэлектрика

Как видно из рис. 2.5, электрическая прочность изоляционного материала при электротепловом пробое меньше, чем при чисто электрическом пробое.

Уменьшение электрической прочности при электротепловом пробое связано с одной стороны с разрушением структуры строения изоляционного материала (растрескивание, обугливание и т. д.), когда рабочая температура превышает критическую. С другой стороны, электрическая прочность при электротепловом пробое меньше, чем при электрическом даже в том случае, когда рабочая температура не превышает критическую. Такое явление можно объяснить следующим образом: с ростом температуры изоляционного материала увеличивается кинетическая энергия теплового хаотического движения заряженных частиц и нейтральных молекул твердого диэлектрика. Возрастание энергии теплового хаотического движения молекул приводит к тому, что полю необходимо сообщить меньшую дополнительную энергию движущихся заряженных частиц, чтобы последняя могла ионизировать нейтральную молекулу при столкновении с ней. И, следовательно, выполнение условия развития ударной ионизации наступает при меньшем напряжении, подаваемом на электроды.

2.4. Лабораторная работа № 1. Определение электрической прочности твердых и газообразных диэлектриков. Цель работы

Целью лабораторной работы является научить студентов определять электрическую прочность твердых и газообразных диэлектриков и выявлять зависимости электрической прочности от толщины диэлектрика и конфигурации электродов, формирование навыков использования теоретических сведений к объяснению результатов эксперимента.

2.5. Объект исследования

1. Образцы твердых диэлектриков. Материал, размеры образцов и их толщины задаются преподавателем.
2. Воздух. Длины воздушных зазоров задаются преподавателем.

2.6. Средства измерения

1. Испытательная высоковольтная установка с максимальным напряжением до 10 кВ. Принципиальная электрическая схема установки приведена на рис. 2.6.
2. Вольтметр переменного тока с пределом измерения до 150 В.
3. Микрометр типа МК с пределом измерения 0 – 25 мм. Цена деления микрометра – 0,1 мм.
4. Штангенциркуль. Цена деления – 0,1 мм.

2.7. Рабочее задание

1. Испытать на электрический пробой образцы твердого диэлектрика различной толщины, определяя пробивное напряжение каждого из них. Число образцов и измерений определяет преподаватель.
2. Рассчитать электрическую прочность каждого образца.
3. Произвести электротепловой пробой аналогичных по химическому составу и толщине образцов твердого диэлектрика, определяя пробивное напряжение каждого образца. Количество образцов и измерений такое же, как и при испытании на электрический пробой.
4. Рассчитать электрическую прочность каждого образца при электротепловом пробое.
5. Построить для одних и тех же образцов:
   - зависимости $U_{пр}=f(h)$ при электрическом и электротепловом пробоях в одних осях координат;

- зависимости $E_{пр}=f(h)$ при электрическом и электротепловом пробоях в одних осях координат.

6. Осуществить электрический пробой воздуха при различных толщинах воздушного зазора h, определяя каждый раз значение пробивного напряжения. Электрический пробой произвести для двух сочетаний электродов с различной конфигурацией, заданных преподавателем.
7. Рассчитать электрическую прочность воздуха для каждого пробоя.
8. Построить:
   - зависимости $U_{пр}=f(h)$ для каждого из сочетаний электродов в одних осях координат;
   - зависимости $E_{пр}=f(h)$ для каждого из сочетаний электродов в одних осях координат.
9. Сделать выводы по работе.

2.8. Методические указания по выполнению рабочего задания

2.8.1. Устройство и принцип действия лабораторной установки

Принципиальная электрическая схема лабораторной установки для определения пробивного напряжения и электрической прочности твердых и газообразных диэлектриков приведена на рис. 2.6.

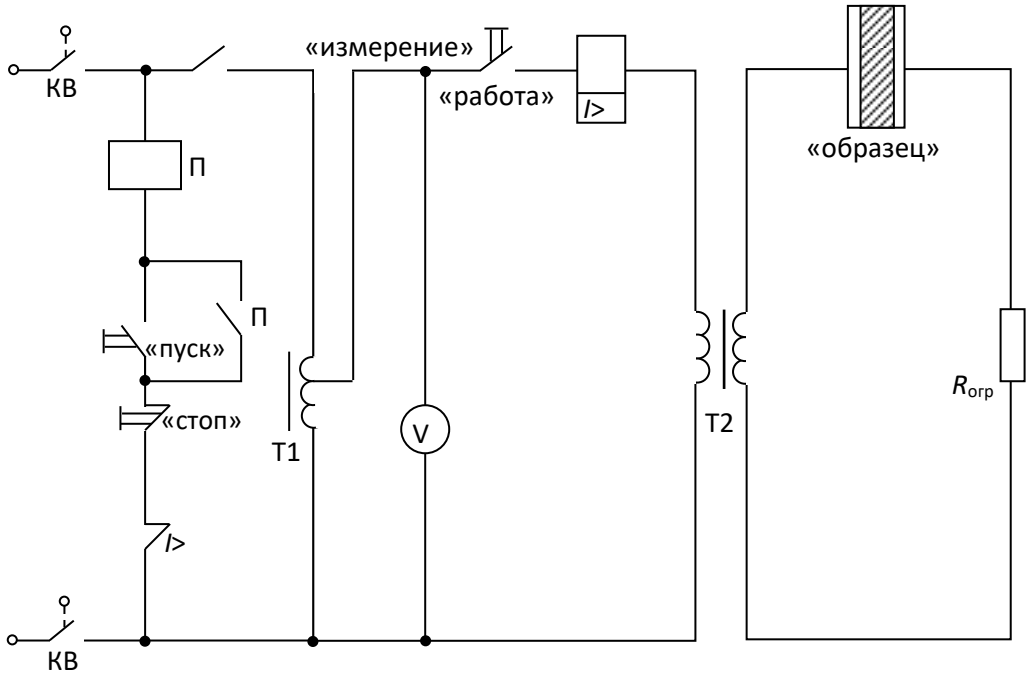


Рис. 2.6. Принципиальная электрическая схема установки

В состав установки входят:

– линейный автотрансформатор Т1, предназначенный для регулирования напряжения, подаваемого на испытательный образец;

– высоковольтный трансформатор Т2 с максимальным напряжением вторичной обмотки U_{2max}=10 кВ и коэффициентом K=10;
– сопротивление $R_{огр}$, предназначенное для ограничения тока в обмотке высокого напряжения при возникновении пробоя образца;
– электромагнитный пускатель: кнопки «пуск» и «стоп»;
– сигнальная лампа «напряжение подано»;
– переключатель режима работы установки «работа – измерение»;
– многопредельный вольтметр.

В нижней части лабораторной установки находится высоковольтный трансформатор и токоограничивающее сопротивление. Эта часть установки закрыта металлическим заземленным экраном, исключающим возможность попадания работающего на установке под высокое напряжение.

На верхней, горизонтально расположенной части установки находятся линейный автотрансформатор, вольтметр, переключатель режима работы и высоковольтная камера со сменными электродами.

Принцип действия лабораторной установки заключается в следующем. При закрытой дверце высоковольтной камеры контакты концевых выключателей КВ замкнуты и электрическая цепь установки подготовлена к работе.

При нажатии кнопки «пуск», расположенной в левом верхнем углу стенда, срабатывает электромагнитный пускатель П и через его замкнутые контакты напряжение подается на автотрансформатор Т1. Одновременно в камере высокого напряжения загорается сигнальная лампа «напряжение подано». Вторая пара контактов пускателя блокирует кнопку «пуск». Напряжение с выхода автотрансформатора поступает на обмотку низкого напряжения высоковольтного трансформатора, если переключатель режима работы установлен в положении «работа». Это напряжение измеряется многопредельным вольтметром переменного тока. На обмотке высокого напряжения трансформатора создается напряжение, значение которого может быть вычислено по формуле

$$U_2 = K \cdot U_1 . \qquad (2.9)$$

Когда напряжение U_2 достигает значения, равного напряжению пробоя $U_{пр}$, происходит пробой образца, и в цепи вторичной обмотки возрастает ток, амплитуда которого ограничивается сопротивлением $R_{огр}$. Возрастание тока вторичной обмотки вызывает соответствующее увеличение тока первичной обмотки трансформатора, в результате которого срабатывает реле максимального тока I>. Контакты этого реле размыкаются, разрывая цепь питания обмотки электромагнитного пускателя. Контакты пускателя размыкаются и отключают стенд от сети.

Обычно пробой образца происходит внезапно, что затрудняет отсчет по вольтметру напряжения, при котором произошел пробой. Поэтому для облегчения отсчета напряжения пробоя предусмотрена возможность работы установки в режиме «измерение». Для перевода установки в этот режим переключатель режима работы устанавливается в положение «измерение». В этом режиме высоковольтный трансформатор отключается от выхода автотрансформатора. Если положение рукояти автотрансформатора, регулирующей его выходное напряжение, сохранить таким же, как и в момент пробоя, то после нажатия на кнопку «пуск» вольтметр покажет то же напряжение, что было установлено при пробое.

2.8.2. Методика экспериментального определения пробивного напряжения и электрической прочности твердых диэлектриков при электрическом пробое

1. Перед началом эксперимента необходимо проверить правильность подключения элементов установки (рис. 2.7), предварительно установив рукоятку автотрансформатора в нулевое положение и открыв дверку камеры высокого напряжения. Лампа «напряжение подано» не должна гореть.

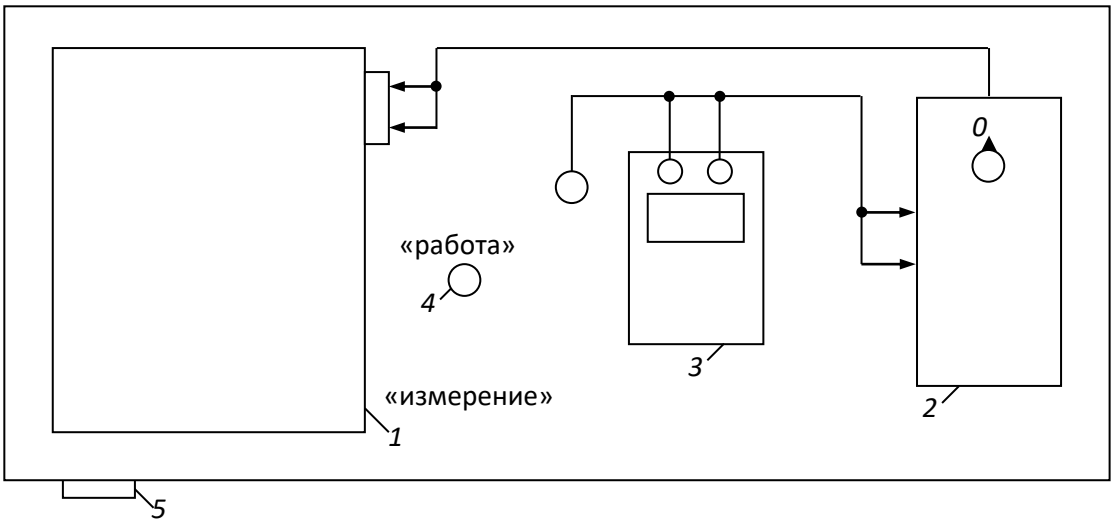


Рис. 7. Схема соединения элементов лабораторной установки:
1 – высоковольтная камера; 2 – линейный автотрансформатор; 3 – вольтметр; 4 – переключатель режима работы установки; 5 – кнопки «пуск» и «стоп»

2. Установить по указанию преподавателя сменные электроды.

3. Измерить микрометром толщину испытываемого образца диэлектрика. Рекомендуется начинать эксперимент с образца наибольшей величины. Данные измерений записать в таблицу 2.1.

Таблица 2.1

Экспериментальное определение напряжение пробоя и электрической прочности твердых диэлектриков при электрическом пробое

№ п/п	h, мм	U_1,В	$U_{пр}$, кВ	$E_{пр}$, кВ/мм	Конфигурация электродов

Примечание: высота столбцов таблицы должна быть рассчитана для записи результатов пробоя 7 – 8 образцов.

4. Разместить образец между электродами в высоковольтной камере. Для этого необходимо отвернуть стопорный винт верхнего электрода до тех пор, пока последний не начнет свободно перемещаться. Поднять верхний электрод и поместить образец в образовавшийся зазор. Опустить верхний электрод на образец и повернуть стопорный винт в обратном направлении до упора.

5. Закрыть крышку камеры высокого напряжения.

6. Установить переключатель режима работы в положение «работа».

7. Нажать кнопку «пуск». При этом загорается лампа «напряжение подано».

8. Плавно вращая рукоятку автотрансформатора, увеличивать напряжение, подаваемое на образец, до тех пор, пока не произойдет автоматическое отключение напряжения, свидетельствующее о пробое образца. Сигнальная лампа «напряжение подано» должна погаснуть.

9. Переключатель режима работы установить в положение «измерение».

10. Нажать на кнопку «пуск». Сигнальная лампа «напряжение подано» должна загореться.

11. По вольтметру отсчитать напряжение U_1, при котором произошел пробой диэлектрика и записать в табл. 2.1.

12. Нажать кнопку «стоп». Сигнальная лампа «напряжение подано» должна погаснуть.

13. Установить рукоятку линейного автотрансформатора в нулевое положение, открыть дверцу камеры высокого напряжения и убрать пробитый образец.

14. Рассчитать пробивное напряжение и электрическую прочность образца по формуле

$$U_{пр} = \frac{K \cdot U_1}{1000}; \qquad (2.10)$$

$$E_{пр} = \frac{U_{пр}}{h}, \qquad (2.11)$$

где U_1 – действующее значение выходного напряжения автотрансформатора, В; $U_{пр}$ – действующее значение напряжения пробоя образца, кВ; K=100 – коэффициент

трансформации высоковольтного трансформатора; $E_{пр}$ – электрическая прочность образца, кВ/мм.

Рассчитанные значения $U_{пр}$ и $E_{пр}$ записать в таблицу 2.1.

2.8.3. Методика экспериментального определения электрической прочности твердых диэлектриков при электротепловом пробое

1. Электротепловой пробой производится на образцах диэлектриков, аналогичных по химическому составу и геометрическим размерам образцам, использованным при электрическом пробое. Количество испытываемых образцов и их толщины задаются преподавателем.

2. Перед началом испытаний необходимо рассчитать значения начального напряжения $U_{нач}$ и интервал, через который будет изменяться напряжение установки ΔU по следующим формулам:

$$U_{нач} = 0{,}6 \cdot U_{пр} \cdot 1000; \qquad (2.12)$$

$$\Delta U = 1000 \cdot U_{пр} \cdot \frac{(1-0{,}6)}{6 \div 7} = \frac{0{,}4}{6 \div 7} \cdot U_{пр} \cdot 1000, \qquad (2.13)$$

где $U_{пр}$ – пробивное напряжение образца, полученное при электрическом пробое, кВ; ΔU– интервал, через который изменяется напряжение, приложенное к образцу при электротепловом пробое, В.

3. Выполнить пункты 3 – 7 из 2.8.2. данных методических указаний.

4. Плавно вращая рукоятку автотрансформатора, установить напряжение, подаваемое на образец, равным ___.

5. Выдержать образец под действием напряжения$U_{нач}$ и в течение интервала времени, указанного преподавателем.

6. Вращая рукоятку автотрансформатора увеличить напряжение на образец на ΔU.

7. Выдержать образец под действием напряжения в течение указанного преподавателем интервала времени.

8. Повторить операции, перечисленные в пунктах 6 и 7, до тех пор пока не произойдет пробой образца.

9. Измерить пробивное напряжение в соответствии с пунктами 9 – 13 из методики 2.8.2.

10. Рассчитать пробивное напряжение и электрическую прочность образца при электротепловом пробое по формулам (2.10) и (2.11). Данные измерений и расчётов записываются в таблицу 2.2. Пример заполнения таблицы приведен ниже.

Таблица 2.2

Экспериментальное определение напряжение пробоя и электрической прочности твердых диэлектриков при электротепловом пробое

№ п/п	h, мм	$U_{нач}$, В	ΔU, В	U_1,В	$U_{пр}$, кВ	$E_{пр}$, кВ/мм	Конфигурация электродов

11. Построить зависимости $U_{пр}=f(h)$ при электротепловом и электрическом пробоях в одних осях координат.

12. Построить зависимости $E_{пр}=f(h)$ при электротепловом и электрическом пробоях твердого диэлектрика в одних осях координат.

2.8.4. Методика экспериментального определения электрической прочности воздуха

1. Установить электроды заданной преподавателем конфигурации в высоковольтной камере стенда.

2. Установить необходимую толщину воздушного зазора между электродами. Для этого отвернуть стопорный винт верхнего электрода и разместить калиброванные пластины между электродами. Опустить верхний электрод на поверхность пластин и зафиксировать его положение с помощью стопорного винта. Убрать калиброванные пластины из камеры.

3. Осуществить электрический пробой воздуха в соответствии с пунктами 5 – 14 из 2.8.2. данных методических указаний. Электрический пробой воздуха произвести для двух сочетаний электродов различной формы в соответствии с указаниями преподавателя.

4. Построить зависимости $U_{пр}=f(h)$ для обоих сочетаний электродов в одних осях координат.

5. Построить зависимости $E_{пр}=f(h)$ для обоих сочетаний электродов в одних осях координат.

2.9. Контрольные вопросы

1. С помощью каких показателей характеризуется способность диэлектрика противостоять электрическому пробою?
2. Какая из величин (пробивное напряжение или электрическая прочность) более точно оценивает способность различных диэлектриков противостоять электрическому пробою?
3. Чем объяснить, что электрическая прочность пористых твердых диэлектриков ниже прочности однородных по структуре строения твердых диэлектриков?
4. Какими процессами обуславливается развитие электрического пробоя в газообразных диэлектриках?
5. В чем разница между электротепловым и чисто электрическим пробоем диэлектриков?
6. Какое явление называется пробоем диэлектриков?
7. В каком из электрических полей (однородном или неоднородном) электрическая прочность диэлектриков выше? Чем это можно объяснить?
8. По каким причинам электрическая прочность диэлектриков при тепловом пробое меньше, чем при электрическом?

9. Зависит ли электрическая прочность воздуха от полярности электродов при следующих сочетаниях электродов: игла – плоскость, игла – полусфера? Ответ аргументируйте.
10. Чем объяснить, что электрическая прочность воздуха при сочетании электродов игла плоскость или игла полусфера уменьшается в большем диапазоне, чем его прочность при сочетании электродов плоскость – плоскость, полусфера – полусфера, с ростом толщины воздушного зазора?
11. Чем объяснить, что электрическая прочность диэлектриков уменьшается с ростом толщины?
12. При каких условиях в твердых диэлектриках может произойти электротепловой пробой?
13. Почему необходимо учитывать процесс старения электрической изоляции при определении рабочего напряжения различных электрических машин?
14. Как изменяется электрическая прочность газообразных диэлектриков с ростом давления и почему?
15. Влияет ли температура на электрическую прочность диэлектриков? Ответ аргументируйте.

Часть 3
МАГНИТНЫЕ МАТЕРИАЛЫ

3.1. Основные характеристики магнитных веществ

Магнитное состояние вещества оценивается намагниченностью. Намагниченностью называется сумма элементарных магнитных моментов в единице объема вещества

$$M = \frac{\sum_{i=1}^{n} m_i}{V}, \qquad (3.1)$$

где m_i – элементарный магнитный момент (спин электрона); V – объем образца.

Значение намагниченности зависит от напряженности магнитного поля H и связано с последней в соответствии с уравнением:

$$M = \chi \cdot H$$

где χ – магнитная восприимчивость вещества.

В системе СИ магнитная восприимчивость является безразмерной величиной.

Под воздействием напряженности магнитного поля в веществе создается магнитная индукция, зависимость которой от напряженности поля и намагниченности материала описывается уравнением

$$B = \mu_0 (H + \chi \cdot H), \qquad (3.2)$$

где μ_0=1,256·10^{-6} – магнитная постоянная вакуума, Гн/м.

В системе СИ индукция измеряется в теслах (Тл), а в ситстеме СГС – в гауссах (ГС).

Связь между индукцией и напряженностью магнитного поля может быть также описана следующим уравнением:

$$B = \mu_a \cdot H = \mu_0 \cdot \mu_r \cdot H, \qquad (3.3)$$

где μ_a – абсолютная магнитная проницаемость; μ_r – относительная магнитная проницаемость.

Абсолютная магнитная проницаемость имеет ту же размеренность, что и магнитная постоянная вакуума, а относительная магнитная проницаемость является безразмерной величиной.

Абсолютная и относительная магнитная проницаемости связаны между собой соотношением

$$\mu_a = \mu_0 \cdot \mu_r. \qquad (3.4)$$

Если учесть, что

$$\mu_a = \frac{B}{H},$$

а (3.5)

$$\mu_r = \frac{B}{H \cdot \mu_0},$$

становится ясным физический смысл относительной магнитной проницаемости. Она показывает, во сколько раз магнитная индукция в веществе больше, чем индукция в вакууме под воздействием намагничивающих полей одинаковой напряженности.

3.2. Физическая природа магнетизма

Известно, что элементарный замкнутый круговой электрический ток *i* создает магнитное поле, основной характеристикой которого является магнитный элемент

$$\underline{m} = i \cdot \underline{S},$$

где $\underline{S}$ – векторная величина площади, охватываемой током.

На уровне атома можно условно выделить три основные формы движения электрических зарядов, создающих элементарные магнитные моменты:

- движение электронов по круговой орбите вокруг ядра;
- вращение электронов вокруг собственной оси;
- вращение протонов ядра атома.

Наибольший магнитный момент создается за счет вращения электрона вокруг собственной оси. Этот магнитный момент получил название – спин электрона. Спины электронов могут принимать только вполне определенные дискретные значения, кратные постоянной Планка. Минимальное значение спина электрона превышает магнитный момент, создаваемый протоном, примерно в 650 раз.

Но не все электроны, создающие электронные оболочки атома, участвуют в создании магнитного момента атома. Рассмотрим, как создается результирующий магнитный момент атома вещества. Электроны в атомах вещества занимают различные энергетические уровни, которые принято изображать в виде ряда электронных оболочек. Количество оболочек в атоме химического элемента определяется номером периода таблицы Менделеева, в котором расположен данный элемент. Каждая из электронных оболочек состоит из ряда подоболочек, число которых колеблется от 1 до 4. Номер электронной оболочки индексируется цифрами от 1 до 7, а номер подоболочки буквами *S, p, d, f*. Пример обозначения оболочек и подоболочек приведен на рис. 3.1.

В подоболочках с индексом *S* могут находиться максимально 2, в подоболочках*p* – 6, в подоболочках *d* – 10 и в подоболочках *f* – 14 электронов.

Заполнение электронами оболочек и подоболочек у подавляющего большинства элементов подчиняются следующему правилу.

Прежде всего заполняются наиболее близко расположенные к ядру атома оболочки и подоболочки. Заполнение последующих электронных подоболочек начинается после того, как полностью заполнена предыдущая.

В полностью заполненных подоболочках половина количества электронов, заполнивших электронную подоболочку, вращаются в одном направлении, создавая спиновые моменты, направление которых условно принимается за *положительное*.

Другая половина электронов данной подоболочки вращается в противоположном направлении, создавая спиновые моменты, направление которых принимается за *отрицательное*.

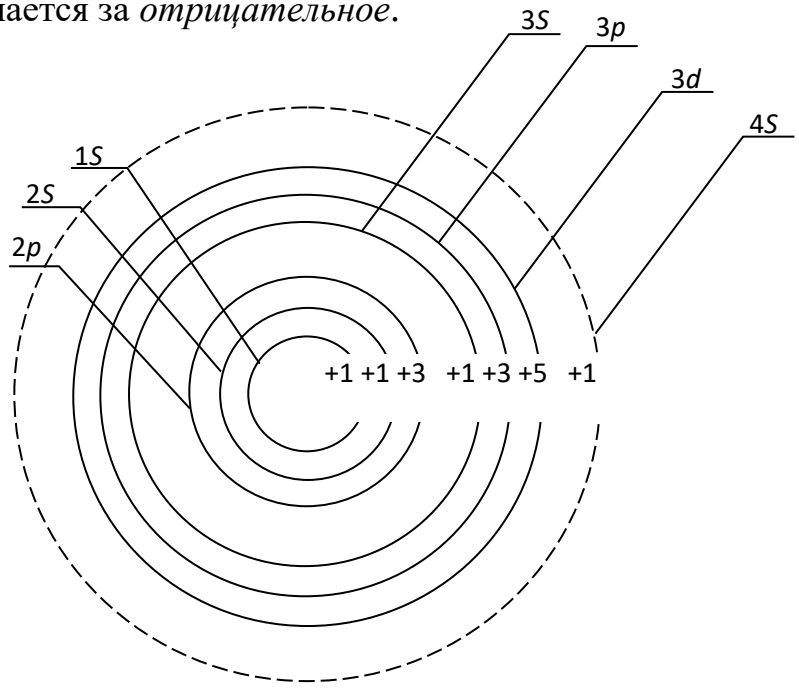


Рис. 3.1. Распределение электронов по оболочкам и подоболочкам в атоме железа

Так как количество положительных и отрицательных спинов в полностью заполненной электронной подоболочке одинаково, то они взаимокомпенсируются.

Следовательно, атомы элементов, электронные оболочки и подоболочки которых полностью заполнены электронами, не имеют собственных магнитных моментов, а сами вещества слабо намагничиваются в магнитном поле.

Но у ряда химических элементов такой порядок заполнения электронами оболочек и подоболочек нарушается.

Как видно из рис. 3.1, у атома железа не заполнена полностью подоболочка 3*d*, на которой находится всего 6 электронов вместо 10, а уже заполнена следующая, валентная для железа, подоболочка 4*S*.

Пять из шести электронов подоболочки 3*d* вращаются в одном направлении, создавая положительные спины электронов. Шестой электрон вращается в направлении обратном, создавая противоположно направленный спин – отрицательный.

Таким образом в подоболочке 3*d* атома железа существует 4 нескомпенсированных спинов электронов, которые, суммируясь, вызывают появление магнитного момента у атома.

Наличие нескомпенсированных спинов электронов в различных подоболочках наблюдается и у атомов ряда других элементов: кобальта, никеля, марганца и др.

Электроны, находящиеся в наружной валентной подоболочке, служить источником магнитных моментов не могут, т. к. при образовании молекул и кристаллов их магнитные моменты компенсируются спинами валентных электронов соседних атомов.

Учитывая вышеизложенное, можно сформулировать первое условие возникновения ферромагнетизма у веществ.

Для того чтобы вещество хорошо намагничивалось и в нем создавалась большая магнитная индукция, необходимо, чтобы у атомов этого вещества существовали нескомпенсированные спины электронов в подоболочках, предшествующих валентной.

Однако выполнения только одного этого условия недостаточно для того, чтобы вещество являлось ферромагнетиком. Связано это с тем, что в любом объеме вещества, с которым приходится иметь дело на практике, содержится большое количество атомов. Электроны атомов образуют многоэлектронный коллектив.

Между атомами происходит постоянный обмен электронами. При обмене между электронами соседних атомов возникает сильное электростатическое взаимодействие. Данное взаимодействие получило название «обменного», а энергия этого взаимодействия называется «обменной энергией».

Такое электростатическое взаимодействие электронов соседних атомов способно ориентировать нескомпенсированные спины электронов определенным образом. Направление ориентации спинов электронов соседних атомов определяется значением обменной энергии.

График зависимости обменной энергии от отношения *K* приведен на рис. 3.2.

Известно, что обменная энергия зависит от отношения

$$k = \frac{a}{r},$$

где a– расстояние между центрами соседних атомов; r – радиус электронной подоболочки с некомпенсированными спинами электронов.

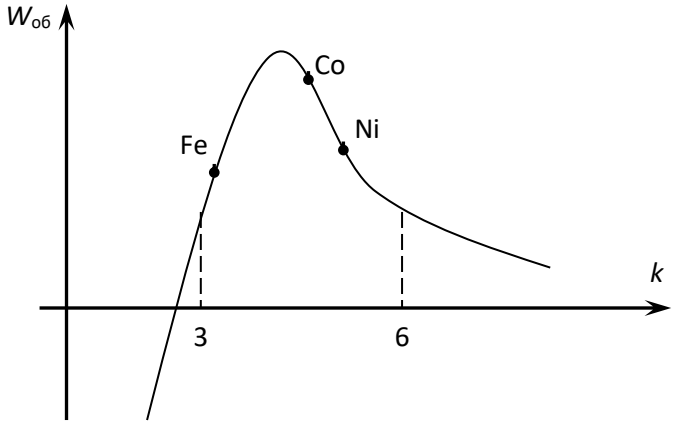


Рис. 2.2. Зависимость «обменной» энергии от геометрических размеров кристаллической решетки вещества

При k> 3 обменная энергия положительна, но настолько мала, что спины электронов соседних атомов ориентируются хаотично, вещества с такой ориентацией спинов намагничиваются слабо и относятся к классу парамагнетиков. С уменьшением kзначение обменной энергии возрастает, что заставляет спиновые моменты соседних атомов ориентироваться параллельно друг другу. Это приводит к тому, что спиновые моменты атомов складываются и возникает самопроизвольное намагниченное состояние вещества. При k = 3,5 обменная энергия достигает максимума и при дальнейшем сближении атомов начинает убывать. Когда k< 3, обменная энергия становится отрицательной. При отрицательной обменной энергии энергетически выгодным становится взаимопротивоголожная ориентация спинов электронов соседних атомов, приводящая к их взаимной компенсации. Вещества с отрицательной обменной энергией называются антиферромагнетиками.

Таким образом, второе условие возникновения ферромагнетизма в веществе заключается в том, что оно должно обладать достаточно большей положительной обменной энергией, т. е. отношение kдолжно находиться в диапазоне 3 <k< 6.

При выполнении обоих условий в веществе возникает внутреннее магнитное поле, характеризуемое намагниченностью М, определяемой в соответствии с уравнением (3.1).

3.3. Классификация веществ по магнитным свойствам

В 3.2. показано, что магнитные свойства веществ зависят от наличия или отсутствия нескомпенсированных спиновых моментов в электронных подоболочках атомов и от длины междуатомных расстояний между соседними атомами (отношение *k*).

По способности намагничиваться под воздействием магнитного поля все вещества подразделяются на следующие большие группы: диамагнетики, парамагнетики, магнетики.

Магнетики, в свою очередь, подразделяются на ферромагнетики, ферримагнетики и антиферромагнетики. Краткая характеристика каждой из групп материалов приведена в табл. 3.1.

Таблица 3.1.

Классификация веществ по магнитным свойствам

Группа	Ориентация спиновых электронов соседних атомов	Краткая характеристика свойств
Диамагнетики	нескопенсированные спины электронов, отсутствуют	при отсутствии намагничивающего поля (H=0), намагниченность M=0. При $H\neq0$ появляются индуктированные магнитные моменты и $M\neq0$. Отсюда $\chi=-10^{-6}$, а $\mu_r<1$. Магнитная проницаемость μ_r не зависит от напряженности поля
Парамагнетики	ориентация спиновых моментов соседних атомов хаотичная	при H=0, у атомов существуют собственные магнитные моменты m, но намагниченность M=0, из-за хаотической оринетации спиновых моментов, $10^{-6}<\chi<10^{-3}$. Магнитная проницаемость $\mu_r>1$, но не значительно и не зависит от напряженности магнитного поля

Продолжение табл. 3.1

Группа	Ориентация спиновых электронов соседних атомов	Краткая характеристика свойств
Ферромагнетики	ориентация спиновых моментов паралельная	при H=0, у атомов существуют собственные магнитные моменты m, возникают области с самопроизвольной намагниченностью ($M\neq0$). Но в целом намагниченность всего атома вещества равна 0. $X=10^5\ldots10^7$. Магнитная проницаемость $\mu_r>>1$ и ее значение зависит от напряженности магнитного поля
Ферримагнетики (ферриты)	антипаралельная ориентация магнитных моментов разного	материалы, получаемые спеканием оксидов железа, никеля, цинка,

	значения	марганца и других металлов, являются нескомпенсированными антиферомагнетиками. При H=0 существуют области самопроизвольного намагничивания с $M \neq 0$. В целом вещество остается ненамагниченным. Магнитная проницаемость $\mu_r >> 1$ и зависит от напряженности поля
Антиферомагнетики	антипаралельная ориентация спиновых моментов соседних атомов	атомы имеют собственные магнитные моменты, одинаковые по значению и противоположно направленные. При H=0, намагниченность M=0, т. к. эти вещества обладают отрицательной обменной энергией. Легированием других веществ могут быть превращены в ферримагнетики.

Из таблицы видно, что наиболее высокими свойствами обладают ферромагнетики и ферримагнетики, в которых можно создавать значительно большие магнитные индукции, чем в других материалах, из-за наличия у них самопроизвольной намагниченности.

3.4. Строение ферромагнетиков

Все процессы намагничивания и перемагничивания обусловлены магнитным взаимодействием атомов. Это взаимодействие приводит к тому, что при отсутствии внешнего магнитного поля ферромагнитные тела разбиваются на области с самопроизвольным намагничиванием, называемые *доменами*.

Объем домена колеблется в пределах $10^{-1} \div 10^{-6}$ см^3. Каждый из доменов намагничен до насыщения в направлении, отличном от направления намагниченности соседних доменов. Насыщенное магнитное состояние домена оценивается намагниченностью насыщения M_S, которая определяется из следующего уравнения:

$$M_S = \lim_{V \to 0} \left(\sum_{i=1}^{n} \frac{m_i}{V} \right). \qquad (3.6)$$

Направление намагниченности каждого из доменов устанавливается таким, чтобы магнитные моменты их взаимокомпенсировались, и намагниченность ферромагнетика в целом равнялась нулю при отсутствии внешнего намагничивающего поля.

Рассмотрим подробнее, почему это происходит. Допустим, что ферромагнетик имеет однодоменную структуру, при которой магнитные моменты атомов ориентированы параллельно.

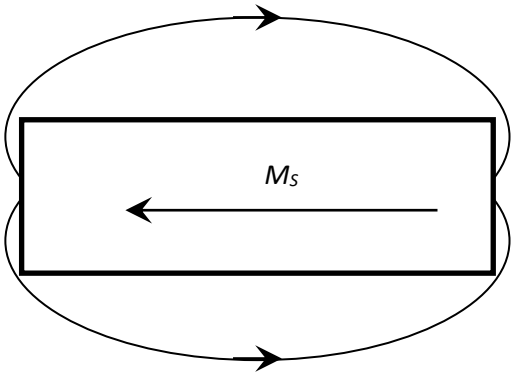


Рис. 3.3. Однодоменная структура строения ферромагнетика

При такой структуре строения (рис. 3.3.) силовые линии магнитного поля замыкаются через окружающее образец воздушное пространство, и, следовательно, в нем возникает размагничивающее поле напряженностью:

$$H_p = -N \cdot M_S, \qquad (3.7)$$

где N– коэффициент размагничивания, значение которого зависит от структуры строения, ферромагнетика (числа доменов).

В отсутствие внешнего магнитного поля свободная магнитостатическая энергия образца в собственном размагничивающем поле зависит от коэффициента размагничивания и может быть определена из уравнения

$$W_{\text{ст}} = -0{,}5N \cdot H_p \cdot M_S = 0{,}5N \cdot M_S^2. \qquad (3.8)$$

Так как коэффициент размагничивания имеет наибольшее значение при однодоменной структуре строения, то и свободная магнитостатическая энергия максимальна именно при такой структуре строения.

Известно, что при отсутствии внешних источников энергии вещество стремится приобрести такую структуру строения, при которой его собственная энергия была бы минимальна. С этой точки зрения однодоменная структура строения для ферромагнетика является энергетически невыгодной, так как в этом случае он обладает максимальной свободной магнитостатической энергией.

Стремясь уменьшить значение магнитостатической энергии, ферромагнетик начинает самопроизвольно делиться на области со спонтанным намагничиванием.

Энергетически более выгодными являются структуры с двумя и четырьмя доменами, рис. 3.4.

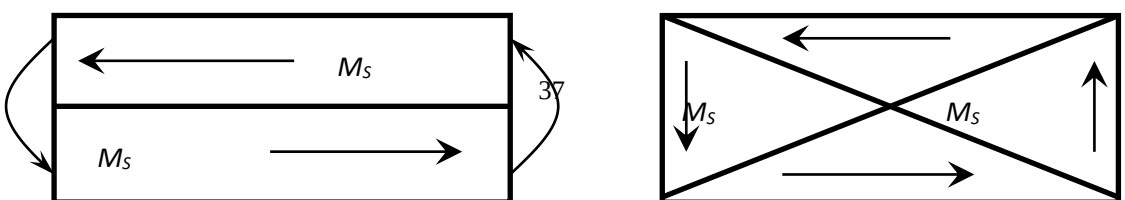


Рис. 3.4. Двухдоменная и четырехдоменная структура строения ферромагнетика

При двухдоменной структуре коэффициент размагничивания и, следовательно, свободная магнитостатическая энергия приблизительно в два раза меньше, чем при однодоменной.

Энергетически еще более выгодной является структура с четырьмя доменами. При самопроизвольном разбиении образца на 4 домена в каждом из них устанавливаются такие направления спонтанной намагниченности, при которых магнитный поток замыкается внутри образца и размагничивающее поле отсутствует, $H_p = 0$.

При переходе от домена к домену направление намагниченности изменяется плавно в пределах слоя, расположенного между соседними доменами. Этот слой получил название стенки, или границы (рис. 3.5).

В пределах границы происходит постепенный поворот спинов от одного направления намагниченности к другому. Толщина стенок соответствует определенному значению общей свободной энергии стенки, которая складывается из обменной энергии, магнитоупругой энергии и энергии магнитной анизотропии.

Спонтанное деление образца ферромагнетика на домены приводит к уменьшению свободной магнитостатической энергииобразца. Но одновременно возрастает количество стенок между доменами, что приводит к увеличению свободной энергии, равной сумме свободных энергий всех стенок.

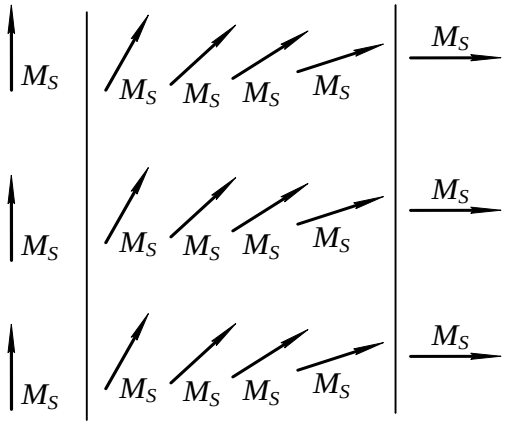


Рис. 3.5. Схема поворота спинов атома в пределах границы домена

Деление ферромагнетика на домены будет продолжаться до тех пор, пока затраты энергии на создание нового домена, равные свободной энергии стенки,

не сравняются с уменьшением магнитостатической энергии. Дальнейшее деление ферромагнетика на домены становится энергетически невыгодным.

Доменная структура строения ферромагнетика сохраняется только до определенной температуры, называемой температурой Кюри, или точкой Кюри.

Точка Кюри соответствует равенству кинетической энергии теплового движения и обменной энергии. Поэтому у разных ферромагнетиков точка Кюри различна. Так, у железа она равна 770 °С, у никеля – 358 °С, у кобальта – 1127 °С.

При температуре выше, чем точка Кюри, кинетическая энергия теплового движения становится достаточной для преодоления ориентирующего действия обменной энергии, и состояние самопроизвольной намагниченности доменов нарушается. Ферромагнетик превращается в парамагнетик.

3.5. Явления магнитной анизотропии и магнитострикции

Практически все ферромагнетики состоят из большого числа кристаллов. Кристаллы различных материалов имеют разные пространственные кристаллические решетки, в узлах которых находятся атомы вещества. Так, кристалл железа представляет собой куб, в вершинах и в центре которого располагаются атомы железа (рис. 3.6, *а*).

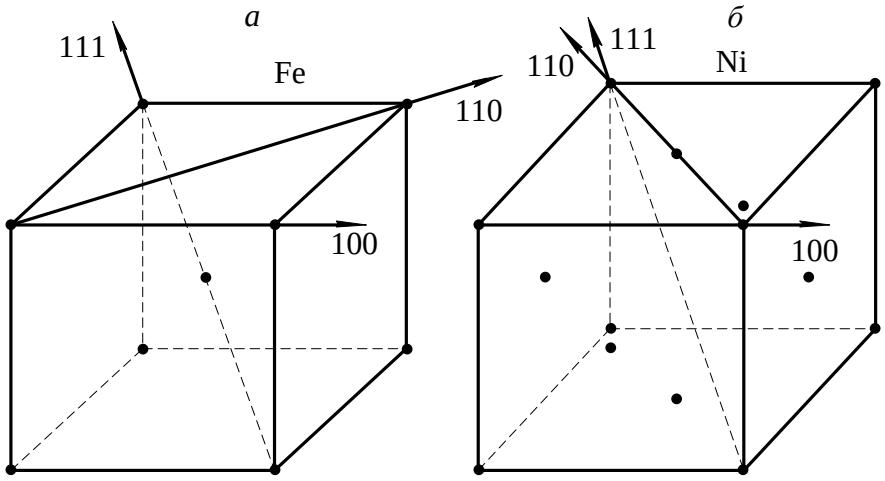


Рис. 3.6. Основные кристаллографические направления железа и никеля

В кристаллах железа различают три основные кристаллографических направления:

- 100 – направление по ребру куба;
- 110 – направление по диагонали грани куба;
- 111 – направление по диагонали грани самого куба.

Если ферромагнетик намагничивать по различным кристаллографическим направлениям, то состояние насыщения будет достигаться при разных значениях напряженности магнитного поля.

Состояние магнитного насыщения железа достигается при наименьшей напряженности намагничивающего поля, если намагничивание производится по направлению 100, т. е. по ребру куба. И наоборот, насыщение железа происходит при максимальной напряженности намагничивающего поля, если намагничивание производится по кристаллографической оси 111.

Направление 100 называется *осью легкого намагничивания*, направление 111 – *осью трудного намагничивания*.

Если железо намагничивать по кристаллографическому направлению 110, то насыщение материала достигается при меньшей напряженности намагничивающего поля, чем при намагничивании по оси 111 и большей, чем при намагничивании по кристаллографическому направлению 100. Кристаллографическое направление 110 называется *осью среднего намагничивания*. Кривые намагничивания для разных направлений железа приведены на рисунке 3.7.

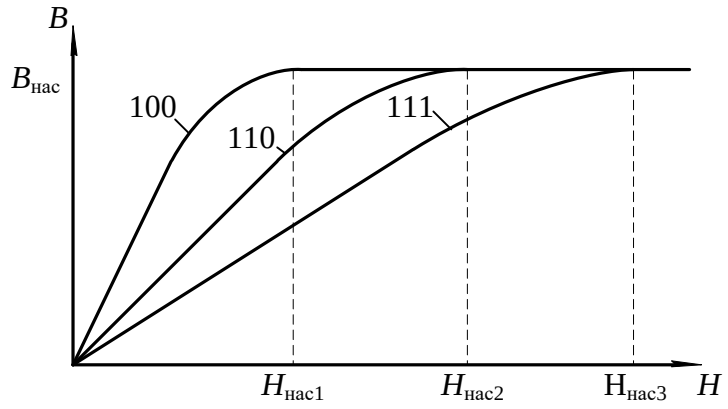


Рис. 3.7. Кривые намагничивания для разных направлений железа

В отличие от железа, у кристалла никеля атомы располагаются в вершинах и в центрах каждой грани куба. Такое расположение атомов в кристалле никеля приводит к изменению осей легкого и трудного намагничивания. У никеля осью легкого намагничивания является направление 111, а осью трудного намагничивания – кристаллографическое направление 100 (рис. 3.6, *б*). Направление среднего намагничивания у никеля остается таким же, что и у железа –110.

Различие магнитных свойств у ферромагнетиков при намагничивании по различным кристаллографическим направлениям называется *магнитной анизотропией*.

Явление магнитной анизотропии учитывается при изготовлении холоднокатаных анизотропных текстурованных электротехнических сталей. У таких сталей оси легкого намагничивания всех кристаллов совпадают с направлением прокатки. Применение анизотропных холоднокатаных сталей позволяет уменьшить вес электрических машин примерно на одну треть, по

сравнению с электрическими машинами такой же мощности, в которых используется изотропная горячекатаная сталь.

Намагничивание ферромагнетиков сопровождается изменением линейных размеров образца за счет магнитного взаимодействия электронов, вызывающего измененииерасстояний и деформацию кристаллической решетки. Это явление называется *магнитострикцией*. Относительное изменение линейных размеров ферромагнетика при намагничивании оценивается коэффициентом магнитострикции:

$$\lambda = \pm \frac{\Delta l}{l},$$

где Δl– удлинение образца ферромагнетика при намагничивании; l – исходная длина образца до намагничивания.

Значение и знак коэффициента магнитострикции зависят от направления намагничивания и вида ферромагнетика.

Так, при намагничивании кристалла железа по оси легкого намагничивания происходит его удлинение вдоль этой оси и, следовательно, коэффициент магнитострикции является положительным.

Если же железо намагничивать по оси трудного намагничивания, то происходит укорочение образца вдоль данной оси, т. е. коэффициент магнитострикции отрицателен.

В отличие от железа, у кристаллов никеля коэффициент магнитострикции отрицателен при намагничивании по оси легкого намагничивания 111, и положителен, если намагничивать кристалл по оси трудного намагничивания.

Удлинение или сжатие ферромагнетика в направлении намагничивающего поля сопровождается сжатием или удлинением, соответственно, в поперечном направлении.

Явление магнитострикции обнаруживается и во влиянии внешних механических воздействий на магнитные свойства ферромагнетиков.

Растяжение ферромагнетика внешними механическими силами вызывает облегчение, а сжатие – затруднение процесса намагничивания, если у ферромагнетика положительный коэффициент магнитострикции. Для материалов с отрицательным коэффициентом магнитострикции сжатие приводит к облегчению, а растяжение – к затруднению процесса намагничивания. Явление магнитострикции широко используется в технике. Например, в области ультразвуковой локации магнитострикционные материалы широко используются как источники ультразвука.

Явление магнитострикции, свойственное магнитным материалам, приводит к тому, что линейные размеры магнитопроводов машин переменного тока колеблются с частотой, равной частоте переменного магнитного поля. Это

приводит к возникновению дополнительных механических напряжений в местах крепления магнитопровода к корпусу электрической машины и появлению шума, что является нежелательным.

3.6. Намагничивание ферромагнетика

Если размагниченный ферромагнетик поместить в магнитное поле, то под воздействием напряженности поля начинается перераспределение магнитных моментов доменов, в результате которого появляется намагниченность ферромагнетика в направлении напряженности намагничивающегося поля.

Внутри ферромагнетика создается магнитная индукция, значение которой определяется намагниченностью ферромагнетика и напряженностью *H*намагничивающего поля:

$$B = \mu_0(H + M). \qquad (3.9)$$

В ферромагнетиках внутренняя намагниченность значительно больше напряженности намагничивающего поля (*H*>*M*). В связи с этим значение магнитной индукции, в основном, определяется внутренней намагниченностью ферромагнетика, ане напряженностью внешнего поля.

Рассмотрим подробнее процесс намагничивания ферромагнетика. На рис. 3.8. приведена основная кривая намагничивания .

Выделим на этой кривой участки, в пределах которых возрастание магнитной индукции обусловливается различными процессами.

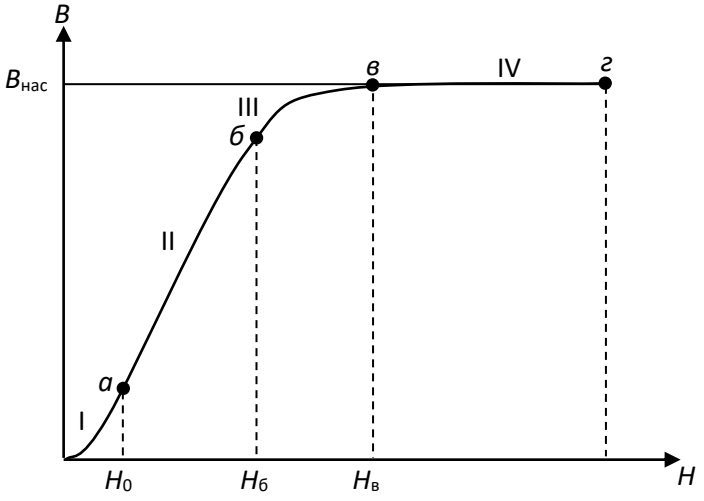


Рис. 3.8. Основная кривая намагничивания ферромагнетика

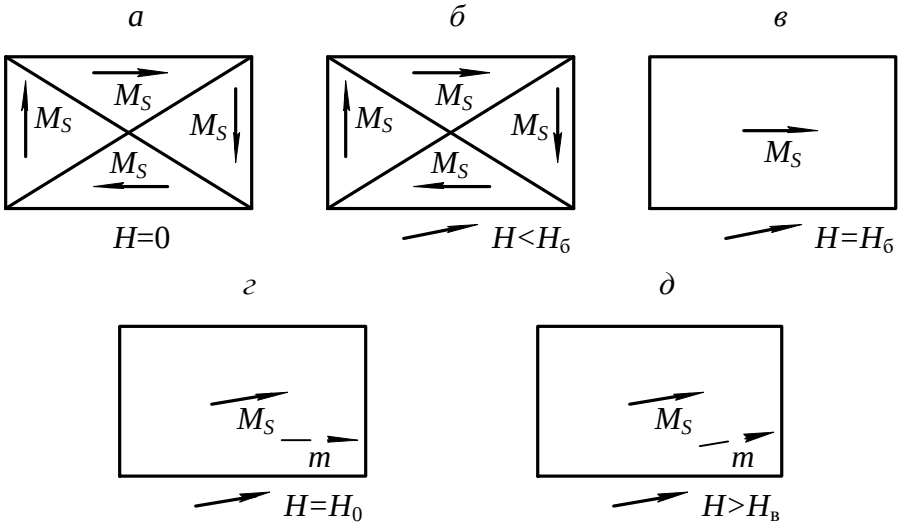


Рис. 3.9. Схема намагничивания ферромагнетика

Из параграфа 3.4. известно, что размагниченный образец ферромагнитного материала при отсутствии магнитного поля (H = 0) самопроизвольно разбивается на домены, направление намагниченности каждого из которых такое, что суммарная намагниченность образца в целом равна 0 (рис. 3.9, *а*).

Намагничиваем образец, плавно увеличивая напряженность магнитного поля. В диапазоне изменения напряженности Hот 0 до $H_а$ происходит рост объема (смещение границ) тех доменов, у которых направление собственной намагниченности наиболее близко к направлению напряженности внешнего намагничивающего поля (рис. 3.9, *б*). Процесс роста домена в этом диапазоне осуществляется вполне упруго и без потерь энергии. Если напряженность поля опять уменьшить до 0, то ферромагнетик вернется в исходное размагниченное состояние (см. рис. 3.9, *а*).

При возрастании напряженности в диапазоне $H_а< H < H_б$магнитная индукция за счет продолжающегося смягчения границ доменов с наименьшим углом между собственностью и напряженностью намагничивающегося поля (рис. 3.9, *б*). Только этот процесс приобретает необратимый характер и связан с потерями энергии. Необратимость процесса на участке IIкривой намагничивания (см. рис. 3.8) обусловлена тем, что неоднородные внутренние напряжения, инородные включения, пустоты идефекты, всегда имеющиеся в материале, препятствуют смещению границ доменов. Наличие препятствий приводит к тому, что при плавном повышении напряженности поля индукция в ферромагнетике изменяется скачкообразно. Скачкообразное изменение индукции вызывает появление микроскопических вихревых токов, при

протекании которых происходит нагрев образца, т.е. в материале возникают потери энергии на намагничивание.

Чтобы размагнитить образец после того, как напряженность поля возросла до $H > H_а$,необходимо изменить направление напряженности поля на обратное и опять затратить энергию. Когда напряженность поля $H = H_б$, ферромагнетик приобретает однодоменную структуру строения (рис. 3.9, *в*),но направление намагниченности отлично от направления напряженности намагничивающегося поля.

Дальнейшее повышение напряженности поля вызывает рост магнитной индукции в образце за счет процесса ориентации магнитных моментов в направлении поля (поворот моментов). Когда направление магнитных моментов домена совпадает с направлением напряженности намагничивающего поля, рост магнитной индукции практически прекратится с ростом напряженности поля (рис. 3.9, *г*).

Такое состояние ферромагнетика называется техническим насыщением. Напряженность поля в точке «в» кривой намагничивания обозначается H_Sи называется *напряженностью насыщения*.

С дальнейшим ростом напряженности поля ($H > H_в$) наблюдается медленное и весьма незначительное повышение намагниченности за счет парапроцесса, заключающегося в дополнительной ориентации спиновых моментов электронов, направление которых отлично от направления поля из-за теплового движения частиц.

3.7. Свойства ферромагнитных материалов в квазипостоянных магнитных полях

Квазипостоянным магнитным полем называется такое переменное поле, напряженность которого изменяется с частотой, близкой к 0, и амплитудой, равной H_m .

Если предварительно размагниченный образец поместить в квазипостоянное магнитное поле, то при возрастании напряженности поля от 0 до + H_m индукция в образце увеличивается в соответствии с основной кривой намагничивания (участок *ОА*, рис. 3.10).

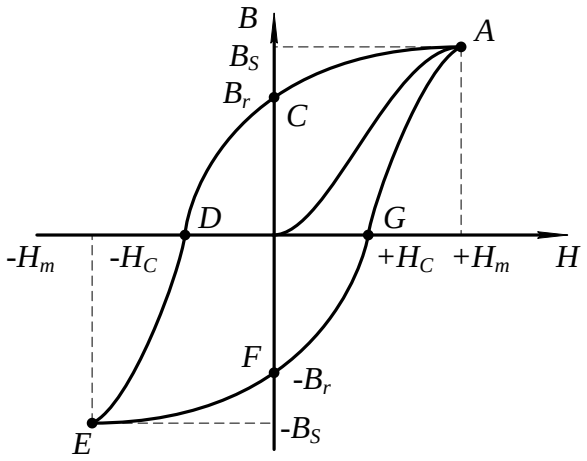


Рис. 3.10. Петля гистерезиса ферромагнетика

После того, как напряженность намагничивающего поля достигнет значения, равного амплитудному, она начинает уменьшаться до 0, вызывая снижение магнитной индукции за счет обратного поворота магнитного момента домена в направлении ближайшей оси легкого намагничивания. Когда напряженность поля станет равной 0, в ферромагнетике сохранится остаточная магнитная индукция B_r (участок *AC*, см. рис. 3.10). В дальнейшем напряженность намагничивающего поля изменяет свое направление на обратное и становится «отрицательной», вызывая дальнейшее уменьшение магнитной индукции (участок *CD*, см. рис. 3.10). На этом участке происходит необратимое разделение однодоменной структуры ферромагнетика на ряд доменов с различными направлениями собственных магнитных моментов. Когда напряженность поля *H*становится равной $-H_C$ (коэрцитивная сила), ферромагнетик приобретает структуру, аналогичную структуре строения до начала намагничивания, а индукция образца становится равной нулю (точка *D*, см. рис. 3.10).

На участке *DE* напряженность поля изменяется в пределах от $-H_C$ до $-H_m$. Магнитная индукция в образце возрастает за счет смещения границ доменов и последующей ориентации векторов намагниченности в направлении действия поля.

Достигнув амплитудного значения, напряженность магнитного поля начинает изменяться от $-H_m$ до 0.

Индукция в образце уменьшается до значения, равного остаточной магнитной индукции (участок *EF*) за счет процесса, аналогичного процессу размагничивания ферромагнетика на участке АС.

При изменении напряженности поля от 0 до $+H_C$ (участок *FG*) продолжается процесс размагничивания образца аналогично размагничиванию на участке *CD*. Когда $H = H_C$, индукция в образце равна 0.

Дальнейшее возрастание напряженности поля до амплитудного значения приводит к намагничиванию образца и возрастанию индукции.

Таким образом, зависимость магнитной индукции от напряженности квазипостоянного поля за полный цикл перемагничивания представляет петлю, называемую *петлей гистерезиса*.

Площадь петли гистерезиса пропорциональна потерям на гистерезис.

Если после каждого цикла перемагничивания увеличивать амплитуду напряженности квазипостоянного магнитного поля, то получится семейство петель гистерезиса. Причем большему значению амплитуды напряженности поля будет соответствовать петля с большей амплитудой магнитной индукции и площадью петли (рис. 3.11). Когда напряженность поля достигает значения, при котором наступает насыщение ферромагнетика, площадь петли гистерезиса максимальна. При дальнейшем возрастании амплитуды напряженности площадь петли остается постоянной, а в концах петли появляются прямолинейные участки со слабым возрастанием магнитной индукции.

Петля с наибольшей площадью называется *предельной петлей гистерезиса*.

По предельной петле гистерезиса определяются основные характеристики магнитных материалов, значения которых приводятся в справочниках; индукция технического насыщения, B_s; напряженность поля, при которой достигается насыщение ферромагнетика, H_s; остаточная индукция, B_r; коэрцитивная сила, H_c.

Если через вершины семейства петель гистерезиса провести линию, то полученная кривая $B_m = f(H_m)$ представляет собой основную кривую намагничивания.

По основной кривой намагничивания определяются абсолютная и относительная магнитные проницаемости:

$$\mu_a = \frac{B_m}{H_m}; \tag{3.10}$$

$$\mu_r = \frac{B_m}{(\mu_0 \cdot H_m)}, \tag{3.11}$$

где μ_a – абсолютная магнитная проницаемость.

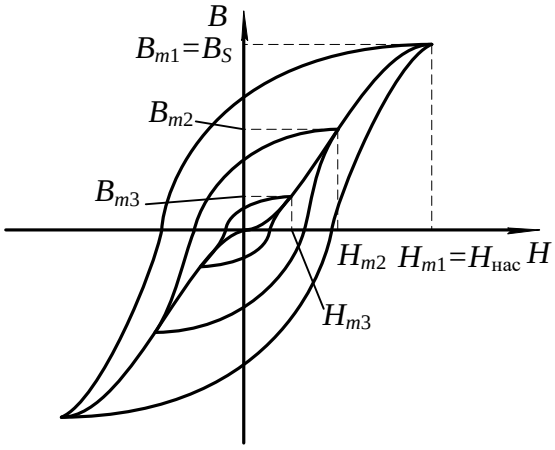


Рис. 3.11. Семейство петель гистерезиса

Определяя значение относительной магнитной проницаемости для каждого значения напряженности намагничивающего поля по основой кривой намагничивания, можно получить зависимость $\mu_r = f(H_m)$, (рис. 3.12).

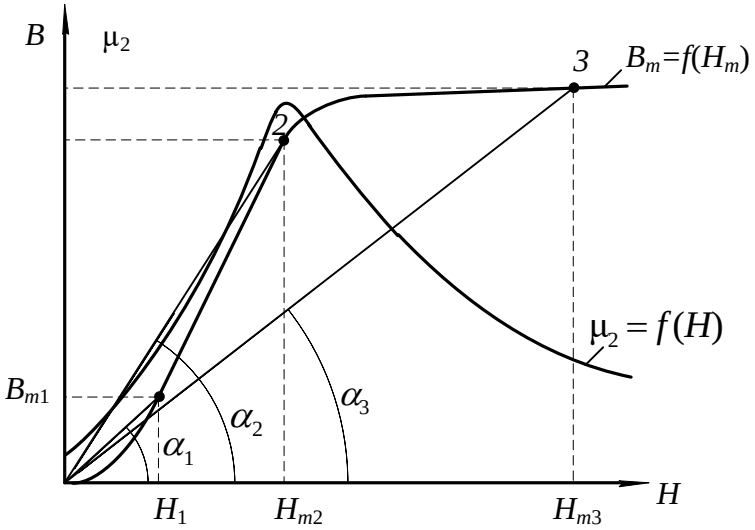


Рис. 3.12. Зависимость относительной магнитной проницаемости от напряженности поля

Как видно из рис. 3.12,относительная магнитная проницаемость с ростом напряженности поля вначале возрастает от $\mu_{нач}$ до μ_{max}, а затем уменьшается. Неоднозначный характер изменения μ_r связан с видом основной кривой намагничивания. Покажем это на примере. Допустим, что необходимо определить проницаемость материала μ_r в точках 1, 2 и 3.

Тогда, в соответствии с формулой (3.11):

$$\mu_{r1} = \frac{B_1}{(\mu_o \cdot H_1)};$$

$$\mu_{r2} = \frac{B_2}{(\mu_o \cdot H_2)};$$

$$\mu_{r3} = \frac{B_3}{(\mu_o \cdot H_3)}.$$

B_1 и H_1, B_2 и H_2, B_3 и H_3 с учетом масштабов по индукции и напряженности представляют собой катеты прямоугольных треугольников с вершинами O_{11}, O_{22} и O_{33} соответственно, а отношения B_1/H_1, B_2/H_2, B_3/H_3являются тангенсами углов наклона, образованных прямыми, проведенными из начала координат в точки 1, 2, 3, на кривой намагничивания.

Вследствие переменной крутизны основной кривой намагничивания, угол наклона этих прямых сначала возрастает, затем, когда ферромагнетик входит в состояние насыщения, уменьшается с ростом напряженности намагничивающего поля. Максимальное значение магнитной проницаемости μ_r достигается в той точке кривой намагничивания, в которой прямая, соединяющая эту точку с началом координат, является касательной к кривой намагничивания. Значение магнитной проницаемости в этой точке обозначается $\mu_{r\,\max}$ иобычно находится в начале участка *б – в* кривой намагничивания (см. рис. 3.8).

Определение магнитной проницаемости μ_r при напряженности поля $H = 0$ в соответствии с уравнением (3.11) лишено смысла, так как значение относительной магнитной проницаемости в этом случае неопределенно. В связи с этим введено понятие *начальной магнитной проницаемости* $\mu_{r\,\text{нач}}$.

За начальную магнитную проницаемость принимается предельное значение отношения индукции, деленной на магнитную постоянную, к напряженности при стремлении напряженности магнитного поля к нулю:

$$\mu_{r\,\text{нач}} = \frac{1}{\mu_o} \cdot \lim_{H \to 0} \frac{B}{H}. \qquad (3.12)$$

Практически начальная магнитная проницаемость $\mu_{r\,\text{нач}}$ определяется при напряженности поля $H \leq 0{,}1$ А/м.

Значения начальной $\mu_{r\,\text{нач}}$ и максимальной $\mu_{r\,\max}$ магнитных проницаемостей для каждого магнитного материала приводятся в справочниках.

3.8. Дифференциальная магнитная проницаемость

Неоднозначность зависимости магнитной индукции от напряженности поля существенно усложняет расчет и анализ цепей, содержащих магнитные элементы. С целью упрощения, расчеты и анализ электромагнитных цепей часто ведутся по основной кривой намагничивания $B=f(H)$, что в ряде случаев приводит к существенным ошибкам. Особенно это касается тех ферромагнитных устройств, форма и значение выходного напряжения которых зависят от того, как и в каких пределах изменяется на напряженность магнитного поля. Для таких устройств введена еще одна характеристика магнитного материала – дифференциальная магнитная проницаемость:

$$\mu_{rg} = \frac{1}{\mu_0} \cdot \frac{dB}{dH}, \qquad (3.13)$$

где $\frac{dB}{dH}$ – производная от магнитной индукции по напряженности поля в заданной точке петли гистезиса.

Если определить μ_{rg} в каждой точке петли гистезиса, то можно получить зависимость $\mu_{rg}=f(H)$, представленную на рис. 3.13.

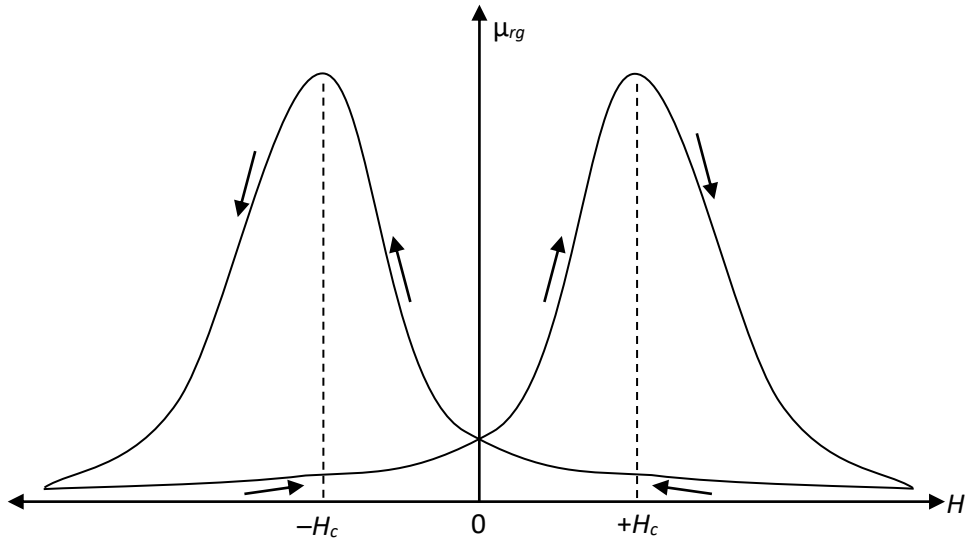


Рис. 3.13. Зависимость дифференциальной магнитной проницаемости от напряженности магнитного поля

Полученная зависимость $\mu_{rg}=f(H)$ за полный цикл перемагничивания представляет собой замкнутую петлю с двумя максимумами. Максимальные значения μ_{rg}достигаются при напряженностях магнитного поля, приблизительно равных коэффициентной силе $H=\pm H_c$. Минимальные значения μ_{rg} соответствуют вершинам предельной петли гистезиса.

В диапазоне напряженности от 0 до $+H_c$ дифференциальная магнитная проницаемость возрастает до $\mu_{rg\max}$, т. к. возрастает производная от индукции по напряженности (крутизна петли гистезиса) $\frac{dB}{dH}$ (участок *FG*, рис. 3.10).

При изменении напряженности поля от $+H_c$ до $+H_m$ μ_{rg} уменьшается из-за уменьшения крутизны петли гистезиса (участок *GA* рис. 3.10).

Последующее уменьшение *H* от $+H_m$ до 0, вызывает медленное возрастание дифференциальной магнитной проницаемости, т. к. крутизна петли гистезиса на участке *AC* (рис. 3.10) медленно растет.

Характер зависимости $\mu_{rg}=f(H)$ при отрицательных значениях напряженности аналогичен характеру этой же зависимости при положительных значениях напряженности.

3.9. Свойства ферромагнетиков в переменных магнитных полях

3.9.1. Динамическая петля намагничивания

Когда на магнитный материал воздействует переменное магнитное поле, напряженность которого изменяется с частотой *f*, то он периодически перемагничивается с той же самой частотой. При таком циклическом перемагничивании зависимость магнитной индукции от напряженности магнитного поля представляет собой петлю, которая называется *динамической петлей намагничивания.*

Площадь динамической петли намагничивания больше площади петли гистерезиса, полученной при той же амплитуде напряженности поля. Это объясняется тем, что потери на перемагничивание в переменных магнитных полях больше, чем в квазипостоянных. Если изменять амплитуду напряженности переменного магнитного поля, то можно получить семейство динамических петель намагничивания (рис. 3.14).

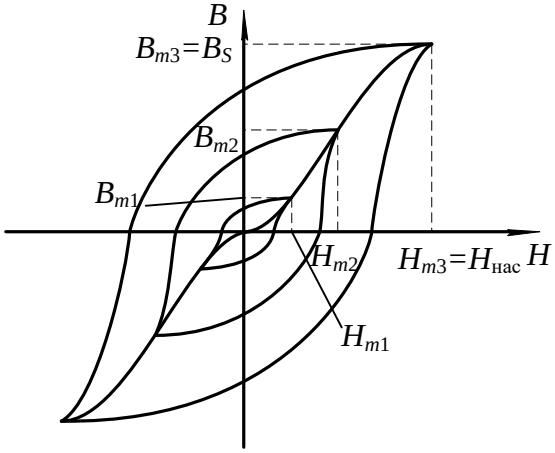


Рис. 3.14. Семейство динамических петель намагничивания

Как видно из рис. 3.14, с увеличением амплитуды напряженности магнитного поля растут амплитуда магнитной индукции и площадь динамической петли намагничивания. После того, как амплитуда напряженности поля достигает значения, при котором наступает насыщение магнитного материала, возрастание индукции и площади петли прекращается, а в вершинах петли появляются линейные участки, практически параллельные оси напряженности поля.

Петля с наибольшей площадью называется *предельной динамической петлей намагничивания.*

Если через вершины семейства динамических петель намагничивания провести линию, то полученная зависимость $B_m = f(H_m)$ называется *основной динамической кривой намагничивания*.

По предельной динамической петле намагничивания и динамической кривой намагничивания определяются основные характеристики магнитных материалов в переменном магнитном поле аналогично определению характеристик этих материалов в квазипостоянном магнитном поле.

3.9.2. Эффект вытеснения магнитного поля при перемагничивании ферромагнетиков в переменном поле

Перемагничивание в переменном магнитном поле приводит к появлению в магнитных материалах вихревых токов, протекание которых вызывает появление эффекта вытеснения магнитного поля из центра к периферии образца.

Рассмотрим подробнее это явление.

Пусть имеется образец магнитного материала площадью сечения S (рис. 3.15).

Можно разбить сечение такого образца на ряд элементарных замкнутых контуров толщиной Δh.Переменный магнитный поток, сцепляясь с каждым из элементарных витков, наводит в них ЭДС.

Под воздействием наведенной ЭДС в каждом из витков начнет протекать макроскопический вихревой ток, который создает свою магнитодвижущую силу $F_{вт}$,направленную противоположно основной магнитодвижущей силе, создающей переменный магнитный поток в образце. Таким образом, в переменном магнитном поле на магнитный материал воздействуют две магнитодвижущие силы, направленные встречно друг другу. В результате возникает результирующая магнитодвижущая сила (МДС), которая может быть определена как разность двух магнитодвижущих сил:

$$F_{р} = F - F_{вт},$$

где $F_{р}$– результирующая МДС; F– основная МДС, создаваемая намагничивающим током; $F_{вт}$– МДС вихревого тока.

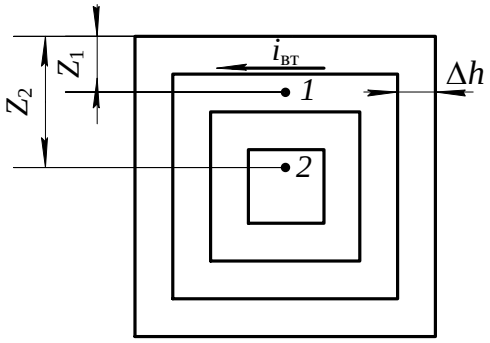


Рис. 3.15. К объяснению эффекта вытеснения

Известно, что значение магнитодвижущей силы вихревого тока в какой-либо точке сечения образца зависит от числа элементарных контуров, охватывающих данную точку. Поскольку точка *2* охвачена большим числом элементарных контуров с вихревыми токами, чем точка *1*, то можно сделать вывод, что магнитодвижущая сила вихревого тока возрастает по мере удаления от поверхности образца к центру (рис. 3.16). Экспериментально установлено, что МДС вихревого тока зависит от расстояния до заданной точки от поверхности образца по экспоненциальному закону (кривые $F_{вт1}$ и $F_{вт2}$).

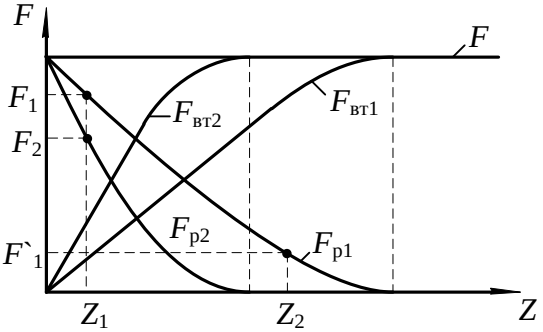


Рис. 3.16. Зависимость изменения результирующей МДС от расстояния до поверхности

образца

На рис. 3.16 построены зависимости магнитодвижущих сил от расстояния Z для двух различных частот намагничивающего поля f_1 и f_2 ($f_1>f_2$). Тогда результирующая магнитодвижущая сила по мере удаления от поверхности образца к его центру убывает также по экспоненциальному закону (кривые F_{p1} и F_{p2}). Аналогично результирующей магнитодвижущей силе уменьшается и напряженность магнитного поля по мере удаления от поверхности образца к центру. Зависимость напряженности поля от расстояния определяется из уравнения:

$$H(Z) = H_{\max} \cdot e^{-bz}.$$

где H_{max} – напряженность поля на поверхности образца; Z– расстояние от поверхности образца; $b = 2\pi \frac{\sqrt{\frac{\mu_p \cdot \gamma}{T}}}{C}$; C – константа, обусловленная выбором системы единиц; T – период волны напряженности поля; γ – удельная проводимость образца.

В соответствии с изменением напряженности переменного магнитного поля уменьшается индукция в образце с увеличением расстояния от его поверхности. При достаточно большой толщине образца уменьшение индукции может привести к тому, что в центральной части сечения образца индукция будет равна 0, а магнитный поток в ней отсутствовать. Таким образом, за счет макроскопических вихревых токов возникает эффект вытеснения магнитного потока из центральной части сечения образца к периферии. Следовательно, из-за эффекта-вытеснения магнитного поля уменьшается площадь сечения образца, по которой проходит магнитный поток. Уменьшение площади сечения приводит к возрастанию магнитного сопротивления образца и соответствующему падению величины магнитного потока. Зависимость магнитного потока Ф в ферромагнетике от магнитодвижущей силы F и от сопротивления магнитной цепи $R_м$ описывается формулой

$$\Phi = \frac{F}{R_м}.$$

Магнитное сопротивление определяется по уравнению:

$$R_м = \frac{l}{S' \cdot \mu_a},$$

где и S' – длина и площадь сечения образца ферромагнетика, через которую проходит магнитный поток; μ_a – абсолютная магнитная проницаемость ферромагнетика.

Как видно из вышеприведенных равенств, уменьшение площади, по которой проходит магнитный поток, вызываем возрастание магнитного сопротивления образца. А увеличение магнитного сопротивления уменьшает магнитный поток в ферромагнетике при неизменной магнитодвижущей силе. Т.к. геометрические размеры образца (длина и площадь сечения) остаются постоянными при намагничивании, то уменьшение магнитного потока к снижению магнитной индукции в образце:

$$B = \frac{\Phi}{S},$$

где S – геометрическая площадь сечения образца.

Для оценки влияния эффекта вытеснения на магнитное сопротивление образца используется характеристика, называемая *глубиной проникновения переменного магнитного поля в ферромагнетик*:

$$Z_1 = \frac{1}{b},$$

где Z_1– глубина проникновения переменного магнитного поля.

Глубиной проникновения называется расстояние от поверхности образца, на котором амплитудное значение напряженности магнитного поля уменьшается в 2,7 раза, по сравнению с напряженностью поля на поверхности образца.

Глубина проникновения определяется химическим составом ферромагнетика и частотой магнитного поля.

Для ослабления эффекта вытеснения магнитопроводы электрических машин собирают из отдельных листов электротехнической стали, толщина которых не превышает Z_1. На поверхности листов стали наносятся электроизоляционные покрытия (лаковые, оксидные и т. п.), обладающие высокими электрическими сопротивлениями, наличие участков с высоким электрическим сопротивлением на пути протекания вихревых токов приводит к их уменьшению и соответственному ослаблению эффекта вытеснения.

При больших толщинах листов, чем Z_1 или цельнолитых магнитопроводах, магнитные свойства ферромагнетиков используются плохо из-за ярко выраженного эффекта вытеснения.

Существенное влияние на эффект вытеснения оказывает частота переменного магнитного поля. Это объясняется тем, что с ростом частоты увеличивается ЭДС $E_{вт}$, наводимая в элементарном контуре, так как значение ее прямо пропорционально частоте. Возрастание ЭДС приводит к увеличению

вихревого тока и МДС $F_{вт}$. Поэтому на одном и том же расстоянии Zот поверхности образца (см. рис. 3.16) результирующая магнитодвижущая сила при большей частоте окажется меньше, чем при меньшей частоте намагничивающего тока. Следовательно, с ростом частоты глубина проникновения переменного магнитного поля уменьшается, что вызывает соответствующее снижение среднего значения индукции в образце.

На рис. 3.16 приведены зависимости $F_{р} = f(Z)$ для двух значений частоты магнитного поля. Зависимость $F_{р2} = f(Z)$ соответствует большей частоте магнитного поля, чем у $F_{р1} = f(Z)$.

3.9.3. Потери на перемагничивание в переменном магнитном поле

Потери мощности на перемагничивание в переменном магнитном поле больше, чем в квазипостоянном поле. Это связано с тем, что в переменном магнитном поле помимо потерь на гистерезис существуют также потери от вихревых токов и добавочные потери.

Потери мощности на перемагничивание определяются следующим образом:

$$P = P_r + P_{вт} + P_g, \tag{3.14}$$

где потери мощности на гистерезис:

$$P_r = \vartheta \cdot f \cdot B_{max}^n \cdot V, \tag{3.15}$$

то же от вихревых токов:

$$P_{вт} = \xi \cdot f^2 \cdot B_{max}^2 \cdot V, \tag{3.16}$$

где ϑ – коэффициент, зависящий от марки ферромагнетика; ξ – коэффициент, зависящий от марки ферромагнетика, толщины листа и формы образца; V – объем ферромагнитного образца; P_g – добавочные потери; n– коэффициент, значение которого определяется величиной индукции в ферромагнетике.

Коэффициент n принимает следующие значения:

$n = 1$ при $B_{max} \leq 0{,}1$ Тл;

$n = 1{,}6$ при $B_{max} \approx 0{,}1 – 1{,}0$ Тл;

$n = 2 – 3$ при $B_{max} > 1{,}0$ Тл.

Природа добавочных потерь полностью не выяснена. Эти потери связаны со структурой строения ферромагнетика, формой и размерами зерен вещества. При практических расчетах потерь их значение принимается примерно равным (0,2 – 0,3) от суммы потерь на гистерезис и вихревые токи:

$$P_g = (0{,}2 – 0{,}3) \cdot (P_r + P_{вт}).$$

3.9.4. Потери на перемагничивание в переменном магнитном поле

Определение свойств ферромагнитных материалов может производиться двумя методами. Первый из них заключается в следующем. Изменяется частота магнитного поля, а индукция, создаваемая в образце, поддерживается неизменной ($f = V_{ar}$, $B_m = \text{const}$). При втором методе с изменением частоты поля поддерживается неизменной напряженность магнитного поля ($f = V_{ar}$, $H_m = \text{const}$).

С увеличением частоты переменного магнитного поля, при условии постоянства амплитуды магнитной индукции, в образце $B_m = \text{const}$, форма динамической петли приближается к эллипсу, вытянутому по оси H (рис. 3.17).

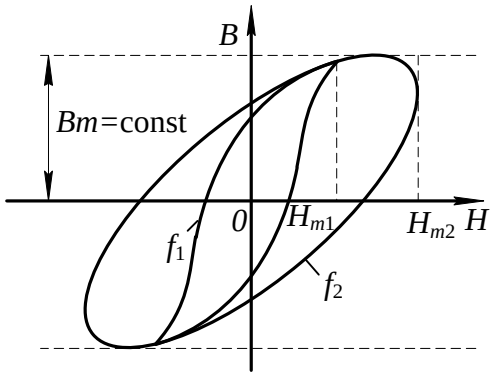


Рис. 3.17. Семейство динамических петель намагничивания

Площадь динамической петли с ростом частоты увеличивается пропорционально потерям мощности на перемагничивание.

Определив значения относительной магнитной проницаемости в вершинах семейства динамических петель намагничивания и потери на перемагничивание, можно построить зависимости $\mu_r = F(f)$ и $P = F(f)$. Эти зависимости приведены на рис. 3.18.

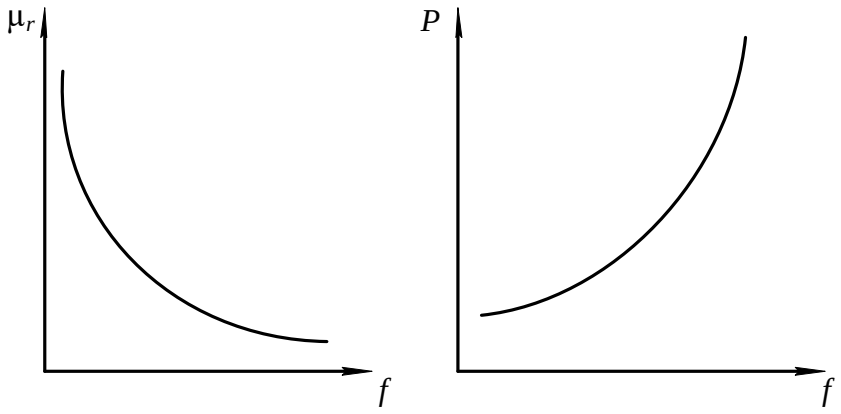


Рис. 3.18. Зависимости $\mu_r = F(f)$

Из рис. 3.18 видно, что с ростом частоты относительная магнитная проницаемость уменьшается. Это явление можно объяснить следующим. С

возрастанием частоты переменного магнитного поля уменьшается среднее значение индукции в образце за счет усиления эффекта вытеснения магнитного поля.

Для того чтобы компенсировать уменьшение индукции, необходимо увеличивать напряженность намагничивающего поля. А так как

$$\mu_r = \frac{B_m}{H_m \cdot \mu_0},$$

то относительная магнитная проницаемость μ_r уменьшается с ростом частоты из-за увеличения амплитуды напряженности поля H_m.

При неизменной магнитной индукции характер изменения потерь мощности на перемагничивание определяется зависимостью этих потерь от вихревых токов. А так как потери мощности пропорциональны квадрату частоты переменного поля, то и зависимость этих потерь в ферромагнетике имеет квадратичный характер от изменения частоты (см. рис. 3.18).

Если увеличивать частоту переменного магнитного поля, поддерживая постоянной его напряженность, то форма динамической петли приближается к эллипсу, а амплитуда магнитной индукции уменьшается (рис. 3.19).

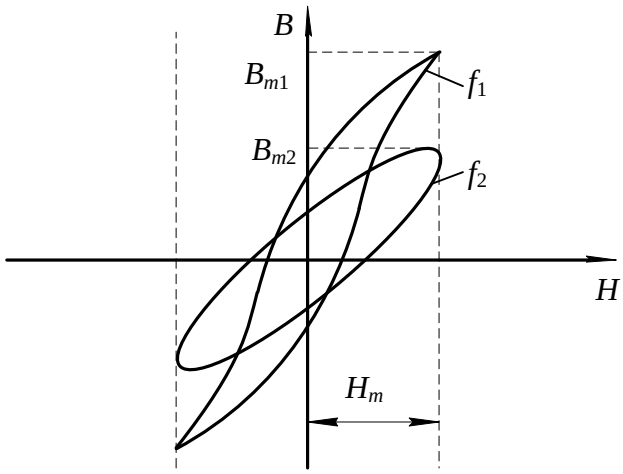


Рис. 3.19. Семейство динамических петель намагничиванияпри $H_m = \text{const}$

Определив по семейству динамических петель намагничивания значения магнитной проницаемости μ_r и потери мощности на перемагничивание, строим зависимости $\mu_r = F(f)$ и $P = F(f)$ (рис. 3.20).

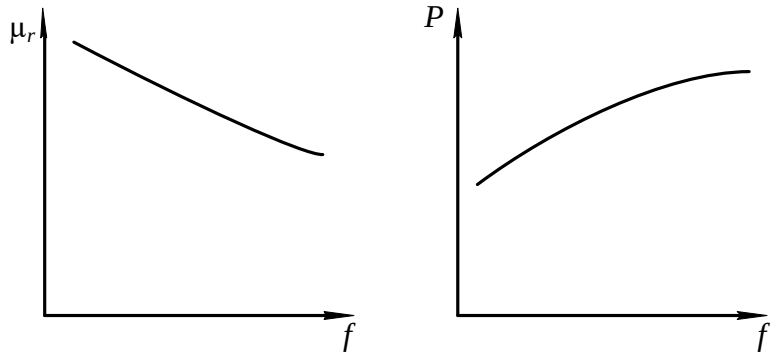


Рис. 3.20. Зависимости $\mu_r = F(f)$ и $P = F(f)$

С ростом частоты относительная магнитная проницаемость ферромагнетика уменьшается, но в меньших пределах, по сравнению с пределом изменения ее при $B_m = \text{const}$ в одном и том же интервале изменения частоты. Это объясняется тем, что с ростом частоты уменьшается амплитуда магнитной индукции ферромагнетика из-за усиления эффекта вытеснения. Электродвижущая сила, наводимая в элементарном контуре $E_{\text{вт}}$, зависит от индукции B_m и частоты f магнитного поля:

$$E_{\text{вт}} \approx S \cdot B_m \cdot f \ ,$$

где S – поперечное сечение образца.

Из приведенного уравнения видно, что электродвижущая сила вихревого тока при неизменной напряженности поля возрастает с увеличением частоты медленнее, чем при постоянной амплитуде магнитной индукции, так как рост ЭДС за счет частоты частично компенсируется ее уменьшением из-за снижения магнитной индукции. Медленное возрастание электродвижущей силы, а следовательно, и вихревого тока, протекающего по элементарному контуру, приводит к тому, что эффект вытеснения при неизменной амплитуде напряженности выражен менее ярко, чем при $B_m = \text{const}$.

Поэтому относительная магнитная проницаемость изменяется в меньшем диапазоне по сравнению со случаем, когда магнитная индукция поддерживалась неизменно.

Анализ уравнений (3.15, 3.16) показывает, что потери на гистерезис и вихревые токи возрастают незначительно с повышением частоты, так как их рост с повышением частоты частично компенсируется за счет уменьшения магнитной индукции в образце. Таким образом, потери на перемагничивание ферромагнетика в целом медленно увеличиваются с ростом частоты магнитного поля.

3.10. Индукционный метод определения параметров магнитных материалов с использованием осциллографа

Общие сведения

В связи с тем, что невозможно с достаточной степенью точности рассчитать характеристики магнитных материалов при намагничивании в переменном поле, широко используются экспериментальные методы их определения.

В настоящее время разработаны и используются на практике различные методы испытаний ферромагнитных материалов в переменном магнитном поле.

Основными из них являются:

- индукционный с использованием амперметра и вольтметра;
- индукционный с использованием фазочувствительного вольтметра (феррометр);
- индукционный с использованием осциллографического способа измерения (феррограф);
- индукционный с использованием компенсатора переменного тока;
- параметрический (мостовой).

При испытаниях индукционными методами измеряются ЭДС, индуктируемые в измерительных обмотках, и токи, протекающие по намагничивающим обмоткам, намотанным на образцах исследуемого магнитного материала.

Измерение ЭДС, пропорциональной магнитной индукции и намагничивающего тока, пропорционально магнитодвижущей силе намагничивающей обмотки, осуществляется с помощью либо показывающих приборов (амперметров и вольтметров) либо электронных осциллографов либо компенсаторов переменного тока.

Наиболее простым из индукционных методов является метод с использованием амперметра и вольтметра для определения магнитной проницаемости и потерь в образцах, основной динамической кривой намагничивания и динамических петель намагничивания. Недостатком этого метода является погрешность при перемагничивании материала до индукции свыше 1,2 Тл из-за отклонения формы кривой индукции от синуссидальной.

Наиболее точным из индукционных методов испытания магнитных материалов является компенсационный, основанный на измерении напряжений, пропорциональных индукций и напряженности магнитного поля с помощью компенсаторов переменного напряжения. С помощью этого метода определяется зависимости индукции от напряженности поля, потери на перемагничивание и т. д. Достоинствами способа являются полнота информации, высокая точность измерения, широкий диапазон измерения измеряемых величин. Недостатки заключаются в большой длительности процесса измерения, сложности и высокой стоимости аппаратуры.

Параметрический (мостовой) метод испытаний магнитных материалов, обеспечивающий высокую точность измерения в широком частотном диапазоне, заключается в определении индуктивности и сопротивления катушки с испытуемым образцом путем уравновешивания мостовой схемы изменением двух переменных параметров. Метод позволяет исследовать зависимости максимальной индукции от максимального значения напряженности поля, определять магнитную проницаемость, потери на перемагничивание и составляющие комплексного магнитного сопротивления. В основном мостовой метод предназначен для определения характеристик в слабых полях, когда индукция в образце не превышает 80 % от индукции насыщения исследуемого материала.

Достоинствами данного метода являются высокая точность измерения, возможность определения практически всех характеристик, широкий частотный диапазон испытаний.

Наиболее удобным и наглядным методом исследования динамических характеристик магнитных материалов является индукционный с использованием осциллографа, суть которого заключается в измерении электрических напряжений, пропорциональных магнитной индукции и напряженности поля, с помощью электронно-лучевого осциллографа. Этот метод используется для измерения показателей и визуального наблюдения основной динамической кривой намагничивания, семейств динамических петель намагничивания, определения потерь на перемагничивание, дифференциальной магнитной проницаемости, абсолютной и относительной магнитных проницаемостей в диапазоне частот магнитного поля от 20 Гц до нескольких десятков кГц.

Основной недостаток этого метода заключается в сравнительно высокой погрешности используемого средства регистрации, составляющей несколько процентов.

Вышеперечисленные достоинства осциллографического метода измерения, обусловили его использование для исследования свойств магнитных материалов в лабораторной работе.

Рассмотрим более подробно суть этого метода.

Принципиальная электрическая схема установки для исследования магнитных материалов индукционным методом с использованием электронно-лучевого осциллографа приведена на рис. 3.21.

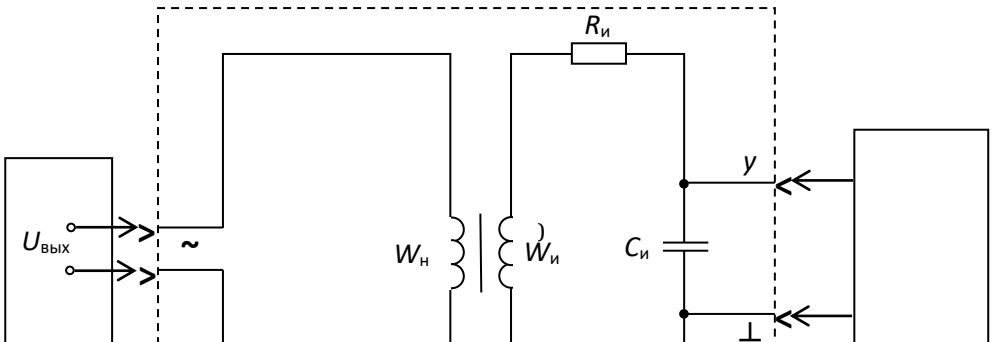


Рис. 3.21. Принципиальная электрическая схема установки:
1 – звуковой генератор; 2 – исследуемый образец; 3 - электронно-лучевой осциллограф

Для обеспечения необходимой точности измерений лучше всего применять образцы, в которых исключено влияние воздушных зазоров и рассеяния магнитного тока и в которых напряженность поля во всех точках образца практически одна и та же.

Чтобы выполнить данные требования, используются кольцевые (тороидальные) образцы и образцы в виде стержней с различным отношением длины к поперечному сечению.

Кольцевые образцы, намагничиваемые по замкнутому контуру, наиболее широко применяются для испытания магнитных материалов с максимальной напряженностью магнитного поля до 50 кА/м. Площадь сечения образца должна быть постоянной по всей длине. Разность между наибольшей и наименьшей площадями сечения допускается не более 1 %. Кольцевые образцы листовых и ленточных материалов изготавливают сборкой из штампованных и точеных колец или спиральной навивкой. Ферритовые образцы изготавливаются прессованием.

Внешний диаметр образца не должен превышать внутренний более чем в 1,3 раза. Это объясняется тем, что в кольцевых образцах с большим отношением внешнего диаметра к внутреннему наблюдается сильная неравномерность намагничивания, приводящая к значительным погрешностям при исследовании.

В работе исследуются образцы из различных магнитных материалов тороидальной формы, на каждом из которых намотано по две обмотки: намагничивающая $W_н$ и измерительная $W_и$.

Последовательно с намагничивающей обмоткой включено активное сопротивление $R_о$, а к зажимам измерительной обмотки подключена

интегрирующая цепь, состоящая из пассивных элементов: активного сопротивления $R_и$ и конденсатора емкостью $C_и$.

При подаче на зажим «~» выходного напряжения звукового генератора $U_{вых}$ по намагничивающей обмотке образца начнет протекать намагничивающий ток $i_н$, который создает магнитодвижущую силу, вызывающую появление в образце магнитного поля.

Мгновенное значение магнитодвижущей силы F_t связано с мгновенным значением напряженности поля в любой точке образца H_t следующим соотношением:

$$F_t = i_н \cdot W_н = 2\pi \cdot r_{ср} \cdot H_t, \qquad (3.17)$$

где $i_н$ – мгновенное значение намагничивающего тока; $r_{ср}$ – средний радиус кольцевого образца, равный

$$r_{ср} = \frac{r_{вш} + r_{вн}}{2},$$

где$r_{вш}$ – внешний радиус сердечника образца; $r_{вш}$ – внутренний радиус сердечника образца.

Из уравнения (3.17) выразим H_t через намагничивающий ток. Получим:

$$H_t = \frac{i_н \cdot W_н}{2\pi \cdot r_{ср}}. \qquad (3.18)$$

Из выражения (3.18) видно, что мгновенное значение напряженности магнитного поля в любой точке образца прямопропорционально намагничивающему току $i_н$.

Таким образом, измерив значение намагничивающего тока и зная число витков намагничивающей обмотки и средний радиус образца, можно определить по уравнению (3.18) мгновенное значение напряженности магнитного поля.

Преобразовав выражение (3.18), получим уравнение для амплитудных значений напряженности поля и намагничивающего тока.

$$H_m = \frac{I_{mн} \cdot W_н}{2\pi \cdot r_{ср}}. \qquad (3.19)$$

Учитывая, что отклонение луча в электронно-лучевом осциллографе пропорционально значению напряжения, подаваемого на вход усилителя, возникает необходимость преобразования намагничивающего тока в напряжение. Это осуществляется последовательным включением с намагничивающей обмоткой эталонного активного сопротивления $R_о$ (рис. 3.21). При протекании тока $i_н$ по сопротивлению $R_о$, на последнем создается падение напряжения

$$U_x = R_о \cdot i_н.$$

Амплитудное значение этого напряжения

$$U_{mx} = R_{\text{о}} \cdot I_{\text{н}}. \qquad (3.20)$$

Подставив в уравнение (3.19) вместо тока $I_{m\text{н}}$ его выражение из (3.20), получим

$$H_m = \frac{W_{\text{н}}}{2\pi \cdot r_{\text{ср}} \cdot R_{\text{о}}} \cdot U_{mx}. \qquad (3.21)$$

Из уравнения (3.21) видно, что если на вход «*x*» падать напряжение U_{mx} с сопротивления $R_{\text{о}}$, то отклонение луча осциллографа по горизонтальной оси прямопропорционально напряженности магнитного поля в образце.

Магнитодвижущая сила тока $i_{\text{н}}$ создает в сердечнике образца магнитный поток, который наводит в измерительной наводке ЭДС

$$e = -W_{\text{и}} \cdot \frac{d\Phi_t}{dt} = -W_{\text{и}} \cdot S \cdot \frac{dB_t}{dt}. \qquad (3.22)$$

где $W_{\text{и}}$ – число витков измерительной обмотки; Φ_t – мгновенное значение магнитного потока в сердечнике образца; S – площадь поперечного сечения сердечника образца; B_t – мгновенное значениемагнитной индукциив сердечнике образца.

Чтобы получить на экране осциллографа динамическую петлю намагничивания надо на вход «*y*» электронно-лучевого осциллографа подать напряжение, которое должно быть пропорционально магнитной индукции, создаваемой в образце. С этой целью измерительная обмотка образца подсоединяется по входу интегрирующей цепи с пассивными элементами $R_{\text{и}}$ и $C_{\text{и}}$ (рис. 3.21).

Тогда мгновенное значение тока, протекающего по интегрирующей цепи, определяется

$$i = \frac{e}{Z_{\text{и}}}. \qquad (3.23)$$

Если выполнить условие $R_{\text{и}} >> x_{C_{\text{и}}}$, то можно считать, что ток в интегрирующей цепи является практически активным ($i=i_a$). Тогда напряжение на входе интегратора будет равно интегралу от ЭДС, наводимой в измерительной обмотке

$$U_{\text{вых}} = \frac{1}{C_{\text{и}}} \int_0^t i \cdot dt = \frac{1}{C_{\text{и}}} \int_0^t \frac{e}{R_{\text{и}}} \cdot dt \approx -\frac{W_{\text{и}} \cdot S}{R_{\text{и}} \cdot C_{\text{и}}} \cdot B_t. \qquad (3.24)$$

Решив уравнение (3.24) относительно величины B_t получим

$$B_t = \frac{R_{\text{и}} \cdot C_{\text{и}}}{W_{\text{и}} \cdot S} \cdot U_{\text{вых}}, \qquad (3.25)$$

где $R_{\text{и}}$ – активное сопротивление интегрирующей цепи; $C_{\text{и}}$ – емкость конденсатора этой цепи.

Из уравнения (3.25) видно, что индукция в образце пропорциональна выходному напряжению интегрирующей цепи.

Переходя к амплитудным значениям индукции и выходного напряжения интегрирующей цепи, получим

$$B_m = \frac{R_{\text{и}} \cdot C_{\text{и}}}{W_{\text{и}} \cdot S} \cdot U_{m\text{вых}}, \qquad (3.26)$$

Подав напряжение с выхода интегратора $U_{m\text{вых}}$ на вход «*y*» и напряжение с сопротивления $R_{\text{о}}$ на вход «*x*» осциллографа, на экране последнего получим динамическую петлю намагничивания.

Чтобы реакция измерительной цепи не влияла на форму динамической петли, желательно, чтобы магнитодвижущая сила тока измерительной обмотки была значительно меньше, чем магнитодвижущая сила тока намагниченной обмотки, т. е.

$$\frac{R_{\text{и}} \cdot C_{\text{и}}}{W_{\text{и}} \cdot S} \geq 0{,}001.$$

Для получения неискаженной формы динамической петли постоянная времени интегратора должна удовлетворять следующему требованию:

$$\tau_{\text{и}} = R_{\text{и}} \cdot C_{\text{и}} \geq (60 \div 100) \cdot \frac{1}{2\pi \cdot f_{\min}}, \qquad (3.27)$$

где $f_{\min}$ – наименьшая частота переменного магнитного поля.

По активному сопротивлению $R_{\text{и}}$ и емкости конденсатора $C_{\text{и}}$, рассчитывается постоянная времени интегрирующей цепи $\tau_{\text{и}}$ по уравнению

$$\tau_{\text{и}} = R_{\text{и}} \cdot C_{\text{и}}. \qquad (3.28)$$

Затем определяется наименьшая частота магнитного поля, при которой выходное напряжение интегратора пропорционально магнитной индукции в образце:

$$f_{\min} = \frac{60}{2\pi \cdot \tau_{\text{и}}}. \qquad (3.29)$$

При частоте магнитного поля $f<f_{\min}$ исследовать образец нельзя из-за больших искажений формы динамической петли намагничивания, вызываемых интегрирующей цепью образца.

3.11. Объект исследования

Образцы ферромагнитных материалов тороидальной формы с двумя обмотками: намагничивающей и измерительной. Параметры образцов и

обмоток приведены в таблицах, расположенных на корпусах образцов. Параметры образцов и обмоток записываются в табл. 3.2.

Таблица 3.2

Данные исследуемого образца

Номер образца			Данные схемы						
			Число витков			Интегратор			
средний радиус, $r_{ср}$, м	поперечное сечение, S, м2	плотность, γ, кг/м3	намагничивающей обмотки, $W_н$	измерительной обмотки, $W_и$	образцовое сопротивление,$R_о$, Ом	активное сопротивление, $R_и$, Ом	емкость, Си, Ф	постоянная времени, $\tau_и$, С	наименьшая частота, f_{min}, Гц

3.12. Средства измерения и вспомогательные средства исследования

Осциллограф универсальный типа СI-73.

Звуковой генератор с регулируемым напряжением и частотой.

3.13. Подготовка осциллографа к работе

Перед включением осциллографа установить органы управления на передней панели в следующие положения:

- ручку «яркость» – в крайнее левое;
- ручку «фокус» – в среднее;
- переключатель «V/дел» – 0,01;
- ручку «усиление» - крайнее правое;
- ручку «↕» – в среднее;
- переключатель «~⊥⎓» в «⎓»;
- ручку «уровень» – в крайнее правое»
- ручку «↔» – в среднее.

Далее установить тумблер «развert. X» на правой боковой панели в положение «⊜ X». Подключить осциллограф кабелем питания к сети 220 В и включить тумблер «питание» на передней панели осциллографа. При этом должна загореться сигнальная лампочка. В течение 2-3 минут прогреть

осциллограф. Пока осциллограф прогревается, необходимо нанести координатную сетку осциллографа на листки кальки. После прогрева осциллографа установите ручкой «яркость» удобную яркость точки. Рукояткой «↕» установите точку на горизонтальную ось экрана осциллографа. Рукояткой «↔» установите точку точно по центру экрана.

В результате выполнения вышеперечисленных операций осциллограф подготовлен к выполнению экспериментальной части лабораторной работы.

3.14. Калибровка осциллографа и определение масштабов по напряженности и индукции магнитного поля

Для определения амплитудных значений индукции и напряженности магнитного поля образца по динамическим петлям необходимо определить чувствительность осциллографа по входам «*x*» и «*y*». Если при зарисовке динамических петель намагничивания ручка «усиление» находится в крайнем правом положении, то чувствительность осциллографа по оси «*y*» определяется по числу, против которого находилась риска переключателя «*V*/дел», если осциллограф был правильно откалиброван. Для проверки правильности калибровки необходимо переключатель «*V*/дел» установить в положение «5 дел». При правильной калибровке на экране осциллографа появятся две горизонтальные линии или две точки, смещенные на 5 клеток (делений) относительно друг друга.

Пример: при зарисовке динамических петель намагничивания ручка «усиление» находится в крайнем правом положении, а переключатель «*V*/дел» – против числа 0,02. При переключении переключателя «*V*/дел» в положение «5 дел» на экране появились две горизонтальные линии на расстоянии 5 клеток друг от друга.

В этом случае масштаб осциллографа по входу «н» составляет

$$m_{\text{в}} = 0{,}02 \ \text{В/дел.}$$

Масштаб $m_{\text{в}}$ необходимо записать в табл. 3.3.

Таблица 3.3

Определение масштабов по напряженности и индукции магнитного поля

Измерено				Вычислено			
$n_{\text{в}}$	$m'_{\text{в}}$	n_r	U_r	$m_{\text{в}}$	m_r	$M_{\text{в}}$	$M_{\text{н}}$
дел.	В/дел.	дел.	В	В/дел.	В/дел.	Т\мм	А/м/мм

Если ручка «усиление» находилась в положении, отличном от крайнего правого, то расчет масштаба осуществляется следующим образом. Сохраняя ручку «усиление» в том же положении, что и при зарисовке динамических петель намагничивания, переключатель «*V*/дел» установить в положение «5 дел». Измерить расстояние по вертикальной оси между двумя горизонтальными линиями или точками $n_в$ и записать в таблицу 3.3. Тогда чувствительность осциллографа по оси «*y*» может быть рассчитана следующим образом:

$$m_в = \frac{m'_в}{n_в} \cdot 5, \qquad (3.30)$$

где $m'_в$ – чувствительность осциллографа, определенная числом напротив переключателя «*V*/дел» в рабочем положении; $n_в$ – расстояние между горизонтальными линиями в дел.

Результат расчета записывается в табл. 3.3.

При калибровке усилителя сигнала на оси «*x*» необходимо соединить гнездо «⋑ X», расположенное на правой боковой панели. С гнездом « ⋑⎍1V», расположенным на левой боковой панели. Определить расстояние между двумя вертикальными линиями n_r и записать в табл. 3.3. Напряжение, подаваемое на вход усилителя *x*, равно 1 В. Тогда чувствительность осциллографа по горизонтальной оси (оси «*x*») рассчитывается по уравнению

$$m_r = \frac{U_r}{n_r}. \qquad (3.31)$$

Рассчитанное значение m_r записывается в табл. 3.3.

По определенным масштабам $m_в$ и $m_н$ рассчитываются масштабы по индукции и напряженности магнитного поля $M_в$ и $M_н$ по уравнениям

$$M_в = \frac{m_в \cdot R_и \cdot C_и}{6 \cdot W_и \cdot S}; \qquad (3.32)$$

$$M_н = \frac{m_r \cdot W_н}{6 \cdot R_о \cdot 2\pi \cdot r_{ср}}, \qquad (3.33)$$

где $r_{ср}$ – средний радиус сердечника, м; $R_о$ – образцовое сопротивление в цепи намагничивающей обмотки; $W_н$ – число витков намагничивающей обмотки; $W_и$ – число витков измерительной обмотки; $R_и$ – сопротивление интегрирующей цепи, Ом; $C_и$ – емкость интегрирующей цепи, ф; *S* – площадь поперечного сечения сердечника образца м^2.

Определенные масштабы $M_в$ и $M_н$ записываются в таблицу 3.3.

3.15. Подготовка звукового генератора к работе

Методика подготовки звукового генератора к работе, написана применительно к генератору Г3-53. При использовании генератора другого типа необходимо производить подготовку к работе согласно инструкции по эксплуатации или в соответствии с указанием преподавателя.

Перед включением звукового генератора необходимо установить органы управления на передней панели прибора в следующие положения:

- переключатель «поддиапазоны» – «Ок Hz»;
- рукоятку «частота Hz» – в положение при котором риска указателя частоты оказывается против цифры 0 на шкале частоты соответствующей поддиапазону 0 – 5 кГц;
- переключатель «пределы шкал, ослабление» – 3 в;
- рукоятка «регулировка выхода» – в положение, соответствующее значению выходного напряжения, равного нулю.

Затем следует подключить генератор кабелем питания к сети 220 В и включить переключатель «сеть». При этом должна загореться сигнальная лампа.

В течение 2 – 3 минут прогреть генератор. Если после прогрева вольтметр «напряжение выхода» покажет напряжение, отличное от нуля, необходимо плавным вращением рукоятки «уст. нуля» добиться нулевого показания вольтметра.

После выполнения вышеуказанных операций звуковой генератор подготовлен к работе.

3.16. Лабораторная работа №1. «Исследование свойств магнитных материалов в магнитных полях постоянной частоты». Цель работы

Целью лабораторной работы является ознакомление студентов с индукционным методом измерения магнитных величин и экспериментальное определение свойств и характеристик ферромагнитных материалов при воздействии на них магнитного поля постоянной частоты с изменяющейся по амплитуде напряженностью.

3.17. Рабочее задание

Собрать схему установки (рис. 3.21).

Зарисовать с экрана осциллографа семейство динамических петель намагничивания, начиная с предельной динамической петли до минимально различимой (6 – 7 петель.)

Произвести калибровку осциллографа.

По данным калибровки рассчитать масштабы по напряженности и индукции магнитного поля.

Для каждой из динамических петель намагничивания определить амплитудные значения напряженности и магнитной индукции.

Для каждой из динамических петель намагничивания определить удельные потери на перемагничивание.

Определить для каждой динамической петли значение магнитной проницаемости.

Рассчитать по предельной динамической петле дифференциальную магнитную проницаемость при различных значениях напряженности поля в диапазоне изменения ее от 0 до H_m и обратно.

Построить зависимости $B_m=F(H_m)$, $\mu_r=(H_m)$, $\mu_{rg}=(H)$, $P=F(B_m)$.

Сделать выводы по работе.

3.18. Методические рекомендации к выполнению рабочего задания

3.18.1. Подготовка к проведению эксперимента

Перед началом выполнения лабораторной работы необходимо получить у лаборанта комплект соединительных проводов, осциллограф, звуковой генератор и исследуемый образец по указанию преподавателя.

Данные образца записать в табл. 3.2.

По известным параметрам интегрирующей цепи образца рассчитайте наименьшую частоту магнитного поля $f_{\min}$ в соответствии с уравнением (3.29) и запишите ее в таблицу 3.2.

Соберите схему установки (рис. 3.21).

При сборке схемы, в соответствии с рис. 3.21, гнезда «вход *y*» и «⊥» исследуемого образца соединить с гнездом « ⋑ УIМ Ω 35*pF*» тракта вертикального отклонения луча осциллографа, а гнезда «вход *x*» и «⊥» образца с гнездом « ⋑X» осциллографа.

Произведите подготовку осциллографа к работе в соответствии с методикой, изложенной в разделе 3.13 данных методических указаний и звукового генератора (раздел 3.15).

3.18.2. Рекомендации по зарисовке семейства динамических петель намагничивания

Увеличивая выходное напряжение генератора, получите на экране осциллографа предельную динамическую петлю намагничивания. Предельной динамической петлей является наибольшая по площади динамическая петля, у которой появляются «усы», свидетельствующие о начале насыщения. Наложив кальку с нанесенной координатной сеткой, зарисуйте предельную динамическую петлю намагничивания.

Уменьшая выходное напряжение звукового генератора, зарисуйте на кальку семейство 6 – 7 динамических петель от предельной до минимально различимой петли намагничивания.

3.18.3. Калибровка осциллографа

Калибровка осциллографа осуществляется в соответствии с пунктом 3.14 данных методических указаний. При калибровке положение точки «усиление» должно быть таким же как и во время зарисовки динамических петель.

3.18.4. Определение амплитудных значений индукции, напряженности магнитного поля и потерь в сердечнике образца на перемагничивание

По имеющимся на кальках изображениям определяются для каждой динамической петли намагничивания координаты вершин H'_m и B'_m в миллиметрах. Значения H'_m и B'_m записываются в табл. 3.4. Пример определения координат H'_m и B'_m приведен на рис. 3.22.

Таблица 3.4

Определение амплитудных значений индукции, напряженности магнитного поля и потерь в сердечнике образца на перемагничивание

Номер опыта	Измерено				Вычислено			
	f	B'_m	H'_m	S_n	B_m	H_m	μ_r	P
	Гц	мм	мм	мм^2	Т	А/м	10^3	Вт/кг

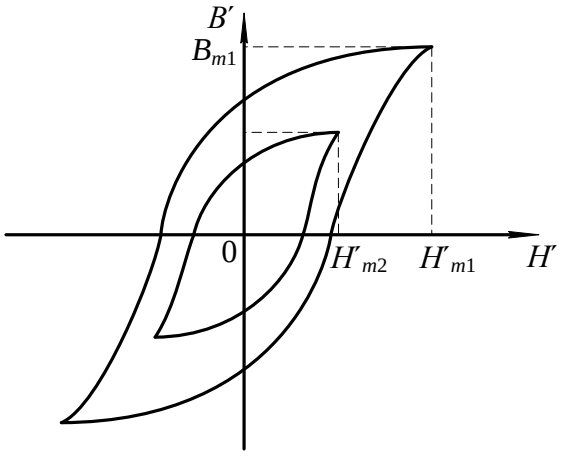


Рис. 3.22. Определение координат вершин динамических петель намагничивания

Амплитудные значения индукции и напряженности магнитного поля рассчитываются:

$$B_m = B'_m \cdot M_в . \quad (3.34)$$

$$H_m = H'_m \cdot M_н . \quad (3.35)$$

Для определения потерь на перемагничивание образца подсчитываются площади каждой из динамических петель намагничивания по клеткам миллиметровой бумаги, на которую накладывается калька с динамическими петлями намагничивания. Значения площадей записываются в табл. 3.4.

По найденным значениям B_m,H_m, S_n вычисляются значения относительной магнитной проницаемости и потери на перемагничивание для каждой петли

$$\mu_r = \frac{B_m}{\mu_о \cdot H_m}; \quad (3.36)$$

$$P = \frac{S_n \cdot M_в \cdot M_н}{\gamma} \cdot f , \quad (3.37)$$

где $\mu_о$=1,256·10^{-6} Гн/м – магнитная постоянная вакуума; f – частота намагничивающего потока, Гц; γ – плотность сердечника образца, кг/м^3.

Результаты расчетов записываются в табл.3.4.

3.18.5. Определение дифференциальной магнитной проницаемости

Определение дифференциальной магнитной проницаемости производится по предельной динамической петле намагничивания в следующем порядке. В интервале изменения H' от 0 до H'_m откладываются 6 – 7 значений H' (H'_0, H'_1, H'_2 … H'_m) на одинаковом расстоянии друг от друга. Затем в окрестности каждого значения H' задаются приращениями $\Delta H'$ так, чтобы эти значения Н′ находились посередине отрезка равного $\Delta H'$ (рис. 3.23).

Проведя из концов $\Delta H'$ линии, параллельные оси В до пересечения с восходящей и нисходящей ветвями предельной динамической петли

намагничивания, определяем для каждого значения напряженности поля приращение индукции $\Delta B'_1$ и $\Delta B'_2$. $\Delta B'_1$ – приращение индукции, когда размагничивание осуществляется по нисходящей ветви при уменьшении напряженности поля от H'_m до 0.

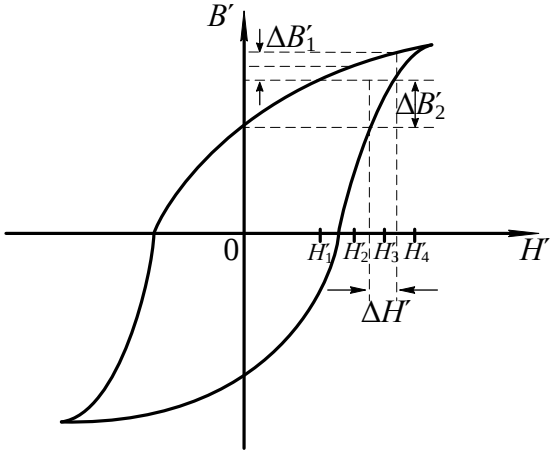


Рис. 3.23. К определению дифференциальной магнитной проницаемости

Значения напряженности $\Delta H'$, приращений $\Delta H'$, $\Delta B'_1$, $\Delta B'_2$ записываются в таблицу 3.5.

Таблица 3. 5

Определение дифференциальной магнитной проницаемости

H', мм	$\Delta H'$, мм	$\Delta B'_1$, мм	$\Delta B'_2$, мм	H, А/м	ΔH, А/м	ΔB_1, Тл	ΔB_2, Тл	μ'_{rg}	μ''_{rg}

Затем производится перерасчет значений напряженности H' по уравнению (3.35), а $\Delta H'$, $\Delta B'_1$, $\Delta B'_2$ по нижеследующим формулам

$$\Delta H = \Delta H' \cdot M_{\text{н}}, \tag{3.38}$$

$$\Delta B_1 = \Delta B_1^{'} \cdot M_{\text{в}}, \tag{3.39}$$

$$\Delta B_2 = \Delta B_2^{'} \cdot M_{\text{в}}. \tag{3.40}$$

Значения дифференциальной магнитной проницаемости рассчитывается по формулам

$$\mu_{rg}^{'} = \frac{\Delta B_1}{\mu_{\text{о}} \cdot \Delta H}, \tag{3.41}$$

$$\mu_{rg}^{''} = \frac{\Delta B_2}{\mu_{\text{о}} \cdot \Delta H}. \tag{3.42}$$

При построении зависимости $\mu_{rg}=F(H)$ по оси абсцисс откладываются значения напряженности Н, а по оси ординат соответствующие им значения μ'_{rg}

и μ''_{rg}. В результате построения должен получится график, представленный на рис. 3.24.

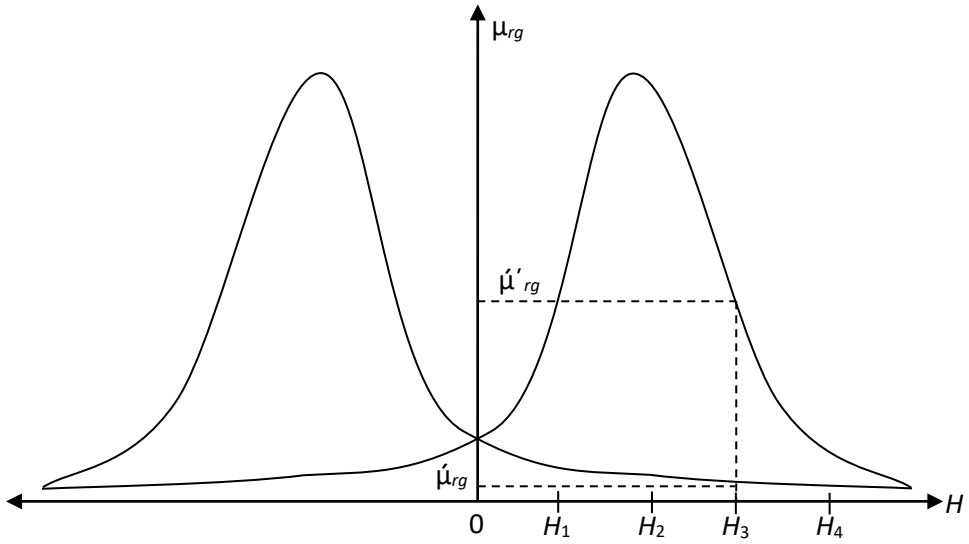


Рис. 3.25. Зависимость $\mu_{rg}=F(H)$

3.19. Содержание отчета

Отчет по лабораторной работе должен иметь следующее содержание:

1. Цель лабораторной работы.

2. Характеристика и основные параметры исследуемого образца.

3. Характеристики средства измерения и вспомогательных средств исследования.

4. Таблицы с записью результатов экспериментальных исследований и расчетов.

5. Основные расчетные формулы.

6. Зависимости магнитной индукции $B_m=F(H_m)$ и относительной магнитной проницаемости $\mu_r=F(H_m)$, дифференциальной магнитной проницаемости $\mu_{rg}=F(H)$ от напряженности магнитного поля.

7. Зависимость потерь на перемагничивание от индукции в образце $P=F(B_m)$.

Зависимости магнитной индукции $B_m=F(H_m)$ и относительной магнитной проницаемости $\mu_r=F(H_m)$ необходимо строить в одной системе координат, откладывая по оси абсцисс значения H_m, а по оси ординат значения B_m и μ_r, в выбранных для каждой из этих величин масштабах.

Отчет заканчивается выводами, в которых в краткой форме должны быть описаны характеры полученных экспериментально зависимостей и дано их теоретическое обоснование.

3.20. Вопросы для самоконтроля

1. Как зависит относительная магнитная проницаемость от напряженности магнитного поля?
2. Чем объяснить, что сначала магнитная проницаемость возрастает с ростом напряженности, а затем уменьшается при дальнейшем возрастании последней?
3. Как изменяется магнитная индукция в образце с ростом напряженности намагничивающего поля?
4. На чем основан принцип действия лабораторной установки?
5. Какими параметрами установки ограничивается наименьшая частота намагничивающего тока?
6. Определите наименьшую частоту магнитного поля, при которой можно исследовать образец.
7. Как зависят потери на перемагничивание от магнитной индукции, создаваемой в образце?
8. Какие причины обуславливают рост потерь на перемагничивание с ростом магнитной индукции?
9. Объясните, как осуществляется намагничивание ферромагнетиков на различных участках основной кривой намагничивания?
10. В какой точке основной кривой намагничивания относительная магнитная проницаемость максимальна?
11. Каким основным условиям должно удовлетворять вещество, являющееся ферромагнетиком?
12. Какой из видов элементарного движения электрических зарядов создает основной магнитный момент в атоме?
13. Какое явление называется магнитной анизотропией?
14. Какое явление называется магнитострикцией?
15. Почему ферромагнетик самопроизвольно делится на отдельные области, домены?
16. Какая область ферромагнетика называется доменом?
17. Как и где происходит изменение направления намагниченности между доменами?

3.21. Лабораторная работа №2. «Исследование свойств магнитных материалов в магнитных полях переменной частоты». Цель работы

Целью лабораторной работы является ознакомление студентов с индукционным методом измерения магнитных величин и экспериментальное определение свойств и характеристик магнитных материалов при воздействии на них магнитного поля переменной частоты.

3.22. Рабочее задание

Рассчитать для полученного образца постоянную времени интегрирующей цепочки $\tau_и$ и минимальную частоту магнитного поля, при которой его можно исследовать.

Собрать схему установки (рис. 3.21).

Зарисовать с экрана осциллографа семейство динамических петель намагничивания при различных частотах намагничивающего тока, поддерживая неизменной магнитную индукцию B_m=const.

Зарисовать семейство динамических петель намагничивания при различных частотах намагничивающего тока, поддерживая неизменной напряженность магнитного поля H_m=const.

Произвести калибровку осциллографа.

По данным калибровки рассчитать масштаб по напряженности и индукции магнитного поля.

Для каждой из динамических петель намагничивания рассчитать амплитудные значения напряженности и магнитной индукции.

Для каждой из динамических петель намагничивания определить потери на перемагничивание образца.

Рассчитать для каждой динамической петли значение относительной магнитной проницаемости.

Построить зависимости $\mu_r=F(f)$, $P=F(f)$ для обоих семейств динамических петель намагничивания.

Сделать выводы по работе.

3.23. Методические указания к выполнению рабочего задания

3.23.1. Подготовка к проведению эксперимента.

Подготовка к проведению эксперимента осуществляется в соответствии с пунктом 3.18.1.

3.23.2. Рекомендации по зарисовке семейств динамических петель намагничивания.

Перед началом экспериментальных исследований выбирается диапазон частот магнитного поля в пределах от f_{min} до f_{max}, который задается преподавателем.

Зарисовка динамических петель намагничивания при различных частотах магнитного поля с неизменной магнитной индукцией в образце B_m=const производится в следующем порядке. Необходимо установить на генераторе частоту $f=f_{max}$. Увеличивая выходное напряжение генератора добиться, чтобы динамическая петля намагничивания касалась двух горизонтальных линий, отстоящих друг от друга на расстоянии 5 клеток (рис. 3.26) и зарисовать на кальку.

Затем уменьшить частоту генератора на Δf. При этом амплитуда B_m возрастает. Уменьшая выходное напряжение генератора, восстановить прежнее значение индукции B_m в образце и снова зарисовать динамическую петлю намагничивания. В диапазоне изменения частоты генератора от f_{max} до f_{min} необходимо зарисовать шесть – семь петель, сохраняя индукцию в образце неизменной при каждой частоте.

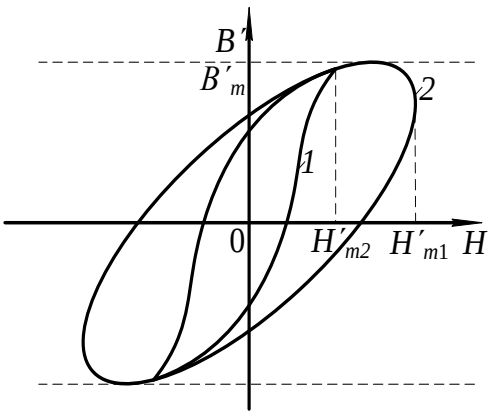


Рис. 3.26. Свойство динамических петель намагничивания с постоянной магнитной индукцией и различной частотой магнитного поля

Зарисовка семейства динамических петель намагничивания на различных частотах магнитного поля при постоянной напряженности магнитного поля в образце производится следующим образом. Частота звукового генератора устанавливается равной f_{min}. Увеличивая выходное напряжение генератора добиваются максимальной по размеру экрана магнитной индукции B_m. Через вершины петель паралельно оси B_m проводятся две вертикальные линии на кальке. Затем увеличивают частоту генератора до следующего значения. При этом ширина динамической петли или H_m уменьшится. Увеличивая выходное напряжение генератора, добиваются, чтобы динамическая петля касалась линий, проведенных параллельно оси B_m и зарисовывают петлю на кальку (см. рис. 3.27).

Изменяя частоту генератора в диапазоне от f_{min} до f_{max}зарисовывают 6 – 7 динамических петель намагничивания на различных частотах, сохраняя H_m=const по вышеприведенной методике.

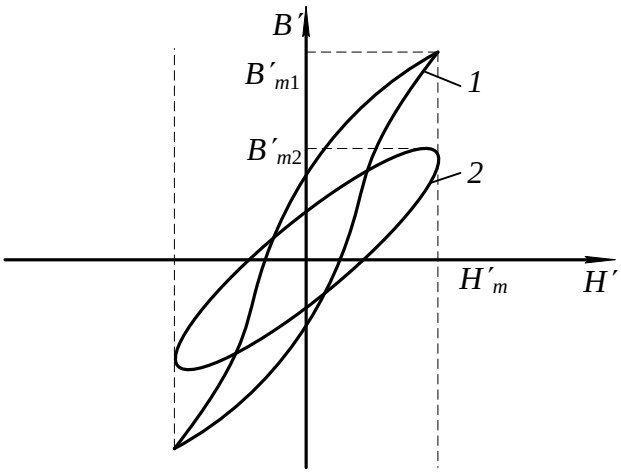


Рис. 3.27. Семейство динамических петель намагничивания при H_m=const

3.23.2. Рекомендации по зарисовке семейств динамических петель намагничивания.

Определение амплитудных значений индукции и напряженности магнитного поля потерь в сердечнике, значений относительной магнитной проницаемости для вершин каждой из зарисованных динамических петель намагничивания производится в соответствии с методикой, изложенной в пункте 3.18.4 данных методических указаний.

3.24. Содержание отчета

Содержание отчета по данной лабораторной работе должно отличаться от содержания отчета по лабораторной работе 1 (см. 3.19) полученными экспериментально зависимостями.

В этой работе определяются и строятся графики зависимостей $\mu_r=F(f)$, $P=F(f)$, когда B_m=const, и эти же зависимости, когда H_m=const. Необходимо строить зависимости $\mu_r=F(f)$ при B_m=const и $\mu_r=F(f)$ при H_m=const в одной системе координат откладывая по оси абсцисс значения H_m, а по оси ординат – значения μ_r.

Аналогично, в одной системе координат строятся зависимости $P=F(f)$ для обоих режимов испытания образца.

3.25. Вопросы для самоконтроля

1. Чем отличается динамическая петля намагничивания от петли гистерезиса?
2. Какие виды потерь существуют при перемагничивании ферромагнетика в переменном магнитном поле?
3. От каких параметров намагничивающего поля и как зависят потери на гистерезис?
4. От каких параметров намагничивающего поля и как зависят потери на вихревые токи?
5. Объясните суть явления вытеснения магнитного поля.
6. К каким последствиям приводит явление вытеснения магнитного поля?
7. Почему с ростом частоты уменьшается индукция, если B_m=const?
8. Почему с ростом частоты уменьшается магнитная индукция, если H_m=const?
9. Как и почему изменяются потери на перемагничивание с ростом частоты при B_m=const?
10. Как и почему изменяются потери на перемагничивание с ростом частоты при H_m=const?
11. Почему в одном и том же диапазоне изменения частоты относительная магнитная проницаемость изменяется в больших пределах, когда, как и почему изменяются потери на перемагничивание с ростом частоты при B_m=const, а не при H_m=const?
12. Почему в одном и том же диапазоне изменения частоты потери на перемагничивание ферромагнетика изменяются в больших пределах при B_m=const, а не при H_m=const?

Часть 4
КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 1. «ОПРЕДЕЛЕНИЕ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКИХ СВОЙСТВ ИЗОЛЯЦИИ ДВУХЖИЛЬНОГО КАБЕЛЯ»

4.1. Требование к оформлению контрольной работы

Контрольная работа состоит из двадцати вариантов с нумерацией вариантов от 0 до 19.

Номер варианта задачи, решаемой студентов в контрольной работе, определяется суммой двух последних цифр шифра студента. Например, если номер шифра студента 4298, то номер варианта задачи – 17.

К оформлению контрольной работы предъявляются следующие требования:

1. Контрольная работа выполняется в тетради, на обложке которой должны быть указаны фамилия, имя, отчество студента, учебный шифр, наименование дисциплины и домашний адрес.

2. Условия задачи переписываются полностью, без сокращений.

3. Текстовая часть, формулы, числовые выкладки должны быть выполнены чернилами без помарок и исправлений.

4. Графическая часть работы выполняется в карандаше с помощью чертёжных инструментов.

5. Электрические схемы вычерчиваются с соблюдением установленных стандартом условных обозначений.

6. Ответы на вопросы должны быть аргументированы теоретически с использованием в необходимом объёме рисунков, графиков.

7. В конце работы необходимо привести список использованной при выполнении контрольной работы литературы.

8. После списка литературы необходимо проставить дату выполнения работы и подпись.

4.2. Задание на контрольную работу

Питание электротехнической установки осуществляется с помощью кабельной линии длиной *l*. Кабель со свинцовой оболочкой имеет две токопроводящие жилы радиусом *R* (Рис.1). В качестве электрической изоляции жил друг от друга и жил от оболочки использована кабельная бумага. В пористой структуре диэлектрика имеются капилляры, заполненные воздухом. К жилам кабеля приложено переменное напряжение, действующее значение которого *U*, частотой *f*. При расчёте считать, что электрическое поле внутри кабеля однородно.

Требуется определить:

1) ёмкость между жилами кабеля, $C_к$;
2) сопротивление изоляции между жилами кабеля, $Z_{из}$;
3) значение тока утечки между жилами кабеля, $I_у$;
4) диэлектрические потери в изоляции кабеля, P;
5) пробивное напряжение изоляции между жилами кабеля, $U_{пр}$;
6) ёмкость $C_{кп}$, сопротивление изоляции $Z_{изп}$ и ток утечки $I_{уп}$ диэлектрические потери $P_п$, пробивное напряжение $U_{прп}$ при условии, что оболочка кабеля заполнена газообразным либо жидким диэлектриком. При расчёте принять, что поры и капилляры полностью заполнены этим диэлектриком;
7) после расчёта составить таблицу сравнительных данных кабелей без пропитки и с пропиткой и произвести анализ влияния пропитки изоляции кабеля на его электрические свойства;
8) определить соответствие изоляционных свойств электрической изоляции кабеля требованиям правил установки электропотребителей (ПУЭ);

Геометрические размеры кабеля и электрические параметры диэлектриков, использованных в качестве изоляции, приведены в таблице 4.1.

Вопросы к контрольной работе

1. Дайте расшифровку цифр, используемых в обозначениях марок электрических сталей.
2. На основной кривой намагничивания укажите участки, на которых намагничивание осуществляется за счёт роста доменов. В чём отличие процессов намагничивания на этих участках?
3. Как влияют на магнитные свойства материалов вихревые токи. В каких магнитных полях возникают эти токи?

Таблица 4.1

Исходные данные для решения контрольной работы

Номер варианта	Длинна линии l	Радиус жилы, R	Расстояние между жилами, S	Рабочее напряжение, U	Частота, f	Плотность		Относительная диэлектрическая проницаемость			Тангенс угла диэлектрических потерь			Электрическая прочность		
						Целлюлозы, D_1	Бумаги,D	Целлюлозы, ε_{21}	Воздуха, ε_{22}	Пропитки, ε_{23}	Целлюлозы, $tg\delta_1$	Воздуха, $tg\delta_2$	Пропитки, $tg\delta_3$	Целлюлозы, $E_{пр1}$	Воздуха, $E_{пр2}$	Пропитки, $E_{пр3}$
	м	мм	мм	В	Гц	кг/м^3	кг/м^3				10^{-4}	10^{-6}	10^{-3}	кВ/мм	кВ/мм	кВ/мм
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
0	120	1,38	7,5	220	50	1550	780	6,6	1,00059	2,1	65,0	4,0	3,0	15,0	3,2	20,0
1	50	1,78	8,3	380	50	1550	850	6,6	1,00059	2,7	65,0	4,0	10,0	15,0	3,2	60,0

2	1000	2,25	12,24	2200	50	1550	1100	6,6	1,00059	4,5	65,0	4,0	25,0	15,0	3,2	50,0
3	800	2,82	13,58	1100	50	1550	1090	6,6	1,00059	4,1	65,0	4,0	15,0	15,0	3,2	55,0
4	150	3,34	17,92	6600	50	1550	780	6,6	1,00059	2,8	65,0	4,0	0,2	15,0	3,2	43,0
5	1500	3,99	19,42	3300	50	1550	770	6,6	1,00059	5,2	65,0	4,0	30,0	15,0	3,2	35,0
6	3000	4,72	14,18	6600	50	1550	900	6,6	1,00059	4,8	65,0	4,0	5,0	15,0	3,2	20,0

Окончание табл. 4.1

Номер варианта	Длинна линии l	Радиус жилы, R	Расстояние между жилами, S	Рабочее напряжение, U	Частота, f	Плотность		Относительная диэлектрическая проницаемость			Тангенс угла диэлектрических потерь			Электрическая прочность		
						Целлюлозы, D_1	Бумаги,D	Целлюлозы, ε_{21}	Воздуха, ε_{22}	Пропитки, ε_{23}	Целлюлозы, $tg\delta_1$	Воздуха, $tg\delta_2$	Пропитки, $tg\delta_3$	Целлюлозы, $E_{пр1}$	Воздуха, $E_{пр2}$	Пропитки, $E_{пр3}$
	м	мм	мм	В	Гц	кг/м^3	кг/м^3				10^{-4}	10^{-6}	10^{-3}	кВ/мм	кВ/мм	кВ/мм
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
7	500	5,5	15,74	380	50	1550	970	6,6	1,00059	2,4	65,0	4,0	3,0	15,0	3,2	18,0
8	250	6,18	19,5	2200	50	1550	800	6,6	1,00059	1,01	65,0	4,0	4,0	15,0	3,2	20,0
9	2000	6,91	20,76	1100	50	1550	1100	6,6	1,00059	3,8	65,0	4,0	0,2	15,0	3,2	45,0
10	200	7,68	24,8	3300	50	1550	1100	6,6	1,00059	2,1	65,0	4,0	3,0	15,0	3,2	20,0
11	4000	8,74	27,3	6600	50	1550	850	6,6	1,00059	2,3	65,0	4,0	1,0	15,0	3,2	18,0
12	3500	1,38	11,2	1100	50	1550	780	6,6	1,00059	5,0	65,0	4,0	20,0	15,0	3,2	42,0
13	1600	1,78	11,2	2200	50	1550	900	6,6	1,00059	4,4	65,0	4,0	5,0	15,0	3,2	45,0
14	600	7,68	20,1	220	50	1550	770	6,6	1,00059	2,8	65,0	4,0	0,2	15,0	3,2	24,0
15	800	8,74	22,2	660	50	1550	970	6,6	1,00059	4,8	65,0	4,0	8,0	15,0	3,2	25,0
16	300	2,25	16,14	3300	50	1550	1090	6,6	1,00059	2,7	65,0	4,0	10,0	15,0	3,2	25,0
17	1400	3,34	17,92	6600	50	1550	780	6,6	1,00059	1,019	65,0	4,0	0,2	15,0	3,2	50,0
18	700	6,18	17,1	660	50	1550	780	6,6	1,00059	3,8	65,0	4,0	20,0	15,0	3,2	32,0

4.3. Методические указания к выполнению контрольной работы

Кабельная бумага представляет собой механическую смесь целлюлозы и воздуха с неодинаковой относительной диэлектрической проницаемостью. Определение относительной диэлектрической проницаемости такого диэлектрика производится в соответствии с уравнением Лихтенеккера для последовательного расположения компонентов. В связи с тем, что при использовании этого уравнения необходимо знать объёмные концентрации компонентов, расчёт

следует начать с определения последних по заданным значениям плотности целлюлозы и кабельной бумаги в соответствии с уравнениями

$$\theta_1 = \frac{D}{D_1}\ ; \tag{4.1}$$

$$\theta_2 = 1 - \frac{D}{D_1}, \tag{4.2}$$

где θ_1 – объёмная концентрация целлюлозы; θ_2 – объёмная концентрация воздуха; D – плотность кабельной бумаги, кг/м^3; D_1 – плотность целлюлозы, кг/м^3.

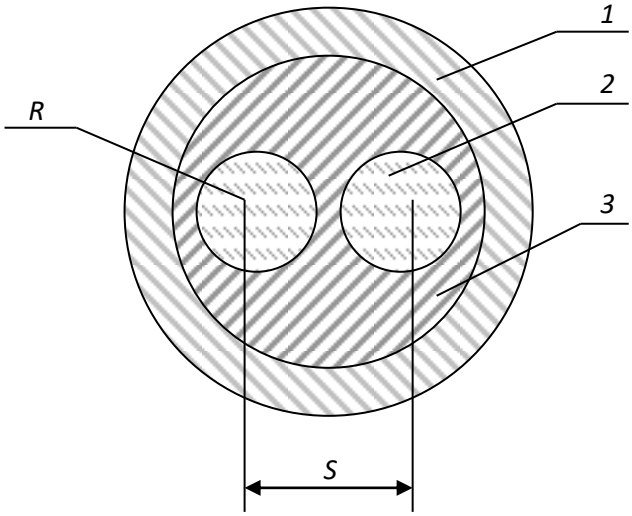


Рис. 4.1. Сечение двужильного кабеля
1- оплётка кабеля; 2- жила кабеля; 3- изоляция кабеля

По вычисленному значению относительной диэлектрической проницаемости непропитанной кабельной бумаги и заданным геометрическим размерам кабеля рассчитывается ёмкость кабельной линии.

Для двухжильного кабеля ёмкость между жилами может быть определена из уравнения:

$$C_k = \xi_r \cdot \xi_0 \times \frac{2 \cdot \pi \cdot l}{\ln K^2}, \tag{4.3}$$

где

$$K = \frac{a + x - R}{a + R - x};$$

$$x = \frac{S}{2};$$

$$a = \sqrt{(\frac{S}{2})^2 - R^2}\ ;$$

S– расстояние между центрами жил кабеля, м; *R*– радиус жил кабеля, м; *l*– длинна кабельной линии, м.

Тангенс угла диэлектрических потерь кабельной бумаги вычисляются по заданным значениям тангенсов углов диэлектрических потерь целлюлозы и воздуха по формуле

$$\mathrm{tg}\delta = \frac{\mathrm{tg}\delta_1}{1+\dfrac{\theta_2 \cdot \xi_{r1}}{(1-\theta_2)\cdot \xi_{r2}}} + \frac{\mathrm{tg}\delta_2}{1+\dfrac{(1-\theta_2)\cdot \xi_{r2}}{\theta_2 \cdot \xi_{r1}}}. \qquad (4.4)$$

Удельная активная (γ_a) и удельная реактивная (γ_p) проводимости изоляции в переменном электрическом поле с частотой *f* вычисляются по формулам, приведённым в основных учебных пособиях.

Удельная полная проводимость изоляции кабеля связана с удельными активной и реактивной проводимостями соотношением

$$\gamma_{из} = \sqrt{\gamma_a^2 + \gamma_p^2} \qquad (4.5)$$

Полная проводимость $Y_{из}$ изоляции кабеля определяется по удельной проводимости $\gamma_{из}$ и геометрическим размерам кабеля

$$Y_{из} = \gamma_{из} \cdot \frac{2\pi \cdot l}{\ln K^2} \qquad (4.6)$$

Ток утечки кабеля, возникающий под воздействием приложенного напряжения, сопротивление изоляции между жилами в двухжильных кабелях рассчитываются на основании соотношений

$$I_у = U \cdot Y_{из}; \qquad (4.7)$$

$$Z_{из} = \frac{1}{Y_{из}}. \qquad (4.8)$$

Диэлектрические потери в изоляции кабеля *P* находятся по действующему значению приложенного переменного напряжения, ёмкости кабельной лини, тангенсу угла диэлектрических потерь и частоте питающей сети

$$P = U^2 \cdot 2\pi \cdot f \cdot C_k \cdot \mathrm{tg}\delta, \qquad (4.9)$$

где *U* – рабочее напряжение кабельной линии, В; *f* – частота, Гц; C_k – ёмкость кабельной линии, Ф; tgδ – тангенс угла диэлектрических потерь; *P* – диэлектрические потери, Вт.

Для упрощения расчёта величины пробивного напряжения делаем допущение, что электрическое поле внутри кабеля однородное, то есть напряженность поля в любой его точке одинакова. Тогда электрическая прочность кабельной бумаги может быть получена по заданным значениям

электрической прочности компонентов (целлюлозы и воздуха) из следующего уравнения

$$E_{\text{пр}} = \frac{E_{\text{пр}1} \cdot E_{\text{пр}2}}{E_{\text{пр}1} + E_{\text{пр}2} \cdot (1 - \frac{\xi_{r2}}{\xi_{r1}})}. \qquad (4.10)$$

Пробивное напряжение изоляции:

$$U_{\text{пр}} = E_{\text{пр}} \cdot h_{\text{из}}, \qquad (4.11)$$

где $h_{\text{из}}$ – минимальная толщина изоляции, мм.

Минимальная толщина изоляции между жилами кабеля для двухжильного кабеля определяется из уравнения

$$h_{\text{из}} = S - 2R \qquad (4.12)$$

Вычислив электрические параметры линии, в кабеле которой в качестве изоляции использована непропитанная кабельная бумага, следует произвести расчёт параметров этой линии при условии, что оболочка кабеля заполнена вместо воздуха либо газообразным диэлектриком, либо жидким изоляционным материалом. При этом считаем, что в порах капиллярах воздух полностью замещается этими диэлектриками.

Последовательность расчёта остаётся той же, что для непропитанной кабельной бумаги. В уравнениях (4.2), (4.4) и (4.10) необходимо вместо электрических параметров воздуха подставлять аналогичные параметры замещающего воздух другого диэлектрика согласно условию задачи. При записи расчётного уравнения необходимо индекс 2, обозначающий, что это параметр воздуха, изменить на индекс 3.

Например, при определении $\text{tg}\delta_n$ пропитанной жидким диэлектриком кабельной бумаги уравнение (4.4) нужно записать в следующем виде:

$$\text{tg}\delta_{\text{п}} = \frac{\text{tg}\delta_q}{1 + \frac{\theta_3 \cdot \xi_{r1}}{(1-\theta_3) \cdot \xi_{r2}}} + \frac{\text{tg}\delta_3}{1 + \frac{(1-\theta_3) \cdot \xi_{r3}}{\theta_3 \cdot \xi_{r1}}}.$$

При расчёте следует полагать, что объёмные концентрации целлюлозы и заменяющего воздух другого газообразного или жидкого диэлектрика остались такими же, как целлюлозы и воздуха, то есть

$$\theta_3 = \theta_2.$$

После окончания расчёта следует *обязательно* проанализировать, как влияет на электрические параметры кабельной линии пропитка её изоляции жидким диэлектриком. Для удобства анализа необходимо составить таблицу расчётных значений электрических параметров кабельной линии дои после пропитки. Образец такой таблицы представлен ниже.

Таблица 4.2

Таблица сравнительных данных кабельной линии

Обозначение параметра	ξ_r	C_k, Ф	$X_{из}$, См/м	$Z_{из}$, Ом	$Y_{из}$, См	P, Вт	$U_{пр}$, кВ
Кабель без пропитки							
Кабель с пропиткой							

При анализе необходимо указывать, как влияет пропитка изоляции на значение каждого из рассчитанных параметров с использованием теоретических сведений.

В конце анализа необходимо сделать вывод о соответствии изоляции пропитанного и непропитанного кабелей требованиям, предъявляемых к кабельной линии правилами устройства электроустановок (ПУЭ).

В соответствии с этими требованиями кабельные линии с рабочим напряжением до 1000 В должны обладать сопротивлением изоляции $R_{из}$>0,5 МОм при прозвонке их мегаомметром на напряжение 2,5 кВ.

Изоляция кабельных линий с рабочим напряжением более 1 кВ должна выдерживать воздействия постоянных напряжений, значение которых приводятся в табл. 4.3.

Таблица 4.3

Испытательное напряжение выпрямленного тока для силовых кабелей

Изоляция	Напряжение, кВ, для кабелей на рабочее напряжение, кВ								Продолжительность
	2	3	6	10	20	35	110	220	
Бумажная	12	18	36	60	100	175	300	450	

Для установления соответствия изоляции кабельных линий с рабочим напряжением до 1 кВ требованиям ПУЭ необходимо рассчитать сопротивление изоляции $R_{из}$ постоянному току. Расчёт $R_{из}$ осуществляется по активной удельной проводимости в соответствии с уравнениями

$$g_{из} = \gamma_а \cdot \frac{2\pi \cdot l}{\ln K^2}; \quad (4.13)$$

$$R_{из} = \frac{1}{g_{из}}, \quad (4.14)$$

где $g_{из}$ – активная проводимость кабельной линии, См; $\gamma_а$ – удельная активная проводимость кабельной линии, См/м; $R_{из}$ – сопротивление изоляции постоянному току, Ом.

Если рассчитанное значение сопротивления изоляции $R_{из}$ больше 0,5 мОм, то кабельная линия удовлетворяет требованиям ПУЭ.

Для кабельных линий с рабочим напряжением свыше 1000В проверка изоляции на соответствие требованиям ПУЭ производится путём сравнения рассчитанного пробивного напряжения с $U_{пр}$ с испытательным напряжением, приведённым в табл. 4.3.

4.4. Экзаменационные вопросы

1. Понятия об электротехнических материалах. Классификация (определения).
2. Диэлектрики. Основные понятия. Определения. Классификация.
3. Понятия поляризации. Механизм поляризации.
4. Виды поляризации. Электронная поляризация.
5. Виды поляризации. Ионная поляризация.
6. Виды поляризации. Спонтанная (остаточная) поляризация.
7. Обобщенная схема замещения диэлектрика.
8. Относительная диэлектрическая проницаемость газообразных диэлектриков.
9. Относительная диэлектрическая проницаемость твердых диэлектриков
10. Относительная диэлектрическая проницаемость сложных диэлектриков. Уравнение Лихтеннекера.
11. Понятия об электропроводности диэлектриков. Электропроводность твердых диэлектриков. Объемное и поверхностное удельные сопротивления диэлектриков.
12. Диэлектрические потери. Основные понятия. Схемы замещения. Виды диэлектрических потерь.
13. Понятие пробоя диэлектриков. Электрический пробой газообразных диэлектриков.
14. Понятие электрического пробоя диэлектриков. Электротепловой пробой.
15. Механические, физические и тепловые свойства диэлектриков.
16. Электроизоляционные материалы. Газообразные, жидкие твердые и твердеющие изоляционные материалы.
17. Физика магнетизма. Условия возникновения ферромагнетизма.
18. Основные характеристики магнитных веществ.
19. Строение ферромагнетиков.
20. Явление магнитной анизотропии и магнитострикции.
21. Намагничивание ферромагнетиков.
22. Свойства ферромагнетиков в квазипостоянных магнитных полях.
23. Динамическая петля намагничивания.
24. Эффект вытеснения магнитного поля диэлектрика в переменном магнитном поле.
25. Потери мощности на перемагничивание ферромагнетиков в переменном магнитном поле.

26. Магнитные материалы. Магнитомягкие и магнитотвердые магнитные материалы.
27. Исследование ферромагнетика в переменном магнитном поле.
28. Полупроводники. Основные понятия. Классификация.
29. Электропроводность полупроводников.
30. Электронно-дырочный переход полупроводников.
31. Проводники. Классификация. Основные понятия.
32. Удельное сопротивление проводников. Температурный коэффициент удельного сопротивления.
33. ТермоЭДС. Температурный коэффициент линейного расширения металлических проводников.
34. Основы конструкционного и электротехнического материаловедение.
35. Агрегатные состояния и дефекты строения материалов.
36. Термическая обработка.
37. Металлы и сплавы.
38. Искусственные и синтетические материалы.
39. Классификация материалов.
40. Технологии получения материалов.

Учебно-методические материалы

Основная литература

Богородицкий Н. П., Пасынков В. В., Тареев Б. М. Электротехнические материалы. 7-е издание. Л.: Энергоатомиздат, 1985. 304 с.

Угольников А. В. Электротехническое и конструкционное материаловедение. Екатеринбург, Изд-во УГГУ, 2015. 147 с.

Хахин Ю. М. Электротехническое материаловедение. Екатеринбург, Изд. УГГГА, 1995. 100 с.

Дополнительная литература

Справочник по электрическим материалам / *под ред. Ю. В. Корицкого* 2-е изд. М.: Энергия, том 1, 1974. 583 с.; том 2, 1974. 615 с; том 3, 1976. 896 с.

Агеева Н. Д., Винаковская Н. Г, Лифанов В. Н. Электротехническое материаловедение, Владивосток: Изд-во ДВГТУ, 2006. 76 с.

Дудкин А. Н. Ким В. С. Электротехническое материаловедение. Томск: Издательство Томского политехнического университета, 2012. 216 с.

Журавлева Л. В. Электроматериаловедение, М ПрофОбрИздат, 2001. 312 с.

*Попов В. С.*Теоретическая электротехника. М.: Энергоатомиздат, 1990.

Розенблат М. А. Магнитные элементы автоматики и вычислительной техники. М.: Наука, 1966. 720с.

Тареев Б. М. Физика диэлектрических материалов. М.: Энергия, 1982. 320 с.

Штофа Ян. Электротехнические материалы в вопросах и ответах. М.: Энергоатомиздат, 1984. 200 с.

Электротехнические и конструкционные материалы. В. Н. Бородулин, А. С. Воробьев, В. М. Матюгин и др. М: Издательский центр «Академия», 2005. 280 с.

МИНОБРНАУКИ РФ

ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебно-методическому комплексу
_____С.А.Упоров

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ К САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЕ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Б1.В.01 ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКОЕ МАТЕРИАЛОВЕДЕНИЕ

Специальность:
21.05.03 Технология геологической разведки

Специализация:
Геофизические информационные системы

Автор: Угольников А. В., доцент, к.т.н.

Одобрены заседании кафедры
Электротехники
(название кафедры)
Зав. кафедрой _____
(подпись)
Угольников А. В.
(Фамилия И.О.)
Протокол № 1 от 15.09.2023
(Дата)

Рассмотрены методической комиссией факультета
Геологии и геофизики
(название факультета)
Председатель _____
(подпись)
Вандышева К.В.
(Фамилия И.О.)
Протокол № 2 от 13.10.2023
(Дата)

Екатеринбург

Методические материалы по дисциплине согласованы с выпускающей геологии и геофизики нефти и газа

Заведующий кафедрой ГГНГ _____к.г.-м.н., С.А. Рыльков____

подпись *И.О. Фамилия*

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ 4
ВИДЫ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТА 5
МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ПОДГОТОВКЕ КО ВСЕМ ВИДАМ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ 5
Повторение материала лекций и самостоятельное изучение курса 5
Подготовка к практическим занятиям и лабораторным работам 6
МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ПОДГОТОВКЕ К ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ 7
Подготовка к зачёту 7

ВВЕДЕНИЕ

Самостоятельная работа студентов – это разнообразные виды деятельности студентов, осуществляемые под руководством, но без непосредственного участия преподавателя в аудиторное и/или внеаудиторное время.

Это особая форма обучения по заданиям преподавателя, выполнение которых требует активной мыслительной, поисково-исследовательской и аналитической деятельности.

Методологическую основу самостоятельной работы студентов составляет деятельностный подход, когда цели обучения ориентированы на формирование умений решать типовые и нетиповые задачи, то есть на реальные ситуации, где студентам надо проявить знание конкретной дисциплины, использовать внутрипредметные и межпредметные связи.

Цель самостоятельной работы – закрепление знаний, полученных на аудиторных занятиях, формирование способности принимать на себя ответственность, решать проблему, находить конструктивные выходы из сложных ситуаций, развивать творческие способности, приобретение навыка организовывать своё время

Кроме того самостоятельная работа направлена наобучение студента осмысленно и самостоятельно работать сначала с учебным материалом, затем с научной информацией, заложить основы самоорганизации и самовоспитания с тем, чтобы привить умение в дальнейшем непрерывно повышать свой профессиональный уровень.

Самостоятельная работа реализует следующие задачи:

- систематизация и закрепление полученных теоретических знаний и практических умений студентов;
- углубление и расширение теоретических знаний;
- формирование умений использовать нормативную, правовую, справочную документацию и специальную литературу;
- развитие познавательных способностей и активности студентов: творческой инициативы, самостоятельности, ответственности и организованности;
- формирование самостоятельности мышления, способностей к саморазвитию, самосовершенствованию и самореализации;
- формирование практических (общеучебных и профессиональных) умений и навыков;
- развитие исследовательских умений;
- получение навыков эффективной самостоятельной профессиональной (практической и научно-теоретической) деятельности.

В учебном процессе выделяют два вида самостоятельной работы:

- аудиторная;
- внеаудиторная.

Аудиторная самостоятельная работа по дисциплине выполняется на учебных занятиях под непосредственным руководством преподавателя и по его заданию.

Внеаудиторная самостоятельная работа– планируемая учебная, учебно-исследовательская, научно-исследовательская работа студентов, выполняемая во внеаудиторное время по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия.

Самостоятельная работа, не предусмотренная образовательной программой, учебным планом и учебно-методическими материалами, раскрывающими и конкретизирующими их содержание, осуществляется студентами инициативно, с целью реализации собственных учебных и научных интересов.

Для более эффективного выполнения самостоятельной работы по дисциплине преподаватель рекомендует студентам источники и учебно-методические пособия для работы, характеризует наиболее рациональную методику самостоятельной работы, демонстрирует ранее выполненные студентами работы и т. п.

ВИДЫ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТА

Основные формы организации самостоятельной работы студентов определяются следующими параметрами:

- содержание учебной дисциплины;
- уровень образования и степень подготовленности студентов;
- необходимость упорядочения нагрузки студентов при самостоятельной работе.

В соответствии с реализацией рабочей программы дисциплины в рамках самостоятельной работы студенту необходимо выполнитьследующиевиды работ:

для подготовки ко всем видам текущего контроля:

- повторение материала лекций;
- самостоятельное изучение курса;
- подготовка к практическим занятиям и лабораторным работам;
- подготовка к контрольной работе, написание контрольной работы;
- выполнение и написание курсовой работы (проекта);

для подготовки ко всем видам промежуточной аттестации:

- подготовка к зачёту;
- подготовка к экзамену.

Особенностью организации самостоятельной работы студентов является необходимость не только подготовиться к сдаче зачета /экзамена, но и собрать, обобщить, систематизировать, проанализировать информацию по темам дисциплины.

Технология организации самостоятельной работы студентов включает использование информационных и материально-технических ресурсов образовательного учреждения.

Самостоятельная работа может осуществляться индивидуально или группами студентов как online, так и на занятиях в зависимости от цели, объема, конкретной тематики самостоятельной работы, уровня сложности, уровня умений студентов.

В качестве форм и методов контроля внеаудиторной самостоятельной работы студентов могут быть использованы обмен информационными файлами, семинарские занятия, тестирование, опрос, доклад, реферат, самоотчеты, контрольные работы, защита контрольных и курсовых работ (проектов), защита зачётных работ в виде доклада с презентацией и др.

Текущий контроль результатов внеаудиторной самостоятельной работы студентов осуществляется в пределах времени, отведенного на обязательные учебные занятия по дисциплине.

Промежуточный контроль результатов внеаудиторной самостоятельной работы студентов осуществляется в пределах времени, отведенного для сдачи экзамена / зачёта.

В методических указаниях по каждому виду контроля представлены материалы для самостоятельной работы и рекомендации по организации отдельных её видов.

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ПОДГОТОВКЕ КО ВСЕМ ВИДАМ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ

Повторение материала лекций и самостоятельное изучение курса

Лекционный материал по дисциплине излагается в виде устных лекций преподавателя во время аудиторных занятий. Самостоятельная работа студента во время лекционных аудиторных занятий заключается в ведении записей (конспекта лекций).

Конспект лекций, выполняемый во время аудиторных занятий, дополняется студентом при самостоятельном внеаудиторном изучении некоторых тем курса.Самостоятельное изучение тем курса осуществляется на основе списка основной и дополнительной литературы к дисциплине.

Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины приведён в рабочей программе дисциплины.

Рекомендуемые задания для самостоятельной внеаудиторной работы студента, направленные на повторение материала лекций и самостоятельное изучение тем курса:

для овладения знаниями:

- конспектирование текста;
- чтение основной и дополнительной литературы;
- составление плана текста;
- работа со словарями, справочниками и нормативными документами;
- просмотр обучающих видеозаписей.

для закрепления и систематизации знаний:

- работа с конспектом лекций;
- повторная работа над учебным материалом;
- составление таблиц для систематизации учебного материала;
- изучение нормативных материалов;
- составление плана и тезисов ответа на вопросы для самопроверки;
- ответы на вопросы для самопроверки;
- составление библиографических списков по изучаемым темам.

для формирования навыков и умений:

- выполнение рисунков, схем, эскизов оборудования;
- рефлексивный анализ профессиональных умений.

Тематический план изучения дисциплины и содержание учебной дисциплины приведены в рабочей программе дисциплины.

Вопросы для самопроверки приведены учебной литературе по дисциплине или могут быть предложены преподавателем на лекционных аудиторных занятиях после изучения каждой темы.

Подготовка к практическим занятиям и лабораторным работам

Практические занятия по дисциплине выступают средством формированияу студентов системы интегрированных умений и навыков, необходимых для освоения профессиональных компетенций, а также умений определять, разрабатывать и применять оптимальные методы решения профессиональных задач.

На практических занятиях происходит закрепление теоретических знаний, полученных в ходе лекций, осваиваются методики и алгоритмы решения типовых задач по образцу и вариантных задач, разбираются примеры применения теоретических знаний для практического использования, выполняются доклады с презентацией по определенным учебно-практическим, учебно-исследовательским или научным темам с последующим их обсуждением.

Рекомендуемые задания для самостоятельной внеаудиторной работы студента, направленные на подготовку к практическим занятиям:

для овладения знаниями:

- чтение основной и дополнительной литературы;
- работа со словарями, справочниками и нормативными документами;
- просмотр обучающих видеозаписей.

для закрепления и систематизации знаний:

- работа с конспектом лекций;
- ответы на вопросы для самопроверки;
- подготовка публичных выступлений;
- составление библиографических списков по изучаемым темам.

для формирования навыков и умений:

- решение задач по образцу и вариативных задач;
- выполнение рисунков, схем, эскизов оборудования;

– рефлексивный анализ профессиональных умений.

Тематический план изучения дисциплины и содержание учебной дисциплины приведены в рабочей программе дисциплины.

Лабораторные занятия по дисциплине выступают средством формированияу студентов навыков работы с использованием лабораторного оборудования, планирования и выполнения экспериментов, оформления отчётной документации по выполнению лабораторных работ.

Рекомендуемые задания для самостоятельной внеаудиторной работы студента, направленные на подготовку к лабораторным занятиям:

для овладения знаниями:

– изучение методик работы с использованием различных видов и типов лабораторного оборудования;
– изучение правил безопасной эксплуатации лабораторного оборудования;
– работа со словарями, справочниками и нормативными документами.

для закрепления и систематизации знаний:

– составление плана проведения эксперимента;
– составление отчётной документации по результатам экспериментирования;
– аналитическая обработка результатов экспериментов.

для формирования навыков и умений:

– выполнение рисунков, схем, эскизов оборудования;
– оформление отчётной документации по выполнению лабораторных работ.

ПО ПОДГОТОВКЕ К ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

Подготовка к зачёту

Зачёт по дисциплине может быть проведён в виде теста или включать в себя защиту контрольной работы (доклад с презентацией).

Тест – это система стандартизированных заданий, позволяющая автоматизировать процедуру измерения уровня знаний и умений обучающегося.

При самостоятельной подготовке к зачёту, проводимому в виде теста, студенту необходимо:

– проработать информационный материал (конспект лекций, учебное пособие, учебник) по дисциплине; проконсультироваться с преподавателем по вопросу выбора дополнительной учебной литературы;
– выяснить условия проведения теста:количествовопросов в тесте,продолжительностьвыполнения теста, систему оценки результатов и т. д.;
– приступая к работе с тестом, нужно внимательно и до конца прочитать вопрос и предлагаемые варианты ответов, выбрать правильные (их может быть несколько), на отдельном листке ответов вписать цифру вопроса и буквы, соответствующие правильным ответам.

В процессе выполнения тестарекомендуется применять несколько подходов в решении заданий. Такая стратегия позволяет максимально гибко оперировать методами решения, находя каждый раз оптимальный вариант. Не нужно тратить слишком много времени на трудный вопрос, а сразу переходить к другим тестовым заданиям, к трудному вопросу можно обратиться в конце. Необходимо оставить время для проверки ответов, чтобы избежать механических ошибок.

Зачёт также может проходить в виде защиты контрольной работы (доклад с презентацией). Методические рекомендации по подготовке и выполнению доклада с презентацией приведены в п. «Подготовка и написание контрольной работы».

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебно-методическомукомплексу С. А. Упоров

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ ПРАКТИЧЕСКИХ РАБОТ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Б1.В.02 ГЕОСТАТИСТИКА

Специальность:
21.05.03 Технология геологической разведки

Специализация:
Геофизические информационные системы

Одобрены на заседании кафедры
Геологии и геофизики нефти и газа
(название кафедры)
Зав. кафедрой _____ *(подпись)*
к.г.-м.н., доц. Рыльков С.А.
(Фамилия И.О.)
Протокол № 1 от 19.09.2023
(Дата)

Рассмотрены методической комиссией
факультета геологии и геофизики
(название факультета)
Председатель _____ *(подпись)*
к.г.-м.н., доц. Вандышева К.В.
(Фамилия И.О.)
Протокол № 2 от 13.10.2023
(Дата)

Екатеринбург

Автор: Крылатков С.М., к.г.-м.н., доцент

Содержание

Введение	3
Практическая работа №1. Основы одномерной статистики	4
Практическая работа №2. Основы двумерной статистики: расчет коэффициента корреляции; определение параметров линейной регрессии; определение параметров криволинейной регрессии по МНК	6
Практическая работа №3. Технология расчета вариограммы 1D и изотропной вариограммы 2D	13
Практическая работа 4. Теоретические вариограммы	16
Практическая работа №5. Изучение анизотропии с помощью вариограммы	17
Практическая работа №6. Интерполяция данных методом кригинга (Kriging)	21
Практическая работа №7. Исследование влияния параметров кригинга на результаты прогноза значений поля по площади	24
Практическая работа №8. Стохастическое моделирование методом Монте-Карло	27
Практическая работа №9. Использование методов Монте-Карло для определения площадей плоских фигур	29
Практическая работа №10. Расчёт объёмов запасов с помощью стохастического моделирования (методом Монте-Карло)	30
Расчетно-графическая работа: Подсчет запасов УВ методом Монте-Карло на основе объемного метода	32
Список литературы	44

Введение

Практикум по дисциплине «Геостатистика» состоит из 9 практических работ и одной расчетно-графической работы. Практические работы, представляют собой задания, которые выполняются в программной среде MATLAB. В тексте методических рекомендаций к практическим работам приводятся наиболее часто применяемые функции MATLAB, а также для сложных алгоритмов расчета готовые сценарии расчетов на языке MATLAB**.**

При подготовке к практическим работам и при написании отчетов к ним необхододимо пользоваться следующей литературой:

1. Дюбруль О. Использование геостатистики для включения в геологическую модель сейсмических данных. SEG, 2002, с. 292

2. Геостатистика: теория и практика / В. В. Демьянов, Е. А. Савельева; под ред. Р. В.

3. Арутюняна; Ин-т проблем безопасного развития атомной энергетики РАН. — М.: Наука, 2010. — 327 с.

Практическая работа №1

Основы одномерной статистики

Понятие случайной переменной является основополагающим. Случайной называется такая переменная, которая принимает определённые значений с определёнными вероятностями. При проведении наблюдений мы получаем значения исследуемых величин, которые заносятся в специальные таблицы. Таблица, в которой приведены все значения случайной величины (все варианты), называется первоначальной таблицей, или первоначальным рядом результатов наблюдений.

Для проведения статического анализа первоначальный ряд упорядочивается, т.е. осуществляется группировка данных. В результате группировки появляется таблица, которая называется таблицей распределения, или рядом распределения.

Группировка результатов наблюдений случайной величины сводится к простому подсчёту числа раз, когда появляется то или иное ее конкретное значение. В случае непрерывной случайной величины поступают, следующим образом. По первоначальной таблице находят минимальное X_{min} и максимальное X_{max} значения вариант и определяют размах выборки

$R_в = X_{max} - X_{min}$. Это интервал, в котором лежат все наблюденные значения изучаемого признака, делится на более мелкие интервалы группировки, классы или классовые промежутки, число которых зависи от выбранной величины интервалов группировки ΔX. Это можно выполнить по следующим формулам:

$\Delta X = R_в/(5 \cdot \lg n)$	К. Брукс и Н. Карузерс
$\Delta X = R_в/(1+3{,}3 \cdot \lg n)$	Стерджесс
$\Delta X = R_в/\sqrt{n}$	и другие

Знаменатель этих формул и есть искомое число классов. Формулы позволяют ориентировочно определить величину классового промежутка. Окончательный выбор проводится исходя из содержательных соображений.

На следующем этапе располагают классы в порядке возрастания и находят, какое количество вариант лежит в пределах каждого класса (находят частоту класса Z). Разделив частоту каждого класса на объём выборки *n*, получают относительную частоту или частость класса *W*: $W = Z/n$

Накопленной частотой ZH для каждого класса называется сумма частот всех классов, подсчитанная с первого класса и включая данный. Отношение накопленной частоты к объёму совокупности называется относительной накопленной частотой WH

$$WH = ZH/n$$

Очевидно, что относительная накопленная частота есть ни, что иное, как значение эмпирической функции распределения

F(x) =WH=ZH/n

Графические способы представления данных

- Гистограмма- это ступенчатый график, на котором по оси абсцисс отложены классы, а по оси ординат – количество (частота) попаданий в класс Z. Площадь под графиком всей гистограммы частот равна объёму статической совокупности.

- Функция плотности вероятности. Для построения по оси абсцисс откладываются середины классов, а по оси ординат частость W, соответствующие определённым классам.

- Кумулята частот (или интегральный полигон распределения), кумулята относительных частот (или интегральная плотность вероятности), являются графическим изображением эмпирической функции распределения. Для построения кумуляты частот по оси абсцисс откладываются классы, а по оси ординат накопленные частоты ZH. Для построения интегральной плотности вероятности по оси абсцисс откладываются середины классов, а по оси ординат относительные накопленные частоты WH.

Знакомство со способами определения основных числовых характеристик СВ в системе Matlab по выборкам их значений

Порядок выполнения

1. Генерируем с помощью функции randn(n,1) выборки (массивы) значений некоторых СВ (скорость продольных волн, скорость поперечных волн, плотность). Для этого задаем объем выборки n=100, среднее и среднеквадратическое отклонение(ско).

   Например, для величины x со средним *xcp* и ско равным *s* это делается с помощью следующей команды:

   *x=xcp+s*randn(N,1*);

   строим график значений этой величины по выборке в зависимости от номера точки:

   plot(x)

2. Вычисляем мат. Ожидание – *Mx,* медиану - *Mex*, моду -*Mox,* среднеквадратическое отклонение *Sx* по выборке с помощью команд

   Mx=mean(x);

   Mex=median(x);

   [mn,mc]=hist(x);

   [c,ma]=max(mn);

   Mox=mc(ma);

   Sx=std(x);

Строим гистограмму и куммуляту для случайной величины x

Примеры представления данных приведены на рисунках.



Исходные данные: наблюденные значения плотности

Задание:

1. Подготовить данные для расчёта гистограммы: определить размах выборки Rв, интервал группирования данных по формулам Стерджесса, Брукса и др. Определить правые границы классов группирования данных.
2. Для каждого класса рассчитать:
   Частоту попадания в класс для данной выборки Z, относительную частоту попадания в класс для данной выборки W, накопленную частоту ZH, относительную накопленную частоту WH. Результаты представить в виде таблицы.

Классы (диапазон)	Z	W	ZH	WH

3. Построить функции: гистограмму, плотности вероятности, камуляту частот, интеграл плотности вероятности.
4. Рассчитать среднее значение и дисперсию.
5. На графике плотности вероятности наблюденных значений показать характеристики положения распределения: мода, среднее значение, медиану.

Статистические распределения. Проверка гипотезы о типе распределения

Задание

А) описать по приведенной ниже схеме следующие распределения:

- равномерное,
- нормальное,
- логарифмически нормальное.

Б) привести порядок проверки гипотезы о типе распределения на примере нормального распределения.

Литература:

1. Крылатков С.М. Теоретические основы обработки геофизической информации, 1997.

   См. стр. 40-43, 52-53, 120-124.

2. Вентцель Е.С. Теория вероятностей: Учебник для вузов. 5 изд. 1998, См. стр. 103-106, 116-120, 131-149

Схема описания статистических распределений:

1. Аналитическое выражение (формула) для функции плотности вероятности f(x)
2. Аналитическое выражение (формула) для интегральной функции распределения F(x)
3. Параметры распределения и их влияние на форму f(x) и F(x).
4. Математическое ожидание (среднее), дисперсия
5. График функции плотности распределения f(x) - схематично
6. График интегральной функции распределения F(x) - схематично

Практическая работа №2

Основы двумерной статистики: расчет коэффициента корреляции; определение параметров линейной регрессии; определение параметров криволинейной регрессии по МНК.

Исходные данные: выборка парных значений геологических y_i и геофизических x_i параметров.

Данные y_i и x_i задаются в таблице d, которая вводится из меню ***вставка-компонент-input table.*** Далее следует присвоить x:= $d^{<1>}$, y := $d^{<0>}$).

Порядок выполнения работы в Mathcad.

1. Построить график зависимости y(x) в виде облака точек. Визуально оценить наличие корреляционной связи (слабая, удовлетворительная, хорошая) и ее возможную аналитическую форму (линейная, нелинейная).
2. Определить коэффициент корреляции по формуле:

$$R = \sum_{i=0}^{n-1} \frac{(x_i - xcp)(y_i - ycp)}{\sigma x \cdot \sigma y \cdot n}, \quad (1)$$

где

xcp:= mean(X) – среднее;

σx:= stdev(X) – среднеквадратичное отклонение

(для y – аналогично);

n – число пар значений x_i y_i, рассчитывается по формуле ***n:= length ($d^{<0>}$)***.

Вычислить R, используя встроенную функцию ***R:= corr(X,Y)***, где X и Y вектора значений.

Сравнить значения, полученные по формуле, и с помощью встроенной функции.

Оценить наличие корреляционной связи по величине коэффициента корреляции.

2. Подготовить выборку к определению параметров регрессии, отсортировав пары значений с помощью функции

t := csort (d,n), где d – таблица значений x и y,

n – номер столбца, по которому выполняется сортировка (в нашем случае при сортировке по x ***n*** принимает значение 1).

Отсортированные значения присвоить переменным ***x := $t^{<1>}$ y := $t^{<0>}$***

Полученные векторы **x** и **y** являются исходными данными для выполнения регрессионного анализа.

3. Выполнить расчет коэффициентов линейной связи ***y = ax+b*** по методу наименьших квадратов (МНК), используя формулы:

$$a := \frac{\overline{x \cdot y} - \bar{x} \cdot \bar{y}}{\overline{x \cdot x} - \bar{x} \cdot \bar{x}}; \quad (2)$$

$b := \bar{y} - a\bar{x}$, где

$\bar{x}$ - среднее по вектору x;

$\bar{y}$ - среднее по вектору y;

$\overline{x \cdot x}$ - среднее произведений $x_i * x_i$;

$\overline{x \cdot y}$ - среднее произведений $x_i * y_i$.

Выполнить расчеты a и b, используя встроенные функции:

a := slope (x,y);

b := intercept (x,y).

Сравнить значения, полученные по формулам и с помощью встроенных функций

3. Рассчитать значения переменой y по уравнению линейной связи:

yt := ax+b.

4. Рассчитать сумму квадратов отклонений исходных значений y от значений, рассчитанных по уравнению регрессии yt:

$$S := \sum_{i=1}^{n} (y_i - yt_i)^2 .$$

5. Выполнить расчет коэффициентов обратной линейной связи: x = cx + g, используя встроенные функции:

g := slope (y, x);

h := intercept (y,x).

6. Рассчитать значения xt по уравнению линейной связи

xt:=gy+h.

7. Рассчитать сумму квадратов отклонений

$$S := \sum_{i=1}^{n} (x_i - xt_i)^2$$

Сравнить сумму из пункта 4 с суммой из пункта 7 и сделать выводы о том какая связь лучше

yt := ax+b или ***xt:=gy+h***

8. Найти коэффициенты линейной связи, используя коэффициенты корреляции***:***

a:=R(σy /σx), b:=ycp - a*xcp

g:=R(σx /σy), h:=xcp - g*ycp

Сравнить результаты расчета коэффициентов, полученных различными способами.

9. Построить графики ***yt := ax+b*** и ***xt:=gy+h*** и облако точек y(x) (см пункт 1) в одних и тех же осях координат:

а) ***yt(x)*** (формат изображения – линия);

б) ***xt(y)*** формат изображения – линия);

в) линию среднего значения y_{cp} задать уравнением $yc_i:=0*x_i+ycp;$

г) линию среднего значения x_{cp} задать уравнением $xc_i:=0*y_i+xcp;$

Линии а, б, в, г должны пересекаться в одной точке.

Ответить на вопрос какой?

Домашнее задание:

1. Для данных, использованных в работе, выполнить расчет коэффициентов a и b по МНК, выбрав одну из наиболее подходящих криволинейных зависимостей (степенной, показательной, обратной связи и т.п.), которые можно свести к линейной связи рассчитать y_t и S. Сравнить значение S с аналогичными расчетами для линейной зависимости. Построить облако точек и график $y_t(x)$ в одних осях координат.
2. Выполнить расчет коэффициента ранговой корреляции Спирмена, сравнить его с коэффициентом R.

Практическая работа №2 (упрощенный вариант)
Основы двумерной статистики: расчет коэффициента корреляции; определение параметров линейной регрессии по МНК.

Исходные данные: выборка парных значений геофизического x_i и геологического y_i параметра.

Порядок выполнения работы (применительно к Matlab)

1. Ввести данные y_i и x_i.
2. Построить график зависимости y(x) в виде облака точек. Визуально по форме облака точек оценить наличие корреляционной связи (слабая, удовлетворительная, хорошая) и ее возможную аналитическую форму (линейная, нелинейная).
3. Определить коэффициент корреляции по формуле (1)

где ***xcp = mean(x)*** – среднее; ***σx = std(x)*** – среднеквадратичное отклонение (для y – аналогично); n – количество пар значений x_i y_i , которое рассчитывается с помощью встроенной функции ***n = length (x)***.

Вычислить ***R,*** используя встроенную функцию:

R = corrcoef(x,y), где x и y выборки значений.

Сравнить значения, полученные по формуле (1), и с помощью встроенной функции. По численному значению R оценить наличие корреляционной связи.

4. Выполнить расчет коэффициентов линейной связи ***y = ax+b*** по методу наименьших квадратов (МНК), используя формулы (2),

где - среднее по выборке x: ***xcp = mean(x)***;

- среднее по выборке y: ***xcp = mean(x)***;

- среднее произведений пар значений x*x: ***xxcp = mean(x.*x)***

- среднее произведений пар значений x*y: ***xycp = mean(x.*y)***

5. Рассчитать значения геологического параметра по уравнению линейной связи:

yt = ax+b.

6. Рассчитать сумму квадратов отклонений исходных значений геологического параметра от значений, рассчитанных по уравнению регрессии

xt:=gy+h.

7. Выполнить пункты 4-6 для обратной линейной связи: ***xt:=gy+h***.

зависимости геофизического параметра от геологического. Сравнить суммы квадратов отклонений для полученных линейных зависимостей. Сделать вывод о том какая связь лучше ***yt(x)*** или ***xt(y).***

8. Построить в одних в тех же осях координат следующие графики:

а) облако точек y(x)

б) линию ***yt(x)*** (формат изображения – сплошная линия);

в) линию ***xt(y)*** (формат изображения – сплошная линия);

в) линии средних значений ***yc*** и ***xc*** задать уравнениями ***yc=0*x+ycp xc=0*y+xcp***

Оформить отчет.

Теоретическая часть:

А) Расчет парного коэффициента корреляции (определение и формулы)

Б) МНК – сущность метода, формулы, анализ результатов.

Практическая часть:

А) Описание исходных данных

Б) Порядок работы

В) Описание результатов, форма графиков и выводы

Результаты определения скоростей сейсмических волн в разрезе по материалам сейсмических работ МОГТ на Нижне-Сергинском профиле и данным сейсмокаротажа (скв.106)

H, м	To, сек	Vинт. м/с	Vср. м/с	Vогт м/с
25	0,036	1400	1400	1450
150	0,110	3400	2727	2700
250	0,158	4100	3165	3250
650	0,336	4500	3870	4059
1400	0,640	4800	4222	4420
2000	0,876	5000	4566	4660
2080	0,910	4600	4571	4680
2200	0,968	4800	4894	4994
2750	1,126	6200	4884	5001
2860	1,171	4900	4885	5001
3100	1,241	5500	5087	5194
3400	1,336	6600	5097	5230
3550	1.398	4700	5075	5230
4000	1,508	5500	5230	5270
4500	1,694	6400	5313	5520

H – глубина, To- время прихода отраженной волны с глубины H, Vинт интервальная скорость продольных волн , Vср – средняя скорость, Vогт – оптимальная скорость суммирования.

Варианты для выполнения практической работы № 2:

1. Изучить регрессию между H и To
2. Изучить регрессию между To и Vинт
3. Изучить регрессию между To и Vср
4. Изучить регрессию между Vинт и Vср
5. Изучить регрессию между Vинт и Vогт
6. Изучить регрессию между H и Vогт
7. Изучить регрессию между H и Vср
8. Изучить регрессию между H и Vинт
9. Изучить регрессию между Vср и Vогт

Практическая работа №3

Технология расчета вариограммы 1D и изотропной вариограммы 2D

Вариограмма – вариация разницы значений переменной в двух точках, как функция расстояния и направления между ними. Чем ближе значения данных (меньше разница между ними), тем больше значение вариограммы.

Вариограммы используются для выявления наличия корреляционной структуры в данных и ее описании. Проверяется наличие или отсутствие пространственной анизотропии. Определяется максимальное расстояние, на котором еще наблюдается зависимость между значениями в точках (эффективный радиус корреляции). Перечисленный набор процедур называется вариографией. Конечная цель вариографии - построение модели вариограммы, описывающей пространственную корреляционную структуру данных для использования в геостатистических моделях интерполяции (в кригинге).

1. ***Расчет вариограммы 1D***

Исходные данные для расчета одномерной вариограммы представляют собой значения случайной величины (СВ), измеренной для точек наблюдения, расположенных на прямолинейном профиле. Например, эти данные можно представить в виде таблицы 1:

Таблица 1

n	*1*	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*	*7*	*8*	*9*
X, м	*0*	*10*	*20*	*30*	*40*	*50*	*60*	*70*	*80*
Z, %	*3*	*6*	*7*	*5*	*9*	*8*	*11*	*10*	*9*

Расчет значений экспериментальной одномерной вариограммы для каждого расстояния между парой точек наблюдения h выполняется по формуле:

$$G(h) = \frac{1}{2 \cdot N(h)} \sum_{i=1}^{N(h)} (z_i - z_{i+h})^2, \qquad (1)$$

где $N(h)$ – количество пар точек, удаленных друг от друга на расстояние h.

Формула (1) показывает, что вариограмма, являясь функцией приращений значений переменных, не подвержена влиянию постоянных компонент переменной, а квадрат разницы делает вариограмму очень чувствительной к влиянию предельных значений (крайних высоких и низких).

Для приведенного примера набор расстояний h, соответствующее количество пар точек $N(h)$ и вычисленные вариограммные значения $G(h)$ приведены в таблице *2:*

Таблица 2

h	*10*	*20*	*30*	*40*	*50*	*60*	*70*	*80*
N(h)	*8*	*7*	*6*	*5*	*4*	*3*	*2*	*1*
G(h)	*1.62*	*3.00*	*4.33*	*8.10*	*9.37*	*14.00*	*14.50*	*18.00*

График вариограммы представлен на рис. 1.

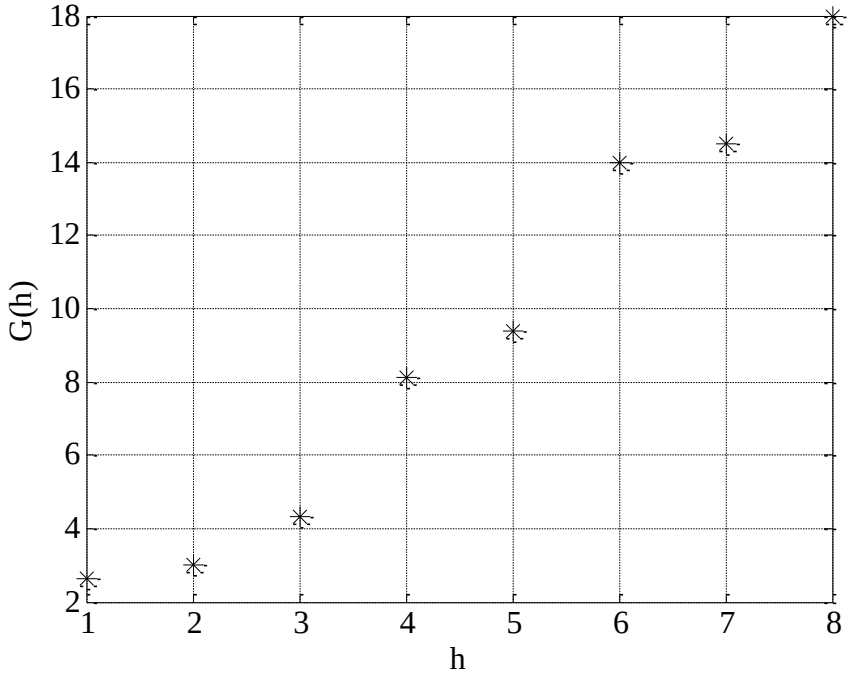


Рис.1. График одномерной вариограммы

2. ***Расчет изотропной вариограммы 2D***

Исходные данные для расчета двумерной изотропной (независящей от направления) вариограммы представляют собой значения СВ, измеренной в точках, расположенных в пределах плоскости. Для расчета вариограммы необходимо знать координаты положения точек измерения. Например, эти данные можно представить в виде таблицы:

n	*1*	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*	*7*	*8*	*9*
x	*70*	*10*	*20*	*30*	*40*	*50*	*60*	*70*	*80*
y	*70*	*20*	*30*	*10*	*60*	*80*	*30*	*20*	*10*
Z	*3*	*6*	*7*	*5*	*9*	*8*	*11*	*10*	*13*

Поскольку точки могут располагаться не по регулярной сети, расстояния между ними могут не повторяться. Для построения вариограммы весь диапазон расстояний разбивается на серию интервалов (лагов) величиной Δh. Все возможные расстояния между парами точек группируются по принадлежности к определенному интервалу. В приведенной выше формуле (1) суммирование будет выполняться для данных определенного интервала. При построении вариограммы результат расчета будет относиться к середине этого интервала. Количество сравниваемых пар точек, также, как и в предыдущем случае, будет равно числу сочетаний по 2 и вычисляется по формуле:

$$C_n^2 = \frac{n!}{2(n-2)!}$$

В рассматриваемом примере при n=9: C = 9! /2 /7! = 36.

Для определения точек, выпадающих из распределения, строится облако вариограммы. С этой целью для каждой пары из множества двумерных данных вычисляется квадрат разности между величинами, измеренными в двух точках

$$DZ = (Zi - Zk)^2.$$

Облако вариограммы представляет собой график зависимости DZ от расстояния между точками в паре h. Вариограммное облако также помогает определить оптимальный интервал Δh для вычисления вариограммы.

Поле значений СВ, вариограммное облако и вариограмма для рассматриваемого примера показаны на рис. 2.

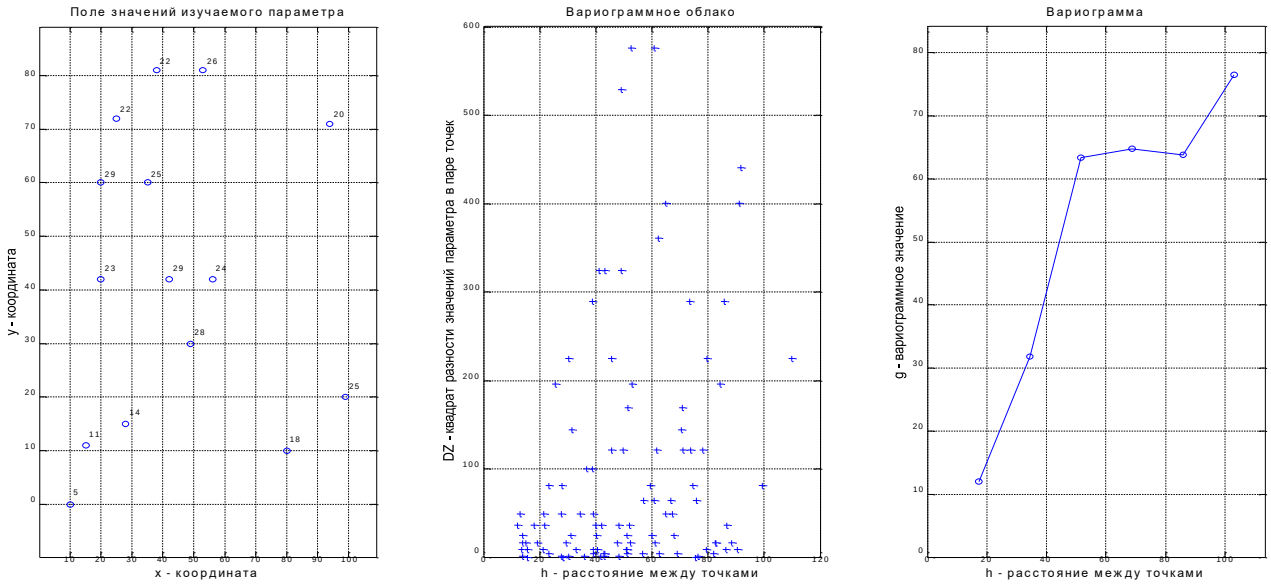


Рис.2 Иллюстрация расчета вариограммного облака и вариограммы для параметра, измеренного на площади

Задание

1. Для заданного набора значений СВ, измеренных по профилю рассчитать и построить вариограмму 1D. На полученном графике отметить: порог (плато), радиус корреляции, эффект самородков.

2. Используя программу, написанную для MatLab, рассчитать вариограммное облако для заданного набора значений СВ, измеренных по площади. Определить наличие выбросов и подобрать лаг для расчета изотропной вариограммы. Рассчитать вариограмму 2D с учетом выбранного лага и отбраковки выбросов. Выполнить подбор лага для получения наиболее гладкой вариограммы.

Практическая работа 4
Теоретические вариограммы

Построить и описать особенности графиков теоретических вариограмм:

1. Сферическая
2. Экспоненциальная
3. Гаусса
4. Кубическая
5. С эффектом скважины
6. Степенная
7. Де Вийса
8. Коши

Расчеты вариограмм при значениях h/a<1 выполнять про формулам:

$$\gamma(h) = C*(1.5*(h/a) - 0.5*(h/a)^3) + C0; \quad (1)$$

$$\gamma(h) = \frac{C*(1-\exp(-(h/a))}{1-\exp(-1)} + C0; \quad (2)$$

$$\gamma(h) = \frac{C*(1-\exp(-(h/a)^2)}{1-\exp(-1)} + C0; \quad (3)$$

$$\gamma(h) = C*(7*(h/a)^2 - \frac{35}{4}*(h/a)^3 + \frac{7}{2}*(h/a)^5 - \frac{3}{4}*(h/a)^7) + C0; \quad (4)$$

$$\gamma(h) = C*(1-\left(\frac{1}{20}\right)*\left(\frac{a}{h}\right)*\sin\left(20*\left(\frac{h}{a}\right)\right) + C0; \quad (5)$$

$$\gamma(h) = C*(h/a)^{\alpha} + C0; \quad (6)$$

$$\gamma(h) = C*\frac{\log(h/a+1)}{\log(2)} + C0; \quad (7)$$

$$\gamma(h) = C*\frac{\left(1-\frac{1}{1+\left(\frac{h}{a}\right)^2}\right)}{0.5} + C0; \quad (8)$$

Вариограммы при h/a>=1 рассчитывать по одинаковой формуле $\gamma(h) = C + C0$

Возможные значения констант:
C=8; C0=2; α=2;

Расчеты выполнять для значений h/a в интервале от 0 до 2.
Построить графики каждой вариограммы.
Графики и описание привести в отчете

Практическая работа №5
«Изучение анизотропии с помощью вариограммы»

Задание

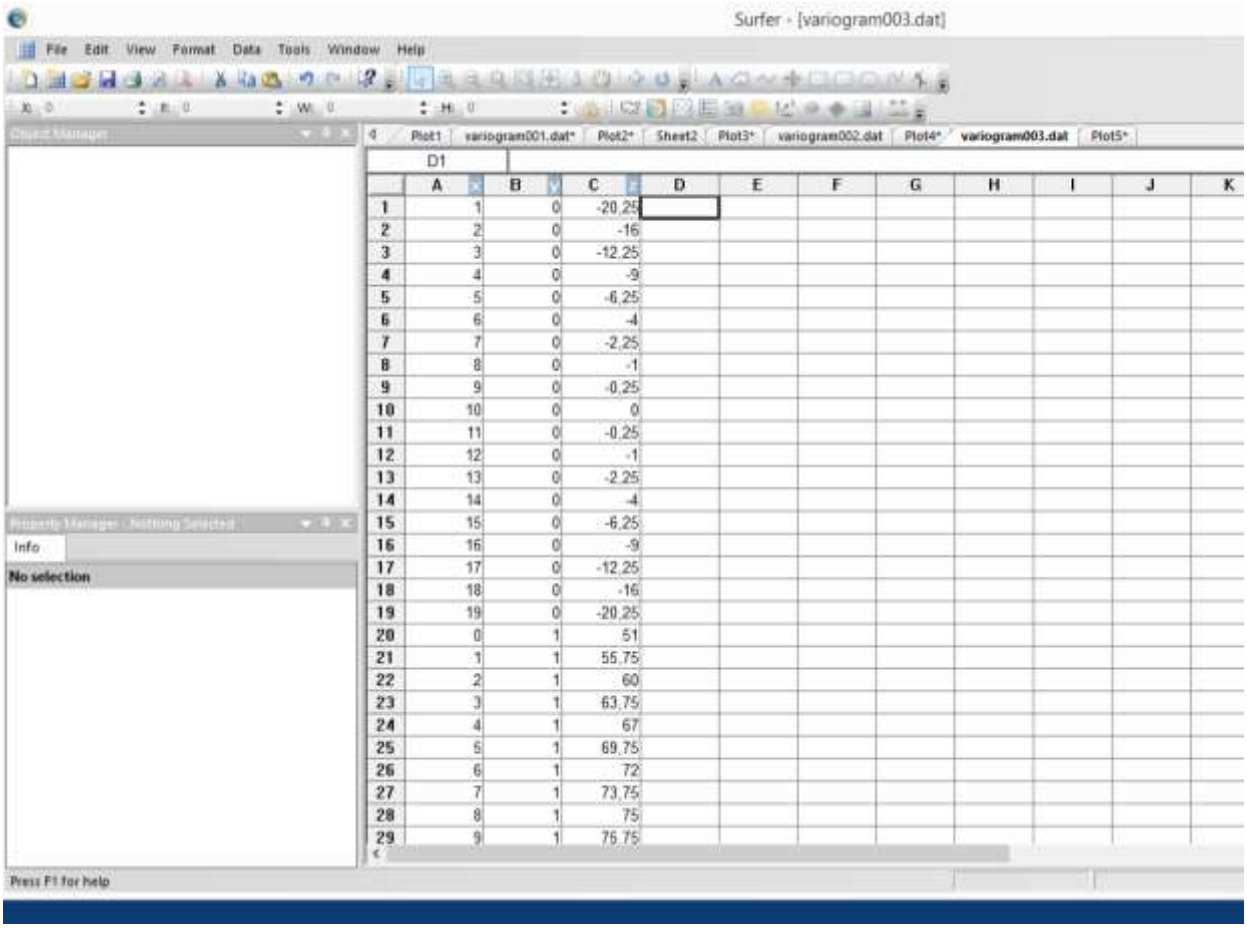
1. Сформировать в Surfer таблицу исходных данных. Для этого ввести следующие расчетные формулы для столбцов A, B и C в строках от 1 до 400:

   A=ROW()-20*FLOOR(ROW()/20)

   B=FLOOR(ROW()/20)

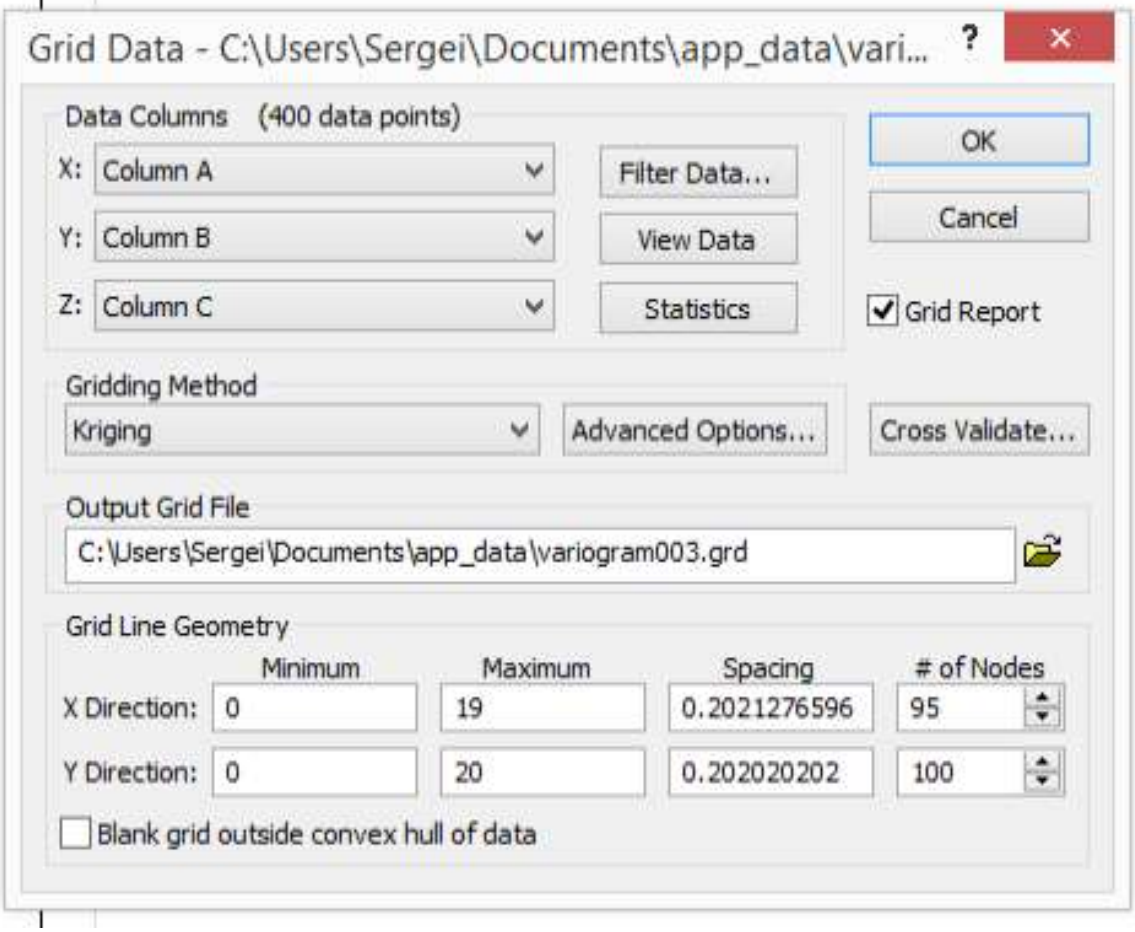
   C=400-0.25*(X-10)*(X-10)-4*(Y-10)*(Y-10)

   Пример верхней части таблицы



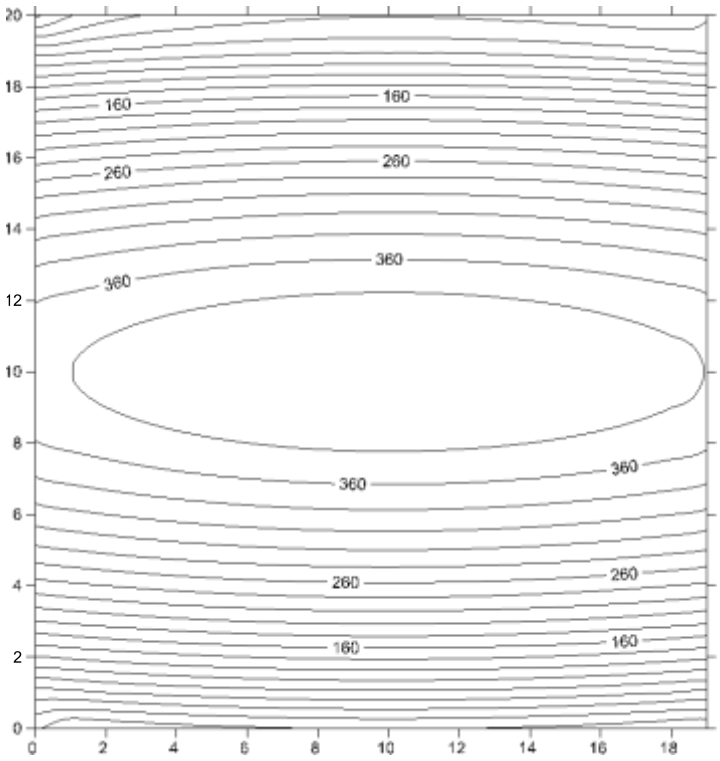
	A	B	C
1	1	0	-20.25
2	2	0	-16
3	3	0	-12.25
4	4	0	-9
5	5	0	-6.25
6	6	0	-4
7	7	0	-2.25
8	8	0	-1
9	9	0	-0.25
10	10	0	0
11	11	0	-0.25
12	12	0	-1
13	13	0	-2.25
14	14	0	-4
15	15	0	-6.25
16	16	0	-9
17	17	0	-12.25
18	18	0	-16
19	19	0	-20.25
20	0	1	51
21	1	1	55.75
22	2	1	60
23	3	1	63.75
24	4	1	67
25	5	1	69.75
26	6	1	72
27	7	1	73.75
28	8	1	75
29	9	1	75.75

Сохранить таблицу как файл с расширением .dat
Пример таблицы в файле variogram003.dat
Создать страницу с графиками File->New->Plot
В меню выбрать Grid->Data и открыть созданный файл таблицы. Нажать Open (Открыть)



Выполнить гридирование (пересчет на детальную сетку)

Дважды сказать нет и построить карту поверхности поля Map->New->Contour map



Ось X направлена по горизонтали , ось Y по вертикали. Видно что поле отличается по направлениям характером изменения, значит оно анизотропно.

Построить вариограммы

1) всего поля

2) поля по направлениям, лежащим вблизи оси X

3) поля по направлениям, лежащим и вблизи оси Y

Для этого входим в пункт Grid->Variogram->New variogram…

Выбираем файл с данными с расширением .dat и открываем его

В окне в исключениях Data Exclusion Filter не пишем ничего (в случае 1)

или пишем x<13 OR x>17 (2),

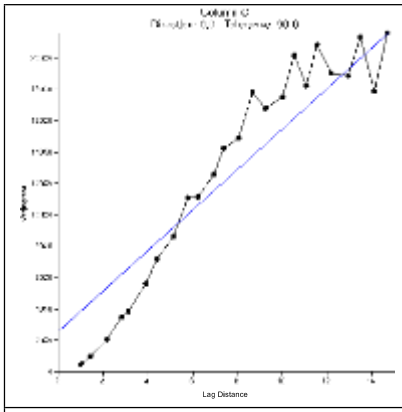
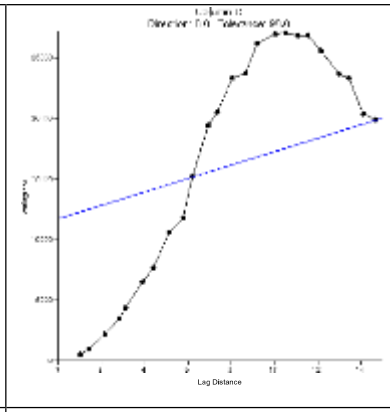
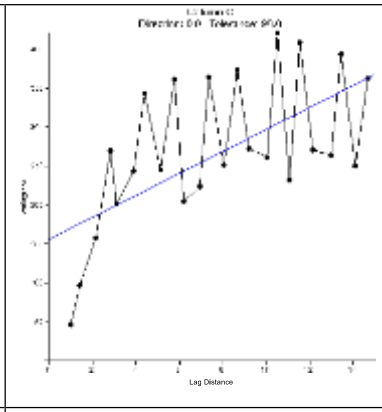
или пишем y<13 OR y>17 (3).

Для всех случаев в закладке General устанавливаем максимальный лаг равным 15

Получаем три графика: график 1-соответствует вариограмме для всех азимутов,

2- для субгоризонтальных направлений,

3 – для субвертикальных направлений.

		
1	2	3

Оцениваем во всех случаях параметр радиус (а) –лаг, соответствующий выходу на плато

В случае 1 это примерно 10-11

В случае 2 это примерно 10

В случае 3 этот параметр около 3-4

Находим коэффициент анизотропии К равный а2/а3.

К получается равным приблизительно 3.

Для примера эти рисунки приведены в файле Plot 4.srf

Проделать то же введя помехи в исходное поле, т.е. для формулы

C=400-0.25*(X-10)*(X-10)-4*(Y-10)*(Y-10) добавить +RANDU(ЧИСЛО), где числу в скобках придать последовательно значения 50 и 100.

Практическая работа №6

Интерполяция данных методом кригинга (Kriging)

Группа методов интерполяции, в основе которых лежит использование вариограмм, объединена под общим названием кригинг по имени одного из авторов этого метода - Д.Г. Крига. Кригинг может быть точечным и площадным. Точечный кригинг позволяет оценить значение изучаемой величины в заданной точке. Площадной кригинг оценивает значения на некоторой площади. Рассчитанные кригинговой интерполяцией значения приписываются ячейкам заданной сетки (grid).

Кригинг является наилучшим в статистическом смысле линейным интерполятором — его оценка обладает минимальной вариацией ошибки. Важное свойство кригинга — точное воспроизведение значений измерений в имеющихся точках.

Перед началом интерполяции с помощью кригинга необходимо рассчитать эмпирическую (по наблюденным данным) *вариограмму*. *Вариограмма является* показателем дисперсии (разброса) изучаемой величины в зависимости от расстояния:

$$\gamma(h) = \frac{1}{2N(h)} \sum [z(x_i) - z(x_i + h)]^2$$

где $z(x_i)$, $z(x_i\text{-}h)$ - результаты измерений в точках x_i и x_{i+h}, а $N(h)$ – количество пар точек, разделенных расстоянием h.

На следующем этапе вариограмма аппроксимируется гладкими кривыми (рис.1), то есть подбирается модель, которая представляет собой линию регрессии, построенную при помощи метода наименьших квадратов (МНК). В рамках МНК минимизируется функционал вида:

$$I = \sum_{i=1}^{n} (\gamma^*(h_i, a) - \gamma(h_i))^2$$

где, $\gamma^*(h_i, a)$, $\gamma(h_i)$ – соответственно i-тые значения модельной и экспериментальной вариограмм, a - набор параметров модели, n – число значений в экспериментальной (эмпирической) вариограмме.

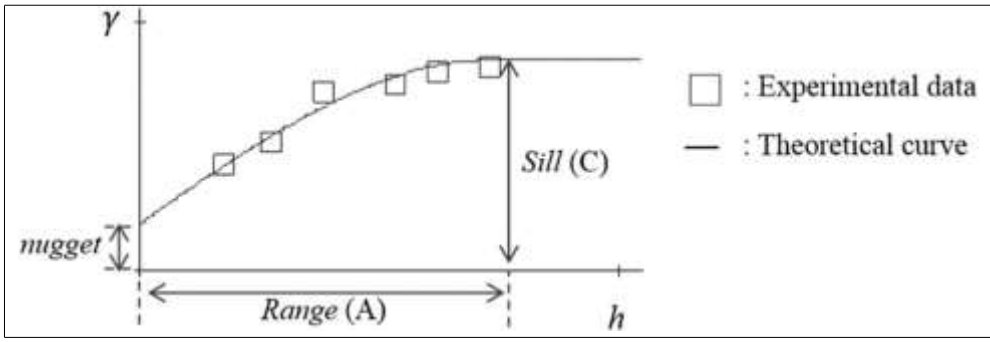


Рис. 1. Аппроксимация экспериментальной вариограммы гладкой моделью

Подобранная модель в дальнейшем используется для интерполяции значений изучаемого признака в искомых точках. Для аппроксимации эмпирической вариограммы используют линейную, сферическую, экспоненциальную, Гауссову и другие модели (см. таблицу 1).

Таблица 1

Линейная модель с порогом	$\gamma(h)=\begin{cases} c_0+c\left(\frac{h}{a}\right), 0<h\le a \\ c_0+c, a<h \end{cases}$
Линейная без порога	$\gamma(h)=c_0+ch$
Сферическая модель	$\gamma(h)=\begin{cases} c_0+c\left(\frac{h}{a}\right), 0<h\le a \\ c_0+c, a<h \end{cases}$
Экспоненциальная модель	$\gamma(h)=c_0+c\left[1-exp\left(-\frac{h}{a}\right)\right]$
Гауссова модель	$\gamma(h)=c_0+c\left[1-exp\left(-\frac{h^2}{a^2}\right)\right]$
Степенная (без порога)	$\gamma(h)=c_0+ch^p\ 0<p<2$

Значение изучаемого свойства *z* в искомой точке *B(xi, yj)* оценивается по значениям этого свойства $z(x_i, y_j)$, которые измерены в опорных близлежащих *n* точках, при *i=1, 2,...,n,* и при *j=1, 2,...,n.* Интерполяционное значение может быть получено как взвешенная сумма данных:

$$Z(B)=\lambda_1 z_1+\lambda_2 z_2+ \ldots+\lambda_n z_n,$$

где λ_i - весовые коэффициенты, рассчитанные для опорных точек.

Существует несколько типов кригинга (таблица 2):

Название кригинга	Условие применения	Система уравнений для нахождения весовых коэффициентов
простой	среднее значение является известной константой	$\vec{\lambda}=\begin{bmatrix} \gamma(h_{11}) & \cdots & \gamma(h_{1n}) \\ \cdots & \cdots & \cdots \\ \gamma(h_{n1}) & \cdots & \gamma(h_{nn}) \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{pmatrix} \gamma(h_{01}) \\ \cdots \\ \gamma(h_{0n}) \end{pmatrix}$
обычный	среднее значение является неизвестной постоянной величиной	$\vec{\lambda}=\begin{bmatrix} \gamma(h_{11}) & \cdots & \gamma(h_{1n}) & 1 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \gamma(h_{n1}) & \cdots & \gamma(h_{nn}) & 1 \\ 1 & \ldots & 1 & 0 \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{pmatrix} \gamma(h_{01}) \\ \cdots \\ \gamma(h_{0n}) \\ 1 \end{pmatrix}$
Универсальный (с трендом)	неизвестное среднее значение плавно меняется во всей области исследования	

Кригинг является линейным методом в том смысле, что необходимое значение $V(x_0, y_0)$ определяется с применением среднего взвешенного значений $V(x_i, y_i)$ точек попавших в поисковый круг:

$$V(x_0, y_0) = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i V(x_i, y_i)$$

.

Значения $V(x_i, y_i)$ мы берем из исходной таблицы. Веса λ_i можно найти из следующего выражения:

$$\overline{\lambda} = \begin{pmatrix} \gamma(\rho_{11}) & \dots & \gamma(\rho_{1n}) & 1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \gamma(\rho_{n1}) & \dots & \gamma(\rho_{nn}) & 1 \\ 1 & \dots & 1 & 0 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} \gamma(\rho_{01}) \\ \\ \gamma(\rho_{0n}) \\ 1 \end{pmatrix}$$

При этом $\mu = \lambda_{n+1}$ показывает ошибку кригинга – чем меньше μ, тем лучше сработала кригинговая процедура.

Здесь ρ_{ij} - расстояние между i-й и j-й точками, попавшими в поисковый круг.

Функция $\gamma(\rho_{ij})$ - есть *экспериментальная (модельная) вариограмма*. Данная функция показывает общую изменчивость в данных в зависимости от расстояния.

В рамках ряда видов кригинга возможно построение карты квантилей, вероятностей и стандартных ошибок. Столь значительные возможности геостатических методов интерполяции по сравнению с другими достигаются за счет более высоких требований к качеству интерполируемых данных. В том случае, если данные подчиняются закону нормального распределения, кригинг является лучшим интерполятором среди всех несмещенных интерполяторов. В ряде случаев (построение карт квантилей, вероятностей и стандартных ошибок) нормальность распределения данных является обязательным условием. Кокригинг (Cokriging) для интерполяции значения изучаемого свойства в искомой точке использует информацию о варьировании переменных, показатели которых статистически взаимосвязаны с показателями изучаемой переменной.

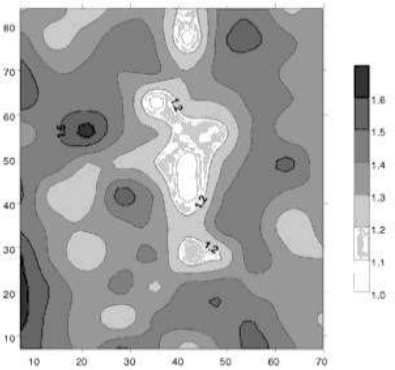


Рис. XX.6. Поверхность, отражающая пространственное варьирование плотности серых лесных почв Владимирского ополья в июле 1996 года на глубине 35–40 см. Метод построения – метод кригинга (Kriging), для аппроксимации семивариограммы использовалась линейная модель с нулевым наггет-эффектом

Практическая работа №7
Исследование влияния параметров кригинга на результаты прогноза значений поля по площади

Цель: оценить качественно какие из нижеперечисленных параметров влияют на результаты интерполяции и экстраполяции данных с помощью процедуры кригинга.

В качестве скрипта для проверки влияния различных параметров возьмем ранее созданный скрипт для улучшенного кригинга. Сделаем его процедурой-функцией и будем обращаться к этой функции многократно из головной программы.

Этот скрипт имеет вид:

```
clear
x=[-30 30 30 30 0];
y=[0 30 0 -30 0];
u=[4 6 2 1];
for i=1:5,
   for j=1:5,
r(i,j)=sqrt((x(i)-x(j))^2+(y(i)-y(j))^2);
gamma(i,j)=0.01*r(i,j);
if r(i,j)>100 gamma(i,j)=4.2; end;
end;
end;

for i=1:4,
   B(i)=4.2-gamma(5,i);
   for j=1:4,
   A(i,j)=4.2-gamma(i,j);
   end;
end;
A(:,5)=-1;
A(5,:)=1;
A(5,5)=0;
B(5)=1;
AI=inv(A);
lam=AI*B';
u0=lam(1)*u(1)+lam(2)*u(2)+lam(3)*u(3)+lam(4)*u(4);
```

Преобразуем его в функцию следующими шагами:

- **убираем** clear,

вместо него вставляем три строки:

```
function u0=krgn(u,x5,y5,A,R,C);
%comment
```

убираем координаты пятой точки из массивов x и y:
x=[-30 30 30 30 0]; -> x=[-30 30 30 30];
y=[0 30 0 -30 0]; -> y=[0 30 0 -30];
- убираем u=[4 6 2 1];
-изменяем
gamma(i,j)=0.01*r(i,j); **на** gamma(i,j)=A*r(i,j);
-изменяем
if r(i,j)>100 gamma(i,j)=4.2; end;
на
if r(i,j)>R gamma(i,j)=C; end;

изменяем в последней строчке
u5 -> u0
и добавляем в конец скрипта
end
Сохраняем скрипт в файле с именем, названным в заголовке функции, т.е. krgn.m
Пишем головной скрипт:

```
clear
u=[4 6 2 1];
[X,Y]=meshgrid(-30:5:30,-30:5:30);
%создание равномерной сетки координат расчетных точек
kx=length(X); ky=length(Y);
A=0.01; R=100; C=4.2;
for i=1:kx,
  x5=X(1,i);
   for j=1:ky,
      y5=Y(j,1);
      UR(i,j)=krg(u,x,y,n,x5,y5,A,R,C,C0);
   end;
end;
[c,h]=contourf(Y,X,UR);% рисование поля в изолиниях с закраской
colorbar;
clabel(c,h);%  установка надписей на изолиниях
```

Сохраняем его в файле с произвольным именем.
После запуска головного скрипта
получаем изображение расчетного поля прогнозных значений в изолиниях
Для выполнения анализа влияния параметров кригинга на результаты прогноза следует проделать расчеты по программе при различных параметрах, помещая каждый раз результат в приложение Word или Open Office
Рекомендуемые значения параметров

№	Угловой коэффициент вариаграммы A	Радиус R	Уровень плато C	Примечание
1	0.01	100	4.2	Влияние C
2	0.01	100	1	
3	0.01	100	10	
4	0.01	20	4.2	Влияние R
5	0.01	50	4.2	
6	0.01	70	4.2	
7	0.12	60	7.25	Вместе с 1 – влияние A или вида вариаграммы
8	0.12	60	7.15	Изменить размеры площади прогноза в meshgrid на (-40:5:40,-40:5:40) Вместе с 7 изучение влияния размеров расчетной области

Практическая работа №8
Стохастическое моделирование методом Монте-Карло

Для получения прогнозов и оценок в геостатистике часто используют математическое моделирование случайных величин.

Рассмотрим приемы такого моделирования для решения простой задачи – определения площади плоской фигуры.

Если случайным образом бросать материальные точки в пределах определенной площадки, например, прямоугольника или квадрата, то координаты падения этих точек X и Y есть равномерно распределенные случайные величины.

В MATLAB есть функция для генерирования равномерно распределенных случайных чисел *rand*.

Обращение к ней следующее:

xr=rand(1,n);

xr -сгенерированный массив случайных чисел, состоящий из одной строки и содержащий n элементов. Любое число массива есть равномерно распределенное вещественное число в интервале от 0 до 1.

Пример:

u = rand(1,5)

u = 0.0975 0.2785 0.5469 0.9575 0.9649

Если мы хотим сгенерировать такое число в интервале от -0.5 до +0.5 , нужно написать:

>> u=rand(1,10)-0.5

u = -0.3581 -0.0782 0.4157 0.2922 0.4595 0.1557 -0.4643 0.3491 0.4340 0.1787

Если мы хотим сгенерировать такое число в интервале от a до b, то нужно писать:

u=(b-a)*rand(1,n)+a;

Рассмотрим теперь понятие геометрической вероятности. Если фигура площадью s находится внутри другой фигуры площадью SR , то при случайном бросании точки число попаданий точки во внутреннюю фигуру относится к числу попаданий точки во всю площадь (общему числу бросаний точки) как s/SR.

Отсюда следует способ вычисления площади плоской фигуры.

s=(m/n)*SR;

m – число попаданий случайно брошенной точки в пределы заданной фигуры на площади;

n – общее число бросаний точки в пределы всей площади

SR – величина всей площади, в пределы которой попадают случайно брошенные точки.

Ниже приводится пример скрипта для определения площади круга радиуса R=1, вписанного в квадрат размерами по оси X от -1 до + 1 и по оси Y от -1 до + 1. Отображаются верхняя и нижняя границы круга, положения упавших равномерно распределенных точек в пределах всей площади. Точки попавшие в пределы исследуемой фигуры (круга) покрашены красным цветом. В правом верхнем углу рисунка печатается значение площади круга. Теоретическое ее значение при радиусе круга равном 1 равно 3,14159.

clear

```
xmin=-1;xmax=1;
Lx=xmax-xmin;
ymin=-1;ymax=1;
Ly=ymax-ymin;
SR=Lx*Ly;%площадь охватывающего фигуру квадрата
R=1;
x=xmin:0.01:xmax;
y1=sqrt(R^2-x.^2);%уравнение верхней полуокружности
y2=-sqrt(R^2-x.^2);%уравнение нижней полуокружности
line(x,y1);hold on; %рисование круга
line(x,y2);

n=100;% планируемое число бросаний
xr=Lx*(rand(1,n)-0.5); yr=Ly*(rand(1,n)-0.5);
%генерирование координат падения случано брошенных точек
m=0; % до начала бросания ни одна точка не попала в площадь круга

for i=1:n, % процесс бросания и анализа попала ли точка в пределы круга
   cr='b*'; % по умолчанию цвет точки синий
   if xr(i)^2+yr(i)^2<R^2 m=m+1;cr='r*';end;
   %если точка попала в круг, то величина числа попаданий в пределы фигуры увеличивается
на 1
   %и точке присваивается красный цвет
   plot(xr(i),yr(i),cr);hold on;axis square;%рисование упавшей точки
end;
s=m*SR/(n);%вычисление площади
text(1,1,num2str(s));%формирование надписи на углу рисунка
```

Самостоятельно вычислить площадь под параболой, уравнение которой $y=x^2$, и которая вписана в прямоугольник с координатами по оси X от 0 до 4 и по оси Y от 0 до 16.

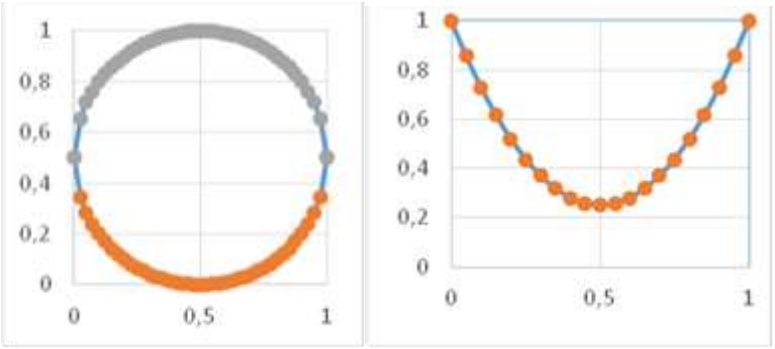
Практическая работа №9
Использование методов Монте-Карло
для определения площадей плоских фигур

Для определения площади фигуры можно использовать следующее положение теории вероятностей: частота попадания точки, брошенной случайным образом в область фигуры, пропорциональна площади фигуры.

В работе будем использовать две плоские фигуры - круг и параболу.

Они вписаны в площадку квадратной формы со сторонами, равными единице (a=1).

Схема площадки, где проводятся численные эксперименты по бросанию точки, показана на рис.1.



Уравнение круга: $(x-0{,}5)^2+(y-0{,}5)^2=0{,}5^2$. Радиус круга R равен 0,5 единицы, центр круга находится в точке с координатами x=0,5 и y=0,5

Уравнение параболы: $y(x)=3\cdot(x-0{,}5)^2+0{,}25$.

2. Во втором случае для параболы (будем для определенности изучать площадь верхней части параболы)

$P = S(параболы) / S(квадрата)$

А т.к. площадь нашего квадрата равна 1, то площадь верхней части параболы равна экспериментальной вероятности попадания случайно брошенной точки в контур верхней части параболы, т.е. $S(параболы)=1\cdot P$.

1. В первой части работы мы будем использовать известную нам формулу площади круга $S=\pi\cdot R^2$ для определения числа π.

Площадь круга независимо от этой формулы определим по методу Монте-Карло. Для этого 100 раз разыграем случайные координаты точки падения на изучаемую площадку с помощью встроенного в электронные таблицы генератора равномерно распределенных случайных чисел

Посчитаем сколько из брошенных точек попало внутрь круга –n. Найдем экспериментальную вероятность попадания точки в круг P= n/100. Согласно вышесказанному положению эта вероятность P равна отношению площади круга к площади квадрата, в котором мы проводили бросания.

$$P = S(круга) / S(квадрата) = \pi\cdot R^2 \Big/ a^2 = \pi\cdot 0{,}25/1$$

Поэтому найдем число Пи делением экспериментальной вероятности на 0,25.

Практическая работа №10

Расчёт объёмов запасов с помощью стохастического моделирования (методом Монте-Карло).

Моделирование методом Монте-Карло (ММК) является мощным средством расчёта функции плотности вероятностей для комбинации из нескольких случайных переменных.

Объём запасов по стандартной оценке (STOOIP) является функцией объёма нефтесодержащих пород в пределах залежи (GRV), доли коллектора в горизонте (N/G), средней пористости коллектора (Ф), коэффициента водонасыщенности (S_w) и объёмного фактора B_0 (1).

$$STOOIP = \frac{GRV * \frac{N}{G} * \Phi * (1 - S_W)}{B_0} \qquad (1)$$

Задача: рассчитать объём залежи нефти на месторождении

Выполнение работы:

1. Построить график интегрального распределения нефтесодержащих пород. Рассчитать объём нефтесодержащих пород.

1) Задать значения плотности вероятностей **p** (50 случайных значений от 0 до 1, используя функцию RAND)

2) Вычислить теоретические значения объема **Voil** нефтесодержащих пород через обратную функцию X^2 - распределения (используйте функцию CHIINV(p;12))

3) Задайте 10 интервалов одинаковой длины от 0 до 30 с шагом 3 (для этого задайте в ячейку с C1 по L1 числа от **3** до **30** с шагом 3)

4) Определить с какого интервала попадает значение Voil (Используйте логическую функцию if. Для первого интервала и первого значения Voil формула будет выглядеть так: if($B2<C$1;1;0)

5) Найти количество значений Voil попавших в каждый из 10 интервалов (через функцию суммы по столбцам)

6) Рассчитать вероятность попадания Voil в заданные интервалы P* (для этого разделите суммы полученные в пункте 5 на количество значений Voil)

7) Построить график интегрального распределения нефтесодержащих пород по диапазонам заданным в пункте 3 (для этого вам понадобится строки рассчитанные в пункте 3- ось OX и 5- ось OY)

8) Рассчитать практические значения объёма нефтесодержащим пород **Voil_mk (=(10-СУММ(C2:L2))*3 –** пример расчёта первого значения, 10 - количество интервалов, 3 – интервалы.**)**

2. Построить график интегрального распределения коллекторов в породах. Рассчитать долю коллекторов в горизонте.

1) Используя значения полученные в пункте 1 первого задания и обратную функцию Фишера (FISHERINV) рассчитать теоретические значения количества коллекторов **coll.**

2) **Проделать то же что описано в пунктах с 3 по 8 первого задания, только для значений coll (интервалы задаются (пункт 3 первого задания) исходя из значений coll)**

3) Рассчитать практические значения количества коллекторов **coll_mk (=(9-СУММ(диапазон значений))*0,05 –** пример расчёта первого значения, 9-количество интервалов, 0,05-интервалы**)**

3. Оценить объём запасов нефти на месторождении

1) Используя упрощённую формулу 2, рассчитать объём запасов нефти на месторождении

$$STOOIP = GRV * \frac{N}{G} \quad (2)$$ (STOOIP=Voil_mk*coll_mk)

2) Построить график вероятности распределения объёма залежи нефти. (по оси OX – откладываются значения STOOIP, по оси OY- значение p – плотность вероятности (заданное в самом начале работы))

slu-chislo	oil	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30	oil_mk
0,046107388	5,118802	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	3
0,207076725	7,899639	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	6
0,389284521	10,05979	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	9
0,994282697	27,90214	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	27
0,314271311	9,200357	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	9
0,195375642	7,746357	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	6
0,508628872	11,44314	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	9
0,844502786	16,84563	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	15

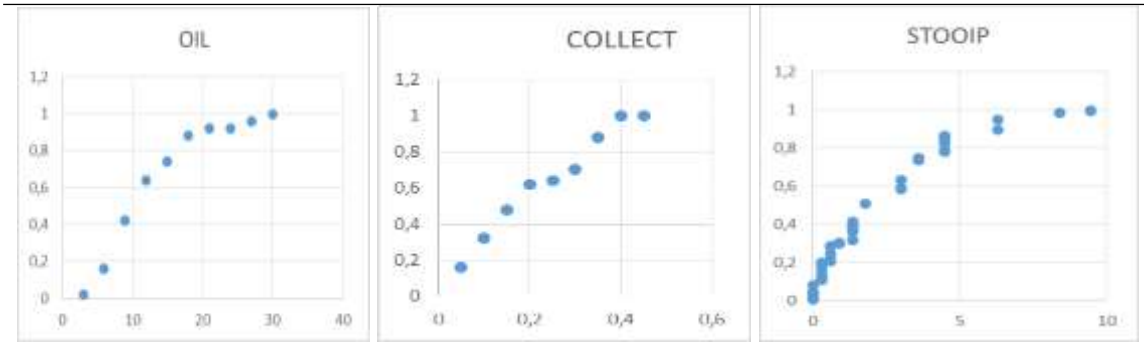


Рис.1 Фрагменты таблицы и рисунков из проделанной работы

Расчетно-графическая работа
Подсчет запасов УВ методом Монте-Карло на основе объемного метода

Основным методом оценки локализованных ресурсов и запасов УВ является объемный метод и его разновидности. Объемный метод сводится к подсчету эффективного объема Vэф, занятого углеводородами в пределах залежи. Обычно, по сейсмическим данным, скорректированным по результатам бурения, строится структурная карта кровли залежи, а если залежь пластовая, то и ее подошвы. Затем внутри продуктивного интервала по принятому пороговому значению пористости и проницаемости выделяются проницаемые породы (коллекторы) и низко пористые и плохо проницаемые породы (не коллекторы). Следующий шаг - рассчитать внутри залежи объем, занятый коллекторами, исключив из него объем, занятый не коллекторами. Этот объем называют эффективным насыщенным объемом.

При достаточном количестве скважин выполняется построение карт эффективных насыщенных толщин ($h_{эф}$), которые определяются по скважинам и соответствуют мощности коллекторов ($h_{кол.}$) в пределах продуктивного интервала:

$$h_{эф}= h_{кол}$$

Нулевое значение толщины совпадает с внешним контуром ВНК (или ГВК). Чтобы рассчитать искомый объем следует проинтегрировать по площади (S) значения эффективных насыщенных толщин.

Если скважин мало или всего лишь одна, карта эффективных насыщенных толщин является скорее гипотетической, чем реальной. В этом случае строят карту общих насыщенных толщин продуктивного интервала ($Н_{прод}$). Это можно сделать, имея структурную карту кровли коллектора и зная положение водонефтяного контакта (ВНК). По скважине определяют коэффициент песчанистости - отношение суммарной мощности коллекторов к общей мощности продуктивного интервала:

$$К_{песч}= h_{кол}/Н.$$

Затем карта общей мощности продуктивного интервала “умножается” на коэффициент песчанистости и получается карта эффективной насыщенной мощности ($h_{эф}=Н* К_{песч}$), по которой затем рассчитывают эффективный насыщенный объем:

$$Vэф= h_{эф}*S$$

После того, как эффективный насыщенный объем Vэф рассчитан тем или иным способом, требуется определить еще несколько подсчетных параметров. Для подсчета запасов нефти это коэффициент пористости (Кп), коэффициент нефтенасыщенности (Кн), плотность нефти (σ), пересчетный коэффициент (θ - коэффициент усадки) и коэффициент извлечения (η).

Если все перечисленные параметры известны, то геологические запасы нефти Qн вычисляются простым перемножением этих величин:

$$Qн = V\times Кп \times Кн \times\sigma \times \theta \times \eta \qquad (1)$$

Для подсчета запасов газа формула имеет вид:

$$Qн = V\times Кп \times Кг\times F\times (Р_{нач}\ \alpha_{нач} - Р_{кон}\ \alpha_{кон}) \times \eta \qquad (2)$$

где Кг – коэффициент газонасыщенности, F - температурная поправка для приведения газа к стандартной температуре 20°С, $Р_{нач}$ - начальное пластовое давление на середину залежи газа

на дату расчета, $P_{кон}$ - конечное среднее остаточное давление в залежи при установлении на устье нормального атмосферного давления, $\alpha_{нач}$, $\alpha_{кон}$ - поправки на отклонение газа от закона Бойля-Мариотта (обратная величина коэффициента сверх сжимаемости), соответственно при давлениях $P_{нач}$ и $P_{кон}$, η – коэффициент газоотдачи.

Использование в формулах (1) и (2) средних величин подсчетных параметров для залежи в целом соответствует *детерминированному подходу*. Поскольку все подсчетные параметры входят в результирующую формулу в виде произведения, то относительная погрешность результата будет равна сумме относительных погрешностей определения каждого из параметров. Например, если допустить, что подсчетные параметры известны очень точно, например, так, как показано в таблице 1, то получается, что извлекаемые запасы нефти можно оценить с погрешностью не лучше 24.5%.

Большинство параметров невозможно определить с такой высокой точностью, как в таблице 1, поскольку дисперсия реальных значений, полученных по данным сейсморазведки (S - площадь), по данным ГИС и керна (мощность, пористость, нефтенасыщенность) и по аналогиям (пересчетные коэффициенты и коэффициент извлечения) значительно выше.

Для любого параметра существует предел точности его определения, превысить который невозможно по объективным причинам. Так, открытая пористость одного и того же образца керна, измеренная несколько раз подряд, может изменяться, например, от 16 до 20%, а если из одного и того же интервала взять несколько десятков образцов, то разница будет еще больше. Пористость, рассчитанная по данным каротажа скважин может иметь еще больший разброс в зависимости от методов каротажа и способов интерпретации каротажных кривых и не совпадать с измеренной на образцах.

Таблица 1

№	Параметр	Наиболее вероятное значение	Абсолютная погрешность	Относительная погрешность, %
1	Площадь, км^2	40	±1.0	2,5
2	Эффективная нефтенас. мощность, м	30	±1.0	3.33
3	Пористость,%	18%	±1.0%	5.55
4	Нефтенасыщенность,%	85%	±3%	3.53
5	Пересчетный коэффициент	0.91	±0.02	2.2
6	Плотность нефти	0.907	±0,007	0,77
7	Коэффициент извлечения	0.3	±0.02	6.67
Сумма				24,5%

Выбор порогового значения пористости, по которому разделяются коллекторы и не коллекторы, также зачастую невозможно строго обосновать, а потому его величина во многом субъективна. А это в свою очередь означает, что величина эффективной толщины, которая напрямую зависит от порогового значения открытой пористости, также определяется очень неточно.

Площадь структуры, определяемая обычно по структурным картам, полученным по данным сейсморазведки, скорректированным с учетом бурения, также имеет немалые погрешности. Это является следствием неоднозначности в прослеживании сейсмических горизонтов. В результате, объем залежи, зависящий от площади продуктивности и эффективной толщины, рассчитывается с большими погрешностями, которыми никак нельзя пренебречь. Что касается других коэффициентов, входящих в подсчетные формулы (1) и (2), то они определяются еще более неточно.

При достаточной изменчивости свойств коллекторов детерминированный подход не может дать объективную информацию о величине запасов. Более корректно это делается путем применения *вероятностно-статистических методов*, так как они показывают степень неопределенности оценки величины запасов.

Наиболее корректный путь, используемый в подобных системах оценки геологических параметров, – независимое имитационное статистическое моделирование каждого из подсчетных параметров в интервалах, определяемых погрешностью их определения.

Результат моделирования оцениваемой величины представляется в виде гистограммы, где по оси абсцисс отложены интервалы оценки запасов, а по оси ординат - частота попадания оценок в соответствующий интервал. Если эту гистограмму нормировать на общее количество статистических испытаний, то она будет соответствовать функции плотности вероятности оценок запасов. Перейдя к графику накопленной (интегральной) вероятности можно определить запасы для различного уровня надежности (вероятности) оценки запасов.

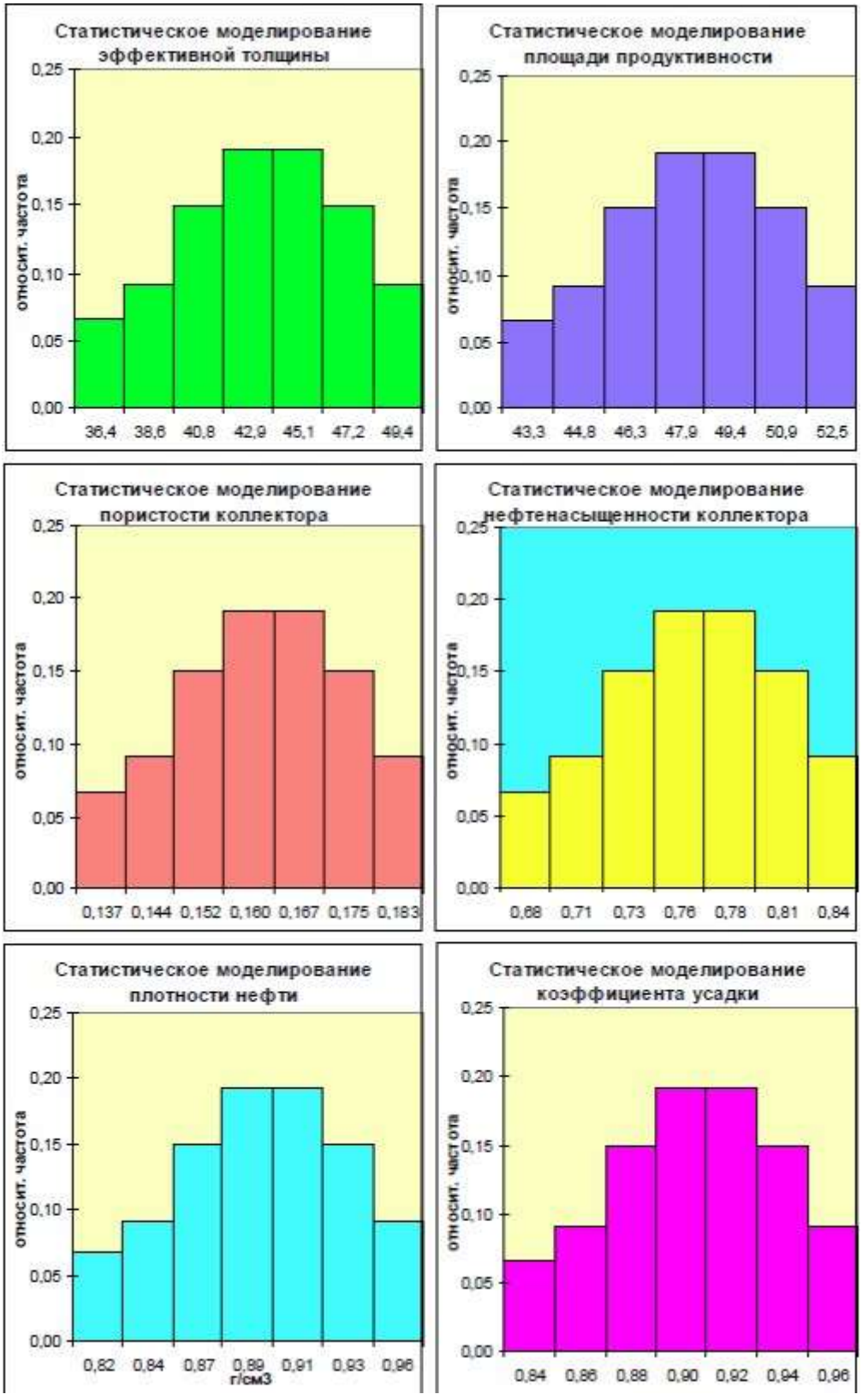
По графику интегральной вероятности определяют любые “пороговые” оценки ресурсов или запасов. Задавшись “порогом”: 90% получим минимальную оценку, 50% - лучшую или базовую, 10% - максимальную.

На рис.1 приведены гистограммы параметров, влияющих на оценку начальных суммарных ресурсов нефтяной залежи: коэффициент пористости, коэффициент нефтенасыщенности, коэффициент песчанистости, плотность нефти и т.д. Всего с помощью генератора случайных чисел было получено 1000 реализаций с заданным *нормальным распределением* по каждому параметру.

На рис. 2 приведены гистограмма и график интегральной вероятности оценок суммарных ресурсов нефтяной залежи, полученные по результатам имитационного моделирования с распределением подсчетных параметров в соответствии с рис. 1. По графику интегральной вероятности (правая шкала) видно, что лучшая (базовая) оценка составляет 64,6 млн., минимальная (90% или 0,9) - 46,5, а максимальная (0,1) – примерно 82,7 млн.т

Литература:

1. Дюбруль О. Использование геостатистики для включения в геологическую модель сейсмических данных. SEG, 2002, с. 292
2. Ампилов Ю.П., Герт А.А. Экономическая геология - М., Геоинформмарк, 2006. - 400с
3. Демидкина С. Вероятностная оценка запасов нефти и газа в программе «EVA - анализ рисков» РГУ нефти и газа им. И.М. Губкина, факультет геологии



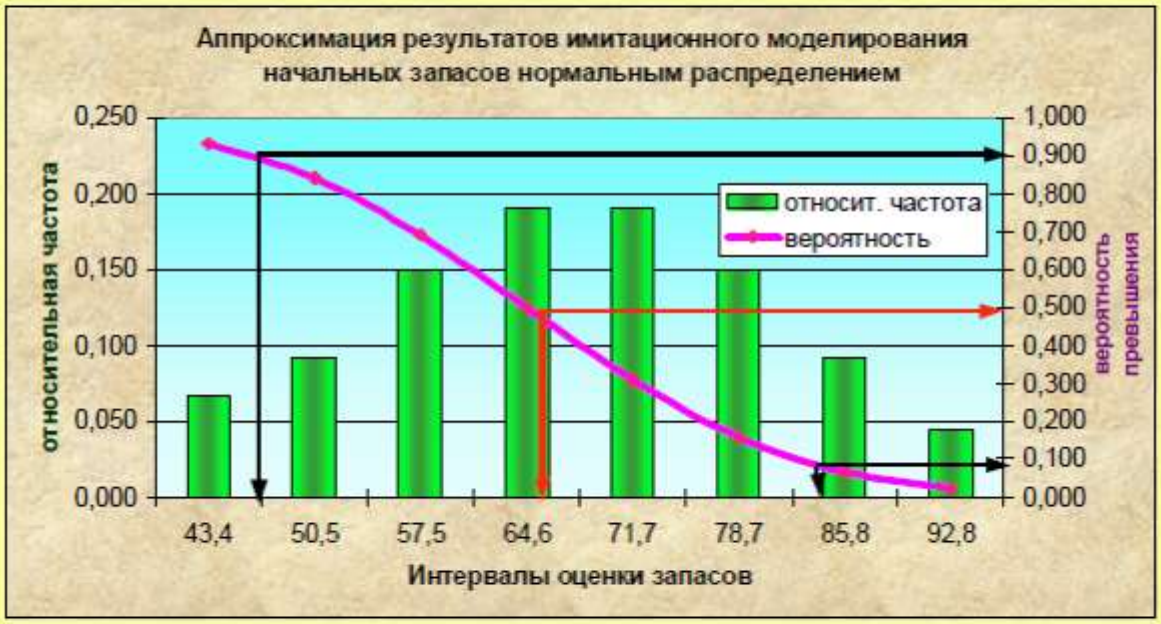
Гистограмма распределения подсчетных параметров при вероятностной оценке НСР нефтяной залежи

Результаты расчетов начальных извлекаемых запасов нефти

По детерминированной оценке извлекаемые запасы нефти: **65,5** млн.т

Количественные характеристики вероятностной оценки запасов нефти:

С вероятностью 90% запасы нефти превысят величину P90= 46,5 млн.т
С вероятностью 50% запасы нефти превысят величину P50= 64,6 млн.т
С вероятностью 10% запасы нефти превысят величину P10= 82,7 млн.т



По результатам имитационного статистического моделирования при нормальном распределении подсчетных параметров получены следующие параметры оценки:

коэффициент вариации = **0,22**
стандартное отклонение = **14,1** млн.т

Извлекаемые ресурсы нефти с учетом стандартного отклонения составят:

64,6 ± 14,1 млн.т

Пример вероятностной оценки запасов нефтяной залежи

Методические указания для выполнения расчетно-графической работы

Постановка задачи: определить запасы нефтяной залежи объемным методом, используя имитационное статистическое моделирование (метод Монте-Карло)

Исходные данные для расчета запасов представлены в таблице 1 в виде диапазона возможных значений подсчетных параметров и соответствующего закона распределения или среднего значения параметра (константа).

Формулы для расчета представлены выше при обсуждении проблемы подсчета запасов объемным методом.

Порядок выполнения работы:

1. *Определить параметры законов распределения подсчетных величин.*
2. *Выполнить N генераций ансамбля подсчетных величин и расчет запасов. Количество генераций – не менее 1000*
3. *Рассчитать и построить нормированные гистограммы подсчетных величин и запасов для получения графиков функции плотности вероятности.*
4. *Рассчитать и построить график интегральной вероятности для запасов (функция MATLAB cdfplot)*
5. *Определить квантили порядка 0,1, 0,5 и 0,9, соответствующие* максимальной, базовой и минимальной оценке запасов.
6. *Определить среднее и среднеквадратичное отклонение для запасов.*
7. *Определить тип статистического распределения запасов (нормальное, логнормальное и т.п).*

Отчет по расчетно-графической работе должен включать:

1. *Теорию моделирования методом Монте-Карло, моделирование непрерывной и дискретной СВ с известным распределением, понятие о функции плотности вероятности и интегральной функции распределения, понятие о квантилях.*
2. *Порядок выполнения работы, расчетные формулы и алгоритмы*
3. *Графики, построенные в пунктах 3 и 4 (см. этапы моделирования)*
4. *Значения величин, рассчитанных в пунктах 5-7.*
5. *Описание результатов и выводы.*

```
clear
%треуг
% N=1000
% ki=10
% xmin=4; xmax=8;
% a=xmin/2; b=xmax/2;
% u1=a+(b-a).*rand(1,1000);
% u2=a+(b-a).*rand(1,1000);
% u=u1 +u2;
% subplot(211);hist(u,ki);
% subplot(212);cdfplot(u);

% clear
% % равн.
% N=1000
% ki=15
% xmin=4; xmax=8;
% a=xmin; b=xmax;
% u=a+(b-a).*rand(1,1000);
% subplot(211);hist(u,ki);
% subplot(212);cdfplot(u);

clear
%норм.
N=1000
ki=15
xmin=4; xmax=8;
mu=(xmin+xmax)/2;
sigma=(-xmin+xmax)/6;;
u=normrnd(mu,sigma,1,N);
subplot(211);hist(u,ki);
subplot(212);cdfplot(u);
```

Варианты1-9

Вариант		1	2	3	4	5	6	7	8	9
Параметр	Закон	Значения параметров								
Площадь, кв км	треуг.	41,4-52,3	4,34-5,98	34,1-37,9	0,8-3,73	14,9-16,3	11,7-18,2	9,9-10,6	25,2-26,9	14,4-18,2
Толщина продуктивного интервала, м	треуг.	12.0-24	3.1-3.5	6.9-7.8	12.5-22.9	3.4-3.8	2.6-2.8	14-24	17-19	2.3-8.7
Коэф. песчанистости, д.ед.	норм.	0,6-0,9	0,65-0,85	0,7-0,9	0,75-0,9	0,5-0,7	0,69-0,75	0,55-0,65	0,65-0,8	0,58-0,69
Коэф. пористости, д.ед.	норм.	0,15-0,2	0,16-0,2	0,16-0,18	0,11-0,14	0,17-0,23	0,14-0,16	0,11-0,16	0,15-0,24	0,16-0,25
Коэф.т нефтенасыщенности, д.ед.	норм.	0,72-0,79	0,72-0,8	0,72-0,84	0,58-0,79	0,65-0,7	0,68-0,75	0,75-0,85	0,78-0,88	0,84-0,88
Плотность нефти, г/куб.см	норм.	0,78-0,88	0,8-0,9	0,74-0,81	0,7-0,78	0,82-0,9	0,884-0,9	0,74-0,82	0,82-0,88	0,86-0,89
Коэф. пересчета, д.ед.	конст.	0,7	0,7	0,973	0,973	0,884	0,884	0,8	0,8	0,78
Коэф извлечения запасов, д.ед.	конст.	0,265	0,323	0,34	0,254	0,4	0,18	0,38	0,21	0,41

Варианты10-18

Вариант		10	11	12	13	14	15	16	17	18
Параметр	Закон	Значения параметров								
Площадь, кв км	треуг.	61,4-72,3	43,4-59,8	64,1-67,9	18-23,73	24,9-26,3	31,7-38,2	28,9-39,6	15,2-16,9	54,4-58,2
Толщина продуктивного интервала, м	треуг.	3.0-4.4	6.1-7.5	3.9-4.8	5.5-5.9	4.4-5.8	2.6-3.8	4.4-6.4	5.7-6.9	7.3-8.7
Коэф. песчанистости, д.ед.	норм.	0,39-0,46	0,35-0,45	0,48-0,65	0,25-0,38	0,43-0,56	0,29-0,35	0,25-0,35	0,45-0,68	0,18-0,39
Коэф. пористости, д.ед.	норм.	0,15-0,21	0,15-0,20	0,14-0,16	0,19-0,24	0,21-0,24	0,22-0,26	0,18-0,24	0,16-0,20	0,11-0,15
Коэф.т нефтенасыщенности, д.ед.	норм.	0,72-0,79	0,74-0,80	0,62-0,70	0,58-0,65	0,65-0,72	0,68-0,72	0,74-0,80	0,72-0,82	0,81-0,85
Плотность нефти, г/куб.см	норм.	0,74-0,75	0,85-0,9	0,76-0,78	0,72-0,74	0,82-0,84	0,87-0,91	0,75-0,80	0,80-0,82	0,86-0,89
Коэф. пересчета, д.ед.	равн.	0,73-0,75	0,71-0,75	0,85-0,90	0,87-0,92	0,87-0,88	0,75-0,81	0,78-0,81	0,83-0,85	0,74-0,76
Коэф извлечения запасов, д.ед.	равн.	0,26-0,32	0,32-0,40	0,29-0,34	0,24-0,25	0,28-0,34	0,24-0,27	0,21-0,28	0,27-0,36	0,32-0,41

Варианты19-27

Вариант		19	20	21	22	23	24	25	26	27
Параметр	Закон									
Площадь, кв км	треуг.	41,4-52,3	4,34-5,98	34,1-37,9	0,8-3,73	14,9-16,3	4,34-5,98	34,5-45,9	70,2-90,1	56,7-68,4
Эффективная мощность, м	треуг.	20-24	32-35	12-15	34-53	18-23	2-2,4	42-58	19-28	32-40
Коэф. пористости, д.ед.	норм.	0,15-0,2	0,16-0,2	0,16-0,18	0,11-0,14	0,17-0,23	0,16-0,18	0,25-0,3	0,21-0,24	0,10-0,18
Коэф.т нефтенасыщенности, д.ед.	норм.	0,72-0,79	0,72-0,8	0,72-0,84	0,58-0,79	0,65-0,7	0,58-0,79	0,65-0,78	0,80-0,85	0,70-0,75
Плотность нефти, г/куб.см	норм.	0,78-0,88	0,8-0,9	0,74-0,81	0,7-0,78	0,82-0,9	0,78-0,88	0,70-0,71	0,74-0,75	0,76-0,80
Коэф. пересчета, д.ед.	равномер.	0,79 - 0,89	0,75 - 0,78	0,78 0,86	0,88 - 0,97	0,87 - 0,98	0,85 - 0,91	0,82-0,85	0,70-0,72	0,74-0,76
Коэф извлечения запасов, д.ед.	равномер.	0,3 - 0,29	0,3 - 0,2	0,3 - 0,4	0,3- 0,36	0,3 - 0,5	0,3 - 0,2	0,45-0,50	0,35-0,4	0,28-0,38

Примеры из литературы

Интервалы оценки подсчетных параметров на различных этапах изучения месторождения

Подсчетный параметр	Интервал достоверности оценок по этапам изучения месторождения		
	1 этап	2 этап	3 этап
Пористость	15-21	16-20	16-18
Коэф-т песчанистости	0,6-0,9	0,65-0,85	0,7-0,8
Газонасыщенность	0,55-0,95	0,6 – 0,8	0,72 –0,80
Начальное пластовое давление	205 – 226	210 – 224	212 – 216
Пластовая температура	36 - 44	38 - 42	40 – 42
Поправка на отклонение от идеального газа	1,1 – 1,2	1,12-1,18	1,15-1,17

Параметр	**Значение параметра**			**Тип и характеристика распределения**
	мода	**минимум**	**максимум**	
Площадь, км^2	1,02	0,455	2,03	Треугольное
Толщина пласта, м	39,6	34,8	45,4	Треугольное
Пористость, д.ед.	0,2	0,17	0,23	Нормальное
Насыщенность, д.ед.	0,69	0,58	0,79	Нормальное
Плотность, т/м^3	0,8	0,7	0,9	Нормальное
Коэффициент пересчета	0,7	0,7	0,7	Константа
Геологические запасы, млн. т	**3,12**			

Коэффициент пересчета | мода	Нормальное	μ=0,7; σ=0,07
Плотность, т/м3 | мода	Нормальное	μ=0,8; σ=0,08
Насыщенность, д.ед. | мода	Нормальное	μ=0,69; σ=0,069
Пористость, д.ед. | мода	Нормальное	μ=0,2; σ=0,02
Толщина пласта, м | мода	Треугольное	a=34,8; b=45,4; m=39,6
Площадь, км2 | мода	Треугольное	a=0,455; b=2,03; m=1,02

Наименование параметров	Центральный участок		Северо-восточный участок			
	р-н скв.804	р-н скв.803	р-н скв.510		р-н скв.801	
Категория запасов	С1	С1	С1	С2	С1	С2
Площадь, тыс.м^2	841	37990	4344	5981	806	3738
Средневзвешенная толщина, м	1,3	2,6	1,2	1,2	1,2	1,2
Объём, тыс.м^3	1248	96786	5001	6987	991	2141
Коэффициент пористости	0,13	0,11	0,13	0,13	0,14	0,14
Коэффициент нефтенасыщенности	0,79	0,79	0,72	0,72	0,80	0,80
Плотность нефти, г/см^3	0,899					
Пересчётный коэффициент	0,973					
Коэффициент извлечения нефти	0,254	0,340	0,210	0,210	0,358	0,358

Пласт, зона	Категория запасов	Площадь нефтеносности тыс.м2	Средняя нефтенасыщенная толщина, м	Объем нефтенасыщенных пород, тыс.м3	Коэффициенты, доли ед.			Плотность нефти, г/см³	Начальные геологические запасы нефти, тыс.т.	Коэффициент извлечения нефти	Начальные извлекаемые запасы нефти, тыс.т.
					открыт. пористости	нефтенасыщенности	пересчетный				
В-II, р-н скв.803											
нефтяная зона	C_1	315	2,3	725	0,13	0,84	0,983	0,884	69	0,265	18
	C_2	5171	1,5	7832	0,13	0,84	0,983	0,884	743	0,265	197
газонефтяная зона	C_1	910	1,0	909	0,13	0,84	0,983	0,884	86	0,265	23
	C_2	5248	1,0	5422	0,13	0,84	0,983	0,884	515	0,265	136
водонефтяная зона	C_1	920	1,4	1303	0,13	0,84	0,983	0,884	124	0,265	33
	C_2	4495	1,1	4897	0,13	0,84	0,983	0,884	465	0,265	123
Итого	C_1	2145	1,4	2937					279		74
	C_2	14914	1,2	18151					1723		456
В-IIIа, р-н скв.805											
нефтяная зона	C_2	1462	1,3	1901	0,14	0,72	0,983	0,884	167	0,323	54
водонефтяная зона	C_2	320	0,9	296	0,14	0,72	0,983	0,884	26	0,323	8
Итого	C_2	1782	1,2	2197					193		62
A_{4-1+2}, р-н скв.803											
нефтяная зона	C_1	11750	4,0	46878	0,11	0,79	0,973	0,899	3563	0,340	1211
водонефтяная зона	C_1	26240	1,9	49908	0,11	0,79	0,973	0,899	3794	0,340	1290
Итого	C_1	37990	2,5	96786					7357		2501
$A_{4-1+2,}$ р-н скв.804											
нефтяная зона	C_1	90	2,4	216	0,13	0,79	0,973	0,899	19	0,254	5
водонефтяная зона	C_1	851	1,2	1032	0,13	0,79	0,973	0,899	93	0,254	24
Итого	C_1	941	1,3	1248					112		29
Итого по участку	C_1								7748		2604
	C_2								1916		518

Список литературы

1. Ампилов Ю.П., Герт А.А. Экономическая геология - М., Геоинформмарк, 2006. – 400 с.
2. Демидкина С. Вероятностная оценка запасов нефти и газа в программе «EVA - анализ рисков» РГУ нефти и газа им. И.М. Губкина, факультет геологии.
3. Дюбруль О. Использование геостатистики для включения в геологическую модель сейсмических данных. SEG, 2002, с. 292.
4. Геостатистика: теория и практика / В. В. Демьянов, Е. А. Савельева; под ред. Р. В. Арутюняна; Ин-т проблем безопасного развития атомной энергетики РАН. М.: Наука, 2010. — 327 с.

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебно-методическому комплексу_____ С. А. Упоров

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ КУРСОВОЙ РАБОТЫ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Б1.В.12 ТЕХНОЛОГИИ ПРОГРАММИРОВАНИЯ В РАЗВЕДОЧНОЙ ГЕОФИЗИКЕ

Специальность:
21.05.03 Технология геологической разведки

Специализация:
Геофизические информационные системы

Одобрены на заседании кафедры
Геологии и геофизики нефти и газа
(название кафедры)
Зав. кафедрой _____
(подпись)
к.г.-м.н., доц. Рыльков С.А.
(Фамилия И.О.)
Протокол № 1 от 19.09.2023
(Дата)

Рассмотрены методической комиссией
факультета геологии и геофизики
(название факультета)
Председатель _____
(подпись)
к.г.-м.н., доц. Вандышева К.В.
(Фамилия И.О.)
Протокол № 2 от 13.10.2023
(Дата)

Екатеринбург

Автор: Зудилин А.Э. к.г.-м.н., доцент

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ 2
ОРГАНИЗАЦИЯ ПОДГОТОВКИ КУРСОВОЙ РАБОТЫ 2
ТРЕБОВАНИЯ К ОФОРМЛЕНИЮ 3
ПЕРЕЧЕНЬ УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ 5
ПЕРЕЧЕНЬ ЛИЦЕНЗИОННОГО ПРОГРАММНОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ 5
КРИТЕРИИ ОЦЕНКИ КУРСОВОГО ПРОЕКТА 5
ПРИЛОЖЕНИЕ 7

ВВЕДЕНИЕ

Данные методические рекомендации необходимы для студентов специальности ***21.05.03 Технология геологической разведки, с***пециализация ***Геофизические информационные системы*** в рамках подготовки и защиты курсовой работы.

В методических рекомендациях содержатся особенности организации подготовки курсовой работыа, требования к ее оформлению, а также порядок защиты и критериоценки.

ОРГАНИЗАЦИЯ ПОДГОТОВКИ КУРСОВОЙ РАБОТЫ

Цели и задачи курсовой работы

Целью данной работы является развитие навыков по проектированию информационной системы (программы), применению изученных технологий программирования, реализации алгоритмов на языке программирования.

При создании программы должен использоваться язык программирования – Visual C++. Обязательно использование объектно-ориентированного подхода (инкапсуляция, наследование, полиморфизм). Желательно использование графического интерфейса (окон).

Структура курсовой работы

Введение
Постановка задачи
Схема иерархии классов
Реализация программного кода
Инструкция пользователя
Демонстрация работы программы
Заключение
Список литературы

Введение - цели и задачи курсовой работы.

Постановка задачи - описание предметной области. Назначение создаваемой программы. Ожидаемые результаты.

Схема иерархии классов - результат проектирования классов. Приводится схема иерархии и взаимодействия классов (диаграмма классов), список всех классов, их свойства, методы. Взаимодействие с библиотечными классами и объектами.

Реализация программного кода. Список используемых стандартных библиотек функций и классов. Список окон программы и их назначение. Схема базы данных, если она используется.

Инструкция пользователя для работы с созданной программой.

Демонстрация работы программы. В курсовой проект должна входить демонстрация работы программы в виде копий экрана и описания.

Заключение - заключение должно содержать краткие выводы по результатам выполнения проекта; оценку полноты решений поставленных задач. Кроме того, в заключении может помещаться информация о нерешенных вопросах и возможных перспективах.

Список литературы - список используемых источников: литература, адреса сайтов.

Полный текст программы в курсовой проект входит как приложение. Программный код в текст проекта может включатся небольшими фрагментами для иллюстрации.

ТРЕБОВАНИЯ К ОФОРМЛЕНИЮ

Общие требования

Оформление работы осуществляется в соответствии с требованиями государственных стандартов и университета.

Отчет выполняется печатным способом с использованием компьютера.

Каждая страница текста, включая иллюстрации и приложения, нумеруется арабскими цифрами, кроме титульного листа и содержания, по порядку без пропусков и повторений. Номера страниц проставляются, начиная с введения (третья страница), в центре нижней части листа без точки.

Текст курсового проекта следует печатать, соблюдая следующие размеры полей: правое – 10 мм, верхнее и нижнее – 20 мм, левое – 30 мм.

Рекомендуемым типом шрифта является Times New Roman, размер которого 12 или 14 pt (пунктов) (на рисунках и в таблицах допускается применение более мелкого размера шрифта, но не менее 10 pt).

Текст печатается через 1,5-ый интервал, красная строка – 1,25 см.

Цвет шрифта должен быть черным, необходимо соблюдать равномерную плотность, контрастность и четкость изображения по всей работе. Разрешается использовать компьютерные возможности акцентирования внимания на определенных терминах и формулах, применяя курсив, полужирный шрифт не применяется.

Правила оформления наименований и нумерация структурных элементов, глав и параграфов

Отчет должен включать следующие структурные элементы: титульный лист, содержание, введение, основной текст, заключение, приложения (является дополнительным элементом). Основной текст может быть разделен на разделы и параграфы.

Каждый структурный элемент отчета (титульный лист, содержание, введение, заключение, приложение) и разделы необходимо начинать с новой страницы. Следующий параграф внутри одного раздела начинается через 2 межстрочных интервала на том же листе, где закончился предыдущий.

Расстояние между заголовком структурного элемента и текстом, заголовками главы и параграфа, заголовком параграфа и текстом составляет 2 межстрочных интервала.

Наименования структурных элементов письменной работы («СОДЕРЖАНИЕ», «ВВЕ-ДЕНИЕ», «ЗАКЛЮЧЕНИЕ», «ПРИЛОЖЕНИЕ») служат заголовками структурных элементов. Данные наименования пишутся по центру страницы без точки в конце прописными (заглавными) буквами, не подчеркивая.

Разделы, параграфы должны иметь заголовки. Их следует нумеровать арабскими цифра-ми и записывать по центру страницы прописными (заглавными) буквами без точки в

конце, не подчеркивая. Номер раздела указывается цифрой (например, 1, 2, 3), номер параграфа включает номер раздела и порядковый номер параграфа, разделенные точкой (например, 1.1, 2.1, 3.3). После номера раздела и параграфа в тексте точку не ставят. Если заголовок состоит из двух предложений, их разделяют точкой. Переносы слов в заголовках не допускаются. Не допускается писать заголовок параграфа на одном листе, а его текст – на другом.

В содержании наименования структурных элементов указываются с левого края страницы.

Правила оформления сокращений и аббревиатур

Сокращение русских слов и словосочетаний допускается при условии соблюдения требований ГОСТ 7.12–93 «Система стандартов по информации, библиотечному и издательскому делу. Библиографическая запись. Сокращение слов на русском языке. Общие требования и правила».

В тексте письменной работы допускаются общепринятые сокращения и аббревиатуры, установленные правилами орфографии и соответствующими нормативными документами, например: год – г., годы – гг., и так далее – и т. д., метр – м, тысяч – тыс., миллион – млн, миллиард – млрд, триллион – трлн, страница – с., Российская Федерация – РФ, общество с ограниченной ответственностью – ООО.

При использовании авторской аббревиатуры необходимо при первом ее упоминании дать полную расшифровку, например: «… Уральский государственный горный университет (далее – УГГУ)…».

Не допускается использование сокращений и аббревиатур в заголовках письменной работы, глав и параграфов.

Правила оформления рисунков

В письменной работе для наглядности, уменьшения физического объема сплошного текста следует использовать иллюстрации – графики, схемы, диаграммы, чертежи, рисунки и фотографии. Все иллюстрации именуются рисунками. Их количество зависит от содержания работы и должно быть достаточно для того, чтобы придать ей ясность и конкретность.

На все рисунки должны быть даны ссылки в тексте работы, например: «... в соответствии с рисунком 2 …» или «… как показано на схеме (рисунок 2)».

Рисунки следует располагать в работе непосредственно после текста, в котором они упоминаются впервые (при наличии достаточного пространства для помещения рисунка со всеми поясняющими данными), или на следующей странице. Если рисунок достаточно велик, его можно размещать на отдельном листе. Допускается поворот рисунка по часовой стрелке (если он выполнен на отдельном листе). Рисунки, размеры которых больше формата А4, учитывают как одну страницу и помещают в приложении.

Рисунки, за исключением рисунков в приложениях, следует нумеровать арабскими цифрами сквозной нумерацией по всей работе. Каждый рисунок (схема, график, диаграмма) обозначается словом «Рисунок», должен иметь заголовок и подписываться следующим образом – посередине строки без абзацного отступ.

Если рисунок взят из первичного источника без авторской переработки, следует сделать ссылку.

ПЕРЕЧЕНЬ УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Основная литература

п/п	Наименование	Ко л-во экз.
1	Лафоре Р. Объектно-ориентированное программирование в С++. - Москва : Питер, 2012. - 928 с.	20

Дополнительная литература

п/п	Наименование	Ко л-во экз.
1	Павловская Т. А. С++. Объектно-ориентированное программирование : практикум / Т. А. Павловская , Ю. А. Щупак. - Санкт-Петербург : Питер, 2006. - 265 с.	10
2	Керниган, Б.У., Ритчи, Д.М. Язык программирования С, 2-е изд.: Пер. с англ. – М.: Издательский дом “Вильямс”, 2006. – 304 с	

ПЕРЕЧЕНЬ ЛИЦЕНЗИОННОГО ПРОГРАММНОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ

1. Microsoft Windows 8 Professional
2. Microsoft Office Standard 2013
3. Microsoft Visual Studio

КРИТЕРИИ ОЦЕНКИ КУРСОВОЙ РАБОТЫ

Подготовленная и оформленная в соответствии с требованиями курсовая работа оценивается преподавателем по следующим критериям:

- теоретический уровень работы;
- аналитический уровень работы;
- правильность использования технологий объектно-ориентированного программирования.
- правильность разработанной программы;
- самостоятельность выполнения работы;
- культура письменного изложения материала (логичность подачи материала, грамотность автора);
- культура оформления материалов работы (соответствие работы всем стандартным требованиям);
- использование литературных источников (достаточное количество, наличие в списке учебников и научных публикаций по теме, современность источников);
- умение ориентироваться в материале и отвечать на вопросы по работе;

Объективность оценки курсовой работы преподавателем заключается в определении ее положительных и отрицательных сторон, по совокупности которых он окончательно оценивает представленную работу. При положительном заключении работа допускается к

защите, о чем делается запись на титульном листе работы. При отрицательной оценке работа возвращается на доработку с последующим представлением на повторную проверку с приложением замечаний, сделанных преподавателем.

Студент, не подготовивший и не защитивший курсовую работу, не может быть допущен к экзамену по дисциплине «*Технологии программирования в разведочной геофизике*».

ПРИЛОЖЕНИЕ

Образец оформления титульного листа курсовой работы

МИНОБРНАУКИ РФ
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Уральский государственный горный университет»
(ФГБОУ ВО «УГГУ»)
620144, г. Екатеринбург, ул. Куйбышева, 30

Кафедра ГЕОЛОГИИ И ГЕОФИЗИКИ НЕФТИ И ГАЗА

КУРСОВАЯ РАБОТА

по дисциплине
«Технологии программирования в разведочной геофизике»

на тему:

_____

Преподаватель:
доц., к. г.-м. н. Зудилин А.Э.
Студент гр. ГИН-23
Иванова И. И.

Екатеринбург – 20____

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебно-методическому комплексу
_____ С.А.Угоров

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ КУРСОВОГО ПРОЕКТА

Б1.В.14 СТРУКТУРНАЯ ГЕОФИЗИКА

Специальность:
21.05.03 Технология геологической разведки

Специализация:
Геофизические информационные системы

Одобрены на заседании кафедры
Геологии и геофизики нефти и газа
(название кафедры)
Зав. кафедрой _____
(подпись)
к.г.-м.н., доц. Рыльков С.А.
(Фамилия И.О.)
Протокол № 1 от 19.09.2023
(Дата)

Рассмотрены методической комиссией
факультета геологии и геофизики
(название факультета)
Председатель _____
(подпись)
к.г.-м.н., доц. Вандышева К.В.
(Фамилия И.О.)
Протокол № 2 от 13.10.2023
(Дата)

Екатеринбург

Автор: Щапов В.А., д.г.-м.н., профессор

ОГЛАВЛЕНИЕ

1 ВВЕДЕНИЕ. 3
2 ОРГАНИЗАЦИЯ ПОДГОТОВКИ КУРСОВОЙ РАБОТЫ..... 3
3 ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ КУРСОВОГО ПРОЕКТА 5
4 ПРИМЕР КУРСОВОГО ПРОЕКТА 7
5 ПЕРЕЧЕНЬ УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ
ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ 18
6 ПЕРЕЧЕНЬ ЛИЦЕНЗИОННОГО ПРОГРАМНОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ 18
7 ОРГАНИЗАЦИЯ ЗАЩИТЫ КУРСОВОЙ РАБОТЫ 18
8 Приложение 1..... 21

ВВЕДЕНИЕ

Данные методические рекомендации необходимы для студентов бакалавриата по направлению подготовки *09.03.02 Информационные системы и технологии*

по дисциплине «Структурная геофизика» профиля *Геоинформационные системы* в рамках подготовки и защиты курсового проекта.

В методических рекомендациях содержатся особенности организации подготовки курсовой работы, требования к еѐ оформлению, а также порядок защиты и критерии оценки.

Общие понятия

Структурная геофизика решает большой комплекс задач. Одна из них - прогнозирование месторождений углеводородов. И здесь ведущим геофизическим методом является сейсморазведка. Методом общей глубинной точки (ОГТ) с достаточной точностью прослеживаются структуры, к некоторым типам которых приурочены залежи углеводородов, например, антиклиналей. Структурный анализ - способ изучения геологических структур (их строения, истории возникновения, соотношения в пространстве и во времени и т.д.). Наиболее распространенным и эффективным методом структурного анализа является построение комплекса разнообразных структурных карт. Вспомогательными материалами при структурном анализе служат геологические профили, блок-диаграммы. Структурный анализ чрезвычайно важен в нефтяной геологии, так как дает основания для выбора точек под бурение скважин различного назначения.

1. ОРГАНИЗАЦИЯ ПОДГОТОВКИ КУРСОВОЙ РАБОТЫ

1.1. Цели и задачи курсового проекта

Целью данной работы является развитие навыков расчета основных элементов структурного анализа.

Расчѐты должны позволить получить данные о структурном строении исследуемой площади :

1. Увязка физических (сейсмических) наблюдений (составлений информационной схемы);

2. 2 Введение статистических за верхнюю часть разреза (ВЧР) поправок;

3. Расчет карты изохрон и структурной карты по скоростной модели М 1:50 000;

4. Расчет трансформаций расчетных карт для достижения эффективного структурного анализа;

5. Интерпретация полученных материалов: картирование линиаментов, блоковой структуры и структур (антиклиналей, синклиналей и тп.)

.

1.1.1 Курсовой проект выполняется по предлагаемой ниже методике.

Подготовка курсового проекта по дисциплине «Структурная геофизика» студентами профиля *Геоинформационные системы* является важным этапом образовательного процесса, в ходе которого закладываются компетенции, позволяющие студенту оценивать реальный инвестиционный проект. Курсовой проект должен быть выполнена в форме самостоятельно проведенного исследования и демонстрировать способность студента грамотно пользоваться литературой, умение обобщать и анализировать собранную информацию, критически оценивать существующие идеи, теории и концепции, излагать свои мысли, грамотно структурировать материал.

Задачами выполнения курсового проекта по дисциплине «Структурная геофизика»;

* расширение и закрепление теоретических знаний, полученных студентами в процессе лекционных и практических занятий по дисциплине;
- углубленное изучение отдельных разделов дисциплины;
- овладение навыками работы со специальной экономической литературой (монографии, брошюры, журналы, газеты и др.);
- формирование умения применить на практике методику расчета основных результатов хозяйственной и финансовой деятельности.

1.2 Типовая тема и структура курсового проекта

Типовая тема курсового проекта: «Расчет и построение структурных карт».

1.2.1. Оценка исходного пикинга, выбраковка бракованных данных;

1.2.2. Увязка физических (сейсмических) наблюдений (составлений информационной схемы;

1.2.3. Отображение схемы сейсмических широтных наблюдений;

1.2.4. Отображение схемы сейсмических меридианых наблюдений;

1.2.5. Отображение названий широтных профилей наблюдений;

1.2.6. Отображение названий меридианых профилей наблюдений;;

1.2.7. Отображение номеров широтных обших глубинных точек (далее - ОГТ);

1.2.8. Отображение номеров меридианых обших глубинных точек (далее - ОГТ);

1.2.9. Расчѐт статических поправок за верхнюю часть разреза (далее - ВЧР);

1.2.10. Ввод статических поправок за ВЧР;

1.2.11. Расчѐт карт изохрон;

1.2.12. Визуализация карт исходных изохрон;

1.2.13. Расчет трансформаций расчетных карт изохрон для достижения эффективного структурного анализа;

1.2.14. Расчет карт эффективных скоростей;

1.2.15. Расчѐт структурной карты;

1.2.16. Визуализация структурной карты;

1.2.17. Использование фильтрации структурной карты с целью картирования линиаментов, блоковой структуры и структур (антиклиналей, синклиналей и тп.);

1.2.18. Построение финальной структурной карты;

1.2.19. Интерпретация карты;

1.2.20. Описание параметров основных антиклиналей (составление таблицы параметров);

1.2.21. Проектирование эффективной системы полевых наблюдений и графа обработки полученных сейсмических наблюдений.

2 ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ КУРСОВОГО ПРОЕКТА

2.1 Задание на курсовое проектирование выдаѐтся руководителем.

Задание представляет собой таблицу, где координатам точек ОГТ поставлены в соответствие сейсмические параметры: название профиля, номер СР, мощность ВЧР и время 2То до опорного ОГ. Фрагмент таблицы представлен в табл. 2.1.2.

табл. 2.1.2

Вар. 1, площадь Южская, ОГ T_1 , Vвчр=1400м/с						Вар. 2, площадь Алтайская, ОГ T_2 , Vвчр=1500м/с					
X1	Y	NL	CP	h1400	Tall	X2	Y	NL	CP	h1500	Tall
570504	658780	1908001	1	85.4	2429	640230	592296	5599000	1	48.3	2368
570600	658783	1908001	2	86.1	2427	640300	592297	5599000	2	47.9	2369
570700	658787	1908001	3	86.8	2425	640400	592299	5599000	3	47.2	2369
570800	658790	1908001	4	86.8	2422	640489	592300	5599000	4	46.6	2370

570900	658793	1908001	5	87.5	2419	640500	592300	5599000	5	46.6	2370
571000	658797	1908001	6	88.2	2417	640600	592302	5599000	6	45.9	2370
571090	658800	1908001	7	88.9	2415	640700	592303	5599000	7	45.1	2371
571100	658800	1908001	8	88.9	2414	640800	592304	5599000	8	44.4	2371
571200	658804	1908001	9	89.6	2412	640900	592306	5599000	9	43.6	2372
571300	658807	1908001	10	90.3	2410	641000	592307	5599000	10	42.8	2373
571400	658811	1908001	11	91	2408	641100	592309	5599000	11	41.9	2373
571500	658814	1908001	12	91.7	2406	641200	592310	5599000	12	41.1	2374
571600	658817	1908001	13	92.4	2404	641300	592312	5599000	13	40.2	2375
571700	658821	1908001	14	93.1	2402	641400	592313	5599000	14	39.3	2374
571800	658824	1908001	15	93.8	2401	641500	592314	5599000	15	38.5	2375
571900	658828	1908001	16	94.5	2399	641600	592316	5599000	16	37.6	2376
572000	658831	1908001	17	95.9	2399	641700	592317	5599000	17	36.7	2377
572100	658835	1908001	18	96.6	2398	641800	592319	5599000	18	35.8	2377
572200	658838	1908001	19	97.3	2397	641900	592320	5599000	19	35	2378
572300	658841	1908001	20	98	2397	642000	592322	5599000	20	34.3	2379
572400	658845	1908001	21	99.4	2397	642100	592323	5599000	21	33.7	2379
572500	658848	1908001	22	100.1	2397	642200	592324	5599000	22	33.1	2380
572600	658852	1908001	23	100.8	2396	642300	592326	5599000	23	32.6	2381
572700	658855	1908001	24	102.2	2397	642400	592327	5599000	24	32.1	2382
572800	658859	1908001	25	102.9	2397	642500	592329	5599000	25	31.8	2383
572900	658862	1908001	26	104.3	2398	642600	592330	5599000	26	31.6	2384
573000	658865	1908001	27	105	2398	642700	592332	5599000	27	31.4	2386
573100	658869	1908001	28	105.7	2398	642800	592333	5599000	28	31.4	2387
573200	658872	1908001	29	107.1	2399	642900	592335	5599000	29	31.5	2388
573300	658876	1908001	30	107.8	2399	643000	592336	5599000	30	31.7	2390
573400	658879	1908001	31	109.2	2400	643100	592337	5599000	31	32	2392
573500	658883	1908001	32	109.9	2400	643200	592339	5599000	32	32.4	2392
573600	658886	1908001	33	110.6	2400	643300	592340	5599000	33	33	2393
573700	658889	1908001	34	112	2401	643400	592342	5599000	34	33.8	2393
573800	658893	1908001	35	112.7	2401	643500	592343	5599000	35	34.7	2392
573900	658896	1908001	36	113.4	2400	643600	592345	5599000	36	35.7	2391
574000	658900	1908001	37	114.1	2400	643700	592346	5599000	37	36.8	2390
574010	658900	1908001	38	114.1	2400	643800	592347	5599000	38	38.1	2389
574100	658903	1908001	39	115.5	2400	643900	592349	5599000	39	39.6	2388
574200	658907	1908001	40	116.2	2400	644000	592350	5599000	40	41.1	2387

В таблице 3 содержится следующая информация о сейсмических профилях:

- колонка № 3 - номер сейсмического профиля в системе 2D наблюдений на участке;
- колонка № 4 - номер точки ОГТ в профиле;
- колонка № 1 - координата X, данной точки ОГТ (м);

- колонка № 2 - координата Y, данной точки ОГТ (м);
- колонка № 5 - значение рельефа данной точки ОГТ (м);
- колонка № 6 - значение времени To данной точки ОГТ (мс)

Работа оформляется согласно следующим гостам: Страницы текста, иллюстрации, таблицы и распечатки с ПК должны соответствовать формату А4 (210х297 мм) (ГОСТ 2.105—95, ГОСТ 7.32—2001, ГОСТ Р 6.30—2003, ГОСТ 7.1—2003). Поля на листе должны быть выдержаны в пределах 20-25 мм. При наборе текста рекомендуется использовать основные гарнитуры шрифтов: Times New Roman, Arial, Verdana. Размер основного шрифта- кегль 14 (или 12), межстрочный интервал - 1,5. Формат бумаги А4 (297х210). Текст курсовой работы распечатывают на принтере. Цвет текста чѐрный.

3 ПРИМЕР КУРСОВОГО ПРОЕКТА

3.1. Исходные данные

Результаты пикинга (времени прослеживания целевого отражающего горизонта (ОГ)) 2D ОГТ сейсмических наблюдений, представлены в таблице 3.1 Пример временного разреза с пикингом трех отражающих горизонтов (далее ОГ) представлен на Рис. 3.1.1.

табл. 3.1.1

X	Y	NL	CP	h1800	Tall
1	2	3	4	5	6
515 994	6718709	2511001	1	158.1	1455
516 035	6718710	2511001	2	157.9	1455
516 063	6718711	2511001	3	157.8	1455
516 194	6718716	2511001	4	157.2	1454
516 325	6718720	2511001	5	156.4	1453
516 457	6718725	2511001	6	155.6	1453
516 588	6718729	2511001	7	154.7	1452
...	...	...	...	...	...

В таблице 1 содержится следующая информация о сейсмических профилях:
- колонка № 3 - номер сейсмического профиля в системе 2D наблюдений на участке;
- колонка № 4 - номер точки ОГТ в профиле;
- колонка № 1 - координата X, данной точки ОГТ (м);
- колонка № 2 - координата Y, данной точки ОГТ (м);
- колонка № 5 - значение рельефа данной точки ОГТ (м);
- колонка № 6 - значение времени 2To данной точки ОГТ (мс)

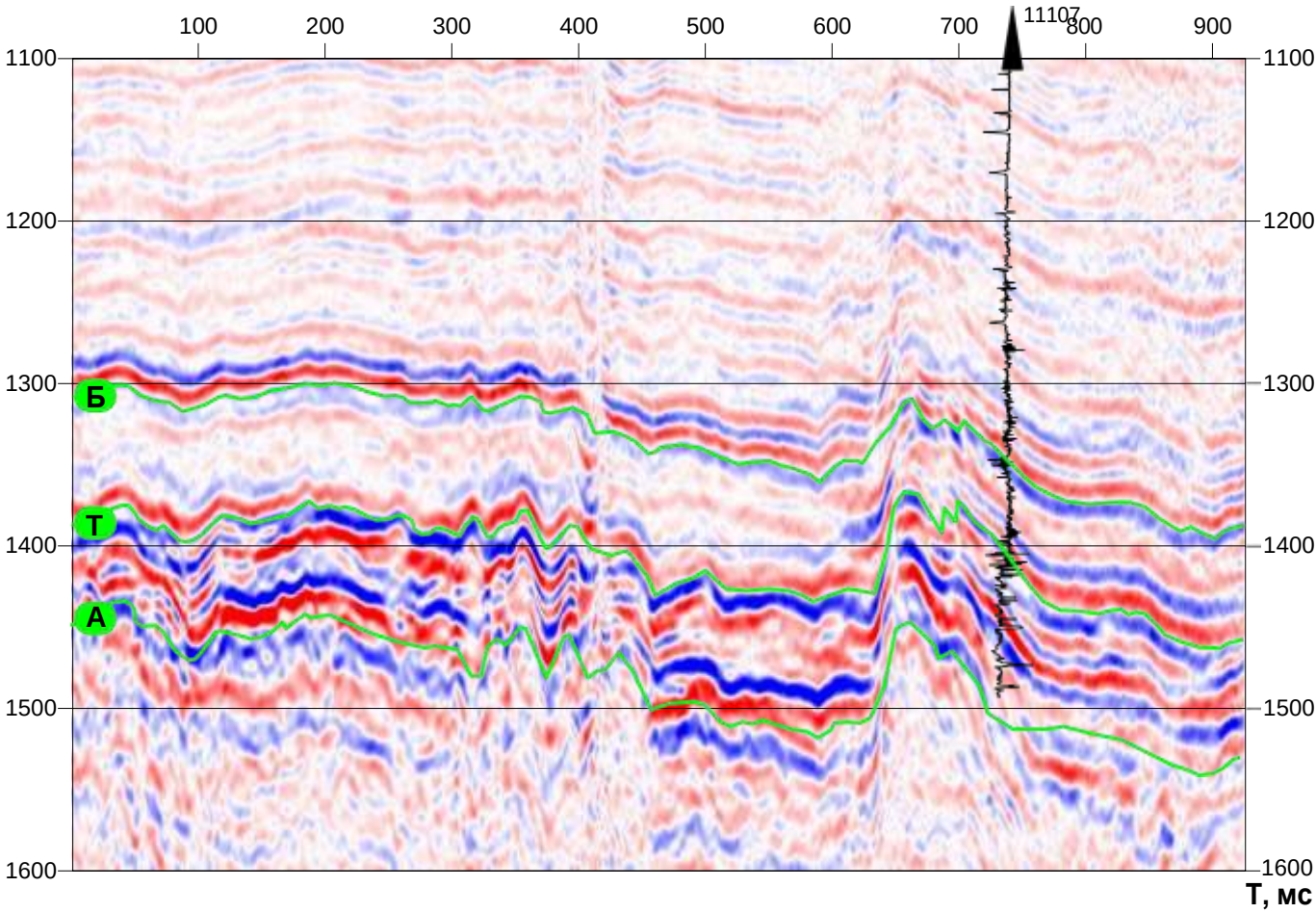


Рис. 3.1.1 Фрагмент временного разреза с тремя прослеженными ОГ А, Т, Б (линии зеленого цвета).

Выполнение увязки физических (сейсмических) наблюдений (составлений информационной схемы

Создание информационной схемы:

1. Отобразим линии наблюдений процедурой **Map| Map Post|New Post Map** рис .3.1.2

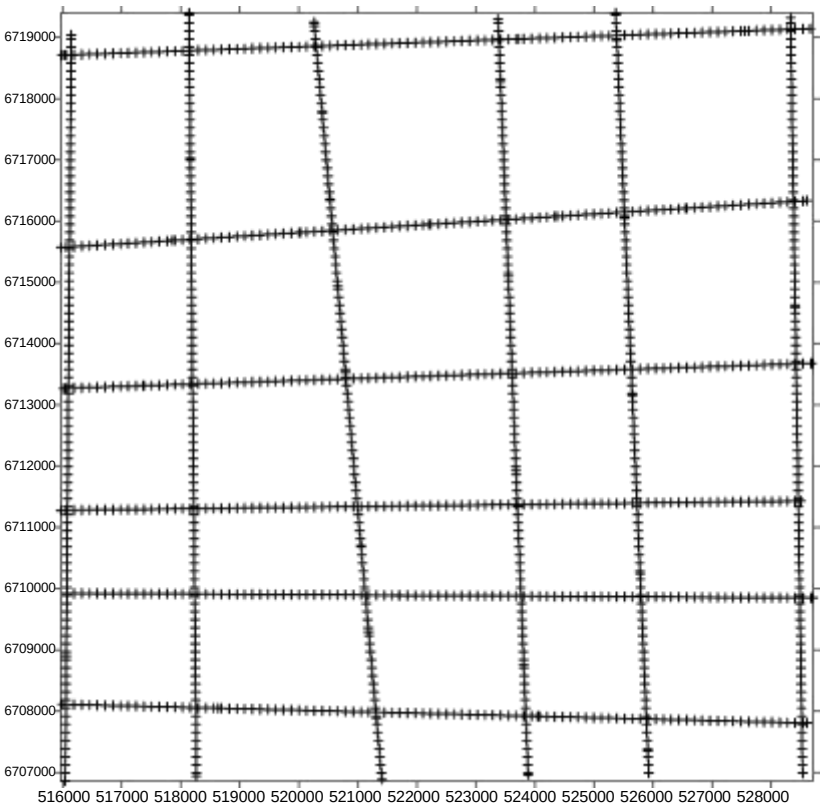


Рис. 3.1.2. Профили (линии) сейсмических наблюдений.

Все линии наблюдений отобразились в плане. Но это не совсем "красивый вид отображений", принято отображать линии сейсмических наблюдений (далее -ЛСН) в виде линий. Отобразим процедурой **Map| Base Map** преобразовав формат файла ***.DAT в формат BLN. На Рис. 3.1.3 показана схема профилей визуализированная процедурой Base Map**

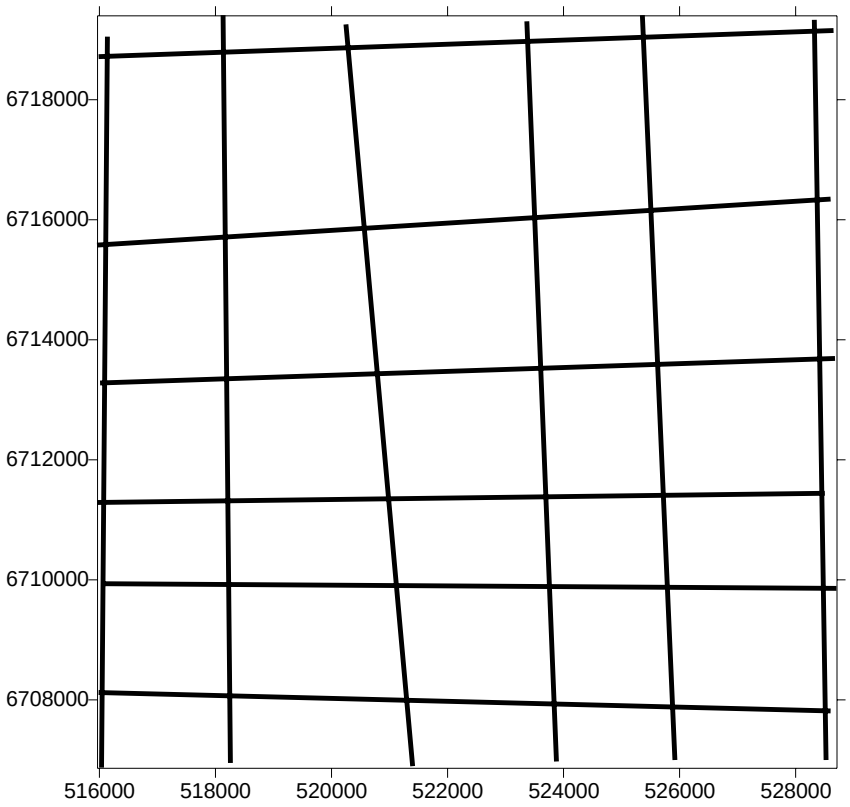
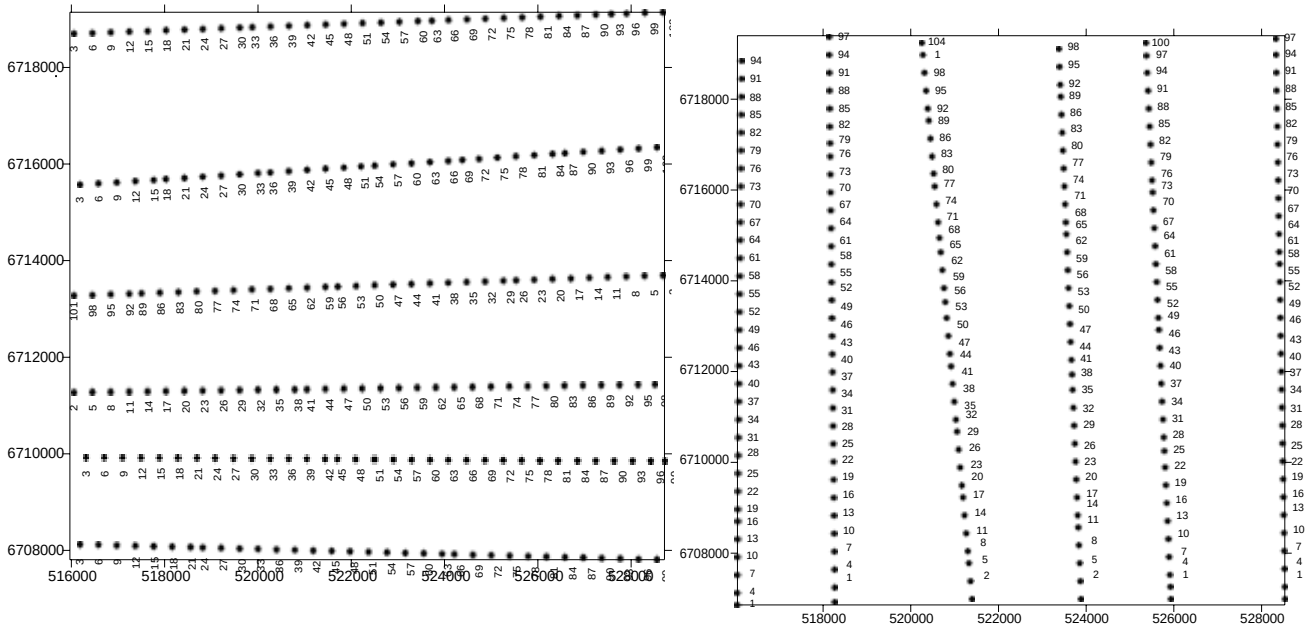


Рис. 3.1.3 Схема наблюдений отображѐнная процедурой **BASE/**

Далее, линии имеют информацию - номера линий и СР. Эту информацию визуализируем **Map| Map Post| New Post Map.** Очевидно, что линии делятся на две группы по направлению: широтные и меридианальные, разделим наш файл на два по этому признаку. Визуализируем эти файлы . **Map| Map Post| New Post Map** (Рис 3.1.4).



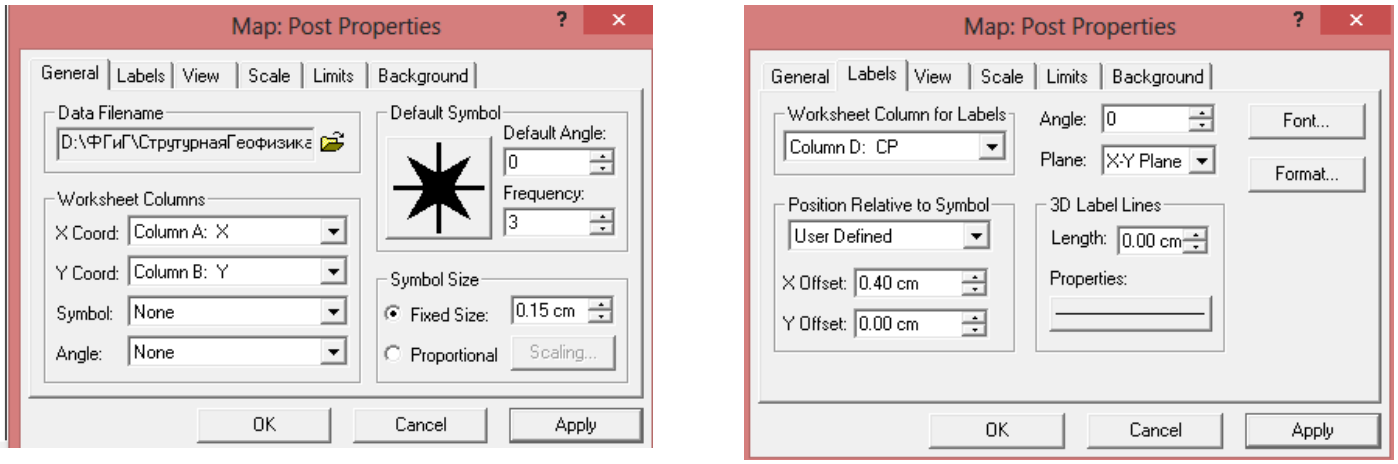


Рис. 3.1.4. Пример визуализации номеров точек ОГТ.

Итак, разделив исходный файл на два мы смогли для каждого выбрать конкретную ориентацию символов (см меню) информации, принятую в сейсморазведке.

Визуализируем номера линий к местоположению первой ОГТ каждого профиля (см рис. 3.1.5) и объединив их с двумя последними изображениями **Map| Overlay Maps** получим схему наблюдений.

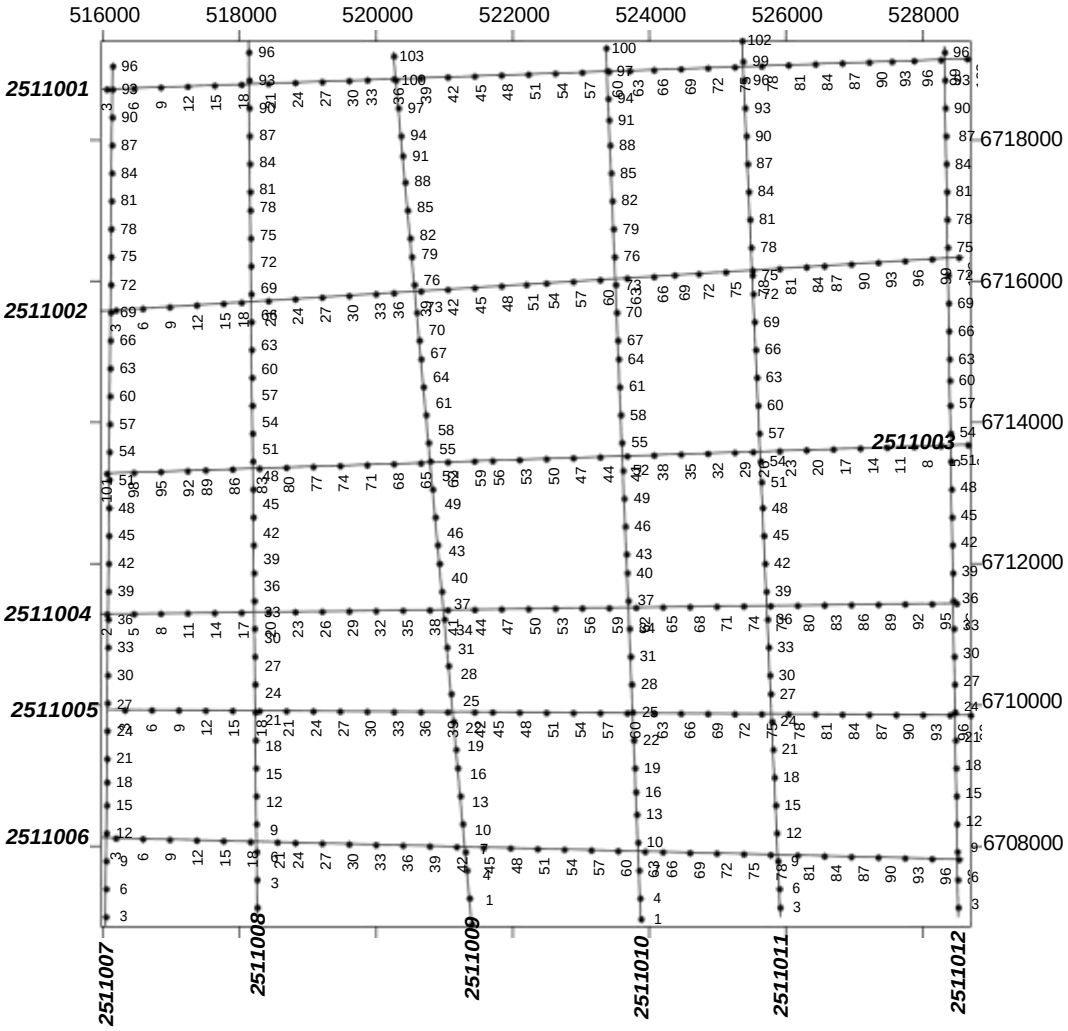


Рис. 3.1.5 Схема наблюдений

Следует отметить, что размеры символов зависят от масштаба карты и в общем случае должны удовлетворять следующим условиям :

1. символы должны быть читаемыми;

2. символы не должны мешать анализу основной информации.

4. ПОСТРОЕНИЕ СТРУКТУРНЫХ КАРТ

4.1 Введение статистических за верхнюю часть разреза (ВЧР) поправок

Скорость в верхней части разреза существенно ниже чем в других частях, а значения рельефа могут существенно искажать положение в пространстве искомого продуктивного отражающего горизонта (ОГ). Поэтому в сейсморазведке предусмотрена специальная процедура учет поправок за рельеф, которая приводится к некоторому уровню обычно к уровню моря или к зоне малых скоростей ВЧР Рис. 4.1.1).

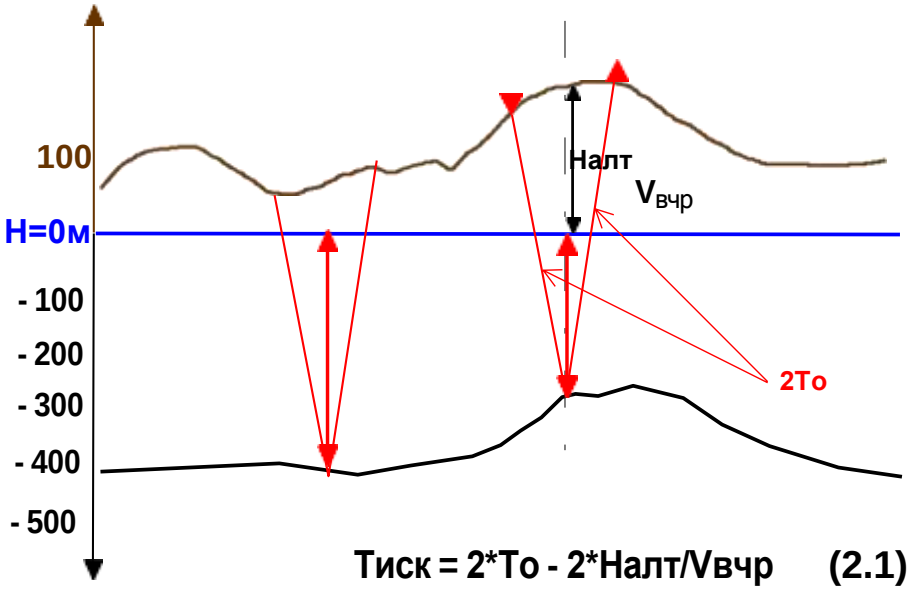


Рис. 4.1.1 Расчет поправки за ВЧР, где Тиск. время поправки То -время от ОГ, Налт -альтитуда в данной точке. и Vвчр - скорость в верхней части разреза.

4.2 Расчет карты изохрон.

Введя поправку за ВЧР рассчитаем и построим карту изохрон. Для интерполяции 2D наблюдений сейсморазведки нужно определить параметры выходного сеточного файла

(формат *.grd) и метода интерполяции. Минимальные и максимальные размеры сеточного файла задаются по положению линий наблюдения и недолжны значительно от них отличаться (если не преследуются специальные цели), а расстояние между нодами (точками) сеточного файла обычно подбираются опытным путем, но считается что оно не должно быть меньше пятой части расстояния между линиями 2D наблюдений. Визуализируем полученный файл **Map| Contour Map** (Рис. 4.2.1).

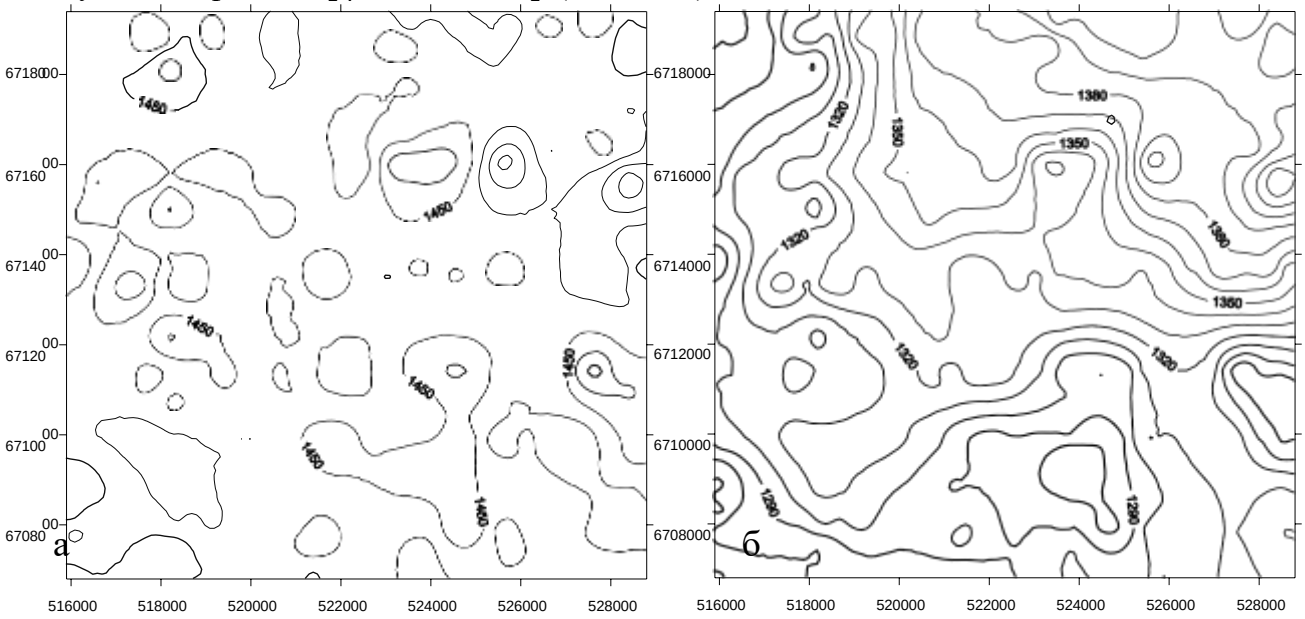
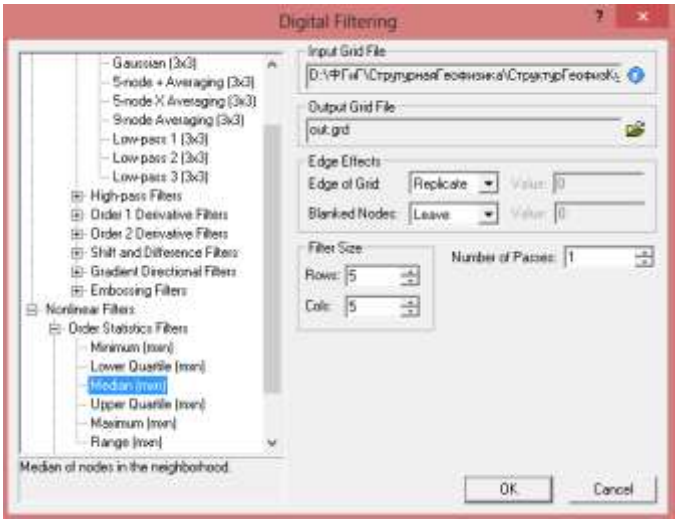


Рис. 4.2.1 Карты изохрон а) до ввода поправок за ВЧР и б) после ввода поправок за ВЧР.

4.3 Расчет трансформаций расчетных карт для достижения эффективного структурного анализа.

Для исключения ошибок сейсмических наблюдений и пикинга применяют фильтры.

На Рис.4.3.1 показаны окно параметров медианного фильтра и результат его применения для карты Рис. 4.2.1 б.



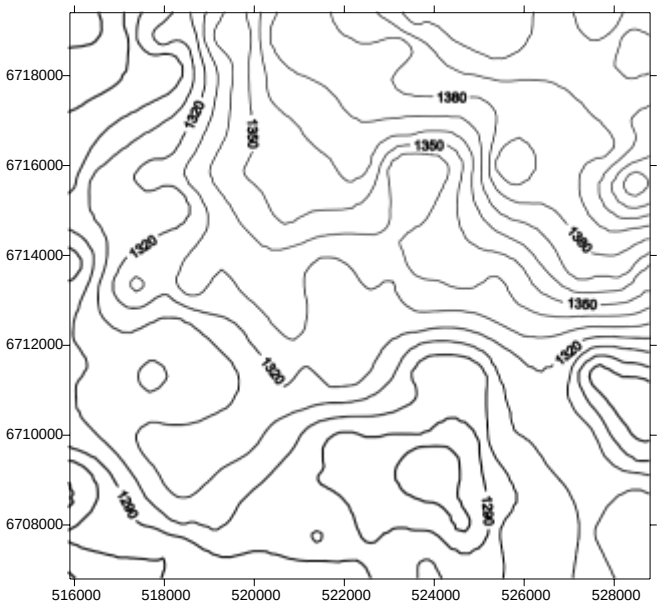
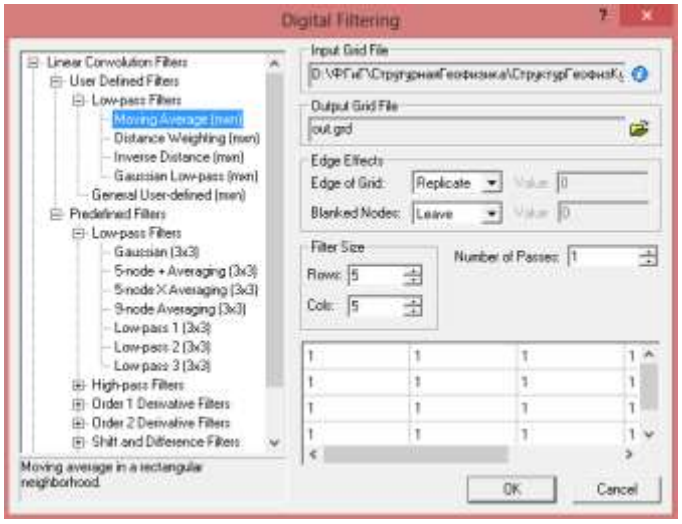


Рис. 4.3.1. Карта изохрон после медианной фильтрации.

Применение фильтра осреднения в окне 5X5 показано на Рис. 4.3.2



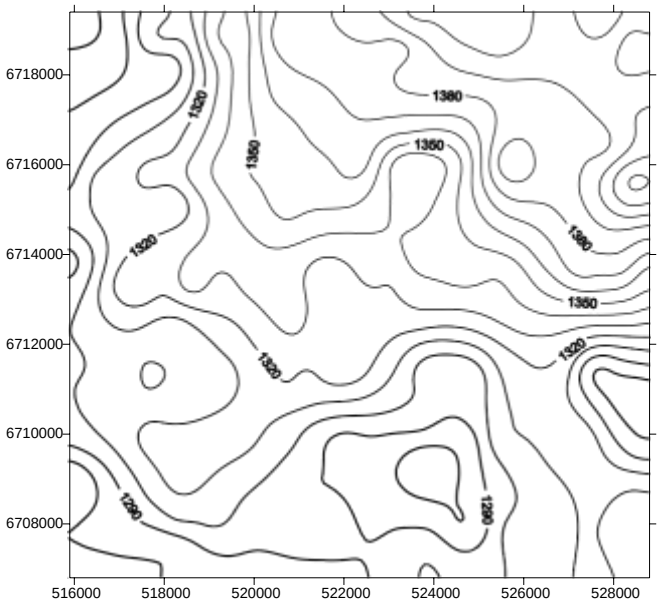


Рис. 4.3.2. Карта изохрон после Карта изохрон после осреднения в окне 5x5.

4.4. Расчет структурной карты.

Для расчета структурной карты требуется поле времен (финишная карта изохрон) и поле скоростей, тогда H = To x V x (-1)* (2.2).

(-1)* - минус указывает что глубины имеют абсолютные значения

Поле средних скоростей до опорного горизонта рассчитаем по данным вертикального сейсмического профилирования (ВСП), табл 4.4.1

табл 4.4.1

AC	AD	AE	AF
пример			
номер скважины	X, м	У, м	Средняя Скорость м/с
10802	518328.1	6717462	1830
10705	517251.8	6707662	1910
10708	522633.2	6713043	1890
10706	527051.7	6717462	1930
10709	525805.4	6708342	1870

которые приведены в файле СкоростиВСП.xls. Для этого используем процедуру **Grid|Math...**

в результате получаем результирующую структурную карту (Рис 4.1.1)

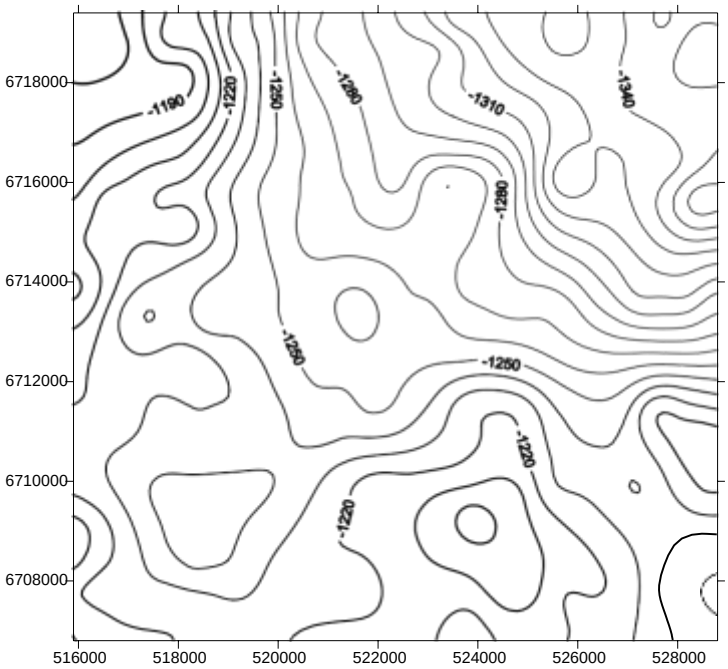


Рис. Рис 4.4.1. Структурная карта продуктивного ОГ.

4.5. Интерпретация полученных материалов: картирование линиаментов, блоковой структуры и структур (антиклиналей, синклиналей и тп.)

Способов выделения разломов достаточно. И так как большинство их являются косвенными, то они разломы называются предполагаемые. Примеры картирования разломов приведены в приложении 1. Для исследуемой площади можно представить следующий вариант (Рис 4.5.1).

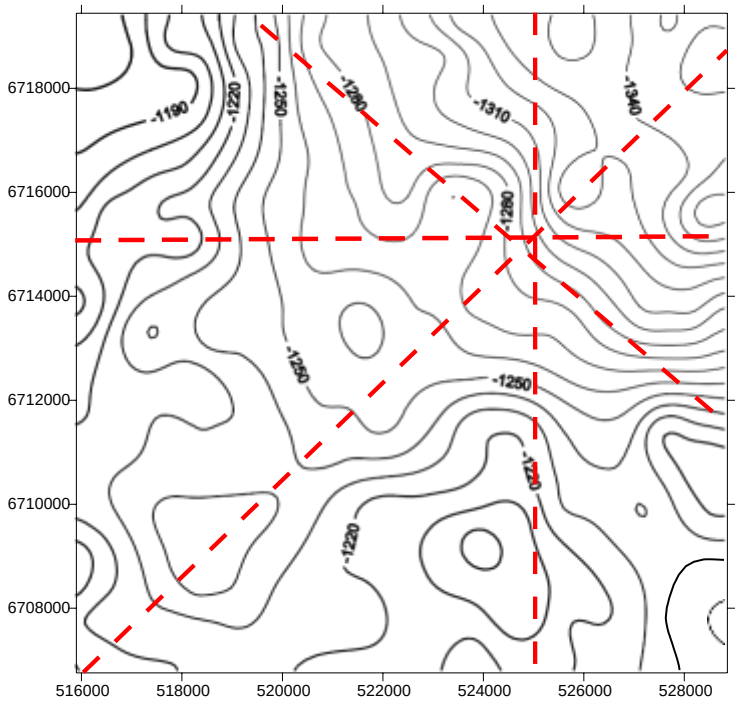


Рис 4.5.1Структурная карта продуктивного ОГ с нанесенными предполагаемыми разломами. (красные пунктирные линии предполагаемые разломы)

4.6 Трасформации структурной карты

Для подтверждения выбранной гипотезы картирования разломов применим несколько способов трансформации исходного поля времен. Вариант 1 расчет градиента по изогибсам ОГ. (Рис 4.6.1)

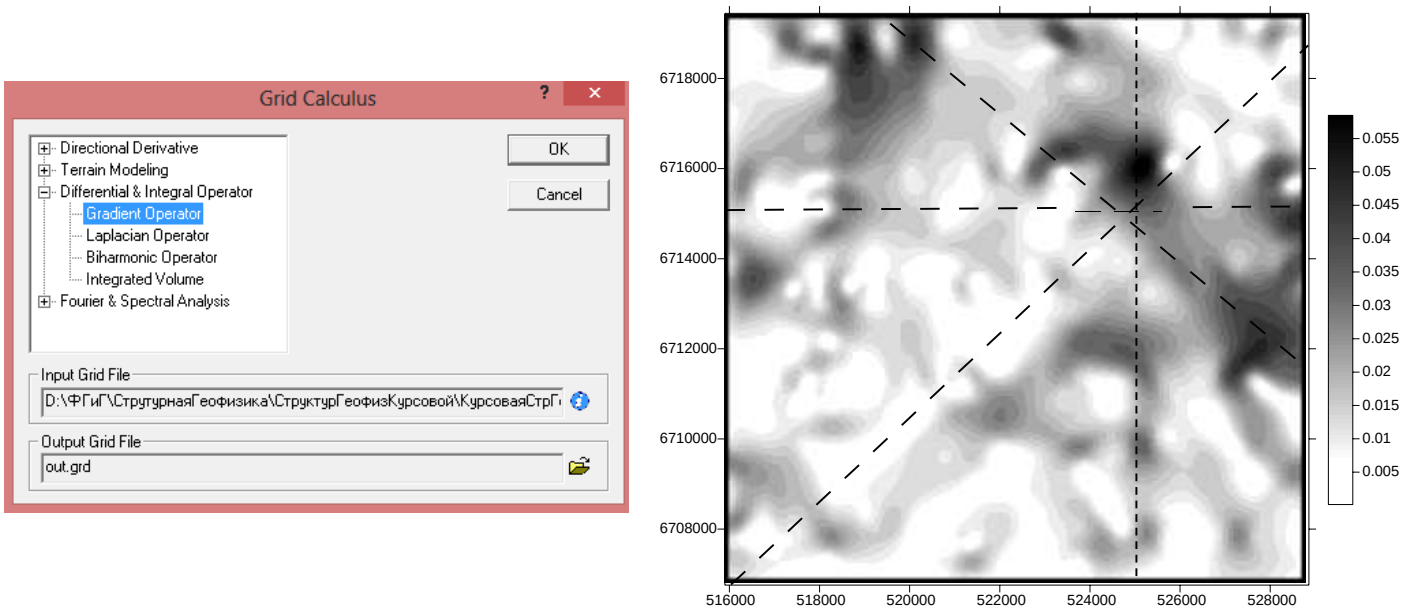


Рис 4.6.1. Карта градиентов по изгибсам ОГ с нанесенными предполагаемыми разломами.

Вариант 2 расчет аспекта по изогибсам ОГ. (Рис 4.6.2)

.

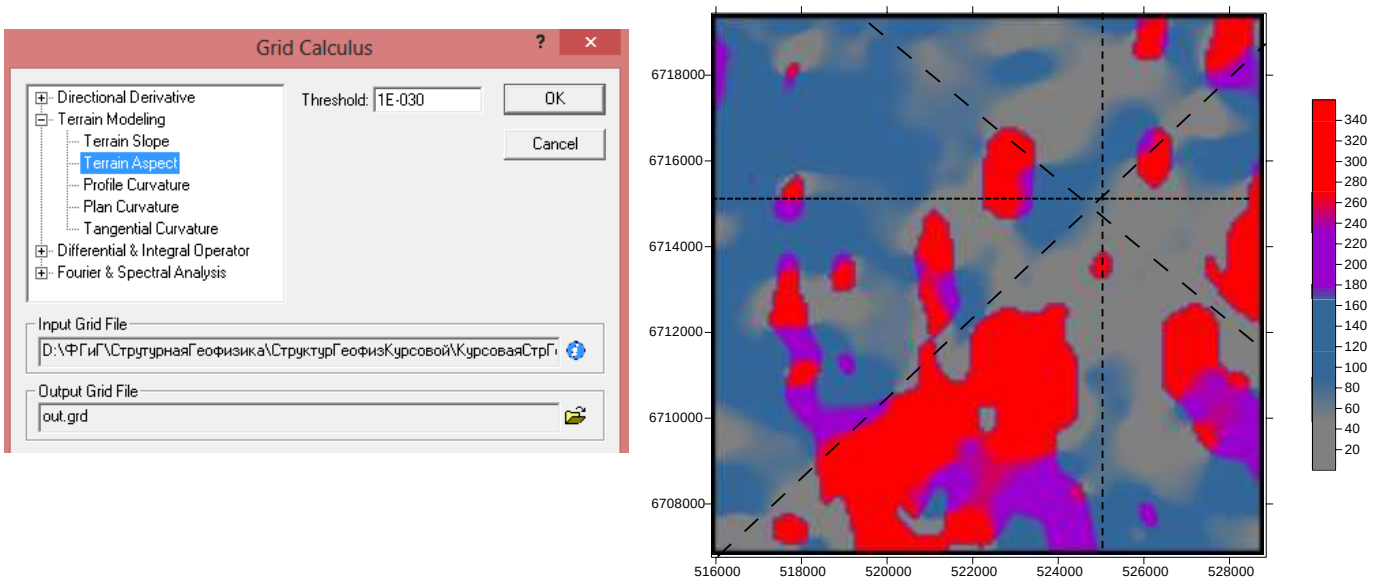
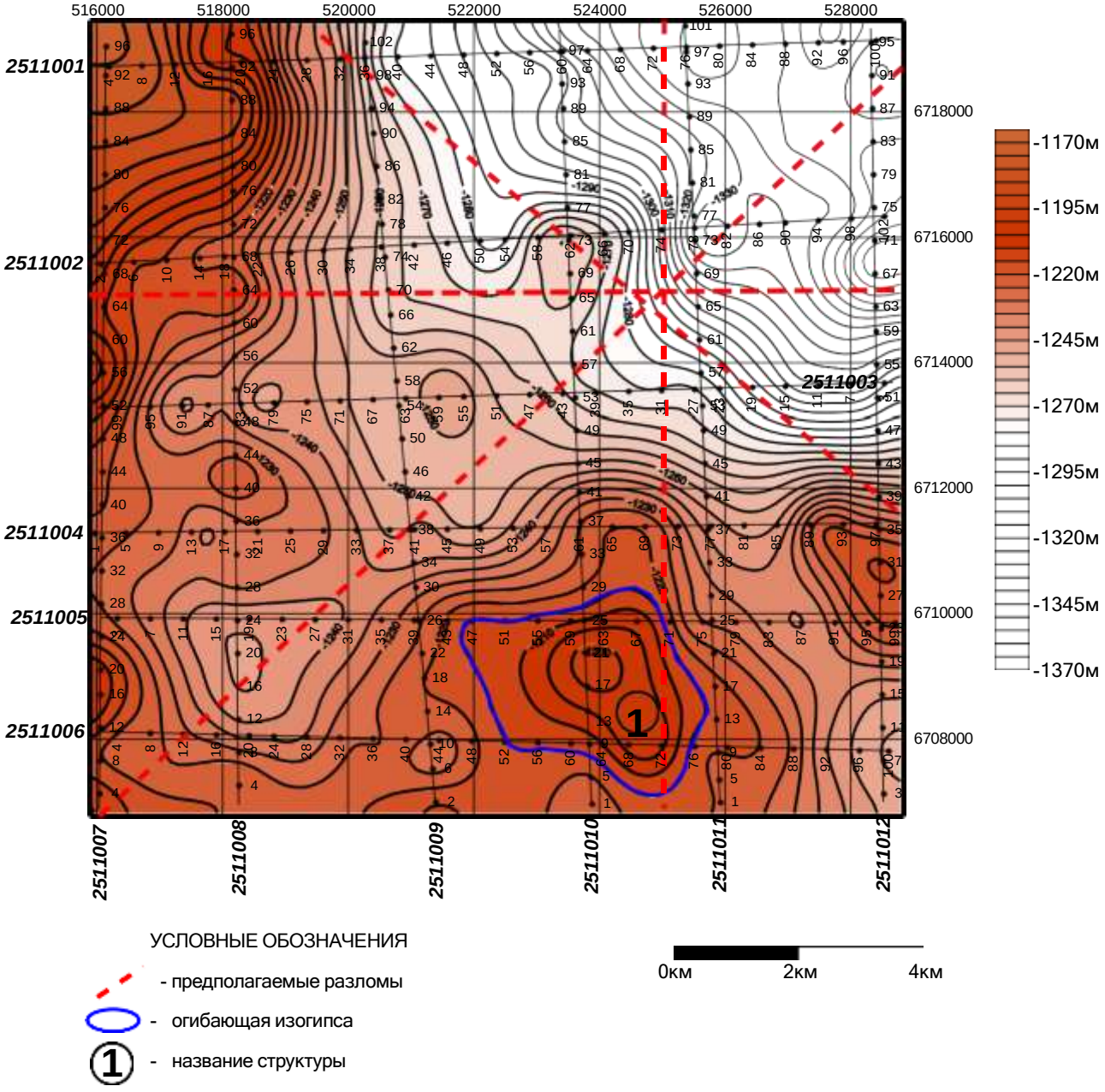


Рис 4.6.2. Карта аспектов по изгибсам ОГ с нанесенными предполагаемыми разломами (значения аспекта в градусах).

4.7 Построение финальной структурной карты

Для картирования антиклиналей и синклиналей уменьшим интервал между изолиниями структурной карты и визуализируем ее в цвете относительно значений изогибс. Карта представлена Рис 4.7.1

Примерная площадь. Структурная карта по ОГ Т



.

Рис 4.7.1 Структурная карта по продуктивному ОГ Т.

Структура (номер на карте)	Отражающий горизонт	Огибающая изогипса (м)	Значение в вершине (м)	Размер км×км	Амплитуда (м)	Морфологическая характеристика
1	2	3	4	5	6	7
Структура №1	Т	-1215	-1198	2,5×2,5	17	антиклиналь

5. ПЕРЕЧЕНЬ УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

5.1 Основная литература

№ п/п	Наименование	Кол-во экз.
1	СЕЙСМОРАЗВЕДКА справочник геофизика под редакцией И И Гурвича, В П Номоконова. 1981 г. - 469 с	10
2	ИНТЕРПРЕТАЦИЯ ДАННЫХ СЕЙСМОРАЗВЕДКИ справочник под редакцией О А Потапова. 1990 г.- 447с	5
3	ОСНОВЫ СЕЙСМОРАЗВЕДКИ В. И. Бондарев 2003 - 332с	10

5.2 Дополнительная литература

№ п/п	Наименование	Кол-во экз.
1	СЕЙСМОРАЗВЕДКА Р. Шериф, Л. Лергарт 1987- 1т447с, 2т 339с	5

6 ПЕРЕЧЕНЬ ЛИЦЕНЗИОННОГО ПРОГРАМНОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ

1. WORD Microsoft Windows 8 Professional ;
2. EXCEL Microsoft Windows 8 Professional ;
3. SURFER Golden Soft Ware.

7 ОРГАНИЗАЦИЯ ЗАЩИТЫ КУРСОВОЙ РАБОТЫ

7.1 Подготовка и порядок защиты курсового

Необходимо заранее подготовить тезисы выступления (план-конспект).
Порядок защиты курсовой работы.

1. Краткое сообщение, характеризующее цель и задачи работы, ее актуальность, полученные результаты, вывод и предложения.
2. Ответы студента на вопросы преподавателя.

3. Отзыв руководителя-консультанта о ходе выполнения работы.

Советы студенту:

- Готовясь к защите курсовой работы, вы должны вспомнить материал максимально подробно, и это должно найти отражение в схеме вашего ответа. Но тут же необходимо выделить главное, что наиболее важно для понимания материала в целом, иначе вы сможете проговорить все 15-20 минут и не раскрыть существа вопроса. Особенно строго следует отбирать примеры и иллюстрации.
- Вступление должно быть очень кратким – 1-2 фразы (если вы хотите подчеркнуть при этом важность и сложность данного вопроса, то не говорите, что он сложен и важен, а покажите его сложность и важность).
- Целесообразнее вначале показать свою схему раскрытия вопроса, а уж потом ее детализировать.
- Рассказывать будет легче, если вы представите себе, что объясняете материал очень способному и хорошо подготовленному человеку, который не знает именно этого раздела, и что при этом вам обязательно нужно доказать важность данного раздела и заинтересовать в его освоении.
- Строго следите за точностью своих выражений и правильностью употребления терминов.
- Не пытайтесь рассказать побольше за счет ускорения темпа, но и не мямлите.
- Не демонстрируйте излишнего волнения и не напрашивайтесь на сочувствие.
- Будьте особенно внимательны ко всем вопросам преподавателя, к малейшим его замечаниям. И уж ни в коем случае его не перебивайте!
- Не бойтесь дополнительных вопросов – чаще всего преподаватель использует их как один из способов помочь вам или сэкономить время. Если вас прервали, а при оценке ставят в вину пропуск важной части материала, не возмущайтесь, а покажите план своего ответа, где эта часть стоит несколько позже того, на чем вы были прерваны.
- Прежде чем отвечать на дополнительный вопрос, необходимо сначала правильно его понять. Для этого нужно хотя бы немного подумать, иногда переспросить, уточнить: правильно ли вы поняли поставленный вопрос. И при ответе следует соблюдать тот же принцип экономности мышления, а не высказывать без разбора все, что вы можете сказать.
- Будьте доброжелательны и тактичны, даже если к ответу вы не готовы (это вина не преподавателя, а ваша).

7.2 Критерии оценки курсовой работы

Подготовленная и оформленная в соответствии с требованиями курсовая работа оценивается преподавателем по следующим критериям:

теоретический уровень работы;

аналитический уровень работы;

правильность выполненных расчетов;

самостоятельность выполнения работы;

культура письменного изложения материала (логичность подачи материала, грамотность автора);

культура оформления материалов работы (соответствие работы всем стандартным требованиям);

использование литературных источников (достаточное количество, наличие в списке учебников и научных публикаций по теме, современность источников);

умение ориентироваться в материале и отвечать на вопросы по работе;

умение подготовить презентацию к работе (содержательность, логичность и правильное оформление презентации).

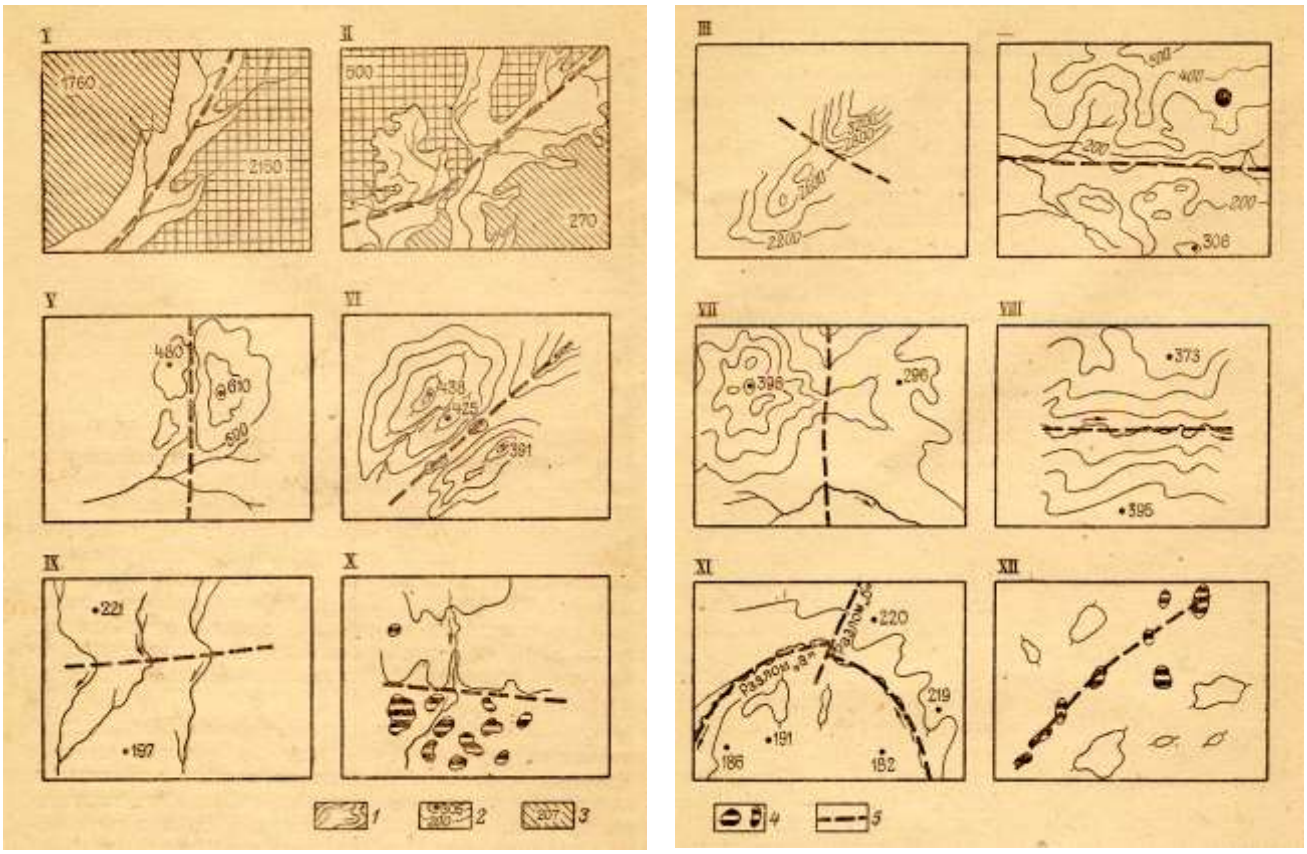


Рис. 1. Картографическое обоснование для проведения рельефо-образующих разломов.

1 — русла и долины рек; *2* — горизонтали рельефа и абс. отметки; *3*— низкая гипсометрическая ступень; *4* — высокая гипсометрическая ступень; *5* — рельефообразующие разломы. Схемы выделения рельефообразующих разломов на основании: I — разницы высот, II — разницы высот и приуроченности русел рек к одной линии, разъединяющей разновысотные участки, III — перепада высот на гребне водораздела, IV — разницы высот и приуроченности к одной линии спрямленных участков русла реки, V-разницы высот и конфигурации горизонталей, VI — конфигурации горизонта- лей; VII — различия форм рельефа и изгибов русел рек, VIII — реликтов ступенчатого строения, IX — совокупности коленчатых изгибов рек — приуроченности их к одной линии, X — ландшафтных особенностей, XI — специфических очертаний долины реки, XII — линейно вытянутой цепочки озер.

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по учебно-методическому комплексу

_____ С.А.Упоров

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЕ СТУДЕНТОВ

Б1.О.01 ФИЛОСОФИЯ

Специальность:

21.05.03 Технология геологической разведки

Специализация:

Геофизические информационные системы

Автор: Гладкова И. В., доцент, канд. филос. н.

Одобрены на заседании кафедры
Философии и культурологии
(название кафедры)
Зав. кафедрой _____
(подпись)
к.ф.н., доц. Беляев В.П.
(Фамилия И.О.)
Протокол № 1 от 18.09.2023
(Дата)

Рассмотрены методической комиссией
факультета геологии и геофизики
(название факультета)
Председатель _____
(подпись)
к.г.-м.н., доц. Вандышева К.В.
(Фамилия И.О.)
Протокол № 2 от 13.10.2023
(Дата)

Екатеринбург

Методические указания по дисциплине «Философия» согласованы с выпускающей кафедрой геологии и геофизики нефти и газа

Заведующий кафедрой ГГНГ _____к.г.-м.н., С.А. Рыльков____

подпись *И.О. Фамилия*

СОДЕРЖАНИЕ

	Введение	3
1	Методические рекомендации по работе с текстом лекций	5
2	Методические рекомендации по подготовке к опросу	8
3	Методические рекомендации по подготовке доклада(презентации)	9
4	Методические рекомендации по написанию эссе	11
5	Методические рекомендации по подготовке к семинарским занятиям	14
6	Методические рекомендации по подготовке к дискуссии	15
7	Методические рекомендации по подготовке к сдаче экзаменов и зачетов	17
	Заключение	20
	Список использованных источников	21

ВВЕДЕНИЕ

Инициативная самостоятельная работа студента есть неотъемлемая составная часть учебы в вузе. В современном формате высшего образования значительно возрастает роль самостоятельной работы студента.Правильно спланированная и организованная самостоятельная работа обеспечивает достижение высоких результатов в учебе.

Самостоятельная работа студента (СРС) -это планируемая учебная, учебно-исследовательская, научно-исследовательская работа студентов, выполняемая во внеаудиторное (аудиторное) время по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия, при сохранении ведущей роли студентов.

Целью СРС является овладение фундаментальными знаниями, профессиональными умениями и навыками по профилю будущей специальности, опытом творческой, исследовательской деятельности, развитие самостоятельности. Ответственности и организованности, творческого подхода к решению проблем учебного ипрофессионального уровней. Самостоятельная работа студента– важнейшая составная часть учебного процесса, обязательная для каждого студента, объем которой определяется учебным планом. Методологическую основу СРС составляет деятельностный подход, при котором цели обучения ориентированы на формирование умений решать типовые и нетиповые задачи, т. е. на реальные ситуации, в которых студентам надо проявить знание конкретной дисциплины. Предметно и содержательно СРС определяется государственным образовательным стандартом, действующими учебными планами и образовательными программами различных форм обучения, рабочими программами учебных дисциплин, средствами обеспечения СРС: учебниками, учебными пособиями и методическими руководствами, учебно-программными комплексами и т.д.

Самостоятельная работа студентов может рассматриваться как организационная форма обучения - система педагогических условий, обеспечивающих управление учебной деятельностью студентов по освоению знаний и умений в области учебной и научной деятельности без посторонней помощи.

Самостоятельная работа студентов проводится с целью:

- систематизации и закрепления полученных теоретических знаний и практических умений студентов;
- углубления и расширения теоретических знаний;
- формирования умений использовать нормативную, правовую, справочную документацию и специальную литературу;
- развития познавательных способностей и активности студентов: творческой инициативы, самостоятельности, ответственности и организованности;
- формирования самостоятельности мышления, способностей к саморазвитию, самосовершенствованию и самореализации;
- формирования практических (общеучебных и профессиональных) умений и навыков;
- развитияисследовательских умений;
- получения навыков эффективной самостоятельной профессиональной (практической и научно-теоретической) деятельности.

Самостоятельная работа студента - это особым образом организованная деятельность, включающая в свою структуру такие компоненты, как:

- уяснение цели и поставленной учебной задачи;
- четкое и системное планирование самостоятельной работы;
- поиск необходимой учебной и научной информации;
- освоение информации и ее логическая переработка;

- использование методов исследовательской, научно-исследовательской работы для решения поставленных задач;
- выработка собственной позиции по поводу полученной задачи;
- представление, обоснование и защита полученного решения;
- проведение самоанализа и самоконтроля.

В учебном процессе выделяют два вида самостоятельной работы:аудиторная и внеаудиторная.

Аудиторная самостоятельная работа по дисциплине выполняется на учебных занятиях под непосредственным руководством преподавателя и по его заданию: текущие консультации, коллоквиум, прием и разбор домашних заданий и другие.

Внеаудиторная самостоятельная работа - планируемая учебная, учебно-исследовательская, научно-исследовательская работа студентов, выполняемая во внеаудиторное время по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия: подготовка презентаций, составление глоссария, подготовка к практическим занятиям, подготовка рецензий, аннотаций на статью, подготовка к дискуссиям, круглым столам.

СРС может включать следующие формы работ:

- изучение лекционного материала;
- работа с источниками литературы: поиск, подбор и обзор литературы и электронных источников информации по заданной проблеме курса;
- выполнение домашних заданий, выдаваемых на практических занятиях:тестов, докладов, контрольных работ и других форм текущего контроля;
- изучение материала, вынесенного на самостоятельное изучение; подготовка к практическим занятиям;
- подготовка к контрольной работе или коллоквиуму;
- подготовка к зачету, экзамену, другим аттестациям;
- написание реферата, эссе по заданной проблем;
- выполнение расчетно-графической работы;
- выполнение выполнение курсовой работы или проекта;
- анализ научной публикации по определенной преподавателем теме, ее реферирование;
- исследовательская работа и участие в научных студенческих конференциях, семинарах иолимпиадах.

Особенностью организации самостоятельной работы студентов является необходимость не только подготовиться к сдаче зачета /экзамена, но и собрать, обобщить, систематизировать, проанализировать информацию по темам дисциплины.

Технология организации самостоятельной работы студентов включает использование информационных и материально-технических ресурсов образовательного учреждения.Для более эффективного выполнения самостоятельной работы по дисциплине преподаватель рекомендует студентам источники и учебно-методические пособия для работы, характеризует наиболее рациональную методику самостоятельной работы.

Самостоятельная работа может осуществляться индивидуально или группами студентов online и на занятиях в зависимости от цели, объема, конкретной тематики самостоятельной работы, уровня сложности, уровня умений студентов.

Подготовка к самостоятельная работа, не предусмотренная образовательной программой, учебным планом и учебно-методическими материалами, раскрывающими и конкретизирующими их содержание, осуществляется студентами инициативно, с целью реализации собственных учебных и научных интересов.

В качестве форм и методов контроля внеаудиторной самостоятельной работы студентов могут быть использованы обмен информационными файлами, семинарские занятия, тестирование, опрос, доклад, реферат, самоотчеты, контрольные работы, защита творческих работ и электронных презентаций и др.

.

1. Методические рекомендации по работе с текстом лекций

На лекционных занятиях необходимо конспектировать учебный материал. Обращать внимание на формулировки, определения, раскрывающие содержание тех или иных понятий, научные выводы и практические рекомендации, положительный опыт в ораторском мастерстве. Внимательное слушание и конспектирование лекций предполагает интенсивную умственную деятельность студента, и помогает усвоить учебный материал.

Желательно оставлять в рабочих конспектах поля, на которых делать пометки, дополняющие материал прослушанной лекции, а также подчеркивающие особую важность тех или иных теоретических положений, фиксировать вопросы, вызывающие личный интерес, варианты ответов на них, сомнения, проблемы, спорные положения. Рекомендуется вести записи на одной стороне листа, оставляя вторую сторону для размышлений, разборов, вопросов, ответов на них, для фиксирования деталей темы или связанных с ней фактов, которые припоминаются самим студентом в ходе слушания.

Слушание лекций - сложный вид интеллектуальной деятельности, успех которой обусловлен*умением слушать*, и стремлением воспринимать материал, нужное записывая в тетрадь. Запись лекции помогает сосредоточить внимание на главном, в ходе самой лекции продумать и осмыслить услышанное, осознать план и логику изложения материала преподавателем.

Такая работа нередко вызывает трудности у студентов: некоторые стремятся записывать все дословно, другие пишут отрывочно, хаотично. Чтобы избежать этих ошибок, целесообразно придерживаться ряда правил.

1. После записи ориентирующих и направляющих внимание данных (тема, цель, план лекции, рекомендованная литература) важно попытаться проследить, как они раскрываются в содержании, подкрепляются формулировками, доказательствами, а затем и выводами.

2. Записывать следует основные положения и доказывающие их аргументы, наиболее яркие примеры и факты, поставленные преподавателем вопросы для самостоятельной проработки.

3. Стремиться к четкости записи, ее последовательности, выделяя темы, подтемы, вопросы и подвопросы, используя цифровую и буквенную нумерацию (римские и арабские цифры, большие и малые буквы), красные строки, выделение абзацев, подчеркивание главного и т.д.

Форма записи материала может быть различной - в зависимости от специфики изучаемого предмета. Это может быть стиль учебной программы (назывные предложения), уместны и свои краткие пояснения к записям.

Студентам не следует подробно записывать на лекции «все подряд», но обязательно фиксировать то, что преподаватели диктуют – это базовый конспект, содержащий основные положения лекции: определения, выводы, параметры, критерии, аксиомы, постулаты, парадигмы, концепции, ситуации, а также мысли-маяки (ими часто являются афоризмы, цитаты, остроумные изречения). Запись лекции лучше вести в сжатой форме, короткими и четкими фразами. Каждому студенту полезно выработать свою систему сокращений, в которой он мог бы разобраться легко и безошибочно.

Даже отлично записанная лекция предполагает дальнейшую самостоятельную работу над ней (осмысление ее содержания, логической структуры, выводов). С целью доработки конспекта лекции необходимо в первую очередь прочитать записи, восстановить текст в памяти, а также исправить описки, расшифровать не принятые ранее сокращения, заполнить пропущенные места, понять текст, вникнуть в его смысл. Далее прочитать материал по рекомендуемой литературе, разрешая в ходе чтения возникшие ранее затруднения, вопросы, а также дополняя и исправляя свои записи. В ходе доработки конспекта углубляются, расширяются и закрепляются знания, а также дополняется, исправляется и совершенствуется конспект. Доработанный конспект и рекомендуемая

литература используется при подготовке к практическому занятию. Знание лекционного материала при подготовке к практическому занятию обязательно.

Особенно важно в процессе самостоятельной работы над лекцией выделить новый понятийный аппарат, уяснить суть новых понятий, при необходимости обратиться к словарям и другим источникам, заодно устранив неточности в записях. Главное - вести конспект аккуратно и регулярно, только в этом случае он сможет стать подспорьем в изучении дисциплины.

Работа над лекцией стимулирует самостоятельный поиск ответов на самые различные вопросы: над какими понятиями следует поработать, какие обобщения сделать, какой дополнительный материал привлечь.

Важным средством, направляющим самообразование, является выполнение различных заданий по тексту лекции, например, составление ее развернутого плана или тезисов; ответы на вопросы проблемного характера, (скажем, об основных тенденциях развития той или иной проблемы); составление проверочных тесты по проблеме, написание по ней реферата, составление графических схем.

По своим задачам лекции могут быть разных жанров: *установочная лекция* вводит в изучение курса, предмета, проблем (что и как изучать), а*обобщающая лекция* позволяет подвести итог (зачем изучать), выделить главное, усвоить законы развития знания, преемственности, новаторства, чтобы применить обобщенный позитивный опыт к решению современных практических задач. Обобщающая лекция ориентирует в истории и современном состоянии научной проблемы.

В процессе освоения материалов обобщающих лекций студенты могут выполнять задания разного уровня. Например: задания *репродуктивного* уровня (составить развернутый план обобщающей лекции, составить тезисы по материалам лекции); задания *продуктивного* уровня (ответить на вопросы проблемного характера, составить опорный конспект по схеме, выявить основные тенденции развития проблемы); задания *творческого* уровня (составить проверочные тесты по теме, защитить реферат и графические темы по данной проблеме).Обращение к ранее изученному материалу не только помогает восстановить в памяти известные положения, выводы, но и приводит разрозненные знания в систему, углубляет и расширяет их. Каждый возврат к старому материалу позволяет найти в нем что-то новое, переосмыслить его с иных позиций, определить для него наиболее подходящее место в уже имеющейся системе знаний.

.

2. Методические указания по подготовке к опросу

Самостоятельная работа обучающихся включает подготовку к устному или письменному опросу на семинарских занятиях. Для этого обучающийся изучает лекции, основную и дополнительную литературу, публикации, информацию из Интернет-ресурсов. Темы и вопросы к семинарским занятиям, вопросы для самоконтроля приведены в методических указаниях по разделам и доводятся до обучающихся заранее.

Письменный опрос

Письменный опрос является одной из форм текущего контроля успеваемости студента. При изучении материала студент должен убедиться, что хорошо понимает основную терминологию темы, умеет ее использовать в нужном контексте. Желательно составить краткий конспект ответа на предполагаемые вопросы письменной работы, чтобы убедиться в том, что студент владеет материалом и может аргументировано, логично и грамотно письменно изложить ответ на вопрос. Следует обратить особое внимание на написание профессиональных терминов, чтобы избегать грамматических ошибок в работе. При изучении новой для студента терминологии рекомендуется изготовить карточки, которые содержат новый термин и его расшифровку, что значительно облегчит работу над материалом.

Устный опрос

Целью устного собеседования являются обобщение и закрепление изученного курса. Студентам предлагаются дляосвещения сквозные концептуальные проблемы. При подготовке следует использовать лекционный материал и учебную литературу. Для более глубокого постижения курса и более основательной подготовки рекомендуется познакомиться с указанной дополнительной литературой. Готовясь к семинару, студент должен, прежде всего, ознакомиться с общим планом семинарского занятия. Следует внимательно прочесть свой конспект лекции по изучаемой теме и рекомендуемую к теме семинара литературу. С незнакомыми терминами и понятиями следует ознакомиться в предлагаемом глоссарии, словаре или энциклопедии[1].

Критерии качества устного ответа.

1. Правильность ответа по содержанию.
2. Полнота и глубина ответа.
3. Сознательность ответа (учитывается понимание излагаемого материала).
4. Логика изложения материала (учитывается умение строить целостный, последовательный рассказ, грамотно пользоваться профессиональной терминологией).
5. Рациональность использованных приемов и способов решения поставленной учебной задачи (учитывается умение использовать наиболее прогрессивные и эффективные способы достижения цели).
6. Своевременность и эффективность использования наглядных пособий и технических средств при ответе (учитывается грамотно и с пользой применять наглядность и демонстрационный опыт при устном ответе).
7. Использование дополнительного материала (приветствуется, но не обязательно для всех студентов).
8. Рациональность использования времени, отведенного на задание (не одобряется затянутость выполнения задания, устного ответа во времени, с учетом индивидуальных особенностей студентов)[2].

---

[1]Методические рекомендации для студентов [Электронный ресурс]: Режим доступа: http://lesgaft.spb.ru/sites/default/files/u57/metod.rekomendacii_dlya_studentov_21.pdf

[2]Методические рекомендации для студентов [Электронный ресурс]: http://priab.ru/images/metod_agro/Metod_Inostran_yazyk_35.03.04_Agro_15.01.2016.pdf

Ответ на каждый вопрос из плана семинарского занятия должен быть содержательным и аргументированным. Для этого следует использовать документы, монографическую, учебную и справочную литературу.

Для успешной подготовки к устному опросу, студент должен законспектировать рекомендуемую литературу, внимательно осмыслить лекционный материал и сделать выводы. Объем временинана подготовку к устному опросу зависимости от сложности темы и особенностей организации обучающимся своей самостоятельной работы.

3.Методические рекомендации по подготовке доклада (презентации)

Доклад – публичное сообщение по заданной теме, представляющее собой развернутое изложение на определенную тему, вид самостоятельной работы, который используется в учебных и внеаудиторных занятиях и способствует формированию навыков исследовательской работы, освоению методов научного познания, приобретению навыков публичного выступления, расширяет познавательные интересы, приучает критически мыслить.

При подготовке доклада используется дополнительная литература, систематизируется материал. Работа над докладом не только позволяет учащемуся приобрести новые знания, но и способствует формированию важных научно-исследовательских навыков самостоятельной работы с научной литературой, что повышает познавательный интерес к научному познанию.

Приветствуется использование мультимедийных технологий, подготовка докладов-презентаций.

Доклад должен соответствовать следующим требованиям:

- тема доклада должна быть согласованна с преподавателем и соответствовать теме занятия;

- иллюстрации (слайды в презентации) должны быть достаточными, но не чрезмерными;

- материалы, которыми пользуется студент приподготовке доклада-презентации, должны тсоответствовать научно-методическим требованиямВУЗа ибытьуказанывдокладе;

- необходимособлюдать регламент: 7-10 минут выступления.

Преподаватель может дать тему сразу нескольким студентам одной группы, по принципу: докладчик и оппонент. Студенты могут подготовить два выступления с противоположными точками зрения и устроить дискуссию по проблемной теме. Докладчики и содокладчики во многом определяют содержание, стиль, активность данного занятия, для этого необходимо:

- использовать технические средства;
- знать и хорошо ориентироваться в теме всей презентации (семинара);
- уметь дискутировать и быстро отвечать на вопросы;
- четко выполнять установленный регламент: докладчик - 7-10 мин.; содокладчик - 5 мин.; дискуссия - 10 мин;
- иметь представление о композиционной структуре доклада.

После выступления докладчик и содокладчик, должны ответить на вопросы слушателей.

В подготовке доклада выделяют следующие этапы:

1. Определение цели доклада: информировать, объяснить, обсудить что-то (проблему, решение, ситуацию и т.п.)

2. Подбор литературы, иллюстративных примеров.

3. Составление плана доклада, систематизация материала, композиционное оформление доклада в виде печатного /рукописного текста и электронной презентации.

Общая структура доклада

Построение доклада включает три части: вступление, основную часть и заключение.

Вступление.

Вступление должно содержать:

- название презентации (доклада);
- сообщение основной идеи;
- обоснование актуальности обсуждаемого вопроса;

- современнуюоценкупредмета изложения;
- краткоеперечислениерассматриваемых вопросов;
- живуюинтереснуюформуизложения;
- акцентированиеоригинальностиподхода.

Основная часть.

Основная частьсостоит из нескольких разделов, постепенно раскрывающих тему. Возможно использование иллюстрации (графики, диаграммы, фотографии, карты, рисунки) Если необходимо, для обоснования темы используется ссылка на источники с доказательствами, взятыми из литературы (цитирование авторов, указание цифр, фактов, определений). Изложение материала должно быть связным, последовательным, доказательным.

Задача основной части - представить достаточно данных для того, чтобы слушатели и заинтересовались темой и захотели ознакомиться с материалами. При этом логическая структура теоретического блока не должны даваться без наглядных пособий, аудио-визуальных и визуальных материалов.

Заключение.

Заключение - это ясное четкое обобщение, в котором подводятся итоги, формулируются главные выводы, подчеркивается значение рассмотренной проблемы, предлагаются самые важные практические рекомендации. Требования к оформлению доклада. Объем машинописного текста доклада должен быть рассчитан на произнесение доклада в течение 7 -10 минут (3-5 машинописных листа текста с докладом).

Доклад оценивается по следующим критериям:

Критерии оценки доклада, сообщения	*Количество баллов*
Содержательность, информационная насыщенность доклада	1
Наличие аргументов	1
Наличие выводов	1
Наличие презентации доклада	1
Владение профессиональной лексикой	1
Итого:	5

Электронные презентации выполняются в программе MS PowerPoint в виде слайдов в следующем порядке: • титульный лист с заголовком темы и автором исполнения презентации; • план презентации (5-6 пунктов - это максимум); • основная часть (не более 10 слайдов); • заключение (вывод). Общие требования к стилевому оформлению презентации: • дизайн должен быть простым и лаконичным; • основная цель - читаемость, а не субъективная красота; цветовая гамма должна состоять не более чем из двух-трех цветов; • всегда должно быть два типа слайдов: для титульных и для основного текста; • размер шрифта должен быть: 24–54 пункта (заголовок), 18–36 пунктов (обычный текст); • текст должен быть свернут до ключевых слов и фраз. Полные развернутые предложения на слайдах таких презентаций используются только при цитировании; каждый слайд должен иметь заголовок; • все слайды должны быть выдержаны в одном стиле; • на каждом слайде должно быть не более трех иллюстраций; • слайды должны быть пронумерованы с указанием общего количества слайдов

4.Методические рекомендации по написанию эссе

Эссе - это самостоятельная письменная работа на тему, предложенную преподавателем. Цель эссе состоит в развитии навыков самостоятельного творческого мышления и письменного изложения собственных мыслей. Писать эссе чрезвычайно полезно, поскольку это позволяет автору научиться четко и грамотно формулировать мысли, структурировать информацию, использовать основные категории анализа, выделять причинно-следственные связи, иллюстрировать понятия соответствующими примерами, аргументировать свои выводы; овладеть научным стилем речи.

Эссе должно содержать: четкое изложение сути поставленной проблемы, включать самостоятельно проведенный анализ этой проблемы с использованием концепций и аналитического инструментария, рассматриваемого в рамках дисциплины, выводы, обобщающие авторскую позицию по поставленной проблеме. В зависимости от специфики дисциплины формы эссе могут значительно дифференцироваться. В некоторых случаях это может быть анализ имеющихся статистических данных по изучаемой проблеме, анализ материалов из средств массовой информации и использованием изучаемых моделей, подробный разбор предложенной задачи с развернутыми мнениями, подбор и детальный анализ примеров, иллюстрирующих проблему и т.д.

Построение эссе - это ответ на вопрос или раскрытие темы, которое основано на классической системе доказательств.

Структура эссе

1. *Титульный лист* (заполняется по единой форме);

2. *Введение* - суть и обоснование выбора данной темы, состоит из ряда компонентов, связанных логически и стилистически.

На этом этапе очень важно правильно *сформулировать вопрос, на который вы собираетесь найти ответ в ходе своего исследования.*

3. *Основная часть* - теоретические основы выбранной проблемы и изложение основного вопроса.

Данная часть предполагает развитие аргументации и анализа, а также обоснование их, исходя из имеющихся данных, других аргументов и позиций по этому вопросу. В этом заключается основное содержание эссе и это представляет собой главную трудность. Поэтому важное значение имеют подзаголовки, на основе которых осуществляется структурирование аргументации; именно здесь необходимо обосновать (логически, используя данные или строгие рассуждения) предлагаемую аргументацию/анализ. Там, где это необходимо, в качестве аналитического инструмента можно использовать графики, диаграммы и таблицы.

В зависимости от поставленного вопроса анализ проводится на основе следующих категорий:

Причина - следствие, общее - особенное, форма - содержание, часть - целое, постоянство - изменчивость.

В процессе построения эссе необходимо помнить, что один параграф должен содержать только одно утверждение и соответствующее доказательство, подкрепленное графическим и иллюстративным материалом. Следовательно, наполняя содержанием разделы аргументацией (соответствующей подзаголовкам), необходимо в пределах параграфа ограничить себя рассмотрением одной главной мысли.

Хорошо проверенный (и для большинства — совершено необходимый) способ построения любого эссе - использование подзаголовков для обозначения ключевых моментов аргументированного изложения: это помогает посмотреть на то, что предполагается сделать (и ответить на вопрос, хорош ли замысел). Такой подход поможет следовать точно определенной цели в данном исследовании. Эффективное использование подзаголовков - не только обозначение основных пунктов, которые необходимо осветить.

Их последовательность может также свидетельствовать о наличии или отсутствии логичности в освещении темы.

4. *Заключение* - обобщения и аргументированные выводы по теме с указанием области ее применения и т.д. Подытоживает эссе или еще раз вносит пояснения, подкрепляет смысл и значение изложенного в основной части. Методы, рекомендуемые для составления заключения: повторение, иллюстрация, цитата, впечатляющее утверждение. Заключение может содержать такой очень важный, дополняющий эссе элемент, как указание на применение (импликацию) исследования, не исключая взаимосвязи с другими проблемами.

Структура аппарата доказательств, необходимых для написания эссе

Доказательство - это совокупность логических приемов обоснования истинности какого-либо суждения с помощью других истинных и связанных с ним суждений. Оно связано с убеждением, но не тождественно ему: аргументация или доказательство должны основываться на данных науки и общественно-исторической практики, убеждения же могут быть основаны на предрассудках, неосведомленности людей в вопросах экономики и политики, видимости доказательности. Другими словами, доказательство или аргументация - это рассуждение, использующее факты, истинные суждения, научные данные и убеждающее нас в истинности того, о чем идет речь.

Структура любого доказательства включает в себя три составляющие: тезис, аргументы и выводы или оценочные суждения.

Тезис - это положение (суждение), которое требуется доказать. *Аргументы* - это категории, которыми пользуются при доказательстве истинности тезиса. *Вывод* - это мнение, основанное на анализе фактов. *Оценочные суждения* - это мнения, основанные на наших убеждениях, верованиях или взглядах. *Аргументы* обычно делятся на следующие группы:

1. *Удостоверенные факты* — фактический материал (или статистические данные).
2. *Определения* в процессе аргументации используются как описание понятий, связанных с тезисом.
3. *Законы* науки и ранее доказанные теоремы тоже могут использоваться как аргументы доказательства.

Требования к фактическим данным и другим источникам

При написании эссе чрезвычайно важно то, как используются эмпирические данные и другие источники (особенно качество чтения). Все (фактические) данные соотносятся с конкретным временем и местом, поэтому прежде, чем их использовать, необходимо убедится в том, что они соответствуют необходимому для исследований времени и месту. Соответствующая спецификация данных по времени и месту — один из способов, который может предотвратить чрезмерное обобщение, результатом которого может, например, стать предположение о том, что все страны по некоторым важным аспектам одинаковы (если вы так полагаете, тогда это должно быть доказано, а не быть голословным утверждением).

Всегда можно избежать чрезмерного обобщения, если помнить, что в рамках эссе используемые данные являются иллюстративным материалом, а не заключительным актом, т.е. они подтверждают аргументы и рассуждения и свидетельствуют о том, что автор умеет использовать данные должным образом. Нельзя забывать также, что данные, касающиеся спорных вопросов, всегда подвергаются сомнению. От автора не ждут определенного или окончательного ответа. Необходимо понять сущность фактического материала, связанного с этим вопросом (соответствующие индикаторы? насколько надежны данные для построения таких индикаторов? к какому заключению можно прийти на основании имеющихся данных и индикаторов относительно причин и следствий? и т.д.), и продемонстрировать это в эссе. Нельзя ссылаться на работы, которые автор эссе не читал сам.

Как подготовить и написать эссе?

Качество любого эссе зависит от трех взаимосвязанных составляющих, такихкак:

1. Исходный материал, который будет использован (конспекты прочитанной литературы, лекций, записи результатов дискуссий, собственные соображения и накопленный опыт по данной проблеме).

2. Качество обработки имеющегося исходного материала (его организация, аргументация и доводы).

3. Аргументация (насколько точно она соотносится с поднятыми в эссе проблемами).

Процесс написания эссе можно разбить на несколько стадий: обдумывание - планирование - написание - проверка - правка.

Планирование - определение цели, основных идей, источников информации, сроков окончания и представления работы.

Цель должна определять действия.

Идеи, как и цели, могут быть конкретными и общими, более абстрактными. Мысли, чувства, взгляды и представления могут быть выражены в форме аналогий, ассоциации, предположений, рассуждений, суждений, аргументов, доводов и т.д.

Аналогии - выявление идеи и создание представлений, связь элементов значений.

Ассоциации - отражение взаимосвязей предметов и явлений действительности в форме закономерной связи между нервно - психическими явлениями (в ответ на тот или иной словесный стимул выдать «первую пришедшую в голову» реакцию).

Предположения - утверждение, не подтвержденное никакими доказательствами.

Рассуждения - формулировка и доказательство мнений.

Аргументация - ряд связанных между собой суждений, которые высказываются для того, чтобы убедить читателя (слушателя) в верности (истинности) тезиса, точки зрения, позиции.

Суждение - фраза или предложение, для которого имеет смысл вопрос: истинно или ложно?

Доводы - обоснование того, что заключение верно абсолютно или с какой-либо долей вероятности. В качестве доводов используются факты, ссылки на авторитеты, заведомо истинные суждения (законы, аксиомы и т.п.), доказательства (прямые, косвенные, «от противного», «методом исключения») и т.д.

Перечень, который получится в результате перечисления идей, поможет определить, какие из них нуждаются в особенной аргументации.

*Источники***.** Тема эссе подскажет, где искать нужный материал. Обычно пользуются библиотекой, Интернет-ресурсами, словарями, справочниками. Пересмотр означает редактирование текста с ориентацией на качество и эффективность.

Качество текста складывается из четырех основных компонентов: ясности мысли, внятности, грамотности и корректности.

Мысль - это содержание написанного. Необходимо четко и ясно формулировать идеи, которые хотите выразить, в противном случае вам не удастся донести эти идеи и сведения до окружающих.

Внятность - это доступность текста для понимания. Легче всего ее можно достичь, пользуясь логично и последовательно тщательно выбранными словами, фразами и взаимосвязанными абзацами, раскрывающими тему.

Грамотность отражает соблюдение норм грамматики и правописания. Если в чем-то сомневаетесь, загляните в учебник, справьтесь в словаре или руководстве по стилистике или дайте прочитать написанное человеку, чья манера писать вам нравится.

Корректность — это стиль написанного. Стиль определятся жанром, структурой работы, целями, которые ставит перед собой пишущий, читателями, к которым он обращается.

5. Методические рекомендации по подготовке семинарским занятиям

Семинар представляет собой комплексную форму и завершающее звено в изучении определенных тем, предусмотренных программой учебной дисциплины. Комплексность данной формы занятий определяется тем, что в ходе её проведения сочетаются выступления обучающихся и преподавателя: рассмотрение обсуждаемой проблемы и анализ различных, часто дискуссионных позиций; обсуждение мнений обучающихся и разъяснение (консультация) преподавателя; углубленное изучение теории и приобретение навыков умения ее использовать в практической работе.

По своему назначению семинар, в процессе которого обсуждается та или иная научная проблема, способствует:

- углубленному изучению определенного раздела учебной дисциплины, закреплению знаний;
- отработке методологии и методических приемов познания;
- выработке аналитических способностей, умения обобщения и формулирования выводов;
- приобретению навыков использования научных знаний в практической деятельности;
- выработке умения кратко, аргументированно и ясно излагать обсуждаемые вопросы;
- осуществлению контроля преподавателя за ходом обучения.

Семинары представляет собой *дискуссию* в пределах обсуждаемой темы (проблемы). Дискуссия помогает участникам семинара приобрести более совершенные знания, проникнуть в суть изучаемых проблем. Выработать методологию, овладеть методами анализа социально-экономических процессов. Обсуждение должно носить творческий характер с четкой и убедительной аргументацией.

По своей структуре семинар начинается со вступительного слова преподавателя, в котором кратко излагаются место и значение обсуждаемой темы (проблемы) в данной дисциплине, напоминаются порядок и направления ее обсуждения. Конкретизируется ранее известный обучающимся план проведения занятия. После этого начинается процесс обсуждения вопросов обучающимися. Завершается занятие подведением итогоа обсуждения, заключительным словом преподавателя.

Проведение семинарских занятий в рамках учебной группы (20 - 25 человек) позволяет обеспечить активное участие в обсуждении проблемы всех присутствующих.

По ходу обсуждения темы помните, что изучение теории должно быть связано с определением (выработкой) средств, путей применения теоретических положений в практической деятельности, например, при выполнении функций государственного служащего. В то же время важно не свести обсуждение научной проблемы только к пересказу случаев из практики работы, к критике имеющих место недостатков. Дискуссии имеют важное значение: учат дисциплине ума, умению выступать по существу, мыслить логически, выделяя главное, критически оценивать выступления участников семинара.

В процессе проведения семинара обучающиеся могут использовать разнообразные по своей форме и характеру пособия, демонстрируя фактический, в том числе статистический материал, убедительно подтверждающий теоретические выводы и положения. В завершение обсудите результаты работы семинара и сделайте выводы, что хорошо усвоено, а над чем следует дополнительно поработать.

В целях эффективности семинарских занятий необходима обстоятельная подготовка к их проведению. В начале семестра (учебного года) возьмите в библиотеке необходимые методические материалы для своевременной подготовки к семинарам. Готовясь к конкретной темезанятия следует ознакомиться с новыми официальными документами, статьями в периодических журналах, вновь вышедшими монографиями.

6. Методические рекомендации по подготовке к дискуссии

Современная практика предлагает широкий круг типов семинарских занятий. Среди них особое место занимает *семинар-дискуссия,* где в диалоге хорошо усваивается новая информация, видны убеждения студента, обсуждаются противоречия (явные и скрытые) и недостатки. Для обсуждения берутся конкретные актуальные вопросы, с которыми студенты предварительно ознакомлены. Дискуссия является одной из наиболее эффективных технологий группового взаимодействия, обладающей особыми возможностями в обучении, развитии и воспитании будущего специалиста.

Дискуссия (от лат. discussio - рассмотрение, исследование) - способ организации совместной деятельности с целью интенсификации процесса принятия решений в группе посредством обсуждения какого-либо вопроса или проблемы.

Дискуссия обеспечивает активное включение студентов в поиск истины; создает условия для открытого выражения ими своих мыслей, позиций, отношений к обсуждаемой теме и обладает особой возможностью воздействия на установки ее участников в процессе группового взаимодействия. Дискуссию можно рассматривать как *метод интерактивного обучения* и как особую технологию, включающую в себя другие методы и приемы обучения: «мозговой штурм», «анализ ситуаций» и т.д.

Обучающий эффект дискуссии определяется предоставляемой участнику возможностью получить разнообразную информацию от собеседников, продемонстрировать и повысить свою компетентность, проверить и уточнить свои представления и взгляды на обсуждаемую проблему, применить имеющиеся знания в процессе совместного решения учебных и профессиональных задач.

Развивающая функция дискуссии связана со стимулированием творчества обучающихся, развитием их способности к анализу информации и аргументированному, логически выстроенному доказательству своих идей и взглядов, с повышением коммуникативной активности студентов, их эмоциональной включенности в учебный процесс.

Влияние дискуссии на личностное становление студента обусловливается ее целостно - ориентирующей направленностью, созданием благоприятных условий для проявления индивидуальности, самоопределения в существующих точках зрения на определенную проблему, выбора своей позиции; для формирования умения взаимодействовать с другими, слушать и слышать окружающих, уважать чужие убеждения, принимать оппонента, находить точки соприкосновения, соотносить и согласовывать свою позицию с позициями других участников обсуждения.

Безусловно, наличие оппонентов, противоположных точек зрения всегда обостряет дискуссию, повышает ее продуктивность, позволяет создавать с их помощью конструктивный конфликт для более эффективного решения обсуждаемых проблем.

Существует несколько видов дискуссий, использование того или иного типа дискуссии зависит от характера обсуждаемой проблемы и целей дискуссии.

Дискуссия- диалог чаще всего применяется для совместного обсуждения учебных и производственных проблем, решение которых может быть достигнуто путем взаимодополнения, группового взаимодействия по принципу «индивидуальных вкладов» или на основе согласования различных точек зрения, достижения консенсуса.

Дискуссия - спор используется для всестороннего рассмотрения сложных проблем, не имеющих однозначного решения даже в науке, социальной, политической жизни, производственной практике и т.д. Она построена на принципе «позиционного противостояния» и ее цель - не столько решить проблему, сколько побудить участников дискуссии задуматься над проблемой, уточнить и определить свою позицию; научить аргументировано отстаивать свою точку зрения и в то же время осознать право других иметь свой взгляд на эту проблему, быть индивидуальностью.

Условия эффективного проведения дискуссии:

- информированность и подготовленность студентов к дискуссии,

- свободное владение материалом, привлечение различных источников для аргументации отстаиваемых положений;

- правильное употребление понятий, используемых в дискуссии, их единообразное понимание;

- корректность поведения, недопустимость высказываний, задевающих личность оппонента; установление регламента выступления участников;

- полная включенность группы в дискуссию, участие каждого студента в ней.

Подготовка студентов к дискуссии: если тема объявлена заранее, то следует ознакомиться с указанной литературой, необходимымисправочными материалами, продумать свою позицию, четко сформулировать аргументацию, выписать цитаты, мнения специалистов.

В проведении дискуссии выделяется несколько этапов.

Этап 1-й, введение в дискуссию: формулирование проблемы и целей дискуссии;

определение значимости проблемы, совместная выработка правил дискуссии; выяснение однозначности понимания темы дискуссии, используемых в ней терминов, понятий.

Этап 2-й, обсуждение проблемы: обмен участниками мнениями по каждому вопросу. Цель этапа - собрать максимум мнений, идей, предложений, соотнося их друг с другом.

Этап 3-й, подведение итогов обсуждения: выработка студентами согласованного мнения и принятие группового решения.

Далее подводятся итоги дискуссии, заслушиваются и защищаются проектные задания. После этого проводится "мозговой штурм" по нерешенным проблемам дискуссии, а также выявляются прикладные аспекты, которые можно рекомендовать для включения в курсовые и дипломные работы или в апробацию на практике.

Семинары-дискуссии проводятся с целью выявления мнения студентов по актуальным и проблемным вопросам.

7. Методические рекомендации по подготовке к сдаче экзаменов и зачетов

Экзамен - одна из важнейших частей учебного процесса, имеющая огромное значение.

Во-первых, готовясь к экзамену, студент приводит в систему знания, полученные на лекциях, семинарах, практических и лабораторных занятиях, разбирается в том, что осталось непонятным, и тогда изучаемая им дисциплина может быть воспринята в полном объеме с присущей ей строгостью и логичностью, ее практической направленностью. А это чрезвычайно важно для будущего специалиста.

Во-вторых, каждый хочет быть волевым и сообразительным., выдержанным и целеустремленным, иметь хорошую память, научиться быстро находить наиболее рациональное решение в трудных ситуациях. Очевидно, что все эти качества не только украшают человека, но и делают его наиболее действенным членом коллектива. Подготовка и сдача экзамена помогают студенту глубже усвоить изучаемые дисциплины, приобрести навыки и качества, необходимые хорошему специалисту.

Конечно, успех на экзамене во многом обусловлен тем, насколько систематически и глубоко работал студент в течение семестра. Совершенно очевидно, что серьезно продумать и усвоить содержание изучаемых дисциплин за несколько дней подготовки к экзамену просто невозможно даже для очень способного студента. И, кроме того, хорошо известно, что быстро выученные на память разделы учебной дисциплины так же быстро забываются после сдачи экзамена.

При подготовке к экзамену студенты не только повторяют и дорабатывают материал дисциплины, которую они изучали в течение семестра, они обобщают полученные знания, осмысливают методологию предмета, его систему, выделяют в нем основное и главное, воспроизводят общую картину с тем, чтобы яснее понять связь между отдельными элементами дисциплины. Вся эта обобщающая работа проходит в условиях напряжения воли и сознания, при значительном отвлечении от повседневной жизни, т. е. в условиях, благоприятствующих пониманию и запоминанию.

Подготовка к экзаменам состоит в приведении в порядок своих знаний. Даже самые способные студенты не в состоянии в короткий период зачетно-экзаменационной сессии усвоить материал целого семестра, если они над ним не работали в свое время. Для тех, кто мало занимался в семестре, экзамены принесут мало пользы: что быстро пройдено, то быстро и забудется. И хотя в некоторых случаях студент может «проскочить» через экзаменационный барьер, в его подготовке останется серьезный пробел, трудно восполняемый впоследствии.

Определив назначение и роль экзаменов в процессе обучения, попытаемся на этой основе пояснить, как лучше готовиться к ним.

Экзаменам, как правило, предшествует защита курсовых работ (проектов) и сдача зачетов. К экзаменам допускаются только студенты, защитившие все курсовые работы проекты) и сдавшие все зачеты. В вузе сдача зачетов организована так, что при систематической работе в течение семестра, своевременной и успешной сдаче всех текущих работ, предусмотренных графиком учебного процесса, большая часть зачетов не вызывает повышенной трудности у студента. Студенты, работавшие в семестре по плану, подходят к экзаменационной сессии без напряжения, без излишней затраты сил в последнюю, «зачетную» неделю.

Подготовку к экзамену следует начинать с первого дня изучения дисциплины. Как правило, на лекциях подчеркиваются наиболее важные и трудные вопросы или разделы дисциплины, требующие внимательного изучения и обдумывания. Нужно эти вопросы выделить и обязательно постараться разобраться в них, не дожидаясь экзамена, проработать их, готовясь к семинарам, практическим или лабораторным занятиям, попробовать самостоятельно решить несколько типовых задач. И если, несмотря на это, часть материала осталась неусвоенной, ни в коем случае нельзя успокаиваться, надеясь

на то, что это не попадется на экзамене. Факты говорят об обратном; если те или другие вопросы учебной дисциплины не вошли в экзаменационный билет, преподаватель может их задать (и часто задает) в виде дополнительных вопросов.

Точно такое же отношение должно быть выработано к вопросам и задачам, перечисленным в программе учебной дисциплины, выдаваемой студентам в начале семестра. Обычно эти же вопросы и аналогичные задачи содержатся в экзаменационных билетах. Не следует оставлять без внимания ни одного раздела дисциплины: если не удалось в чем-то разобраться самому, нужно обратиться к товарищам; если и это не помогло выяснить какой-либо вопрос до конца, нужно обязательно задать этот вопрос преподавателю на предэкзаменационной консультации. Чрезвычайно важно приучить себя к умению самостоятельно мыслить, учиться думать, понимать суть дела. Очень полезно после проработки каждого раздела восстановить в памяти содержание изученного материала. кратко записав это на листе бумаги. создать карту памяти (умственную карту), изобразить необходимые схемы и чертежи (логико-графические схемы), например, отобразить последовательность вывода теоремы или формулы. Если этого не сделать, то большая часть материала останется не понятой, а лишь формально заученной, и при первом же вопросе экзаменатора студент убедится в том, насколько поверхностно он усвоил материал.

В период экзаменационной сессии происходит резкое изменение режима работы, отсутствует посещение занятий по расписанию. При всяком изменении режима работы очень важно скорее приспособиться к новым условиям. Поэтому нужно сразу выбрать такой режим работы, который сохранился бы в течение всей сессии, т. е. почти на месяц. Необходимо составить для себя новый распорядок дня, чередуя занятия с отдыхом. Для того чтобы сократить потерю времени на включение в работу, рабочие периоды целесообразно делать длительными, разделив день примерно на три части: с утра до обеда, с обеда до ужина и от ужина до сна.

Каждый рабочий период дня надо заканчивать отдыхом. Наилучший отдых в период экзаменационной сессии - прогулка, кратковременная пробежка или какой-либо неутомительный физический труд.

При подготовке к экзаменам основное направление дают программа учебной дисциплины и студенческий конспект, которые указывают, что наиболее важно знать и уметь делать. Основной материал должен прорабатываться по учебнику (если такой имеется) и учебным пособиям, так как конспекта далеко недостаточно для изучения дисциплины. Учебник должен быть изучен в течение семестра, а перед экзаменом сосредоточьте внимание на основных, наиболее сложных разделах. Подготовку по каждому разделу следует заканчивать восстановлением по памяти его краткого содержания в логической последовательности.

За один - два дня до экзамена назначается консультация. Если ее правильно использовать, она принесет большую пользу. Во время консультации студент имеет полную возможность получить ответ на нее ни ясные ему вопросы. А для этого он должен проработать до консультации все темы дисциплины. Кроме того, преподаватель будет отвечать на вопросы других студентов, что будет для вас повторением и закреплением знаний. И еще очень важное обстоятельство: преподаватель на консультации, как правило, обращает внимание на те вопросы, по которым на предыдущих экзаменах ответы были неудовлетворительными, а также фиксирует внимание на наиболее трудных темах дисциплины. Некоторые студенты не приходят на консультации либо потому, что считают, что у них нет вопросов к преподавателю, либо полагают, что у них и так мало времени и лучше самому прочитать материал в конспекте или и учебнике. Это глубокое заблуждение. Никакая другая работа не сможет принести столь значительного эффекта накануне экзамена, как консультация преподавателя.

Но консультация не может возместить отсутствия длительной работы в течение семестра и помочь за несколько часов освоить материал, требующийся к экзамену. На

консультации студент получает ответы на трудные или оставшиеся неясными вопросы и, следовательно, дорабатывается материал. Консультации рекомендуется посещать, подготовив к ним все вопросы, вызывающие сомнения. Если студент придет на консультацию, не проработав всего материала, польза от такой консультации будет невелика.

Итак, *основные советы* для подготовки к сдаче зачетов и экзаменов состоят в следующем:

- лучшая подготовка к зачетам и экзаменам - равномерная работа в течение всего семестра;
- используйте программы учебных дисциплин - это организует вашу подготовку к зачетам и экзаменам;
- учитывайте, что для полноценного изучения учебной дисциплины необходимо время;
- составляйте планы работы во времени;
- работайте равномерно и ритмично;
- курсовые работы (проекты) желательно защищать за одну - две недели до начала зачетно-экзаменационной сессии;
- все зачеты необходимо сдавать до начала экзаменационной сессии;
- помните, что конспект не заменяет учебник и учебные пособия, а помогает выбрать из него основные вопросы и ответы;
- при подготовке наибольшее внимание и время уделяйте трудным и непонятным вопросам учебной дисциплины;
- грамотно используйте консультации;
- соблюдайте правильный режим труда и отдыха во время сессии, это сохранит работоспособность и даст хорошие результаты;
- учитесь владеть собой на зачете и экзамене;
- учитесь точно и кратко передавать свои мысли, поясняя их, если нужно, логико-графическими схемами.

Очень важным условием для правильного режима работы в период экзаменационной сессии является нормальный сон, иначе в день экзамена не будет чувства бодрости и уверенности.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Методические указания по выполнению самостоятельной работы обучающихся являются неотъемлемой частью процесса обучения в вузе. Правильнаяорганизация самостоятельной работы позволяет обучающимся развивать умения и навыки в усвоении и систематизации приобретаемых знаний, обеспечивает высокий уровень успеваемости в период обучения, способствует формированию навыков совершенствования профессионального мастерства. Также внеаудиторное время включает в себя подготовку к аудиторным занятиям и изучение отдельных тем, расширяющих и углубляющих представления обучающихся по разделам изучаемой дисциплины.

Таким образом, обучающийся используя методические указания может в достаточном объеме усвоить и успешно реализовать конкретные знания, умения, навыки и получить опыт при выполнении следующих условий:

1) систематическаясамостоятельная работа по закреплению полученных знаний и навыков;

2) добросовестноевыполнение заданий;

3) выяснениеи уточнение отдельных предпосылок, умозаключений и выводов, содержащихся в учебном курсе;

4) сопоставление точек зрения различных авторов по затрагиваемым в учебном курсе проблемам; выявление неточностей и некорректного изложения материала в периодической и специальной литературе;

5) периодическое ознакомление с последними теоретическими и практическими достижениями в области управления персоналом;

6) проведение собственных научных и практических исследований по одной или нескольким актуальным проблемам для *HR*;

7) подготовка научных статей для опубликования в периодической печати, выступление на научно-практических конференциях, участие в работе студенческих научных обществ, круглых столах и диспутах по проблемам управления персоналом.

Контроль результатов внеаудиторной самостоятельной работы студентов осуществляется в пределах времени, отведенного на обязательные учебные занятия по дисциплине

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Долгоруков А. Метод case-study как современная технология профессионально - ориентированного обучения [Электронный ресурс]. Режим доступа: //http://evolkov.net/case/case.study.html/

2. Методические рекомендации по написанию реферата. [Электронный ресурс]. Режим доступа: http://www.hse.spb.ru/edu/recommendations/method-referat-2005.phtml

3. Фролова Н. А. Реферирование и аннотирование текстов по специальности (на материале немецкого языка): Учеб. пособие / ВолгГТУ, Волгоград, 2006. - С.5.

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебно-методическому комплексу _____С.А. Упоров

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ОРГАНИЗАЦИИ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ И ЗАДАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ

Б1.О.02 ИСТОРИЯ РОССИИ

Специальность:
21.05.03 Технология геологической разведки

Специализация:
Геофизические информационные системы

Одобрены на заседании кафедры
Управления персоналом
(название кафедры)
Зав. кафедрой _____
(подпись)
Абрамов С.М.
(Фамилия И.О.)
Протокол № 1 от 10.09.2023
(Дата)

Рассмотрены методической комиссией
факультета геологии и геофизики
(название факультета)
Председатель _____
(подпись)
к.г.-м.н., доц. Вандышева К.В.
(Фамилия И.О.)
Протокол № 2 от 13.10.2023
(Дата)

Екатеринбург

Автор: Железникова А.В.

Методические указания по дисциплине согласованы с выпускающей кафедрой геологии и геофизики нефти и газа

Заведующий кафедрой ГГНГ _____к.г.-м.н., С.А. Рыльков____

подпись *И.О. Фамилия*

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ……..……..4

ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОПРОВЕРКИ…….……..…..……..7

ОСНОВНЫЕ КАТЕГОРИИ ДИСЦИПЛИНЫ……11

САМООРГАНИЗАЦИЯ РАБОТЫ С ЛИТЕРАТУРОЙ…….……19

ПОДГОТОВКА К ДОКЛАДУ…….23

ПОДГОТОВКА К ПРАКТИКО-ОРИЕНТИРОВАННЫМ ЗАДАНИЯМ....28

ПОДГОТОВКА К ТЕСТИРОВАНИЮ……31

ПОДГОТОВКА ЭССЕ……32

ПОДГОТОВКА К ОПРОСУ…….....35

ПОДГОТОВКА К ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ……37

ВВЕДЕНИЕ

Самостоятельная работа в высшем учебном заведении – это часть учебного процесса, метод обучения, прием учебно-познавательной деятельности, комплексная целевая стандартизованная учебная деятельность с запланированными видом, типом, формами контроля.

Самостоятельная работа представляет собой плановую деятельность обучающихся по поручению и под методическим руководством преподавателя.

Целью самостоятельной работы студентов является закрепление тех знаний, которые они получили на аудиторных занятиях, а также способствование развитию у студентов творческих навыков, инициативы, умению организовать свое время.

Самостоятельная работа реализует следующие задачи:

- предполагает освоение курса дисциплины;
- помогает освоению навыков учебной и научной работы;
- способствует осознанию ответственности процесса познания;
- способствует углублению и пополнению знаний студентов, освоению ими навыков и умений;
- формирует интерес к познавательным действиям, освоению методов и приемов познавательного процесса,
- создает условия для творческой и научной деятельности обучающихся;
- способствует развитию у студентов таких личных качеств, как целеустремленность, заинтересованность, исследование нового.

Самостоятельная работа обучающегося выполняет следующие функции:

- развивающую (повышение культуры умственного труда, приобщение к творческим видам деятельности, обогащение интеллектуальных способностей студентов);
- информационно-обучающую (учебная деятельность студентов на аудиторных занятиях, неподкрепленная самостоятельной работой, становится мало результативной);
- ориентирующую и стимулирующую (процессу обучения придается ускорение и мотивация);
- воспитательную (формируются и развиваются профессиональные качества бакалавра и гражданина);
- исследовательскую (новый уровень профессионально-творческого мышления).

Организация самостоятельной работы студентов должна опираться на определенные требования, а, именно:

- сложность осваиваемых знаний должна соответствовать уровню развития студентов;

- стандартизация заданий в соответствии с логической системой курса дисциплины;

- объем задания должен соответствовать уровню студента;

- задания должны быть адаптированными к уровню студентов.

Содержание самостоятельной работы студентов представляет собой, с одной стороны, совокупность теоретических и практических учебных заданий, которые должен выполнить студент в процессе обучения, объект его деятельности; с другой стороны – это способ деятельности студента по выполнению соответствующего теоретического или практического учебного задания.

Свое внешнее выражение содержание самостоятельной работы студентов находит во всех организационных формах аудиторной и внеаудиторной деятельности, в ходе самостоятельного выполнения различных заданий.

Функциональное предназначение самостоятельной работы студентов в процессе практических занятий по овладению специальными знаниями заключается в самостоятельном прочтении, просмотре, прослушивании, наблюдении, конспектировании, осмыслении, запоминании и воспроизведении определенной информации. Цель и планирование самостоятельной работы студента определяет преподаватель. Вся информация осуществляется на основе ее воспроизведения.

Так как самостоятельная работа тесно связана с учебным процессом, ее необходимо рассматривать в двух аспектах:

1. аудиторная самостоятельная работа – практические занятия;

2. внеаудиторная самостоятельная работа – подготовка к практическим занятиям, подготовка к устному опросу, участию в дискуссиях, решению практико-ориентированных задач и др.

Основные формы организации самостоятельной работы студентов определяются следующими параметрами:

- содержание учебной дисциплины;

- уровень образования и степень подготовленности студентов;

- необходимость упорядочения нагрузки студентов при самостоятельной работе.

Таким образом, самостоятельная работа студентов является важнейшей составной частью процесса обучения.

Методические указания по организации самостоятельной работы и задания для обучающихся по дисциплине «*История России*» обращаю внимание студента на главное, существенное в изучаемой дисциплине, помогают выработать умение анализировать явления и факты, связывать теоретические положения с практикой, а также облегчают подготовку к выполнению *контрольной работы* и к сдаче *зачета*.

Настоящие методические указания позволят студентам самостоятельно овладеть фундаментальными знаниями, профессиональными умениями и навыками деятельности по профилю подготовки, опытом творческой и

исследовательской деятельности, и направлены на формирование компетенций, предусмотренных учебным планом поданному профилю.

Видами самостоятельной работы обучающихся по дисциплине «*История России*» являются:

- повторение материала лекций;
- самостоятельное изучение тем курса (в т. ч. рассмотрение основных категорий дисциплины, работа с литературой);
- подготовка к практическим (семинарским) занятиям (в т. ч. подготовка доклада, подготовка к выполнению практико-ориентированного задания);
- подготовка к тестированию;
- подготовка эссе;
- подготовка контрольной работы;
- подготовка к зачету.

В методических указаниях представлены материалы для самостоятельной работы и рекомендации по организации отдельных её видов.

ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОПРОВЕРКИ

Тема 1. Объект, предмет, основные понятия и методы исследования истории

1.История как наука. Сущность, формы, функции исторического знания.

2.Методы и источники изучения истории. Понятие и классификация исторического источника.

3.Концепции исторического процесса.

4.История России - неотъемлемая часть всемирной истории.

5.Историография отечественной истории.

Тема 2. Славянский этногенез. Образование государства у восточных славян

1.Этногенез восточных славян.

2.Славяне: расселение, занятия, общественное устройство, верования.

3.Предпосылки образования государственности у восточных славян

4.Норманнская и антинорманнская теории.

5. Первые князья династии Рюриковичей.

6. Русь и Византия. Первые договоры.

Тема 3. Киевская Русь

1. Социально-экономический и общественно-политический строй Киевской Руси (конец X – первая треть XII вв.).

2.Формирование системы государственного управления. Князья Игорь, Ольга, Святослав.

3. Князь Владимир. Крещение Руси и его значение.

4. Ярослав Мудрый. «Русская правда» - первый свод законов Древнерусского государства. Владимир Мономах.

Тема 4. Русь в эпоху феодальной раздробленности

1.Предпосылки распада Киевской Руси и начала феодальной раздробленности.

2. Политическая раздробленность на Руси

а) Новгородская боярская республика.

б) Владимиро-Суздальская Русь. Юрий Долгорукий, Андрей Боголюбский, Всеволод Большое Гнездо.

в) Галицко-Волынская земля. Ростислав Мстиславич, Даниил Романович.

г) Киевская земля в период феодальной раздробленности.

3. Последствия раздробленности.

4. Завоевательные походы монголов и нашествие Батыя на Русь.

5. Борьба с немецко-шведской агрессией. Деятельность А.Невского

6. Золотоордынское влияние на развитие средневековой Руси: оценки историков.

Тема 5. Складывание Московского государства в XIV - XVI вв. (XIV – начало XVI вв.)

1.Предпосылки и особенности процесса объединения русских земель.

2.Этапы политического объединения, их характеристика и содержание. Иван Калита, Дмитрий Донской.

3.Социально-экономическое развитие и формирование политических основ Российского государства при Иване III и Василии III.

4. Внутренняя и внешняя политика Ивана IV.

5. Культура Руси XIV – начала XVI вв.

Тема 6. Российское государство в XVII в.

1.Смутное время начала XVII в.

2.Развитие Российского государства при первых царях династии Романовых:

а) новые явления в социально-экономической жизни;

б) движение социального протеста;

в) государственно-общественное развитие;

г) реформы патриарха Никона и церковный раскол;

д) внешняя политика России в XVII в., присоединение новых территорий

Тема 7. Россия в XVIII в.

1. Реформы Петра I и начало российской модернизации

2. Внешняя политика Петра I. Рождение Российской империи.

3. «Эпоха дворцовых переворотов» (1725–1762 гг.).

4.Царствование Екатерины II:

а) социально-экономическое развитие России во 2-й половине XVIII в.;

б) «Просвещенный абсолютизм»: содержание, особенности, противоречия.

4.Российское государство в конце XVIII века. Павел I.

5.Внешняя политика России

6.Европеизация и секуляризация русской культуры: результаты и последствия.

Тема 8. Россия в XIX в.

1. Александр I и его преобразования. М.М. Сперанский.

2. Внешняя политика в первой четверти XIX в.

3. Внутренняя и внешняя политика императора Николая I.

4. Александр II. Отмена крепостного права и ее влияние на социально-экономическое развитие страны.

5.Либерально-буржуазные реформы 60–70-х гг. XIX в. и их последствия.

6. «Контрреформы» Александра III: корректировка реформаторского курса.

7.Общественно-политические движения (консервативный, либеральный, революционный лагерь).

8.Внешняя политика России во второй половине XIX в.

9. Культура и общественная жизнь России в XIX в.

Тема 11. Россия в XX в.

1.Проблемы российской модернизации на рубеже XIX –XX вв. Программа индустриализации С. Ю. Витте. Реформы П. А. Столыпина.

2.Революция 1905–1907 гг. в России. Становление многопартийности и парламентаризма в России.

3. Внешняя политика. Первая мировая война.

4.Февральская революция 1917 года. Октябрь 1917 года: приход к власти большевиков.

5.Гражданская война в России и первое десятилетие Советской власти

6. Новая экономическая политика: цели, направления, результаты.

7.Социально-экономические преобразования в СССР:

а) индустриализация страны: необходимость, источники, методы, итоги;

б) коллективизация сельского хозяйства;

в) формирование и упрочение административно-бюрократической системы.

8. Политическая система СССР в 1930-е годы. Завершение «культурной революции».

9. Образование СССР. Внешняя политика СССР в 1930-е гг.

10. СССР во Второй мировой войне

а) подготовка страны к войне, этапы войны;

б) крупнейшие сражения, партизанское движение, работа тыла;

в) СССР и союзники во Второй мировой войне;

г) итоги войны, цена Великой победы.

11. СССР в послевоенный период

12. Социально-экономическое и общественно-политическое развитие СССР в 1946–1953 гг.

13.Успехи и противоречия социально-экономического и внешне-политического развития страны под руководством Н. С. Хрущева

14. Советское общество в эпоху «застоя» в период руководства Л.И. Брежнева

15. СССР в середине 1980-1990 гг.

а) Экономические преобразования в стране. Политика «ускорения». «Перестройка» в СССР.

б) Концепция «Нового политического мышления» и ее претворение в жизнь.

в) Реформирование политической системы. Распад СССР.

Тема 17. Россия и мир в начале XXI в.

1. Геополитические последствия распада СССР. Провозглашение суверенитета Российской Федерации. 2.Формирование новой государственности. Конституция 1993 г.

3. Социально-экономические преобразования. Рыночная модернизация страны.

4. Внешнеполитическая деятельность в условиях новой геополитической ситуации. Россия и мир на рубеже XX– XXI.

ОСНОВНЫЕ КАТЕГОРИИ ДИСЦИПЛИНЫ

Тема 1. Объект, предмет, основные понятия и методы исследования истории

История
Исторический факт
Исторический источник
Интерпретация
Этнос
Менталитет
Государство
Цивилизация
Формация
Классы
Прогресс
Регресс
Общественно-экономическая формация
Геополитика

Тема 2. Славянский этногенез. Образование государства у восточных славян

Великое переселение народов
Этногенез
Военная демократия
Язычество
Полюдье
Повоз
Погосты и уроки
Феодализм
Варяги
Вервь
Вече
Племенной союз
Государство
Князь
Русь
Волхвы
Анты и венеды
Отроки
Смерды
Закупы
Рядовичи
Холопы

Тема 3. Киевская Русь

«Русская правда»
Вотчина
Боярская дума
Децентрализация
Уделы
Централизация
Поместье
Воевода
Ремесло
Феодализм
Феодальные отношения
Усложнение социальной структуры
Культура народная, культура религиозная
Фольклор
Храм
Икона фреска
Летописание
Эволюция государственности
Хазары, половцы, печенеги

Тема 4. Русь в эпоху феодальной раздробленности

Великий князь
Княжеский двор
Дружина
Междоусобные войны
Феодальная раздробленность
Феодальные центры
Боярская республика
Посадник
Тысяцкий
Сепаратизм
Последствия раздробленности
Держава Чингисхана
Золотая Орда
Монголо-татарское нашествие
Баскак
Выход
Подушная подать
Монголо-татарское иго
Ярлык
Проблема взаимовлияния
Вторжения с северо-запада
Ливонский орден
Рыцари

Тема 5. Складывание Московского государства в XIV - XVI вв. (XIV – начало XVI вв.)

Централизация
Приказы
Поместье
Дворяне
Местничество
Кормление
Крепостное право
Боярская дума
Натуральное хозяйство
Судебник
Государев дворец
Государева казна
Государственные символы
«Москва – третий Рим»
Сословно-представительная монархия
Земский собор
Митрополит
Крепостное право
Венчание на царство
Избранная рада
Реформа
Приказы
Стрелецкое войско
Стоглав
Опричнина
Губные избы
Династический кризис

Тема 6. Российское государство в XVII в.

Смутное время
Интервенция
Крестьянская война
Семибоярщина
Самозванство
Народное ополчение
Сословно-представительная монархия
Патриарх
«Бунташный век»
Тягло
Урочные и заповедные лета
Мануфактуры
Юридическое закрепощение крестьян

Личная зависимость
Внеэкономическая эксплуатация
Стрельцы
Казаки
Полки нового строя
Раскол в Русской православной церкви
Старообрядчество
Ярмарка
Абсолютная монархия

Тема 7. Россия в XVIII в.

Абсолютизм
Империя
Регулярная армия
Синод
Сенат
Министерства
Коллегии
«Великое посольство»
Подушная подать
Табель о рангах
Рекруты
Ассамблеи
Кунсткамера
Протекционизм
Меркантилизм
Государственная монополия
Дворцовые перевороты
Гвардия
Верховный Тайный совет
Кондиции
«Бироновщина»
Просвещенный абсолютизм
Уложенная комиссия
Жалованная грамота
Приписные крестьяне
Обер-прокурор
Господствующее сословие
Податные сословия
Крестьянская война

Тема 8. Россия в XIX в.

Либеральные реформы
Конституционализм
Негласный комитет

Государственный Совет
Отечественная война
Конституция
Монархия
Крестьянский вопрос
Либерализм
Аракчеевщина
Реакция
Консерватизм
Общественное движение
Декабристы
Западники
Славянофилы
Теория «официальной народности»
Восточный вопрос
Бюрократизация
Кодификация
Финансовая реформа Е.Ф. Канкрина
Буржуазия
Капитализм
Рабочий класс
Промышленный переворот
Крестьянская реформа
Выкупные платежи
Временно-обязанные крестьяне
Уставные грамоты
Крестьянская община
Народничество, радикализм
Рабочее движение
Марксизм
Социал-демократия
Контрреформы
Легитимность
Выкупная сделка
Мировой суд
Земство
Всесословная воинская повинность
Буржуазия, пролетариат
Индустриализация и модернизация
Союз трех императоров

Тема 9. Россия в XX веке.

Монополия
Промышленный подъем
Депрессия

Модернизация
Революция
Манифест
Конституционная монархия
Политическая партия
Государственная Дума
Прогрессивный блок
Революционные партии
Антанта
Тройственный союз
Аграрная реформа
Отруб, хутор
Советы
Большевики, меньшевики
Временное правительство
Республика
Двоевластие
Учредительное собрание
Первая Мировая война

Совет народных комиссаров
Красная Армия
Белое движение
Гражданская война
Сепаратный мирный договор
Иностранная интервенция
Мировая революция
Декреты
Военный коммунизм
Продразверстка
Авторитаризм
Тоталитаризм
Коминтерн
Новая экономическая политика
Продналог
Индустриализация
Коллективизация
Культурная революция
«Мюнхенский сговор»
Лига Наций
Коллективная безопасность
Вторая Мировая война
Пакт о ненападении
Государственный Комитет обороны, Ставка Верховного главнокомандования

Эвакуация
Антигитлеровская коалиция
Второй фронт
Коренной перелом
Партизанское движение, подпольное движение
Сопротивление
Фашизм, японский милитаризм
Ленд-лиз
Капитуляция
ООН
НАТО, ОВД
Репрессии
Либерализация политического режима
Десталинизация
Денежная реформа
Мировая социалистическая система
«Оттепель»
ГУЛАГ
Реабилитация
«Холодная война»
Совхоз
Целина
Мелиорация
Спутник
Освоение космоса
Паритет
Правозащитное движение
Диссиденты
Развитой социализм
Герантократия
Разрядка
«Теневая экономика»
Концепция развитого социализма
Разрядка международной напряженности
Стабильность кадров
Реформа хозяйственного механизма
Экстенсивный путь развития
Страны социалистической ориентации
Перестройка
Гласность
«Новое политическое мышление»
Плюрализм
СНГ
Приватизация
Прибыль и рентабельность

Госприемка
«Шоковая терапия»
Ваучер
Распад СССР
Многопартийность
Возрождение парламентаризма
Рыночная экономика
Борьба с экстремизмом и терроризмом
Дефолт
Стабилизация
Финансовый кризис
Содружество Независимых государств

Тема 17. Россия и мир в начале XXI в.

Правовое государство
Гражданское общество
Рыночная экономика
Дефолт
Вертикаль власти
Олигархи
Глобализация
Совет Федерация
Государственная Дума
Совет Европы
ВТО

САМООРГАНИЗАЦИЯ РАБОТЫ С ЛИТЕРАТУРОЙ

Самостоятельное изучение тем курса осуществляется на основе списка рекомендуемой литературы к дисциплине. При работе с книгой необходимо научиться правильно ее читать, вести записи. Самостоятельная работа с учебными и научными изданиями профессиональной и общекультурной тематики – это важнейшее условие формирования научного способа познания.

Основные приемы работы с литературой можно свести к следующим:

• составить перечень книг, с которыми следует познакомиться;

• перечень должен быть систематизированным (что необходимо для семинаров, что для экзаменов, что пригодится для написания курсовых и выпускных квалификационных работ (ВКР), а что выходит за рамками официальной учебной деятельности, и расширяет общую культуру);

• обязательно выписывать все выходные данные по каждой книге (при написании курсовых и выпускных квалификационных работ это позволит экономить время);

• определить, какие книги (или какие главы книг) следует прочитать более внимательно, а какие – просто просмотреть;

• при составлении перечней литературы следует посоветоваться с преподавателями и руководителями ВКР, которые помогут сориентироваться, на что стоит обратить большее внимание, а на что вообще не стоит тратить время;

• все прочитанные монографии, учебники и научные статьи следует конспектировать, но это не означает, что надо конспектировать «все подряд»: можно выписывать кратко основные идеи автора и иногда приводить наиболее яркие и показательные цитаты (с указанием страниц);

• если книга – собственная, то допускается делать на полях книги краткие пометки или же в конце книги, на пустых страницах просто сделать свой «предметный указатель», где отмечаются наиболее интересные мысли и обязательно указываются страницы в тексте автора;

• следует выработать способность «воспринимать» сложные тексты; для этого лучший прием – научиться «читать медленно», когда понятно каждое прочитанное слово (а если слово незнакомое, то либо с помощью словаря, либо с помощью преподавателя обязательно его узнать). Таким образом, чтение текста является частью познавательной деятельности. Ее цель – извлечение из текста необходимой информации.

От того, насколько осознанна читающим собственная внутренняя установка при обращении к печатному слову (найти нужные сведения, усвоить информацию полностью или частично, критически проанализировать материал и т.п.) во многом зависит эффективность осуществляемого действия. Грамотная работа с книгой, особенно если речь идет о научной литературе, предполагает соблюдение ряда правил, для

овладения которыми необходимо настойчиво учиться. Это серьёзный, кропотливый труд. Прежде всего, при такой работе невозможен формальный, поверхностный подход. Не механическое заучивание, не простое накопление цитат, выдержек, а сознательное усвоение прочитанного, осмысление его, стремление дойти до сути – вот главное правило. Другое правило – соблюдение при работе над книгой определенной последовательности. Вначале следует ознакомиться с оглавлением, содержанием предисловия или введения. Это дает общую ориентировку, представление о структуре и вопросах, которые рассматриваются в книге.

Следующий этап – чтение. Первый раз целесообразно прочитать книгу с начала до конца, чтобы получить о ней цельное представление. При повторном чтении происходит постепенное глубокое осмысление каждой главы, критического материала и позитивного изложения; выделение основных идей, системы аргументов, наиболее ярких примеров и т.д. Непременным правилом чтения должно быть выяснение незнакомых слов, терминов, выражений, неизвестных имен, названий. Студентам с этой целью рекомендуется заводить специальные тетради или блокноты. Важная роль в связи с этим принадлежит библиографической подготовке студентов. Она включает в себя умение активно, быстро пользоваться научным аппаратом книги, справочными изданиями, каталогами, умение вести поиск необходимой информации, обрабатывать и систематизировать ее.

Выделяют четыре основные установки в чтении текста:

- информационно-поисковая (задача – найти, выделить искомую информацию);
- усваивающая (усилия читателя направлены на то, чтобы как можно полнее осознать и запомнить, как сами сведения, излагаемые автором, так и всю логику его рассуждений);
- аналитико-критическая (читатель стремится критически осмыслить материал, проанализировав его, определив свое отношение к нему);
- творческая (создает у читателя готовность в том или ином виде – как отправной пункт для своих рассуждений, как образ для действия по аналогии и т.п. – использовать суждения автора, ход его мыслей, результат наблюдения, разработанную методику, дополнить их, подвергнуть новой проверке).

С наличием различных установок обращения к тексту связано существование и нескольких видов чтения:

- библиографическое – просматривание карточек каталога, рекомендательных списков, сводных списков журналов и статей за год и т.п.;
- просмотровое – используется для поиска материалов, содержащих нужную информацию, обычно к нему прибегают сразу после работы со списками литературы и каталогами, в результате такого просмотра читатель устанавливает, какие из источников будут использованы в дальнейшей работе;
- ознакомительное – подразумевает сплошное, достаточно подробное прочтение отобранных статей, глав, отдельных страниц; цель –

познакомиться с характером информации, узнать, какие вопросы вынесены автором на рассмотрение, провести сортировку материала;

- изучающее – предполагает доскональное освоение материала; в ходе такого чтения проявляется доверие читателя к автору, готовность принять изложенную информацию, реализуется установка на предельно полное понимание материала;

- аналитико-критическое и творческое чтение – два вида чтения близкие между собой тем, что участвуют в решении исследовательских задач.

Первый из них предполагает направленный критический анализ, как самой информации, так и способов ее получения и подачи автором; второе – поиск тех суждений, фактов, по которым, или, в связи с которыми, читатель считает нужным высказать собственные мысли.

Из всех рассмотренных видов чтения основным для студентов является изучающее – именно оно позволяет в работе с учебной и научной литературой накапливать знания в различных областях. Вот почему именно этот вид чтения в рамках образовательной деятельности должен быть освоен в первую очередь. Кроме того, при овладении данным видом чтения формируются основные приемы, повышающие эффективность работы с текстом. Научная методика работы с литературой предусматривает также ведение записи прочитанного. Это позволяет привести в систему знания, полученные при чтении, сосредоточить внимание на главных положениях, зафиксировать, закрепить их в памяти, а при необходимости вновь обратиться к ним.

Основные виды систематизированной записи прочитанного:

Аннотирование – предельно краткое связное описание просмотренной или прочитанной книги (статьи), ее содержания, источников, характера и назначения.

Планирование – краткая логическая организация текста, раскрывающая содержание и структуру изучаемого материала.

Тезирование – лаконичное воспроизведение основных утверждений автора без привлечения фактического материала.

Цитирование – дословное выписывание из текста выдержек, извлечений, наиболее существенно отражающих ту или иную мысль автора.

Конспектирование – краткое и последовательное изложение содержания прочитанного. Конспект – сложный способ изложения содержания книги или статьи в логической последовательности. Конспект аккумулирует в себе предыдущие виды записи, позволяет всесторонне охватить содержание книги, статьи. Поэтому умение составлять план, тезисы, делать выписки и другие записи определяет и технологию составления конспекта.

Как правильно составлять конспект? Внимательно прочитайте текст. Уточните в справочной литературе непонятные слова. При записи не забудьте вынести справочные данные на поля конспекта. Выделите главное, составьте план, представляющий собой перечень заголовков, подзаголовков,

вопросов, последовательно раскрываемых затем в конспекте. Это первый элемент конспекта. Вторым элементом конспекта являются тезисы. Тезис - это кратко сформулированное положение. Для лучшего усвоения и запоминания материала следует записывать тезисы своими словами. Тезисы, выдвигаемые в конспекте, нужно доказывать. Поэтому третий элемент конспекта - основные доводы, доказывающие истинность рассматриваемого тезиса. В конспекте могут быть положения и примеры. Законспектируйте материал, четко следуя пунктам плана. При конспектировании старайтесь выразить мысль своими словами. Записи следует вести четко, ясно. Грамотно записывайте цитаты. Цитируя, учитывайте лаконичность, значимость мысли. При оформлении конспекта необходимо стремиться к емкости каждого предложения. Мысли автора книги следует излагать кратко, заботясь о стиле и выразительности написанного. Число дополнительных элементов конспекта должно быть логически обоснованным, записи должны распределяться в определенной последовательности, отвечающей логической структуре произведения. Для уточнения и дополнения необходимо оставлять поля.

Конспектирование - наиболее сложный этап работы. Овладение навыками конспектирования требует от студента целеустремленности, повседневной самостоятельной работы. Конспект ускоряет повторение материала, экономит время при повторном, после определенного перерыва, обращении к уже знакомой работе. Учитывая индивидуальные особенности каждого студента, можно дать лишь некоторые, наиболее оправдавшие себя общие правила, с которыми преподаватель и обязан познакомить студентов:

1. Главное в конспекте не объем, а содержание. В нем должны быть отражены основные принципиальные положения источника, то новое, что внес его автор, основные методологические положения работы. Умение излагать мысли автора сжато, кратко и собственными словами приходит с опытом и знаниями. Но их накоплению помогает соблюдение одного важного правила – не торопиться записывать при первом же чтении, вносить в конспект лишь то, что стало ясным.

2. Форма ведения конспекта может быть самой разнообразной, она может изменяться, совершенствоваться. Но начинаться конспект всегда должен с указания полного наименования работы, фамилии автора, года и места издания; цитаты берутся в кавычки с обязательной ссылкой на страницу книги.

3. Конспект не должен быть «слепым», безликим, состоящим из сплошного текста. Особо важные места, яркие примеры выделяются цветным подчеркиванием, взятием в рамочку, оттенением, пометками на полях специальными знаками, чтобы можно было быстро найти нужное положение. Дополнительные материалы из других источников можно давать на полях, где записываются свои суждения, мысли, появившиеся уже после составления конспекта.

ПОДГОТОВКА ДОКЛАДА

Одной из форм текущего контроля является доклад, который представляет собой продукт самостоятельной работы студента.

Доклад - это публичное выступление по представлению полученных результатов решения определенной учебно-практической, учебно-исследовательской или научной темы.

Как правило, в основу доклада ложится анализ литературы по проблеме. Он должен носить характер краткого, но в то же время глубоко аргументированного устного сообщения. В нем студент должен, по возможности, полно осветить различные точки зрения на проблему, выразить собственное мнение, сделать критический анализ теоретического и практического материала.

Подготовка доклада является обязательной для обучающихся, если доклад указан в перечне форм текущего контроля успеваемости в рабочей программе дисциплины.

Доклад должен быть рассчитан на 7-10 минут.

Обычно доклад сопровождается представлением презентации.

Презентация (от англ. «presentation» - представление) - это набор цветных слайдов на определенную тему, который хранится в файле специального формата с расширением PP.

Целью презентации - донести до целевой аудитории полноценную информацию об объекте презентации, изложенной в докладе, в удобной форме.

Перечень примерных тем докладов с презентацией представлен в рабочей программе дисциплины, он выдается обучающимся заблаговременно вместе с методическими указаниями по подготовке. Темы могут распределяться студентами самостоятельно (по желанию), а также закрепляться преподавателем дисциплины.

При подготовке доклада с презентацией обучающийся должен продемонстрировать умение самостоятельного изучения отдельных вопросов, структурирования основных положений рассматриваемых проблем, публичного выступления, позиционирования себя перед коллективом, навыки работы с библиографическими источниками и оформления научных текстов.

В ходе подготовки к докладу с презентацией обучающемуся необходимо:

- выбрать тему и определить цель выступления.

Для этого, остановитесь на теме, которая вызывает у Вас больший интерес; определите цель выступления; подумайте, достаточно ли вы знаете по выбранной теме или проблеме и сможете ли найти необходимый материал;

- осуществить сбор материала к выступлению.

Начинайте подготовку к докладу заранее; обращайтесь к справочникам, энциклопедиям, научной литературе по данной проблеме; записывайте необходимую информацию на отдельных листах или тетради;

- организовать работу с литературой.

При подборе литературы по интересующей теме определить конкретную цель поиска: что известно по данной теме? что хотелось бы узнать? для чего нужна эта информация? как ее можно использовать в практической работе?

- во время изучения литературы следует: записывать вопросы, которые возникают по мере ознакомления с источником, а также ключевые слова, мысли, суждения; представлять наглядные примеры из практики;

- обработать материал.

Учитывайте подготовку и интересы слушателей; излагайте правдивую информацию; все мысли должны быть взаимосвязаны между собой.

При подготовке доклада с презентацией особо необходимо обратить внимание на следующее:

- подготовка доклада начинается с изучения источников, рекомендованных к соответствующему разделу дисциплины, а также специальной литературы для докладчика, список которой можно получить у преподавателя;

- важно также ознакомиться с имеющимися по данной теме монографиями, учебными пособиями, научными информационными статьями, опубликованными в периодической печати.

Относительно небольшой объем текста доклада, лимит времени, отведенного для публичного выступления, обусловливает потребность в тщательном отборе материала, умелом выделении главных положений в содержании доклада, использовании наиболее доказательных фактов и убедительных примеров, исключении повторений и многословия.

Решить эти задачи помогает составление развернутого плана.

План доклада должен содержать следующие главные компоненты: краткое вступление, вопросы и их основные тезисы, заключение, список литературы.

После составления плана можно приступить к написанию текста. Во вступлении важно показать актуальность проблемы, ее практическую значимость. При изложении вопросов темы раскрываются ее основные положения. Материал содержания вопросов полезно располагать в таком порядке: тезис; доказательство тезиса; вывод и т. д.

Тезис - это главное основополагающее утверждение. Он обосновывается путем привлечения необходимых цитат, цифрового материала, ссылок на статьи. При изложении содержания вопросов особое внимание должно быть обращено на раскрытие причинно-следственных связей, логическую последовательность тезисов, а также на формулирование окончательных выводов. Выводы должны быть краткими, точными, достаточно аргументированными всем содержанием доклада.

В процессе подготовки доклада студент может получить консультацию у преподавателя, а в случае необходимости уточнить отдельные положения.

Выступление

При подготовке к докладу перед аудиторией необходимо выбрать способ выступления:

- устное изложение с опорой на конспект (опорой могут также служить заранее подготовленные слайды);
- чтение подготовленного текста.

Чтение заранее написанного текста значительно уменьшает влияние выступления на аудиторию. Запоминание написанного текста заметно сковывает выступающего и привязывает к заранее составленному плану, не давая возможности откликаться на реакцию аудитории.

Короткие фразы легче воспринимаются на слух, чем длинные.

Необходимо избегать сложных предложений, причастных и деепричастных оборотов. Излагая сложный вопрос, нужно постараться передать информацию по частям.

Слова в речи надо произносить четко и понятно, не надо говорить слишком быстро или, наоборот, растягивать слова. Надо произнести четко особенно ударную гласную, что оказывает наибольшее влияние на разборчивость речи.

Пауза в устной речи выполняет ту же роль, что знаки препинания в письменной. После сложных выводов или длинных предложений необходимо сделать паузу, чтобы слушатели могли вдуматься в сказанное или правильно понять сделанные выводы. Если выступающий хочет, чтобы его понимали, то не следует говорить без паузы дольше, чем пять с половиной секунд.

Особое место в выступлении занимает обращение к аудитории. Известно, что обращение к собеседнику по имени создает более доверительный контекст деловой беседы. При публичном выступлении также можно использовать подобные приемы. Так, косвенными обращениями могут служить такие выражения, как «Как Вам известно», «Уверен, что Вас это не оставит равнодушными». Выступающий показывает, что слушатели интересны ему, а это самый простой путь достижения взаимопонимания.

Во время выступления важно постоянно контролировать реакцию слушателей. Внимательность и наблюдательность в сочетании с опытом позволяют оратору уловить настроение публики. Возможно, рассмотрение некоторых вопросов придется сократить или вовсе отказаться от них.

После выступления нужно быть готовым к ответам на возникшие у аудитории вопросы.

Стоит обратить внимание на вербальные и невербальные составляющие общения. Небрежность в жестах недопустима. Жесты могут быть приглашающими, отрицающими, вопросительными, они могут подчеркнуть нюансы выступления.

Презентация

Презентация наглядно сопровождает выступление.

Этапы работы над презентацией могут быть следующими:

- осмыслите тему, выделите вопросы, которые должны быть освещены в рамках данной темы;
- составьте тезисы собранного материала. Подумайте, какая часть информации может быть подкреплена или полностью заменена изображениями, какую информацию можно представить в виде схем;
- подберите иллюстративный материал к презентации: фотографии, рисунки, фрагменты художественных и документальных фильмов, материалы кинохроники, разработайте необходимые схемы;
- подготовленный материал систематизируйте и «упакуйте» в отдельные блоки, которые будут состоять из собственно текста (небольшого по объему), схем, графиков, таблиц и т.д.;
- создайте слайды презентации в соответствии с необходимыми требованиями;
- просмотрите презентацию, оцените ее наглядность, доступность, соответствие языковым нормам.

Требования к оформлению презентации

Компьютерную презентацию, сопровождающую выступление докладчика, удобнее всего подготовить в программе MS Power Point.

Презентация как документ представляет собой последовательность сменяющих друг друга слайдов. Чаще всего демонстрация презентации проецируется на большом экране, реже – раздается собравшимся как печатный материал.

Количество слайдов должно быть пропорционально содержанию и продолжительности выступления (например, для 5-минутного выступления рекомендуется использовать не более 10 слайдов).

На первом слайде обязательно представляется тема выступления и сведения об авторах.

Следующие слайды можно подготовить, используя две различные стратегии их подготовки:

1-я стратегия: на слайды выносится опорный конспект выступления и ключевые слова с тем, чтобы пользоваться ими как планом для выступления. В этом случае к слайдам предъявляются следующие требования:

- объем текста на слайде – не больше 7 строк;
- маркированный/нумерованный список содержит не более 7 элементов;
- отсутствуют знаки пунктуации в конце строк в маркированных и нумерованных списках;
- значимая информация выделяется с помощью цвета, кегля, эффектов анимации.

Особо внимательно необходимо проверить текст на отсутствие ошибок и опечаток. Основная ошибка при выборе данной стратегии состоит в том, что выступающие заменяют свою речь чтением текста со слайдов.

2-я стратегия: на слайды помещается фактический материал (таблицы, графики, фотографии и пр.), который является уместным и достаточным средством наглядности, помогает в раскрытии стержневой идеи выступления. В этом случае к слайдам предъявляются следующие требования:

- выбранные средства визуализации информации (таблицы, схемы, графики и т. д.) соответствуют содержанию;
- использованы иллюстрации хорошего качества (высокого разрешения), с четким изображением (как правило, никто из присутствующих не заинтересован вчитываться в текст на ваших слайдах и всматриваться в мелкие иллюстрации).

Максимальное количество графической информации на одном слайде – 2 рисунка (фотографии, схемы и т.д.) с текстовыми комментариями (не более 2 строк к каждому). Наиболее важная информация должна располагаться в центре экрана.

Обычный слайд, без эффектов анимации, должен демонстрироваться на экране не менее 10 - 15 секунд. За меньшее время аудитория не успеет осознать содержание слайда.

Слайд с анимацией в среднем должен находиться на экране не меньше 40 – 60 секунд (без учета времени на случайно возникшее обсуждение). В связи с этим лучше настроить презентацию не на автоматический показ, а на смену слайдов самим докладчиком.

Особо тщательно необходимо отнестись к оформлению презентации. Для всех слайдов презентации по возможности необходимо использовать один и тот же шаблон оформления, кегль – для заголовков - не меньше 24 пунктов, для информации - не менее 18.

В презентациях не принято ставить переносы в словах.

Наилучшей цветовой гаммой для презентации являются контрастные цвета фона и текста (белый фон – черный текст; темно-синий фон – светло-желтый текст и т. д.).

Лучше не смешивать разные типы шрифтов в одной презентации.

Рекомендуется не злоупотреблять прописными буквами (они читаются хуже).

ПОДГОТОВКА К ПРАКТИКО-ОРИЕНТИРОВАННЫМ ЗАДАНИЯМ

Практико-ориентированные задания выступают средством формирования у студентов системы интегрированных умений и навыков,

необходимых для освоения профессиональных компетенций. Это могут быть ситуации, требующие применения умений и навыков, специфичных для соответствующего профиля обучения (знания содержания предмета), ситуации, требующие организации деятельности, выбора её оптимальной структуры личностно-ориентированных ситуаций (нахождение нестандартного способа решения).

Кроме этого, они выступают средством формирования у студентов умений определять, разрабатывать и применять оптимальные методы решения профессиональных задач. Они строятся на основе ситуаций, возникающих на различных уровнях осуществления практики и формулируются в виде производственных поручений (заданий).

Под практико-ориентированными задания понимают задачи из окружающей действительности, связанные с формированием практических навыков, необходимых в повседневной жизни, в том числе с использованием элементов производственных процессов.

Цель практико-ориентированных заданий – приобретение умений и навыков практической деятельности по изучаемой дисциплине.

Задачи практико-ориентированных заданий:

- закрепление, углубление, расширение и детализация знаний студентов при решении конкретных задач;
- развитие познавательных способностей, самостоятельности мышления, творческой активности;
- овладение новыми методами и методиками изучения конкретной учебной дисциплины;
- обучение приемам решения практических задач;
- выработка способности логического осмысления полученных знаний для выполнения заданий;
- обеспечение рационального сочетания коллективной и индивидуальной форм обучения.

Важными отличительными особенностями практико-ориентированных задания от стандартных задач (предметных, межпредметных, прикладных) являются:

- значимость (познавательная, профессиональная, общекультурная, социальная) получаемого результата, что обеспечивает познавательную мотивацию обучающегося;
- условие задания сформулировано как сюжет, ситуация или проблема, для разрешения которой необходимо использовать знания из разных разделов основного предмета, из другого предмета или из жизни, на которые нет явного указания в тексте задания;
- информация и данные в задании могут быть представлены в различной форме (рисунок, таблица, схема, диаграмма, график и т.д.), что потребует распознавания объектов;
- указание (явное или неявное) области применения результата, полученного при решении задания.

Кроме выделенных четырех характеристик, практико-ориентированные задания имеют следующие:

1. по структуре эти задания – нестандартные, т.е. в структуре задания не все его компоненты полностью определены;

2. наличие избыточных, недостающих или противоречивых данных в условии задания, что приводит к объемной формулировке условия;

3. наличие нескольких способов решения (различная степень рациональности), причем данные способы могут быть неизвестны учащимся, и их потребуется сконструировать.

При выполнении практико-ориентированных заданий следует руководствоваться следующими общими рекомендациями:

- для выполнения практико-ориентированного задания необходимо внимательно прочитать задание, повторить лекционный материал по соответствующей теме, изучить рекомендуемую литературу, в т.ч. дополнительную;

- выполнение практико-ориентированного задания включает постановку задачи, выбор способа решения задания, разработку алгоритма практических действий, программы, рекомендаций, сценария и т. п.;

- если практико-ориентированное задание выдается по вариантам, то получить номер варианта исходных данных у преподавателя; если нет вариантов, то нужно подобрать исходные данные самостоятельно, используя различные источники информации;

- для выполнения практико-ориентированного задания может использоваться метод малых групп. Работа в малых группах предполагает решение определенных образовательных задач в рамках небольших групп с последующим обсуждением полученных результатов. Этот метод развивает навыки сотрудничества, достижения компромиссного решения, аналитические способности.

Примером практико-ориентированного задания по дисциплине «*История России*» выступает **анализ исторического документа.**

Алгоритм анализа исторического документа:

1. Происхождение текста.

1.1. Кто написал этот текст?

1.2. Когда он был написан?

1.3. К какому виду источников он относится: письмо, дневник, официальный документ и т.п.?

2. Содержание текста.

Каково содержание текста? Сделайте обзор его структуры. Подчеркните наиболее важные слова, персоналии, события. Если вам не известны какие-то слова, поработайте со словарем.

3. Достоверна ли информация в тексте?

3.1. Свидетелем первой или второй очереди является автор текста? (Если автор присутствовал во время события, им описываемого, то он является первоочередным свидетелем).

3.2. Текст первичен или вторичен? (Первичный текст современен событию, вторичный текст берет информацию из различных первичных источников. Первичный текст может быть написан автором второй очереди, то есть созданным много позже самого события).
4. Раскройте значение источника и содержащейся в ней информации.
5. Дайте обобщающую оценку данному источнику.
- Когда, где и почему появился закон (сборник законов)?
- Кто автор законов?
- Чьи интересы защищает закон?
- Охарактеризуйте основные положения закона (ссылки на текст, цитирование).
- Сравните с предыдущими законами.
- Что изменилось после введения закона?
- Ваше отношение к этому законодательному акту (справедливость, необходимость и т.д.).

ПОДГОТОВКА К ТЕСТИРОВАНИЮ

Тесты – это вопросы или задания, предусматривающие конкретный, краткий, четкий ответна имеющиеся эталоны ответов. При самостоятельной подготовке к тестированию студенту необходимо:

1. готовясь к тестированию, проработать информационный материал по дисциплине; проконсультироваться с преподавателем по вопросу выбора учебной литературы;

2. четко выяснить все условия тестирования заранее. Студент должен знать, сколько тестов ему будет предложено, сколько времени отводится на тестирование, какова система оценки результатов и т. д.;

3. приступая к работе с тестами, внимательно и до конца нужно прочитать вопрос и предлагаемые варианты ответов; выбрать правильные (их может быть несколько); на отдельном листке ответов вписать цифру вопроса и буквы, соответствующие правильным ответам;

- в процессе решения желательно применять несколько подходов в решении задания. Это позволяет максимально гибко оперировать методами решения, находя каждый раз оптимальный вариант;

- не нужно тратить слишком много времени на трудный вопрос, нужно переходить к другим тестовым заданиям; к трудному вопросу можно обратиться в конце;

- обязательно необходимо оставить время для проверки ответов, чтобы избежать механических ошибок.

ПОДГОТОВКА ЭССЕ

Эссе - прозаическое сочинение небольшого объема и свободной композиции на частную тему, трактуемую субъективно и обычно неполно. (Словарь Ожегова)

Жанр эссе предполагает свободу творчества: позволяет автору в свободной форме излагать мысли, выражать свою точку зрения, субъективно оценивать, оригинально освещать материал; это размышление по поводу

когда-то нами услышанного, прочитанного или пережитого, часто это разговор вслух, выражение эмоций и образность.

Уникальность этого жанра в том, что оно может быть написано на любую тему и в любом стиле. На первом плане эссе − личность автора, его мысли, чувства, отношение к миру. Однако необходимо найти оригинальную идею (даже на традиционном материале), нестандартный взгляд на какую-либо проблему. Для грамотного, интересного эссе необходимо соблюдение некоторых правил и рекомендаций.

Особенности эссе:

- - наличие конкретной темы или вопроса;
- - личностный характер восприятия проблемы и её осмысления;
- - небольшой объём;
- - свободная композиция;
- - непринуждённость повествования;
- - внутреннее смысловое единство;
- - афористичность, эмоциональность речи.

Эссе должно иметь следующую структуру:

1. Вступление (введение) определяет тему эссе и содержит определения основных встречающихся понятий.

2. Содержание (основная часть) - аргументированное изложение основных тезисов. Основная часть строится на основе аналитической работы, в том числе - на основе анализа фактов. Наиболее важные обществоведческие понятия, входящие в эссе, систематизируются, иллюстрируются примерами. Суждения, приведенные в эссе, должны быть доказательны.

3. Заключение - это окончательные выводы по теме, то, к чему пришел автор в результате рассуждений. Заключение суммирует основные идеи. Заключение может быть представлено в виде суммы суждений, которые оставляют поле для дальнейшей дискуссии.

Требования, предъявляемые к эссе:

1. Объем эссе не должен превышать 1–2 страниц.

2. Эссе должно восприниматься как единое целое, идея должна быть ясной и понятной.

3. Необходимо писать коротко и ясно. Эссе не должно содержать ничего лишнего, должно включать только ту информацию, которая необходима для раскрытия вашей позиции, идеи.

4. Эссе должно иметь грамотное композиционное построение, быть логичным, четким по структуре.

5. Эссе должно показывать, что его автор знает и осмысленно использует теоретические понятия, термины, обобщения, мировоззренческие идеи.

6. Эссе должно содержать убедительную аргументацию для доказательства заявленной по проблеме позиции. Структура любого

доказательства включает по меньшей мере три составляющие: тезис, аргументы, вывод или оценочные суждения.

- Тезис — это сужение, которое надо доказать.
- Аргументы — это категории, которыми пользуются при доказательстве истинности тезиса.
- Вывод — это мнение, основанное на анализе фактов.
- Оценочные суждения — это мнения, основанные на наших убеждениях, верованиях или взглядах.

Приветствуется использование:

- Эпиграфа, который должен согласовываться с темой эссе (проблемой, заключенной в афоризме); дополнять, углублять лейтмотив (основную мысль), логику рассуждения вашего эссе. Пословиц, поговорок, афоризмов других авторов, также подкрепляющих вашу точку¬ зрения, мнение, логику рассуждения.
- Мнений других мыслителей, ученых, общественных и политических деятелей.
- Риторические вопросы.
- Непринужденность изложения.

Подготовка и работа над написанием эссе:

- изучите теоретический материал;
- уясните особенности заявленной темы эссе;
- продумайте, в чем может заключаться актуальность заявленной темы;
- выделите ключевой тезис и определите свою позицию по отношению к нему;
- определите, какие теоретические понятия, научные теории, термины помогут вам раскрыть суть тезиса и собственной позиции;
- составьте тезисный план, сформулируйте возникшие у вас мысли и идеи;
- для каждого аргумента подберите примеры, факты, ситуации из жизни, личного опыта, литературных произведений;
- распределите подобранные аргументы в последовательности;
- придумайте вступление к рассуждению;
- изложите свою точку зрения в той последовательности, которую вы наметили.
- сформулируйте общий вывод работы.

При написании эссе:

- напишите эссе в черновом варианте, придерживаясь оптимальной структуры;
- проанализируйте содержание написанного;
- проверьте стиль и грамотность, композиционное построение эссе, логичность и последовательность изложенного;

- внесите необходимые изменения и напишите окончательный вариант.

Требования к оформлению:

- Титульный лист.
- Текст эссе.
- Формат листов-А4. Шрифт- Times New Roman, размер-14,расстояние между строк- интерлиньяж полуторный, абзацный отступ-1,25см., поля-30мм(слева), 20мм (снизу),20мм (сверху), 20мм (справа). Страницы нумеруются снизу по центру. Титульный лист считается, но не нумеруется.

Критерии оценивания эссе:

1. Самостоятельное проведение анализа проблемы с использованием концепций и аналитического инструментария
2. Четкость и лаконичность изложения сути проблемы
3. Материал излагается логически последовательно
4. Аргументированность собственной позиции
5. Наличие выводов
6. Владение навыками письменной речи

ПОДГОТОВКА К ОПРОСУ

- ***Письменный опрос***

Письменный опрос является одной из форм текущего контроля успеваемости студента по данной дисциплине. При подготовке к письменному опросу студент должен внимательно изучает лекции, основную и дополнительную литературу, публикации, информацию из Интернет-ресурсов. Темы и вопросы к семинарским занятиям, вопросы для самоконтроля приведены в методических указаниях по разделам и доводятся до обучающихся заранее.

При изучении материала студент должен убедиться, что хорошо понимает основную терминологию темы, умеет ее использовать в нужном

контексте. Желательно составить краткий конспект ответа на предполагаемые вопросы письменной работы, чтобы убедиться в том, что студент владеет материалом и может аргументировано, логично и грамотно письменно изложить ответ на вопрос. Следует обратить особое внимание на написание профессиональных терминов, чтобы избегать грамматических ошибок в работе.

- ***Устный опрос***

Целью устного собеседования являются обобщение и закрепление изученного курса. Студентам предлагаются для освещения сквозные концептуальные проблемы. При подготовке следует использовать лекционный материал и учебную литературу. Для более глубокого постижения курса и более основательной подготовки рекомендуется познакомиться с указанной дополнительной литературой. Готовясь к семинару, студент должен, прежде всего, ознакомиться с общим планом семинарского занятия. Следует внимательно прочесть свой конспект лекции по изучаемой теме и рекомендуемую к теме семинара литературу. С незнакомыми терминами и понятиями следует ознакомиться в предлагаемом глоссарии, словаре или энциклопедии.

Критерии качества устного ответа.

1. Правильность ответа по содержанию.
2. Полнота и глубина ответа.
3. Сознательность ответа (учитывается понимание излагаемого материала).
4. Логика изложения материала (учитывается умение строить целостный, последовательный рассказ, грамотно пользоваться профессиональной терминологией).
5. Рациональность использованных приемов и способов решения поставленной учебной задачи (учитывается умение использовать наиболее прогрессивные и эффективные способы достижения цели).
6. Своевременность и эффективность использования наглядных пособий и технических средств при ответе (учитывается грамотно и с пользой применять наглядность и демонстрационный опыт при устном ответе).
7. Использование дополнительного материала.
8. Рациональность использования времени, отведенного на задание.

Ответ на каждый вопрос из плана семинарского занятия должен быть содержательным и аргументированным. Для этого следует использовать документы, монографическую, учебную и справочную литературу. Для успешной подготовки к устному опросу, студент должен законспектировать рекомендуемую литературу, внимательно осмыслить лекционный материал и сделать выводы.

ПОДГОТОВКА К ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

При подготовке к *зачету* по дисциплине «*История России*» обучающемуся рекомендуется:

1. повторить пройденный материал и ответить на вопросы, используя конспект и материалы лекций. Если по каким-либо вопросам у студента недостаточно информации в лекционных материалах, то необходимо получить информацию из раздаточных материалов и/или учебников (литературы), рекомендованных для изучения дисциплины «*История России*».

Целесообразно также дополнить конспект лекций наиболее существенными и важными тезисами для рассматриваемого вопроса;

2. при изучении основных и дополнительных источников информации в рамках выполнения заданий на *зачете* особое внимание необходимо уделять схемам, рисункам, графикам и другим иллюстрациям, так как

подобные графические материалы, как правило, в наглядной форме отражают главное содержание изучаемого вопроса;

3. при изучении основных и дополнительных источников информации в рамках выполнения заданий на *зачете* (в случаях, когда отсутствует иллюстративный материал) особое внимание необходимо обращать на наличие в тексте словосочетаний вида «во-первых», «во-вторых» и т.д., а также дефисов и перечислений (цифровых или буквенных), так как эти признаки, как правило, позволяют структурировать ответ на предложенное задание.

Подобную текстовую структуризацию материала слушатель может трансформировать в рисунки, схемы и т. п. для более краткого, наглядного и удобного восприятия (иллюстрации целесообразно отразить в конспекте лекций – это позволит оперативно и быстро найти, в случае необходимости, соответствующую информацию);

4. следует также обращать внимание при изучении материала для подготовки к *зачету* на словосочетания вида «таким образом», «подводя итог сказанному» и т.п., так как это признаки выражения главных мыслей и выводов по изучаемому вопросу (пункту, разделу). В отдельных случаях выводы по теме (разделу, главе) позволяют полностью построить (восстановить, воссоздать) ответ на поставленный вопрос (задание), так как содержат в себе основные мысли и тезисы для ответа.

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по учебно-методическому комплексу

_____ С.А.Упоров

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Б1.О.03 ИНОСТРАННЫЙ ЯЗЫК

Специальность:

21.05.03 Технология геологической разведки

Специализация:

Геофизические информационные системы

Автор: Безбородова С. А., к.п.н.

Одобрены на заседании кафедры

Иностранных языков и деловой коммуникации

(название кафедры)

Зав. кафедрой _____

(подпись)

к.п.н., доц. Юсупова Л. Г.

(Фамилия И.О.)

Протокол № 1 от 19.09.2023

(Дата)

Рассмотрены методической комиссией

факультета геологии и геофизики

(название факультета)

Председатель _____

(подпись)

к.г.-м.н., доц. Вандышева К.В.

(Фамилия И.О.)

Протокол № 2 от 13.10.2023

(Дата)

Екатеринбург

Методические указания по дисциплине согласованы с выпускающей кафедрой геологии и геофизики нефти и газа

Заведующий кафедрой ГГНГ _____к.г.-м.н., С.А. Рыльков____

подпись *И.О. Фамилия*

Содержание

Цели и задачи дисциплины …….…….....4
Требования к оформлению контрольной работы ……..……..5
Содержание контрольной работы…….....5
Выполнение работы над ошибками……...…9
Критерии оценивания контрольной работы ……10
Образец титульного листа ……..…11

Цель и задачи дисциплины

Цель дисциплины: повышение исходного уровня владения иностранным языком, достигнутого на предыдущей ступени образования, и достижение уровня иноязычной коммуникативной компетенции достаточного для общения в социально-бытовой, культурной и профессиональной сферах, а также для дальнейшего самообразования.

Компетенции, формируемые в процессе изучения дисциплины:

общекультурные:

- способностью к коммуникации в устной и письменной формах на русском и иностранном языках для решения задач межличностного и межкультурного взаимодействия (ОК-6);

общепрофессиональные:

- готовностью к коммуникации в устной и письменной формах на русском и иностранном языках для решения задач профессиональной деятельности (ОПК-2).

Для достижения указанной цели необходимо (задачи курса):

- владение иностранным языком как средством коммуникации в социально-бытовой, культурной и профессиональной сферах;
- развитие когнитивных и исследовательских умений с использованием ресурсов на иностранном языке;
- развитие информационной культуры;
- расширение кругозора и повышение общей гуманитарной культуры студентов;
- воспитание толерантности и уважения к духовным ценностям разных стран и народов.

Методические указания по выполнению контрольной работы предназначены для студентов очной и заочной формы обучения, обучающихся по специальности *21.05.02 Прикладная геология*.

Письменная контрольная работа является обязательной формой *промежуточной аттестации*. Она отражает степень освоения студентом учебного материала по дисциплине Б1.Б.1.03 Иностранный язык. А именно, в результате освоения дисциплины студент должен:

Знать:

- особенности фонетического строя иностранного языка;
- лексические единицы социально-бытовой и академической тематики, основы терминосистемы соответствующего направления подготовки;
- основные правила грамматической системы иностранного языка;
- особенности построения устных высказываний и письменных текстов разных стилей речи;
- правила речевого этикета в соответствии с ситуациями межличностного и межкультурного общения в социально-бытовой, академической и деловой сферах;
- основную страноведческую информацию о странах изучаемого языка;
- лексико-грамматические явления иностранного языка профессиональной сферы для решения задач профессиональной деятельности;

Уметь:

- вести диалог/полилог и строить монологическое высказывание в пределах изученных тем;
- понимать на слух иноязычные тексты монологического и диалогического характера с различной степенью понимания в зависимости от коммуникативной задачи;
- читать аутентичные тексты прагматического, публицистического, художественного и научного характера с целью получения значимой информации;
- передавать основное содержание прослушанного/прочитанного текста;

- записывать тезисы устного сообщения, писать эссе по изученной тематике, составлять аннотации текстов, вести личную и деловую переписку;

- использовать компенсаторные умения в процессе общения на иностранном языке;

- пользоваться иностранным языком в устной и письменной формах, как средством профессионального общения;

Владеть:

- основными приёмами организации самостоятельной работы с языковым материалом с использованием учебной и справочной литературы, электронных ресурсов;

- навыками выполнения проектных заданий на иностранном языке в соответствии с уровнем языковой подготовки;

- умением применять полученные знания иностранного языка в своей будущей профессиональной деятельности.

Требования к оформлению контрольной работы

Контрольные задания выполняются на листах формата А4 в рукописном виде, кроме титульного листа. На титульном листе (см. образец оформления титульного листа в печатном виде) указывается фамилия студента, номер группы, номер контрольной работы и фамилия преподавателя, у которого занимается обучающийся.

В конце работы должна быть поставлена подпись студента и дата выполнения заданий.

Контрольные задания должны быть выполнены в той последовательности, в которой они даны в контрольной работе.

Выполненную контрольную работу необходимо сдать преподавателю для проверки в установленные сроки.

Если контрольная работа выполнена без соблюдения изложенных выше требований, она возвращается студенту для повторного выполнения.

По дисциплине «Иностранный язык (английский)» представлено три варианта контрольной работы.

Номер варианта контрольной работы определяется для студентов в соответствии с начальными буквами их фамилий в алфавитном порядке. Например, студенты, у которых фамилии начинаются с букв А, выполняют контрольную работу № 1 и т.д. (см. таблицу №1).

Таблица №1

начальная буква фамилии студента	***№ варианта контрольной работы***
А, Г, Ж, К, Н, Р, У, Ц, Щ	№1
Б, Д, З, Л, О, С, Ф, Ч, Э, Я	№2
В, Е, И, М, П, Т, Х, Ш, Ю	№3

Содержание контрольной работы

Контрольная работа проводится по теме *1. Бытовая сфера общения (Я и моя семья)* и *теме 2. Учебно-познавательная сфера общения (Я и мое образование)* и направлена на проверку сформированности лексического навыка в рамках заданных тем.

Контрольная работа также направлена на проверку сформированности грамматического навыка в рамках тем: порядок слов в повествовательном и побудительном предложениях, порядок слов в вопросительном предложении, безличные предложения, местоимения (указательные, личные, возвратно-усилительные, вопросительные, относительные, неопределенные), имя существительное, артикли (определенный, неопределенный, нулевой), функции и спряжение глаголов *to be* и *to have, о*борот *there+be,* имя прилагательное и наречие, степени сравнения, сравнительные конструкции, имя числительное (количественные и порядковые; чтение дат), образование видовременных форм глагола в активном залоге.

Распределение выше указанных тем в учебнике:

- Агабекян И. П. Английский язык для бакалавров: учебное пособие для студентов вузов / И. П. Агабекян. - Ростов-на-Дону: Феникс, 2017. - 384 с.: ил. - (Высшее образование) (200 экз. в библиотеке УГГУ) и учебнике:

- Журавлева Р.И. Английский язык: учебник: для студентов горно-геологических специальностей вузов / Р. И. Журавлева. - Ростов-на-Дону: Феникс, 2013. - 508 с. - (Высшее образование). - Библиогр.: с. 502 (192 экз. в библиотеке УГГУ) представлено в таблице №2:

Таблица №2

Название темы	***Страницы учебников***	
	Агабекян И. П.	*Журавлева Р.И.*
Порядок слов в повествовательном и побудительном предложениях	148	9
Порядок слов в вопросительном предложении	163-170	10, 24
Безличные предложения	149	440
Местоимения (указательные, личные, возвратно-усилительные, вопросительные, относительные, неопределенные)	41-55	101, 439
Имя существительное	66-78	435
Артикли (определенный, неопределенный, нулевой)	78-84	433
Функции и спряжение глаголов *to be* и *to have*	102-104	6-8
Оборот *there+be*	105-107	100
Имя прилагательное и наречие	115	83
Степени сравнения, сравнительные конструкции	115-121	143
Имя числительное (количественные и порядковые; чтение дат)	261-271	-
Образование видовременных форм глагола в активном залоге	193-209	10, 36, 69

АНГЛИЙСКИЙ ЯЗЫК

Вариант №1

Задание 1. Заполните пропуски в предложениях, выбрав один ответ.

Пример: Michael _____ everyone he meets because he is very sociable and easygoing. He has five brothers and two sisters, so that probably helped him learn how to deal with people.

A. gets divorced; **B. gets along well with;** C. gets married;

Задание 1 направлено на проверку сформированности лексического навыка в рамках заданных тем.

Задание 2. Заполните пропуски местоимениями some, any, no или их производными.

Пример: A: Is ***anything*** the matter with Dawn? She looks upset.

B: She had an argument with her friend today.

Задание 2 направлено на проверку сформированности грамматического навыка по теме «неопределённые местоимения».

Задание 3. Заполните пропуски личными местоимениями (I, we, you, he, she, it, they, me, us, him, her, them).

Пример: My teacher is very nice. I like … . – I like **him**.

Задание 3 направлено на проверку сформированности грамматического навыка по теме «личные и притяжательные местоимения».

Задание 4. Поставьте в правильную форму глагол, представленный в скобках, обращая при этом внимание на использованные в предложениях маркеры.

Пример: Every morning George **eats** (to eat) cereals, and his wife only **drinks** (to drink) a cup of coffee.

Задание 4 направлено на проверку сформированности грамматического навыка по теме «образование видовременных форм глагола в активном залоге».

Задание 5. Составьте вопросительные предложения и дайте краткие ответы на них.

Пример: Paul was tired when he got home. – ***Was Paul tired when he got home? Yes, he was.***

Задание 5 направлено на проверку сформированности грамматического навыка по теме «порядок слов в вопросительном предложении».

Контрольная работа
Вариант №2

Задание 1. Заполните пропуск, выбрав один вариант ответа.

Пример: A British university year is divided into three _____.

1) conferences; 2) sessions; **3) terms**; 4) periods;

Задание 1 направлено на проверку сформированности лексического навыка в рамках заданных тем.

Задание 2. Выберите правильную форму глагола.

Пример: A: I have a Physics exam tomorrow.
B: Oh dear. Physics **is**/are a very difficult subject.

Задание 2 направлено на проверку сформированности грамматического навыка по теме «имя существительное, функции и спряжение глаголов to be и to have».

Задание 3. Раскройте скобки, употребив глагол в форме Present Continuous, Past Continuous или Future Continuous.

Пример: I **shall be studying** (study) Japanese online from 5 till 6 tomorrow evening.

Задание 3 направлено на проверку сформированности грамматического навыка по теме «образование видовременных форм глагола в активном залоге».

Задание 4. Составьте вопросы к словам, выделенным жирным шрифтом.

Пример: **The Petersons** have bought a dog. – *Who has bought a dog?*
The Petersons have bought **a dog. –** *What have the Petersons bought?*

Задание 4 направлено на проверку сформированности грамматического навыка по теме «порядок слов в вопросительном предложении».

Задание 5. Подчеркните правильный вариант ответа.

Пример: A: You haven't seen my bag anywhere, haven't you/**have you**?
B: No. You didn't leave it in the car, **did you**/didn't you?

Задание 5 направлено на проверку сформированности грамматического навыка по теме «порядок слов в вопросительном предложении».

Контрольная работа
Вариант № 3

Задание 1. Заполните пропуски, выбрав один вариант ответа.

Пример: The University accepts around 2000 new ____ every year.

1) students; 2) teachers; 3) pupils; 4) groups;

Задание 1 направлено на проверку сформированности лексического навыка в рамках

заданных тем.

Задание 2. Поставьте в предложения подходящие по смыслу фразы:

as red as a beet (свекла), as slow as a turtle, as sweet as honey, as busy as a bee, as clumsy as a bear (неуклюжий), as black as coal, as cold as ice, as slippery as an eel (изворотливый как угорь), as free as a bird, as smooth as silk (гладкий)

Пример: Your friend is so unemotional, he is **as cold as ice**.

Задание 2 направлено на проверку сформированности грамматического навыка по теме «имя прилагательное и наречие».

Задание 3. Переведите следующие предложения на английский язык.

Пример: Это самая ценная картина в Русском музее. **This is the most valuable picture in Russian Museum.**

Задание 3 направлено на проверку сформированности грамматического навыка по теме «степени сравнения имени прилагательного и наречий».

Задание 4. Раскройте скобки, употребив глагол в форме Present Perfect, Past Perfect или Future Perfect.

Пример: Sam **has lost** (lose) his keys. So he can't open the door.

Задание 4 направлено на проверку сформированности грамматического навыка по теме «образование видовременных форм глагола в активном залоге».

Задание 5. Задайте вопросы к предложениям.

Пример: There are two books. The one on the table is Sue's.

a) 'Which *book is Sue's*?' 'The one on the table.'

b) 'Whose *book is on the table*?' 'Sue's.'

Задание 5 направлено на проверку сформированности грамматического навыка по теме «порядок слов в вопросительном предложении».

НЕМЕЦКИЙ ЯЗЫК

Задание 1. Заполните пропуски в предложениях, выбрав один ответ.

Пример: Mein Bruder ... Arzt geworden

A. hat; **B. ist**; C. wird;

Задание 1 направлено на проверку сформированности грамматического навыка по теме «Пассивный залог».

Задание 2. Вставьте подходящее вопросительное слово.

Пример: **Was** machen Sie am Wochenende?

Задание 2 направлено на проверку сформированности грамматического навыка по теме «Вопросительные местоимения».

Задание 3. Заполните пропуски возвратными местоимениями в нужной форме.

Пример: Wo wohnen d**eine** Eltern?

Задание 3 направлено на проверку сформированности грамматического навыка по теме «Притяжательные местоимения».

Задание 4. Поставьте в правильную форму глагол, представленный в скобках.

Пример: **Kannst** du mir bitte die Marmelade geben? (können)

Задание 4 направлено на проверку сформированности грамматического навыка по теме «Модальные глаголы».

Задание 5. Составьте вопросительные предложения и дайте краткие ответы на них.

Пример: Sie wohnen in Berlin.

Ответ: Wo wohnen Sie? Wer wohnt in Berlin?

Задание 5 направлено на проверку сформированности грамматического навыка по теме «Вопросительные предложения».

ФРАНЦУЗСКИЙ ЯЗЫК

Задание 1. Заполните пропуски в предложениях следующими предлогами: de, à, chez, dans, pour, depuis. vers, avec, devant. en.

Пример: **Monsieur Dupont est en mission**.

Задание 1 направлено на проверку сформированности грамматического навыка по теме «Предлоги».

Задание 2. Заполните пропуски, выберите правильно указательное прилагательное:

Пример: **Peux-tu me passer ces dictionnaires?**

Задание 2 направлено на проверку сформированности грамматического навыка по теме «Указательные прилагательные».

Задание 3. Поставьте нужный артикль или предлог там, где это необходимо:

Пример: **C'est la salle des études**.

Задание 3 направлено на проверку сформированности грамматического навыка по теме «Употребление слитного артикля».

Задание 4. Выберите правильную форму глагола:

Пример: **Tous les matins, il s'est levé à 7 heures depuis un an.**

Задание 4 направлено на проверку сформированности грамматического навыка по теме «Спряжение глаголов 1,2,3 группы в Présent».

Задание 5. Ответьте на следующие вопросы:

Пример: **Où passez-vous vos vacances d'été? - Je les passe en Crimée.**

Задание 5 направлено на проверку сформированности грамматического навыка по теме «Личные местоимения le, la, les».

Проблемные и сложные вопросы, возникающие в процессе изучения курса и выполнения контрольной работы, необходимо решать с преподавателем на консультациях.

Выполнению контрольной работы должно предшествовать самостоятельное изучение студентом рекомендованной литературы.

Студент получает проверенную контрольную работу с исправлениями в тексте и замечаниями. В конце работы выставляется оценка «отлично», «хорошо», «удовлетворительно» или «неудовлетворительно». Работа с оценкой «неудовлетворительно» должна быть доработана и представлена на повторную проверку.

Выполнение работы над ошибками

При получении проверенной контрольной работы необходимо проанализировать отмеченные ошибки. Все задания, в которых были сделаны ошибки или допущены неточности, следует еще раз выполнить в конце данной контрольной работы. Контрольные работы являются учебными документами, которые хранятся на кафедре до конца учебного года.

Критерии оценивания контрольной работы

Оценка за контрольную работу определяется простым суммированием баллов за правильные ответы на вопросы: 1 правильный ответ = 1 балл. Максимум 44 балла.

Результат контрольной работы

Контрольная работа оценивается на «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно»:

40-44 балла (90-100%) - оценка «отлично»;

31-39 балла (70-89%) - оценка «хорошо»;

22-30 баллов (50-69%) - оценка «удовлетворительно»;

0-21 балла (0-49%) - оценка «неудовлетворительно».

Образец оформления титульного листа

Министерство науки и высшего образования РФ
ФГБОУ ВО
«Уральский государственный горный университет»

Кафедра иностранных языков и деловой коммуникации

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА №1

по дисциплине
ИНОСТРАННЫЙ ЯЗЫК

Специальность:
21.05.02 Прикладная геология

Специализация:
Геология месторождений нефти и газа

Выполнил: Иванов Иван Иванович
Группа ГН-22

Преподаватель: Петров Петр Петрович,
к.т.н, доцент

Екатеринбург
20__

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебно-методическому комплексу
_____ С.А.Упоров

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ОРГАНИЗАЦИИ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ

Б1.О.03 ИНОСТРАННЫЙ ЯЗЫК

Специальность:
21.05.03 Технология геологической разведки

Специализация:
Геофизические информационные системы

Автор: Безбородова С. А., к.п.н.

Одобрены на заседании кафедры
Иностранных языков и деловой коммуникации
(название кафедры)
Зав. кафедрой _____
(подпись)
к.п.н., доц. Юсупова Л. Г.
(Фамилия И.О.)
Протокол № 1 от 19.09.2023
(Дата)

Рассмотрены методической комиссией
факультета геологии и геофизики
(название факультета)
Председатель _____
(подпись)
к.г.-м.н., доц. Вандышева К.В.
(Фамилия И.О.)
Протокол № 2 от 13.10.2023
(Дата)

Екатеринбург

Методические указания по дисциплине согласованы с выпускающей кафедрой геологии и геофизики нефти и газа

Заведующий кафедрой ГГНГ _____к.г.-м.н., С.А. Рыльков____

подпись *И.О. Фамилия*

СОДЕРЖАНИЕ

I. Самостоятельная работа, обеспечивающая подготовку к аудиторным занятиям……... 4
1.1 Повторение материала практических занятий……..... 4
1.2 Чтение и перевод учебных текстов……. 43
1.3 Подготовка к практическим занятиям (запоминание иноязычных лексических единиц и грамматических конструкций) ..……..... 61
1.4 Самостоятельное изучение тем курса (для заочной формы обучения) ……. 74
1.5 Подготовка к контрольной работе 74

II. Другие виды самостоятельной работы……. 74
2.1 Выполнение самостоятельного письменного домашнего задания:
2.1.1 Подготовка к ролевой игре……..... 74
2.1.2 Подготовка к практико-ориентированному заданию ……..... 75
2.1.3 Подготовка к опросу …… 76
2.2 Дополнительное чтение профессионально ориентированных текстов и выполнение заданий на проверку понимания прочитанного……. 76
2.3 Подготовка доклада…….. 95
2.4 Подготовка к тесту……..... 96
2.5 Подготовка к экзамену…….. 100

I. Самостоятельная работа, обеспечивающая подготовку к аудиторным занятиям

1. Повторение материала практических занятий

Практические занятия направлены на развитие умений иноязычного говорения в рамках заданных РПД тем: бытовая сфера общения (Я и моя семья); учебно-познавательная сфера общения (Я и мое образование); социально-культурная сфера общения (Я и моя страна. Я и мир); профессиональная сфера общения (Я и моя будущая специальность).

Подготовьте устный рассказ по теме на основе предложенного:

My family

My name is Vladimir Petrov. I am … years old. I was born in 19… in Nizhniy Tagil. I went to school when I was 7. In 20… I finished school number 10 in Ekaterinburg. This year I entered the Ural State Mining University. In five years I shall graduate from this University.

I live in the center of Ekaterinburg. I work at the Ministry of Foreign Trade. I'm an engineer & I am also a student. Many engineers in our Ministry learn foreign languages.

My family is not large. I have a wife & two children. My wife's name is Ann & children's names are Nick & Natalie.

My wife is an economist. My wife is a young woman. She is twenty – nine years old. She works at the Ministry of Foreign Trade, too. She goes to the office every day. My wife doesn't learn English. She already knows English very well. She reads many English books, magazines & newspapers. My wife is also a student. She learns German. She likes languages very much & is going to learn French next year.

My daughter is a girl of ten. She goes to school. She has a lot of subjects at school. She also learns English. She also helps her mother at home.

My son is a little boy. He was born five years ago. I take him to the kindergarten every morning.

My parents are not old. My father is 53. He is an engineer. He graduated from The Ural Polytechnical Institute. He works at a big plant. My mother is 51. She is a teacher. She teaches Russian at school. She graduated from the Leningrad Teachers' Training University.

My sister's name is Katya. She works at an office. Besides she studies at an Evening Department. She is married. Her husband is a doctor. He works at a hospital. They have a little son. He is only six months old.

My elder brother, Boris by name, does not stay with us. He lives in Gorky in a large two-roomed flat. He is a designer. He has also a family of his own. He has a wife & two children: a boy & a girl. Their son is already a pupil. My brother & his family often come to see us. We also visit them sometimes.

I also have a grandfather & a grandmother. They are pensioners. My grandmother looks after the house & does the cooking. We usually take our children to the country in summer to stay with their grandparents. They love their grandchildren very much.

Подготовьте устный рассказ по теме на основе предложенного:

My student's life

I'm a student of The Ural State Mining University. I have been a student only one month. I can't speak English very well yet. I am just a beginner. I live in a hostel. It is rather a long way from the University. In fact, it takes me about an hour to get to the University. But it gives me no trouble at all, as I like to get up early. I don't need an alarm-clock to wake me up. I am an early - riser.

Though the hostel is far from the University it is very comfortable & has all modern conveniences.

As a rule I get up at 6.30, do morning exercises & have shower. I don't have a bath in the morning; I have a bath before I go to bed.

For breakfast I have a boiled egg & a cup of coffee in order not to waste the time. At about 7.30 I am quite ready to go. It is about 5 minutes walk from the hostel to the stop. I usually take the 7.40. bus. I walk to the stop as I have plenty of time to catch my bus.

I come to the University 5 minutes before the lesson begins. So I can have a chat with my friends. The majority of my group mates are from Ekaterinburg the others either come from different towns of our country. We usually have a lot of things to talk about.

We don't go out to the lunch. There is a good canteen at the University. It is on the ground floor. But I should say that you have to stand in a queue to have lunch.

I come to the hostel from the University at about 3 o'clock. I live in a single room & have nobody to speak with. In the evening I sometimes go out with my friends. We go to the cinema if there is something new or to the club if there is a dancing party there. But often I stay in, watch TV programs or listen to the music. Then I read a book for half an hour or so & go to sleep. That doesn't take me long, as a rule.

Подготовьте устный рассказ по теме на основе предложенного:

Ekaterinburg – an Industrial Centre

Ekaterinburg is one of the leading industrial centres of Russia. There are over 200 industrial enterprises of all-Russia importance in it. The key industry is machine-building. The plants of our city produce walking excavators, electric motors, turbines, various equipment for industrial enterprises.

During the Great Patriotic War Sverdlovsk plants supplied the front with arms and munitions and delivered various machinery for restoration of Donbass collieries and industrial enterprises of the Ukraine.

The biggest plants of our city are the Urals Heavy Machine Building Plant (the Uralmash), the Urals Electrical Engineering Plant (Uralelectrotyazhmash), the Torbomotorny Works (TMZ), the Chemical Machinery Building Works (Chimmash), the Verkh Iset Metallurgical Works (VIZ) and many others.

The Urals Heavy Machinery Building Plant was built in the years of the first five-year plan period. It has begun to turn out production in 1933. The machines and equipment produced by the Uralmash have laid the foundation for the home iron and steel, mining and oil industries. The plant produces walking excavators and draglines, drilling rigs for boring super-deep holes, crushing and milling equipment for concentrators. The plant also produces rolling-mills, highly efficient equipment for blast furnaces, powerful hydraulic presses and other machines. The trade mark of the Uralmash is well-known all over the world.

The Electrical Engineering plant was put into operation in 1934. At the present time it is a great complex of heavy electrical machine-building. It produces powerful hydrogenerators, transformers, air and oil switches, rectifiers & other electrical equipment. Besides, it is one of the main producers of high-voltage machinery.

The Turbo-Motorny Works produces turbines & diesel motors for powerful trucks. The turbines manufactured by this plant are widely known not only in our country, but also abroad. The plant turned out its first turbines in 1941.

The Urals Chemical Works, the greatest plant in the country, produces machinery for the chemical industry. It also produces vacuum- filters used in different branches of oil industry.

The Verkh-Iset Metallurgical Works the oldest industrial enterprise in Ekaterinburg is now the chief producer of high grade transformer steel in the country.

Now complex mechanization & automation of production processes are being used at all industrial enterprises of Ekaterinburg. Its plants make great contribution to the development of our country's national economy.

Подготовьте устный рассказ по теме на основе предложенного:

The United Kingdom of Great Britain and Northern Ireland

The United Kingdom of Great Britain and Northern Ireland (the UK) occupies most of the territory of the British Isles. It consists of four main parts: England, Scotland, Wales and Northern

Ireland. London is the capital of England. Edinburgh is the capital of Scotland, Cardiff— of Wales and Belfast — of Northern Ireland. The UK is a small country with an area of some 244,100 square kilometres. It occupies only 0.2 per cent of the world's land surface. It is washed by the Atlantic Ocean in the north-west, north and south-west and separated from Europe by the Severn, but the most important waterway is the Thames.

The climate is moderate and mild. But the weather is very changeable. The population of the United Kingdom is over 57 million people. Foreigners often call British people "English", but the Scots, the Irish and the Welsh do not consider themselves to be English. The English are Anglo-Saxon in origin, but the Welsh, the Scots and the Irish are Celts, descendants of the ancient people, who crossed over from Europe centuries before the Norman Invasion. It was this people, whom the Germanic Angles and Saxons conquered in the 5th and 6th centuries AD. These Germanic conquerors gave England its name — "Angle" land. They were conquered in their turn by the Norman French, when William the Conqueror of Normandy landed near Hastings in 1066. It was from the union of Norman conquerors and the defeated Anglo-Saxons that the English people and the English language were born. The official language of the United Kingdom is English. But in western Scotland some people still speak Gaelic, and in northern and central parts of Wales people often speak Welsh.

The UK is a highly developed industrial country. It is known as one of the world’s largest producers and exporters of machinery, electronics, textile, aircraft, and navigation equipment. One of the chief industries of the country is shipbuilding.

The UK is a constitutional monarchy. In law, Head of the State is Queen. In practice, the country is ruled by the elected government with the Prime Minister at the head. The British Parliament consists of two chambers: the House of Lords and the House of Commons. There are three main political parties in Great Britain: the Labour, the Conservative and the Liberal parties. The flag of the United Kingdom, known as the Union Jack, is made up of three crosses. The big red cross is the cross of Saint George, the patron saint of England. The white cross is the cross of Saint Andrew, the patron saint of Scotland. The red diagonal cross is the cross of Saint Patrick, the patron saint of Ireland.

The United Kingdom has a long and exciting history and a lot of traditions and customs. The favorite topic of conversation is weather. The English like to drink tea at 5 o’clock. There are a lot of high daysin Great Britain. They celebrate Good Friday, Christmastide, Christmas, Valentine`s day and many others. It is considered this nation is the most conservative in Europe because people attach greater importance to traditions; they are proud of them and keep them up. The best examples are their money system, queen, their measures and weights. The English never throw away old things and don’t like to have changes.

Great Britain is a country of strong attraction for tourists. There are both ancient and modern monuments. For example: Hadrian Wall and Stonehenge, York Cathedral and Durham castle. It is no doubt London is the most popular place for visiting because there are a lot of sightseeing like the Houses of Parliament, Buckingham Palace, London Bridge, St Paul’s Cathedral, Westminster Abbey, the Tower of London. Also you can see the famous Tower Clock Big Ben which is considered to be the symbol of London. Big Ben strikes every quarter of an hour. You will definitely admire Buckingham Palace. It’s the residence of the royal family. The capital is famous for its beautiful parks: Hyde Park, Regent’s Park. The last one is the home of London Zoo.

Подготовьте устный рассказ по теме на основе предложенного:

My speciality is Geology

I am a first year student of the Ural State Mining University. I study at the geological faculty. The geological faculty trains geologic engineers in three specialities: mineral prospecting and exploration, hydrogeology and engineering geology, drilling technology.

Geology is the science which deals with the lithosphere of our planet. Geology studies the composition of the Earth's crust, its history, the origin of rocks, their distribution and many other problems.

That is why the science of geology is commonly divided into several branches, such as:

1. General Geology which deals with the composition arid the structure of the Earth and with various geological processes going on below the Earth’s surface and on its surface.

2. Petrology which studies the rocks of the Earth.

3. Mineralogy which investigates the natural chemical compounds of the lithosphere.

4. Paleontology which deals with fossil remains of ancient animals and plants found in rocks.

5. Historic Geology which treats of the Earth's history.

6. Structural Geology which deals with the arrangement of rocks due to the Earth's movements.

7. Economic Geology which deals with occurrence, origin and distribution of mineral deposits valuable to man.

All these branches of geology are closely related to each other.

Geology is of great practical importance because .it supplies industry with all kinds of raw materials, such as ore, coal, oil, building materials, etc.

Geology deals with the vital problem of water supply. Besides, many engineering projects, such as tunnels, canals, dams, irrigation systems, bridges etc. need geological knowledge in choosing construction sites and materials.

The practical importance of geology has greatly increased nowadays. It is necessary to provide a rapid growth of prospecting mineral deposits, such as ores of iron, copper, lead, uranium and others, as well as water and fossil fuels (oil, gas and coal). They are badly needed for further development of all the branches of the national Economy of our country and for creating a powerful economic foundation of the society. The graduates of the geological faculty of the Ural State Mining University work all over the country in mines, geological teams and expeditions of the Urals, Siberia, Kasakhstan, in the North and Far East, etc. as well as abroad.

Very often geologists have to work under hard climatic and geological conditions. They must be courageous, strong and purposeful people, ready to overcome any hardships which nature has put in their way to its underground treasure-house.

Практические занятия направлены также на формирование грамматического навыка по темам: порядок слов в повествовательном и побудительном предложениях, порядок слов в вопросительном предложении, безличные предложения, местоимения (указательные, личные, возвратно-усилительные, вопросительные, относительные, неопределенные), имя существительное, артикли (определенный, неопределенный, нулевой), функции и спряжение глаголов *to be* и *to have, о*борот *there+be,* имя прилагательное и наречие, степени сравнения, сравнительные конструкции, имя числительное (количественные и порядковые; чтение дат), образование видовременных форм глагола в активном залоге.

Распределение выше указанных тем в учебнике:

- Агабекян И. П. Английский язык для бакалавров: учебное пособие для студентов вузов / И. П. Агабекян. - Ростов-на-Дону: Феникс, 2017. - 384 с.: ил. - (Высшее образование) (200 экз. в библиотеке УГГУ) и учебнике:

- Журавлева Р.И. Английский язык: учебник: для студентов горно-геологических специальностей вузов / Р. И. Журавлева. - Ростов-на-Дону: Феникс, 2013. - 508 с. - (Высшее образование). - Библиогр.: с. 502 (192 экз. в библиотеке УГГУ) представлено в таблице №1:

Таблица №1

Название темы	***Страницы учебников***	
	Агабекян И. П.	*Журавлева Р.И.*
Порядок слов в повествовательном и побудительном предложениях	148	9
Порядок слов в вопросительном предложении	163-170	10, 24
Безличные предложения	149	440
Местоимения (указательные, личные, возвратно-усилительные, вопросительные, относительные, неопределенные)	41-55	101, 439
Имя существительное	66-78	435

Артикли (определенный, неопределенный, нулевой)	78-84	433
Функции и спряжение глаголов *to be* и *to have*	102-104	6-8
Оборот *there+be*	105-107	100
Имя прилагательное и наречие	115	83
Степени сравнения, сравнительные конструкции	115-121	143
Имя числительное (количественные и порядковые; чтение дат)	261-271	-
Образование видовременных форм глагола в активном залоге	193-209	10, 36, 69

Повторите материал практических занятий!

Порядок слов в английском предложении

В русском языке, благодаря наличию падёжных окончаний, мы можем переставлять члены предложения, не меняя основного смысла высказывания. Например, предложения Студенты изучают эти планы и Эти планы изучают студенты совпадают по своему основному смыслу. Подлежащее в обоих случаях - студенты, хотя в первом предложении это слово стоит на первом месте, а во втором предложении - на последнем.

По-английски такие перестановки невозможны. Возьмём предложение The students study these plans Студенты изучают эти планы. Если подлежащее и дополнение поменяются местами, то получится бессмыслица: These plans study the students Эти планы изучают студентов. Произошло это потому, что слово plans, попав на первое место, стало подлежащим.

Английское предложение имеет твёрдый порядок слов.

Порядок слов в английском предложении показан в этой таблице:

I	**II**	**III Дополнение**			**IV Обстоятельство**
Подлежащее	**Сказуемое**	**Косвенное без предлога**	**Прямое**	**Косвенное с предлогом**	
We Мы	study изучаем		math математику		
He Он	gives дает	us нам	lessons уроки		in this room. в этой комнате
She Она	reads читает		her notes свои заметки	to Peter Петру	every day. каждый день

Вопросительное предложение

Общее правило построения вопросов в английском языке таково: Все вопросы (кроме специальных вопросов к подлежащему предложения) строятся путем инверсии. Инверсией называется нарушение обычного порядка слов в английском предложении, когда сказуемое следует за подлежащим.

В тех случаях, когда сказуемое предложения образовано без вспомогательных глаголов (в Present и Past Indefinite) используется вспомогательный глагол to do в требуемой форме - do/does/did.

Общие вопросы

Общий вопрос задается с целью получить подтверждение или отрицание высказанной в вопросе мысли. На общий вопрос обычно дается краткий ответ: "да" или "нет".

Для построения общего вопроса вспомогательный или модальный глагол, входящий в состав сказуемого, ставится в начале предложения перед подлежащим.

а) Примеры сказуемого с одним вспомогательным глаголом: Is he speaking to the teacher? - Он говорит с учителем?

б) Примеры сказуемого с несколькими вспомогательными глаголами:

You will be writing letters to us. – Ты будешь писать нам письма.
Will you be writing letters to us? – Будешь ли ты писать нам письма?
Примеры с модальными глаголами:
She can drive a car. – Она умеет водить машину.
Can she drive a car? - Она умеет водить машину? (Yes, she can.; No, she cannot)

Когда в составе сказуемого нет вспомогательного глагола (т.е. когда сказуемое выражено глаголом в Present или Past Indefinite), то перед подлежащим ставятся соответственно формы do / does или did; смысловой же глагол ставится в форме инфинитива без to (словарная форма) после подлежащего.

С появлением вспомогательного глагола do на него переходит вся грамматическая нагрузка - время, лицо, число: в Present Indefinite в 3-м лице ед. числа окончание -s, -es смыслового глагола переходит на глагол do, превращая его в does; а в Past Indefinite окончание прошедшего времени -ed переходит на do, превращая его в did.
Do you go to school? – Ходишь ли ты в школу?
Do you speak English well? - Ты хорошо говоришь по-английски?

Ответы на общие вопросы

Общий вопрос требует краткого ответа "да" или "нет", которые в английском языке образуются следующим образом:

а) Положительный состоит из слова Yes за которым (после запятой) идет подлежащее, выраженное личным местоимением в им. падеже (никогда не используется существительное) и тот вспомогательный или модальный глагол, который использовался в вопросе (вспомогательный глагол согласуется с местоимением ответа);

б) Отрицательный ответ состоит из слова No, личного местоимения и вспомогательного (или модального) глагола с последующей частицей not
Например: Are you a student? - Ты студент?
Yes, I am. - Да.; No, I am not. - Нет.
Do you know him? – Ты знаешь его?
Yes, I do. – Да (знаю).; No, I don't. – Нет (не знаю).

Специальные вопросы

Специальный вопрос начинается с вопросительного слова и задается с целью получения более подробной уточняющей информации. Вопросительное слово в специальном вопросе заменяет член предложения, к которому ставится вопрос.
Специальные вопросы могут начинаться словами:
who? – кто? whom? – кого? whose? - чей? what? – что? какой? which? – который?
when? – когда? where? – где? куда? why? – почему? how? – как?
how much? – сколько? how many? – сколько? how long? – как долго? сколько времени?
how often? – как часто?

Построение специальных вопросов:

1) Специальные вопросы ко всем членам предложения, кроме подлежащего (и его определения) строятся так же, как и общие вопросы – посредством инверсии, когда вспомогательный или модальный глагол ставится перед подлежащим.

Специальный вопрос (кроме вопроса к подлежащему) начинается с вопросительного слова или группы слов за которым следуют вспомогательный или модальный глагол, подлежащее и смысловой глагол (сохраняется структура общего вопроса).

Вопрос к прямому дополнению:
What are you reading? Что ты читаешь?
What do you want to show us? Что вы хотите показать нам?

Вопрос к обстоятельству

Обстоятельства бывают разного типа: времени, места, причины, условия, образа действия и др.

He will come back tomorrow. – Он вернется завтра.
When will he come back? – Когда он вернется?
What did he do it for? Зачем он это сделал?
Where are you from?

Вопрос к определению

Вопрос к определению начинается с вопросительных слов what какой, which (of) который (из), whose чей, how much сколько (с неисчисляемыми существительными), how many сколько (с исчисляемыми существительными). Они ставятся непосредственно перед определяемым существительным (или перед другим определением к этому существительному), а затем уже идет вспомогательный или модальный глагол.

What books do you like to read? Какие книги вы любите читать?
Which books will you take? Какие книги (из имеющихся) вы возьмете?

Вопрос к сказуемому

Вопрос к сказуемому является типовым ко всем предложениям: ”Что он (она, оно, они, это) делает (делал, будет делать)?”, например:
What does he do? Что он делает?

Специальные вопросы к подлежащему

Вопрос к подлежащему (как и к определению подлежащего) не требует изменения прямого порядка слов, характерного для повествовательного предложения. Просто подлежащее (со всеми его определениями) заменяется вопросительным местоимением, которое исполняет в вопросе роль подлежащего. Вопросы к подлежащему начинаются с вопросительных местоимений:

who – кто (для одушевленных существительных)
what - что (для неодушевленных существительных)
The teacher read an interesting story to the students yesterday.
Who read an interesting story to the students yesterday?

Сказуемое в таких вопросах (после who, what в роли подлежащего) всегда выражается глаголом в 3-м лице единственного числа (не забудьте про окончание -s в 3-м лице ед. числа в Present Indefinite. Правила образования -s форм см. здесь.):
Who is reading this book? Кто читает эту книгу?
Who goes to school?

Альтернативные вопросы

Альтернативный вопрос задается тогда, когда предлагается сделать выбор, отдать чему-либо предпочтение.

Альтернативный вопрос может начинаться со вспомогательного или модального глагола (как общий вопрос) или с вопросительного слова (как специальный вопрос) и должен обязательно содержать союз or - или. Часть вопроса до союза or произносится с повышающейся интонацией, после союза or - с понижением голоса в конце предложения.

Например вопрос, представляющий собой два общих вопроса, соединенных союзом or:
Is he reading or is he writing?
Did he pass the exam or did he fail?

Вторая часть вопроса, как правило, имеет усеченную форму, в которой остается (называется) только та часть, которая обозначает выбор (альтернативу):
Is he reading or writing?

Разделительные вопросы

Основными функциями разделительных вопросов являются: проверка предположения, запрос о согласии собеседника с говорящим, поиски подтверждения своей мысли, выражение сомнения.

Разделительный (или расчлененный) вопрос состоит из двух частей: повествовательной и вопросительной.

Первая часть - повествовательное утвердительное или отрицательное предложение с прямым порядком слов.

Вторая часть, присоединяемая через запятую, представляет собой краткий общий вопрос, состоящий из местоимения, заменяющего подлежащее, и вспомогательного или модального глагола. Повторяется тот вспомогательный или модальный глагол, который входит в состав сказуемого первой части. А в Present и Past Indefinite, где нет вспомогательного глагола, употребляются соответствующие формы do/ does/ did.

В второй части употребляется обратный порядок слов, и она может переводится на русский язык: не правда ли?, не так ли?, верно ведь?

1. Если первая часть вопроса утвердительная, то глагол во второй части стоит в отрицательной форме, например:

You speak French, don't you? You are looking for something, aren't you? Pete works at a plant, doesn't he?

2. Если первая часть отрицательная, то во второй части употребляется утвердительная форма, например:

It is not very warm today, is it? John doesn't live in London, does he?

Безличные предложения

Поскольку в английском языке подлежащее является обязательным элементом предложения, в безличных предложениях употребляется формальное подлежащее, выраженное местоимением it. Оно не имеет лексического значения и на русский язык не переводится.

Безличные предложения используются для выражения:

1. Явлений природы, состояния погоды: It is/(was) winter. (Была) Зима. It often rains in autumn. Осенью часто идет дождь. It was getting dark. Темнело. It is cold. Холодно. It snows. Идет снег.

2. Времени, расстояния, температуры: It is early morning. Ранее утро. It is five o'clock. Пять часов. It is two miles to the lake. До озера две мили. It is late. Поздно.

3. Оценки ситуации в предложениях с составным именным (иногда глагольным) сказуемым, за которым следует подлежащее предложения, выраженное инфинитивом, герундием или придаточным предложением: It was easy to do this. Было легко сделать это.
It was clear that he would not come. Было ясно, что он не придет.

4. С некоторыми глаголами в страдательном залоге в оборотах, соответствующих русским неопределенно-личным оборотам: It is said he will come. Говорят, он придет.

Местоимение. The Pronoun.
Классификации местоимений.

1	**personal**	личные
2	**possessive**	притяжательные
3	**demonstrative**	указательные
4	**indefinite and negative**	неопределенные и отрицательные
5	**quantifiers**	количественные
6	**reflexive**	возвратные
7	**reciprocal**	взаимные
8	**relative**	относительные
9	**defining**	определительные
10	**interrogative**	вопросительные

I. Личные (personal) местоимения

Общий падеж		**Объектный падеж**	
I	я	**me**	мне, меня
he	он	**him**	его, ему
she	она	**her**	ей, о ней
it	оно, это	**it**	ей, ему, этому
we	мы	**us**	нам, нас

they	они	**them**	им, их
you	ты, вы	**you**	тебе, вам

Внимание! He (он) и **she (она)** в английском языке можно говорить только про людей. Все остальные английские существительные (предметы, животные, явления природы, чувства и т. д.) - обозначаются – it (оно, это).

he	**she**	**it**
a boy – мальчик **a man –** мужчина **brother –** брат **father –** отец **Nick –** Николай **Mr Grey –** мистер Грей	**a girl –** девочка **a woman –** женщина **sister – с**естра **motherч–** мама **Kate –** Катя **Mrs Grey –** миссис Грей	**a cat –** кот **a wall –** стена **rain –** дождь **love –** любовь **a hand –** рука **an apple -** яблоко

Англичане говорят <u>It's me</u>, а не It's I (это я).

II. Притяжательные (possessive) местоимения

Притяжательные местоимения выражают принадлежность и имеют в английском языке **две формы - основную** (после этой формы обязательно требуется существительное).
Whose pen is it? - *Чья это ручка?* - **It's my pen**. - *Это моя ручка*.
И **абсолютную** (существует самостоятельно, без существительного) - **It's mine.** - *Это моя.*

Личное местоимение	**Основная форма**	**Абсолютная форма**
I – я **he –** он **she –** она **it – оно,** это **we –** мы **you –** ты, вы **they -** они	**my (toy) -** моя (игрушка) **his (toy) -** его (игрушка) **her (toy) -** ее (игрушка) **its (toy) -** его (не о человеке) **our (toy) -** наша (игрушка) **your (toy) -** ваша, твоя (игрушка) **their (toy) -** их (игрушка)	**his -** его **hers -** ее **its -** его (этого) **ours -** наша **yours -** ваша, твоя **theirs -** их

III. Указательные (demonstrative) местоимения

this (это, эта, этот) **– these** (эти) **that** (то, та, тот) **- those** (те)

IV. Неопределенные (indefinite) и отрицательные (negative) местоимения

Местоимения some, any, every, и их производные

• Если у вас есть, например, яблоки и вы знаете, сколько их, вы говорите:
I have/l have got three apples. *У меня есть 3 яблока,*
• Если вы не знаете точное количество, то используйте неопределенное местоимение **some: I have/1 have got apples.** *У меня есть несколько яблок (некоторое количество).*

Производные от неопределенных местоимений

Слово **"think"** обозначает **"вещь"** (не обязательно материальная).
Слово **"body"** обозначает **"тело".** Эти слова являются основой для целого ряда словообразований.

Thing используется для неодушевленных (что-то):

some		**something –** *что-то, что-нибудь*
any		**anything -** *что-то, что-нибудь*
	thing	
no		**nothing -** *ничего, ничто*

every	**everything** - *все*
Body/one - для одушевленных (кто-то):	
some	**somebody/someone** – *кто-то, кто-нибудь*
any	**anybody/anyone** - *кто-то, кто-нибудь*
body/one	
no	**nobody / no one** - *никого, никто*
every	**everybody /everyone** – *все, каждый*
Местоимение **some** и основа **body** должны произноситься и писаться слитно, в противном случае вместо **somebody** – *кто-то*, получится **some body** - *какое-то тело*, **Something/somebody/someone** - в утвердительных предложениях, **anything/anybody/anyone** - в отрицательных и вопросительных предложениях**, nothing/nobody/no one** – в отрицательных. **Anything/anybody/anyone** - также используются в утвердительных предложениях, но в значении *что угодно/кто угодно*	

somewhere - *где-нибудь, куда-нибудь*	**anywhere** - *где угодно*
nowhere - *нигде*	**everywhere** - *везде*

V. Количественные (quantifiers) местоимения

Many и much - оба слова обозначают **" много"**, С **исчисляемыми** существительными (теми, которые можно посчитать, можно образовать множественное число) используется слово **many**, а с **неисчисляемыми** - слово **much**.	
many girls - *много девочек* **many boys** - *много мальчиков* **many books** - *много книжек*	**much snow** - *много снега* **much money** - *много денег* **much time** - *много времени*
How many? } **сколько?** **How much?** } **сколько?**	**How many girls?** - *Сколько девочек?* **How much sugar?** - *Сколько сахара?* **How much sugar?** - *Сколько сахара?*
a lot of... - много - используется и с исчисляемыми, и с неисчисляемыми существительными a lot без (of) используется и без существительного. **Сравните**: He writes **a lot** of funny stories**.** *Он пишет много забавных рассказов.* He writes **a lot.** *Он много пишет.*	girls – много девочек **a lot of** sugar - много сахара
В утвердительных предложениях используйте **a lot of.** В отрицательных и в вопросительных **many/much,** **Сравните:** (+) My grandmother often cooks **a lot of** tasty things. *Моя бабушка часто готовит много вкусного*. (-) But we don't eat **much.** *Но мы не едим много*. (?) Do you eat much? *Вы много едите?* Иногда слова **much** и **a lot** являются синонимами слова **"часто":** Do you ski **much**? *Вы много (часто) катаетесь на лыжах?* No, not much (= not often).Нет, не часто.	

Few, little, a few, a little
С неисчисляемыми существительными используйте слово little (мало), а с исчисляемыми - few (мало).

few books - мало книг **few girls** - мало девочек **few boys** - мало мальчиков	**little time** - мало времени **little money** - мало денег **little snow** - мало снега
little } **мало (т.е. надо еще)** **few** } **мало (т.е. надо еще)**	**a little** } **немного (т.е. пока хватает)** **a few** } **немного (т.е. пока хватает)**

VI. Возвратные (reflexive) местоимения

Возвратные местоимения образуются от личных местоимений в объектном падеже и притяжательных местоимений прибавлением **- self** в единственном числе и **- selves** во множественном числе. Возвратные местоимения используются для того, чтобы показать, что объект, названный подлежащим предложения сам совершает действие.

Личное местоимение	**Возвратное местоимение**	**Пример**	**Перевод**
I	myself	I did it myself.	Я сделал это сам
he	himself	He did it himself.	Он сделал это сам.
she	herself	She did it herself.	Она сделала это сама
you	yourself	You did it yourself.	Вы сделали это сами.
they	themselves	They did it themselves.	Они сделали это сами.
we	ourselves	We did it ourselves.	Мы сделали это сами.

VII. Взаимные (reciprocal) местоимения

Each other - друг друга (относится к двум лицам или предметам).
One another - друг друга (относится к большему количеству лиц или предметов).
They spoke to <u>each other</u> rather friendly. *Они разговаривали друг с другом довольно дружелюбно.*
They always help <u>one another</u>. *Они всегда помогают друг другу.*

VIII. Относительные (relative) местоимения

Who (whom), whose, which, that

who	**Именительный падеж <u>who</u> (подлежащее)** **The girl <u>who</u> is playing the piano is my sister.** *Девочка, которая играет на пианино, - моя сестра.*
	Объектный падеж <u>whom</u> (дополнение) **The man <u>whom</u> I love the best is your brother.** *Человек, которого я люблю больше всех, - твой брат.*
which	**Для неодушевленных предметов и животных** **The flowers <u>which</u> you brought me were pretty nice.** *Цветы, которые ты мне принес, очень милые.*
whose	**Для одушевленных существительных** **This is the man <u>whose</u> book we read yesterday.** *Это человек, книгу которого мы читали вчера.*
	Для неодушевленных существительных **We saw the tree <u>whose</u> leaves were absolutely yellow.** *Мы увидели дерево, листья которого были абсолютно желтыми.*
that	**Для одушевленных существительных** **This is the man <u>that</u> we saw yesterday.** *Это мужчина, которого мы видели вчера.*
	Для неодушевленных существительных **This is the film <u>that</u> we saw yesterday.** *Это фильм, который мы видели вчера.*

IX. Определительные (defining) местоимения

all

Употребление	**Примеры**	**Перевод**
определяет неисчисляемые	He spent **all his** time fishing on the	Он провел все свое время,

существительные	lake**.**	ловя рыбу на озере.
определяет исчисляемые существительные	**All the** boys like football. **(the после all!)**	Все мальчишки любят футбол.
all = everything	I know **all/everything.**	Я знаю всё.
all = everybody	**All** were hungry. **Everybody** was hungry.	Все были голодны. Все были голодны.
we all = ail of us you all = all of you they all = ail of them	We **all** love you very much = **All** of us love you very much.	Мы все тебя очень любим

both

Употребление	Примеры	Перевод
определяет существительные	**Both (the/my) friends like football.**	Оба моих друга любят футбол
допускается использование артикля вместо указательных местоимений после both	**Both these/the men are Russian.**	Оба (эти) мужчины - русские.
употребляется вместо существительного	**He gave me two apples. Both were sweet.**	Он дал мне два яблока. Оба были сладкими.
they both = both of them you both = both of you we both = both of us	**They both (both of them) came to visit us.**	Они оба пришли навестить нас.
в устойчивой конструкции **both...and.**	**Both mother father were at home**	И мама, и папа были дома.
в отрицательных предложениях **вместо both** используется **neither**	**Both of them know English. Neither of them know English.**	Они оба знают английский. Ни один из них не знает английского.

either/neither

	Употребление	Примеры	Перевод
either	любой из двух (артикль не ставится)	**I've got 2 cakes. Take either cake.**	У меня 2 пирожных. Возьми любое.
	каждый, оба, и тот, и другой	**There are windows on either side of the house.**	С обеих сторон дома есть окна.
	заменяет существительное (глагол в ед. числе)	**Either of dogs is always hungry.**	Любая из собак вечно голодная.
neither	отрицательное местоимение-определение (ни тот, ни другой)	**Neither of examples is correct.**	Ни один из примеров не верен.
	в констр. neither.. .nor (ни.. .ни)	**I like neither tea, nor coffee.**	Я не люблю ни чай, ни кофе.

other, another, the other, the others (другой, другие)

	Употребление	Примеры	Перевод
the other	другой (второй), другой из двух	**You've got 2 balls: one and the other.**	У тебя 2 мяча: один и другой.
another	другой из многих, еще один	**Take another ball.**	Возьми другой мяч. (Любой, но не этот.)
other	другие (любые), не последние	**Take other 2 balls.**	Возьми другие 2 мяча. (Из многих.)

the others	другие (определенные)	**There are 4 balls: 2 balls are red and the others are blue.**	Есть 4 мяча: 2 красных, а другие 2 - синие.

X. Вопросительные (interrogative) местоимения

what	что	**What's this?**	Что это?
which	который	**Which of them?**	Который из них?
who	кто, кого	**Who was that?**	Кто это был?
whom	кого	**Whom did you meet?**	Кого ты встретил?
whose	чей	**Whose book is it?**	Чья это книга?

Имя существительное. The Noun

Категории	Существительное в русском языке	Существительное в английском языке
Число	**Изменяется**	**Изменяется**
Падеж	**Изменяется**	**Не изменяется**

The Plural Form of Nouns

Образование множественного числа у английских существительных

Способ образования	Примеры	Перевод
после глухих согласных	**a book - books** **a cup - cups**	**книга - книги** **чашка - чашки**
после звонких согласных и гласных -	a name - names a girl - girls	**имя - имена** **девочка - девочки**
после шипящих, свистящих звуков -ch, -sh, -x, -s, -z: -es	a palace - palaces a bush - bushes a box - boxes a church - churches	дворец - дворцы куст - кусты коробка - коробки церковь - церкви
слово заканчивается на -y: 1) гласная +y	**a toy - toys** **a boy - boys**	игрушка - игрушки мальчик - мальчики
2) согласная **+** y	**a family - families** **a story - stories**	**семья - семьи** **история - истории**
слово заканчивается на *-file*	**a leaf - leaves** **a shelf - shelves**	лист - листья полка - полки

Особые случаи образования множественного числа

Ед. число	**Мн. число**	**Перевод**
man	men	мужчина - мужчины
woman	women	женщина - женщины
foot	feet	нога (стопа) - ноги (стопы)
child	children	ребенок - дети
goose	geese	гусь - гуси
mouse	mice	мышь - мыши
ox	oxen	**бык - быки**
tooth	teeth	**зуб - зубы**

Слова - заместители существительных **Substitutions: one/ones**

При повторном использовании одного и того же существительного в одном предложении, вместо него следует использовать one (в единственном числе) и ones (во множественном числе):

This table is bigger that that one - Этот стол больше, чем тот (стол).
These table are bigger than those ones. - Эти столы больше, чем те (столы).

Со словами one/ones **может быть использован артикль, если перед ними стоит прилагательное.**	
What apple do you want? **Какое ты хочешь яблоко?** **The red one. Красное.**	**What apples do you want?** **Какие яблоки ты хочешь?** **The red ones. Красные.**

Английские существительные не имеют падежных окончаний традиционно выделяют два падежа -общий и притяжательный.

Общий падеж

И. п. Эта девочка хорошо говорит по-английски.	This girl speaks English well.
Р. п. Это собака той девочки.	It's a dog of that girl.
Д. п. Я дал яблоко той девочке. .	I gave an apple to that girl.
В. п. Я вижу маленькую девочку. .	1 can see a little girl.
Т. п. Я люблю гулять с этой девочкой.	1 like to play with this girl.
П. п. Я часто думаю об этой девочке.	1 often think about this girl.

Притяжательный падеж. The Possessive Case
Образование притяжательного падежа

	Образование	**Примеры**	**Перевод**
существительные в единственном числе	**'s**	**bird's house** **child's ball**	домик птички мячик ребенка
существительные во множественном числе (группа исключений}	**'s**	**children's bail** **women's rights**	мячик детей права женщин
существительное во множественном числе	**'**	**girls' toy** **birds' house**	игрушка девочек домик птичек

Формула притяжательного падежа обычно имеют лишь одушевленные существительные, обозначающие живое существо, которому что-то принадлежит,

my mother's book - мамина книга,

this girl's bail - мячик девочки,

the bird's house - домик птички

Для того, чтобы показать принадлежность объекта неодушевленному предмету, используется предлог of:

the handle of the door (ручка (от) двери), но чаще образуется составное существительное door-handle,

Артикль. The Article

1. Неопределенный a/an (используется перед исчисляемыми существительными в единственном числе)

a cat –кот a dog –собака a boy – мальчик a girl -девочка
a teacher - учитель

2. Определенный the (может использоваться с любыми существительными)

the cat -кот the houses –дома the water -вода the weather –погода
the flowers - цветы

Если слово начинается с гласной буквы, к артиклю "a" добавляется буква "n", для того, чтобы две гласные не сливались: an apple (яблоко), an orange (апельсин), an author (автор) и т, д. Слово "an hour" (час) начинается с согласной буквы "h", но в слове эта буква не читается, т.е. слово начинается с гласного звука, поэтому к артиклю "a" также добавляется n = an

Упоминая объект впервые, перед ним ставят неопределенный артикль a/an при вторичном с упоминании того же самого объекта, перед ним ставят определенный артикль the

I see a cat, Я вижу кота (одного). The cat is black. (этот) Кот – черный.

This is a kitten. Это - котенок. (Один из многих) The kitten is hungry. (этот) Котенок - голодный.

I have a book- У меня есть книга. The book is interesting. (эта) Книга - интересная.

Неопределенный артикль a/an опускается перед исчисляемыми существительными и существительными во множественном числе.

a pen - pens (ручка - ручки) a dog - dogs (собака - собаки) a book - books (книга -книги)
- water (вода) - snow (снег) - meat (мясо)

Использование неопределенного артикля a

один из множества (любой)	This is a cat.
первое упоминание в тексте	I see a bird.
при упоминании профессии	My brother is a pilot.
в восклицательных предложениях	What a good girl! What a surprise! Such a fine room!
вместо слова один	She is coming for a weak.
в определенных конструкциях there is a... I have a… he has a... I see a... this is a... that is a… It is a... Iama… he/she is a…	There is a book here. I have got a nice coat. He has a kind smile. I see a wolf. This is a dog. That is a doctor. It is a red pen. I am a good swimmer. He/she is a tourist
в ряде устойчивых словосочетаний at a quarter.., in a loud, (a low, an angry voice) to have a good time a lot of to go for a walk such a... after a while in a day (a month, a week, a year)	Come at a quarter to 8. Don't speak to him in an angry voice. We had a good time in the country. She has got a lot of presents. Let's go for a walk. He is such a clever boy. You'll see them after a while. We are living in a day.

Использование определенного артикля the

если речь идет о конкретном лице или предмете	The pen is on the table.
при повторном упоминании того же самого объекта	I see a cat. The cat is black.
если слово обозначает нечто, существующее в единственном лице, с частями света	the sun, the moon, the Earth
со словами: only (только), main (главный), central (центральный), left (левый), right (правый), wrong (неправильный), next (следующий), last (последний), final (заключительный)	The only man I love the main road to the left, to the right It was the right answer. the final test
с порядковыми числительными	the first, the tenth

с прилагательными в превосходной степени	the kindest, the most interesting the best
с музыкальными инструментами и танцами	to play the piano, to dance the tango
с обобщающими существительными (класс людей» животных, термины, жанры)	The Britons keep their traditions.
с названиями музеев, кинотеатров, кораблей, галерей, газет, журналов	the Hermitage the Tretyakov Gallery the Avrora the Seasame Street
с названиями океанов, рек, морей, каналов, пустынь, групп, островов, штатов, горных массивов, наименований с of	the Atlantic ocean the Neva river the Black sea Changing of the Guard

Использование определенного артикля в ряде устойчивых словосочетаний

in the middle, in the corner	The table is in the middle of the room.
in the morning, In the evening, in the afternoon	I never drink coffee in the evening.
what's the use?	What's the use of going there so late?
to the cinema, to the theatre, to the shop, to the market	Do you like going to the theatre? He works at the shop.
at the cinema, at the theatre, at the shop, at the market	The fact is that I have no money at all.
the fact is (was) that...	Where is the doctor?
where is the…?	We always spend summer in the country.
in the country, to the country	

Сколько бы прилагательных-определений ни стояло перед существительным, все эти определения ставятся между артиклем и существительным: A big, black, fat cat большой, черный, толстый кот.

Случаи, когда артикль не употребляется

если, перед существительным стоит притяжательное местоимение	a pen - my pen a dog - his dog the teacher - our teacher the apple - her apple
если перед существительным стоит указательное местоимение	the cats - those cats the books - these books a mouse - this mouse
если стоит другое существительное в притяжательном падеже	a car - father's car the horse - farmer's horse a bike - brother's bike the doll - sister's doll
если перед существительным стоит, количественное числительное	5 balls, 7 bananas, 2 cats
если перед существительным стоит отрицание "no"	She has no children. I see no birds.
перед именами	Mike, Kate, Jim, etc
с названиями дней недели	Sunday, Monday, etc.
с названиями месяцев	May, December, etc.
с названиями времен года	in spring, in winter
с названиями цветов	white, etc. I like green
с названиями спортивных игр	football, chess, etc.
с названиями блюд, напитков	tea, coffee, soup, etc,
с названиями праздников	Easter, Christmas, etc.

с названиями языков, если нет слова (язык). Если есть, нужен артикль the	English, etc. I learn English, the English language
с названиями стран	Russia, France, etc HO: the USA, the United Kingdom of Great Britain and Northern Ireland, the Netheriands, the Ukraine, the Congo
с названиями городов	Moscow, Paris, etc.
с названиями улиц, площадей	Trafalgar Square
с названиями парков	St James' Park, Hyde Park
с названиями мостов	Tower Bridge
с названиями одиночных гор	Kilimanjaro
с названиями озер	Loch Ness
с названиями континентов	Asia, Australia, etc.
с названиями одиночных островов	Cyprus
если перед существительными стоит вопросительное или отрицательное местоимение	what animals can swim? I know what thing you have lost!

ГЛАГОЛ (THE VERB)

Глаголом называется часть речи, обозначающая действие или состояние предмета или лица.

В английском языке признаком глагола в неопределенной форме (инфинитиве) является частица to.

По своей структуре глаголы делятся на:

1. Простые, состоящие только из одного корня:

to fire - стрелять; зажигать
to order - приказывать
to read - читать
to play - играть

2. Производные, состоящие из корня и префикса, из корня и суффикса или из корня, префикса и суффикса:

to unpack - распаковывать
to dismiss - увольнять, отпускать
to realize - представлять себе
to shorten - укорачивать (ся)
to encounter - встречать (ся), наталкивать (ся)
to regenerate - перерождаться, возрождаться

3. Сложные, состоящие из двух основ (чаще всего основы существительного или прилагательного и основы глагола):

to broadcast (broad + cast) - передавать по радио
to whitewash (white + wash) - белить

4. Составные, состоящие из глагольной основы и наречия или предлога:

to carry out - выполнять
to sit down - садиться

По значению глаголы делятся на смысловые и служебные.

1. Смысловые глаголы имеют самостоятельное значение, выражают действие или состояние: Lomonosov as a poet and scientist played a great role in the formation of the Russian literary language. Как поэт и ученый Ломоносов сыграл огромную роль в создании русского литературного языка.

2. Служебные глаголы не имеют самостоятельного значения и употребляются для образования сложных форм глагола или составного сказуемого. Они являются спрягаемым элементом сказуемого и в его формах выражается лицо, число и время. К ним относятся:

1. Глаголы-связки to be быть, to become становиться, to remain оставаться, to grow становиться, to get, to turn становиться, to look выглядеть, to keep сохраняться.

Every man is the maker of his own fortune. Каждый человек-творец своей судьбы.

2. Вспомогательные глаголы to be, to do, to have, to let, shall, will (should, would):

The kitchen was supplied with every convenience, and there was even a bath-room, a luxury the Gerhardts had never enjoyed before. На кухне имелись все удобства; была даже ванная комната- роскошь, какой Герхардты никогда до сих пор не обладали.

3. Модальные глаголы can, may, must, ought, need: He that would eat the fruit must climb the tree. Кто любит фрукты, должен влезть на дерево (чтобы сорвать). (Любишь кататься-люби и саночки возить.)

Все формы глагола в английском языке делятся на личные и неличные.

Личные формы глагола выражают время, лицо, число, наклонение. Они выполняют в предложении функцию сказуемого. К личным формам относятся все формы времен действительного и страдательного залога (изъявительного и сослагательного наклонения):

As you leave the Kremlin by Spassky Gate you come out on the Red Square. Если вы выходите из Кремля мимо Спасских Ворот, вы оказываетесь на Красной площади.

Неличные формы глагола не различаются по лицам и числам. Они не могут самостоятельно выполнять в предложении функцию сказуемого, но могут входить в его состав. К неличным формам относятся: инфинитив, причастие и герундий. Every step towards eliminating nuclear weapons is in the interests of every nation. Любой шаг в направлении уничтожения ядерного оружия служит интересам каждого государства.

Личные формы глагола в английском языке имеют три наклонения: изъявительное (the Indicative Mood), повелительное (the Imperative Mood) и сослагательное (the Subjunctive Mood).

Глаголы в изъявительном наклонении выражают реальное действие, передают факты:

His son goes to school. Его сын учится в школе.

She has written an interesting article. Она написала интересную статью.

A new building of the theatre was built in this street. На этой улице построили новое здание театра.

Глаголы в повелительном наклонении выражают приказание, просьбу, совет, запрещение, команду:

"Don't buy them", warned our cautious driver. "Не покупайте их", - предупредил наш осторожный шофер.

Undertake not what you cannot perform but be careful to keep your promise. Не беритесь за то, что не сможете выполнить, но старайтесь сдержать обещание.

Глаголы в сослагательном наклонении выражают действие не реальное, а желательное или предполагаемое: If there were no bad people, there would be no good lawyers. Если бы не было плохих людей, не было бы хороших адвокатов.

Как личные, так и неличные формы глагола имеют **два залога**: действительный (the Active Voice) и страдательный (the Passive Voice).

Глаголы в действительном залоге выражают действие, которое производится подлежащим: I inform you that I have carried out the mission. Сообщаю, что я выполнил задание.

Глаголы в страдательном залоге выражают действие, которое испытывает на себе подлежащее: I was informed that the mission had been carried out. Мне сообщили, что задание было выполнено.

Формы глагола могут выражать отношение между действием и временем. В русском языке бывают глаголы **совершенного и несовершенного вида**. **Глаголы совершенного вида** обозначают действие, которое закончено, и есть его результат:

Он прочитал эту статью с интересом.

Глаголы несовершенного вида обозначают действие, указывая на его повторяемость, длительность, незаконченность: Вчера он читал эту статью с интересом. (Но он мог и не прочитать ее).

Вид глагола в русском языке выражается либо изменением его формы, либо с помощью суффиксов и приставок. Видовые значения глагола в английском языке выражаются сочетанием вспомогательного глагола с причастием настоящего или прошедшего времени смыслового глагола.

В английском языке четыре видо-временных группы глагола: неопределенные времена (Indefinite Tenses), продолженные времена (Continuous Tenses), совершенные времена (Perfect Tenses), и совершенные продолженные времена (Perfect Continuous Tenses). В каждой временной группе три времени: настоящее (Present), прошедшее (Past), будущее (Future).

Глагол “to be”

A: Are you from England?
B: No, we aren't. We're from China.

He's Tom and she's Helen. They are friends.

Утверждение		Отрицание		Вопрос
Полная форма	Краткая форма	Полная форма	Краткая форма	Am I?
I am	I'm	I am not	I'm not	Are you?
You are	You're	You are not	You aren't	Is he?
He is	He's	He is not	He isn't	Is she?
She is	She's	She is not	She isn't	Is it?
It is	It's	It is not	It isn't	Are we?
We are	We're	We are not	We aren't	Are you?
You are	You're	You are not	You aren't	Are they?
They are	They're	They are not	They aren't	

Краткими ответами называются ответы на вопросы, начинающиеся с глагольной формы is /are; в кратком ответе содержание вопроса не повторяется. Употребляется только Yes или No, далее личное местоимение в именительном падеже и глагольная форма is (isn't) / are (aren't). Например: Are you British? No, I'm not.

Yes, I am /we are. No, I'm not/we aren't.
Yes, he/she/it is. No, he/she/it isn't.
Yes, they are. No, they aren't.

WAS/WERE

Bob is eighty. He's old and weak.
Mary, his wife is seventy-nine. She's old too.
Fifty years ago they were young. Bob was strong. He wasn't weak. Mary was beautiful. She wasn't old.

В прошедшем простом времени (past simple) глагол "to be" с личными местоимениями в именительном падеже имеет следующие формы: was для I, he, she, it и –were для –we, you, they. В вопросахwas/were ставятся перед личным местоимением в именительном падеже (I, you, he и т.д.) или существительным. Например: She was ill yesterday. -> Was she ill yesterday? Отрицания образуются путем постановки not после was/were. Например: She was not ill yesterday. She wasn't ill yesterday.

Утверждение	Отрицание		Вопрос
	Полная форма	Краткая форма	
I was	I was not	I wasn’t	Was I?
You were	You were not	You weren’t	Were you?
He was	He was not	He wasn’t	Was he?

She was	She was not	She wasn’t	Was she?
It was	It was not	It wasn’t	Was it?
We were	We were not	We weren’t	Were we?
You were	You were not	You weren’t	Were you?
They were	They were not	They weren’t	Were they?

ОБОРОТ THERE IS/THERE ARE

There is a sofa in the room. There are two pictures on the wall. There isn't a TV in the room. What else is there in the room?

Мы употребляем конструкцию there is/there are, чтобы сказать, что кто-то или что-то существует или находится в определенном месте. Краткая форма there is – there’s. There are не имеет краткой формы. Например: There is (There's) a sofa in the room. There are four children in the garden.

Вопросительная форма: Is there? Are there? Например: Is there a restaurant in the town? Are there any apples in the basket?

Отрицательная форма: There isn’t …/There aren’t … Например: There is not / isn't a man in the room. There are not/aren't any cars in the street.

Краткие ответы строятся с помощью Yes, there is/are или No, there isn't / aren't. Содержание вопроса не повторяется.

Yes, there is. No, there isn't.

Yes, there are. No, there aren't.

Мы употребляем there is / there are, чтобы сказать, что что-то существует или находится в определенном месте, it is / they are - когда уже упоминали об этом. Например: There is a house in the picture.

It is a big house. (Но не: It's a house in the picture.)

There are three books on the desk.

They are history books. (Но не: They are three books on the desk.)

Конструкция There was/There were

This is a modern town today.

There are a lot of tall buildings and shops. There are cars and there isn't much peace and quiet.

This is the same town fifty years ago.

There weren't any tall buildings. There were some old houses. There weren't many cars and there wasn't much noise.

Конструкция There was/There were - это There is / There are в форме past simple. There was употребляется с существительными в единственном числе. Например: There was a post office in the street thirty years ago. There were употребляется с существительными во множественном числе. Например: There were a few houses in the street thirty years ago.

В вопросах was/were ставятся перед there. Например: Was there a post office in the street thirty years ago? Were there any houses in the street thirty years ago?

Отрицания строятся путем постановки not после was / were. Например: There was not / wasn't a post office in the street thirty years ago. There were not / weren't any houses in the street thirty years ago.

Утверждение	Отрицание		Вопрос
	Полная форма	Краткая форма	
There was	There was not	There wasn't	Was there?
There were	There were not	There weren't	Were there?

Краткие ответы строятся с помощью Yes или No и there was/there were. Содержание вопроса не повторяется.

Was there a book on the desk? Yes, there was. No, there wasn't.

Were there any people in the shop? Yes, there were. No, there weren't.

Глагол Have got

A bird has got a beak, a tail and wings.
Has she got long hair? No, she hasn't. She's got short hair.
What have they got? They've got roller blades. They haven't got skateboards.
She has got a headache.

Have (got) используется:

а) чтобы показать, что что-то принадлежит кому-то. Например: He's got a ball.
б) при описании людей, животных или предметов. Например: She's got blue eyes.
в) в следующих высказываниях: I've got a headache. I've got a temperature. I've got a cough, I've got a toothache, I've got a cold, I've got a problem.

Утверждение		Отрицание		Вопрос
Полная форма	Краткая форма	Полная форма	Краткая форма	Have I (got)?
I have (got)	I've (got)	I have not (got)	I haven't (got)	Have you (got)?
You have (got)	You've (got)	You have not (got)	You haven't (got)	Has he (got)?
He has (got)	He's (got)	He has not (got)	He hasn't (got)	Has she (got)?
She has (got)	She's (got)	She has not (got)	She hasn't (got)	Has it (got)?
It has (got)	It's (got)	It has not (got)	It hasn't (got)	Have we (got)?
We have (got)	We've (got)	We have not (got)	We haven't (got)	Have you (got)?
You have (got)	You've (got)	You have not (got)	You haven't (got)	Have they (got)?
They have (got)	They've (got)	They have not (got)	They haven't (got)	

Had

Grandpa, did you have a TV when you were five?
No, I didn't. People didn't have TV's then. They had radios.

Have (had) в past simple имеет форму Had для всех лиц.

Вопросы строятся с помощью вспомогательного глагола did, личного местоимения в именительном падеже и глагола - have. Например: Did you have many toys when you were a child? Отрицания строятся с помощью did not и have. Например: I did not / didn't have many toys when I was a child.

Утверждение	Отрицание		Вопрос
	Полная форма	Краткая форма	
I had	I did not have	I didn't have	Did I have?
You had	You did not have	You didn't have	Did you have?
He had	He did not have	He didn't have	Did he have?
She had	She did not have	She didn't have	Did she have?
It had	It did not have	It didn't have	Did it have?
We had	We did not have	We didn't have	Did we have?
You had	You did not have	You didn't have	Did you have?
They had	They did not have	They didn't have	Did they have?

Имя прилагательное. The Adjective

Категории	**Прилагательное в русском языке**	**Прилагательное в английском языке**
Число	изменяется	не изменяется
Род	изменяется	не изменяется
Падеж	изменяется	не изменяется

Образование имен прилагательных

Имена прилагательные бывают: **простые и производные**

К **простым** именам прилагательным относятся прилагательные, не имеющие в своем составе

ни приставок, ни суффиксов: small - *маленький*, **long** - *длинный*, **white** - *белый*.
К **производным** именам прилагательным относятся прилагательные, имеющие в своем составе **суффиксы** или **приставки**, или одновременно и те, и другие.

Суффиксальное образование имен прилагательных

Суффикс	Пример	Перевод
- ful	use**ful** doubt**ful**	**полезный** **сомневающийся**
- less	help**less** use**less**	**беспомощный** **бесполезный**
- ous	fam**ous** danger**ous**	**известный** **опасный**
- al	form**al** centr**al**	**формальный** **центральный**
- able	eat**able** cap**able**	**съедобный** **способный**

Приставочный способ образования имен прилагательных

Приставка	Пример	Перевод
un -	**un**cooked **un**imaginable	**невареный** **невообразимый**
in -	**in**capable **in**human	**неспособный** **негуманный**
il -	**il**legal **il**liberal	**нелегальный** **необразованный**
im -	**im**possible **im**practical	**невозможный** **непрактичный**
dis -	**dis**honest **dis**agreeble	**бесчестный** **неприятный**
ir -	**ir**regular **ir**responsible	**неправильный** **безответственный**
Некоторые имена прилагательные являются составными и образуются из двух слов, составляющих одно понятие: **light-haired –** светловолосый, **snow-white –** белоснежный.		

Прилагательные, оканчивающиеся на – ed и на - ing

- ed	**- ing**
Описывают чувства и состояния	**Описывают предметы, вещи, занятия, вызывающие эти чувства**
interested – интересующийся, заинтересованный	**interesting** - интересный
bored - скучающий	**boring** - скучный
surprised - удивленный	**surprising** - удивительный

Степени сравнения прилагательных

Английские прилагательные не изменяются ни по числам, ни по родам, но у них есть **формы степеней сравнения.**
Имя прилагательное в английском языке имеет **три формы** степеней сравнения:
- положительная степень сравнения **(Positive Degree);**
- сравнительная степень сравнения **(Comparative Degree);**
- превосходная степень сравнения **(Superlative Degree).**

Основная форма прилагательного - положительная степень. Форма сравнительной и

превосходной степеней обычно образуется от формы положительной степени одним из следующих способов:

1. -er. -est

Односложные прилагательные образуют **сравнительную степень** путем прибавления **к форме прилагательного в положительной степени** суффикса **- er.** Примерно, тоже самое мы делаем и в русском языке - добавляем "е" (большой - больше, холодный - холоднее).

Превосходная степень образуется путем прибавления суффикса **- est. Артикль the обязателен!!!**

Положительная степень	Сравнительная степень	Превосходная степень
cold - холодный	cold**er** - холоднее	the cold**est** - самый холодный
big - большой	bigg**er** - больше	the bigg**est** - самый большой
kind - добрый	kind**er** - добрее	the kind**est** - самый добрый

По этому же способу образуются степени сравнения двусложных прилагательных оканчивающихся на **-y, -er, -ow, -ble:**

Положительная степень	Сравнительная степень	Превосходная степень
clever — умный	clever**er - умнее**	**the** clever**est - самый умный**
easy - простой	eas**ier - проще**	**the** easi**est - самый простой**
able - способный	abl**er - способнее**	**the** abl**est - самый способный**
busy - занятой	bus**ier - более занятой**	**the** busi**est - самый занятой**

При образовании степеней сравнения посредством суффиксов **– er и – est** соблюдаются следующие **правила орфографии:**

Если прилагательное заканчивается на немое **"e" ,** то при прибавлении **– er и – est немое "e" опускается:**

large **– large**r **- the** large**st /** большой – больше – самый большой

brave **– brave**r **– the** brave**st /** смелый – смелее – самый смелый

Если прилагательное заканчивается **на согласную с предшествующим кратким гласным звуком,** то в сравнительной и превосходной степени **конечная согласная буква удваивается:**

big – bigg**er –** bigg**est /** большой – больше – самый большой

hot – hott**er –** hott**est /** горячий – горячее – самый горячий

thin – thinn**er –** thinn**est /** тонкий – тоньше – самый тонкий

Если прилагательное **заканчивается на "y" с предшествующей согласной,** то в сравнительной и превосходной степени **"y" переходит в "i":**

busy – bus**ier – busiest / занятой – более занятой – самый занятой**

easy – eas**ier –** eas**iest / простой – проще – самый простой**

2. more, the most

Большинство двусложных прилагательных и прилагательных, состоящих из трех и более слогов, образуют сравнительную степень при помощи слова **more**, а **превосходную** – при помощи слова **most**.

Эти слова ставятся перед именами прилагательными в положительной степени:

Положительная степень	Сравнительная степень	Превосходная степень
beautiful - красивый	**more beautiful** - красивее	**the most beautiful** - самый красивый
interesting – интересный	**more interesting** - интереснее	**the most interesting** - самый интересный
important - важный	**more important** - важнее	**the most important** - самый важный

Особые формы

Положительная степень	Сравнительная степень	Превосходная степень

good - хороший **bad** - плохой **little** - маленький **much/many** - много **far** - далекий/далеко **old** - старый	**better** - лучше **worse** - хуже **less** - меньше **more** - больше **farther/further** - дальше **older/elder** - старше	**the best** - самый лучший **the worst** - самый плохой **the least** - самый маленький, меньше всего **the most** - больше всего **the farthest/furthest** - самый дальний **the oldest/eldest** - самый старый

3. less. the least

Для выражения **меньшей** или **самой низкой степени** качества предмета по сравнению с другими предметами употребляются соответствующие слова **less** – менее и **the least** – наименее, которые ставятся перед прилагательными в форме положительной степени.

Положительная степень	Сравнительная степень	Превосходная степень
beautiful – красивый **interesting -** интересный **important** - важный	**less beautiful** - менее красивый **less interesting –** менее интересный **less important** - менее важный	**the least beautiful –** самый некрасивый **the least interesting –** самый неинтересный **the least important –** самый неважный

Другие средства сравнения двух предметов или лиц

Конструкция	Комментарий	Примеры
As…as (такой же, так же)	**Для сравнения двух объектов одинакового качества**	He is **as** a strong **as** a lion Он такой же сильный, как лев. She is **as** clever **as** an owl**.** Она такая же умная, как сова.
Not so…as (не такой, как)	**в отрицательных предложениях**	He is **not so** strong **as** a lion. Он не такой сильный, как лев**.** She is **not so** clever **as** an owl. Она не такая умная, как сова.
The…the (с двумя сравнительными степенями)	**показывает зависимость одного действия от другого**	**The more** we are together **the happier** we are. Чем больше времени мы проводим вместе, тем счастливее мы становимся. **The more** I learn this rule **the less** I understand it. Чем больше я учу это правило, тем меньше я его понимаю.

Особые замечания об употреблении сравнительных и превосходных степеней имен прилагательных:

- Сравнительная степень может быть усилена употреблением перед ней слов со значением **«гораздо, значительно»:**

His new book is **much more** interesting than previous one. *Его новая книга гораздо более интересная, чем предыдущая.*

This table **is more** comfortable than **that one**. *Этот стол более удобный чем тот.*

- После союзов **than** и **as** используются либо личное местоимение в именительном падеже с глаголом, либо личное местоимение в объектном падеже:

I can run **as** fast **as** him **(as he can).** *Я могу бегать так же быстро, как он.*

Числительное. The numeral

Перед **сотнями, тысячами, миллионами** обязательно называть их количество, даже если всего одна сотня или одна тысяча:

126 – one hundred twenty six

1139 – one thousand one hundred and thirty nine

В составе числительных – сотни, тысячи и миллионы не имеют окончания множественного числа: **two hundred – 200, three thousand – 3000, и т.д.**

НО: окончание множественного числа добавляется hundred, thousand, million, когда они выражают неопределенное количество сотен, тысяч, миллионов. В этом случае после них употребляется существительное с предлогом **"of":**

hundreds of children – сотни детей

thousands of birds- тысячи птиц

millions of insects – миллионы насекомых

Начиная с 21, числительные образуются так же как в русском языке:

20+1=21 (twenty + one = **twenty one**)

60+7=67 (sixty + seven = **sixty seven**) и т.д.

Как читать даты

1043	ten forty-three
1956	nineteen fifty-six
1601	sixteen o one
2003	two thousand three
В 2003 году	in two thousand three
1 сентября	the first of September
23 февраля	the twenty-third of February

ДРОБНЫЕ ЧИСЛИТЕЛЬНЫЕ (FRACTIONAL NUMERALS)

В простых дробях (Common Fractions) числитель выражается количественным числительным, а знаменатель порядковым:

1/7- one seventh одна седьмая

При чтении простых дробей, если числитель их больше единицы, к знаменателю прибавляется окончание множественного числа -s:

2/4 - two fourths - две четвертых

2/3 -two thirds - две третьих

3 1/5 - three and one fifth - три целых и одна пятая

1/2 - one second, a second, one half, a half - одна вторая, половина

1/4 -one fourth, a fourth, one quarter, a quarter - одна четвертая, четверть

В десятичных дробях (Decimal Fractions) целое число отделяется точкой, и каждая цифра читается отдельно. Нуль читается nought [no:t] (в США - zero ['zierou]).

4.25 four point twenty-five; four point two five

0.43 nought point forty-three; nought point four three

Существительные, следующие за дробью, имеют форму единственного числа, и перед ними при чтении ставится предлог -of:

2/3 metre- two thirds of a metre

две третьих метра

0.05 ton - nought point nought five of a ton

ноль целых пять сотых тонны

Существительные, следующие за смешанным числом, имеют форму множественного числа и читаются без предлога of:

35 1 /9 tons -thirty-five and one ninth tons

14.65 metres -one four (или fourteen) point six five (или sixty-five) metres

В обозначениях номеров телефонов каждая цифра читается отдельно, нуль здесь читается [ou]:
224-58-06 ['tu:'tu:'fo:'faiv'eit'ou'siks]

Образование видовременных форм глагола в активном залоге

Present Simple употребляется для выражения:

1. постоянных состояний,

2. повторяющихся и повседневных действий (часто со следующими наречиями: always, never, usually и т.д.). Mr Gibson is a businessman. He lives in New York, (постоянное состояние) He usually starts work at 9 am. (повседневное действие) He often stays at the office until late in the evening, (повседневное действие)

3. непреложных истин и законов природы, The moon moves round the earth.

4. действий, происходящих по программе или по расписанию (движение поездов, автобусов и т.д.). The bus leaves in ten minutes.

Маркерами present simple являются: usually, always и т.п., every day / week / month / year и т.д., on Mondays I Tuesdays и т.д., in the morning / afternoon / evening, at night / the weekend и т.д.

Present Continuous употребляется для выражения:

1. действий, происходящих в момент речи He is reading a book right now.

2. временных действий, происходящих в настоящий период времени, но не обязательно в момент речи She is practising for a concert these days. (В данный момент она не играет. Она отдыхает.)

3. действий, происходящих слишком часто и по поводу которых мы хотим высказать раздражение или критику (обычно со словом "always") "You're always interrupting me!"(раздражение)

4. действии, заранее запланированных на будущее. He is flying to Milan in an hour. (Это запланировано.)

Маркерами present continuous являются: now, at the moment, these days, at present, always, tonight, still и т.д.

Во временах **группы Continuous** обычно **не употребляются** глаголы:

1. выражающие восприятия, ощущения (see, hear, feel, taste, smell), Например: This cake tastes delicious. (Но не: This cake is tasting delicious)

2. выражающие мыслительную деятельность [know, think, remember, forget, recognize(ze), believe, understand, notice, realise(ze), seem, sound и др.],
Например: I don't know his name.

3. выражающие эмоции, желания (love, prefer, like, hate, dislike, want и др.), Например: Shirley loves jazz music.

4. include, matter, need, belong, cost, mean, own, appear, have (когда выражает принадлежность) и т.д. Например: That jacket costs a tot of money. (Но не: That jacket is costing a lot of money.)

Present perfect употребляется для выражения:

1. действий, которые произошли в прошлом в неопределенное время. Конкретное время действия не важно, важен результат, Kim has bought a new mobile phone. (Когда она его купила? Мы это не уточняем, поскольку это не важно. Важного, что у нее есть новый мобильный телефон.)

2. действий, которые начались в прошлом и все еще продолжаются в настоящем, We has been a car salesman since /990. (Он стал продавцом автомобилей в 1990 году и до сих пор им является.)

3. действий, которые завершились совсем недавно и их результаты все еще ощущаются в настоящем. They have done their shopping. (Мы видим, что они только что сделали покупки, поскольку они выходят из супермаркета с полной тележкой.)

4. Present perfect simple употребляется также со словами "today", "this morning / afternoon" и т.д., когда обозначенное ими время в момент речи еще не истекло. He has made ten photos this morning. (Сейчас утро. Указанное время не истекло.)

К маркерам present perfect относятся: for, since, already, just, always, recently, ever, how long, yet, lately, never, so far, today, this morning/ afternoon / week / month / year и т.д.

Present perfect continuous употребляется для выражения:

1. действий, которые начались в прошлом и продолжаются в настоящее время He has been painting the house for three days. (Он начал красить дом три дня назад и красит его до сих пор.)

2. действий, которые завершились недавно и их результаты заметны (очевидны) сейчас. They're tired. They have been painting the garage door all morning. (Они только что закончили красить. Результат их действий очевиден. Краска на дверях еще не высохла, люди выглядят усталыми.)

Примечание.

1. С глаголами, не имеющими форм группы Continuous, вместо present perfect continuous употребляется present perfect simple. Например: I've known Sharon since we were at school together. (А не: I've been knowing Sharon since we were at school together.)

2. С глаголами live, feel и work можно употреблять как present perfect continuous, так и present perfect simple, при этом смысл предложения почти не изменяется.

Например: He has been living/has lived here since 1994.

К маркерам present perfect continuous относятся: for. since. all morning/afternoon/week/day и т.д., how long (в вопросах).

Past simple употребляется для выражения:

1. действий, произошедших в прошлом в определенное указанное время, то есть нам известно, когда эти действия произошли, They graduated four years ago. (Когда они закончили университет? Четыре года назад. Мы знаем время.)

2. повторяющихся в прошлом действий, которые более не происходят. В этом случае могут использоваться наречия частоты (always, often, usually и т.д.), He often played football with his dad when he was five. (Но теперь он уже не играет в футбол со своим отцом.) Then they ate with their friends.

3. действий, следовавших непосредственно одно за другим в прошлом.

They cooked the meal first.

4. Past simple употребляется также, когда речь идет о людях, которых уже нет в живых. Princess Diana visited a lot of schools.

Маркерами past simple являются: yesterday, last night / week / month / year I Monday и т.д., two days I weeks I months I years ago, then, when, in 1992 и т.д.

People used to dress differently in the past. Women used to wear long dresses. Did they use to carry parasols with them? Yes, they did. They didn't use to go out alone at night.

• **Used to** (+ основная форма глагола) употребляется для выражения привычных, повторявшихся в прошлом действий, которые сейчас уже не происходят. Эта конструкция не изменяется по лицам и числам. Например: Peter used to eat a lot of sweets. (= Peter doesn't eat many sweets any more.) Вопросы и отрицания строятся с помощью did / did not (didn't), подлежащего и глагола "use" без -d.

Например: Did Peter use to eat many sweets? Mary didn't use to stay out late.

Вместо "used to" можно употреблять past simple, при этом смысл высказывания не изменяется. Например: She used to live in the countryside. = She lived in the countryside.

Отрицательные и вопросительные формы употребляются редко.

Past continuous употребляется для выражения:

1. временного действия, продолжавшегося в прошлом в момент, о котором мы говорим. Мы не знаем, когда началось и когда закончилось это действие, At three o'clock yesterday

afternoon Mike and his son were washing the dog. (Мы не знаем, когда они начали и когда закончили мыть собаку.)

2. временного действия, продолжавшегося в прошлом (longer action) в момент, когда произошло другое действие (shorter action). Для выражения второго действия (snorter action) мы употребляем past simple, He was reading a newspaper when his wife came, (was reading = longer action: came = shorter action)

3. двух и более временных действий, одновременно продолжавшихся в прошлом. The people were watching while the cowboy was riding the bull.

4. Past continuous употребляется также для описания обстановки, на фоне которой происходили события рассказа (повествования). The sun was shining and the birds were singing. Tom was driving his old truck through the forest.

Маркерами past continuous являются: while, when, as, all day / night / morning и т.д.
when/while/as + past continuous (longer action) when + past simple (shorter action)

Past perfect употребляется:

1. для того, чтобы показать, что одно действие произошло раньше другого в прошлом. При этом то действие, которое произошло раньше, выражается past perfect simple, а случившееся позже - past simple,
They had done their homework before they went out to ptay yesterday afternoon. (=They did their homework first and then they went out to ptay.)

2. для выражения действий, которые произошли до указанного момента в прошлом,
She had watered all the flowers by five o'clock in the afternoon.
(=She had finished watering the flowers before five o'clock.)

3. как эквивалент present perfect simple в прошлом. То есть, past perfect simple употребляется для выражения действия, которое началось и закончилось в прошлом, а present perfect simple - для действия, которое началось в прошлом и продолжается (или только что закончилось) в настоящем. Например: Jill wasn't at home. She had gone out. (Тогда ее не было дома.) ЛИ isn 't at home. She has gone out. (Сечас ее нет дома.)

К маркерам past perfect simple относятся: before, after, already, just, till/until, when, by, by the time и т.д.

Future simple употребляется:

1. для обозначения будущих действий, которые, возможно, произойдут, а возможно, и нет, We'll visit Disney World one day.

2. для предсказаний будущих событий (predictions), Life will be better fifty years from now.

3. для выражения угроз или предупреждений (threats / warnings), Stop or I'll shoot.

4. для выражения обещаний (promises) и решений, принятых в момент речи (on-the-spot decisions), I'll help you with your homework.

5. с глаголами hope, think, believe, expect и т.п., с выражениями I'm sure, I'm afraid и т.п., а также с наречиями probably, perhaps и т.п. / think he will support me. He will probably go to work.

К маркерам future simple относятся: tomorrow, the day after tomorrow, next week I month / year, tonight, soon, in a week / month year и т.д.

ПРИМЕЧАНИЕ

Future simple не употребляется после слов while, before, until, as soon as, after, if и when в придаточных предложениях условия и времени. В таких случаях используется present simple. Например: I'll make a phone call while I wait for you. (А не:... whilo I will wait for you.) Please phone me when you finish work.

В дополнительных придаточных предложениях после "when" и "if" возможно употребление future simple. Например: I don't know when I if Helen will be back.

He is going to throw the ball.

Be going to употребляется для:

1. выражения заранее принятых планов и намерений на будущее,
Например: Bob is going to drive to Manchester tomorrow morning.

2. предсказаний, когда уже есть доказательства того, что они сбудутся в близком будущем. Например: Look at that tree. It is going to fall down.

We use the **future continuous**:

a) for an action which will be in progress at a stated for an action which will be future time. *This time next week, we'll be cruising round the islands.*

b) for an action which will definitely happen in the future as the result of a routine or arrangement. *Don't call Julie. I'll be seeing her later, so I'll pass the message on.*

c) when we ask politely about someone's plans for the near future (what we want to know is if our wishes fit in with their plans.) *Will you be using the photocopier for long?*
No. Why?
I need to make some photocopies.

We use the **future perfect**:

1. For an action which will be finished before a stated future time. *She will have delivered all the newspapers by 8 o'clock.*

2. The future perfect is used with the following time expressions: before, by, by then, by the time, until/till.

We use the **future perfect continuous**:

1. to emphasize the duration of an action up to a certain time in the future. *By the end of next month, she will have been teaching for twenty years.*

The future perfect continuous is used with: by... for.

Практическая работа также направлена на проверку сформированности грамматического навыка в рамках тем: модальные глаголы и их эквиваленты, образование видовременных форм глагола в пассивном залоге, основные сведения о согласовании времён, прямая и косвенная речь, неличные формы глагола: инфинитив, причастия, герундий, основные сведения о сослагательном наклонении.

Распределение выше указанных тем в учебнике:

- Агабекян И. П. Английский язык для бакалавров: учебное пособие для студентов вузов / И. П. Агабекян. - Ростов-на-Дону: Феникс, 2017. - 384 с.: ил. - (Высшее образование) (200 экз. в библиотеке УГГУ) и учебнике:

- Журавлева Р.И. Английский язык: учебник: для студентов горно-геологических специальностей вузов / Р. И. Журавлева. - Ростов-на-Дону: Феникс, 2013. - 508 с. - (Высшее образование). - Библиогр.: с. 502 (192 экз. в библиотеке УГГУ) представлено в таблице:

Название темы	***Страницы учебников***	
	Агабекян И. П.	*Журавлева Р.И.*
Модальные глаголы и их эквиваленты	295	47
Образование видовременных форм глагола в пассивном залоге	236	71, 115
Основные сведения о согласовании времён	323-328	269
Прямая и косвенная речь	324	268
Неличные формы глагола: инфинитив, причастия, герундий	311-322	132, 162, 173, 192, 193
Основные сведения о сослагательном наклонении	329	224

Модальные глаголы

Глаголы	**Значение**	**Примеры**
CAN	физическая или умственная возможность/умение	I can swim very well. – Я очень хорошо умею плавать.
	возможность	You can go now. — Ты можешь идти сейчас.You cannot play

		football in the street. – На улице нельзя играть в футбол.
	вероятность	They can arrive any time. – Они могут приехать в любой момент.
	удивление	Can he have said that? – Неужели он это сказал?
	сомнение, недоверчивость	She can't be waiting for us now. – Не может быть, чтобы она сейчас нас ждала.
	разрешение	Can we go home? — Нам можно пойти домой?
	вежливая просьба	Could you tell me what time it is now? – Не могли бы вы подсказать, который сейчас час?
MAY	разрешение	May I borrow your book? – Я могу одолжить у тебя книгу?
	предположение	She may not come. – Она, возможно, не придет.
	возможность	In the museum you may see many interesting things. – В музее вы можете увидеть много интересных вещей.
	упрек – только **MIGHT (+ perfect infinitive)**	You might have told me that. – Ты мог бы мне это сказать.
MUST	обязательство, необходимость	He must work. He must earn money. – Он должен работать. Он должен зарабатывать деньги.
	вероятность (сильная степень)	He must be sick. — Он, должно быть, заболел.
	запрет	Tourists must not feed animals in the zoo. — Туристы не должны кормить животных в зоопарке.
SHOULD OUGHT TO	моральное долженствование	You ought to be polite. – Вы должны быть любезными.
	совет	You should see a doctor. – Вам следует сходить к врачу.
	упрек, запрет	You should have taken the umbrella. – Тебе следовало взять с собой зонт.
SHALL	указ, обязанность	These rules shall apply in all circumstances. – Эти правила будут действовать при любых обстоятельствах.
	угроза	You shall suffer. — Ты будешь страдать.
	просьба об указании	Shall I open the window? – Мне открыть окно?
WILL	готовность, нежелание/отказ	The door won't open. — Дверь не открывается.
	вежливая просьба	Will you go with me? – Ты сможешь пойти со мной?
WOULD	готовность, нежелание/отказ	He would not answer this question. – Он не будет отвечать на этот вопрос.
	вежливая просьба	Would you please come with me? — Не могли бы вы пройти со мной.
	повторяющееся/привычное действие	We would talk for hours. – Мы беседовали часами.
NEED	необходимость	Do you need to work so hard? – Тебе надо столько работать?
NEEDN'T	отсутствие необходимости	She needn't go there. — Ей не нужно туда идти.
DARE	Посметь	How dare you say that? – Как ты смеешь такое говорить?

Модальные единицы эквивалентного типа		
to be able (to) = can	Возможность соверш-я конкрет-го дей-ия в опред. момент	She **was able** to change the situation then. (Она тогда была в состоянии (могла) изменить ситуацию).
to be allowed (to) = may	Возмож-ть совер-ия дей-ия в наст.-м, прош-ом или буд-ем + оттенок разрешения	My sister **is allowed to** play outdoors. (Моей сестре разрешается играть на улице).
to have (to)= ought, must, should	Необходимость совер-я дей-я в наст.-м, прош-ом или буд-ем при опред-х об-вах	They **will have to** set up in business soon. (Им вскоре придется открыть свое дело).
to be (to)= ought, must, should	Необходимость совер-я дей-я в наст.-м, прош-ом при наличии опред. планов, распис-ий и т.д.	We **are to** send Nick about his business. (Мы должны (= планируем) выпроводить Ника)

Страдательный залог (Passive Voice)

образуется при помощи вспомогательного глагола to be в соответствующем времени, лице и числе и причастия прошедшего времени смысл. глагола – Participle II (III –я форма или ed-форма).

В страдательном залоге не употребляются:

1) Непереходные глаголы, т.к. при них нет объекта, который испытывал бы воздействие, то есть нет прямых дополнений которые могли бы стать подлежащими при глаголе в форме Passive.

Переходными в англ. языке называются глаголы, после которых в действительном залоге следует прямое дополнение; в русском языке это дополнение, отвечающее на вопросы винительного падежа – кого? что?: to build строить, to see видеть, to take брать, to open открывать и т.п.

Непереходными глаголами называются такие глаголы, которые не требуют после себя прямого дополнения: to live жить, to come приходить, to fly летать, cry плакать и др.

2) Глаголы-связки: be – быть, become – становиться/стать.

3) Модальные глаголы.

4) Некоторые переходные глаголы не могут использоваться в страдательном залоге. В большинстве случаев это глаголы состояния, такие как:

to fit годиться, быть впору to have иметь to lack не хватать, недоставать to like нравиться
to resemble напоминать, быть похожим to suit годиться, подходить и др.

При изменении глагола из действительного в страдательный залог меняется вся конструкция предложения:

- дополнение предложения в Active становится подлежащим предложения в Passive;
- подлежащее предложения в Active становится предложным дополнением, которое вводится предлогом by или вовсе опускается;
- сказуемое в форме Active становится сказуемым в форме Passive.

Особенности употребления форм Passive:

1. Форма Future Continuous не употребляется в Passive, вместо нее употребляется Future Indefinite:

At ten o'clock this morning Nick will be writing the letter. –At ten o'clock this morning the letter will be written by Nick.

2. В Passive нет форм Perfect Continuous, поэтому в тех случаях, когда нужно передать в Passive действие, начавшееся до какого-то момента и продолжающееся вплоть до этого момента, употребляются формы Perfect:

He has been writing the story for three months. The story has been written by him for three months.

3. Для краткости, во избежание сложных форм, формы Indefinite (Present, Past, Future) часто употребляются вместо форм Perfect и Continuous, как в повседневной речи так и в художественной литературе. Формы Perfect и Continuous чаще употребляются в научной литературе и технический инструкциях.

This letter has been written by Bill. (Present Perfect)
This letter is written by Bill. (Present Indefinite – более употребительно)
Apples are being sold in this shop. (Present Continuous)
Apples are sold in this shop. (Present Indefinite – более употребительно)

4. Если несколько однотипных действий относятся к одному подлежащему, то вспомогательные глаголы обычно употребляются только перед первым действием, например: The new course will be sold in shops and ordered by post.

Прямой пассив (The Direct Passive)

Это конструкция, в которой подлежащее предложения в Passive соответствует прямому дополнению предложения в Active. Прямой пассив образуется от большинства переходных глаголов.

I gave him a book. Я дал ему книгу. A book was given to him. Ему дали книгу. (или Книга была дана ему)

The thief stole my watch yesterday. Вор украл мои часы вчера.
My watch was stolen yesterday. Мои часы были украдены вчера.

В английском языке имеется ряд переходных глаголов, которые соответствуют непереходным глаголам в русском языке. В английском они могут употребляться в прямом пассиве, а в русском – нет. Это:to answer отвечать кому-л.
to believe верить кому-л. to enter входить (в) to follow следовать (за) to help помогать кому-л.
to influence влиять (на) to join присоединяться to need нуждаться to watch наблюдать (за)

Так как соответствующие русские глаголы, являясь непереходными, не могут употребляться в страдательном залоге, то они переводятся на русский язык глаголами в действительном залоге:
Winter is followed by spring.

А при отсутствии дополнения с предлогом by переводятся неопределенно-личными предложениями: Your help is needed.

Косвенный пассив (The Indirect Passive)

Это конструкция, в которой подлежащее предложения в Passive соответствует косвенному дополнению предложения в Active. Она возможна только с глаголами, которые могут иметь и прямое и косвенное дополнения в действительном залоге. Прямое дополнение обычно означает предмет (что?), а косвенное – лицо (кому?).

С такими глаголами в действительном залоге можно образовать две конструкции:

а) глагол + косвенное дополнение + прямое дополнение;

б) глагол + прямое дополнение + предлог + косвенное дополнение:

а) They sent Ann an invitation.- Они послали Анне приглашение.
б) They sent an invitation to Ann. - Они послали приглашение Анне.

В страдательном залоге с ними также можно образовать две конструкции – прямой и косвенный пассив, в зависимости от того, какое дополнение становится подлежащим предложения в Passive. К этим глаголам относятся:to bring приносить
to buy покупать to give давать to invite приглашать to leave оставлять
to lend одалживать to offer предлагать to order приказывать to pay платить
to promise обещать to sell продавать to send посылать to show показывать
to teach учить to tell сказать и др.
Например: Tom gave Mary a book. Том дал Мэри книгу.
Mary was given a book. Мэри дали книгу. (косвенный пассив – более употребителен)
A book was given to Mary. Книгу дали Мэри. (прямой пассив – менее употребителен)

Выбор между прямым или косвенным пассивом зависит от смыслового акцента, вкладываемого в последние, наиболее значимые, слова фразы:
John was offered a good job. (косвенный пассив) Джону предложили хорошую работу.
The job was offered to John. (прямой пассив) Работу предложили Джону.

Глагол to ask спрашивать образует только одну пассивную конструкцию – ту, в которой подлежащим является дополнение, обозначающее лицо (косвенный пассив):
He was asked a lot of questions. Ему задали много вопросов.

Косвенный пассив невозможен с некоторыми глаголами, требующими косвенного дополнения (кому?) с предлогом to. Такое косвенное дополнение не может быть подлежащим в Passive, поэтому в страдательном залоге возможна только одна конструкция – прямой пассив, то есть вариант: Что? объяснили, предложили, повторили…Кому? Это глаголы:to address адресовать
to describe описывать to dictate диктовать to explain объяснять to mention упоминать
to propose предлагать to repeat повторять to suggest предлагать to write писать и др.

Например: The teacher explained the rule to the pupils. – Учитель объяснил правило ученикам. The rule was explained to the pupils. – Правило объяснили ученикам. (Not: The pupils was explained…)

Употребление Страдательного залога

В английском языке, как и в русском, страдательный залог употр. для того чтобы:

1. Обойтись без упоминания исполнителя действия (70% случаев употребления Passive) в тех случаях когда:

а) Исполнитель неизвестен или его не хотят упоминать:
He was killed in the war. Он был убит на войне.

б) Исполнитель не важен, а интерес представляет лишь объект воздействия и сопутствующие обстоятельства:
The window was broken last night. Окно было разбито прошлой ночью.

в) Исполнитель действия не называется, поскольку он ясен из ситуации или контекста:
The boy was operated on the next day. Мальчика оперировали на следующий день.

г) Безличные пассивные конструкции постоянно используются в научной и учебной литературе, в различных руководствах: The contents of the container should be kept in a cool dry place. Содержимое упаковки следует хранить в сухом прохладном месте.

2. Для того, чтобы специально привлечь внимание к тому, кем или чем осуществлялось действие. В этом случае существительное (одушевленное или неодушевленное.) или местоимение (в объектном падеже) вводится предлогом by после сказуемого в Passive.

В английском языке, как и в русском, смысловой акцент приходится на последнюю часть фразы. He quickly dressed. Он быстро оделся.

Поэтому, если нужно подчеркнуть исполнителя действия, то о нем следует сказать в конце предложения. Из-за строгого порядка слов английского предложения это можно осуществить лишь прибегнув к страдательному залогу. Сравните:
The flood broke the dam. (Active) Наводнение разрушило плотину. (Наводнение разрушило что? – плотину)
The dam was broken by the flood. (Passive) Плотина была разрушена наводнением. (Плотина разрушена чем? – наводнением)

Чаще всего используется, когда речь идет об авторстве:
The letter was written by my brother. Это письмо было написано моим братом.

И когда исполнитель действия является причиной последующего состояния:
The house was damaged by a storm. Дом был поврежден грозой.

Примечание: Если действие совершается с помощью какого-то предмета, то употребляется предлог with, например:
He was shot with a revolver. Он был убит из револьвера.

Перевод глаголов в форме Passive

В русском языке есть три способа выражения страдательного залога:

1. При помощи глагола "быть" и краткой формы страдательного причастия, причем в настоящем времени "быть" опускается:
I am invited to a party.
Я приглашён на вечеринку.

Иногда при переводе используется обратный порядок слов, когда русское предложение начинается со сказуемого: New technique has been developed. Была разработана новая методика.

2. Глагол в страдательном залоге переводится русским глаголом, оканчивающимся на –ся(-сь):
Bread is made from flour. Хлеб делается из муки.
Answers are given in the written form. Ответы даются в письменном виде.

3. Неопределенно-личным предложением (подлежащее в переводе отсутствует; сказуемое стоит в 3-м лице множественного числа действительного залога). Этот способ перевода возможен только при отсутствии дополнения с предлогом by (производитель действия не упомянут):

The book is much spoken about. Об этой книге много говорят.
I was told that you're ill. Мне сказали, что ты болен.

4. Если в предложении указан субъект действия, то его можно перевести личным предложением с глаголом в действительном залоге (дополнение с by при переводе становится подлежащим). Выбор того или иного способа перевода зависит от значения глагола и всего предложения в целом (от контекста):
They were invited by my friend. Их пригласил мой друг.(или Они были приглашены моим другом.)

Примечание 1: Иногда страдательный оборот можно перевести двумя или даже тремя способами, в зависимости от соответствующего русского глагола и контекста:
The experiments were made last year.
1) Опыты были проведены в прошлом году.
2) Опыты проводились в прошлом году.
3) Опыты проводили в прошлом году.

Примечание 2: При переводе нужно учитывать, что в английском языке, в отличие от русского, при изменении залога не происходит изменение падежа слова, стоящего перед глаголом (например в английском she и she, а переводим на русский - она и ей):

Примечание 3: Обороты, состоящие из местоимения it с глаголом в страдательном залоге переводятся неопределенно-личными оборотами:
It is said… Говорят… It was said… Говорили…
It is known… Известно… It was thought…Думали, полагали…
It is reported… Сообщают… It was reported…Сообщали…и т.п.

В таких оборотах it играет роль формального подлежащего и не имеет самостоятельного значения: It was expected that he would return soon. Ожидали, что он скоро вернется.

Согласование времен (Sequence of Tenses)

Если в главном предложении сказуемое выражено глаголом в одной из форм прошедшего времени, то в придаточном предложении употребление времен ограничено. Правило, которому в этом случае подчиняется употребление времен в придаточном предложении, называется согласованием времен.

Правило 1: Если глагол главного предложения имеет форму настоящего или будущего времени, то глагол придаточного предложения будет иметь любую форму, которая требуется смыслом предложения. То есть никаких изменений не произойдет, согласование времен здесь в силу не вступает.

Правило 2: Если глагол главного предложения имеет форму прошедшего времени (обычно Past Simple), то глагол придаточного предложения должен быть в форме одного из прошедших времен. То есть в данном случае время придаточного предложения изменится. Все эти изменения отражены в нижеследующей таблице:

Переход из одного времени в другое	Примеры	
Present Simple » Past Simple	He **can speak** French – Он говорит по-французски.	Boris said that he **could speak** French – Борис сказал, что он говорит по-французски.
Present Continuous » Past Continuous	They **are listening** to him – Они слушают его	I **thought** they **were listening** to him – Я думал, они слушают его.
Present Perfect » Past Perfect	Our teacher **has asked** my parents to help him – Наш учитель попросил моих родителей помочь ему.	Mary **told** me that our teacher **had asked** my parents to help him – Мария сказала мне, что наш учитель попросил моих родителей помочь ему.
Past Simple » Past Perfect	I **invited** her – Я пригласил ее.	Peter **didn't know** that I **had invited** her – Петр не знал, что я

		пригласил ее.
Past Continuous » Past Perfect Continuous	She **was crying** – Она плакала	John **said** that she **had been crying** – Джон сказал, что она плакала.
Present Perfect Continuous » Past Perfect Continuous	It **has been raining** for an hour – Дождь идет уже час.	He **said** that it **had been raining** for an hour – Он сказал, что уже час шел дождь.
Future Simple » Future in the Past	She **will show** us the map – Она покажет нам карту.	I **didn't expect** she **would show** us the map – Я не ожидал, что она покажет нам карту.

Изменение обстоятельств времени и места при согласовании времен.

Следует запомнить, что при согласовании времен изменяются также некоторые слова (обстоятельства времени и места).

this » that
these » those
here » there
now » then
yesterday » the day before
today » that day
tomorrow » the next (following) day
last week (year) » the previous week (year)
ago » before
next week (year) » the following week (year)

Перевод прямой речи в косвенную в английском языке

Для того чтобы перевести прямую речь в косвенную, нужно сделать определенные действия. Итак, чтобы передать чьи-то слова в английском языке (то есть перевести прямую речь в косвенную), мы:

1. ***Убираем кавычки и ставим слово that***

Например, у нас есть предложение:

She said, “I will buy a dress”. Она сказала: «Я куплю платье».

Чтобы передать кому-то эти слова, так же как и в русском, мы убираем кавычки и ставим слово that – «что».

She said that ….. Она сказала, что….

2. ***Меняем действующее лицо***

В прямой речи обычно человек говорит от своего лица. Но в косвенной речи мы не может говорить от лица этого человека. Поэтому мы меняем «я» на другое действующее лицо. Вернемся к нашему предложению:

She said, “I will buy a dress”. Она сказала: «Я куплю платье».

Так как мы передаем слова девушки, вместо «я» ставим «она»:

She said that she ….. Она сказала, что она….

3. Согласовываем время

В английском языке мы не можем использовать в одном предложении прошедшее время с настоящим или будущим. Поэтому, если мы говорим «сказал» (то есть используем прошедшее время), то следующую часть предложения нужно согласовать с этим прошедшем временем. Возьмем наше предложение:

She said, “I will buy a dress”. Она сказала: «Я куплю платье».

Чтобы согласовать первую и вторую части предложения, меняем will на would. *см. таблицу выше.*

She said that she would buy a dress. Она сказала, что она купит платье.

4. Меняем некоторые слова

В некоторых случаях мы должны согласовать не только времена, но и отдельные слова. Что это за слова? Давайте рассмотрим небольшой пример.

She said, “I am driving now”. Она сказала: «Я за рулем сейчас».

То есть она в данный момент за рулем. Однако, когда мы будем передавать ее слова, мы будем говорить не про данный момент (тот, когда мы говорим сейчас), а про момент времени в прошлом (тот, когда она была за рулем). Поэтому мы меняем now (сейчас) на then (тогда) *см. таблицу выше.*

She said that she was driving then. Она сказала, что она была за рулем тогда.

Вопросы в косвенной речи в английском языке

Вопросы в косвенной речи, по сути, не являются вопросами, так как порядок слов в них такой же, как в утвердительном предложении. Мы не используем вспомогательные глаголы (do, does, did) в таких предложениях.

He asked, “Do you like this cafe?” Он спросил: «Тебе нравится это кафе?»

Чтобы задать вопрос в косвенной речи, мы убираем кавычки и ставим if, которые переводятся как «ли». Согласование времен происходит так же, как и в обычных предложениях. Наше предложение будет выглядеть так:

He asked if I liked that cafe. Он спросил, нравится ли мне то кафе.

Давайте рассмотрим еще один пример:

She said, “Will he call back?” Она сказала: «Он перезвонит?»

She said if he would call back. Она сказала, перезвонит ли он.

Специальные вопросы в косвенной речи

Специальные вопросы задаются со следующими вопросительными словами: what – что when – когда how – как why - почему where – где which – который

При переводе таких вопросов в косвенную речь мы оставляем прямой порядок слов (как в утвердительных предложениях), а на место if ставим вопросительное слово.

Например, у нас есть вопрос в прямой речи:

She said, “When will you come?”. Она сказала: «Когда ты придешь?»

В косвенной речи такой вопрос будет выглядеть так:

She said when I would come. Она сказала, когда я приду.

He asked, “Where does she work?” Он спросил: «Где она работает?»

He asked where she worked. Он спросил, где она работает.

Инфинитив. The Infinitive

Инфинитив - это неличная глагольная форма, которая только называет действие и выполняет функции как глагола, так и существительного. Инфинитив отвечает на вопрос что делать?, что сделать?

Формальным признаком инфинитива является частица **to**, которая стоит перед ним, хотя в некоторых случаях она опускается. Отрицательная форма инфинитива образуется при помощи частицы not, которая ставится перед ним: It was difficult not to speak. *Было трудно не говорить.*

Формы инфинитива

	Active Voice	Passive Voice
Simple	to write	to be written
Continuous	to be writing	
Perfect	to have written	to have been written
Perfect Continuous	to have been writing	

Глаголы, после которых используется инфинитив:

to agree - соглашаться
to arrange - договариваться
to ask – (по)просить
to begin – начинать
to continue – продолжать

to decide – решать
to demand - требовать
to desire – желать
to expect – надеяться
to fail – не суметь
to forget – забывать
to hate - ненавидеть
to hesitate – не решаться
to hope - надеяться
to intend – намереваться
to like – любить, нравиться
to love – любить, желать
to manage - удаваться
to mean - намереваться
to prefer - предпочитать
to promise - обещать
to remember – помнить
to seem - казаться
to try – стараться, пытаться
to want – хотеть
Например:
He asked to change the ticket. *Он попросил поменять билет.*
She began to talk. *Она начала говорить.*

Значение разных форм инфинитива в таблице

Формы инфинитива	**Чему я рад?**	
Simple	I am glad **to speak** to you.	Рад поговорить с вами. (Всегда радуюсь, когда говорю с вами).
Continuous	I am glad **to be speaking** to you.	Рад, что сейчас разговариваю с вами.
Perfect	I am glad **to have spoken** to you.	Рад, что поговорил с вами.
Perfect Continuous	I am glad **to have been speaking** to you.	Рад, что уже давно (все это время) разговариваю с вами.
Simple Passive	I am (always) glad **to be told** the news.	Всегда рад, когда мне рассказывают новости.
Perfect Passive	I am glad **to have been told** the news.	Рад, что мне рассказали новости.

Причастие. Participle

В английском языке причастие — это неличная форма глагола, которая сочетает в себе признаки глагола, прилагательного и наречия.

Формы причастия

		Active (Активный залог)	Passive (Пассивный залог)
Participle I (Present Participle)	Simple	**writing**	**being written**
	Perfect	**having written**	**having been written**
Participle II (Past Participle)			**written**

Отрицательные формы причастия образуются с помощью частицы **not**, которая ставится перед причастием: not asking — не спрашивая,not broken — не разбитый.

Как переводить разные формы причастия на русский язык

Формы причастия	причастием	деепричастием
reading	читающий	читая

having read		прочитав
being read	читаемый	будучи читаемым
having been read		будучи прочитанным
read	прочитанный	
building	строящий	строя
having built		построив
being built	строящийся	будучи строящимся
having been built		будучи построенным
built	построенный	

Герундий. Gerund

Герундий — это неличная форма глагола, которая выражает название действия и сочетает в себе признаки глагола и существительного. Соответственно, на русский язык герундий обычно переводится существительным или глаголом (чаще неопределенной формой глагола). Формы, подобной английскому герундию, в русском языке нет.

My favourite occupation is reading. *Мое любимое занятие — чтение.*

Формы герундия

	Active (Активный залог)	Passive (Пассивный залог)
Simple	**writing**	**being written**
Perfect	**having written**	**having been written**

Запомните глаголы, после которых употребляется только герундий!

admit (признавать), advise (советовать), avoid (избегать),
burst out (разразиться), delay (задерживать), deny (отрицать),
dislike (не нравиться), enjoy (получать удовольствие), escape (вырваться, избавиться),
finish (закончить), forgive (прощать), give up (отказываться, бросать),
keep on (продолжать), mention (упоминать), mind (возражать - только в “?”и “-“),
miss (скучать), put off (отложить), postpone (откладывать),
recommend (рекомендовать), suggest (предлагать), understand (понимать).

Герундий после глаголов с предлогами

accuse of (обвинять в), agree to (соглашаться с), blame for (винить за),
complain of (жаловаться на), consist in (заключаться в), count on /upon (рассчитывать на),
congratulate on (поздравлять с), depend on (зависеть от), dream of (мечтать о),
feel like (хотеть, собираться), hear of (слышать о), insist on (настаивать на),
keep from (удерживать(ся) от), look forward to (с нетерпением ждать, предвкушать),
look like (выглядеть как), object to (возражать против),
persist in (упорно продолжать), praise for (хвалить за), prevent from (предотвращать от),
rely on (полагаться на), result in (приводить к), speak of, succeed in (преуспевать в),
suspect of (подозревать в), thank for (благодарить за), think of (думать о)

He has always dreamt of visiting other countries. — *Он всегда мечтал о том, чтобы побывать в других странах.*

to be + прилагательное / причастие + герундий

be afraid of (бояться чего-либо), be ashamed of (стыдиться чего-либо),
be engaged in (быть занятым чем-либо), be fond of (любить что-либо, увлекаться чем-либо),
be good at (быть способным к), be interested in (интересоваться чем-либо),
be pleased at (быть довольным), be proud of (гордиться чем-либо),
be responsible for (быть ответственным за), be sorry for (сожалеть о чем-либо),
be surprised at (удивляться чему-либо), be tired of (уставать от чего-либо),
be used to (привыкать к).

I’m tired of waiting. — *Я устал ждать.*

Основные сведения о сослагательном наклонении

Conditionals are clauses introduced with if. There are three types of conditional clause: Type 1, Type 2 and Type 3. There is also another common type, Type 0.

Type 0 Conditionals: They are used to express something which is always true. We can use when (whenever) instead of it. *If/When the sun shines, snow melts.*

Type 1 Conditionals: They are used to express real or very probable situations in the present or future. *If he doesn't study hard, he won't pass his exam.*

Type 2 Conditionals: They are used to express imaginary situations which are contrary to facts in the present and, therefore, are unlikely to happen in the present or future. *Bob is daydreaming. If I won the lottery, I would buy an expensive car and I would go on holiday to a tropical island next summer.*

Type 3 Conditionals: They are used to express imaginary situations which are contrary to facts in the past. They are also used to express regrets or criticism. *John got up late, so he missed the bus. If John hadn't got up late, he wouldn't have missed the bus.*

	If-clause (hypothesis)	Main clause (result)	Use
Type 0 general truth	if + present simple	present simple	something which is always true
	If the temperature falls below 0 °C, water turns into ice.		
Type 1 real present	if + present simple, present continuous, present perfect or present perfect continuous	future/imperative can/may/might/must/should/ could + bare infinitive	real - likely to happen in the present or future
	If he doesn't pay the fine, he will go to prison. If you need help, come and see me. If you have finished your work, we can have a break. If you're ever in the area, you should come and visit us.		
Type 2 unreal present	if + past simple or past continuous	would/could/might + bare infinitive	imaginary situation contrary to facts in the present; also used to give advice
	If I had time, I would take up a sport. (but I don't have time - untrue in the present) If I were you, I would talk to my parents about it. (giving advice)		
Type 3 unreal past	if + past perfect or past perfect continuous	would/could/might + have + past participle	imaginary situation contrary to facts in the past; also used to express regrets or criticism
	If she had studied harder, she would have passed the test. If he hadn't been acting so foolishly, he wouldn't have been punished.		

Conditional clauses consist of two parts: the if -clause (hypothesis) and the main clause (result). When the if - clause comes before the main clause, the two clauses are separated with a comma. When the main clause comes before the if - clause, then no comma is necessary.

e.g. a) If I see Tim, I'll give him his book.

b) I'll give Tim his book if I see him.

We do not normally use will, would or should in an if - clause. However, we can use will or would after if to make a polite request or express insistence or uncertainty (usually with expressions such as / don't know, I doubt, I wonder, etc.).

We can use should after if to talk about something which is possible, but not very likely to happen.

e.g. a) If the weather is fine tomorrow, will go camping. (NOT: If the weather will be fine...)

b) If you will fill in this form, I'll process your application. (Will you please fill in... - polite request)

c) If you will not stop shouting, you'll have to leave. (If you insist on shouting... - insistence)

d) I don't know if he will pass his exams, (uncertainty)

e) If Tom should call, tell him I'll be late. (We do not think that Tom is very likely to call.)

We can use unless instead of if... not in the if -clause of Type 1 conditionals. The verb is always in the affirmative after unless.

e.g. Unless you leave now, you'll miss the bus. (If you don't leave now, you'll miss the bus.) (NOT: Unless you don't leave now, ...)

We can use were instead of was for all persons in the if - clause of Type 2 conditionals.

e.g. If Rick was/were here, we could have a party.

We use If I were you ... when we want to give advice.

e.g. If I were you, I wouldn't complain about it.

The following expressions can be used instead of if: provided/providing that, as long as, suppose/supposing, etc.

e.g. a) You can see Mr. Carter provided you have an appointment. (If you have an appointment...)

b) We will all have dinner together providing Mary comes on time. (... if Mary comes ...)

c) Suppose/Supposing the boss came now, …

We can omit if in the if - clause. When if is omitted, should (Type 1), were (Type 2), had (Type 3) and the subject are inverted.

e.g. a) Should Peter come, tell him to wait. (If Peter should come,...)

b) Were I you, I wouldn't trust him. (If I were you, ...)

c) Had he known, he would have called. (If he had known, ...)

2. Чтение и перевод учебных текстов (по 2 текста на тему)

№1

Запомните слова и выражения, необходимые для понимания текста:

appear - v появляться; казаться; *ant* **disappear** - исчезать

bed - *n* пласт, слой, подстилающие породы; *syn* **layer, seam; bedded** - *a* пластовый

call for - v требовать; *syn* **demand, require**

carry out - v проводить *(исследование, эксперимент);* выполнять *(план);* завершать; *syn* **conduct, make**

colliery - каменноугольная шахта

concentration (dressing) plant - обогатительная фабрика, обогатительная установка

department - *n* отделение, факультет, кафедра; *syn* **faculty**

direct - v руководить; направлять; управлять; *a* прямой, точный; **directly** - *adv* прямо, непосредственно

education - *n* образование; просвещение; **get an education** получать образование

establish - v основывать, создавать, учреждать; *syn* **found, set up**

ferrous metals - чёрные металлы **(non-ferrous metals** цветные металлы)

iron - *n* железо; **pig iron** чугун; **cast iron** чугун, чугунная отливка

open-cast mines - открытые разработки

ore - *n* руда; **iron ore** - железная руда; **ore mining** – разработка рудных месторождений

process - v обрабатывать; *syn* **work, treat; processing** - n обработка; разделение минералов

rapid - *a* быстрый

research - *n* научное исследование

technique - *n* техника, способ, метод, технический прием; **mining technique** - горная техника, методы ведения горных работ

train - v обучать, готовить *(к чему-л.);* **training** - обучение; подготовка

to be in need of - нуждаться в

to take part in - участвовать в

Прочитайте и переведите текст, выполните упражнения на проверку понимания прочитанного:

TEXT 1: The First Mining School in Russia

The Moscow Mining Academy was established in 1918. The main task of the Academy was to train mining engineers and technicians, to popularize technological achievements among miners, to work on important problems of mining and metallurgical engineering arid to direct scientific research.

There were three departments in the Academy: mining, geological prospecting and metallurgy. The Moscow Mining Academy introduced a new course in coal mining mechanization which provided the basis for the development of mining engineering. The two scientists A.M. Terpigorev and M.M. Protodyakonov wrote the first textbook on machinery for mining bedded deposits.

Much credit for the establishment of the Moscow Mining Academy and the development of co-operation among outstanding scientists and educators is due to Academician I.M. Gubkin, a prominent geologist and oil expert.

In 1925 the Moscow Mining Academy was one of the best-known educational institutions in Russia. It had well-equipped laboratories, demonstration rooms and a library which had many volumes of Russian and foreign scientific books and journals.

The Academy established close contacts with the coal and ore mining industries. The scientists carried out scientific research and worked on important mining problems.

The rapid growth of the mining industry called for the training of more highly-qualified specialists and the establishment of new educational institutions.

New collieries and open-cast mines, concentration plants, metallurgical works and metal-working factories for processing non-ferrous and ferrous metals appeared in the country. The people took an active part in the construction of new industrial enterprises.

The Academy alone could not cope with the problem of training specialists. In 1930 the Moscow Mining Academy was transformed into six independent institutes. Among the new colleges which grew out of the Academy's departments were the Moscow Mining Institute and the Moscow Institute of Geological Prospecting. Later, the scientific research Institute of Mining appeared near Moscow.

1. Укажите, какие предложения соответствуют содержанию текста. Подтвердите свои ответы фактами из текста.

1. There were four departments in the Academy.
2. The Academy introduced a new course in coal mining mechanization.
3. In 1925 the Academy had only several well-equipped laboratories, demonstration rooms and a library which had many volumes of books.
4. The Academy established close contacts with the coal industry.
5. In 1930 the Academy was transformed into six independent institutes.
6. The Moscow Mining Institute and the Moscow Institute of Geological Prospecting were among the new colleges which grew out of the Academy's departments.

2. Ответьте на следующие вопросы:

1. What was the main task of the Academy?
2. What new course did the Academy introduce?
3. Were there three or four departments at the Academy?
4. What industries did the Academy establish contacts with?
5. Who wrote the first textbook on machinery' for mining bedded deposits?
6. Why was the Academy transformed into six independent institutes?
7. Why was the Academy transformed?

3. Переведите следующие сочетания слов.

а) обогатительная фабрика
б) подготовка горных инженеров
в) разведка нефти
г) обработка цветных металлов

д) техническое образование
е) новый (учебный) курс по
ж) принимать активное участие
з) проводить исследования
и) направлять научную деятельность
к) горное оборудование
л) пластовые месторождения

№2

Запомните слова и выражения, необходимые для понимания текста:

change - v изменяться, менять(ся); *syn.* **transform, alter;** *n* изменение, перемена; превращение

determine - v определить, устанавливать

engineering - *n* техника; технология; машиностроение**;** *syn.* **technics, technology, technique; machinery**

composition - *n* структура, состав

connect - v соединяться; *syn* **combine, link**

enterprise - *n* предприятие; предприимчивость

deal (dealt) v **(with) -** иметь дело с; рассматривать

environment - *n* окружающая обстановка**,** среда

demand - *n* спрос

field - *n* область, сфера деятельности; поле, участок, месторождение; бассейн; *syn* **basin, branch**

design - *n* проект; план, чертеж; конструкция; v проектировать, планировать; конструировать

graduate - v окончить (высшее учебное заведение), *амер.* окончить любое учебное заведение; *n* лицо, окончившее высшее учебное заведение; **undergraduate (student) -** студент последнего курса; **postgraduate (student) -** аспирант; **graduation paper -** дипломная работа

hardware - *n* аппаратура, (аппаратное) оборудование, аппаратные средства; техническое обеспечение

hydraulic - *a* гидравлический, гидротехнический

introduction - *n* введение, вступление

management - *n* управление, заведование; *syn.* **administration; direction**

offer - *v* предлагать *(помощь, работу);* предоставлять; *n* предложение

property - *n* свойство

protection - *n* защита, охрана

range - *n* область, сфера; предел; диапазон; радиус действия; ряд; серия

recreation - *n* отдых, восстановление сил; развлечение

reveal - v показывать, обнаруживать

rock - *n* горная порода

shape - *n* форма

software - *n* программное обеспечение; программные средства

skill - *n* мастерство; умение; **skilled -** *a* квалифицированный; опытный; умелый

survey - *n* съемка, маркшейдерская съемка; v производить маркшейдерскую или топографическую съемку, производить изыскания; *n* **surveying** съемка, маркшейдерские работы

value - *n* ценность, стоимость; величина; v ценить, оценивать; **valuable** *a* ценный

workshop - *n* мастерская, цех; семинар

to be of importance - иметь значение

to give an opportunity of - дать возможность

to meet the requirements - удовлетворять требованиям (потребности)

Прочитайте и переведите текст, выполните упражнения на проверку понимания прочитанного:

TEXT 2: Mining and Geological Higher Education in Russia

In Russia young people get mining education at special institutes which train geologists and mining engineers for coal and ore mining. The total number of students of an institute includes full-time students, part-time students and postgraduate students.

Russian higher educational establishments offer different specializations for the students. Thus, at the geological institutes, the students specialize in geology, the science which deals with different problems connected with the Earth, its history, the study of rocks, their physical and chemical properties. One of the main tasks of geology is to prospect, discover and study the deposits of useful minerals.

Geology is both a theoretical and an applied science. Mining geology is of great importance to the mining engineer. As a rule, mining geology includes economic geology.

The outstanding Russian geologist V.A. Obruchev says that geology is the science of the Earth which reveals to us how the Earth took shape, its composition and its changes. Geology helps prospect for ores, coal, oil, salt and other useful minerals.

Higher mining schools (universities, academies, institutes and colleges) develop a wide range of courses and programmes that meet the requirements of the society .They offer courses in mining technology, machinery and transport, hydraulic engineering, electrical engineering, industrial electronics, automation, surveying, geodesy, information technology, etc.

The main trend in the development of higher mining education is the introduction of courses in environmental protection, management (environmental human resources), economics and management of mining enterprises, marketing studies, computer-aided design (CAD) and others.

Computer science is also of great importance. The course aims at providing students with understanding how software and hardware technology helps solving problems.

Laboratory work is an important part in training specialists. Experiments in laboratories and workshops will help students to develop their practical skills. They have a short period of field work to gain working experience.

The students go through practical training at mines, plants and other industrial enterprises.. They become familiar with all stages of production and every job from worker to engineer. Here they get practical knowledge and experience necessary for their diploma (graduation) papers.

A lot of students belong to students' scientific groups. They take part in the research projects which their departments usually conduct. Postgraduates carry out research in different fields of science and engineering.

Sport centres give the students opportunities to play different sports such as tennis, football, basketball, volleyball, swimming, ' skiing, water polo, boxing, wrestling and others.

Students graduate from mining and geological higher schools as mining engineers, mining mechanical engineers, ecologists, mining electrical engineers, geologists, economists and managers for mining industry.

1. Переведите следующие сочетания слов.

а) широкий круг проблем
б) денные месторождения полезных ископаемых
в) горный инженер-механик
г) вести научно-исследовательскую работу
д) принимать форму
е) техническое и программное обеспечение
ж) студенты (последнего курса)
з) дипломная работа
и) физические и химические свойства
к) месторождение полезных ископаемых

1. оканчивать институт
2. поступать в университет
3. получать образование

4. готовить геологов и горних инженеров
5. высшие горные учебные заведения
6. приобретать опыт
7. студенческие научные общества
8. заниматься различными видами спорта

№3

Запомните слова и выражения, необходимые для понимания текста:

accurate - *a* точный, правильный; **accuracy** - *n* точность

archive - *n* архив

attend - v посещать *(лекции, практические занятия, собрания)*

comprehensive - *a* всесторонний, исчерпывающий

concern - v касаться, относиться; иметь отношение к чему-л.; *n* дело, отношение; важность; **concerning** *prep* относительно, касательно

consider - v рассматривать; считать; **considerable** - значительный, важный; **consideration** - *n* рассмотрение; обсуждение

draw (drew, **drawn**) - v *зд,* чертить, рисовать; **draw the conclusion** делать вывод; *syn* **come to the conclusion**

employ - v применять, использовать; предоставлять *(работу); syn* **use, utilize, apply; employment** - *n* служба; занятие; применение, использование

familiarize - v знакомить; осваивать

fundamental - *n pl* основы *(наук)*

levelling - *n* нивелирование, сглаживание *(различий);* выравнивание

number - *n* число, количество, большое количество; *(порядковый)* номер, ряд

observe - v наблюдать, следить *(за чём-л.),* соблюдать *(правило, обычаи)*

obtain - v получать; достигать; добывать; *syn* **get, receive**

present - v преподносить, дарить; подавать, представлять; **presentation** - *n* изложение; предъявление

proximity - *n* близость, соседство; **in proximity to** поблизости, вблизи от *(чего-л.)*

require - v требовать; *syn* **call for; demand; meet the requirements** удовлетворять требованиям

traversing - *n* горизонтальная съемка

to keep in close touch with - поддерживать связь с

to touch upon (on) затрагивать, касаться вкратце *(вопроса)*

Прочитайте и переведите текст, выполните упражнения на проверку понимания прочитанного:

TEXT 3: Mining Education in Great Britain

In Great Britain the students get mining education at special colleges and at mining departments of universities.

For example, the Mining Department at the University of Nottingham ranks as one of the foremost teaching and research mining schools in Great Britain. The students come to the University from all parts of the country and from abroad. The close proximity of Nottingham to mines extracting coal and different metals makes it possible for the University to keep in close touch with new achievements in mining.

The aim of training at the University is to give the student an understanding of applied science based on lectures, tutorial system, laboratory work and design classes. The laboratory work trains the student in accurate recording of observations, drawing of logical conclusions and presentation of scientific reports. Besides, it gives the student an understanding of experimental methods and familiarizes him (or her) with the characteristics of engineering materials, equipment and machines.

At Nottingham there are two types of laboratories, general and Specialized. General laboratories deal with the fundamentals of engineering science and specialized ones1 study the more specialized problems in different branches of engineering.

During the final two years of his course the student gets a comprehensive training in surveying. Practical work both in the field and in drawing classes forms an important part of this course. Besides, the students have practical work in survey camps during two weeks. The equipment available for carrying out traversing, levelling, tacheometric and astronomical surveying is of the latest design.

The practical and laboratory work throughout the three or four years of study forms a very important part of the course, so the students obtain the required standard in their laboratory course work before they graduate.

British educational system is fee-paying. The annual fee includes registration, tuition, examination, graduation and, in the case of full-time students, membership of the Union of Students.

Students from all over the world (nearly 100 countries) study at the University of Nottingham. For many years the University has had a thriving community of international students.

The University pays much attention to learning foreign languages. For individual study there is a 16-place self-access tape library with a tape archive of 3,000 tapes in 30 languages. There are also 16 video work stations where the students play back video tapes or watch TV broadcasts in a variety of languages.

1. Определите, какие предложения соответствуют содержанию текста. Подтвердите свои ответы фактами из текста.

1. In Great Britain the students can get mining education only at special colleges.
2. The training at universities is based on tutorial system.
3. The laboratory work familiarizes the student with modern equipment.
4. There are three types of laboratories at the University of Nottingham.
5. When the students study surveying, they have practical work both in the field and in drawing classes.
6. The students from abroad don't study at Nottingham.

2. Ответьте на следующие вопросы:

1. Where can one get mining education in Great Britain?
2. Is the Mining Department at the University of Nottingham one of the foremost research mining schools in Great Britain?
3. What makes it possible for the University to keep in close touch with the, achievements in mining?
4. What are the students supposed to do in the laboratories?
5. Will the students have practical work in survey camps or in the laboratories?
6. What do the students use surveying equipment for?
7. What can you say about studying foreign languages at the University?

№4

Запомните слова и выражения, необходимые для понимания текста:

advance - *n* прогресс, успех; продвижение вперед; v делать успехи, развиваться, продвигаться вперед; **advanced courses** курсы по расширенной программе

authority - *n* администрация; начальство

differ - v (from) отличаться (от); **difference** *n* различие; разница; **different** *a* различный; *syn* **various**

excavate - v добывать *(уголь);* вырабатывать полезное ископаемое открытым способом; вынимать *(грунт);* **excavation** - *n* открытая разработка карьером; разрез, карьер; **surface excavation** открытая разработка; *syn* **open-cast (opencast)**

experience - *n* жизненный опыт; опыт работы; стаж

found - v основывать**; *syn* establish, set up; foundation** - *n* основание; учреждение; основа; **lay the foundation** положить начало чему-л , заложить основу чего-л.

manage - v управлять, заведовать, справляться, уметь обращаться; **management** - *n* управление, заведование; правление, дирекция; **management studies** - наука об управлении

mean (meant) - *v* значить, иметь значение, подразумевать; намереваться, иметь в виду; **means** - *n, pl* средства, **meaning** - *n* значение, **by means of** посредством (чего-л)

metalliferous – *a* содержащий металл, рудоносный

preliminary - *a* предварительный**; preliminary course** подготовительные курсы

realize - v представлять, себе; понимать *(во всех деталях); **syn*** **understand**

recognize - *v* признавать; узнавать

work out -v разрабатывать *(план);* решать задачу

Прочитайте и переведите текст, выполните упражнения на проверку понимания прочитанного:

TEXT 4: Mining Education in Great Britain (continued)

At present in Great Britain there are a number of universities and colleges which give instruction in mechanical engineering, mining, metallurgy, etc. These institutions provide full-time and part-time education. It should be noted that technical colleges confer diplomas' on college graduates.

A university graduate leaves with the degree of Bachelor of Arts or Bachelor of Science, which is an academic qualification awarded by universities.

For example, the University in Cardiff has become one of the largest in Wales. It is one of the four colleges which together with the Welsh National School of Medicine form the University of Wales. There is the Mining Engineering Department in the University of Wales. The Department deals with the whole range of extractive industries such as coal and metalliferous mining, quarrying and oil technology.

After graduating from the college a student can be recommended for entry to the university by a college authority and he can apply for admission to the university.

At the Mining Department students may take several courses such as geology, mining engineering, mine surveying, quarrying, management studies and others. It has become a tradition that the courses are based on an intensive tutorial system. It means that students are allotted to members of the teaching staff for individual tuition separately in mining, in quarrying and in mine surveying. The system is founded on that of the older universities of Great Britain.

At the Department of Mining Engineering of the Newcastle University mining has now become a technically advanced profession. The Department of Mining Engineering trains industrially experienced engineers through various advanced courses in rock mechanics and surface excavation. For many years the Mining Engineering Department at Newcastle has recognized the need for highly-qualified engineers and realized that the courses in rock mechanics and surface excavation are of great importance for mining engineers.

At the University a student studies for three or four years. The organization of the academic year is based on a three-term system which usually runs from about the beginning of October to the middle of December, from the middle of January to the end of March and from the middle of April to the end of June or the beginning of July.

Students course is designed on a modular basis. Modules are self-contained 'units' of study, which are taught and assessed independently of each other. When a student passes a module, he (she) gains a credit. All modules carry a number of credits. At the end of the term, the number of credits a student gets, determines the award he (she) receives. Each module is continuously assessed by coursework and/or end-of-term examinations.

Admission to the British universities is by examination and selection. The minimum age for admission to the four-year course is normally 18 years. Departments usually interview all the candidates. The aim of the interview is to select better candidates.

Just over half of all university students live in colleges, halls of residence, or other accommodation provided by their university, another third lives in lodgings or privately rented accommodation; and the rest live at home.

1. Определите, какие предложения соответствуют содержанию текста. Подтвердите свои ответы фактами из текста.

1. At present there are about a hundred technical institutions in Great Britain.
2. It should be noted that British colleges confer degrees.
3. As a rule a college authority recommends the graduates for entry to the university.
4. At the Mining Engineering Department of the University of Wales the students study only metalliferous mining.
5. At the Mining Engineering Department the courses are based on an intensive tutorial system.
6. The Mining Engineering Department at the Newcastle University has recognized the importance of teaching rock mechanics and surface excavation (open-cast mining).

2. Ответьте на следующие вопросы:

1. Are there many technical institutions in Great Britain?
2. What is the difference between colleges and universities?
3. Is the Mining Engineering Department the only one in the University of Wales?
4. Does the Mining Engineering Department deal only with metalliferous mining?
5. Can a student enter the university after he has graduated from the college?
6. What courses are of special importance for mining engineers?
7. What do you know about the organization of the academic year at British universities?
8. When do the students take their examinations?

3. Переведите следующие сочетания слов.

а) курсы по расширенной программе
б) рудоносные отложения
в) средства производства
г) горный факультет
д) открытые горные работы
е) опытный инженер
ж) администрация колледжа
з) поощрять студентов
и) отвечать требованиям университета
к) наука об управлении

1. зависеть от условий
2. значить, означать
3. признать необходимость (чего-л.)
4. ежегодная производительность (шахты)
5. начальник шахты
6. добывающая промышленность
7. представлять особую важность
8. механика горных пород
9. единственный карьер
10. основывать факультет (школу, систему и т.д.)

№5

Запомните слова и выражения, необходимые для понимания текста:

abyssal - *a* абиссальный, глубинный; **hypabissal** - *a* гипабиссальный
adjacent - *a* смежный, примыкающий
ash - *n* зола
belt - *n* пояс; лента; ремень
body - *n* тело, вещество; **solid (liquid, gaseous) bodies** твердые (жидкие, газообразные) вещества; породная масса; массив; месторождение; пласты
common - *a* обычный; общий; *syn* **general;** *ant* **uncommon**
cool - v охлаждать(ся); остывать; прохладный; *ant* **heat** нагревать(ся)

dimension - *n* измерение; *pl* размеры; величина; *syn* **measurement, size**
dust - *n* пыль
dyke – *n* дайка
extrusion - *n* вытеснение; выталкивание; *ant* **intrusion** вторжение; *геол.* интрузия *(внедрение в породу изверженной массы)*
fine - *a* тонкий, мелкий; мелкозернистый; высококачественный; тонкий; прекрасный, ясный (о *погоде);* изящный; **fine-graded (fine-grained)** мелкозернистый, тонкозернистый; **fines** - *n pl* мелочь; мелкий уголь
flow - v течь; литься; *n* течение; поток; **flow of lava** поток лавы
fragmentary - *a* обломочный, пластический
glass - *n* стекло; **glassy** - *a* гладкий, зеркальный; стеклянный
gold - *n* золото
inclined - *a* наклонный
mica - *n* слюда
permit - *v* позволять, разрешать; *syn* **allow, let; make possible**
probably - *adv* вероятно; *syn* **perhaps, maybe**
shallow - *a* мелкий; поверхностный; *ant* **deep** глубокий
sill - *n* силь, пластовая интрузия
stock - *n* шток, небольшой батолит
vein - *n* жила, прожилок, пропласток

Прочитайте и переведите текст, выполните упражнения на проверку понимания прочитанного:

TEXT 5: Igneous Rocks

Igneous rocks have crystallized from solidified magma.

Igneous rocks can be classified in a number of ways and one of (hem is based on mode of occurrence. They occur either as intrusive (below the surface) bodies or as extrusive masses solidified at the Earth's surface. The terms "intrusive" and "extrusive" refer to the place where rocks solidified.

The grain size of igneous rocks depends on their occurrence. The intrusive rocks generally cool more slowly than the extrusive rocks and crystallize to a larger grain size. The coarser-grained intrusive rocks with grain size of more than 0.5 mm called plutonic or abyssal are referred to as intrusive igneous rocks because they are intruded into older pre-existing rocks. Extrusive or volcanic rocks have even finer grains, less than 0.05 mm and are glassy.

Exposed igneous rocks are most numerous in mountain zones for two reasons. First, the mountain belts have been zones of major deformation. Second, uplifts in mountain belts have permitted plutonic masses to be formed.

The largest bodies of igneous rocks are called batholiths. Batholiths cooled very slowly. This slow cooling permitted large mineral grains to form. It is not surprising that batholiths are composed mainly of granitic rocks with large crystals called plutons. As is known, granites and diorites belong to the group of intrusive or plutonic rocks formed by solidification of igneous mass under the Earth's crust. Granites sometimes form smaller masses called stocks, when the occurrence has an irregular shape but smaller dimensions than the batholiths.

Laccoliths and sills, which are very similar, are intruded between sedimentary rocks. Sills are thin and they may be horizontal, inclined or vertical. Laccoliths are thicker bodies and in some cases they form mountains.

Dykes are also intrusive bodies. They range in thickness from a few inches to several thousand feet. Dykes are generally much longer than they are wide. Most dykes occupy cracks and have straight parallel walls. These bodies cool much more rapidly and are commonly fine-grained. For example, granite may occur in dykes that cut older rocks.

Pegmatites (quartz, orthoclase and mica) also belong to the group of plutonic or intrusive rocks. They occur in numerous veins which usually cut through other plutonites, most often granite, or adjacent rocks.

Extrusive igneous rocks have been formed from lava flows which come from fissures to the surface and form fields of volcanic rocks such as rhyolite, andesite, basalt, as well as volcanic ashes and dust, tuff, etc. As a rule, these rocks of volcanic origin cool rapidly and are fine-grained. It is interesting to note that basalt is the most abundant of all lavatypes. It is the principal rock type of the ocean floor.

Igneous rocks are rich in minerals that are important economically or have great scientific value. Igneous rocks and their veins are rich in iron, gold, zinc, nickel and other ferrous metals.

1). Укажите, какие предложения соответствуют содержанию текста. Подтвердите свои ответы фактами из текста.

1. Igneous rocks have been formed by sedimentation.
2. Intrusive rocks have been formed by the cooling of rocks of the Earth's crust.
3. Extrusive rocks have been formed the same way.
4. The grain size of igneous rocks depends on mode of occurrence.
5. Exposed igneous rocks are numerous in mountain zones.
6. Granites and diorites belong to the group of extrusive rocks.
7. As a rule, granite may occur in dykes.
8. Pegmatites do not belong to the group of plutonic or intrusive rocks.

2). Ответьте на вопросы:

1. Have igneous rocks crystallized from magma or have they been formed by sedimentation?
2. Which types of igneous rocks do you know?
3. What does the grain size of igneous rocks depend on?
4. Can you give an example of intrusive or plutonic rocks?
5. Are diorites intrusive or extrusive formations?
6. What do you know about batholiths?
7. Do pegmatites belong to the group of plutonic or volcanic rocks?
8. How do pegmatites occur?
9. What minerals are igneous rocks rich in?

3. а) Найдите в правой колонке русские эквиваленты следующих слов в сочетаний слов:

1.	adjacent layers	а) способ залегания
2.	abyssal rocks	б) крупнозернистый
3.	dimensions of crystals	в) зоны крупных нарушений
4.	valuable minerals	г) абиссальные (глубинные) породы
5.	shape and size of grains	д) смежные пласты (слои)
6.	mode of occurrence	е) размеры кристаллов
7.	coarse-grained	ж) взбросы
8.	uplifts	з) форма и размер зерен
9.	zones of major deformation	и) ценные минералы

б) Найдите в правой колонке английские эквиваленты следующих сочетаний слов:

1.	затвердевшие массы	а) irregular shape
2.	обломочные породы	б) at a certain depth
3.	медленно остывать	в) economically important
4.	мелкозернистый	г) solidified masses
5.	многочисленные трещины	д) scientific value
6.	неправильная форма	е) to cool slowly
7.	на определенной глубине	ж) existing types of rocks
8.	экономически важный	з) fine-grained
9.	научная ценность	и) fragmentary rocks

10. существующие типы пород к) numerous cracks or fissures

№6

Запомните слова и выражения, необходимые для понимания текста:

band - *n* слой; полоса; прослоек *(породы); syn* **layer**
cleave - *v* расщепляться; трескаться, отделяться по кливажу; **cleavage** *n* кливаж
constituent - *n* составная часть, компонент
define - *v* определять, давать определение
distribute - v **(among)** распределять (между); раздавать;
disturb - *v* нарушать; смещать
excess - *n* избыток, излишек; *ant* **deficiency**
flaky - *a* слоистый; похожий на хлопья
fluid - *n* жидкость; жидкая или газообразная среда
foliate - *v* расщепляться на тонкие слои; **foliated** - *a* листоватый, тонкослоистый; *syn* **flaky**
marble - *n* мрамор
mention - *v* упоминать, ссылаться; *n* упоминание
plate - *n* пластина; полоса *(металла)*
pressure - *n* давление; **rock pressure (underground pressure)** горное давление, давление горных пород
relate - *v* относиться; иметь отношение; **related** *a* родственный; **relation** - *n* отношение; **relationship** - *n* родство; свойство; **relative** - *a* относительный; соответственный
run (ran, run) - *v* бегать, двигаться; течь; работать (о *машине);* тянуться, простираться; управлять *(машиной);* вести *(дело, предприятие)*
schistose - *a* сланцеватый; слоистый
sheet - *n* полоса
slate - *n* сланец; *syn* **shale**
split (split) - *v* раскалываться, расщепляться, трескаться; *syn* **cleave**
trace - *n* след; **tracing –** *n* прослеживание
at least по крайней мере
to give an opportunity (of) давать возможность *(кому-л., чему-л.)*

Прочитайте и переведите текст, выполните упражнения на проверку понимания прочитанного:

TEXT 6: Metamorphic Rocks

The problem discussed concerns metamorphic rocks which compose the third large family of rocks. "Metamorphic" means "changed from". It shows that the original rock has been changed from its primary form to a new one. Being subjected to pressure, heat and chemically active fluids beneath the Earth's surface, various rocks in the Earth's crust undergo changes in texture, in mineral composition and structure and are transformed into metamorphic rocks. The process described is called metamorphism.

As is known, metamorphic rocks have been developed from earlier igneous and sedimentary rocks by the action of heat and pressure.

Gneisses, mica schists, phyllites, marbles, slate, quartz, etc. belong to the same group of rocks. Having the same mineral composition as granite, gneisses consist chiefly of quartz, orthoclase and mica. However unlike granite, they have a schistose structure. It means that their constituents are distributed in bands or layers and run parallel to each other in one direction. If disturbed the rock cleaves easily into separate plates.

The role of water in metamorphism is determined by at least four variable geologically related parameters: rock pressure, temperature, water pressure, and the amount of water present.

During a normal progressive metamorphism rock pressure and temperature are interdependent, and the amount of water and the pressure of water are related to the sediments and to the degree of metamorphism in such a way that, generally speaking, the low-grade metamorphic rocks are

characterized by the excess of water. The medium-grade rocks defined by some deficiency of water and the high-grade metamorphic rocks are characterized by the absence of water.

Many of the metamorphic rocks mentioned above consist of flaky materials such as mica and chlorite. These minerals cause the rock to split into thin sheets, and rocks become foliated.

Slate, phyllite, schist and gneiss belong to the group of foliated metamorphic rocks. Marble and quartzite are non-foliated metamorphic rocks.

The structure of metamorphic rocks is of importance because it shows the nature of pre-existing rocks and the mechanism of metamorphic deformation. Every trace of original structure is of great importance to geologists. It gives an opportunity of analysing the causes of its metamorphism.

Being often called crystalline schists, metamorphic rocks such as gneisses and mica have a schistose structure. Metamorphic rocks represent the oldest portion of the Earth's crust. They are mostly found in the regions of mountain belts where great dislocations on the Earth once took place.

1). Укажите, какие предложения соответствуют содержанию текста. Подтвердите свои ответы фактами из текста.

1. Generally speaking, metamorphic rocks have been developed from ores.
2. Marble, slate and phyllite belong to the group of metamorphic rocks.
3. As is known, unlike granite metamorphic rocks have a schistose structure.
4. It is quite obvious that the role of water in metamorphism is great.
5. As a rule, low-grade metamorphic rocks are characterized by the absence of water.
6. Flaky materials cause the rock to split into thin sheets.
7. It should be noted that marble and quartzite are foliated metamorphic rocks.
8. The structure of metamorphic rocks shows the nature of older preexisting rocks and the mechanism of metamorphic deformation as well.
9. All metamorphic rocks are non-foliated.

2). Ответьте на вопросы:

1. Do you know how metamorphic rocks have been formed?
2. Which rocks belong to the group of metamorphic?
3. Does gneiss have the same structure as granite?
4. Is the role of water great in metamorphism?
5. What rocks do we call foliated? What can you say about non-foliated metamorphic rocks?
6. How can geologists trace the original structure of metamorphic rocks?
7. Why are metamorphic rocks often called crystalline schists?

3. а) Найдите в правой колонке русские эквиваленты следующих слов и сочетаний слов:

1. as a result of the chemical and physical changes
2. constituents of rocks
3. to be subjected to constant development
4. to undergo changes
5. excess of water
6. low-grade ores
7. coal band
8. to cleave into separate layers
9. traces of original structure
10. generally speaking

а) полоса (или прослоек) угля
б) составляющие пород
в) расщепляться на отдельные слои
г) вообще говоря

д) в результате химических и физических изменений
е) избыток воды
ж) изменяться
з) находиться в постоянном развитии
и) низкосортные руды
к) следы первоначальной структуры

б) Найдите в правой колонке английские эквиваленты следующих слов и сочетаний слов:

1. иметь значение
2. упомянутые выше
3. сланцеватая структура
4. в отличие от гранита
5. недостаток воды
6. существовавшие ранее породы
7. слоистые породы
8. мрамор и сланец
9. гнейс
10. давать возможность
11. определять структуру

а) unlike granite
б) to be of importance
в) pre-existing rocks
г) mentioned above
д) schistose structure
е) to give an opportunity (of doing smth)
ж) to define (determine) rock texture
з) deficiency of water
и) flaky rocks
к) marble and slate
л) gneiss

№7

Запомните слова и выражения, необходимые для понимания текста:

aerial - *a* воздушный; надземный

certain - *a* определенный; некоторый; **certainly** *adv* конечно

cost - (cost) v стоить; *n* цена; стоимость

crop - v (out) обнажать(ся), выходить на поверхность *(о пласте, породе); syn* **expose;** засевать, собирать урожай

dredging - *n* выемка грунта; драгирование

drill - v бурить, сверлить; *n* бурение, сверление; бурильный молоток; **drilling** - *n* бурение, сверление; **core-drilling** колонковое (керновое) бурение

drive (drore, **driven**) - v проходить *(горизонтальную выработку);* приводить в движение; управлять *(машиной); n* горизонтальная выработка; привод; передача

evidence – *n* основание; признак(и); свидетельства

expect - v ожидать; рассчитывать; думать; предлагать

explore - v разведывать месторождение полезного ископаемого с попутной добычей; **exploratory** - *a* разведочный; **exploration** - *n* детальная разведка; разведочные горные работы по месторождению

galena - *n* галенит, свинцовый блеск

indicate - v указывать, показывать; служить признаком; означать

lead - *n* свинец

look for - v искать

open up - v вскрывать *(месторождение);* нарезать *(новую лаву, забой);* **opening** - *n* горная выработка; подготовительная выработка; вскрытие месторождения

panning - *n* промывка *(золотоносного песка в лотке)*

processing - *n* обработка; - **industry** обрабатывающая промышленность

prove - v разведывать *(характер месторождения или залегания);* доказывать; испытывать, пробовать; **proved** - *a* разведанный, достоверный; **proving** - *n* опробование, предварительная разведка

search - v исследовать; (for) искать *(месторождение); n* поиск; *syn* **prospecting**

sign - *n* знак, символ; признак, примета

store - v хранить, накапливать *(о запасах)*

work - v работать; вынимать, извлекать *(уголь, руду);* вырабатывать; **workable** - *a* подходящий для работы, пригодный для разработки, рабочий *(о пласте);* рентабельный; **working** - *n* разработка, горная выработка

country rock коренная (основная) порода

distinctive properties отличительные свойства

malleable metal ковкий металл

Прочитайте и переведите текст, выполните упражнения на проверку понимания прочитанного:

TEXT 7: Prospecting

Mining activities include prospecting and exploration for a mineral deposit through finding, proving, developing, extracting and processing the ore. That is why it is possible to divide the mining activity into three major phases: 1) before mining which involves prospecting and exploration required to locate, characterize and prove a potential ore body; 2) mining which refers to actual coal or ore extraction. Extraction processes include underground or surface mining and dredging; 3) after mining which involves processing and preparing the raw ore for the end product.

As has already been said, before a mineral deposit can be worked, that is, before it can be extracted from the Earth for use by man, it must first be found. The search for economically useful mineral deposits is called prospecting. To establish the quality and quantity of a mineral deposit, the type of country rock, etc. means to prove it and this process is called proving. Prospecting and proving are only two different stages of mining geological exploration, the latter includes drilling and driving of openings.

Last century prospectors looked for visible evidence of mineralization on the surface of the Earth. To recognize valuable minerals it was necessary to know their various distinctive physical properties. For example, gold occurs in nature as a heavy malleable yellow metal. -Galena, the most important mineral containing lead, is dark grey, heavy and lustrous. The first ores of iron to be mined were deposits of magnetite, a black heavy mineral capable of attracting a piece of iron.

As the deposits of mineral that cropped out at the surface were mined, the search for additional supplies of minerals took place. The science of geology was used to explain the occurrence of ore deposits.

The aim of geological prospecting is to provide information on a preliminary estimation of the deposit and the costs of the geological investigations to be made. It also indicates whether it is available to continue the exploration or not.

Prospecting work includes three stages: 1) finding signs of the mineral; 2) finding the deposit; 3) exploring the deposit.

General indications of the possibility of exposing this or that mineral in a locality can be obtained by studying its general topographical relief, the type of ground and its general natural conditions. Thus, in mountainous regions where fissures were formed during the process of mountain formation, ore minerals could be expected in the fissure fillings. In hilly regions, sedimentary deposits would be expected.

Certain deposits are found only in a particular type of ground. Coal seams, for example, are found in sedimentary formations mainly consisting of sandstones and shales. Veins, on the other hand,

are found in crystalline (igneous) rocks, and the type of country rock usually determines the type of minerals.

At present, prospecting methods to be used are as follows:

1. Surface geological and mineralogical prospecting such as panning.
2. Geophysical, geochemical, geobotanical prospecting.
3. Aerial photography with geological interpretation of the data to be obtained is highly effective from aircraft or helicopter. Besides, successful development of space research has made it possible to explore the Earth's resources from space by satellites.

In modern prospecting the methods mentioned above are used together with the study of geological maps.

1. Укажите, какие предложения соответствуют содержанию текста. Подтвердите свои ответы фактами из текста.

1. The search for economically useful mineral deposits is called proving.
2. Last century prospectors looked for visible evidence of mineral deposits.
3. The first ores of iron to be mined were deposits of galena.
4. The science of geology can explain the mode of occurrence of ore deposits.
5. As a rule prospecting includes four stages.
6. The study of general topographical relief and the type of ground makes it possible to expose this or that deposit.
7. Geologists know that certain deposits are only found in a particular type of ground.
8. As is known, veins are found in metamorphic rocks.

2. Ответьте на следующие вопросы:

1. What is prospecting?
2. What is proving?
3. How did prospectors find mineral deposits in the 19th century?
4. Does gold occur in nature as a heavy malleable yellow metal or as a heavy dark-grey one?
5. What metal is capable of attracting a piece of iron?
6. What does prospecting work provide?
7. What are the three main stages of prospecting?
8. Is it enough to know only the topographical relief of a locality for exposing this or that mineral?
9. What methods of prospecting do you know?
10. What are the most effective aerial methods of prospecting now?

3. а) Найдите в правой колонке русские эквиваленты следующих слов и сочетаний слов:

1. country rock	а) залегание рудных месторождений
2. panning	б) блестящий металл
3. the search for commercially useful deposits	в) коренная (основная) порода
4. geological exploration	г) дополнительные запасы минералов
5. to look for evidence of mineralization	д) промывка (золотоносного песка в лотке)
6. distinctive properties	е) геологическая разведка (с попутной добычей)
7. lustrous metal	ж) искать доказательства наличия месторождения
8. capable of attracting a piece of iron	з) отличительные свойства
9. additional supplies of minerals	и) поиски экономически полезных месторождений
10. the occurrence of ore deposits	к) способный притягивать кусок металла

б) Найдите в правой колонке английские эквиваленты следующих слов и сочетаний слов:

1.	стоимость геологических исследований	а) the data obtained
2.	выходить на поверхность (обнажаться)	б) galena, sandstones and shales
3.	произвести предварительную оценку (месторождения)	в) the cost of geological investigations
4.	визуальные наблюдения с воздуха	г) to crop out
5.	полученные данные	д) certain ore deposits
6.	галенит, песчаники и сланцы	е) to make a preliminary estimation (of a deposit)
7.	общие показания	ж) visual aerial observations
8.	находить признаки месторождения	з) to find the signs of a deposit
9.	определенные рудные месторождения	и) general indications

№8

Запомните слова и выражения, необходимые для понимания текста:

adit - *n* горизонтальная подземная выработка, штольня

angle - *n* угол

approximate - *a* приблизительный

bit - *n* режущий инструмент; буровая коронка, коронка для алмазного бурения; головка бура, сверло; **carbide bit** армированная коронка, армированный бур; **diamond bit** - алмазная буровая коронка

borehole - *n* скважина, буровая скважина

crosscut - *n* квершлаг

dip - *n* падение *(залежи);* уклон, откос; v падать

enable - v давать возможность или право *(что-л. сделать)*

exploit - v разрабатывать *(месторождение);* эксплуатировать; **exploitation** - *n* разработка; эксплуатация

measure - *n* мера; мерка; критерий; степень; *pl* свита, пласты; v измерять

overburden - *n* покрывающие породы, перекрывающие породы; верхние отложения, наносы; вскрыша

pit - *n* шахта; карьер, разрез; шурф

reliable - *a* надежный; достоверный

rig - *n* буровой станок, буровая вышка; буровая каретка; буровое оборудование

sample - *n* образец; проба; v отбирать образцы; опробовать, испытывать

section - *n* участок, секция, отделение, отрезок, разрез, профиль, поперечное сечение; **geological** ~ геологический разрез *(пород)*

sequence - *n* последовательность; порядок следования; ряд

sink (sank, sunk) - v проходить *(шахтный ствол, вертикальную выработку);* углублять; погружать; опускать; **sinking** - *n* проходка *(вертикальных или наклонных выработок);* **shaft sinking** - проходка ствола

slope - *n* наклон; склон; бремсберг; уклон; v клониться, иметь наклон; **sloping** - *a* наклонный; **gently sloping** - с небольшим наклоном

steep - *a* крутой, крутопадающий, наклонный

strike - *n зд.* простирание; v простираться; **across the strike** - вкрест простирания; **along (on) the strike** по простиранию

trench - *n* траншея, канава; котлован; v копать, рыть, шурфовать

to make use (of) использовать, применять

to take into consideration принимать во внимание; *syn* **take into account**

Прочитайте и переведите текст, выполните упражнения на проверку понимания прочитанного:

TEXT 8: Exploration of Mineral Deposits

Exploration is known to include a whole complex of investigations carried out for determining the industrial importance of a deposit. The main task is to determine the quality and quantity of mineral and the natural and economic conditions in which it occurs. The exploration of the deposit is divided into three stages, namely preliminary exploration, detailed exploration and exploitation exploration.

The aim of preliminary exploration is to establish the general size of a deposit and to obtain an approximate idea of its shape, dimensions and quality. At this stage the geological map of the deposit is corrected and a detailed survey of its surface is completed.

The information on the preliminary exploration is expected to give an all-round description of the deposit which will enable the cost of its detailed exploration to be estimated.

The following points should be taken into consideration: 1) the shape and area of the deposit; 2) its depth and angles of dip and strike; 3) its thickness; 4) the properties of the surrounding rock and overburden; 5) the degree of uniformity of distribution of the mineral within the deposit and the country rock, etc.

Preliminary explorations can make use of exploratory openings such as trenches, prospecting pits, adits, crosscuts and boreholes. They are planned according to a definite system, and some are driven to a great depth.

All the exploratory workings are plotted on the plan. These data allow the geologist to establish the vertical section of the deposit.

The quality of the mineral deposit is determined on the basis of analyses and tests of samples taken from exploratory workings.

The method of exploration to be chosen in any particular case depends on the thickness of overburden, the angle of dip, the surface relief, the ground water conditions and the shape of the mineral deposit.

The task of the detailed exploration is to obtain reliable information on the mineral reserves, their grades and distribution in the different sectors of the deposit. Detailed exploration data provide a much more exact estimate of the mineral reserves.

Mine or exploitation exploration is known to begin as soon as mining operations start. It provides data for detailed estimates of the ore reserves of individual sections. It facilitates the planning of current production and calculating the balance of reserves and ore mined.

The searching and discovering of new mineralized areas are based on geological survey and regional geophysical prospecting. The results of these investigations provide data on iron-bearing formations and new deposits for commercial extraction.

In detailed exploration both underground workings and borehole survey are used. Core drilling with diamond and carbide bits is widely used. Non-core drilling is also used in loose rocks in combination with borehole geophysical survey.

One of the main methods to explore coal deposits is also core-drilling. Modern drilling equipment makes it possible to accurately measure bed thickness and determine structure of beds, faults and folds. Recording control instruments are attached to drilling rigs which allow the geologists to get reliable samples good for nearly all parameters of coal quality to be determined.

1. Укажите, какие предложения соответствуют содержанию текста. Подтвердите свои ответы фактами из текста.

1. The purpose of preliminary exploration is to determine the mineral reserves and their distribution in the different sectors of the deposit.
2. The properties of the surrounding rock and overburden should be taken into consideration during the preliminary exploration.
3. The purpose of the detailed exploration is to find out the quantity (reserves) of the deposit.
4. Exploitation exploration facilitates the planning of current production.
5. Both core drilling and non-core drilling are widely used.

6. Recording control instruments allow geologists to get reliable ore samples.

2. Ответьте на следующие вопросы:

1. What stages does exploration include?
2. What is the main purpose of preliminary exploration?
3. What should be taken into consideration by geologists during preliminary exploration?
4. What exploratory openings do you know?
5. Do you know how the quality of the mineral deposit is determined?
6. What is the aim of a detailed exploration?
7. Is core drilling used in prospecting for loose rocks?
8. What is drilling equipment used for?

3. а) Найдите в правой колонке русские эквиваленты следующих сочетаний слов:

1. bedded deposits
2. core drilling
3. the angle of dip of the seam
4. the thickness of overburden
5. exploratory workings
6. composition of minerals
7. pits and crosscuts
8. to exploit new oil deposits
9. sampling
10. geological section

а) мощность наносов
б) разрабатывать новые месторождения нефти
в) шурфы и квершлаги
г) пластовые месторождения
д) опробование (отбор) образцов
е) угол падения пласта
ж) колонковое бурение
з) геологический разрез (пород)
и) состав минералов
к) разведочные выработки

б) Найдите в правой колонке английские эквиваленты следующих сочетаний слов:

1. буровые скважины
2. по простиранию пласта
3. равномерность распределения минерала в залежи
4. водоносность пород
5. карбидные и алмазные коронки
6. детальная разведка
7. использовать новые поисковые методы
8. проникать в залежь
9. коренная порода
10. свойства окружающих пород

а) ground water conditions
б) detailed exploration
в) boreholes
г) along the strike of the bed (seam)
д) carbide and diamond bits
е) the uniformity of mineral distribution in the deposit
ж) the properties of surrounding rocks
з) to make use of new prospecting methods
и) country rock
к) to penetrate into the deposit

3. Подготовка к практическим занятиям (запоминание иноязычных лексических единиц и грамматических конструкций)

Грамматические конструкции представлены на стр. 6 – 40.

Запомните слова и выражения, необходимые для освоения тем курса:

Семья. Family

родственник relative, relation
родители parents
мать (мама) mother (mom, mum, mama, mamma, mummy, ma)
отец (папа) father (dad, daddy, papa, pa)
жена wife
муж husband
супруг(а) spouse
ребенок, дети child, children
дочь daughter
сын son
сестра sister
брат brother
единственный ребенок only child
близнец twin
близнецы, двойняшки twins
брат-близнец twin brother
сестра-близнец twin sister
однояйцевые близнецы identical twins
тройняшки triplets
бабушка и дедушка grandparents
бабушка grandmother (grandma, granny, grandmamma)
дедушка grandfather (grandpa, granddad, grandpapa, grandad)
внуки grandchildren
внучка granddaughter
внук grandson
прабабушка great-grandmother
прадедушка great-grandfather
прабабушка и прадедушка great-grandparents
правнуки great-grandchildren
тётя aunt
дядя uncle
крестный (отец) godfather
крестная (мать) godmother
отчим, приемный отец stepfather
мачеха, приемная мать stepmother
сводный брат stepbrother
сводная сестра stepsister
брат по одному из родителей half-brother
сестра по одному из родителей half-sister
приемный, усыновленный сын adopted son
приемная, удочеренная дочь adopted daughter
приемный ребенок adopted child
патронатная семья, приемная семья foster family
приемный отец foster father
приемная мать foster mother
приемные родители foster parents

приемный сын foster son
приемная дочь foster daughter
приемный ребенок foster child
неполная семья (с одним родителем) single-parent family
родня the kin, the folks
племянница niece
племянник nephew
двоюродный брат cousin (male)
двоюродная сестра cousin (female)
двоюродный брат (сестра), кузен (кузина) first cousin
троюродный брат (сестра) second cousin
четвероюродный брат (сестра) third cousin
родня со стороны мужа или жены in-laws
свекровь mother-in-law (husband's mother)
свёкор father-in-law (husband's father)
тёща mother-in-law (wife's mother)
тесть father-in-law (wife's father)
невестка, сноха daughter-in-law
зять son-in-law
шурин, свояк, зять, деверь brother-in-law
свояченица, золовка, невестка sister-in-law
семейное положение marital status
холостой, неженатый, незамужняя single
женатый, замужняя married
брак marriage
помолвка engagement
помолвленный, обрученный engaged
развод divorce
разведенный divorced
бывший муж ex-husband
бывшая жена ex-wife
расставшиеся, не разведенные, но не проживающие одной семьей separated
вдова widow
вдовец widower
подружка, невеста girlfriend
друг, парень, ухажер boyfriend
любовник, любовница lover
ухажер, жених, подружка, невеста, обрученный fiance
свадьба wedding
невеста на свадьбе bride
жених на свадьбе (bride)groom
медовый месяц honeymoon

Запомните слова и выражения, необходимые для освоения тем курса:

The Ural State Mining University

Mining University – Горный университет; **higher educational institution** - высшее учебное заведение; **to provide** - зд. Предоставлять; **full-time education** - очное образование; **extramural education** - заочное	**scientific research centre** - центр научных исследований; **master of science** - кандидат наук; **capable** – способный; **to take part in** - принимать участие; **graduate** – выпускник; **to dedicate** – посвящать;

образование; **to award** – награждать; **post-graduate courses** – аспирантура;	**to carry out scientific work** - выполнять научную работу;

Faculty of Mining Technology - горно – технологический; **Faculty of Engineering and Economics** - инженерно-экономический; **Institute of World Economics** – Институт мировой экономики; **Faculty of Mining Mechanics** - горно-механический; **Faculty of Civil Protection** – гражданской защиты; **Faculty of City Economy** – городского хозяйства;	**Faculty of Geology & Geophysics** – геологии и геофизики; **Faculty of extramural education** – заочный; **department** – кафедра; **dean** – декан; **to train specialists in** - готовить специалистов; **to consist of** - состоять из; **preparatory** – подготовительный; **additional** – дополнительный; **to offer** – предлагать;

to house - размещать /ся/; **building** – здание; **Rector's office** – ректорат; **Dean's office** – деканат; **department** – кафедра; **library** – библиотека; **reading hall** - читальный зал; **assembly hall** - актовый зал; **layout** - расположение, план; **administrative offices** - административные отделы;	**computation centre** - вычислительный центр; **canteen** – столовая; **to have meals** – питаться; **hostel** – общежитие; **to go in for sports** - заниматься спортом; **wrestling** – борьба; **weight lifting** - тяжелая атлетика; **skiing** - катание на лыжах; **skating** - катание на коньках; **chess** – шахматы;

academic work - учебный процесс; **academic year** - учебный год; **to consist of** - состоять из; **bachelor's degree** - степень бакалавра; **course of studies** - курс обучения; **to last** - длиться; **term** - семестр; **to attend lectures and classes** - посещать лекции и занятия; **period** - пара, 2 – х часовое занятие; **break** - перерыв; **subject** - предмет; **descriptive geometry** - начертательная геометрия;	**general geology** - общая геология; **foreign language** - иностранный язык; **to operate a computer** - работать на компьютере; **to take a test (an exam)** - сдавать зачет, экзамен; **to pass a test (an exam)** - сдать зачет, экзамен; **to fail a test (an exam)** - не сдать зачет, экзамен; **to fail in chemistry** - не сдать химию; **holidays, vacations** - каникулы; **to present graduation paper** - представлять дипломные работы; **for approval** - к защите;

The Faculty of Mining Technology trains specialists in: mine surveying - маркшейдерская съемка; underground mining of mineral deposits - подземная разработка месторождений полезных ископаемых; mine and underground construction - шахтное и подземное строительство; surface mining (open-cut mining) - открытые горные работы; physical processes of mining, oil and gas production - физические процессы горного и нефтегазового производства; placer mining - разработка россыпных месторождений; town cadastre - городской кадастр.

The Institute of World Economics trains specialists in: land improvement, recultivation and soil protection - мелиорация, рекультивация и охрана земель; engineer protection of environment in mining - инженерная защита окружающей среды в горном деле; computer systems of information processing and control - автоматизированные системы обработки информации и управления; economics and management at mining enterprises - экономика и управление на предприятиях горной промышленности.

The Faculty of Mining Mechanics trains specialists in: electromechanical equipment of mining enterprises - электромеханическое оборудование горных предприятий; designing & production of mining, oil and gas machinery - конструирование и производство горных и нефтегазопромысловых машин; technological and service systems of exploitation and maintenance of machines and equipment - технологические и сервисные системы эксплуатации и ремонта машин и оборудования; motorcars and self-propelled mining equipment - автомобили и самоходное горное оборудование; electric drive and automation or industrial units and technological complexes - электопривод и автоматика промышленных установок и технологических комплексов; automation of technological processes and industries - автоматизация технологических процессов и производств; mineral dressing - обогащение полезных ископаемых.

The Faculty of Geology & Geophysics trains specialists in: geophysical methods of prospecting and exploring mineral deposits - геофизические мет оды поисков и разведки месторождений полезных ископаемых; according to some specializations: geoinformatics – геоинформатика; applied geophysics - прикладная геофизика; structural geophysics - структурная геофизика; geological surveying and exploration or mineral deposits - геологическая съемка и поиски МПИ; geology and mineral exploration - геология и разведка МПИ; prospecting and exploration or underground waters and engineering - geological prospecting - поиски и разведка подземных вод и инженерно-геологические изыскания; applied geochemistry, petrology and mineralogy - прикладная геохимия, петро логия и минералогия; drilling technology - технология и техника разведки МПИ.

Запомните слова и выражения, необходимые для освоения тем курса:

My town

a building – здание
downtown – деловой центр города
town outskirts – окраина города
a road – дорога
an avenue – проспект
a pavement/a sidewalk - тротуар
a pedestrian – пешеход
a pedestrian crossing – пешеходный переход
traffic lights – светофор
a road sign – дорожный знак
a corner – угол
a school - школа
a kindergarten – детский сад
a university - университет
an institute – институт
an embassy - посольство
a hospital - больница
a shop/a store/a shopping centre/a supermarket – магазин, супермаркет
a department store – универмаг
a shopping mall/centre – торговый центр
a food market – продуктовый рынок
a greengrocery – фруктово-овощной магазин
a chemist’s/a pharmacy/a drugstore - аптека

a beauty salon – салон красоты
a hairdressing salon/a hairdresser's - парикмахерская
a dental clinic/a dentist's – стоматологическая клиника
a vet clinic – ветеринарная клиника
a laundry – прачечная
a dry-cleaner's – химчистка
a post-office – почтовое отделение
a bank – банк
a cash machine/a cash dispenser - банкомат
a library – библиотека
a sight/a place of interest - достопримечательность
a museum – музей
a picture gallery – картинная галерея
a park – парк
a fountain – фонтан
a square – площадь
a monument/a statue – памятник/статуя
a river bank – набережная реки
a beach – пляж
a bay - залив
a café – кафе
a restaurant – ресторан
a nightclub – ночной клуб
a zoo - зоопарк
a cinema/a movie theatre - кинотеатр
a theatre – театр
a circus - цирк
a castle - замок
a church – церковь
a cathedral – собор
a mosque - мечеть
a hotel – отель, гостиница
a newsagent's – газетный киоск
a railway station – железнодорожный вокзал
a bus station - автовокзал
a bus stop – автобусная остановка
an underground (metro, subway, tube) station – станция метро
a stadium – стадион
a swimming-pool – плавательный бассейн
a health club/a fitness club/a gym – тренажерный зал, фитнесс клуб
a playground – игровая детская площадка
a plant/a factory – завод/фабрика
a police station – полицейский участок
a gas station/a petrol station – заправочная автостанция, бензоколонка
a car park/a parking lot - автостоянка
an airport - аэропорт
a block of flats – многоквартирный дом
an office block – офисное здание
a skyscraper - небоскреб
a bridge – мост
an arch – арка
a litter bin/a trash can – урна

a public toilet – общественный туалет
a bench - скамья

Запомните слова и выражения, необходимые для освоения тем курса:

My speciality

The Earth's Crust and Useful Minerals

cause - v заставлять; вызывать; влиять; причинять; *n* причина, основание; дело; общее дело; *syn* **reason**

clay - *n* глина; глинозем

consolidate - v твердеть, затвердевать, уплотнять(ся); укреплять; *syn* **solidify**

crust - *n* кора; *геол.* земная кора

decay - v гнить, разлагаться; *n* выветривание *(пород);* распад, разложение

derive - v (from) происходить, вести свое происхождение *(от);* наследовать

destroy - v разрушать; уничтожать; **destructive** *a* разрушительный

dissolve v растворять

expose - v выходить *(на поверхность);* обнажаться; **exposure** - *n* обнажение

external - *a* внешний

extrusive - *a* эффузивный, излившийся *(о горной породе)*

force - v заставлять, принуждать; ускорять движение; *n* сила; усилие

glacier - *n* ледник, глетчер

grain - *n* зерно; **angular grains** - угловатые зерна *(минералов);* **grained** - *a* зернистый

gravel - *n* гравий, крупный песок

internal - *a* внутренний

intrusive - *a* интрузивный, плутонический

iron - *n* железо

layer - *n* пласт

like - *a* похожий, подобный; *syn* **similar;** *ant* **unlike;** *adv* подобно

lime - *n* известь; **limestone** - *n* известняк

loose - *a* несвязанный, свободный; рыхлый

make up - v составлять; *n* состав *(вещества)*

particle - *n* частица; включение

peat - *n* торф; торфяник

represent - v представлять собою; означать; быть представителем; **representative** - представитель; **representative** - *a* характерный, типичный

rock – *n* горная порода; **igneous** - изверженная порода; **sedimentary** - осадочная порода

sand - *n* песок

sandstone - *n* песчаник; **fine-grained (medium-grained, coarse-grained)** - мелкозернистый (среднезернистый, грубозернистый) песчаник

sediment - *n* отложение; осадочная порода; **sedimentary** - *a* осадочный; **sedimentation** - *n* образование осадочных пород

schist - *n (кристаллический)* сланец; **schistose** - *a* сланцеватый, слоистый

shale - *n* сланец, сланцевая глина, глинистый сланец; **clay** - глинистый сланец; **combustible …, oil …** - горючий сланец

siltstone - *n* алеврит

stratification - *n* напластование, залегание

stratify - v напластовываться; отлагаться пластами; **stratified** *a* пластовый; *syn* **layered, bedded**

substance - *n* вещество, материал; сущность

thickness - *n* толщина, мощность

value - *n* ценность; важность; величина; значение; **valuable** - *a* ценный *(о руде)*

vary - v изменять(ся); отличать(ся); *syn* **differ, change (from); variable** - *a* переменный; непостоянный; **various** *a* различный; *syn* **different**

contain - v содержать *(в себе),* вмещать

crack - *n* трещина; щель; v давать трещину; трескаться, раскалываться

contract - v сжиматься; сокращаться

dust - *n* пыль

expand - v расширяться); увеличивать(ся) в объеме; **expansion** *n* расширение; *ant* **contract**

fissure - *n* трещина *(в породе, угле);* расщелина; щель

fracture - *n* трещина; излом; разрыв; v ломать(ся); раздроблять *(породу)*

freeze - *v* замерзать; замораживать; застывать

gradual - *a* постепенный; **gradually** *adv* постепенно

hard - *a* твердый, жесткий; *ant* **soft;** тяжелый (о *работе); adv* сильно, упорно; **hardly** *adv* едва, с трудом

hole - *n* отверстие; скважина; шпур; шурф

influence - *n* влияние; v **(on, upon)** влиять (не *что-л.)*

lateral - *a* боковой

occur - *v* залегать; случаться; происходить; *syn* **take place, happen; occurrence** - *n* залегание; **mode of occurrence** - условия залегания

penetrate - *v* проникать *(внутрь),* проходить через *(что-л.)*

phenomenon - *n* явление; *pi* **phenomena**

pressure - *n* давление; **lateral pressure** боковое *(горизонтальное)* давление; **rock pressure** горное давление, давление породы

rate - *n* степень, темп; скорость, норма; производительность; сорт; *syn* **speed, velocity**

refer - v (to) ссылаться *(на что-л.);* относиться *(к периоду, классу)*

resist - *v* сопротивляться; противостоять; противодействовать; **resistance** - *n* сопротивление; **resistant** - *a* стойкий; прочный; сопротивляющийся

size - *n* размер; величина; класс *(угля)*

solution – *n* раствор; **soluble** - *a* растворимый; **solvent** - растворитель; *a* растворяющий

succession – *n* последовательность, непрерывный ряд; **in succession** последовательно

undergo (underwent, undergone) - *v* испытывать *(что-л.),* подвергаться *(чему-л.)*

uniform – *a* однородный; одинаковый

weathering - *n* выветривание; эрозия *(воздействию, влиянию и т.д.)*

to be subjected to подвергаться

Rocks of Earth's Crust

abyssal - *a* абиссальный, глубинный; **hypabissal** - *a* гипабиссальный

adjacent - *a* смежный, примыкающий

ash - *n* зола

belt - *n* пояс; лента; ремень

body - *n* тело, вещество; **solid (liquid, gaseous) bodies** твердые (жидкие, газообразные) вещества; породная масса; массив; месторождение; пласты

common - *a* обычный; общий; *syn* **general;** *ant* **uncommon**

cool - v охлаждать(ся); остывать; прохладный; *ant* **heat** нагревать(ся)

dimension - *n* измерение; *pl* размеры; величина; *syn* **measurement, size**

dust - *n* пыль

dyke – *n* дайка

extrusion - *n* вытеснение; выталкивание; *ant* **intrusion** вторжение; *геол.* интрузия *(внедрение в породу изверженной массы)*

fine - *a* тонкий, мелкий; мелкозернистый; высококачественный; тонкий; прекрасный, ясный (о *погоде);* изящный; **fine-graded (fine-grained)** мелкозернистый, тонкозернистый; **fines** - *n pl* мелочь; мелкий уголь

flow - v течь; литься; *n* течение; поток; **flow of lava** поток лавы

fragmentary - *a* обломочный, пластический

glass - *n* стекло; **glassy** - *a* гладкий, зеркальный; стеклянный
gold - *n* золото
inclined - *a* наклонный
mica - *n* слюда
permit - *v* позволять, разрешать; *syn* **allow, let; make possible**
probably - *adv* вероятно; *syn* **perhaps, maybe**
shallow - *a* мелкий; поверхностный; *ant* **deep** глубокий
sill - *n* силь, пластовая интрузия
stock - *n* шток, небольшой батолит
vein - *n* жила, прожилок, пропласток
band - *n* слой; полоса; прослоек *(породы); syn* **layer**
cleave - *v* расщепляться; трескаться, отделяться по кливажу; **cleavage** *n* кливаж
constituent - *n* составная часть, компонент
define - *v* определять, давать определение
distribute - v **(among)** распределять (между); раздавать;
disturb - *v* нарушать; смещать
excess - *n* избыток, излишек; *ant* **deficiency**
flaky - *a* слоистый; похожий на хлопья
fluid - *n* жидкость; жидкая или газообразная среда
foliate - *v* расщепляться на тонкие слои; **foliated** - *a* листоватый, тонкослоистый; *syn* **flaky**
marble - *n* мрамор
mention - *v* упоминать, ссылаться; *n* упоминание
plate - *n* пластина; полоса *(металла)*
pressure - *n* давление; **rock pressure (underground pressure)** горное давление, давление горных пород
relate - *v* относиться; иметь отношение; **related** *a* родственный; **relation** - *n* отношение; **relationship** - *n* родство; свойство; **relative** - *a* относительный; соответственный
run (ran, run) - *v* бегать, двигаться; течь; работать (о *машине);* тянуться, простираться; управлять *(машиной);* вести *(дело, предприятие)*
schistose - *a* сланцеватый; слоистый
sheet - *n* полоса
slate - *n* сланец; *syn* **shale**
split (split) - *v* раскалываться, расщепляться, трескаться; *syn* **cleave**
trace - *n* след; **tracing –** *n* прослеживание
at least по крайней мере
to give an opportunity (of) давать возможность *(кому-л., чему-л.)*
in such a way таким образом

Fossil Fuels

accumulate - v накапливать; скопляться
ancient - *a* древний, старинный; *ant* **modern**
associate - v связывать, соединять, ассоциироваться; *syn* **connect, link**
burn (burnt) - v сжигать; гореть; жечь
charcoal - *n* древесный уголь
convenient - *a* удобный, подходящий
crude - *a* сырой, неочищенный
dig (dug) - v добывать; копать; **digger** - n угольный экскаватор; землеройная машина
divide - v делить; (from) отделять; разделять
evidence - *n* доказательство; очевидность; признак(и)
fossil - *a* окаменелый, ископаемый; *n* ископаемое *(органического происхождения);* окаменелость
heat - v нагревать; *n* теплота
liquid - *a* жидкий; n жидкость; *ant* **solid**

manufacture - *v* изготовлять, производить; *syn* **produce**

mudstone - *n* аргиллит

purpose - *n* цель; намерение; *syn* **aim, goal**

shale - *n* глинистый сланец

the former … the latter - первый *(из вышеупомянутых)* последний *(из двух названных)*

bench - *n* слой, пачка *(пласта)*

blend - v смешивать(ся); вклинивать(ся)

combustion - *n* горение, сгорание; **spontaneous combustion** самовоспламенение, самовозгорание

continuity - *n* непрерывность, неразрывность

domestic - *a* внутренний; отечественный

estimate - v оценивать; *n* оценка; смета

fault - *n* разлом, сдвиг *(породы);* сброс; **faulting** *n* образование разрывов или сбросов

fold - *n* изгиб, складка, флексура; **foulding** - *n* складчатость, смешение *(пласта)* без разрыва

inflame - v воспламеняться; загорать(ся); **inflammable** - *a* воспламеняющийся, горючий, огнеопасный; **flame** - *n* пламя

intermediate - *a* промежуточный; вспомогательный

liable - *a* (to) подверженный; подлежащий *(чему-л.)*

luster - *n* блеск *(угля, металла);* **lustrous** - *a* блестящий

matter - *n* вещество; материя

moisture - *n* влажность, сырость; влага

parting - *n* прослоек

plane - *n* плоскость; **bedding plane** плоскость напластования

rank - *n* класс, тип; **coal rank** группа угля, тип угля

regular - *a* правильный; непрерывный; *ant* **irregular** неправильный; неравномерный; **regularity** *n* непрерывность; правильность

similar - *a* похожий, сходный; подобный; *syn* **alike, the same as**

smelt - v плавить *(руду);* выплавлять *(металл)*

store - v запасать, хранить на складе; вмещать

strata - *n pl от* **stratum** пласты породы; свита *(пластов);* формация, напластования породы; *syn* **measures**

thickness - *n* мощность *(пласта, жилы)*

uniform - *a* однородный; равномерный; **uniformity** *n* однородность; единообразие

utilize - v использовать; *syn* **use, apply, employ**

volatile - *a* летучий, быстро испаряющийся

Prospecting and Exploration

aerial - *a* воздушный; надземный

certain - *a* определенный; некоторый; **certainly** *adv* конечно

cost - (cost) v стоить; *n* цена; стоимость

crop - v (out) обнажать(ся), выходить на поверхность *(о пласте, породе); syn* **expose;** засевать, собирать урожай

dredging - *n* выемка грунта; драгирование

drill - v бурить, сверлить; *n* бурение, сверление; бурильный молоток; **drilling** - *n* бурение, сверление; **core-drilling** колонковое (керновое) бурение

drive (drore, **driven**) - v проходить *(горизонтальную выработку);* приводить в движение; управлять *(машиной); n* горизонтальная выработка; привод; передача

evidence – *n* основание; признак(и); свидетельства

expect - v ожидать; рассчитывать; думать; предлагать

explore - v разведывать месторождение полезного ископаемого с попутной добычей; **exploratory** - *a* разведочный; **exploration** - *n* детальная разведка; разведочные горные работы по месторождению

galena - *n* галенит, свинцовый блеск

indicate - v указывать, показывать; служить признаком; означать

lead - *n* свинец

look for - v искать

open up - v вскрывать *(месторождение);* нарезать *(новую лаву, забой);* **opening** - *n* горная выработка; подготовительная выработка; вскрытие месторождения

panning - *n* промывка *(золотоносного песка в лотке)*

processing - *n* обработка; - **industry** обрабатывающая промышленность

prove - v разведывать *(характер месторождения или залегания);* доказывать; испытывать, пробовать; **proved** - *a* разведанный, достоверный; **proving** - *n* опробование, предварительная разведка

search - v исследовать; (for) искать *(месторождение); n* поиск; *syn* **prospecting**

sign - *n* знак, символ; признак, примета

store - v хранить, накапливать *(о запасах)*

work - v работать; вынимать, извлекать *(уголь, руду);* вырабатывать; **workable** - *a* подходящий для работы, пригодный для разработки, рабочий *(о пласте);* рентабельный; **working** - *n* разработка, горная выработка

adit - *n* горизонтальная подземная выработка, штольня

angle - *n* угол

approximate - *a* приблизительный

bit - *n* режущий инструмент; буровая коронка, коронка для алмазного бурения; головка бура, сверло; **carbide bit** армированная коронка, армированный бур; **diamond bit** - алмазная буровая коронка

borehole - *n* скважина, буровая скважина

crosscut - *n* квершлаг

dip - *n* падение *(залежи);* уклон, откос; v падать

enable - v давать возможность или право *(что-л. сделать)*

exploit - v разрабатывать *(месторождение);* эксплуатировать; **exploitation** - *n* разработка; эксплуатация

measure - *n* мера; мерка; критерий; степень; *pl* свита, пласты; v измерять

overburden - *n* покрывающие породы, перекрывающие породы; верхние отложения, наносы; вскрыша

pit - *n* шахта; карьер, разрез; шурф

reliable - *a* надежный; достоверный

rig - *n* буровой станок, буровая вышка; буровая каретка; буровое оборудование

sample - *n* образец; проба; v отбирать образцы; опробовать, испытывать

section - *n* участок, секция, отделение, отрезок, разрез, профиль, поперечное сечение; **geological** ~ геологический разрез *(пород)*

sequence - *n* последовательность; порядок следования; ряд

sink (sank, sunk) - v проходить *(шахтный ствол, вертикальную выработку);* углублять; погружать; опускать; **sinking** - *n* проходка *(вертикальных или наклонных выработок);* **shaft sinking** - проходка ствола

slope - *n* наклон; склон; бремсберг; уклон; v клониться, иметь наклон; **sloping** - *a* наклонный; **gently sloping** - с небольшим наклоном

steep - *a* крутой, крутопадающий, наклонный

strike - *n зд.* простирание; v простираться; **across the strike** - вкрест простирания; **along (on) the strike** по простиранию

trench - *n* траншея, канава; котлован; v копать, рыть, шурфовать

to make use (of) использовать, применять

to take into consideration принимать во внимание; *syn* **take into account**

General Information on Mining

access - *n* доступ

affect - v воздействовать *(на что-л.);* влиять; *syn* **influence**

barren - *a* непродуктивный; пустой *(о породе)*

chute - *n* скат, спуск; углеспускная выработка; жёлоб

compare - v (with) сравнивать, проводить параллель

contribute - v способствовать, содействовать; делать вклад *(в науку);* **make a (one's) ~ to smth.** сделать вклад во что-л.

cross-section - *n* поперечное сечение, поперечный разрез, профиль

develop - v разрабатывать *(месторождение);* развивать *(добычу);* производить подготовительные работы; **development** - *n* подготовительные работы; развитие добычи; развитие

drift - *n* штрек, горизонтальная выработка

ensure - v обеспечивать, гарантировать; *syn* **guarantee**

face - *n* забой; лава

floor - л почва горной выработки, почва пласта (жилы); **quarry** ~ подошва карьера; пол, настил

govern - v править, управлять; руководить; определять, обусловливать

inclination - *n* уклон, скат, наклон *(пластов);* наклонение; **seam** ~ падение *(пласта);* наклон *(пласта)*

incline - *n* уклон, бремсберг, скат; наклонный ствол; **gravity** ~ бремсберг

inclined - *a* наклонный; **flatly** ~ слабо наклонный; **gently ~** наклонного падения; **medium** ~ умеренно наклонный *(о пластах);* **steeply** ~ крутопадающий

level - *n* этаж, горизонт, горизонтальная горная выработка; штольня; уровень *(инструмент);* нивелир; ватерпас; горизонтальная поверхность

recover - v извлекать *(целики);* выбирать, очищать; добывать *(уголь и т.п.);* восстанавливать

remove - v удалять; убирать; устранять; перемещать; **removal** - *n* вскрыша; выемка; уборка *(породы);* извлечение *(крепи);* перемещение; **overburden** - удаление вскрыши

rib - *n* ребро; выступ; узкий целик, предохранительный целик; грудь забоя

roof - *n* крыша; кровля выработки; кровля пласта *(или* жилы); перекрытие; ~ **support** - крепление кровли

shaft - *n* шахтный ствол; **auxiliary** ~ вспомогательный ствол; **hoisting** ~ подъемный ствол; главный шахтный ствол

tabular - *a* пластовый (о *месторождении);* пластообразный; плоский; линзообразный; *syn* **bedded, layered**

waste - *n* пустая порода; отходы; *syn* **barren rock**

well - *n* буровая скважина; колодец, источник; водоем; зумф

capital investment - капитальные вложения

gate road - промежуточный штрек

in bulk - навалом, в виде крупных кусков

metal-bearing - содержащий металл

production face/working - очистной забой

productive mining - эксплуатационные работы

in view of - ввиду чего-л., принимая во внимание что-л.

with a view to - с целью

advantage - *n* преимущество; превосходство; выгода; польза; **advantageous** - *a* выгодный; благоприятный, полезный; **to take advantage of smth** воспользоваться чём-л.

caving - *n* обрушение *(кровли);* разработка с обрушением

deliver - v доставлять, подавать; питать; нагнетать; произносить *(речь);* читать *(лекцию)*

entry - *n* штрек; выработка горизонтальная; *pl* подготовительные выработки; нарезные выработки; штреки

giant - *n* гидромонитор

gravity - *n* сила тяжести; вес, тяжесть; **by ~** самотеком, под действием собственного веса

haul - v доставлять; откатывать; подкатывать; перевозить; **haulage** - *n* откатка; доставка; транспортировка *(по горизонтали)*

longwall - *n* лава; выемка лавами; сплошной забой, сплошная или столбовая система разработки; *syn* **continuous mining; ~ advancing on the strike** выемка лавами прямым ходом по простиранию; сплошная система разработки по простиранию; **~ advancing to the rise** сплошная система разработки с выемкой по восстанию; ~ to **the dip** сплошная система разработки с выемкой по падению; ~ **retreating** выемка лавами обратным ходом; столбовая система разработки лавами

lose (lost) - v терять; **loss** - *n* потеря, убыток

pillar - *n* целик; столб; **shaft** ~ околоствольный целик; ~ **method** столбовая система разработки; ~ **mining** выемка целиков

predominate - v преобладать, превалировать; превосходить; господствовать, доминировать

protect - v охранять, защищать

reach - v простираться, доходить до; добиваться, достигать

satisfy - v удовлетворятъ(ся)

shield - *n* щит; ~ **method** щитовой метод проходки, щитовой способ

room - *n* камера; очистная камера; **room-and-pillar method** камерно-столбовая система разработки

stowing - *n* закладка *(выработанного пространства)*

method of working система разработки

the sequence of working the seams - последовательность отработки пластов

goaf — завал; обрушенное пространство

double-ended drum bearer — комбайн с двойным барабаном

to identify — опознавать

appraisal — оценка

susceptibility — чувствительность

concealed — скрытый, не выходящий на поверхность

crusher — дробилка

concentration — обогащение

blending — смешивание; составление шихты

screen — сортировать (обыден. уголь); просеивать

froth floatation — пенная флотация

core drilling — колонковое бурение

to delineate — обрисовывать, описывать

lender — заимодавец

feasibility — возможность

in situ mining — повторная разработка месторождения в массиве

screening — просеивание; грохочение

processing — обработка, разделение минералов

Mining and Environment

break v **(broke**, **broken**) отбивать *(уголь или породу),* обрушивать кровлю; разбивать; ломать; л отбойка, обрушение; **break out** отбивать, производить выемку

(руды .или породы); расширять забой; **breakage** л разрыхление, дробление

drill - *n* бур; .перфоратор; бурильный молоток; сверло; v бурить; car ~ буровая тележка; **mounted** ~ перфоратор на колонке; колонковый бурильный молоток; **drilling** - *n* бурение

dump -*n* отвал *(породы);* склад угля; опрокид; **external** ~ внешний отвал; **internal** ~ внутренний отвал; v сваливать (в *отвал);* разгружать; отваливать; опрокидывать *(вагонетку);*

dumper опрокид; самосвал; отвалообразователь; **dumping** л опрокидывание; опорожнение; опрокид; *syn* **tip**

environment - *n* окружение; окружающая обстановка/среда

explode - v взрывать, подрывать; **explosion** - *n* взрыв; **explosive** - *n* взрывчатое вещество; *a* взрывчатый

friable - *a* рыхлый; хрупкий; рассыпчатый; слабый (о *кровле)*

handle - v перегружать; доставлять; транспортировать; управлять машиной; *n* ручка; рукоять; скоба; **handling** - *n* подача; погрузка; перекидка, доставка; транспортировка; обращение с машиной

heap - v наваливать; нагребать; *n* породный отвал, терриконик; *syn* **spoil ~, waste ~**

hydraulicklng - *n* гидродобыча; гидромеханизированная разработка

load - v нагружать, грузить, наваливать; *n* груз; нагрузка; **loader** - *n* погрузочная машина, навалочная машина, перегружатель; грузчик; **cutter-loader** - комбайн, комбинированная горная машина

lorry - *n* грузовик; платформа; *syn* **truck**

mention - v упоминать

overcasting - *n* перелопачивание *(породы)*

pump - *n* насос; **gravel** ~ песковый насос; **sludge** ~ шламовый насос; v качать; накачивать; откачивать

reclamation - *n* восстановление; осушение; извлечение крепи; ~ **of land** восстановление участка *(после открытых работ)*

sidecastiag - *n* внешнее отвалообразование

site - *n* участок, место; **building** ~ строительная площадка

slice - *n* слой; **slicing** - *n* выемка слоями, разработка слоями

strip - v производить вскрышные работы; разрабатывать; очищать *(лаву);* вынимать породу или руду; *n* полоса; **stripper** - *n* забойщик; вскрышной экскаватор; **stripping** - *n* открытая разработка, открытые горные работы; вскрыша; вскрытие наносов

unit - *n* агрегат; установка; устройство; прибор; узел; секция; деталь; машина; механизм; единица измерения; участок

washery - *n* углемойка; рудомойка; моечный цех

to attract smb's attention привлекать чье-л. внимание

backhoe - *n* обратная лопата

blast - *n* взрыв; v взрывать; дуть; продувать; **blasting** - *n* взрывание; взрывные работы; взрывная отбойка

block out - v нарезать залежь на блоки; нарезать столбы

clearing - *n* выравнивание почвы; планировка грунта

crash - v дробить; разрушать; обрушать(ся)

earth-mover - *n* землеройное оборудование; *syn* **excavator**

excavator - *n* экскаватор; **bucket-wheel** - роторный экскаватор; **multi-bucket ~** многочерпаковый экскаватор; **single-bucket** - одночерпаковый экскаватор

grab - *n* грейфер, ковш, черпак; экскаватор; v захватывать;

grabbing - погрузка грейфером; захватывание

hoist - *n* подъемное установка (машина); подъемник; лебедка; v поднимать; **hoisting** шахтный подъем

plough - *n* струг

power shovel - *n* механическая лопата; экскаватор типа механической лопаты

range - *n* колебание в определенных пределах

rate - *n* норма; скорость, темп; коэффициент; степень; разрез; сорт; мощность; расход *(воды)*

remote - *a* отдаленный; ~ **control** дистанционное управление

result - v (in) приводить (к); иметь своим результатом; (from) следовать (из), происходить в результате

safety - *n* безопасность; техника безопасности

slope - *n* забой, сплошной забой, очистной забой; v очищать забой, вынимать породу, уголь; *syn* **face; sloping** очистные работы; очистная выемка; **open sloping** выемка с открытым забоем; **shrinkage sloping** выемка системой с магазинированием *(руды)*

support - v крепить; поддерживать; подпирать; *n* стойка; опора; поддержание; крепление; *syn* **timbering; powered roof** - механизированная крепь; **self-advancing powered roof** - передвижная механизированная крепь

1.4 Самостоятельное изучение тем курса (для заочной формы обучения)

Самостоятельное изучение тем курса предполагает изучение тем практических занятий, представленных в разделе 1, 2, 3 данных методических указаний студентами заочной формы обучения в межсессионный период.

1.5 Подготовка к контрольной работе и 1.6 Написание контрольной работы

Для выполнения контрольной работы студентами кафедрой подготовлены *Методические рекомендации и задания к контрольной работе для студентов данной специальности.*

II. Другие виды самостоятельной работы

2.1 Выполнение самостоятельного письменного домашнего задания (Подготовка к ролевой игре, к практико-ориентированным заданиям, опросу)

2.1.1 Подготовка к ролевой игре

Студенты получают ролевые карточки. Им необходимо обдумать свою роль, стратегию своей роли, вопросы и ответы.

Role card 1

Sasha

The worst thing about your house is lack of privacy. You share your room with a younger sister. You think she goes through all your stuff. She asks you ambarrassing questions about boys, makes little nasty comments about you.

Your parents treat you like a baby. Your father is too much interested in your studying and homework. Your mother makes you do the work about the house alone. You are going to leave home as soon as you are old enough.

- Collect all the arguments to explain your attitude to your family.
- Listen to what the members of your family are saying.
- Don't interrupt them.
- Don't forget that both parents and children are to blame in conflict situations.
- Be polite and friendly

Role card 2

Mother

Your daughter has written a letter of complaint to the youth magazine. She is not satisfied with your attitude to her. You have read this letter. You are worried about the situation in the family and have decided to discuss the problems with a family therapist.

- Say why you have invited the therapist
- Try to explain Sasha's attitude to you and the whole family.
- Think of your questions to Sasha
- Be objective to her problems – you might have never taken them seriously!
- Try to analyse the situation, don't criticize Sasha

- Follow the therapist's advice
- Be polite and friendly

Role card 3

Father

Your daughter is complaining that you treat her like a baby. You don't let her out at night during the week. You always ask her about the boys. You don't believe her when she says she doesn't have any homework to do. Your wife has invited a family therapist to discuss the problems of your family.

- Say what your attitude to the problem is
- Try to explain Sasha's attitude to you and the whole family.
- Think of your questions to Sasha
- Be objective to her problems – you might have never taken them seriously!
- Try to analyse the situation, don't criticize Sasha
- Follow the therapist's advice
- Be polite and friendly

Role card 4

Sister

Sasha is complaining that you don't help her with the work about the house. She also says that she can't keep anything secret in her room, you go through all her stuff. She is irritated by your behaviour. She is going to leave your home as soon as she is old enough.

- Say what your attitude to the problem is
- Try to explain Sasha's attitude to you and the whole family.
- Think of your questions to Sasha
- Be objective to her problems – you might have never taken them seriously!
- Try to analyse the situation, don't criticize Sasha
- Follow the therapist's advice
- Be polite and friendly

Role card 5

Family therapist

- Encourage all the members of the family to speak
- Take notes
- Ask questions
- Summarize what you have heard from all the members of the family
- Try to analyse the situation in a short report

2.1.2 Подготовка к практико-ориентированному заданию

Подготовьте устные высказывания по темам:

1. From the history of the Ural State Mining University.
2. Faculties and specialities of the University.
3. The layout of the Ural State Mining University.
4. Student's academic work.

Подготовьте письменные ответы на вопросы:

1. Where do you study?
2. What faculty do you study at?
3. How many faculties are there at the Ural State Mining University?
4. What year are you in?
5. What is your future speciality?
6. What specialities are there at your faculty?
7. When did you enter the University?

8. When was the Sverdlovsk Mining Institute founded?
9. When was it reorganized into the University?
10. In how many buildings is the Ural State Mining University housed?
11. In what building is your faculty housed?
12. Who is the dean of your faculty?
13. What books do you take from the library?
14. Where do you live?
15. Where do you usually have your meals?
16. How long does the course of studies for a bachelor's degree last?
17. How long do the students study for a Diplomate Engineer's course and a Magister's degree?
18. What subjects do you study this term?
19. What lectures and practical classes do you like to attend?
20. Where do the students have their practical work?
21. When do the students present their graduation papers for approval?
22. What graduates can enter the post-graduate courses?
23. What kind of sport do yon like?
24. Where do you go in for sports?

2.1.3 Подготовка к опросу

Ответьте на вопросы на иностранном языке:

1. What specialities does the geological faculty train geologic engineers in?
2. What problems does Geology study?
3. What branches is Geology divided into?
4. What does Economic Geology deal with?
5. What does mineralogy investigate?
6. What does paleontology deal with?
7. What is the practical importance of Geology?
8. Where do graduates of the geological faculty of the Mining University work?
9. What is your future speciality?
10. What kind of work do geologists-prospectors conduct?
11. What do geologists explore during the early stages of geological exploration?
12. What work do geologists conduct while working in. the field?
13. When do geologists start exploratory work?
14. What is the purpose of the exploratory work?
15. How is exploratory work conducted?
16. What contribution do geologists make to the development of the National Economy of our country?
17. What does hydrogeology deal with?
18. Where are ground waters used?
19. Where is thermal (hot) water used?
20. What must hydrogeologists do with ground waters which complicate construction work or mineral extraction?

2.2 Дополнительное чтение профессионально ориентированных текстов и выполнение заданий на проверку понимания прочитанного (по 2 текста на тему)

Text 1: A.M. Terpigorev (1873-1959)

Запомните слова и выражения, необходимые для понимания текста:

to defend graduation paper (thesis) - защищать дипломную работу (диссертацию)

to pass an entrance examination - сдать вступительный экзамен

to get a higher education - получить высшее образование

to do one's best (one's utmost, all one can, everything in one's power) - сделать все возможное, не жалеть сил

to make contribution (to) - вносить вклад в *(науку, технику* и т.д.)

choose (chose, **chosen**) - v выбирать; **choice -** *n* выбор

collect - v собирать, коллекционировать

dangerous - *a* опасный

deposit - *n* месторождение, залежь; **bedded deposits -** пластовые месторождения

describe - v описывать, изображать; **description** - *n* описание; **descriptive** - *a* описательный

facility - *n (pl* **facilities)** средства; возможности; оборудование; устройства

fire damp - *n* рудничный газ, метан

harm - *n* вред; *v* вредить; **harmful -** *a* вредный

relate - v относиться, иметь отношение

safety - *n* безопасность; **mine safety** безопасность труда при горных работах; техника безопасности; **safety measures** меры безопасности; **safe -** *a* безопасный; надежный

seam - *n* пласт *(угля); syn* **bed, layer; flat seam** горизонтальный, пологопадающий пласт; **inclined seam** наклонный пласт; **steep seam** крутопадающий пласт; **thick seam** мощный пласт; **thin seam** тонкий пласт

state - *n* состояние; государство; штат; *a* государственный; v заявлять; констатировать; излагать

success - *v* успех; удача; **be a success** иметь успех; **successful** *a* успешный

Прочитайте и переведите текст, выполните упражнения на проверку понимания прочитанного:

Academician A.M. Terpigorev is a well-known mining engineer who successfully combined his practical experience with scientific research. He was bom in 1873 in Tambov. In 1892 he finished school with honours1 and decided to get a higher education. He chose the Mining Institute in St. Petersburg, passed all the entrance examinations successfully and became a student of the Mining Institute.

At the Institute he studied the full range of subjects2 relating to metallurgy, mining and mining mechanics.

At that time students' specialization was based on descriptive courses and elementary practical training. One of the best lecturers was A. P. Karpinsky. His lectures on historical geology were very popular.

During his practical training Terpigorev visited mines and saw that the miners' work was very difficult. While he was working in the Donbas he collected material for his graduation paper which he soon defended. The Mining of flat seams in the Donbas was carefully studied and described in it.

In 1897 Terpigorev graduated from the Institute with a first-class diploma of a mining engineer.

His first job as a mining engineer was at the Sulin mines where he worked for more than three years first as Assistant Manager and later as Manager.

From 1900 till 1922 Terpigorev worked at the Yekaterinoslav Mining Institute (now the Mining Institute in Dnepropetrovsk).

In 1922 he accepted an offer to take charge of the mining chair at the Moscow Mining Academy and moved to Moscow. From 1930 he headed the chairs5 of Mining Transport and Mining of Bedded Deposits at the Moscow Mining Institute.

Academician Terpigorev took a particular interest in mine safety. As a result of his investigations a series of safety measures in gassy collieries was worked out. For some time he was working on the problem of fire damp, the most harmful and dangerous of all the gases in mines.

His two-volume work Coal Mining and Mine Transport Facilities is a full description of the state of mechanization and the economy of the Donbas. His other works are about mining transport facilities, mechanization of coal mining and mining machinery. He is one of the pioneers in scientific methods of coal gasification.

1. Укажите, какие предложения соответствуют содержанию текста. Подтвердите свои ответы фактами из текста.

1. After school Terpigorev decided to work in a mine.
2. Terpigorev collected material for his graduation paper which dealt with mining thick seams in the Donbas.
3. For more than three years Terpigorev worked at the Sulin mines.
4. In 1922 Terpigorev accepted an offer to take charge of the mining chair at the Moscow Mining Institute.
5. He investigated the problems of mine safety.
6. He was one of the first to work on the problem of gasification of coal.

2. Ответьте на следующие вопросы:

1. When and where was Terpigorev born?
2. What institute did he graduate from?
3. What material did he collect while he was working in the Donbas?
4. Where did Terpigorev work from 1900 till 1922?
5. At what institute did Terpigorev head the chair of Mining Bedded Deposits?
6. What did Terpigorev take a particular interest in?
7. What works by Terpigorev do you know?
8. What problems do Terpigorev's works deal with?
9. What was the result of his investigations on mine safety?

3. Переведите следующие сочетания слов.

а) охрана труда в шахтах
б) подтверждать
в) добыча угля
г) эксплуатация месторождений
д) метан
е) принять предложение
ж) выполнить задачу, задание
з) горизонтальный пласт
и) собирать материал

1. поступить в институт
2. решать важные проблемы
3. выдающиеся исследователи
4. успешно провести эксперименты
5. выбрать профессию
6. описательный курс
7. происхождение железной руды
8. начальник шахты
9. мероприятия по охране труда

Text 2: A.P. Karpinsky (1847-1936)

Запомните слова и выражения, необходимые для понимания текста:

abroad - *adv* за рубежом
confirm - v подтверждать; утверждать
consider - v считать, полагать, рассматривать
contribute - v вносить вклад; **contribution** вклад
crust - *n* земная кора
detailed - a подробный, детальный
elect - v избирать, выбирать *(голосованием);* назначать *(на должность)*
embrace - v охватывать; обнимать
entire - *a* весь, целый; полный; *syn* **whole**
exist – *v* существовать, быть, жить
foreign - *a* иностранный
former - *a* прежний

investigate - v исследовать; изучать

prominent - *a* знаменитый, выдающийся, известный; *syn* **remarkable, outstanding**

regularity - *n* закономерность

significant - *a* значительный; **significance -** *n* значение, важность; **exhaust the significance** исчерпывать значение

society – *n* общество

staff - *n* персонал; личный состав; штат

various - *a* различный, разный, разнообразный

to advance the view - высказывать мнение *(точку зрения)*

to be interested in - быть заинтересованным *(чём-л.),* интересоваться

to take (an) interest in - заинтересоваться *(чём-л.)*

Прочитайте и переведите текст, выполните упражнения на проверку понимания прочитанного:

V.A. Obruchev, I.M. Gubkin, A.Y. Fersman, V.I. Vernadsky and A. P. Karpinsky were the prominent Russian scientists who laid the foundation1 of the Russian school of geology and mining.

An entire epoch in the history of Russian geology is connected with Karpinsky's name. One of the greatest Russian geologists, he was a member and for some time President of the Academy of Sciences of the former USSR and a member of several Academies abroad. The Geological Society of London elected him a foreign member in 1901. His greatest contribution to geology was a new detailed geological map of the European part of Russia and the Urals.

For many years he headed the Russian Geological Committee the staff of which was made up of his pupils. He was one of those geologists who embraced the whole of geological science. He created the new stratigraphy of Russia. He studied the geological systems in various regions of the country and was the first to establish3 the regularity of the Earth's crust movement. His paleontological studies are of no less importance, especially those on palaeozoic ammonoids. He also took an interest in deposits of useful minerals and gave a classification of volcanic rocks. He advanced the view that petroleum deposits existed in Russian, which was confirmed later. He studied some ore and platinum deposits and may be justly considered5 the founder of practical geology of the Urals. He was the first Russian scientist who introduced microscope in the study of petrographic slides.

Karpinsky was a prominent scientist, an excellent man and citizen. He was one of the best lecturers at the Mining Institute in his time. He was also one of the greatest Russian scientists who later became the first elected President of the Academy of Sciences of the USSR. Students were attracted to him not only because he was a great scientist but also because of his charming personality and gentle manner.

Every geologist and every geology student knows very well Karpinsky's most significant work An Outline of the Physical and Geographical Conditions in European Russia in Past Geological Periods.

1. Укажите, какие предложения соответствуют содержанию текста. Подтвердите свои ответы фактами из текста.

1. Karpinsky was the first President of the Academy of Sciences.
2. He worked at the Mining Institute in St.Petersburg.
3. Karpinsky was a member of many Academies abroad.
4. Karpinsky made up a detailed map of the Asian part of our country.
5. He headed the Russian Geological Committee.
6. Karpinsky created a new branch of geology, namely stratigraphy.
7. He only tried to establish the regularity of the Earth's crust movement.
8. Karpinsky may be justly considered the founder of the practical geology of the Urals.

2. Ответьте на следующие вопросы:

1. What society elected Karpinsky a foreign member and when?
2. Did he head the Russian Geological Committee or was he a member of that Committee?

3. Did Karpinsky investigate various regions of the Russian territory?
4. Which of his works are the most remarkable?
5. What can you say about Karpinsky's investigations in petrology?

3. Переведите следующие сочетания слов.

а) земная кора
б) составить подробную карту
в) замечательные работы
г) выдающийся ученый
д) залежи полезных ископаемых
е) научное общество
ж) избирать председателя (президента)
з) заложить основы школы
и) интересоваться геологией
к) высказать точку зрения
л) возглавлять комитет

Text 3: Sedimentary Rocks

Запомните слова и выражения, необходимые для понимания текста:

cause - v заставлять; вызывать; влиять; причинять; *n* причина, основание; дело; общее дело; *syn* **reason**
clay - *n* глина; глинозем
consolidate - v твердеть, затвердевать, уплотнять(ся); укреплять; *syn* **solidify**
crust - *n* кора; *геол.* земная кора
decay - v гнить, разлагаться; *n* выветривание *(пород);* распад, разложение
derive - v (from) происходить, вести свое происхождение *(от);* наследовать
destroy - v разрушать; уничтожать; **destructive** *a* разрушительный
dissolve v растворять
expose - v выходить *(на поверхность);* обнажаться; **exposure** - *n* обнажение
external - *a* внешний
extrusive - *a* эффузивный, излившийся *(о горной породе)*
force - v заставлять, принуждать; ускорять движение; *n* сила; усилие
glacier - *n* ледник, глетчер
grain - *n* зерно; **angular grains** - угловатые зерна *(минералов);* **grained** - *a* зернистый
gravel - *n* гравий, крупный песок
internal - *a* внутренний
intrusive - *a* интрузивный, плутонический
iron - *n* железо
layer - *n* пласт
like - *a* похожий, подобный; *syn* **similar;** *ant* **unlike;** *adv* подобно
lime - *n* известь; **limestone** - *n* известняк
loose - *a* несвязанный, свободный; рыхлый
make up - v составлять; *n* состав *(вещества)*
particle - *n* частица; включение
peat - *n* торф; торфяник
represent - v представлять собою; означать; быть представителем; **representative** - представитель; **representative** - *a* характерный, типичный
rock – *n* горная порода; **igneous** - изверженная порода; **sedimentary** - осадочная порода
sand - *n* песок
sandstone - *n* песчаник; **fine-grained (medium-grained, coarse-grained)** - мелкозернистый (среднезернистый, грубозернистый) песчаник
sediment - *n* отложение; осадочная порода; **sedimentary** - *a* осадочный; **sedimentation** - *n* образование осадочных пород

schist - *n (кристаллический)* сланец; **schistose** - *a* сланцеватый, слоистый
shale - *n* сланец, сланцевая глина, глинистый сланец; **clay** - глинистый сланец; **combustible …, oil …** - горючий сланец
siltstone - *n* алеврит
stratification - *n* напластование, залегание
stratify - v напластовываться; отлагаться пластами; **stratified** *a* пластовый; *syn* **layered, bedded**
substance - *n* вещество, материал; сущность
thickness - *n* толщина, мощность
value - *n* ценность; важность; величина; значение; **valuable** - *a* ценный *(о руде)*
vary - v изменять(ся); отличать(ся); *syn* **differ, change (from); variable** - *a* переменный; непостоянный; **various** *a* различный; *syn* **different**

Прочитайте и переведите текст, выполните упражнения на проверку понимания прочитанного:

The rocks of the Earth's crust are divided into three main groups: sedimentary rocks, which consist of fragments or particles of pre-existing rocks; igneous rocks which have solidified from magma and metamorphic rocks. Metamorphic rocks have been derived from either igneous or sedimentary rocks.

Sedimentary rocks represent one of the three major groups of rocks that make up the crust of the Earth. Most sedimentary rocks have originated by sedimentation. They are layered or stratified. Thus, stratification is the most important characteristic of sediments and sedimentary rocks. It is necessary to note that the processes which lead to the formation of sedimentary rocks are going on around us.

Sediments are formed at or very near the surface of the Earth by the action of heat, water (rivers, glaciers, seas and lakes) and organisms.

It should be noted that 95 per cent of the Earth's crust is made up of igneous rocks and that only 5 per cent is sedimentary. In contrast, the amount of sedimentary rocks on the Earth's surface is three times that of igneous rocks.

Strictly speaking, sedimentary rocks form a very small proportion by volume of the rocks of the Earth's crust. On the contrary, about three quarters of the Earth's surface is occupied by sedimentary rocks. It means that most of sedimentary rocks are formed by sediments, accumulations of solid material on the Earth's surface.

The thickness of the layers of sedimentary rocks can vary greatly from place to place. They can be formed by the mechanical action of water, wind, frost and organic decay. Such sediments as gravel, sand and clay can be transformed into conglomerates, sandstones and clay schists as a result of the accumulation of materials achieved by the destructive mechanical action of water and wind.

Mechanical sediments can be unconsolidated and consolidated. For example, gravel, sand and clay form the group of unconsolidated mechanical sediments, because they consist of loose uncemented particles (grains).

On the Earth's surface we also find consolidated rocks, which are very similar to the loose sediments whose particles are firmly cemented to one another by some substance. The usual cementing substances are sand, clay, calcium carbonate and others. Thus sandstones are consolidated rocks composed of round or angular sand grains, more or less firmly consolidated. Like sand, sandstones can be divided into fine-grained, medium-grained and coarse-grained.

On the other hand, chemical sediments are the result of deposits or accumulations of substances achieved by the destructive chemical action of water. The minerals such as rock salt, gypsum and others are formed through sedimentation of mineral substances that are dissolved in water.

Sediments can also be formed by the decay of the remains of organisms, by the accumulation of plant relics.1 They are called organic sediments. Limestones, peat, coal, mineral oil and other sediments may serve as an example of organic sediments.

The most principal kinds of sedimentary rocks are conglomerate, sandstone, siltstone, shale, limestone and dolomite. Many other kinds with large practical value include common salt, gypsum, phosphate, iron oxide and coal.

As is known, water, wind and organisms are called external forces, because their action depends on the energy which our planet receives from the Sun.

1). Укажите, какие предложения соответствуют содержанию текста. Подтвердите свои ответы фактами из текста.

1. The rocks of the Earth's crust are divided into two main groups.
2. Igneous rocks are composed of particles of pre-existing rocks.
3. Sedimentary rocks are stratified.
4. Sediments are formed by the action of glaciers.
5. Igneous rocks make up 75 per cent of exposed rocks.
6. Conglomerates are formed as a result of the accumulation of materials caused by the destructive mechanical action of water.
7. Sandstones are consolidated rocks.
8. Clays are unconsolidated mechanical sediments.
9. Chemical sediments are formed by the destructive chemical action of water.
10. Peat and coal are the organic sediments which are of great practical value.
11. Clay schist was formed at the beginning of the sedimentation period and clay was formed later.

2). Ответьте на вопросы:

1. What main groups of rocks do you know?
2. Do sedimentary rocks consist of particles of pre-existing rocks?
3. How were igneous rocks formed?
4. Do you know how sedimentary rocks have originated?
5. What is the most important characteristic feature of sediments?
6. Do sedimentary rocks account for 10 per cent of the Earth's crust?
7. Is gravel consolidated mechanical sediment? And what about sand and clay?
8. What are cementing substances? Can calcium carbonate be used as a cementing substance?
9. Are there only fine-grained sandstones?
10. What can you say about chemical sediments?
11. Can you give an example of organic sediments? How are they formed?

3) Найдите в правой колонке английские эквиваленты следующих слов и сочетаний слов.

1.	земная кора	а) sandstone
2.	растворяться в воде	б) fine-grained sand
3.	песчаник	в) the Earth's crust
4.	уплотненные осадки	г) exposed rocks
5.	изверженные породы	д) to dissolve in water
6.	мелкозернистый песок	е) like gypsum
7.	затвердевать	ж) consolidated sediments
8.	подобно гипсу	з) igneous rocks
9.	обнаженные породы	и) to solidify, to consolidate

б) Найдите в правой колонке русские эквиваленты следующих сочетаний слов.

1.	coarse-grained sand	а) разрушительная сила воды
2.	siltstone and shale	б) пластовые месторождения
3.	the destructive action of water	в) доледниковый период

4.	existing rocks	г) крупнозернистый (грубо- зернистый) песок
5.	chemical decay	д) частицы вещества
6.	sedimentary rocks	е) алеврит и сланец
7.	stratified deposits	ж) существующие породы
8.	pre-glacial period	з) осадочные породы
9.	particles of a substance	и) химический распад

Text 4: Weathering of Rocks

Запомните слова и выражения, необходимые для понимания текста:

contain - v содержать *(в себе),* вмещать
crack - *n* трещина; щель; v давать трещину; трескаться, раскалываться
contract - v сжиматься; сокращаться
dust - *n* пыль
expand - v расширяться); увеличивать(ся) в объеме; **expansion** *n* расширение; *ant* **contract**
fissure - *n* трещина *(в породе, угле);* расщелина; щель
fracture - *n* трещина; излом; разрыв; v ломать(ся); раздроблять *(породу)*
freeze - *v* замерзать; замораживать; застывать
gradual - *a* постепенный; **gradually** *adv* постепенно
hard - *a* твердый, жесткий; *ant* **soft;** тяжелый (о *работе); adv* сильно, упорно; **hardly** *adv* едва, с трудом
hole - *n* отверстие; скважина; шпур; шурф
influence - *n* влияние; v **(on, upon)** влиять (не *что-л.)*
lateral - *a* боковой
occur - *v* залегать; случаться; происходить; *syn* **take place, happen; occurrence** - *n* залегание; **mode of occurrence** - условия залегания
penetrate - *v* проникать *(внутрь),* проходить через *(что-л.)*
phenomenon - *n* явление; *pi* **phenomena**
pressure - *n* давление; **lateral pressure** боковое *(горизонтальное)* давление; **rock pressure** горное давление, давление породы
rate - *n* степень, темп; скорость, норма; производительность; сорт; *syn* **speed, velocity**
refer - v (to) ссылаться *(на что-л.);* относиться *(к периоду, классу)*
resist - *v* сопротивляться; противостоять; противодействовать; **resistance** - *n* сопротивление; **resistant** - *a* стойкий; прочный; сопротивляющийся
size - *n* размер; величина; класс *(угля)*
solution – *n* раствор; **soluble** - *a* растворимый; **solvent** - растворитель; *a* растворяющий
succession – *n* последовательность, непрерывный ряд; **in succession** последовательно
undergo (underwent, undergone) - *v* испытывать *(что-л.),* подвергаться *(чему-л.)*
uniform – *a* однородный; одинаковый
weathering - *n* выветривание; эрозия *(воздействию, влиянию и т.д.)*
to be subjected to подвергаться

Прочитайте и переведите текст, выполните упражнения на проверку понимания прочитанного:

All rocks which are exposed on the Earth's surface (high mountain peaks, deserts) are decomposed to a certain degree. The process of rock disintegration by the direct influence of local atmospheric conditions on the Earth's surface is called weathering. This phenomenon is often referred to in geology because weathering is an active process. It takes place in the upper layers of the Earth's crust.

The main cause of physical weathering is the change in temperature that takes place with the succession of day and night. This phenomenon can best be observed in the deserts and high mountains where the changes in temperature are common.

During the day under the influence of heat, rocks expand whereas at night they begin to contract. As rocks are generally composed of different minerals, their expansion and contraction do not occur uniformly. As a result of this rocks crack. At the beginning these cracks or fissures are hardly noticeable but gradually they become wider and deeper until the whole surface of rock is finally transformed into gravel, sand or dust.

In the regions of a moderate or cold climate, where the temperature in winter goes down to below 0 (zero), the decomposition of rocks is greatly facilitated by the action of water. When water freezes it increases in volume and develops enormous lateral pressure. Under the action of water, rocks decompose to pieces of varied forms and sizes.

The decomposition of rocks under the direct influence of heat and cold is called physical weathering.

Rocks are subjected not only to physical decomposition but also to chemical weathering, i.e. to the action of chemical agents, such as water, carbon dioxide and oxygen. In a general way, chemical weathering is an acid attack on the rocks of the Earth's crust, in particular an attack on the most abundant minerals — quartz (sand) and aluminosilicates (clays). Only few minerals and rocks are resistant to the action of natural waters. The solvent action of water is stronger when it contains carbon dioxide. Water causes more complex and varied changes. With the participation of oxygen and carbon dioxide up to 90 per cent of rocks is transformed into soluble minerals, which are carried away by the waters.

Organisms and plants also take part in the disintegration of rocks. Certain marine organisms accelerate the destruction of rocks by making holes in them to live in. The action of plants can often be even more destructive. Their roots penetrate into the fissures of rocks and develop the lateral pressure which fractures and destroys rocks.

1. Укажите, какие предложены соответствуют содержанию текста. Подтвердите свои ответы фактами из текста.

1. The process of sedimentation is called weathering.
2. The change in temperature causes physical weathering.
3. As a rule during the night rocks expand.
4. When freezing water decreases in volume and develops enormous lateral pressure.
5. The decomposition of rocks is due to the influence of heat and cold.
6. As a rule water contains dissolved mineral substances.
7. The solvent action of water is stronger when it does not contain carbon dioxide.
8. It should be noticed that the action of organisms and plants is destructive.
9. Certain marine organisms accelerate the destruction of rocks.

2. Ответьте на следующие вопросы:

1. What process is called weathering?
2. What process is called physical weathering?
3. Where can the phenomenon of physical weathering be best observed?
4. What process is called chemical weathering?
5. What substances can act as solvents?
6. Are all minerals and rocks resistant to the action of natural waters or only few minerals and rocks can resist the action of water?
7. How do organisms act on the destruction of rocks?

3. а) Найдите в правой колонке русские эквиваленты следующих слов и сочетаний слов:

1. the Earth's surface
2. to be composed of different minerals
3. the expansion of rocks
4. changes in temperature

5. under the influence of heat
6. weathering
7. destructive forces
8. a great number of fractures
9. to penetrate into fissures

а) под влиянием тепла
б) разрушительные силы
в) выветривание
г) большое количество трещин
д) состоять из различных минералов
е) расширение пород
ж) проникать в трещины
з) изменения температуры
и) поверхность земли

б) Найдите в правой колонке английские эквиваленты следующих слов и сочетаний слов:

1. увеличиваться в объеме
2. развивать боковое давление
3. способствовать разрушению пород
4. подвергаться гниению
5. растворять вещества
6. сопротивляться (чему-л.)
7. некоторые органические вещества
8. ускорять процесс выветривания
9. куски породы различных размеров

а) to facilitate the decomposition of rocks
б) to increase in volume
в) to resist (smth)
г) rock pieces of varied (different) sizes
д) to accelerate the process of weathering
е) to be subjected to decay
ж) to dissolve substances
з) to develop lateral pressure
и) certain organic substances

Text 5: Fossil Fuels

Запомните слова и выражения, необходимые для понимания текста:

accumulate - v накапливать; скопляться
ancient - *a* древний, старинный; *ant* **modern**
associate - v связывать, соединять, ассоциироваться; *syn* **connect, link**
burn (burnt) - v сжигать; гореть; жечь
charcoal - *n* древесный уголь
convenient - *a* удобный, подходящий
crude - *a* сырой, неочищенный
dig (dug) - v добывать; копать; **digger** - n угольный экскаватор; землеройная машина
divide - v делить; (from) отделять; разделять
evidence - *n* доказательство; очевидность; признак(и)
fossil - *a* окаменелый, ископаемый; *n* ископаемое *(органического происхождения);* окаменелость
heat - v нагревать; *n* теплота
liquid - *a* жидкий; n жидкость; *ant* **solid**

manufacture - *v* изготовлять, производить; *syn* **produce**
mudstone - *n* аргиллит
purpose - *n* цель; намерение; *syn* **aim, goal**
shale - *n* глинистый сланец
the former … the latter - первый *(из вышеупомянутых)* последний *(из двух названных)*

Прочитайте и переведите текст, выполните упражнения на проверку понимания прочитанного:

The chief sources of energy available to man today are oil, natural gas, coal, water power and atomic energy. Coal, gas and oil represent energy that has been concentrated by the decay of organic materials (plants and animals) accumulated in the geologic past. These fuels-are often referred to as fossil fuels.

The word fossil (derived from the Latin fodere "to dig up") originally referred to anything that was dug from the ground, particularly a mineral. Today the term fossil generally means any direct evidence of past life, for example, the footprints of ancient animals. Fossils are usually found in sedimentary rocks, although sometimes they may be found in igneous and metamorphic rocks as well. They are most abundant in mudstone, shale and limestone, but fossils are also found in sandstone, dolomite and conglomerate.

Most fuels are carbon-containing substances that are burned in air. In burning fuels give off heat which is used for different purposes.

Fuels may be solid, liquid and gaseous. Solid fuels may be divided into two main groups, natural and manufactured. The former category includes coal, wood, peat and other plant products. The latter category includes coke and charcoal obtained by heating coal in the absence of air.

Liquid fuels are derived almost from petroleum. In general, natural petroleum, or crude oil, as it is widely known, is the basis of practically all industrial fuels. Petroleum is a mixture of hundreds of different hydrocarbons — compounds composed of hydrogen and carbon — together with the small amount of other elements such as sulphur, oxygen and nitrogen. Petroleum is usually associated with water and natural gas. It is found in porous sedimentary rocks where the geological formation allowed the oil to collect from a wide area. Petroleum is one of the most efficient fuels and raw materials.

Of gaseous fuels the most important are those derived from natural gas, chiefly methane or petroleum. Using gaseous fuels makes it possible to obtain high thermal efficiency, ease of distribution and control. Gas is the most economical and convenient type of fuels. Today gas is widely utilized in the home and as a raw material for producing synthetics.

Scientists consider that a most promising source of natural resources may be the floor of the sea, a subject which now has become an important field of research.

Generally speaking, all types of fossil fuels described in the text are of great economic importance as they represent the sources of energy the man uses today.

1. Укажете, какие предложения соответствуют содержанию текста. Подтвердите свои ответы фактами из текста.

1. Coal, water power and atomic energy are the only sources of energy available to man today.
2. Coal, wood and peat represent natural group of solid fuels.
3. As a rule fossil fuels are found in sedimentary rocks.
4. Crude oil is widely used for producing solid fuels.
5. Petroleum can be found in porous sedimentary rocks.
6. Gas is used to produce synthetic materials.
7. Not all types of fossil fuels burn.

2. Ответьте на следующие вопросы:

1. What fuels are often referred to as fossil fuels?
2. What does the word fossil mean?
3. What rocks are most abundant hi fossil fuels?

4. What types of fossil fuels do you know?
5. Is coke a natural or manufactured solid fuel? And what can you say about coal and peat?
6. How are coke and charcoal produced?
7. What rocks is petroleum usually associated with?
8. What are the advantages of gaseous fuels?

3. а) Найдите в правой колонке русские эквиваленты следующих слов сочетаний слов.

1.	fossil fuel	а) дерево и торф
2.	raw material	б) небольшое количество аргиллита
3.	crude oil	в) органическое топливо
4.	the chief sources of energy	г) сланец и известняк
5.	to refer to	д) сырье
6.	any direct or indirect evidence of the deposit	е) материалы, содержащие углерод
7.	shale and limestone	ж) главные источники энергии
8.	carbon-containing materials	з) любые прямые или косвенные признаки месторождения
9.	wood and peat	и) сырая (неочищенная) нефть
10.	the small amount of mudstone	к) относиться к (чему-л.); ссылаться на (что-л.)

б) Найдите в правой колонке английские эквиваленты следующих слов и сочетаний слов.

1.	древесный уголь и кокс	а) to collect data
2.	жидкое топливо	б) charcoal and coke
3.	накапливать	в) to be composed of limestones
4.	собирать данные	г) liquid fuel
5.	происходить от	д) to accumulate
6.	получать хорошие результаты	е) to derive from
7.	богатый горючими сланцами	ж) to obtain good results
8.	состоять из известняков	з) abundant in oil shales

Text 6: Coal and Its Classification

Запомните слова и выражения, необходимые для понимания текста:

bench - *n* слой, пачка *(пласта)*
blend - v смешивать(ся); вклинивать(ся)
combustion - *n* горение, сгорание; **spontaneous combustion** самовоспламенение, самовозгорание
continuity - *n* непрерывность, неразрывность
domestic - *a* внутренний; отечественный
estimate - v оценивать; *n* оценка; смета
fault - *n* разлом, сдвиг *(породы);* сброс; **faulting** *n* образование разрывов или сбросов
fold - *n* изгиб, складка, флексура; **foulding** - *n* складчатость, смешение *(пласта)* без разрыва
inflame - v воспламеняться; загорать(ся); **inflammable** - *a* воспламеняющийся, горючий, огнеопасный; **flame** - *n* пламя
intermediate - *a* промежуточный; вспомогательный
liable - *a* (to) подверженный; подлежащий *(чему-л.)*
luster - *n* блеск *(угля, металла);* **lustrous** - *a* блестящий
matter - *n* вещество; материя
moisture - *n* влажность, сырость; влага
parting - *n* прослоек
plane - *n* плоскость; **bedding plane** плоскость напластования
rank - *n* класс, тип; **coal rank** группа угля, тип угля
regular - *a* правильный; непрерывный; *ant* **irregular** неправильный; неравномерный; **regularity** *n* непрерывность; правильность

similar - *a* похожий, сходный; подобный; *syn* **alike, the same as**
smelt - v плавить *(руду);* выплавлять *(металл)*
store - v запасать, хранить на складе; вмещать
strata - *n pl от* **stratum** пласты породы; свита *(пластов);* формация, напластования породы; *syn* **measures**
thickness - *n* мощность *(пласта, жилы)*
uniform - *a* однородный; равномерный; **uniformity** *n* однородность; единообразие
utilize - v использовать; *syn* **use, apply, employ**
volatile - *a* летучий, быстро испаряющийся

Прочитайте и переведите текст, выполните упражнения на проверку понимания прочитанного:

Coal is the product of vegetable matter that has been formed by the action of decay, weathering, the effects of pressure, temperature and time millions of years ago.

Although coal is not a true mineral, its formation processes are similar to those of sedimentary rocks.

Structurally coal beds are geological strata characterized by the same irregularities in thickness, uniformity and continuity as other strata of sedimentary origin. Coal beds may consist of essentially uniform continuous strata or like other sedimentary deposits may be made up of different bands or benches of varying thickness.

You can see a seam limited by two more or less parallel planes, a shape which is typical of sedimentary rocks. The benches may be separated by thin layers, of clay, shale, pyrite or other mineral matter, commonly called partings. Like other sedimentary rocks coal beds may be structurally disturbed by folding and faulting.

According to the amount of carbon coals are classified into: brown coals, bituminous coals and anthracite. Brown coals are in their turn subdivided into lignite and common brown coal. Although carbon is the most important element in coal, as many as 72 elements have been found in some coal deposits, including lithium, chromium, cobalt, copper, nickel, tungsten and others.

Lignite is intermediate in properties between peat and bituminous coal, containing when dry about 60 to 75 per cent of carbon and a variable proportion of ash. Lignite is a low-rank brown-to-black coal containing 30 to 40 per cent of moisture. Developing heat it gives from 2,500 to 4,500 calories. It is easily inflammable but burns with a smoky flame. Lignite is liable to spontaneous combustion. It has been estimated that about 50 per cent of the world's total coal reserves are lignitic.

Brown coal is harder than lignite, containing from 60 to 65 per cent of carbon and developing greater heat than lignite (4,000-7,000 calories). It is very combustible and gives a brown powder. Bituminous coal is the most abundant variety, varying from medium to high rank. It is a soft, black, usually banded coal. It gives a black powder and contains 75 to 90 per cent of carbon. It weathers only slightly and may be kept in open piles with little danger of spontaneous combustion if properly stored. Medium-to-low volatile bituminous coals may be of coking quality. Coal is used intensively in blast furnaces for smelting iron ore. There are non-coking varieties of coal.

As for the thickness, the beds of this kind of coal are not very thick (1-1.5 meters). The great quantities of bituminous coal are found in the Russian Federation.

Anthracite or "hard" coal has a brilliant lustre containing more than 90 per cent of carbon and low percentage of volatile matter. It is used primarily as a domestic fuel, although it can sometimes be blended with bituminous grades of coal to produce a mixture with improved coking qualities. The largest beds of anthracite are found in Russia, the USA and Great Britain.

Coal is still of great importance for the development of modern industry. It may be used for domestic and industrial purposes. Being the main source of coke, coal is widely used in the iron and steel industry. Lignite, for example either in the raw state or in briquetted form, is a source of industrial carbon and industrial gases.

There is a strong tendency now for increased research into new technologies to utilize coal. No doubt, coal will be used as a raw material for the chemical industry and petrochemical processes. All

these processes involve coal conversion which include gasification designed to produce synthetic gas from coal as the basis for hydrogen manufacture, liquefaction (разжижение) for making liquid fuel from coal and other processes.

1. Укажите, какие предложения соответствуют содержанию текста. Подтвердите свои ответы фактами из текста.

1. Anthracite coals may be divided into lignite and common brown coal.
2. Coals are ranked according to the percentage of carbon they contain.
3. Peat, with the least amount of carbon is the lowest rank, then comes lignite or brown coal.
4. Brown coal is hard and it is not liable to spontaneous combustion.
5. Bituminous coal weathers rapidly and one cannot keep it in open piles.
6. Being intensively used in the iron and steel industry bituminous coal varies from medium to high rank.
7. Anthracite or hard coal, the highest in percentage of carbon, can be blended with bituminous grades of coal.

2. Ответьте на следующие вопросы:

1. What is the classification of coal based on?
2. Is carbon the only element in coal? (Prove it.)
3. Is lignite intermediate in properties between peat and bituminous coal?
4. What heat value does lignite develop when burnt?
5. What coals are liable to spontaneous combustion?
6. What is the difference between lignite and brown coal?
7. Is bituminous coal high- or low-volatile?
8. Does anthracite contain 90 per cent of carbon?
9. Where are the largest deposits of anthracite found? And what can you say about bituminous coal?
10. What do you know about the utilization of coal?

3. а) Найдите в правой колонке русские эквиваленты следующих слов и сочетаний слов:

1.	spontaneous combustion	а) легковоспламеняющийся газ
2.	moisture and ash content	б) высокосортный уголь
3.	the most abundant variety	в) плавить железную руду
4.	in its turn	г) самовозгорание
5.	the amount of volatile matter	д) содержание влаги и золы
6.	easily inflammable gas	е) дымное пламя
7.	brilliant lustre	ж) наиболее широко распространенные угли
8.	to smelt iron ore	з) яркий блеск
9.	high-rank coal	и) в свою очередь
10.	a smoky flame	к) количество летучих веществ

б) Найдите в правой колонке английские эквиваленты следующих слов н сочетаний слов:

1.	тип угля	а) heat value
2.	некоксующийся уголь	б) amount of carbon
3.	доменная печь	в) coal rank
4.	содержание углерода	г) to store coal
5.	смешиваться с другими углями	д) to weather rapidly
6.	улучшенного качества	е) non-coking coal
7.	складировать уголь	ж) blast furnace
8.	теплотворная способность	з) of improved quality
9.	быстро выветриваться	и) to blend with other coals

Text 7: General Information on Mining

Запомните слова и выражения, необходимые для понимания текста:

access - *n* доступ

affect - v воздействовать *(на что-л.);* влиять; *syn* **influence**

barren - *a* непродуктивный; пустой *(о породе)*

chute - *n* скат, спуск; углеспускная выработка; жёлоб

compare - v (with) сравнивать, проводить параллель

contribute - v способствовать, содействовать; делать вклад *(в науку);* **make a (one's) ~ to smth.** сделать вклад во что-л.

cross-section - *n* поперечное сечение, поперечный разрез, профиль

develop - v разрабатывать *(месторождение);* развивать *(добычу);* производить подготовительные работы; **development** - *n* подготовительные работы; развитие добычи; развитие

drift - *n* штрек, горизонтальная выработка

ensure - v обеспечивать, гарантировать; *syn* **guarantee**

face - *n* забой; лава

floor - л почва горной выработки, почва пласта (жилы); **quarry** ~ подошва карьера; пол, настил

govern - v править, управлять; руководить; определять, обусловливать

inclination - *n* уклон, скат, наклон *(пластов);* наклонение; **seam** ~ падение *(пласта);* наклон *(пласта)*

incline - *n* уклон, бремсберг, скат; наклонный ствол; **gravity** ~ бремсберг

inclined - *a* наклонный; **flatly** ~ слабо наклонный; **gently ~** наклонного падения; **medium** ~ умеренно наклонный *(о пластах);* **steeply** ~ крутопадающий

level - *n* этаж, горизонт, горизонтальная горная выработка; штольня; уровень *(инструмент);* нивелир; ватерпас; горизонтальная поверхность

recover - v извлекать *(целики);* выбирать, очищать; добывать *(уголь и т.п.);* восстанавливать

remove - v удалять; убирать; устранять; перемещать; **removal** - *n* вскрыша; выемка; уборка *(породы);* извлечение *(крепи);* перемещение; **overburden** - удаление вскрыши

rib - *n* ребро; выступ; узкий целик, предохранительный целик; грудь забоя

roof - *n* крыша; кровля выработки; кровля пласта *(или* жилы); перекрытие; ~ **support** - крепление кровли

shaft - *n* шахтный ствол; **auxiliary** ~ вспомогательный ствол; **hoisting** ~ подъемный ствол; главный шахтный ствол

tabular - *a* пластовый (о *месторождении);* пластообразный; плоский; линзообразный; *syn* **bedded, layered**

waste - *n* пустая порода; отходы; *syn* **barren rock**

well - *n* буровая скважина; колодец, источник; водоем; зумф

capital investment - капитальные вложения

gate road - промежуточный штрек

in bulk - навалом, в виде крупных кусков

metal-bearing - содержащий металл

production face/working - очистной забой

productive mining - эксплуатационные работы

in view of - ввиду чего-л., принимая во внимание что-л.

with a view to - с целью

Прочитайте и переведите текст, выполните упражнения на проверку понимания прочитанного:

As has been said, mining refers to actual ore extraction. Broadly speaking, mining is the industrial process of removing a mineral-bearing substance from the place of its natural occurrence in the Earth's crust. The term "mining" includes the recovery of oil and gas from wells; metal, non-metallic minerals, coal, peat, oil shale and other hydrocarbons from the earth. In other words, the work done to extract mineral, or to prepare for its extraction is called mining.

The tendency in mining has been towards the increased use of mining machinery so that modern mines are characterized by tremendous capacities. This has contributed to: 1) improving working conditions and raising labour productivity; 2) the exploitation of lower-grade metal-bearing substances and 3) the building of mines of great dimensions.

Mining can be done either as a surface operation (quarries, opencasts or open pits) or by an underground method. The mode of occurrence of the sought-for metallic substance governs to a large degree the type of mining that is practised. The problem of depth also affects the mining method. If the rock containing the metallic substance is at a shallow site and is massive, it may be economically excavated by a pit or quarry-like opening on the surface. If the metal-bearing mass is tabular, as a bed or vein, and goes to a great distance beneath the surface, then it will be worked by some method of underground mining.

Working or exploiting the deposit means the extraction of mineral. With this point in view a number of underground workings is driven in barren (waste) rock and in mineral. Mine workings vary in shape, dimensions, location and function.

Depending on their function mine workings are described as exploratory, if they are driven with a view to finding or proving mineral, and as productive if they are used for the immediate extraction of useful mineral. Productive mining can be divided into capital investment work, development work, and face or production work. Investment work aims at ensuring access to the deposit from the surface. Development work prepares for the face work, and mineral is extracted (or produced) in bulk.

The rock surfaces at the sides of workings are called the sides, or hi coal, the ribs. The surface above the workings is the roof in coal mining while in metal mining it is called the back. The surface below is called the floor.

The factors such as function, direct access to the surface, driving in mineral or in barren rock can be used for classifying mine workings:

I. Underground workings:

a) Long or deep by comparison with their cross-section may be: 1) vertical (shaft, blind pit); 2) sloping (slopes, sloping drifts, inclines); 3) horizontal (drifts, levels, drives, gate roads, adits, crosscuts).

b) Large openings having cross dimensions comparable with their length.

c) Production faces, whose dimensions depend on the thick ness of the deposit being worked, and on the method of mining it.

1. Укажите, какие предложения соответствуют содержанию текста. Подтвердите свои ответы фактами из текста.

1. As a rule, the term "mining" includes the recovery of oil and gas from wells as well as coal, iron ores and other useful minerals from the earth.
2. The increased use of mining machinery has greatly contributed to raising labour productivity and improving working conditions.
3. It is quite obvious that the problem of depth is not always taken into consideration in choosing the mining method.
4. Productive workings are usually used for the immediate extraction of useful mineral.
5. Underground workings are driven in barren rock or in mineral.
6. A shaft is a vertical underground working which is long and deep in comparison with its cross-section.
7. The surface above the mine working is usually called the floor.
8. The rock surfaces at the sides of mine workings arc called the ribs.

2. Ответьте на следующие вопросы:

1. What is mining?
2. What has contributed to the better working conditions of the miners?
3. What factors influence the choice of the mining method?
4. In what case is useful mineral worked by open pits?
5. Are exploratory workings driven with a view to finding and proving mineral or are they driven for immediate extraction of mineral?
6. What is the difference between development and production work?
7. What main factors are used for classifying mine workings?
8. What do the dimensions of production faces depend on?

3. а) Найдите в правой колонке русские эквиваленты следующих слов и сочетаний слов:

1. direct access to the surface
2. open-cast mining
3. tabular (or bedded) deposits
4. oil well
5. underground workings
6. cross-section of a working
7. production face
8. the roof of the mine working
9. to drive mine workings in barren rock
10. to affect the mining method

а) нефтяная скважина
б) проходить горные выработки по пустой породе
в) влиять на метод разработки
г) прямой доступ к поверхности
д) пластовые месторождения
е) открытая разработка
ж) поперечное сечение выработки
з) подземные выработки
и) очистной забой
к) кровля горной выработки

б) Найдите в правой колонке английские эквиваленты следующих слов сочетаний слов:

1. способствовать чему-л.
2. размер ствола
3. извлекать, добывать (уголь)
4. штреки и квершлаги
5. пустая порода
6. вообще говоря
7. удалять, перемещать (крепь, вскрышу и др.)
8. с целью ...
9. подготовительные работы
10. мощность пласта

а) thickness of a seam
б) shaft dimension
в) with a view to
г) to contribute to smth.
д) development work
е) to remove (timber, overburden, etc.)
ж) drifts (gate roads) and crosscuts
з) generally speaking

и) to recover (coal)
к) waste (barren) rock

Text 8: Methods of Working Bedded Deposits Underground

Запомните слова и выражения, необходимые для понимания текста:

advantage - *n* преимущество; превосходство; выгода; польза; **advantageous** - *a* выгодный; благоприятный, полезный; **to take advantage of smth** воспользоваться чём-л.

caving - *n* обрушение *(кровли);* разработка с обрушением

deliver - v доставлять, подавать; питать; нагнетать; произносить *(речь);* читать *(лекцию)*

entry - *n* штрек; выработка горизонтальная; *pl* подготовительные выработки; нарезные выработки; штреки

giant - *n* гидромонитор

gravity - *n* сила тяжести; вес, тяжесть; **by ~** самотеком, под действием собственного веса

haul - v доставлять; откатывать; подкатывать; перевозить; **haulage** - *n* откатка; доставка; транспортировка *(по горизонтали)*

longwall - *n* лава; выемка лавами; сплошной забой, сплошная или столбовая система разработки; *syn* **continuous mining; ~ advancing on the strike** выемка лавами прямым ходом по простиранию; сплошная система разработки по простиранию; **~ advancing to the rise** сплошная система разработки с выемкой по восстанию; ~ to **the dip** сплошная система разработки с выемкой по падению; ~ **retreating** выемка лавами обратным ходом; столбовая система разработки лавами

lose (lost) - v терять; **loss -** *n* потеря, убыток

pillar - *n* целик; столб; **shaft** ~ околоствольный целик; ~ **method** столбовая система разработки; ~ **mining** выемка целиков

predominate - v преобладать, превалировать; превосходить; господствовать, доминировать

protect - v охранять, защищать

reach - v простираться, доходить до; добиваться, достигать

satisfy - v удовлетворятъ(ся)

shield - *n* щит; ~ **method** щитовой метод проходки, щитовой способ

room - *n* камера; очистная камера; **room-and-pillar method** камерно-столбовая система разработки

stowing - *n* закладка *(выработанного пространства)*

method of working система разработки

the sequence of working the seams - последовательность отработки пластов

Прочитайте и переведите текст, выполните упражнения на проверку понимания прочитанного:

The method of working (or method of mining) includes a definite sequence and organization of development work of a deposit, its openings and its face work in certain geological conditions. It depends on the mining plan and machines and develops with their improvements. A rational method of working should satisfy the following requirements in any particular conditions: 1) safety of the man; 2) maximum output of mineral; 3) minimum development work (per 1,000 tons output); 4) minimum production cost and 5) minimum losses of mineral.

Notwithstanding the considerable number of mining methods in existence, they can be reduced to the following main types: 1. Methods of working with long faces (continuous mining); 2. Methods of working with short faces (room-and-pillar). The characteristic feature of the continuous mining is the absence of any development openings made in advance of production faces. The main advantage of long continuous faces is that they yield more mineral. Besides, they allow the maximum use of combines (shearers), cutting machines, powered supports and conveyers. The longwall method permits an almost 100 per cent recovery of mineral instead of 50 to 80 per cent obtainable in room-and-pillar methods.

The basic principle of room-and-pillar method is that rooms from 4 to 12 meters wide (usually 6-7) are driven from the entries, each room is separated from each other by a rib pillar. Rib pillars are recovered or robbed after the rooms are excavated. The main disadvantage of shortwall work is a considerable loss of mineral and the difficulty of ventilation. In working bedded deposits methods of mining mentioned above may be used either with stowing or with caving.

In Russia, Germany (the Ruhr coal-field), France and Belgium nearly all the faces are now long ones. In Britain longwall faces predominate.

The USA, Canada, Australia and to some extent India are developing shortwall faces and creating the machines for them. In these countries shortwall faces are widely used.

In Russia the thick seams are taken out to full thickness up to 4.5 m thick if they are steep, and up to 3.5 m thick if they are gently sloping or inclined. In the Kuznetsk coal-field long faces are worked to the dip with ashield protection, using a method proposed by N.Chinakal. In shield mining coal is delivered to the lower working by gravity so that additional haulage is not required.

It should also be noted that in Russia hydraulic mining is widely used as it is one of the most economic and advantageous methods of coal getting. New hydraulic mines are coming into use in a number of coal-fields. Hydraulic mining is developing in other countries as well.

The aim of hydraulic mining is to remove coal by the monitors (or giants) which win coal and transport it hydraulically from the place of work right to the surface. It is quite obvious that the choice of the method of mining will primarily depend on the depth and the shape and the general type of the deposit.

1. Укажите, какие предложения соответствуют содержанию текста. Подтвердите свои ответы фактами из текста.

1. A definite sequence and organization of development work is called mining.
2. Mining methods in existence can be reduced to the two main types.
3. The depth and the shape of the deposit influence the choice of the method of working.
4. As is known, in Belgium all the faces are short now, in Great Britain they amount to 84 per cent.
5. In Australian collieries shortwall faces are widely used.
6. The room-and-pillar method is characterized by the absence of any development openings.
7. High-capacity monitors win coal and transport it hydraulically right to the surface.

2. Ответьте на следующие вопросы:

1. What factors does mining depend on?
2. What is mining?
3. What are the most important factors which affect the choice of the method of working?
4. Do short faces or long faces predominate in Russia? What can you say about the Ruhr coal-field?
5. Is Canada developing shortwall faces or longwall faces?
6. What are the main disadvantages of shortwall faces?
7. What are the two main methods of working?
8. What is the main advantage of long continuous faces?
9. What methods of mining long faces do you know?
10. What method of mining is characterized by the absence of development openings?

3. а) Найдите в правой колонке русские эквиваленты следующих слов в сочетаний слов:

1.	development face	а) сплошная система разработки
2.	great losses	б) выемка целиков
3.	shield method of mining	в) подготовительный забой
4.	continuous mining	г) большие потери
5.	longwall advancing to the dip	д) удовлетворять требованиям
6.	the room-and-pillar method of mining	е) зависеть от геологических условий
7.	to open up a deposit	ж) выемка лавами прямым ходом по падению

8. pillar mining з) щитовая система разработки
9. to satisfy the requirements и) вскрывать месторождение
10. to depend upon the geological conditions к) камерно-столбовая система разработки

б) Найдите в правой колонке английские эквиваленты следующих слов и сочетаний слов:

1. включать (в себя) а) safety
2. выемка лавами обратным ходом б) annual output
3. достигать 50% в) to involve
4. превышать 60% г) to propose a new method of mining
5. безопасность д) long wall retreating
6. годовая добыча е) in connection with difficulties
7. основной недостаток системы разработки ж) to exceed 60 per cent
8. под-этаж з) notwithstanding (in spite of)
9. крутопадающий пласт и) to reach 50 per cent
10. щитовая система разработки к) the main disadvantage of the method of mining
11. предложить новый способ разработки л) sublevel
12. в связи с трудностями м) the shield method of mining
13. несмотря на н) open up a deposit
14. вскрывать месторождение о) steep seam

2.3 Подготовка доклада

Подготовьте доклад по одной из предложенных тем.

1. Inigo Jones (1573-1652)
2. Christopher Wren (1632-1723)
3. Geoffrey Chaucer (1340-1400)
4. Samuel Johnson (1709-1784)
5. Alfred Tennyson (1809-1892)
6. Thomas Hardy (1840-1928)
7. John Milton (1608-1674)
8. William Makepeace Thackeray (1811-1863)
9. Henry Wadsworth Longfellow (1807 – 1882)
10. Joshua Reynolds (1723-1792)
11. Thomas More (1478 – 1535)
12. J.M.W. Turner (1775-1851)
13. Thomas Gainsborough (1727 – 1788)
14. Henry Moor (1898-1986)
15. Henry Irving (1838-1905)
16. William Gilbert (1836-1911)
17. Arthur Sullivan (1842-1900)
18. James Watt (1736 - 1819)
19. Thomas Telford (1757 - 1834)
20. Isambard Kingdom Brunel (1806 – 1859)
21. George Stephenson (1781 – 1848)
22. David Livingstone (1813 – 1873)
23. Tony Blair (1953)
24. Winston Churchill (1874 - 1965)
25. Margaret Hilda Thatcher (1925)
26. Sir Isaac Newton (1642 – 1727
27. Alexander Graham Bell (1847 - 1922)

28. Robert Burns (1759 – 1796)

Правила предоставления информации в докладе

Размер	**А4**
Шрифт	Текстовый редактор Microsoft Word, шрифт Times New Roman 12
Поля	слева – 2 см., сверху и справа – 1 см., снизу – 1
Абзацный отступ	1 см устанавливается автоматически
Стиль	Примеры выделяются курсивом
Интервал	межстрочный интервал – 1
Объем	1 -2 страницы (до 7 минут устного выступления)
Шапка доклада	***Иванова Мария Ивановна*** Екатеринбург, Россия ФГБОУ ВПО УГГУ, МД-13 НАЗВАНИЕ ДОКЛАДА
	Список использованной литературы

Краткое содержание статьи должно быть представлено на 7-10 слайдах, выполненных в PowerPoint.

2.4 Подготовка к тесту

Тест направлен на проверку страноведческих знаний и знаний межкультурной коммуникации. Для этого студентам необходимо повторить материал, представленный в *Социально-культурной сфере общения* по теме «Страны изучаемого языка» (Я и мир). Для успешного написания теста изучите следующий материал:

THE GEOGRAPHICAL POSITION OF GREAT BRITAIN

The United Kingdom of Great Britain and Northern Ireland covers an area of some 244 thousand square miles. It is situated on the British Isles. The British Isles are separated from Europe by the Strait of Dover and the English Channel. The British Isles are washed by the North Sea in the east and the Atlantic Ocean in the west.

England is in the southern and central part of Great Britain. Scotland is in the north of the island. Wales is in the west. Northern Ireland is situated in the north-eastern part of Ireland.

England is the richest, the most fertile and most populated part in the country. There are mountains in the north and in the west of England, but all the rest of the territory is a vast plain. In the northwestern part of England there are many beautiful lakes. This part of the country is called Lake District.

Scotland is a land of mountains. The Highlands of Scotland are among the oldest mountains in the world. The highest mountain of Great Britain is in Scotland too. The chain of mountains in Scotland is called the Grampians. Its highest peak is Ben Nevis. It is the highest peak not only in Scotland but in the whole Great Britain as well. In England there is the Pennine Chain. In Wales there are the Cumbrian Mountains.

There are no great forests on the British Isles today. Historically, the most famous forest is Sherwood Forest in the east of England, to the north of London. It was the home of Robin Hood, the famous hero of a number of legends.

The British Isles have many rivers but they are not very long. The longest of the English rivers is the Severn. It flows into the Irish Sea. The most important river of Scotland is the Clyde. Glasgow stands on it. Many of the English and Scottish rivers are joined by canals, so that it is possible to travel by water from one end of Great Britain to the other.

The Thames is over 200 miles long. It flows through the rich agricultural and industrial districts of the country. London, the capital of Great Britain, stands on it. The Thames has a wide mouth, that's

why the big ocean liners can go up to the London port. Geographical position of Great Britain is rather good as the country lies on the crossways of the see routes from Europe to other parts of the world. The sea connects Britain with most European countries such as Belgium, Holland, Denmark, Norway and some other countries. The main sea route from Europe to America also passes through the English Channel.

United Kingdom of Great Britain and Northern Ireland occupies the territory of the British Isles. They lie to the north-west of Europe.

Once upon a time the British Isles were an integral part of the mainland. As a result of sinking of the land surface they became segregated. Great Britain is separated from the continent by the English Channel. The country is washed by the waters of the Atlantic Ocean. Great Britain is separated from Belgium and Holland by the North Sea, and from Ireland — by the Irish Sea.

There are several islands along the coasts. The total area of the British Isles is 325 000 km2. The main islands are Great Britain and Ireland.

The surface of the country is much varied. Great Britain is the country of valleys and plains.

The insular geographical position of Great Britain promoted the development of shipbuilding, different trading contacts with other countries. It has also allowed the country to stay independent for quite a long period of time.

THE BRITISH PARLIAMENT

The British Parliament is the oldest in the world. It originated in the 12th century as Witenagemot, the body of wise councillors whom the King needed to consult pursuing his policy. The British Parliament consists of the House of Lords and the House of Commons and the Queen as its head.

The House of Commons plays the major role in law-making. It consists of Members of Parliament (called MPs for short). Each of them represents an area in England, Scotland, Wales and Ireland.

MPs are elected either at a general election or at a by-election following the death or retirement. Parliamentary elections are held every 5 years and it is the Prime Minister who decides on the exact day of the election. The minimum voting age is 18. And the voting is taken by secret ballot.

The election campaign lasts about 3 weeks, The British parliamentary system depends on political parties.

The party which wins the majority of seats forms the government and its leader usually becomes Prime Minister. The Prime Minister chooses about 20 MPs from his party to become the cabinet of ministers. Each minister is responsible for a particular area in the government. The second largest party becomes the official opposition with its own leader and «shadow cabinet». The leader of the opposition is a recognized post in the House of Commons.

The parliament and the monarch have different roles in the government and they only meet together on symbolic occasions, such as coronation of a new monarch or the opening of the parliament. In reality, the House of Commons is the one of three which has true power.

The House of Commons is made up of six hundred and fifty elected members, it is presided over by the speaker, a member acceptable to the whole house. MPs sit on two sides of the hall, one side for the governing party and the other for the opposition. The first 2 rows of seats are occupied by the leading members of both parties (called «front benches»). The back benches belong to the rank-and-life MPs.

Each session of the House of Commons lasts for 160-175 days. Parliament has intervals during his work. MPs are paid for their parliamentary work and have to attend the sittings.

As mention above, the House of Commons plays the major role in law making. The procedure is the following: a proposed law («a bill») has to go through three stages in order to become an act of Parliament; these are called «readings».

The first reading is a formality and is simply the publication of the proposal. The second reading involves debate on the principles of the bill; it is examination by parliamentary committee.

And the third reading is a report stage, when the work of the committee is reported on to the house. This is usually the most important stage in the process.

When the bill passes through the House of Commons, it is sent to the House of Lords for discussion, when the Lords agree it, the bill is taken to the Queen for royal assent, when the Queen sings the bill, it becomes act of the Parliament and the Law of the Land.

The House of Lords has more than 1000 members, although only about 250 take an active part in the work in the house. Members of this Upper House are not elected; they sit there because of their rank. The chairman of the House of Lords is the Lord Chancellor. And he sits on a special seat, called «Woolsack».

The members of the House of Lords debate the bill after it has been passed by the House of Commons. Some changes may be recommended and the agreement between the two houses is reached by negotiations.

BRITISH TRADITIONS AND CUSTOMS

British nation is considered to be the most conservative in Europe. It is not a secret that every nation and every country has its own customs and traditions. In Great Britain people attach greater importance to traditions and customs than in other European countries. Englishmen are proud of their traditions and carefully keep them up. The best examples are their queen, money system, their weights and measures.

There are many customs and some of them are very old. There is, for example, the Marble Championship, where the British Champion is crowned; he wins a silver cup known among folk dancers as Morris Dancing. Morris Dancing is an event where people, worn in beautiful clothes with ribbons and bells, dance with handkerchiefs or big sticks in their hands, while traditional music-sounds.

Another example is the Boat Race, which takes place on the river Thames, often on Easter Sunday. A boat with a team from Oxford University and one with a team from Cambridge University hold a race.

British people think that the Grand National horse race is the most exciting horse race in the world. It takes place near Liverpool every year. Sometimes it happens the same day as the Boat Race takes place, sometimes a week later. Amateur riders as well as professional jockeys can participate. It is a very famous event.

There are many celebrations in May, especially in the countryside.

Halloween is a day on which many children dress up in unusual costumes. In fact, this holiday has a Celtic origin. The day was originally called All Halloween's Eve, because it happens on October 31, the eve of all Saint's Day. The name was later shortened to Halloween. The Celts celebrated the coming of New Year on that day.

Another tradition is the holiday called Bonfire Night. On November 5, 1605, a man called Guy Fawkes planned to blow up the Houses of Parliament where the king James 1st was to open Parliament on that day. But Guy Fawkes was unable to realize his plan and was caught and later, hanged. The British still remember that Guy Fawkes' Night. It is another name for this holiday. This day one can see children with figures, made of sacks and straw and dressed in old clothes. On November 5th, children put their figures on the bonfire, burn them, and light their fireworks.

In the end of the year, there is the most famous New Year celebration. In London, many people go to Trafalgar Square on New Year's Eve. There is singing and dancing at 12 o'clock on December 31st.

A popular Scottish event is the Edinburgh Festival of music and drama, which takes place every year. A truly Welsh event is the Eisteddfod, a national festival of traditional poetry and music, with a competition for the best new poem in Welsh. If we look at English weights and measures, we can be convinced that the British are very conservative people. They do not use the internationally accepted measurements. They have conserved their old measures. There are nine essential measures. For general use, the smallest weight is one ounce, then 16 ounce is equal to a pound. Fourteen pounds is one stone.

The English always give people's weight in pounds and stones. Liquids they measure in pints, quarts and gallons. There are two pints in a quart and four quarts or eight pints are in one gallon. For length, they have inches: foot, yards and miles.

LONDON

As well as being the capital of England, London is the capital of the United Kingdom. London was founded by the Romans in 43 A.D. and was called Londinium. In 61 A.D. the town was burnt down and when it was rebuilt by the Romans it was surrounded by a wall. That area within the wall is now called the City of London. It is London's commercial and business centre. It contains the Bank of England, the Stock Exchange and the head offices of numerous companies and corporations. Here is situated the Tower of London.

The Tower was built by William the Conqueror who conquered England in 1066. He was crowned at Westminster Abbey. Now most of the Government buildings are located there.

During the Tudor period (16th century) London became an important economic and financial centre. The Londoners of the Elizabethan period built the first theatres. Nowadays the theatre land is stretched around Piccadilly Circus. Not far from it one can see the British Museum and the «Covent Garden» Opera House.

During the Victorian period (19th century) London was one of the most important centers of the Industrial Revolution and the centre of the British Empire. Today London is a great political centre, a great commercial centre, a paradise for theatre-goers and tourists, but it is also a very quiet place with its parks and its ancient buildings, museums and libraries.

LONDON

London is the capital of Great Britain, its political, economic and commercial center. It`s one of the largest cities in the world and the largest city in Europe. Its population is about 9 million. London is one of the oldest and most interesting cities in the world. Traditionally it`s divided into several parts: the City, Westminster, the West End and the East End.

They are very different from each other and seem to belong to different towns and epochs. The heart of London is the City, its financial and business center. Numerous banks, offices and firms are situated there, including the Bank of England, the Stock Exchange and the Old Bailey. Few people live here, but over a million people come to the City to work. There are some famous ancient buildings within the City. Perhaps the most striking of them in St. Paul`s Cathedral, the greatest of British churches. St. Paul`s Cathedral has always dominated the center of London. It stands on the site of former Saxon and Norman churches. They latter were destroyed in the Great Fire and the present building, completed in 1710, is the work of the eminent architect Sir Christopher Wren. It is an architectural masterpiece.

Londoners have a particular affection for St. Paul`s, which is the largest Protestant Church in England. Its high dome, containing the remarkable Whispering Gallery, is a prominent landmark towering above the multistoried buildings which line the river-bank.

The Tower of London was one of the first and most impressive castles built after the Norman invasion of England in 1066. Since the times of William I various kings have built and extended the Tower of London and used it for many purposes. The Tower has been used as a royal palace, an observatory, an arsenal, a state prison, and many famous and infamous people have been executed within its walls. It is now a museum. For many visitors the principal attraction is the Crown Jewels, the finest precious stones of the nation. A fine collection of armour is exhibited in the keep. The security of the Tower is ensured by a military garnison and by the Yeoman Warders or Beefeaters, who still wear their picturesque Tudor uniform.

Westminster is the historic, the governmental part of London. Westminster Abbey is a national shrine where the kings and queens are crowned and famous people are buried. Founded by Edward the Confessor in 1050, the Abbey was a monastery for along time. The present building dates largely from the times of Henry 3, who began to rebuild the church, a task which lasted nearly 300 years. The West towers were added in the eighteenth century. Since William I almost every English monarch has been

crowned in this great church, which contains the tombs and memorials of many of Britain`s most eminent citizens: Newton, Darwin, Chaucer, Dickens, Tennyson, Kipling and etc. One of the greatest treasures of the Abbey is the oaken Coronation Chair made in 1300. The Abbey is also known for its Poet`s Corner. Graves and memorials to many English poets and writers are clustered round about.

Across the road from Westminster Abbey is Westminster Palace, or the Houses of Parliament, the seat of the British Parliament. The Parliament of Great Britain and Northern Ireland consists of the House of Lords and the House of Commons. The House of Lords consists of just over 1,000 members of the different grades of nobility — dukes, marquises, earls, viscounts and barons.

The House of Commons consists of 650 members. They are elected by secret ballot by men and women aged 18 and over. Every Parliament is divided into Sessions. Each of these may last a year and usually begins early in November. The Clock Tower, which contains the hour-bell called Big Ben, is known over the world. The bell is named after Sir Benjamin Hall.

Buckingham Palace is the official residence of the Queen. The West End is the richest and most beautiful part of London. It is the symbol of wealth and luxury. The best hotels, shops, restaurants, clubs, and theatres are situated there. There are splendid houses and lovely gardens belonging to wealthy people.

Trafalgar Square is the geographical center of London. It was named in memory of Admiral Nelson`s victory in the battle of Trafalgar in 1805. The tall Nelson`s Column stands in the middle of the square. On the north side of Trafalgar Square is the National Gallery and the National Portrait Gallery.

Not far away is the British Museum — the biggest museum in London. It contains a priceless collection of ancient manuscripts, coins, sculptures, est., and is famous for its library.

The East End is the poorest district of London. There are a lot of factories, workshops and docks here. The streets are narrow, the buildings are unimpressive. The East End is densely populated by working class families.

PLACES OF INTERESTS IN GREAT BRITAIN

Britain is rich in its historic places which link the present with the past. The oldest part of London is Lud Hill, where the city is originated. About a mile west of it there is Westminster Palace, where the king lived and the Parliament met, and there is also Westminster Abby, the coronation church. Liverpool, the «city of ships», is England’s second greatest port, ranking after London. The most interesting sight in the Liverpool is the docks. They occupy a river frontage of seven miles.

The University of Liverpool, established in 1903, is noted for its School of Tropical Medicine. And in the music world Liverpool is a well-known name, for it’s the home town of «The Beatles».

Stratford-on-Avon lies 93 miles north-west of London. Shakespeare was born here in 1564, and here he died in 1616.

Cambridge and Oxford Universities are famous centers of learning. Stonehenge is a prehistoric monument, presumably built by Druids, members of an order of priests in ancient Britain. Tintagel Castle is King Arthur’s reputed birthplace. Canterbury Cathedral is the seat of the Archbishop of Canterbury, head of the Church of England.

The British Museum is the largest and richest museum in the world. It was founded in 1753 and contains one of the world’s richest collections of antiquities. The Egyptian Galleries contain human and animal mummies. Some parts of Athens’ Parthenon are in the Greek section.

Madam Tussaud’s Museum is an exhibition of hundreds of life-size wax models of famous people of yesterday and today. The collection was started by Madam Tussaud, a French modeller in wax, in the 18th century. Here you can meet Marilyn Monroe, Elton John, Picasso, the Royal Family, the Beatles and many others: writers, movie stars, singers, politicians, sportsmen, etc.

5. Подготовка к экзамену

Подготовка к экзамену включает в себя повторение всех изученных тем курса.

Билет на экзамен включает в себя тест и практико-ориентированное задание.

Наименование оценочного средства	*Характеристика оценочного средства*	*Методика применения оценочного средства*	*Наполнение оценочного средства в КОС*	*Составляющая компетенции, подлежащая оцениванию*
Экзамен:				
Тест	Система стандартизированных заданий, позволяющая автоматизировать процедуру измерения уровня знаний и умений обучающегося.	Тест состоит из 20 вопросов.	КОС - тестовые задания	Оценивание уровня знаний, умений, владений
Практико-ориентированное задание	Задание, в котором обучающемуся предлагают осмыслить реальную профессионально-ориентированную ситуацию	Количество заданий в билете – 1. Предлагаются задания по изученным темам в виде практических ситуаций.	КОС- Комплект заданий	Оценивание уровня знаний, умений и навыков

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по учебно-методическому комплексу

_____ С.А.Упоров

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЕ СТУДЕНТОВ

Б1.О.04 БЕЗОПАСНОСТЬ ЖИЗНЕДЕЯТЕЛЬНОСТИ

Специальность:

21.05.03 Технология геологической разведки

Специализация:

Геофизические информационные системы

Автор: Суднева Е.М.

Одобрены на заседании кафедры геологии и защиты в чрезвычайных ситуациях

(название кафедры)

Зав. кафедрой _____

(подпись)

Стороженко Л.А.

(Фамилия И.О.)

Протокол № 1 от 11.09.2023

(Дата)

Рассмотрены методической комиссией факультета геологии и геофизики

(название факультета)

Председатель _____

(подпись)

к.г.-м.н., доц. Вандышева К.В.

(Фамилия И.О.)

Протокол № 2 от 13.10.2023

(Дата)

Екатеринбург

Методические указания по дисциплине согласованы с выпускающей кафедрой геологии и геофизики нефти и газа

Заведующий кафедрой ГГНГ _____к.г.-м.н., С.А. Рыльков____

подпись *И.О. Фамилия*

ОГЛАВЛЕНИЕ

Практикум по теме: Здоровье и окружающая среда 6
Практикум по теме: Чрезвычайные ситуации..... 17
Практикум по теме: Поведенческие реакции человека
в экстремальных ситуациях 25
Акт обследования объекта и предписание 26
Образец оформления рабочей тетради по БЖД..... 28
Темы рефератов..... 29
Приложение 31

1. Практикум по теме: Здоровье и окружающая среда

В *Уставе Всемирной организации здравоохранения* говорится о высшем уровне здоровья как об одном из основных прав человека. Не менее важно право человека на информацию о тех факторах, которые определяют здоровье человека или являются факторами риска, то есть их воздействие может привести к развитию болезни.

Здоровье – это первая и важнейшая потребность человека, определяющая способность его к труду и обеспечивающая гармоническое развитие личности. Оно является важнейшей предпосылкой к познанию окружающего мира, к самоутверждению и счастью человека. Активная долгая жизнь – это важное слагаемое человеческого фактора.

Здоровье – такое состояние организма человека, когда функции всех его органов и систем уравновешены с внешней средой и отсутствуют какие-либо болезненные изменения.

Само понятие *«здоровье»* является условным и объективно устанавливается на основе антропометрических, клинических, физиологических и биохимических показателей.

По определению Всемирной организации здравоохранения (ВОЗ) "*здоровье* – это состояние физического, духовного и социального благополучия, а не только отсутствие болезней и физических дефектов".

Вообще, можно говорить о трех видах здоровья: о здоровье физическом, психическом и нравственном (социальном):

Физическое здоровье - это естественное состояние организма, обусловленное нормальным функционированием всех его органов и систем. Если хорошо работают все органы и системы, то и весь организм человека (система саморегулирующаяся) правильно функционирует и развивается.

Психическое здоровье зависит от состояния головного мозга, оно характеризуется уровнем и качеством мышления, развитием внимания и памяти, степенью эмоциональной устойчивости, развитием волевых качеств.

Нравственное здоровье определяется теми моральными принципами, которые являются основой социальной жизни человека, т.е. жизни в определенном человеческом обществе. Отличительными

признаками нравственного здоровья человека являются, прежде всего, сознательное отношение к труду, овладение сокровищами культуры, активное неприятие нравов и привычек, противоречащих нормальному образу жизни. Физически и психически здоровый человек может быть нравственным уродом, если он пренебрегает нормами морали. Поэтому социальное здоровье считается высшей мерой человеческого здоровья. Нравственно здоровым людям присущ ряд общечеловеческих качеств, которые и делают их настоящими гражданами.

Целостность человеческой личности проявляется, прежде всего, во взаимосвязи и взаимодействии психических и физических сил организма.

Состояние здоровья определяется функцией физиологических систем организма с учётом их возрастных и половых факторов, а также зависит от географических и климатических условий.

На основе этих критериев даётся формальное заключение о состоянии здоровья при наборе в армию, приёме на работу и в учебные заведения.

Состояние здоровья не исключает уже имеющегося в организме, но ещё не обнаруженного болезнетворного начала; оно не исключает также колебаний в самочувствии человека. Следовательно, хотя понятие «здоровье» и противопоставлено понятию «болезнь», но может быть связано с ним многочисленными переходными состояниями

Динамические наблюдения и периодические обследования могут констатировать границы здоровья и болезни в стартовых условиях, когда явная патология отсутствует.

Отсюда возникают понятия об объективном и субъективном здоровье, когда, с одной стороны, при плохом самочувствии отсутствуют объективные подтверждающие его данные, с другой – когда эти данные отличаются, а самочувствие остаётся до определённого времени хорошим.

Отсюда также возникает понятие *«практически здоровый человек»* – состояние, при котором объективно имеются патологические изменения, не отражающиеся на жизненном

восприятии и работоспособности человека.

В понятие здоровья вкладываются не только абсолютные качественные, но и количественные признаки, т.к. существует понятие степени здоровья.

Степень здоровья – широта адаптивных возможностей организма, определяемая социальной средой, физической тренировкой, перенесёнными заболеваниями, трудовым навыком и т.д.

Важную роль в понятии здоровья играют и *социальные факторы*, т.к. в него входят и социальная полноценность человека. Однако социальный фактор не следует считать абсолютным, потому что социальная полноценность и общественная значимость человека далеко не всегда являются тождественными понятиями.

Индивидуальное здоровье не является точно детерминируемым, что связано с большой широтой индивидуальных колебаний важнейших показателей жизнедеятельности организма, а также с многообразием факторов, влияющих на него.

Здоровье населения – статистическое понятие, характеризующееся комплексом демографических показателей: рождаемость, смертность, детская смертность, уровень физического развития, заболеваемость, средняя продолжительность жизни и др.

Здоровье населения обеспечивает условия для роста производительности труда, улучшает качественные характеристики воспроизводства населения и трудовых ресурсов. В то же время имеет место и обратное влияние – прогресс в области экономики, науки и культуры способствует улучшению здоровья населения и страны.

Большое значение для сохранения жизни и здоровья населения имеет повышение качества оказания *медицинской помощи*. В этих целях проводится укрупнение и развитие больниц и поликлиник, совершенствование профилактических форм работы.

Одной из важных форм профилактики является *диспансеризация* населения. Это активный метод систематического наблюдения за состоянием здоровья как практически здорового населения, так и больных, страдающих длительно протекающими хроническими заболеваниями, составляющий основу профилактического направления отечественного здравоохранения.

Одним из важнейших приобретенных по наследству свойств здорового организма является постоянство внутренней среды. Это понятие ввел французский ученый *Клод Бернар* (1813 – 1878), считавший постоянство внутренней среды условием свободной и независимой жизни человека. Внутренняя среда образовалась в процессе эволюции. Она определяется в первую очередь составом и свойствами крови и лимфы.

Постоянство внутренней среды – замечательное свойство организма, которое в какой-то мере освободило его от физических и химических влияний внешней среды. Однако это постоянство – оно называется гомеостазом – имеет свои границы, определяемые наследственностью. А потому, наследственность является одним из важнейших факторов здоровья.

Организм человека приспособлен к определенным физическим (температура, влажность, атмосферное давление), химическим (состав воздуха, воды, пищи), биологическим (разнообразные живые существа) показателям окружающей среды.

Если человек длительно находится в условиях, значительно отличающихся от тех, к которым он приспособлен, нарушается постоянство внутренней среды организма, что может повлиять на здоровье и нормальную жизнь.

В наш век человек, как и все живые организмы, подвержен внешним воздействиям, которые приводят к изменениям наследственных свойств. Эти изменения называются мутационными (мутациями). Особенно возросло количество мутаций за последнее время. Отклонения от определенных, привычных свойств окружающей среды можно отнести к факторам риска заболевания. Итак, заболеваемость и смертность связаны, прежде всего, с условиями среды и образом жизни людей.

Здоровье и окружающая среда.

Немаловажное значение оказывает на здоровье и состояние окружающей среды. Каждый из нас имеет право знать обо всех экологических изменениях, происходящих и в местности, где он живет, и во всей стране. Мы должны знать все о пище, которую употребляем, о состоянии воды, которую пьем, а медики обязаны объяснить опасность жизни в зонах, зараженных радиацией.

Вмешательство человека в регулирование природных процессов не всегда приносит желаемые положительные результаты. Нарушение хотя бы одного из природных компонентов приводит, в силу существующих между ними взаимосвязей, к перестройке сложившейся структуры природно-территориальных компонентов. Загрязнение поверхности суши, гидросферы, атмосферы и Мирового океана, в свою очередь, сказывается на состоянии здоровья людей, эффект "озоновой дыры" влияет на образование злокачественных опухолей, загрязнение атмосферы на состояние дыхательных путей, а загрязнение вод – на пищеварение, резко ухудшает общее состояние здоровья человечества, снижает продолжительность жизни.

В настоящее время хозяйственная деятельность человека все чаще становится основным источником загрязнения биосферы. В природную среду во все больших количествах попадают газообразные, жидкие и твердые отходы производств. Различные химические вещества, находящиеся в отходах, попадая в почву, воздух или воду, переходят по экологическим звеньям из одной цепи в другую, попадая, в конце концов, в организм человека.

На земном шаре практически невозможно найти место, где бы не присутствовали в той или иной концентрации загрязняющие вещества. Даже во льдах Антарктиды, где нет никаких промышленных производств, а люди живут только на небольших научных станциях, ученые обнаружили различные токсичные (ядовитые) вещества современных производств. Они заносятся сюда потоками атмосферы с других континентов.

Вещества, загрязняющие природную среду, очень разнообразны. В зависимости от своей природы, концентрации, времени действия на организм человека они могут вызвать различные неблагоприятные последствия. Кратковременное воздействие небольших концентраций таких веществ может вызвать головокружение, тошноту, першение в

горле, кашель. Попадание в организм человека больших концентраций токсических веществ может привести к потере сознания, острому отравлению и даже смерти. Примером подобного действия могут являться смоги, образующиеся в крупных городах в безветренную погоду, или аварийные выбросы токсичных веществ промышленными предприятиями в атмосферу.

Реакции организма на загрязнения зависят от индивидуальных особенностей: возраста, пола, состояния здоровья. Как правило, более уязвимы дети, пожилые и престарелые, больные люди.

Кроме химических загрязнителей в природной среде встречаются и биологические, вызывающие у человека различные заболевания. Это болезнетворные микроорганизмы, вирусы, гельминты, простейшие. Они могут находиться в атмосфере, воде, почве, в теле других живых организмов, в том числе и в самом человеке.

Специфика среды обитания человека заключается в сложнейшем переплетении социальных и природных факторов. На заре человеческой истории природные факторы играли решающую роль в эволюции человека. На современного человека воздействие природных факторов в значительной степени нейтрализуется социальными факторами. В новых природных и производственных условиях человек в настоящее время нередко испытывает влияние весьма необычных, а иногда чрезмерных и жестких факторов среды, к которым эволюционно он еще не готов.

Человек, как и другие виды живых организмов, способен адаптироваться, то есть приспосабливаться к условиям окружающей среды. Адаптацию человека к новым природным и производственным условиям можно охарактеризовать как совокупность социально-биологических свойств и особенностей, необходимых для устойчивого существования организма в конкретной экологической среде.

В настоящее время значительная часть болезней человека связана с ухудшением экологической обстановки в нашей среде обитания: загрязнением атмосферы, воды и почвы, недоброкачественными продуктами питания, возрастанием шума.

Приспосабливаясь к неблагоприятным экологическим условиям, организм человека испытывает состояние напряжения, утомления. Напряжение – мобилизация всех механизмов, обеспечивающих определенную деятельность организма человека. В зависимости от величины нагрузки, степени подготовки организма, его функционально-структурных и энергетических ресурсов снижается возможность функционирования организма на заданном уровне, то есть наступает утомление.

Кроме этого, необходимо учитывать еще объективный фактор воздействия на здоровье – *наследственность*. Это присущее всем организмам свойство повторять в ряду поколений одинаковые признаки и особенности развития, способность передавать от одного поколения к другому материальные структуры клетки, содержащие программы развития из них новых особей.

Влияют на наше здоровье и биологические ритмы. Одной из важнейших особенностей процессов, протекающих в живом организме, является их ритмический характер.

В настоящее время установлено, что свыше трехсот процессов, протекающих в организме человека, подчинены суточному ритму.

Наследственные болезни, вызванные плохой экологической обстановкой:

Влияние солей тяжелых металлов на наследственность.

Тяжелые металлы – высокотоксичные вещества, долго сохраняющие свои ядовитые свойства. По данным Всемирной Организацией Здравоохранения, они уже сейчас занимают второе место по степени опасности, уступая пестицидам и значительно опережая такие широко известные загрязнители, как двуокись углерода и серы. В прогнозе же они должны стать самыми опасными, более опасными, чем отходы АЭС (второе место) и твердые отходы (третье место).

Отравление солями тяжелых металлов начинается еще до рождения человека. Соли тяжелых металлов проходят через плаценту, которая вместо того, чтобы оберегать плод, день за днем его отравляет. Нередко концентрация вредных веществ у плода даже

выше, чем у матери. Младенцы появляются на свет с пороками развития мочеполовой системы, до 25 процентов малышей – с отклонениями от нормы при формировании почек. Зачатки внутренних органов появляются уже на пятой неделе беременности и с этого момента испытывают на себе влияние солей тяжелых металлов, а поскольку они влияют и на организм матери, выводя из строя почки, печень, нервную систему, не стоит удивляться, что сейчас практически не встретишь нормальных физиологических родов, а малыши приходят в эту жизнь с недостатком веса, с физическими и психическими пороками развития.

И с каждым годом жизни соли тяжелых металлов, растворенные в воде, прибавляют им болезней или усугубляют врожденные заболевания, прежде всего органов пищеварения и почек. Нередко у одного ребенка страдают 4-6 систем в организме. Мочекаменная и желчекаменная болезни – своего рода индикатор неблагополучия, а они теперь встречаются даже у дошколят. Есть и другие тревожные сигналы. Так, превышение уровня свинца приводит к снижению интеллекта. Психологическое обследование показало, что таких детей у нас до 12 процентов.

Какие же мероприятия должны обеспечить сегодня охрану здоровья человека и среды его обитания от вредного влияния техногенных металлов? Можно обозначить два основных пути: санитарно-технический – уменьшение содержания металлов в объектах внешней среды до предельно допустимых (безопасных) уровней путем внедрения архитектурно-планировочных, технологических, технических и других мероприятий; гигиенический – научная разработка допустимых уровней содержания их во внешней среде, требований и рекомендаций в сочетании с постоянным контролем состояния и качества этой среды.

Профилактика хронических интоксикаций металлами и их соединениями должна обеспечиваться прежде всего их заменой, где это возможно, на безвредные или менее токсичные вещества. В случаях же, когда не представляется реальным исключить их применение, необходима разработка таких технологических схем и конструкций, которые бы резко ограничивали возможность загрязнения ими воздуха производственных помещений и наружной атмосферы. В отношении транспорта, являющегося, как об этом было

сказано выше, одним из значительных источников выброса свинца в атмосферу, следует повсеместно внедрять экологически чистое горючее. Весьма радикальным средством является создание безотходных или малоотходных технологий.

Наряду с указанными выше мероприятиями необходимо постоянное осуществление эффективного контроля над уровнем содержания металлов в организме. С этой целью при медицинском обследовании работающих и населения в случаях их контакта с техногенными металлами должно проводиться определение их в биологических средах организма крови, моче, волосах.

Краткая характеристика экологической обстановки в России

Из всех предприятий России, выбрасывающих вредные вещества в атмосферу и водоемы – 33% дают предприятия металлургии, 29% – энергетические объекты, 7% – химические, 8% – угольной промышленности. Более половины выбросов приходится на транспорт. Особенно тяжелая обстановка складывается в городах, где велика концентрация населения. В России определены 55 городов, в которых уровень загрязнения очень велик. Ежегодно в нашей стране улавливается и обезвреживается лишь около 76 % общего количества вредных веществ, выбрасываемых в атмосферу. Значительно хуже дело обстоит с очисткой сточных вод: 82% сбрасываемых вод не подвергается очистке. Реки Волга, Дон, Енисей, Лена, Кубань, Печора загрязнены органикой, соединениями азота, тяжелыми металлами, фенолами, нефтепродуктами. В настоящее время свыше 70 миллионов человек дышат воздухом, насыщенным опасными для здоровья веществами, в пять и более раз превышающими предельно допустимые концентрации (ПДК). В окружающую среду человеком введено около 4 миллионов химических соединений, из которых лишь немногие изучены на токсическое воздействие.

В России имеется около 30 тысяч предприятий и объектов, использующих радиоактивные вещества и изделия на их основе.

Большой урон экосистемам на территории России нанесен ядерными испытаниями. На полигонах Новой Земли произвели 118 поверхностных и подземных ядерных взрывов – их последствия выяснены не до конца.

Санитарно-эпидемиологическая обстановка в РФ

XX век породил неоправданный оптимизм в отношении того, что с инфекционными болезнями в скором времени будет покончено. Однако события последних десятилетий показали, что в мире резко активизировались такие инфекции, как туберкулёз, малярия, которые становятся основной причиной смертности; как в России, так и в других странах вновь заявляет о себе дифтерия.

Эпидемиологическая ситуация, сложившаяся в последние годы, остаётся напряжённой. Ежегодно в РФ регистрируется от 33 до 44 миллионов случаев инфекционных заболеваний.

Одной из самых актуальных медицинских и социально-экономических проблем остаётся грипп и ОРВИ.

В РФ (в отличие от ведущих стран мира) до настоящего времени отсутствует производство отечественной вакцины против краснухи. В этих условиях краснуха остаётся неуправляемой инфекцией с возникновением каждые 10 - 12 лет эпидемий. Во время эпидемий краснуха может стать причиной уродств более чем у 2% детей, родившихся живыми.

Динамика заболеваемости почти по всей группе кишечных инфекций в истекшем году имела тенденцию к снижению. Стабилизировалась заболеваемость сальмонеллёзом, острой кишечной инфекцией неустановленной этиологии, ротовирусным инфекционным кампиллобактериозом. Однако ежегодно в стране регистрируется до 100 вспышек кишечных инфекций пищевого и водного характера.

Серьёзной проблемой здравоохранения продолжают оставаться вирусные гепатиты, наносящие ущерб как здоровью населения, так и экономике страны.

Особенно тяжёлое положение складывается по социально обусловленным заболеваниям. Стремительность нарастания масштабов пандемии заболевания, вызываемого вирусом иммунодефицита человека (ВИЧ-инфекции), в мире, отсутствие надёжных средств профилактики и лечения позволяет отнести эту

проблему к одной из самых острых

Состояние здоровья детей, проживающих в городах и населённых пунктах с высоким уровнем загрязнения атмосферного воздуха (Подольск, Ярославль, Воскресенск, Новокузнецк, Салават, Пермь, Казань, Мончегорск) характеризуется значительным снижением неспецифической сопротивляемости организма к развитию инфекционных и других заболеваний.

Проблема многих населенных пунктов – наличие многочисленных мобильных и стационарных источников шума. Более 30% жителей городов РФ подвержены действию сверхнормативных уровней шума и вибрации.

Безопасность и качество пищевых продуктов и продовольственного сырья является одним из основных факторов, определяющих здоровье населения и сохранение его генофонда. Более 5% продукции не отвечает гигиеническим требованиям по содержанию антибиотиков, что влияет также на аллергизацию населения, прежде всего детей.

Негативное влияние на состояние здоровья оказывают также неблагоприятные условия труда, повышающие риск появления профессиональной патологии.

ЗАДАНИЕ ДЛЯ ДОКЛАДА:

Здоровье населения России.

Здоровье населения Свердловской области.

Здоровье жителей города Екатеринбурга.

План:

1.Месторасположение населенного пункта

2. Демография

3. Состояние техносферной, природной, социальной среды области (города)

4. Здравоохранение (заболеваемость взрослых и детей)

2. Практикум по теме: Чрезвычайные ситуации

Чрезвычайная ситуация (ЧС) – обстановка на определенной территории, акватории, сложившаяся в результате аварии, катастрофы, стихийного бедствия, эпидемии, эпизоотии, эпифитотии, которая может повлечь или повлекла за собой человеческие жертвы, ущерб здоровью людей или окружающей среде, значительные материальные потери и нарушение жизнедеятельности людей.

Эпидемия – распространение какой-либо инфекционной болезни человека, значительно превышающее уровень обычной (спорадической) заболеваемости на данной территории.

Эпизоо́тия – широкомасштабное распространение инфекционной болезни среди одного или многих видов животных на определённой территории, значительно превышающее уровень заболеваемости, обычно регистрируемый на данной территории.

Эпифитотия – массовое развитие инфекционной болезни растений на значительной территории в определённый период.

«О классификации чрезвычайных ситуаций природного и техногенного характера» от 21 мая 2007 года № 304 г. Москва.

Во исполнение Федерального закона «О защите населения и территорий от чрезвычайных ситуаций природного и техногенного характера» Правительство Российской Федерации постановляет:

1. Установить, что чрезвычайные ситуации природного и техногенного характера подразделяются на:

а) чрезвычайную ситуацию локального характера, в результате которой территория, на которой сложилась чрезвычайная ситуация и нарушены условия жизнедеятельности людей (далее – *зона чрезвычайной ситуации*), не выходит за пределы территории объекта, при этом количество людей, погибших или получивших ущерб здоровью (далее – *количество пострадавших*), составляет не более 10 человек, либо размер ущерба окружающей природной среде и материальных потерь (далее – *размер материального ущерба*) составляет не более 100 тыс. рублей;

б) чрезвычайную ситуацию муниципального характера, в результате которой зона чрезвычайной ситуации не выходит за пределы территории одного поселения или внутригородской территории города федерального значения, при этом количество пострадавших составляет не более 50 человек либо размер материального ущерба составляет не более 5 млн. рублей, а также данная чрезвычайная ситуация не может быть отнесена к чрезвычайной ситуации локального характера;

в) чрезвычайную ситуацию межмуниципального характера, в результате которой зона чрезвычайной ситуации затрагивает территорию двух и более поселений, внутригородских территорий города федерального значения или межселенную территорию, при этом количество пострадавших составляет не более 50 человек либо размер материального ущерба составляет не более 5 млн. рублей;

г) чрезвычайную ситуацию регионального характера, в результате которой зона чрезвычайной ситуации не выходит за пределы территории одного субъекта Российской Федерации, при этом количество пострадавших составляет свыше 50 человек, но не более 500 человек либо размер материального ущерба составляет свыше 5 млн. рублей, но не более 500 млн. рублей;

д) чрезвычайную ситуацию межрегионального характера, в результате которой зона чрезвычайной ситуации затрагивает территорию двух и более субъектов Российской Федерации, при этом количество пострадавших составляет свыше 50 человек, но не более 500 человек либо размер материального ущерба составляет свыше 5 млн. рублей, но не более 500 млн. рублей;

е) чрезвычайную ситуацию федерального характера, в результате которой количество пострадавших составляет свыше 500 человек либо размер материального ущерба составляет свыше 500 млн. рублей».

Задание: выбрать чрезвычайную ситуацию техногенного, природного или биолого-социального характера, данные внести в таблицу № 1. Код ЧС смотреть приложении № 1.

Таблица № 1

Формы статистического учета данных о чрезвычайных ситуациях.

Техногенные чрезвычайные ситуации (форма № 7/ЧС)

№ п/п	Наименование показателей	Показатели
1	Классификация ЧС	
2	Код ЧС	
3	Дата возникновения ЧС	
	Дата ликвидации ЧС	
4	Время возникновения ЧС:	
	московское (час, мин.)	
	местное (час, мин.)	
5	Место: страна	
	субъект Федерации	
	город	
	населенный пункт	
6	Общая площадь зоны ЧС (кв.км.)	
7	Объект экономики (наименование)	
	отрасль	
	министерство (ведомство)	
	форма собственности	
8	Номер лицензии, дата и кем выдана	
	Дата утверждения декларации, кем утверждена	
	Номер страхового документа, дата, кем выдан	
9	Метеоданные: температура (град)	
	направление и скорость ветра (м/с)	
	влажность (%)	
	осадки (вид, количество)	
10	Причины возникновения ЧС	
11	Поражающие факторы источника ЧС	
12	Основные характеристики ЧС	
13	Мероприятия по ликивдации ЧС:	
	аварийно-спасательные работы (перечень/длительность, час)	
	аварийно-восстановительные работы (перечень/длительность час)	
14	Силы и средства, задействованные в ликвидации ЧС:	
	личный состав РСЧС наименование/количество чел.	
	техника наименование/количество ед.	
	материальные ресурсы перечень/количество	
15	Работы по организации защиты населения:	
	инженерная защита:	

	укрытие в защитных сооружениях различных типов, (чел.)	
	радиационно-химическая защита:	
	выдано средств индивидуальной защиты (чел.)	
	медицинская защита:	
	население которому была оказана медицинская помощь (чел.)	
	госпитализировано (чел.)	
	в т.ч. детей до 14 лет, (чел.)	
	эвакуационные мероприятия:	
	всего эвакуировано из зоны ЧС, (чел.)	
	в том числе:	
	автомобильным транс-ом (чел.)	
	железнодорожным транс-ом (чел.)	
	авиационным транс-ом (чел.)	
	морским (речным) транс-ом (чел.)	
	транспортные средства эвакуации, кол-во единиц, по видам	
	расчетное время на проведение эвакуации (час, мин.)	
	районы размещения эвакуируемого населения	
16	Состояние зданий и сооружений, ед.:	
	разрушено всего	
	повреждено всего	
	уничтожено всего	
17	Нанесенный материальный ущерб, (тыс. (млн.) руб.)	
18	Потери, чел. пострадавшие/пораженные/погибшие	
	население:	
	дети до 14 лет	
	взрослые от 14 до 60 лет	
	старше 60 лет	
	промперсонал	
	личный состав сил РСЧС	
19	Дополнительная текстовая информация	
20	Мероприятия по предупреждению ЧС	

«_____»_____20____ г._____
_____

(фамилия, И.**О**. № телефона и и подпись исполнителя)

(фамилия, И., О., № телефона и подпись руководителя)

Природные чрезвычайные ситуации (форма № 8/ЧС)

№ п/п	Наименование показателей	Показатели
1	Классификация ЧС	
2	Код ЧС	
3	Дата возникновения ЧС	
	Дата ликвидации ЧС	
4	Время возникновения ЧС:	
	московское (час, мин.)	
	местное (час, мин.)	
5	Место: страна	
	субъект Федерации	
	город	
	населенный пункт	
6	Общая площадь зоны ЧС (кв.км.)	
7	Метеоданные: температура (град)	
	направление и скорость ветра (м/с)	
	влажность (%)	
	осадки (вид, количество)	
8	Причины возникновения ЧС	
9	Поражающие факторы источника ЧС	
10	Основные характеристики ЧС	
11	Мероприятия по ликвидации ЧС:	
	аварийно-спасательные работы (перечень/длительность, час)	
	аварийно-восстановительные работы (перечень/длительность час)	
12	Силы и средства, задействованные в ликвидации ЧС:	
	личный состав РСЧС (наименование/количество чел.)	
	техника (наименование/количество ед.)	
	расход материальных ресурсов (перечень/количество израсходованных)	
13	Работы по организации защиты населения:	
	инженерная защита:	
	укрытие в защитных сооружениях различных типов, (чел.)	
	радиационно-химическая защита:	
	выдано средств индивидуальной защиты чел.)	
	медицинская защита:	
	население которому была оказана медицинская помощь (чел.)	
	госпитализировано (чел.)	

	в т.ч. детей до 14 лет, (чел.)	
	эвакуационные мероприятия:	
	всего эвакуировано из зоны ЧС, (чел.)	
	в том числе:	
	автомобильным транспортом (чел.)	
	железнодорожным транспортом (чел.)	
	авиационным транспортом (чел.)	
	морским (речным) транспортом (чел.)	
	транспортные средства эвакуации, кол-во единиц, по видам	
	расчетное время на проведение эвакуации (час, мин.)	
	районы размещения эвакуируемого населения	
14	Состояние зданий и сооружений, ед.:	
	разрушено всего	
	повреждено всего	
	уничтожено огнем всего	
15	Нанесенный материальный ущерб, (тыс. (млн.) руб.)	
16	Потери, чел. пострадавшие/пораженные/погибшие	
	население:	
	дети до 14 лет	
	взрослые от 14 до 60 лет	
	старше 60 лет	
	промперсонал	
	личный состав сил РСЧС	
17	Сельскохозяйственные животные:	
	погибло (тыс. голов)	
	эвакуировано из опасных зон (тыс. голов)	
	вынужденный забой (тыс. голов)	
18	Уничтожено сельскохозяйственных угодий (тыс.га)	
19	Дополнительная текстовая информация	
20	Мероприятия по предупреждению ЧС	

«_____»_____200____ г.

_____ _____

(фамилия, И. О., № телефона и и подпись исполнителя)

(фамилия, И. О., № телефона и подпись руководителя)

Биолого-социальные чрезвычайные ситуации (форма № 9 ЧС)

№ п/п	Наименование показателей	Показатели
1	Классификация ЧС	
2	Код ЧС	
3	Дата возникновения ЧС	
	Дата ликвидации ЧС	
4	Место, страна	
	субъект Федерации	
	город	
	населенный пункт	
5	Общая площадь зоны ЧС (кв. км.)	
6	Метеоданные: температура (град)	
	направление и скорость ветра (м/с)	
	влажность (%)	
	осадки (вид, количество)	
7	Причины возникновения ЧС	
8	Вид бактериального средства, возбудитель	
9	Основные характеристики ЧС:	
9.1	эпидемия:	
	выявлено заболевших (чел.)	
	в том числе детей до 14 лет	
	госпитализировано (чел.)	
	в том числе детей до 14 лет	
	умерло (чел.)	
	в том числе детей до 14 лет	
9.2	эпизоотия:	
	всего по учету (тыс.голов)	
	выявлено заболевших (тыс. голов)	
	из них погибло (тыс. голов)	
9.3	эпифитотия:	
	всего по учету (тыс. га)	
	потери всего (тыс. га)	
10	Мероприятия по ликвидации ЧС:	
10.1	противоэпидемические:	
	эвакуировано из опасных зон (чел.)	
	организована обсервация	
	введен карантин	
10.2	противоэпизоотические:	
	эвакуировано из опасных зон (тыс. голов)	
	оказана ветеринарная помощь (тыс. голов)	
10.3	противоэпифитотические:	
	обработано зараженных с/х культур (мест скопления вредителей) (тыс. га)	
11	Силы и средства, участвовавшие в ликвидации ЧС:	
	личный состав РСЧС наименование/количество чел.)	

	техника (наименование количество ед.)	
	расход материальных ресурсов (перечень/количество израсходованных)	
12	Нанесенный материальный ущерб, (тыс. млн.) руб.)	
13	Дополнительная текстовая информация	
14	Мероприятия по предупреждению ЧС	

«_____»_____200____ г.

_____ _____

(фамилия, И., О., № телефона и и подпись исполнителя)

(фамилия, И., О., № телефона и подпись руководителя)

3. Практикум по теме: Поведенческие реакции человека в экстремальных ситуациях

Экстремальная ситуация – это такое усложнение условий жизни и деятельности, которое приобрело для личности, группы особую значимость. Любая ситуация предполагает включенность в нее субъекта. Поэтому экстремальная ситуация воплощает в себе единство объективного и субъективного. Объективное — это крайне усложненные внешние условия и процесс деятельности; субъективное — психологическое состояние, установки, способы действий в резко изменившихся обстоятельствах. Экстремальная ситуация может иметь разные формы проявления: а) понижение организованности поведения; б) – торможение действий и движения; в) повышение эффективности деятельности. Экстремальная ситуация может быть скоропреходящей или длительной. При определении пригодности человека к той или иной профессии необходимо определить и учитывать, наряду с особенностями психических процессов и свойств личности, его потенциальную возможность вырабатывать и сохранять готовность к активным действиям в экстремальных ситуациях.

Задание по Экстремальной ситуации:

План (на примере прохождения практики в окрестностях города Сухой Лог):

1. Инструктаж по технике безопасности.
2. Адаптационный синдром (место, условия проживания).
3. Воздействие окружающей среды на биохимическое состояние человека.
4. Физиологическое состояние (заболевание индивида и окружающих, какое было заболевание, чем лечились, какова была реакция на укус клеща).
5. Умственная и физическая работоспособность.
6. Отъезд.

4. Акт обследования объекта и предписание

Образец

Акт-предписание N _____

_____

(наименование проверяемой организации
или индивидуального предпринимателя и
вышестоящей организации)

_____

_____

(должность, Ф.И.О. представителя
юридического лица или представителя
индивидуального предпринимателя)

Мною, государственным инспектором по энергетическому надзору Управления государственного энергетического надзора _____комиссией в составе:_____

(фамилия, имя, отчество, должность)

_____

_____

на основании распоряжения (приказа) органа государственного энергетического надзора

_____ от_____ 20__ г N _____

_____

в присутствии_____

(должность, фамилия, имя, отчество)

в период с _____ по _____200 г. проведена проверка

_____

(вид проверки)

_____

(наименование проверяемой организации)

по теме_____

Краткая характеристика установленного оборудования, характеристика сетей:

_____

_____

В результате проведенной проверки установлено:
1._____
2._____
3._____

Предписание

В порядке государственного энергетического надзора предлагается выполнить
следующие мероприятия по устранению выявленных нарушений:

_____
_____

Срок исполнения_____

Выводы:

1._____
2._____

Информацию о выполнении настоящего акта-предписания представлять
_____
(Куда, кому, срок и порядок представления)

Инспектор
(старший группы, председатель комиссии,
члены комиссии)
(личный штамп) _____
_____
(подпись) (Ф.И.О.)

При проверке присутствовали:

_____ _____
(должность) (подпись) (Ф.И.О.)

Акт-предписание (_____ экз.) для исполнения получил:

_____ _____ _____
(руководитель проверяемой организации) (подпись) (Ф.И.О.)

Рег. N _____

5. Образец оформления титульного листа рабочей тетради по БЖД

Практика:

ЧС	тэс	коп	Риск р	Риск п	Отравления	Термические поражения	Десмургия	пмп	Акт обследования	ГОЧС	отчеты				реферат
											город	чс	эс		

Теория:

Медицина, БЖД	ЧС	Риск, несчастные случаи, ошибки	Техногенные опасности	Природные опасности

ТЕМЫ РЕФЕРАТОВ

1. Автономное выживание человека в природной среде
2. Обеспечение безопасности в геологии
3. Обеспечение безопасности на предприятии горно-добывающей промышленности
4. Обеспечение безопасности на промышленно опасных объектах
5. Психология поведения людей в мультипликативных ЧС (на примере природных и техногенных ЧС)
6. Методы психофизиологической коррекции пострадавших в ЧС
7. Поведенческие реакции человека в ЧС (на примере стихийных бедствий)
8. Психология выживания в ЧС (на примере природных и техногенных ЧС)
9. Обеспечение безопасности жизнедеятельности на предприятии по обогащению урана
10. Научно-технический прогресс и безопасность труда
11. Производственный травматизм в России
12. Радиоактивные излучения как источник информации о предприятиях атомной промышленности и их продукции
13. Расследование и учет нарушений при обращении с радиационными источниками и радиоактивными веществами в России
14. Влияние электромагнитных излучений на организм человека и способы борьбы с ними
15. Вопросы совершенствования оценки травмобезопасности рабочих мест при их аттестации по условиям труда
16. Обеспечение пожарной безопасности на производственном объекте
17. Обеспечение пожарной безопасности на геологическом предприятии
18. Назначение и классификация защитных сооружений
19. Влияние изменений окружающей среды на здоровье человека
20. Обеспечение безопасности Жизнедеятельности на ЖД транспорте

21. Безопасность жизнедеятельности на предприятиях повышенной опасности
22. Инженерная психология
23. Защита окружающей среды от подвижных источников выбросов
24. Выживание в экстремальных ситуациях
25. Разработка стандарта рабочего места
26. Поведение человека в аварийных ситуациях
27. Обеспечение безопасности жизнедеятельности при эпизоотии, эпидемии, эпифитотии
28. Последствия техногенного последствия на биосферу
29. Воздействие производственных вибрации и шума на организм человека
30. Законодательное и нормативно-правовое обеспечение безопасности жизнедеятельности
31. Информационно- психологическая безопасность
32. Основные угрозы экономической безопасности РФ
33. Психологические свойства личности и воздействие различных видов трудовой деятельности на исполнителей

Приложение 1

Перечень чрезвычайных ситуаций, подлежащих государственному статистическому учету

Наименование источника ЧС	Код ЧС
I.Техногенные чрезвычайные ситуации	10000
1.1. Транспортные аварии (катастрофы)	10100
1.1.1. Аварии грузовых поездов	10101
1.1.2. Аварии пассажирских поездов и поездов метрополитена	10102
1.1.3. Аварии грузовых судов и флота рыбной промышленности	10103
1.1.4 Аварии (катастрофы) пассажирских судов	10104
1.1.5. Авиационные катастрофы в аэропортах и населенных пунктах	10105
1.1.6. Авиационные катастрофы вне аэропортов и населенных пунктов	10106
1.1.7 Аварии (катастрофы) на автодорогах (крупные автомобильные катастрофы)	10107
1.1.8. Аварии транспорта на мостах, в тоннелях, горных выработках, на железнодорожных переездах.	10108
1.1.9. Аварии на магистральных трубопроводах	10109
1.1.10. Аварии на внутрипромысловых нефтепроводах	10110
1.1.11. Аварии с плавучими буровыми установками и буровыми судами	10111
1.2. Пожары и взрывы (с возможным последующим горением)	10200
1.2.1. Пожары (взрывы) в зданиях, на коммуникациях и технологическом оборудовании промышленных объектов	10201
1.2.2. Пожары (взрывы) на объектах добычи, переработки и хранения легковоспламеняющихся, горючих и взрывчатых веществ.	10202
1.2.3. Пожары (взрывы) на транспорте и судах рыбной промышленности	10203
1.2.4. Пожары (взрывы) в шахтах, подземных и горных выработках, метрополитенах.	10204
1.2.5. Пожары (взрывы) в зданиях и сооружениях жилого, социально-бытового, культурного назначения.	10205
1.2.6. Обнаружение неразорвавшихся боеприпасов	10206
1.2.7. Обнаружение, утрата взрывчатых веществ (боеприпасов)	10207
1.2.8. Пожары (взрывы) на магистральных газонефтепродуктопроводах	10208

1.3. Аварии с выбросом (угрозой выброса (аварийно химически опасных веществ (АХОВ)	10300
1.3.1. Аварии с выбросом (угрозой выброса) АХОВ при их производстве, переработке или хранении (захоронении)	10301
1.3.2. Аварии на транспорте с выбросом (угрозой выброса) АХОВ	10302
1.3.3. Образование и распространение АХОВ в процессе химических реакций, начавшихся в результате аварии	10303
1.3.4. Аварии с боевыми отравляющими веществами	10304
1.3.5. Обнаружение (утрата) источников АХОВ	10305
1.3.6. Внезапные выбросы метана, углекислого газа и других ядовитых веществ и газов	10306
1.3.7. Выбросы на нефтяных и газовых месторождениях (открытые фонтаны нефти и газа)	10307
1.4. Аварии с выбросом (угрозой выброса) радиоактивных веществ (РВ)	10400
1.4.1. Аварии на АЭС, атомных энергетических установках производственного и научно-исследовательского назначения с выбросом (угрозой выброса) РВ	10401
1.4.2. Аварии с выбросом (угрозой выброса) РВ на предприятиях ядерно-топливного цикла	10402
1.4.3. Аварии транспортных средств и космических аппаратов с ядерными установками или грузом РВ на борту	10403
1.4.4. Аварии при промышленных и испытательных ядерных взрывах с выбросом (угрозой выброса) РВ	10404
1.4.5. Аварии с ядерными боеприпасами в местах их хранения, эксплуатации, уничтожения или при транспортировке.	10405
1.4.6. Обнаружение (утрата) источников ионизирующих излучений	10406
1.5.Аварии с выбросом (угрозой выброса) опасных биологических веществ (ОБВ)	10500
1.5.1. Аварии с выбросом (угрозой выброса) ОБВ на предприятиях и в научно-исследовательских учреждениях (лабораториях)	10501
1.5.2. Аварии на транспорте с выбросом (угрозой выброса) ОБВ	10502
1.5.3. Обнаружение (утрата) ОБВ	10503
1.6. Внезапное обрушение зданий, сооружений, пород	10600
1.6.1.Обрушение элементов транспортных коммуникаций	10601
1.6.2. Обрушение производственных зданий и сооружений	10602
1.6.3. Обрушение зданий и сооружений жилого, социально-бытового и культурного назначения	10603
1.6.4. Обрушение пород и полезных ископаемых в горных выработках, включая карьеры.	10604

1.6.5. Авария на подземном сооружении	10605
1.7. Аварии в электроэнергетических системах	10700
1.7.1. Аварии на автономных электростанциях с долговременным перерывом электроснабжения потребителей	10701
1.7.2. Аварии в электроэнергетических системах (сетях) с долговременным перерывом электроснабжения основных потребителей или обширных территорий	10702
1.7.3. Выход из строя транспортных электрических контактных сетей	10703
1.8. Аварии на коммунальных системах жизнеобеспечения	10800
1.8.1. Аварии на канализационных системах с массовым выбросом загрязняющих веществ	10801
1.8.2. Аварии в системах снабжения населения питьевой водой	10802
1.8.3. Аварии на тепловых сетях (системах горячего водоснабжения) в холодное время года	10803
1.8.4. Аварии на коммунальных газопроводах	10804
1.9. Аварии на очистных сооружениях	10900
1.9.1. Аварии на очистных сооружениях сточных вод промышленных предприятий с массовым выбросом загрязняющих веществ	10901
1.9.2. Аварии на промышленных установках по очистке газов (массовый выброс загрязняющих веществ)	10902
1.10. Гидродинамические аварии	11000
1.10.1. Прорывы плотин (дамб, шлюзов, перемычек, др) с образованием волн прорыва и катастрофических затоплений	11001
1.10.2. Прорывы плотин (дамб, шлюзов, перемычек и др) с образованием прорывного паводка	11002
1.10.3. Прорывы плотин (дамб, шлюзов, перемычек и др), повлекшие смыв плодородных почв или отложение наносов на обширных территориях	11003
1.10.4. Прорывы плывунов, пульпы и глинистой массы, а также затопление водой действующих горных выработок при разработке полезных ископаемых	11004
1.10.5. Размыв береговой полосы штормовыми нагонами	11005
2.Природные чрезвычайные ситуации	20000
2.1. Опасные геофизические явления	20100
2.1.1. Землетрясения	20101
2.1.2. Извержения вулканов	20102
2.2. Опасные геологические явления	20103
2.2.1. Оползни	20201
2.2.2. Сели	20202
2.2.3. Обвалы,осыпи	20203
2.2.4. Склоновой смыв	20204

2.2.5. Просадка лессовых пород	20205
2.2.6. Каретовая просадка (провал) земной поверх-ности	20206
2.2.7. Абразия, эрозия	20207
2.2.8. Лурумы	20208
2.2.9. Повышение уровня грунтовых вод	20209
2.3. Опасные метеорологические (агрометеороло-гические) явления	20300
2.3.1. Бури (9-11 баллов)	20301
2.3.2. Ураганы (12-15 баллов)	20302
2.3.3. Смерчи, торнадо	20303
2.3.4. Шквалы	20304
2.3.5. Вертикальные вихри	20305
2.3.6. Крупный град	20306
2.3.7. Сильный дождь (ливень)	20307
2.3.8. Сильный снегопад	20308
2.3.9. Сильный гололед	20309
2.3.10. Сильный мороз	20310
2.3.11. Сильная метель	20311
2.3.12. Сильная жара	20312
2.3.13. Сильный туман	20313
2.3.14. Засуха	20314
2.3.15. Суховей	20315
2.3.16. Заморозки	20316
2.3.17. Лавины	20317
2.3.18. Пыльные бури	20318
2.4. Морские опасные гидрологические явления	20400
2.4.1. Тропические циклоны (тайфуны)	20401
2.4.2. Цунами	20402
2.4.3. Сильное волнение (5 балов и более)	20403
2.4.4. Сильное колебание уровня моря	20404
2.4.5. Сильный тягун в портах	20405
2.4.6. Ранний ледяной покров и припай	20406
2.4.7. Напор льдов, интенсивный дрейф льдов	20407
2.4.8. Непроходимый (труднопроходимый) лед	20408
2.4.9. Обледенение судов и портовых сооружений	20409
2.4.10. Отрыв прибрежных льдов	20410
2.4.11. Затирание плавсредств и их гибель напором льда	20411
2.5. Опасные гидрологические явления	20500
2.5.1. Высокие уровни воды (наводнения, половодье, дождевые паводки, заторы, ветровые нагоны)	20501
2.5.2. Низкие уровни вод	20502
2.5.3. Ранний ледостав	20503
2.6. Природные пожары	20600

2.6.1. Лесные пожары	20601
2.6.2. Пожары степных и хлебных массивов	20602
2.6.3. Торфяные пожары	20603
2.6.4. Подземные пожары горючих ископаемых	20604
3. Биолого-социальные чрезвычайные ситуации	30000
3.1. Инфекционная заболеваемость людей	30100
3.1.1. Единичные случаи экзотических и особо опасных инфекционных заболеваний	30101
3.1.2. Групповые случаи опасных инфекционных заболеваний	30102
3.1.3. Эпидемическая вспышка особо опасных инфекционных заболеваний	30103
3.1.4.Эпидемия	30104
3.1.5.Пандемия	30105
3.1.6.Инфекционные заболевания людей невыявленной этиологии	30106
3.2.Инфекционная заболеваемость сельскохозяйственных животных	30200
3.2.1.Единичные случаи экзотических и особо опасных инфекционных заболеваний	30201
3.2.2.Энзоотия	30202
3.2.3.Эпизоотии	30203
3.2.4.Панзоотии	30204
3.2.5.Инфекционные заболевания сельскохозяйственных животных и водных организмов (гидробионтов) невыявленной этиологии	30205
3.2.6.Инфекционные заболевания водных животных и гидробионтов	30206
3.3.Поражение сельскохозяйственных растений болезнями и вредителями	30300
3.3.1.Прогрессирующая эпифитотия	30301
3.3.2.Панфитотия	30302
3.3.3.Болезни сельскохозяйственных растений невыявленной этиологии	30303
3.3.4.Массовое распространение вредителей растений	30304

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебно-методическому комплексу
_____ С.А.Упоров

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Б1.О.05.01 ФИЗИЧЕСКАЯ КУЛЬТУРА И СПОРТ

Специальность:
21.05.03 Технология геологической разведки

Специализация:
Геофизические информационные системы

Автор: Сидоров С.Г. канд. педагог. наук

Одобрены на заседании кафедры
Физической культуры
(название кафедры)
Зав. кафедрой _____
(подпись)
Сидоров С.Г.
(Фамилия И.О.)
Протокол № 1 от 28.08.2023
(Дата)

Рассмотрены методической комиссией
факультета геологии и геофизики
(название факультета)
Председатель _____
(подпись)
к.г.-м.н., доц. Вандышева К.В.
(Фамилия И.О.)
Протокол № 2 от 13.10.2023
(Дата)

Екатеринбург

Методические указания по дисциплине согласованы с выпускающей кафедрой геологии и геофизики нефти и газа

Заведующий кафедрой ГГНГ _____ к.г.-м.н., С.А. Рыльков____

подпись *И.О. Фамилия*

СОДЕРЖАНИЕ

Цели и задачи дисциплины ……..4
Место дисциплины в структуре основной образовательной программы ……..4
Требования к оформлению контрольной работы ……...……...……..4
Содержание контрольной работы…….4
Выполнение работы над ошибками……...……...10
Критерии оценивания контрольной работы ……...…10
Образец титульного листа ……..……...11

1. Цели и задачи дисциплины

Цель: формирование физической культуры личности и способности направленного использования разнообразных средств физической культуры, спорта и туризма для сохранения и укрепления здоровья, психофизической подготовки и самоподготовки к будущей жизни и профессиональной деятельности.

Задачи:

- формирование осознания социальной значимости физической культуры и её роли в развитии личности и подготовке к профессиональной деятельности;
- изучение научно-биологических, педагогических и практических основ физической культуры и здорового образа жизни;
- формирование мотивационно-ценностного отношения к физической культуре, установки на здоровый стиль жизни, физическое совершенствование и самовоспитание привычки к регулярным занятиям физическими упражнениями и спортом;

2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы

Дисциплина «Физическая культура и спорт» относится к разделу «Блок 1. Обязательная часть».

3. Требования к оформлению контрольной работы

Контрольные задания выполняются на листах формата А4 в рукописном виде, кроме титульного листа. На титульном листе (см. образец оформления титульного листа в печатном виде) указывается фамилия студента, номер группы, номер контрольной работы и фамилия преподавателя, у которого занимается обучающийся.

В конце работы должна быть поставлена подпись студента и дата выполнения заданий.

Контрольные задания должны быть выполнены в той последовательности, в которой они даны в контрольной работе.

Выполненную контрольную работу необходимо сдать преподавателю для проверки в установленные сроки.

Если контрольная работа выполнена без соблюдения изложенных выше требований, она возвращается студенту для повторного выполнения.

По дисциплине «физическая культура и спорт» представлен 1 вариант контрольной работы.

Содержание контрольной работы

№ п/п	Вопросы	Варианты ответов
1	Физическая культура представляет собой:	А) учебный предмет в школе Б) выполнение физических упражнений В) процесс совершенствования возможностей человека Г) часть общей культуры общества
2	Физическая подготовленность, приобретаемая в процессе физической подготовки к трудовой или иной деятельности, характеризуется:	А) высокой устойчивостью к стрессовым ситуациям, воздействию неблагоприятных условий внешней среды и различным заболеваниям Б) уровнем работоспособности и запасом двигательных умений и навыков В) хорошим развитием систем дыхания, кровообращением, достаточным запасом надежности, эффективности и экономичности Г) высокими результатами в учебной, трудовой и спортивной деятельности

3	Под физическим развитием понимается:	А) процесс изменения морфофункциональных свойств организма на протяжении жизни Б) размеры мускулатуры, формы тела, функциональные возможности дыхания и кровообращения, физическая работоспособность В) процесс совершенствования физических качеств при выполнении физических упражнений Г) уровень, обусловленный наследственностью и регулярностью занятий физической культурой и спортом
4	Физическая культура ориентирована на совершенствование	А) физических и психических качеств людей Б) техники двигательных действий В) работоспособности человека Г) природных физических свойств человека
5	Отличительным признаком физической культуры является:	А) развитие физических качеств и обучение двигательным действиям Б) физическое совершенство В) выполнение физических упражнений Г) занятия в форме уроков
6	В иерархии принципов в системе физического воспитания принцип всестороннего развития личности следует отнести к:	А) общим социальным принципам воспитательной стратегии общества Б) общим принципам образования и воспитания В) принципам, регламентирующим процесс физического воспитания Г) принципам обучения
7	Физическими упражнениями называются:	А) двигательные действия, с помощью которых развивают физические качества и укрепляют здоровье Б) двигательные действия, дозируемые по величине нагрузки и продолжительности выполнения В) движения, выполняемые на уроках физической культуры и во время утренней гимнастики Г) формы двигательных действий, способствующие решению задач физического воспитания
8	Нагрузка физических упражнений характеризуется:	А) подготовленностью занимающихся в соответствии с их возрастом, состоянием здоровья, самочувствием во время занятия Б) величиной их воздействия на организм В) временем и количеством повторений двигательных действий Г) напряжением отдельных мышечных групп
9	Величина нагрузки физических упражнений обусловлена:	А) сочетанием объема и интенсивности двигательных действий Б) степенью преодолеваемых при их выполнении трудностей В) утомлением, возникающим при их выполнении Г) частотой сердечных сокращений
10	Если ЧСС после выполнения упражнения восстанавливается за 60 сек до уровня, который был в начале урока, то это свидетельствует о том, что нагрузка	А) мала и ее следует увеличить Б) переносится организмом относительно легко В) достаточно большая и ее можно повторить Г) чрезмерная и ее нужно уменьшить
11	Интенсивность выполнения упражнений можно определить по ЧСС. Укажите, какую частоту пульса вызывает большая интенсивность упражнений	А) 120-130 уд/мин Б) 130-140 уд/мин В) 140-150 уд/мин Г) свыше 150 уд/мин

12	Регулярные занятия физическими упражнениями способствуют повышению работоспособности, потому что:	А) во время занятий выполняются двигательные действия, содействующие развитию силы и выносливости Б) достигаемое при этом утомление активизирует процессы восстановления и адаптации В) в результате повышается эффективность и экономичность дыхания и кровообращения. Г) человек, занимающийся физическими упражнениями, способен выполнить большой объем физической работы за отведенный отрезок времени.
13	Что понимают под закаливанием:	А) купание в холодной воде и хождение босиком Б) приспособление организма к воздействию внешней среды В) сочетание воздушных и солнечных ванн с гимнастикой и подвижными играми Г) укрепление здоровья
14	Во время индивидуальных занятий закаливающими процедурами следует соблюдать ряд правил. Укажите, какой из перечисленных ниже рекомендаций придерживаться не стоит:	А) чем ниже температура воздуха, тем интенсивней надо выполнять упражнение, т.к. нельзя допускать переохлаждения Б) чем выше температура воздуха, тем короче должны быть занятия, т.к. нельзя допускать перегревания организма В) не рекомендуется тренироваться при активном солнечном излучении Г) после занятия надо принять холодный душ
15	Правильное дыхание характеризуется:	А) более продолжительным выдохом Б) более продолжительным вдохом В) вдохом через нос и выдохом через рот Г) ровной продолжительностью вдоха и выдоха
16	При выполнении упражнений вдох не следует делать во время:	А) вращений и поворотов тела Б) наклонах туловища назад В) возвращение в исходное положение после наклона Г) дыхание во время упражнений должно быть свободным, рекомендации относительно времени вдоха и выдоха не нужны
17	Что называется осанкой?	А) качество позвоночника, обеспечивающее хорошее самочувствие и настроение Б) пружинные характеристики позвоночника и стоп В) привычная поза человека в вертикальном положении Г) силуэт человека
18	Правильной осанкой можно считать, если вы, стоя у стены, касаетесь ее:	А) затылком, ягодицами, пятками Б) лопатками, ягодицами, пятками В) затылком, спиной, пятками Г) затылком, лопатками, ягодицами, пятками
19	Соблюдение режима дня способствует укреплению здоровья, потому, что:	А) он обеспечивает ритмичность работы организма Б) он позволяет правильно планировать дела в течение дня В) распределение основных дел осуществляется более или менее стандартно в течение каждого дня Г) он позволяет избегать неоправданных физических напряжений
20	Замена одних видов деятельности другими, регулируема режимом дня, позволяет поддержать	А) это положительно сказывается на физическом и психическом состоянии человека Б) снимает утомление нервных клеток организма

	работоспособность в течение дня, потому что:	В) ритмическое чередование работы с отдыхом предупреждает возникновение перенапряжения Г) притупляется чувство общей усталости и повышает тонус организма
21	Систематические и грамотно организованные занятия физическими упражнениями укрепляют здоровье, так как	А) хорошая циркуляция крови во время упражнений обеспечивает поступление питательных веществ к органам и системам организма Б) повышается возможность дыхательной системы, благодаря чему в организм поступает большее количество кислорода, необходимого для образования энергии В) занятия способствуют повышению резервных возможностей организма Г) при достаточном энергообеспечении организм легче противостоит простудным и инфекционным заболеваниям
22	Почему на уроках физической культуры выделяют подготовительную, основную и заключительную части?	А) так учителю удобнее распределять различные по характеру упражнения Б) это обусловлено необходимость управлять динамикой работоспособности занимающихся. В) выделение частей в уроке требует Министерство образовании России Г) потому, что перед уроком, как правило, ставятся задачи, и каждая часть урока предназначена для решения одной из них
23	Укажите, в какой последовательности должны выполняться в комплексе утренней гимнастикой перечисленные упражнения: 1. Дыхательные. 2. На укрепление мышц и повышение гибкости. 3. Потягивания. 4 бег с переходом на ходьбу. 5. Ходьба с постепенным повышение частоты шагов. 6. Прыжки. 7.Поочередное напряжение и расслабление мышц. 8. Бег в спокойном темпе.	А) 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 Б) 7, 5, 8, 6, 2, 3, 2, 1, 4 В) 3, 7, 5, 8, 1, 2, 6, 4 Г) 3, 1, 2, 4, 7, 6, 8, 4
24	Под силой как физическим качеством понимается:	А) способность поднимать тяжелые предметы Б) свойство человека противодействовать внешним силам за счет мышечных напряжений В) свойство человека воздействовать на внешние силы за счет внешних сопротивлений Г) комплекс свойств организма, позволяющих преодолевать внешнее сопротивление либо противодействовать ему.
25	Выберите правильное распределение перечисленных ниже упражнений в занятии по общей физической подготовке. 1. Ходьба или спокойный бег в чередовании с дыхательными упражнениями. 2. Упражнения, постепенно включающие в работу все большее количество мышечных групп. 3. Упражнения на развитие выносливости. 4. Упражнения на развитие быстроты и гибкости. 5. упражнения на развитие силы. 6. Дыхательные упражнения.	А) 1, 2, 5, 4, 3, 6 Б) 6, 2, 3, 1, 4, 5 В) 2, 6, 4, 5, 3, 1 Г) 2,1, 3, 4, 5, 6
26	Основная часть урока по общей физической подготовке отводится	А) 1, 2, 3, 4 Б) 2,3,1,4

	развитию физических качеств. Укажите, какая последовательность воздействий на физические качества наиболее эффективна. 1. Выносливость. 2. Гибкость. 3. быстрота. 4. Сила.	В) 3, 2, 4, 1 Г) 4,2 ,3, 1
27	Какие упражнения неэффективны при формировании телосложения	А) упражнения, способствующие увеличению мышечной массы Б) упражнения, способствующие снижению массы тела В) упражнения, объединенные в форме круговой тренировки Г) упражнения, способствующие повышению быстроты движений
28	И для увеличения мышечной массы, и для снижения веса тела можно применять упражнения с отягощением. Но при составлении комплексов упражнений для увеличения мышечной массы рекомендуется:	А) полностью проработать одну группу мышц и только затем переходит к упражнениям, нагружающим другую группу мышц Б) чередовать серии упражнений, включающие в работу разные мышечные группы В) использовать упражнения с относительно небольшим отягощением и большим количеством повторений Г) планировать большое количество подходов и ограничивать количество повторений в одном подходе
29	Под быстротой как физическим качеством понимается:	А) комплекс свойств, позволяющих передвигаться с большой скоростью Б) комплекс свойств, позволяющий выполнять работу в минимальный отрезок времени В) способность быстро набирать скорость Г) комплекс свойств, позволяющий быстро реагировать на сигналы и выполнять движения с большой частотой
30	Для развития быстроты используют:	А) подвижные и спортивные игры Б) упражнения в беге с максимальной скоростью на короткие дистанции В) упражнения на быстроту реакции и частоту движений Г) двигательные действия, выполняемые с максимальной скоростью
31	Лучшие условия для развития быстроты реакции создаются во время:	А) подвижных и спортивных игр Б) челночного бега В) прыжков в высоту Г) метаний
32	Под гибкостью как физическим качеством понимается:	А) комплекс морфофункциональных свойств опорно-двигательного аппарата, определяющий глубину наклона Б) способность выполнять упражнения с большой амплитудой за счет мышечных сокращений. В) комплекс свойств двигательного аппарата, определяющих подвижность его звеньев Г) эластичность мышц и связок
33	Как дозируются упражнения на развитие гибкости, т.е. сколько движений следует делать в одной серии:	А) Упражнение выполняется до тех пор, пока не начнет уменьшаться амплитуда движений Б) выполняются 12-16 циклов движения В) упражнения выполняются до появления пота Г) упражнения выполняются до появления болевых ощущений

34	Для повышения скорости бега в самостоятельном занятии после разминки рекомендуется выполнять перечисленные ниже упражнения. Укажите их целесообразную последовательность: 1. Дыхательные упражнения. 2. Легкий продолжительный бег. 3. Прыжковые упражнения с отягощением и без них. 4. дыхательные упражнения в интервалах отдыха. 5. Повторный бег на короткие дистанции. 6.Ходьба. 7. Упражнения на частоту движений.	А) 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 Б) 7, 5, 4, 3, 2, 6, 1 В) 2, 1, 3, 7, 4, 5, 6 Г) 3, 6, 2, 7, 5, 4, 1
35	При развитии гибкости следует стремиться	А) гармоничному увеличению подвижности в основных суставах Б) достижению максимальной амплитуды движений в основных суставах В) оптимальной амплитуде движений в плечевом, тазобедренном, коленом суставах Г) восстановлению нормальной амплитуды движений суставов
36	Под выносливостью как физическим качеством понимается:	А) комплекс свойств, обуславливающий возможность выполнять разнообразные физические нагрузки Б) комплекс свойств, определяющих способность противостоять утомлению В) способность длительно совершать физическую работу, практически не утомляясь Г) способность сохранять заданные параметры работы
37	Выносливость человека не зависит от:	А) функциональных возможностей систем энергообеспечения Б) быстроты двигательной реакции В) настойчивости, выдержки, мужественности, умения терпеть Г) силы мышц
38	При развитии выносливости не применяются упражнения, характерными признаками которых являются:	А) максимальная активность систем энергообеспечения Б) умеренная интенсивность В) максимальная интенсивность Г) активная работа большинства звеньев опорно-двигательного аппарата
39	Техникой физических упражнений принято называть	А) способ целесообразного решения двигательной задачи Б) способ организации движений при выполнении упражнений В) состав и последовательность движений при выполнении упражнений Г) рациональную организацию двигательных действий
40	При анализе техники принято выделять основу, ведущее звено и детали техники. Что понимают под основой (ведущим звеном и деталями техники).	А) набор элементов, характеризующий индивидуальные особенности выполнения целостного двигательного действия Б) состав и последовательность элементов, входящих в двигательное действие В) совокупность элементов, необходимых для решения двигательной задачи Г) наиболее важная часть определенного способа

		решения двигательной задачи
41	В процессе обучения двигательным действиям используют методы целостного или расчлененного упражнения. Выбор метода зависит от	А) возможности расчленения двигательного действия на относительно самостоятельные элементы Б) сложности основы техники В) количества элементов, составляющих двигательное действие Г) предпочтения учителя
42	Процесс обучения двигательному действию рекомендуется начинать с освоения	А) основы техники Б) ведущего звена техники В) подводящих упражнений Г) исходного положения
43	Физкультминутку, как одну из форм занятий физическими упражнениями следует отнести к:	А) урочным формам занятий физическими упражнениями Б) «малым» неурочным формам В) «крупным» неурочным формам Г) соревновательным формам
44	Какой раздел комплексной программы по физическому воспитанию для общеобразовательных школ не является типовым?	А) уроки физической культуры Б) внеклассная работа В) физкультурно-массовые и спортивные мероприятия Г) содержание и организация педагогической практики
45	Измерение ЧСС сразу после пробегания отрезка дистанции следует отнести к одному из видов контроля:	А) оперативному Б) текущему В) предварительному Г) итоговому

Проблемные и сложные вопросы, возникающие в процессе изучения курса и выполнения контрольной работы, необходимо решать с преподавателем на консультациях.

Выполнению контрольной работы должно предшествовать самостоятельное изучение студентом рекомендованной литературы.

Студент получает проверенную контрольную работу с исправлениями в тексте и замечаниями. В конце работы выставляется оценка «зачтено», «не зачтено». Работа с оценкой «не зачтено» должна быть доработана и представлена на повторную проверку.

Выполнение работы над ошибками

При получении проверенной контрольной работы необходимо проанализировать отмеченные ошибки. Все задания, в которых были сделаны ошибки или допущены неточности, следует еще раз выполнить в конце данной контрольной работы. Контрольные работы являются учебными документами, которые хранятся на кафедре до конца учебного года.

Критерии оценивания контрольной работы

Оценка за контрольную работу определяется простым суммированием баллов за правильные ответы на вопросы: 1 правильный ответ = 2 балл. Максимум 90 баллов.

Результат контрольной работы

Контрольная работа оценивается на «зачтено», «не зачтено»:
46-90 балла (50-100%) - оценка «зачтено»;
0-44 балла (0-49%) - оценка «не зачтено».

Образец оформления титульного листа



Министерство науки и высшего образования РФ
ФГБОУ ВО
«Уральский государственный горный университет»

Кафедра физической культуры

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА

по дисциплине

ФИЗИЧЕСКАЯ КУЛЬТУРА И СПОРТ

Выполнил: Иванов Иван Иванович
Группа _____

Преподаватель: Петров Петр Петрович

Екатеринбург
20____

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по учебно-методическому комплексу

_____С.А.Упоров

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ОРГАНИЗАЦИИ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ

Б1.О.05.01 ФИЗИЧЕСКАЯ КУЛЬТУРА И СПОРТ

Специальность:

21.05.03 Технология геологической разведки

Специализация:

Геофизические информационные системы

Автор: Сидоров С.Г. канд. педагог. наук

Одобрены на заседании кафедры

Физической культуры

(название кафедры)

Зав. кафедрой _____

(подпись)

Сидоров С.Г.

(Фамилия И.О.)

Протокол № 1 от 28.08.2023

(Дата)

Рассмотрены методической комиссией

факультета геологии и геофизики

(название факультета)

Председатель _____

(подпись)

к.г.-м.н., доц. Вандышева К.В.

(Фамилия И.О.)

Протокол № 2 от 13.10.2023

(Дата)

Екатеринбург

Методические указания по дисциплине согласованы с выпускающей кафедрой геологии и геофизики нефти и газа

Заведующий кафедрой ГГНГ _____ к.г.-м.н., С.А. Рыльков____

подпись *И.О. Фамилия*

СОДЕРЖАНИЕ

Цели и задачи дисциплины ……..…….....4
Место дисциплины в структуре основной образовательной программы ……...……4
Требования к оформлению теста ……..…….....4
Содержание теста…….....4
Содержание опроса…….....10
Выполнение работы над ошибками.....……...12

Цели и задачи дисциплины

Цель: формирование физической культуры личности и способности направленного использования разнообразных средств физической культуры, спорта и туризма для сохранения и укрепления здоровья, психофизической подготовки и самоподготовки к будущей жизни и профессиональной деятельности.

Задачи:

- формирование осознания социальной значимости физической культуры и её роли в развитии личности и подготовке к профессиональной деятельности;
- изучение научно-биологических, педагогических и практических основ физической культуры и здорового образа жизни;
- формирование мотивационно-ценностного отношения к физической культуре, установки на здоровый стиль жизни, физическое совершенствование и самовоспитание привычки к регулярным занятиям физическими упражнениями и спортом;

Место дисциплины в структуре основной образовательной программы

Дисциплина «Физическая культура и спорт» относится к разделу «Блок 1. Основная часть».

Требования к оформлению теста

Задания выполняются на листах формата А4 в рукописном виде, кроме титульного листа. На титульном листе (см. образец оформления титульного листа в печатном виде) указывается фамилия студента, номер группы, фамилия преподавателя, у которого занимается обучающийся.

В конце работы должна быть поставлена подпись студента и дата выполнения заданий.

Задания должны быть выполнены в той последовательности, в которой они даны в тесте.

Выполненный тест необходимо сдать преподавателю для проверки в установленные сроки.

Если тест выполнен без соблюдения изложенных выше требований, она возвращается студенту для повторного выполнения.

По дисциплине «физическая культура и спорт» представлен, тест, вопросы для проведения опроса.

Содержание теста

№ п/п	Вопросы	Варианты ответов
1	Физическая культура представляет собой:	А) учебный предмет в школе Б) выполнение физических упражнений В) процесс совершенствования возможностей человека Г) часть общей культуры общества
2	Физическая подготовленность, приобретаемая в процессе физической подготовки к трудовой или иной деятельности, характеризуется:	А) высокой устойчивостью к стрессовым ситуациям, воздействию неблагоприятных условий внешней среды и различным заболеваниям Б) уровнем работоспособности и запасом двигательных умений и навыков В) хорошим развитием систем дыхания, кровообращением, достаточным запасом надежности, эффективности и экономичности Г) высокими результатами в учебной, трудовой и спортивной деятельности
3	Под физическим развитием понимается:	А) процесс изменения морфофункциональных свойств организма на протяжении жизни

		Б) размеры мускулатуры, формы тела, функциональные возможности дыхания и кровообращения, физическая работоспособность В) процесс совершенствования физических качеств при выполнении физических упражнений Г) уровень, обусловленный наследственностью и регулярностью занятий физической культурой и спортом
4	Физическая культура ориентирована на совершенствование	А) физических и психических качеств людей Б) техники двигательных действий В) работоспособности человека Г) природных физических свойств человека
5	Отличительным признаком физической культуры является:	А) развитие физических качеств и обучение двигательным действиям Б) физическое совершенство В) выполнение физических упражнений Г) занятия в форме уроков
6	В иерархии принципов в системе физического воспитания принцип всестороннего развития личности следует отнести к:	А) общим социальным принципам воспитательной стратегии общества Б) общим принципам образования и воспитания В) принципам, регламентирующим процесс физического воспитания Г) принципам обучения
7	Физическими упражнениями называются:	А) двигательные действия, с помощью которых развивают физические качества и укрепляют здоровье Б) двигательные действия, дозируемые по величине нагрузки и продолжительности выполнения В) движения, выполняемые на уроках физической культуры и во время утренней гимнастики Г) формы двигательных действий, способствующие решению задач физического воспитания
8	Нагрузка физических упражнений характеризуется:	А) подготовленностью занимающихся в соответствии с их возрастом, состоянием здоровья, самочувствием во время занятия Б) величиной их воздействия на организм В) временем и количеством повторений двигательных действий Г) напряжением отдельных мышечных групп
9	Величина нагрузки физических упражнений обусловлена:	А) сочетанием объема и интенсивности двигательных действий Б) степенью преодолеваемых при их выполнении трудностей В) утомлением, возникающим при их выполнении Г) частотой сердечных сокращений
10	Если ЧСС после выполнения упражнения восстанавливается за 60 сек до уровня, который был в начале урока, то это свидетельствует о том, что нагрузка	А) мала и ее следует увеличить Б) переносится организмом относительно легко В) достаточно большая и ее можно повторить Г) чрезмерная и ее нужно уменьшить
11	Интенсивность выполнения упражнений можно определить по ЧСС. Укажите, какую частоту пульса вызывает большая интенсивность упражнений	А) 120-130 уд/мин Б) 130-140 уд/мин В) 140-150 уд/мин Г) свыше 150 уд/мин
12	Регулярные занятия физическими упражнениями способствуют	А) во время занятий выполняются двигательные действия, содействующие развитию силы и выносливости

	повышению работоспособности, потому что:	Б) достигаемое при этом утомление активизирует процессы восстановления и адаптации В) в результате повышается эффективность и экономичность дыхания и кровообращения. Г) человек, занимающийся физическими упражнениями, способен выполнить большой объем физической работы за отведенный отрезок времени.
13	Что понимают под закаливанием:	А) купание в холодной воде и хождение босиком Б) приспособление организма к воздействию внешней среды В) сочетание воздушных и солнечных ванн с гимнастикой и подвижными играми Г) укрепление здоровья
14	Во время индивидуальных занятий закаливающими процедурами следует соблюдать ряд правил. Укажите, какой из перечисленных ниже рекомендаций придерживаться не стоит:	А) чем ниже температура воздуха, тем интенсивней надо выполнять упражнение, т.к. нельзя допускать переохлаждения Б) чем выше температура воздуха, тем короче должны быть занятия, т.к. нельзя допускать перегревания организма В) не рекомендуется тренироваться при активном солнечном излучении Г) после занятия надо принять холодный душ
15	Правильное дыхание характеризуется:	А) более продолжительным выдохом Б) более продолжительным вдохом В) вдохом через нос и выдохом через рот Г) ровной продолжительностью вдоха и выдоха
16	При выполнении упражнений вдох не следует делать во время:	А) вращений и поворотов тела Б) наклонах туловища назад В) возвращение в исходное положение после наклона Г) дыхание во время упражнений должно быть свободным, рекомендации относительно времени вдоха и выдоха не нужны
17	Что называется осанкой?	А) качество позвоночника, обеспечивающее хорошее самочувствие и настроение Б) пружинные характеристики позвоночника и стоп В) привычная поза человека в вертикальном положении Г) силуэт человека
18	Правильной осанкой можно считать, если вы, стоя у стены, касаетесь ее:	А) затылком, ягодицами, пятками Б) лопатками, ягодицами, пятками В) затылком, спиной, пятками Г) затылком, лопатками, ягодицами, пятками
19	Соблюдение режима дня способствует укреплению здоровья, потому, что:	А) он обеспечивает ритмичность работы организма Б) он позволяет правильно планировать дела в течение дня В) распределение основных дел осуществляется более или менее стандартно в течение каждого дня Г) он позволяет избегать неоправданных физических напряжений
20	Замена одних видов деятельности другими, регулируема режимом дня, позволяет поддержать работоспособность в течение дня, потому что:	А) это положительно сказывается на физическом и психическом состоянии человека Б) снимает утомление нервных клеток организма В) ритмическое чередование работы с отдыхом предупреждает возникновение перенапряжения

		Г) притупляется чувство общей усталости и повышает тонус организма
21	Систематические и грамотно организованные занятия физическими упражнениями укрепляют здоровье, так как	А) хорошая циркуляция крови во время упражнений обеспечивает поступление питательных веществ к органам и системам организма Б) повышается возможность дыхательной системы, благодаря чему в организм поступает большее количество кислорода, необходимого для образования энергии В) занятия способствуют повышению резервных возможностей организма Г) при достаточном энергообеспечении организм легче противостоит простудным и инфекционным заболеваниям
22	Почему на уроках физической культуры выделяют подготовительную, основную и заключительную части?	А) так учителю удобнее распределять различные по характеру упражнения Б) это обусловлено необходимость управлять динамикой работоспособности занимающихся. В) выделение частей в уроке требует Министерство образовании России Г) потому, что перед уроком, как правило, ставятся задачи, и каждая часть урока предназначена для решения одной из них
23	Укажите, в какой последовательности должны выполняться в комплексе утренней гимнастикой перечисленные упражнения: 1. Дыхательные. 2. На укрепление мышц и повышение гибкости. 3. Потягивания. 4 бег с переходом на ходьбу. 5. Ходьба с постепенным повышение частоты шагов. 6. Прыжки. 7.Поочередное напряжение и расслабление мышц. 8. Бег в спокойном темпе.	А) 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 Б) 7, 5, 8, 6, 2, 3, 2, 1, 4 В) 3, 7, 5, 8, 1, 2, 6, 4 Г) 3, 1, 2, 4, 7, 6, 8, 4
24	Под силой как физическим качеством понимается:	А) способность поднимать тяжелые предметы Б) свойство человека противодействовать внешним силам за счет мышечных напряжений В) свойство человека воздействовать на внешние силы за счет внешних сопротивлений Г) комплекс свойств организма, позволяющих преодолевать внешнее сопротивление либо противодействовать ему.
25	Выберите правильное распределение перечисленных ниже упражнений в занятии по общей физической подготовке. 1. Ходьба или спокойный бег в чередовании с дыхательными упражнениями. 2. Упражнения, постепенно включающие в работу все большее количество мышечных групп. 3. Упражнения на развитие выносливости. 4. Упражнения на развитие быстроты и гибкости. 5. упражнения на развитие силы. 6. Дыхательные упражнения.	А) 1, 2, 5, 4, 3, 6 Б) 6, 2, 3, 1, 4, 5 В) 2, 6, 4, 5, 3, 1 Г) 2,1, 3, 4, 5, 6
26	Основная часть урока по общей физической подготовке отводится развитию физических качеств. Укажите, какая последовательность воздействий на физические качества наиболее эффективна. 1. Выносливость. 2. Гибкость. 3. быстрота. 4. Сила.	А) 1, 2, 3, 4 Б) 2,3,1,4 В) 3, 2, 4, 1 Г) 4,2 ,3, 1

27	Какие упражнения неэффективны при формировании телосложения	А) упражнения, способствующие увеличению мышечной массы Б) упражнения, способствующие снижению массы тела В) упражнения, объединенные в форме круговой тренировки Г) упражнения, способствующие повышению быстроты движений
28	И для увеличения мышечной массы, и для снижения веса тела можно применять упражнения с отягощением. Но при составлении комплексов упражнений для увеличения мышечной массы рекомендуется:	А) полностью проработать одну группу мышц и только затем переходит к упражнениям, нагружающим другую группу мышц Б) чередовать серии упражнений, включающие в работу разные мышечные группы В) использовать упражнения с относительно небольшим отягощением и большим количеством повторений Г) планировать большое количество подходов и ограничивать количество повторений в одном подходе
29	Под быстротой как физическим качеством понимается:	А) комплекс свойств, позволяющих передвигаться с большой скоростью Б) комплекс свойств, позволяющий выполнять работу в минимальный отрезок времени В) способность быстро набирать скорость Г) комплекс свойств, позволяющий быстро реагировать на сигналы и выполнять движения с большой частотой
30	Для развития быстроты используют:	А) подвижные и спортивные игры Б) упражнения в беге с максимальной скоростью на короткие дистанции В) упражнения на быстроту реакции и частоту движений Г) двигательные действия, выполняемые с максимальной скоростью
31	Лучшие условия для развития быстроты реакции создаются во время:	А) подвижных и спортивных игр Б) челночного бега В) прыжков в высоту Г) метаний
32	Под гибкостью как физическим качеством понимается:	А) комплекс морфофункциональных свойств опорно-двигательного аппарата, определяющий глубину наклона Б) способность выполнять упражнения с большой амплитудой за счет мышечных сокращений. В) комплекс свойств двигательного аппарата, определяющих подвижность его звеньев Г) эластичность мышц и связок
33	Как дозируются упражнения на развитие гибкости, т.е. сколько движений следует делать в одной серии:	А) Упражнение выполняется до тех пор, пока не начнет уменьшаться амплитуда движений Б) выполняются 12-16 циклов движения В) упражнения выполняются до появления пота Г) упражнения выполняются до появления болевых ощущений
34	Для повышения скорости бега в самостоятельном занятии после разминки рекомендуется выполнять перечисленные ниже упражнения. Укажите их целесообразную	А) 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 Б) 7, 5, 4, 3, 2, 6, 1 В) 2, 1, 3, 7, 4, 5, 6 Г) 3, 6, 2, 7, 5, 4, 1

	последовательность: 1. Дыхательные упражнения. 2. Легкий продолжительный бег. 3. Прыжковые упражнения с отягощением и без них. 4. дыхательные упражнения в интервалах отдыха. 5. Повторный бег на короткие дистанции. 6.Ходьба. 7. Упражнения на частоту движений.	
35	При развитии гибкости следует стремиться	А) гармоничному увеличению подвижности в основных суставах Б) достижению максимальной амплитуды движений в основных суставах В) оптимальной амплитуде движений в плечевом, тазобедренном, коленом суставах Г) восстановлению нормальной амплитуды движений суставов
36	Под выносливостью как физическим качеством понимается:	А) комплекс свойств, обуславливающий возможность выполнять разнообразные физические нагрузки Б) комплекс свойств, определяющих способность противостоять утомлению В) способность длительно совершать физическую работу, практически не утомляясь Г) способность сохранять заданные параметры работы
37	Выносливость человека не зависит от:	А) функциональных возможностей систем энергообеспечения Б) быстроты двигательной реакции В) настойчивости, выдержки, мужественности, умения терпеть Г) силы мышц
38	При развитии выносливости не применяются упражнения, характерными признаками которых являются:	А) максимальная активность систем энергообеспечения Б) умеренная интенсивность В) максимальная интенсивность Г) активная работа большинства звеньев опорно-двигательного аппарата
39	Техникой физических упражнений принято называть	А) способ целесообразного решения двигательной задачи Б) способ организации движений при выполнении упражнений В) состав и последовательность движений при выполнении упражнений Г) рациональную организацию двигательных действий
40	При анализе техники принято выделять основу, ведущее звено и детали техники. Что понимают под основой (ведущим звеном и деталями техники).	А) набор элементов, характеризующий индивидуальные особенности выполнения целостного двигательного действия Б) состав и последовательность элементов, входящих в двигательное действие В) совокупность элементов, необходимых для решения двигательной задачи Г) наиболее важная часть определенного способа решения двигательной задачи
41	В процессе обучения двигательным действиям используют методы целостного или расчлененного упражнения. Выбор метода зависит от	А) возможности расчленения двигательного действия на относительно самостоятельные элементы Б) сложности основы техники В) количества элементов, составляющих двигательное действие

		Г) предпочтения учителя
42	Процесс обучения двигательному действию рекомендуется начинать с освоения	А) основы техники Б) ведущего звена техники В) подводящих упражнений Г) исходного положения
43	Физкультминутку, как одну из форм занятий физическими упражнениями следует отнести к:	А) урочным формам занятий физическими упражнениями Б) «малым» неурочным формам В) «крупным» неурочным формам Г) соревновательным формам
44	Какой раздел комплексной программы по физическому воспитанию для общеобразовательных школ не является типовым?	А) уроки физической культуры Б) внеклассная работа В) физкультурно-массовые и спортивные мероприятия Г) содержание и организация педагогической практики
45	Измерение ЧСС сразу после пробегания отрезка дистанции следует отнести к одному из видов контроля:	А) оперативному Б) текущему В) предварительному Г) итоговому

Критерии оценивания теста

Оценка за тест определяется простым суммированием баллов за правильные ответы на вопросы: 1 правильный ответ = 2 балл. Максимум 90 баллов.

Результат теста

Тест оценивается на «зачтено», «не зачтено»:
46-90 балла (50-100%) - оценка «зачтено»;
0-44 балла (0-49%) - оценка «не зачтено»;

ВОПРОСЫ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ОПРОСА

1. Определение понятий в области физической культуры
2. Понятие «здоровье» и основные его компоненты
3. Факторы, определяющие здоровье человека.
4. Образ жизни и его составляющие.
5. Разумное чередование труда и отдыха, как компонент ЗОЖ.
6. Рациональное питание и ЗОЖ.
7. Отказотвредныхпривычекисоблюдениеправилличнойиобщественнойгигиены.
8. Двигательная активность — как компонент ЗОЖ.
9. Выполнение мероприятий по закаливанию организма.
10. Физическоесамовоспитаниеисамосовершенствованиекакнеобходимоеусловиереализации мероприятий ЗОЖ.
11. Врачебный контроль как обязательная процедура для занимающихся физической культурой.
12. Самоконтроль—необходимаяформаконтролячеловеказафизическимсостоянием.
13. Методика самоконтроля физического развития.

14. Самостоятельноеизмерениеартериальногодавленияичастотысердечныхсокращений.
15. Проведениефункциональныхпробдляоценкидеятельностисердечно-сосудистой системы.
16. Проведениефункциональныхпробдляоценкидеятельностидыхательнойсистемы.
17. Самоконтроль уровня развития физических качеств: быстроты, гибкости, ловкости, силы и выносливости
18. Ведение дневника самоконтроля.
19. Цель и задачи физического воспитания в вузе.
20. Специфические функции физической культуры.
21. Социальная роль и значение спорта.
22. Этапы становления физической культуры личности студента.
23. Понятия физическая культура, физическое воспитание, физическое развитие, физическое совершенство.
24. Реабилитационная физическая культура, виды, краткая характеристика.
25. Разделы учебной программы дисциплины «Физическая культура».
26. Комплектование учебных отделений студентов для организации проведения занятий по физическому воспитанию.
27. Преимущества спортивно-ориентированной программы дисциплины «Физическая культура» для студентов.
28. Особенностикомплектованиястудентовсразличнымхарактеромзаболеванийвспециальном учебном отделении.
29. Зачетные требования по учебной дисциплине «Физическая культура».
30. Формирование двигательного навыка.
31. Устойчивость организма к воздействию неблагоприятных факторов.
32. Мотивация и направленность самостоятельных занятий.
33. Утренняя гигиеническая гимнастика.
34. Мотивация выбора видов спорта или систем физических упражнений.
35. Самостоятельные занятия оздоровительным бегом.
36. Самостоятельные занятия атлетической гимнастикой.
37. Особенности самостоятельных занятий женщин.
38. Мотивация и направленность самостоятельных занятий. Утренняя гигиеническая гимнастика.
39. Физические упражнения в течение учебного дня: физкультминутки, физкультпаузы.
40. Самостоятельные тренировочные занятия: структура, требования к организации и проведению.
41. Мотивация выбора видов спорта или систем физических упражнений.
42. Самостоятельные занятия оздоровительным бегом.
43. Самостоятельные занятия атлетической гимнастикой.
44. Особенности самостоятельных занятий женщин.
45. Роль физической культуры в профессиональной деятельности бакалавра и специалиста.
46. Производственная физическая культура, ее цели и задачи.
47. Методические основы производственной физической культуры.
48. Производственная физическая культура в рабочее время.
49. Физическая культура и спорт в свободное время.
50. Профилактикапрофессиональныхзаболеванийитравматизмасредствамифизической культуры.
51. Понятие ППФП, её цель, задачи. Прикладные знания, умения и навыки.
52. Прикладные психические качества.
53. Прикладные специальные качества.
54. Факторы, определяющие содержание ППФП: формы труда, условия труда.
55. Факторы, определяющие содержание ППФП: характер труда, режим труда и отдыха.
56. Дополнительные факторы, определяющие содержание ППФП.
57. Средства ППФП.
58. Организация и формы ППФП в вузе.
59. Понятия общей и специальной физической подготовки.

60. Отличия понятий спортивная подготовка и спортивная тренировка.
61. Стороны подготовки спортсмена.
62. Средства спортивной подготовки.
63. Структура отдельного тренировочного занятия.
64. Роль подготовительной части занятия в тренировочном процессе.
65. Понятие «физическая нагрузка», эффект ее воздействия на организм.
66. Внешние признаки утомления.
67. Виды и параметры физических нагрузок.
68. Интенсивность физических нагрузок.
69. Психофизиологическая характеристика умственной деятельности.
70. Работоспособность: понятие, факторы, периоды
71. Физические упражнения в течение учебного дня для поддержания работоспособности.
72. Бег как самое эффективное средство восстановления и повышения работоспособности.
73. Плавание и работоспособность.
74. Методические принципы физического воспитания, сущность и значение.
75. Принципы сознательности и активности, наглядности в процессе физического воспитания.
76. Принципы доступности и индивидуализации, систематичности и динамичности.
77. Средства физической культуры.
78. Общепедагогические методы физического воспитания.
79. Методы обучения технике двигательного действия.
80. Этапы обучения двигательного действия.
81. Методы развития физических качеств: равномерный, повторный, интервальный.
82. Метод круговой тренировки, игровой и соревновательный методы.
83. Сила как физическое качество, общая характеристика силовых упражнений.
84. Методы развития силы.
85. Выносливость — виды выносливости, особенности развития выносливости.
86. Развитие физических качеств: быстроты, гибкости, ловкости.
87. Понятие «спорт». Его принципиальное отличие от других видов занятий физическими упражнениями.
88. Массовый спорт: понятие, цель, задачи.
89. Спорт высших достижений: понятие, цель, задачи.
90. Студенческий спорт, его организационные особенности.
91. Студенческие спортивные соревнования.
92. Студенческие спортивные организации.
93. Всероссийский физкультурно-спортивный комплекс «ГТО» (Готов к труду и обороне).

Выполнение работы над ошибками

При получении проверенного теста необходимо проанализировать отмеченные ошибки. Все задания, в которых были сделаны ошибки или допущены неточности, следует еще раз выполнить в конце данного теста. Тесты, тесты являются учебными документами, которые хранятся на кафедре до конца учебного года.

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по учебно-методическому комплексу

_____С.А.Упоров

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Б1.О.05.02 ЭЛЕКТИВНЫЕ КУРСЫ ПО ФИЗИЧЕСКОЙ КУЛЬТУРЕ И СПОРТУ

Специальность:

21.05.03 Технология геологической разведки

Специализация:

Геофизические информационные системы

Автор: Сидоров С.Г. канд. педагог. наук

Одобрены на заседании кафедры

Физической культуры

(название кафедры)

Зав. кафедрой _____

(подпись)

Сидоров С.Г.

(Фамилия И.О.)

Протокол № 1 от 28.08.2023

(Дата)

Рассмотрены методической комиссией

факультета геологии и геофизики

(название факультета)

Председатель _____

(подпись)

к.г.-м.н., доц. Вандышева К.В.

(Фамилия И.О.)

Протокол № 2 от 13.10.2023

(Дата)

Екатеринбург

Методические указания по дисциплине согласованы с выпускающей кафедрой геологии и геофизики нефти и газа

Заведующий кафедрой ГГНГ _____ к.г.-м.н., С.А. Рыльков____

подпись *И.О. Фамилия*

СОДЕРЖАНИЕ

Цели и задачи дисциплины ……4
Место дисциплины в структуре основной образовательной программы ……4
Требования к оформлению контрольной работы ……4
Содержание контрольной работы……4
Выполнение работы над ошибками……11
Критерии оценивания контрольной работы ……11
Образец оформления титульного листа ……12

1. Цели и задачи дисциплины

Цель: формирование физической культуры личности и способности направленного использования разнообразных средств физической культуры, спорта и туризма для сохранения и укрепления здоровья, психофизической подготовки и самоподготовки к будущей жизни и профессиональной деятельности.

Задачи:

- формирование осознания социальной значимости физической культуры и её роли в развитии личности и подготовке к профессиональной деятельности;
- изучение научно-биологических, педагогических и практических основ физической культуры и здорового образа жизни;
- формирование мотивационно-ценностного отношения к физической культуре, установки на здоровый стиль жизни, физическое совершенствование и самовоспитание привычки к регулярным занятиям физическими упражнениями и спортом;

2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы

Дисциплина «Элективные курсы по физической культуре и спорту» относится к разделу «Блок 1. Основная часть».

3. Требования к оформлению контрольной работы

Контрольные задания выполняются на листах формата А4 в рукописном виде, кроме титульного листа. На титульном листе (см. образец оформления титульного листа в печатном виде) указывается фамилия студента, номер группы, номер контрольной работы и фамилия преподавателя, у которого занимается обучающийся.

В конце работы должна быть поставлена подпись студента и дата выполнения заданий.

Контрольные задания должны быть выполнены в той последовательности, в которой они даны в контрольной работе.

Выполненную контрольную работу необходимо сдать преподавателю для проверки в установленные сроки.

Если контрольная работа выполнена без соблюдения изложенных выше требований, она возвращается студенту для повторного выполнения.

По дисциплине «элективные курсы по физической культуре и спорту» представлено 2 варианта контрольной работы.

Содержание контрольной работы

Вопросы для групповой дискуссии

1 .Что можно отнести к средствам физического воспитания?
2. Влияние климатогеографического фактора на здоровье и работоспособность человека
3. Чем отличается спорт от физической культуры?
4. Что мы относим к материальным ценностям физической культуры, а что – к духовным?
5. В чем состоит взаимосвязь физической и умственной деятельности человека?
6. Причины возникновения таких явлений как гипокинезия и гиподинамия
7. Для чего нужна адаптивная физическая культура?
8. При выборе вида спорта на какие аспекты и характеристики необходимо обратить основное внимание.

Контрольная работа №1

Вариант 1

ДЕ-1: Физическая культура в общекультурной и профессиональной подготовке обучающихся.

1. Часть общечеловеческой культуры, специфический процесс и результат человеческой деятельности, средство и способ физического совершенствования личности – это:

а) физическая культура; б) спорт; в) туризм; г) физическое развитие.

2. Физическое воспитание – это:

а) педагогический процесс, направленный на формирование физической культуры личности в результате педагогического воздействия и самовоспитания;
б) приобщение человека к физической культуре;
в) биологический процесс становления, изменения естественных морфологических и функциональных свойств организма в течение жизни человека;
г) процесс формирования определенных физических и психических качеств.

3. Чем спорт отличается от физической культуры:

а) наличием специального оборудования; б) присутствием зрителей; в) наличием соревновательного момента; г) большой физической нагрузкой.

4 Какой из ниже перечисленных принципов не относится к основным принципам физического воспитания:

а) сознательности и активности; б) наглядности; в) последовательности;
г) систематичности;

5 Под физическим развитием понимается:

а) процесс изменения морфофункциональных свойств организма на протяжении жизни;
б) размеры мускулатуры, форма тела, функциональные возможности дыхания и кровообращения, физическая работоспособность;
в) процесс совершенствования физических качеств, при выполнении физических упражнений;
г) уровень, обусловленный наследственностью и регулярностью занятий физической культурой и спортом.

ДЕ-2: Основы здорового образа жизни обучающегося.

1. Определение понятия «Здоровье» Всемирной организации здравоохранения. Здоровье это:

а) естественное состояние организма без болезней и недомоганий;
б) состояние полного физического, умственного и социального благополучия;
в) состояние отсутствия каких-либо заболеваний;
г) все перечисленное.

2. Состояние здоровья обусловлено:

а) резервными возможностями организма; б) образом жизни;
в) уровнем здравоохранения; г) отсутствием болезней.

3. Что не относятся к внешним факторам, влияющим на человека:

а) природные факторы; б) факторы социальной среды; в) генетические факторы;
г) биологические факторы.

4. Сколько времени необходимо нормальному человеку для ночного сна:

а) 5 – 6 часов; б) 6 – 7 часов; в) 7 – 8 часов; г) 8 – 9 часов.

5. К активному отдыху относится:

а) сон; б) отдых сидя; в) занятия двигательной деятельностью; г) умственная деятельность.

ДЕ-3: Средства и методы физической культуры.

1. Физическими упражнениями называются:

а) двигательные действия, используемые для формирования техники движений;
б) двигательные действия, используемые для развития физических качеств и укрепления здоровья;

в) двигательные действия, выполняемые на занятиях по физической культуре и самостоятельно;
г) двигательные действия, направленные на реализацию задач физического воспитания.

2. Занятия физическими упражнениями отличаются от трудовых действий:

а) интенсивностью; б) задачами; в) местом проведения; г) все ответы верны.

3. Физические упражнения являются:

а) принципом физического воспитания; б) методом физического воспитания;
в) средством физического воспитания; г) функцией физического воспитания.

4. Что не относится к методам физического воспитания:

а) игровой; б) регламентированного упражнения; в) словесный и сенсорный;
г) самостоятельный.

5. Метод в физической культуре – это

а) основное положение, определяющее содержание учебного процесса по физической культуре;
б) руководящее положение, раскрывающее принципы физической культуры;
в) конкретная причина, заставляющая человека выполнять физические упражнения;
г) способ применения физических упражнений.

ДЕ-4: Общая физическая и специальная подготовка в системе физического воспитания.

1. Физическая подготовка – это:

а) педагогический процесс, направленный на формирование физической культуры личности в результате педагогического воздействия и самовоспитания;
б) приобщение человека к физической культуре, в процессе которой он овладевает системой знаний, ценностей, позволяющих ему осознанно и творчески развивать физические способности;
в) биологический процесс становления, изменения естественных морфологических и функциональных свойств организма в течение жизни человека;
г) процесс формирования определенных физических и психических качеств, умений и навыков человека посредством направленных занятий с применением средств физической культуры.

2. К основным физическим качествам относятся:

а) рост, вес, объем бицепсов, становая сила; б) бег, прыжки, метания, лазания;
в) сила, выносливость, быстрота, ловкость, гибкость; г) взрывная сила, прыгучесть, меткость.

3. Различают гибкость:

а) абсолютную и относительную; б) общую и специальную; в) активную и пассивную;
г) простую и сложную.

4. Какие виды спорта развивают преимущественно выносливость:

а) спортивные единоборства; б) циклические; в) спортивные игры; г) ациклические.

5. Скоростно-силовые качества преимущественно развиваются:

а) в тяжелой атлетике; б) в акробатике; в) в конькобежном спорте; г) в лыжном спорте.

Вариант 2

ДЕ-1: Физическая культура в общекультурной и профессиональной подготовке обучающихся.

1. На что преимущественно влияют занятия по физической культуре:

а) на интеллектуальные способности;
б) на удовлетворение социальных потребностей;
в) на воспитание лидерских качеств;
г) на полноценное физическое развитие.

2.Физическая культура – это:

а) часть общечеловеческой культуры, специфический процесс и результат человеческой деятельности, средство и способ физического совершенствования личности;
б) часть наука о природе двигательной деятельности человека
в) вид воспитательного процесса, специфика которого заключена в обучении двигательным актам и управлением развитием и совершенствованием физических качеств человека;

г) процесс физического образования и воспитания, выражающий высокую степень развития индивидуальных физических способностей.

3. Что не относиться к компонентам физической культуры:

а) физическое развитие; б) спорт высших достижений; в) оздоровительно-реабилитационная физическая культура; г) гигиеническая физическая культура.

4. Выбрать правильное определение термина «Физическое развитие»:

а) физическое развитие – это педагогический процесс, направленный на формирование физической культуры личности в результате педагогического воздействия и самовоспитания;

б) физическое развитие – это приобщение человека к физической культуре, в процессе которой он овладевает системой знаний, ценностей, позволяющих ему осознанно и творчески развивать физические способности;

в) физическое развитие – это биологический процесс становления, изменения естественных морфологических и функциональных свойств организма в течение жизни человека;

г) физическое развитие – это процесс формирования определенных физических и психических качеств, умений и навыков человека посредством направленных занятий с применением средств физической культуры.

5. Теоретический материал учебного предмета «Физическая культура и спорт» в высших учебных заведениях включает в себя:

а) фундаментальные знания общетеоретического характера;

б) инструктивно-методические знания;

в) знания о правилах выполнения двигательных действий;

г) все вышеперечисленное.

ДЕ-2: Основы здорового образа жизни обучающегося.

1. Что понимается под закаливанием:

а) купание в холодной воде и хождение босиком;

б) приспособление организма к воздействиям внешней среды;

в) сочетание воздушных и солнечных ванн с гимнастикой и подвижными играми;

г) укрепление здоровья.

2. Определение понятия «Здоровье» Всемирной организации здравоохранения. Здоровье это:

а) естественное состояние организма без болезней и недомоганий;

б) состояние полного физического, умственного и социального благополучия;

в) состояние отсутствия каких-либо заболеваний;

г) все перечисленное.

3. Какое понятие не относится к двигательной активности человека:

а) гипоксия; б) гиподинамия; в) гипокинезия; г) гипердинамия.

4. Какая из перечисленных функций не относится к функции кожи:

а) защита внутренней среды организма; б) теплорегуляция; в) выделение из организма продуктов обмена веществ; г) звукоизоляция.

5. Соблюдение режима дня способствует укреплению здоровья, потому что:

а) обеспечивает ритмичность работы организма;

б) позволяет правильно планировать дела в течение дня;

в) распределение основных дел осуществляется более или менее стандартно в течение каждого дня;

г) позволяет избегать неоправданных физических напряжений.

ДЕ-3: Средства и методы физической культуры.

1. Физическое упражнение - это:

а) двигательные действия, используемые для формирования техники движений;

б) двигательные действия, используемые для развития физических качеств и укрепления здоровья;

в) двигательные действия, выполняемые на занятиях по физической культуре и самостоятельно;

г) двигательные действия, направленные на реализацию задач физического воспитания.

2. Положительное влияние физических упражнений на развитие функциональных возможностей организма будет зависеть:

а) от технической и физической подготовленности занимающихся;
б) от особенностей реакций систем организма в ответ на выполняемые упражнения;
г) от состояния здоровья и самочувствия занимающихся во время выполнения упражнений;
г) от величины физической нагрузки и степени напряжения в работе определенных мышечных групп.

3. Что не относиться к средствам физического воспитания:

а) физические упражнения;
б) подвижные игры;
в) соревнования;
в) спортивные игры.

4. Что относится к методическим принципам физического воспитания:

а) сознательность и активность;
б) наглядность и доступность;
в) систематичность и динамичность;
г) все вышеперечисленное.

5. Регулярные занятия физическими упражнениями способствует повышению работоспособности, потому что:

а) во время занятий выполняются двигательные действия, содействующие развитию силы и выносливости;
б) достигаемое при этом утомление активизирует процессы восстановления и адаптации;
в) в результате повышается эффективность и экономичность дыхания и кровообращения;
г) человек, занимающийся физическими упражнениями, способен выполнять больший объем физической работы за отведенный отрезок времени.

ДЕ-4: Общая физическая и специальная подготовка в системе физического воспитания.

1. Степень владения техникой действий, при которой повышена концентрация внимания на составные операции (части), наблюдается нестабильное решение двигательной задачи – это

а) двигательное умение; в) массовый спорт; в) двигательный навык;
г) спорт высших достижений.

2. Для воспитания быстроты используются:

а) упражнения в беге с максимальной скоростью на короткие дистанции;
б) подвижные и спортивные игры;
в) упражнения на быстроту реакции и частоту движений;
г) двигательные упражнения, выполняемые с максимальной скоростью.

3. Различают два вида выносливости:

а) абсолютная и относительная; б) общая и специальная; в) активная и пассивная;
г) динамическую и статическую.

4. Процесс воспитания физических качеств, обеспечивающих преимущественное развитие тех двигательных способностей, которые необходимы для конкретной спортивной дисциплины - это

а) общая физическая подготовка; б) двигательное умение; в) специальная физическая подготовка; г) двигательный навык.

5. Различают силу:

а) абсолютную и относительную; б) общую и специальную; в) активную и пассивную;
г) статическую и динамическую.

Контрольная работа №2

Вариант 1

ДЕ-1: Основы методики самостоятельных занятий физическими упражнениями.

1. В комплекс утренней гимнастики следует включать:

а) упражнения с отягощением; б) упражнения статического характера;
в) упражнения на гибкость и дыхательные упражнения; г) упражнения на выносливость.

2. К объективным показателям самоконтроля относится:

а) частота сердечных сокращений; б) самочувствие; в) аппетит; г) сон.

3. При нагрузке интенсивности выше средней частота пульса достигает:

а) 100 – 130 уд/мин; б) 130 – 150 уд/мин; в) 150 – 170 уд/мин; г) более 170 уд/мин.

4. Самостоятельные тренировочные занятия рекомендуется выполнять:

а) после приема пищи; б) после сна натощак; в) во второй половине дня, через 2-3 часа после обеда; г) перед сном.

ДЕ-2: Спорт. Индивидуальный выбор видов спорта или систем физических упражнений.

1. Регулярные занятия доступным видом спорта, участия в соревнованиях с целью укрепления здоровья, коррекции физического развития и телосложения, активного отдыха, достижение физического совершенствования – это:

а) спорт высших достижений;
б) лечебная физическая культура;
в) профессионально-прикладная физическая культура;
в) массовый спорт.

2. Какой вид спорта наиболее эффективно развивает гибкость и ловкость:

а) фехтование;
б) баскетбол;
в) фигурное катание;
г) художественная гимнастика.

3. Количество игроков одной команды в волейболе на площадке:

а) 7; б) 6; в) 5; г) 8.

4. Как осуществляется контроль за влиянием физических нагрузок на организм во время занятий физическими упражнениями:

а) по частоте дыхания;
б) по частоте сердечно-сосудистых сокращений;
в) по объему выполненной работы.

ДЕ-3: Особенности занятий избранным видом спорта или системой физических упражнений.

1. Степень владения техникой действия, при которой управление движением происходит автоматически, и действия отличаются надежностью – это:

а) двигательное умение;
б) массовый спорт;
в) двигательный навык;
г) спорт высших достижений.

2. Как дозируются упражнения на гибкость:

а) до появления пота;
б) до снижения амплитуды движений;
в) по 12-16 циклов движений;
г) до появления болевых ощущений.

3. При воспитании силы применяются специальные упражнения с отягощениями. Их отличительная особенность заключается в том, что:

а) в качестве отягощения используется собственный вес человека;
б) они выполняются до утомления;
в) они вызывают значительное напряжение мышц;

г) они выполняются медленно.

4. В каком из перечисленных видов спорта преимущественно развивается выносливость:

а) в фигурном катании;
б) в пауэрлифтинге;
в) в художественной гимнастике;
г) в лыжном спорте.

ДЕ-4: Самоконтроль занимающихся физическими упражнениями и спортом.

1. Регулярные занятия физическими упражнениями способствуют повышению работоспособности, потому что:

а) обеспечивают усиленную работу мышц;
б) обеспечивают выполнение большого объема мышечной работы с разной интенсивностью;
в) обеспечивают усиленную работу систем дыхания и кровообращения;
г) обеспечивают усиленную работу системы энергообеспечения.

2. Меры профилактики переутомления:

а) посидеть 3-4 минуты;
б) сменить вид деятельности;
в) прекратить выполнение действий, пройти обследование у врачей, выполнить их рекомендации;
г) достаточно 2 дней полноценного отдыха для восстановления.

3. При нагрузке средней интенсивности частота пульса достигает:

а) 100 – 130 уд/мин;
б) 130 – 150 уд/мин;
в) 150 – 170 уд/мин;
г) более 170 уд/мин

4. Что называется «разминкой», проводимой в подготовительной части занятия:

а) чередование легких и трудных общеразвивающих упражнений;
б) чередование беговых и общеразвивающих упражнений;
в) подготовка организма к предстоящей работе;
г) чередование беговых упражнений и ходьбы.

ДЕ-5: Профессионально-прикладная физическая подготовка (ППФП) обучающихся.

Специально направленное и избирательное использование средств физической культуры и спорта для подготовки человека к определенной профессиональной деятельности – это:

а) спорт высших достижений;
б) лечебная физическая культура;
в) производственная физическая культура;
г) массовый спорт.

1. ППФП строится на основе и в единстве с:

а) физической подготовкой; б) технической подготовкой; в) тактической подготовкой;
г) психологической подготовкой.

3. Какая из нижеперечисленных задач не является задачей ППФП:

а) развитие физических способностей, специфических для данной профессии;
б) формирование профессионально-прикладных сенсорных умений и навыков;
в) сообщение специальных знаний для успешного освоения практических навыков трудовой деятельности;
г) повышение функциональной устойчивости организма к неблагоприятному воздействию факторов окружающей среды.

4. Что не является формой занятий по ППФП:

а) спортивно-прикладные соревнования; б) учебные занятия; в) занятия в период учебной практики; г) рекреационные занятия.

Вариант 2

ДЕ-1: Основы методики самостоятельных занятий физическими упражнениями.

1. Определение повседневных изменений в подготовке занимающихся – это:

а) педагогический поэтапный контроль;
б) педагогический текущий контроль;
в) педагогический оперативный контроль;
г) педагогический двигательный контроль.

1. В комплекс утренней гимнастики не рекомендуется включать:

а) упражнения на гибкость;
б) дыхательные упражнения;
в) упражнения с отягощением;
г) упражнения для всех групп мышц.

2. Самостоятельные тренировочные занятия не рекомендуется выполнять:

а) за час до приема пищи;
б) после сна натощак;
в) во второй половине дня, через 2-3 часа после обеда;
г) за 3 часа до отхода ко сну.

4. Дневник самоконтроля нужен для:

а) коррекции содержания и методики занятий физическими упражнениями;
б) контроля родителей;
в) лично спортсмену;
г) лично тренеру.

ДЕ-2: Спорт. Индивидуальный выбор видов спорта или систем физических упражнений.

1. К циклическим видам спорта не относится:

а) волейбол;
б) стайерский бег;
в) плавание;
г) спортивная ходьба.

2. Какой из перечисленных видов спорта преимущественно развивает координацию движений:

а) спортивная гимнастика;
б) лыжный спорт;
в) триатлон;
г) атлетическая гимнастика.

3. Систематическая плановая многолетняя подготовка и участие в соревнованиях в избранном виде спорта с целью достижения максимальных спортивных результатов – это:

а) спорт высших достижений;
б) лечебная физическая культура;
в) профессионально-прикладная физическая культура;
в) массовый спорт.

4. Какие упражнения включаются в разминку почти во всех видах спорта:

а) упражнения на развитие выносливости;
б) упражнения на развитие гибкости и координации движений;
в) бег и общеразвивающие упражнения.

ДЕ-3: Особенности занятий избранным видом спорта или системой физических упражнений.

1. Какая из представленных способностей не относится к группе координационных:

а) способность сохранять равновесие;
б) способность точно дозировать величину мышечных усилий;
в) способность быстро реагировать на стартовый сигнал;

г) способность точно воспроизводить движения в пространстве.

2. Почему на занятиях по «физической культуре» выделяют подготовительную, основную и заключительную части:

а) так удобнее распределять различные по характеру упражнения;
б) выделение частей занятий связано с необходимостью управлять динамикой работоспособности занимающихся;
в) выделение частей в занятии требует Министерство науки и образования;
г) перед занятием, как правило, ставятся 3 задачи, и каждая часть предназначена для них.

3. Величина нагрузки физических упражнений обусловлена:

а) сочетанием объема и интенсивности двигательных действий;
б) степень преодолеваемых при их выполнении трудностей;
в) утомлением, возникающим в результате их выполнения;
г) частотой сердечных сокращений.

4. Назовите количество игроков на волейбольной площадке:

а) 4; б) 5; в) 6; г) 7.

ДЕ-4: Самоконтроль занимающихся физическими упражнениями и спортом.

1. К объективным показателям самоконтроля относится:

а) частота сердечных сокращений; б) самочувствие; в) аппетит; г) сон.

2. При нагрузке интенсивности выше средней частота пульса достигает:

а) 100 – 130 уд/мин; б) 130 – 150 уд/мин; в) 150 – 170 уд/мин; г) более 170 уд/мин.

3. Самостоятельные тренировочные занятия рекомендуется выполнять:

а) после приема пищи; б) после сна натощак; в) во второй половине дня, через 2-3 часа после обеда; г) перед сном.

4. Меры профилактики переутомления:

а) посидеть 3-4 минуты;
б) сменить вид деятельности;
в) прекратить выполнение действий, пройти обследование у врачей, выполнить их рекомендации;
г) достаточно 2 дней полноценного отдыха для восстановления.

ДЕ-5: Профессионально-прикладная физическая подготовка (ППФП) обучающихся.

1. Система методически обоснованных физических упражнений, физкультурно-оздоровительных и спортивных мероприятий, направленных на повышение и сохранение устойчивой и профессиональной дееспособности – это:

а) физкультурная пауза;
б) производственная физическая культура;
в) спорт высших достижений;
г) массовый спорт.

2. Профессионально-прикладная физическая подготовка - это

а) специализированный вид физического воспитания, осуществляемый в соответствии с особенностями и требованиями данной профессии;
б) система профессиональных мероприятий, осуществляемая в соответствии с особенностями данной профессии;
в) процесс формирования специализированных знаний, умений и навыков;
г) целенаправленное воздействие на развитие физических качеств человека посредством нормированных нагрузок.

3. Какой вид спорта наиболее эффективно развивает координационные способности монтажников-высотников:

а) фехтование; б) баскетбол; в) мото-спорт; г) гимнастика.

4. Что не является формой занятий по ППФП:

а) спортивно-прикладные соревнования; б) учебные занятия; в) занятия в период учебной практики; г) рекреационные занятия.

Проблемные и сложные вопросы, возникающие в процессе изучения курса и выполнения контрольной работы, необходимо решать с преподавателем на консультациях.

Выполнению контрольной работы должно предшествовать самостоятельное изучение студентом рекомендованной литературы.

Студент получает проверенную контрольную работу с исправлениями в тексте и замечаниями. В конце работы выставляется оценка «зачтено», «не зачтено». Работа с оценкой «не зачтено» должна быть доработана и представлена на повторную проверку.

Выполнение работы над ошибками

При получении проверенной контрольной работы необходимо проанализировать отмеченные ошибки. Все задания, в которых были сделаны ошибки или допущены неточности, следует еще раз выполнить в конце данной контрольной работы. Контрольные работы являются учебными документами, которые хранятся на кафедре до конца учебного года.

Критерии оценивания контрольной работы

Оценка за контрольную работу определяется простым суммированием баллов за правильные ответы на вопросы: 1 правильный ответ = 2 балл. Максимум 40 баллов.

Результат контрольной работы

Контрольная работа оценивается на «зачтено», «не зачтено»:
20-40 балла (50-100%) - оценка «зачтено»;
0-19 балла (0-49%) - оценка «не зачтено».

Образец оформления титульного листа

Министерство науки и высшего образования РФ

ФГБОУ ВО
«Уральский государственный горный университет»

Кафедра физической культуры

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА

по дисциплине
ЭЛЕКТИВНЫЕ КУРСЫ ПО ФИЗИЧЕСКОЙ КУЛЬТУРЕ И СПОРТУ

Выполнил: Иванов Иван Иванович
Группа _____

Преподаватель: Петров Петр Петрович

Екатеринбург
20___

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по учебно-методическому комплексу

_____С.А.Упоров

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ОРГАНИЗАЦИИ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ

Б1.О.05.02 ЭЛЕКТИВНЫЕ КУРСЫ ПО ФИЗИЧЕСКОЙ КУЛЬТУРЕ И СПОРТУ

Специальность:

21.05.03 Технология геологической разведки

Специализация:

Геофизические информационные системы

Автор: Сидоров С.Г. канд. педагог. наук

Одобрены на заседании кафедры

Физической культуры

(название кафедры)

Зав. кафедрой _____

(подпись)

Сидоров С.Г.

(Фамилия И.О.)

Протокол № 1 от 28.08.2023

(Дата)

Рассмотрены методической комиссией

факультета геологии и геофизики

(название факультета)

Председатель _____

(подпись)

к.г.-м.н., доц. Вандышева К.В.

(Фамилия И.О.)

Протокол № 2 от 13.10.2023

(Дата)

Екатеринбург

Методические указания по дисциплине согласованы с выпускающей кафедрой геологии и геофизики нефти и газа

Заведующий кафедрой ГГНГ _____ к.г.-м.н., С.А. Рыльков____

подпись *И.О. Фамилия*

СОДЕРЖАНИЕ

1. Самостоятельная работа, обеспечивающая подготовку к практическим занятиям физической культурой и спортом ……..……..4
1.1. Планирование, формы и организация самостоятельных занятий ……..4
1.1.1. Утренняя физическая гимнастика……4
1.1.2. Упражнения в течение учебного дня…… ……5
1.1.3. Самостоятельные тренировочные занятия……..5
1.1.4. Методика самостоятельных тренировочных занятий……6
1.1.5. Особенности самостоятельных занятий для женщин……7
1.2 Самоконтроль занимающихся за состоянием своего организма……..8
1.2.1 Оценка физического развития…… …...10
1.2.2. Оценка функционального состояния (подготовленности)..……11
2. Другие виды самостоятельной работы
2.1 Самостоятельная подготовка к сдаче обязательных тестов оценки общей физической подготовленности…….……13
2.1.1 Тест на скоростно-силовую подготовленность (бег на 100 м)……13
2.1.2 Техника выполнения упражнения……...13
2.1.3 Методы самостоятельной тренировки……..... 14
2.1.4. Средства тренировки быстроты……14
2.1.5. Подготовка и сдача контрольного норматива……..15
2.2. Тест на силовую подготовленность для женщин …….……..16
2.2.1. Техника выполнения упражнения……16
2.3. Тест на силовую подготовленность для мужчин……..……..16
2.3.1. Техника выполнения упражнения……16
2.3.2. Методы развития силы……17
2.4. Тест на общую выносливость (бег 2000 и 3000 м)……..18
2.4.1. Техника бега на длинные дистанции……..18
2.4.3. Возможные ошибки и осложнения в ходе проведения Самостоятельных тренировок……..19
3.Актуальность задачи повышения уровня готовности обучающихся к зачетным занятиям, на основе управляемой адаптации к смене видов учебно-познавательной деятельности……..……..…..22

1. Самостоятельная работа, обеспечивающая подготовку к практическим занятиям физической культурой и спортом

1.1. Планирование, формы и организация самостоятельных занятий

Планирование самостоятельных занятий осуществляется студентами при консультации преподавателей и должно быть направлено на достижение единой цели – сохранение хорошего здоровья, поддержание высокого уровня физической и умственной работоспособности, достижение поставленной задачи.

Существуют три формы самостоятельных занятий:

1. Утренняя физическая гимнастика (УФГ).

2. Упражнения в течение учебного (рабочего) дня.

3. Самостоятельные тренировочные занятия.

1.1.1. Утренняя физическая гимнастика

Выполняется ежедневно. В комплекс УФГ следует включать упражнения для всех групп мышц, упражнения на гибкость и дыхание, бег, бег (прыжковые упражнения).

Не рекомендуется выполнять:

- упражнения статического характера;

- со значительными отягощениями;

- упражнения на выносливость.

При выполнении УФГ рекомендуется придерживаться определенной последовательности выполнения упражнений:

- медленный бег, ходьба (2-3 мин.);

- потягивающие упражнения в сочетании с глубоким дыханием;

- упражнение на гибкость и подвижность для мышц рук, шеи, туловища и ног;

- силовые упражнения без отягощений или с небольшими отягощениями для рук, туловища, ног (сгибание-разгибание рук в упоре лежа, упражнения с легкими гантелями, с эспандерами);

- различные наклоны в положении стоя, сидя, лежа, приседания на од-ной и двух ногах и др.;

- легкие прыжки или подскоки (например, со скалкой) – 20-30 с.;

- упражнения на расслабление с глубоким дыханием.

При составлении комплексов УФГ рекомендуется физиологическую нагрузку на организм повышать постепенно, с максимумом во второй половине комплекса. К концу выполнения комплекса нагрузка снижается и организм приводится в спокойное состояние.

Между сериями из 2-3 упражнений (а при силовых – после каждого) выполняется упражнение на расслабление или медленный бег (20-30с.).

УФГ должна сочетаться с самомассажем и закаливанием организма. Сразу же после выполнения комплекса УФГ рекомендуется сделать самомассаж основных мышечных групп ног, туловища, рук (5-7 мин.) и выполнить водные процедуры с учетом правил и принципов закаливания.

1.1.2. Упражнения в течение учебного дня

Выполняются в перерывах между учебными и самостоятельными занятиями.

Они обеспечивают предупреждение наступающего утомления, способствуют поддержанию высокой работоспособности на длительное время без перенапряжения.

При выполнении этих упражнений следует придерживаться следующих правил:

1. Проводить в хорошо проветренных помещениях или на открытом воздухе.

2. Растягивать и расслаблять мышцы, испытывающие статическую нагрузку.

3. Нагружать неработающие мышцы.

1.1.3. Самостоятельные тренировочные занятия

Можно проводить индивидуально или в группе из 3-5 человек и более. Групповая тренировка более эффективна, чем индивидуальная. Заниматься рекомендуется 3-4 раза в неделю по 1,5 -2 часа. Заниматься менее двух раз в неделю нецелесообразно, т.к. это не способствует повышению уровня тренированности организма. Тренировочные занятия должны носить комплексный характер, т.е. способствовать развитию всего комплекса физических качеств, а также укреплению здоровья и повышению общей работоспособности организма.

Каждое самостоятельное тренировочное занятие состоит из трех частей:

1. Подготовительная часть (разминка) (15-20 мин. для одночасового занятия): ходьба (2-3 мин.), медленный бег (8-10 мин.), общеразвивающие упражнения на все группы мышц, соблюдая последовательность «сверху вниз», затем выполняются специально-подготовительные упражнения, выбор которых зависит от содержания основной части.

2. В основной части (30-40 мин.) изучаются спортивная техника и тактика, осуществляется тренировка развития физических, волевых качеств. При выполнении упражнений в основной части занятия необходимо придерживаться следующей последовательности:

После разминки выполняются упражнения, направленные на изучение и совершенствование техники, и упражнения на быстроту, затем упражнения для развития силы и в конце основной части занятия – для развития выносливости.

3. В заключительной части (5-10 мин.) выполняются медленный бег (3-8 мин.), переходящий в ходьбу (2-6 мин.), упражнения на расслабление в сочетании с глубоким

дыханием, которые обеспечивают постепенное снижение тренировочной нагрузки и приведение организма в сравнительно спокойное состояние.

1.1.4. Методика самостоятельных тренировочных занятий

Методические принципы, которыми необходимо руководствоваться при проведении самостоятельных тренировочных занятий, следующие:

- принцип сознательности и активности предполагает углубленное изучение занимающимися теории и методики спортивной тренировки, осознанное отношение к тренировочному процессу, понимание целей и задач занятий, рациональное применение средств и методов тренировки в каждом занятии, учет объема и интенсивности выполняемых упражнений и физических нагрузок, умение анализировать и оценивать итоги тренировочных занятий;

- принцип систематичности требует непрерывности тренировочного процесса, рационального чередования физических нагрузок и отдыха, преемственности и последовательности тренировочных нагрузок от занятия к занятию. Эпизодические занятия или занятия с большими перерывами (более 4-5 дней) неэффективны и приводят к снижению достигнутого уровня тренированности;

- принцип доступности и индивидуализации обязывает планировать и включать в каждое тренировочное занятие физические упражнения, по своей сложности и интенсивности доступные для выполнения занимающимися. При определении содержания тренировочных занятий необходимо соблюдать правила: от простого – к сложному, от легкого – к трудному, от известного – к неизвестному, а также осуществлять учет индивидуальных особенностей занимающихся: пол, возраст, физическую подготовленность, уровень здоровья, волевые качества, трудолюбие, тип высшей нервной деятельности и т.п. Подбор упражнений, объем и интенсивность тренировочных нагрузок нужно осуществлять в соответствии с силами и возможностями организма занимающихся;

- принцип динамичности и постепенности определяет необходимость повышения требований к занимающимся, применение новых, более сложных физических упражнений, увеличение тренировочных нагрузок по объему и интенсивности. Переход к более высоким тренировочным нагрузкам должен проходить постепенно с учетом функциональных возможностей и индивидуальных особенностей занимающихся.

Если в тренировочных занятиях был перерыв по причине болезни, то начинать занятия следует после разрешения врача при строгом соблюдении принципа постепенности. Вначале тренировочные нагрузки значительно снижаются и постепенно доводятся до занимающегося в тренировочном плане уровня.

Все выше перечисленные принципы находятся в тесной взаимосвязи. Это различные стороны единого, целостного повышения функциональных возможностей занимающихся.

1.1.5. Особенности самостоятельных занятий для женщин

Организм женщины имеет анатомо-физиологические особенности, которые необходимо учитывать при проведении самостоятельных занятий физическими упражнениями или спортивной тренировки. В отличие от мужского, у женского организма менее прочное строение костей, ниже общее развитие мускулатуры тела, более широкий тазовый пояс и мощнее мускулатура тазового дна. Для здоровья женщины большое значение имеет развитие мышц брюшного пресса, спины и тазового дна. От их развития зависит нормальное положение внутренних органов. Особенно важно развитие мышц тазового дна.

Одной из причин недостаточного развития этих мышц у студенток и работниц умственного труда является малоподвижный образ жизни. При положении сидя мышцы тазового дна не противодействуют внутрибрюшному давлению и растягиваются от тяжести лежащих над ними органов. В связи с этим мышцы теряют свою эластичность и прочность, что может привести к нежелательным изменениям положения внутренних органов и к ухудшению их функциональной деятельности.

Ряд характерных для организма женщины особенностей имеется и в деятельности сердечно-сосудистой, дыхательной, нервной и других систем. Все это выражается более продолжительным периодом восстановления организма после физической нагрузки, а также более быстрой потерей состояния тренированности при прекращении тренировок.

Особенности женского организма должны строго учитываться в организации, содержании, методике проведения самостоятельных занятий. Подбор физических упражнений, их характер и интенсивность должны соответствовать физической подготовленности, возрасту, индивидуальным возможностям студенток. Необходимо исключать случаи форсирования тренировок для того, чтобы быстро достичь высоких результатов. Разминку следует проводить более тщательно и более продолжительно, чем при занятиях мужчин. Рекомендуется остерегаться резких сотрясений, мгновенных напряжений и усилий, например, при занятиях прыжками и в упражнениях с отягощением. Полезны упражнения, в положении сидя, и лежа на спине с подниманием, отведением, приведением и круговыми движениями ног, с подниманием ног и таза до положения «березка», различного рода приседания.

Даже для хорошо физически подготовленных студенток рекомендуется исключить упражнения, вызывающие повышение внутрибрюшного давления и затрудняющие деятельность органов брюшной полости и малого таза. К таким упражнениям относятся прыжки в глубину,

поднимание больших тяжестей и другие, сопровождающиеся задержкой дыхания и натуживанием.

При выполнении упражнений на силу и быстроту движений следует более постепенно увеличивать тренировочную нагрузку, более плавно доводить ее до оптимальных пределов, чем при занятиях мужчин.

Упражнения с отягощениями применяются с небольшими весами, сериями по 8-12 движений с вовлечением в работу различных мышечных групп. В интервалах между сериями выполняются упражнения на расслабление с глубоким дыханием и другие упражнения, обеспечивающие активный отдых.

Функциональные возможности аппарата кровообращения и дыхания у девушек и женщин значительно ниже, чем у юношей и мужчин, поэтому нагрузка на выносливость для девушек и женщин должна быть меньше по объему и повышаться на более продолжительном отрезке времени.

Женщинам при занятиях физическими упражнениями и спортом следует особенно внимательно осуществлять самоконтроль. Необходимо наблюдать за влиянием занятий на течение овариально-менструального цикла и характер его изменения. Во всех случаях неблагоприятных отклонений необходимо обращаться к врачу.

Женщинам противопоказаны физические нагрузки, спортивная тренировка и участие в спортивных соревнованиях в период беременности. После родов к занятиям физическими упражнениями и спортом рекомендуется приступать не ранее чем через 8-10 месяцев.

1.2. Самоконтроль занимающихся за состоянием своего организма

Данные самоконтроля записываются в дневник, они помогают контролировать и регулировать правильность подбора средств, методику проведения учебно-тренировочных занятий. У отдельных занимающихся количество показателей самоконтроля в дневнике и порядок записи могут быть различными, но одинаково важно для всех правильно оценивать отдельные показатели, лаконично фиксировать их в дневнике.

В дневнике самоконтроля рекомендуется регулярно регистрировать:

- субъективные данные (самочувствие, сон, аппетит, болевые ощущения);

- объективные данные (частота сердечных сокращений (ЧСС), масса тела, тренировочные нагрузки, нарушения режима, спортивные результаты).

Субъективные данные:

Самочувствие - отмечается как хорошее, удовлетворительное или плохое. При плохом самочувствии фиксируется характер необычных ощущений.

Сон - отмечается продолжительность и глубина сна, его нарушения (трудное засыпание, беспокойный сон, бессонница, недосыпание и др.).

Аппетит - Отмечается как хороший, удовлетворительный, пониженный и плохой. Различные отклонения состояния здоровья быстро отражаются, поэтому его ухудшение, как правило, является результатом переутомления или заболевания.

Болевые ощущения - фиксируются по месту их локализации, характеру (острые, тупые, режущие и т.п.) и силе проявления.

Объективные данные:

ЧСС – важный показатель состояния организма. Его рекомендуется подсчитывать регулярно, в одно и то же время суток, в покое. Лучше всего утром, лежа, после пробуждения, а также до тренировки (за 3-5 мин) и сразу после спортивной тренировки.

Нормальными считаются следующие показатели ЧСС в покое:

- мужчины (тренированные/не тренированные) 50-60/70-80;

- женщины (тренированные/не тренированные) 60-70/75-85.

С увеличением тренированности ЧСС понижается.

Интенсивность физической нагрузки также определяться по ЧСС, которая измеряется сразу после выполнения упражнений.

При занятиях физическими упражнениями рекомендуется придерживаться следующей градации интенсивности:

- малая интенсивность – ЧСС до 130 уд/мин. При этой интенсивности эффективного воспитания выносливости не происходит, однако создаются предпосылки для этого, расширяется сеть кровеносных сосудов в скелетных мышцах и в сердечной мышце (целесообразно применять при выполнении разминки);

- средняя интенсивность от 130 до 150 уд/мин.;

- большая интенсивность – ЧСС от 150 до 180 уд/мин. В этой тренировочной зоне интенсивности к аэробным механизмам подключаются анаэробные механизмы энергообеспечения, когда энергия образуется при распаде энергетических веществ в условиях недостатка кислорода;

- предельная интенсивность – ЧСС 180 уд/мин. и больше. В этой зоне интенсивности совершенствуются анаэробные механизмы энергообеспечения.

Существенным моментом при использовании ЧСС для дозирования нагрузки является ее зависимость от возраста.

Известно, что по мере старения уменьшается возможность усиления сердечной деятельности за счет учащения сокращения сердца во время мышечной работы. Оптимальную ЧСС с учетом возраста при продолжительных упражнениях можно определить по формулам:

- для начинающих: ЧСС (оптимальная) = 170 – возраст (в годах)

- для занимающихся регулярно в течении 1-2 лет:

- ЧСС (оптимальная) = 180 – возраст (в годах)

Зависимость максимальной величины ЧСС от возраста при тренировке на выносливость можно определить по формуле:

- ЧСС (максимальная) = 220 – возраст (в годах)

Например, для занимающихся в возрасте 18 лет максимальная ЧСС будет равна 220-18=202 уд/мин.

Важным показателем приспособленности организма к нагрузкам является скорость восстановления ЧСС сразу после окончания нагрузки. Для этого определяется ЧСС в первые 10 секунд после окончания нагрузки, пересчитывается на 1 мин. и принимается за 100%. Хорошей реакцией восстановления считается:

- снижение через 1 мин. на 20%;

- через 3 мин. – на 30%;

- через 5 мин. – на 50%,

- через 10 мин. – на 70 – 75%. (отдых в виде медленной ходьбы).

Масса тела должна определяться периодически (1-2 раза в месяц) утром натощак, на одних и тех же весах. В первом периоде тренировки масса обычно снижается, а затем стабилизируется и в дальнейшем за счет прироста мышечной массы несколько увеличивается. При резком снижении массы тела следует обратиться к врачу.

Тренировочные нагрузки в дневник самоконтроля записываются коротко, вместе с другими показателями самоконтроля они дают возможность объяснить различные отклонения в состоянии организма.

Спортивные результаты показывают, правильно ли применяются средства и методы тренировочных занятий. Их анализ может выявить дополнительные резервы для роста физической подготовленности и спортивного мастерства.

В процессе занятий физическими упражнениями рекомендуется периодически оценивать уровень своего физического развития и физической (функциональной) подготовленности.

1.2.1. Оценка физического развития

Проводится с помощью антропометрических измерений: рост стоя и сидя, масса тела, окружность грудной клетки, жизненная емкость легких (ЖЁЛ) и сила кисти сильнейшей руки, которые дают возможность определить:

- уровень и особенности физического развития;

- степень его соответствия полу и возрасту;

- имеющиеся отклонения;

- улучшение физического развития под воздействием занятий физическими упражнениями.

Применяются следующие антропометрические индексы:

- Весо-ростовой показатель

- ВРП= масса тела (грамм.)/длина тела (см.)

Хорошая оценка:

- для женщин 360-405 г/см.;

- для мужчин 380-415 г/см.

Индекс Брока

Оптимальная масса тела для людей ростом от 155 до 165 см. равна длине тела в сантиметрах минус 100. При росте 165-175 см. вычитают 105, при росте более 175 см. – 110.

Силовой показатель (СП)

Показывает соотношение между массой тела и мышечной силой. Обычно, чем больше мышечная масса, тем больше сила. Силовой показатель определяется по формуле и выражается в процентах:

$$\frac{\text{сила (кг)}}{\text{общая масса тела (кг)}} \times 100$$

Для сильнейшей руки:

- для мужчин - 65-80%

- для женщин - 48-50%.

1.2.2. Оценка функционального состояния (подготовленности)

Определение резервных возможностей организма

Осуществляется с помощью физиологических проб сердечно-сосудистой (ССС) и дыхательной (ДС) систем.

Общее требования:

1. Проводить в одно и то же время суток.

2. Не ранее чем через 2 часа после приема пищи.

3. При температуре 18-20 градусов, влажности менее 60%.

Функциональная проба с приседанием

Проверяемый отдыхает стоя 3 мин., на 4-й мин. подсчитывается ЧСС за 15 с. с пересчетом на 1 мин. (исходная частота). Далее выполняется 20 приседаний за 40 с., поднимая руки вперед. Сразу после приседаний подсчитывается ЧСС в течение первых 15 с. с пересчетом на 1 мин. Определяется увеличение ЧСС после приседаний сравнительно с исходной в процентах.

Оценка:

- отлично – до 20%;

- хорошо – 20-40%;

- удовлетворительно – 40-65%;

- плохо – 66-75%;

- более 75%.

Ортостатическая проба

Применяется для оценки сосудистого тонуса.

Отдых 5 минут в положении лежа, подсчитывают ЧСС в положении лежа за 1 мин. (исходная ЧСС), после чего занимающийся встает, и снова подсчитывает пульс за 1 мин.

Оценка:

- «хорошо» - не более 11 ударов (чем меньше разница, тем лучше);

- «удовлетворительно» - от 12 до 18 ударов (потливость);

- «неудовлетворительно» - более 19 ударов (потливость, шум в ушах).

Проба Штанге (задержка дыхания на вдохе),

проба Генча (задержка дыхания на вдохе)

Оценивается устойчивость организма к недостатку кислорода, а также общий уровень тренированности.

После 5 мин. отдыха сидя, сделать 2-3 глубоких вдоха и выдоха, затем сделать полный вдох (выдох) и задержать дыхание. Отмечается время от момента задержания дыхания до ее прекращения.

Оценка	Юноши	Девушки
Отлично	90 сек	80 сек
Хорошо	80-89 сек	70-79 сек
Удовлетворительно	50-79 сек	40-69 сек
Неудовлетворительно	50 и ниже	40 и ниже

Проба Генча

Оценка	Юноши	Девушки
Отлично	45 сек	35 сек
Хорошо	40-44 сек	30-34 сек
Удовлетворительно	30-39 сек	20-29 сек
Неудовлетворительно	30 и ниже	20 и ниже

С нарастанием тренированности время задержания дыхания возрастает, при снижении или отсутствии тренированности – снижается.

Самоконтроль прививает занимающимся грамотное и осмысленное отношение к своему здоровью и к знаниям физической культурой и спортом, имеет большое воспитательное значение.

2. Другие виды самостоятельной работы

2.1. Самостоятельная подготовка к сдаче обязательных тестов оценки общей физической подготовленности

2.1.1 Тест на скоростно-силовую подготовленность (бег на 100 метров)

Нормативы:

- у студенток нормативы в беге на 100 метров следующие: 15.7 сек - 5 очков; 16,0 - 4; 17,0 -3; 17,9 - 2; 18,7 - 1.

- студенты должны показать результаты в следующих пределах: 13,2 сек - 5 очков; 13,8 - 4; 14,0 - 3; 14,3 - 2; 14,6 - 1.

2.1.2. Техника выполнения упражнения

При анализе бега на 100 м. принято выделять следующие основные фазы:

-старт и стартовый разгон;

- бег по дистанции;

- финиширование.

Старт и стартовый разгон

Существует два вида старта: низкий и высокий. Экспериментальные данные показывают, что новичкам и спортсменам 2-го разряда лучше применять высокий старт. Такая закономерность наблюдается до результата 11,4-11,6 с. и объясняется технической сложностью низкого старта. Поэтому следует ограничиться только овладением техникой высокого старта.

По команде «На старт» занимающийся подходит к стартовой линии, ставит сильнейшую (толчковую ногу) вплотную к линии, маховая нога располагается на 1,5-2 стопы назад на носок, расстояние между ними 15-20 см. Туловище выпрямлено, руки опущены, вес тела распределяется равномерно на обе ноги.

По команде «Внимание» вес тела переносится на впереди согнутую стоящую ногу, разноименная рука вперед. Проекция плеч находится за стартовой линией на расстоянии 5-8 см. Взгляд направлен вперед - вниз.

По команде «Марш» бегун мощно разгибает толчковую ногу и стремится максимально быстро вынести маховую ногу вперед с постановкой ее сверху вниз на дорожку. Руки работают максимально активно, плечевой пояс не закрепощен, кисти расслаблены. Стартовый разгон характеризуется постепенным увеличением длины шагов, уменьшением наклона туловища и приближением стоп к средней линии.

Бег по дистанции

Перед бегущим стоит задача удержать развитую горизонтальную скорость до финиша. Этому будет способствовать сохранение длины и частоты шагов.

Во время бега маховая нога ставится с носка спереди проекции общего центра тяжести тела (ОЦТТ) сверху вниз. Взаимодействие маховой ноги с грунтом называется передним толчком. Задний толчок выполняется мощным разгибанием бедра и сгибанием стопы. Голова держится прямо. Руки согнуты (угол сгибания в локтевых суставах примерно 90 град.).

При движении руки вперед кисть поднимается до уровня плеч. Назад рука отводится до «отказа» и угол сгибания в локтевом суставе увеличивается. Пальцы рук слегка согнуты.

Финиширование

Наклон туловища увеличивается. На последних метрах дистанции необходимо стремиться не потерятьсвободы движений и пробегать финиш без снижения скорости.

2.1.3. Методы самостоятельной тренировки

- Повторный метод - повторное выполнение упражнений с около-предельной и предельной скоростью. Отдых продолжается до восстановления. Упражнения повторяются до тех пор, пока скорость не начнет снижаться.

- Переменный метод - когда пробегаются дистанции, например, с варьированием скорости и ускорения. Цель - исключить стабилизацию скорости («скоростной барьер»).

- Соревновательный метод - предполагает выполнение упражнений на быстроту в условиях соревнований. Эмоциональный подъем на соревнованиях способствует мобилизации на максимальные проявления быстроты, позволяет выйти на новый рубеж скорости.

2.1.4. Средства тренировки быстроты

Частоту движений, а вместе с ней и быстроту циклических движений развивают с помощью упражнений, которые можно выполнять с максимальной скоростью, а также с помощью скоростно-силовых упражнений для ациклических движений. При этом упражнения должны отвечать следующим требованиям:

- техника упражнений должна обеспечивать выполнение движений на предельных скоростях;

- упражнения должны быть хорошо освоены, чтобы не требовалось волевого усилия для их выполнения;

- продолжительность упражнений должна быть такой, чтобы скорость не снижалась вследствие утомления - 20-22 с.

Основным средством отработки бега по дистанции является бег с максимальной скоростью. Такой бег выполняется 5-6 раз по 30-40 метров. В тренировке можно чередовать бег в обычных, облегченных (с горки, угол 4-5 град.) и затрудненных (в горку или с сопротивлением) условиях.

Для развития скоростной выносливости рекомендуется пробегать большую дистанцию (120-150 м), когда очередная пробежка начинается при пульсе 120 уд/мин.

Для тренировки в беге на 100 метров следует использовать кроссы (6 км, 30 мин), повторный бег на отрезках 200 м в 3/4 силы. Спортивные игры (баскетбол, футбол) также приносят пользу в развитии быстроты.

Можно рекомендовать и упрощенную методику, обеспечивающую минимально необходимый уровень подготовленности:

- повторный метод - в одном занятии 3-4 пробегания по 20-30 метров с максимальной скоростью и интервалами отдыха для восстановления пульса до 110-120 уд/мин;

- переменный метод - пробегание 2-х отрезков по 30 метров с максимальной скоростью и последующим переходом на спокойный бег 150--200 метров. Выполняется 3-4 подхода.

Для ощутимого сдвига в подготовленности такие тренировки рекомендуется проводить 3-4 раза в неделю.

2.1.5. Подготовка и сдача контрольного норматива

При подготовке к сдаче бега на 100 метров следует учитывать общие требования по питанию при занятиях физическими упражнениями:

1. По времени - прием пищи не менее чем за 2-3 часа.

2. По составу - не есть тяжелой пищи (мясо, яйца, масло, молочные продукты, жирную, долго перевариваемую пищу).

Не рекомендуется выходить на старт с переполненным желудком.

Непосредственно перед сдачей норматива необходимо провести разминку с использованием специальных упражнений:

1. Бег с высоким подниманием бедра.

2. Бег с «захлестыванием» голеней назад.

3. Семенящий бег.

4. Прыжки с ноги на ногу (шаги).

5. Бег в упоре стоя у гимнастической стенки.

6. Бег с ускорением с высокого старта с подачей стартовых команд (2-3 ускорения по 10-15 метров).

Разминка заканчивается за 10 минут до старта.

Непосредственно перед стартом нельзя отдыхать лежа, сидя, необходимо постоянно находиться в движении (прохаживаться, выполнять упражнения на растяжку). Частота сердечных сокращений непосредственно перед стартом должна быть 110 – 120 уд/мин.

Психологическая подготовка заключается в мысленном «прокручивании» в голове этапов преодоления дистанции: старта, стартового разбега, бега по дистанции, финиширования с концентрацией внимания на технике выполнения каждого этапа.

При выполнении теста не разрешается:

- наступать на линию старта (стартовая линия входит в дистанцию);

- перебегать на соседние дорожки.

2.2. Тест на силовую подготовленность для женщин

(поднимание (сед) и опускание туловища из положениялежа, ноги закреплены, руки за головой)

Нормативы: 60 раз - 5 очков, 50 - 4, 40 - 3, 30 - 2, 20 - 1.

Это упражнение используется для оценки развития мышц живота (брюшного пресса).

О мышцах брюшного пресса следует сказать особо. Эта группа мышц участвует в большинстве движений. Она создает хороший «мышечный корсет», охватывающий брюшную полость и способствующий нормальному функционированию внутренних органов, что положительно влияет на состояние здоровья.

2.2.1. Техника выполнения упражнения

И.п. (исходное положение) – лежа на спине, ноги согнуты в коленях, стопы прижаты к полу, руки в замок за головой, локти разведены.

Это силовое упражнение состоит из 4-х фаз:

- поднимание туловища;

- фиксация его в вертикальном положении;

- опускание;

- пауза в горизонтальном положении.

Голова держится прямо, локти в стороны, дыхание ритмично.

2.3. Тест на силовую подготовленность для мужчин (подтягивание на перекладине)

Учебной программой по физической культуре предусмотрено тестирование студентов для определения уровня их силового развития. Нормативы следующие: 15 раз - 5 очков, 12 - 4, 9 - 3, 7 - 2, 5 - 1;

2.3.1. Техника выполнения упражнения

Каждый цикл подтягивания в висе на перекладине включает:

- исходное положение - вис на вытянутых руках хватом сверху (большими пальцами внутрь);

- подъем до пересечения подбородком линии перекладины;

- опускание в исходное положение.

При выполнении теста разрешается сгибание, разведение ног, запрещаются рывковые движения туловищем и руками, хлестовые движения ногами. Выполнение засчитывается только при полном выпрямлении рук в локтевых суставах.

Наиболее экономично подтягивание при хвате рук на ширине плеч. Если кисти рук расположены ближе друг к другу, то положение тела становится менее устойчивым и отклонения

придется компенсировать за счет дополнительных мышечных усилий, что будет увеличивать энерготраты и снижать результат. Возрастают энерготраты и при широком хвате (шире плеч). Это связано с тем, что для фиксации лопаток при широком хвате требуется большая, чем при хвате на ширине плеч, сила мышц, приближающих лопатки к позвоночному столбу.

Опускание в вис (в исходное положение) после подтягивания должно выполняться спокойно. Дыхание не задерживается.

2.3.2. Методы развития силы

На практике распространены следующие методы силовой подготовки:

- метод максимальных усилий;

- метод повторных усилий;

- метод динамических усилий.

Согласно методу максимальных усилий выполнение упражнений организуется таким образом, чтобы занимающийся смог подтянуться 1-3 раза в одном подходе (при условии, что он способен самостоятельно подтянуться как минимум 2-3 раза). Такое достигается за счет применения дополнительного внешнего отягощения. Делается 5-6 подходов с перерывами 2-4 минуты.

По методу повторных усилий подтягивания в одном подходе выполняются до «отказа». Если занимающийся имеет максимальный индивидуальный показатель 10-15 подтягиваний и более, то следует применять отягощение весом 30-70% от максимального. Например, занимающийся может подтянуться 1 раз с максимальным отягощением 10 кг. Значит, для тренировки по методу повторных усилий следует подобрать вес отягощения 3-7 кг. Выполняется 3-6 подходов с отдыхом между ними 2-4 мин.

Разнообразить упражнения можно, применяя метод динамических усилий. Если занимающийся легко выполняет 10-15 подтягиваний, то следует применять отягощения до 30% от максимального. В одном подходе 10-15 повторений. Темп - максимально быстрый. Всего 3-6 подходов. Во время отдыха следует добиваться наиболее полного восстановления, чтобы в следующем подходе выполнить упражнение без существенной потери скорости.

Сравнивая динамический и статический методы развития силы, необходимо отметить следующее:

- При динамическом режиме работы мышц происходит достаточное кровоснабжение. Мышца функционирует как насос - при расслаблении наполняется кровью и получает кислород и питательные вещества.

- Во время статического усилия мышца постоянно напряжена и непрерывно давит на кровеносные сосуды. В результате она не получает кислород и питательные вещества. Это ограничивает продолжительность работы мышц.

2.4. Тест на общую выносливость - бег 2000 и 3000 метров

Нормативы:

- студентки - бег 2000 метров - 10 мин.15 сек. - 5 очков; 10.50 - 4; 11.15 - 3; 11.50 - 2; 12.15 - 1;

- студенты - бег 3000 метров - 12.00 - 5; 12.35 - 4; 13.10 - 3; 13.50 - 2; 14.00 - 1.

2.4.1. Техника бега на длинные дистанции

Бег на средние и длинные дистанции начинается с высокого старта. По команде «На старт!» бегун ставит у линии более сильную ногу, а другую отставляет назад на носок (на 30 – 50 см), немного сгибает ноги, туловище наклоняет вперед и тяжесть тела переносит на впереди стоящую ногу. По команде «Марш!» бегун начинает бег, делая первые шаги в большом наклоне, который постепенно уменьшается. Длина шагов увеличивается, бег ускоряется, бегун набирает скорость и в короткое время переходит к свободному бегу на дистанции. Бег на дистанции. Во время бега на дистанции туловище вертикально или слегка наклонено вперед (5-7°). Небольшой наклон туловища вперед позволяет лучше использовать силы отталкивания и быстрее продвигаться вперед. Слишком большой наклон приводит к «падающему» бегу, при котором труднее выносить вперед согнутую ногу, в связи с чем уменьшается длина шага, а следовательно, и скорость бега. Кроме того, при большом наклоне постоянно напряжены мышцы, удерживающие туловище от увеличивающегося наклона. Отсутствие наклона ухудшает условия отталкивания, однако улучшает возможность выноса вперед согнутой в коленном суставе свободной ноги. При правильном положении туловища создаются благоприятные условия для работы мышц и внутренних органов. Наклон туловища у бегунов изменяется в пределах 2-3°: увеличивается к моменту отталкивания и уменьшается в полетной фазе. Положение головы существенно влияет на положение туловища. Надо держать голову прямо и смотреть вперед. В фазе отталкивания таз подается вперед, что является важной особенностью техники бега на длинные дистанции и позволяет полнее использовать силу реакции опоры. В технике бега на длинные дистанции важнее всего движения ног. Нога, немного согнутая, ставится на грунт упруго и эластично с передней части стопы, а затем касается его всей стопой. Постановка ноги на переднюю часть стопы позволяет эффективнее использовать эластические свойства мышц голени, активно участвующие в отталкивании. Следы стопна дорожке у бегунов находятся на одной линии, носки почти не разворачиваются в стороны. Эффективное отталкивание характеризуется выпрямлением ноги во всех суставах. Угол отталкивания в беге на средние дистанции примерно равен 50-55°. При правильном отталкивании таз подан вперед, голень маховой согнутой ноги параллельна бедру толчковой ноги. Быстрый вынос маховой ноги вперед облегчает отталкивание. Бегуны на длинные дистанции меньше поднимают бедро маховой ноги вверх, чем бегуны на средние и короткие дистанции. Длина шага на длинные дистанции не

постоянна даже у одних и тех же бегунов. Колебания зависят от наступившего утомления, неравномерности пробегания отдельных участков дистанции, качества беговой дорожки, ветра и состояния бегуна. Обычно шаг с сильнейшей ноги на несколько сантиметров больше, чем шаг со слабейшей ноги. Длина шага равна 160 – 215 см. Повышение скорости бега за счет увеличения длины шага ограничено, так как слишком длинный шаг требует очень больших затрат сил. Кроме того, длина шага в основном зависит от индивидуальных данных бегуна. Поэтому скорость бега повышают за счет увеличения частоты шагов, которая зависит от тренированности бегуна. Движения плечевого пояса и рук связаны с движениями ног. Выполнять их надо легко, ненапряженно. Это во многом зависит от умения расслаблять мышцы плечевого пояса. Движения рук помогают бегуну сохранять равновесие тела во время бега. Амплитуда движения рук зависит от скорости бега. Кисти при движении вперед не пересекают средней линии тела и поднимаются примерно до уровня ключицы. При движении рук назад кисти доходят до задней линии туловища (если смотреть на бегуна сбоку). Руки двигаютсямаятникообразно, пальцы рук свободно сложены, предплечья не напряжены, плечи не поднимаются вверх. При финишировании, длина которого зависит от дистанции и оставшихся сил бегуна, движения руками делаются быстрее, наклон тела увеличивается, а угол отталкивания уменьшается. Спортсмен переходит на скоростной бег, при котором скорость повышается главным образом за счет увеличения частоты шагов. К концу дистанции вследствие утомления некоторые бегуны наклоняют туловище назад. Такое положение туловища не способствует эффективности бега, так как усилия отталкивания направляются больше вверх. Техника бега на вираже имеет некоторые особенности: туловище немного наклонено влево, к бровке, правая рука движется несколько размашистей левой, причем правый локоть дальше отводится в сторону, а правая стопа ставится с некоторым поворотом внутрь. Ритм дыхания зависит от индивидуальных особенностей и скорости бега (с увеличением скорости бега увеличивается и частота дыхания). Бегун не должен задерживать дыхание. Дышать следует одновременно через нос и полуоткрытый рот, при этом важно следить за полным выдохом.

2.4.3. Возможные ошибки и осложнения в ходе проведения самостоятельных тренировок

В некоторых случаях тренировка может стать причиной различных осложнений, включая травмы опорно-двигательного аппарата.

Основная причина травматизма опорно-двигательного аппарата - перенапряжение. Слишком быстрое увеличение тренировочных нагрузок является чрезмерным для детренированных мышц, связок и суставов. К дополнительным факторам, способствующим повреждению опорно-двигательного аппарата, можно отнести:

- бег по твердому грунту;
- избыточную массу тела;

- обувь, не пригодную для бега;

-грубые ошибки в технике.

Следовательно, меры по профилактике травм должны быть направлены на устранение или ослабление воздействия этих факторов:

- Во время кроссового бега часто болит в правом боку (печень), либо в левом боку (селезенка). Печень важный орган в жизнедеятельности нашего организма (синтез жиров и углеводов, обмен белков и витаминов) является кровяным депо. Так вот в результате переполнения кровью печени возникают колики. Глубокое дыхание снижает приток крови к правому предсердию, уменьшает болевые ощущения. Бег не надо прекращать, необходимо снизить скорость передвижения и стараться дышать глубже.

- В процессе тренировок после значительного перерыва (отдыха) или при резком увеличении нагрузок могут появляться боли в мышцах, как правило, на другой день. Во время физической работы в организме образуются продукты распада, часть которых выводится из организма через мочевыделительную систему, а другая часть, в том числе, молочная кислота задерживается в мышечных тканях. Чтобы избавиться от нее, необходимо мышцу непосредственно после физической нагрузки заставить растянуться (с помощью упражнений на растяжение), а на следующий день выполнять какую-либо физическую работу, т.е. сокращаться. Эти меры помогут ускорить вывод молочной кислоты из мышц. Боли могут длиться несколько дней и если не предпринимать никаких мер, мышца теряет эластичность, становиться твердой. В этом случае могут помочь: массаж, банные процедуры, применение согревающих мазей и гелей.

- При выполнении напряженной физической работы длительное время, например, кроссовый бег, возникают такие состояния, которые получили название «мертвая точка» и «второе дыхание». Уже через некоторое время бега в организме начинаются изменения, которые заставляют нас прекратить мышечную деятельность. Такое временное снижение работоспособности получило название «мертвая точка». Механизм возникновения такого состояния недостаточно изучен. Предполагают, что он обусловлен временным нарушением деятельности скелетных мышц и органов, обеспечивающих доставку кислорода в организм. Эти нарушения приводят к изменениям в работе нервных центров, что, в свою очередь, приводит к нарушениям в работе отдельных физиологических систем. Время возникновения и продолжительность этого состояния зависит от многих факторов, в частности от длительности и интенсивности физической нагрузки (например, при беге на 5-10 км и более возникает через 5-6 мин бега), от тренированности. Чем лучше тренирован человек, тем позже возникает это состояние и протекает менее тяжело (почти незаметно). Преодоление этого состояния требует значительного волевого усилия. В процессе проведения учебных и тренировочных занятий необходимо приучать себя преодолевать это неприятное ощущение, возникающее при

кислородной недостаточности и накоплении продуктов кислотно-щелочного распада при обмене веществ. Наступлению «второго дыхания» способствуют усиленные дыхательные упражнения, глубокие выдохи, освобождающие организм от накопившейся углекислоты, что способствует наступлению кислотно-щелочного баланса в организме. Преодолеть состояние «мертвой точки» можно, если снизить интенсивность физической нагрузки, но это нежелательно, т.к. не будет адаптации организма ктакого рода деятельности.

- При занятиях физическими упражнениями могут возникнуть отклонения в деятельности сердца - учащенное сердцебиение. Оно может быть следствием стенокардии, ссоры, неурядицы в быту, семье, боязни, страха, дистрофий миокарда. Возникновение болей - сигнал опасности, в этих случаях необходимо прекратить занятия и обратиться к врачу.

- Существует состояние, называемое гравитационным шоком. Часто возникает при внезапной остановки после относительно интенсивного бега (чаще после финиша) в связи с прекращением действия «мышечного насоса». Большая масса крови застаивается в раскрытых капиллярах и венах мышц нижних конечностей, на периферии. Возникает анемия (обескровливание) мозга, недостаточное снабжение его кислородом. Появляется резкое побледнение, слабость, головокружение, тошнота, потеря сознания, исчезновение пульса. Пострадавшего необходимо уложить на спину, поднять вверх ноги (выше головы), обеспечив отток венозной крови к сердцу, улучшив снабжение головного мозга кислородом, поднести к носу ватку смоченную нашатырным спиртом. Основная профилактика гравитационного шока - исключение внезапной остановки, постепенное замедление бега.

- Гипогликемическое состояние - следствие недостаточного количества в организме сахара, нарушение углеводного обмена в результате длительной физической нагрузки. Ощущается сильный голод, головокружение, иногда потеря сознания. Профилактика – легко усваиваемые углеводы до начала длительной физической нагрузки (немного сахара, меда и т.п.) или специальные питательные смеси.

-Солнечный и тепловой удары - возникают при длительной работе под действием солнечных лучей на обнаженную голову или тело. Тепловой удар - остро развивающееся болезненное состояние, обусловленное перегреванием организма. Его признаками являются: усталость, головная боль, слабость, боли в ногах, спине, тошнота, шум в ушах, повышение температуры, потемнение в глазах, ухудшение дыхания (прерывистое), потеря сознания.

Первая помощь: пострадавшего поместить в прохладное место, снять одежду, приподнять голову, охладить область сердца (холодный компресс), напоить. Дать понюхать нашатырный спирт, сердечные средства. При нарушении дыхания сделать искусственное дыхание.

При обморожениях на охлажденном участке вначале чувствуется легкое пощипывание, затем чувствительность теряется. Особенно поддаются ему пальцы рук, ног, нос, уши. Если

произошло обморожение нельзя растирать пораженные места снегом, это только повредит кожу. Необходимо поместить обмороженный участок в тепло не растирать, а согревать при комнатной температуре. Обмороженные места смазать жиром (вазелином).

3. Актуальность задачи повышения уровня готовности обучающихся к зачетным занятиям, на основе управляемой адаптации к смене видов учебно-познавательной деятельности

Выполнение контрольных нормативов требует от студента мобилизации всех своих сил и здесь следует принимать во внимание и учитывать все что может повлиять на конечный результат, в том числе характер учебно-познавательной деятельности предшествующий зачетному занятию.

В течение учебного дня, занимаясь то одним видом учебно-познавательной деятельности, то другим, обучающиеся должны переключаться с выполнения одного вида задач на другой, и каждый раз проходит какое-то время, пока будет достигнуто оптимальное соответствие состояния личности и организма обучающегося к условиям проведения определенного вида учебно-познавательной деятельности – период адаптации.

Можно говорить о том, что к каждому учебному занятию кроме практической и теоретической подготовленности, определенного уровня умений и навыков по предмету, от студентов требуется некоторая психофизиологическая и физическая готовность. В этом случае под ней подразумевается готовность психических, физиологических и обеспечивающих двигательные действия систем человека к выполнению определенного рода учебно-познавательной деятельности.

Многообразие видов учебно-познавательной деятельности определяет многообразие психофизиологических и физических состояний обучающихся. Под психофизиологическим и физическим состоянием предлагается понимать целостные психофизиологические и физические реакции обучаемого на внешние и внутренние факторы, направленные на достижение полезного результата.

Параметром психофизиологического и физического состояния является величина, характеризующая какую-либо из реакций организма обучаемого на внешние или внутренние факторы.

Уровень психофизиологической и физической готовности к предстоящему занятию, зависит от индивидуальных особенностей личности обучаемого и определенных внешних факторов, воздействующих на него на предыдущем занятии. Эти факторы можно разделить на три вида:

- санитарно-гигиенические условия;
- временные условия;

- организация предыдущего вида учебно-познавательной деятельности.

К санитарно-гигиеническим условиям относятся температура и влажность воздуха, освещенность, содержание кислорода в воздухе, эргономичность учебных мест, запыленность, загазованность места проведения занятия. К временным условиям относятся: время дня, день недели, месяц семестра, время года, а также время, прошедшее после последнего приема пищи.

Вышеперечисленные факторы оказывают существенное влияние на психофизиологическую и физическую готовность. Второй фактор заставляет учитывать объективные закономерности колебания уровня работоспособности студентов в течение учебного дня, учебной недели, семестра. Как известно, в течение учебного дня объективно наблюдается два периода подъема работоспособности: один в первой половине дня, второй – в послеобеденное время. Каждому периоду характерны три фазы: врабатывание, повышенная работоспособность, снижение работоспособности. В течение недели те же фазы распределяются следующим образом: понедельник, вторник – врабатывание; среда, четверг – повышенная работоспособность; пятница, суббота – снижение работоспособности. Исследования показали, что и семестровый цикл разделяется на те же фазы.

Влияние фактора «организация предыдущего вида учебно-познавательной деятельности» в данном случае рассматривается, как влияние особенностей психофизиологической и физической деятельности обучаемых на предыдущем занятии на их психофизиологическую и физическую готовность к последующему виду учебно-познавательной деятельности, в нашем случае к зачету. Психофизиологическая деятельность характеризуется напряженностью и характером мыслительной деятельности, а также нервно-эмоциональной напряженностью учебной деятельности.

Физическая деятельность характеризуется интенсивностью, видом мышечных действий и работой обеспечивающих эту деятельность физиологических систем. Мышечные действия могут носить статический и динамический характер: поддержание рабочей позы «сидя», «стоя», выполнение чертежной, письменной работы, настройка и обслуживание аппаратуры, выполнение гимнастических упражнений и т.п. При этом используются, в той или иной степени, основные физические качества: сила, быстрота, выносливость, ловкость.

Влияние всех вышеперечисленных факторов преломляется через индивидуальные особенности личности, такие как типологические свойства нервной системы и темперамента, возрастные, морфологические, биохимические особенности организма, уровень физической подготовленности, состояние здоровья и другие, выливаясь, в итоге, в психофизиологическую и физическую готовность студента к предстоящему виду учебно-познавательной деятельности.

Следует отметить, что особенно явно эти проблемы проявляются при чередовании занятий по общенаучным, общеинженерным и специальным дисциплинам с практическими

занятиями по физической культуре. В этом случае происходит смена видов деятельности, в одном из которых доминирующую роль играет умственная работа с пониженной двигательной активностью и сохранением определенной рабочей позы, в другом – разнообразная активная двигательная деятельность с сопровождающей ее мыслительной работой.

Методика проведения занятий предусматривает проведение вводной (подготовительной) части для организации обучающихся, приведения их в состояние готовности к решению задач основной части, в нашем случае к сдаче контрольного норматива, и заключительной – для подведения итогов, приведения организма в относительно спокойное состояние (для занятий по физической культуре), но при проведении этих частей занятий, как правило, не учитывается характер предыдущей и последующей деятельности студентов. Неучтение этого факта отрицательно влияет на скорость адаптации к виду учебно-познавательной деятельности, что особенно наглядно проявляется при чередовании практических занятий по физической культуре с занятиями по общеинженерным и специальным дисциплинам.

Складывается противоречие между имеющим место в практике обучения несоответствием уровня психофизиологической и физической готовности обучающихся, объективно складывающейся в ходе проведения предшествующего занятия, видом учебно-познавательной деятельности последующего занятия и неучтениемэтого факта в общепринятых методиках проведения вводных (подготовительных) и заключительных частей занятий, в том числе, по дисциплине «физическая культура»

Это противоречие можно устранить, обеспечив управление процессом адаптации студентов к смене видов учебно-познавательной деятельности в ходе проведения вводных (подготовительных) и заключительных частей занятий.

Для каждой темы занятия по физической культуре в зависимости от педагогической ситуации, складывающейся из контекстной пары - вид предшествующего и вид последующего занятия, можно установить наиболее предпочтительные адаптирующие, предметно-ориентированные варианты проведения подготовительной и заключительной частей, оперативно поддерживающие достаточно высокий уровень психофизиологической и физической готовности при чередовании этих занятий с занятиями по другим дисциплинам.

Видится актуальной задача управления процессом адаптации обучаемых к смене видов учебно-познавательной деятельности с целью сокращения времени врабатывания и повышения эффективности как занятий, так и сдачи контрольных нормативов. Для решения этой задачи представляется наиболее целесообразным использовать проведение подготовительной (разминки) и заключительной частей занятий с адаптирующим, предметно-ориентированным содержанием.

В этом случае под управлением адаптацией следует понимать процесс педагогического воздействия с целью установления оптимального соответствия личности обучаемого и условий осуществления учебной деятельности в ходе осуществления им познавательной деятельности, которое позволяет индивидууму более эффективно удовлетворять актуальные познавательные потребности, и реализовывать связанные с ними значимые цели.

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по учебно-методическому комплексу

_____С.А.Упоров

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ОРГАНИЗАЦИИ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ

Б1.О.06 РУССКИЙ ЯЗЫК И ДЕЛОВЫЕ КОММУНИКАЦИИ

Специальность:

21.05.03 Технология геологической разведки

Специализация:

Геофизические информационные системы

Автор: Меленскова Е. С., к.ф.н.

Одобрены на заседании кафедры

Иностранных языков и деловой коммуникации

(название кафедры)

Зав. кафедрой _____

(подпись)

к.п.н., доц. Юсупова Л. Г.

(Фамилия И.О.)

Протокол № 1 от 19.09.2023

(Дата)

Рассмотрены методической комиссией

факультета геологии и геофизики

(название факультета)

Председатель _____

(подпись)

к.г.-м.н., доц. Вандышева К.В.

(Фамилия И.О.)

Протокол № 2 от 13.10.2023

(Дата)

Екатеринбург

Методические рекомендации к дисциплине согласованы с выпускающей кафедрой геологии и геофизики нефти и газа

Заведующий кафедрой ГГНГ _____к.г.-м.н., С.А. Рыльков____

подпись *И.О. Фамилия*

Самостоятельная работа обучающегося в образовательном процессе рассматривается как форма организации обучения, которая способна обеспечивать самостоятельный поиск необходимой информации, творческое восприятие и осмысление учебного материала в ходе аудиторных занятий, разнообразные формы познавательной деятельности студентов на занятиях и во внеаудиторное время, развитие аналитических способностей, навыков контроля и планирования учебного времени, выработку умений и навыков рациональной организации учебного труда.

Самостоятельная работа – форма организации образовательного процесса, стимулирующая активность, самостоятельность, познавательный интерес студентов.

Основные виды аудиторных занятий по дисциплине «Русский язык и культура речи» – лекция и практическое занятие.

Формы контроля самостоятельной работы студентов – опрос, дискуссия, проверка на практическом занятии, разноуровневые задания, зачет.

Подготовка к лекции и опросу

Необходимость самостоятельной работы по подготовке к лекции или опросу определяется тем, что изучение любой дисциплины строится по определенной логике освоения ее разделов, представленных в РУП данной дисциплины.

Перечень примерныхвопросовдля самоконтроля.

Раздел 1. Культура речи и деловое общение

1. Каковы основные отличия общения в официальной и неофициальной обстановке?
2. Какие функции общения реализуются в ситуации занятия? Каких функций необходимо избегать?
3. Какие основные требования предъявляются к деловому общению?
4. По каким аспектам мы оцениваем культуру речи каждого человека?
5. Почему наши тексты должны соответствовать коммуникативным качествам речи?

Раздел 2. Современный русский язык. Типология языковых норм

1. Как соотносятся понятия «язык» и «речь»?
2. Как можно охарактеризовать современный русский язык?
3. Какие разновидности выделяются в национальном русском языке?
4. Что такое литературный язык? Как это понятие соотносится с литературно-художественным стилем?
5. Перечислите типы языковых норм. Что такое императивная и диспозитивная норма?

Раздел 3. Стилистика русского языка. Официально-деловой стиль

1. Перечислите функциональные стили, которые выделяются в современном русском языке. Дайте им краткую характеристику.
2. Каковы основные стилевые и языковые особенности официально-делового стиля?
3. Какие требования предъявляются к оформлению документов?

Часть тем дается на самостоятельное изучение с опорой на список предложенной литературы. Перечень и тем их количество определяется формой обучения.

Очная форма

1. Общая характеристика функциональных стилей
2. Научный стиль русского языка
3. Стилевая, языковая и жанровая специфика научного стиля

Подготовка к практическому занятию

Подготовка к практическому занятию нередко требует подбора материала, с которым предстоит работа на занятии, или отработку навыков, проверка которых состоится непосредственно в аудитории (например, выполнение аналогичных, однотипных заданий). Здесь же можно отметить еще один вид СРО – это **выполнение самостоятельного письменного домашнего задания**.

К первому практическому занятию студенты самостоятельно готовят задания, посвященные лексикографии:

Меленскова Е. С. Культура речи и стилистика русского языка: учебное пособие для студентов специальностей 21.05.02 – «Прикладная геология», 21.05.03 –«Технология геологической разведки», 21.05.04 – «Горное дело».– Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2018. – С. 4-10.

Особое внимание при подготовке уделяется заданию 4, которое выполняется письменно.

К Разделу 2 по указанному выше пособию необходимо сделать следующие упражнения самостоятельно в качестве тренировки и отработки навыков владения нормами литературного русского языка:

Зад. 5-12 стр. 10-19 (орфографические и пунктуационные нормы)

Зад. 13-15 стр. 19-20 (акцентологические нормы)

Зад. 16-20 стр. 20-23 (орфоэпические нормы)

Зад. 21 стр. 23 (словообразовательные нормы)

Зад. 22-29 стр. 23-26 (лексические нормы)

Зад. 30-40 стр. 27-31 (морфологические нормы)

Зад. 41-44 стр. 31-34 (синтаксические нормы)

При выполнении заданий рекомендуется обращаться к словарям и справочникам. В указанном учебном пособии есть отсылки к необходимой литературе.

Часть этих упражнений преподаватель на свое усмотрение предлагает в качестве самостоятельного письменного домашнего задания.

К Разделу 3 по указанному пособию необходимо сделать следующую работу самостоятельно:

Стр. 35-37 – конспект

Зад. 45 стр. 38-40, зад. 47 стр. 41-47 (в качестве подготовки к тестированию)

Стр. 47-50 – конспект

Зад. 48 стр. 50-56 (по вариантам в сильных группах)

Стр. 77-82 – конспект

Зад. 53 стр. 82-83, зад. 54 стр. 83-84 (в качестве подготовки к разноуровневым заданиям).

Подготовка к дискуссии

Дискуссия – это целенаправленное обсуждение конкретного вопроса, сопровождающееся обменом мнениями, идеями между двумя и более лицами. Задача дискуссии – обнаружить различия в понимании вопроса и в споре попытаться установить истину. Обсуждение проблемы (нравственной, политической, научной, профессиональной и другой, которая не имеет общепринятого, однозначного решения) происходит в аудитории коллективно. Дискуссия позволяет включить обучающихся в процесс обсуждения спорного вопроса в рамках актуальной проблематики, оценить их умение формулировать и аргументировать собственную точку зрения.

При подготовке к дискуссии необходимо выбрать актуальную тему, разбиться на три группы 1) те, кто будет отстаивать точку зрения «ЗА», 2) те, кто будет приводить контраргументы и отстаивать позицию «ПРОТИВ», и 3) сторонние наблюдатели, которые будут оценивать происходящее и объяснять, почему они склоняются в итоге к мнению первой или второй команды. Первые две группы готовят тексты своих выступлений заранее. Также заранее можно сформулировать вопросы, которые будут корректироваться по ходу дискуссии.

Подготовка к зачету

Зачет является традиционной формой проверки знаний, умений и навыков, сформированных у студентов в процессе освоения всего содержания изучаемой дисциплины.

Самостоятельная подготовка к зачету должна осуществляться в течение всего семестра. Подготовка включает следующие действия: прежде всего нужно перечитать все лекции, конспекты, а также просмотреть материалы, которые самостоятельно готовились к лекциям или практическим занятиям. Поскольку зачет проходит в форме теста, можно предварительно потренироваться выполнять тестовые задания по дисциплине «Русский язык и культура речи».

Для подготовки к тесту рекомендуется использовать учебное пособие:

МеленсковаЕ.С. Культура речи и деловое общение: Тестовые задания для студентов всех специальностей очной и заочной формы обучения. Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2011.

Тестовые задания позволяют обобщить полученные теоретические знания (часть заданий нацелена на проверку знания теории курса) и практические навыки (часть тестовых заданий составлена с опорой на упражнения, которые студенты выполняют при подготовке к занятиям).

ПЕРЕЧЕНЬ ОСНОВНОЙ И ДОПОЛНИТЕЛЬНОЙ УЧЕБНОЙ ЛИТЕРАТУРЫ, НЕОБХОДИМОЙ ДЛЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

1. Основная литература

№ п/п	*Наименование*	*Кол-воэкз.*
1	*Голуб И.Б.* Русский язык и культура речи [Электронный ресурс]: учебное пособие / И. Б. Голуб. – Электрон.текстовые данные. – М.: Логос, 2014. – 432 c. – 978-5-98704-534-3. – Режим доступа: http://www.iprbookshop.ru/39711.html	Электронный ресурс
2	*Культура устной и письменной речи делового человека*: Справочник. Практикум. М.: Флинта: Наука, 2012 (и другие издания).	166
3	*Меленскова Е. С.* Культура речи и деловое общение: тестовые задания для студентов всех специальностей. Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2013. 78 с.	98
4	*Меленскова Е. С.* Русский язык делового общения: учебное пособие для студентов всех специальностей и направлений подготовки. Екатеринбург: УГГУ, 2018. 80 с.	101

2. Дополнительная литература

№ п/п	Наименование	Кол-воэкз.
1.	*Введенская Л. А., Павлова Л. Г., Кашаева Е. Ю.* Русский язык и культура речи: учебное пособие для вузов. Ростов-на-Дону: Феникс, 2004. – 544 с. (и другие стереотипные издания)	216
2.	*Введенская Л. А., Павлова Л. Г., Кашаева Е. Ю.* Русский язык и культура речи для инженеров: учебное пособие. Ростов-на-Дону: Феникс, 2003. 384 с.	19
3.	*Веселкова Т. В.* Культура устной и письменной коммуникации [Электронный ресурс]: учебное пособие / Т. В. Веселкова, И. С. Выходцева, Н. В. Любезнова. – Электрон.текстовые данные. – Саратов: Вузовское образование, 2016. – 268 с. – 2227-8397. – Режим доступа: http://www.iprbookshop.ru/54473.html	Электронный ресурс
4.	*Карякина М. В*. Русский язык и культура речи. Подготовка к контрольному тестированию. Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2011. 71 с.	40
5.	*Лапынина Н. Н.* Русский язык и культура речи [Электронный ресурс]: курс лекций / Н. Н. Лапынина. — Электрон.текстовые данные. – Воронеж: Воронежский государственный архитектурно-строительный университет, ЭБС АСВ, 2012. – 161 с. – 978-5-89040-431-2. – Режим доступа: http://www.iprbookshop.ru/22667.html	Электронный ресурс
6.	*Лыткина О. И.* Теоретический курс культуры речи [Электронный ресурс]: учебное пособие / О. И. Лыткина. – Электрон.текстовые данные. – М.: Московская государственная академия водного транспорта, 2009. – 105 с. – 2227-8397. – Режим доступа: http://www.iprbookshop.ru/46332.html	Электронный ресурс
7.	*Меленскова Е. С.* Русский язык и культура речи: учебное пособие с упражнениями и контрольными работами для студентов всех специальностей очной и заочной форм обучения. Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2011. 80 с.	38
8.	*Меленскова Е. С.* Стилистика русского языка: учебное пособие. Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2011. 86 с.	27
9.	*Миняева В. И.* Репетитор по русскому языку. Орфография. Пунктуация. Культура речи: учебное пособие. 5-е изд., испр. и доп. Екатеринбург: УГГУ, 2007. 239 с.	20
10.	*Петрова Ю. А.* Культура и стиль делового общения [Электронный ресурс]: учебное пособие / Ю. А. Петрова. – Электрон.текстовые данные. – М.: ГроссМедиа, 2007. – 190 с. – 5-476-003-476. – Режим доступа: http://www.iprbookshop.ru/1129.html	Электронный ресурс
11.	*Скворцов Л. И.* Большой толковый словарь правильной русской речи [Электронный ресурс]/ Скворцов Л. И. – Электрон.текстовые данные. – М.: Мир и Образование, Оникс, 2009. – 1104 с. – Режим доступа: http://www.iprbookshop.ru/14555.html. – ЭБС «IPRbooks».	Электронный ресурс
12.	*Усанова О. Г.* Культура профессионального речевого общения [Электронный ресурс]: учебно-методическое пособие / О. Г. Усанова. – Электрон.текстовые данные. – Челябинск: Челябинский государственный институт культуры, 2008. – 93 с. – 5-94839-062-4. – Режим доступа: http://www.iprbookshop.ru/56426.html	Электронный ресурс
13.	*Федосюк М. Ю., Ладыженская Т. А., Михайлова О. А., Николина Н. А.* Русский язык для студентов-нефилологов: учебное пособие. М.:Флинта: Наука, 2014 (и другие стереотипные издания)	169

ПЕРЕЧЕНЬ РЕСУРСОВ ИНФОРМАЦИОННО-ТЕЛЕКОММУНИКАЦИОННОЙ СЕТИ «ИНТЕРНЕТ», НЕОБХОДИМЫХ ДЛЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

1. *ГОСТ 6.30-2003.* «Унифицированные системы документации. Унифицированная система организационно-распорядительной документации. Требования к оформлению документов» (электронная публикацияhttp://docs.cntd.ru/document/1200031361).
2. *Грамота (сайт).* [Электронный ресурс] – Режим доступа: http://www.gramota.ru.
3. *Культура письменной речи (сайт)* [Электронный ресурс] – Режим доступа: http://www.gramma.ru.
4. *Русский язык*: *энциклопедия русского языка (сайт).* [Электронный ресурс] – Режим доступа: http://russkiyyazik.ru.

5. *Стилистический энциклопедический словарь русского языка(сайт).* [Электронный ресурс] – Режим доступа: http://stylistics.academic.ru.

МИНИСТЕРСТВО ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования

УРАЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ГОРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Факультет геологии и геофизики

Кафедра “Математики”



ВЫСШАЯ МАТЕМАТИКА

МЕТОДИЧЕСКОЕ ПОСОБИЕ

Решебник задач по высшей математике

Екатеринбург 2019

ОГЛАВЛЕНИЕ

Часть 1. ЛИНЕЙНАЯ АЛГЕБРА С ЭЛЕМЕНТАМИ ОБЩЕЙ АЛГЕБРЫ **6**

1. ВВЕДЕНИЕ В ОБЩУЮ АЛГЕБРУ

Практическое занятие 1 6

Множества, операции, отношения 6

Практическое занятие 2 12

Комплексные числа 12

Задания для самостоятельной работы 15

2. ВЕКТОРНЫЕ ПРОСТРАНСТВА И ЛИНЕЙНЫЕ ОПЕРАТОРЫ 20

Практическое занятие 1 20

Метод координат, векторы 20

Практическое занятие 2 31

Векторное и смешанное произведения 31

Прямая линия и плоскость, взаимное расположение прямой линии и плоскости 33

Практическое занятие 3 37

Абстрактные векторные пространства 37

Практическое занятие 4 58

Операторы, матрицы, определители и СЛАУ 58

Практическое занятие 5 73

Ядро и ранг линейного оператора. Критерии совместности СЛАУ 73

Задания для самостоятельной работы 82

Векторная алгебра 82

Прямые линии и плоскости 84

Операторы, матрицы 85

Часть 2. ОПЕРАТОРЫ В ЕВКЛИДОВЫХ ПРОСТРАНСТВАХ 93

Практическое занятие 1 93

Собственные и инвариантные подпространства. Самосопряжённые и ортогональные операторы 93

Практическое занятие 2 114

Наклонная, перпендикуляр, проекция, оператор проектирования 114

Практическое занятие 3 121

Квадратичные формы. Поверхности второго порядка 121

Задания для самостоятельной работы 131

Собственные значения и собственные векторы 131

Инвариантные подпространства 132

Геометрия пространства E^n 134

ЧАСТЬ 3. МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ФУНКЦИЙ ОДНОГО И НЕСКОЛЬКИХ ПЕРЕМЕННЫХ 138

Практическое занятие 1 138

Определение предела последовательности 138

Вычисление предела последовательности 140

Непрерывность и предел функции 146

Практическое занятие 2 150

Дифференцируемость функции одного переменного 150

Логарифмическое дифференцирование 155

Дифференцирование функций, заданных неявно 156

Дифференцирование функций, заданных параметрически 158

Понятие дифференциала функции. Приближённые вычисления 159

Практическое занятие 3. Основные теоремы дифференциального исчисления 161

Теоремы Ферма, Ролля, Лагранжа, Коши 161

Правила Лопиталя 165

Формула Тейлора и формула Маклорена 166

Практическое занятие 4. Исследование функций одного переменного 170

Промежутки монотонности функции 170

Схема исследования функции на локальные экстремумы с помощью первой производной 172

Полное исследование функции 177

Практическое занятие 5. Интегрируемость функций одного переменного 178

Непосредственное интегрирование 178
Подведение под дифференциал 178
Методы подстановки (замены переменной интегрирования) и интегрирования по частям 180
Формула Ньютона-Лейбница, вычисление определённого интеграла мето дом замены переменной и интегрирования по частям 181
Практическое занятие 6. Дифференцируемость функций нескольких переменных 183
Первые частные производные функций нескольких переменных 183
Частные производные функций нескольких переменных высших порядков 189
Дифференцируемость функций нескольких переменных 191
Дифференциалы высших порядков 193
Производные сложных и неявно заданных функций 194
Практическое занятие 7 197
Градиент функции и производная по направлению 197
Экстремум функции двух переменных 198
Практическое занятие № 8 200
Непосредственное вычисление суммы числового ряда 200
Необходимый признак сходимости 201
Признак сравнения 202
Признак Даламбера 203
Знакопеременные ряды 204
Практическое занятие 9 206
Функциональные ряды 206
Ряд Тейлора (Маклорена) 210
Задания для самостоятельной работы 212
Предел и дифференцируемость функций одного переменного 212
Дифференцируемость функций нескольких переменных. 218
Интегрируемость функции одного переменного 218
Числовые ряды 225
Функциональные ряды 227

ЧАСТЬ 4. ТЕОРИЯ ПОЛЯ. ВЕКТОРНЫЙ АНАЛИЗ. ОБЫКНОВЕННЫЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ 230

Практическое занятие 1 230

Базисные векторные поля 230

Практическое занятие 2 240

Вычисление криволинейных интегралов 240

Практическое занятие 3 243

Вычисление двойного интеграла в декартовых координатах 243

Вычисление площади, объёма и массы 245

Вычисление двойного интеграла в полярных координатах 246

Вычисление тройного интеграла в декартовых координатах 250

Вычисление тройного интеграла в цилиндрических и сферических координатах 251

Практическое занятие 4 253

Приложения криволинейных и кратных интегралов 253

Практическое занятие 5 259

Поверхностные интегралы первого и второго рода 259

Практическое занятие 6 262

Векторный анализ 262

Практическое занятие 7 271

Дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными 271

Дифференциальные уравнения с однородной правой частью 273

Линейные дифференциальные уравнения первого порядка 274

Неполные обыкновенные дифференциальные уравнения второго порядка 276

Линейные однородные дифференциальные уравнения второго порядка 279

Линейные неоднородные дифференциальные уравнения второго порядка. Метод Лагранжа 281

Примеры из механики 283

Практическое занятие 8 286

Линейные системы ОДУ, методы Эйлера и Лагранжа 286

Задания для самостоятельной работы 293

Интегрирование и теория поля 293

Обыкновенные дифференциальные уравнения 298

ЧАСТЬ 1. Линейная алгебра с элементами общей алгебры

1. ВВЕДЕНИЕ В ОБЩУЮ АЛГЕБРУ

Практическое занятие 1

Множества, операции, отношения

Задача 1.1.1. Найти все подмножества множества $M = \{4, 7, 9\}$.

Р е ш е н и е. Подмножествами данного множества являются: пустое множество $\varnothing$; само множество M; одноэлементные множества $\{4\}, \{7\}, \{9\}$; двухэлементные множества $\{4, 7\}, \{4, 9\}, \{7, 9\}$. $\otimes$

Задача 1.1.2. Найти пересечение, объединение и разность множеств $A = \{a, b, c, d, e, f\}, B = \{b, e, f, k\}$.

Р е ш е н и е. Пересечение множеств $A \cap B$ содержит три элемента

$$A \cap B = \{b, e, f\},$$

объединение множеств содержит семь элементов

$$A \cup B = \{a, b, c, d, e, f, k\},$$

разность

$$A - B = \{a, c, d\}. \otimes$$

Задача 1.1.3. Найти пересечение множеств решений неравенств

$$2x - 3 > x + 1,\ 3x - 8 < 2x + 1,$$

полагая, что $x \in R^1$.

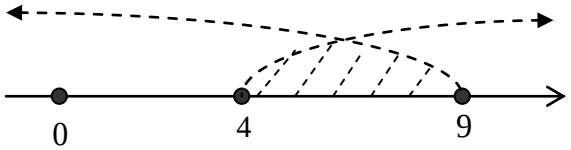


Рис. 1.

Р е ш е н и е. Решением первого неравенства является множество действительных чисел $x > 4$, решением второго неравенства является множество действительных чисел $x < 9$. Их пересечением (рисунок 1.1.1) является множество $M = \{x \in R^1 : 4 < x < 9\}$. $\otimes$

Задача 1.1.4. Найти произведение $A \times B$ множеств

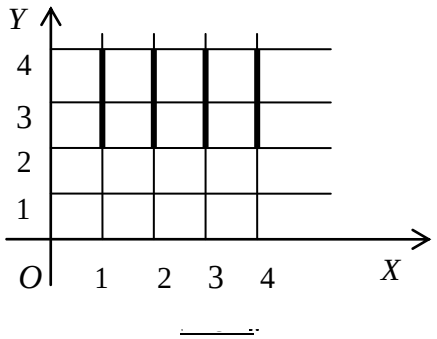
$A = \{m, p\}, B = \{e, f, k\}$.

Р е ш е н и е. Составляем, согласно определению, всевозможные упорядоченные пары, первой компонентой которых является элемент множества A, а второй – элемент множества B:

$$A \times B = \{(m, e), (m, f), (m, k), (p, e), (p, f), (p, k)\}. \otimes$$

Задача 1.1.5. Изобразить на координатной плоскости произведение $A \times B$ множеств $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{x \in R^1 : 2 \le y \le 4\}$.

Р е ш е н и е. Множество A конечно, а множество B – бесконечно, поэтому произведение множеств состоит из бесконечного множества упорядоченных пар, первым компонентом которых являются числа 1, 2, 3 или 4, а вторым – любое действительное число из замкнутого промежутка $[2, 4]$. Множество пар координатной плоскости изобразится



в виде четырёх отрезков, параллельных оси ординат (рисунок 2). $\otimes$

Задача 1.1.6. Доказать транзитивность отношения равенства для произвольных множеств.

Р е ш е н и е. Пусть X, Y и Z – произвольные множества. Покажем, что из $X = Y$ и $Y = Z \Rightarrow X = Z$.

Пусть $x \in X$. Тогда, так как $X = Y$, имеем $x \in Y$. Но так как $Y = Z$, получаем $x \in Z$. Обратно, из $x \in Z$ следует, что $x \in X$. По закону тождества получаем $X = Z$. $\otimes$

Задача 1.1.7. Доказать, что для произвольных множеств A, B и C справедливо равенство: $A \setminus (B \cap C) = (A \setminus B) \cup (A \setminus C)$.

Р е ш е н и е. Покажем, что

$$A \setminus (B \cap C) \subseteq (A \setminus B) \cup (A \setminus C).$$

Пусть $x \in A \setminus (B \cap C)$. Откуда следует, что $x \in A$ и $x \notin B \cap C$. То есть, $x \in A$ и $x \notin B$, или $x \in A$ и $x \notin C$. Поэтому

$$x \in A \setminus B, \text{ или } x \in A \setminus C,$$

то есть

$$x \in (A \setminus B) \cup (A \setminus C).$$

Следовательно, в соответствие с определением части множества включение

$$A \setminus (B \cap C) \subseteq (A \setminus B) \cup (A \setminus C)$$

доказано.

Включение $(A \setminus B) \cup (A \setminus C) \subseteq A \setminus (B \cap C)$ доказывается аналогично.

Из доказанных включений с учётом закона тождества получаем требуемое равенство $A \setminus (B \cap C) = (A \setminus B) \cup (A \setminus C)$. $\otimes$

Задача 1.1.8. Проверить непосредственно, что для множеств

$$X = \{5, 7\}, Y = \{7, 9\}, Z = \{0, 1\}$$

выполняется следующее равенство: $(X \cup Y) \times Z = (X \times Z) \cup (Y \times Z)$.

Р е ш е н и е. Для левой части равенства непосредственно получаем $X \cup Y = \{5, 7, 9\}$ и далее имеем:

$$(X \cup Y) \times Z = \{5, 7, 9\} \times \{0, 1\}$$

$$= \{(5, 0), (5, 0), (7, 0), (9, 0), (3, 1), (5, 1), (7, 1), (9, 1)\}$$

Для правой части получаем аналогично:

$$(X \times Z) \cup (Y \times Z) = \{5, 7\} \times \{0, 1\} \cup \{9, 7\} \times \{0, 1\}$$

$$= \{(5, 0), (5, 0), (7, 0), (3, 1), (5, 1), (7, 1)\} \cup \{(5, 0), (7, 1), (9, 0), (9, 1)\}$$

$$= \{(5, 0), (3, 1), (5, 1), (7, 0), (7, 1), (9, 0), (9, 1)\}$$

Сравнивая полученные равенства, видим, что оба множества состоят из одних и тех же элементов, то есть, равны друг другу. $\otimes$

Задача 1.1.9. Выяснить, является ли на подмножестве

$$R^+ = \{x \in R^1 : x > 0\}$$

множества действительных чисел R^1 алгебраической операция $x * y = x^2$ и указать, обладает ли эта операция свойствами коммутативности и ассоциативности.

Р е ш е н и е. Пусть x, y, z – любые элементы из R^+. Тогда, очевидно, $\forall x \in R^+ \; x^2 \in R^+$, то есть операция $*$ является бинарной алгебраической операцией. Так как по определению операции имеем

$$\forall x \neq y \; x * y = x^2 \neq y * x = y^2,$$

то операция $*$ не является коммутативной. Далее, так как

$$\forall x \neq y \neq z \in R^+ \; x * (y * z) = x^2 \neq (x * y) * z = (x * y)^2 = x^4,$$

то операция $*$ не является ассоциативной. $\otimes$

Задача 1.1.10. Ассоциативна ли на множестве действительных чисел R^1 операция $x * y = \sin x \cdot \sin y$.

Р е ш е н и е. Для определённой операции имеем:

$$\forall x, y, z \in R \; (x * y) * z = \sin(\sin x \cdot \sin y) \cdot \sin z,$$

$$x * (y * z) = \sin x \cdot \sin(\sin y \cdot \sin z).$$

Очевидно, что $(x * y) * z = x * (y * z)$ выполняется не для всех x, y, z, следовательно, операция $*$ свойством ассоциативности не обладает. $\otimes$

Задача 1.1.11. На множестве $M = \{2, 4, 6, 8\}$ задано отношение «***меньше***». Изобразить это отношение: 1) выписав все упорядоченные пары; 2) построив граф отношения.

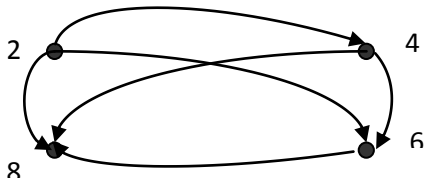


Рис. 1.8.3.

Р е ш е н и е. Отношение имеет вид:

$$2 < 4, 2 < 6, 2 < 8, 4 < 6, 4 < 8, 6 < 8.$$

Запишем отношение в виде подмножества $\Re \subset M \times M$ произведения множества M на себя, то есть в виде множества упорядоченных пар:

$$\{\langle 2, 4\rangle, \langle 2, 6\rangle, \langle 2, 8\rangle, \langle 4, 6\rangle, \langle 4, 8\rangle, \langle 6, 8\rangle\}.$$

Граф отношения приведён на рисунке 3. $\otimes$

Задача 1.1.12. Пусть $M = \{p, q\}$ и задано подмножество $\Re$ множества $M \times M$

$$\{(p, p), (p, q), (p, f), (f, f), (f, p), (f, q), (q, p), (q, q)\}.$$

Обладает ли определяемое этим подмножеством отношение свойствами рефлексивности, симметричности и транзитивности?

Р е ш е н и е. Очевидно, что для элементов множества $\Re$ истинны следующие высказывания:

$$1) \ (p, f) \in \Re;$$

$$2) \ (p, p) \in \Re, \ (f, p) \in \Re, \ (p, q) \in \Re, \ (f, f) \in \Re,$$
$$(f, q) \in \Re, \ (q, p) \in \Re;$$

$$3) \ (p, p) \in \Re \wedge (f, q) \in \Re \Rightarrow (p, q) \in \Re,$$
$$(p, q) \in \Re \wedge (q, p) \in \Re \Rightarrow (p, p) \in \Re,$$
$$(f, f) \in \Re \wedge (p, q) \in \Re \Rightarrow (f, q) \in \Re.$$

Поэтому отношение $\Re$ на множестве M, заданное множеством упорядоченных пар элементов M, рефлексивно, симметрично и транзитивно. $\otimes$

Задача 1.1.13. Показать, что отношение включения $\subset$ является отношением порядка.

Р е ш е н и е. 1) Пусть X – произвольное множество. Так как всегда $X \subset X$, то отношение $\subset$ рефлексивно. 2) Пусть X, Y, Z – произвольные множества, для которых выполняются включения $X \subset Y$ и $Y \subset Z$. Если $x \in X$, то в силу $X \subset Y$ имеем $x \in Y$, а так как $Y \subset Z$, то и $x \in Z$. Поэтому $(X \subset Y \wedge Y \subset Z) \Rightarrow X \subset Z$, то есть отношение $\subset$ транзитивно. 3) Так как по закону тождества имеем

$$(X \subset Y \wedge Y \subset X) \Leftrightarrow X = Y,$$

то отношение $\subset$ антисимметрично.

Отношение $\subset$ рефлексивно, транзитивно и антисимметрично и, следовательно, является отношением порядка. $\otimes$

Задача 1.1.14. Пусть функция $f : M_1 \to M_2$, где $M_1 \subset R^1$ и $M_2 \subset R^1$, задана формулой $y = \pm\sqrt{1 - x^2}$. Требуется: найти множество определения M_1 и множество значений M_2 этой функции; выяснить, является ли данная функция отображением или преобразованием; выяснить, является ли f инъективной, сюръективной или биективной.

Р е ш е н и е. Множеством определения функции f является множество $M_1 = \{x \in R^1 : -1 \le x \le 1\}$, а множеством значений – множество $M_2 = M_1$, следовательно f осуществляет отображение M_1 на M_1, то есть является преобразованием. Так как $(\exists x \in M_1) : f(x) = f(-x)$, то преобразование f не является инъективным, но очевидно, что f – сюръективно. Следовательно, отображение f не является биективным. $\otimes$

Задача 1.1.15. Доказать, что множество натуральных чисел N с операцией $(*) : x * y = \min\{x, y\}$ является полугруппой.

Р е ш е н и е. Исходя из определения полугруппы, нужно проверить, что операция $(*)$ является алгебраической и ассоциативной. Так как

$$(\forall x, y \in N) \; x * y = \min\{x, y\} \in N,$$

то операция $(*)$ является алгебраической. Проверим её на ассоциативность, имеем:

$$(\forall x, y, z \in N) \; (x * y) * z = \min\{\min\{x, y\}, z\} = \min\{x, \min\{y, z\}\}.$$

Операция $(*)$ ассоциативна. Поэтому $(N, *)$ – полугруппа. $\otimes$

Задача 1.1.16. Доказать, что множество положительных действительных чисел $R^+ = \{x \in R^1 : x > 0\}$, в котором операции «сложения» и «умножения на число» введены по правилам

$$(\forall x, y \in R^+ \wedge \forall \alpha \in R) \; x + y \overset{def}{=} x \cdot y \wedge \alpha \cdot x \overset{def}{=} x^{\alpha},$$

является векторным пространством.

Р е ш е н и е. Согласно определению векторного пространства, в множестве R^+ должны выполняться две группы аксиом.

Аксиомы сложения:

1) $(\forall x, y \in A) \; x + y = y + x$ (**коммутативность**);
2) $(\forall x, y, z \in A) \; (x + y) + z = x + (y + z)$ (**ассоциативность**);
3) $(\exists 0 \in A) : (\forall x \in A) \; x + 0 = x$ (существование нулевого элемента);
4) $(\forall x \in A)(\exists (-x) \in A) : x + (-x) = 0$ (существование противоположного элемента).

Аксиомы умножения на число:

5) $(\forall x \in A \wedge \forall \alpha, \beta \in R) \; (\alpha + \beta) \cdot x = \alpha \cdot x + \beta \cdot x$;
6) $(\forall x, y \in A \wedge \forall \alpha \in R) \; \alpha \cdot (x + y) = \alpha \cdot x + \alpha \cdot y$;
7) $(\forall x \in A) \; 1 \cdot x = x$;
8) $(\forall x \in A \wedge \forall \alpha, \beta \in R) \; (\alpha \cdot \beta) \cdot x = \alpha \cdot (\beta \cdot x)$.

Во множестве R^+ операция «сложения» является бинарной алгебраической операцией, а операция «умножения на число» является внешней бинарной операцией, так как

$$\forall x,\ y \in R^+ \wedge \forall \alpha \in R^1 \Rightarrow x \cdot y \in R^+ \wedge x^{\alpha} \in R^+.$$

Проверим выполнение аксиом.

1) Коммутативность операции «сложения» выполняется, так как

$$\forall x,\ y \in R^+ \Rightarrow x \cdot y = y \cdot x.$$

2) Ассоциативность операции «сложения» выполняется, так как

$$\forall x,\ y,\ z \in R^+ \Rightarrow (x \cdot y) \cdot z = x \cdot (y \cdot z).$$

3) В качестве нулевого элемента выбираем единицу, так как

$$\forall x \in R^+ \Rightarrow 1 \cdot x = x \cdot 1 = x.$$

4) Противоположный элемент

$$-x = \frac{1}{x},$$

так как $\forall x \in R^+ \Rightarrow x \cdot \frac{1}{x} = 1.$

5) Так как $x^{\alpha+\beta} = x^{\alpha} \cdot x^{\beta}$, то

$$(\alpha + \beta) \cdot x = \alpha \cdot x + \beta \cdot x.$$

6) Так как $(x \cdot y)^{\alpha} = x^{\alpha} \cdot y^{\alpha}$, то

$$\alpha \cdot (x + y) = \alpha \cdot x + \alpha \cdot y.$$

7) Так как $x^1 = x$, то

$$1 \cdot x = x.$$

8) Так как $x^{\alpha \cdot \beta} = (x^{\beta})^{\alpha}$, то

$$(\alpha \cdot \beta) \cdot x = \alpha \cdot (\beta \cdot x).$$

Все аксиомы векторного пространства выполняются, следовательно, множество R^+ с введёнными операциями является векторным пространством над полем действительных чисел R^1. ⊗

Практическое занятие 2

Комплексные числа

Задача 1.2.1. Построить точку, изображающую комплексное число $z = -3 - 4i$.

Р е ш е н и е. В данной задаче $z = a + bi = -3 - 4i$. Так как на комплексной плоскости $a = x$ и $b = y$, то точка, изображающая на комплексной плоскости число z, имеет координаты $x = -3$ и $y = -4$. ⊗

Задача 1.2.2. Найти модуль и аргумент комплексного числа $z = -4 - 4\sqrt{3}i$.

Р е ш е н и е. Модуль числа $|z| = \sqrt{(-4)^2 + (4\sqrt{3})^2} = 8$. Точка z лежит в третьей четверти, поэтому $\arg z = arctg\sqrt{3} = -\frac{2\pi}{3}$. $\otimes$

Задача 1.2.3. Выполнить указанные действия:

$$\frac{(3-4i)(2-i)}{2+i} - \frac{(3+4i)(2+i)}{2-i}.$$

Р е ш е н и е. Выполняем действия, раскрывая скобки и учитывая свойство мнимой единицы $i^2 = -1$. $\otimes$

Задача 1.2.4. Изобразить на комплексной плоскости множество точек, для которых выполнено условие: $-2 < \operatorname{Im} z \le 3$.

Р е ш е н и е. Так как на комплексной плоскости $\operatorname{Im} z = y$, то искомое множество точек является полосой, заключённой между прямыми линиями с уравнениями $y = -2$ и $y = 3$, причём точки первой прямой этому множеству не принадлежат, а точки второй прямой принадлежат. $\otimes$

Задача 1.2.5. Изобразить на комплексной плоскости множество точек, для которых выполнено условие: $|z-1| < 3$.

Р е ш е н и е. Положим $z = x + iy$. Тогда имеем $z - 1 = (x-1) + iy$, откуда получаем

$$|z-1| = \sqrt{(x-1)^2 + y^2} < 3,$$

или

$$(x-1)^2 + y^2 < 9.$$

Искомое множество точек комплексной плоскости является внутренностью круга радиуса 3 с центром в точке $(1; 0)$. $\otimes$

Задача 1.2.6. Изобразить на комплексной плоскости множество точек, для которых выполнено условие: $\log_3 |z - 3i| < 1$.

Р е ш е н и е. Положим $z = x + iy$. Тогда для числа $z - 3i$ имеем

$$z - 3i = x + i(y - 3),$$

откуда получаем

$$|z - 3i| = \sqrt{x^2 + (y-3)^2}.$$

Решая неравенство

$$\log_3 \sqrt{x^2 + (y-3)^2} < 1,$$

получаем $x^2 + (y-3)^2 < 9$. Искомое множество точек является внутренностью круга радиуса 3 с центром в точке с координатами $(0; 3)$. $\otimes$

Задача 1.2.7. Представить комплексное число

$$z = -\cos\vartheta + i\sin\vartheta$$

в тригонометрической форме.

Р е ш е н и е. Стандартная запись комплексного числа в тригонометрической форме имеет вид $z = r(\cos\varphi + i\sin\varphi)$. По формулам приведения имеем $-\cos\vartheta = \cos(\pi - \vartheta)$. Поэтому, полагая $r = 1$ и $\varphi = \pi - \vartheta$, получаем стандартную запись комплексного числа в тригонометрической форме

$$z = \cos(\pi - \vartheta) + i\sin(\pi - \vartheta). \otimes$$

Задача 1.2.8. Представить комплексное число $z = 4 - 4\sqrt{3}\cdot i$ в тригонометрической форме.

Р е ш е н и е. 1) Находим модуль: $|z| = \sqrt{4^2 + (-4\sqrt{3})^2} = 8.$

2) Находим аргумент. Так как $\cos\varphi = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$, $\sin\varphi = \frac{-4\sqrt{3}}{8} = -\frac{\sqrt{3}}{2}$, то $\varphi = -\frac{\pi}{3}$.

Следовательно, $z = 8\left[\cos\left(-\frac{\pi}{3}\right) + i\sin\left(-\frac{\pi}{3}\right)\right]. \otimes$

Задача 1.2.9. Выполнить умножение комплексных чисел:

$$8\left(\cos\frac{\pi}{3} + i\sin\frac{\pi}{3}\right)\cdot\frac{1}{16}\left(\cos\frac{\pi}{6} + i\sin\frac{\pi}{6}\right).$$

Р е ш е н и е. Используя формулу умножения, получаем:

$$8\cdot\frac{1}{16}\left(\cos\left(\frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{6}\right) + i\sin\left(\frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{6}\right)\right) = \frac{1}{2}\left(\cos\frac{\pi}{2} + i\sin\frac{\pi}{2}\right) = \frac{1}{2}i. \otimes$$

Задача 1.2.10. Выполнить деление комплексных чисел:

$$2\left(\cos\frac{2\pi}{3} + i\sin\frac{2\pi}{3}\right) : 4\left(\cos\frac{\pi}{2} + i\sin\frac{\pi}{2}\right).$$

Р е ш е н и е. Используем формулу деления комплексных чисел, получаем:

$$\frac{2}{4}\left(\cos\left(\frac{2\pi}{3} - \frac{\pi}{2}\right) + i\sin\left(\frac{2\pi}{3} - \frac{\pi}{2}\right)\right) = \frac{1}{2}\left(\cos\frac{\pi}{6} + i\sin\frac{\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{3}}{4} + \frac{1}{4}i. \otimes$$

Задача 1.2.11. Возвести комплексное $2\left(\cos\left(-\frac{3\pi}{4}\right) + i\sin\left(-\frac{3\pi}{4}\right)\right)$ число в седьмую степень.

Р е ш е н и е. По формуле возведения комплексного числа в степень имеем:

$$\left[2\left(\cos\left(-\frac{3\pi}{4}\right) + i\sin\left(-\frac{3\pi}{4}\right)\right)\right]^7 = 2^7\left(\cos\left(-\frac{21\pi}{4}\right) + i\sin\left(-\frac{21\pi}{4}\right)\right) =$$

$$= -64\sqrt{2} + 64\sqrt{2}\,i. \otimes$$

Задания для самостоятельной работы

1. Пусть $M = \{4, 8, 11, 22\}$. Образовать всевозможные подмножества этого множества и указать их число.

2. Пусть

$$X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}, \quad Y = \{2, 4, 6, 8, 10\}.$$

Найти $X \cap Y$, $X \cup Y$, $X - Y$, $Y - X$.

3. Пусть $X = [1, 3) \cup (6, 7]$ и $Y = [2, 6]$. Найти $X \cap Y$, $X \cup Y$, $X - Y$, $Y - X$.

4. Найти пересечение и объединение множеств решений неравенств:

$$3x + 4 \geq 7x - 16, \quad |x - 3| < 1.$$

5. Изобразить на декартовой плоскости произведение множеств:

а) $X = \{x : 2 \leq x \leq 6\}, Y = \{y : 3 < y \leq 5\}$;

б) $X = R, Y = \{y : -2 < y \leq 3\}$;

в) $[0, 1] \times [0, 1]$;

г) $[1, 2] \times (-\infty, +\infty)$;

д) $(0, +\infty) \times [-2, -3]$.

6. Доказать, что для произвольных множеств X, Y, Z справедливы равенства:

а) $X \cup (X \cap Y) = X$;

б) $X \cap (X \cup Y) = X$

в) $(X \cup Y) \setminus (X \cap Y) = (X \setminus Y) \cup (Y \setminus X)$;

г) $(X \setminus Y) \setminus Z = (X \setminus Z) \setminus Y$;

д) $Y \cup (X \setminus Y) = X \cup Y$;

е) $(X \cup Y) \times Z = (X \times Z) \cup (Y \times Z)$;

ж) $(X \cap Y) \times Z = (X \times Z) \cap (Y \times Z)$;

з) $(X - Y) \times Z = (X \times Z) - (Y \times Z)$;

и) $X \cup Y \subset Z \Rightarrow X \times Y = (X \times Z) \cap (Z \times Y)$.

7. Слушатели потока в 100 человек изучают английский, немецкий и французский языки. Причём, 28 слушателей изучают английский язык, 30 - немецкий, 42 - французский, 8 - английский и немецкий, 10 - английский и французский, 5 - немецкий и французский. Сколько слушателей

изучают только один язык? (проиллюстрировать решение задачи геометрически, используя диаграммы Эйлера).

8. Истинны или ложны для любых X, Y, Z следующие высказывания:

а) $(X \subset Y \wedge Y \subset Z) \Rightarrow X \subset Z$;

б) $(X \neq Y \wedge Y \neq Z) \Rightarrow X \neq Z$.

9. Найти множество истинности предиката: $\left\langle \dfrac{x^2-5x+6}{x^3-1} < 0 \right\rangle$.

10. Найти множество истинности предиката:

$$\left\langle \begin{array}{c} \textit{Корни системы} \\ \textit{уравнений} \end{array} \begin{cases} x-y=m-1 & \textit{одновременно} \\ 2x-y=3-m & \textit{положительны.} \end{cases} \right\rangle$$

11. Найти множество истинности предиката: $\langle x \cdot (x-2) : (x+3) \geq 0 \rangle$.

12. Записать высказывания, используя логические символы:

1) «существует такое число x, что для любого числа y справедливо равенство $x+y=0$»;

2) «если число больше 6, то его квадрат больше 36».

13. Выяснить, являются ли алгебраическими операции сложения, вычитания, умножения и деления на указанных подмножествах множества R действительных чисел и указать, какие из алгебраических операций обладают свойствами коммутативности и ассоциативности:

а) N; б) $N_{2k} = \{2k : k \in N\}$; в) $N_{2k-1} = \{2k-1 : k \in N\}$;

г) Z; д) $Z_{2k} = \{2k : k \in Z\}$; е) R; ж) $R - \{0\}$;

з) $R^+ = \{x \in R : x > 0\}$; и) $R - Q$; к) $\{0, 1\}$.

14. Выяснить, являются ли алгебраическими указанные операции на подмножестве $R^+ = \{x \in R : x > 0\}$ множества действительных чисел R, и указать, какие из алгебраических операций обладают свойствами коммутативности и ассоциативности:

1) $x * y = \dfrac{x+y}{2}$; 2) $x * y = x + y - 1$; 3) $x * y = x^2 y$;

4) $x * y = \sqrt{xy}$; 5) $x * y = |x - y|$; 6) $x * y = x^y$;

7) $x * y = x^2 + y^2$; 8) $x * y = x \cdot y^{\frac{x}{|x|}}$.

15. На множестве $X = \{2, 4, 6, 8\}$ рассматриваются отношения «x равно y», «x кратно y» и «x больше y на 2». Какое из приведённых ниже подмножеств множества $X \times X$ задаёт соответствующее отношение?

а) $\{(2,2), (6,2), (8,2), (6,4), (8,4), (8,6), (2,2), (4,4), (6,6), (8,8)\}$;

б) $\{(2,2), (6,4), (8,6)\}$;

в) $\{(2,2), (4,4), (6,6), (8,8)\}$.

16. Доказать, что:

а) множество натуральных чисел N с операциями $(x; x * y = x)$ и $(x; x \circ y = 1)$ является полугруппой;

б) множества всех целых чисел Z, всех рациональных чисел Q и всех действительных чисел R являются аддитивными группами, если в качестве групповой операции выбрано сложение чисел.

17. Найти действительные числа x и y, если:

а) $\dfrac{5x + 2xi - 3y - 3yi}{3 + 4i} = 2$; б) $\dfrac{2u + 4i}{2x + y} - \dfrac{y}{x - i} = 0$.

18. Найти $\operatorname{Re} z$ и $\operatorname{Im} z$, если:

а) $z = \dfrac{(-2i)^3}{i} + 4i^{16}$; б) $z = \dfrac{3 - 2i}{1 - 4i} + i^9$;

в) $z = \dfrac{5i - 2}{3i + 1} + i + \dfrac{8i - 3}{2 - i}$; г) $z = \dfrac{1}{4}\left(\dfrac{17 + 31i}{7 + i} + \dfrac{12}{(+i)^4}\right) + i$.

19. Выполнить указанные действия:

1) $(+2i)^6$;

2) $(2 + 3i)(4 - 5i) + (2 - 3i)(4 + 5i)$;

3) $(x - 1 - i)(x - 1 + i)(x + 1 + i)(x + 1 - i)$;

4) $(+2i)^5 - (-2i)^5$;

5) $\left(-\dfrac{1}{2} + \dfrac{i \cdot \sqrt{3}}{2}\right)^2$;

6) $\dfrac{(-i)^5-1}{(+i)^5+1}$;

7) $\dfrac{(+2i)^2-(-i)^3}{(-i)^3+(+i)^2}$;

8) $\dfrac{(+2i)^3+(-2i)^3}{(-i)^2-(+i)^2}$;

9) $\dfrac{(3-4i)(-i)}{2+i}-\dfrac{(3+4i)(+i)}{2-i}$;

10) $\dfrac{5+12i}{8-6i}+\dfrac{(+2i)^2}{2+i}$;

11) $\left[\dfrac{1}{3}\left((-i)^4+\dfrac{7-24i}{4-3i}\right)+i\right]\dfrac{8}{(+i)^2}$.

20. Найти такие вещественные числа x и y, что следующие пары комплексных чисел будут комплексно-спряжёнными:

а) $z_1=y^2-2y+xy-x+y+(x+y)i$, $z_2=-y^2+2y+11-4i$;

б) $z_1=x+y^2+1+4i$, $z_2=ixy^2+iy^2-3$.

21. Решить уравнения:

1) $|z|+z=1+2i$;

2) $2|z|-4az+1+ai=0$ $(a\in R)$;

3) $|z|+z=2-i$;

4) $3z^2-(4-8i)z+8(-3i)=0$;

5) $2(-i)z^2+(-i)z+5(+i)=0$;

6) $(+4i)z^2+2z+6-6i=0$;

7) $z^4-12z^2+64=0$.

22. Решить систему уравнений:

1) $\begin{cases} (-i)x-(3+i)y=4, \\ 5x-(4+2i)y=4i; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} (-i)x+3iy=5, \\ 2x-(3-3i)y=6. \end{cases}$

23. Построить точки, изображающие комплексные числа:

1) $z_1=-3+3i$; 2) $z_2=5-i$; 3) $z_3=2i$; 4) $z_4=-\sqrt{2}i$.

24. Найти модуль и аргумент комплексных чисел:

1) $z_1=-3+3i$; 2) $z_2=-2i$; 3) $z_3=5-\sqrt{2}$.

25. Найти множество точек комплексной плоскости, для которых:

1) $-\frac{\pi}{6}<\arg z<\frac{\pi}{4}$; 2) $1\le|z+1|<3$; 3) $|z+i|=1$;

4) $\frac{\pi}{4}\le\arg(-2+i)\le\pi$; 5) $\begin{cases} \frac{\pi}{4}<\arg z<\pi, \\ |1-2i-z|=2; \end{cases}$

6) $|z-1-i|\ge|z-2+i|$; 7) $|z-1+2i|\ge3$; 8) $|z-2i|+|z-i|=1$.

26. Представить комплексные числа в тригонометрической форме:

1) $z=16-16\sqrt{3}i$; 2) $z=-6\sqrt{3}-6i$; 3) $z=(\sqrt{5}-2i)$.

27. Представить комплексные числа в алгебраической форме:

1) $z=5\sqrt{2}\left(\cos\left(-\frac{\pi}{4}\right)+i\sin\left(-\frac{\pi}{4}\right)\right)$;

2) $z=4\left(\cos\left(-\frac{5\pi}{6}\right)+i\sin\left(-\frac{5\pi}{6}\right)\right)$.

28. Представив комплексные числа в тригонометрической форме, выполнить указанные действия:

$\left(\cos\left(-\frac{\pi}{12}\right)+i\sin\left(-\frac{\pi}{12}\right)\right)(-3+\sqrt{3}i)$;

$4\sqrt{3}\left(\cos\frac{\pi}{3}+i\sin\frac{\pi}{3}\right):(\sqrt{3}-i)$;

$\left(-\frac{\sqrt{3}}{3}-\frac{\sqrt{3}}{3}i\right)(+i)$; $(-\sqrt{5}+\sqrt{5}i)^3(+i)^2$; $\frac{2\sqrt{3}-2i}{(-1+i)(\sqrt{2}+\sqrt{6}i)}$.

29. Извлечь корни из комплексных чисел, предварительно представив их в тригонометрической форме:

1) $\sqrt{-6+6\sqrt{3}i}$;

2) $\sqrt[3]{-13{,}5\sqrt{2}--13{,}5\sqrt{2}i}$;

3) $\sqrt[4]{-8-8\sqrt{3}i}$.

30. Представив комплексные числа

$$z_1=-1-i,\ z_2=\sqrt{2}-\sqrt{2}i,\ z_3=1+\sqrt{3}i$$

в тригонометрической форме, вычислить выражение $\dfrac{z_1 z_3}{z_2}$.

2. ВЕКТОРНЫЕ ПРОСТРАНСТВА И ЛИНЕЙНЫЕ ОПЕРАТОРЫ

Практическое занятие 1

Метод координат, векторы

Пример 2.1.1. В декартовой системе координат задана точка $A(5;3)$. Найти координаты точки B, расположенной симметрично точке $A(5;3)$ относительно координатной плоскости X^1OX^2.

Р е ш е н и е. Координаты точки B по осям OX^1 и OX^2 такие же, как и уточки A, а координата по оси OX^3 имеет противоположный знак. Следовательно, $B(5;-3)$. ⊗

Пример 2.1.2. В декартовой системе координат своими разложениями по каноническому базису заданы векторы

$$\vec{x}=\vec{e}_1+3\vec{e}_2-2\vec{e}_3,\ \vec{y}=2\vec{e}_2+5\vec{e}_3,\ \vec{z}=3\vec{e}_1+13\vec{e}_2+4\vec{e}_3.$$

Найти значение линейной комбинации

$$\vec{u}=3\vec{x}+2\vec{y}-\vec{z}$$

этих векторов и сделать вывод о линейной зависимости, или линейной независимости системы $\left\{\vec{x},\ \vec{y},\ \vec{z}\right\}$ и взаимном расположении векторов.

Р е ш е н и е. Находим линейную комбинацию:

$$3\vec{x}+2\vec{y}-\vec{z}=$$

$$=3\left(\vec{e}_1+3\vec{e}_2-2\vec{e}_3\right)+2\left(2\vec{e}_2+5\vec{e}_3\right)-\left(3\vec{e}_1+13\vec{e}_2+4\vec{e}_3\right)=$$

$$=0\vec{e}_1+0\vec{e}_2+0\vec{e}_3=\vec{0}.$$

Значением линейной комбинации трёх векторов с ненулевыми коэффициентами является нуль-вектор. Поэтому система векторов линейно зависима. Так как векторы заданы в пространстве R^3, заключаем, что они компланарны, то есть лежат в одной плоскости. $\otimes$

Пример 2.1.3. В декартовой системе координат заданы векторы

$$\vec{x}=\vec{e}_1+2\vec{e}_2+3\vec{e}_3,\ \vec{y}=4\vec{e}_1+6\vec{e}_3.$$

Найти норму вектора $\vec{z}=2\vec{x}-5\vec{y}$.

Р е ш е н и е. Находим вектор

$$\vec{z}=2\vec{x}-5\vec{y}=2\left(\vec{e}_1+2\vec{e}_2+3\vec{e}_3\right)-5\left(4\vec{e}_1+6\vec{e}_3\right)=$$

$$=-18\vec{e}_1+4\vec{e}_2-24\vec{e}_3.$$

Находим норму вектора $\vec{z}$: $\left\|\vec{z}\right\|=\sqrt{(-18)^2+4^2+(-24)^2}=\sqrt{916}$. $\otimes$

Пример 2.1.4. На плоскости R^2 задан параллелограмм, три вершины которого имеют, соответственно, координаты $O(0;\ 0),\ B(-2;\ 2),\ D(6;\ 0)$ (рисунок 1.1). Найти:

1) координаты вершины C;

2) косинус угла между сторонами OB и OD;

3) длины диагоналей и косинус угла между ними.

Р е ш е н и е. 1) По определению координаты вершины C равны координатам вектора $\vec{OC}$ (рисунок 1.1), который равен сумме векторов

$$\vec{OC} = \vec{OB} + \vec{OD}.$$

Так как $\vec{OB} = \vec{e}_1 + 2\vec{e}_2$, а $\vec{OD} = 5\vec{e}_1$, то $\vec{OC} = 6\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2$.

2) Вычисляем скалярное произведение векторов $\vec{OB}$ и $\vec{OD}$:

$$\left(\vec{OB}, \vec{OD}\right) = 5.$$

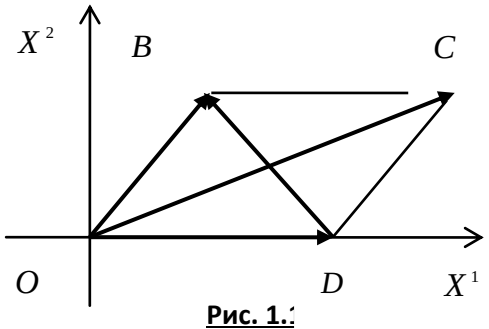


Рис. 1.1

3) Вычисляем длины векторов: $\vec{OB}$ и $\vec{OD}$:

$$\left\|\vec{OB}\right\| = \sqrt{1^2 + 2^2} = \sqrt{5} \approx 2{,}236;$$

$$\left\|\vec{OD}\right\| = \sqrt{5^2 + 0^2} = \sqrt{25} = 5.$$

4) Находим $\cos\left\{\vec{OB}, \vec{OD}\right\}$: $\cos\left\{\vec{OB}, \vec{OD}\right\} = \dfrac{5}{5 \cdot 2{,}236} \approx 0{,}447.$

5) Находим диагональ $\vec{DB}$:

$$\vec{DB} = \vec{OB} - \vec{OD} = \vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 - 5\vec{e}_1 = -4\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2.$$

6) Далее, $\left\|\vec{OC}\right\| = \sqrt{6^2 + 2^2} = 2\sqrt{10}$; $\left\|\vec{DB}\right\| = \sqrt{(-4)^2 + 2^2} = 2\sqrt{5}.$

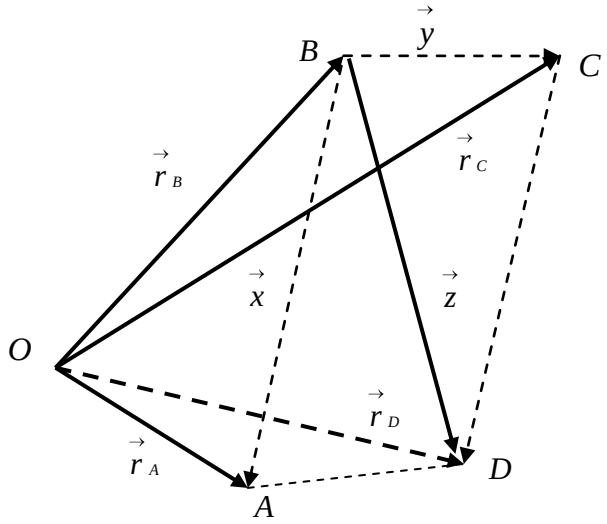
7) Находим косинус угла между диагоналями:

$$\cos\left\{\vec{OC},\vec{DB}\right\}=\frac{\left(\vec{OC},\vec{DB}\right)}{\left\|\vec{OC}\right\|\cdot\left\|\vec{DB}\right\|}=\frac{4\cdot 6+2\cdot 2}{2\sqrt{10}\cdot 2\sqrt{5}}=-\frac{\sqrt{2}}{2}.\otimes$$

Пример 2.1.5. Даны радиус-векторы трёх последовательных вершин параллелограмма $ABCD$. Найти радиус-вектор четвёртой вершины и косинусы углов между диагоналями параллелограмма, если известно, что:

$$\vec{r}_A=\vec{e}_1+\vec{e}_2+\vec{e}_3,\ \vec{r}_B=\vec{e}_1+3\vec{e}_2+5\vec{e}_3,\ \vec{r}_C=-7\vec{e}_1+2\vec{e}_2-10\vec{e}_3;$$

Р е ш е н и е. Изобразим ситуацию на рисунке, не заботясь о точности изображения. Главное, чтобы рисунок отображал ситуацию качественно.



Из рисунка видно, что:

$$\vec{r}_A-\vec{r}_B=\vec{x},\ \vec{r}_C-\vec{r}_B=\vec{y},\ \vec{x}+\vec{y}=\vec{z},$$

$$\vec{r}_D=\vec{r}_B+\vec{z}=\vec{r}_B+\vec{r}_A-\vec{r}_B+\vec{r}_C-\vec{r}_B=\vec{r}_A+\vec{r}_C-\vec{r}_B.$$

Подставляя разложения векторов в полученную формулу, вычисляем все требуемые в задаче величины. $\otimes$

Пример 2.1.6. В пространстве R^2 своими координатами заданы векторы

$$\vec{x}=3\vec{e}_1+\sqrt{7}\,\vec{e}_2,\ \vec{y}=\vec{e}_1+\sqrt{24}\,\vec{e}_2.$$

Найти какой-либо вектор $\vec{z}$, направленный по биссектрисе угла $\left\{\vec{x},\vec{y}\right\}$.

Р е ш е н и е. 1) Находим длины векторов $\vec{x}$ и $\vec{y}$:

$$\left\|\vec{x}\right\| = \sqrt{3^2 + \left(\sqrt{7}\right)^2} = 4;$$

$$\left\|\vec{y}\right\| = \sqrt{1^2 + \left(\sqrt{24}\right)^2} = 5.$$

2) Находим орты векторов $\vec{x}$ и $\vec{y}$:

$$\vec{e}_{\vec{x}} = \frac{1}{\left\|\vec{x}\right\|} \cdot \vec{x} = \frac{3}{4}\vec{e}_1 + \frac{\sqrt{7}}{4}\vec{e}_2;\ \vec{e}_{\vec{y}} = \frac{1}{\left\|\vec{y}\right\|} \cdot \vec{y} = \frac{1}{5}\vec{e}_1 + \frac{\sqrt{24}}{5}\vec{e}_2.$$

3) Находим диагональ ромба, построенного на ортах $\vec{e}_x$ и $\vec{e}_y$:

$$\vec{z} = \vec{e}_x + \vec{e}_y = \frac{19}{20}\vec{e}_1 + \frac{5\sqrt{7} + 8\sqrt{6}}{20}\vec{e}_2.$$

Диагональ ромба направлена по биссектрисе угла, образованного его сторонами, поэтому найденный вектор $\vec{z}$ является искомым вектором. $\otimes$

Пример 2.1.7. В каноническом базисе декартовой системы координат пространства R^3 своими координатами задан вектор

$$\vec{x} = \vec{e}_1 - 2\vec{e}_2 + 4\vec{e}_3.$$

Найти направляющие косинусы данного вектора.

Р е ш е н и е. 1) Находим длину вектора:

$$\left\|\vec{x}\right\| = \sqrt{1^2 + \left(-2\right)^2 + 4^2} = \sqrt{21}.$$

2) Находим орт вектора: $\vec{e}_x = \frac{1}{\sqrt{21}}\vec{e}_1 + \frac{-2}{\sqrt{21}}\vec{e}_2 + \frac{4}{\sqrt{21}}\vec{e}_3.$

3) Направляющие косинусы вектора равны координатам его орта, поэтому имеем:

$$\cos\left\{\vec{x}, \vec{e}_1\right\} = \frac{1}{\sqrt{21}},\ \cos\left\{\vec{x}, \vec{e}_2\right\} = -\frac{2}{\sqrt{21}},\ \cos\left\{\vec{x}, \vec{e}_3\right\} = \frac{4}{\sqrt{21}}. \otimes$$

Пример 2.1.8. В каноническом базисе декартовой системы координат пространства R^3 своими координатами заданы векторы

$$\vec{x} = \vec{e}_1 - 2\vec{e}_2 + 4\vec{e}_3,\ \vec{y} = \vec{e}_1 + 4\vec{e}_2 - 2\vec{e}_3.$$

Найти скалярное произведение $\left(\vec{x} - 2\vec{y}, 3\vec{x} + \vec{y}\right)$ двумя способами.

Р е ш е н и е. 1. Находим линейные комбинации $\vec{x} - 2\vec{y}$ и $3\vec{x} + \vec{y}$:

$$\vec{x} - 2\vec{y} = \vec{e}_1 - 2\vec{e}_2 + 4\vec{e}_3 - 2\left(\vec{e}_1 + 4\vec{e}_2 - 2\vec{e}_3\right) = -\vec{e}_1 - 10\vec{e}_2 + 8\vec{e}_3,$$

$$3\vec{x} + \vec{y} = 3\left(\vec{e}_1 - 2\vec{e}_2 + 4\vec{e}_3\right) + \left(\vec{e}_1 + 4\vec{e}_2 - 2\vec{e}_3\right) = 4\vec{e}_1 - 2\vec{e}_2 + 10\vec{e}_3.$$

Находим скалярное произведение $\left(\vec{x} - 2\vec{y}, 3\vec{x} + \vec{y}\right)$:

$$\left(-\vec{e}_1 - 10\vec{e}_2 + 8\vec{e}_3, 4\vec{e}_1 - 2\vec{e}_2 + 10\vec{e}_3\right) =$$

$$= -4 + 20 + 80 = 96.$$

2. Используем свойства скалярного произведения:

$$\left(\vec{x} - 2\vec{y}, 3\vec{x} + \vec{y}\right) = \left(\vec{x}, 3\vec{x}\right) + \left(\vec{x}, \vec{y}\right) + \left(-2\vec{y}, 3\vec{x}\right) + \left(-2\vec{y}, \vec{y}\right) =$$

$$= 3\left(\vec{x}, \vec{x}\right) + \left(\vec{x}, \vec{y}\right) - 6\left(\vec{y}, \vec{x}\right) - 2\left(\vec{y}, \vec{y}\right) =$$

$$= 3\left\|\vec{x}\right\| - 5\left\|\vec{x}\right\|\left\|\vec{y}\right\|\cos\left\{\vec{x}, \vec{y}\right\} - 2\left\|\vec{y}\right\|.$$

Теперь можно произвести вычисления, используя данные задачи. $\otimes$

Пример 2.1.9. Дано: $\left\|\vec{x}\right\| = 3,\ \left\|\vec{y}\right\| = 2\sqrt{5},\ \left\{\vec{x}, \vec{y}\right\} = \frac{\pi}{4}$. Найти

$$\left(\vec{x} + 3\cdot\vec{y}, 3\cdot\vec{x} - \vec{y}\right).$$

Р е ш е н и е. Используя свойства скалярного произведения, получаем:

$$\left(\vec{x}+3\vec{y},\,3\vec{x}-\vec{y}\right)=3\left\|\vec{x}\right\|^2-\left(\vec{x},\,\vec{y}\right)+9\left(\vec{y},\,\vec{x}\right)-3\left\|\vec{y}\right\|^2=$$

$$=3\left\|\vec{x}\right\|^2+8\left\|\vec{x}\right\|\cdot\left\|\vec{y}\right\|\cos\left\{\vec{x},\,\vec{y}\right\}-3\left\|\vec{y}\right\|^2=-33+24\sqrt{10}\,.\otimes$$

Пример 2.1.10. В пространстве R^3 своими координатами относительно канонического базиса заданы три вектора:

$$\vec{a}_1=\vec{e}_1+2\vec{e}_2-3\vec{e}_3,\ \vec{a}_2=5\vec{e}_1-3\vec{e}_2+\vec{e}_3,\ \vec{a}_3=-2\vec{e}_1+4\vec{e}_2+\vec{e}_3.$$

1) Показать, что векторы $\left\{\vec{a}_1,\,\vec{a}_2,\,\vec{a}_3\right\}$ образуют новый базис в пространстве R^3.

2) Найти координаты вектора $\vec{x}=3\vec{e}_1+\vec{e}_2+6\vec{e}_3$ относительно базиса $\left\{\vec{a}_1,\,\vec{a}_2,\,\vec{a}_3\right\}$.

Р е ш е н и е. 1) Исходя из определения линейной независимости, составляем систему линейных алгебраических уравнений:

$$\begin{cases}\alpha_1+5\alpha_2-2\alpha_3=0,\\ 2\alpha_1-3\alpha_2+4\alpha_3=0,\\ -3\alpha_1+\alpha_2+\alpha_3=0.\end{cases}$$

Решая эту СЛАУ методом Гаусса, получаем $\alpha_1=\alpha_2=\alpha_3=0$. Следовательно, система векторов линейно независима и, так как число векторов совпадает с размерностью пространства, является одним из базисов в пространства R^3.

2) Для нахождения координат вектора $\vec{x}$ относительно нового базиса записываем разложение вектора $\vec{x}$ по векторам этого базиса и СЛАУ, следующую из этого разложения и инвариантности вектора как геометрического объекта:

$$\vec{x} = x^1 \vec{a}_1 + x^2 \vec{a}_2 + x^3 \vec{a}_3 \Rightarrow \begin{cases} x^1 + 5x^2 - 2x^3 = 3, \\ 2x^1 - 3x^2 + 4x^3 = 1, \\ -3x^1 + x^2 + x^3 = 6. \end{cases}$$

Решаем СЛАУ методом Гаусса.

1) Из первого уравнения $x^1 = 3 - 5x^2 + 2x^3$. Подставляя во второе и третье уравнения, получаем:

$$\begin{cases} x^1 + 5x^2 - 2x^3 = 3, \\ -13x^2 + 8x^3 = -5, \\ 16x^2 - 5x^3 = 15. \end{cases}$$

2) Из второго уравнения $x^2 = \frac{8}{13}x^3 + \frac{15}{13}$. Подставляя в третье уравнение, получаем:

$$\begin{cases} x^1 + 5x^2 - 2x^3 = 3, \\ -13x^2 + 8x^3 = -5, \\ 63x^3 = 115. \end{cases}$$

Обратный ход: из третьего уравнения

$$x^3 = \frac{115}{63}.$$

Подставляя во второе уравнение, находим

$$x^2 = \frac{95}{63}.$$

Подставляя найденные значения в первое уравнение, получаем

$$x^1 = -\frac{56}{63}. \otimes$$

Пример 2.1.11. В пространстве R^3 своими координатами относительно канонического базиса заданы радиус-векторы

$$\vec{x} = 2\vec{e}_1 + \vec{e}_2 - 3\vec{e}_3, \ \vec{y} = 10\vec{e}_1 - 3\vec{e}_2 - 4\vec{e}_3, \ \vec{z} = \vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + \vec{e}_3.$$

Найти расстояние между конечными точками векторов

$$\vec{u} = \left(\vec{x}, 2\vec{z}\right)\vec{x} + \vec{y},$$

$$\vec{v} = \vec{x} + \left(2\vec{x}, \vec{z}\right)\vec{y}.$$

Р е ш е н и е. 1) Находим скалярное произведение $\left(\vec{x}, 2\vec{z}\right)$:

$$\left(\vec{x}, 2\vec{z}\right) = \left(2\vec{e}_1 + \vec{e}_2 - 3\vec{e}_3,\ 2\left(\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + \vec{e}_3\right)\right) = 2\cdot 2 + 1\cdot 4 + (-3)\cdot 2 = 2.$$

2) находим вектор $\vec{u} = \left(\vec{x}, 2\vec{z}\right)\vec{x} + \vec{y}$:

$$\vec{u} = \left(\vec{x}, 2\vec{z}\right)\vec{x} + \vec{y} = 2\left(2\vec{e}_1 + \vec{e}_2 - 3\vec{e}_3\right) + \left(10\vec{e}_1 - 3\vec{e}_2 - 4\vec{e}_3\right) =$$

$$= 14\vec{e}_1 - \vec{e}_2 - 10\vec{e}_3.$$

3) Находим скалярное произведение $\left(2\cdot\vec{x}, \vec{z}\right)$:

$$\left(2\cdot\vec{x}, \vec{z}\right) = \left(2\left(2\vec{e}_1 + \vec{e}_2 - 3\vec{e}_3\right), \left(\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + \vec{e}_3\right)\right) =$$

$$= \left(2\vec{e}_1 + \vec{e}_2 - 3\vec{e}_3,\ \vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + \vec{e}_3\right) = 4 + 4 - 6 = 2.$$

4) Находим вектор $\vec{v} = \vec{x} + \left(2\vec{x}, \vec{z}\right)\vec{y}$:

$$\vec{v} = \vec{x} + \left(2\vec{x}, \vec{z}\right)\vec{y} = 2\vec{e}_1 + \vec{e}_2 - 3\vec{e}_3 + 2\left(10\vec{e}_1 - 3\vec{e}_2 - 4\vec{e}_3\right) =$$

$$= 22\vec{e}_1 - 5\vec{e}_2 - 11\vec{e}_3.$$

5) Находим расстояние между векторами $\vec{u}$ и $\vec{v}$:

$$\rho\left(\vec{u},\vec{v}\right)=\left\|\vec{u}-\vec{v}\right\|=\sqrt{(-8)^2+4^2+1^2}=\sqrt{81}=9.\otimes$$

Пример 2.1.12. В пространстве R^3 своими координатами относительно канонического базиса заданы три точки $A(-2;4;6)$, $B(-3;3;5)$, $C(0;2;3)$. Найти длины сторон треугольника ABC, косинусы углов при вершинах треугольника и проекцию вектора $\vec{AB}+\vec{AC}$ на направление вектора $\vec{z}=\vec{e}_1+2\vec{e}_2-5\vec{e}_3$.

Р е ш е н и е. 1) Находим векторы, определяющие стороны треугольника:

$$\vec{AB}=-\vec{e}_1-\vec{e}_2-\vec{e}_3;$$

$$\vec{AC}=-2\vec{e}_1-2\vec{e}_2-3\vec{e}_3;$$

$$\vec{BC}=-\vec{e}_1-\vec{e}_2-2\vec{e}_3.$$

2) Находим длины сторон треугольника ΔABC:

$$\left\|\vec{AB}\right\|=\sqrt{(-1)^2+(-1)^2+(-1)^2}=\sqrt{3};$$

$$\left\|\vec{AC}\right\|=\sqrt{(-2)^2+(-2)^2+(-3)^2}=\sqrt{17};$$

$$\left\|\vec{BC}\right\|=\sqrt{(-1)^2+(-1)^2+(-2)^2}=\sqrt{6}.$$

3) Находим косинусы углов при вершинах треугольника по формуле

$$\cos\vartheta=\frac{\left(\vec{x},\vec{y}\right)}{\left\|\vec{x}\right\|\cdot\left\|\vec{y}\right\|}=\frac{x^1y^1+x^2y^2+x^3y^3}{\sqrt{(x^1)^2+(x^2)^2+(x^3)^2}\sqrt{(y^1)^2+(y^2)^2+(y^3)^2}};$$

$$\cos\left\{\vec{AB},\vec{AC}\right\}=\frac{\left(\vec{AB},\vec{AC}\right)}{\left\|\vec{AB}\right\|\cdot\left\|\vec{AC}\right\|}=\frac{7}{\sqrt{3}\cdot\sqrt{17}}=\frac{7}{\sqrt{51}};$$

$$\cos\left\{\vec{BA},\ \vec{BC}\right\} = \frac{\left(\vec{BA},\ \vec{BC}\right)}{\left\|\vec{AB}\right\| \cdot \left\|\vec{BC}\right\|} = \frac{-4}{\sqrt{3}\cdot\sqrt{6}} = -\frac{4}{\sqrt{18}};$$

$$\cos\left\{\vec{CA},\ \vec{CB}\right\} = \frac{\left(\vec{CA},\ \vec{CB}\right)}{\left\|\vec{CA}\right\| \cdot \left\|\vec{CB}\right\|} = \frac{10}{\sqrt{17}\cdot\sqrt{6}} = \frac{10}{\sqrt{102}}.$$

4) Находим проекцию вектора $\vec{AB} + \vec{AC}$ на направление вектора $\vec{z} = \vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 - 5\vec{e}_3$:

$$\Pr_{\vec{z}}\left\{\vec{AB} + \vec{AC}\right\} = \frac{(-3)\cdot 1 + (-3)\cdot 2 + (-4)\cdot(-5)}{\sqrt{1^2 + 2^2 + (-5)^2}} = \frac{11}{\sqrt{30}}. \otimes$$

Пример 2.1.13. Пусть на плоскости X^1OX^2 даны две точки $A_1(x_1^1;\ x_1^2)$ и $A_2(x_2^1;\ x_2^2)$. Найти координаты точки $A(x^1;\ x^2)$, делящей отрезок A_1A_2 в отношении $\dfrac{\lambda_1}{\lambda_2} = \lambda$.

Р е ш е н и е. Предположим, что отрезок A_1A_2 не параллелен оси OX^1. Точки A_1, A, A_2 спроектируем на оси OX^1, и OX^2 (рисунок).

Имеем по условию задачи

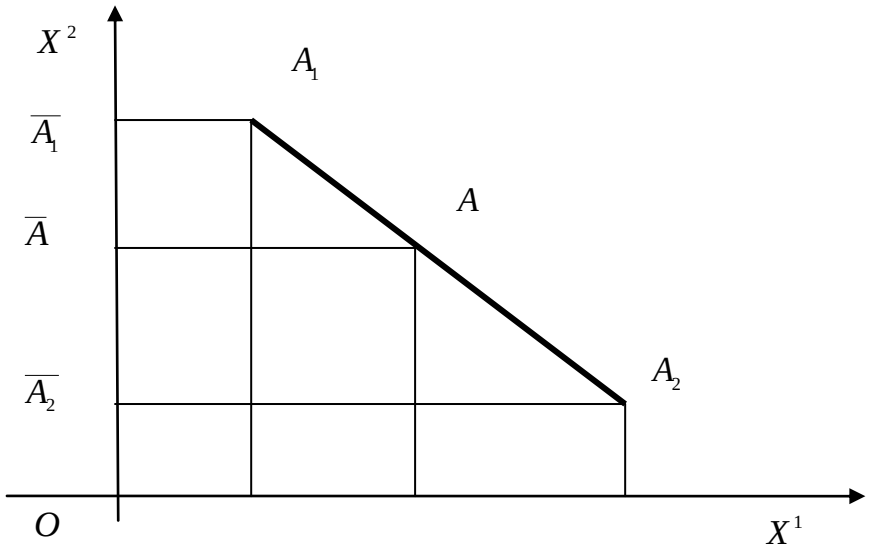
$$\frac{A_1A}{AA_2} = \frac{\overline{A_1A}}{\overline{AA_2}} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \lambda.$$

Далее получаем, что

$$\overline{A_1A} = \left|x_1^2 - x^2\right|,\ \overline{AA_2} = \left|x^2 - x_2^2\right|.$$

Откуда

$$\lambda = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{\left|x_1^2 - x^2\right|}{\left|x^2 - x_2^2\right|}.$$



Точка $\overline{A}$ лежит между точками A_1 и A_2, поэтому

$$\lambda = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{\left|x_1^2 - x^2\right|}{\left|x^2 - x_2^2\right|} = \frac{x_1^2 - x^2}{x^2 - x_2^2}.$$

Из последнего равенства находим

$$x^2 = \frac{\lambda_2 x_1^2 + \lambda_1 x_2^2}{\lambda_1 + \lambda_2} = \frac{\lambda_2\left(x_1^2 + \dfrac{\lambda_1}{\lambda_2} x_2^2\right)}{\lambda_2\left(\dfrac{\lambda_1}{\lambda_2} + 1\right)} = \frac{x_1^2 + \lambda x_2^2}{\lambda + 1}.$$

Аналогично находим первую координату точки A:

$$x^1 = \frac{\lambda_2 x_1^1 + \lambda_1 x_2^1}{\lambda_1 + \lambda_2} = \frac{\lambda_2\left(x_1^1 + \dfrac{\lambda_1}{\lambda_2} x_2^1\right)}{\lambda_2\left(\dfrac{\lambda_1}{\lambda_2} + 1\right)} = \frac{x_1^1 + \lambda x_2^1}{\lambda + 1}. \otimes$$

Практическое занятие 2

Векторное и смешанное произведения

Пример 2.2.1. Вычислить площадь треугольника, построенного на приведённых к общему началу векторах

$$\vec{x} = 3\vec{e}_1 - 2\vec{e}_2 - \vec{e}_3,\ \vec{y} = -2\vec{e}_1 + \vec{e}_2 - 6\vec{e}_3.$$

Р е ш е н и е. Если в некоторой декартовой системе координат векторы $\vec{x}$ и $\vec{y}$ заданы своими разложениями

$$\vec{x} = x^1\vec{e}_1 + x^2\vec{e}_2 + x^3\vec{e}_3,\ \vec{y} = y^1\vec{e}_1 + y^2\vec{e}_2 + y^3\vec{e}_3,$$

то справедлива формула

$$\left[\vec{x}, \vec{y}\right] = \left(x^2y^3 - x^3y^2\right)\vec{e}_1 + \left(x^3y^1 - x^1y^3\right)\vec{e}_2 + \left(x^1y^2 - x^2y^1\right)\vec{e}_3.$$

Применим эту формулу для решения задачи.

1) Вычисляем векторное произведение:

$$\left[\vec{x}, \vec{y}\right] = \left(2\cdot(-6) - (-1)\cdot 1\right)\vec{e}_1 + \left((-1)\cdot(-2) - 3\cdot(-6)\right)\vec{e}_2 +$$

$$+ \left(3\cdot 1 - (-2)\cdot(-2)\right)\vec{e}_3 = 13\vec{e}_1 + 20\vec{e}_2 - \vec{e}_3.$$

2) Площадь треугольника

$$S = \frac{1}{2}\left\|\left[\vec{x}, \vec{y}\right]\right\|.$$

Вычисляем площадь треугольника:

$$S = \frac{1}{2}\left\|\left[\vec{x}, \vec{y}\right]\right\| = \frac{1}{2}\sqrt{13^2 + 20^2 + (-1)^2} = \frac{1}{2}\sqrt{169 + 400 + 1} = \frac{1}{2}\sqrt{570}. \otimes$$

Пример 2.2.2. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах

$$\vec{x} = \vec{a} + 3\vec{b},\ \vec{y} = 3\vec{a} + \vec{b},$$

если

$$\left\|\vec{a}\right\| = \left\|\vec{b}\right\| = 1 \text{ и } \left\{\vec{a}, \vec{b}\right\} = \frac{\pi}{6}.$$

Р е ш е н и е. Вычисляем векторное произведение, используя его свойства:

$$\left[\vec{x}, \vec{y}\right] = \left[\vec{a} + 3\vec{b}, 3\vec{a} + \vec{b}\right] = 3\left[\vec{a}, \vec{a}\right] + \left[\vec{a}, \vec{b}\right] +$$

$$+9\left[\vec{b},\vec{a}\right]+3\left[\vec{b},\vec{b}\right]=-8\left[\vec{a},\vec{b}\right].$$

По определению площадь параллелограмма равна:

$$S=\left\|\left[\vec{x},\vec{y}\right]\right\|=8\left\|\left[\vec{a},\vec{b}\right]\right\|=8\left\|\vec{a}\right\|\cdot\left\|\vec{b}\right\|\cdot\sin\left\{\vec{a},\vec{b}\right\}=8\cdot1\cdot1\cdot\frac{1}{2}=4.\otimes$$

Пример 2.2.3. Найти орт вектора, перпендикулярного векторам

$$\vec{x}=\vec{e}_1+\vec{e}_2+3\vec{e}_3,\ \vec{y}=4\vec{e}_1+\vec{e}_2+\vec{e}_3.$$

Р е ш е н и е. Предлагается решить задачу самостоятельно. $\otimes$

Прямая линия и плоскость, взаимное расположение прямой линии и плоскости

Пример 2.2.4. Получить уравнение плоскости $H^2\subset R^3$, проходящей через начало координат O и через две точки $M_1(4;-2;1)$, $M_2(2;4;-3)$.

Р е ш е н и е. Радиус-векторы точек M_1 и M_2

$$\vec{x}\equiv\vec{OM}_1=4\vec{e}_1-2\vec{e}_2+\vec{e}_3,\ \vec{y}\equiv\vec{OM}_2=2\vec{e}_1+4\vec{e}_2-3\vec{e}_3.$$

Нормальный вектор плоскости находим как векторное произведение, используя формулу

$$\vec{N}=\left[\vec{OM}_1,\vec{OM}_2\right]\equiv\left[\vec{x},\vec{y}\right]=$$

$$=(x^2y^3-x^3y^2)\vec{e}_1+(x^3y^1-x^1y^3)\vec{e}_2+(x^1y^2-x^2y^1)\vec{e}_3=:$$

$$=(-2)\cdot(-3)-1\cdot4\,\vec{e}_1+\left[1\cdot2-4\cdot(-3)\right]\vec{e}_2+\left[1\cdot4-(-2)\cdot2\right]\vec{e}_3=$$

$$=2\vec{e}_1+14\vec{e}_2+20\vec{e}_3.$$

Из условия ортогональности радиус-вектора

$$\vec{OM}=x^1\vec{e}_1+x^2\vec{e}_2+x^3\vec{e}_3$$

текущей точки M плоскости её нормальному вектору

$$\left(\vec{N}, \vec{OM}\right) = 0,$$

получаем уравнение плоскости в неявном виде:

$$x^1 + 7x^2 + 10x^3 = 0. \otimes$$

Пример 2.2.5. Найти угол между плоскостями, определяемыми уравнениями:

$$3x^1 - x^2 + 3 = 0,\ x^1 - 2x^2 + 5x^3 - 10 = 0.$$

Р е ш е н и е. Угол между плоскостями равен углу между их нормальными векторами

$$\vec{N}_1 = 3\vec{e}_1 - \vec{e}_2,\ \vec{N}_2 = \vec{e}_1 - 2\vec{e}_2 + 5\vec{e}_3.$$

Поэтому имеем:

$$\cos\left\{\vec{N}_1, \vec{N}_2\right\} = \frac{\left(\vec{N}_1, \vec{N}_2\right)}{\left\|\vec{N}_1\right\| \cdot \left\|\vec{N}_2\right\|} = \frac{3 \cdot 1 + (-1) \cdot (-2) + 0 \cdot 5}{\sqrt{3^2 + (-1)^2 + 0^2} \cdot \sqrt{1^2 + (-2)^2 + 5^2}} =$$

$$= \frac{5}{\sqrt{10} \cdot \sqrt{30}} = \frac{\sqrt{3}}{6}.$$

Следовательно, $\varphi = \arccos\frac{\sqrt{3}}{6}. \otimes$

Пример 2.2.6. Написать канонические уравнения прямой линии, заданной пересечением двух плоскостей с уравнениями

$$x^1 + x^2 + x^3 - 2 = 0,\ x^1 - x^2 - 3x^3 + 6 = 0.$$

Р е ш е н и е. Проверяем, что плоскости не параллельны (то есть их нормальные векторы не коллинеарны), для чего проверяем пропорциональны или нет координаты нормальных векторов:

$$\frac{1}{1} \neq \frac{1}{-1} \neq \frac{1}{-3}.$$

Координаты не пропорциональны, следовательно, нормальные векторы неколлинеарны, то есть плоскости не параллельны.

Так как прямая линия принадлежит обеим плоскостям, её направляющий вектор ортогонален нормальным векторам плоскостей, поэтому находим его как векторное произведение нормальных векторов плоскостей:

$$\vec{a} = \left[\vec{N}_1, \vec{N}_2\right] = (x^2 y^3 - x^3 y^2)\vec{e}_1 + (x^3 y^1 - x^1 y^3)\vec{e}_2 + (x^1 y^2 - x^2 y^1)\vec{e}_3 =$$

$$= \begin{vmatrix} \cdot & -1 \\ \cdot & -1 \end{vmatrix}\vec{e}_1 + \begin{vmatrix} \cdot & 1 \\ \cdot & 3 \end{vmatrix}\vec{e}_2 + \begin{vmatrix} \cdot & \cdot \\ -1 & 1 \end{vmatrix}\vec{e}_3 =$$

$$= -2\vec{e}_1 + 4\vec{e}_2 - 2\vec{e}_3.$$

Направляющий вектор прямой не параллелен ни одной из координатных плоскостей, поэтому прямая линия пересекает все три координатные плоскости. Найдём, например, точку пересечения прямой и плоскости X^1OX^3, для чего решаем систему трёх уравнений

$$\begin{cases} x^1 + x^3 = 2, \\ x^1 - 3x^3 = -6 \\ x^2 = 0. \end{cases}$$

Получаем решение $x_0^1 = 0,\ x_0^2 = 0,\ x_0^3 = 2.$

Подставляя найденные координаты направляющего вектора и точки в канонические уравнения прямой линии, получаем канонические уравнения

$$\frac{x^1}{-2} = \frac{x^2}{4} = \frac{x^3 - 2}{-2}. \otimes$$

Пример 2.2.7. Найти точку пересечения прямой линии с уравнениями

$$\frac{x^1 - 2}{1} = \frac{x^2 - 3}{1} = \frac{x^3 + 1}{-4},$$

и плоскости с уравнением $x^1 + x^2 + 2x^3 - 9 = 0.$

Р е ш е н и е. Проверяем, пересекается ли прямая линия с плоскостью, для чего находим скалярное произведение нормального вектора плоскости и направляющего вектора прямой линии:

$$\left(\vec{N}, \vec{l}\right) = \left(\vec{e}_1 + \vec{e}_2 + 2\vec{e}_3,\ \vec{e}_1 + \vec{e}_2 - 4\vec{e}_3\right) = -6 \neq 0.$$

Векторы не ортогональны, а следовательно, прямая линия и плоскость не параллельны. Параметрические уравнения прямой линии имеют вид:

$$\begin{cases} x^1 = 2 + t, \\ x^2 = 3 + t, \\ x^3 = -1 - 4t. \end{cases}$$

Найдём значение параметра t_0, соответствующее точке пересечения прямой линии и плоскости, для чего подставим x^1, x^2, x^3 из параметрических уравнений прямой линии в уравнение плоскости. Решая получившееся уравнение, найдём $t_0 = -1$. Подставляя найденное значение параметра в параметрические уравнения прямой линии, находим координаты точки пересечения:

$$x_0^1 = 1,\ x_0^2 = 2,\ x_0^3 = 3. \otimes$$

Пример 2.2.8. Найти расстояние от точки $M(0;0;1)$ до плоскости H^2 с уравнением $4x^1 + 6x^2 + 4x^3 - 25 = 0.$

Р е ш е н и е. Расстояние от точки M до плоскости – это длина вектора $\overrightarrow{M_0M}$ с начальной точкой M и конечной точкой M_0 – проекцией точки M на плоскость H^2.

Проекция точки на плоскость – это основание перпендикуляра, опущенного из данной точки на плоскость. Поэтому следует составить уравнение прямой линии, проходящей через точку $M(0;0;1)$ перпендикулярно плоскости с уравнением

$$4x^1 + 6x^2 + 4x^3 - 25 = 0,$$

и найти точку её пересечения с плоскостью.

Если в качестве направляющего вектора прямой линии выбрать нормальный вектор плоскости $\vec{l} = \vec{N} = 4\vec{e}_1 + 6\vec{e}_2 + 4\vec{e}_3$, то канонические уравнения прямой линии примут вид

$$\frac{x^1 - 1}{4} = \frac{x^2}{6} = \frac{x^3 - 1}{4},$$

откуда получаем параметрические уравнения

$$\begin{cases} x^1 = 1 + 4t, \\ x^2 = \quad 6t, \\ x^3 = 1 + 4t. \end{cases}$$

Подставляя общее выражение для координат текущей точки прямой линии из параметрических уравнений в уравнение плоскости, получаем уравнение для параметра, решение которого даёт для параметра значение

$$t_0 = \frac{1}{4},$$

соответствующее искомой точке пересечения прямой линии и плоскости.

Подставляя это значение параметра в параметрические уравнения прямой линии, получаем находим искомые координаты проекции M_0 точки $M(-1; 0; 1)$ на плоскость H^2:

$$x^1 = 2,\ x^2 = \frac{3}{2},\ x^3 = 2.$$

Вектор

$$\vec{M_0M} = (-1)\vec{e}_1 + \left(\frac{3}{2} - 0\right)\vec{e}_2 + (-1)\vec{e}_3 = \vec{e}_1 + \frac{3}{2}\vec{e}_2 + \vec{e}_3.$$

Расстояние

$$\rho(M, H^2) = \sqrt{1 + \frac{9}{4} + 1} = \frac{\sqrt{17}}{2}. \otimes$$

Практическое занятие 3

Абстрактные векторные пространства

Пример 2.3.1. Пусть P – числовое поле. На множестве объектов

$$P^n = \left\{ |a\rangle = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \dots \\ a_n \end{pmatrix},\ a_k \in P \right\},$$

которые назовём вектор-столбцами, определим операции сложения вектор-столбцов и умножения вектора-столбца на числа из поля P:

1) $\forall |a\rangle, |b\rangle \in P^n \Rightarrow |a\rangle + |b\rangle = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \dots \\ a_n \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \dots \\ b_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 + b_1 \\ a_2 + b_2 \\ \dots \\ a_n + b_n \end{pmatrix} \in$

2) $\forall |a\rangle \in P^n$ и $\forall \alpha \in P \Rightarrow \alpha \cdot |a\rangle = \alpha \cdot \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \dots \\ a_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha \cdot a_1 \\ \alpha \cdot a_2 \\ \dots \\ \alpha \cdot a_n \end{pmatrix}$.

Показать, что множество P^n является n-мерным векторным пространством.

Р е ш е н и е. Для доказательства требуется проверить выполнение всех аксиом векторного пространства и построить хотя бы один базис из вектор-столбцов.

Аксиомы сложения.

1) Аксиома ассоциативности выполняется в силу ассоциативности операции сложения в поле P, действительно

$$|a\rangle + |b\rangle + |c\rangle = \left[\begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \dots \\ a_n \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \dots \\ b_n \end{pmatrix}\right] + \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \\ \dots \\ c_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 + b_1 \\ a_2 + b_2 \\ \dots \\ a_n + b_n \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \\ \dots \\ c_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (a_1 + b_1) + c_1 \\ (a_2 + b_2) + c_2 \\ \dots \\ (a_n + b_n) + c_n \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} a_1 + (b_1 + c_1) \\ a_2 + (b_2 + c_2) \\ \dots \\ a_n + (b_n + c_n) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \dots \\ a_n \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} b_1 + c_1 \\ b_2 + c_2 \\ \dots \\ b_n + c_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \dots \\ a_n \end{pmatrix} + \left[\begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \dots \\ b_n \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \\ \dots \\ c_n \end{pmatrix}\right] = |a\rangle + |b\rangle + |c\rangle$$

.

2) Аксиома коммутативности выполняется в силу коммутативности операции сложения в поле P, действительно

$$|a\rangle+|b\rangle=\begin{pmatrix}a_1\\a_2\\\cdots\\a_n\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}b_1\\b_2\\\cdots\\b_n\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}a_1+b_1\\a_2+b_2\\\cdots\\a_n+b_n\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}b_1+a_1\\b_2+a_2\\\cdots\\b_n+a_n\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}b_1\\b_2\\\cdots\\b_n\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}a_1\\a_2\\\cdots\\a_n\end{pmatrix}=|b\rangle+|a\rangle.$$

3) Вектор-нуль определим так

$$|0\rangle=\begin{pmatrix}0\\0\\\cdots\\0\end{pmatrix}.$$

Очевидно, что аксиома о нейтральном элементе выполняется, действительно имеем:

$$\forall|a\rangle\in P^n\;|a\rangle+|0\rangle=\begin{pmatrix}a_1\\a_2\\\cdots\\a_n\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}0\\0\\\cdots\\0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}a_1+0\\a_2+0\\\cdots\\a_n+0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}a_1\\a_2\\\cdots\\a_n\end{pmatrix}.$$

4) Противоположный вектор-столбец определим так

$$\forall|a\rangle\in P^n\;-|a\rangle=\begin{pmatrix}-a_1\\-a_2\\\cdots\\-a_n\end{pmatrix}.$$

Очевидно, что аксиома об обратном (противоположном элементе) выполняется, действительно имеем:

$$|a\rangle+(-|a\rangle)=\begin{pmatrix}a_1\\a_2\\\cdots\\a_n\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}-a_1\\-a_2\\\cdots\\-a_n\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}a_1-a_1\\a_2-a_2\\\cdots\\a_n-a_n\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0\\0\\\cdots\\0\end{pmatrix}.$$

Аксиомы умножения вектор-столбца на числа. Аналогично показывается, что выполняются аксиомы умножения вектор-столбца на числа:

1) $\forall|a\rangle\in P^n$ и $\forall\alpha\in P$

$$\alpha(|a\rangle + |b\rangle) = \alpha\left[\begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \dots \\ a_n \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \dots \\ b_n \end{pmatrix}\right] = \begin{pmatrix} \alpha(a_1 + b_1) \\ \alpha(a_2 + b_2) \\ \dots \\ \alpha(a_n + b_n) \end{pmatrix} = \alpha\begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \dots \\ a_n \end{pmatrix} + \alpha\begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \dots \\ b_n \end{pmatrix};$$

2) $\forall \alpha, \beta \in P$

$$(\alpha + \beta)|a\rangle = (\alpha + \beta)\begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \dots \\ a_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (\alpha + \beta)a_1 \\ (\alpha + \beta)a_2 \\ \dots \\ (\alpha + \beta)a_n \end{pmatrix} = \alpha\begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \dots \\ a_n \end{pmatrix} + \beta\begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \dots \\ a_n \end{pmatrix} = \alpha|a\rangle + \beta|b\rangle;$$

3) $1 \cdot \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \dots \\ a_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \dots \\ a_n \end{pmatrix};$

4) $(\alpha\beta)|a\rangle = (\alpha\beta)\begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \dots \\ a_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (\alpha\beta)a_1 \\ (\alpha\beta)a_2 \\ \dots \\ (\alpha\beta)a_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha(\beta a_1) \\ \alpha(\beta a_2) \\ \dots \\ \alpha(\beta a_n) \end{pmatrix} = \dots = \alpha(\beta|a\rangle),$

Таким образом, все аксиомы векторного пространства выполняются и, следовательно, множество P^n является векторным пространством.

Рассмотрим следующее тождественное преобразование:

$$|a\rangle = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \dots \\ a_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 \\ 0 \\ \dots \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ a_2 \\ \dots \\ 0 \end{pmatrix} + \dots + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \dots \\ 0 \end{pmatrix} = a_1\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ \dots \\ 0 \end{pmatrix} + a_2\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ \dots \\ 0 \end{pmatrix} + \dots + a_n\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \dots \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Из этого разложения видно, что в силу произвольности вектор-столбца $|a\rangle$, он представлен разложением по вектор-столбцам специального вида

$$|e_1\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ \dots \\ 0 \end{pmatrix}, |e_2\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ \dots \\ 0 \end{pmatrix}, \dots, |e_n\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \dots \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Система этих вектор-столбцов образует простейший, или ***канонический*** базис в векторном пространстве P^n.

Теперь очевидно, что множество P^n является n-мерным векторным пространством. $\otimes$

Пример 2.3.2. Показать, что если система векторов $\left\{ \vec{x}_1, \vec{x}_2, \dots, \vec{x}_n \right\}$ линейно независима, то и любая её подсистема также линейно независима.

Р е ш е н и е. Пусть $\left\{ \vec{x}_1, \vec{x}_2, \dots, \vec{x}_m \right\}$ – подсистема данной системы, то есть $m < n$. Предположим, что условие задачи неверно, то есть подсистема $\left\{ \vec{x}_1, \vec{x}_2, \dots, \vec{x}_m \right\}$ линейно зависима. Тогда можно подобрать такие числа $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_m$, не все равные нулю одновременно, что справедливо тождество

$$\alpha_1 \vec{x}_1 + \alpha_2 \vec{x}_2 + \dots + \alpha_m \vec{x}_m = \vec{0}.$$

Учитывая свойство нуль вектора

$$\left(\forall \vec{x} \in X \right) \vec{x} + \vec{0} = \vec{0} + \vec{x} = \vec{x},$$

добавим его в обе части последнего тождества, представив его в виде линейной комбинации оставшихся векторов исходной системы с нулевыми коэффициентами

$$\vec{0} = 0\,\vec{x}_{m+1} + \dots + 0\,\vec{x}_n.$$

Получаем

$$\alpha_1 \vec{x}_1 + \alpha_2 \vec{x}_2 + \dots + \alpha_m \vec{x}_m + 0\,\vec{x}_{m+1} + \dots + 0\,\vec{x}_n = \vec{0},$$

то есть линейная комбинация векторов исходной системы с коэффициентами, не все из которых равны нулю одновременно, даёт нулевой вектор. По определению это означает линейную зависимость векторов системы $\left\{ \vec{x}_1, \vec{x}_2, \ldots, \vec{x}_n \right\}$, что противоречит условию задачи.

Следовательно, предположение о линейной зависимости ***произвольной*** подсистемы $\left\{ \vec{x}_1, \vec{x}_2, \ldots, \vec{x}_m \right\}$ линейно независимой системы $\left\{ \vec{x}_1, \vec{x}_2, \ldots, \vec{x}_n \right\}$ не верно. $\otimes$

Пример 2.3.3. Показать, что система из двух векторов линейно зависима в том и только в том случае, если векторы коллинеарны.

Р е ш е н и е. *Необходимость.* Если из двух векторов $\left\{ \vec{x}, \vec{y} \right\}$ хотя бы один равен нуль вектору, то векторы коллинеарны. Поэтому предположим, что векторы $\vec{x} \neq \vec{0}$, $\vec{y} \neq \vec{0}$. Пусть система $\left\{ \vec{x}, \vec{y} \right\}$ линейно зависима. Покажем, что векторы коллинеарны. По определению найдутся такие числа $\alpha, \beta \in R$, что

$$\alpha \vec{x} + \beta \vec{y} = \vec{0},$$

причём эти числа неравны нулю одновременно.

Пусть $\beta \neq 0$. Тогда получаем:

$$\vec{y} = \left(-\frac{\alpha}{\beta} \right) \vec{x}.$$

Обозначая $\lambda = -\frac{\alpha}{\beta}$, получим

$$\vec{y} = \lambda \vec{x},$$

то есть по определению векторы $\vec{x}$ и $\vec{y}$ коллинеарны.

Достаточность. Пусть теперь векторы $\vec{x}$ и $\vec{y}$ коллинеарны, покажем, что система $\left\{\vec{x},\ \vec{y}\right\}$ линейно зависима. По определению коллинеарности имеем, например:

$$\vec{y} = \lambda \vec{x}.$$

Пусть $\nu \neq 0$, тогда можем записать

$$\vec{y} = \frac{\lambda}{\nu} \nu \vec{x},$$

откуда получаем

$$\nu \vec{y} = \lambda \nu \vec{x},$$

или

$$\mu \vec{x} + \nu \vec{y} = \vec{0},$$

где $\mu = -\lambda\nu$. Так как $\lambda \neq 0$ и $\nu \neq 0$, то система векторов $\left\{\vec{x},\ \vec{y}\right\}$ линейно зависима. $\otimes$

Пример 2.3.4. Показать, что система трёх векторов пространства R^3 линейно зависима в том и только в том случае, если векторы компланарны.

Р е ш е н и е. Предположим, что никакие два вектора из тройки векторов $\vec{x},\ \vec{y},\ \vec{z}$ не коллинеарны (в противном случае система векторов заведомо будет линейно зависимой).

Необходимость. Пусть система $\left\{\vec{x},\ \vec{y},\ \vec{z}\right\}$ линейно зависима, покажем, что векторы системы компланарны. В силу линейной зависимости системы, можно подобрать три неравных одновременно нулю числа $\alpha,\ \beta,\ \gamma \in R$ так, чтобы выполнялось равенство

$$\alpha \vec{x} + \beta \vec{y} + \gamma \vec{z} = \vec{0}.$$

Пусть, например, $\gamma \neq 0$. Тогда имеем:

$$\vec{z} = \left(-\frac{\alpha}{\gamma}\right)\vec{x} + \left(-\frac{\beta}{\gamma}\right)\vec{y}.$$

Приложив векторы $\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}$ к общей точке O, легко видеть, что вектор $\vec{z}$ равен диагонали параллелограмма, построенного на векторах

$$\vec{a} = \left(-\frac{\alpha}{\gamma}\right)\vec{x},\ \vec{b} = \left(-\frac{\beta}{\gamma}\right)\vec{y},$$

а это и означает, что они лежат в одной плоскости, то есть компланарны.

Достаточность. Пусть векторы $\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}$ компланарны, покажем, что система $\left\{\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}\right\}$ линейно зависима. Доказательство почти очевидно. Действительно, компланарность векторов означает, что справедливо, например, равенство

$$\vec{x} = \mu\vec{y} + \lambda\vec{z}.$$

Следовательно, один из векторов системы линейно выражается через два других. Тогда из свойств линейно зависимых систем векторов следует линейная зависимость системы векторов $\left\{\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}\right\}$.⊗

Пример 2.3.5. Выяснить вопрос о линейной зависимости или линейной независимости следующей системы вектор-столбцов:

$$|a_1\rangle = \begin{pmatrix}1\\1\\1\\1\end{pmatrix}, |a_2\rangle = \begin{pmatrix}0\\1\\1\\1\end{pmatrix}, |a_3\rangle = \begin{pmatrix}0\\0\\1\\1\end{pmatrix}, |a_4\rangle = \begin{pmatrix}0\\0\\0\\1\end{pmatrix}.$$

Р е ш е н и е. Составим линейную комбинацию векторов системы с произвольными коэффициентами и потребуем, чтобы её значением был нуль вектор-столбец:

$$\alpha_1|a_1\rangle + \alpha_2|a_2\rangle + \alpha_3|a_3\rangle + \alpha_4|a_4\rangle = |0\rangle \Rightarrow$$

$$\alpha_1\begin{pmatrix}1\\1\\1\\1\end{pmatrix} + \alpha_2\begin{pmatrix}0\\1\\1\\1\end{pmatrix} + \alpha_3\begin{pmatrix}0\\0\\1\\1\end{pmatrix} + \alpha_4\begin{pmatrix}0\\0\\0\\1\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}0\\0\\0\\0\end{pmatrix}.$$

Используя правила выполнения операций с вектор-столбцами, получаем

$$\begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_1+\alpha_2 \\ \alpha_1+\alpha_2+\alpha_3 \\ \alpha_1+\alpha_2+\alpha_3+\alpha_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{cases} \alpha_1 = 0, \\ \alpha_1+\alpha_2 = 0, \\ \alpha_1+\alpha_2+\alpha_3 = 0, \\ \alpha_1+\alpha_2+\alpha_3+\alpha_4 = 0. \end{cases}$$

Совершая последовательные подстановки из первого уравнения во второе, из второго в третье и так далее, получаем, что

$$\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = \alpha_4 = 0,$$

что и доказывает линейную независимость данной системы вектор-столбцов. $\otimes$

Пример 2.3.6. Пусть

$$\left\{ \vec{a}_1, \vec{a}_2, \ldots, \vec{a}_m, \vec{a}_{m+1}, \ldots, \vec{a}_{n-1}, \vec{a}_n \right\}$$

– некоторая система векторов векторного пространства и пусть

$$\left\{ \vec{a}_1, \vec{a}_2, \ldots, \vec{a}_m \right\},$$

– её максимальная по числу векторов линейно независимая подсистема.

Показать, что любой из векторов $\vec{a}_{m+1}, \ldots, \vec{a}_{n-1}, \vec{a}_n$ можно выразить в виде разложения по векторам подсистемы $\left\{ \vec{a}_1, \vec{a}_2, \ldots, \vec{a}_m \right\}$.

Р е ш е н и е. Так как подсистема $\left\{ \vec{a}_1, \vec{a}_2, \ldots, \vec{a}_m \right\}$ – максимальная по числу векторов линейно независимая система, то добавляя к ней любой из оставшихся векторов, например, вектор $\vec{a}_{m+1}$, получим уже линейно зависимую систему

$$\left\{ \vec{a}_1, \vec{a}_2, \ldots, \vec{a}_m, \vec{a}_{m+1} \right\}.$$

Следовательно, можно подобрать такие неравные одновременно нулю числа $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_m, \alpha_{m+1}$, что выполняется равенство

$$\alpha_1 \vec{a}_1 + \alpha_2 \vec{a}_2 + \ldots + \alpha_m \vec{a}_m + \alpha_{m+1} \vec{a}_{m+1} = \vec{0}.$$

В этом равенстве $\alpha_{m+1} \neq 0$ так как в противном случае имели бы равенство

$$\alpha_1 \vec{a}_1 + \alpha_2 \vec{a}_2 + \ldots + \alpha_m \vec{a}_m = \vec{0},$$

в котором не все коэффициенты $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_m$ одновременно равны нулю. Но тогда система векторов $\left\{ \vec{a}_1, \vec{a}_2, \ldots, \vec{a}_m \right\}$ будет линейно зависимой, что противоречит условию задачи.

Из равенства

$$\alpha_1 \vec{a}_1 + \alpha_2 \vec{a}_2 + \ldots + \alpha_m \vec{a}_m + \alpha_{m+1} \vec{a}_{m+1} = \vec{0}$$

следует, что

$$\vec{a}_{m+1} = -\frac{\alpha_1}{\alpha_{m+1}} \vec{a}_1 - \frac{\alpha_2}{\alpha_{m+1}} \vec{a}_2 - \ldots - \frac{\alpha_m}{\alpha_{m+1}} \vec{a}_m.$$

Вводя обозначения

$$\beta_1 = -\frac{\alpha_1}{\alpha_{m+1}}, \ \beta_2 = -\frac{\alpha_2}{\alpha_{m+1}}, \ \ldots, \ \beta_m = -\frac{\alpha_m}{\alpha_{m+1}},$$

получаем

$$\vec{a}_{m+1} = \beta_1 \vec{a}_1 + \beta_2 \vec{a}_2 + \ldots + \beta_m \vec{a}_m,$$

что и доказывает сформулированное утверждение. $\otimes$

Пример 2.3.7. Дана система функций

$$\left\{ e^t, e^{2t}, e^{3t} \right\}.$$

Показать, что эта система функций является линейно независимой в пространстве функций, непрерывных на промежутке $(-\infty, +\infty)$.

Р е ш е н и е. По определению линейной независимости условие

$$\alpha_1 e^t + \alpha_2 e^{2t} + \alpha_3 e^{3t} = 0 \ \ (\forall t \in (-\infty, +\infty))$$

влечёт за собой выполнение условия $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = 0.$

Составим СЛАУ для коэффициентов $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$. Для этого положим в тождестве $t = 0$, получим

$$\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 = 0.$$

Дифференцируя тождество по t и полагая $t = 0$, получим

$$\alpha_1 + 2\alpha_2 + 3\alpha_3 = 0.$$

Дифференцируя тождество ещё раз и, снова полагая $t = 0$, получим

$$\alpha_1 + 4\alpha_2 + 9\alpha_3 = 0.$$

Объединяя полученные равенства в систему уравнений для неизвестных коэффициентов, получим

$$\begin{cases} \alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 = 0, \\ \alpha_1 + 2\alpha_2 + 3\alpha_3 = 0, \\ \alpha_1 + 4\alpha_2 + 9\alpha_3 = 0. \end{cases}$$

Это однородная СЛАУ, применяя метод Гаусса, получаем единственное решение

$$\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = 0.$$

Таким образом, система функций $\{e^t, e^{2t}, e^{3t}\}$ является базисом подмножества функций, непрерывных на промежутке $(-\infty, +\infty)$. Поэтому множество функций вида

$$f(t) = \alpha e^t + \beta e^{2t} + \lambda e^{3t}$$

образует подпространство в пространстве таких функций. $\otimes$

Пример 2.3.8. Используя процедуру ортогонализации Шмидта, ортонормировать систему векторов $\left\{\vec{g}_1, \vec{g}_2, \vec{g}_3\right\} \subset E^4$, заданных в некотором ортонормированном базисе $\left\{\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3, \vec{e}_4\right\} \subset E^4$ своими разложениями:

$$\vec{g}_1 = \vec{e}_1 + \vec{e}_2 + \vec{e}_3 + \vec{e}_4,$$

$$\vec{g}_2 = \vec{e}_1 + \vec{e}_2 - 3\vec{e}_3 - 3\vec{e}_4,$$

$$\vec{g}_3 = 4\vec{e}_1 + 3\vec{e}_2 + 0\vec{e}_3 - \vec{e}_4.$$

Р е ш е н и е. Для ортогонализации системы векторов

$$\left\{\vec{g}_1, \vec{g}_2, \vec{g}_3\right\} \subset E^4$$

воспользуемся формулами процедуры ортогонализации Шмидта.

Для этого положим

$$\vec{a}_1 = \vec{g}_1,$$

то есть

$$\vec{a}_1 = \vec{e}_1 + \vec{e}_2 + \vec{e}_3 + \vec{e}_4.$$

Далее имеем:

$$\vec{a}_2 = \vec{g}_2 - \frac{\left(\vec{a}_1, \vec{g}_2\right)}{\left\|\vec{a}_1\right\|^2}\vec{a}_1 = \vec{e}_1 + \vec{e}_2 - 3\vec{e}_3 - 3\vec{e}_4 -$$

$$-\frac{1}{4}\cdot 4\left(\vec{e}_1 + \vec{e}_2 + \vec{e}_3 + \vec{e}_4\right) = 2\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 - 2\vec{e}_3 - 2\vec{e}_4;$$

$$\vec{a}_3 = \vec{g}_3 - \frac{\left(\vec{a}_1, \vec{g}_3\right)}{\left\|\vec{a}_1\right\|^2}\vec{a}_1 - \frac{\left(\vec{a}_2, \vec{g}_3\right)}{\left\|\vec{a}_2\right\|^2}\vec{a}_2 =$$

$$= 4\vec{e}_1 + 3\vec{e}_2 - \vec{e}_4 - \frac{3}{2}\left(\vec{e}_1 + \vec{e}_2 + \vec{e}_3 + \vec{e}_4\right) -$$

$$-\left(2\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 - 2\vec{e}_3 - 2\vec{e}_4\right) = \frac{1}{2}\vec{e}_1 - \frac{1}{2}\vec{e}_2 + \frac{1}{2}\vec{e}_3 - \frac{1}{2}\vec{e}_4.$$

Для получения ортонормированной системы, векторы системы нормируем:

$$\vec{e}_{a1} = \frac{1}{2}\left(\vec{e}_1 + \vec{e}_2 + \vec{e}_3 + \vec{e}_4\right);$$

$$\vec{e}_{a2} = \frac{1}{4}\left(2\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 - 2\vec{e}_3 - 2\vec{e}_4\right);$$

$$\vec{e}_{a3} = \frac{1}{2}\vec{e}_1 - \frac{1}{2}\vec{e}_2 + \frac{1}{2}\vec{e}_3 - \frac{1}{2}\vec{e}_4.$$

Прямой проверкой убеждаемся, что система векторов $\left\{\vec{e}_{a1},\ \vec{e}_{a2},\ \vec{e}_{a3}\right\}$ ортонормированная. $\otimes$

Пример 2.3.9. Показать, что линейная оболочка $L\left\{\vec{g}_1,\ \vec{g}_2\right\}$, где элементы L вычисляются по формулам

$$\vec{g}_1 = \alpha_1 \cdot \sin x + \beta_1 \cdot \cos x,\ \vec{g}_2 = \alpha_2 \cdot \sin x + \beta_2 \cdot \cos x,$$

а скалярное произведение определено формулой

$$\left(\vec{g}_1, \vec{g}_2\right) = \alpha_1 \cdot \alpha_2 + \beta_1 \cdot \beta_2 + \frac{1}{2} \cdot \left(\alpha_1 \cdot \beta_2 + \alpha_2 \cdot \beta_1\right),$$

является двумерным линейным многообразием с ортонормированным базисом

$$\vec{e}_1 = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \sin x + \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \cos x,\ \vec{e}_2 = \sin x - \cos x.$$

Р е ш е н и е. Находим скалярное произведение и скалярные квадраты векторов предполагаемого базиса:

$$\left(\vec{e}_1, \vec{e}_1\right) = \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} = 1;$$

$$\left(\vec{e}_1, \vec{e}_2\right) = \frac{1}{\sqrt{3}} - \frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{1}{2} \cdot \left(-\frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}}\right) = 0;$$

$$\left(\vec{e}_2, \vec{e}_2\right) = 1 + 1 + \frac{1}{2} \cdot \left(-1 - 1\right) = 2 - 1 = 1.$$

Видим, что система векторов $\left\{\vec{e}_1, \vec{e}_2\right\}$ является ортонормированной и, следовательно, её можно принять за один из базисов линейного многообразия L. $\otimes$

Пример 2.3.10. Пусть X – множество ведущих радиус-векторов точек прямой линии. Операции в этом множестве введены обычным образом. Выяснить, является ли это множество векторным подпространством евклидова пространства R^2.

Р е ш е н и е. 1) Пусть прямая не проходит через начало системы координат (рисунок 3.1).

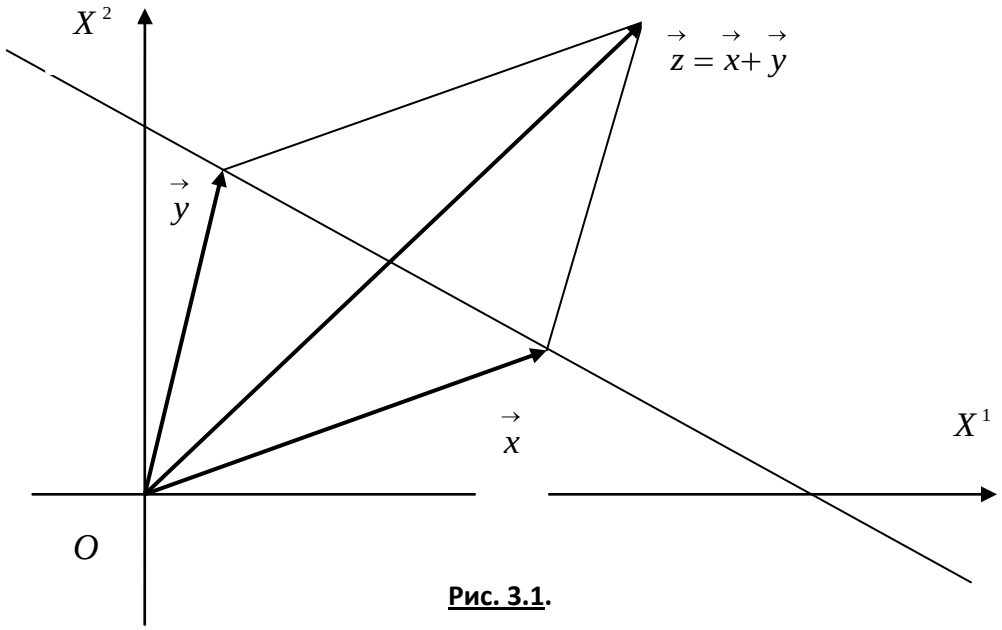


Рис. 3.1.

Очевидно, что сумма двух произвольных ведущих векторов точек прямой линии не принадлежит множеству X, так как конечная точка радиус-вектора их суммы не лежит на данной прямой линии. Следовательно, операция сложения векторов в данном случае не является алгебраической. Множество X не является векторным подпространством пространства R^2.

2) Если прямая линия проходит через начало системы координат, то очевидно, что сумма двух произвольных ведущих векторов точек прямой линии принадлежит множеству X и, следовательно, операция сложения векторов в данном случае является алгебраической. Множество X является векторным подпространством пространства R^2. $\otimes$

Пример 2.3.11. Дана система функций

$$\{\cos t, \sin t, \sin 2t\}.$$

Показать, что множество функций вида

$$f(t) = \alpha \cos t + \beta \sin t + \lambda \sin 2t,$$

где $\alpha, \beta, \lambda \in R^1$, является подпространством векторного пространства функций, непрерывных на промежутке $[-\pi, \pi]$.

Р е ш е н и е. Покажем сначала, что система функций

$$\{\cos t, \sin t, \sin 2t\}$$

является линейно независимой на промежутке $[-\pi, \pi]$.

В соответствие с определением линейной независимости потребуем выполнения условия

$$\alpha_1 \cos t + \alpha_2 \sin t + \alpha_3 \sin 2t = 0.$$

При различных значениях $t \in (-\pi, \pi)$ получаем бесконечное множество систем линейных алгебраических уравнений. Положим, например,

$$t = 0,\ t = \frac{\pi}{6},\ t = \frac{\pi}{4}.$$

Тогда имеем систему уравнений

$$\begin{cases} \alpha_1 = 0, \\ \frac{\sqrt{3}}{2}\alpha_1 + \frac{1}{2}\alpha_2 + \frac{\sqrt{3}}{2}\alpha_3 = 0, \\ \frac{\sqrt{2}}{2}\alpha_1 + \frac{\sqrt{2}}{2}\alpha_2 + \alpha_3 = 0. \end{cases}$$

Это однородная система уравнений. Решая СЛАУ методом Гаусса, получаем

$$\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = 0.$$

Поэтому система функций $\{\cos t, \sin t, \sin 2t\}$ линейно независима на промежутке $(-\pi, \pi)$.

Легко видеть, что любая функция вида

$$f(t) = \alpha \cos t + \beta \sin t + \lambda \sin 2t$$

является линейной комбинацией функций системы $\{\cos t, \sin t, \sin 2t\}$, что и доказывает требуемой. $\otimes$

Пример 2.3.12. Показать, что система векторов

$$\left\{\vec{a}_1, \vec{a}_2\right\} \subset E^4,$$

заданных в некотором ортонормированном базисе евклидова пространства E^4

$$\left\{\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3, \vec{e}_4\right\} \subset E^4$$

разложениями

$$\begin{aligned}\vec{a}_1 &= a_1^1\vec{e}_1 + a_1^2\vec{e}_2 + a_1^3\vec{e}_3 + a_1^4\vec{e}_4 = \vec{e}_1 - \vec{e}_2 + \vec{e}_3 - \vec{e}_4,\\ \vec{a}_2 &= a_2^1\vec{e}_1 + a_2^2\vec{e}_2 + a_2^3\vec{e}_3 + a_2^4\vec{e}_4 = \vec{e}_1 + \vec{e}_2 + \vec{e}_3 + \vec{e}_4,\end{aligned} \qquad (1)$$

линейно независима. Дополнить систему до ортонормированного базиса всего пространства E^4.

Р е ш е н и е. Находим значение скалярного произведения:

$$\left(\vec{a}_1, \vec{a}_2\right) = \left(\vec{e}_1 - \vec{e}_2 + \vec{e}_3 - \vec{e}_4, \vec{e}_1 + \vec{e}_2 + \vec{e}_3 + \vec{e}_4\right) = 0.$$

Следовательно, система векторов $\left\{\vec{a}_1, \vec{a}_2\right\}$ ортогональна.

Для того чтобы дополнить эту систему до ортогонального базиса пространства евклидова E^4, найдём векторы

$$\vec{x} = x^1\vec{e}_1 + x^2\vec{e}_2 + x^3\vec{e}_3 + x^4\vec{e}_4$$

такие, чтобы выполнялись условия

$$\begin{cases}\left(\vec{x}, \vec{a}_1\right) = 0,\\ \left(\vec{x}, \vec{a}_2\right) = 0.\end{cases} \qquad (2)$$

Из условий (2) получаем СЛАУ:

$$\begin{cases}x^1 - x^2 + x^3 - x^4 = 0,\\ x^1 + x^2 + x^3 + x^4 = 0.\end{cases} \qquad (3)$$

Решаем СЛАУ (3) методом Гаусса, принимая x^3 и x^4 за свободные неизвестные, то есть, например, полагая $x^3 = a$ и $x^4 = b$. Полученное решение СЛАУ (3) записывается в виде

$$|x\rangle = \begin{pmatrix}x^1\\ x^2\\ x^3\\ x^4\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}-a\\ -b\\ a\\ b\end{pmatrix} = a\begin{pmatrix}-1\\ 0\\ 1\\ 0\end{pmatrix} + b\begin{pmatrix}0\\ -1\\ 0\\ 1\end{pmatrix}, \qquad (4)$$

или

$$\vec{x} = a\vec{a}_3 + b\vec{a}_4,$$

где векторы фундаментальной системы решений

$$\vec{a}_3 = -\vec{e}_1 + 0\vec{e}_2 + \vec{e}_3 + 0\vec{e}_4,$$

$$\vec{a}_4 = 0\vec{e}_1 - \vec{e}_2 + 0\vec{e}_3 + \vec{e}_4.$$

Легко проверяется, что фундаментальная система $\left\{\vec{a}_3, \vec{a}_4\right\}$ ортогональна и в совокупности с векторами $\left\{\vec{a}_1, \vec{a}_2\right\}$ также образует ортогональную систему $\left\{\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3, \vec{a}_4\right\}$. Для получения ортонормированного базиса пространства E^4 нормируем векторы этой системы:

$$\vec{h}_1 = \frac{\vec{a}_1}{\left\|\vec{a}_1\right\|} = \frac{1}{2}\left(\vec{e}_1 - \vec{e}_2 + \vec{e}_3 - \vec{e}_4\right);$$

$$\vec{h}_2 = \frac{\vec{a}_2}{\left\|\vec{a}_2\right\|} = \frac{1}{2}\left(\vec{e}_1 + \vec{e}_2 + \vec{e}_3 + \vec{e}_4\right);$$

$$\vec{h}_3 = \frac{\vec{a}_3}{\left\|\vec{a}_3\right\|} = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(-\vec{e}_1 + \vec{e}_3\right);$$

$$\vec{h}_4 = \frac{\vec{a}_4}{\left\|\vec{a}_4\right\|} = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(-\vec{e}_2 + \vec{e}_4\right).$$

Прямой проверкой убеждаемся, что система векторов $\left\{\vec{h}_1, \vec{h}_2, \vec{h}_3, \vec{h}_4\right\}$ ортонормирована. $\otimes$

Пример 2.3.13. В евклидовом пространстве E^4 в некотором ортонормированном базисе

$$\left\{\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3, \vec{e}_4\right\} \subset E^4$$

задана система векторов:

$$\vec{a}_1 = \vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 - 3\vec{e}_3 + \vec{e}_4,\ \vec{a}_2 = -3\vec{e}_1 + 4\vec{e}_2 + 3\vec{e}_3 - 5\vec{e}_4.$$

1) Выяснить, можно ли на векторах этой системы как на направляющих векторах построить подпространство H^2 пространства E^4. Если это возможно, то написать параметрические уравнения подпространства H^2.

2) Найти базис $\left\{\vec{a}_3, \vec{a}_4\right\}$ и построить ортогональное дополнение $H^{2\perp}$ к подпространству H^2, записать параметрические уравнения ортогонального дополнения $H^{2\perp}$.

Р е ш е н и е. 1) Координаты векторов системы $\left\{\vec{a}_1, \vec{a}_2\right\}$ непропорциональны – векторы неколлинеарны. Следовательно, система векторов $\left\{\vec{a}_1, \vec{a}_2\right\}$ линейно независимая. Векторы системы могут служить одним из базисов (быть направляющими векторами) линейного двумерного многообразия. Векторное параметрическое уравнение такого многообразия в общем случае имеет вид

$$\vec{x} = \vec{x}_0 + t_1\vec{a}_1 + t_2\vec{a}_2,$$

где $\vec{x}_0$ – вектор сдвига многообразия. Если $\vec{x}_0 = \vec{0}$, то многообразие превращается в подпространство. В последнем случае ведущий вектор точек этого многообразия превращается в текущий вектор подпространства и представляется в виде:

$$\vec{x} = t_1\vec{a}_1 + t_2\vec{a}_2.$$

Откуда имеем параметрические уравнения подпространства:

$$\begin{cases} x^1 = t_1 - 3t_2, \\ x^2 = 2t_1 + 4t_2, \\ x^3 = -3t_1 + 3t_2, \\ x^4 = t_1 - 5t_2. \end{cases}$$

Таким образом, подпространство является, очевидно, двумерной плоскостью, проходящей через начало системы координат.

2) Пусть

$$\vec{x} = x^1 \vec{e}_1 + x^2 \vec{e}_2 + x^3 \vec{e}_3 + x^4 \vec{e}_4$$

– произвольный вектор из ортогонального дополнения $H^{\perp}$. Так как система $\left\{ \vec{a}_1, \vec{a}_2 \right\}$ – базис подпространства H, то должны выполняться условия

$$\begin{cases} \left(\vec{a}_1, \vec{x} \right) = 0, \\ \left(\vec{a}_2, \vec{x} \right) = 0. \end{cases}$$

Эти условия приводят к СЛАУ

$$\begin{cases} x^1 + 2x^2 - 3x^3 + x^4 = 0, \\ -3x^1 + 4x^2 + 3x^3 - 5x^4 = 0. \end{cases}$$

Применение метода Гаусса приводит к следующему результату: СЛАУ совместна и неопределённа, а множество её решений выражается следующей формулой

$$\begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \\ x^3 \\ x^4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{9}{5}a - \frac{7}{5}b \\ \frac{3}{5}a + \frac{1}{5}b \\ a \\ b \end{pmatrix} = a \begin{pmatrix} \frac{9}{5} \\ \frac{3}{5} \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + b \begin{pmatrix} -\frac{7}{5} \\ \frac{1}{5} \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix},$$

где a и b – свободные неизвестные. Следовательно, имеем векторное подпространство с направляющими векторами

$$\vec{a}_3 = \frac{9}{5}\vec{e}_1 + \frac{3}{5}\vec{e}_2 + \vec{e}_3, \; \vec{a}_4 = -\frac{7}{5}\vec{e}_1 + \frac{1}{5}\vec{e}_2 + \vec{e}_4.$$

Нетрудно проверить, что полученные векторы $\left\{\vec{a}_3, \vec{a}_4\right\}$ образуют линейно независимую систему, а любая их линейная комбинация ортогональна любой линейной комбинации векторов $\left\{\vec{a}_1, \vec{a}_2\right\}$.

Следовательно, на этих векторах можно построить ортогональное дополнение $H^{2\perp}$, параметрические уравнения которого имеют вид, аналогичный параметрическим уравнениям подпространства H^2:

$$\begin{cases} x^1 = \frac{9}{5}\tau_1 - \frac{7}{5}\tau_2, \\ x^2 = \frac{3}{5}\tau_1 + \frac{1}{5}\tau_2, \otimes \\ x^3 = \tau_1, \\ x^4 = \tau_2. \end{cases}$$

Пример 2.3.14. В аффинном пространстве A^4 координатами относительно репера $\left\{O, \vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3, \vec{e}_4\right\}$ заданы четыре точки:

$$A_1(4; 2; 0), A_2(7; 3; 2), A_3(6; 3; -1), A_4(4; 5; 2).$$

Получить уравнения гиперплоскости, проходящей через заданные точки.

Р е ш е н и е. Обозначим точку A_1 через $O^* \equiv A_1$ и примем её за начало репера на гиперплоскости $H^3 \subset A^4$.

Рассмотрим векторы:

$$\begin{aligned} \vec{a}_1 &= \vec{O^*A_2} = 2\vec{e}_1 + 3\vec{e}_2 + \vec{e}_3 + 2\vec{e}_4, \\ \vec{a}_2 &= \vec{O^*A_3} = \vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + \vec{e}_3 - \vec{e}_4, \\ \vec{a}_3 &= \vec{O^*A_4} = 3\vec{e}_3 + 2\vec{e}_4. \end{aligned} \qquad (1)$$

Требуя, чтобы для линейной комбинации этих векторов выполнялось условие

$$\alpha_1 \vec{a}_1 + \alpha_2 \vec{a}_2 + \alpha_3 \vec{a}_3 = \vec{0},$$

решая вытекающую из этого условия СЛАУ для неопределённых коэффициентов $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ методом Гаусса, выясняем, что данное условие выполняется только при $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = 0$. Из этого результата заключаем, что система векторов $\left\{ \vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3 \right\}$ линейно независима и её можно выбрать в качестве базиса репера

$$\left\{ O^*, \vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3 \right\}$$

на гиперплоскости $H^3 \subset A^4$.

Пусть $M(x^1; x^2; x^3; x^4)$ – текущая точка гиперплоскости, координаты которой определены относительно репера $\left\{ O, \vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3, \vec{e}_4 \right\}$ вмещающего пространства A^4. Тогда её радиус-векторы $\vec{OM}$ относительно репера $\left\{ O, \vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3, \vec{e}_4 \right\}$ пространства A^4 и $\vec{O^*M}$ относительно репера $\left\{ O^*, \vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3 \right\}$ гиперплоскости $H^3 \subset A^4$ могут быть, соответственно, представлены в виде разложений:

$$\begin{aligned} &\vec{x} \equiv \vec{OM} = x^1 \vec{e}_1 + x^2 \vec{e}_2 + x^3 \vec{e}_3 + x^4 \vec{e}_4, \\ &\vec{O^*M} = t_1 \vec{a}_1 + t_1 \vec{a}_2 + t_1 \vec{a}_3. \end{aligned} \qquad (2)$$

Векторное уравнение гиперплоскости имеет вид:

$$\vec{x} = \vec{x}_0 + \vec{O^*M}, \qquad (3)$$

где

$$\vec{x}_0 \equiv \vec{OO^*} = \vec{e}_1 + 4\vec{e}_2 + 2\vec{e}_3. \qquad (4)$$

Подставляя (1), (2) и (4) в (3), получаем ***параметрические уравнения***

$$\begin{cases} x^1 = 1 + 2t_1 + t_2, \\ x^2 = 4 + 3t_1 + 2_2, \\ x^3 = 2 + t_1 + t_2 + 3t_3, \\ x^4 = 2t_1 - t_2 + 2t_3, \end{cases} \tag{5}$$

гиперплоскости $H^3 \subset A^4$. Для получения неявного уравнения гиперплоскости выразим три параметра t_1, t_2, t_3 из первых трёх уравнений (5), решая СЛАУ

$$\begin{cases} 2t_1 + t_2 = x^1 - 1, \\ 3t_1 + 2t_2 = x^2 - 4, \\ t_1 + t_2 + 3t_3 = x^3 - 2 \end{cases} \tag{6}$$

методом Гаусса, и подставим их в четвёртое уравнение. В процессе решения устанавливаем, что СЛАУ совместна и имеет единственное решение:

$$t_1 = 2x^1 - x^2 + 2;$$

$$t_2 = -3x^1 + 2x^2 - 5;$$

$$t_3 = \frac{1}{3}x^1 - \frac{1}{3}x^2 + \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{3}.$$

Подстановка в четвёртое из уравнений (5) приводит к неявному уравнению гиперплоскости $H^3 \subset A^4$, проходящей через заданные четыре точки:

$$23x^1 - 14x^2 + 2x^3 - 3x^4 + 29 = 0. \otimes$$

Практическое занятие 4

Операторы, матрицы, определители и СЛАУ

Пример 2.4.1. В пространстве R^3 оператор $\hat{P}$ действует по правилу

$$\left(\forall \vec{x} \in R^3 \right) \hat{P}\vec{x} = x^1 \vec{e}_1,$$

то есть ставит в соответствие произвольному вектору $\vec{x}$ его координатную проекцию на ось OX^1. Показать, что оператор линейный и найти его матрицу.

Р е ш е н и е. покажем, что оператор линейный. По определению для линейного оператора справедливо равенство:

$$\hat{P}\left(\alpha_1 \vec{x}_1+\alpha_2 \vec{x}_2\right)=\alpha_1 \hat{P}\vec{x}_1+\alpha_2 \hat{P}\vec{x}_2.$$

Проверим его выполнение для заданного оператора:

$$\hat{P}\left(\alpha_1 \vec{x}_1+\alpha_2 \vec{x}_2\right)=$$

$$=\hat{P}\left[\alpha_1\left(x_1^1 \vec{e}_1+x_1^2 \vec{e}_2+x_1^3 \vec{e}_3\right)+\alpha_2\left(x_2^1 \vec{e}_1+x_2^2 \vec{e}_2+x_2^3 \vec{e}_3\right)\right]=$$

$$=\hat{P}\left[\left(\alpha_1 x_1^1+\alpha_2 x_2^1\right)\vec{e}_1+\left(\alpha_1 x_1^2+\alpha_2 x_2^2\right)\vec{e}_2+\left(\alpha_1 x_1^3+\alpha_2 x_2^3\right)\vec{e}_3\right]=$$

$$=\left(\alpha_1 x_1^1+\alpha_2 x_2^1\right)\vec{e}_1=\alpha_1 x_1^1 \vec{e}_1+\alpha_2 x_2^1 \vec{e}_1=\alpha_1 \hat{P}\vec{x}_1+\alpha_2 \hat{P}\vec{x}_2.$$

Определение выполняется и оператор $\hat{P}$ линейный.

Действуя оператором $\hat{P}$ последовательно на базисные векторы, получаем:

$$\hat{P}\vec{e}_1=1\cdot\vec{e}_1=\vec{e}_1+0\cdot\vec{e}_2+0\cdot\vec{e}_3,$$

$$\hat{P}\vec{e}_2=0\cdot\vec{e}_1=0\cdot\vec{e}_1+0\cdot\vec{e}_2+0\cdot\vec{e}_3,$$

$$\hat{P}\vec{e}_3=0\cdot\vec{e}_1=0\cdot\vec{e}_1+0\cdot\vec{e}_2+0\cdot\vec{e}_3.$$

Теперь матрица оператора принимает следующий вид:

$$P=\begin{pmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0\end{pmatrix}.$$

Оператор $\hat{P}$ называется ***оператором ортогонального проектирования на ось*** OX^1.

$\otimes$

Пример 2.4.2. Показать, что оператор $\hat{A}: R^3 \to R^3$, действующий по правилу

$$\left(\forall \vec{x} \in R^3\right) \hat{A}\vec{x} = \left[\vec{a}, \left[\vec{x}, \vec{b}\right]\right],$$

где фиксированные векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ заданы своими разложениями

$$\vec{a} = 2\vec{e}_1 + 4\vec{e}_2 - \vec{e}_3,\ \vec{b} = \vec{e}_1 - \vec{e}_2 + \vec{e}_3$$

по каноническому базису, является линейным, и найти его матрицу.

Р е ш е н и е. Из свойств векторного произведения следует, что:

$$\hat{A}\left(\alpha\vec{x} + \beta\vec{y}\right) = \left[\vec{a}, \left[\alpha\vec{x} + \beta\vec{y}, \vec{b}\right]\right] = \left[\vec{a}, \alpha\left[\vec{x}, \vec{b}\right] + \beta\left[\vec{y}, \vec{b}\right]\right] =$$

$$= \alpha\left[\vec{a}, \left[\vec{x}, \vec{b}\right]\right] + \beta\left[\vec{a}, \left[\vec{y}, \vec{b}\right]\right] = \alpha\hat{A}\vec{x} + \beta\hat{A}\vec{y}.$$

Матрицу оператора определяем, находя образы базисных векторов. При этом возможны три варианта решения:

1) использовать свойства векторного произведения;

2) использовать формулу для вычисления векторного произведения;

3) использовать для двойного векторного произведения формулу

$$\left[\vec{A}, \left[\vec{B}, \vec{C}\right]\right] = \vec{B}\left(\vec{A}, \vec{C}\right) - \vec{C}\left(\vec{A}, \vec{B}\right).$$

Используем второй вариант решения, находя векторное произведение

$$\hat{A}\vec{e}_k = \left[\vec{a}, \left[\vec{e}_k, \vec{b}\right]\right]$$

по формуле

$$\left[\vec{x}, \vec{y}\right] = \left(x^2y^3 - x^3y^2\right)\vec{e}_1 + \left(x^3y^1 - x^1y^3\right)\vec{e}_2 + \left(x^1y^2 - x^2y^1\right)\vec{e}_3.$$

Пусть $k = 1$, тогда получаем:

$$\left[\vec{e}_1, \vec{b}\right] = \left(0\cdot 1 - 0\cdot(-1)\right)\vec{e}_1 + \left(0\cdot 1 - 1\cdot 1\right)\vec{e}_2 + \left(0\cdot(-1) - 0\cdot 1\right)\vec{e}_3 = -\vec{e}_2 - \vec{e}_3.$$

Далее имеем:

$$\hat{A}\vec{e}_1 = \left[\vec{a}, \left[\vec{e}_1, \vec{b}\right]\right] = -5\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 - 2\vec{e}_3.$$

Аналогично находим:

$$\hat{A}\vec{e}_2 = \left[\vec{a}, \left[\vec{e}_2, \vec{b}\right]\right] = -4\vec{e}_1 + \vec{e}_2 - 4\vec{e}_3,$$

$$\hat{A}\vec{e}_3 = \left[\vec{a}, \left[\vec{e}_3, \vec{b}\right]\right] = \vec{e}_1 - \vec{e}_2 - 2\vec{e}_3.$$

Матрица оператора имеет вид:

$$A = \begin{pmatrix} -5 & -4 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \\ -2 & -4 & -2 \end{pmatrix}. \otimes$$

Пример 2.4.3. Показать, что если $\left\{\vec{x}_1, \vec{x}_2 \ldots, \vec{x}_m\right\} \subset X^n$ – линейно зависимая система векторов, то и система образов $\left\{\hat{A}\vec{x}_1, \hat{A}\vec{x}_2 \ldots, \hat{A}\vec{x}_m\right\} \subset X^n$ при действии линейного оператора $\hat{A}: X^n \to X^n$ также линейно зависимая.

Р е ш е н и е. Составим справедливое в силу линейной зависимости системы векторов равенство

$$\alpha_1\vec{x}_1 + \alpha_2\vec{x}_2 + \ldots + \alpha_m\vec{x}_m = \vec{0},$$

где не все коэффициенты $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_m$ равны нулю одновременно. Действуя на обе части последнего равенства оператором $\hat{A}$, в силу его линейности получаем:

$$\alpha_1\hat{A}\vec{x}_1 + \alpha_2\hat{A}\vec{x}_2 + \ldots + \alpha_m\hat{A}\vec{x}_m = \vec{0},$$

Так как среди коэффициентов $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_m$ есть ненулевые, то система образов

$$\left\{\hat{A}\vec{x}_1, \hat{A}\vec{x}_2 \ldots, \hat{A}\vec{x}_m\right\}$$

линейно зависима. $\otimes$

Пример 2.4.4. Показать, что если система

$$\left\{ \hat{A}\vec{x}_1,\ \hat{A}\vec{x}_2 \ldots,\ \hat{A}\vec{x}_m \right\} \subset X^n$$

образов векторов системы

$$\left\{ \vec{x}_1,\ \vec{x}_2 \ldots,\ \vec{x}_m \right\} \subset X^n$$

при действии оператора $\hat{A}: X^n \to X^n$ линейно независимая, то и сама система $\left\{ \vec{x}_1,\ \vec{x}_2 \ldots,\ \vec{x}_m \right\} \subset X^n$ также линейно независимая.

Р е ш е н и е. Для системы векторов $\left\{ \vec{x}_1,\ \vec{x}_2 \ldots,\ \vec{x}_m \right\}$ потребуем выполнения равенства нуль вектору линейной комбинации, предполагая, что не все коэффициенты её равны нулю одновременно

$$\alpha_1 \vec{x}_1 + \alpha_2 \vec{x}_2 + \ldots + \alpha_m \vec{x}_m = \vec{0},$$

то есть предположим, что система $\left\{ \vec{x}_1,\ \vec{x}_2 \ldots,\ \vec{x}_m \right\}$ линейно зависимая.

Действуя на обе части равенства оператором $\hat{A}$, получим

$$\alpha_1 \hat{A}\vec{x}_1 + \alpha_2 \hat{A}\vec{x}_2 + \ldots + \alpha_m \hat{A}\vec{x}_m = \vec{0},$$

где в силу линейной независимости системы образов векторов

$$\left\{ \hat{A}\vec{x}_1,\ \hat{A}\vec{x}_2 \ldots,\ \hat{A}\vec{x}_m \right\}$$

выполняется условие

$$\alpha_1 = \alpha_2 = \ldots = \alpha_m = 0.$$

Следовательно, предположение о линейной зависимости системы векторов

$$\left\{ \vec{x}_1,\ \vec{x}_2 \ldots,\ \vec{x}_m \right\}$$

неверное. Система линейно независимая. $\otimes$

Пример 2.4.5. Пусть $\vec{x} \in R^3$ – произвольный вектор. Вычислить коммутатор

$$\left[\hat{A}, \hat{B}\right]\vec{x} \equiv \left(\hat{A}\hat{B} - \hat{B}\hat{A}\right)\vec{x}$$

операторов $\hat{A}: R^3 \to R^3$ и $\hat{B}: R^3 \to R^3$, представленных в каноническом базисе пространства R^3 своими матрицами

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 6 \\ 5 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 3 \end{pmatrix}, \; B = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 4 \\ 2 & 2 & 3 \\ 4 & 2 & 0 \end{pmatrix}.$$

Р е ш е н и е. Коммутатор операторов – коммутатор их матриц, равен:

$$AB - BA = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 6 \\ 5 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 & 2 & 4 \\ 2 & 2 & 3 \\ 4 & 2 & 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 & 2 & 4 \\ 2 & 2 & 3 \\ 4 & 2 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 4 & 6 \\ 5 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 3 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 32 & 22 & 16 \\ 8 & 16 & 26 \\ 12 & 8 & 4 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 14 & 4 & 14 \\ 15 & 12 & 23 \\ 14 & 20 & 26 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 18 & 18 & 2 \\ -7 & 4 & 3 \\ -2 & -12 & -22 \end{pmatrix}$$

Находим коммутатор операторов – результат воздействия оператора $\hat{A}\hat{B} - \hat{B}\hat{A}$ на произвольный вектор $\vec{x} \in R^3$, для чего находим координаты образа вектора:

$$\left(AB - BA\right)\vec{x}\rangle = \begin{pmatrix} 18 & 18 & 2 \\ -7 & 4 & 3 \\ -2 & -12 & -22 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \\ x^3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 18x^1 + 18x^2 + 2x^3 \\ -7x^1 + 4x^2 + 3x^3 \\ -2x^1 - 12x^2 - 22x^3 \end{pmatrix}.$$

Теперь образ вектора равен:

$$\left[\hat{A}, \hat{B}\right]\vec{x} = \left(\hat{A}\hat{B} - \hat{B}\hat{A}\right)\vec{x} = \left(18x^1 + 18x^2 + 2x^3\right)\vec{e}_1 +$$

$$+ \left(-7x^1 + 4x^2 + 3x^3\right)\vec{e}_1 + \left(-2x^1 - 12x^2 - 22x^3\right)\vec{e}_1. \otimes$$

Пример 2.4.6. В каноническом базисе трёхмерного пространства R^3 действия операторов $\hat{A}: R^3 \to R^3$ и $\hat{B}: R^3 \to R^3$ на произвольный вектор $\vec{x} \in R^3$ заданы соотношениями:

$$A\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2x_1 - 5x_2 - 3x_3 \\ x_2 + 3x_3 \\ 2x_1 - 5x_2 - 3x_3 \end{pmatrix}; \; B\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_1 + x_2 - x_3 \\ x_2 + x_3 \\ x_3 \end{pmatrix}.$$

Найти координаты вектора $\left(2\hat{A} + \hat{A}\hat{B}\right)\vec{x}$.

Р е ш е н и е. Находим матрицы операторов, исходя из координатной формы записи действия оператора в фиксированном базисе:

$$A|x\rangle = \begin{pmatrix} a_1^1 & a_2^1 & a_3^1 \\ a_1^2 & a_2^2 & a_3^2 \\ a_1^3 & a_2^3 & a_3^3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \\ x^3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1^1 x^1 + a_2^1 x^2 + a_3^1 x^3 \\ a_1^2 x^1 + a_2^2 x^2 + a_3^2 x^3 \\ a_1^3 x^1 + a_2^3 x^2 + a_3^3 x^3 \end{pmatrix}.$$

Сравнивая данные условия задачи с координатной формулой действия оператора, находим их матрицы:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -5 & -3 \\ 0 & 1 & 3 \\ 2 & -5 & -3 \end{pmatrix}; \; B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Производим указанные в условии задачи действия с матрицами:

$$2A + AB = 2\begin{pmatrix} 2 & -5 & -3 \\ 0 & 1 & 3 \\ 2 & -5 & -3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 & -5 & -3 \\ 0 & 1 & 3 \\ 2 & -5 & -3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 4 & -10 & -6 \\ 0 & 2 & 6 \\ 4 & -10 & -6 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 & -3 & -10 \\ 0 & 1 & 4 \\ 2 & -3 & -10 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 & -13 & -16 \\ 0 & 3 & 10 \\ 6 & -13 & -16 \end{pmatrix}.$$

Находим координаты образа вектора $\vec{x}$, используя координатную форму записи:

$$\left(A+AB\right)\begin{pmatrix}x_1\\x_2\\x_3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}6&-13&-16\\0&3&10\\6&-13&-16\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x_1\\x_2\\x_3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}6x_1-13x_2-16x_3\\3x_2+10x_3\\6x_1-13x_2-16x_3\end{pmatrix}.$$

Окончательно получаем:

$$\vec{x}=\left(6x_1-13x_2-16x_3\right)\vec{e}_1+\left(3x_2+10x_3\right)\vec{e}_2+\left(6x_1-13x_2-16x_3\right)\vec{e}_3.\otimes$$

Пример 2.4.7. Найти $\left(\hat{A}\vec{x}+\vec{y},\ \vec{x}+\hat{B}\vec{y}\right)$, если

$$\vec{x}=\vec{e}_1+3\vec{e}_2+6\vec{e}_3;\ \vec{y}=-3\vec{e}_1-\vec{e}_2-5\vec{e}_3;$$

$$A=\begin{pmatrix}1&2&3\\2&3&1\\3&1&2\end{pmatrix};B=\begin{pmatrix}3&1&2\\1&2&3\\2&3&1\end{pmatrix}.$$

Р е ш е н и е. 1) Находим вектор $\hat{A}\vec{x}+\vec{y}$ в координтаном представлении:

$$A\left|x\right\rangle+\left|y\right\rangle=\begin{pmatrix}1&2&3\\2&3&1\\3&1&2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1\\3\\6\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}-3\\-1\\-5\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}25\\17\\18\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}-3\\-1\\-5\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}22\\16\\13\end{pmatrix};$$

$$\hat{A}\vec{x}+\vec{y}=22\vec{e}_1+16\vec{e}_2+13\vec{e}_3.$$

2) Находим вектор $\vec{x}+\hat{B}\vec{y}$ в координтаном представлении:

$$\left|x\right\rangle+B\left|y\right\rangle=\begin{pmatrix}1\\3\\6\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}3&1&2\\1&2&3\\2&3&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}-3\\-1\\-5\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1\\3\\6\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}-20\\-20\\-14\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-19\\-17\\-8\end{pmatrix};$$

$$\vec{x}+\hat{B}\vec{y}=-19\vec{e}_1-17\vec{e}_2-8\vec{e}_3.$$

3) Находим указанное в условии скалярное произведение:

$$\left(\hat{A}\vec{x}+\vec{y},\ \vec{x}+\hat{B}\vec{y}\right)=22\cdot\left(-19\right)+16\cdot\left(-17\right)+13\cdot\left(-8\right)=-794.\otimes$$

Пример 2.4.8. Решить методом Гаусса СЛАУ

$$\begin{cases} 2x^1 - x^2 + x^3 - x^4 = 5, \\ x^1 + 2x^2 - 2x^3 + 3x^4 = -6, \\ 3x^1 + x^2 - x^3 + 2x^4 = -1. \end{cases} \quad (1)$$

Р е ш е н и е. 1) Удобно поменять местами первое и второе уравнения системы (1), так как у второго уравнения коэффициент при первом неизвестном равен 1:

$$\begin{cases} x^1 + 2x^2 - 2x^3 + 3x^4 = -6, \\ 2x^1 - x^2 + x^3 - x^4 = 5, \\ 3x^1 + x^2 - x^3 + 2x^4 = -1. \end{cases} \quad (2)$$

Выражаем из первого уравнения СЛАУ (2) неизвестное x^1 и подставляем результат в оставшиеся уравнения:

$$\begin{cases} x^1 + 2x^2 - 2x^3 + 3x^4 = -6, \\ -5x^2 + 5x^3 - 7x^4 = 17, \\ -5x^2 + 5x^3 - 7x^4 = 17. \end{cases} \quad (3)$$

Два последних уравнения в (3) одинаковы, поэтому одно уравнение можно отбросить:

$$\begin{cases} x^1 + 2x^2 - 2x^3 + 3x^4 = -6, \\ -5x^2 + 5x^3 - 7x^4 = 17. \end{cases} \quad (4)$$

Принимаем в (4) неизвестные x^3, x^4 за свободные неизвестные и, полагая $x^3 = a$ и $x^4 = b$, выражаем через них x^2, x^1, имеем общее решение СЛАУ:

$$x^2 = -\frac{17}{5} + a - \frac{7}{5}x^4,\ x^1 = \frac{4}{5} - \frac{1}{5}b,\ x^3 = a,\ x^4 = b.$$

2) Приведём матричную реализацию метода Гаусса. Перепишем систему уравнений в виде расширенной матрицы и поменяем местами первую и вторую строки матрицы:

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 & -1 & 5 \\ 1 & 2 & -2 & 3 & -6 \\ 3 & 1 & -1 & 2 & -1 \end{pmatrix} \cong \begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 & 3 & -6 \\ 2 & -1 & 1 & -1 & 5 \\ 3 & 1 & -1 & 2 & -1 \end{pmatrix}.$$

Умножая мысленно первую строку матрицы первый раз на 2, а второй раз на 3 и вычитая в реальности последовательно из второй и третьей строки (как вектор-строку), получаем:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 & 3 & -6 \\ 2 & -1 & 1 & -1 & 5 \\ 3 & 1 & -1 & 2 & -1 \end{pmatrix} \cong \begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 & 3 & -6 \\ 0 & -5 & 5 & -7 & 17 \\ 0 & -5 & 5 & -7 & 17 \end{pmatrix}.$$

Вторая и третья строки матрицы идентичны, то есть второе и третье уравнения системы одинаковы. Отбрасывая третью строку, получаем:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 & 3 & -6 \\ 0 & -5 & 5 & -7 & 17 \\ 0 & -5 & 5 & -7 & 17 \end{pmatrix} \cong \begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 & 3 & -6 \\ 0 & -5 & 5 & -7 & 17 \end{pmatrix}.$$

Эквивалентная система уравнений имеет вид (4):

$$\begin{cases} x^1 + 2x^2 - 2x^3 + 3x^4 = -6, \\ -5x^2 + 5x^3 - 7x^4 = 17. \end{cases}$$

Дальше решение повторяет выполненные в первом пункте операции.

Дадим интерпретацию полученного общего решения СЛАУ, для чего запишем вектор-столбец решения так

$$\begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \\ x^3 \\ x^4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{4}{5} - \frac{1}{5}b \\ -\frac{17}{5} + a - \frac{7}{5}b \\ a \\ b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4/5 \\ -17/5 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + a\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + b\begin{pmatrix} -1/5 \\ -7/5 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Если теперь переписать полученный результат в символическом виде

$$|x\rangle = |x_0\rangle + a|a\rangle + b|b\rangle,$$

где

$$|x\rangle = \begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \\ x^3 \\ x^4 \end{pmatrix}, |x_0\rangle = \begin{pmatrix} 4/5 \\ -17/5 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, |a\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, |b\rangle = \begin{pmatrix} -1/5 \\ -7/5 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix},$$

То становится очевидным, что общее решение системы уравнений с геометрической точки зрения представляет собой двумерное линейное многообразие проходящее через “точку” $\left|x_0\right\rangle$ и имеющее направляющие векторы $\left|a\right\rangle$ и $\left|b\right\rangle$. $\otimes$

Пример 2.4.9. Вычислить определитель

$$D=\begin{vmatrix}1 & 1 & 1\\ 2 & -3 & 1\\ 4 & -1 & -5\end{vmatrix}.$$

Р е ш е н и е. 1) Вычтем элементы первого столбца из соответствующих элементов второго и третьего столбцов, получим:

$$D=\begin{vmatrix}1 & 0 & 0\\ 2 & -5 & -1\\ 4 & -5 & -9\end{vmatrix}.$$

2) В полученном определителе в первой строке отличен от нуля только один первый элемент. Применяя формулу разложения определителя по элементам первой строки, получаем:

$$D=\begin{vmatrix}1 & 0 & 0\\ 2 & -5 & -1\\ 4 & -5 & -9\end{vmatrix}=1\cdot(-1)^{1+1}\begin{vmatrix}-5 & -1\\ -5 & -9\end{vmatrix}+0\cdot(-1)^{1+2}\begin{vmatrix}2 & -1\\ 4 & -9\end{vmatrix}+$$

$$+0\cdot(-1)^{1+3}\begin{vmatrix}2 & -5\\ 4 & -5\end{vmatrix}=\begin{vmatrix}-5 & -1\\ -5 & -9\end{vmatrix}=45-5=40.\ \otimes$$

Пример 2.4.10. Найти матрицу, обратную матрице

$$A=\begin{pmatrix}1 & -1 & 1\\ 2 & 1 & 1\\ 1 & 1 & 2\end{pmatrix}.$$

Р е ш е н и е. Определитель матрицы $\det A=5\neq 0$. Матрица A невырожденная, следовательно, обратная матрица A^{-1} существует.

Находим алгебраические дополнения элементов матрицы A:

$$A_1^1=1;\ A_2^1=-3;\ A_3^1=1$$

$$A_1^2=3;\ A_2^2=1;\ A_3^2=-2;$$

$$A_1^3 = -2;\ A_2^3 = 1;\ A_3^3 = 3.$$

Находим присоединённую матрицу:

$$adjA = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 1 \\ 3 & 1 & -2 \\ -2 & 1 & 3 \end{pmatrix}^T = \begin{pmatrix} 1 & 3 & -2 \\ -3 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & 3 \end{pmatrix}.$$

Находим обратную матрицу:

$$A^{-1} = \frac{1}{\det A} \cdot adjA = \frac{1}{5}\begin{pmatrix} 1 & 3 & -2 \\ -3 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & 3 \end{pmatrix}.$$

Проверка по формулам $A \cdot A^{-1} = A^{-1} \cdot A = I$ подтверждает правильность расчёта. $\otimes$

Пример 2.4.11. Матричным методом решить СЛАУ

$$\begin{cases} x^1 + 3x^2 = 0, \\ 2x^1 + 4x^2 = 6. \end{cases}$$

Р е ш е н и е. 1) Проверяем условие невырожденности основной матрицы системы уравнений, для чего вычисляем определитель основной матрицы системы:

$$\det A = -2 \neq 0.$$

Обратная матрица существует.

2) Перепишем СЛАУ в матричном виде:

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 6 \end{pmatrix}.$$

3) Находим алгебраические дополнения элементов основной матрицы системы:

$$A_1^1 = 4,\ A_2^1 = -2,\ A_1^2 = -3,\ A_2^2 = 1.$$

4) Составляем матрицу алгебраических дополнений и, транспонируя её, находим присоединённую матрицу:

$$\begin{pmatrix} 4 & -2 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow adjA = \begin{pmatrix} 4 & -3 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}.$$

5) Находим обратную матрицу:

$$A^{-1}=\frac{adjA}{\det A}=-\frac{1}{2}\cdot\begin{pmatrix}4 & -3\\ -2 & 1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-2 & \frac{3}{2}\\ 1 & -\frac{1}{2}\end{pmatrix}.$$

6) Находим значения неизвестных:

$$\begin{pmatrix}x^1\\ x^2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-2 & \frac{3}{2}\\ 1 & -\frac{1}{2}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0\\ 6\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}9\\ -3\end{pmatrix}\Rightarrow x^1=9,\ x^2=-3.\otimes$$

Пример 2.4.12. Найти неизвестную матрицу X из уравнения

$$\begin{pmatrix}2 & 5\\ 1 & 3\end{pmatrix}X=\begin{pmatrix}4 & -6\\ 2 & 1\end{pmatrix}.$$

Р е ш е н и е. Имеем матричное уравнение вида $AX=B$, где

$$A=\begin{pmatrix}2 & 5\\ 1 & 3\end{pmatrix},\ B=\begin{pmatrix}4 & -6\\ 2 & 1\end{pmatrix}.$$

Чтобы его решить, нужно найти матрицу A^{-1} и умножить уравнение на неё слева. Тогда решение запишется в виде $X=A^{-1}B$.

1) Проверяем условие невырожденности. Определитель матрицы A равен:

$$\det A=\begin{vmatrix}2 & 5\\ 1 & 3\end{vmatrix}=6-5=1\neq 0.$$

Матрица невырождена, следовательно, обратная матрица существует.

2) Вычисляем алгебраические дополнения элементов матрицы A:

$$A_1^1=3,\ A_2^1=-1,\ A_1^2=-5,\ A_2^2=2.$$

Составляем союзную матрицу и находим обратную матрицу:

$$A^{-1}=\frac{1}{\det A}\begin{pmatrix}A_1^1 & A_2^1\\ A_1^2 & A_2^2\end{pmatrix}^T=\frac{1}{\det A}\begin{pmatrix}A_1^1 & A_1^2\\ A_2^1 & A_2^2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}3 & -5\\ -1 & 2\end{pmatrix}.$$

3) Умножаем данное матричное уравнение на матрицу A^{-1} слева:

$$\begin{pmatrix}3 & -5\\ -1 & 2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}2 & 5\\ 1 & 3\end{pmatrix}X=\begin{pmatrix}3 & -5\\ -1 & 2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}4 & -6\\ 2 & 1\end{pmatrix}\Rightarrow X=\begin{pmatrix}2 & -23\\ 0 & 8\end{pmatrix}.$$

Проверка правильности вычислений осуществляется путём подстановки в исходное уравнение. ⊗

Пример 2.4.13. Решить СЛАУ, используя формулы Крамера:

$$\begin{cases} 3x^1 + 2x^2 + x^3 = 5, \\ 2x^1 + 3x^2 + x^3 = 1, \\ 2x^1 + x^2 + 3x^3 = 11. \end{cases}$$

Р е ш е н и е. 1) Вычисляем определитель матрицы СЛАУ:

$$\det A = \begin{vmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 1 \\ 2 & 1 & 3 \end{vmatrix} = 3\begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} - 2\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} + 2\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 1 \end{vmatrix} = 12.$$

Так как $\det A \neq 0$, то система уравнений совместна и определённа.

2) Для нахождения её решения используем формулы Крамера:

$$x^1 = \frac{1}{12}\begin{vmatrix} 5 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & 1 \\ 11 & 1 & 3 \end{vmatrix} = \frac{5}{12}\begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} - \frac{1}{12}\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} + \frac{11}{12}\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 1 \end{vmatrix} =$$

$$= \frac{40}{12} - \frac{5}{12} - \frac{11}{12} = \frac{24}{12} = 2.$$

Аналогично находим x^2 и x^3:

$$x^2 = \frac{1}{12}\begin{vmatrix} 3 & 5 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \\ 2 & 11 & 3 \end{vmatrix} = -2;\ x^3 = \frac{1}{12}\begin{vmatrix} 3 & 2 & 5 \\ 2 & 3 & 1 \\ 2 & 1 & 11 \end{vmatrix} = 3. \otimes$$

Пример 2.4.14. Пусть $\left\{ \vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3, \vec{a}_4 \right\} \subset X^4$ – некоторый (старый) базис пространства X^4 и

$$T = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 1 \\ 3 & 0 & -1 & 2 \\ 2 & 5 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

– матрица линейного оператора $\hat{T}: X^4 \to X^4$ в этом базисе. Найти матрицу линейного оператора $\hat{T}$ в новом базисе

$$\left\{\vec{g}_1, \vec{g}_2, \vec{g}_3, \vec{g}_4\right\} \subset X^4,$$

если известно, что векторы нового базиса выражаются через векторы старого базиса разложениями:

$$\vec{g}_1 = \vec{a}_1, \vec{g}_2 = \vec{a}_1 + \vec{a}_2, \vec{g}_3 = \vec{a}_1 + \vec{a}_2 + \vec{a}_3, \vec{g}_4 = \vec{a}_1 + \vec{a}_2 + \vec{a}_3 + \vec{a}_4.$$

Р е ш е н и е. Матрица перехода от старого базиса к новому имеет вид

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Матрица невырождена, так как $\det A = 1$. Следовательно, существует обратная матрица. Для нахождения обратной матрицы найдём сначала алгебраические дополнения элементов матрицы A:

$$\begin{array}{llll} A_1^1 = 1; & A_2^1 = -1; & A_3^1 = 0; & A_4^1 = 0; \\ A_1^2 = 0; & A_2^2 = 1; & A_3^2 = -1; & A_4^2 = 0; \\ A_1^3 = 0; & A_2^3 = 0; & A_3^3 = 1; & A_4^3 = -1; \\ A_1^4 = 0; & A_2^4 = 0; & A_3^4 = 0; & A_4^4 = 1. \end{array}$$

Теперь обратная матрица находится по формуле $\hat{A} = \dfrac{1}{\det A} adjA$ и имеет вид:

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}^T = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}.$$

При переходе от старого базиса к новому базису матрица оператора T преобразуется по формуле $T' = A^{-1} T A^T$. Проводя вычисления, получаем матрицу T':

$$T'=\begin{pmatrix}1 & -1 & 0 & 0\\ 0 & 1 & -1 & 0\\ 0 & 0 & 1 & -1\\ 0 & 0 & 0 & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1 & 2 & 0 & 1\\ 3 & 0 & -1 & 2\\ 2 & 5 & 3 & 1\\ 1 & 2 & 1 & 3\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1 & 1 & 1 & 1\\ 0 & 1 & 1 & 1\\ 0 & 0 & 1 & 1\\ 0 & 0 & 0 & 1\end{pmatrix}=$$

$$=\begin{pmatrix}-2 & 0 & 1 & 0\\ 1 & -4 & -8 & -7\\ 1 & 4 & 6 & 4\\ 1 & 3 & 4 & 7\end{pmatrix}.\otimes$$

Практическое занятие 5

Ядро и ранг линейного оператора. Критерии совместности СЛАУ

Пример 2.5.1. Найти ядро $K\left(\hat{A}\right)$ линейного оператора $\hat{A}: X^4 \to X^3$, заданного в некоторых базисах

$$\left\{\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3, \vec{e}_4\right\} \subset X^4, \left\{\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3\right\} \subset X^3$$

этих пространств матрицей

$$A=\begin{pmatrix}1 & 0 & 2 & 4\\ 0 & 3 & 1 & 2\\ 0 & -1 & -2 & 0\end{pmatrix}.$$

Р е ш е н и е. По определению ядро

$$K\left(\hat{A}\right)=\left\{\vec{x} \in X^4 : \hat{A}\vec{x}=\vec{0}\right\},$$

поэтому

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & 4 \\ 0 & 3 & 1 & 2 \\ 0 & -1 & -2 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \\ x^3 \\ x^4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

откуда имеем СЛАУ вида

$$\begin{cases} x^1 + 2 \cdot x^3 + 4 \cdot x^4 = 0, \\ 3 \cdot x^2 + x^3 + 2 \cdot x^4 = 0, \\ -x^2 - 2 \cdot x^3 = 0. \end{cases}$$

Решая эту СЛАУ, например, метом Гаусса, получаем:

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & 2 & 4 & 0 \\ 0 & 3 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & -1 & -2 & 0 & 0 \end{array}\right) \to \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & 2 & 4 & 0 \\ 0 & -1 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -5 & 2 & 0 \end{array}\right).$$

Принимая неизвестное x^4 за свободное неизвестное и, полагая $x^4 = t$, где t может принимать произвольные значения из R, получаем:

$$x^3 = \frac{2}{5}t,\ x^2 = -\frac{4}{5}t,\ x^1 = -\frac{24}{5}t.$$

Откуда для ядра оператора имеем

$$K\left(\hat{A}\right) = \left\{\vec{x} \in X^4 : \vec{x} = t\,\vec{a}; t \in R\right\},$$

где

$$\vec{a} = -\frac{24}{5}\vec{e}_1 - \frac{4}{5}\vec{e}_2 + \frac{2}{5}\vec{e}_3 + \vec{e}_4.$$

Таким образом, ядро оператора является одномерным линейным многообразием $L\left\{\vec{a}\right\}$ с направляющим вектором $\vec{a}$. $\otimes$

Пример 2.5.2. Пусть Y – множество симметричных матриц 2-го порядка с обычными матричными операциями сложения матриц и умножения матрицы на число. Показать, что это множество является векторным подпространством векторного пространства всех квадратных матриц второго порядка.

Р е ш е н и е. Сначала покажем, что множество X квадратных матриц 2-го порядка вида

$$A=\begin{pmatrix} a_1^1 & a_2^1 \\ a_1^2 & a_2^2 \end{pmatrix},\ B=\begin{pmatrix} b_1^1 & b_2^1 \\ b_1^2 & b_2^2 \end{pmatrix},\ C=\begin{pmatrix} c_1^1 & c_2^1 \\ c_1^2 & c_2^2 \end{pmatrix}$$

является векторным пространством. Для этого надо показать, что операция сложения, являясь алгебраической, удовлетворяет четырём аксиомам для операции сложения векторного пространства.

То, что операция сложения во множестве X алгебраическая, очевидно. Легко видеть, что операция сложения ассоциативна и коммутативна, то есть

$$A+B=B+A;\ (A+B)+C=A+(B+C).$$

Во множестве X имеется нейтральный элемент

$$O=\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

и противоположный элемент

$$-A=\begin{pmatrix} -a_1^1 & -a_2^1 \\ -a_1^2 & -a_2^2 \end{pmatrix}.$$

Нетрудно проверить и выполнение аксиом для операции умножения на число.

Легко видеть, что во множестве X каноническим базисом является система матриц вида

$$\left\{\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix},\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix},\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix},\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\right\}.$$

Действительно, произвольная матрица может быть записана в виде разложения по матрицам этой системы:

$$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}=a\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}+b\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}+c\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}+d\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Множество симметричных матриц Y вида

$$A=\begin{pmatrix} a_1^1 & a_2^1 \\ a_2^1 & a_2^2 \end{pmatrix},\ B=\begin{pmatrix} b_1^1 & b_2^1 \\ b_2^1 & b_2^2 \end{pmatrix}$$

является подпространством векторного пространства X. Действительно, симметрические матрицы образуют подмножество пространства X. Операции сложения и умножения на число не

нарушают свойства симметричности матрицы. Действительно, результат выполнения этих операций является, очевидно, снова симметричной матрицей:

$$A+B=\begin{pmatrix} a_1^1 & a_2^1 \\ a_2^1 & a_2^2 \end{pmatrix}+\begin{pmatrix} b_1^1 & b_2^1 \\ b_2^1 & b_2^2 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} a_1^1+b_1^1 & a_2^1+b_2^1 \\ a_2^1+b_2^1 & a_2^2+b_2^1 \end{pmatrix},$$

$$\alpha A=\alpha\cdot\begin{pmatrix} a_1^1 & a_2^1 \\ a_2^1 & a_2^2 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} \alpha\cdot a_1^1 & \alpha\cdot a_2^1 \\ \alpha\cdot a_2^1 & \alpha\cdot a_2^2 \end{pmatrix}.\otimes$$

Пример 2.5.3. Найти ранг матрицы

$$A=\begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 & 3 \\ 1 & 3 & -1 & 1 \\ 3 & -1 & 1 & 7 \end{pmatrix}.$$

Р е ш е н и е. 1. ***Первый метод*** (элементарные преобразования матрицы). Ранг матрицы подчинён неравенству $r(A)\le\min(m,n)=3$ ($n-$число строк, $m-$число столбцов). Для нахождения ранга применим элементарные преобразования матрицы.

Вычтем первую строку матрицы из второй строки и, умножив её мысленно на 3, из третьей:

$$A=\begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 & 3 \\ 1 & 3 & -1 & 1 \\ 3 & -1 & 1 & 7 \end{pmatrix}\cong\begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 & 3 \\ 0 & 5 & -2 & -2 \\ 0 & 5 & -2 & -2 \end{pmatrix}.$$

Вычёркивая из матрицы третью строку, совпадающую со второй строкой, получаем

$$A\cong\begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 & 3 \\ 0 & 5 & -2 & -2 \end{pmatrix}.$$

Здесь символ $\cong$ использован для обозначения эквивалентности матриц по рангу в процессе преобразований.

Видим, что наивысший порядок отличного от нуля минора равен 2 (левый угловой минор является треугольным). Таким образом, ранг матрицы $r=2$.

2. ***Второй метод*** (окаймляющих миноров). Минор

$$\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}=5\ne 0.\ A=\begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 & 3 \\ 1 & 3 & -1 & 1 \\ 3 & -1 & 1 & 7 \end{pmatrix}$$

Минор, окаймляющий первый минор

$$\begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 1 & 3 & -1 \\ 3 & -1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} = 2-2=0.$$

Следующий окаймляющий минор

$$\begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 1 & 3 & 1 \\ 3 & -1 & 7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 0 & 5 & -2 \\ 0 & 5 & -2 \end{pmatrix} = \begin{vmatrix} 5 & -2 \\ 5 & -2 \end{vmatrix} = 2-2=0.$$

Все окаймляющие миноры равны нулю, следовательно, ранг матрицы

$r(A) = 2.\otimes$

Пример 2.5.4. Найти ранг $r\left(\hat{A}\right)$, множество значений $\hat{A}(X^5)$ и дефект $d\left(\hat{A}\right)$ ли-

нейного оператора $\hat{A}: X^5 \to X^3$, если этот оператор в некоторых базисах пространств X^5 и X^3 имеет матрицу

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 & 3 & 4 \\ 5 & 1 & 0 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & -2 & -3 \end{pmatrix}.$$

Р е ш е н и е. Пусть отмечены базисы

$$\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3, \vec{e}_4, \vec{e}_5 \subset X^5, \quad \vec{g}_1, \vec{g}_2, \vec{g}_3 \subset X^3,$$

в которых матрица оператора имеет указанный вид.

1) Находим ранг матрицы оператора:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 & 3 & 4 \\ 5 & 1 & 0 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & -2 & -3 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 & 3 & 4 \\ 0 & 1 & 10 & -13 & -19 \\ 0 & 1 & 1 & -5 & -7 \end{pmatrix} \to$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 & 3 & 4 \\ 0 & 1 & 10 & -13 & -19 \\ 0 & 0 & -9 & 8 & 12 \end{pmatrix}.$$

Угловой минор третьего порядка преобразованной матрицы

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & 10 \\ 0 & 0 & -9 \end{vmatrix} = -9 \neq 0,$$

следовательно, ранг матрицы $r(\hat{A}) = 3.$

2) Вектор-столбцы преобразованной матрицы, образующие её базисный минор, составлены из координат базисных векторов множества значений оператора, то есть базис множества значений имеет вид

$$|a\rangle_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, |a\rangle_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, |a\rangle_3 = \begin{pmatrix} -2 \\ 10 \\ -9 \end{pmatrix} \Rightarrow$$

$$\vec{a}_1 = \vec{g}_1,$$

$$\vec{a}_2 = \vec{g}_2,$$

$$\vec{a}_3 = -2\vec{g}_1 + 10\vec{g}_2 - 9\vec{g}_3.$$

Множеством значений оператора является линейная оболочка системы векторов $\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3$:

$$\hat{A}\ X^5 = \vec{y} \in X^3 :\ \forall \alpha, \beta, \eta \in R^1\ \ \vec{y} = \alpha \cdot \vec{a}_1 + \beta \cdot \vec{a}_2 + \eta \cdot \vec{a}_3\ ,$$

3) По теореме о связи ранга и дефекта линейного оператора имеем

$$r\left(\hat{A}\right) + d\left(\hat{A}\right) = 5,$$

откуда получаем $d\left(\hat{A}\right) = 2$. Итак, $r\left(\hat{A}\right) = 3,\ d\left(\hat{A}\right) = 2.$ ⊗

Пример 2.5.5. Найти базисы суммы и пересечения подпространств

$$L_1\left\{\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3\right\} = \left\{\alpha_1 \vec{a}_1 + \alpha_2 \vec{a}_2 + \alpha_3 \vec{a}_3\right\},$$

$$L_2\left\{\vec{b}_1,\ \vec{b}_2,\ \vec{b}_3\right\}=\left\{\beta_1\vec{b}_1+\beta_2\vec{b}_2+\beta_3\vec{b}_3\right\},$$

если $\alpha_k,\ \beta_k\in R^1$ и

$$\vec{a}_1=\vec{e}_1+2\vec{e}_2+\vec{e}_3,\ \vec{a}_2=\vec{e}_1+\vec{e}_2-\vec{e}_3,\ \vec{a}_3=\vec{e}_1+3\vec{e}_2+3\vec{e}_3;$$

$$\vec{b}_1=2\vec{e}_1+3\vec{e}_2-\vec{e}_3,\ \vec{b}_2=\vec{e}_1+2\vec{e}_2+2\vec{e}_3,\ \vec{b}_3=\vec{e}_1+\vec{e}_2-3\vec{e}_3.$$

Р е ш е н и е. Находим базисы подпространств:

$$\dim L_1=r\begin{pmatrix}1 & 1 & 1\\ 2 & 1 & 3\\ 1 & -1 & 3\end{pmatrix}=2,\ \text{базисный минор}\ \Delta_1=\begin{vmatrix}1 & 1\\ 2 & 1\end{vmatrix};$$

$$\dim L_2=r\begin{pmatrix}2 & 1 & 1\\ 3 & 2 & 1\\ -1 & 2 & -3\end{pmatrix}=2,\ \text{базисный минор}\ \Delta_1=\begin{vmatrix}2 & 1\\ 3 & 2\end{vmatrix}.$$

Базисом L_1 является подсистема

$$\vec{a}_1=\vec{e}_1+2\vec{e}_2+\vec{e}_3,$$

$$\vec{a}_2=\vec{e}_1+\vec{e}_2-\vec{e}_3,$$

а базисом L_2 подсистема

$$\vec{b}_1=2\vec{e}_1+3\vec{e}_2-\vec{e}_3,$$

$$\vec{b}_2=\vec{e}_1+2\vec{e}_2+2\vec{e}_3.$$

Чтобы найти базис подпространства L_1+L_2, вычислим ранг матрицы, столбцами которой являются векторы $\vec{a}_1,\ \vec{a}_2,\ \vec{b}_1,\ \vec{b}_2$:

$$r\begin{pmatrix}1 & 1 & 2 & 1\\ 2 & 1 & 3 & 2\\ 1 & -1 & -1 & 2\end{pmatrix}=3,\ \text{базисный минор}\ \begin{pmatrix}1 & 1 & 2\\ 2 & 1 & 3\\ 1 & -1 & -1\end{pmatrix}.$$

Таким образом, имеем

$$\dim(L_1 + L_2) = 3$$

и базис подпространства $L_1 + L_2$ есть система $\left\{\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{b}_1\right\}$.

Теперь базис пересечения подпространств

$$\dim(L_1 \cap L_2) = \dim L_1 + \dim L_2 - \dim(L_1 + L_2) = 4 - 3 = 1.$$

Таким образом, базис $L_1 \cap L_2$ состоит из одного вектора.

Вектор $\vec{b}_2$ разложим по базису $\left\{\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{b}_1\right\}$ подпространства $L_1 + L_2$:

$$\vec{b}_2 = \alpha_2^1 \vec{a}_1 + \alpha_2^2 \vec{a}_2 + \beta_2^1 \vec{b}_1.$$

Составляем систему уравнений, используя разложения векторов

$$\vec{a}_1 = \vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + \vec{e}_3,\ \vec{a}_2 = \vec{e}_1 + \vec{e}_2 - \vec{e}_3,$$

$$\vec{b}_1 = 2\vec{e}_1 + 3\vec{e}_2 - \vec{e}_3, \vec{b}_2 = \vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + 2\vec{e}_3.$$

Решение этой СЛАУ даёт:

$$\alpha_2^1 = 2,\ \alpha_2^2 = 1,\ \beta_2^1 = -1,$$

Таким образом,

$$\vec{b}_2 = 2\vec{a}_1 + \vec{a}_2 - \vec{b}_1,$$

Следовательно, вектор

$$\vec{c} = 2\vec{a}_1 + \vec{a}_2 = \vec{b}_1 + \vec{b}_2 = 3\vec{e}_1 + 5\vec{e}_2 + \vec{e}_3$$

является базисом подпространства $L_1 \cap L_2$. $\otimes$

Пример 2.5.6. Выяснить вопрос о совместности СЛАУ

$$\begin{cases} x^1 - 2x^2 + x^3 = 3, \\ x^1 + 3x^2 - x^3 = 1, \\ 3x^1 - x^2 + x^3 = 7. \end{cases}$$

Р е ш е н и е. Выписываем основную и расширенную матрицы СЛАУ:

$$A=\begin{pmatrix}1 & -2 & 1\\ 1 & 3 & -1\\ 3 & -1 & 1\end{pmatrix};\ B=\left(\begin{array}{ccc|c}1 & -2 & 1 & 3\\ 1 & 3 & -1 & 1\\ 3 & -1 & 1 & 7\end{array}\right).$$

Минор второго порядка в левом верхнем углу (см. предыдущий пример) равен $5\neq 0$. Все миноры третьего порядка, как у матрицы A, так и у матрицы B, равны нулю: ранги основной и расширенной матриц $r(A)=r(B)=2$. Следовательно, СЛАУ совместна. $\otimes$

Пример 2.5.7. Выяснить, при каких значениях параметра a СЛАУ с основной матрицей

$$A=\begin{pmatrix}1 & 1 & -1 & 1\\ -1 & 2 & 1 & -1\\ 1 & -3 & -1 & 1\end{pmatrix}$$

и столбцом правых частей $|b\rangle=(2\quad 1\quad a)^T$ является совместной.

Р е ш е н и е. Нетрудно видеть, что ранг матрицы A СЛАУ $r(A)=2$. Расширенная матрица имеет вид

$$B=\begin{pmatrix}1 & 1 & -1 & 1 & 2\\ -1 & 2 & 1 & -1 & 1\\ 1 & -3 & -1 & 1 & a\end{pmatrix}.$$

Вычеркнем в расширенной матрице третий и четвёртый столбцы. Так как ранг матрицы не изменится, то имеем

$$\det B=\det\begin{pmatrix}1 & 1 & 2\\ -1 & 2 & 1\\ 1 & -3 & a\end{pmatrix}=3a+6.$$

Если $a\neq -2$, то $\det B\neq 0$ и $r(B)=3\neq r(A)$ – СЛАУ несовместна. Если $a=-2$, то $\det B=0$. Так как у матрицы B имеются отличные от нуля миноры, то $r(B)=2=r(A)$. Поэтому при $a=-2$ СЛАУ совместна. $\otimes$

Задания для самостоятельной работы

Векторная алгебра

1. Даны векторы $\vec{x}$, $\vec{y}$, $\vec{z}$. Найти линейную комбинацию (вектор)

$$\vec{u} = \alpha\vec{x} + \beta\vec{y} + \gamma\vec{z}$$

и норму (длину) вектора $\vec{u}$:

1) $\vec{x} = -2\vec{e}_1 + 3\vec{e}_2 + \vec{e}_3$, $\vec{y} = \vec{e}_1 + 3\vec{e}_2$, $\vec{z} = \vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + \vec{e}_3$,
$\alpha = 4$, $\beta = -3$, $\gamma = 1$;

2) $\vec{x} = -3\vec{e}_1 - \vec{e}_2 + 4\vec{e}_3$, $\vec{y} = \vec{e}_1 + 3\vec{e}_2 + \vec{e}_3$, $\vec{z} = -\vec{e}_1 - 2\vec{e}_2 - \vec{e}_3$,
$\alpha = -4$, $\beta = 3$, $\gamma = -2$;

3) $\vec{x} = \vec{e}_1 - 6\vec{e}_2 + 3\vec{e}_3$, $\vec{y} = -3\vec{e}_1 - 3\vec{e}_2 - \vec{e}_3$, $\vec{z} = 2\vec{e}_1 - 3\vec{e}_2 + 4\vec{e}_3$,
$\alpha = 7$, $\beta = -5$, $\gamma = -1$.

2. Найти косинус угла между векторами $\vec{AB}$ и $\vec{AC}$, если:

1) $A(2; -2; 3)$, $B(3; -1; 2)$, $C(4; -4; 5)$;

2) $A(0; -2; 6)$, $B(12; -2; -3)$, $C(9; -2; -6)$;

3) $A(2; 3; -1)$, $B(4; 5; -2)$, $C(3; 1; 1)$.

3. На плоскости R^2 заданы своими координатами три вершины A, B и C параллелограмма. Найти:

1) координаты четвёртой вершины D;

2) косинус угла между сторонами AB и AC;

3) длины диагоналей и косинус угла между ними.

1) $A(-1; 2; -2)$, $B(3; 4; -5)$, $C(1; 1; 0)$;

2) $A(-2; -2; 0)$, $B(-1; -2; 4)$, $C(5; -2; 1)$;

3) $A(3; 3; -1)$, $B(3; 2; 0)$, $C(4; 4; -1)$.

4. В каноническом базисе декартовой системы координат пространства R^3 своими координатами заданы векторы $\vec{x}$ и $\vec{y}$. Найти $\left(\alpha\vec{x}+\beta\vec{y},\ \gamma\vec{x}+\lambda\vec{y}\right)$, если дано:

1) $\vec{x}=\vec{e}_1+5\vec{e}_2+\vec{e}_3,\ \vec{y}=\vec{e}_1+7\vec{e}_2+\vec{e}_3,$

$\alpha=4,\ \beta=-3,\ \gamma=1,\ \lambda=2;$

2) $\vec{x}=2\vec{e}_1+5\vec{e}_2+8\vec{e}_3,\ \vec{y}=\vec{e}_1-3\vec{e}_2-7\vec{e}_3,$

$\alpha=-2,\ \beta=-5,\ \gamma=-1,\ \lambda=-2;$

3) $\vec{x}=-2\vec{e}_1+4\vec{e}_2-8\vec{e}_3,\ \vec{y}=5\vec{e}_1+3\vec{e}_2+7\vec{e}_3,$

$\alpha=11,\ \beta=6,\ \gamma=2,\ \lambda=-7.$

5. Найти $\left(\vec{x}-4\vec{y},\ 6\vec{x}+\vec{y}\right)$, если дано:

1) $\left\|\vec{x}\right\|=4,\ \left\|\vec{y}\right\|=5,\ \left\{\vec{x}\overset{\wedge}{,}\vec{y}\right\}=\frac{\pi}{4};$

2) $\left\|\vec{x}\right\|=6,\ \left\|\vec{y}\right\|=1,\ \left\{\vec{x}\overset{\wedge}{,}\vec{y}\right\}=\frac{\pi}{3};$

3) $\left\|\vec{x}\right\|=2{,}5,\ \left\|\vec{y}\right\|=1{,}5,\ \left\{\vec{x}\overset{\wedge}{,}\vec{y}\right\}=\frac{\pi}{6}.$

6. В каноническом базисе декартовой системы координат пространства R^3 своими координатами задан вектор $\vec{x}$. Найти направляющие косинусы и орт данного вектора, если дано:

1) $\vec{x}=\vec{e}_1-2\vec{e}_2+4\vec{e}_3;$

2) $\vec{x}=-\vec{e}_1-3\vec{e}_2+5\vec{e}_3;$

3) $\vec{x}=5\vec{e}_1-\vec{e}_2-6\vec{e}_3.$

Прямые линии и плоскости

1. Вычислить объём параллелепипеда, построенного на векторах:

1) $\vec{x} = \vec{e}_1 + 3\vec{e}_2,\ \vec{y} = -\vec{e}_1 - \vec{e}_3,\ \vec{z} = \vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + \vec{e}_3;$

2) $\vec{x} = 3\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + \vec{e}_3,\ \vec{y} = 5\vec{e}_1 + 5\vec{e}_2 + 5\vec{e}_3,\ \vec{z} = -\vec{e}_2 - 2\vec{e}_3;$

3) $\vec{x} = 6\vec{e}_2 + \vec{e}_3,\ \vec{y} = 2\vec{e}_2,\ \vec{z} = \vec{e}_1 + \vec{e}_2 + \vec{e}_3.$

2. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\vec{x}$ и $\vec{y}$, если дано:

1) $\vec{x} = \vec{a} + 3\vec{b},\ \vec{y} = 2\vec{a} - \vec{b},\ \left\|\vec{a}\right\| = 2,\ \left\|\vec{b}\right\| = 1,\ \left\{\vec{a}, \vec{b}\right\} = \frac{\pi}{6};$

2) $\vec{x} = 2\vec{a} + \vec{b},\ \vec{y} = \vec{a} - 3\vec{b},\ \left\|\vec{a}\right\| = 2,\ \left\|\vec{b}\right\| = 2,\ \left\{\vec{a}, \vec{b}\right\} = \frac{\pi}{4};$

3) $\vec{x} = \vec{a} - 2\vec{b},\ \vec{y} = \vec{a} + 3\vec{b},\ \left\|\vec{a}\right\| = 1,\ \left\|\vec{b}\right\| = 2,\ \left\{\vec{a}, \vec{b}\right\} = \frac{\pi}{2}.$

3. В пространстве R^3 получить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(-2; 2; 3)$, $B(2; 3; 1)$, $C(3, 1, 2)$ и найти косинусы углов, образованных её нормальным вектором с осями координат. Построить эту плоскость.

4. Написать канонические уравнения прямой линии, заданной пересечением двух плоскостей, проходящих через точки $A_1(0; 0; 0)$; $B_1(3; 3; 0)$; $C_1(0; 3; 3)$ и $A_2(4; 5; 0)$; $B_2(-6; 6; 3)$; $C_2(2; 0; 7)$ соответственно.

5. В пространстве R^3 получить уравнение плоскости, проходящей через точку $A(7; 7; 3)$ и имеющей нормальный вектор, заданный точками $M_1(-2; -1; -8)$ и $M_2(2; 1; 8)$. Найти объём параллелепипеда, построенного на векторах $\vec{ON}_1$, $\vec{ON}_2$ и $\vec{ON}_3$, где N_1, N_2 и N_3 – точки пересечения данной плоскости и осей координат.

6. В пространстве R^3 найти угол между плоскостями, проходящими через точки M_1, M_2, M_3 и N_1, N_2, N_3:

1) $M_1(0;7;-4)$; $M_2(4;8;-1)$; $M_3(-2;1;3)$;

$N_1(2;3;1)$; $N_2(2;0;3)$; $N_3(-2;2;0)$;

2) $M_1(-2;2;2)$; $M_2(3;2;3)$; $M_3(8;0;6)$;

$N_1(0;3;5)$; $N_2(0;-1;3)$; $N_3(4;0;0)$.

7. Найти точку пересечения прямой линии и плоскости:

1) $\dfrac{x^1-2}{1}=\dfrac{x^2-3}{1}=\dfrac{x^3+1}{-4}$, $x^1+x^2+3x^3-10=0$;

2) $\dfrac{x^1+1}{2}=\dfrac{x^2-3}{-4}=\dfrac{x^3+1}{5}$, $x^1+2x^2-x^3+5=0$.

8. Найти координаты проекции точки M_0 на плоскость:

1) $M_0(0;-3;-2)$; $2x^1+10x^2+10x^3-1=0$;

2) $M_0(-2;0;-1)$; $2x^2+4x^3-1=0$.

9. В пространстве R^3 найти расстояние от точки M_0 до плоскости, проходящей через точки M_1, M_2 и M_3:

1) $M_1(0;7;-4)$, $M_2(4;8;-1)$, $M_3(-2;1;3)$, $M_0(-10;11;13)$;

2) $M_1(6;8;3)$, $M_2(0;5;6)$, $M_3(6;7;4)$, $M_0(7;17;14)$;

3) $M_1(-2;3;5)$, $M_2(-5;5;2)$, $M_3(7;-1;8)$, $M_0(0;0;0)$.

Операторы, матрицы

1. Пусть $\vec{a}\neq\vec{0}$ – некоторый фиксированный вектор из R^3, а операторы $\hat{A}: R^3\to R^3$ и $\hat{B}: R^3\to R^3$, действуют по правилам $\left(\forall\,\vec{x}\in R^3\right)$

1) $\hat{A}\vec{x}=\left(\vec{a},\vec{x}\right)\vec{a}$, 2) $\hat{A}\vec{x}=\left[\vec{a},\vec{x}\right]$.

Показать, что эти операторы линейные и найти их матрицы.

2. Показать, что операторы

$\hat{A}: R^3 \to R^3$, $\hat{B}: R^3 \to R^3$, $\hat{C}: R^3 \to R^3$,

действие которых задано координатными соотношениями

1) $\hat{A}\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2x_1 - 3x_2 - 2x_3 \\ 2x_1 - 3x_3 \\ 2x_2 - 3x_3 \end{pmatrix}$,

2) $\hat{B}\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2x_1 - 3x_2 - 2x_3 \\ 2x_1 - 2x_2 + 3x_3 \\ 2x_2 - 3 \end{pmatrix}$,

3) $\hat{C}\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_1 - 2x_2 - x_3 \\ 3x_1 - 2x_2 \\ 3x_2 + x_3 \end{pmatrix}$,

являются линейными и записать их матрицы.

3. В каноническом базисе трёхмерного пространства R^3 действия операторов $\hat{A}: R^3 \to R^3$ и $\hat{B}: R^3 \to R^3$ на произвольный вектор $\vec{x} \in R^3$ заданы соотношениями:

$$\hat{A}\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2x_1 - 3x_2 - 2x_3 \\ 2x_1 - 3x_3 \\ 2x_2 - 3x_3 \end{pmatrix}; \quad \hat{B}\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3x_1 - x_2 - x_3 \\ 2x_1 \\ x_3 \end{pmatrix}.$$

Найти координаты вектора:

1) $\left(\hat{A}^2 + 2\hat{B}\right)\vec{x}$; 2) $\left(2\hat{A}^2 + 3\hat{B}^2\right)\vec{x}$; 3) $\left(\hat{A}\hat{B} - \hat{B}\hat{A}\right)\vec{x}$.

4. Найти матрицы, обратные данным матрицам:

а) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}$; б) $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$; в) $\begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.

5. Решить СЛАУ матричным методом и по формулам Крамера:

1) $\begin{cases} x_1 + 3x_2 - \quad x_3 = 2, \\ 2x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 0, \\ 3x_1 - 2x_2 - \quad x_3 = 4; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x_1 + 3x_2 + \quad x_3 = -5, \\ 3x_1 - 4x_2 + 3x_3 = 11, \\ 2x_1 + 4x_2 - \quad x_3 = -9. \end{cases}$

6. Найти решение СЛАУ по формулам Крамера:

1) $\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 = 8, \\ -2x_1 + 3x_2 - 3x_3 = -5, \\ 3x_1 - 4x_2 + 5x_3 = 10; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 5, \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 1, \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 11; \end{cases}$

3) $\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 - 2x_4 = 6, \\ 2x_1 - x_2 - 2x_3 - 3x_4 = 8, \\ 3x_1 + 2x_2 - x_3 + 2x_4 = 4, \\ 2x_1 - 3x_2 + 2x_3 + x_4 = -8. \end{cases}$

7. Разложить вектор $\vec{x}$ по системе векторов $\left\{ \vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3 \right\}$:

1) $\vec{a}_1 = -\vec{e}_2 + 2\vec{e}_3$, $\vec{a}_2 = \vec{e}_1 + \vec{e}_3$, $\vec{a}_3 = -\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + 4\vec{e}_3$,

$\vec{x} = -2\vec{e}_1 + 9\vec{e}_3$.

2) $\vec{a}_1 = \vec{e}_1 - 3\vec{e}_2$, $\vec{a}_2 = \vec{e}_1 - \vec{e}_2 + \vec{e}_3$, $\vec{a}_3 = -\vec{e}_2 + 2\vec{e}_3$,

$\vec{x} = 5\vec{e}_1 - 12\vec{e}_2 - \vec{e}_3$.

3) $\vec{a}_1 = 3\vec{e}_1 + \vec{e}_2 - \vec{e}_3$, $\vec{a}_2 = -3\vec{e}_2 + \vec{e}_3$, $\vec{a}_3 = \vec{e}_1 + \vec{e}_2 + \vec{e}_3$,

$\vec{x} = 2\vec{e}_2 + 4\vec{e}_3$.

8. В каноническом базисе пространства R^3 дана линейно независимая система векторов

$\vec{x}_1 = 2\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2$,

$\vec{x}_2 = 2\vec{e}_2 + 2\vec{e}_3$,

$\vec{x}_3 = 2\vec{e}_1 + 2\vec{e}_3$

и матрица

$$A=\begin{pmatrix}2 & 1 & 3\\ 1 & 2 & 3\\ 1 & 3 & 2\end{pmatrix}.$$

Будет ли линейно независимой система векторов $\hat{A}\vec{x}_1,\ 2\hat{A}\vec{x}_2,\ 3\hat{A}\vec{x}_3$?

9. Проверить, что $(AB)C = A(BC)$, если

$$A=\begin{pmatrix}5 & 8 & -4\\ 6 & 9 & -5\\ 4 & 7 & -3\end{pmatrix},\ B=\begin{pmatrix}3 & 2 & 5\\ 4 & -1 & 3\\ 9 & 6 & 5\end{pmatrix},\ C=\begin{pmatrix}1 & -1 & 0\\ 0 & 1 & -1\\ 1 & -1 & -1\end{pmatrix}.$$

10. Вычислить многочлен

$$P(X) = X^3 - 3X + 2$$

от матрицы

$$X=\begin{pmatrix}2 & 1 & 1\\ 1 & 2 & 1\\ 1 & 1 & 2\end{pmatrix}.$$

11. Найти матрицу X, удовлетворяющую условию:

а) $5A + 2X = 0$, если $A=\begin{pmatrix}4 & -2 & 6\\ 8 & 0 & 0\\ 0 & -4 & -2\end{pmatrix}$;

и) $(-1)A + 3X = 2B$, если $A=\begin{pmatrix}4 & 5\\ 1 & 3\end{pmatrix},\ B=\begin{pmatrix}1 & 5\\ 7 & 9\end{pmatrix}$.

12. Вычислить определители:

ф) $\begin{vmatrix}a & -a & a\\ a & a & -a\\ a & -a & -a\end{vmatrix}$;

б) $\begin{vmatrix} x^2 & x & 1 \\ y^2 & y & 1 \\ z^2 & z & 1 \end{vmatrix}$.

13. Решить уравнения:

а) $\begin{vmatrix} 1 & 3 & x \\ 4 & 5 & -1 \\ 2 & -1 & 5 \end{vmatrix} = 0$;

б) $\begin{vmatrix} 3 & x & -4 \\ 2 & -1 & 3 \\ x+10 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 0$.

14. Решить неравенства:

а) $\begin{vmatrix} 3 & -2 & 1 \\ 1 & x & -2 \\ -1 & 2 & -1 \end{vmatrix} < 1$;

б) $\begin{vmatrix} 2 & x+2 & -1 \\ 1 & 1 & -2 \\ 5 & -3 & x \end{vmatrix} > 0$.

15. Вычислить определитель:

$\begin{vmatrix} 246 & 427 & 327 \\ 1014 & 543 & 443 \\ -342 & 721 & 621 \end{vmatrix}$.

16. Решить матричные уравнения:

а) $X\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 4 & 3 & 2 \\ 1 & -2 & 5 \end{pmatrix}$;

б) $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} X \begin{pmatrix} -3 & 2 \\ 5 & -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & 4 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$.

17. Решить методом Гаусса СЛАУ:

а) $\begin{cases} 2x^1 - x^2 - x^3 = 4, \\ 3x^1 + 4x^2 - 2x^3 = 11, \\ 3x^1 - 2x^2 + 4x^3 = 11; \end{cases}$

б) $\begin{cases} 2x^1 + x^2 - 4x^3 = 0, \\ 3x^1 + 5x^2 - 7x^3 = 0, \\ 4x^1 - 5x^2 - 6x^3 = 0; \end{cases}$

в) $\begin{cases} x^1 + 2x^2 + 3x^3 - 2x^4 = 6, \\ 2x^1 - x^2 - 2x^3 - 3x^4 = 8, \\ 3x^1 + 2x^2 - x^3 + 2x^4 = 4, \\ 2x^1 - 3x^2 + 2x^3 + x^4 = -8. \end{cases}$

18. Пространство R^3 подвергается деформации под действием линейного оператора $\hat{A}$, заданного в каноническом базисе матрицей

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

Найти объём треугольной пирамиды с вершинами

$$A(0; 0; 0); \; B(3; 3; 0); \; C(0; 3; 3); \; D(3; 0; 3)$$

до и после деформации пространства.

19. Пусть $\left\{ \vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3, \vec{a}_4 \right\} \subset X^4$ – некоторый базис, а

$$T = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 1 \\ 3 & 0 & -1 & 2 \\ 2 & 5 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

– матрица линейного оператора $\hat{T} : X^4 \to X^4$. Найти матрицу оператора в базисе $\left\{ \vec{g}_1, \vec{g}_2, \vec{g}_3, \vec{g}_4 \right\} \subset X^4$, если:

а) $\vec{g}_1 = 2\vec{a}_1 + \vec{a}_2 + \vec{a}_3 + \vec{a}_4$, $\vec{g}_2 = 3\vec{a}_1 + 2\vec{a}_2 + 3\vec{a}_3 + \vec{a}_4$,

$\vec{g}_3 = 4\vec{a}_1 + 3\vec{a}_2 + 2\vec{a}_3 + \vec{a}_4$, $\vec{g}_4 = 5\vec{a}_1 + 4\vec{a}_2 + 3\vec{a}_3 + 2\vec{a}_4$;

б) $\vec{g}_1 = 2\vec{a}_1 - \vec{a}_2 - 2\vec{a}_3 + 3\vec{a}_4$, $\vec{g}_2 = 3\vec{a}_1 - \vec{a}_2 - 2\vec{a}_3 + 2\vec{a}_4$,

$\vec{g}_3 = 2\vec{a}_1 - 2\vec{a}_3 + 2\vec{a}_4$, $\vec{g}_4 = 2\vec{a}_1 - \vec{a}_2 - \vec{a}_3 + 2\vec{a}_4$.

20. Используя понятие ранга матрицы и теоремы о совместности, выяснить вопрос о совместности следующих СЛАУ:

а) $\begin{cases} 2x^1 + x^2 - 4x^3 = 0, \\ 3x^1 + 5x^2 - 7x^3 = 0, \\ 4x^1 - 5x^2 - 6x^3 = 0; \end{cases}$

б) $\begin{cases} x^1 + x^2 + x^3 + x^4 = 0, \\ x^1 + 2x^2 + 3x^3 - x^4 = 0, \\ x^1 + 4x^2 + 5x^3 + 2x^4 = 0, \\ x^1 - x^3 + 3x^4 = 0. \end{cases}$

21. При каких значениях параметра a СЛАУ является совместной:

а) $\begin{cases} x^1 - 2x^2 + x^3 + x^4 = a, \\ x^1 - 2x^2 + x^3 - x^4 = -1, \\ x^1 - 2x^2 + x^3 + 5x^4 = 5; \end{cases}$

б) $\begin{cases} 3x^1 - 5x^2 + 2x^3 + 4x^4 = 2, \\ 7x^1 - 4x^2 + x^3 + 3x^4 = a, \\ 5x^1 + ax^2 - 4x^3 - 6x^4 = 3. \end{cases}$

22. Найти ядро оператора, заданного в пространстве R^3 своей матрицей

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Дать геометрическую интерпретацию и получить параметрические уравнения ядра.

23. Найти ядро, дефект, ранг и множество значений линейного оператора $\hat{A}: R^m \to R^n$, заданного в некоторых базисах

$$\left\{\vec{e}_1, \vec{e}_2, \ldots, \vec{e}_m, \right\} \subset R^m, \left\{\vec{a}_1, \vec{a}_2, \ldots, \vec{a}_n, \right\} \subset R^n$$

своей матрицей:

а) $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & -2 \\ 2 & 1 & -2 \end{pmatrix}$; б) $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$; в) $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 & 0 \\ 3 & 2 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 3 & 4 \\ 2 & -1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$;

г) $\begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & 3 \\ 1 & 2 & -1 \\ -1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$; д) $\begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & -2 & 2 \\ 2 & 1 & -5 & 11 \end{pmatrix}$; е) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & -1 \\ -1 & 1 & 2 & 2 \\ 1 & 3 & -1 & 0 \end{pmatrix}$.

Часть 2. ОПЕРАТОРЫ В ЕВКЛИДОВЫХ ПРОСТРАНСТВАХ

Практическое занятие 1

Собственные и инвариантные подпространства. Самосопряжённые и ортогональные операторы

Пример 2.1.1. В каноническом базисе $\left\{\vec{e}_1, \vec{e}_2\right\} \subset R^2$ оператор $\hat{T}$ задан матрицей

$$T = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}.$$

Найти собственные значения и собственные подпространства оператора $\hat{T}$.

Р е ш е н и е. 1. Составляем характеристическое уравнение:

$$\det\left(T - \mu \cdot I\right) = 0;\ \mu^2 - 7 \cdot \mu + 10 = 0.$$

Откуда получаем собственные значения оператора $\mu_1 = 2,\ \mu_2 = 5.$

2. Находим собственный вектор, соответствующий собственному значению $\mu_1 = 2$, для чего решаем СЛАУ

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x_1^1 \\ x_1^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Получаем решение в виде

$$x_1^1 = -1,\ x_1^2 = 1 \Rightarrow \left|x_1\right\rangle = c\left|a_1\right\rangle,\ c \in R^1 \Rightarrow \left|a_1\right\rangle = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Решением является бесконечное множество векторов

$$\vec{x} = c\,\vec{a}_1$$

– одномерное линейное многообразие с базисным вектором

$$\vec{a}_1 = -\vec{e}_1 + \vec{e}_2.$$

3. Аналогично находим собственный вектор, соответствующий собственному значению $\mu_2 = 5$, решая СЛАУ

$$\begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x_1^1 \\ x_1^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Получаем решение в виде

$$x_2^1 = c/2,\ x_2^2 = c,\ c \in R^1 \Rightarrow |x_2\rangle = c|a_2\rangle \Rightarrow |a_2\rangle = \begin{pmatrix} 1/2 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Решением является бесконечное множество векторов

$$\vec{x} = c\vec{a}_2$$

– одномерное линейное многообразие с базисным вектором

$$\vec{a}_1 = \frac{1}{2}\vec{e}_1 + \vec{e}_2.$$

Оператор имеет два одномерных собственных подпространства

$$L\{\vec{a}_1\} = \{\vec{x} : \vec{x} = t\vec{a}_1;\ t \in R^1\}$$

и

$$L\{\vec{a}_2\} = \{\vec{x} : \vec{x} = t\vec{a}_2;\ t \in R^1\},$$

с образующими векторами

$$\vec{a}_1 = -\vec{e}_1 + \vec{e}_2,\ \vec{a}_2 = \frac{1}{2}\vec{e}_1 + \vec{e}_2. \otimes$$

Пример 2.1.2. Найти матрицу, собственные значения и собственные подпространства оператора (аффинора) зеркального отражения относительно координатной плоскости X^1OX^2 в пространства R^3.

Р е ш е н и е. Оператор зеркального отражения в пространстве R^3 относительно координатной плоскости X^1OX^2, очевидно, действует по правилу (рисунок 7.2.1)

$$\left(\forall \vec{x} \in R^3\right) \vec{y} = \hat{R}\vec{x} = x^1 \vec{e}_1 + x^2 \vec{e}_2 - x^3 \vec{e}_3.$$

Подействуем на базисные векторы оператором отражения:

$$\hat{R}\vec{e}_1 = \vec{e}_1;\ \hat{R}\vec{e}_2 = \vec{e}_2;\ \hat{R}\vec{e}_3 = -\vec{e}_3.$$

Следовательно, для матрицы оператора отражения относительно координатной плоскости X^1OX^2 получаем:

$$R = \begin{pmatrix} r_1^1 & r_2^1 & r_3^1 \\ r_1^2 & r_2^2 & r_3^2 \\ r_1^3 & r_2^3 & r_3^3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

Характеристический многочлен оператора $\hat{R}$ имеет вид:

$$R(\mu) = \det\begin{pmatrix} 1-\mu & 0 & 0 \\ 0 & 1-\mu & 0 \\ 0 & 0 & -1-\mu \end{pmatrix} = (-\mu)\cdot(-\mu)\cdot(1-\mu).$$

Откуда видно, что многочлен имеет простой корень $\mu_1 = -1$ и двукратный корень $\mu_2 = 1$.

1) Для собственного значения $\mu_2 = -1$ имеем

$$\begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \\ x^3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

откуда

$$\begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \\ x^3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ c \end{pmatrix},\ c \in R^1$$

– любое действительное число. Собственное подпространство, соответствующее собственному значению $\mu_1 = -1$, есть линейная оболочка вида

$$c\cdot\begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix}\Rightarrow L\left\{\vec{e}_3\right\}=\left\{\vec{x}\in R^3:\vec{x}=c\cdot\vec{e}_3;\,c\in R^1\right\},$$

то есть ось OX^3.

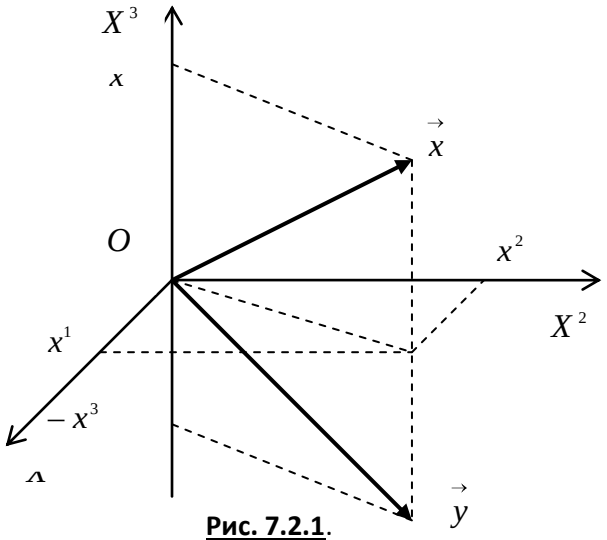


Рис. 7.2.1.

2) Для собственного значения $\mu_2=1$ имеем

$$\begin{pmatrix}0&0&0\\0&0&0\\0&0&-2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x^1\\x^2\\x^3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0\\0\\0\end{pmatrix},$$

откуда

$$\left|x\right\rangle\equiv\begin{pmatrix}x^1\\x^2\\x^3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}a\\b\\0\end{pmatrix}=a\begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix}+b\begin{pmatrix}0\\1\\0\end{pmatrix},$$

где $a,b\in R^1$ – любые действительные числа. Получаем собственное подпространство, соответствующее собственному значению $\mu_1=1$, являющееся линейной оболочкой вида

$$L\left\{\vec{e}_1,\vec{e}_2\right\}=\left\{\vec{x}\in R^3:\vec{x}=a\cdot\vec{e}_1+b\cdot\vec{e}_2;\,a,b\in R^1\right\},$$

то есть координатной плоскостью X^1OX^2. Это подпространство является прямой суммой двух собственных подпространств $OX^1 \oplus OX^2$. $\otimes$

Пример 2.1.3. В евклидовом пространстве E^3 в ортонормированном (каноническом) базисе $\left\{\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3\right\}$ оператор $\hat{T}: E^3 \to E^3$ задан матрицей

$$T = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & -1 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}.$$

Найти собственные значения и собственные подпространства оператора.

Р е ш е н и е. Составим характеристическое уравнение:

$$T = \begin{pmatrix} 3-\mu & 0 & 0 \\ 1 & 2-\mu & -1 \\ 1 & -1 & 2-\mu \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{vmatrix} 3-\mu & & \\ & \mu^2-4\mu+3 & \\ & & \end{vmatrix} = 0.$$

Собственные значения $\mu_1 = 1,\ \mu_{2,3} = 3.$

Собственный вектор, соответствующий $\mu_1 = 1$ находится как решение системы уравнений

$$\begin{cases} 2x^1 + 0x^2 + 0x^3 = 0, \\ x^1 + x^2 - x^3 = 0, \\ x^1 - x^2 + x^3 = 0. \end{cases}$$

Решение имеет вид:

$$\left|a_1\right\rangle = \begin{pmatrix} a_1^1 \\ a_1^2 \\ a_1^3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Собственный вектор, соответствующий $\mu_{2,3} = 3$ находится как решение системы уравнений

$$\begin{cases} 0x^1 + 0^2 + 0x^3 = 0, \\ x^1 - x^2 - x^3 = 0, \\ x^1 - x^2 - x^3 = 0. \end{cases}$$

Решение имеет вид:

$$|a_2\rangle = \begin{pmatrix} a_2^1 \\ a_2^2 \\ a_2^3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}; |x_3\rangle = \begin{pmatrix} a_3^1 \\ a_3^2 \\ a_3^3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Получаем два собственных подпространства:

$$X_1 = \{\vec{x} : \vec{x} = t\vec{a}_1; t \in R^1\}; \; X_2 = \{\vec{x} : \vec{x} = t\vec{a}_2 + \tau\vec{a}_3; t, \tau \in R^1\}. \otimes$$

Пример 2.1.4. Линейный оператор $\hat{T} : E^3 \to E^3$ в некотором ортонормированном базисе $\{\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3\}$ задан матрицей

$$T_e = \begin{pmatrix} 11 & 2 & -8 \\ 2 & 2 & 10 \\ -8 & 10 & 5 \end{pmatrix}.$$

Построить в пространстве E^3 ортонормированный базис собственных векторов оператора $\hat{T}$ и записать матрицу оператора $\hat{T}$ в этом базисе.

Р е ш е н и е. Составим характеристический многочлен оператора $\hat{T}$:

$$T(\mu) = \begin{vmatrix} 11-\mu & 2 & -8 \\ 2 & 2-\mu & 10 \\ -8 & 10 & 5-\mu \end{vmatrix} = -\mu^3 + 18\mu^2 + 81\mu - 1458.$$

Откуда характеристическое уравнение

$$\mu^3 - 18\mu^2 - 81\mu + 1458 = 0 \Rightarrow (\mu - 18)(\mu^2 - 81) = 0,$$

или

$$(\mu - 18)(\mu - 9)(\mu + 9) = 0.$$

Откуда собственные значения оператора

$$\mu_1 = -9,\ \mu_2 = 9,\ \mu_3 = 18.$$

Оператор является симметрическим, то есть самосопряжённым. Поэтому все собственные значения оператора различны, а собственные векторы ортогональны. Найдём собственные векторы оператора $\hat{T}$ в базисе $\left\{\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3\right\}$.

1) Для собственного значения $\mu_1 = -9$ имеем однородную СЛАУ:

$$\begin{pmatrix} 20 & 2 & -8 \\ 2 & 11 & 10 \\ -8 & 10 & 14 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \\ x^3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Определитель

$$\begin{vmatrix} 20 & 2 & -8 \\ 2 & 11 & 10 \\ -8 & 10 & 14 \end{vmatrix} = 0$$

– СЛАУ нетривиально совместна. Базисный минор – угловой. Принимая третью координату за свободное неизвестное, решаем СЛАУ из первых двух уравнений по формулам Крамера:

$$\begin{cases} 10x^1 + x^2 = 4a, \\ 2x^1 + 11x^2 = -10a; \end{cases} \det A = 108 \neq 0; \begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \\ x^3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2}a \\ -a \\ a \end{pmatrix} = a\begin{pmatrix} 1/2 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Итак, первое собственное подпространство оператора есть линейная оболочка вида

$$E^1 = L\left\{\vec{a}_1\right\},$$

где базисный вектор

$$\vec{a}_1 = \frac{1}{2}\vec{e}_1 - \vec{e}_2 + \vec{e}_3.$$

2) Для собственного значения $\mu_2 = 9$ имеем однородную СЛАУ:

$$\begin{pmatrix} 2 & 2 & -8 \\ 2 & -7 & 10 \\ -8 & 10 & -4 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \\ x^3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Определитель

$$\begin{vmatrix} 2 & 2 & -8 \\ 2 & -7 & 10 \\ -8 & 10 & -4 \end{vmatrix} = 0$$

– СЛАУ нетривиально совместна. Базисный минор матрицы СЛАУ – угловой минор. Принимая третью координату за свободное неизвестное, решаем СЛАУ из первых двух уравнений по формулам Крамера:

$$\begin{cases} 2x^1 + 2x^2 = 8a, \\ 2x^1 - 7x^2 = -10a; \end{cases} \det A = -18 \neq 0; \begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \\ x^3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2a \\ 2a \\ a \end{pmatrix} = a\begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Итак, второе собственное подпространство оператора есть линейная оболочка вида

$$E^2 = L\left\{\vec{a}_2\right\},$$

где базисный вектор

$$\vec{a}_2 = 2\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + \vec{e}_3.$$

3) Для собственного значения $\mu_3 = 18$ имеем однородную СЛАУ:

$$\begin{pmatrix} -7 & 2 & -8 \\ 2 & -16 & 10 \\ -8 & 10 & -13 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \\ x^3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Для решения этой СЛАУ применим критерий нетривиальной совместности однородной СЛАУ.

Определитель СЛАУ

$$\begin{vmatrix} -7 & 2 & -8 \\ 2 & -16 & 10 \\ -8 & 10 & -13 \end{vmatrix} = 0,$$

следовательно, СЛАУ нетривиально совместна. Базисный минор матрицы СЛАУ – угловой минор

$$\begin{vmatrix} -7 & 2 \\ 2 & -16 \end{vmatrix} = 108.$$

Поэтому первые два уравнения СЛАУ линейно независимы. Принимая третью координату вектора за свободное неизвестное, то есть, полагая $x^3 = a$, где a – произвольное действительное число, решаем СЛАУ из первых двух уравнений по формулам Крамера:

$$\begin{cases} -7x^1 + 1x^2 = -5a, \\ 2x^1 - 16x^2 = -10a; \end{cases} \det A = -54 \neq 0; \begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \\ x^3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -a \\ \frac{1}{2}a \\ a \end{pmatrix} = a \begin{pmatrix} -1 \\ 1/2 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Итак, третье собственное подпространство оператора есть линейная оболочка вида

$$E^3 = L\left\{\vec{a}_3\right\},$$

где базисный вектор

$$\vec{a}_3 = -\vec{e}_1 + \frac{1}{2}\vec{e}_2 + \vec{e}_3.$$

4) Найденные собственные векторы ортогональны. Нормируем их:

$$\vec{h}_1 = \frac{\vec{a}_1}{\left\|\vec{x}_1\right\|} = \frac{1}{\sqrt{1+\frac{1}{4}+1}}\vec{a}_1 = -\frac{2}{3}\vec{e}_1 + \frac{1}{3}\vec{e}_2 + \frac{2}{3}\vec{e}_3;$$

$$\vec{h}_2 = \frac{\vec{a}_2}{\left\|\vec{x}_2\right\|} = \frac{1}{\sqrt{4+4+1}}\vec{a}_2 = \frac{2}{3}\vec{e}_1 + \frac{2}{3}\vec{e}_2 + \frac{1}{3}\vec{e}_3;$$

$$\vec{h}_3 = \frac{\vec{a}_3}{\left\|\vec{x}_3\right\|} = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{4}+1+1}}\vec{a}_3 = \frac{1}{3}\vec{e}_1 - \frac{2}{3}\vec{e}_2 + \frac{2}{3}\vec{e}_3.$$

5) Матрица перехода от старого базиса к новому базису

$$A:\left\{\vec{e}_1,\ \vec{e}_2,\ \vec{e}_3\right\}\to\left\{\vec{h}_1,\ \vec{h}_2,\ \vec{h}_3\right\}$$

имеет вид:

$$A=\frac{1}{3}\begin{pmatrix}-2 & 1 & 2\\ 2 & 2 & 1\\ 1 & -2 & 2\end{pmatrix};\ \det A=-1\neq 0;\ A^T=\frac{1}{3}\begin{pmatrix}-2 & 2 & 1\\ 1 & 2 & -2\\ 2 & 1 & 2\end{pmatrix}.$$

Обратная матрица к матрице перехода от старого базиса к новому базису и транспонированная к ней имеют вид:

$$A^{-1}=-\frac{1}{2}adgA=\frac{1}{3}\begin{pmatrix}-2 & 2 & 1\\ 1 & 2 & -2\\ 2 & 1 & 2\end{pmatrix};\ \left(A^{-1}\right)^T=\frac{1}{3}\begin{pmatrix}-2 & 1 & 2\\ 2 & 2 & 1\\ 1 & -2 & 2\end{pmatrix}.$$

Находим матрицу оператора в новом базисе $\left\{\vec{h}_1,\ \vec{h}_2,\ \vec{h}_3\right\}$:

$$T_a=\left(A^{-1}\right)^T T_e A^T=\frac{1}{9}\begin{pmatrix}-2 & 1 & 2\\ 2 & 2 & 1\\ 1 & -2 & 2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}11 & 2 & -8\\ 2 & 2 & 10\\ -8 & 10 & 5\end{pmatrix}\begin{pmatrix}-2 & 2 & 1\\ 1 & 2 & -2\\ 2 & 1 & 2\end{pmatrix}=$$

$$=\begin{pmatrix}18 & 0 & 0\\ 0 & 9 & 0\\ 0 & 0 & -9\end{pmatrix}.\otimes$$

Пример 2.1.5. В евклидовом пространстве E^3 в ортонормированном (каноническом) базисе $\left\{\vec{e}_1,\ \vec{e}_2,\ \vec{e}_3\right\}$ оператор $\hat{T}:E^3\to E^3$ задан матрицей

$$\begin{pmatrix}t_1^1 & t_2^1 & t_3^1\\ t_1^2 & t_2^2 & t_3^2\\ t_1^3 & t_2^3 & t_3^3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0 & 0 & 2\\ 1 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0\end{pmatrix}.$$

Найти матрицу оператора $\hat{T}^*$ в базисе

$$\vec{g}_1 = \vec{e}_1 + \vec{e}_2 + \vec{e}_3,\ \vec{g}_2 = \vec{e}_2 + \vec{e}_3,\ \vec{g}_3 = \vec{e}_2 - \vec{e}_3.$$

Р е ш е н и е. Находим матрицу сопряжённого оператора в старом (ортонормированном) базисе:

$$T_e^* = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 2 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}^T = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 2 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Записываем матрицу перехода от старого базиса к новому базису и транспонируем её:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix};\ A^T = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}.$$

Находим матрицу, обратную к матрице перехода от старого базиса к новому базису. Определитель матрицы

$$\det A = -2.$$

Алгебраические дополнения

$$A_1^1 = -2,\ A_2^1 = 0,\ A_3^1 = 0,$$

$$A_1^2 = 2,\ A_2^2 = -1,\ A_3^2 = -1,$$

$$A_1^3 = 0,\ A_2^3 = -1,\ A_3^3 = 1;$$

$$adgA = \begin{pmatrix} -2 & 2 & 0 \\ 0 & -1 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix};\ A^{-1} = -\frac{1}{2}\begin{pmatrix} -2 & 2 & 0 \\ 0 & -1 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Находим матрицу оператора $\hat{T}^*$ в новом базисе:

$$T_g^* = \left(A^{-1}\right)^T T_e^* A^T = -\frac{1}{2}\cdot\begin{pmatrix} -2 & 2 & 0 \\ 0 & -1 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 2 & 0 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix} =$$

$$= -\frac{1}{2}\begin{pmatrix} -2 & -2 & -2 \\ -1 & 1 & 3 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}. \otimes$$

Пример 2.1.6. Ранее показано, что линейная оболочка $L\left\{\vec{g}_1, \vec{g}_2\right\}$, где элементы L вычисляются по формулам

$$\vec{g}_1 = \alpha_1 \cdot \sin x + \beta_1 \cdot \cos x,\ \vec{g}_2 = \alpha_2 \cdot \sin x + \beta_2 \cdot \cos x,$$

а скалярное произведение определено формулой

$$\left(\vec{g}_1, \vec{g}_2\right) = \alpha_1 \cdot \alpha_2 + \beta_1 \cdot \beta_2 + \frac{1}{2}\cdot\left(\alpha_1 \cdot \beta_2 + \alpha_2 \cdot \beta_1\right),$$

является двумерным линейным многообразием с ортонормированным базисом

$$\vec{e}_1 = \frac{1}{\sqrt{3}}\cdot \sin x + \frac{1}{\sqrt{3}}\cdot \cos x,\ \vec{e}_2 = \sin x - \cos x.$$

1) Найти матрицу оператора дифференцирования $\hat{D}$ в базисе $\left\{\vec{e}_1, \vec{e}_2\right\}$ и матрицу сопряжённого оператора $\hat{D}^*$.

2) Выяснить, является ли оператор $\hat{D}$ симметрическим.

Р е ш е н и е. Находим матрицу оператора дифференцирования в базисе

$$\left\{\vec{e}_1, \vec{e}_2\right\} \subset R^2.$$

Для чего находим образы базисных векторов $\left\{\vec{e}_1, \vec{e}_2\right\}$:

$$\hat{D}\vec{e}_1 = \frac{d}{dx}\left(\frac{1}{3}\cdot\sin x + \frac{1}{\sqrt{3}}\cdot\cos x\right) = \frac{1}{\sqrt{3}}(\cos x - \sin x) =$$

$$= 0\cdot\vec{e}_1 - \frac{1}{\sqrt{3}}\cdot\vec{e}_2;$$

$$\hat{D}\vec{e}_2 = \frac{d}{dx}(\sin x - \cos x) = \cos x + \sin x = \sqrt{3}\cdot\vec{e}_1 + 0\cdot\vec{e}_2.$$

Следовательно, матрица оператора $\hat{D}$ в базисе $\left\{\vec{e}_1, \vec{e}_2\right\}$ имеет вид:

$$D = \begin{pmatrix} d_1^1 & d_2^1 \\ d_1^2 & d_2^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & \sqrt{3} \\ -\frac{1}{\sqrt{3}} & 0 \end{pmatrix}.$$

Данное многообразие является вещественным пространством, поэтому матрица сопряжённого оператора $\hat{D}^*$ равна транспонированной матрице оператора $\hat{D}$, то есть

$$D^* = \begin{pmatrix} d_1^1 & d_1^2 \\ d_2^1 & d_2^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -\frac{1}{\sqrt{3}} \\ \sqrt{3} & 0 \end{pmatrix}.$$

Так как в базисе $\left\{\vec{e}_1, \vec{e}_2\right\}$ для матрицы оператора $\hat{D}$ имеем $d_2^1 \neq d_1^2$, оператор не является симметрическим. $\otimes$

Пример 2.1.7. В евклидовом пространстве E^3 линейный оператор $\hat{T}$ переводит систему векторов $\left\{\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3\right\}$ в систему векторов $\left\{\vec{g}_1, \vec{g}_2, \vec{g}_3\right\}$. Является ли этот оператор самосопряжённым, если:

$$|a_1\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}; |a_2\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}; |a_3\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix};$$

$$|g_1\rangle = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}; |g_2\rangle = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}; |g_3\rangle = \begin{pmatrix} -5 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix}.$$

Р е ш е н и е. По условию задачи имеем

$$\hat{T}\vec{a}_1 = \vec{g}_1, \hat{T}\vec{a}_2 = \vec{g}_2, \hat{T}\vec{a}_3 = \vec{g}_3,$$

откуда для векторов-столбцов из координат получаем:

$$\begin{pmatrix} t_1^1 & t_2^1 & t_3^1 \\ t_1^2 & t_2^2 & t_3^2 \\ t_1^3 & t_2^3 & t_3^3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{matrix} t_2^1 + t_3^1 = 2, \\ t_2^2 + t_3^2 = 3, \\ t_2^3 + t_3^3 = 1; \end{matrix}$$

$$\begin{pmatrix} t_1^1 & t_2^1 & t_3^1 \\ t_1^2 & t_2^2 & t_3^2 \\ t_1^3 & t_2^3 & t_3^3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{matrix} t_1^1 + t_3^1 = -1, \\ t_1^2 + t_3^2 = 0, \\ t_1^3 + t_3^3 = 3; \end{matrix}$$

$$\begin{pmatrix} t_1^1 & t_2^1 & t_3^1 \\ t_1^2 & t_2^2 & t_3^2 \\ t_1^3 & t_2^3 & t_3^3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{matrix} t_1^1 + t_2^1 = -5, \\ t_1^2 + t_2^2 = 1, \\ t_1^3 + t_2^3 = 4. \end{matrix}$$

Из последних равенств получаем три СЛАУ для элементов матрицы оператора:

для элементов первой строки

$$\begin{cases} t_2^1 + t_3^1 = 2, \\ t_1^1 + t_3^1 = -1, \\ t_1^1 + t_2^1 = -5; \end{cases}$$

для элементов второй строки

$$\begin{cases} t_2^2 + t_3^2 = 3, \\ t_1^2 + t_3^2 = 0, \\ t_1^2 + t_2^2 = 1; \end{cases}$$

для элементов третьей строки

$$\begin{cases} t_2^3 + t_3^3 = 1, \\ t_1^3 + t_3^3 = 3, \\ t_1^3 + t_2^3 = 4. \end{cases}$$

Решая эти СЛАУ по формулам Крамера, получаем матрицу оператора:

$$T = \begin{pmatrix} -4 & -1 & 3 \\ -1 & 2 & 1 \\ 3 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Видим, что $\forall i \neq j = 1, 2, 3 \; t_i^j = t_j^i$. Следовательно, оператор $\hat{T}$ является самосопряжённым. $\otimes$

Пример 2.1.8. Матрица линейного оператора $\hat{T} : E^3 \to E^3$ в базисе векторов $\left\{ \vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3 \right\} \subset E^3$ имеет вид:

$$T' = \begin{pmatrix} 2/3 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 2/3 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Выяснить, является ли оператор $\hat{T}$ ортогональным, если в ортонормированном базисе $\left\{ \vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3 \right\}$ имеют место разложения

$$\vec{a}_1 = \vec{e}_2 + \vec{e}_3, \; \vec{a}_2 = \vec{e}_1 + \vec{e}_3, \; \vec{a}_3 = \vec{e}_1 + \vec{e}_2.$$

Р е ш е н и е. 1) *Первый способ.* Проверим выполнение определения ортогональности, то есть выполнение условия

$$\left(\forall \vec{x}, \vec{y} \in E^n \right) \left(\hat{T}\vec{x}, \hat{T}\vec{y} \right) = \left(\vec{x}, \vec{y} \right).$$

Найдём скалярное произведение векторов $\vec{x}, \vec{y} \in E^3$ в произвольном базисе $\left\{\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3\right\} \subset E^3$ по формуле

$$\left(\vec{x}, \vec{y}\right) = \sum_{i=1}^{3}\sum_{j=1}^{3} g_{ij} x^i y^j ,$$

где

$$\vec{x} = x^1 \vec{a}_1 + x^2 \vec{a}_2 + x^3 \vec{a}_3, \; \vec{y} = y^1 \vec{a}_1 + y^2 \vec{a}_2 + y^3 \vec{a}_3,$$

а матрица метрических коэффициентов имеет вид

$$G = \left(g_{ij}\right) = \begin{pmatrix} \left(\vec{a}_1, \vec{a}_1\right) & \left(\vec{a}_1, \vec{a}_2\right) & \left(\vec{a}_1, \vec{a}_3\right) \\ \left(\vec{a}_2, \vec{a}_1\right) & \left(\vec{a}_2, \vec{a}_2\right) & \left(\vec{a}_2, \vec{a}_3\right) \\ \left(\vec{a}_3, \vec{a}_1\right) & \left(\vec{a}_3, \vec{a}_2\right) & \left(\vec{a}_3, \vec{a}_3\right) \end{pmatrix}.$$

Несложные вычисления показывают, что

$$G = \left(g_{ij}\right) = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

Теперь получаем для скалярного произведения произвольных векторов $\vec{x}$ и $\vec{y}$ следующий результат:

$$\left(\vec{x}, \vec{y}\right) = \sum_{i=1}^{3}\sum_{j=1}^{3} g_{ij} x^i y^j = 2x^1y^1 + x^1y^2 + x^1y^3 +$$

$$+ x^2y^1 + 2x^2y^2 + x^2y^3 + x^3y^1 + x^3y^2 + 2x^3y^3.$$

Находим координаты образов векторов $\vec{x}$ и $\vec{y}$ при действии оператора $\hat{T}$:

$$\hat{T}\vec{x}=\vec{u}\Rightarrow T|x\rangle=\begin{pmatrix}u^1\\u^2\\u^3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\frac{2}{3}&1&0\\-1&0&0\\\frac{2}{3}&0&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x^1\\x^2\\x^3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\frac{2}{3}x^1+x^2\\-x^1\\\frac{2}{3}x^1+x^3\end{pmatrix};$$

$$\hat{T}\vec{y}=\vec{v}\Rightarrow T|y\rangle=\begin{pmatrix}v^1\\v^2\\v^3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\frac{2}{3}&1&0\\-1&0&0\\\frac{2}{3}&0&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}y^1\\y^2\\y^3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\frac{2}{3}y^1+y^2\\-y^1\\\frac{2}{3}y^1+y^3\end{pmatrix}.$$

После подстановки найденных координат образов векторов $\vec{x}$, $\vec{y}$ и метрических коэффициентов g_{ij} в формулу для скалярного произведения

$$\left(\hat{T}\vec{x},\hat{T}\vec{y}\right)=\sum_{i=1}^{3}\sum_{j=1}^{3}g_{ij}u^iv^j$$

и сравнения с формулой для скалярного произведения прообразов, убеждаемся в справедливости равенства

$$\left(\hat{T}\vec{x},\hat{T}\vec{y}\right)=\left(\vec{x},\vec{y}\right).$$

2) *Второй способ.* Матрица перехода от старого (ортонормированного) базиса $\left\{\vec{e}_1,\vec{e}_2,\vec{e}_3\right\}$ к новому базису $\left\{\vec{a}_1,\vec{a}_2,\vec{a}_3\right\}$ и обратная к ней матрица имеют, соответственно, вид:

$$A=\begin{pmatrix}0&1&1\\1&0&1\\1&1&0\end{pmatrix};\ A^{-1}=\begin{pmatrix}-\frac{1}{2}&\frac{1}{2}&\frac{1}{2}\\\frac{1}{2}&-\frac{1}{2}&\frac{1}{2}\\\frac{1}{2}&\frac{1}{2}&-\frac{1}{2}\end{pmatrix}.$$

Так как формула преобразования матрицы оператора при переходе от старого базиса к новому базису имеет вид

$$T'=\left(A^{-1}\right)^TTA^T,$$

то для матрицы оператора в старом базисе $\left\{\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3\right\}$ получаем:

$$T = A^T T' \left(A^{-1}\right)^T = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2/3 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 2/3 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1/2 & 1/2 & 1/2 \\ 1/2 & -1/2 & 1/2 \\ 1/2 & 1/2 & -1/2 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 2/3 & 1/3 & -2/3 \\ 1/3 & 2/3 & 2/3 \\ 2/3 & -2/3 & 1/3 \end{pmatrix}.$$

Убедиться в том, что полученная матрица является ортогональной, можно с помощью свойств ортогональных матриц. Например, умножая матрицу T на транспонированную матрицу T^T, получим

$$TT^T = T^T T = I.$$

Таким образом, выполняется свойство $T^T = T^{-1}$. Следовательно, оператор $\hat{T}$ и, соответственно, его матрица являются ортогональными. $\otimes$

Пример 2.1.9. Пусть $\hat{T} : X \to X$. Показать, что если $X_{inv}^{(1)}$, $X_{inv}^{(2)}$ – инвариантные подпространства оператора $\hat{T}$, то $X_{inv}^{(1)} \bigcap X_{inv}^{(2)}$ и $X_{inv}^{(1)} + X_{inv}^{(2)}$ также являются инвариантными подпространствами оператора $\hat{T}$.

Р е ш е н и е. Пусть $X_{inv}^{(1)}$, $X_{inv}^{(2)}$ – инвариантные подпространства оператора $\hat{T}$. Предположим, что вектор $\vec{x} \in X_{inv}^{(1)} \bigcap X_{inv}^{(2)}$. Но тогда вектор $\vec{x} \in X_{inv}^{(1)}$ и $\vec{x} \in X_{inv}^{(2)}$, следовательно, и его образ

$$\hat{T}\vec{x} \in X_{inv}^{(1)} \wedge \hat{T}\vec{x} \in X_{inv}^{(2)}.$$

Теперь очевидно, что образ вектора $\vec{x}$ принадлежит пересечению этих подпространств, то есть

$$\hat{T}\vec{x} \in X_{inv} \bigcap X_{inv}.$$

Пусть теперь

$$\vec{x} \in X_{inv} + X_{inv}.$$

Тогда, по определению суммы подпространств $\vec{x} = \vec{x}_1 + \vec{x}_2$, где $\vec{x}_1 \in X_{inv}$, $\vec{x}_2 \in X_{inv}$, откуда в силу того, что снова $\hat{T}\vec{x} \in X_{inv} \wedge \hat{T}\vec{x} \in X_{inv}$, получаем

$$\hat{T}\vec{x} = \hat{T}\vec{x}_1 + \hat{T}\vec{x}_2 \in X_{ivn} + X_{inv}. \otimes$$

Пример 2.1.10. Пусть $\hat{T} : X \to X$. Показать, что если оператор $\hat{T}$ биективный, то его инвариантное подпространство X_{inv} является инвариантным подпространством и для обратного оператора $\hat{T}^{-1}$.

Р е ш е н и е. Известно, что линейный оператор $\hat{T} : X \to X$ взаимно однозначен (биективен) в том и только в том случае, если он невырожденный.

Пусть

$$\left\{\vec{a}_1, \vec{a}_2, \ldots, \vec{a}_m\right\} \subset X_{inv}^m$$

– базис в X_{inv}^m, тогда система образов векторов исходной системы

$$\left\{\hat{T}\vec{a}_1, \hat{T}\vec{a}_2, \ldots, \hat{T}\vec{a}_m\right\}$$

принадлежат тому же инвариантному подпространству и образуют в нём другой базис.

Покажем сначала, что система образов линейно независима. Для этого составим линейную комбинацию образов векторов

$$\left\{\hat{T}\vec{a}_1, \hat{T}\vec{a}_2, \ldots, \hat{T}\vec{a}_m\right\}$$

и потребуем, чтобы

$$\alpha_1 \hat{T}\vec{a}_1+\alpha_2 \hat{T}\vec{a}_2+\ldots+\alpha_m \hat{T}\vec{a}_m=\vec{0}.$$

Далее получаем в силу линейности оператора $\hat{T}$

$$\hat{T}\left(\alpha_1 \vec{a}_1+\alpha_2 \vec{a}_2+\ldots+\alpha_m \vec{a}_m\right)=\vec{0}.$$

Так как оператор невырожденный, то

$$\alpha_1 \vec{a}_1+\alpha_2 \vec{a}_2+\ldots+\alpha_m \vec{a}_m=\vec{0}.$$

Последнее равенство, в силу линейной независимости системы

$$\left\{\vec{a}_1, \vec{a}_2, \ldots, \vec{a}_m\right\},$$

возможно только в случае одновременного обращения в нуль всех коэффициентов линейной комбинации. Что и доказывает линейную независимость системы образов.

Пусть теперь $\left(\forall \vec{x} \in X_{inv}^{m}\right)$. Разложим вектор $\vec{x}$ по базису из образов векторов исходного базиса подпространства X_{inv}^{m}, то есть представим вектор $\vec{x}$ в виде

$$\vec{x}=x^1 \hat{T}\vec{a}_1+x^2 \hat{T}\vec{a}_2+\ldots+x^m \hat{T}\vec{a}_m.$$

Так как для невырожденного линейного оператора обратный оператор снова линейный, то, действуя на обе части оператором $\hat{T}^{-1}$, получаем

$$\hat{T}^{-1}\vec{x}=x^1 \hat{T}^{-1}\hat{T}\vec{a}_1+x^2 \hat{T}^{-1}\hat{T}\vec{a}_2+\ldots+x^m \hat{T}^{-1}\hat{T}\vec{a}_m=$$

$$=x^1 \vec{a}_1+x^2 \vec{a}_2+\ldots+x^m \vec{a}_m,$$

причём

$$x^1 \vec{a}_1+x^2 \vec{a}_2+\ldots+x^m \vec{a}_m \in X_{inv}^{m},$$

так как он разложен по базису X_{inv}.

Итак, получили, что если $\vec{x} \in X_{inv}^{m}$, то $\hat{T}^{-1}\vec{x} \in X_{inv}^{m}$. $\otimes$

Напомним определение операторного многочлена: пусть $\hat{T}: X^n \to \hat{T}(X^n)$ и

$$F_m(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \ldots + a_m x^m \in C[x]$$

– некоторый многочлен. Тогда оператор

$$F_m\left(\hat{T}\right) = a_0 \hat{I} + a_1 \hat{T} + a_2 \hat{T}^2 + \ldots + a_m \hat{T}^m$$

называется многочленом от оператора $\hat{T}$ или ***операторным многочленом***.

Пример 2.1.11. Показать, что любое инвариантное подпространство оператора $\hat{T}: X^n \to X^n$ является инвариантным и для операторного многочлена

$$F_p\left(\hat{T}\right) = a_0 \hat{I} + a_1 \hat{T} + a_2 \hat{T}^2 + \ldots + a_p \hat{T}^p .$$

Р е ш е н и е. Пусть операторы $\hat{A}: X^n \to X^n$ и $\hat{B}: X^n \to X^n$ имеют одно и тоже инвариантное подпространство $Y^m \subset X^n$. Тогда

$$\left(\forall \vec{x} \in Y^m\right) \vec{y}_1 = \hat{A}\vec{x} \in Y^m \wedge \vec{y}_2 = \hat{B}\vec{x} \in Y^m .$$

Так как любые линейные комбинации векторов подпространства Y^m снова являются векторами этого же подпространства, то имеем

$$\alpha \cdot \vec{y}_1 + \beta \cdot \vec{y}_2 = \alpha \cdot \hat{A}\vec{x} + \beta \cdot \hat{B}\vec{x} = \left(\alpha \cdot \hat{A} + \beta \cdot \hat{B}\right)\vec{x} \in Y^m .$$

То есть подпространство $Y^m \subset X^n$, инвариантное относительно операторов $\hat{A}: X^n \to X^n$ и $\hat{B}: X^n \to X^n$, инвариантно и относительно оператора $\alpha \cdot \hat{A} + \beta \cdot \hat{B}$. Далее, из того, что подпространство $Y^m \subset X^n$ является инвариантным относительно оператора $\hat{A}: X^n \to X^n$, следует, что оно инвариантно и относительно степеней этого оператора $\hat{A}^k \ (k = 0, 1, \ldots, p)$.

Теперь очевидно, что любое инвариантное подпространство оператора $\hat{T}$ является инвариантным и относительно операторного многочлена

$$F_p\left(\hat{T}\right) = a_0\hat{I} + a_1\hat{T} + a_2\hat{T}^2 + \ldots + a_p\hat{T}^p . \otimes$$

Практическое занятие 2

Наклонная, перпендикуляр, проекция, оператор проектирования

Пример 2.2.1. Используя критерий Грама линейной зависимости системы векторов в евклидовом пространстве, выяснить вопрос о линейной зависимости системы векторов $\vec{x}_1, \vec{x}_2, \vec{x}_3 \subset R^3$, если имеют место разложения

$$\vec{x}_1 = \vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + 3\vec{e}_3,\ \vec{x}_2 = 2\vec{e}_1 + 5\vec{e}_2 + 7\vec{e}_3,\ \vec{x}_3 = 3\vec{e}_1 + 7\vec{e}_2 + 10\vec{e}_3.$$

Р е ш е н и е. Находим попарные скалярные произведения векторов системы:

$$\left(\vec{x}_1, \vec{x}_1\right) = 14,\ \left(\vec{x}_1, \vec{x}_2\right) = 33,\ \left(\vec{x}_1, \vec{x}_3\right) = 47.$$

$$\left(\vec{x}_2, \vec{x}_1\right) = 33,\ \left(\vec{x}_2, \vec{x}_2\right) = 78,\ \left(\vec{x}_2, \vec{x}_3\right) = 111,$$

$$\left(\vec{x}_3, \vec{x}_1\right) = 47,\ \left(\vec{x}_3, \vec{x}_2\right) = 111,\ \left(\vec{x}_3, \vec{x}_3\right) = 158.$$

Составляем определитель Грама и вычисляем его значение:

$$\begin{vmatrix} 14 & 33 & 47 \\ 33 & 78 & 111 \\ 47 & 111 & 158 \end{vmatrix} = 14 \cdot \begin{vmatrix} 78 & 111 \\ 111 & 158 \end{vmatrix} - 33 \cdot \begin{vmatrix} 33 & 111 \\ 47 & 158 \end{vmatrix} + 47 \cdot \begin{vmatrix} 33 & 78 \\ 47 & 111 \end{vmatrix} = 0.$$

В соответствие с критерием Грама система векторов $\vec{x}_1, \vec{x}_2, \vec{x}_3$ является линейно зависимой. $\otimes$

Пример 2.2.2. Радиус-вектор $\vec{x}$ в пространстве R^3 имеет разложение по стандартному базису (рисунок 1)

$$\vec{x} = 3\vec{e}_1 + 4\vec{e}_2 + 5\vec{e}_3.$$

Обозначим координатную плоскость X^1OX^2 как L^2.

Представить вектор $\vec{x}$ в виде разложения

$$\vec{x} = \vec{g}_L + \vec{h}^{\perp},$$

где $\vec{g}_L \in L^2$, $\vec{h}^{\perp} \in L^{2\perp}$.

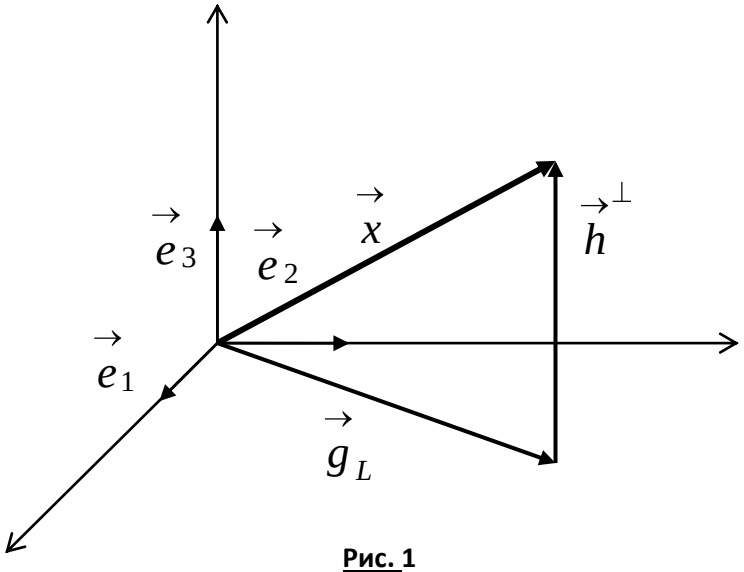


Рис. 1

Р е ш е н и е. Разложим вектор $\vec{g}_L$ по базису подпространства L^2:

$$\vec{g}_L = g^1 \vec{e}_1 + g^2 \vec{e}_2.$$

Вектор

$$\vec{h}^{\perp} = \vec{x} - \vec{g}_L \in L^{2\perp}.$$

Следовательно, он ортогонален базису подпространства L^2. Запишем условия ортогональности вектора $\vec{h}^{\perp}$ подпространству L^2, состоящие в том, что вектор $\vec{h}^{\perp}$ должен быть ортогонален всем векторам базиса $\left\{\vec{e}_1, \vec{e}_2\right\}$:

$$\left(\vec{h}^{\perp}, \vec{e}_1\right) = 0,$$

$$\left(\vec{h}^{\perp}, \vec{e}_2\right) = 0.$$

Получаем СЛАУ

$$\begin{cases} \left(\vec{x} - \vec{g}_L, \vec{e}_1\right) = 0, \\ \left(\vec{x} - \vec{g}_L, \vec{e}_2\right) = 0, \end{cases}$$

которую перепишем в виде

$$\begin{cases} \left(g^1 \vec{e}_1 + g^2 \vec{e}_2, \vec{e}_1\right) = \left(3\vec{e}_1 + 4\vec{e}_2 + 5\vec{e}_3, \vec{e}_1\right), \\ \left(g^1 \vec{e}_1 + g^2 \vec{e}_2, \vec{e}_2\right) = \left(3\vec{e}_1 + 4\vec{e}_2 + 5\vec{e}_3, \vec{e}_2\right). \end{cases}$$

После простых преобразований имеем

$$\begin{cases} g^1 = 3, \\ g^2 = 4. \end{cases}$$

Таким образом, получаем

$$\vec{g}_L = 3\vec{e}_1 + 4\vec{e}_2.$$

Далее имеем:

$$\vec{h}^{\perp} = \vec{x} - \vec{g}_L = \left(3\vec{e}_1 + 4\vec{e}_2 + 5\vec{e}_3\right) - \left(3\vec{e}_1 + 4\vec{e}_2\right) = 5\vec{e}_3.$$

Окончательно получаем

$$\vec{x} = \vec{g}_L + \vec{h}^{\perp} = 3\vec{e}_1 + 4\vec{e}_2 + 5\vec{e}_3. \otimes$$

Пример 2.2.3. В пространстве R^4 опустить перпендикуляр из точки $P\ (-1; 5; 3; 2)$ на гиперплоскость H^3, проходящую через заданные точки

$$A_1(-4; 2; 0), A_2(-3; 7; 3; 2), A_3(-2; 6; 3; -1), A_4(-4; 5; 2).$$

Р е ш е н и е. В пространстве R^4 все координаты точек заданы в ортонормированном базисе, который обозначим $\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3, \vec{e}_4$. Неявное уравнение гиперплоскости получено выше в примере 3.14 и имеет вид

$$23x^1 - 14x^2 + 2x^3 - 3x^4 + 29 = 0.$$

Там же записаны направляющие векторы гиперплоскости:

$$\vec{a}_1 = 2\vec{e}_1 + 3\vec{e}_2 + \vec{e}_3 + 2\vec{e}_4,$$
$$\vec{a}_2 = \vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + \vec{e}_3 - \vec{e}_4,$$
$$\vec{a}_3 = 3\vec{e}_3 + 2\vec{e}_4.$$

Проверим, что точка $P\ -1; 5; 3; 2$ не лежит в плоскости, для чего подставим координаты точки в неявное уравнение плоскости:

$$23\cdot\ -1\ -14\cdot 5 + 2\cdot 3 - 3\cdot 2 + 29 = -64 \neq 0.$$

Точка плоскости не принадлежит.

Поставим в соответствие точке $P\ -1; 5; 3; 2$ её радиус-вектор

$$\vec{x} = -\vec{e}_1 + 5\vec{e}_2 + 3\vec{e}_3 + 2\vec{e}_4$$

– наклонную к плоскости. Представим наклонную в виде

$$\vec{x} = \vec{g}_L + \vec{h}^{\perp},$$

где вектор $\vec{g}_L \in H^3$, а вектор $\vec{h}^{\perp} \in H^{3\perp}$.

Вектор

$$\vec{h}^{\perp} = \vec{x} - \vec{g}_L \in H^{3\perp}.$$

Следовательно, он ортогонален локальному базису подпространства H^3. Запишем условия ортогональности вектора $\vec{h}^{\perp}$ подпространству H^3 (плоскость проходит через начало системы координат), состоящие в том, что вектор $\vec{h}^{\perp}$ должен быть ортогонален всем векторам базиса $\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3$:

$$\left(\vec{h}^{\perp}, \vec{a}_1\right) = 0, \left(\vec{h}^{\perp}, \vec{a}_2\right) = 0, \left(\vec{h}^{\perp}, \vec{a}_3\right) = 0.$$

Получаем СЛАУ

$$\left(\vec{x} - \vec{g}_L, \vec{a}_1\right) = 0,$$
$$\left(\vec{x} - \vec{g}_L, \vec{a}_2\right) = 0,$$

$$\left(\vec{x}-\vec{g}_L,\vec{a}_3\right)=0.$$

Представляя наклонную $\vec{g}_L$ разложением по направляющим векторам плоскости (по локальному базису), перепишем СЛАУ в виде

$$\left(g^1\vec{a}_1+g^2\vec{a}_2+g^3\vec{a}_3,\vec{a}_1\right)=\left(\vec{x},\vec{a}_1\right),$$
$$\left(g^1\vec{a}_1+g^2\vec{a}_2+g^3\vec{a}_3,\vec{a}_2\right)=\left(\vec{x},\vec{a}_2\right),$$
$$\left(g^1\vec{a}_1+g^2\vec{a}_2+g^3\vec{a}_3,\vec{a}_3\right)=\left(\vec{x},\vec{a}_3\right),$$

или в виде

$$\left(\vec{a}_1,\vec{a}_1\right)g^1+\left(\vec{a}_2,\vec{a}_1\right)g^2+\left(\vec{a}_3,\vec{a}_1\right)g^3=\left(\vec{x},\vec{a}_1\right),$$
$$\left(\vec{a}_1,\vec{a}_2\right)g^1+\left(\vec{a}_2,\vec{a}_2\right)g^2+\left(\vec{a}_3,\vec{a}_2\right)g^3=\left(\vec{x},\vec{a}_2\right),$$
$$\left(\vec{a}_1,\vec{a}_3\right)g^1+\left(\vec{a}_2,\vec{a}_3\right)g^2+\left(\vec{a}_3,\vec{a}_3\right)g^3=\left(\vec{x},\vec{a}_3\right).$$

Далее, находим значения попарных скалярных произведений векторов локального базиса на плоскости

$$G^T=\begin{pmatrix}\left(\vec{a}_1,\vec{a}_1\right) & \left(\vec{a}_2,\vec{a}_1\right) & \left(\vec{a}_3,\vec{a}_1\right)\\ \left(\vec{a}_1,\vec{a}_2\right) & \left(\vec{a}_2,\vec{a}_2\right) & \left(\vec{a}_3,\vec{a}_2\right)\\ \left(\vec{a}_1,\vec{a}_3\right) & \left(\vec{a}_2,\vec{a}_3\right) & \left(\vec{a}_3,\vec{a}_3\right)\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}18 & 7 & 7\\ 7 & 7 & 1\\ 7 & 1 & 13\end{pmatrix}$$

и записываем СЛАУ в окончательном виде:

$$\begin{cases}18g^1+7g^2+7g^3=20,\\ 7g^1+7g^2+g^3=10,\\ 7g^1+g^2+13g^3=13.\end{cases}$$

Решение Слау ищем по формулам Крамера.

1) Находим определитель основной матрицы:

$$\det\begin{pmatrix} 18 & 7 & 7 \\ 7 & 7 & 1 \\ 7 & 1 & 13 \end{pmatrix} = 738.$$

СЛАУ совместна и определённа.

2) Находим определители, соответствующие каждому неизвестному:

$$\Delta_1 = \det\begin{pmatrix} 20 & 7 & 7 \\ 10 & 7 & 1 \\ 13 & 1 & 13 \end{pmatrix} = -6306,$$

$$\Delta_2 = \det\begin{pmatrix} 18 & 20 & 7 \\ 7 & 10 & 1 \\ 7 & 13 & 13 \end{pmatrix} = 573,$$

$$\Delta_3 = \det\begin{pmatrix} 18 & 7 & 20 \\ 7 & 7 & 10 \\ 7 & 1 & 13 \end{pmatrix} = 471.$$

Записываем решение СЛАУ:

$$\begin{pmatrix} g^1 \\ g^2 \\ g^3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -6306/738 \\ 573/738 \\ 471/738 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1051/123 \\ 191/123 \\ 157/123 \end{pmatrix}.$$

Записываем разложение проекции $\vec{g}_L$ на плоскость по локальному базису:

$$\vec{g}_L = -\frac{1051}{123}\vec{a}_1 + \frac{191}{123}\vec{a}_2 + \frac{157}{123}\vec{a}_3.$$

Теперь находим перпендикуляр:

$$\vec{h}^{\perp} = \vec{x} - \vec{g}_L = -\vec{e}_1 + 5\vec{e}_2 + 3\vec{e}_3 + 2\vec{e}_4 - \left(-\frac{1051}{123}\vec{a}_1 + \frac{191}{123}\vec{a}_2 + \frac{157}{123}\vec{a}_3\right).$$

Если теперь подставить в последнее равенство разложения векторов $\vec{a}_1,\ \vec{a}_2,\ \vec{a}_3$ по векторам ортонормированного базиса $\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3, \vec{e}_4$, то получим вектор $\vec{h}$ – перпендикуляр, опущенный из конца наклонной $\vec{g}_L$ на плоскость H^3. $\otimes$

Пример 2.2.4. Записать матрицу оператора $\hat{P}^{\perp}_{x^1ox^2}$ ортогонального проектирования на координатную плоскость X^1OX^2 в пространстве R^3.

Р е ш е н и е. Этот оператор любому вектору пространства R^3 ставит в соответствие его проекцию на координатную плоскость X^1OX^2 параллельно координатной оси OX^3. Согласно изложенной выше теории, оператор $\hat{P}^{\perp}_{x^1ox^2}$ является прямой суммой единичного оператора

$$\hat{I}_{x^1ox^2} : R^2_{x^1ox^2} \to R^2_{x^1ox^2}$$

и нулевого оператора

$$\hat{O}_{ox^3} : R^1_{ox^3} \to R^1_{ox^3}.$$

На главной диагонали его матрицы расположены 2×2 клетка вида

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

и 1×1 клетка вида $\boxed{0}$. Остальные элементы равны нулю:

$$P^{\perp}_{x^1ox^2} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Легко видеть, что оператор $\hat{P}^{\perp}_{x^1ox^2}$ является самосопряжённым.

Найдём, например, проекцию вектора $\vec{x}$ из предыдущей задачи на координатную плоскость X^1OX^2. Запишем для этого образ вектора

$$\vec{x} = 3\vec{e}_1 + 4\vec{e}_2 + 5\vec{e}_3$$

при действии оператора $\hat{P}^{\perp}_{x^1ox^2}$ в координатной форме

$$P^{\perp}_{x^1 o x^2}\left|x\right\rangle = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Результат, очевидно, совпадает с результатом предыдущей задачи. $\otimes$

Практическое занятие 3

Квадратичные формы. Поверхности второго порядка

Пример 2.3.1. Привести квадратичную форму, имеющую в пространстве R^3 вид

$$\varphi\left(\vec{x},\vec{x}\right) = 3(x^2)^2 + 3(x^3)^2 + 4x^1x^2 + 4x^1x^3 - 2x^2x^3,$$

к каноническому виду ортогональным преобразованием.

Р е ш е н и е. Вид квадратичной формы задан в базисе

$$\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3 \subset R^3.$$

Запишем симметричную матрицу квадратичной формы, для чего слагаемые с перекрёстными произведениями представим в виде суммы двух равных слагаемых:

$$\varphi\left(\vec{x},\vec{x}\right) =$$

$$= 3(x^2)^2 + 3(x^3)^2 + (x^1x^2 + 2x^2x^1) + (x^1x^3 + 2x^3x^1) - (x^2x^3 + x^3x^2) =$$

$$= 2x^1x^2 + 2x^1x^3 + 2x^2x^1 + 3(x^2)^2 - x^2x^3 + 2x^3x^1 - x^3x^2 + 3(x^3)^2.$$

Теперь матрица квадратичной формы принимает вид:

$$\Phi\left(\vec{x},\vec{x}\right) = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 2 \\ 2 & 3 & -1 \\ 2 & -1 & 3 \end{pmatrix}.$$

Запишем характеристическое уравнение:

$$\begin{vmatrix} -\mu & 2 & 2 \\ 2 & 3-\mu & -1 \\ 2 & -1 & 3-\mu \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow \mu^3 - 6\mu^2 + 32 = 0.$$

Корни характеристического уравнения $\mu_1 = -2,\ \mu_{2,3} = 4.$

Чтобы построить матрицу ортогонального преобразования найдём собственные векторы этого оператора. Для этого решим следующие системы линейных алгебраических уравнений.

1) Случай $\mu_1 = -2$. Система уравнений записывается в виде:

$$\begin{cases} 2x^1 + 2x^2 + 2x^3 = 0, \\ 2x^1 + 5x^2 - x^3 = 0, \\ 2x^1 - x^2 + 5x^3 = 0. \end{cases}$$

Решением этой системы уравнений является вектор-столбец

$$|x\rangle = \begin{pmatrix} -2a \\ a \\ a \end{pmatrix} = a \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Таким образом, первый собственный вектор

$$\vec{x}_1 = -2\vec{e}_1 + \vec{e}_2 + \vec{e}_3.$$

2) Случай $\mu_{2,3} = 4$. Система уравнений записывается в виде:

$$\begin{cases} -4x^1 + 2x^2 + 2x^3 = 0, \\ 2x^1 - x^2 - x^3 = 0, \\ 2x^1 - x^2 - x^3 = 0. \end{cases}$$

Решением этой системы уравнений является вектор-столбец

$$|x\rangle = \begin{pmatrix} \frac{a+b}{2} \\ a \\ b \end{pmatrix} = a \begin{pmatrix} 1/2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + b \begin{pmatrix} 1/2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Таким образом, второй и третий собственные векторы

$$\vec{x}_2 = \frac{1}{2}\vec{e}_1 + \vec{e}_2, \quad \vec{x}_3 = \frac{1}{2}\vec{e}_1 + \vec{e}_3.$$

Векторы $\vec{x}_2$ и $\vec{x}_3$ ортогональны вектору $\vec{x}_1$, но не ортогональны между собой. Для ортогонализации системы собственных векторов применим алгоритм ортогонализации Шмидта. Положим

$$\vec{g}_1 = \vec{x}_1, \quad \vec{g}_2 = \vec{x}_2, \quad \vec{g}_3 = \vec{x}_3 + \alpha \vec{x}_2.$$

Так как должно быть $\left(\vec{g}_2, \vec{g}_3\right) = 0$, то

$$\left(\vec{x}_2,\ \vec{x}_3+\alpha\,\vec{x}_2\right)=0,\ \left(\vec{x}_2,\ \vec{x}_3\right)+\alpha\left(\vec{x}_2,\ \vec{x}_2\right)=0.$$

Откуда

$$\frac{1}{4}+\frac{5}{4}\alpha=0,\ \alpha=-\frac{1}{5}.$$

Приходим к ортогональной системе собственных векторов ассоциированного оператора:

$$\vec{g}_1=-2\vec{e}_1+\vec{e}_2+\vec{e}_3,\ \vec{g}_2=\frac{1}{2}\vec{e}_1+\vec{e}_2,\ \vec{g}_3=\frac{2}{5}\vec{e}_1-\frac{1}{5}\vec{e}_2+\vec{e}_3,$$

$$\left\|\vec{g}_1\right\|=\sqrt{6},\ \left\|\vec{g}_2\right\|=\frac{\sqrt{5}}{2},\ \left\|\vec{g}_3\right\|=\frac{\sqrt{30}}{5}.$$

Нормируя эту систему, получаем:

$$\vec{h}_1=-\frac{2}{\sqrt{6}}\vec{e}_1+\frac{1}{\sqrt{6}}\vec{e}_2+\frac{1}{\sqrt{6}}\vec{e}_3,$$

$$\vec{h}_2=\frac{1}{\sqrt{5}}\vec{e}_1+\frac{2}{\sqrt{5}}\vec{e}_2,$$

$$\vec{h}_3=\frac{2}{\sqrt{30}}\vec{e}_1-\frac{1}{\sqrt{30}}\vec{e}_2+\frac{5}{\sqrt{30}}\vec{e}_3.$$

Матрица ортогонального преобразования

$$A=\begin{pmatrix}-\frac{2}{\sqrt{6}} & \frac{1}{\sqrt{6}} & \frac{1}{\sqrt{6}}\\ \frac{1}{\sqrt{5}} & \frac{2}{\sqrt{5}} & 0\\ \frac{2}{\sqrt{30}} & -\frac{1}{\sqrt{30}} & \frac{5}{\sqrt{30}}\end{pmatrix}$$

осуществляет переход между ортонормированными базисами

$$\vec{e}_1,\vec{e}_2,\vec{e}_3\ \Rightarrow\ \vec{h}_1,\vec{h}_2,\vec{h}_3$$

и, следовательно, является ортогональной. Учитывая, что для ортогональной матрицы выполняется условие

$$A^{-1}=A^T,$$

Запишем формулу преобразования матрицы квадратичной формы при переходе от старого базиса к новому базису:

$$\Phi' = \begin{pmatrix} -\frac{2}{\sqrt{6}} & \frac{1}{\sqrt{6}} & \frac{1}{\sqrt{6}} \\ \frac{1}{\sqrt{5}} & \frac{2}{\sqrt{5}} & 0 \\ \frac{2}{\sqrt{30}} & -\frac{1}{\sqrt{30}} & \frac{5}{\sqrt{30}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 2 & 2 \\ 2 & 3 & -1 \\ 2 & -1 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -\frac{2}{\sqrt{6}} & \frac{1}{\sqrt{6}} & \frac{1}{\sqrt{6}} \\ \frac{1}{\sqrt{5}} & \frac{2}{\sqrt{5}} & 0 \\ \frac{2}{\sqrt{30}} & -\frac{1}{\sqrt{30}} & \frac{5}{\sqrt{30}} \end{pmatrix}^T.$$

Проводя вычисления, получаем

$$\Phi' = \begin{pmatrix} -2 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}.$$

Обозначая координаты в базисе $\vec{h}_1, \vec{h}_2, \vec{h}_3$ как y^1, y^2, y^3, запишем канонический вид квадратичной формы

$$\phi\left(\vec{x}, \vec{x}\right) = -2\ y^{1\ 2} + 4\ y^{2\ 2} + 4\ y^{3\ 2}. \otimes$$

Пример 2.3.2. Найти значения параметра λ, при которых является положительно определённой квадратичная форма

$$\varphi\left(\vec{x}, \vec{x}\right) = 4\left(x^1\right)^2 + 2x^1x^2 + \left(x^2\right)^2 + 4x^1x^3 - 6x^2x^3 + \lambda\left(x^3\right)^2.$$

Р е ш е н и е. Выпишем матрицу квадратичной формы:

$$\Phi = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & -3 \\ 2 & -3 & \lambda \end{pmatrix}.$$

Находя её главные миноры и применяя критерий Сильвестра, имеем:

$$M_1 = \varphi_{11} = 4 > 0;$$

$$M_2 = \begin{vmatrix} 4 & 1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = 3 > 0;$$

$$M_3 = \begin{vmatrix} 4 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & -3 \\ 2 & -3 & \lambda \end{vmatrix} = 3\lambda - 52 > 0.$$

Следовательно, $\lambda > \frac{52}{3}$. $\otimes$

Пример 2.3.3. Выяснить, какую линию на плоскости описывает уравнение

$$x_1^2 + 2x_1 + x_2^2 - 4x_2 = 0.$$

Р е ш е н и е. Уравнение перепишем в виде

$$(x_1 + 1)^2 + (x_2 - 2)^2 = 5.$$

Вводим новые координаты по формулам

$$x_{1'} = x_1 + 1,\ x_{2'} = x_2 - 1.$$

Эти формулы описывают параллельный перенос начала системы координат в точку $O'(-1; 2)$, в которой уравнение принимает вида

$$x_{1'}^2 + x_{2'}^2 = 5.$$

Это уравнение, очевидно, описывает окружность с центром в точке $O'(-1; 2)$ радиуса $R = \sqrt{5}$. $\otimes$

Пример 2.3.4. Какую линию описывает уравнение

$$x_2 = 1 - \sqrt{11 - 4x_1 - x_1^2}\ .$$

Р е ш е н и е. Уравнение переписываем в виде

$$x_2 - 1 = -\sqrt{11 - 4x_1 - x_1^2}$$

и возводим обе части в квадрат (приобретаем новые корни)

$$(x_2 - 1)^2 = 11 - 4x_1 - x_1^2.$$

Преобразуем уравнение, выделяя полный квадрат:

$$x_1^2 + 4x_1 + 4 + (x_2 - 1)^2 = 15,$$

$$(x_1 + 2)^2 + (x_2 - 1)^2 = 15.$$

Это уравнение описывает часть окружности с центром в точке $O'(-2; 1)$ радиуса $R = \sqrt{15}$, лежащую ниже новой горизонтальной оси с уравнением $x_2 = 1$. $\otimes$

Пример 2.3.5. Какую линию на плоскости описывает уравнение

$$x_1^2 - 4x_1 + x_2^2 - 2x_2 + 5 = 0.$$

Р е ш е н и е. Уравнение запишем в виде

$$(x_1 - 2)^2 + (x_2 - 1)^2 = 0.$$

Это уравнение описывает точку $M(2; 1)$. $\otimes$

Пример 2.3.6. Какую линию на плоскости описывает уравнение

$$100x_1^2 + 25x_2^2 + 200x_1 - 100x_2 - 200 = 0.$$

Р е ш е н и е. Уравнение переписываем в виде

$$100(x_1 + 1)^2 + 25(x_2 - 2)^2 = 400$$

и делим обе части на 400:

$$\frac{(x_1+1)^2}{4}+\frac{(x_2-2)^2}{16}=1.$$

Это каноническое уравнение эллипса с центром в точке $O'(-1;2)$ и полуосями $a=2$ и $b=4$. $\otimes$

Пример 2.3.7. Какую линию на плоскости описывает уравнение

$$x_1=-2\sqrt{-5-6x_2-x_2^2}\,.$$

Р е ш е н и е. Уравнение преобразуем к виду

$$x_1^2+4(x_2+3)^2=16,$$

возводя обе части в квадрат. Делим обе части на 16:

$$\frac{x_1^2}{16}+\frac{(x_2+3)^2}{4}=1.$$

Уравнение описывает часть эллипса с центром в точке $O'(0;-3)$ и полуосями $a=4$ и $b=2$, лежащую слева относительно оси OX_2. $\otimes$

Пример 2.3.8. Линия второго порядка задана в каноническом (ортонормированном) базисе $\left\{\vec{e}_1,\vec{e}_2\right\}\subset R^2$ уравнением

$$11(x^1)^2-20x^1x^2-4(x^2)^2-20x^1-8x^2+1=0.$$

Привести уравнение линии к каноническому виду и определить её тип.

Р е ш е н и е. Рассмотрим квадратичную форму

$$\varphi\left(\vec{x},\vec{x}\right)=11(x^1)^2-20x^1x^2-4(x^2)^2=$$

$$=11(x^1)^2-10x^1x^2-10x^2x^1-4(x^2)^2$$

Матрица квадратичной формы имеет вид

$$\Phi=\begin{pmatrix}11 & -10\\ -10 & -4\end{pmatrix}.$$

Квадратичной форме $\varphi\left(\vec{x},\vec{x}\right)$ ставим в соответствие симметрический оператор $\hat{T}$ с матрицей $T=\Phi$ и записываем характеристическое уравнение:

$$\det\begin{pmatrix}t_1^1-\mu & t_2^1\\ t_1^2 & t_2^2-\mu\end{pmatrix}=0\Rightarrow\begin{vmatrix}11-\mu & -10\\ -10 & -4-\mu\end{vmatrix}=0\Rightarrow$$

$$\mu^2-7\cdot\mu-144=0.$$

Корни характеристического уравнения $\mu_1 = -9$ и $\mu_2 = 16$. Находим собственные векторы оператора $\hat{T}$, соответствующие собственным значениям $\mu_1 = -9$ и $\mu_2 = 16$, для чего решаем две однородные СЛАУ:

$$\begin{pmatrix} 20 & -10 \\ -10 & 5 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{cases} 20x^1 - 10x^2 = 0, \\ -10x^1 + 5x^2 = 0, \end{cases}$$

$$\begin{pmatrix} -5 & -10 \\ -10 & -20 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{cases} -5x^1 - 10x^2 = 0, \\ -10x^1 - 20x^2 = 0. \end{cases}$$

Фундаментальная система решений первой СЛАУ приводит к первому собственному вектору

$$\vec{x}_1 = \frac{1}{2}\vec{e}_1 + \vec{e}_2,$$

а фундаментальная система решений второй – ко второму собственному вектору

$$\vec{x}_2 = -2\vec{e}_1 + \vec{e}_2.$$

Эти векторы ортогональны, но не нормированы. Нормируем их:

$$\vec{a}_1 = \frac{1}{\left\|\vec{x}_1\right\|}\vec{x}_1 = \frac{2}{\sqrt{5}}\left(\frac{1}{2}\vec{e}_1 + \vec{e}_2\right) = \frac{1}{\sqrt{5}}\vec{e}_1 + \frac{2}{\sqrt{5}}\vec{e}_2;$$

$$\vec{a}_2 = \frac{1}{\left\|\vec{x}_2\right\|}\vec{x}_2 = \frac{1}{\sqrt{5}}\left(-2\vec{e}_1 + \vec{e}_2\right) = -\frac{2}{\sqrt{5}}\vec{e}_1 + \frac{1}{\sqrt{5}}\vec{e}_2.$$

Матрица перехода от старого базиса к новому базису имеет вид:

$$A = \begin{pmatrix} 1/\sqrt{5} & 2/\sqrt{5} \\ -2/\sqrt{5} & 1/\sqrt{5} \end{pmatrix}.$$

Преобразование от нового базиса к старому осуществляется при помощи обратной матрицы, которая в силу ортогональности матрицы A равна транспонированной к ней, то есть

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1/\sqrt{5} & -2/\sqrt{5} \\ 2/\sqrt{5} & 1/\sqrt{5} \end{pmatrix}.$$

Координаты в новом базисе выражаются через координаты в старом базисе при помощи матрицы

$$\left(A^{-1}\right)^T = \left(A^T\right)^T = A,$$

обратный переход от новых координат к старым производится при помощи матрицы A^{-1}. Имеем:

$$\begin{pmatrix} y^1 \\ y^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1/\sqrt{5} & 2/\sqrt{5} \\ -2/\sqrt{5} & 1/\sqrt{5} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1/\sqrt{5} & -2/\sqrt{5} \\ 2/\sqrt{5} & 1/\sqrt{5} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y^1 \\ y^2 \end{pmatrix}.$$

В базисе $\left\{ \vec{a}_1, \vec{a}_2 \right\}$ квадратичная форма приводится к каноническому виду

$$\mu_1 (y^1)^2 + \mu_2 (y^2)^2 = -9(y^1)^2 + 16(y^2)^2.$$

Линейные слагаемые преобразуются так:

$$-20x^1 = -\frac{20}{\sqrt{5}} y^1 + \frac{40}{\sqrt{5}} y^2;$$

$$-8x^2 = -\frac{16}{\sqrt{5}} y^1 - \frac{8}{\sqrt{5}} y^2.$$

Подстановка в уравнение приводит его к виду:

$$-9(y^1)^2 + 16(y^2)^2 - \frac{36}{\sqrt{5}} y^1 + \frac{32}{\sqrt{5}} y^2 + 1 = 0.$$

Выделяя полный квадрат по y^1, y^2 и приводя подобные члены, получаем каноническое уравнение линии в виде

$$-9\left(y^1 + \frac{2}{\sqrt{5}} \right)^2 + 16\left(y^2 + \frac{1}{\sqrt{5}} \right)^2 + 5 = 0,$$

Откуда совершая параллельный перенос, то есть полагая

$$z^1 = y^1 + \frac{2}{\sqrt{5}}, \quad z^2 = y^2 + \frac{1}{\sqrt{5}},$$

окончательно имеем:

$$\frac{(z^1)^2}{5/9} - \frac{(z^2)^2}{5/16} = 1.$$

Получили каноническое уравнение линии второго порядка – гиперболы. Отметим, что матрица

$$A = \begin{pmatrix} 1/\sqrt{5} & 2/\sqrt{5} \\ -2/\sqrt{5} & 1/\sqrt{5} \end{pmatrix}$$

перехода от старого базиса к новому базису является матрицей оператора (аффинора) поворота системы координат на такой угол φ, что $\cos\varphi = 1/\sqrt{5}$ и $\sin\varphi = 2/\sqrt{5}$. Далее, в соответствии с формулами

$$z^1 = y^1 + \frac{2}{\sqrt{5}},\ z^2 = y^2 + \frac{1}{\sqrt{5}},$$

осуществляется параллельный перенос начала системы координат в новое положение – точку с координатами $O'\left(-\frac{2}{\sqrt{5}}, -\frac{1}{\sqrt{5}}\right)$. $\otimes$

Пример 2.3.9. Поверхность второго порядка задана в каноническом (ортонормированном) базисе $\left\{\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3\right\} \subset R^3$ уравнением

$$3x_2^2 + 3x_3^2 + 4x_1x_2 + 4x_1x_3 - 2x_2x_3 - 12\sqrt{30}x_1 -$$
$$-14\sqrt{30}x_2 + 2\sqrt{30}x_3 + 506 = 0.$$

Привести уравнение поверхности к каноническому виду и определить её тип.

Р е ш е н и е. Рассмотрим квадратичную форму

$$\varphi\left(\vec{x}, \vec{x}\right) = 3x_2^2 + 3x_3^2 + 4x_1x_2 + 4x_1x_3 - 2x_2x_3.$$

Матрица квадратичной формы

$$\Phi = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 2 \\ 2 & 3 & -1 \\ 2 & -1 & 3 \end{pmatrix}.$$

Собственные значения ассоциированного оператора $\mu_1 = -2,\ \mu_{2,3} = 4$. Собственные векторы

$$\vec{x}_1 = -\frac{2}{\sqrt{6}}\vec{e}_1 + \frac{1}{\sqrt{6}}\vec{e}_2 + \frac{1}{\sqrt{6}}\vec{e}_3,$$
$$\vec{x}_2 = \frac{1}{\sqrt{5}}\vec{e}_1 + \frac{2}{\sqrt{5}}\vec{e}_2 + 0\,\vec{e}_3,$$
$$\vec{x}_3 = \frac{2}{\sqrt{30}}\vec{e}_1 - \frac{1}{\sqrt{30}}\vec{e}_2 + \frac{5}{\sqrt{30}}\vec{e}_3.$$

Это ортонормированная система. Матрица перехода от старого базиса к новому базису получается непосредственно из приведённых разложений:

$$A=\begin{pmatrix} -2/\sqrt{6} & 1/\sqrt{6} & 1/\sqrt{6} \\ 1/\sqrt{5} & 2/\sqrt{5} & 0 \\ 2/\sqrt{30} & -1/\sqrt{30} & 5/\sqrt{30} \end{pmatrix}$$

и является ортогональной ($A^{-1}=A^{T}$).

Преобразование координат осуществляется с помощью матрицы A

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} -2/\sqrt{6} & 1/\sqrt{6} & 1/\sqrt{6} \\ 1/\sqrt{5} & 2/\sqrt{5} & 0 \\ 2/\sqrt{30} & -1/\sqrt{30} & 5/\sqrt{30} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x_{1'} \\ x_{2'} \\ x_{3'} \end{pmatrix}$$

и приводит квадратичную форму к виду

$$\varphi\left(\vec{x},\vec{x}\right)=4x_{1'}^2-2x_{2'}^2+4x_{3'}^2.$$

Линейные члены преобразуются так:

$$-12\sqrt{30}x_1-14\sqrt{30}x_2+2\sqrt{30}x_3=-40\sqrt{6}x_{1'}+12\sqrt{5}x_{2'}.$$

В новой системе координат уравнение поверхности принимает вид:

$$4x_{1'}^2-2x_{2'}^2+4x_{3'}^2-40\sqrt{6}x_{1'}+12\sqrt{5}x_{2'}+506=0.$$

Выделяя полные квадраты, приводим уравнение к виду

$$4\left(x_{1'}-5\sqrt{6}\right)^2-2\left(x_{2'}-3\sqrt{5}\right)^2+4x_{3'}^2-4=0.$$

Вводя обозначения $y_1=x_{1'}-5\sqrt{6}$, $y_2=x_{2'}-3\sqrt{5}$, $y_3=x_{3'}$, получаем следующий вид уравнения:

$$y_1^2-\frac{y_2^2}{2}+y_3^2=1.$$

Получили уравнение однополостного гиперболоида. ⊗

Задания для самостоятельной работы

Собственные значения и собственные векторы

1. Найти собственные значения и собственные подпространства линейного оператора

$$\hat{A}: R^3 \to R^3,$$

имеющего в каноническом базисе пространства $\left\{\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3\right\} \subset R^3$ матрицу:

1) $A = \begin{pmatrix} -1 & -5 & 2 \\ -1 & -2 & -1 \\ 4 & 5 & 1 \end{pmatrix}$; 2) $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}$; $C = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 \\ 3 & 1 & 4 \\ 0 & 4 & 1 \end{pmatrix}$.

2. Найти собственные значения и собственные подпространства линейного оператора $\hat{A}: R^3 \to R^3$, действие которого задано приведёнными ниже координатные равенства: $\left(\forall \vec{x} \in R^3\right)$

1) $A\begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \\ x^3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x^1 \\ 2x^2 \\ 3x^3 \end{pmatrix}$;

2) $A\begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \\ x^3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x^1 \\ x^1 + x^2 \\ x^1 + x^2 + x^3 \end{pmatrix}$;

3) $A\begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \\ x^3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x^1 - x^2 \\ 0 \\ x^1 + x^2 \end{pmatrix}$;

4) $A\begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \\ x^3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x^1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$;

5) $A\begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \\ x^3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ x^2 \\ x^3 \end{pmatrix}$;

6) $A\begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \\ x^3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x^1 \\ 0 \\ x^3 \end{pmatrix}$.

3. Линейный оператор $\hat{T} : E^3 \to E^3$ в некотором ортонормированном базисе $\left\{ \vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3 \right\}$ задан матрицей:

1) $T = \frac{1}{3}\begin{pmatrix} 2 & 2 & -1 \\ 2 & -1 & 2 \\ -1 & 2 & 2 \end{pmatrix}$; 2) $T = \begin{pmatrix} 17 & -8 & 4 \\ -8 & 17 & -4 \\ 4 & -4 & 11 \end{pmatrix}$;

3) $T = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -4 \\ 2 & -2 & -2 \\ -4 & -2 & 1 \end{pmatrix}$; 4) $T = \begin{pmatrix} 5 & -2 & 4 \\ -2 & 8 & 2 \\ 4 & 2 & 5 \end{pmatrix}$.

Построить в пространстве E^3 ортонормированный базис собственных векторов оператора $\hat{T}$ и записать матрицу оператора $\hat{T}$ в этом базисе.

Инвариантные подпространства

1. Пусть в пространстве зафиксирован канонический базис

$$\left\{ \vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3 \right\} \subset R^3$$

и пусть дан некоторый линейный оператор $\hat{A} : R^3 \to R^3$. Показать, что линейные оболочки следующего вида

$$L\left\{ \vec{e}_1 \right\}, L\left\{ \vec{e}_2 \right\}, L\left\{ \vec{e}_3 \right\}, L\left\{ \vec{e}_1, \vec{e}_2 \right\}, L\left\{ \vec{e}_1, \vec{e}_3 \right\}, L\left\{ \vec{e}_2, \vec{e}_3 \right\}$$

являются инвариантными подпространствами относительно оператора $\hat{A}$.

2. Пусть подпространства $L_1 \subset X^n$ и $L_2 \subset X^n$ инвариантны относительно оператора

$$\hat{A}: X^n \to X^n.$$

Показать, что подпространства $L_1 + L_2$ и $L_1 \bigcap L_2$ также инвариантны относительно оператора $\hat{A}$.

3. Показать, что если $L \subset X^n$ – инвариантное подпространство оператора

$$\hat{A}: X^n \to X^n,$$

то L является инвариантным подпространством и относительно операторного многочлена

$$\hat{F}\left(\hat{A}\right) = a_0 \hat{I} + a_1 \hat{A} + a_2 \hat{A}^2 + \ldots + a_m \hat{A}^m.$$

4. Пусть $\hat{A}: X^n \to X^n$ – некоторый линейный оператор. Доказать, что если оператор $\hat{A}$ биективный, то его инвариантные подпространства являются инвариантными и относительно оператора $\hat{A}^{-1}$.

5. Пусть $\hat{T}: R^2 \to R^2$ имеет матрицу

$$T = \begin{pmatrix} t_1^1 & t_2^1 \\ t_1^2 & t_2^2 \end{pmatrix}.$$

Найти все инвариантные подпространства оператора $\hat{T}$, если

$$T = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}.$$

6. Пусть $\hat{T}: R^3 \to R^3$ имеет матрицу

$$T = \begin{pmatrix} t_1^1 & t_2^1 & t_3^1 \\ t_1^2 & t_2^2 & t_3^2 \\ t_1^3 & t_2^3 & t_3^3 \end{pmatrix}.$$

Найти все инвариантные подпространства оператора $\hat{T}$, если

1) $T = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$; 2) $T = \begin{pmatrix} -1 & -2 & -2 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

7. Пусть $\hat{T}: R^4 \to R^4$ имеет матрицу

$$T = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 4 & -2 \\ 2 & -1 & 0 & 1 \\ 2 & -1 & -1 & 2 \end{pmatrix}.$$

Найти все собственные значения и собственные подпространства оператора $\hat{T}$.

Показать, что линейная оболочка

$$L\left\{\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2,\ \vec{e}_2 + \vec{e}_3 + 2\vec{e}_4\right\}$$

является инвариантным подпространством оператора $\hat{T}$.

Геометрия пространства E^n

Задание 1. Получить параметрические и неявные уравнения плоскости $H^m \subset R^n$, проходящей через заданные точки

$A_1(0; 6; 3; 5; 1)$, $A_2(-3; 2; 4; 1; 0)$,

$A_3(6; 1; 4; 3; 2)$, $A_4(-1; 3; -4; 2; -1)$.

Задание 2. Используя критерий Грама линейной зависимости системы векторов в евклидовом пространстве, выяснить вопрос о линейной зависимости системы векторов $\vec{x}_1, \vec{x}_2, \vec{x}_3 \subset R^3$:

1) $\vec{x}_1 = -3\vec{e}_1 + \vec{e}_2 + 5\vec{e}_3$,
$\vec{x}_2 = 6\vec{e}_1 - 2\vec{e}_2 + 5\vec{e}_3$\$

2) $\vec{x}_1 = \vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + 3\vec{e}_3$,
$\vec{x}_2 = 4\vec{e}_1 + 5\vec{e}_2 + 6\vec{e}_3$,
$\vec{x}_3 = 7\vec{e}_1 + 8\vec{e}_2 + 9\vec{e}_3$.

Задание 3. Используя критерий Грама линейной зависимости системы векторов в евклидовом пространстве, выяснить вопрос о линейной зависимости системы векторов $\vec{x}_1, \vec{x}_2, \vec{x}_3, \vec{x}_4 \subset R^4$:

$\vec{x}_1 = \vec{e}_1 + \vec{e}_2 + \vec{e}_3 + \vec{e}_4$,

$$\vec{x}_2 = \vec{e}_1 - \vec{e}_2 - \vec{e}_3 + \vec{e}_4,$$
$$\vec{x}_3 = \vec{e}_1 - \vec{e}_2 + \vec{e}_3 - \vec{e}_4,$$
$$\vec{x}_4 = \vec{e}_1 + \vec{e}_2 - \vec{e}_3 - \vec{e}_4.$$

Задание 4. Пусть $L^3\left\{\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3\right\}$ – линейное многообразие в E^4, а $\vec{x}$ – наклонная к многообразию L^3. Найти наименьший угол между вектором $\vec{x}$ и многообразием L^3, если:

$$\vec{x} = 2\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 - \vec{e}_3 + 4\vec{e}_4,$$
$$\vec{a}_1 = \vec{e}_1 - \vec{e}_2 + \vec{e}_3 + \vec{e}_4,$$
$$\vec{a}_2 = -\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + 3\vec{e}_3 + \vec{e}_4,$$
$$\vec{a}_3 = \vec{e}_1 + 5\vec{e}_2 + 3\vec{e}_4.$$

Задание 5. В ортонормированном базисе $\left\{\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3, \vec{e}_4\right\}$ пространства E^4 задана система векторов

$$\vec{a}_1 = \vec{e}_1 - 2\vec{e}_4,$$
$$\vec{a}_2 = \vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + 2\vec{e}_3 + 4\vec{e}_4,$$
$$\vec{a}_3 = 3\vec{e}_1 - 6\vec{e}_3 - 13\vec{e}_4,$$
$$\vec{a}_4 = -\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + 4\vec{e}_3 + 9\vec{e}_4.$$

1) Выяснить, является ли эта система векторов линейно независимой.
2) Найти объём параллелепипеда, построенного на тройке векторов $\left\{\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3\right\}$.
3) Используя процесс ортогонализации Шмидта, построить на их основе новый ортонормированный базис пространства R^4.

Задание 6. В пространстве R^5 найти ортонормированный базис ортогонального дополнения линейной оболочки системы векторов:

1) $\vec{a}_1 = 5\vec{e}_1 + 3\vec{e}_2 + 2\vec{e}_4 + 2\vec{e}_5,$
$\vec{a}_2 = 9\vec{e}_1 + 5\vec{e}_2 + 6\vec{e}_3 - 4\vec{e}_4,$

$\vec{a}_3 = \vec{e}_1 + \vec{e}_2 - 6\vec{e}_3 - \vec{e}_5;$

2) $\vec{a}_1 = 4\vec{e}_1 + 10\vec{e}_2 - \vec{e}_3 + 4\vec{e}_4 - 2\vec{e}_5,$

$\vec{a}_2 = \vec{e}_1 + \vec{e}_2 - \vec{e}_3 - 2\vec{e}_4,$

$\vec{a}_3 = 2\vec{e}_1 + 4\vec{e}_2 - \vec{e}_3 + \vec{e}_5.$

Задание 7. Систему строк матрицы

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & -2 \\ 2 & 1 & -1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

дополнить двумя строками так, чтобы вся система стала ортогональной.

Задание 8. В пространстве R^4 даны две плоскости H_1 и H_2 с направляющими векторами

$$\left\{\vec{a}_1, \vec{a}_2\right\} \subset H_1$$

и

$$\left\{\vec{b}_1, \vec{b}_2\right\} \subset H_2,$$

соответственно. Найти наименьший угол, образованный векторами первой плоскости с векторами второй плоскости, если:

1) $\vec{a}_1 = \vec{e}_1, \vec{a}_2 = \vec{e}_2,$

$\vec{b}_1 = \vec{e}_1 + \vec{e}_2 + \vec{e}_3 + \vec{e}_4, \vec{b}_2 = 2\vec{e}_1 - 2\vec{e}_2 + 5\vec{e}_3 + 2\vec{e}_4;$

2) $\vec{a}_1 = \vec{e}_1, \vec{a}_2 = \vec{e}_2,$

$\vec{b}_1 = \vec{e}_1 + \vec{e}_2 + \vec{e}_3 + \vec{e}_4, \vec{b}_2 = \vec{e}_1 - \vec{e}_2 + \vec{e}_3 - \vec{e}_4$

Задание 9. Выяснить, какую линию на плоскости описывает уравнение:

1) $x_2 = -1 - \frac{3}{5}\sqrt{26 - 2x_1 + x_1^2}$;

2) $x_1 = -4x_2^2 + 8x_2 - 1;$

3) $x_1 = 2 - \sqrt{3 - x_2}$.

Задание 10. Привести к каноническому виду уравнение линии второго порядка:

1) $17x_1^2 + 12x_1x_2 + 8x_2^2 - 80 = 0;$

2) $4x_1x_2 + 3x_2^2 + 16 = 0$.

Задание 11. Привести к каноническому виду уравнение поверхности второго порядка:

1) $2x_1^2 + x_2^2 - 4x_1x_2 - 4x_2x_3 + \frac{4}{3}x_1 - \frac{16}{3}x_2 + \frac{32}{3}x_3 + 10 = 0$;

2) $\alpha x_1 - 3\sqrt{2}x_2 + 2\sqrt{3}x_3 - 7 = 0$,

где $\alpha = 5$ или $\alpha = 0$.

ЧАСТЬ 3. МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ФУНКЦИЙ ОДНОГО И НЕСКОЛЬКИХ ПЕРЕМЕННЫХ

Практическое занятие 1. Понятие предела

Определение предела последовательности

Пример 3.1.1. Показать, что $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n+1}{n}=1.$

Р е ш е н и е. Действительно, для произвольного $\varepsilon>0$ имеем:

$$\left|\frac{n+1}{n}-1\right|<\varepsilon \Rightarrow \left|\frac{n+1}{n}-1\right|=\left|\frac{n+1-n}{n}\right|=\frac{1}{n}<\varepsilon\Rightarrow n>\frac{1}{\varepsilon}.$$

Таким образом, для любого наперёд заданного $\varepsilon>0$ мы нашли номер $n_0=\left[\dfrac{1}{\varepsilon}\right]+1$, такой, что $\forall\, n\ge n_0 \Rightarrow \left|\dfrac{n+1}{n}-1\right|<\varepsilon$, следовательно, 1 является пределом данной последовательности. $\otimes$

Пример 3.3.1.2. Доказать существование предела последовательности с общим членом

$$x_n=\frac{1}{2+1}+\frac{1}{2^2+1}+\frac{1}{2^3+1}+\ldots+\frac{1}{2^n+1}.$$

Р е ш е н и е. Покажем, что данная последовательность монотонна и ограничена. Из формулы общего члена последовательности имеем:

$$x_{n+1}=x_n+\frac{1}{2^{n+1}+1}\Rightarrow x_{n+1}>x_n,$$

то есть последовательность монотонно возрастает и ограничена снизу, например, первым элементом x_1. При любом n, очевидно, $\dfrac{1}{2^n+1}<\dfrac{1}{2^n}$. Последовательность ограничена сверху:

$$x_n=\frac{1}{2+1}+\frac{1}{2^2+1}+\frac{1}{2^3+1}+\ldots+\frac{1}{2^n+1}<\frac{1}{2}+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{2^3}+\ldots+\frac{1}{2^n}=$$

$$=\frac{\cancel{1/}2-\cancel{1/}2^{n+1}}{1-\dfrac{1}{2}}=1-\frac{1}{2^n}<1.$$

Последовательность монотонна и ограничена, следовательно, по критерию сходимости имеет предел. ⊗

Пример 3.3.1.3. Доказать, что последовательность $\{x_n\}$ есть бесконечно малая последовательность, если

1) $x_n = \dfrac{(-1)^{n+1}}{n}$; 2) $x_n = \dfrac{2n}{n^3+1}$; 3) $x_n = \dfrac{1}{n!}$; 4) $x_n = (-1)^n \cdot 0{,}999^n$.

Составить для каждого случая таблицу следующего вида:

ε	0,1	0,001	0,0001	…
n_0				

Р е ш е н и е. 1) По определению

$$(\forall \varepsilon > 0)\ (\exists n_0 \in N)\ (\forall n \geq n_0)\ \left|\frac{(-1)^{n+1}}{n} - 0\right| < \varepsilon.$$

Решаем неравенство:

$$\left|\frac{(-1)^{n+1}}{n}\right| < \varepsilon \Rightarrow \frac{1}{n} < \varepsilon \Rightarrow n > \frac{1}{\varepsilon} \Rightarrow n > \left[\frac{1}{\varepsilon}\right] \Rightarrow n_0 = \left[\frac{1}{\varepsilon}\right] + 1.$$

Таким образом, по произвольному положительному числу ε мы нашли номер $n_0 = n_0(\varepsilon)$ такой, что начиная с этого номера, выполнено определение предела последовательности. Следовательно, последовательность имеет предел, который равен

$$\lim_{n\to\infty} x_n = \lim_{n\to\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n} = 0.$$

Таким образом, последовательность является бесконечно малой последовательностью.

Пусть, например, $\varepsilon = 0{,}1$. Тогда

$$n_0 = \left[\frac{1}{1/10}\right] + 1 = 11.$$

И так далее, для указанных в таблице значений ε. Искомая таблица принимает вид:

ε	0,1	0,001	0,0001	…
n_0	11	1001	10001	…

2) По определению

$$(\forall \varepsilon > 0)\ (\exists n_0 \in N)\ (\forall n \geq n_0)\ \left|\frac{2n}{n^3+1} - 0\right| < \varepsilon.$$

Решаем неравенство:

$$\left|\frac{2n}{n^3+1}\right| < \varepsilon \Rightarrow \frac{2n}{n^3} < \varepsilon \Rightarrow \frac{2}{n^2} < \varepsilon \Rightarrow \frac{n^2}{2} > \frac{1}{\varepsilon} \Rightarrow n > \sqrt{\frac{2}{\varepsilon}} \Rightarrow$$

$$n > \left[\sqrt{\frac{2}{\varepsilon}}\right] \Rightarrow n_0 = \left[\sqrt{\frac{2}{\varepsilon}}\right] + 1.$$

Таким образом, по произвольному положительному числу ε мы нашли номер $n_0 = n_0(\varepsilon)$ такой, что начиная с этого номера, выполнено определение предела последовательности. Следовательно, последовательность имеет предел, который равен

$$\lim_{n\to\infty} x_n = \lim_{n\to\infty} \frac{2n}{n^3+1} = 0.$$

Таким образом, последовательность является бесконечно малой последовательностью.

Пусть, например, $\varepsilon = 0{,}1$. Тогда

$$n_0 = \left[\sqrt{\frac{2}{1/10}}\right] + 1 \approx [4{,}472] + 1 = 5.$$

И так далее, для указанных в таблице значений ε. Искомая таблица принимает вид:

ε	0,1	0,001	0,0001	…
n_0	5	46	142	…

Остальные примеры решаются аналогично и предлагаются для самостоятельного решения. ⊗

Вычисление предела последовательности

Пример 3.3.1.4. Найти предел последовательности с общим членом

$$x_n = \frac{2n^2}{n^2-1}.$$

Р е ш е н и е. Преобразуем общий член последовательности:

$$x_n = \frac{2n^2}{n^2-1} = 2 \cdot \frac{n}{n-1} \cdot \frac{n}{n+1} = 2 \cdot \frac{1}{1-\frac{1}{n}} \cdot \frac{1}{1+\frac{1}{n}}.$$

Используя правила действий с пределами последовательностей, имеем:

$$\lim_{n\to\infty} x_n = \lim_{n\to\infty} \frac{2n^2}{n^2-1} = 2 \cdot \frac{1}{1-\lim\limits_{n\to\infty}\frac{1}{n}} \cdot \frac{1}{1+\lim\limits_{n\to\infty}\frac{1}{n}} = 2. \otimes$$

Пример 3.3.1.5. Вычислить предел последовательности с общим членом

$$x_n = \frac{(2n+1)\cdot(3n+1)}{n^2}.$$

Р е ш е н и е. Преобразуем общий член последовательности:

$$x_n = \frac{(2n+1)\cdot(3n+1)}{n^2} = \frac{2n+1}{n}\cdot\frac{3n+1}{n} = \left(2+\frac{1}{n}\right)\cdot\left(3+\frac{1}{n}\right).$$

Используя правила действий с пределами, имеем:

$$\lim_{n\to\infty} x_n = \lim_{n\to\infty}\frac{(2n+1)\cdot(3n+1)}{n^2} = \lim_{n\to\infty}\left(2+\frac{1}{n}\right)\cdot\lim_{n\to\infty}\left(3+\frac{1}{n}\right) = 2\cdot 3 = 6.\ \otimes$$

Пример 3.3.1.6. Найти предел последовательности с общим членом

$$x_n = \sqrt{n^2+n}-n.$$

Р е ш е н и е. Имеем неопределённость вида $[\infty-\infty]$. Преобразуем формулу для общего члена:

$$\sqrt{n^2+n}-n = \frac{\left(\sqrt{n^2+n}-n\right)\left(\sqrt{n^2+n}+n\right)}{\sqrt{n^2+n}+n} = \frac{n}{\sqrt{n^2+n}+n} = \frac{1}{\sqrt{1+\frac{1}{n}}+1}.$$

Вычисляем предел последовательности:

$$\lim_{n\to\infty}\frac{1}{\sqrt{1+\frac{1}{n}}+1} = \frac{1}{\lim\limits_{n\to\infty}\sqrt{1+\frac{1}{n}}+1} = \frac{1}{2}.\ \otimes$$

Пример 3.3.1.7. Вычислить предел последовательности с общим членом

$$x_n = \frac{1}{1\cdot 2}+\frac{1}{2\cdot 3}+\ldots+\frac{1}{n\cdot(n+1)}.$$

Р е ш е н и е. Преобразуем формулу для общего члена последовательности:

$$x_n = \frac{1}{1\cdot 2}+\frac{1}{2\cdot 3}+\ldots+\frac{1}{n\cdot(n+1)} = \left(1-\frac{1}{2}\right)+\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\right)+\ldots+\left(\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}\right) =$$

$$= 1-\frac{1}{n+1}.$$

Теперь

$$\lim_{n\to\infty} x_n = \lim_{n\to\infty}\left(\frac{1}{1\cdot 2}+\frac{1}{2\cdot 3}+\ldots+\frac{1}{n\cdot(n+1)}\right) = \lim_{n\to\infty}\left(1-\frac{1}{n+1}\right) = 1.\ \otimes$$

Пример 3.3.1.8 (неперово число e). Показать, что последовательность с общим членом

$$x_n = \left(1+\frac{1}{n}\right)^n$$

сходится, то есть, существует предел

$$\lim_{n\to\infty} x_n \equiv \lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{n}\right)^n = e.$$

Р е ш е н и е. Приведём значение этого числа, применяемое в обычных расчётах, не требующих слишком большой точности: $e = 2{,}71828\ldots$.

Приступим к строгому исследованию данного предела. Докажем сходимость последовательность $x_n = \left(1+\frac{1}{n}\right)^n$.

Покажем, что

$$(\forall b > -1) \wedge (\forall n \in N) \; (1+b)^n \geq 1+nb.$$

Для этого применим индукцию по n:

1) при $n=1$ имеем $1+b \geq 1+b$, что всегда выполняется;

2) предположим, что $(\forall n = k) \; (1+b)^k \geq 1+kb$;

3) покажем, что $(\forall b > -1) \wedge (n = k+1) \; (1+b)^{k+1} \geq 1+(k+1)b$.

Справедливость заключения следует из цепочки выкладок:

$$(1+b)^{k+1} = (1+b)^k (1+b) \geq (1+b)(1+kb) = 1+kb+b+kb^2 \geq 1+(k+1)b,$$

так как $kb^2 > 0$.

Так как неравенство справедливо при $n=1$, оно справедливо и при любом $n \in N$. Итак, $(\forall b > -1)$ и $(\forall n \in N)$

$$(1+b)^n \geq 1+nb. \qquad (1)$$

Рассмотрим последовательность с общим членом

$$y_n = \left(1+\frac{1}{n}\right)^{n+1}.$$

Для этой последовательности

$$\frac{y_{n-1}}{y_n} = \frac{\left(1+\frac{1}{n-1}\right)^n}{\left(1+\frac{1}{n}\right)^{n+1}} = \frac{n^{2n+1}\cdot(n-1)}{(n-1)^n\cdot(n+1)^{n+1}\cdot(n-1)} =$$

$$= \frac{(n^2)^{n+1}\cdot(n-1)}{(n^2-1)^{n+1}\cdot n} = \frac{(n^2-1+1)^{n+1}}{(n^2-1)^{n+1}}\cdot\frac{n-1}{n} =$$

$$= \left(\frac{n^2-1+1}{n^2-1}\right)^{n+1}\cdot\frac{n-1}{n} = \left(1+\frac{1}{n^2-1}\right)^{n+1}\cdot\frac{n-1}{n} \geq \text{ используем } (1)$$

$$\geq \left(1+(n+1)\frac{1}{n^2-1}\right)\cdot\frac{n-1}{n} = \left(1+\frac{1}{n-1}\right)\cdot\frac{n-1}{n} = 1.$$

Таким образом,

$$\forall n \in N \quad \frac{y_{n-1}}{y_n} \geq 1$$

а, следовательно, $y_n \leq y_{n-1}$, то есть, последовательность с общим членом

$$y_n = \left(1+\frac{1}{n}\right)^{n+1}$$

монотонно убывает. Так как

$$\left(1+\frac{1}{n}\right)^{n+1} > 1,$$

эта последовательность ограничена снизу. Но тогда по критерию сходимости ограниченной последовательности данная последовательность сходится.

Далее имеем:

$$\lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{n}\right)^{n} = \lim_{n\to\infty}\frac{\left(1+\frac{1}{n}\right)^{n+1}}{\left(1+\frac{1}{n}\right)} = \lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{n}\right)^{n+1},$$

где использовано, что

$$\lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{n}\right)=1.$$

Так как предел в правой части равенства существует

$$\lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{n}\right)^{n+1}=e,$$

то существует и предел левой части. Итак, предел существует и обозначается

$$e=\lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{n}\right)^{n}. \otimes$$

Пример 3.3.1.9. Доказать неравенство Бернулли:

$$(1+x_1)(1+x_2)\ldots(1+x_n)\geq 1+x_1+x_2+\ldots+x_n.$$

Р е ш е н и е. Неравенство справедливо при $n=1,\ 2$, что легко проверяется.

Например, для $n=2$ имеем:

$$(1+x_1)(1+x_2)=1+x_1+x_2+x_1x_2\geq 1+x_1+x_2.$$

Предположим, что неравенство справедливо при $n=k$, то есть

$$(1+x_1)(1+x_2)\ldots(1+x_k)\geq 1+x_1+x_2+\ldots+x_k$$

и покажем, что оно справедливо и при $n=k+1$. Имеем:

$$(1+x_1)(1+x_2)\ldots(1+x_k)(1+x_{k+1})\geq (1+x_1+x_2+\ldots+x_k)(1+x_{k+1})=$$
$$=1+x_1+x_2+\ldots+x_k+x_{k+1}+(1+x_1+x_2+\ldots+x_k+x_k)x_{k+1}\geq$$
$$\geq 1+x_1+x_2+\ldots+x_k+x_{k+1}.$$

По заключению индукции неравенство справедливо при любом $k=n$. $\otimes$

Пример 3.3.1.10. Показать, что если $x > -1$, то

$$(1+x)^n \geq 1+nx \quad (n>1),$$

причём знак равенства имеет место только при $x = 0$.

Р е ш е н и е. Полагая в неравенстве предыдущего примера

$$x_1 = x_2 = \ldots = x_n = x,$$

получаем требуемое неравенство. ⊗

Пример 3.3.1.11. Вычислить предел последовательности с общим членом

$$x_n = n\left[\ln(n+3) - \ln n\right].$$

Р е ш е н и е. Преобразуем формулу для общего члена:

$$x_n = n\left[\ln(n+3) - \ln n\right] = \ln\left(\frac{n+3}{n}\right)^n = 3\cdot\ln\left(1+\frac{1}{n/3}\right)^{n/3}.$$

Переходя к пределу, имеем:

$$\lim_{n\to\infty} x_n = 3\cdot\lim_{n\to\infty}\ln\left(1+\frac{1}{n/3}\right)^{n/3} = 3\cdot\ln e = 3. \otimes$$

Пример 3.3.1.12. Доказать, что последовательность (a^n) является:

1) бесконечно большой последовательностью при $|a| > 1$;

2) бесконечно малой последовательностью при $|a| < 1$.

Р е ш е н и е. 1) Пусть $|a| > 1$. Покажем, что последовательность (a^n) удовлетворяет определению бесконечно большой последовательности, то есть $(\forall A > 0)\ (\exists n_0 \in N)$: $(\forall n \geq n_0)$

$$|a|^n > A. \qquad (1)$$

Зададимся произвольным числом $A > 0$. Для нахождения номера n_0 решим неравенство (1) относительно номера. Получим

$$\log_{|a|}|a|^n > \log_{|a|} A \Rightarrow n > \log_{|a|} A \Rightarrow n > \left[\log_{|a|} A\right].$$

Следовательно, выполнение неравенства (1) начинается с номера

$$n_0 = \left[\log_{|a|} A\right] + 1.$$

Что и требовалось доказать.

2) Пусть $|a| < 1$. Если $a = 0$, то $(\forall n \in N)\ a^n = 0$ и, следовательно, последовательность (a^n) бесконечно малая. Пусть $a \neq 0$. Тогда

$$a^n = \left(\left(\frac{1}{a} \right)^n \right)^{-1}. \qquad (2)$$

Так в этом случае $\frac{1}{|a|} > 1$, то последовательность $\left(\frac{1}{a^n} \right)$ является бесконечно большой последовательностью, последовательность

$$a^n = \left(\left(\frac{1}{a} \right)^n \right)^{-1}$$

– бесконечно малой последовательностью. Поэтому в силу (2) при $|a| < 1$ последовательность (a^n) – бесконечно малая последовательность. $\otimes$

Пример 3.3.1.13. Показать, что если (x_n) – сходящаяся последовательность, а (y_n) – бесконечно большая последовательность, то последовательность

$$(z_n) = (x_n + y_n)$$

– бесконечно большая последовательность.

Р е ш е н и е. Покажем, что

$$(\forall A > 0)\ (\exists n_0 \in N)\ (\forall n \geq n_0)\ |x_n + y_n| > A.$$

В силу критерия сходимости последовательности сходящаяся последовательность (x_n) ограничена, то есть

$$(\exists M > 0)\ (\forall n \in N)\ |x_n| < M. \qquad (1)$$

Пусть задано произвольное $A > 0$. Так как последовательность (y_n) бесконечно большая, то для числа $A + M$

$$(\exists n_0 \in N)\ (\forall n \geq n_0)\ |y_n| > A + M. \qquad (2)$$

Из неравенств (1) и (2) получаем: $|x_n + y_n| \geq |y_n| - |x_n| > A + M - M = A.$

Что и требовалось доказать. $\otimes$

Пример 3.3.1.14. Вычислить предел последовательности с общим членом

$$x_n = \frac{\sqrt{n}}{n+1} \cos n. \qquad (1)$$

Р е ш е н и е. Так как $(\forall x \in R^1)\ |\cos x| < 1$, то последовательность $(\cos n)$ ограничена. Покажем, что последовательность $\left(\frac{\sqrt{n}}{n+1} \right)$ – бесконечно малая последовательность. Действительно,

$$\lim_{n\to\infty}\frac{\sqrt{n}}{n+1}=\lim_{n\to\infty}\frac{\frac{1}{\sqrt{n}}}{1+\frac{1}{n}}=\frac{\lim\limits_{n\to\infty}\frac{1}{\sqrt{n}}}{\lim\limits_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{n}\right)}=0.$$

По свойствам бесконечно малых последовательностей произведение ограниченной последовательности на бесконечно малую последовательность, то есть последовательность с общим членом (1), является бесконечно малой последовательностью и, следовательно,

$$\lim_{n\to\infty}x_n=\lim_{n\to\infty}\frac{\sqrt{n}}{n+1}\cos n=0.\otimes$$

Непрерывность и предел функции

Пример 3.3.1.15. Вычислить предел функции в точке: $\lim\limits_{x\to 1}\left(x^2+x+5\right)$.

Р е ш е н и е. Выбираем произвольную последовательность значений аргумента $\left(x_n\right)$, сходящуюся к 1, то есть такую, что $\lim\limits_{n\to\infty}x_n=1$. Используем определение по Гейне:

$$\lim_{x\to 1}\left(x^2+x+5\right)=\lim_{n\to\infty}\left(x_n^2+x_n+5\right)=$$

$$=3\lim_{n\to\infty}x_n^2+\lim_{n\to\infty}x_n+\lim_{n\to\infty}5=3+1+5=9.\otimes$$

Пример 3.3.1.16. Показать, что $\lim\limits_{x\to 6}\left(2x-5\right)=7$.

Р е ш е н и е. Выбираем произвольное $\varepsilon>0$. Найдём для него такое $\delta>0$, что из неравенства

$$\left|x-6\right|<\delta\ \Rightarrow\ 6-\delta<x<6+\delta. \qquad (1)$$

будет следовать неравенство

$$\left|\left(2x-5\right)-7\right|<\varepsilon.$$

Производя тождественные преобразования, получаем:

$$\left|\ 2x-5\ -7\right|<\varepsilon\Rightarrow\left|2x-12\right|<\varepsilon\Rightarrow 2\left|x-6\right|<\varepsilon\Rightarrow\left|x-6\right|<\frac{\varepsilon}{2}$$

$$\Rightarrow 6-\frac{\varepsilon}{2}<x<6+\frac{\varepsilon}{2}. \qquad (2)$$

Сравнивая (1) и (2), получаем, что

$$\delta=\frac{\varepsilon}{2}.$$

Последнее и доказывает, что $\lim\limits_{x\to 6}\left(2x-5\right)=7.\otimes$

Пример 3.3.1.17. Показать, что

$$\lim_{x\to 1/3}\frac{15x^2-2x-1}{x-\frac{1}{3}}=8.$$

Р е ш е н и е. По определению предела нужно чтобы выполнялось условие:

$$\forall\varepsilon>0\ \exists\delta>0:\ \left|x-\frac{1}{3}\right|<\delta\Rightarrow\left|\frac{15x^2-2x-1}{x-\frac{1}{3}}-8\right|<\varepsilon.$$

Решаем неравенство

$$\left|\frac{15x^2-2x-1}{x-\frac{1}{3}}-8\right|<\varepsilon\Leftrightarrow\left|\frac{15\left(x-\frac{1}{3}\right)\left(x+\frac{1}{5}\right)}{x-\frac{1}{3}}-8\right|<\varepsilon\Leftrightarrow$$

$$|15x-5|<\varepsilon\Leftrightarrow\frac{1}{3}-\frac{\varepsilon}{15}<x<\frac{1}{3}+\frac{\varepsilon}{15}.$$

Таким образом, как только

$$x\in\left(\frac{1}{3}-\frac{\varepsilon}{15},\frac{1}{3}\right)\cup\left(\frac{1}{3},\frac{1}{3}+\frac{\varepsilon}{15}\right),$$

так сразу

$$\left|\frac{15x^2-2x-1}{x-\frac{1}{3}}-8\right|<\varepsilon.$$

Из этого следует, что $\delta=\frac{\varepsilon}{15}$. Итак,

$$\forall\varepsilon>0\ \left|x-\frac{1}{3}\right|<\frac{\varepsilon}{15}\Rightarrow\left|\frac{15x^2-2x-1}{x-\frac{1}{3}}-8\right|<\varepsilon,$$

а значит $\lim\limits_{x\to 1/3}\dfrac{15x^2-2x-1}{x-\frac{1}{3}}=8.\otimes$

Пример 3.3.1.18. Найти предел функции в точке: $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^2-3x+2}{3x^2+x-4}$.

Р е ш е н и е. Непосредственно перейти к пределу в числителе и знаменателе нельзя, так как $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^2-3x+2}{3x^2+x-4}=\left[\dfrac{0}{0}\right]$, то есть получаем так называемую ***неопределённость вида*** $\dfrac{0}{0}$. Для «раскрытия» этой неопределённости разложим числитель и знаменатель на множители, предварительно приравняв их к нулю $(x^2-3x+2=0,\ 3x^2+x-4=0)$ и решив соответствующие квадратные уравнения. В результате получаем:

$$\frac{x^2-3x+2}{3x^2+x-4}=\frac{(x-2)(x-1)}{3(x-1)\left(x+\dfrac{4}{3}\right)}.$$

Так как $x\to 1$, но $x\neq 1$, то на множитель $(x-1)$, дающий в пределе $x\to 1$ нуль, можно сократить. В результате получаем:

$$\lim_{x\to 1}\frac{x^2-3x+2}{3x^2+x-4}=\lim_{x\to 1}\frac{(x-2)}{3\left(x+\dfrac{4}{3}\right)}=\frac{1}{3}\cdot\frac{\lim\limits_{x\to 1}(x-2)}{\lim\limits_{x\to 1}\left(x+\dfrac{4}{3}\right)}=-\frac{1}{7}.\ \otimes$$

Пример 3.3.1.19. Пользуясь определением непрерывности по Коши, показать, что функция $f(x)=5x^2+5$ непрерывна в точке $x_0=8$.

Р е ш е н и е. Значение функции в точке $x_0=8$ равно $f(8)=325$. По определению функция будет в точке $x_0=8$ непрерывной, если

$$(\forall\varepsilon>0)\ (\exists\delta>0):\ |x-8|<\delta\Rightarrow|5x^2+5-325|<\varepsilon.$$

Решаем последнее неравенство, чтобы найти промежуток числовой оси M такой, что как только $x\in M$, так сразу $|5x^2+5-325|<\varepsilon$. Имеем:

$$|5x^2+5-325|<\varepsilon\Rightarrow|5x^2-320|<\varepsilon\Rightarrow 64-\frac{\varepsilon}{5}<x^2<64+\frac{\varepsilon}{5}\Rightarrow$$

$$\sqrt{64-\frac{\varepsilon}{5}}<x<\sqrt{64+\frac{\varepsilon}{5}}.$$

Таким образом,

$$x\in\left(\sqrt{64-\frac{\varepsilon}{5}},\sqrt{64+\frac{\varepsilon}{5}}\right)\Rightarrow|(5x^2+5)-325|<\varepsilon,$$

а это и означает, что функция в точке $x_0=8$ непрерывна. $\otimes$

Пример 3.3.1.20. Найти и классифицировать точки разрыва функции

$$f(x)=\begin{cases}2-x, & x\le 0;\\ \cos x, & 0<x<\dfrac{\pi}{2};\\ 0, & x\ge\dfrac{\pi}{2}.\end{cases}$$

Р е ш е н и е. Функция непрерывна в промежутках

$$(-\infty,0),\left(0,\frac{\pi}{2}\right),\left[\frac{\pi}{2},+\infty\right).$$

Исследуем функцию в точках 0 и $\dfrac{\pi}{2}$.

Так как

$$\lim_{x\to 0-0} f(x)=\lim_{x\to 0-0}(2-x)=2,\ \lim_{x\to 0+0} f(x)=\lim_{x\to 0+0}\cos x=1,$$

то $x=0$ является точкой разрыва первого рода, в ней функция испытывает скачок

$$\lim_{x\to 0-0} f(x)-\lim_{x\to 0+0} f(x)=2.$$

Далее имеем:

$$\lim_{x\to\frac{\pi}{2}-0} f(x)=\lim_{x\to\frac{\pi}{2}-0}\cos x=0,\ \lim_{x\to\frac{\pi}{2}+0} f(x)=\lim_{x\to\frac{\pi}{2}+0}0=0.$$

Так как $f\left(\dfrac{\pi}{2}\right)=0$, то

$$\lim_{x\to\frac{\pi}{2}-0} f(x)=\lim_{x\to\frac{\pi}{2}+0} f(x)=f\left(\frac{\pi}{2}\right)$$

и функция в точке $x=\dfrac{\pi}{2}$ непрерывна. Таким образом, функция непрерывна на всей числовой оси R, кроме точки $x=0$, которая является точкой разрыва первого рода. $\otimes$

Пример 3.3.1.21. Найти точки разрыва функции, определённой формулой

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{3x^2-9}, & x\ne 3,\\ 1, & x=3.\end{cases}$$

Если точки разрыва существуют, то дать их классификацию.

Р е ш е н и е. Вычислим односторонние пределы при $x\to 3$:

$$\lim_{x\to 3-0} f(x)=\lim_{x\to 3-0}\frac{1}{3x^2-9}=\frac{1}{18};$$

$$\lim_{x\to 3+0} f(x) = \lim_{x\to 3+0} \frac{1}{3x^2-9} = \frac{1}{18}.$$

Итак, пределы слева и справа существуют, равны, но не равны значению функции в точке $x = 3$:

$$\lim_{x\to 3-0} f(x) = \lim_{x\to 3+0} f(x) = \frac{1}{18} \neq 1.$$

Имеем точку разрыва первого рода, а именно, точку устранимого разрыва. $\otimes$

Пример 3.3.1.22. Вычислить предел

$$\lim_{x\to 0} \frac{2x\cdot \sin x}{1-\cos x}.$$

Р е ш е н и е. Непосредственно вычислить предел нельзя. Поэтому заметим, что

$$\lim_{x\to 0} (2x\cdot \sin x) = 0,\ \lim_{x\to 0} (1-\cos x) = 0.$$

Таким образом, функции в числителе и знаменателе при $x \to 0$ являются бесконечно малыми функциями.

Для нахождения предела их отношения заменим эти функции эквивалентными бесконечно малыми при $x \to 0$ функциями. Вспомним, что

$$\lim_{x\to 0} \frac{\sin x}{x} = 1,$$

то есть, $\sin x \approx x$ при $x \to 0$.

Далее, вспоминая, что $1-\cos x = 2\sin^2 \frac{x}{2}$ и заменяя $\sin \frac{x}{2} \approx \frac{x}{2}$, получим, что

$$1-\cos x = 2\sin^2 \frac{x}{2} \approx 2\frac{x^2}{4} = \frac{x^2}{2}.$$

Теперь предел легко находится как предел отношения эквивалентных бесконечно малых функций:

$$\lim_{x\to 0} \frac{2x\cdot \sin x}{1-\cos x} = \lim_{x\to 0} \frac{2x\cdot x}{x^2/2} = 4. \otimes$$

Практическое занятие 2. Дифференцируемость

Дифференцируемость функции одного переменного

Пример 3. 2.1. Найти производную функцию и дифференциал для функции, определённой формулой

$$f(x) = 4x^5 - 25x^{1/5} - 2\sqrt{x^3} + 7\sqrt[4]{x^{17}}\ .$$

Р е ш е н и е. Для решения задачи используем правило вычисления производной суммы (дифференцируемых) функций, правило вычисления производной функции на число, а также табличную производную $(x^{\alpha})' = \alpha \cdot x^{\alpha-1}$:

$$f'(x) = \left(4x^5 - 25x^{1/5} - 2\sqrt{x^3} + 7\sqrt[4]{x^{16}}\right)' =$$

$$= \left(4x^5 - 25x^{1/5} - 2x^{3/2} + 7x^4\right)' = 20x^4 - 5x^{-4/5} - 3x^{1/2} + \frac{119}{4}x^{\frac{13}{4}} =$$

$$= 20x^4 - \frac{5}{\sqrt[5]{x^4}} - 3\sqrt{x} + \frac{119}{4}\sqrt[4]{x^{13}}.$$

Так как дифференциал функции (в произвольной точке x) $df(x) = f'(x)dx$, то имеем:

$$df(x) = \left(20x^4 + 9x^2 - \frac{5}{\sqrt[5]{x^4}} - 3\sqrt{x} + \frac{119}{4}\sqrt[4]{x^{13}}\right)dx. \otimes$$

Пример 3. 2.2. Найти производную функцию для функции, определённой формулой

$$f(x) = \frac{g_1(x)}{g_2(x)} = \frac{x^2 - 2x + 3}{x^2 + 2x + 5}.$$

Р е ш е н и е. В этом примере следует воспользоваться правилом дифференцирования частного двух (дифференцируемых) функций

$$f'(x) = \left(\frac{g_1}{g_2}\right)'(x) = \frac{g_1'(x) \cdot g_2(x) - g_1(x) \cdot g_2'(x)}{\left[g_2(x)\right]^2},$$

для чего вычислим сначала производные числителя и знаменателя:

$$f'(x) = (x^2 - 2x + 3)' = 2x - 2,\ g'(x) = (x^2 + 2x + 5)' = 2x + 2$$

(здесь мы воспользовались тем, что согласно таблице производных производная постоянной равна нулю, а производная степенной функции вычисляется по формуле $(x^{\alpha})' = \alpha \cdot x^{\alpha-1}$).

Теперь используем правило дифференцирования частного:

$$f'(x) = \left[\frac{g_1(x)}{g_2(x)}\right]' = \frac{g_1'(x) \cdot g_2(x) - g_1(x) \cdot g_2'(x)}{\left[g_2(x)\right]^2} = \left[\frac{x^2 - 2x + 3}{x^2 + 2x + 5}\right]' =$$

$$= \frac{(2x-2)(x^2+2x+5) - (x^2-2x+3)(2x+2)}{(x^2+2x+5)^2} =$$

$$= \frac{4x^2+4x-16}{(x^2+2x+5)^2} = 4\frac{x^2+x-4}{(x^2+2x+5)^2}. \otimes$$

Пример 3. 2.3. Найти производную функцию для функции, определённой формулой

$$f(x) = a^2 \cdot (x-a)(x^2+ax+a^2) + x^2 - 2bx + b^2,$$

и вычислить $f'(6)$ при $a = 3,\ b = 10.$

Р е ш е н и е. Имеем:

$$f'(x) = \left[a^2 \cdot (x-a)(x^2+ax+a^2) + x^2 - 2bx + b^2\right]' =$$

$$= a^2(x^3 - a^3)' + (x^2 - 2bx + b^2)' = 3a^2x^2 + 2(x-b).$$

Далее получаем при $a = 3,\ b = 10$:

$$f'(6) = 3 \cdot 3^2 \cdot 5^2 + 2 \cdot (6-10) = 675 - 10 = 665. \otimes$$

Пример 3. 2.4. Найти производную функцию для функции, определённой формулой

$$f(x) = \frac{x^2 + 2\cos x}{\sin x}.$$

Р е ш е н и е. Используя правило дифференцирования частного двух функций и табличные производные для синуса и косинуса, имеем:

$$f'(x) = \frac{d}{dx}\left[\frac{x^2+2\cos x}{\sin x}\right] = \frac{(2x-2\sin x)\sin x - (x^2+2\cos x)\cos x}{\sin^2 x} =$$

$$= \frac{2x\sin x - x^2\cos x - 2(\sin^2 x + \cos^2 x)}{\sin^2 x} = \frac{2x\sin x - x^2\cos x - 2}{\sin^2 x} =$$

$$= \frac{2x}{\sin x} - x^2\frac{ctgx}{\sin x} - \frac{2}{\sin^2 x}. \otimes$$

Пример 3. 2.5. Найти производную функцию для функции, определённой формулой

$$f(x) = \frac{2x-1}{\sqrt{x^2+1}}.$$

Р е ш е н и е. Используя правило дифференцирования частного двух функций и формулу дифференцирования композиции функций

$$(g \circ f)'(x) = g'(f(x)) \cdot f'(x),$$

имеем:

$$f'(x) = \frac{(x-1)'\sqrt{x^2+1} - (\sqrt{x^2+1})'(x-1)}{(\sqrt{x^2+1})^2} =$$

$$= \frac{2\sqrt{x^2+1} - \frac{1}{2}\frac{1}{\sqrt{x^2+1}}(x^2+1)'(x-1)}{x^2+1} =$$

$$= \frac{2\sqrt{x^2+1} - \frac{1}{2}\frac{1}{\sqrt{x^2+1}}2x(x-1)}{x^2+1} = \frac{2x^2+2-2x^2+x}{(x^2+1)\sqrt{x^2+1}} =$$

$$= \frac{x+2}{(x^2+1)\sqrt{x^2+1}} = \frac{x+2}{(x^2+1)^{3/2}}. \otimes$$

Пример 3. 2.6. Найти производную функцию для функции, действие которой определённо формулой $f(x) = \ln(x+1+\sqrt{x^2+2x+3})$.

Р е ш е н и е. Используя правила рациональных операций с производными функций и табличную производную от логарифма, получаем:

$$f'(x) = \left[\ln(x+1+\sqrt{x^2+2x+3})\right]' =$$

$$= \frac{1}{x+1+\sqrt{x^2+2x+3}} \cdot (x+1+\sqrt{x^2+2x+3})' =$$

$$= \frac{1+\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{\sqrt{x^2+2x+3}}\cdot 2\cdot(x+1)}{x+1+\sqrt{x^2+2x+3}} =$$

$$= \frac{x+1+\sqrt{x^2+2x+3}}{(x+1+\sqrt{x^2+2x+3})\cdot(\sqrt{x^2+2x+3})} =$$

$$= \frac{1}{\sqrt{x^2+2x+3}}. \otimes$$

Пример 3. 2.7. Найти производную функцию для функции, определённой формулой $f(x)=\frac{\ln x}{x}$, и вычислить производные $f'(e), f'\left(\frac{1}{e}\right), f'(e^2)$.

Р е ш е н и е. Сначала находим производную функцию:

$$f'(x)=\frac{d}{dx}\left(\frac{\ln x}{x}\right)'=\frac{\frac{1}{x}\cdot x-\ln x}{x^2}=\frac{1-\ln x}{x^2}.$$

Вычисляем производные в указанных точках:

$$f'(e)=\frac{1-\ln e}{e^2}=0;\ f'\left(\frac{1}{e}\right)=\frac{1-\ln\left(\frac{1}{e}\right)}{\left(\frac{1}{e}\right)^2}=\frac{1+1}{\frac{1}{e^2}}=2e^2;$$

$$f'(e^2)=\frac{1-2\ln e}{(e^2)^2}=\frac{1-2}{e^4}=-e^{-4}.\otimes$$

Пример 3. 2.8. Найти производную функцию $f''(x)$ для функции f, если $f(x)=e^{-x^2}$.

Р е ш е н и е. Используя формулу для нахождения производной сложной функции, имеем:

$$f'(x)=(e^{-x^2})'=e^{-x^2}\cdot(-1)\cdot 2x=-2x\cdot e^{-x^2},$$

$$f''(x)=(-2x\cdot e^{-x^2})'=-2\cdot e^{-x^2}-2x\cdot(-2x\cdot e^{-x^2})=(4x^2-2)\cdot e^{-x^2}=$$

$$=2\cdot(2x^2-1)\cdot e^{-x^2}.\otimes$$

Пример 3. 2.9*. Найти производную функцию $f'''(x)$ для функции f, если $f(x)=x^2\cdot\sin x$.

Р е ш е н и е. Используя формулу для нахождения производной сложной функции, имеем:

$$f'(x)=(x^2\cdot\sin x)'=2x\sin x+x^2\cos x;$$

$$f''(x)=2\sin x+4x\cos x-x^2\sin x;$$

$$f'''(x)=6\cos x-6x\sin x-x^2\cos x.\otimes$$

Логарифмическое дифференцирование

Рассмотрим случай мультипликативных функций, которые могут быть записаны в виде $\forall x \in M$

$$f(x) = g_1^{\alpha_1}(x) g_2^{\alpha_2}(x) \ldots g_m^{\alpha_m}(x),$$

где $M \subset R^1$ – общее множество определения для функций $g_k^{\alpha_k}(x)$, а числа α_k $(k = 1, 2, \ldots, m)$ – показатели степени. Предположим, что функция f удовлетворяет условию

$$\forall x \in M \; f(x) = g_1^{\alpha_1}(x) g_2^{\alpha_2}(x) \ldots g_m^{\alpha_m}(x) > 0.$$

Найти производную функции $f(x)$, очевидно, затруднительно даже для малых $(k = 1, 2, \ldots)$. Поступим следующим образом.

Введём новую функцию:

$$u(x) = \ln f(x) = \ln \left[g_1^{\alpha_1}(x) g_2^{\alpha_2}(x) \ldots g_m^{\alpha_m}(x) \right].$$

Нетрудно видеть, что эта функция имеет вид

$$u(x) = \ln f(x) = \ln \left[g_1^{\alpha_1}(x) g_2^{\alpha_2}(x) \ldots g_m^{\alpha_m}(x) \right] =$$
$$= \alpha_1 \ln g_1(x) + \alpha_2 \ln g_2(x) + \ldots + \alpha_m \ln g_m(x).$$

Дифференцируя функцию

$$u(x) = \ln f(x)$$

с учётом последнего равенства, получаем:

$$u'(x) = \frac{f'(x)}{f(x)} \Rightarrow f'(x) = f(x) u'(x);$$

$$u'(x) = \alpha_1 \frac{g_1'(x)}{g_1(x)} + \alpha_2 \frac{g_2'(x)}{g_2(x)} + \ldots + \alpha_m \frac{g_m'(x)}{g_m(x)}.$$

Из последних двух равенств следует, что

$$f'(x) = f(x) u'(x) =$$
$$= g_1^{\alpha_1}(x) g_2^{\alpha_2}(x) \ldots g_m^{\alpha_m}(x) \left[\alpha_1 \frac{g_1'(x)}{g_1(x)} + \alpha_2 \frac{g_2'(x)}{g_2(x)} + \ldots + \alpha_m \frac{g_m'(x)}{g_m(x)} \right].$$

Выражение

$$u' = (\ln f(x))' = \frac{f'(x)}{f(x)}$$

называется ***логарифмической производной функции*** $f(x)$.

Пример 3. 2.10. Найти производную функцию для функции

$$f(x) = \frac{x}{(x+1)\cdot(x+2)}.$$

Р е ш е н и е. Имеем:

$$u = \ln f = \ln x - \ln(x+1) - \ln(x+2).$$

Далее получаем:

$$u' = \frac{f'(x)}{f(x)} = \frac{1}{x} - \frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+2} = \frac{-(x^2-2)}{x\cdot(x+1)\cdot(x+2)}.$$

Используя формулу для логарифмической производной, имеем

$$f'(x) = f(x)\cdot u'(x) =$$

$$= \frac{x}{(x+1)\cdot(x+2)}\cdot\frac{-(x^2-2)}{x\cdot(x+1)\cdot(x+2)} = \frac{-(x^2-2)}{(x+1)^2\cdot(x+2)^2}. \otimes$$

Пример 3. 2.11***.** Найти производную функцию для функции

$$f(x) = x^2\cdot\sqrt{\frac{2x-1}{x+1}}.$$

Р е ш е н и е. Логарифмируя имеем:

$$u(x) = \ln f(x) = 2\ln x + \frac{1}{2}\ln(2x-1) - \frac{1}{2}\ln(x+1).$$

Откуда получаем

$$u'(x) = \frac{f'(x)}{f(x)} = \frac{2}{x} + \frac{1}{2}\cdot\frac{2}{2x-1} - \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{x+1} = \frac{8x^2+7x-4}{2\cdot x\cdot(x+1)\cdot(2x-1)},$$

$$f'(x) = x^2\sqrt{\frac{2x-1}{x+1}}\cdot\frac{8x^2+7x-4}{2\cdot x\cdot(x+1)\cdot(2x-1)} = \frac{x\cdot(8x^2+7x-4)}{2\cdot(x+1)\cdot(2x-1)}\sqrt{\frac{2x-1}{x+1}}. \otimes$$

Дифференцирование функций, заданных неявно

Если функция, определённая формулой $y = f(x)$, задана неявно, то есть посредством уравнения $F(x, y) = 0$, то для нахождения производной функции нужно продифференцировать это уравнение (то есть, обе его части) по x, помня, что $y = f(x)$, и разрешить уравнение относительно y'.

Пример 3. 2.12. Найти первую производную функцию для функции $y = f(x)$, заданной неявно уравнением

$$y = \cos(x + y).$$

Р е ш е н и е. Дифференцируем обе части уравнения

$$y = \cos(x + y),$$

помня, что $y = f(x)$, получаем :

$$y' = (\cos(x + y))' = -\sin(x + y) \cdot (1 + y'),$$

откуда имеем $y' = \dfrac{-\sin(x + y)}{1 + \sin(x + y)}$. ⊗

Пример 3. 2.13. Найти вторую производную функцию для функции $y = f(x)$, заданной неявно уравнением

$$y^3 - 3y + 3x = 1.$$

Р е ш е н и е. Дифференцируя по x обе части уравнения, имеем

$$3y^2 y' - 3y' + 3 = 0 \Rightarrow y^2 y' - y' + 1 = 0,$$

откуда

$$y' = \frac{1}{1 - y^2}.$$

Дифференцируя ещё раз, получаем

$$2yy'\, y' + y^2 y'' - y'' = 0,$$

откуда имеем

$$y'' = \frac{2y(y')^2}{1 - y^2}.$$

Заменяя y' полученным выше выражением, получаем окончательно:

$$y'' = \frac{2y(y')^2}{1-y^2} = \frac{2y}{(1-y^2)^3}. \otimes$$

Дифференцирование функций, заданных параметрически

Пусть функция $y = f(x)$ задана параметрически, то есть

$$\begin{cases} y = \psi(t), \\ x = \varphi(t). \end{cases}$$

Тогда

$$dy = \psi'(t)dt,\ dx = \varphi'(t)dt,$$

откуда имеем:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\psi'(t)}{\varphi'(t)}\ \frac{d^2y}{dx^2} = \frac{\frac{d}{dt}\left(\frac{dy}{dx}\right)}{\frac{dx}{dt}} = \frac{\frac{d}{dt}\left(\frac{\psi'(t)}{dx}\right)}{\varphi'(t)}.$$

Пример 3. 2.14. Найти первую и вторую производную функцию для функции y, заданной параметрически

$$\begin{cases} y = t^2 - 1, \\ x = t^3 + 5. \end{cases}$$

Р е ш е н и е. Непосредственно находим:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{y'(t)}{x'(t)} = \frac{2}{3t^2};\ \frac{d^2y}{dx^2} = \frac{\frac{d}{dt}\left(\frac{dy}{dx}\right)}{\frac{dx}{dt}} = \frac{\frac{d}{dt}\left(\frac{2}{3t^2}\right)}{2t} = -\frac{2}{3t^2}.$$

Так как из второго уравнения для x имеем $t = \sqrt[3]{x-5}$, отсюда получаем:

$$y_x'' = \frac{d^2y}{dx^2} = -\frac{2}{3\cdot\sqrt[3]{(x-5)^2}}. \otimes$$

Пример 3. 2.15*. Найти первую производную функцию для функции y, заданной параметрически

$$\begin{cases} y = 3\sin t, \\ x = 3\cos t. \end{cases}$$

Р е ш е н и е. Имеем: $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{y'_t}{x'_t} = -\dfrac{3\cos t}{3\sin t} = -ctgt$. $\otimes$

Понятие дифференциала функции. Приближённые вычисления

Пример 3. 2.16. Найти дифференциал функции, определённой формулой

$$y(x) = \frac{3 \cdot \cos x}{2x+1}.$$

Р е ш е н и е. Находим дифференциал функции y, используя определение:

$$dy = y'(x)dx = -3\frac{2x\sin x + \sin x + 2\cos x}{(2x+1)^2}dx. \otimes$$

Пример 3. 2.17. Найти дифференциал функции, определённой формулой

$$y(x) = e^{x^3}.$$

Р е ш е н и е. Путём непосредственного дифференцирования получаем:

$$dy = y'(x)dx = \left(e^{x^3}\right)' = 3x^2 e^{x^3}dx. \otimes$$

Пример 3. 2.18. Найти дифференциалы первого, второго и третьего порядков функции, определённой формулой

$$y = f(x) = (x^2 - 3)^5.$$

Р е ш е н и е. Для первого дифференциала имеем:

$$df(x) = 5 \cdot (x^2 - 3)^4 \cdot 4x \cdot dx = 20x(x^2 - 3)^4 dx.$$

Аналогично, для второго и третьего дифференциалов получаем:

$$d^2 f(x) = \left|20x(x^2 - 3)^4\right|' (dx)^2 = 60 \cdot (x^2 - 3)^3 (6 \cdot x^2 - 1) \cdot (dx)^2;$$

$$d^3 f(x) = \left|12 \cdot x \cdot (x^2 - 3)^2 \cdot (6x^2 - 1) + 12 \cdot x \cdot (x^2 - 3)^3 \cdot (dx)^3\right| =$$

$$= 720x \cdot (x^2 - 3)^2 \cdot (x^2 - 4) \cdot (dx)^3 =$$

$$= 2880 \cdot x \cdot (x^2 - 3)^2 \cdot (x^2 - 1) \cdot (dx)^3. \otimes$$

Пример 3. 2.19. Вычислить приближённо $\sin 32^0$.

Р е ш е н и е. Используя приближённую формулу

$$f(x) \approx f(x_0) + f'(x_0)\cdot(x - x_0),$$

получаем:

$$f(x) \approx f(x_0) + \frac{df}{dx}(x_0)\cdot(x - x_0) = f(x_0) + df(x_0).$$

Определяя функцию f формулой $f(x) = \sin x$, видим, что нам нужно вычислить значение $f(x)$ в точке $x = 32^0$ при $x_0 = 30^0$, или в радианах $x = \frac{\pi}{180}\cdot 32$, $x_0 = \frac{\pi}{6}$. Учитывая, что $\frac{d\sin(x)}{dx} = \cos x$, имеем:

$$\sin x \approx \sin x_0 + \cos x_0 \cdot (x - x_0),$$

или

$$\sin 32^0 \approx \sin\frac{\pi}{6} + \cos\frac{\pi}{6}\cdot\left(\frac{32}{180}\cdot\pi - \frac{\pi}{6}\right) =$$

$$= \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}\cdot\frac{\pi}{90} \approx 0{,}5 + \frac{1{,}73\cdot 3{,}14}{90} \approx 0{,}5 + 0{,}03 = 0{,}53.$$

Для сравнения табличное значение с точностью до четырёх знаков $\sin 32^0 = 0{,}5299$.

$\otimes$

Пример 3. 2.20*. Вывести приближённую формулу

$$\sqrt{a^2 + h} \approx a + \frac{h}{2a}.$$

Найти приближённо значения $\sqrt{101}$, $\sqrt{1{,}04}$.

Р е ш е н и е. Рассмотрим функцию f, определив её формулой $f(x) = \sqrt{x}$. По приближённой формуле

$$f(x) \approx f(x_0) + f'(x_0)\cdot(x - x_0)$$

имеем:

$$\sqrt{x_0+\Delta x}\approx\sqrt{x_0}+\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{\sqrt{x_0}}\cdot\Delta x.$$

Полагая здесь $x_0=a^2$, $\Delta x=h$, получаем требуемую формулу:

$$\sqrt{a^2+h}\approx\sqrt{a^2}+\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{\sqrt{a^2}}\cdot h=a+\frac{h}{2a}.$$

Вычислим $\sqrt{101}$ и $\sqrt{1{,}04}$:

$$\sqrt{101}=\sqrt{100+1}=\sqrt{10^2+1}\approx 10+\frac{1}{20}=10{,}05;$$

$$\sqrt{1{,}04}=\sqrt{1+0{,}04}\approx 1+\frac{0{,}04}{2}=1{,}02.\ \otimes$$

Пример 3. 2.21*. Найти приближённо приращение

$$\Delta f(x)=f(x)-f(x_0)$$

функции, определённой формулой $y=x^2$ при $x_0=2$, $\Delta x=x-x_0=0{,}01$.

Р е ш е н и е. Из приближённой формулы

$$f(x)\approx f(x_0)+f'(x_0)\cdot(x-x_0)$$

имеем

$$f(x)-f(x_0)\approx\frac{df}{dx}(x_0)\cdot(x-x_0)=df(x_0).$$

Подставляя в формулу $x_0=2$, $\Delta x=x-x_0=0{,}01$, получаем:

$$\Delta f(x)=f(x)-f(x_0)=(2+0{,}01)^2-2^2\approx 2\cdot 2\cdot 0{,}01=0{,}04.\ \otimes$$

Практическое занятие 3. Основные теоремы дифференциального исчисления

Теоремы Ферма, Ролля, Лагранжа, Коши

Пример 3.3.1. Выяснить, удовлетворяет ли функция, заданная формулой

$$f(x)=3-x^2$$

условиям теоремы Ферма на промежутке $(1,4)$.

Р е ш е н и е. Данная функция на промежутке $(0,4]$ монотонно убывает и, следовательно, достигает своего максимума в точке 1, а минимума в точке 4. Следовательно, в промежутке $(0, 4]$ не существует точки x_0 локального экстремума, в которой $f'(x_0) = 0$. Поэтому данная функция условиям теоремы Ферма на данном промежутке не удовлетворяет. $\otimes$

Пример 3.3.2. Выяснить, удовлетворяет ли функция, определённая формулой

$$f(x) = 3 + 2x - x^2,$$

на промежутке $[0,4]$ условиям теоремы Ферма. Если функция условиям теоремы Ферма удовлетворяет, найти точку $x_0 \in (0,4)$, в которой $f'(x_0) = 0$.

Р е ш е н и е. На промежутке $(0,4)$ функция дифференцируема, следовательно $(\exists x_0 \in (0,4)) f'(x_0) = 0$. Находим эту точку:

$$f'(x) = 2 - 2x \Rightarrow 2 - 2x_0 = 0 \Rightarrow x_0 = 1. \otimes$$

Пример 3.3.3. Выяснить, удовлетворяет ли функция, определённая формулой

$$f(x) = x^2 + 6x - 35,$$

на промежутке $[-5,-1]$ условиям теоремы Ролля. Если функция условиям теоремы Ролля удовлетворяет, найти точку $x_0 \in (-5,-1)$, в которой $f'(x_0) = 0$.

Р е ш е н и е. Функция представляет собой многочлен, который непрерывен и дифференцируем на всей числовой оси. Кроме этого, имеем

$$f(-5) = f(-1) = -40.$$

Поэтому условия теоремы Ролля для данной функции выполнены, следовательно точка $x_0 \in (-5,-1)$, в которой $f'(x_0) = 0$, существует. Найдём её:

$$f'(x_0) = 0 \Rightarrow 2x_0 + 6 = 0 \Rightarrow x_0 = -3. \otimes$$

Пример 3.3.4. На дуге кривой, определяемой уравнением

$$y = x^3 - 3x$$

найти точку, в которой касательная параллельна хорде, проходящей через точки $A(-1; 2)$ и $B(3; 18)$.

Р е ш е н и е. Функция определена на промежутке $[-1, 3]$, непрерывна на этом промежутке и дифференцируема на открытом промежутке $(-1, 3)$. Условия теоремы

Лагранжа выполнены. Следовательно, по теореме Лагранжа найдётся такая точка $x_0 \in (-1, 3)$, что

$$f'(x_0) = \frac{f(3) - f(-1)}{3 - (-1)} = 4.$$

Так как $f'(x) = (x^3 - 3x)' = 3x^2 - 3$, то имеем $3x^2 - 3 = 4$. Из этого уравнения находим $x_{01} = +\sqrt{\frac{7}{3}}$, $x_{02} = -\sqrt{\frac{7}{3}}$. Так как из этих двух точек $x_{01} \in [-1, 3]$, а $x_{02} \notin [-1, 3]$, то $x_0 = x_{01} = \sqrt{\frac{7}{3}}$. ⊗

Пример 3.3.5. В какой точке касательная к кривой, определённой уравнением

$$y = f(x) = x^2 - 8x,$$

параллельна хорде, стягивающей точки $A(-1; 9)$, $B(5; -15)$.

Р е ш е н и е. На промежутке $[-1, 5]$ функция удовлетворяет условиям теоремы Лагранжа. Поэтому имеем:

$$\frac{f(5) - f(-1)}{5 - (-1)} = \frac{-24}{6} = -4 \Rightarrow f'(x_0) = 2x_0 - 8 = -4 \Rightarrow x_0 = 2.$$

Подставляя это значение x в формулу для функции, получаем

$$y = f(2) = -12.$$

Таким образом, искомой является точка $C(2; -12)$. ⊗

Пример 3.3.6. Проверить справедливость теоремы Коши для функций, заданных формулами

$$f(x) = x^3,\ g(x) = x^2$$

на промежутке $[1, 2]$. Если теорема Коши справедлива, найти точку x_0, в которой выполняется равенство

$$\frac{f(b) - f(a)}{g(b) - g(a)} = \frac{f'(x_0)}{g'(x_0)}.$$

Р е ш е н и е. Обе функции непрерывны на промежутке $[1, 2]$ и дифференцируемы на промежутке $(a, b) = (1, 2)$, причём $\forall x \in (a, b)\ g'(x) \neq 0$. Поэтому условия теоремы Коши выполнены. Так как

$$f'(x) = 3x^2,\ g'(x) = 2x,$$

то из условия

$$\frac{f(b) - f(a)}{g(b) - g(a)} = \frac{f'(x_0)}{g'(x_0)} = \frac{7}{3}$$

находим

$$\frac{f'(x_0)}{g'(x_0)} = \frac{3x_0^2}{2x_0} = \frac{3}{2}x_0 = \frac{7}{3} \Rightarrow x_0 = \frac{14}{9}. \otimes$$

Пример 3.3.7. Проверить справедливость теоремы Коши для функций, заданных формулами

$$f(x) = x^2 - 2x + 3,\ g(x) = x^3 - 7x^2 + 20x - 5$$

на промежутке $[1, 4]$. Если теорема Коши справедлива, найти точку x_0, в которой выполняется равенство

$$\frac{f(b) - f(a)}{g(b) - g(a)} = \frac{f'(x_0)}{g'(x_0)}.$$

Р е ш е н и е. Обе функции на данном промежутке непрерывны и дифференцируемы. Производные функций, соответственно равны

$$f'(x) = 2x - 2,\ g'(x) = 3x^2 - 14x + 20.$$

Кроме этого, производная функции g в точках промежутка $(1, 4)$ не обращается в нуль, так как для дискриминанта уравнения $3x^2 - 14x + 20 = 0$ имеем $D = b^2 - 4ac = -44 < 0$ (график функции g не имеет точек пересечения с осью OX). Следовательно, теорема Коши для данных функций справедлива. Поэтому имеем:

$$\frac{f(4) - f(1)}{g(4) - g(1)} = \frac{11 - 2}{27 - 9} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{2x_0 - 2}{3x_0^2 - 14x_0 + 20} = \frac{1}{2}.$$

Откуда получаем

$$x_0^2 - 6x_0 + 8 = 0 \Rightarrow x_{01} = 4,\ x_{02} = 2$$

Так как из этих двух точек промежутку $(0, 4]$ принадлежит только точка $x_{02} = 2$, то она и является искомой точкой. $\otimes$

Правила Лопиталя

Пример 3.3.8. Вычислить предел $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{e^x - e^{-x}}{\ln(1+x)}$.

Р е ш е н и е. Имеем неопределённость

$$\lim_{x\to 0} \frac{e^x - e^{-x}}{\ln(1+x)} = \left[\frac{0}{0}\right].$$

Применяя правило Лопиталя, получаем:

$$\lim_{x\to 0} \frac{e^x - e^{-x}}{\ln(1+x)} = \lim_{x\to 0} \frac{e^x + x^{-x}}{\dfrac{1}{1+x}} = \lim_{x\to 0} (e^x + x^{-x})\cdot(1+x) = 2. \otimes$$

Пример 3.3.9. Вычислить предел $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{x^3 + 2x^2 + x - 1}{3x^3 - x^2 - x + 3}$.

Р е ш е н и е. Имеем неопределённость

$$\lim_{x\to\infty} \frac{x^3 + 2x^2 + x - 1}{3x^3 - x^2 - x + 3} = \left[\frac{\infty}{\infty}\right].$$

Применяя правило Лопиталя, получаем:

$$\lim_{x\to\infty} \frac{x^3 + 2x^2 + x - 1}{3x^3 - x^2 - x + 3} = \lim_{x\to\infty} \frac{3x^2 + 4x + 1}{9x^2 - 2x - 1} = \lim_{x\to\infty} \frac{6x + 4}{18x - 2} = \lim_{x\to\infty} \frac{6}{18} = \frac{1}{3}. \otimes$$

Пример 3.3.10. Вычислить предел $\lim\limits_{x\to -\infty} (x^3 \cdot e^x)$.

Р е ш е н и е. Имеем неопределённость вида $\lim\limits_{x\to -\infty} (x^3 \cdot e^x) = [-\infty \cdot 0]$. Для раскрытия неопределённости заменим переменную:

$$\lim_{x\to -\infty} (x^3 \cdot e^x) = \left[x = -t \Rightarrow t \to \infty\right] = \lim_{t\to\infty} (-t^3 \cdot e^{-t}) = -\lim_{t\to\infty} \frac{t^3}{e^t} = \left[\frac{\infty}{\infty}\right].$$

Применяя правило Лопиталя, получаем:

$$\lim_{x\to-\infty}\left(x^3\cdot e^x\right)=-\lim_{t\to\infty}\frac{t^3}{e^t}=-\lim_{t\to\infty}\frac{3t^2}{e^t}=-\lim_{t\to\infty}\frac{6t}{e^t}=-6\cdot\lim_{t\to\infty}\frac{1}{e^t}=0.\otimes$$

Пример 3.3.11. Найти предел $\lim\limits_{x\to1}\left(\dfrac{1}{\ln x}-\dfrac{1}{x-1}\right)$.

Р е ш е н и е. Имеем неопределённость вида $[\infty-\infty]$. Для раскрытия неопределённости приводим выражения, стоящие в скобках, к общему знаменателю:

$$\lim_{x\to1}\left(\frac{1}{\ln x}-\frac{1}{x-1}\right)=\lim_{x\to1}\left(\frac{x-1-\ln x}{x\cdot\ln x-\ln x}\right).$$

Получаем неопределённость вида $\left[\dfrac{0}{0}\right]$. Применяя правило Лопиталя два раза, имеем:

$$\lim_{x\to1}\left(\frac{1}{\ln x}-\frac{1}{x-1}\right)=\lim_{x\to1}\left(\frac{x-1-\ln x}{x\cdot\ln x-\ln x}\right)=\lim_{x\to1}\left(\frac{1-\frac{1}{x}}{\ln x+1-\frac{1}{x}}\right)=$$

$$=\lim_{x\to1}\frac{x-1}{x\cdot\ln x+1-1}=\lim_{x\to1}\frac{1}{\ln x+2}=\frac{1}{2}.\otimes$$

Формула Тейлора и формула Маклорена

Пример 3.3.12. Разложить многочлен

$$P(x)=x^5-2x^4+x^3-x^2+2x-1$$

по степеням $x-1$ по формуле Тейлора.

Р е ш е н и е. В нашем случае формула Тейлора имеет вид:

$$f(x)=\sum_{k=0}^{n}\frac{f^{(k)}(x_0)}{k!}\cdot(x-x_0)^k=f(x_0)+\frac{f'(x_0)}{1!}\cdot(x-x_0)+$$

$$+\frac{f''(x_0)}{2!}\cdot(x-x_0)^2+\ldots\frac{f^{(n)}(x_0)}{n!}\cdot(x-x_0)^n,$$

где $x_0=1$. Находим значение многочлена и его производных в точке $x_0=1$:

$$P(x) = x^5 - 2x^4 + x^3 - x^2 + 2x - 1, \quad P(1) = 0;$$
$$P'(x) = 5x^4 - 8x^3 + 3x^2 - 2x + 2, \quad P'(1) = 0;$$
$$P''(x) = 20x^3 - 24x^2 + 6x - 2, \quad P''(1) = 0;$$
$$P'''(x) = 60x^2 - 48x + 6, \quad P'''(1) = 18;$$
$$P^{(4)}(x) = 120x - 48, \quad P^{(4)}(1) = 72;$$
$$P^{(5)}(x) = 120, \quad P^{(5)}(1) = 120.$$

Подставляя найденные производные в формулу Тейлора, получаем:

$$P(x) = 3 \cdot (x-1)^3 + 3 \cdot (x-1)^4 + (x-1)^5. \otimes$$

Пример 3.3.13. Разложить многочлен

$$P(x) = x^4 + 2x^3 - 8x^2 + 4x + 4$$

по степеням $x+1$ по формуле Тейлора.

Р е ш е н и е. Вычисляя значение многочлена и его производных в точке $x_0 = -1$, получаем:

$$P(x) = x^4 + 2x^3 - 8x^2 + 4x + 4, \quad P(-1) = -9;$$
$$P'(x) = 4x^3 + 6x^2 - 16x + 4, \quad P'(-1) = 22;$$
$$P''(x) = 12x^2 + 12x - 16, \quad P''(-1) = -16;$$
$$P'''(x) = 24x + 12, \quad P'''(-1) = -12;$$
$$P^{(4)}(x) = 24, \quad P^{(4)}(-1) = 24.$$

Подставляя найденные производные в формулу Тейлора, получаем:

$$P(x) = -9 + \frac{22}{1!} \cdot (x+1) + \frac{-16}{2!} \cdot (x+1)^2 + \frac{-12}{3!} \cdot (x+1)^3 +$$
$$+ \frac{24}{4!} \cdot (x+1)^4 = -9 + 22 \cdot (x+1) - 8 \cdot (x+1)^2 -$$
$$- 2 \cdot (x+1)^3 + (x+1)^4. \quad \otimes$$

Пример 3.3.14. Представить функцию $f(x) = e^x$ в виде разложения по формуле Маклорена.

Р е ш е н и е. Формула Маклорена имеет вид:

$$f(x) = f(0) + \sum_{k=1}^{n} \frac{d^k f}{dx^k}(0) \frac{x^k}{k!} + \frac{d^{n+1} f}{dx^{n+1}}(\xi) \frac{x^{n+1}}{(n+1)!}.$$

Очевидно выполнение равенств: $\forall n \in N$

$$f(0) = \frac{df}{dx}(0) = \frac{d^2 f}{d^2 x}(0) = \ldots = \frac{d^n f}{d^n x}(0) = e^0 = 1.$$

Кроме этого, очевидно, что $\frac{d^{n+1} f}{d^{n+1} x}(x) = e^x$.

Тогда формула Маклорена с остаточным членом в форме Лагранжа принимает вид:

$$e^x = 1 + \sum_{k=1}^{n} \frac{x^k}{k!} + e^{\xi} \frac{x^{n+1}}{(n+1)!}.$$

В этой формуле можно положить $\xi = \theta \cdot x$, где $0 < \theta < 1$. $\otimes$

Приведём вид формулы Тейлора с **остаточным членом в форме Пеано**:

$$f(x) = f(x_0) + \frac{df}{dx}(x_0) \cdot \frac{x - x_0}{1!} + \frac{d^2 f}{dx^2}(x_0) \cdot \frac{(x - x_0)^2}{2!} + \ldots +$$

$$+ \frac{d^n f}{dx^n}(x_0) \cdot \frac{(x - x_0)^n}{n!} + \frac{d^{n+1} f}{dx^{n+1}}(x_0) \cdot \frac{(x - x_0)^{n+1}}{(n+1)!}.$$

Здесь многочлен Тейлора

$$T_n(x_0, x) = \sum_{k=0}^{n} \frac{d^k f}{dx^k}(x_0) \frac{(x - x_0)^k}{k!} = f(x_0) + \frac{df}{dx}(x_0) \frac{(x - x_0)^1}{1!} +$$

$$+ \frac{d^2 f}{dx^k}(x_0) \frac{(x - x_0)^2}{2!} + \ldots + \frac{d^n f}{dx^n}(x_0) \frac{(x - x_0)^n}{n!},$$

а остаточный член в форме Лагранжа

$$R_n(x, n) = f(x) - T_n(x_0, x) = f(x) - \sum_{k=0}^{n} \frac{d^k f}{dx^k}(x_0) \cdot \frac{(x - x_0)^k}{k!}.$$

При условии $\Delta x \to 0$ выполняется

$$R_n(x, n) = f(x) - T_n(x_0, x) = o((x - x_0)^n) = o(\Delta x^n).$$

Теперь формулу Тейлора можно записать в виде

$$f(x) = \sum_{k=0}^{n} \frac{d^k f}{dx^k}(x_0)\frac{(x - x_0)^k}{k!} + o(\Delta x^n).$$

Последняя форма записи называется ***формулой Тейлора с остаточным членом в форме Пеано***.

Пример 3.3.15. Разложить функцию $f(x) = \sin x$ по формуле Маклорена.

Р е ш е н и е. Рассмотрим производные функции $f(x) = \sin x$ в точке x:

$$\frac{d}{dx}\sin x = \cos x = \sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right);$$

$$\frac{d^2}{dx^2}\sin x = \frac{d}{dx}\cos(x) = -\sin x = \sin(x + \pi) = \sin\left(x + 2\frac{\pi}{2}\right);$$

.....;

$$\frac{d^k}{dx^k}\sin x = \sin\left(x + k\frac{\pi}{2}\right).$$

Кроме этого, имеем

$$\frac{d^{2n+1}}{dx^{2n+1}}\sin(\theta x) = \sin\left(\theta x + (n+1)\frac{\pi}{2}\right) = (-1)^n \cos\theta x.$$

Действительно, видим, что

$$\sin\left((n+1)\frac{\pi}{2} + \theta x\right) = \sin\left(\pi n + \frac{\pi}{2} + \theta x\right) = (-1)^n \sin\left(\frac{\pi}{2} + \theta x\right) = (-1)^n \cos\theta x$$

.

Здесь мы положили $\xi = \theta x$, где $0 < \theta < 1$, $x \in (a, b)$.

Формула Маклорена принимает вид

$$\sin x = \sin 0 + \frac{1}{1!}x + 0 - \frac{x^3}{3!} + 0 + \frac{x^5}{5!} + 0 - \frac{x^7}{7!} + \ldots +$$

$$+ (-1)^{n-1}\frac{x^{2n-1}}{(n-1)!} + \alpha^{(n+1)}(x) =$$

$$= x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + \ldots + (-1)^{n-1}\frac{x^{2n-1}}{(n-1)!} + (-1)^n \frac{x^{2n+1}}{(n+1)!}\cos\theta x.$$

В виде разложения по формуле Маклорена с остаточным членом в форме Пеано это разложение записывается так:

$$\sin x = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + \ldots + (-1)^{n-1} \frac{x^{2n-1}}{(2n-1)!} + o(x^{2n}). \otimes$$

Аналогично можно получить и разложение по формуле Маклорена функции $f(x) = \cos x$:

$$\cos x = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^6}{6!} + \ldots + (-1)^n \frac{x^{2n}}{(2n)!} + o(x^{2n+1})$$

Пример 3.3.16. Найти предел: $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\sin x - x}{x^3}$.

Р е ш е н и е. Записываем для $\sin x$ разложение по формуле Маклорена

$$\sin x = x - \frac{x^3}{3!} + o(x^4).$$

Подставляя это разложение, имеем:

$$\lim_{x \to 0} \frac{\sin x - x}{x^3} = \lim_{x \to 0} \frac{x - \frac{x^3}{3!} - x + o(x^4)}{x^3} = -\frac{1}{3!} - \lim_{x \to 0} \frac{o(x^4)}{x^3} = -\frac{1}{6}. \otimes$$

Пример 3.3.17. Найти предел: $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{e^{-\frac{x^2}{2}} - \cos x}{x^3 \cdot \sin x}$.

Р е ш е н и е. Используем разложение для e^x, $\sin x$ и $\cos x$. Получаем:

$$\lim_{x \to 0} \frac{e^{-\frac{x^2}{2}} - \cos x}{x^3 \cdot \sin x} = \lim_{x \to 0} \frac{1 - \frac{x^2}{2} + \frac{x^4}{8} + o(x^4) - 1 + \frac{x^2}{2} - \frac{x^4}{24}}{x^3 \cdot (x + \alpha_1(x))} =$$

$$= \lim_{x \to 0} \frac{\frac{x^4}{8} - \frac{x^4}{24} + o(x^4)}{x^4 + o(x^5)} = \lim_{x \to 0} \frac{\frac{1}{8} - \frac{1}{24} + \frac{o(x^4)}{x^4}}{1 + \frac{o(x^5)}{x^4}} = \frac{1}{12}. \otimes$$

Практическое занятие 4. Исследование функций одного переменного

Промежутки монотонности функции

Пример 3.4.1. Найти промежутки монотонности функции, определённой формулой

$$f(x) = x^3 + 3x^2 - 9x - 2.$$

Р е ш е н и е. Множеством определения функции является вся числовая ось. Находим первую производную функции

$$f' = 3x^2 + 6x - 9 = 3(x^2 + 2x - 3) = 3(x+1)^2 - 12.$$

Поэтому имеем:

$$f' > 0 \Rightarrow x^2 + 2x - 3 > 0 \Rightarrow 3\cdot(x+1)^2 - 12 > 0;$$

$$f' < 0 \Rightarrow x^2 + 2x - 3 < 0 \Rightarrow 3\cdot(x+1)^2 - 12 < 0.$$

Корни уравнения

$$x^2 + 2x - 3 = 0$$

есть

$$x_1 = -3,\ x_2 = 1.$$

График функции – парабола, ветви которой направлены вверх, а вершина находится в точке с координатами $x_0 = -1,\ y_0 = -12$. Следовательно, неравенство $f'(x) > 0$ выполняется при $x < -3$ и $x > 1$, а неравенство $f'(x) < 0$ при $-3 < x < 1.$

На множестве $(-\infty, -3) \cup (1, +\infty)$ функция строго монотонно возрастает, а на множестве $(-3, 1)$ строго монотонно убывает. $\otimes$

Пример 3.4.2. Предприятие производит x единиц продукции в месяц. Зависимость финансовых накоплений предприятия от объёма выпуска выражается формулой

$$\Phi = -0{,}01\cdot x^3 + 300\cdot x - 500.$$

Определить количество единиц продукции, начиная с которого финансовые накопления предприятия начинают убывать.

Р е ш е н и е. Производная от Φ равна:

$$\Phi' = -0{,}03\cdot x^2 + 300.$$

Финансовые накопления убывают, если

$$\Phi' = -0{,}03\cdot x^2 + 300 < 0,$$

откуда имеем $x^2 - 10000 > 0$. Из последнего неравенства получаем: $x_1 > 100$, $x_2 < -100$. Имеет экономический смысл только неравенство $x_1 > 100$. Следовательно, при $x > 100$ финансовые накопления предприятия начинают убывать, то есть повышать выпуск продукции свыше 100 единиц становится экономически не выгодно. $\otimes$

Схема исследования функции на локальные экстремумы с помощью первой производной

Пример 3.4.3. Исследовать на наличие локальных экстремумов функцию, заданную формулой $f(x) = x^3 - 5x + 2$.

Р е ш е н и е. 1) Производная функция для функции f есть

$$f'(x) = 3x^2 - 5.$$

2) Находим критические точки функции, решая уравнение

$$3x^2 - 5 = 0.$$

Корни уравнения (критические точки) есть $x_1 = -\sqrt{\frac{5}{3}}, x_2 = +\sqrt{\frac{5}{3}}$.

3) Выясняем вопрос о наличии локальных экстремумов функции согласно теореме, для чего определяем знаки производной $f'(x)$ справа и слева от каждой критической точки, результаты заносим в таблицу:

x	$x < -\sqrt{\frac{5}{3}}$	$x_1 = -\sqrt{\frac{5}{3}}$	$-\sqrt{\frac{5}{3}} < x < \sqrt{\frac{5}{3}}$	$x_2 = \sqrt{\frac{5}{3}}$	$x > \sqrt{\frac{5}{3}}$
$f'(x)$	+	0	−	0	+
f		Максимум $f(x_1) = 6{,}3$		Минимум $f(x_2) = -2{,}3$	

4. Вычисляем значения функции в точках x_1, x_2 и результаты вычислений тоже заносим в таблицу.

Получаем следующий результат: функция имеет в точке $x_1 = -\sqrt{\frac{5}{3}}$ локальный максимум $f(x_1) = 6{,}3$, а в точке $x_2 = +\sqrt{\frac{5}{3}}$ – локальный минимуму $f(x_2) = -2{,}3$. ⊗

Пример 3.4.4. Найти экстремумы функции, определённой формулой

$$f(x) = \frac{1}{3}x^3 + \frac{5}{2}x^2 + 4x + 3.$$

Р е ш е н и е. Множеством определения функции является вся числовая ось R.

1) Находим производную функции:

$$f'(x) = x^2 + 5x + 4.$$

2) Находим критические точки функции, для чего решаем уравнение

$$x^2 + 5x + 4 = 0.$$

В результате решения имеем корни: $x_1 = -1,\ x_2 = -4$. Критические точки разбивают R^1 на промежутки

$$-\infty < x < -4,\ -4 < x < -1,\ -1 < x < \infty.$$

3) Исследуем поведение первой производной функции в полученных промежутках:

в промежутке $(-\infty, -4)$ имеем $y' > 0$;

в промежутке $(-4, -1)$ имеем $y' < 0$;

в промежутке $(-1, \infty)$ имеем $y' > 0$.

Следовательно, в точке -4 имеем **максимум**; в точке -1 имеем **минимум**.

4) Вычисляем экстремальные значения функции:

$$\max f(x) = f(-4) \approx 5{,}67;\ \min f(x) = f(-1) = 1{,}17.\ \otimes$$

Пример 3.4.5. Найти экстремумы функции, определённой формулой

$$f(x) = 3x^5 - 5x^3 + 10.$$

Р е ш е н и е. 1) Находим производную функции:

$$f'(x) = 15x^4 - 15x^2.$$

2) Находим критические точки функции, для чего решаем уравнение

$$15x^4 - 15x^2 = 0,\ x^4 - x^2 = 0,\ x^2 \cdot (x-1)(x+1) = 0.$$

Имеем три корня: $x_1 = 0,\ x_2 = 1,\ x_3 = -1.$

3) Находим вторую производную функцию:

$$f''(x) = 60 \cdot x^3 - 30 \cdot x.$$

4) Находим вторую производную в критических точках:

$$f''(0) = 0;\ f''(1) = 30;\ f''(-1) = -30.$$

В точке $x_2 = 1$ функция имеет **минимум**, а в точке $x_3 = -1$ - **максимум**. В точке $x_1 = 0$ функция экстремума не имеет, так как первая производная при переходе через эту точку не меняет своего знака. $\otimes$

Промежутки выпуклости и вогнутости и асимптоты графика функции

Пример 3.4.6. Найти промежутки выпуклости и вогнутости и точки перегиба графика функции, заданной формулой:

$$f(x) = (x^2 + 7x)\sqrt[3]{x} - 5x - 8.$$

Р е ш е н и е. Множество определения функции $M = R$. Преобразованная формула

$$f(x) = x^{\frac{7}{3}} + 7 \cdot x^{\frac{4}{3}} - 5x - 8.$$

1) Находим нули и точки разрыва второй производной функции, для чего находим $f''(x)$:

$$f'(x) = \frac{7}{3} \cdot x^{\frac{4}{3}} + \frac{28}{3} \cdot x^{\frac{1}{3}} - 5;$$

$$f''(x) = \frac{28}{9} \cdot x^{\frac{1}{3}} + \frac{28}{9} \cdot x^{-\frac{2}{3}} = \frac{28}{9} \cdot \frac{x+1}{\sqrt[3]{x^2}}.$$

Очевидно, что точка $x = -1$ является нулём второй производной $f''(x)$, а точка $x = 0$ является точкой разрыва второго рода второй производной $f''(x)$. Эти точки делят множество определения функции $f(x)$ на промежутки

$$(-\infty, -1),\ (-1, 0),\ (0, +\infty).$$

2) Определяем знак второй производной в полученных промежутках:

$$\forall x \in (-\infty, -1): f''(x) < 0;$$

$$\forall x \in (-1, 0): f''(x) > 0;$$

$$\forall x \in (0, +\infty): f''(x) > 0.$$

Следовательно: на $(-\infty, -1]$ график функции ***выпуклый***; на $[-1, 0] \cup [0, +\infty)$ график функции ***вогнутый***.

3) Так как функция в точке $x_0 = -1$ определена, а $f''(-1) = 0$, то в точке $x_0 = -1$ график функции испытывает перегиб, а точка

$$(x_0; f(x_0)) = (-1; 3)$$

является точкой перегиба графика функции. ⊗

Пример 3.4.7. Найти асимптоты графика функции, заданной формулой:

$$f(x) = \frac{-x^2 + 7x}{x - 3}.$$

Р е ш е н и е. 1) Точка $x = 3$ является точкой разрыва второго рода, следовательно, график функции имеет вертикальную асимптоту с уравнением $x = 3$.

2) По определению асимптоты, функция может быть представлена в виде

$$f(x) = (kx + b) + \alpha(x),$$

где $\alpha(x)$ – бесконечно малая функция при неограниченном удалении точки графика от начала системы координат более высокого порядка, чем x, то есть

$$\lim_{x \to \pm\infty} \frac{\alpha(x)}{x} = 0.$$

Чтобы записать функцию в указанном виде, разделим числитель на знаменатель с остатком:

$$\frac{-x^2 + 7x}{x - 3} = -x + 4 + \frac{12}{x - 3}.$$

Так как

$$\lim_{x \to \pm\infty} \frac{12}{x - 3} = 0,$$

график функции имеет наклонную асимптоту с уравнением $y = -x + 4$. ⊗

Пример 3.4.8. Найти асимптоты графика функции, заданной формулой:

$$f(x) = \sqrt{1+x^2} - 2x.$$

Р е ш е н и е. 1) Так как функция определена на всей числовой оси, вертикальных асимптот нет.

2) Из представления функции в виде

$$f(x) = (kx+b) + \alpha(x)$$

Следует, что для нахождения наклонных асимптот нужно найти правый и левый пределы, которые равны соответственно

$$k_+ = \lim_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x}, \; b_+ = \lim_{x\to+\infty} [f(x) - kx],$$

$$k_- = \lim_{x\to-\infty} \frac{f(x)}{x}, \; b_- = \lim_{x\to-\infty} [f(x) - kx].$$

Правый предел:

$$k_1 = \lim_{x\to+\infty} \frac{\sqrt{1+x^2} - 2x}{x} = \lim_{x\to+\infty} \left(\sqrt{\frac{1}{x^2} + 1} - 2 \right) = -1;$$

$$b_1 = \lim_{x\to+\infty} \left(\sqrt{1+x^2} - 2x + x \right) = \lim_{x\to+\infty} \left(\sqrt{1+x^2} - x \right) =$$

$$= \lim_{x\to+\infty} \frac{1}{\sqrt{1+x^2} + x} = 0.$$

Правая наклонная асимптота графика функции имеет уравнение

$$y = -x.$$

Левый предел:

$$k_2 = \lim_{x\to-\infty} \frac{\sqrt{1+x^2} - 2x}{x} = \{x = -z\} = \lim_{z\to+\infty} \frac{\sqrt{1+z^2} + 2z}{-z} =$$

$$= -\lim_{z\to+\infty} \left(\sqrt{\frac{1}{z^2} + 1} + 2 \right) = -3;$$

$$b_2 = \lim_{x\to-\infty} \left(\sqrt{1+x^2} - 2x + 3x \right) = \lim_{x\to-\infty} \left(\sqrt{1+x^2} + x \right) =$$

$$= \lim_{x\to-\infty} \frac{1}{\sqrt{1+x^2}-x} = 0.$$

Левая наклонная асимптота графика функции имеет уравнение

$$y = -3x. \otimes$$

Полное исследование функции

Пример 3.4.9. Исследовать функцию, заданную формулой $y(x) = x \cdot e^{-x}$.

Р е ш е н и е. 1) Множеством определения функции служит всё множество действительных чисел R.

2) Нуль функции – точка $x = 0$, причём $\lim\limits_{x\to 0} y(x) = 0$. Следовательно, функция в точке $x = 0$ асимптот не имеет.

3) Находим критические точки функции:

$$y'(x) = e^{-x} - x \cdot e^{-x} = e^{-x} \cdot (-x) \Rightarrow x = 1.$$

4) Имеем два промежутка $(-\infty, 1]$ и $[1, \infty)$. На этих промежутках

$$\forall x \in (-\infty, 1] \; y'(x) \geq 0,$$

$$\forall x \in [1, \infty) \; y'(x) \leq 0,$$

соответственно. Следовательно, при $x \in (-\infty, 1]$ функция строго монотонно возрастает, а при $x \in [1, \infty)$ функция строго убывает.

5) Вторая производная функции равна

$$y''(x) = -e^{-x} \cdot (-x) - e^{-x} = e^{-x} \cdot (x - 2).$$

Так как в точке $x = 1$ вторая производная равна

$$y''(1) = \frac{1-2}{e} = -\frac{1}{e} < 0,$$

то функция в этой точке имеет локальный максимум, равный $\frac{1}{e}$.

6) Вторая производная функции в точке $x = 2$ обращается в нуль, а при переходе через это точку меняет знак с минуса на плюс. Следовательно, график функции при $x = 2$ имеет

перегиб, причём при $x < 2$ график функции выпуклый, а при $x > 2$ – вогнутый. Значение функции в точке перегиба равно

$$y(2) = 2 \cdot e^{-2} = \frac{2}{e^2}. \otimes$$

Практическое занятие 5. Интегрируемость функций одного переменного

Непосредственное интегрирование

Пример 3.5.1. Найти неопределённый интеграл

$$I = \int \sqrt[3]{x^2}\, dx.$$

Р е ш е н и е. Непосредственно имеем:

$$\int \sqrt[3]{x^2}\, dx = \int x^{2/3} dx = \frac{x^{5/3}}{5/3} + C = \frac{3}{5}\sqrt[3]{x^5} + C. \otimes$$

Пример 3.5.2. Найти неопределённый интеграл

$$I = \int \left(6x^2 - 3\sqrt{x} + 5\right) dx.$$

Р е ш е н и е. Используя свойства неопределённого интеграла и таблицу первообразных, получаем:

$$\int \left(6x^2 - 3\sqrt{x} + 5\right) dx = 6\int x^2 dx - 3\int x^{\frac{1}{2}} dx + 5\int dx =$$

$$= 2x^3 - 2x^{3/2} + 5x + C = 2x^3 - 2\sqrt{x^3} + 5x + C,$$

где все постоянные интегрирования объедены в одну постоянную C. $\otimes$

Пример 3.5.3. Найти неопределённый интеграл

$$I = \int \left(5x^2 + 11 - 3\sin x + \frac{2}{x} - \frac{1}{\sin^2 x}\right) dx.$$

Р е ш е н и е. Используя свойства неопределённого интеграла и табличные первообразные, имеем:

$$\int \left(5x^2 + 11 - 3\sin x + \frac{2}{x} - \frac{1}{\sin^2 x}\right) dx =$$

$$= 5\int x^2 dx + 11\int dx - 3\int \sin x dx + 2\int \frac{dx}{x} - \int \frac{dx}{\sin^2 x} =$$

$$= \frac{5}{3}x^3 + 11x + 3\cos x + 2\ln|x| + ctgx + C. \otimes$$

Подведение под дифференциал

По определению логарифмической производной имеем:

$$y(x) = \ln(f(x)) \Rightarrow \frac{dy}{dx}(x) = \frac{d}{dx}(\ln(f(x))) = \frac{1}{f(x)} \cdot \frac{df}{dx}(x) \equiv \frac{f'(x)}{f(x)}.$$

Тогда по определению неопределённого интеграла имеем:

$$\int \ln f(x)\,'dx = \int \frac{f'(x)}{f(x)}dx = \int \frac{f'(x)\,dx}{f(x)} = \int \frac{df(x)}{f(x)} = \ln f(x) + C.$$

Этот метод нахождения неопределённого интеграла называется ***методом подведения под дифференциал***.

Пример 3.5.4. Найти неопределённый интеграл

$$I = \int \frac{dx}{x+1}.$$

Р е ш е н и е. Замечая, что $dx = d(x+1)$ и, используя табличную первообразную для функции $\frac{1}{x}$, в соответствии с формулой подведения под дифференциал получаем:

$$\int \frac{dx}{x+1} = \int \frac{d(x+1)}{x+1} = \ln|x+1| + C. \otimes$$

Пример 3.5.5. Найти неопределённый интеграл

$$I = \int \frac{dx}{ax+b}.$$

Р е ш е н и е. Замечая, что $dx = \frac{1}{a}d(ax+b)$, имеем:

$$\int \frac{dx}{ax+b} = \frac{1}{a}\int \frac{d(ax+b)}{ax+b} = \frac{1}{a}\ln|ax+b| + C. \otimes$$

Пример 3.5.6. Найти неопределённый интеграл

$$I = \int \frac{xdx}{1+x^2}.$$

Р е ш е н и е. Так как $xdx = \frac{1}{2} d\left(1+x^2\right)$, получаем:

$$\int \frac{xdx}{1+x^2} = \frac{1}{2}\int \frac{d\left(1+x^2\right)}{1+x^2} = \frac{1}{2}\ln\left(1+x^2\right) + C. \otimes$$

Пример 3.5.7. Найти неопределённый интеграл

$$I = \int \frac{3x+2}{x+5} dx.$$

Р е ш е н и е. Преобразуем подынтегральную функцию:

$$\frac{3x+2}{x+5} \equiv \frac{3x+15-13}{x+5} = \frac{3(x+5)}{x+5} - \frac{13}{x+5} = 3 - \frac{13}{x+5}.$$

Используя свойства неопределённого интеграла и табличные первообразные, получаем:

$$\int \frac{3x+2}{x+5} dx = \int\left(3 - \frac{13}{x+5}\right)dx = 3\int dx - 13\int \frac{1}{x+5} dx =$$

$$= 3x - 13\ln|x+5| + C. \otimes$$

Методы подстановки (замены переменной интегрирования)

и интегрирования по частям

Пример 3.5.8. Найти неопределённый интеграл

$$I = \int \sqrt{x+3} dx.$$

Р е ш е н и е. Заменяя переменную по формуле $t = x+3 \Rightarrow dx = dt$, получаем:

$$\int \sqrt{x+3} dx = \int \sqrt{t} dt = \int t^{1/2} dt = \frac{2}{3} t^{3/2} + C = \frac{2}{3}\sqrt{(x+3)^3} + C. \otimes$$

Пример 3.5.9. Найти неопределённый интеграл

$$I = \int \frac{x^2+1}{\left(x^3+3x+1\right)^4} dx.$$

Р е ш е н и е. Заменяя переменную

$$t = x^3 + 3x + 1 \Rightarrow dx = \frac{1}{3}\frac{dt}{x^2 + 1},$$

получаем:

$$\int \frac{x^2 + 1}{(x^3 + 3x + 1)^4} dx = \frac{1}{3}\int \frac{dt}{t^4} = -\frac{1}{9t^3} + C = -\frac{1}{9(x^3 + 3x + 1)^3} + C. \otimes$$

Пример 3.5.10. Найти неопределённый интеграл

$$I = \int x \cdot \cos x dx.$$

Р е ш е н и е. Замечая, что $\cos x dx = d(\sin x)$ и используя формулу интегрирования по частям, получаем:

$$\int x \cdot \cos x dx = \left\{ \begin{array}{cc} u = x, & du = dx, \\ dv = \cos x dx \equiv d(\sin x), & v = \sin x \end{array} \right\} =$$

$$= x \cdot \sin x - \int \sin x dx + C = x \cdot \sin x + \cos x + C. \otimes$$

Пример 3.5.11. Найти неопределённый интеграл

$$I = \int x \cdot \ln x dx.$$

Р е ш е н и е. Интегрируя по частям, получаем:

$$\int x \cdot \ln x dx = \left\{ \begin{array}{ll} u = \ln x, & du = \dfrac{dx}{x}, \\ dv = x dx, & v = \dfrac{x^2}{2} \end{array} \right\} = \frac{x^2}{2} \cdot \ln x - \frac{1}{2}\int x dx + C =$$

$$= \frac{x^2}{2} \cdot \ln x - \frac{x^2}{4} + C. \otimes$$

Формула Ньютона-Лейбница, вычисление определённого интеграла методом замены переменной и интегрирования по частям

Пример 3.5.12. Вычислить определённый интеграл

$$I = \int_0^1 x^2 dx$$

по формуле Ньютона-Лейбница, дать геометрическую интерпретацию.

Р е ш е н и е. Проводя непосредственное интегрирование и применяя формулу Ньютона-Лейбница, получаем: $\int_0^1 x^2 dx = \frac{x^3}{3}\Big|_0^1 = \frac{1}{3}$. Полученное число $\frac{1}{3}$ имеет смысл площади криволинейного треугольника с вершинами в точках

$O(0,0), A(1,0), B(0,0)$. $\otimes$

Пример 3.5.13. Вычислить определённый интеграл

$$I = \int_{\pi/6}^{\pi/4} \frac{dx}{\cos^2 x}.$$

Р е ш е н и е. Используя таблицу первообразных и формулу Ньютона-Лейбница, получаем:

$$\int_{\pi/6}^{\pi/4} \frac{dx}{\cos^2 x} = tgx\Big|_{\pi/6}^{\pi/4} = tg\frac{\pi}{4} - tg\frac{\pi}{6} = 1 - \frac{\sqrt{3}}{3}. \otimes$$

Пример 3.5.14. Вычислить определённый интеграл

$$I = \int_1^2 2^{3x-4} dx.$$

Р е ш е н и е. Используем методом “подведения под дифференциал”:

$$\int_1^2 2^{3x-4} dx = \left\{ dx = \frac{1}{3} d(3x-4) \right\} = \frac{1}{3}\int_1^2 2^{3x-4} d(3x-4) =$$

$$= \left\{ \int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C \right\} = \frac{1}{3} \cdot \frac{2^{3x-4}}{\ln 2}\Big|_1^2 = \frac{1}{3\ln 2}\left(4 - \frac{1}{2}\right) = \frac{7}{6\ln 2}. \otimes$$

Пример 3.5.15. Вычислить определённый интеграл

$$I = \int_0^1 x \cdot (2 - x^2)^5 dx.$$

Р е ш е н и е. Для решения воспользуемся методом замены переменной. Введём новую переменную $t = 2 - x^2$. Дифференциал новой переменной равен

$$dt = d(2 - x^2) = -2xdx \Rightarrow xdx = -\frac{1}{2}dt.$$

Пределы изменения новой переменной определяются так:

$$x=0\Rightarrow t=2;\ x=1\Rightarrow t=1.$$

Учитывая эти формулы, получаем:

$$\int_0^1 x\cdot\left(2-x^2\right)^5 dx=\left\{\begin{array}{l} dt=d\left(2-x^2\right)=-2xdx;\ xdx=-\dfrac{1}{2}dt;\\ x=0\Rightarrow t=2;\ x=1\Rightarrow t=1.\end{array}\right\}=$$

$$=-\frac{1}{2}\cdot\int_2^1 t^5dt=\frac{1}{2}\int_1^2 t^5dt=\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{6}\cdot t^6\Big|_1^2=\frac{1}{12}\cdot\left(64-1\right)=\frac{63}{12}=\frac{21}{4}.\otimes$$

Пример 3.5.16. Вычислить определённый интеграл

$$I=\int_1^e\frac{\ln^2 x}{x}dx.$$

Р е ш е н и е. Используя замену переменной интегрирования $t=\ln x$, имеем:

$$\int_1^e\frac{\ln^2 x}{x}dx=\left\{\begin{array}{l|l} t=\ln x, & x=1\Rightarrow t=0,\\ dt=\dfrac{dx}{x}, & x=e\Rightarrow t=1.\end{array}\right\}=\int_0^1 t^2dt=\frac{t^3}{3}\Big|_0^1=\frac{1}{3}.\otimes$$

Пример 3.5.17. Вычислить определённый интеграл

$$I=\int_0^1 x\cdot e^{-x}dx.$$

Р е ш е н и е. Данный интеграл вычисляется методом «интегрирования по частям»:

$$\int_0^1 x\cdot e^{-x}dx=\left\{\begin{array}{ll} u=x, & du=dx,\\ dv=e^{-x}dx, & v=\int e^{-x}dx=-e^{-x}.\end{array}\right\}=$$

$$=x\cdot e^{-x}\Big|_0^1-\int_0^1 e^{-x}d\left(-x\right)=-x\cdot e^{-x}\Big|_0^1-e^{-x}\Big|_0^1=$$

$$=-e^{-1}-e^{-1}+1=1-2\cdot e^{-1}=1-2/e=e-2/e.\otimes$$

Практическое занятие 6. Дифференцируемость функций нескольких переменных

Первые частные производные функций нескольких переменных

Пример 3.6.1. Используя определение, найти первые частные производные функции двух переменных, заданной формулой

$$z(x, y) = x^2 y + 4x - 2y + 5,$$

в точке $M_0\ (5;1)$.

Р е ш е н и е. Для частной производной по переменной x имеем по определению:

$$\frac{\partial z}{\partial x} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{z(x_0 + \Delta x, y_0) - z(x_0, y_0)}{\Delta x}.$$

Фиксируя значение $y = y_0$, находим сужение функции $z(x, y)$ на прямую линию $y = y_0$, параллельную оси Ox. На этой прямой сужение

$$z(x, y_0) = y_0 x^2 + 4x - 2y_0 + 5$$

функции $z(x, y)$ является функцией одной переменной x. Используем схему нахождения производной функции одного переменного для сужения $z(x, y_0)$.

1) Придавая переменной x приращение Δx в точке $(x_0; y_0)$, получим:

$$z(x_0 + \Delta x, y_0) = x_0^2 y_0 + 2x_0 y_0 \cdot \Delta x + y_0 (\Delta x)^2 +$$
$$+ 4x_0 + 4 \cdot \Delta x - 2y_0 + 5.$$

2) Находим приращение функции $z(x, y_0)$ в точке $(x_0; y_0)$, придавая переменной x приращение Δx:

$$z(x_0 + \Delta x, y_0) - z(x_0, y_0) = 2x_0 y_0 \cdot \Delta x + y_0 (\Delta x)^2 + 4 \cdot \Delta x.$$

3) Находим предел конечно-разностного отношения:

$$\frac{\partial z}{\partial x} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{z(x_0 + \Delta x, y_0) - z(x_0, y_0)}{\Delta x} =$$

$$= \lim_{\Delta x \to 0} \frac{2x_0 y_0 \cdot \Delta x + y_0 (\Delta x)^2 + 4\Delta x}{\Delta x} = 2x_0 y_0 + 4.$$

4) Подставляя координаты точки $(x_0; y_0) = (5; 1)$, получаем:

$$\frac{\partial z}{\partial x}(5,1) = (2x_0 y_0 + 4)\Big|_{\substack{x_0=5 \\ y_0=1}} = 14.$$

Аналогично находим частную производную в точке $(x_0; y_0) = (5; 1)$ по второй переменной y:

$$\frac{\partial z}{\partial y}(5, 1) = (x_0^2 - 2)\Big|_{\substack{x_0=5 \\ y_0=1}} = 23. \otimes$$

Пример 3.6.2. Используя таблицу и правила рациональных операций с производными, найти частные производные функции двух переменных, заданной формулой

$$u(x, y) = x^3 + 3x^2 y - y^3.$$

Р е ш е н и е. Фиксируя переменные и используя формулу вычисления производной степенной функции, получаем:

$$\frac{\partial u}{\partial x}(x, y) = 3x^2 + 6xy; \frac{\partial u}{\partial y}(x, y) = 3x^2 - 3y^2. \otimes$$

Пример 3.6.3. Используя таблицу и правила рациональных операций с производными, найти частные производные функции двух переменных, заданной формулой

$$u(x, y) = \frac{xy}{x + y}.$$

Р е ш е н и е. Фиксируя переменные и используя формулы вычисления производной частного и произведения двух функций, получаем:

$$\frac{\partial u}{\partial x}(x, y) = \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{xy}{x+y}\right) = \frac{y^2}{(x+y)^2};$$

$$\frac{\partial u}{\partial y}(x, y) = \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{xy}{x+y}\right) = \frac{x^2}{(x+y)^2}. \otimes$$

Пример 3.6.4. Используя таблицу и правила рациональных операций с производными, найти частные производные функции двух переменных, заданной формулой

$$u(x, y) = (-x)^{y^2}.$$

Р е ш е н и е. Для вычисления частной производной по переменной x фиксируем переменную y и используем формулу для производной степенной функции:

$$\frac{\partial u}{\partial x}(x, y) = -y^2 (-x)^{y^2 - 1}.$$

Для вычисления частной производной по переменной y фиксируем переменную x и используем формулу $(a^u)' = a^u \ln a \cdot u'$, получаем:

$$\frac{\partial u}{\partial y}(x, y) = 2y \cdot (-x)^{y^2} \cdot \ln(-x). \otimes$$

Пример 3.6.5. Используя таблицу и правила рациональных операций с производными, найти частные производные функции двух переменных, заданной формулой

$$u(x, y) = x^3 y^2 + 2x \ln y + x^y.$$

Р е ш е н и е. Используя таблицу производных, получаем:

$$\frac{\partial u}{\partial x}(x, y) = 3x^2 y^2 + 2\ln y + yx^{y-1},$$

$$\frac{\partial u}{\partial y}(x, y) = 2x^3 y + \frac{2x}{y} + x^y \ln x. \otimes$$

Пример 3.6.6. Используя таблицу и правила рациональных операций с производными, найти частные производные функции двух переменных, заданной формулой

$$u(x, y) = (1 + xy)^y.$$

Р е ш е н и е. Фиксируя переменную y и используя формулу дифференцирования степенной функции, для частной производной по переменной x получаем:

$$\frac{\partial u}{\partial x}(x, y) = y(1 + xy)^{y-1} \cdot y = y^2 (1 + xy)^{y-1}.$$

Для вычисления частной производной по переменной y фиксируем переменную x и используем понятие логарифмической производной:

$$z = \ln u(x, y) = y \ln(1 + xy) \to z'_y = \ln(1 + xy) + \frac{xy}{1 + xy} \to$$

$$z' = \frac{u'}{u} \to \frac{\partial u}{\partial y}(x, y) = (1 + xy)^y \cdot \ln(1 + xy) + (1 + xy)^y \frac{xy}{1 + xy} =$$

$$= (1 + xy)^y \left[\ln(1 + xy) + \frac{x \cdot y}{(1 + xy)} \right]. \otimes$$

Пример 3.6.7. Найти частные производные первого порядка функции трёх переменных, заданной формулой

$$u(x_1, x_2, x_3) = \frac{1}{\sqrt{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2}}$$

в точке $M_0\ 1; -1; -2$.

Р е ш е н и е. Для нахождения частных производных используем таблицу производных и правила дифференцирования функций:

$$\frac{\partial u}{\partial x_1} = -\frac{1}{2}\frac{2x_1}{(x_1^2 + x_2^2 + x_3^2)^{\frac{3}{2}}} = -\frac{x_1}{\sqrt{(x_1^2 + x_2^2 + x_3^2)^3}};$$

$$\frac{\partial u}{\partial x_2} = -\frac{1}{2}\frac{2x_2}{(x_1^2 + x_2^2 + x_3^2)^{\frac{3}{2}}} = -\frac{x_2}{\sqrt{(x_1^2 + x_2^2 + x_3^2)^3}};$$

$$\frac{\partial u}{\partial x_3} = -\frac{1}{2}\frac{2x_3}{(x_1^2 + x_2^2 + x_3^2)^{\frac{3}{2}}} = -\frac{x_3}{\sqrt{(x_1^2 + x_2^2 + x_3^2)^3}};$$

$$\frac{\partial u}{\partial x_1}\ 1; -1; -2\ = -\frac{1}{\sqrt{216}};$$

$$\frac{\partial u}{\partial x_2}\ 1; -1; -2\ = \frac{1}{\sqrt{216}};$$

$$\frac{\partial u}{\partial x_3}\ 1; -1; -2\ = -\frac{2}{\sqrt{216}}.\otimes$$

Пример 3.6.8. Найти частные производные первого порядка функции трёх переменных

$$u(x_1, x_2, x_3) = \exp(x_1^2 + x_2^2 + x_3^2) \equiv e^{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2}$$

в точке $M(0; 1; 2)$.

Р е ш е н и е. Для нахождения частных производных, используя таблицу производных и правила дифференцирования функций, дифференцируем сужения функции на отрезки прямых, параллельных осям системы координат:

$$1)\ \frac{\partial u}{\partial x_1}(x_1, x_2, x_3) = \frac{\partial}{\partial x_1} e^{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2} = e^{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2}\ \frac{\partial}{\partial x_1}(x_1^2 + x_2^2 + x_3^2) =$$

$$= 2x_1 e^{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2},$$

$$\frac{\partial u}{\partial x_1}(M) = 0;$$

2) $$\frac{\partial u}{\partial x_2}(x_1, x_2, x_3) = \frac{\partial}{\partial x_2} e^{x_1^2+x_2^2+x_3^2} = e^{x_1^2+x_2^2+x_3^2} \frac{\partial}{\partial x_2}(x_1^2 + x_2^2 + x_3^2) =$$

$$= 2x_2 e^{x_1^2+x_2^2+x_3^2},$$

$$\frac{\partial u}{\partial x_2}(M) = 2e^5;$$

3) $$\frac{\partial u}{\partial x_3}(x_1, x_2, x_3) = \frac{\partial}{\partial x_3} e^{x_1^2+x_2^2+x_3^2} = e^{x_1^2+x_2^2+x_3^2} \frac{\partial}{\partial x_3}(x_1^2 + x_2^2 + x_3^2) =$$

$$= 2x_3 e^{x_1^2+x_2^2+x_3^2},$$

$$\frac{\partial u}{\partial x_3}(M) = 4e^5. \otimes$$

Пример 3.6.9. Показать, что функция, заданная формулой

$$z = \ln(x^2 + y^2)$$

удовлетворяет уравнению

$$y\frac{\partial z}{\partial x} - x\frac{\partial z}{\partial y} = 0.$$

Р е ш е н и е. Находим частные производные функции в произвольной точке (x, y):

$$\frac{\partial z}{\partial x} = \frac{2x}{x^2+y^2}; \frac{\partial z}{\partial y} = \frac{2y}{x^2+y^2}.$$

Подставляя в правую часть уравнения, получаем

$$y\frac{\partial z}{\partial x} - x\frac{\partial z}{\partial y} = \frac{2xy}{x^2+y^2} - \frac{2xy}{x^2+y^2} = 0. \otimes$$

Пример 3.6.10. Показать, что функция

$$u(x_1, x_2) = x_2 \ln(x_1^2 - x_2^2)$$

удовлетворяет уравнению

$$\frac{1}{x_1}\frac{\partial u}{\partial x_1}+\frac{1}{x_2}\frac{\partial u}{\partial x_2}=\frac{u}{x_2^2}.$$

Р е ш е н и е. Находим частные производные данной функции:

$$\frac{\partial u}{\partial x_1}(x_1, x_2)=x_2\frac{\partial}{\partial x_1}\ln(x_1^2-x_2^2)=x_2\frac{1}{x_1^2-x_2^2}\frac{\partial}{\partial x_1}(x_1^2-x_2^2)=\frac{2x_1x_2}{x_1^2-x_2^2};$$

$$\frac{\partial u}{\partial x_2}(x_1, x_2)=\ln(x_1^2-x_2^2)+x_2\frac{\partial}{\partial x_2}\ln(x_1^2-x_2^2)=$$

$$=\ln(x_1^2-x_2^2)+x_2\frac{1}{x_1^2-x_2^2}\frac{\partial}{\partial x_2}(x_1^2-x_2^2)=\ln(x_1^2-x_2^2)-\frac{2x_2^2}{x_1^2-x_2^2}.$$

Полученные выражения подставим в левую часть уравнения:

$$\frac{1}{x_1}\frac{2x_1x_2}{x_1^2-x_2^2}+\frac{1}{x_2}\left[\ln(x_1^2-x_2^2)-\frac{2x_2^2}{x_1^2-x_2^2}\right]=$$

$$=\frac{2x_2}{x_1^2-x_2^2}-\frac{2x_2}{x_1^2-x_2^2}+\frac{\ln(x_1^2-x_2^2)}{x_2}=\frac{u(x_1, x_2)}{x_2^2}.$$

Таким образом, приходим к тождеству:

$$\frac{u(x_1, x_2)}{x_2^2}=\frac{u(x_1, x_2)}{x_2^2}.$$

То есть функция $u(x_1, x_2)=x_2\ln(x_1^2-x_2^2)$ удовлетворяет данному уравнению

$$\frac{1}{x_1}\frac{\partial u}{\partial x_1}+\frac{1}{x_2}\frac{\partial u}{\partial x_2}=\frac{u}{x_2^2}.\otimes$$

Частные производные функций нескольких переменных

высших порядков

Пример 3.6.11. Найти частные производные до второго порядка включительно функции двух переменных, заданной формулой:

$$u(x, y)=x^4+5x^2y^2+6xy+5.$$

Р е ш е н и е. Имеем:

$$\frac{\partial u}{\partial x}(x, y) = 4x^3 + 10xy^2 + 6y; \frac{\partial u}{\partial y}(x, y) = 10x^2 y + 6x;$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}(x, y) = 12x^2 + 10y^2; \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}(x, y) = 10x^2;$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y}(x, y) = \frac{\partial^2 u}{\partial y \partial x}(x, y) = 20xy + 6. \otimes$$

Пример 3.6.12. Найти частные производные до второго порядка включительно функции двух переменных

$$u(x, y) = e^x \ln y.$$

Р е ш е н и е. Имеем:

$$\frac{\partial u}{\partial x}(x, y) = e^x \ln y; \frac{\partial u}{\partial y}(x, y) = \frac{e^x}{y};$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}(x, y) = e^x \ln y; \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}(x, y) = -\frac{e^x}{y^2};$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y}(x, y) = \frac{e^x}{y}. \otimes$$

Пример 3.6.13. Найти частные производные до второго порядка включительно функции двух переменных $u(x, y) = \sin(x + y)$.

Р е ш е н и е. Имеем:

$$\frac{\partial u}{\partial x}(x, y) = \cos(x + y); \frac{\partial u}{\partial y}(x, y) = \cos(x + y);$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}(x, y) = -\sin(x + y); \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}(x, y) = -\sin(x + y);$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y}(x, y) = -\sin(x + y). \otimes$$

Пример 3.6.14. Найти частные производные до второго порядка включительно функции двух переменных

$$u(x_1, x_2) = x_1^{x_2}.$$

Р е ш е н и е. 1) Находим частные производные первого порядка:

$$\frac{\partial u}{\partial x_1} = x_2 x_1^{x_2-1}, \frac{\partial u}{\partial x_2} = x_1^{x_2} \ln x_1.$$

2) Находим частные производные второго порядка, дифференцируя частные производные первого порядка:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x_1^2} = x_2 (x_2 - 1) x_1^{x_2-2},$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x_2 \partial x_1} = x_1^{x_2-1} + x_2 x_1^{x_2-1} \ln x_1 = x_1^{x_2-1} (1 + x_2 \ln x_1),$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x_1 \partial x_2} = x_2 x_1^{x_2-1} \ln x_1 + x_1^{x_2} \frac{1}{x_1} = x_1^{x_2-1} (1 + x_2 \ln x_1),$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x_2^2} = x_1^{x_2} (\ln x_1)^2. \otimes$$

Дифференцируемость функций нескольких переменных

Пример 3.6.15. Вычислить полный дифференциал функции двух переменных, заданной формулой

$$z = \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2}}$$

в точке $M_0\ 1; -1$.

Р е ш е н и е. Находим частные производные функции:

1) $$\frac{\partial z}{\partial x} = -\frac{1}{2} \frac{2x}{(x^2 + y^2)^{\frac{3}{2}}} = -\frac{x}{(x^2 + y^2)^{\frac{3}{2}}} = -\frac{x}{\sqrt{(x^2 + y^2)^3}},$$

$$\left.\frac{\partial z}{\partial x}\right|_{\substack{x=1 \\ y=-1}} = -\frac{1}{2^{\frac{3}{2}}} = -\frac{\sqrt{2}}{4};$$

2) $$\frac{\partial z}{\partial y} = -\frac{1}{2} \frac{2y}{(x^2 + y^2)^{\frac{3}{2}}} = -\frac{y}{(x^2 + y^2)^{\frac{3}{2}}} = -\frac{y}{\sqrt{(x^2 + y^2)^3}},$$

$$\left.\frac{\partial z}{\partial y}\right|_{\substack{x=1\\y=-1}} = \frac{1}{2^{\frac{3}{2}}} = \frac{\sqrt{2}}{4};$$

3) $dz\ (1,-1) = -\frac{\sqrt{2}}{4}dx + \frac{\sqrt{2}}{4}dy$. ⊗

Пример 3.6.16. Вычислить приближённо $(0{,}98)^{2{,}01}$.

Р е ш е н и е. Рассмотрим функцию $z = x^y$. В точке $(1; 2)$ значение функции $z(1; 2) = 1$. Вычислим значение функции в точке $(0{,}98; 2{,}01)$. Имеем $\Delta x = -0{,}02$, $\Delta y = 0{,}01$. Находим частные производные функции $z = x^y$ в точке $(1; 2)$:

$$\frac{\partial z}{\partial x} = yx^{y-1} \Rightarrow \left.\frac{\partial z}{\partial x}\right|_{\substack{x=1\\y=2}} = 2;$$

$$\frac{\partial z}{\partial y} = x^y \ln x \Rightarrow \left.\frac{\partial z}{\partial x}\right|_{\substack{x=1\\y=2}} = 0.$$

Получаем:

$$(0{,}98)^{2{,}01} = z(1; 2) + \left.\frac{\partial z}{\partial x}\right|_{\substack{x=1\\y=2}} \cdot \Delta x + \left.\frac{\partial z}{\partial y}\right|_{\substack{x=1\\y=2}} \cdot \Delta y = 1 - 0{,}04 = 0{,}96. \otimes$$

Пример 3.6.17. Найти дифференциал функции

$$f = f(x + y^2,\ y + x^2)$$

в точке $M(-1; 1)$.

Р е ш е н и е. Обозначим, например,

$$u = x + y^2,\ v = y + x^2.$$

Для нахождения дифференциала используем формулу дифференциала и правило нахождения производной композиции функций:

$$df(u, v) = \frac{\partial f}{\partial x}dx + \frac{\partial f}{\partial y}dy = \left(\frac{\partial f}{\partial u}\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial f}{\partial v}\frac{\partial v}{\partial x}\right)dx + \left(\frac{\partial f}{\partial u}\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial f}{\partial v}\frac{\partial v}{\partial y}\right)dy;$$

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{\partial f}{\partial u}\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial f}{\partial v}\frac{\partial v}{\partial x} = \frac{\partial f}{\partial u}\cdot 1 + \frac{\partial f}{\partial v}\cdot 2x;$$

$$\frac{\partial f}{\partial y}=\frac{\partial f}{\partial u}\frac{\partial u}{\partial y}+\frac{\partial f}{\partial v}\frac{\partial v}{\partial y}=\frac{\partial f}{\partial u}\cdot 2y+\frac{\partial f}{\partial v}\cdot 1;$$

$$\frac{\partial f}{\partial x}(M)=\frac{\partial f}{\partial u}(0;2)-\frac{\partial f}{\partial v}(0;2);$$

$$\frac{\partial f}{\partial y}(M)=\frac{\partial f}{\partial u}(0;2)+\frac{\partial f}{\partial v}(0;2).$$

Подставляя в выражение для полного дифференциала, получаем:

$$df(M)=\frac{\partial f}{\partial x}(M)dx+\frac{\partial f}{\partial y}(M)dy=$$

$$=\left[\frac{\partial f}{\partial u}(0;2)-2\frac{\partial f}{\partial v}(0;2)\right]dx+\left[2\frac{\partial f}{\partial u}(0;2)+\frac{\partial f}{\partial v}(0;2)\right]dy.\otimes$$

Дифференциалы высших порядков

Пример 3.6.18. Найти дифференциал второго порядка функции

$$f=f(x+y,\ xy).$$

Р е ш е н и е. Обозначим $u=x+y$, $v=xy$. Теперь находим:

$$\frac{\partial f}{\partial x}=$$

$$\frac{\partial f}{\partial y}=\frac{\partial f}{\partial u}(x+y,\ xy)+\frac{\partial f}{\partial v}(x+y,\ xy)\cdot y;$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}=\frac{\partial f}{\partial u}(x+y,\ xy)+\frac{\partial f}{\partial v}(x+y,\ xy)\cdot x;$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x\partial y}=\frac{\partial^2 f}{\partial u^2}+\frac{\partial^2 f}{\partial v\partial u}\cdot x+\frac{\partial^2 f}{\partial u\partial v}\cdot y+\frac{\partial^2 f}{\partial v^2}\cdot xy+\frac{\partial f}{\partial v}=$$

$$=\frac{\partial^2 f}{\partial u^2}+(x+y)\frac{\partial^2 f}{\partial u\partial v}+xy\frac{\partial^2 f}{\partial v^2}+\frac{\partial f}{\partial v};$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}=\frac{\partial^2 f}{\partial u^2}+\frac{\partial^2 f}{\partial v\partial u}\cdot x+\frac{\partial^2 f}{\partial u\partial v}\cdot x+\frac{\partial^2 f}{\partial v^2}\cdot x^2=$$

$$= \frac{\partial^2 f}{\partial u^2} + 2x \frac{\partial^{f\,2}}{\partial u \partial v} + x^2 \frac{\partial^2 f}{\partial v^2}. \otimes$$

Производные сложных и неявно заданных функций

Пусть функция $u = f(x, y)$ задана ***параметрическим способом***, то есть, с помощью формул

$$x = \varphi(t),\ y = \psi(t).$$

Тогда функция u является функцией одного переменного t:

$$u = f(\varphi(t), \psi(t))$$

Пусть функции $x = \varphi(t)$ и $y = \psi(t)$ дифференцируемы в некоторой точке t, то есть, существуют производные

$$\lim_{\Delta t \to 0} \frac{\varphi(t + \Delta t) - \varphi(t)}{\Delta t} = \frac{d\varphi}{dt}(t),$$

$$\lim_{\Delta t \to 0} \frac{\psi(t + \Delta t) - \psi(t)}{\Delta t} = \frac{d\psi}{dt}(t).$$

Если функция $u = f(x, y)$ дифференцируема, то придавая переменной t приращение Δt, видим, что все функции получат соответствующие приращения Δx, Δy и Δu, причём по определению дифференцируемости

$$\Delta u = f(x + \Delta x, y + \Delta y) - f(x, y) =$$

$$= \frac{\partial f}{\partial x}(x, y)\Delta x + \frac{\partial f}{\partial y}(x, y)\Delta y + \alpha \cdot \Delta x + \beta \cdot \Delta y$$

где $\lim\limits_{\Delta t \to 0} \alpha = \lim\limits_{\Delta t \to 0} \beta = 0$. Из последнего равенства вытекает, что

$$\frac{du}{dt} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta u}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \left\{ \frac{\partial f}{\partial x}(x, y)\frac{\Delta x}{\Delta t} + \frac{\partial f}{\partial y}(x, y)\frac{\Delta y}{\Delta t} + \alpha \cdot \frac{\Delta x}{\Delta t} + \beta \cdot \frac{\Delta y}{\Delta t} \right\} =$$

$$= \frac{\partial f}{\partial x}(x, y)\frac{dx}{dt} + \frac{\partial f}{\partial y}(x, y)\frac{dy}{dt}.$$

Итак, имеем формулу:

$$\frac{du}{dt}=\frac{\partial f}{\partial x}\left(x,\,y\right)\frac{dx}{dt}+\frac{\partial f}{\partial y}\left(x,\,y\right)\frac{dy}{dt}.$$

Если $x=\varphi\left(t,\,s\right)$ и $y=\psi\left(t,\,s\right)$, то имеем две формулы:

$$\frac{\partial u}{\partial t}=\frac{\partial u}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial t}+\frac{\partial u}{\partial y}\frac{\partial y}{\partial t},$$

$$\frac{\partial u}{\partial s}=\frac{\partial u}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial s}+\frac{\partial u}{\partial y}\frac{\partial y}{\partial s}.$$

Пример 3.6.19. Найти $\frac{dz}{dt}$, если

$$z=x^3-x^2y,\;x=1-t^2,\;y=t^4.$$

Р е ш е н и е. Находим непосредственно:

$$\frac{dz}{dt}=\frac{\partial z}{\partial x}\frac{dx}{dt}+\frac{\partial z}{\partial y}\frac{dy}{dt}=\left(3x^2-2xy\right)\left(2t\right)+\left(-x^2\right)\left(4t^3\right)=$$

$$=4t^7+2t^6+8t^5+4t^4-4t^3-12t^2+2t.\otimes$$

Пример 3.6.20. Найти $\frac{du}{dt}$, если

$$u=\ln\frac{x_1-x_2+x_3}{x_1^2+x_2^2+x_3^2}+\sin\left(x_1+x_2+x_3\right),$$

$$x_1=a\sin t,\;x_2=b\cos t,\;x_3=ce^{-kt},$$

где $a,\,b,\,c,\,k$ – некоторые постоянные.

Пример 3.6.21. Найти $\frac{\partial z}{\partial t}$ и $\frac{\partial z}{\partial s}$ для функции $z=x^3e^y$, если

$$x=ts,\;y=t^2-s^2.$$

Р е ш е н и е.

$$1)\;\frac{\partial z}{\partial t}=\frac{\partial z}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial t}+\frac{\partial z}{\partial y}\frac{\partial y}{\partial t}=e^{t^2-s^2}t^2s^3\left(3+2t^2\right).$$

$$2)\;\frac{\partial z}{\partial s}=\frac{\partial z}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial s}+\frac{\partial z}{\partial y}\frac{\partial y}{\partial s}=e^{t^2-s^2}t^3s^2\left(3-2s^2\right).\otimes$$

Пусть функция $y = f(x)$ ***задана неявно посредством уравнения***

$$F(x, y) = 0,$$

тогда её производная находится с использованием правила дифференцирования сложной функции путём прямого дифференцирования уравнения, определяющего функцию:

$$\frac{\partial F}{\partial x}(x, y) + \frac{\partial F}{\partial y}(x, y)\frac{dy}{dx} = 0,$$

где учтено, что $\frac{dx}{dx} = 1$. Если $\frac{\partial F}{\partial y}(x, y) \neq 0$, то получаем

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{\frac{\partial F}{\partial x}(x, y)}{\frac{\partial F}{\partial y}(x, y)}.$$

Пусть теперь уравнение

$$F(x, y, u) = 0$$

задаёт функцию двух переменных $u = \varphi(x, y)$. Тогда

$$\frac{\partial u}{\partial x} = -\frac{\frac{\partial F}{\partial x}}{\frac{\partial F}{\partial u}}, \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{\frac{\partial F}{\partial y}}{\frac{\partial F}{\partial u}}.$$

Пример 3.6.22. Найти частные производные функции $z = z(x, y)$, заданной неявно уравнением

$$x^2 + y^2 + z^2 + 2xy - 4y - 1 = 0.$$

Р е ш е н и е. Здесь

$$F(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2 + 2xy - 4y - 1,$$

следовательно, имеем:

$$\frac{\partial F}{\partial x} = 2x + 2y; \frac{\partial F}{\partial y} = 2x + 2y - 4; \frac{\partial F}{\partial z} = 2z.$$

Используя формулы дифференцирования неявно заданной функции, получаем:

$$\frac{\partial z}{\partial x} = -\frac{F'_x}{F'_z} = -\frac{x+y}{z};\ \frac{\partial z}{\partial y} = -\frac{F'_y}{F'_z} = \frac{2-x-y}{z}. \otimes$$

Практическое занятие 6

Градиент функции и производная по направлению

Пример 3.7.1. Найти $\vec{grad}\ f$ и $\left\| \vec{grad}\ f \right\|$ для функции, определённой формулой

$$f(x, y, z) = x^2 + y^2 - z^2$$

в точке $M_0(-1; 2)$.

Р е ш е н и е. Находим частные производные и их значение в указанной точке:

$$\frac{\partial f}{\partial x}(x, y, z) = 2x,\ \frac{\partial f}{\partial y}(x, y, z) = 2y,\ \frac{\partial f}{\partial z}(x, y, z) = -2z;$$

$$\frac{\partial f}{\partial x}(-1, 2) = 2,\ \frac{\partial f}{\partial y}(-1, 2) = -2,\ \frac{\partial f}{\partial z}(-1, 2) = -4.$$

Теперь имеем:

$$\vec{grad}\ f\ (M_0) = 2\vec{e}_1 - 2\vec{e}_2 - 4\vec{e}_3,$$

$$\left\| \vec{grad}\ f \right\| = \sqrt{4+4+16} = 2\sqrt{6}. \otimes$$

Пример 3.7.2. Найти производную функции, заданной формулой

$$u(x, y, z) = x^2 - 2xz + y^2$$

в точке $M_0(2; -1)$ по направлению вектора $\vec{M_0M}$, где $M(4; -3)$.

Р е ш е н и е. Находим вектор

$$\vec{M_0M} : \vec{M_0M} = \vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 - 2\vec{e}_3.$$

Далее, находим градиент функции в произвольной точке и в точке $M_0(2; -1)$:

$$\vec{grad}\,u = \frac{\partial u}{\partial x}\vec{e}_1 + \frac{\partial u}{\partial y}\vec{e}_2 + \frac{\partial u}{\partial z}\vec{e}_3 = (x - 2z)\vec{e}_1 + 2y\,\vec{e}_2 - 2x\,\vec{e}_3,$$

$$\vec{grad}\,u\ \ M_0 = 4\vec{e}_1 + 4\vec{e}_2 - 2\vec{e}_3.$$

Находим производную по направлению вектора $\vec{M_0M}$:

$$\frac{\partial u}{\partial \vec{M_0M}}\ \ M_0 = \frac{\left(\vec{grad}\,u\Big|_M, \vec{M_0M}\right)}{\left\|\vec{M_0M}\right\|} = \frac{\begin{pmatrix}4 & 4 & -2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1\\2\\-2\end{pmatrix}}{\sqrt{1+4+4}} =$$

$$= \frac{4+8+4}{\sqrt{9}} = \frac{16}{3}. \otimes$$

Экстремум функции двух переменных

Пример 3.7.3. Исследовать на экстремум функцию, заданную формулой:

$$z(x, y) = x^2 + xy + y^2 - 2x - 3y.$$

Р е ш е н и е. 1) Находим критические точки:

$$\begin{cases} z'_x = 0, \\ z'_y = 0, \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x + y = 2, \\ x + 2y = 3. \end{cases}$$

Решение СЛАУ:

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1/3 \\ 4/3 \end{pmatrix}.$$

Имеем одну критическую точку $M_0\left(\frac{1}{3}; \frac{4}{3}\right)$.

2) Вычисляем определитель:

$$D=\begin{vmatrix} \dfrac{\partial^2 z}{\partial x^2}(M_0) & \dfrac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}(M_0) \\ \dfrac{\partial^2}{\partial x\partial y}(M_0) & \dfrac{\partial^2 z}{\partial y^2}(M_0) \end{vmatrix}=\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{vmatrix}=3>0.$$

Точка $M\left(\frac{1}{3};\frac{4}{3}\right)$ является точкой экстремума. Так как

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}(M_0)>0,$$

то точка $M_0\left(\frac{1}{3};\frac{4}{3}\right)$ является точкой локального **минимума.**

3) Находим значение функции в точке локального минимума:

$$z(M_0)=\left(\frac{1}{3}\right)^2+\frac{1}{3}\cdot\frac{4}{3}+\left(\frac{4}{3}\right)^2-\frac{2}{3}-\frac{12}{3}=-\frac{7}{3}.\otimes$$

Пример 3.7.4. Исследовать на экстремуму функцию, заданную формулой:

$$z(x,y)=x^2+y^2+\frac{(x+2y-16)^2}{2}.$$

Р е ш е н и е. 1) Находим критические точки:

$$\begin{cases} z'_x=0, \\ z'_y=0, \end{cases}\Rightarrow\begin{cases} 3x+2y=16, \\ x+3y=16. \end{cases}$$

Эта СЛАУ имеет решение:

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 16/7 \\ 32/7 \end{pmatrix}.$$

Таким образом, имеем одну критическую точку $M_0\left(\frac{16}{7};\frac{32}{7}\right)$.

2) Вычисляем определитель:

$$D=\begin{vmatrix} \dfrac{\partial^2 z}{\partial x^2}(M_0) & \dfrac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}(M_0) \\ \dfrac{\partial^2}{\partial x\partial y}(M_0) & \dfrac{\partial^2 z}{\partial y^2}(M_0) \end{vmatrix}=\begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 6 \end{vmatrix}=14>0.$$

Точка $M_0\left(\frac{16}{7};\frac{32}{7}\right)$ является точкой локального экстремума. Так как

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}(M_0)>0,$$

то точка $M_0\left(\frac{16}{7};\frac{32}{7}\right)$ является точкой локального **минимума.**

3) Находим значение функции в точке локального минимума:

$$z(M_0)\approx 36{,}6.\otimes$$

Практическое занятие № 8

Непосредственное вычисление суммы числового ряда

Пример 3.8.1. Найти сумму ряда

$$\frac{1}{1\cdot 2}+\frac{1}{2\cdot 3}+\frac{1}{3\cdot 4}+\ldots+\frac{1}{n\cdot(n+1)}+\ldots.$$

Р е ш е н и е. Общий член ряда равен

$$a_n=\frac{1}{n\cdot(n+1)}=\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}.$$

Следовательно, для последовательности частичных сумм ряда имеем

$$s_n=\left(\frac{1}{1}-\frac{1}{2}\right)+\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\right)+\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{4}\right)+\ldots+\left(\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}\right)\ldots=1-\frac{1}{n+1}.$$

Сумма ряда находится путём непосредственного предельного перехода:

$$\lim_{n\to\infty} s_n=\lim_{n\to\infty}\left(1-\frac{1}{n+1}\right)=1.\otimes$$

Пример 3.8.2. Найти сумму ряда $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{4n^2-1}$.

Р е ш е н и е. Общий член ряда можно представить в виде:

$$a_n=\frac{1}{4n^2-1}=\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{1}{2n-1}-\frac{1}{2n+1}\right).$$

Записывая общий член последовательности частичных сумм ряда в виде

$$s_n=\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{1}{1}-\frac{1}{3}\right)+\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{5}\right)+\ldots+\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{1}{2n-1}-\frac{1}{2n+1}\right)=\frac{1}{2}-\frac{1}{2(2n+1)}$$

и переходя непосредственно к пределу, получаем:

$$\lim_{n\to\infty}s_n=\lim_{n\to\infty}\left[\frac{1}{2}-\frac{1}{2(2n+1)}\right]=\frac{1}{2}.\ \otimes$$

Пример 3.8.3. Найти сумму ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{2^{n-1}}=1+\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\ldots+\frac{1}{2^{n-1}}+\ldots.$$

Р е ш е н и е. Имеем геометрическую прогрессию, которая в силу неравенства $q=\frac{1}{2}<1$ сходится и имеет сумму

$$S=\frac{1}{1-q}=2.\ \otimes$$

Необходимый признак сходимости

Пример 3.8.4. Проверить выполнение необходимого признака сходимости для ряда $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{2n-1}$.

Р е ш е н и е. Вычисляя предел последовательности членов ряда, имеем

$$\lim_{n\to\infty}\frac{1}{2n-1}=\lim_{n\to\infty}\frac{\frac{1}{n}}{2-\frac{1}{n}}=\frac{0}{2}=0.$$

Необходимый признак сходимости выполняется. $\otimes$

Пример 3.8.5. Проверить выполнение необходимого признака сходимости для ряда $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n}{n^2+1}$.

Р е ш е н и е. Вычисляя предел последовательности членов ряда, имеем

$$\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n^2+1}=\lim_{n\to\infty}\frac{\frac{1}{n^2}}{1+\frac{1}{n^2}}=\frac{0}{1}=0.$$

Необходимый признак сходимости выполняется. ⊗

Признак сравнения

Пример 3.8.6. Исследовать сходимость ряда $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2^n}{1+2^{2n}}$.

Р е ш е н и е. Для почти всех n выполняется неравенство

$$\frac{2^n}{1+2^{2n}}<\frac{2^n}{2^{2n}}=\frac{1}{2^n}.$$

Следовательно, ряд $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2^n}{1+2^{2n}}$ является минорантой ряда геометрической прогрессии $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{2^n}$, который сходится, так как $q=\frac{1}{2}<1$.

Следовательно, ряд $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2^n}{1+2^{2n}}$ по признаку сравнения сходится. ⊗

Пример 3.8.7. Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\sqrt{n^3+1}}{n^2(2+\sin n)}$.

Р е ш е н и е. Проверяем выполнение необходимого признака сходимости:

$$\lim_{n\to\infty}\frac{\sqrt{n^3+1}}{n^2(2+\sin n)}=0.$$

Необходимый признак сходимости выполняется.

Общий член ряда удовлетворяет следующим условиям: $\forall n\in N$

$$-1 \le \sin n \le 1;\ 1 < 2 + \sin n < 3;\ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n^3+1}}{n^2\left(2+\sin n\right)} > 0.$$

Имеем ряд с положительными членами, для которого можно применить признак сравнения.

Предположим, что ряд сходится, и попробуем подтвердить это предположение. Для этого заметим, что

$$\sqrt{n^3+1} < 2n^{3/2}.$$

Поэтому имеем:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n^3+1}}{n^2\left(2+\sin n\right)} < \frac{2n^{3/2}}{n^2} = \frac{2}{n^{1/2}}.$$

Ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{n^{1/2}}$ является так называемым обобщённым гармоническим рядом $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a}{n^{\alpha}}$, который при $0 < \alpha < 1$ расходится. Поэтому предположение о сходимости исходного ряда подтвердить не удалось.

Предположим, что ряд расходится, и попробуем подтвердить это предположение. Для этого заметим, что

$$\sqrt{n^3+1} > \sqrt{n^3}.$$

Поэтому имеем:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n^3+1}}{n^2\left(2+\sin n\right)} > \frac{n^{3/2}}{3n^2} = \frac{1}{3n^{1/2}}.$$

Так как обобщённый гармонический ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{3n^{1/2}}$ расходится, то и исходный ряд также расходится. ⊗

Признак Даламбера

Пример 3.8.8. Выяснить вопрос о сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n}}{2^n}$.

Р е ш е н и е. Находя отношение $\frac{a_{n+1}}{a_n}$, получаем:

$$a_n = \frac{\sqrt{n}}{2^n}, a_{n+1} = \frac{\sqrt{n+1}}{2^{n+1}};$$

$$\frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{\sqrt{n+1}\cdot 2^n}{2^n \cdot 2 \cdot \sqrt{n}} = \frac{1}{2}\cdot\frac{\sqrt{n+1}}{\sqrt{n}} = \frac{1}{2}\cdot\sqrt{\frac{n+1}{n}} = \frac{1}{2}\cdot\sqrt{1+\frac{1}{n}}.$$

Очевидно, что для всех n выполняется неравенство $\frac{a_{n+1}}{a_n} < 1$. Поэтому ряд сходится по признаку Даламбера. ⊗

Пример 3.8.9. Выяснить вопрос о сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{n!}$.

Р е ш е н и е. Находя отношение $\frac{a_{n+1}}{a_n}$, получаем:

$$a_n = \frac{n^n}{n!}, a_{n+1} = \frac{(n+1)^{n+1}}{(n+1)!};$$

$$\frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{(n+1)^{n+1}\cdot n!}{(n+1)!\cdot n^n} = \frac{(n+1)^n}{n^n} = \left(1+\frac{1}{n}\right)^n.$$

Очевидно, что для всех n выполняется неравенство

$$\frac{a_{n+1}}{a_n} = \left(1+\frac{1}{n}\right)^n > 1.$$

Поэтому ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{n!}$ по признаку Даламбера расходится. ⊗

Знакопеременные ряды

Пример 3.8.10. Выяснить вопрос о сходимости знакочередующегося ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{1}{n}.$$

Р е ш е н и е. Члены ряда по абсолютной величине монотонно убывают:

$$1 > \frac{1}{2} > \frac{1}{3} > \frac{1}{4} > \ldots.$$

Последовательность абсолютных величин членов ряда сходится к нулю:

$$\lim_{n\to\infty}|a_n| = \lim_{n\to\infty}\left|(-1)^{n-1}\frac{1}{n}\right| = \lim_{n\to\infty}\frac{1}{n} = 0.$$

Поэтому ряд $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}\frac{1}{n}$ по признаку Лейбница сходится. ⊗

Пример 3.8.11. Оценить ошибку, допускаемую при замене суммы ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}\frac{1}{n}$$

суммой четырёх его первых членов.

Р е ш е н и е. Ряд сходится (см. предыдущую задачу). Ошибка, получающаяся при замене суммы ряда суммой четырёх его первых членов, меньше абсолютной величины пятого члена: $\Delta < 0{,}2$. ⊗

Пример 3.8.12. Выяснить вопрос о типе сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}\frac{1}{n!}$.

Р е ш е н и е. Ряд сходится (см. задачу 8.11). Рассмотрим ряд, составленный из абсолютных величин членов данного ряда $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n!}$. Вычисляем отношение

$$\frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{n!}{(n+1)!} = \frac{1}{n+1}.$$

Для всех n, очевидно, имеет место неравенство

$$\frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{1}{n+1} < 1.$$

Поэтому ряд сходится абсолютно. ⊗

Пример 3.8.13. Выяснить вопрос о типе сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}\frac{1}{\sqrt[3]{n}}$.

Р е ш е н и е. Ряд знакочередующийся, последовательность его членов монотонно убывает и сходится к нулю. Поэтому ряд сходится по признаку Лейбница.

Рассмотрим ряд, составленный из абсолютных величин его членов, то есть ряд $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{\sqrt[3]{n}}$.

Сравнивая его с гармоническим рядом, замечаем, что для почти всех n (начиная с $n=2$) каждый член этого ряда больше соответствующего члена гармонического ряда:

$$\frac{1}{\sqrt[3]{n}} > \frac{1}{n}.$$

Так как гармонический ряд расходится, то по признаку сравнения расходится и ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[3]{n}}$. Поэтому ряд $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{1}{\sqrt[3]{n}}$ не является абсолютно сходящимся, то есть сходится условно. ⊗

Практическое занятие 9

Функциональные ряды

Пример 3.9.1. Исследовать сходимость функционального ряда

$$\frac{4-x}{7x+2} + \frac{1}{3}\cdot\left(\frac{4-x}{7x+2}\right)^2 + \frac{1}{5}\cdot\left(\frac{4-x}{7x+2}\right)^3 + \ldots + \frac{1}{2n-1}\cdot\left(\frac{4-x}{7x+2}\right)^n + \ldots$$

в точках $x_1 = 0$ и $x_2 = 1$.

Р е ш е н и е. 1) В точке $x_1 = 0$ имеем

$$2 + \frac{1}{3}\cdot 2^2 + \frac{1}{5}\cdot 2^3 + \ldots + \frac{1}{2n-1}\cdot 2^n + \ldots.$$

Это ряд с положительными членами. Применим признак Даламбера:

$$u_n = \frac{2^n}{2n-1};\ u_{n+1} = \frac{2^{n+1}}{2n+1};$$

$$\frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{2^{n+1}}{2n+1}\cdot\frac{2n-1}{2^n} = 2\cdot\frac{2n-1}{2n+1} = 2\cdot\frac{2n+1-2}{2n+1} = 2\cdot\left(1-\frac{2}{2n+1}\right) > 1.$$

Поэтому в точке $x_1 = 0$ ряд расходится.

2) В точке $x_2 = 1$ имеем

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{3}\cdot\frac{1}{3^2} + \frac{1}{5}\cdot\frac{1}{3^3} + \ldots + \frac{1}{2n-1}\cdot\frac{1}{3^n} + \ldots.$$

Применяем признак Даламбера:

$$u_n = \frac{1}{3^n\cdot(2n-1)};\ u_{n+1} = \frac{1}{(2n+1)\cdot 3^{n+1}};$$

$$\frac{u_{n+1}}{u_n}=\frac{(2n-1)\cdot 3^n}{(2n+1)\cdot 3^{n+1}}=\frac{1}{3}\cdot\frac{2n-1}{2n+1}=\frac{1}{3}\cdot\frac{2n+1-2}{2n+1}=\frac{1}{3}\cdot\left(1-\frac{2}{2n+1}\right)<1.$$

Поэтому в точке $x_2=1$ ряд сходится. $\otimes$

Пример 3.9.2. Найти промежуток сходимости и сумму ряда

$$1+e^{-x}+e^{-2x}+\ldots+e^{-(n-1)x}+\ldots.$$

Р е ш е н и е. В точке $x=0$ не выполняется необходимый признак сходимости и ряд, очевидно, расходится. Рассмотрим промежутки $(-\infty, 0)$ и $(0, \infty)$.

1) На промежутке $(-\infty, 0)$ имеем:

$$\lim_{n\to\infty}u_n=\lim_{n\to\infty}e^{-(n-1)x}=\lim_{n\to\infty}e^{(n-1)\cdot(-x)}=\left\{x=t\right\}=\lim_{n\to\infty}e^{(n-1)t},$$

где $t\in(0,\infty)$. Поэтому $\lim\limits_{n\to\infty}u_n=\lim\limits_{n\to\infty}e^{(n-1)t}\neq 0$. Снова не выполняется необходимый признак сходимости. Ряд на промежутке $(-\infty, 0)$ расходится.

2) На промежутке $(0, \infty)$ выполняется необходимый признак сходимости. Далее имеем:

$$\frac{u_{n+1}}{u_n}=\frac{e^{-nx}}{e^{-(n-1)x}}=\frac{e^{(n-1)x}}{e^{nx}}=e^{-x}=\frac{1}{e^x}.$$

На $(0, \infty)$ всегда $\dfrac{1}{e^x}<1$. Поэтому ряд сходится.

Перепишем ряд в виде:

$$1+\frac{1}{e^x}+\left(\frac{1}{e^x}\right)^2+\ldots+\left(\frac{1}{e^x}\right)^n+\ldots.$$

Имеем геометрическую прогрессию со знаменателем $q=\dfrac{1}{e^x}<1$. Поэтому сумма ряда равна

$$S=\frac{1}{1-q}=\frac{1}{1-\frac{1}{e^x}}=\frac{e^x}{e^x-1}.\otimes$$

Пример 3.9.3. Исследовать сходимость степенного ряда

$$x+\frac{1}{2}x^2+\frac{1}{3}x^3+\ldots+\frac{1}{n}x^n+\ldots.$$

Р е ш е н и е. Здесь

$$a_n=\frac{1}{n},\ a_{n+1}=\frac{1}{n+1}.$$

Радиус сходимости

$$R=\lim_{n\to\infty}\left|\frac{a_n}{a_{n+1}}\right|=\lim_{n\to\infty}\frac{n+1}{n}=1.$$

Ряд сходится в промежутке $-1<x<1.$

Если $x=1$, имеем гармонический ряд $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n}$, который расходится.

Если $x=-1$, то получаем ряд

$$-1+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{4}-\ldots.$$

Это ряд Лейбница и, следовательно, он сходится.

Таким образом, областью сходимости данного ряда является промежуток $x\in[-1,1)$, который можно задать двойным неравенством $-1\le x<1.\otimes$

Пример 3.9.4. Исследовать сходимость ряда

$$(x-2)+\frac{1}{2^2}(x-2)^2+\frac{1}{3^2}(x-2)^3+\ldots+\frac{1}{n^2}(x-2)^n+\ldots.$$

Р е ш е н и е. Коэффициенты ряда выражаются формулами:

$$a_n=\frac{1}{n^2};\ a_{n+1}=\frac{1}{(n+1)^2}.$$

Поэтому радиус сходимости

$$r=\lim_{n\to\infty}\frac{(n+1)^2}{n^2}=\lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{n}\right)^2=\lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{2}{n}+\frac{1}{n^2}\right)=1.$$

Таким образом, ряд сходится, если

$$-1<x-2<1\Rightarrow 1<x<3.$$

На левом конце промежутка сходимости $x=1$ имеем ряд

$$-1+\frac{1}{2^2}-\frac{1}{3^2}+\frac{1}{4^2}-\ldots.$$

Это знакочередующийся ряд Лейбница, который сходится, так как сходится ряд из абсолютных величин его членов.

На правом конце промежутка сходимости $x=3$ имеем ряд

$$1+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{3^2}+\frac{1}{4^2}+\ldots.$$

Этот ряд сходится, так как при $p>1$ сходится ряд

$$1+\frac{1}{2^p}+\frac{1}{3^p}+\frac{1}{4^p}+\ldots,$$

что является табличным фактом.

Степенной ряд сходится для значений x, удовлетворяющих двойному неравенству $1\le x\le 3.\otimes$

Пример 3.9.5. Исследовать сходимость ряда

$$1!(x-5)+2!(x-5)^2+3!(x-5)^3+\ldots+n!(x-5)^n+\ldots.$$

Р е ш е н и е. Коэффициенты ряда

$$a_n=n!;\ a_{n+1}=(n+1)!.$$

Поэтому радиус сходимости

$$r=\lim_{n\to\infty}\frac{n!}{(n+1)!}=\lim_{n\to\infty}\frac{1\cdot 2\cdot 3\cdot\ldots\cdot n}{1\cdot 2\cdot 3\cdot\ldots\cdot n\cdot(n+1)}=\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n+1}=0.$$

Ряд сходится только при $x-5=0$, то есть в точке $x=5.\otimes$

Пример 3.9.6. Показать, что ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n\cdot n}{x^4+n^2}$ сходится равномерно на промежутке $(-\infty,\infty)$.

Р е ш е н и е. Выпишем несколько первых членов ряда:

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n\cdot n}{x^4+n^2}=-\frac{1}{x^4+1^2}+\frac{2}{x^4+2^2}-\frac{3}{x^4+3^2}+\ldots.$$

Имеем знакочередующийся ряд, причём

$$|u_1|=\frac{1}{x^4+1}>|u_2|=\frac{2}{x^4+4}>|u_3|=\frac{3}{x^4+9}>\ldots$$

Применим признак Лейбница:

$$\lim_{n\to\infty}\left|\frac{(-1)^n\cdot n}{x^4+n^2}\right| = \lim_{n\to\infty}\frac{\frac{1}{n}}{\left(\frac{x^2}{n}\right)^2+1} = 0.$$

Ряд сходится для любых $x \in (-\infty, \infty)$.

Для остатка ряда имеем

$$|r_n| = \left|\sum_{n=m+1}^{\infty}\frac{(-1)^n\cdot n}{x^4+n^2}\right| < |u_{m+1}| = \left|\frac{(-1)^{m+1}\cdot(m+1)}{x^4+(m+1)^2}\right| < \frac{1}{m+1},$$

так как $x^4 > 0$. Рассмотрим неравенство $\frac{1}{m+1} < \varepsilon$. Из этого неравенства получаем $m > \frac{1}{\varepsilon} - 1$. Если теперь мы выберем $m_0 = \left[\frac{1}{\varepsilon} - 1\right] + 1$, то $(\forall m \geq m_0)$ получаем $|r_m| < \frac{1}{m+1} < \varepsilon$. Таким образом, ряд сходится на $(-\infty, \infty)$ независимо от x, то есть равномерно по $x \in (-\infty, \infty)$. $\otimes$

Ряд Тейлора (Маклорена)

Пример 3.9.7. Разложить функцию

$$f(x) = \frac{3}{2-x-x^2}$$

по степеням x $(x_0 = 0)$ в ряд Тейлора.

Р е ш е н и е. Данную функцию разложим на элементарные дроби:

$$f(x) = \frac{3}{2-x-x^2} = \frac{1}{1-x} + \frac{1}{x+2}.$$

Теперь можно использовать готовое табличное разложение

$$\frac{1}{1-t} = 1+t+t^2+t^3+\ldots = \sum_{n=0}^{\infty} t^n,\ t \in (-1,1).$$

Применяя это разложение, получаем:

$$\frac{1}{1-x} = 1 + x + x^2 + x^3 + \ldots = \sum_{n=0}^{\infty} x^n;$$

$$\frac{1}{x+2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{1+\frac{x}{2}} = \frac{1}{2} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^n}{2^n} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^n}{2^{n+1}}, \; x \in (-2, 2).$$

Получаем разложение для исходной функции:

$$f(x) = \frac{3}{2-x-x^2} = \sum_{n=0}^{\infty} \left(1 + \frac{(-1)^n}{2^{n+1}} \right) x^n.$$

Область сходимости данного ряда – пересечение указанных областей сходимости:

$$M = (-1, 1) \cap (-2, 2) = (-1, 1). \otimes$$

Пример 3.9.8. Разложить в ряд Маклорена функцию, определённую формулой $f(x) = \sin^2 x$.

Р е ш е н и е. Вычисляем производные данной функции:

$$f^{(0)}(x) = \sin^2 x;$$

$$f'(x) = 2 \cdot \sin x \cdot \cos x = \sin 2x;$$

$$f''(x) = 2 \cdot \cos 2x = 2 \cdot \sin\left(2x + \frac{\pi}{2} \right);$$

$$f'''(x) = -4 \cdot \sin 2x = 2^2 \cdot \sin\left(2x + 2\frac{\pi}{2} \right);$$

$$f^{(4)}(x) = -8 \cdot \cos 2x = 2^3 \cdot \sin\left(2x + 3\frac{\pi}{2} \right);$$

.....;

$$f^{(n)}(x) = 2^{n-1} \cdot \sin\left[2x + (n-1)\frac{\pi}{2} \right];$$

$$f^{(n+1)}(x) = 2^n \cdot \sin\left[2x + n \cdot \frac{\pi}{2} \right];$$

.....

Вычисляем производные в точке $x = 0$:

$$f^{(0)}(0) = 0;$$

$$f'(0) = 0;$$

$$f''(0) = 2;$$

$$f'''(0) = 0;$$

$$f^{(4)}(0) = 2^3;$$

$$f^{(5)}(0) = 0;$$

$$f^{(6)}(0) = 2^5;$$

……..

Остаточный член в форме Лагранжа имеет вид

$$r_n = \frac{f^{(n+1)}(\xi)}{(n+1)!} \cdot x^{n+1} = \frac{2^n \cdot \sin\left(2 \cdot \xi + \frac{n \cdot \pi}{2}\right)}{(n+1)!} \cdot x^{n+1} =$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{(2 \cdot x)^{n+1}}{(n+1)!} \cdot \sin\left(2 \cdot \xi + \frac{n \cdot \pi}{2}\right).$$

Так как

$$\lim_{n \to \infty} \frac{(2 \cdot x)^{n+1}}{(n+1)!} = 0, \left|\sin\left(2 \cdot \xi + \frac{n \cdot \pi}{2}\right)\right| \le 1,$$

получаем $\lim\limits_{n \to \infty} r_n = 0$. Поэтому функция $f(x) = \sin^2 x$ может быть разложена в ряд Маклорена

$$\sin^2 x = \frac{2}{2!} \cdot x^2 - \frac{2^3}{4!} \cdot x^4 + \frac{2^5}{6!} \cdot x^6 - \frac{2^7}{8!} \cdot x^8 + \ldots$$

на любом промежутке $[-b, b]$. ⊗

Задания для самостоятельной работы

Предел и дифференцируемость функций одного переменного

1. Выяснить тип монотонности последовательностей:

1) $\left(\frac{n}{2n+1}\right)$; 2) $\left(\frac{n}{5^n}\right)$; 3) $\left(\frac{n}{4n-3}\right)$; 4) $\left(\frac{n}{n+1}\right)$; 5) $\left(1+\frac{1}{2^n}\right)$.

2. Используя определение, показать, что $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = x_0$, если:

1) $x_n = \frac{3n+1}{5n+2}$, $x_0 = \frac{3}{5}$;

2) $x_n = \frac{2n-2}{3n-1}$, $x_0 = \frac{2}{3}$;

3) $x_n = \frac{4n-2}{2n+3}$, $x_0 = 2$;

4) $x_n = \frac{4n^2+1}{n^2+2}$, $x_0 = 4$;

5) $x_n = \frac{3-n^3}{1+n^3}$, $x_0 = -1$;

6) $x_n = \frac{6n-2}{2n+1}$, $x_0 = 3$;

7) $x_n = \frac{3+8n^2}{1+4n^2}$, $x_0 = 2$;

8) $x_n = \frac{5n+2}{3n+1}$, $x_0 = \frac{5}{3}$.

3. Вычислить предел последовательности:

1) $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{1-n}{n}$;

2) $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{3n-2}{2n+5}$;

3) $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{(6-n)^2+(6+n)^2}{(6-n)^2-(6+n)^2}$;

4) $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{(4-n)^3-(2-n)^3}{(3-n)^2-(2+n)^4}$;

5) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{(3+n)^2-(2+n)^2}{(2+n)^2-(-n)^2}$;

6) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{(2+n)^3}{(n+2)^2-(n+1)^3}$;

7) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{(n+2)^2-(n+5)^3}{(3-n)^3}$;

8) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2+\dfrac{n}{2^n}}{n^2-1}$;

9) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n^3}{n^2+1}-\dfrac{3n^2}{3n-1}\right)$;

10) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\sqrt{a^2n^2+bn}-an\right)$;

11) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n\sqrt[3]{3n^2}+\sqrt[4]{4n^8+1}}{(n+\sqrt{n})\sqrt{7-n+n^2}}$;

12) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{\sqrt{n-1}-\sqrt{2n^2+3}}{\sqrt[3]{n^3+3}+\sqrt[4]{n^5+2}}$;

13) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{10n^3-\sqrt{n^3+2}}{\sqrt{4n^6+3}-n}$;

14) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{\sqrt{n+2}-\sqrt[3]{8n^3+3}}{\sqrt[4]{n+5}+n}$;

15) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2^{n+1}+5^{n+1}}{2^n+5^n}$;

16) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(2^{-n}\sin x\right)$;

17) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n+2}{n-1}\right)^n$;

18) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n^2+1}{n^2}\right)^{n^2}$;

19) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n^2+n+3}{n^2+n-1}\right)^{-n^2}$;

20) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{2n^2+n+5}{2n^2+n+1}\right)^{3n^2}$;

21) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(1+\dfrac{1}{n}\right)^{n+1}$;

22) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(1-\dfrac{1}{3n}\right)^{n}$.

23. Найти множество определения M и множество значений $f(M)$ функции $f(x)=\lg x$.

24. Найти множество определения M следующих функций:

1) $f(x)=\dfrac{x^2-1}{x-1}$; 2) $f(x)=\dfrac{2x}{x^2-5x+4}$; 3) $f(x)=(x-2)\cdot\sqrt{\dfrac{x+1}{1-x}}$;

4) $f(x)=\lg(x-2)-\sqrt{\dfrac{x+2}{1-x}}$; 5) $f(x)=\dfrac{3x^2-5x+2}{2x^3-3x^2+x}$.

25. Выяснить, какие из данных функций являются чётными, а какие нечётными:

1) $f(x)=1-x$; 2) $f(x)=x^3+x$; 3) $f(x)=\sqrt{2x-x^2}$;

4) $f(x)=x^5-x^3+x$; 5) $f(x)=x^2+x-1$.

26. Выяснить, является ли данная функция периодической и если функция является периодической, то найти её период:

1) $f(x)=5$; 2) $f(x)=\sin(6x+3)$; 3) $f(x)=\cos x^2$;

4) $f(x)=2[x]+1$, где $[x]$ – целая часть x.

27. Используя определение непрерывности функции по Гейне, доказать, что функция $f(x) = x^2 + 3x + 3$ непрерывна в любой точке действительной числовой оси $(-\infty, +\infty)$.

28. Используя определение непрерывности по Коши показать, что следующие функции непрерывны в заданных точках x_0:

1) $f(x) = 3x - 5,\ x_0 = 2$; 2) $f(x) = 4x^2 - 1,\ x_0 = 2$;

3) $f(x) = -3x^2 + 8,\ x_0 = 4$; 4) $f(x) = 4x^2 + 1,\ x_0 = 8$;

5) $f(x) = \sin x - \cos 2x,\ x_0 = \dfrac{\pi}{2}$.

29. Решить неравенство $\dfrac{x^2 - 5x + 6}{x^3 - 1} < 0$.

30. Найти предел данной функции при $x \to x_0$:

1) $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{3x^2 - 5x + 2}{2x^3 - 3x^2 + x}$; 2) $\lim\limits_{x\to -1} \dfrac{x^3 + 3x^2 + 7x + 5}{x^2 - x - 2}$;

3) $\lim\limits_{x\to -1} \dfrac{x^3 + x^2 - x - 1}{x^3 - 3x - 2}$; 4) $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{x^4 - 1}{x^4 - x^3 + x - 1}$;

5) $\lim\limits_{x\to -1} \dfrac{x^3 - x^2 - x - 2}{x^3 - 2x^2 + x - 2}$ 6) $\lim\limits_{x\to a} \dfrac{x^4 - a^4}{x^3 - a^3}$; 7) $\lim\limits_{x\to \frac{\pi}{2}} \dfrac{1 + \sin x}{1 - \cos 2x}$;

8) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\ln(+\sin 2x)}{\sin 3x}$; 9) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{1 - \cos 2x}{\cos 5x - \cos 3x}$; 10) $\lim\limits_{x\to 0} \left(\dfrac{1 + x3^x}{1 + x2^x} \right)^{\frac{1}{x^2}}$;

12) $\lim\limits_{x\to 0} (-\ln\cos x)^{\frac{1}{\sin^2 x}}$.

31. Используя свойства бесконечно малых и бесконечно больших функций, найти следующие пределы:

1) $\lim\limits_{x\to 5} \dfrac{3x + 5}{x - 5}$; 2) $\lim\limits_{x\to \infty} \dfrac{\sin x}{x}$; 3) $\lim\limits_{x\to 0} \left(x \cdot \cos \dfrac{1}{x} \right)$;

4) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{2x^2-x-1}{(x-1)^2}$; 5) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{\sqrt{x+2}-\sqrt{6-x}}{x^2-4}$;

6) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3x^2+2}{4x^5+x+1}$; 7) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{2^{x+1}+3^{x+1}}{2^x+3^x}$;

8) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\sqrt{x^2+1}-\sqrt{x^2-1}\right)$; 9) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 6x}{4x}$; 10) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\dfrac{5}{x}\right)^{3x}$.

32. Используя таблицу производных, найти первую производную функцию для заданной функции и, если требуется, её значение в заданных точках:

1) $f(x)=\ln\dfrac{5-4x^2}{3+7x^2}$, $x_0=3$; 2) $f(x)=\ln\dfrac{(1+x^2)\cdot(1-2x)^3}{(x^2-5)^2}$;

3) $f(x)=x\cdot\ln x$, $x=1$, $x=1x=e$, $x=\dfrac{1}{e}$, $x=\dfrac{1}{e^2}$;

4) $f(x)=\sqrt[8]{x^3}-4x^6+5\ln x-7\cos x+tg(3x^2+2)+ctg6x$;

5) $f(x)=\ln^2(1-\cos x)$; 6) $f(x)=\dfrac{3^x(\sin x+\cos x\cdot\ln 3)}{1+\ln^2 3}$;

7) $f(x)=\ln\sin 3-\dfrac{\cos^2 x}{\sin x}$; 8) $f(x)=\ln(1+\sqrt{thx})$.

33. Найти первую производную и дифференциал функции

$$f(x)=\frac{\ln x}{\sin x}+(1+x^2)\cdot ctgx.$$

34. Найти $f'(0)$ и $df(0)$, если $f(x)=\dfrac{1-10^x}{1+10^x}$.

35. Найти $f'(x)$ и $df(x)$, если $f(x)=\ln(e^x+7)$.

36. Пусть функции f и g, определённые на одном и том же множестве $M\subset R$, n-раз дифференцируемы на этом множестве. Показать, что сумма и произведение этих функций также n-раз дифференцируемы на M.

37. Найти производные указанных порядков для данных функций:

1) $f(x)=\ln(2x-3)$, $f''(x)=?$;

2) $f(x)=\sin 2x+\cos 3x,\ f'''(x)=?;$

3) $f(x)=\dfrac{x+1}{2x+3},\ f'''(x)=?;$

4) $f(x)=\ln(3x+1),\ f'''(x)=?;$

5) $f(x)=3^{2x+1},\ f'''(x)=?;$

6) $f(x)=x^2\cdot\sin x,\ f^{(8)}=?.$

38. Найти производные и дифференциалы указанных порядков:

1) $f(x)=\cos^2 x,\ f''(x)=?,\ d^2 f(x)=?;$

2) $f(x)=e^x\cos x,\ f^{(8)}(x)=?,\ d^{(8)}f(x)=?.$

Дифференцируемость функций нескольких переменных

Интегрируемость функций одного переменного

1. Найти частные производные первого порядка функций, заданных формулами:

1) $u(x,y)=x^3\sin y+y^4;$ 2) $u(x,y)=x^2\sqrt{\dfrac{x+y}{x-y}}.$

2. Найти частные производные в заданных точках:

1) $u(x,y)=\dfrac{1-xy}{1+xy},\ A(0;1);$

2) $u(x,y)=x\sqrt{y}+\dfrac{y}{\sqrt[3]{x}},\ A(1;1);$

3) $u(x,y)=\ln\sqrt{x^2+y^2},\ A(\sqrt{2};1).$

3. Найти полные дифференциалы следующих функций:

1) $u=\dfrac{x}{\sqrt{x^2+y^2}};$ 2) $u=\ln(x_1+\sqrt{x_1^2+x_2^2});$

3) $u=\ln\sin(x_1-2x_2);$ 4) $u=x^2yz^4;$ 5) $u=\ln(x^3-y^3+2z^3).$

4. Пусть функция задана формулой $f(x, y) = x^2 \sin^2 y$. Вычислить $df(x_0, y_0)$ в точке $(x_0, y_0) = \left(-1; \frac{\pi}{4}\right)$.

5. Вычислить значения полных дифференциалов функций, заданных формулами:

1) $u = \frac{x_2}{x_2 - x_1}$, $x_1 = 1$, $x_2 = 2$, $dx_1 = \frac{1}{2}$, $dx_2 = -\frac{1}{3}$;

2) $u = \frac{z}{\sqrt{x^2 + y^2}}$,

$x = 3$, $y = 4$, $z = 5$, $dx = -0{,}1$, $dy = 0{,}3$, $dz = 0{,}2$.

6. Вычислить приближённое значение выражения $(1{,}02)^3 \cdot (0{,}97)^2$.

7. Найти $\frac{du}{dt}$, если $u = e^{x-3y}$, $x = \sin t$, $y = t^2$.

8. Найти $\frac{\partial f}{\partial u}, \frac{\partial f}{\partial v}$, если $f = \ln(x^2 + y^2)$, $x = uv$, $y = \frac{u}{v}$.

9. Функция задана уравнением $e^u = \cos x \cos y$. Найти $\frac{\partial u}{\partial x}$ и $\frac{\partial u}{\partial y}$.

10. Проверить справедливость теоремы Ферма для функции $f(x) = 3x^2 - 1$ на промежутке $[-1, 2]$.

11. Проверить справедливость теоремы Ролля для функции $f(x) = x$ на промежутке $[0, 1]$.

12. Проверить справедливость первой теоремы о среднем для функции $f(x) = 2x - x^2$ на промежутке $[1, 3]$. Найти точку ξ, удовлетворяющую условию $\frac{f(b) - f(a)}{b - a} = f'(\xi)$.

13. Раскрыть неопределённости по правилам Лопиталя:

1) $\lim\limits_{x \to 0} \frac{\sin x}{x} = \left[\frac{0}{0}\right]$; 2) $\lim\limits_{x \to \infty} \frac{x^3 + 2x^2 + x - 1}{3x^3 - x^2 - x + 3} = \left[\frac{\infty}{\infty}\right]$;

3) $\lim\limits_{x \to 1} \left(\frac{1}{\ln x} - \frac{1}{x - 1}\right) = [\infty - \infty]$; 4) $\lim\limits_{x \to 0} \frac{1 - \cos x}{x^2} = \left[\frac{0}{0}\right]$;

5) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^3-3x^2+2}{x^3-4x^2+3}=\left[\dfrac{0}{0}\right]$; 6) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{e^x}{x^2}=\left[\dfrac{\infty}{\infty}\right]$.

14. Показать, что разложение функции $f(x)=\cos x$ по формуле Маклорена имеет вид:

$$\cos x=1-\frac{x^2}{2!}+\frac{x^4}{4!}-\ldots+(-1)^{k-1}\frac{x^{2k-2}}{(2k-2)!}+(-1)^k\frac{x^{2k}}{(2k)!}\cos\theta x.$$

15. Показать, что разложение функции $\ln(1+x)$ по формуле Маклорена имеет вид:

$$\ln(1+x)=x-\frac{x^2}{2}+\frac{x^3}{3}-\ldots+(-1)^{n-1}\frac{x^n}{n}+(-1)^n\frac{x^{n+1}}{n+1}\left(\frac{1}{1+\theta x}\right)^{n+1}.$$

16. Написать разложение для функции $f(x)=e^{\sin x}$ по формуле Маклорена до степени x^3 включительно.

17. Найти промежутки монотонности функции:

1) $f(x)=x^3+3x^2-9x-2$; 2) $f(x)=\dfrac{1}{x^2+1}$;

3) $f(x)=x(1+\sqrt{x})$; 4) $f(x)=x-2\sin x,\ (0\le x\le 2\pi)$.

18. Исследовать на экстремум функцию:

1) $f(x)=\dfrac{1}{3}\cdot x^3+\dfrac{5}{2}\cdot x^2+4x+3$;

2) $f(x)=(x-5)e^x$;

3) $f(x)=(x-1)^4$;

4) $f(x)=\dfrac{1}{x}+\ln x$.

19. Определить наименьшее и наибольшее значения функции на заданном промежутке:

1) $f(x)=3x^5-5x^3+10,\ [-1,2]$;

2) $f(x)=1-\sqrt[3]{x^2-2x},\ [0,2]$;

3) $f(x)=\dfrac{4x^2}{3+x^2},\ [-1,1]$;

4) $f(x)=2-12x^2-8x^3,\ [-2,0]$;

5) $f(x)=\dfrac{x^3-9x^2}{6x-5}$, $[0,4]$;

6) $f(x)=2-12x^2-8x^3$, $[-2,0]$.

20*. Из прямоугольного куска жести шириной 50 см. и длиной 80 см. делают ящики: в углах вырезают квадраты, закрывают выступающие края и запаивают кромки. Определить, какого размера квадраты следует вырезать, чтобы объём ящика был максимальным.

21*. Разложить число 20 на два слагаемых так, чтобы их произведение было наибольшим.

22. Имеет ли точки перегиба функция $f(x)=x^3-6x^2+2x-1$?

23. Показать, что график функции

$$f(x)=\frac{1}{30}x^6-\frac{13}{12}x^4+18x^2-7x-1$$

имеет точки перегиба графика в точках $x_{1,2}=\pm 2$, $x_{3,4}=\pm 3$ множества определения функции.

24. Найти промежутки, на которых график функции является выпуклым и выгнутым:

1) $f(x)=x^3-6x^2+12x+4$; 2) $f(x)=x^4+8x^2+16$.

25. Найти асимптоты графика функции:

1) $f(x)=\dfrac{x^3}{x^2+1}+2$; 2) $f(x)=\sqrt{x^2-4x+3}$;

3) $f(x)=\dfrac{-5x+3}{x+2}$; 4) $f(x)=\dfrac{-x^2+7x}{x-3}$;

5) $f(x)=\sqrt{1+x^2}-2x$.

26*. Исследовать функцию и построить её график:

1) $f(x)=\dfrac{x^3+2x^2+7x-3}{2x^2}$; 2) $f(x)=-\dfrac{1}{3}x^3+2x^2-1$;

3) $f(x)=2x-1+(x+1)^{-1}$; 4) $f(x)=x(-x^2)^{-2}$;

5) $f(x)=x^4(+x)^{-3}$; 6) $f(x)=x^2(-x)(+x)^{-2}$.

27. Найти градиент функции $u=\sqrt{4+x^2+y^2}$ в точке $M(2;1)$.

Ответ: $\frac{2}{3}\vec{e}_1+\frac{1}{3}\vec{e}_2$.

28. Найти производную функции

$$u = x^2 + y^2 - 3x + 2y$$

по направлению радиус-вектора точки $M(3; 4)$ в начале координат.

Ответ: $\frac{1}{5}$.

29. Найти производную функции, определённой формулой

$$u = \frac{x_1 x_2 x_3}{3},$$

в точке $M_0(1; 2; 3)$ по направлению вектора $\vec{M_0M}$, если $M(4; 1; 6)$.

30. Исследовать на экстремум функцию, заданную формулой:

$$f(x, y) = 3x_1 + 6x_2 - x_1^2 - x_1x_2 - x_2^2.$$

Ответ: функция в точке $M(0; 3)$ имеет локальный максимум $f(0; 3) = 9$.

31. Исследовать на экстремум функцию, заданную формулой:

$$f(x, y) = e^{\frac{x}{2}}(x + y^2).$$

Ответ: функция в точке $M(-2; 0)$ имеет локальный минимум: $f(-2; 0) = -\frac{2}{e}$.

32*. Исследовать на экстремум функцию, заданную формулой

$$z = x^2 + y^2$$

при условии, что $\frac{x}{4}+\frac{y}{3}=1$.

Ответ: функция в точке $M\left(\frac{36}{25}; \frac{48}{25}\right)$ имеет локальный минимум

$$f\left(\frac{36}{25}; \frac{48}{25}\right) = \frac{144}{25}.$$

33*. Найти наибольшее и наименьшее значения функции, заданной формулой

$$f(x, y) = xy$$

в круге $x^2 + y^2 \le 1.$

Ответ: $f_{\min} = -\frac{1}{2};\ f_{\max} = \frac{1}{2}.$

34. Найти неопределённые интегралы непосредственным интегрированием, используя свойства неопределённого интеграла и таблицу первообразных:

1) $\int (x^6 - 6x^5 + 40x^3 - 24x^2)\,dx$; 2) $\int \sqrt[3]{x^2}\,(\sqrt[3]{x} - 1)\,dx$;

3) $\int \frac{(4 - 3\sqrt{x})^2}{x^2}\,dx$; 4) $\int \frac{x+2}{x+3}\,dx$; 5) $\int \left(\sum_{k=0}^{n} a_k x^k \right) dx$;

6) $\int (2x^2 + 1)^3\,dx$; 7) $\int (1 + \sqrt{x})^4\,dx$; 8) $\int \frac{(x+1)\cdot(x^2 - 3)}{3x^2}\,dx$;

9) $\int \frac{(x - \sqrt{x})\cdot(1 + \sqrt{x})}{\sqrt[3]{x}}\,dx$; 10) $\int (e^x - 1)(e^{-x} + 1)\,dx$;

11) $\int \frac{x^2 + 3}{x^2 + 1}\,dx$; 12) $\int \frac{\cos 2x}{\cos^2 x}\,dx$; 13) $\int \frac{\sin 3x - \sin 5x}{\cos 4x}\,dx$;

14) $\int \frac{2^{x+1} - 5^{x-1}}{10^x}\,dx$; 15) $\int \frac{dx}{2 + 3x^2}\,dx.$

35. Найти неопределённые интегралы методом подведения под дифференциал:

1) $\int \frac{dx}{ax + b}$, где a, b – постоянные;

2) $I = \int \frac{x\,dx}{1 + x^2}$;

3) $\int \sqrt{x + 3}\,dx$ (***Указание:*** использовать подстановку $t = x + 3$);

4) $I = \int \frac{dx}{e^x + e^{-x}}$ (***Указание:*** использовать подстановку $t = e^x$);

5) $\int \frac{x^2 + 1}{(x^3 + 3x + 1)^4}\,dx$; 6) $\int \frac{dx}{x\sqrt{\ln x}}$;

7) $\int \frac{3\sqrt{x}+1}{2x\sqrt{x}+x}dx$; 8) $\int \frac{xdx}{\sqrt{1-x^4}}$;

9) $\int \frac{x\cos x+\sin x}{(x\sin x)^3}dx$; 10) $\int \frac{\sin 2x-\cos x}{(\cos^2 x+\sin x)^2}dx$.

36. Найти неопределённые интегралы методом подстановки:

1) $\int x\cdot e^{x^2}dx$ (***Указание:*** использовать подстановку $t=x^2$);

2) $\int \frac{\ln^3 x}{x}dx$; 3) $\int (2x-5)^7 dx$; 4) $\int e^{4-3x}dx$;

5) $\int 6^{5x+2}dx$; 6) $\int \frac{6x-5}{\sqrt{3x^2-5x+4}}dx$; 7) $\int \frac{e^x dx}{2e^x+7}$; 8) $\int \frac{dx}{x\ln x}$;

9) $\int \frac{\sqrt[6]{\ln^5 x}}{x}dx$; 10) $\int \frac{e^{5x}}{4-e^{10x}}dx$; 11) $\int \sin x\cos^2 xdx$;

12) $\int \frac{\cos x}{\sqrt[3]{\sin x}}dx$; 13) $\int \frac{\sin x}{\cos^2 x\sqrt{\cos x}}dx$;

14) $\int \frac{\sqrt{5tgx}}{\cos^2 x}dx$; 15) $\int e^{4\cos x-1}\sin xdx$.

37. Найти неопределённый интеграл методом интегрирования по частям:

1) $\int x^2\cdot\cos xdx$; 2) $\int x^2\cdot\sin xdx$; 3) $\int x\cdot e^x dx$;

4) $\int (x^2+2x+3)\cdot\cos xdx$; 5) $\int \frac{x}{\sin^2 x}dx$; 6) $\int e^{2x}\cos xdx$;

7) $\int x^2 e^x dx$; 8) $\int x\ln xdx$.

38. Найти определённый интеграл:

1) $\int_0^1 x\cdot e^{-x}dx$;

2) $\int_1^e \frac{\ln^2 x}{x}dx$ (***Указание:*** использовать подстановку $t=\ln x$);

3) $\int_0^r \sqrt{r^2 - x^2}\,dx$ (***Указание:*** использовать замену переменной интегрирования $x = r \cdot \sin t$ и формулу интегрирования по частям);

4) $\int_0^{\pi/4} \frac{\sin x - \cos x}{(\cos x + \sin x)^3}\,dx$; 5) $\int_1^e \frac{1 + \ln^3 x}{x}\,dx$; 6) $\int_{-2}^{5} \sqrt[3]{5x+2}\,dx$;

7) $\int_{0,5}^{0,5} \frac{3^x}{1+9^x}\,dx$; 8) $\int_0^{0,5} e^{\sin \pi x} \cos \pi x\,dx$; 9) $\int_0^1 xe^{-x}\,dx$;

10) $\int_0^{\pi} e^x \cos^2 x\,dx$; 11) $\int_0^{\pi} (\pi - x)\sin x\,dx$; 12) $\int_{-1}^{0} (2x+3)e^{-x}\,dx$;

13) $\int_{\pi/6}^{\pi/2} \frac{x\,dx}{\sin^2 x}$; 14) $\int_{\pi/3}^{\pi/2} \frac{\cos x}{3 + \cos x}\,dx$; 15) $\int_{\pi/4}^{\pi/2} \frac{\cos^2 x}{\sin^4 x}\,dx$; 16) $\int_{\pi/4}^{\pi/3} \frac{1 + tgx}{\sin 2x}\,dx$.

Числовые ряды

1. Выяснить вопрос о сходимости и найти суммы рядов:

1) $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \ldots$; 2) $1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{9} - \frac{1}{27} + \ldots$;

3) $1 + \frac{1}{\sqrt[3]{2}} + \frac{1}{\sqrt[3]{4}} + \frac{1}{\sqrt[3]{8}} + \ldots$; 4) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{6}{n^2 + 5n + 6}$;

5) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3}{n^2 - 5n + 6}$; 6) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{30}{25n^2 + 5n - 6}$;

7) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{90}{4n^2 + 8n - 5}$; 8) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{18}{n^2 + 3n}$; 9) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3}{9n^2 - 3n - 2}$;

10) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4}{4n^2 - 1}$; 11) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{16}{16n^2 - 8n - 3}$; 12) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{60}{(2n+1)(2n+3)(2n+5)}$.

2. Проверить, выполнение необходимого признака сходимости для рядов:

1) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2n-1}$; 2) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{2n+1}$;

3) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n}{n^2+1}$; 4) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\sqrt{n^3+1}}{n^2(2+\sin n)}$;

5) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(4-n^3)-(2-n^3)}{(-n^2)-(2+n^4)}$; 6) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(3-n^3)-(2-n^3)}{(-n^3)-(1+n^3)}$.

3. Исследовать сходимость ряда, используя признак сравнения:

1) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2^n}{1+2^{2n}}$; 2) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2^n}{n\cdot(1+2^n)}$;

3) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{4-2\sin n}{n-\ln n}$; 4) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2+\cos n}{n^2+3}$;

5) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n^2\ln n}{n^3-2}$; 6) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\ln n}{\sqrt[4]{n^9}}$;

7) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\ln n}{\sqrt[3]{n+3}}$; 8) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\cos^2 n}{n^2+1}$;

9) $\sum_{n=1}^{\infty}\ln\frac{n^3+6}{n^3+5}$; 10) $\sum_{n=1}^{\infty}n\ln\frac{n^4+3}{n^4+2}$;

11) $\sum_{n=1}^{\infty}n\ln\frac{3^n+n}{7^n+2n}$; 12) $\sum_{n=1}^{\infty}n^2\left(e^{\frac{1}{2n^3}}-1\right)$.

4. Исследовать сходимость ряда, используя признак Даламбера:

1) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n!}$; 2) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{5^n}{n^5}$; 3) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{5^n}{(n!)^3}$;

4) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(3n+2)!}{2^n(2n+5)!}$; 5) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2^n(5^5-1)}{n!}$; 6) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{5^n n!}{(2n)!}$;

7) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2^n n!}{(2n)!}$; 8) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2^n n!}{n^n}$.

5. Исследовать сходимость ряда, используя радикальный признак Коши:

1) $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{3n^2+1}{2n^2+1}\right)^{n^2}$; 2) $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{2n^3+n}{3n^3-1}\right)^{n^2}$;

3) $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{5n-3}{7n+1}\right)^{n^3}$; 4) $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{3n+1}{5n+3}\right)^{n}$;

5) $\sum_{n=1}^{\infty}\sqrt{n}\left(\frac{n}{2n+1}\right)^{2n}$; 6) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n^2 3^n}{5^{n+1}}$.

6. Исследовать сходимость знакопеременного ряда и выяснить тип сходимости (абсолютная или условная):

1) $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}\frac{3n-2}{3n-1}$; 2) $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}\left(1+\frac{n}{10^n}\right)$;

3) $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}\frac{n+1}{n^2+n+1}$.

Функциональные ряды

1. Исследовать сходимость функциональных рядов в указанных точках:

1) $\frac{3x+1}{x^2+x+1}+\left(\frac{3x+1}{x^2+x+1}\right)^2+\ldots+\left(\frac{3x+1}{x^2+x+1}\right)^n+\ldots,$

$x=1,\ x=2,\ x=3;$

2) $\frac{1!}{1}(x^2-4x+6)+\frac{2!}{2^2}(x^2-4x+6)^2+\ldots+\frac{n!}{n^2}(x^2-4x+6)^n+\ldots,$

$x=1,\ x=2,\ x=3.$

9. Найти область сходимости функционального ряда

1) $\frac{1}{1+x^2}+\frac{1}{2^2(1+x^2)^2}+\ldots+\frac{1}{n^2(1+x^2)^n}+\ldots;$

2) $1+\frac{1}{2^x}+\frac{1}{3^x}+\ldots+\frac{1}{n^x}+\ldots;$

3) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{n\left(x^2-6x+10\right)^n}$;

4) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{n\left(x^2-5x+9\right)^n}$;

5) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^n}{n^2\left(x^2+3\right)^n}$;

6) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n}{n\left(x^2-4x+8\right)^n}$;

7) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{6^n}{n^2\left(x^2-2x+6\right)^n}$;

8) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{\left(n+\sqrt{n}\right)^x}$.

3. Найти радиус и промежуток сходимости степенного ряда:

1) $\frac{x}{1!}+\frac{x^2}{2!}+\frac{x^3}{3!}+\ldots+\frac{x^n}{n!}+\ldots$;

2) $1+\frac{x^3}{10}+\frac{x^6}{10^2}+\ldots+\frac{x^{3(n-1)}}{10^{n-1}}+\ldots$;

3) $2x^5+\frac{4x^{10}}{3}+\frac{8x^{15}}{5}+\ldots+\frac{2^n x^{5n}}{2n-1}+\ldots$;

4) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{n(n-1)/2}}{n!}$;

5) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{n\cdot 9^n}$;

6) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+5)^{2n}}{4^n}$;

7) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+1)^n}{(n+1)2^n}$;

8) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n}(x+3)^n}{n^2+1}$;

9) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-3)^{2n-1}}{(n^3+3n)4^n}$;

10) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n(x+2)^n}{(n+1)3^n}$.

4. Разложить данную функцию в ряд Тейлора в окрестности данной точки, или в ряд Маклорена в окрестности нуля;

1) $f(x) = \frac{x}{\sqrt{9+x^2}}$;

2) $f(x) = \frac{x}{3+2x}$;

3) $f(x) = \sqrt[4]{16+x}$;

4) $f(x) = 2^x$;

5) $f(x) = \cos^2 x$;

6) $f(x) = e^{-x^2}$;

7) $f(x) = \frac{1}{x}$ по степеням $x-2$;

8) $f(x) = 3^x$;

9) $f(x) = e^{-2x}$;

10) $f(x) = \sqrt{x+2}$.

ЧАСТЬ 4. ТЕОРИЯ ПОЛЯ. ВЕКТОРНЫЙ АНАЛИЗ. ОБЫКНОВЕННЫЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Практическое занятие 1

Базисные векторные поля

Пример 4.1.1. Показать, что орты полярной системы координат связаны с ортами декартовой системы координат соотношениями

$$\vec{g}_{\langle r\rangle} = \cos\varphi\,\vec{e}_1 + \sin\varphi\,\vec{e}_2,\ \vec{g}_{\langle\varphi\rangle} = -\sin\varphi\,\vec{e}_1 + \cos\varphi\,\vec{e}_2. \qquad (1)$$

Р е ш е н и е. В полярной системе координат связь между старыми (декартовыми) и новыми (полярными) координатами даётся обратным отображением

$$x^1 = r\cos\varphi,\ x^2 = r\sin\varphi. \qquad (2)$$

Следовательно, для радиус-вектора получаем

$$\vec{r} = r\cos\varphi\cdot\vec{e}_1 + r\sin\varphi\cdot\vec{e}_2. \qquad (3)$$

Воспользуемся формулами связи базисных векторных полей:

$$\vec{g}_j \overset{def}{=} \frac{\partial\vec{x}}{\partial q^j} = \frac{\partial\vec{x}}{\partial x^i}\frac{\partial x^i}{\partial q^j} = \frac{\partial x^i}{\partial q^j}\vec{e}_i = A^{i\cdot}_{\cdot j}\vec{e}_i. \qquad (4)$$

Для базисного векторного поля $\vec{g}_r$ имеем:

$$\vec{g}_r = \frac{\partial\vec{r}}{\partial r} = \frac{\partial\vec{r}}{\partial x^i}\frac{\partial x^i}{\partial r} \equiv \frac{\partial\vec{r}}{\partial x^1}\frac{\partial x^1}{\partial r} + \frac{\partial\vec{r}}{\partial x^2}\frac{\partial x^2}{\partial r} =$$

$$= \frac{\partial}{\partial r}\left(\cos\varphi\right)\vec{e}_1 + \frac{\partial}{\partial r}\left(\sin\varphi\right)\vec{e}_2 = \cos\varphi\cdot\vec{e}_1 + \sin\varphi\cdot\vec{e}_2. \qquad (5)$$

Для базисного векторного поля $\vec{g}_\varphi$ имеем:

$$\vec{g}_{\varphi} = \frac{\partial \vec{r}}{\partial \varphi} = \frac{\partial \vec{r}}{\partial x^i}\frac{\partial x^i}{\partial \varphi} \equiv \frac{\partial \vec{r}}{\partial x^1}\frac{\partial x^1}{\partial \varphi} + \frac{\partial \vec{r}}{\partial x^2}\frac{\partial x^2}{\partial \varphi} =$$

$$= \frac{\partial}{\partial \varphi}(r\cos\varphi)\vec{e}_1 + \frac{\partial}{\partial \varphi}(r\sin\varphi)\vec{e}_2 =$$

$$= -r\sin\varphi \cdot \vec{e}_1 + r\cos\varphi \cdot \vec{e}_2. \qquad (6)$$

Так как

$$\left\|\vec{g}_r\right\| = \sqrt{\left(\vec{g}_r, \vec{g}_r\right)} = \sqrt{\cos^2\varphi + \sin^2\varphi} = 1,$$

то базисное векторное поля $\vec{g}_r$ нормировано и, следовательно, имеем

$$\vec{g}_{\langle r\rangle} \equiv \vec{g}_r = \cos\varphi \cdot \vec{e}_1 + \sin\varphi \cdot \vec{e}_2. \qquad (7)$$

Векторное поле $\vec{g}_{\varphi}$ не нормировано, а его норма

$$\left\|\vec{g}_{\varphi}\right\| = \sqrt{\left(\vec{g}_{\varphi}, \vec{g}_{\varphi}\right)} = \sqrt{(r\sin\varphi)^2 + (\cos\varphi)^2} = r. \qquad (8)$$

Орт векторного поля $\vec{g}_{\varphi}$ равен

$$\vec{g}_{\langle\varphi\rangle} = \frac{1}{\left\|\vec{g}_{\varphi}\right\|}\vec{g}_{\varphi} = \frac{1}{r}\left(-r\sin\varphi \cdot \vec{e}_1 + r\cos\varphi \cdot \vec{e}_2\right) =$$

$$= -\sin\varphi \cdot \vec{e}_1 + \cos\varphi \cdot \vec{e}_2. \qquad (9)$$

Формулы (7) и (9) решают поставленную задачу. $\otimes$

Пример 4.1.2. В полярной системе координат закон движения точки задан уравнениями

$$x^1(t) = r(t)\cos\varphi(t),\ x^2(t) = r(t)\sin\varphi(t), \qquad (1)$$

где t – время. Найти скорость и ускорение точки в декартовых и полярных координатах.

Р е ш е н и е. Векторная параметризация движения имеет вид

$$\vec{r} = r\cos\varphi \cdot \vec{e}_1 + r\sin\varphi \cdot \vec{e}_2. \qquad (2)$$

Вектор скорости

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{d}{dt}(r\cos\varphi)\cdot\vec{e}_1 + \frac{d}{dt}(r\sin\varphi)\cdot\vec{e}_2 =$$

$$= \left(\frac{dr}{dt}\cdot\cos\varphi + r\cdot\frac{d}{d\varphi}(\cos\varphi)\cdot\frac{d\varphi}{dt}\right)\cdot\vec{e}_1 +$$

$$+ \left(\frac{dr}{dt}\cdot\sin\varphi + r\cdot\frac{d}{d\varphi}(\sin\varphi)\cdot\frac{d\varphi}{dt}\right)\cdot\vec{e}_2 =$$

$$= \left(\frac{dr}{dt}\cdot\cos\varphi - r\cdot\sin\varphi\cdot\frac{d\varphi}{dt}\right)\cdot\vec{e}_1 + \left(\frac{dr}{dt}\cdot\sin\varphi + r\cdot\cos\varphi\cdot\frac{d\varphi}{dt}\right)\cdot\vec{e}_2. \qquad (3)$$

Найдём проекции вектора скорости на оси полярной системы координат. Для этого вычислим значения скалярных произведений вектора скорости и ортов полярной системы координат, найденных в предыдущей задаче (формулы (7) и (9)):

$$v_r \equiv \Pr_{\vec{e}_r}\vec{v} = \left(\vec{v}, \vec{g}_{\langle r\rangle}\right) =$$

$$= \left(\frac{dr}{dt}\cos\varphi - r\frac{d\varphi}{dt}\sin\varphi\right)\cos\varphi + \left(\frac{dr}{dt}\sin\varphi + r\frac{d\varphi}{dt}\cos\varphi\right)\sin\varphi = \frac{dr}{dt}, \qquad (4)$$

$$v_\varphi \equiv \Pr_{\vec{e}_\varphi}\vec{v} = \left(\vec{v}, \vec{g}_{\langle\varphi\rangle}\right) =$$

$$= \left(\frac{dr}{dt}\cos\varphi - r\frac{d\varphi}{dt}\sin\varphi\right)(-\sin\varphi) + \left(\frac{dr}{dt}\sin\varphi + r\frac{d\varphi}{dt}\cos\varphi\right)\cos\varphi =$$

$$= r\frac{d\varphi}{dt}. \qquad (5)$$

Таким образом, вектор скорости в полярной системе координат имеет вид

$$\vec{v} = \frac{dr}{dt}\vec{g}_{\langle r\rangle} + r\frac{d\varphi}{dt}\vec{g}_{\langle\varphi\rangle}. \qquad (6)$$

Найдём разложение вектора ускорения по ортам полярной системы координат. Для этого используем формулы (7) и (9) из предыдущей задачи и формулу (6) из этой задачи:

$$\vec{w} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2r}{dt^2}\vec{g}_{\langle r\rangle} + \frac{dr}{dt}\frac{d\vec{g}_{\langle r\rangle}}{dt} + \frac{dr}{dt}\frac{d\varphi}{dt}\vec{g}_{\langle\varphi\rangle} + r\frac{d^2\varphi}{dt^2}\vec{g}_{\langle\varphi\rangle} + r\frac{d\varphi}{dt}\frac{d\vec{g}_{\langle\varphi\rangle}}{dt};$$

$$\frac{d\vec{g}_{\langle r\rangle}}{dt} = -\sin\varphi\frac{d\varphi}{dt}\vec{e}_1 + \cos\varphi\frac{d\varphi}{dt}\vec{e}_2;$$

$$\frac{d\vec{g}_{\langle\varphi\rangle}}{dt} = -\cos\varphi\frac{d\varphi}{dt}\vec{e}_1 - \sin\varphi\frac{d\varphi}{dt}\vec{e}_2;$$

$$\vec{w} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2r}{dt^2}\vec{g}_{\langle r\rangle} + \frac{dr}{dt}\left(-\sin\varphi\frac{d\varphi}{dt}\vec{e}_1 + \cos\varphi\frac{d\varphi}{dt}\vec{e}_2\right) +$$

$$+\frac{dr}{dt}\frac{d\varphi}{dt}\vec{g}_{\langle\varphi\rangle} + r\frac{d^2\varphi}{dt^2}\vec{g}_{\langle\varphi\rangle} +$$

$$+r\frac{d\varphi}{dt}\left(-\cos\varphi\frac{d\varphi}{dt}\vec{e}_1 - \sin\varphi\frac{d\varphi}{dt}\vec{e}_2\right) =$$

$$=\left(\frac{d^2r}{dt^2} - r\left(\frac{d\varphi}{dt}\right)^2\right)\vec{g}_{\langle r\rangle} + \left(r\frac{d^2\varphi}{dt^2} + 2\frac{dr}{dt}\frac{d\varphi}{dt}\right)\vec{g}_{\langle\varphi\rangle}.$$

Итак, в полярной системе координат для ускорения получаем следующее выражение:

$$\vec{w} = \left(\frac{d^2r}{dt^2} - r\left(\frac{d\varphi}{dt}\right)^2\right)\vec{g}_{\langle r\rangle} + \left(r\frac{d^2\varphi}{dt^2} + 2\frac{dr}{dt}\frac{d\varphi}{dt}\right)\vec{g}_{\langle\varphi\rangle}. \otimes \qquad (7)$$

Пример 4.1.3. Закон движения точки в полярных координатах имеет вид:

$$\begin{cases} r = t\cdot\sin 3t, \\ \varphi = t^3. \end{cases} \qquad (1)$$

Найти скорость и ускорение точки в полярных и декартовых координатах в момент времени $t = 1\,c$. Радиус дан в метрах.

Р е ш е н и е. 1) Полярные координаты точки в заданный момент времени:

$$r(1) = \sin 3 = 0{,}141;\ \varphi(1) = 1.$$

2) Дифференцируя уравнения движения (1) по времени, получаем:

$$\begin{cases} \dot{r} = \sin 3t + 3t\cos 3t, \\ \dot{\varphi} = 3t^2. \end{cases} \qquad (2)$$

При $t = 1\,c$ имеем:

$$\dot{r}(1) = -2{,}829,\ \dot{\varphi}(1) = 3.$$

3) По формулам (4) и (5) предыдущей задачи находим компоненты скорости в полярных координатах:

$$v_r(1) = \dot{r}(1) = -2{,}829\ \frac{м}{c};\ v_\varphi(1) = r(1)\cdot\dot{\varphi}(1) = 0{,}423\ \frac{м}{c}.$$

4) Норма скорости:

$$v(1) = \sqrt{v_r^2(1) + v_\varphi^2(1)} = 2{,}860\ \frac{м}{c}.$$

5) Дифференцируя формулы связи полярных и декартовых координат по времени, находим компоненты скорости в декартовых координатах:

$$v^1 = \dot{x}^1 = \dot{r}\cos\varphi - r\dot{\varphi}\sin\varphi = v_r\cos\varphi - v_\varphi\sin\varphi;$$

$$v^2 = \dot{x}^2 = \dot{r}\sin\varphi + r\dot{\varphi}\cos\varphi = v_r\sin\varphi + v_\varphi\cos\varphi.$$

В заданный момент времени имеем:

$$v^1(1) = -1{,}883\ \frac{м}{c};\ v^2(1) = -2{,}148\ \frac{м}{c}.$$

Проверка правильности вычислений (норма вектора скорости в декартовых и полярных координатах должна быть одинаковой):

$$v = \sqrt{(v^1)^2 + (v^2)^2} = 2{,}85\ \frac{м}{c}.$$

6) Находим вторые производные, дифференцируя (2):

$$\ddot{r} = 6\cos 3t - 9t\sin 3t;\ \ddot{\varphi} = 6t.$$

При $t = 1$ имеем:

$$\ddot{r}(1) = -9{,}74;\ \ddot{\varphi}(1) = 6.$$

7) Находим компоненты ускорения в полярных координатах:

$$w_r(1) = \ddot{r}(1) - r(1)\dot{\varphi}^2(1) = -11{,}01\ \frac{м}{c^2};$$

$$w_\varphi(1) = r(1)\ddot{\varphi}(1) + 2\dot{r}(1)\dot{\varphi}(1) = -16{,}128\ \frac{м}{c^2}.$$

8) Норма ускорения

$$w = \sqrt{w_r^2 + w_\varphi^2} = 19{,}52\ \frac{м}{c^2}.$$

9) Компоненты ускорения в декартовых координатах находим двукратным дифференцированием формулы (2) по времени:

$$w^1 = \left(\ddot{r} - r\dot{\varphi}^2\right)\cos\varphi - \left(r\ddot{\varphi} + 2\dot{r}\dot{\varphi}\right)\sin\varphi \equiv w_r\cos\varphi - w_\varphi\sin\varphi;$$

$$w^2 = \left(\ddot{r} - r\dot{\varphi}^2\right)\sin\varphi + \left(r\ddot{\varphi} + 2\dot{r}\dot{\varphi}\right)\cos\varphi = w_r\sin\varphi + w_\varphi\cos\varphi.$$

При $t = 1$ имеем:

$$w^1(1) = 7{,}602;\ w^2(1) = -17{,}95.$$

Проверка:

$$w = \sqrt{(w^1)^2 + (w^2)^2} = 19{,}49. \otimes$$

Пример 4.1.4. Закон движения точки в полярных координатах имеет вид:

$$r = 22\cdot\frac{1-\dfrac{t^2}{121}}{t};\ \varphi = \arccos\left(\frac{t}{11}\right).$$

Найти скорость и ускорение точки в полярных и декартовых координатах в момент времени $t = 9\ c$. Радиус дан в метрах.

Ответ:

r	$\dot{r}$	φ	$\dot{\varphi}$	v_r	v_φ	v	v^1	v^2
м	м/с	рад	рад/сек			м/с		
0,81	-0,45	0,61	-0,16	-0,45	-0,13	0,47	-0,3	-0,37

Пример 4.1.5. Выразить базисные векторные поля цилиндрической системы координат в виде разложения по ортам декартовой системы координат.

Р е ш е н и е. Связь декартовых и цилиндрических координат имеет вид

$$\begin{cases} x^1 = r\cos\varphi, \\ x^2 = r\sin\varphi, \\ x^3 = h, \end{cases} \det\left(\frac{\partial(x^1, x^2, x^3)}{\partial(r, \varphi, h)}\right) = \begin{vmatrix} \cos\varphi & -r\sin\varphi & 0 \\ \sin\varphi & r\cos\varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = r,$$

где для цилиндрических координат принимаются следующие пределы изменения:

$$D = \{r, \varphi, h\} \subset R_2^3 : 0 \le r < +\infty, 0 \le \varphi < 2\pi, -\infty < h < +\infty .$$

Для радиус-вектора имеем

$$\vec{r} = r\cos\varphi\,\vec{e}_1 + r\sin\varphi\,\vec{e}_2 + h\,\vec{e}_3.$$

Дифференцируем разложение радиус-вектора последовательно по цилиндрическим координатам и используем формулу разложения базисных векторных полей по ортам декартовой системы координат

$$\vec{g}_j \overset{def}{=} \frac{\partial \vec{x}}{\partial q^j} = \frac{\partial \vec{x}}{\partial x^i}\frac{\partial x^i}{\partial q^j} = \frac{\partial x^i}{\partial q^j}\vec{e}_i = \frac{\partial x^1}{\partial q^j}\vec{e}_1 + \frac{\partial x^2}{\partial q^j}\vec{e}_2 + \frac{\partial x^3}{\partial q^j}\vec{e}_3.$$

Для базисного векторного поля $\vec{g}_r$ имеем:

$$\vec{g}_r = \frac{\partial \vec{r}}{\partial r} = \frac{\partial \vec{r}}{\partial x^i}\frac{\partial x^i}{\partial r} \equiv \frac{\partial \vec{r}}{\partial x^1}\frac{\partial x^1}{\partial r} + \frac{\partial \vec{r}}{\partial x^2}\frac{\partial x^2}{\partial r} + \frac{\partial \vec{r}}{\partial x^3}\frac{\partial x^3}{\partial r} =$$

$$= \frac{\partial}{\partial r}(\cos\varphi)\vec{e}_1 + \frac{\partial}{\partial r}(\sin\varphi)\vec{e}_2 + \frac{\partial}{\partial r}h\cdot\vec{e}_3 = \cos\varphi\cdot\vec{e}_1 + \sin\varphi\cdot\vec{e}_2.$$

Так как для векторного поля $\vec{g}_r$

$$\left\|\vec{g}_r\right\| = \sqrt{\left(\vec{g}_r, \vec{g}_r\right)} = \sqrt{\cos^2\varphi + \sin^2\varphi} = 1,$$

то базисное векторное поле $\vec{g}_r$ нормированное, то есть

$$\vec{g}_{\langle r\rangle} \equiv \vec{g}_r.$$

Для базисного векторного поля $\vec{g}_{\varphi}$ имеем:

$$\vec{g}_{\varphi} = \frac{\partial \vec{r}}{\partial \varphi} = \frac{\partial \vec{r}}{\partial x^i}\frac{\partial x^i}{\partial \varphi} \equiv \frac{\partial \vec{r}}{\partial x^1}\frac{\partial x^1}{\partial \varphi} + \frac{\partial \vec{r}}{\partial x^2}\frac{\partial x^2}{\partial \varphi} + \frac{\partial \vec{r}}{\partial x^3}\frac{\partial x^3}{\partial \varphi} =$$

$$= \frac{\partial}{\partial \varphi}\left(\cos\varphi\right)\vec{e}_1 + \frac{\partial}{\partial \varphi}\left(\sin\varphi\right)\vec{e}_2 + \frac{\partial}{\partial \varphi}h\cdot\vec{e}_3 =$$

$$= -r\sin\varphi\cdot\vec{e}_1 + r\cos\varphi\cdot\vec{e}_2.$$

Так как для векторного поля $\vec{g}_{\varphi}$

$$\left\|\vec{g}_{\varphi}\right\| = \sqrt{\left(\vec{g}_{\varphi}, \vec{g}_{\varphi}\right)} = \sqrt{\left(r\sin\varphi\right)^2 + \left(\cos\varphi\right)^2} = r,$$

то поле $\vec{g}_{\varphi}$ ненормированное. Находим орт поля:

$$\vec{g}_{\langle\varphi\rangle} = \frac{1}{\left\|\vec{g}_{\varphi}\right\|}\vec{g}_{\varphi} = \frac{1}{r}\left(-r\sin\varphi\cdot\vec{e}_1 + r\cos\varphi\cdot\vec{e}_2\right) =$$

$$= -\sin\varphi\cdot\vec{e}_1 + \cos\varphi\cdot\vec{e}_2.$$

Для базисного векторного поля $\vec{g}_h$ имеем:

$$\vec{g}_h = \frac{\partial \vec{r}}{\partial h} = \frac{\partial \vec{r}}{\partial x^i}\frac{\partial x^i}{\partial h} \equiv \frac{\partial \vec{r}}{\partial x^1}\frac{\partial x^1}{\partial h} + \frac{\partial \vec{r}}{\partial x^2}\frac{\partial x^2}{\partial h} + \frac{\partial \vec{r}}{\partial x^3}\frac{\partial x^3}{\partial h} =$$

$$= \frac{\partial}{\partial h}\left(\cos\varphi\right)\vec{e}_1 + \frac{\partial}{\partial h}\left(\sin\varphi\right)\vec{e}_2 + \frac{\partial}{\partial h}h\cdot\vec{e}_3 = \vec{e}_3.$$

Таким образом, базисное векторное поле $\vec{g}_h$ нормированное, то есть

$$\vec{g}_{\langle h\rangle} = \vec{e}_3. \otimes$$

Пример 4.1.6. Выразить базисные векторные поля сферической системы координат в виде разложения по ортам декартовой системы координат.

Р е ш е н и е. Связь декартовых и сферических координат имеет вид

$$\begin{cases} x^1 = r\sin\theta\cdot\cos\varphi, \\ x^2 = r\sin\theta\cdot\sin\varphi, \\ x^3 = r\cos\theta, \end{cases}$$

$$\det\left(\frac{\partial(x^1, x^2, x^3)}{\partial(r, \varphi, \theta)}\right) = \begin{vmatrix} \sin\theta\cos\varphi & -r\sin\theta\sin\varphi & r\cos\theta\cos\varphi \\ \sin\theta\sin\varphi & r\sin\theta\cos\varphi & r\cos\theta\sin\varphi \\ \cos\theta & 0 & -r\sin\theta \end{vmatrix} =$$

$$= -r^2\sin\theta,$$

где для сферических координат принимаются следующие пределы изменения:

$$D = \{\varphi, \vartheta\} \subset R_2^3 : 0 \le r < +\infty,\ 0 \le \varphi < 2\pi,\ 0 < \theta \le \pi\ .$$

Радиус-вектор имеет вид:

$$\vec{r} = r\sin\theta\cdot\cos\varphi\,\vec{e}_1 + r\sin\theta\cdot\sin\varphi\,\vec{e}_2 + r\cos\theta\,\vec{e}_3.$$

Дифференцируем разложение радиус-вектора последовательно по сферическим координатам и снова используем формулу разложения базисных векторных полей по ортам декартовой системы координат.

Для базисного векторного поля $\vec{g}_r$ имеем:

$$\vec{g}_r = \frac{\partial\vec{r}}{\partial r} = \frac{\partial\vec{r}}{\partial x^i}\frac{\partial x^i}{\partial r} \equiv \frac{\partial\vec{r}}{\partial x^1}\frac{\partial x^1}{\partial r} + \frac{\partial\vec{r}}{\partial x^2}\frac{\partial x^2}{\partial r} + \frac{\partial\vec{r}}{\partial x^3}\frac{\partial x^3}{\partial r} =$$

$$= \frac{\partial}{\partial r}(\sin\theta\cos\varphi)\,\vec{e}_1 + \frac{\partial}{\partial r}(\sin\theta\sin\varphi)\,\vec{e}_2 + \frac{\partial}{\partial r}(\cos\theta)\,\vec{e}_3 =$$

$$= \sin\theta\cos\varphi\cdot\vec{e}_1 + \sin\theta\sin\varphi\cdot\vec{e}_2 + \cos\theta\cdot\vec{e}_3.$$

Норма поля

$$\left\|\vec{g}_r\right\| = \sqrt{(\sin\theta\cos\varphi)^2 + (\sin\theta\sin\varphi)^2 + \cos^2\theta} = 1.$$

Поле нормированное. Следовательно, имеем:

$$\vec{g}_{\langle r\rangle} \equiv \vec{g}_r = \sin\theta\cos\varphi\cdot\vec{e}_1 + \sin\theta\sin\varphi\cdot\vec{e}_2 + \cos\theta\cdot\vec{e}_3.$$

Для базисного векторного поля $\vec{g}_\varphi$ имеем:

$$\vec{g}_\varphi = \frac{\partial \vec{r}}{\partial \varphi} = \frac{\partial \vec{r}}{\partial x^i}\frac{\partial x^i}{\partial \varphi} \equiv \frac{\partial \vec{r}}{\partial x^1}\frac{\partial x^1}{\partial \varphi} + \frac{\partial \vec{r}}{\partial x^2}\frac{\partial x^2}{\partial \varphi} + \frac{\partial \vec{r}}{\partial x^3}\frac{\partial x^3}{\partial \varphi} =$$

$$= \frac{\partial}{\partial \varphi}\left(\sin\theta\cos\varphi\right)\vec{e}_1 + \frac{\partial}{\partial \varphi}\left(\sin\theta\sin\varphi\right)\vec{e}_2 + \frac{\partial}{\partial \varphi}\left(\cos\theta\right)\vec{e}_3 =$$

$$= -r\sin\theta\sin\varphi\cdot\vec{e}_1 + r\sin\theta\cos\varphi\cdot\vec{e}_2.$$

Норма поля

$$\left\|\vec{g}_\varphi\right\| = \sqrt{\left(-r\sin\theta\sin\varphi\right)^2 + \left(r\sin\theta\cos\varphi\right)^2} = \sqrt{r^2\sin^2\theta} = r\sin\theta.$$

Поле ненормированное. Находим орт поля:

$$\vec{g}_{\langle\varphi\rangle} = \frac{1}{\left\|\vec{g}_\varphi\right\|}\vec{g}_\varphi = \frac{1}{r\sin\theta}\left(-r\sin\theta\sin\varphi\cdot\vec{e}_1 + r\sin\theta\cos\varphi\cdot\vec{e}_2\right) =$$

$$= -\sin\varphi\cdot\vec{e}_1 + \cos\varphi\cdot\vec{e}_2.$$

Для базисного векторного поля $\vec{g}_\theta$ имеем:

$$\vec{g}_\theta = \frac{\partial \vec{r}}{\partial \theta} = \frac{\partial \vec{r}}{\partial x^i}\frac{\partial x^i}{\partial \theta} \equiv \frac{\partial \vec{r}}{\partial x^1}\frac{\partial x^1}{\partial \theta} + \frac{\partial \vec{r}}{\partial x^2}\frac{\partial x^2}{\partial \theta} + \frac{\partial \vec{r}}{\partial x^3}\frac{\partial x^3}{\partial \theta} =$$

$$= \frac{\partial}{\partial \theta}\left(\sin\theta\cos\varphi\right)\vec{e}_1 + \frac{\partial}{\partial \theta}\left(\sin\theta\sin\varphi\right)\vec{e}_2 + \frac{\partial}{\partial \theta}\left(\cos\theta\right)\vec{e}_3 =$$

$$= r\cos\theta\cos\varphi\cdot\vec{e}_1 + r\cos\theta\sin\varphi\cdot\vec{e}_2 - r\sin\theta\cdot\vec{e}_3.$$

Норма поля

$$\left\|\vec{g}_\theta\right\| = \sqrt{\left(\cos\theta\cos\varphi\right)^2 + \left(\cos\theta\sin\varphi\right)^2 + \left(-r\sin\theta\right)^2} = r.$$

Поле ненормированное. Находим орт поля:

$$\vec{g}_{\langle\theta\rangle} = \frac{1}{\left\|\vec{g}_\theta\right\|}\vec{g}_\theta = \frac{1}{r}\left(r\cos\theta\cos\varphi\cdot\vec{e}_1 + r\cos\theta\sin\varphi\cdot\vec{e}_2 - r\sin\theta\cdot\vec{e}_3 \right) =$$

$$= \cos\theta\cos\varphi\cdot\vec{e}_1 + \cos\theta\sin\varphi\cdot\vec{e}_2 - \sin\theta\cdot\vec{e}_3 . \otimes$$

Практическое занятие 2

Вычисление криволинейных интегралов

Пример 4.2.1. Вычислить криволинейный интеграл первого рода

$$I = \int_L (x + y)\,dl$$

по меньшей части окружности

$$\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = R^2, \\ y = x, \end{cases}$$

ограниченной точками $A(0, 0, R)$, $B\left(\frac{R}{2}, \frac{R}{2}, \frac{R}{\sqrt{2}}\right)$.

Р е ш е н и е. Параметризация окружности:

$$x = t,\ y = t,\ z = \sqrt{R^2 - 2t^2},\ 0 \le t \le \frac{R}{2},$$

$$\sqrt{\left[\frac{dx}{dt}\right]^2 + \left[\frac{dy}{dt}\right]^2 + \left[\frac{dz}{dt}\right]^2} = \frac{\sqrt{2}R}{\sqrt{R^2 - 2t^2}}.$$

Используем формулу

$$\int_L f(x, y, z)\,dl = \int_\alpha^\beta f(x(t), y(t), z(t))\sqrt{\left[\frac{dx}{dt}\right]^2 + \left[\frac{dy}{dt}\right]^2 + \left[\frac{dz}{dt}\right]^2}\,dt.$$

Получаем:

$$I = \int_L (x + y)\,dl = \int_0^{R/2} 2t\,\frac{\sqrt{2}R\,dt}{\sqrt{R^2 - 2t^2}} = R^2(\sqrt{2} - 1). \otimes$$

Пример 4.2.2. Найти массу $1/4$ окружности

$$x_1^2 + x_2^2 = R^2,$$

если $\rho(x_1, x_2) = x_2$ и $x_1 \geq 0,\ x_2 \geq 0.$

Р е ш е н и е. Воспользуемся формулой для случая плоского пути, заданного непрерывно дифференцируемой параметризацией. Параметрические уравнения окружности

$$\begin{cases} x_1 = R\cos t, \\ x_2 = R\sin t. \end{cases}$$

Поэтому имеем:

$$M = \int_W \rho(x_1, x_2)\,dl =$$

$$= \int_0^{\pi/2} R\sin t\sqrt{(-R\sin t)^2 + (R\cos t)^2}\,dt = R^2\int_0^{\pi/2}\sin t\,dt = R^2. \otimes$$

Пример 4.2.3. Вычислить криволинейный интеграл

$$I = \int_W (x + y)\,dx - x\,dy,$$

где путь W – отрезок прямой, соединяющий точки $M_0(0; 0)$ и $M_1(4; 2)$.

Р е ш е н и е. Используем формулу (10.1.18) для случая плоского пути. Здесь

$$\vec{M_0M_1} = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix} = 4\vec{e}_1 + 3\vec{e}_2,\ \vec{M_0M} = x\vec{e}_1 + y\vec{e}_2,$$

$$\vec{M_0M} = t\cdot\vec{M_0M_1},\ \begin{cases} x = 4t, \\ y = 2t, \end{cases}\ y = \frac{1}{2}x,\ x \in [0, 4].$$

Имеем:

$$\int_W (x + y)\,dx - x\,dy = \int_0^4\left(\frac{3}{2}x - \frac{1}{2}x\right)dx = \int_0^4 x\,dx = \left.\frac{x^2}{2}\right|_0^4 = 8. \otimes$$

Пример 4.2.4. Вычислить криволинейный интеграл второго рода

$$\int_W x^2 y\,dx + y^2 x\,dy$$

по пути с параметризацией $x = t,\ y = t^3,\ t \in [0, 1]$.

Р е ш е н и е. Используем формулу с естественной параметризацией для случая плоского пути:

$$\int\limits_{W_{\alpha,\beta}} F_1\left(\vec{x}\right)dx_1 + F_2\left(\vec{x}\right)dx_2 =$$

$$= \int\limits_{\alpha}^{\beta}\left[F_1\left(x_1(t), x_2(t), x_3(t)\right)\frac{dx_1(t)}{dt} + F_2\left(x_1(t), x_2(t), x_3(t)\right)\frac{dx_2(t)}{dt}\right]dt$$

Получаем:

$$\int\limits_W x^2 y dx + y^2 x dy = \int\limits_0^1 \left(t^5 + 3t^9\right)dt = \left(\frac{t^6}{6} + 3\frac{t^{10}}{10}\right)\Bigg|_0^1 = \frac{7}{15}. \otimes$$

Пример 4.2.5. Вычислить криволинейный интеграл второго рода

$$\int\limits_{\hat{W}} \left(x_2^{\,2} - x_3^{\,2}\right)dx_1 + 2x_2x_3dx_2 - x_1^{\,2}dx_3$$

по замкнутому пути с параметризацией $x_1 = t,\ x_2 = t^2,\ x_3 = t^3$, начальной и конечными точками $M_0(0;0;0)$, $M_1(1;1;1)$ соответственно.

Р е ш е н и е. Для вычисления применим формулу:

$$I_{W_{a,b}} = \int\limits_{W_{a,b}} F_1\left(\vec{x}\right)dx_1 + F_2\left(\vec{x}\right)dx_2 + F_3\left(\vec{x}\right)dx_3 =$$

$$= \int\limits_{\alpha}^{\beta}\left[F_1\left(x_1(t), x_2(t), x_3(t)\right)\frac{dx_1(t)}{dt} + F_2\left(x_1(t), x_2(t), x_3(t)\right)\frac{dx_2(t)}{dt} + \right.$$

$$\left. + F_3\left(x_1(t), x_2(t), x_3(t)\right)\frac{dx_3(t)}{dt}\right]dt.$$

Пределы изменения параметра $t \in [0, 1]$, то есть $\alpha = 0,\ \beta = 1$. Подстановка данных задачи даёт:

$$\int\limits_{\hat{W}} \left(x_2^{\,2} - x_3^{\,2}\right)dx_1 + 2x_2x_3dx_2 - x_1^{\,2}dx_3 = \int\limits_0^1 \left[\left(t^4 - t^6\right) + 4t^6 - 3t^4\right]dt =$$

$$= \int\limits_0^1 \left(3t^6 - 2t^4\right)dt = \left(\frac{3}{7}t^7 - \frac{2}{5}t^5\right)\Bigg|_0^1 = \frac{1}{35}. \otimes$$

Пример 4.2.6. Вычислить криволинейный интеграл второго рода

$$\oint_W (x+y)\,dx+(x-y)\,dy,$$

где W – окружность с уравнением $(x-1)^2+(y-1)^2=4.$

Р е ш е н и е. Запишем параметризацию окружности:

$$\vec{x}(t)=(1+2\cos t)\,\vec{e}_1+(1+2\sin t)\,\vec{e}_2,$$

$$0\le t\le 2\pi.$$

Интеграл вычисляем, пользуясь формулой

$$\int_W F_1\left(\vec{x}\right)dx+F_2\left(\vec{x}\right)dy=\int_\alpha^\beta\left[F_1\left(\vec{x}(t)\right)\frac{dx(t)}{dt}+F_2\left(\vec{x}(t)\right)\frac{dy(t)}{dt}\right]dt$$

и тем, что

$$\frac{dx(t)}{dt}=-2\sin t,\ \frac{dy(t)}{dt}=2\cos t.$$

Имеем:

$$\oint_W (x+y)\,dx+(x-y)\,dy=$$

$$=\int_0^{2\pi}\left[(1+2\cos t+2\sin t)(-2\sin t)+(1+\cos t-2\sin t)2\cos t\right]dt=$$

$$=\int_0^{2\pi}(-4\sin t-8\sin t\cdot\cos t+4\cos 2t)\,dt=0.\ \otimes$$

Практическое занятие 3

Кратные интегралы

Вычисление двойного интеграла в декартовых координатах

Пример 4.3.1. Изменить порядок интегрирования в интеграле

$$\int_{-1}^{1}dx\int_{-\sqrt{1-x^2}}^{1-x^2}f(x,y)\,dy.$$

Р е ш е н и е. Область интегрирования D ограничена линиями

$$x=-1,\ x=1,\ y=-\sqrt{1-x^2}\ ,\ y=1-x^2.$$

Первые две линии – вертикальные прямые линии, третья линия – нижняя полуокружность радиуса 1, четвёртая линия – парабола с вершиной в точке $(0;1)$, ветви параболы направлены вниз. Область D представим объединением двух областей: области D_1, ограниченной ветвями параболы $x=\pm\sqrt{1-y}$ и прямыми линиями $y=0$, $y=1$; области D_2, ограниченной линиями $x=\pm\sqrt{1-y^2}$, $y=-1$, $y=0$. Тогда имеем:

$$\int\limits_{-1}^{1}dx\int\limits_{-\sqrt{1-x^2}}^{1-x^2}f(x,y)dy=\int\limits_{0}^{1}dy\int\limits_{-\sqrt{1-y}}^{+\sqrt{1-y}}f(x,y)dx+\int\limits_{-1}^{0}dy\int\limits_{-\sqrt{1-y^2}}^{+\sqrt{1-y^2}}f(x,y)dx.\otimes$$

Пример 4.3.2. Вычислить двойной интеграл

$$\iint\limits_D x\ln y\,dxdy,$$

где $D=\{(x,y):0\le x\le 4;1\le y\le e\}$.

Р е ш е н и е. Так как область D является прямоугольником, то интеграл вычисляется непосредственно по формуле

$$\iint\limits_D f(x,y)dxdy=\int\limits_a^b dx\int\limits_c^d f(x,y)dy.$$

Имеем:

$$\iint\limits_D x\ln y\,dxdy=\int\limits_0^4 xdx\int\limits_1^e\ln y\,dy=\left\{\begin{array}{ll}u=\ln y, & du=\dfrac{dy}{y},\\ dv=dy, & v=y.\end{array}\right\}=$$

$$=\int\limits_0^4 xdx\left\{y\ln y\Big|_1^e-\int\limits_1^e dy\right\}=\frac{x^2}{2}\Big|_0^4\cdot\left\{y\ln y\Big|_1^e-y\Big|_1^e\right\}=8\cdot(e-e+1)=8.\otimes$$

Пример 4.3.3. Вычислить двойной интеграл $\iint\limits_D(x+2y)dxdy$ по области D, ограниченной линиями $y=x$, $y=2x$, $x=2$, $x=3$.

Р е ш е н и е. Область D ограничена, соответственно, слева – вертикальной прямой линией $x=2$, справа – вертикальной прямой линией $x=3$, сверху – прямой линией $y=2x$,

снизу – прямой линией $y = x$. Область простая относительно оси OY, следовательно, вычисляем интеграл по формуле

$$\iint\limits_D f(x, y)\,dxdy = \int\limits_a^b dx \int\limits_{g_1(x)}^{g_2(x)} f(x, y)\,dy.$$

Имеем:

$$\iint\limits_D (x + 2y)\,dxdy = \int\limits_2^3 dx \int\limits_x^{2x} (x + 2y)\,dy = \int\limits_2^3 dx \left(xy + y^2\right)\Big|_{y=x}^{y=2x} =$$

$$= \int\limits_2^3 \left(x^2 + 4x^2 - x^2 - x^2\right)dx = 4\int\limits_2^3 x^2 dx = \frac{4}{3}x^3\Big|_2^3 = \frac{76}{3}. \otimes$$

Пример 4.3.4. Вычислить двойной интеграл $\iint\limits_D (x - y)\,dxdy$ по области D, ограниченной линиями $x = 1,\ x = 2,\ y = x,\ y = x^2$.

Р е ш е н и е. Пользуясь формулой вычисления двойного интеграла по простой области, получаем:

$$\iint\limits_D (x - y)\,dxdy = \int\limits_1^2 dx \int\limits_x^{x^2} (x - y)\,dy = \int\limits_1^2 dx \left(2xy - \frac{y^2}{2}\right)\Big|_{y=x}^{y=x^2} =$$

$$= \int\limits_1^2 \left(2x^3 - \frac{x^4}{2} - \frac{3}{2}x^2\right)dx = \left(\frac{x^4}{2} - \frac{x^5}{10} - \frac{x^3}{2}\right)\Big|_1^2 = \frac{9}{10}. \otimes$$

Вычисление площади, объёма и массы

Пример 4.3.5. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями

$$x = 4y - y^2,\ x + y = 6.$$

Р е ш е н и е. Решая систему уравнений

$$\begin{cases} y^2 - 4y + x = 0, \\ x + y = 6, \end{cases}$$

находим точки пересечения линий: $A(-4; 2)$, $B(3; 3)$. Поэтому площадь фигуры равна

$$S \equiv \mu(D) = \iint\limits_D dxdy = \int\limits_2^3 dy \int\limits_{6-y}^{4y-y^2} dx = \int\limits_2^3 \left(x \Big|_{6-y}^{4y-y^2} \right) dy =$$

$$= \int\limits_2^3 \left(-y^2 + 5y - 6 \right) dy = \left(-\frac{1}{3}y^3 + \frac{5}{2}y^2 - 6y \right) \Big|_2^3 = \frac{1}{6}. \otimes$$

Пример 4.3.6. Найти массу пластины D с поверхностной плотностью

$$\sigma(x, y) = 16x + \frac{9}{2}y^2$$

и ограниченной линиями с уравнениями

$$x = \frac{1}{4},\ y = 0,\ y^2 = 16x,\ y \geq 0.$$

Р е ш е н и е. Так как

$$x = \frac{1}{16}y^2,$$

то $x \geq 0$. Поэтому область D можно задать неравенствами

$$0 \leq x \leq \frac{1}{4},\ 0 \leq y \leq 4\sqrt{x}.$$

Вычисляя двойной интеграл в декартовых координатах, получаем:

$$m(D) = \iint\limits_D \sigma(x, y)\, dxdy = \iint\limits_D \left(16x + \frac{9}{2}y^2 \right) dxdy =$$

$$= \int\limits_0^{1/4} dx \int\limits_0^{4\sqrt{x}} \left(16x + \frac{9}{2}y^2 \right) dy = \int\limits_0^{1/4} \left(16xy + \frac{3}{2}y^3 \right) \Big|_0^{4\sqrt{x}} dx = 160 \int\limits_0^{1/4} x^{3/2} dx = 2. \otimes$$

Вычисление двойного интеграла в полярных координатах

Пример 4.3.7. Вычислить двойной интеграл

$$\iint\limits_D \sqrt{x^2 + y^2}\, dxdy,$$

переходя к полярным координатам, где область D – 1-я четверть круга

$$x^2 + y^2 \leq a^2.$$

Р е ш е н и е. Так как $x = r\cos\varphi$, $y = r\sin\varphi$, то область в полярных координатах имеет вид

$$\Omega = \left\{ (r;\varphi) : 0 \le r \le a;\ 0 < \varphi \frac{\pi}{2} \right\}$$

и, применяя формулу перехода к полярной системе координат, получаем:

$$\iint\limits_D \sqrt{x^2+y^2}\,dxdy = \iint\limits_\Omega \sqrt{r^2\cos^2\varphi + r^2\sin^2\varphi}\,rdrd\varphi = \int\limits_0^{\pi/2} d\varphi \int\limits_0^a r^2 dr =$$

$$= \frac{1}{3}\int\limits_0^{\pi/2} r^3 \Big|_0^a d\varphi = \frac{a^3}{3}\int\limits_0^{\pi/2} d\varphi = \frac{\pi a^3}{6}. \otimes$$

Пример 4.3.8. Вычислить двойной интеграл $\iint\limits_D \ln(x^2+y^2)\,dxdy$, переходя к полярным координатам, если область D – кольцо, заключённое между окружностями $x^2+y^2 = e^2$ и $x^2+y^2 = e^4$.

Р е ш е н и е. Переходя к полярным координатам, имеем:

$$\iint\limits_D \ln(x^2+y^2)\,dxdy = \iint\limits_\Omega \ln r^2\, rdrd\varphi = 2\iint\limits_\Omega r\ln r\,drd\varphi =$$

$$= \left\{ \Omega : 0 \le \varphi \le 2\pi;\ e \le r \le e^2 \right\}$$

$$= 2\int\limits_0^{2\pi} d\varphi \int\limits_e^{e^2} r\ln r\,dr = \left\{ \begin{array}{ll} u = \ln r, & du = \dfrac{dr}{r}, \\ dv = rdr, & v = \dfrac{r^2}{2}. \end{array} \right\} =$$

$$= 2\int\limits_0^{2\pi} d\varphi \left\{ \frac{r^2}{2}\ln r \Big|_e^{e^2} - \frac{1}{2}\int\limits_e^{e^2} r dr \right\} = 2\int\limits_0^{2\pi} \left[\frac{1}{4}e^2(2e^2-1) \right] d\varphi = \pi e^2(2e^2-1). \otimes$$

Пример 4.3.9. Вычислить объём тела, ограниченного поверхностями

$$x^2+y^2 = 8,\ x = 0,\ y = 0,\ z = 0,\ x+y+z = 4.$$

Р е ш е н и е. Тело ограничено кругом на плоскости XOY с центром в начале системы координат, координатными плоскостями и плоскостью

$$\frac{x}{4}+\frac{y}{4}+\frac{z}{4}=1.$$

Поэтому в полярных координатах имеем

$$V=\iint\limits_D f(x,y)\,dxdy=\iint\limits_\Omega f(r\cos\varphi, r\sin\varphi)\,r\,drd\varphi=$$

$$=\int\limits_0^{\pi/2}d\varphi\int\limits_0^{2\sqrt{2}}f(r\cos\varphi, r\sin\varphi)\,r\,dr=$$

$$=\int\limits_0^{\pi/2}d\varphi\int\limits_0^{2\sqrt{2}}(4-r\cos\varphi-r\sin\varphi)\,r\,dr=16\int\limits_0^{\pi/2}\left[1-\frac{\sqrt{2}}{3}(\cos\varphi+\sin\varphi)\right]d\varphi=$$

$$=16\left[\varphi-\frac{\sqrt{2}}{3}(\sin\varphi-\cos\varphi)\right]\Big|_0^{\pi/2}=8\pi-\frac{32\sqrt{2}}{3}.\otimes$$

Пример 4.3.10. Вычислить двойной интеграл

$$\iint\limits_D xdxdy,$$

где область D ограничена линиями с уравнениями:

$$y^2-4y+x^2=0;\ y^2-8y+x^2=0;\ y=\frac{1}{\sqrt{3}}x;\ x=0.$$

Р е ш е н и е. Задаём область D неравенствами в декартовой системе координат, для чего выделяем полные квадраты в уравнениях окружностей:

$$(y-2)^2+x^2=4;\ (y-4)^2+x^2=16,$$

Центры обеих окружностей имеют координаты $(0;2)$ и $(0;4)$, а сами окружности касаются начала системы координат. Первая окружность имеет радиус 2 и лежит, следовательно, внутри второй окружности с радиусом 4. Область D лежит между окружностями и координаты её точек удовлетворяют неравенствам

$$(y-2)^2+x^2\ge 4;\ (y-4)^2+x^2\le 16.$$

Кроме этого, область D лежит между указанными прямыми линиями, проходящими через начало системы координат. Так как окружности лежат выше оси OX, то область D ле-

жит над прямой линией $y = \frac{1}{\sqrt{3}}x$ и справа от прямой линии $x = 0$. Поэтому координаты точек области D удовлетворяют неравенствам

$$y \geq \frac{x}{\sqrt{3}},\ x \geq 0.$$

Таким образом,

$$D = \begin{cases} (y-2)^2 + x^2 \geq 4, \\ (x;\ y):\ (y-4)^2 + x^2 \leq 16, \\ y \geq \frac{x}{\sqrt{3}},\ x \geq 0. \end{cases}$$

Для вычисления используем полярную систему координат:

$$x = r\cos\varphi,\ y = r\sin\varphi.$$

Формула вычисления двойного интеграла принимает вид

$$\iint\limits_D x\,dx\,dy = \iint\limits_\Omega r\cos\varphi\, r\,dr\,d\varphi.$$

В неравенствах, определяющих область интегрирования, производим замену $x = r\cos\varphi,\ y = r\sin\varphi$, получаем

$$\Omega = \begin{cases} (r\sin\varphi - 2)^2 + r^2\cos^2\varphi \geq 4, \\ (r;\ \varphi):\ (r\sin\varphi - 4)^2 + r^2\cos^2\varphi \leq 16, \\ r\sin\varphi \geq \frac{r\cos\varphi}{\sqrt{3}},\ r\cos\varphi \geq 0. \end{cases}$$

Решение этих неравенств относительно r и φ имеет вид

$$\Omega = \begin{cases} (r;\ \varphi):\ \frac{\pi}{6} \leq \varphi \leq \frac{\pi}{2}, \\ 4\sin\varphi \leq r \leq 8\sin\varphi. \end{cases}$$

Переход от двойного интеграла к повторному интегралу даёт:

$$\iint\limits_D x\,dx\,dy = \iint\limits_\Omega r\cos\varphi\, r\,dr\,d\varphi = \int\limits_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} \cos\varphi\,d\varphi \int\limits_{4\sin\varphi}^{8\sin\varphi} r^2\,dr,$$

Интегрируя последовательно, получаем:

$$\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} \cos\varphi d\varphi \int_{4\sin\varphi}^{8\sin\varphi} r^2 dr = 35. \otimes$$

Вычисление тройного интеграла в декартовых координатах

Пример 4.3.11. Вычислить тройной интеграл

$$I = \iiint_V (x - 2y + z)\,dxdydz,$$

где область V – параллелепипед, заданный неравенствами

$$-1 \le x \le 2,\ 1 \le y \le 3,\ 0 \le z \le 1.$$

Р е ш е н и е. Используя формулу (1.50)

$$\iiint_V f(x, y, z)\,dxdydz = \int_a^b dx \int_{y=g_1(x)}^{y=g_2(x)} dy \int_{z=u_1(x,y)}^{z=u_2(x,y)} f(x, y, z)\,dz,$$

получаем:

$$I = \iiint_V (x - 2y + z)\,dxdydz = \int_{-1}^{2} dx \int_{1}^{3} dy \int_{0}^{1} (x - 2y + z)\,dz = -18. \otimes$$

Пример 4.3.12. Вычислить тройной интеграл

$$I = \iiint_V (x + y + z)\,dxdydz,$$

где область V – пирамида, ограниченная плоскостями

$$x = 0,\ y = 0,\ z = 0,\ x + y + z = 2.$$

Р е ш е н и е. Запишем уравнение плоскости

$$z = 2 - x - y,$$

«ограничивающей пирамиду» сверху, в отрезках

$$\frac{x}{2} + \frac{y}{2} + \frac{z}{2} = 1.$$

Теперь можем изобразить пирамиду (рисунок 3.1).

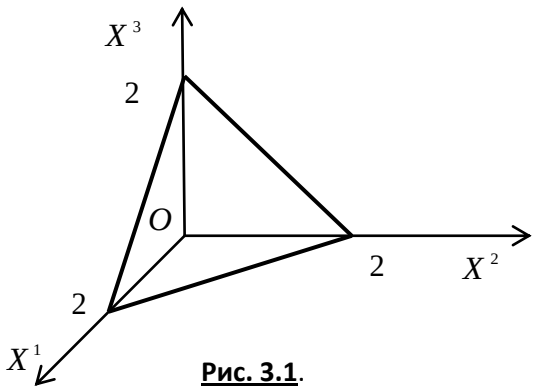


Рис. 3.1.

Применяем для решения формулу

$$\iiint_V f(x, y, z)\,dxdydz = \int_a^b dx \int_{y=g_1(x)}^{y=g_2(x)} dy \int_{z=u_1(x,y)}^{z=u_2(x,y)} f(x, y, z)\,dz,$$

расставляя пределы в соответствии с условиями задачи:

$$I = \iiint_V (x + y + z)\,dxdydz = \int_0^2 dx \int_0^{2-x} dy \int_0^{2-x-y} (x + y + z)\,dz =$$

$$= \int_0^2 dx \int_0^{2-x} \left[x \cdot z + y \cdot z + \frac{z^2}{2} \right]_0^{2-x-y} dy = \int_0^2 \left[2y - x \cdot \frac{y^2}{2} - y \cdot \frac{x^2}{2} - \frac{y^3}{6} \right]_0^{2-x} dx =$$

$$= \int_0^2 \left(\frac{8}{3} - 2x + \frac{x^3}{6} \right) dx = \left[\frac{8}{3}x - x^2 + \frac{x^4}{24} \right]_0^2 = 2. \otimes$$

Вычисление тройного интеграла в цилиндрических

и сферических координатах

Пример 4.3.13. Найти объём кругового цилиндра высоты H с радиусом основания R.

Р е ш е н и е. Формула для вычисления тройного интеграла в цилиндрической системе координат имеет вид:

цилиндрических координатах:

$$V_V = \iiint_V dxdydz = \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^R r dr \int_0^H dz = \pi R^2 H\,. \otimes$$

Пример 4.3.14. Найти объём шара радиуса R.

Р е ш е н и е. Для вычисления объёма шара используем формулу вычисления тройного интеграла в сферических координатах. Учитывая, что

$$f(x, y, z) = f(\sin\theta\cos\varphi, r\sin\theta\sin\varphi, r\cos\theta) \equiv 1,$$

получаем:

$$V_V = \iiint\limits_V dxdydz = \int\limits_0^{2\pi} d\varphi \int\limits_0^{\pi} \sin\theta d\theta \int\limits_0^{R} r^2 dr = \frac{4}{3}\pi R^3 . \otimes$$

Пример 4.3.15. Вычислить тройной интеграл

$$\iiint\limits_V \frac{x^2}{x^2+y^2} dxdydz,$$

где область V ограничена поверхностями

$$z = \frac{9}{2}\sqrt{x^2+y^2}$$ (конус),

$$z = \frac{11}{2} - x^2 - y^2$$ (эллиптический параболоид).

Р е ш е н и е. Область V – тело вращения вокруг оси OZ, поэтому переходим к цилиндрическим координатам:

$$\begin{cases} x = r\cos\varphi, \\ y = r\sin\varphi, \\ z = z. \end{cases}$$

Для искомого интеграла получаем:

$$\iiint\limits_V \frac{x^2}{x^2+y^2} dxdydz = \iiint\limits_\Omega \cos^2\varphi r dr d\varphi dz .$$

Задаём область Ω' неравенствами, заменяя в уравнениях поверхностей декартовы координаты цилиндрическими координатами:

$$x = r\cos\varphi,\ y = r\sin\varphi .$$

Получаем два двойных неравенства:

$$\frac{9}{2}r \le z \le \frac{11}{2} - r^2 \text{ и } \frac{11}{2} - r^2 \le z \le \frac{9}{2}r .$$

Для выбора верного неравенства решаем уравнение

$$\frac{9}{2}r = \frac{11}{2} - r^2.$$

Единственное положительное решение $r = 1$, следовательно, $0 \le r \le 1$. При этих значениях верное неравенство

$$\frac{9}{2}r \le z \le \frac{11}{2} - r^2.$$

Область

$$\Omega = \begin{cases} 0 \le r \le 1, \\ \frac{9}{2}r \le z \le \frac{11}{2} - r^2, \\ 0 \le \varphi \le 2\pi. \end{cases}$$

Переход к повторному интегралу даёт:

$$\iiint\limits_V \frac{x^2}{x^2 + y^2}\,dxdydz = \iiint\limits_\Omega \cos^2\varphi\, r dr d\varphi dz =$$

$$= \iiint\limits_{\Omega'} \frac{r^2\cos^2\varphi}{r^2\cos^2\varphi + r^2\sin^2\varphi}\, r dr d\varphi dz = \ldots = \pi\,. \otimes$$

Практическое занятие 4

Приложения криволинейных и кратных интегралов

Пример 4.4.1. Электрическое поле линейного непрерывно-распределённого электрического заряда вычисляется по формуле

$$\vec{E}\left(\vec{x}_0\right) = \int\limits_W \frac{\gamma\left(\vec{x}\right)\cdot\left(\vec{x}_0 - \vec{x}\right)}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0\left\|\vec{x}_0 - \vec{x}\right\|^3} dl\,, \qquad (1)$$

где $\vec{x}_0$ – точка наблюдения, а линейная плотность заряда равна

$$\gamma\left(\vec{x}\right)=\frac{dQ\left(\vec{x}\right)}{dl}.$$

Найти напряжённость электрического поля однородно заряженной проволоки длиной L, имеющей форму дуги окружности радиуса r, в центре окружности, считая линейную плотность заряда постоянной.

Р е ш е н и е. Так как $\gamma\left(\vec{x}\right)=const$, то формула (1) принимает вид

$$\vec{E}\left(\vec{x}_0\right)=\frac{\gamma}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0}\int_W\frac{\left(\vec{x}_0-\vec{x}\right)}{\left\|\vec{x}_0-\vec{x}\right\|^3}dl=$$

$$=\frac{\gamma}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0}\left[\left(\int_W\frac{x_0-x}{\left\|\vec{x}_0-\vec{x}\right\|^3}dl\right)\vec{e}_1+\left(\int_W\frac{y_0-y}{\left\|\vec{x}_0-\vec{x}\right\|^3}dl\right)\vec{e}_2\right]. \qquad (2)$$

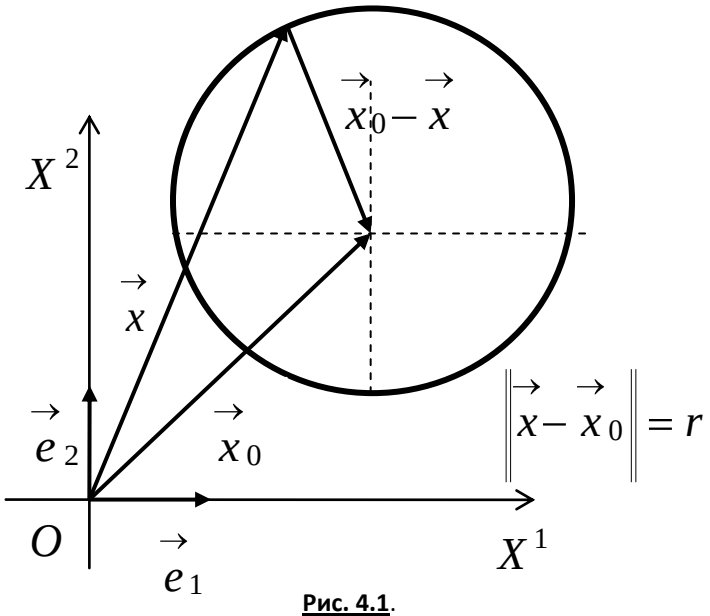


Рис. 4.1.

Вспомним параметрические уравнения окружности (рисунок 4.1):

$$\vec{x} = \vec{x}_0 + r\cos t \cdot \vec{e}_1 + r\sin t \cdot \vec{e}_2 \qquad (3)$$

– векторная форма;

$$\begin{cases} x = x_0 + r\cos t, \\ y = y_0 + r\sin t \end{cases} \qquad (4)$$

– скалярная форма.

Чтобы воспользоваться для вычисления интеграла формулой

$$\int_W f(x, y)\,dl = \int_\alpha^\beta f(x(t), y(t))\sqrt{\left[\frac{dx}{dt}(t)\right]^2 + \left[\frac{dy}{dt}(t)\right]^2}\,dt,$$

нам нужен дифференциал длины дуги кривой $dl = \left\|\frac{d\vec{x}}{dt}\right\| dt$. По формуле (3) имеем:

$$\frac{d\vec{x}}{dt} = -r\sin t \cdot \vec{e}_1 + r\cos t \cdot \vec{e}_2.$$

Отсюда для нормы вектора скорости получаем

$$\left\|\frac{d\vec{x}}{dt}\right\| = \sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2} = \sqrt{(-r\sin t)^2 + (r\cos t)^2} = r,$$

откуда имеем

$$dl = \left\|\frac{d\vec{x}}{dt}\right\| dt = r\,dt.$$

С учётом того, что в рассматриваемом случае точка наблюдения помещена в центр окружности, а точки источника поля находятся в точках самой окружности и очевидного равенства

$$\left\|\vec{x} - \vec{x}_0\right\| = \left\|\vec{x}_0 - \vec{x}\right\|,$$

дальнейшие вычисления напряжённости электрического поля в центре окружности проводятся так:

$$\vec{E}\left(\vec{x}_0\right)=\frac{\gamma}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0}\left[\left(\int\limits_W\frac{x_0-x}{\left\|\vec{x}-\vec{x}_0\right\|^3}dl\right)\vec{e}_1+\left(\int\limits_W\frac{y_0-y}{\left\|\vec{x}-\vec{x}_0\right\|^3}dl\right)\vec{e}_2\right]=$$

$$=-\frac{\gamma}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0}\left[\left(\int\limits_{-\alpha/2}^{\alpha/2}\frac{r\cos t}{r^3}rdt\right)\vec{e}_1+\left(\int\limits_{-\alpha/2}^{\alpha/2}\frac{r\sin t}{r^3}rdt\right)\vec{e}_2\right]=$$

$$=-\frac{\gamma}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0}\left[\left(\int\limits_{-\alpha/2}^{\alpha/2}\frac{\cos t}{r}dt\right)\vec{e}_1+\left(\int\limits_{-\alpha/2}^{\alpha/2}\frac{\sin t}{r}dt\right)\vec{e}_2\right]=$$

$$=-\frac{\gamma}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r}\left[\left(\int\limits_{-\alpha/2}^{\alpha/2}\cos t dt\right)\vec{e}_1+\left(\int\limits_{-\alpha/2}^{\alpha/2}\sin t dt\right)\vec{e}_2\right]=$$

$$=-\frac{\gamma}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r}\left[\left(\sin t\Big|_{-\alpha/2}^{\alpha/2}\right)\vec{e}_1+\left(-\cos t\Big|_{-\alpha/2}^{\alpha/2}\right)\vec{e}_2\right]=$$

$$=-\frac{\gamma}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r}\left[2\sin\frac{\alpha}{2}\vec{e}_1-\underbrace{\left(\cos\frac{\alpha}{2}-\cos\left(-\frac{\alpha}{2}\right)\right)}_{=0}\vec{e}_2\right]=-\frac{\gamma}{2\pi\varepsilon\varepsilon_0 r}\sin\frac{\alpha}{2}\vec{e}_1.$$

Получили следующую формулу для электрического поля, создаваемого в центре окружности линейным равномерным распределением заряда

$$\vec{E}\left(\vec{x}_0\right)=-\frac{\gamma}{2\pi\varepsilon\varepsilon_0 r}\sin\frac{\alpha}{2}\cdot\vec{e}_1. \qquad (6)$$

Из формулы (6) легко получаем формулу для нормы напряжённости электрического поля

$$E=\left\|\vec{E}\left(\vec{x}_0\right)\right\|=\frac{\gamma}{2\pi\varepsilon\varepsilon_0 r}\sin\frac{\alpha}{2}, \qquad (7)$$

из которой следует:

1) $E=\dfrac{\gamma}{2\pi\varepsilon\varepsilon_0 r}$ при $\alpha=\pi$;

2) $E=0$ при $\alpha=2\pi$. $\otimes$

Пример 4.4.2. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями с уравнениями

$$y^2-4y+x^2=0,\ y^2-8y+x^2=0,\ y=\frac{x}{\sqrt{3}},\ x=0.$$

Р е ш е н и е. Область ограничена окружностями и прямыми, поэтому решаем задачу в полярных координатах:

$$x=r\cos\varphi\ ,\ y=r\sin\varphi.$$

При переходе к полярным координатам область D перейдёт в область D', ограниченную линиями

$$r=4\cos\varphi,\ r=8\cos\varphi,\ \frac{\pi}{6}\le\varphi\le\frac{\pi}{2}.$$

Искомая площадь равна $S=\iint\limits_{D'}r^2drd\varphi$. В полярных координатах область D' задаётся неравенствами

$$D'=\begin{cases}\dfrac{\pi}{6}\le\varphi\le\dfrac{\pi}{2},\\ 4\cos\varphi\le r\le 8\cos\varphi.\end{cases}$$

Переход от двойного интеграла к повторному интегралу даёт:

$$S=\iint\limits_{D'}r^2drd\varphi=\int\limits_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}}d\varphi\int\limits_{4\cos\varphi}^{8\cos\varphi}rdr.$$

Результат получается интегрированием:

$$S=\iint\limits_{D'}r^2drd\varphi=\int\limits_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}}d\varphi\int\limits_{4\cos\varphi}^{8\cos\varphi}rdr=24\int\limits_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}}\cos^2\varphi=\left\{\cos^2\varphi=\frac{1+\cos2\varphi}{2}\right\}=$$

$$=12\int\limits_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}}d\varphi+6\int\limits_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}}\cos2\varphi d(2\varphi)=8\pi-(6+3\sqrt{3}).\otimes$$

Пример 4.4.3. Применяя формулу Грина, вычислить криволинейный интеграл

$$\oint\limits_{\Gamma}-x^2ydx+xy^2dy,\qquad(1)$$

где Γ – окружность с уравнением $x^2 + y^2 = R^2$, причём обход окружности осуществляется против часовой стрелки.

Р е ш е н и е. Формула Грина имеет вид:

$$\iint\limits_{\Omega}\left(\frac{\partial Q}{\partial x} - \frac{\partial P}{\partial y}\right)(x, y)\,dxdy = \oint\limits_{\Gamma} P(x, y)\,dx + Q(x, y)\,dy.$$

Сравнивая с (1), видим, что $P(x, y) = -x^2 y$, $Q(x, y) = xy^2$. Поэтому

$$\left(\frac{\partial Q}{\partial x} - \frac{\partial P}{\partial y}\right)(x, y) = x^2 + y^2.$$

Следовательно, получаем

$$\oint\limits_{\Gamma} -x^2 y dx + xy^2 dy = \iint\limits_{\Omega}(x^2 + y^2)\,dxdy.$$

Вычисления проводим в полярных координатах:

$$x = R\cos\varphi,\ y = R\sin\varphi,\ 0 \le \varphi \le 2\pi,$$

$$\oint\limits_{\Gamma} -x^2 y dx + xy^2 dy = \iint r^2 r dr d\varphi = \int\limits_0^{2\pi} d\varphi \int\limits_0^R r^3 dr = \frac{1}{4}R^4 \int\limits_0^{2\pi} d\varphi = \frac{\pi R^4}{2}. \otimes$$

Пример 4.4.4. Применяя формулу Грина, вычислить площадь фигуры, ограниченной кривыми линиями с уравнениями

$$y = x^2,\ x = y^2,\ 8xy = 1,$$

примыкающей к началу системы координат.

Р е ш е н и е. Площадь плоской фигуры вычисляется по формуле:

$$S(\Omega) = \iint\limits_{\Omega} dxdy = \frac{1}{2}\oint\limits_{\Gamma} xdy - ydx.$$

Рассмотрим вид фигуры. Первая и вторая кривые линии – это стандартные параболы с осью OY и OX соответственно. Решая совместно уравнения кривых линий, найдём точки их пересечения:

$$A\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{4}\right),\ B\left(\frac{1}{4}; \frac{1}{2}\right).$$

Применим формулу для вычисления площади плоской фигуры:

$$S(\Omega) = \frac{1}{2}\oint\limits_{\Gamma} xdy - ydx = \frac{1}{2}\int\limits_{OA} xdy - ydx + \frac{1}{2}\int\limits_{AB} xdy - ydx + \frac{1}{2}\int\limits_{BO} xdy - ydx =$$

$$= \frac{1}{2}\int_0^{1/2} x^2 dx - \frac{1}{8}\int_{1/2}^{1/4} \frac{dx}{x} - \frac{1}{4}\int_{1/4}^{0} \sqrt{x}\,dx = \frac{1+3\ln 2}{24} \approx 0{,}13. \otimes$$

Практическое занятие 5

Поверхностные интегралы первого и второго рода

Пример 4.5.1. Вычислить поверхностный интеграл первого рода

$$\iint_F (x^2 + y^2)\,dS,$$

где F – часть конической поверхности, заключённой между плоскостями с уравнениями $z = 0$ и $z = 1$.

Р е ш е н и е. Поверхностный интеграл первого рода вычисляется по формуле

$$\iint_F f(x, y, z)\,dS =$$

$$= \iint_{G^{12}} f(x, y, \varphi(x, y)) \sqrt{1 + \left[\frac{\partial \varphi}{\partial x}(x, y)\right]^2 + \left[\frac{\partial \varphi}{\partial y}(x, y)\right]^2}\,dxdy. \qquad (1)$$

В силу условий задачи выбираем верхнюю часть конической поверхности с уравнением

$$z = \varphi(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2}.$$

Поэтому

$$\frac{\partial \varphi}{\partial x}(x, y) = \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}}, \quad \frac{\partial \varphi}{\partial y}(x, y) = \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}},$$

$$dS = \sqrt{1 + \left[\frac{\partial \varphi}{\partial x}(x, y)\right]^2 + \left[\frac{\partial \varphi}{\partial y}(x, y)\right]^2}\,dxdy =$$

$$= \sqrt{1 + \frac{x^2}{x^2 + y^2} + \frac{y^2}{x^2 + y^2}}\,dxdy = \sqrt{2}\,dxdy.$$

Искомый интеграл преобразуется в двойной интеграл по формуле (1):

$$\iint_F (x^2 + y^2)\,dS = \iint_{G^{12}} \sqrt{2} \cdot (x^2 + y^2)\,dxdy.$$

Так как область G^{12} – это круг, определённый неравенством $x^2 + y^2 \le 1$, то

$$\iint\limits_F (x^2 + y^2)\,dS = \iint\limits_{G^{12}} \sqrt{2}\cdot(x^2 + y^2)\,dxdy = 4\sqrt{2}\int\limits_0^{\pi/2} d\varphi \int\limits_0^1 r^3 dr = \frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\pi\,. \otimes$$

Пример 4.5.2. Вычислить поверхностный интеграл первого рода

$$\iint\limits_F (\sqrt{a^2 - x^2} + z)\,ydS,$$

где F – поверхность цилиндра

$$x^2 + z^2 = a^2,$$

заключённая между плоскостями $y = b$ и $y = c$.

Р е ш е н и е. Из уравнения

$$x^2 + z^2 = a^2$$

следует

$$z = \varphi^3(x, y) = \pm\sqrt{a^2 - x^2}\,.$$

Поверхность F разбилась на две части: F_1 $(z \ge 0)$ и F_2 $(z \le 0)$. Определим элемент поверхности dS в соответствии с формулой вычисления поверхностного интеграла первого рода:

$$\frac{\partial\varphi(x, y)}{\partial x} = -\frac{x}{\sqrt{a^2 - x^2}};\ \frac{\partial\varphi(x, y)}{\partial y} = 0;$$

$$dS = \sqrt{1 + \left[\frac{\partial\varphi}{\partial x}(x, y)\right]^2 + \left[\frac{\partial\varphi}{\partial y}(x, y)\right]^2}\,dxdy = \frac{a\,dxdy}{\sqrt{a^2 - x^2}}.$$

Подставляя элемент поверхности в формулу для вычисления поверхностного интеграла первого рода

$$\iint\limits_F f(x, y, z)\,dS = \iint\limits_G f(x, y, \varphi(x, y))\sqrt{1 + \left[\frac{\partial\varphi}{\partial x}(x, y)\right]^2 + \left[\frac{\partial\varphi}{\partial y}(x, y)\right]^2}\,dxdy,$$

получим:

$$\iint\limits_F (\sqrt{a^2 - x^2} + z)\,ydS =$$

$$= \iint\limits_{F_1} \left(\sqrt{a^2 - x^2} + \sqrt{a^2 - x^2}\right) y dS + \iint\limits_{F_2} \left(\sqrt{a^2 - x^2} - \sqrt{a^2 - x^2}\right) y dS =$$

$$= \iint\limits_{G_1} 2\sqrt{a^2 - x^2}\, y \frac{a dx dy}{\sqrt{a^2 - x^2}} = 2a \iint\limits_{G_1} y dx dy =$$

$$= 2a \int\limits_{-a}^{a} dx \int\limits_{b}^{c} y dy = 2a^2 \left(c^2 - b^2\right). \otimes$$

Пример 4.5.3. Вычислить поверхностный интеграл второго рода

$$\iint\limits_F x^2 y^2 z dx dy$$

по верхней стороне верхней половины сферы с уравнением

$$x^2 + y^2 + z^2 = R^2.$$

Р е ш е н и е. Проекцией верхней полусферы на координатную плоскость XOY является круг, ограниченный окружностью

$$x^2 + y^2 = R^2.$$

Уравнение верхней полусферы

$$z = \varphi(x, y) = \sqrt{R^2 - x^2 - y^2}.$$

Следовательно, искомый интеграл преобразуется в двойной интеграл так:

$$\iint\limits_F x^2 y^2 z dx dy = \iint\limits_{G^{12}} x^2 y^2 \sqrt{R^2 - x^2 - y^2} dx dy.$$

Вычисления проводим в полярных координатах:

$$\iint\limits_{G^{12}} x^2 y^2 \sqrt{R^2 - x^2 - y^2} dx dy = \iint\limits_{G^{12}} r^5 \cos^2\varphi \cdot \sin^2\varphi \sqrt{R^2 - r^2} dr d\varphi =$$

$$= 4 \int\limits_0^{\pi/2} \cos^2\varphi \cdot \sin^2\varphi d\varphi \int\limits_0^R r^5 \sqrt{R^2 - r^2} dr =$$

$$= \left\{ \begin{array}{l} \sqrt{R^2 - r^2} = t;\ R^2 - r^2 = t^2; \\ r dr = -t dt;\ r^4 = \left(R^2 - t^2\right)^2. \end{array} \right\} == \int\limits_0^{\pi/2} \frac{1 - \cos 4\varphi}{2} d\varphi \int\limits_0^R \left(R^2 - t^2\right)^2 t^2 dt$$

$$= \frac{2}{105} \pi R^7. \otimes$$

Пример 4.5.4. Вычислить поверхностный интеграл второго рода

$$\iint\limits_F xdydz + ydzdx + zdxdy,$$

где F – верхняя сторона части плоскости с уравнением $x + z - 1 = 0$, отсечённая плоскостями с уравнениями $y = 0$, $y = 4$ и лежащая в первом октанте.

Р е ш е н и е. Заданная поверхность изображена на рисунке5.1. Для вычисления интеграла используем формулу вычисления общего поверхностного интеграла второго рода:

$$\iint\limits_F P(x, y, z)dydz + Q(x, y, z)dzdx + R(x, y, z)dxdy =$$

$$= \iint\limits_{G_{23}} P(\varphi(y, z), y, z)dydz + \iint\limits_{G_{13}} Q(x, \psi(x, z), z)dxdz +$$

$$+ \iint\limits_{G_{12}} R(x, y, \omega(x, y))dxdy.$$

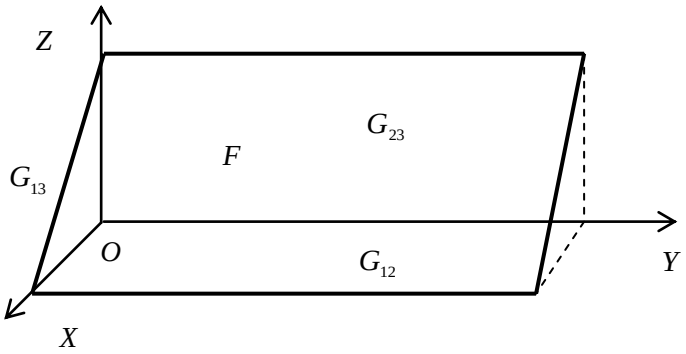


Рис. 5.1.

Так как плоскость параллельна оси OY, то

$$\iint\limits_{G_{13}} Q(x, \psi(x, z), z)dxdz = 0.$$

Получаем:

$$\iint\limits_F xdydz + ydzdx + zdxdy = \iint\limits_{G_{23}} (-z)dydz + \iint\limits_{G_{12}} (-x)dxdy = 4. \otimes$$

Практическое занятие 6

Векторный анализ

Пример 4.6.1. Найти градиент сферически-симметричного скалярного поля

$$u = \varphi(r),$$

где $r = \left\| \vec{r} \right\| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$.

Р е ш е н и е. По определению градиента имеем

$$\operatorname{grad} \varphi(r) = \frac{\partial}{\partial x}\varphi(r)\vec{e}_1 + \frac{\partial}{\partial y}\varphi(r)\vec{e}_2 + \frac{\partial}{\partial z}\varphi(r)\vec{e}_3 =$$

$$= \frac{d\varphi}{dr}\frac{x}{r}\vec{e}_1 + \frac{d\varphi}{dr}\frac{y}{r}\vec{e}_2 + \frac{d\varphi}{dr}\frac{z}{r}\vec{e}_3 = \frac{d\varphi}{dr}\cdot\frac{\vec{r}}{r}. \otimes$$

Отметим, что векторное поле, определяемое соотношением $\vec{a} = \operatorname{grad}\varphi$, называется ***потенциальным полем***, а скалярная функция φ называется ***потенциалом*** векторного поля $\vec{a}$. Само векторное поле $\vec{a} = \frac{d\varphi}{dr}\cdot\frac{\vec{r}}{r}$ называется ***потенциальным*** полем. Иногда потенциальное поле определяют соотношением $\vec{a} = -\operatorname{grad}\varphi$.

Пример 4.6.2. Найти дивергенцию сферически-симметричного векторного поля $\vec{a} = \varphi(r)\vec{r}$.

Р е ш е н и е. По определению дивергенции имеем:

$$\operatorname{div}\vec{a} = \left(\vec{\nabla}, \varphi(r)\vec{r}\right) = \frac{\partial}{\partial x}\left[\varphi(r)x\right] + \frac{\partial}{\partial y}\left[\varphi(r)y\right] + \frac{\partial}{\partial z}\left[\varphi(r)z\right] =$$

$$= \frac{d\varphi}{dr}\frac{x^2}{r} + \varphi(r) + \frac{d\varphi}{dr}\frac{y^2}{r} + \varphi(r) + \frac{d\varphi}{dr}\frac{z^2}{r} + \varphi(r) = \frac{d\varphi}{dr}\cdot r + 3\varphi(r). \otimes$$

Векторное поле называется ***соленоидальным***, если выполнено условие $div\,\vec{a} = 0$. $\otimes$

Пример 4.6.3. Найти условие соленоидальности векторного поля из предыдущего примера.

Р е ш е н и е. Условие соленоидальности $\operatorname{div}\vec{a} = 0$ для поля $\vec{a} = \varphi(r)\vec{r}$ приводит к обыкновенному дифференциальному уравнению

$$\frac{d\varphi}{dr}\cdot r + 3\varphi(r) = 0$$

С разделяющимися переменными. Разделяя переменные и учитывая, что в случае функций одного переменного производная $\frac{d\varphi}{dr}$ – это отношение двух дифференциалов, получаем:

$$\frac{d\varphi}{\varphi} = -3\frac{dr}{r}. \qquad (1)$$

Интегрируя уравнение (1), получаем $\ln|\varphi| = -3\ln r + C_1$. Записывая произвольную постоянную в логарифмическом виде $C_1 = \ln C$, где C – произвольная положительная постоянная, получаем $\varphi = \frac{C}{r^3}$. Здесь C уже произвольная (не обязательно положительная) постоянная. $\otimes$

Пример 4.6.4. Найти ротор сферически-симметричного векторного поля

$$\vec{a} = \varphi(r)\vec{r},$$

где $r = \left\|\vec{r}\right\| = \sqrt{x^2+y^2+z^2}$.

Р е ш е н и е. Записывая векторное поле в разложении по декартовому базису

$$\vec{a} = \varphi(r)\vec{r} = \varphi(r)x\vec{e}_1 + \varphi(r)y\vec{e}_2 + \varphi(r)z\vec{e}_3,$$

и используя определение ротора, получаем:

$$\operatorname{rot}\vec{a} = \left[\vec{\nabla}, \vec{a}\right] = \begin{vmatrix} \vec{e}_1 & \vec{e}_2 & \vec{e}_3 \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ \varphi(r)x & \varphi(r)y & \varphi(r)z \end{vmatrix} =$$

$$= \left\{\frac{\partial}{\partial y}\left[\varphi(r)z\right] - \frac{\partial}{\partial z}\left[\varphi(r)y\right]\right\}\vec{e}_1 + \left\{\frac{\partial}{\partial z}\left[\varphi(r)x\right] - \frac{\partial}{\partial x}\left[\varphi(r)z\right]\right\}\vec{e}_2$$

$$+ \left\{\frac{\partial}{\partial x}\left[\varphi(r)y\right] - \frac{\partial}{\partial y}\left[\varphi(r)x\right]\right\}\vec{e}_3 = \frac{d\varphi(r)}{dr}\left(\frac{yz}{r} - \frac{zy}{r}\right)\vec{e}_1 +$$

$$+ \frac{d\varphi(r)}{dr}\left(\frac{zx}{r} - \frac{xz}{r}\right)\vec{e}_2 + \frac{d\varphi(r)}{dr}\left(\frac{xy}{r} - \frac{yx}{r}\right)\vec{e}_3 = \vec{0}. \otimes$$

Векторное поле, для которого выполнено соотношение $rot\,\vec{a} = \vec{0}$, называется ***безвихревым*** полем. Из предыдущей задачи следует, что сферически-симметричное векторное поле является безвихревым полем.

Пример 4.6.5. Доказать, что

$$\operatorname{div}\left[\vec{A}, \vec{B}\right] = \left(\vec{B}, \operatorname{rot}\vec{A}\right) - \left(\vec{A}, \operatorname{rot}\vec{B}\right). \qquad (1)$$

Р е ш е н и е. Для решения применим правило действия оператора $\vec{\nabla}$ на произведение функций

$$\vec{\nabla}\left(\varphi\cdot\omega\cdot\ldots\cdot\psi\right) =$$
$$= \vec{\nabla}\left(\overset{\vee}{\varphi}\cdot\omega\cdot\ldots\cdot\psi\right) + \vec{\nabla}\left(\varphi\cdot\overset{\vee}{\omega}\cdot\ldots\cdot\psi\right) + \ldots + \vec{\nabla}\left(\varphi\cdot\omega\cdot\ldots\cdot\overset{\vee}{\psi}\right), \qquad (2)$$

где символ $\vee$ над функцией устанавливает порядок действия оператора $\vec{\nabla}$ на соответствующую функцию. Для скалярных полей имеется в виду просто произведение функций, для векторных полей произведение может быть как скалярным, так и векторным.

Учитывая, что

$$\operatorname{div}\left[\vec{A}, \vec{B}\right] = \left(\vec{\nabla}, \left[\vec{A}, \vec{B}\right]\right),$$

в левой части (1) получаем:

$$\operatorname{div}\left[\vec{A}, \vec{B}\right] = \left(\vec{\nabla}, \left[\vec{A}, \vec{B}\right]\right) = \left(\vec{\nabla}, \left[\overset{\vee}{\vec{A}}, \vec{B}\right]\right) + \left(\vec{\nabla}, \left[\vec{A}, \overset{\vee}{\vec{B}}\right]\right),$$

Первое смешанное произведение в правой части последнего равенства преобразуется к виду:

$$\left(\vec{\nabla}, \left[\overset{\vee}{\vec{A}}, \vec{B}\right]\right) = \left(\left[\vec{\nabla}, \vec{A}\right], \vec{B}\right) = \left(\vec{B}, \left[\vec{\nabla}, \vec{A}\right]\right) = \left(\vec{B}, \operatorname{rot}\vec{A}\right). \qquad (3)$$

Аналогично, второе смешанное произведение в правой части того же равенства преобразуется к виду

$$\left(\vec{\nabla},\left[\vec{A},\overset{\vee}{\vec{B}}\right]\right)=-\left(\vec{\nabla},\left[\overset{\vee}{\vec{B}},\vec{A}\right]\right)=-\left(\vec{A},\left[\vec{\nabla},\vec{B}\right]\right)=-\left(\vec{A},\operatorname{rot}\vec{B}\right). \quad (4)$$

Складывая (3) и (4), получаем (1). ⊗

Пример 4.6.6. Доказать, что справедлива формула

$$\operatorname{rot}\left(u\cdot\vec{A}\right)=\left[\operatorname{grad}u,\vec{A}\right]+u\cdot\operatorname{rot}\vec{A},$$

где u – скалярное, а $\vec{A}$ – векторное поля.

Р е ш е н и е. Преобразуем левую часть:

$$\operatorname{rot}\left(u\cdot\vec{A}\right)=\left[\vec{\nabla},u\cdot\vec{A}\right]=\left[\vec{\nabla},\overset{\vee}{u}\cdot\vec{A}\right]+\left[\vec{\nabla},u\cdot\overset{\vee}{\vec{A}}\right]=$$

$$=\left[\vec{\nabla}u,\vec{A}\right]+u\cdot\left[\vec{\nabla},\vec{A}\right]=\left[\operatorname{grad}u,\vec{A}\right]+u\cdot\operatorname{rot}\vec{A}.\otimes$$

Пример 4.6.7. Доказать, что справедлива формула

$$\operatorname{rot}\ \operatorname{rot}\vec{A}=\operatorname{grad}\operatorname{div}\vec{A}-\Delta\vec{A},$$

где Δ – ***оператор Лапласа*** $\Delta=\left(\vec{\nabla},\vec{\nabla}\right)$.

Р е ш е н и е. Для доказательства используем формулу для двойного векторного произведения

$$\left[\vec{A},\left[\vec{B},\vec{C}\right]\right]=\vec{B}\left(\vec{A},\vec{C}\right)-\vec{C}\left(\vec{A},\vec{B}\right),$$

полагая $\vec{A}=\vec{B}=\nabla$, получим:

$$\operatorname{rot}\ \operatorname{rot}\vec{A}=\left[\vec{\nabla},\left[\vec{\nabla},\vec{A}\right]\right]=\vec{\nabla}\left(\vec{\nabla},\vec{A}\right)-\left(\vec{\nabla},\vec{\nabla}\right)\vec{A}=\operatorname{grad}\operatorname{div}\vec{A}-\Delta\vec{A}.\otimes$$

Пример 4.6.8. Найти циркуляцию векторного поля

$$\vec{A}=x^3\vec{e}_1-y^2\vec{e}_2+y\vec{e}_3$$

по замкнутому контуру $\Gamma \in [0, 2\pi]$, заданному уравнениями

$$x = \cos t,\ y = 3\sin t,\ z = \cos t - \sin t.$$

Р е ш е н и е. По определению циркуляция равна криволинейному интегралу второго рода

$$C = \oint_{\Gamma} \left(\vec{A}, d\vec{x} \right) = \oint_{\Gamma} x^3 dx - y^2 dy + y dz.$$

Криволинейный интеграл вычисляем, сводя его к определённому интегралу:

$$\oint_{\Gamma} x^3 dx - y^2 dx^2 + y dx^3 =$$

$$= \int_0^{2\pi} (-\cos^3 t \sin t - 27 \sin^2 t \cos t - 3\sin^2 t - 3\sin t \cos t)\, dt =$$

$$= -\int_0^{2\pi} \cos^3 t \sin t dt - 27 \int_0^{2\pi} \sin^2 t \cos t dt - 3 \int_0^{2\pi} \sin^2 t dt - 3 \int_0^{2\pi} \sin t \cos t dt =$$

$$= \int_0^{2\pi} \cos^3 t d(\cos t) - 27 \int_0^{2\pi} \sin^2 t d(\sin t) -$$

$$-\frac{3}{2} \int_0^{2\pi} \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cos 2t \right) d(2t) - 3 \int_0^{2\pi} \sin t d(\sin t) = -3\pi. \otimes$$

Пример 4.6.9. Найти циркуляцию векторного поля

$$\vec{F} = -\omega x_2 \vec{e}_1 + \omega x_1 \vec{e}_2$$

по простому замкнутому контуру, представляющему собой окружность с центром в начале системы координат и радиусом R, в положительном направлении.

Р е ш е н и е. Параметризация окружности

$$x_1 = R\cos t,\ x_2 = R\sin t,$$

где $t \in [0, 2\pi]$. Поэтому по определению циркуляции получаем:

$$C = \oint_{\Gamma} \left(\vec{F}, d\vec{x} \right) = \oint_{\Gamma} -\omega x_2 dx_1 + \omega x_1 dx_2 =$$

$$= \omega \int_0^{2\pi} (R^2 \sin^2 t + R^2 \cos^2 t)\, dt = 2\pi R^2 \omega. \otimes$$

Пример 4.6.10. Найти циркуляцию векторного поля

$$\vec{F} = (x_1 + 3x_2 + 2x_3)\vec{e}_1 + (2x_1 + x_3)\vec{e}_2 + (x_1 - x_2)\vec{e}_3$$

по контуру треугольника ABC, если $A(2; 0; 0)$, $B(0; 3; 0)$, $C(0; 0; 1)$.

Р е ш е н и е. Для решения применим формулу Стокса, согласно которой

$$C = \oint_{\Gamma}\left(\vec{F}, d\vec{x}\right) = \iint_{S}\left(\vec{n}, rot\,\vec{F}\right)ds.$$

Уравнение плоскости, в которой лежит треугольник, имеет вид

$$\frac{x_1}{2} + \frac{x_2}{3} + \frac{x_3}{1} = 1,$$

или

$$3x_1 + 2x_2 + 6x_3 = 6.$$

Находим ротор векторного поля:

$$rot\,\vec{F} = \begin{vmatrix} \vec{e}_1 & \vec{e}_2 & \vec{e}_3 \\ \dfrac{\partial}{\partial x_1} & \dfrac{\partial}{\partial x_2} & \dfrac{\partial}{\partial x_3} \\ x_1 + 3x_2 + 2x_3 & 2x_1 + x_3 & x_1 - x_2 \end{vmatrix} =$$

$$= \left[\frac{\partial}{\partial x_2}(x_1 - x_2) - \frac{\partial}{\partial x_3}(2x_1 + x_3)\right]\vec{e}_1 -$$

$$-\left[\frac{\partial}{\partial x_1}(x_1 - x_2) - \frac{\partial}{\partial x_3}(x_1 + 3x_2 + 2x_3)\right]\vec{e}_2 +$$

$$-\left[\frac{\partial}{\partial x_1}(2x_1 + x_3) - \frac{\partial}{\partial x_2}(x_1 + 3x_2 + 2x_3)\right]\vec{e}_3 = -2\vec{e}_1 + \vec{e}_2 - \vec{e}_3.$$

Теперь циркуляция

$$C = \oint_{\Gamma}\left(\vec{F}, d\vec{x}\right) = \iint_{S}\left(\vec{n}, rot\,\vec{F}\right)ds =$$

$$= -2\iint_{G^{23}} dx_2 dx_3 + \iint_{G^{13}} dx_3 dx_1 - \iint_{G^{12}} dx_1 dx_2 =$$

$$= -2\int_0^3 dx_2 \int_0^{1-x_2/3} dx_3 + \int_0^1 dx_3 \int_0^{2-x_3} dx_1 - \int_0^2 dx_1 \int_0^{3-3x_1/2} dx_2 =$$

$$= -2\left[x_2 - \frac{1}{6}x_2^2 \right]_0^3 + \left[x_3 - x_3^2 \right]_0^1 - \left[3x_1 - \frac{3}{4}x_1^2 \right]_0^2 = -5. \otimes$$

Пример 4.6.11. Найти циркуляцию векторного поля

$$\vec{F} = x_2 \vec{e}_1 - x_1 \vec{e}_2 + a \vec{e}_3 \quad (a = const)$$

вдоль окружности с уравнением

$$x_1^2 + x_2^2 = 1,\ x_3 = 0$$

в положительном направлении двумя способами.

Р е ш е н и е. 1) Вычислим циркуляцию непосредственно, учитывая, что параметризация окружности имеет вид $(R = 1)$:

$$x_1 = \cos t,\ x_2 = \sin t.$$

Теперь имеем:

$$C = \oint_\Gamma \left(\vec{F}, d\vec{x} \right) = \oint_\Gamma F_1 dx_1 + F_2 dx_2 + F_3 dx_3 =$$

$$= \int_0^{2\pi} \left[\sin t \cdot (-\sin t) - \cos t \cos t \right] dt = -\int_0^{2\pi} \left(\sin^2 t + \cos^2 t \right) dt = -2\pi.$$

2) Вычислим циркуляцию по формуле Стокса. Сначала найдём ротор векторного поля:

$$rot\, \vec{F} = \begin{vmatrix} \vec{e}_1 & \vec{e}_2 & \vec{e}_3 \\ \dfrac{\partial}{\partial x_1} & \dfrac{\partial}{\partial x_2} & \dfrac{\partial}{\partial x_3} \\ x_2 & -x_1 & a \end{vmatrix} = -2\vec{e}_3.$$

Нормаль плоскости треугольника $\vec{n} = \vec{e}_3$. Следовательно, имеем

$$C = \oint_\Gamma \left(\vec{F}, d\vec{x} \right) = \iint_S \left(\vec{n}, rot\, \vec{F} \right) ds = -2 \iint_S \left(\vec{n}, \vec{e}_3 \right) ds = -2 \iint_S dx_1 dx_2 =$$

$$= -2 \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^2 r dr = -2 \cdot 2\pi \cdot \frac{1}{2} = -2\pi. \otimes$$

Пример 4.6.12. Найти поток радиус-вектора

$$\vec{r} = x\vec{e}_1 + y\vec{e}_2 + z\vec{e}_3$$

через произвольную гладкую замкнутую поверхность F, ограничивающую область Ω, имеющую объём V.

Р е ш е н и е. Находим дивергенцию поля радиус-вектора:

$$\operatorname{div}\vec{r} = 1+1+1 = 3.$$

Воспользуемся формулой Остроградского-Гаусса (10.10.13):

$$\oiint_F \left(\vec{r}, d\vec{s}\right) = \iiint_V \left(\vec{\nabla}, \vec{r}\right) dV = 3\iiint_V dV = 3V.$$

Из полученной формулы следует формула для вычисления объёма области Ω при помощи поверхностных интегралов

$$V = \frac{1}{3}\oiint_F \left(\vec{r}, \vec{n}\right) ds,$$

которая в декартовых координатах принимает вид

$$V = \frac{1}{3}\oiint_F \left(xn_1 + yn_2 + zn_3\right) ds = \frac{1}{3}\oiint_F \left(x\cos\alpha + y\cos\beta + z\cos\gamma\right) ds,$$

где $\cos\alpha$, $\cos\beta$, $\cos\gamma$ – координаты орта нормали $\vec{n}$. $\otimes$

Пример 4.6.13. Найти поток векторного поля радиус-вектора

$$\vec{r} = x\vec{e}_1 + y\vec{e}_2 + z\vec{e}_3$$

Через поверхность с уравнением

$$z = 1 - \sqrt{x^2 + y^2},\ z = 0\ \left(0 \le z \le 1\right).$$

Р е ш е н и е. Воспользуемся теоремой Остроградского-Гаусса:

$$\Phi = \oiint_S \left(\vec{F}, \vec{n}\right) ds = \iiint_V div\,\vec{F}\, dv.$$

Так как

$$\operatorname{div}\vec{r} = 1+1+1 = 3,$$

а поверхность – это конус с вершиной в точке $(0; 0; 1)$, ограниченный плоскостями с уравнениями $z = 0$ и $z = 1$, то переходя к цилиндрическим координатам, получаем:

$$\Phi = \oiint_S \left(\vec{r}, \vec{n}\right) ds = \iiint_V div\,\vec{r}\, dv = 3\iiint_V dv = 3\iiint_\Omega r\,d\varphi\,dr\,dz =$$

$$= 3\int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^1 r dr \int_0^{1-r} dz = 3\int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^1 r(1-r)\,dr = 3\cdot 2\pi\cdot\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\right) = \pi. \otimes$$

Пример 4.6.14. Найти поток поля

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0}\frac{q}{r^2}\frac{\vec{r}}{r}$$

точечного источника электрического поля через сферу с уравнением

$$x^2 + y^2 + z^2 = R^2.$$

Р е ш е н и е. Поток векторного поля через поверхность вычисляется по формуле

$$\Phi = \iint_S \left(\vec{F}, d\vec{s}\right) = \iint_S \left(\vec{F}, \vec{n}\right) ds = \frac{q}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0}\iint_S \frac{1}{r^2}\left(\frac{\vec{r}}{r}, \vec{n}\right) ds.$$

Так как $r = R = const$ и скалярное произведение ортов

$$\left(\frac{\vec{r}}{r}, \vec{n}\right) = 1,$$

получаем:

$$\Phi = \frac{q}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0}\iint_S \frac{1}{r^2}\left(\frac{\vec{r}}{r}, \vec{n}\right) ds = \frac{q}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 R^2}\iint_S ds = \frac{q4\pi R^2}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 R^2} = \frac{4\pi q}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0}. \otimes$$

Практическое занятие 7

Дифференциальные уравнения,

интегрируемые в квадратурах

Дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными

Пример 4.7.1. Найти интегральные кривые дифференциального уравнения

$$6xdx - 6ydy = 2x^2 ydy - 3xy^2 dx.$$

Р е ш е н и е. 1) Перепишем данное уравнение в виде

$$2y\ \ x^2+3\ \ dy=3x\ \ 2+y^2\ \ dx.$$

2) Замечаем, что $x^2+3>0,\ 2+y^2>0.$ Поэтому можно разделить переменные, деля обе части уравнения на $\left(x^2+3\right)\left(2+y^2\right)$:

$$\frac{2y}{2+y^2}dy=\frac{3x}{x^2+3}dx.$$

3) Используем формулу для нахождения решения:

$$\int\frac{2y}{2+y^2}dy+C_1=\int\frac{3x}{x^2+3}dx+C_2;$$

$$\ln\ \ 2+y^2\ \ =\frac{3}{2}\ln\ \ x^2+3\ \ +C;$$

$$C=C_2-C_1.$$

4) Преобразуем полученный интеграл:

$$2\ln\ \ 2+y^2\ \ -3\ln\ \ x^2+3\ \ =C;$$

$$\ln\frac{2+y^2\ \ ^2}{x^2+3\ \ ^3}=C.$$

Ответ: Интегральные кривые определяются уравнением

$$\ln\frac{2+y^2\ \ ^2}{x^2+3\ \ ^3}=C$$

при всевозможных значениях параметра C. $\otimes$

Пример 4.7.2. Найти частное решение уравнения

$$\left(+y^2\right)dx=xydy,$$

если $y=1$ при $x=2$.

Р е ш е н и е. 1) Разделяем переменные:

$$\frac{y}{1+y^2}dy=\frac{dx}{x}.$$

2) Интегрируем полученное уравнение:

$$\int \frac{y}{1+y^2}\,dy = \int \frac{dx}{x} + \ln C;$$

$$\frac{1}{2}\ln\left|1+y^2\right| = \ln|x| + \ln C;$$

$$1+y^2 = Cx^2.$$

Так как C – произвольная постоянная, то имеем

$$y^2 = Cx^2 - 1$$

3) Используем начальные условия:

$$4 = 2C;\ C = 2;\ x^2 = 2\left(+y^2\right).$$

4) Частный интеграл:

$$y = \sqrt{\frac{x^2}{2} - 1}.$$

Ответ: $y = \sqrt{\frac{x^2}{2} - 1}.\ \otimes$

Дифференциальные уравнения с однородной правой частью

Пример 4.7.3. Найти интегральные кривые дифференциального уравнения

$$\frac{dy}{dx} = \frac{x^2 + 2xy - 5y^2}{2x^2 - 6xy}.$$

Р е ш е н и е. Это уравнение с однородной правой частью.

1) Разделим числитель и знаменатель на x^2:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1 + 2\frac{y}{x} - 5\left(\frac{y}{x}\right)^2}{2 - 6\frac{y}{x}}.$$

2) Совершаем подстановку

$$u(x) = \frac{y}{x},$$

где $u(x)$ – новая искомая функция. Так как

$$y' = u + xu',$$

получаем новый вид уравнения:

$$u + x\frac{du}{dx} = \frac{1 + 2u - 5u^2}{2 - 6u}.$$

После простых преобразований получаем

$$\frac{du}{dx}x = \frac{1 + u^2}{2 - 6u}.$$

3) Разделяем переменные, предполагая, что $1 + u^2 \neq 0,\ x \neq 0$:

$$\frac{2 - 6u}{1 + u^2}du = \frac{dx}{x}.$$

4) Интегрируем:

$$2arctgu - 3\ln(1 + u^2) = \ln|x| + C.$$

Заменяя $u(x) = \frac{y}{x}$, получаем:

$$2arctg\frac{y}{x} - 3\ln\left(1 + \frac{y}{x^2}\right)^2 - \ln|x| = C.$$

Ответ: Интегральные кривые определяются уравнением

$$2arctg\frac{y}{x} - 3\ln\left(1 + \frac{y}{x^2}\right)^2 - \ln|x| = C. \otimes$$

Линейные дифференциальные уравнения первого порядка

Пример 4.7.4. Найти общее решение уравнения

$$\frac{dy}{dx} + 3y = e^{2x}.$$

Р е ш е н и е. Здесь $p(x) = 3,\ f(x) = e^{2x}$.

1) Сначала решаем однородное уравнение

$$\frac{dy}{dx} = -3y,$$

соответствующее данному неоднородному уравнению:

$$\frac{dy}{dx} = -3y;$$

$$\frac{dy}{y} = -3dx;$$

$$\ln|y| = -3x + \ln C_1;$$

$$|y| = C_1 e^{-3x};$$

$$y = C_2 e^{-3x}.$$

2) Ищем решение исходного уравнения в виде $z = C_2(x)e^{-3x}$. Подстановка в исходное уравнение даёт:

$$\frac{dC_2(x)}{dx} = e^{5x};$$

$$C_2(x) = \int e^{5x} dx + C;$$

$$C_2(x) = \frac{1}{5}e^{5x} + C.$$

3) Подставляем в решение:

$$z = \frac{1}{5}e^{2x} + Ce^{-3x}.$$

Ответ: общее решение имеет вид

$$z = \frac{1}{5}e^{2x} + Ce^{-3x}. \otimes$$

Пример 4.7.5. Найти решение задачи Коши для уравнения

$$\frac{dy}{dx} - \frac{1}{x}y = -\frac{2}{x^2}$$

с начальным условием $y(1) = 1$.

Р е ш е н и е. Воспользуемся формулой

$$y = e^{-\int p(x)dx}\left(\int q(x)e^{\int p(x)dx} + C\right),$$

следующей из метода вариации произвольной постоянной.

1) Находим общее решение:

$$z = e^{-\int p(x)dx}\left(\int q(x)e^{\int p(x)dx} + C\right) = e^{\int\frac{dx}{x}}\left(-2\int\frac{1}{x^2}e^{-\int\frac{1}{x}dx}\right) = \frac{1}{x} + Cx.$$

2) Используем начальное условие

$$\frac{1}{1^2} + C = 1,$$

откуда $C = 0$. Решение задачи Коши принимает вид:

$$z = \frac{1}{x}.$$

Ответ: $y = \frac{1}{x}.\otimes$

Неполные обыкновенные дифференциальные уравнения второго порядка

Пример 4.7.6. Найти частное решение ОДУ

$$\frac{d^2y}{dx^2} = xe^x,$$

удовлетворяющее начальным условиям $y\big|_{x=0} = 1,\ \frac{dy}{dx}\big|_{x=0} = 0.$

Р е ш е н и е. Интегрируем уравнение последовательно:

1) $$\frac{dy}{dx} = \int xe^x dx + C_1 = \begin{Bmatrix} u = x, & du = dx, \\ dv = e^x dx, & v = e^x. \end{Bmatrix} = xe^x - \int e^x dx + C_1 =$$

$$= (x-1)e^x + C_1;$$

2) $$y = \int (x-1)e^x dx + C_1 x + C_2 = \begin{Bmatrix} u = x-1, & du = dx, \\ dv = e^x dx, & v = e^x. \end{Bmatrix} =$$

$$= (x-2)e^x + C_1 x + C_2.$$

Так как в силу первого начального условия $\left.\frac{dy}{dx}\right|_{x=0} = 0$, получаем:

$$(-1)e^0 + C_1 = 0,\ C_1 = 1.$$

Так как в силу второго начального условия $y|_{x=0} = 1$, получаем:

$$(-2)e^0 + C_1 \cdot 0 + C_2 = 1,\ C_2 = 3.$$

Теперь частное решение, удовлетворяющее заданным условиям, принимает вид

$$y = (x-2)e^x + x + 3. \otimes$$

Пример 4.7.7. Найти общее решение ОДУ

$$\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^2 - 3\frac{d^2y}{dx^2} + 2 = 0.$$

Р е ш е н и е. Решаем уравнение относительно $z = \frac{d^2y}{dx^2}$:

$$\frac{d^2y}{dx^2} = 1,\ \frac{d^2y}{dx^2} = 2.$$

Интегрируем получившиеся ОДУ последовательно:

1) $\frac{d^2y}{dx^2} = 1,\ \frac{dy}{dx} = x + C_1,\ y = \frac{1}{2}x^2 + C_1 x + C_2;$

2) $\frac{d^2y}{dx^2} = 2,\ \frac{dy}{dx} = 2x + C_3,\ y = x^2 + C_3 x + C_4.$

Совокупность этих решений образует общий интеграл ОДУ.

Так как квадратный трёхчлен имеет разложение

$$z^2 - 3z + 2 = (z - z_1)(z - z_2),$$

то общий интеграл ОДУ имеет вид:

$$\left(y - \frac{1}{2}x^2 - C_1 x - C_2\right) \cdot (y - x^2 - C_3 x - C_4) = 0. \otimes$$

Пример 4.7.8. Найти общее решение ОДУ

$$\frac{d^3y}{dx^3} = -\frac{1}{2}\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^3.$$

Р е ш е н и е. Положим $\frac{d^2y}{dx^2} = z$, тогда из уравнения получаем

$$\frac{dz}{dx} = -\frac{1}{2}z^3.$$

Интегрируя получившееся уравнение, получаем

$$\frac{dz}{dx} = -\frac{1}{2}z^3,\ \frac{dz}{z^3} = -\frac{1}{2}dx,\ \frac{1}{z^2} = x + C_1,\ z^2 = \frac{1}{x + C_1}.$$

Заменяя $z = \frac{d^2y}{dx^2}$, получаем уравнение

$$\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^2 = \frac{1}{x + C_1}.$$

Уравнение содержит только x и y. Разрешая его относительно $\frac{d^2y}{dx^2}$, получаем

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{\pm 1}{\sqrt{x + C_1}}.$$

Это уравнение интегрируем последовательно:

$$\frac{dy}{dx} = \pm\int\frac{dx}{\sqrt{x + C_1}} + C_2 = \pm\int\frac{dx}{\sqrt{x + C_1}} = d\left(x + C_1\right) = \pm\int\left(x + C_1\right)^{-1/2} d\left(x + C_1\right) + C_2 = \pm\left(x + C_1\right)^{1/2} + C_2$$

$$y_1 = \int\left(x + C_1\right)^{1/2} dx + C_2x + C^3 = \left(x + C_1\right)^{3/2} + C_2x + C^3,$$

$$y_2 = -\int\left(x + C_1\right)^{1/2} dx + C_2x + C^3 = -\left(x + C_1\right)^{3/2} + C_2x + C^3. \otimes$$

Линейные однородные дифференциальные уравнения

второго порядка

Пример 4.7.9. Найти общее решение линейного однородного дифференциального уравнения

$$\frac{d^2y}{dx^2}+\frac{dy}{dx}-2y=0.$$

Р е ш е н и е. Характеристическое уравнение

$$k^2+k-2=0.$$

Корни характеристического уравнения

$$k_1=-2,\ k_2=1.$$

Фундаментальная система решений

$$e^{-2x},\ e^{x}\ .$$

Общее решение имеет вид:

$$y(x)=C_1e^{-2x}+C_2e^{x}.\otimes$$

Пример 4.7.10. Найти общее решение линейного однородного дифференциального уравнения

$$\frac{d^2y}{dx^2}-2\frac{dy}{dx}+y=0.$$

Р е ш е н и е. Характеристическое уравнение

$$k^2-2k+1=0.$$

Корни характеристического уравнения

$$k_1=k_2=1.$$

Фундаментальная система решений

$$e^{x},\ xe^{x}\ .$$

Общее решение имеет вид:

$$y(x)=(C_1+C_2x)e^{x}.\otimes$$

Пример 4.7.11. Найти общее решение линейного однородного дифференциального уравнения

$$\frac{d^2y}{dx^2}-4\frac{dy}{dx}+13y=0.$$

Р е ш е н и е. Характеристическое уравнение

$$k^2-4k+13=0.$$

Корни характеристического уравнения

$$k_1=2+3i,\ k_2=2-3i.$$

Фундаментальная система решений

$$e^{2x}\cos 3x,\ e^{2x}\sin 3x\ .$$

Общее решение имеет вид:

$$y=e^{2x}\left(C_1\cos 3x+C_2\sin x\right).\otimes$$

Пример 4.7.12. Найти общее решение линейного однородного дифференциального уравнения

$$\frac{d^3y}{dx^3}-2\frac{d^2y}{dx^2}-\frac{dy}{dx}+2y=0.$$

Р е ш е н и е. Характеристическое уравнение

$$k^3-2k^2-k+2=0.$$

Преобразуем характеристическое уравнение:

$$\left(k^2-1\right)\left(k-2\right)=0.$$

Корни характеристического уравнения

$$k_1=-1,\ k_2=1,\ k_3=2.$$

Фундаментальная система решений

$$e^{-x},\ e^{x},\ e^{2x}\ .$$

Общее решение имеет вид:

$$y=C_1e^{-x}+C_2e^{x}+C_3e^{2x}.\otimes$$

Пример 4.7.13. Найти общее решение линейного однородного дифференциального уравнения

$$\frac{d^3y}{dx^3}-4\frac{d^2y}{dx^2}+6\frac{dy}{dx}-4y=0.$$

Р е ш е н и е. Характеристическое уравнение

$$k^3-4k^2+6k-4=0.$$

Корень ищем среди множителей свободного члена, это 2 и 4. Проверяем 2, для чего делим уголком:

$$k^3-4k^2+6k-4=(k-2)(k^2-2k+2).$$

Уравнение принимает вид:

$$(k-2)(k^2-2k+2)=0.$$

Находим оставшиеся корни характеристического уравнения

$$k_1=2,\ k_2=1+i,\ k_3=1-i.$$

Фундаментальная система решений

$$e^{2x},\ e^x\cos x,\ e^x\sin x\ .$$

Общее решение записывается в виде:

$$y(x)=C_1e^{2x}+e^x(C_2\cos x+C_3\sin x).\otimes$$

Линейные неоднородные дифференциальные уравнения

второго порядка. Метод Лагранжа

Пример 4.7.14. Найти общее решение линейного неоднородного дифференциального уравнения

$$\frac{d^2y}{dx^2}-y=x^2-x+1.$$

Р е ш е н и е. 1) Однородное уравнение

$$\frac{d^2y}{dx^2}-y=0.$$

Характеристическое уравнение

$$k^2-1=0.$$

Корни характеристического уравнения

$$k_1 = -1,\ k_2 = 1.$$

Фундаментальная система решений

$$e^{-x},\ e^{x}\ .$$

Общее решение имеет вид:

$$y(x) = C_1 e^{-x} + C_2 e^{x}.$$

2) Решение неоднородного уравнения ищем в виде

$$z(x) = C_1(x)e^{-x} + C_2(x)e^{x}.$$

Система линейных алгебраических уравнений для производных новых функций в общем виде

$$\begin{cases} y_1 \dfrac{dC_1}{dx} + y_2 \dfrac{dC_2}{dx} = 0, \\ \dfrac{dy_1}{dx}\dfrac{dC_1}{dx} + \dfrac{dy_2}{dx}\dfrac{dC_2}{dx} = f(x). \end{cases}$$

В нашем случае

$$\begin{cases} e^{-x} \dfrac{dC_1}{dx} + e^{x} \dfrac{dC_2}{dx} = 0, \\ -e^{-x} \dfrac{dC_1}{dx} + e^{x} \dfrac{dC_2}{dx} = x^2 - x + 1. \end{cases}$$

Решаем систему, например, по формулам Крамера, в результате получаем:

$$\frac{dC_1}{dx} = -\frac{1}{2}e^{x}(x^2 - x + 1);\ \frac{dC_2}{dx} = \frac{1}{2}e^{-x}(x^2 - x + 1).$$

3) Решение первого из уравнений:

$$C_1 = -\frac{1}{2}\int e^{x}(x^2 - x + 1)dx + A_1 = \ldots = \left(-\frac{1}{2}x^2 + \frac{3}{2}x - 2\right)e^{x} + A_1.$$

Решение второго уравнения:

$$C_2 = -\frac{1}{2}\int e^{-x}(x^2 - x + 1)dx + A_2 = \ldots = \left(-\frac{1}{2}x^2 - \frac{3}{2}x + 12\right)e^{-x} + A_2.$$

Общее решение неоднородного уравнения

$$z(x) = A_1 e^{-x} + A_2 e^{x} - x^2 + x - 1. \otimes$$

Примеры из механики

Пример 4.7.15. С аэростата, падающего с высоты H со скоростью v_0, сбросили балласт, после чего его падение замедлилось и через некоторое время сменилось подъёмом, так что через время t_0 аэростат поднялся на высоту, с которой сбросили балласт. Считая, что масса аэростата без балласта равна m, а сила сопротивления воздуха R и подъёмная сила аэростата T постоянны, определить, сколько времени после сброса балласта аэростат опускался.

Р е ш е н и е. Начало системы координат поместим в нижнюю точку траектории аэростата, ось OZ направим вертикально вверх (рисунок 1). По условию задачи силы, действующие на аэростат в течение всего времени движения остаются постоянными.

Уравнение второго закона динамики для опускающегося аэростата имеет вид:

$$m\ddot{z} = T + R - G, \qquad (1)$$

где $G = mg$ – сила тяжести. В начальный момент времени аэростат находился на высоте H, поэтому начальные условия запишутся в виде

$$z(0) = H,\ \dot{z}(0) = -v_0. \qquad (2)$$

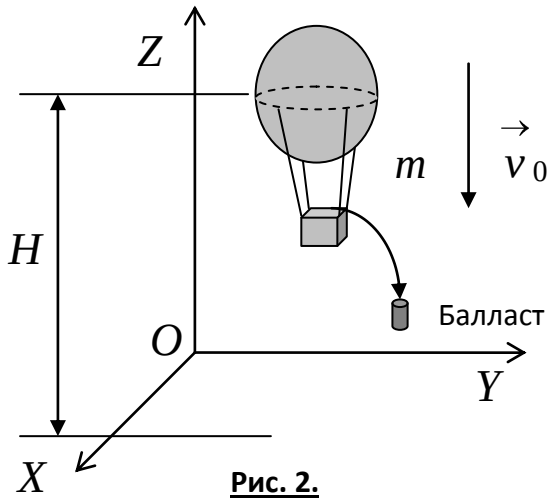


Рис. 2.

Уравнение (1) – это простейшее обыкновенное дифференциальное уравнение, не содержащее в правой части искомой функции и независимой переменной. Интегрируя два раза, получаем:

$$m\dot{z} = (T + R - G)t + C_1, \qquad (3)$$

$$mz = \frac{T+R-G}{2}t^2 + C_1 t + C_2 . \qquad (4)$$

Используя начальные условия (2), получаем для постоянных: $C_1 = -mv_0$, $C_2 = mH$. Теперь уравнения движения принимают вид:

$$\dot{z} = \frac{T+R-G}{m}t - v_0, \qquad (5)$$

$$z = \frac{T+R-G}{2m}t^2 - v_0 t + H . \qquad (6)$$

Для поднимающегося аэростата уравнение второго закона динамики и начальные условия имеют вид:

$$m\ddot{z} = T - R - G, \qquad (7)$$

$$z(0) = 0,\ \dot{z}(0) = 0. \qquad (8)$$

Интегрируя (7), получаем:

$$m\dot{z} = (T - R - G)t + C_1, \qquad (9)$$

$$mz = \frac{T-R-G}{2}t^2 + C_1 t + C_2 . \qquad (10)$$

Из начальных условий (8) для постоянных получаем $C_1 = 0$, $C_2 = 0$, откуда получаем уравнение движения:

$$z = \frac{T-R-G}{2m}t^2 . \qquad (11)$$

Обозначим время падения аэростата t_1, а время подъёма t_2. Из условия задачи $t_0 = t_1 + t_2$. Подставляя $t = t_1$, $\dot{z}(t_1) = 0$, $z(t_1) = 0$ в (5) и (6) и $t = t_2$, $z(t_2) = H$ в (11), получаем систему уравнений

$$\begin{cases} \dfrac{T+R-G}{m}t_1 - v_0 = 0, \\ \dfrac{T+R-G}{2m}t_1^2 - v_0 t_1 + H = 0, \\ \dfrac{T-R-G}{2m}t_2^2 = H. \end{cases} \qquad (12)$$

Исключая из уравнений системы (12) неизвестные H и v_0 с учётом того, что $t_2 = t_0 - t_1$, получаем:

$$t_1 = \frac{t_0}{1 + \frac{\sqrt{T+R-mg}}{T-R-mg}}. \otimes$$

Пример 4.7.16. Грузовик массой m имеет максимальную скорость $v_{\max}$ и разгоняется с места до скорости v_* за время t_*. Сила сопротивления пропорциональна скорости. Чему равняется средняя сила тяги двигателя грузовика?

Р е ш е н и е. Силы, действующие на грузовик, изображены на рисунке 2. При решении задачи предполагаем, что средняя сила тяги двигателя $\vec{F}$ постоянна.

После проектирования на оси системы координат дифференциальное уравнение движения имеет вид:

$$m\ddot{x} = F - R.$$

Здесь сила трения $\vec{R} = k\vec{v}$, где коэффициент динамического трения $k > 0$ неизвестен; $\vec{N}$ – сила реакции опоры (дороги); $\vec{G}$ – сила тяжести.

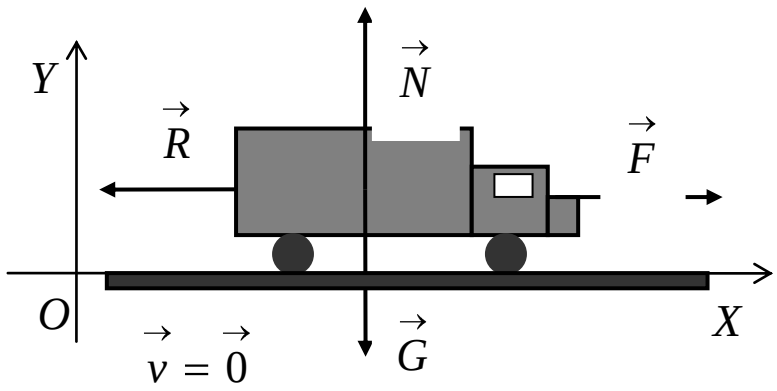


Рис. 2.

Обозначая $\dot{x} = v$, получаем:

$$m\dot{v} = F - kv \Rightarrow m\frac{dv}{dt} = F - kv \Rightarrow \frac{mdv}{F-kv} = dt \Rightarrow$$

$$-\frac{m}{k}\int\frac{d(F-kv)}{F-kv}=t+C \Rightarrow -\frac{m}{k}\ln(F-kv)=t+C.$$

Начальные условия $x(0)=0$ и $\dot{x}(0)=v(0)=0$. Из условия на скорость получаем, что $C=-\frac{m}{k}\ln F$. Подстановка даёт

$$t=-\frac{m}{k}\ln(F-kv)+\frac{m}{k}\ln F=-\frac{m}{k}\ln\frac{F-kv}{F} \Rightarrow t=-\frac{m}{k}\ln\left(1-\frac{kv}{F}\right). \quad (1)$$

Так как задана максимальная скорость $v_{\max}$, то из необходимого условия экстремума получаем:

$$\frac{dv}{dt}=0 \Rightarrow m\ddot{x}=F-kv_{\max}=0 \Rightarrow k=\frac{F}{v_{\max}}. \quad (2)$$

Подставляя (2) в (1), при $t=t_*$ и $v=v_*$, получаем:

$$t_*=-\frac{m}{F/v_{\max}}\ln\left(1-\frac{(F/v_{\max})v_*}{F}\right) \Rightarrow t_*=-\frac{mv_{\max}}{F}\ln\left(1-\frac{v_*}{v_{\max}}\right) \Rightarrow$$

$$F=-\frac{mv_{\max}}{t_*}\ln\frac{v_{\max}-v_*}{v_{\max}} \Rightarrow F=\frac{mv_{\max}}{t_*}\ln\frac{v_{\max}}{v_{\max}-v_*}. \otimes$$

Практическое занятие 8

Линейные системы ОДУ, методы Эйлера и Лагранжа

Пример 4.8.1. Дана система ОДУ

$$\begin{cases}\dfrac{dy^1}{dt}+y^1+2y^2=0,\\ \dfrac{dy^2}{dt}-3y^1-4y^2=0.\end{cases}$$

Найти общее решение этой системы.

Р е ш е н и е. Систему можно записать в матричном виде:

$$\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}\frac{d}{dt}\begin{pmatrix}y^1\\ y^2\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}1 & 2\\ -3 & -4\end{pmatrix}\begin{pmatrix}y^1\\ y^2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0\\ 0\end{pmatrix}.$$

Частное решение ищем в виде

$$y^1(t)=x^1e^{-\mu t},\ y^2(t)=x^2e^{-\mu t}.$$

Подставляя в систему уравнений частное решение и сокращая на неравный нулю множитель $e^{-\mu t}$, получаем

$$\begin{cases}(-\mu)x^1+2x^2=0,\\ -3x^1-(\mu+4)x^2=0.\end{cases}$$

Это однородная СЛАУ, характеристическое уравнение для неё имеет вид

$$\begin{vmatrix}1-\mu & 2\\ -3 & -\mu-4\end{vmatrix}=0,$$

или

$$\mu^2+3\mu+2=0.$$

Характеристические числа (собственные значения)

$$\mu_1=-2,\ \mu_2=-1.$$

1) Для $\mu_1=-2$ имеем СЛАУ

$$\begin{cases}3x^1+2x^2=0,\\ -3x^1-2x^2=0,\end{cases}$$

которая сводится к уравнению

$$3x^1+2x^2=0.$$

Решение этого уравнения, полагая $x^2=a\in R^1$, запишем в виде

$$\begin{pmatrix}x^1\\ x^2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-\frac{2}{3}a\\ a\end{pmatrix}=a\begin{pmatrix}-\frac{2}{3}\\ 1\end{pmatrix},$$

Таким образом, имеем первый собственный вектор

$$\begin{pmatrix}x^1\\ x^2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-\frac{2}{3}\\ 1\end{pmatrix}.$$

Частное решение, соответствующее первому собственному значению, имеет вид

$$\begin{pmatrix} y_1^1 \\ y_1^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{2}{3}e^{2t} \\ e^{2t} \end{pmatrix}.$$

2) Для $\mu_1 = -2$ имеем СЛАУ

$$\begin{cases} 2x^1 + 2x^2 = 0, \\ -3x^1 - 3x^2 = 0, \end{cases}$$

которая сводится к одному уравнению

$$x^1 + x^2 = 0.$$

Полагая $x^2 = b \in R^1$, получим

$$\begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -b \\ b \end{pmatrix} = b\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Второй собственный вектор имеет вид

$$\begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Частное решение, соответствующее второму собственному вектору, имеет вид

$$\begin{pmatrix} y_2^1 \\ y_2^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -e^t \\ e^t \end{pmatrix}.$$

3) Составляем фундаментальную матрицу:

$$Y(t) = \begin{pmatrix} y_1^1 & y_2^1 \\ y_1^2 & y_2^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{2}{3}e^{2t} & -e^t \\ e^{2t} & e^t \end{pmatrix}.$$

Теперь общее решение находится по формуле

$$|y(t)\rangle = Y(t)|C\rangle.$$

Подставляя в эту формулу выражение для фундаментальной матрицы, получаем:

$$\begin{pmatrix} y^1 \\ y^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{2}{3}e^{2t} & -e^t \\ e^{2t} & e^t \end{pmatrix}\begin{pmatrix} C_1 \\ C_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{2}{3}C_1e^{2t} - C_2e^t \\ C_1e^{2t} + C_2e^t \end{pmatrix}. \otimes$$

Пример 4.8.2. Найти общее решение системы ОДУ

$$\begin{cases} \dfrac{dy_1}{dt} - y_2 - y_3 = 0, \\ \dfrac{dy_2}{dt} - y_1 - y_3 = 0, \\ \dfrac{dy_3}{dt} - y_1 - y_2 = 0. \end{cases} \qquad (1)$$

Р е ш е н и е. Решение ищем в виде

$$y_1 = x_1 e^{-\mu t},\ y_2 = x_2 e^{-\mu t},\ y_3 = x_3 e^{-\mu t}.$$

Подставляя в систему уравнений (1), получаем СЛАУ для определения собственных векторов

$$\begin{cases} -\mu x_1 - x_2 - x_3 = 0, \\ -x_1 - \mu x_2 - x_3 = 0, \\ -x_1 - x_2 - \mu x_3 = 0. \end{cases} \qquad (2)$$

Эта система уравнений нетривиально совместна, если выполнено условие

$$\begin{vmatrix} -\mu & -1 & -1 \\ -1 & -\mu & -1 \\ -1 & -1 & -\mu \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow \mu_1 = -2,\ \mu_2 = \mu_3 = 1.$$

Корню $\mu_1 = -2$ соответствует система уравнений

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 - x_3 = 0, \\ -x_1 + 2x_2 - x_3 = 0, \\ -x_1 - x_2 + 2x_3 = 0. \end{cases}$$

Если решать данную систему методом Гаусса, то получим

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = a \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Получаем одно решение исходной системы уравнений

$$|y_1\rangle = a|a_1\rangle = e^{2t} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} e^{2t} \\ e^{2t} \\ e^{2t} \end{pmatrix}.$$

Так как ранг матрицы СЛАУ (2) при $\mu_2 = \mu_3 = 1$ равен 1, то система уравнений сводится к одному уравнению

$$x_1 + x_2 + x_3 = 0.$$

Полагая $x_2 = a$, $x_3 = b$, получаем решение в виде

$$|x\rangle = a|a_2\rangle + b|a_3\rangle \Rightarrow \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = b\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + c\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Каждому из базисных решений

$$|a_2\rangle = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} =, |a_3\rangle = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

соответствует одно частное решение

$$|y_2\rangle = e^{-t}\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -e^{-t} \\ e^{-t} \\ 0 \end{pmatrix}, |y_3\rangle = e^{-t}\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -e^{-t} \\ 0 \\ e^{-t} \end{pmatrix}.$$

Определитель, составленный из этих решений

$$\begin{vmatrix} e^{2t} & -e^{-t} & -e^{-t} \\ e^{2t} & e^{-t} & 0 \\ e^{2t} & 0 & e^{-t} \end{vmatrix} = 1 \neq 0,$$

следовательно, найденные решения образуют линейно независимую систему, то есть фундаментальную систему решений исходной системы ОДУ. Составим фундаментальную матрицу

$$Y(t) = \begin{pmatrix} e^{2t} & -e^{-t} & -e^{-t} \\ e^{2t} & e^{-t} & 0 \\ e^{2t} & 0 & e^{-t} \end{pmatrix}.$$

Теперь общее решение запишем в виде

$$|y\rangle = \begin{pmatrix} e^{2t} & -e^{-t} & -e^{-t} \\ e^{2t} & e^{-t} & 0 \\ e^{2t} & 0 & e^{-t} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} C_1 \\ C_2 \\ C_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C_1 e^{2t} - C_2 e^{-t} - C_3 e^{-t} \\ C_1 e^{2t} + C_2 e^{-t} \\ C_1 e^{2t} + C_3 e^{-t} \end{pmatrix}. \otimes$$

Пример 4.8.3. Решить систему уравнений

$$\begin{cases} \dfrac{dy_1}{dt} - y_2 = 0, \\ \dfrac{dy_2}{dt} - y_1 = \dfrac{1}{t^2} + \ln t. \end{cases} \qquad (1)$$

Р е ш е н и е. Решаем систему методом Лагранжа. Для этого сначала находим общее решение соответствующей однородной системы

$$\begin{cases} \dfrac{dy_1}{dt} - y_2 = 0, \\ \dfrac{dy_2}{dt} - y_1 = 0. \end{cases} \qquad (2)$$

Подставляя $y_1 = x_1 e^{-\mu t}$ и $y_2 = x_2 e^{-\mu t}$, записываем характеристическое уравнение:

$$\begin{vmatrix} \mu & 1 \\ 1 & \mu \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow \mu^2 - 1 = 0 : \mu_1 = -1;\ \mu_2 = 1.$$

Находим собственные векторы.

1) Для $\mu_1 = -1$ система сводится к уравнению

$$\begin{cases} -x_1 + x_2 = 0 \\ x_1 - x_2 = 0 \end{cases} \Rightarrow x_1 - x_2 = 0 \Rightarrow x_2 = a \Rightarrow x_1 = a.$$

Вектор решения принимает вид:

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = a \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Первый собственный вектор

$$|x_1\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

2) Для $\mu_2 = 1$ система сводится к уравнению

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 0 \\ x_1 + x_2 = 0 \end{cases} \Rightarrow x_1 + x_2 = 0 \Rightarrow x_2 = b \Rightarrow x_1 = -b.$$

Второй собственный вектор

$$|x_2\rangle = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Теперь частные решения имеют вид:

$$\mu_1 = -1 \Rightarrow |y_1\rangle = e^t \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} e^t \\ e^t \end{pmatrix};$$

$$\mu_2 = 1 \Rightarrow |y_2\rangle = e^{-t} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} e^{-t} \\ e^{-t} \end{pmatrix}.$$

Общее решение системы (2) записывается так:

$$|y(t)\rangle = C_1|y_1\rangle + C_2|y_2\rangle = C_1 e^{-\mu_1 t} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} + C_2 e^{-\mu_2 t} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}?$$

откуда имеем

$$y_1(t) = C_1 e^t + C_2 e^{-t},\ y_2(t) = C_1 e^t - C_2 e^{-t}.$$

Общее решение неоднородной системы ищем в виде:

$$\begin{cases} z_1(t) = C_1(t) e^t + C_2(t) e^{-t}, \\ z_2(t) = C_1(t) e^t - C_2(t) e^{-t}. \end{cases} \qquad (3)$$

Подставляя в систему уравнений (1), получаем после дифференцирований и приведения подобных

$$\begin{cases} \dfrac{dC_1}{dt} e^t + \dfrac{dC_2}{dt} e^{-t} = 0, \\ \dfrac{dC_1}{dt} e^t - \dfrac{dC_2}{dt} e^{-t} = \dfrac{1}{t^2} + \ln t. \end{cases}$$

Определитель системы

$$\begin{vmatrix} e^t & e^{-t} \\ e^t & -e^{-t} \end{vmatrix} = -1 - 1 = -2.$$

Решение системы по формулам Крамера имеет вид:

$$\frac{dC_1}{dt}(t) = -\frac{1}{2}\begin{vmatrix} 0 & e^{-t} \\ \frac{1}{t^2}+\ln t & -e^{-t} \end{vmatrix} = \frac{1}{2}e^{-t}\left(\frac{1}{t^2}+\ln t\right),$$

$$\frac{dC_2}{dt}(t) = -\frac{1}{2}\begin{vmatrix} 0 & e^{-t} \\ \frac{1}{t^2}+\ln t & -e^{-t} \end{vmatrix} = \frac{1}{2}e^{t}\left(\frac{1}{t^2}+\ln t\right).$$

Откуда, после интегрирования получаем

$$C_1(t) = -\frac{1}{2}e^{-t}\left(\frac{1}{t}+\ln t\right)+A_1,\ C_2(t) = \frac{1}{2}e^{t}\left(\frac{1}{t}-\ln t\right)+A_2.$$

Подставляя в формулы (3), получаем общее решение неоднородной системы уравнений (1) в виде:

$$\begin{cases} z_1(t) = A_1e^{t} + A_2e^{-t} - \ln t, \\ z_2(t) = A_1e^{t} - A_2e^{-t} - \frac{1}{t}. \end{cases} \otimes$$

Задания для самостоятельной работы

Интегрирование и теория поля

1. Вычислить криволинейный интеграл первого рода

$$I = \int_W xydl,$$

где путь W – контур треугольника с вершинами: $A(-1;0)$, $B(0;0)$, $C(0;1)$.

2. Вычислить криволинейный интеграл второго рода

$$I = \int_W (x+y)dx - xdy,$$

где путь W – отрезок ломаной линии, соединяющий точки

$$A(0;0), B(2;0), C(4;2).$$

3. Вычислить криволинейный интеграл второго рода

$$I = \int_W xdy - ydx,$$

где $W-$ путь, заданный неявным уравнением $y=x^3$, соединяющий точки $A(0;0)$ и $B(2;8)$.

4. Вычислить криволинейный интеграл второго рода

$$I=\int\limits_W x^2dx+y^2dy,$$

где $W-$ путь, заданный неявным уравнением $y=\sqrt{x}$, соединяющий точки $A(0;0)$ и $B(1;1)$.

5. Вычислить двойной интеграл

$$I=\iint\limits_D (x^2y-2y^3)dxdy$$

по прямоугольнику $D=\{(x,y)\in R_2: 2\le x\le 5\wedge 1\le y\le 3\}$.

6. Вычислить двойной интеграл

$$I=\iint\limits_D (x^2+y)dxdy$$

по области, ограниченной параболами $y=x^2$ и $y^2=x$.

7. Вычислить двойные интегралы, переходя к полярным координатам:

а) $\iint\limits_D e^{x^2+y^2}dxdy$, где D – круг $x^2+y^2\le 1$;

б) $\iint\limits_D (x^2+y^2)dxdy$, где D – круг $x^2+y^2\le 4$;

в) $\iint\limits_D (x^2+y^2)dxdy$, где D – круг $x^2+y^2\le 2x$;

г) $\iint\limits_D \sqrt{1+x^2+y^2}dxdy$, где D – первая четверть круга $x^2+y^2\le 1$.

8. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями с уравнениями:

а) $y=\ln x$, $x-y=1$, $y=-1$;

б) $y=x^2$, $4y=x^2$, $x=2$, $x=-2$.

9. Вычислить тройные интегралы:

а) $\iiint\limits_V \frac{dxdydz}{(1+x+y+z)^3}$, где область V ограничена плоскостями с уравнениями

$x=0,\ y=0, z=0,\ x+y+z=1;$

б) $\iiint\limits_V (x+y)\,dxdydz$, где область V ограничена плоскостями с уравнениями

$x=0,\ y=0, z=0,\ x=1,\ y=1,\ z=1.$

10. Переходя к цилиндрическим координатам, вычислить тройные интегралы:

а) $\iiint\limits_V (x^2+y^2)\,dxdydz$, где область V ограничена поверхностями с уравнениями

$x^2+y^2=1,\ z=2;$

б) $\iiint\limits_V z\,dxdydz$, где область V ограничена поверхностями с уравнениями

$x^2+y^2=1,\ z=0,\ z=a\ (a>0)$.

11. Переходя к сферическим координатам, вычислить тройные интегралы:

а) $\iiint\limits_V (x^2+y^2+z^2)\,dxdydz$, где область V – это шар $x^2+y^2+z^2\le R^2$;

б) $\iiint\limits_V (x^2+y^2)\,dxdydz$, где область V – это верхняя половина шара

$x^2+y^2+z^2\le R^2.$

12. Вычислить поверхностные интегралы первого рода:

а) $\iint\limits_F (x+18y+24z)\,ds$, где поверхность F задана неявным уравнением

$x+2y+3z=1,$

и неравенствами $x\ge 0,\ y\ge 0, z\ge 0;$

б) $\iint\limits_F (x^2+y^2)\,ds$, где поверхность F задана неявным уравнением

$x^2+y^2-z^2=0,$

и неравенствами $0\le z\le 1.$

13. Вычислить поверхностные интегралы второго рода:

а) $\iint\limits_F z\,dxdy$, где поверхность F – верхняя сторона верхней половины сферы

$x^2+y^2+z^2=9;$

б) $\iint\limits_F (x^2+y^2)\,dxdy$, где поверхность F – верхняя сторона части параболоида с уравнением

$$z=1-x^2-y^2,$$

отсечённая плоскостью $z=0$.

14. Найти производную скалярного поля $u=x^2+y^2-3x+2y$ по направлению радиуса-вектора точки $M(3;4)$ в начале координат.

15. Найти градиент плоского скалярного поля $u=\sqrt{4+x^2+y^2}$ в точке $M(2;1)$.

16. Найти производную функции, определённой формулой $u=\dfrac{xyz}{3}$, в точке $M_0(1;2;3)$ по направлению вектора $\overrightarrow{M_0M}$, если $M(4;1;6)$.

17. Доказать, что

а) $\operatorname{grad} r=\dfrac{\vec{r}}{r}$; б) $\operatorname{grad}\dfrac{1}{r}=-\dfrac{\vec{r}}{r^3}$.

18. Показать, что

$$\operatorname{grad} f(u,v)=\frac{\partial f}{\partial u}\operatorname{grad}u+\frac{\partial f}{\partial v}\operatorname{grad}v.$$

19. Найти

а) $\operatorname{div}\vec{r}$; б) $\operatorname{div}\left(r^4\vec{r}\right)$; в) $\operatorname{div}\left(\left(\vec{A},\vec{r}\right)\vec{B}\right)$.

20. Найти $\operatorname{div}\vec{A}$, если:

а) $\vec{A}=(x-y)(y-z)\vec{e}_1+(y-z)(z-x)\vec{e}_2+(z-x)(x-y)\vec{e}_3$;

б) $\vec{A}=(x^2+y^2)(y-z)\vec{e}_1+(y^2+z^2)(z-x)\vec{e}_2+(z^2+x^2)(x-y)\vec{e}_3$.

21. Найти ротор векторного поля $\vec{A}(M)$:

а) $\vec{A}=\dfrac{y}{x}\vec{e}_1+\dfrac{z}{y}\vec{e}_2+\dfrac{x}{z}\vec{e}_3$;

б) $\vec{A} = yz\,\vec{e}_1 + z(x + 2y)\,\vec{e}_2 + y(x + y)\,\vec{e}_3$.

22. Доказать двумя способами (в декартовых координатах и с помощью оператора Гамильтона), что для произвольного скалярного поля $\varphi(M)$ и для произвольных векторных полей $\vec{A}(M)$ и $\vec{B}(M)$ справедливы следующие формулы:

а) $\left(\vec{A}, \nabla\right)\varphi\vec{B} = \vec{B}\left(\vec{A}, \nabla\varphi\right) + \varphi\left(\vec{A}, \nabla\right)\vec{B}$;

б) $\vec{C}\cdot\nabla\left(\vec{A}, \vec{B}\right) = \vec{A}\cdot\left(\left(\vec{C}, \nabla\right), \vec{B}\right) + \vec{B}\cdot\left(\left(\vec{C}, \nabla\right), \vec{A}\right)$;

в) $\left(\vec{C}, \nabla\right)\left[\vec{A}, \vec{B}\right] = \left[\vec{A}, \left(\vec{C}, \nabla\right)\vec{B}\right] - \left[\vec{B}, \left(\vec{C}, \nabla\right)\vec{A}\right]$.

23. Найти результат действия векторных дифференциальных операций:

а) $\operatorname{div}(\operatorname{grad}\varphi)$;

б) $\operatorname{rot}(\operatorname{grad}\psi)$;

в) $\operatorname{rot}\left[\vec{A}, \operatorname{rot}\vec{B}\right]$.

24. Найти векторные линии векторных полей:

а) $\vec{A}\left(\vec{x}\right) = 2y\,\vec{e}_1 + 6x\,\vec{e}_2$;

б) $\vec{A}\left(\vec{x}\right) = 2x\,\vec{e}_1 + 3y\,\vec{e}_2$;

в) $\vec{A}\left(\vec{x}\right) = 2y\,\vec{e}_2 + 6z\,\vec{e}_3$.

25. Найти циркуляцию векторного поля $\vec{A}\left(\vec{x}\right)$ вдоль заданного замкнутого контура с заданной параметризацией:

а) $\vec{A}\left(\vec{x}\right) = y\,\vec{e}_1 - z\,\vec{e}_2 + x^2 y\,\vec{e}_3,$

$x = 2\cos t,\ y = \sin t,\ z = 1,\ t \in [0, 2\pi];$

б) $\vec{A}\left(\vec{x}\right) = z\,\vec{e}_1 - x\,\vec{e}_2 + yz\,\vec{e}_3,$

$x = 2\cos t,\ y = 6\sin t,\ z = 3,\ t \in [0, 2\pi];$

в) $\vec{A}\left(\vec{x}\right) = 4y\,\vec{e}_1 + x\,\vec{e}_2 + y\,\vec{e}_3,$

$x = \cos t,\ y = \sin t,\ z = 2 - \cos t - \sin t,\ t \in [0, 2\pi].$

Обыкновенные дифференциальные уравнения

1. Найти общее решение обыкновенного дифференциального уравнения с разделяющимися переменными.

1) Решить уравнение $(+y)dx - (-x)dy = 0.$

Ответ: $(+y)(-x) = C.$

2) Решить уравнение $(+e^x)yy' = e^x.$

Ответ: $\frac{y^2}{2} = \ln(+e^x) + C.$

3) Решить уравнение $x\sqrt{1+y^2} + yy'\sqrt{1+x^2} = 0.$

Ответ: $\sqrt{1+y^2} + \sqrt{1+x^2} = C.$

2. Найти общее решение уравнения с однородной правой частью.

1) Найти интегральные кривые уравнения $y' = e^{\frac{y}{x}} + \frac{y}{x}.$

Ответ: Интегральные кривые определяются уравнением $e^{-\frac{y}{x}} + \ln|x| = C.$

2) Найти интегральные кривые уравнения $y' = \frac{y}{x} - 1.$

Ответ: Интегральные кривые определяются уравнением $xe^{\frac{y}{x}} = C$.

3) Найти интегральные кривые уравнения

$$(x^2 + 2xy)dx + xydy = 0.$$

Ответ: Интегральные кривые определяются уравнением

$$\ln|x+y| + \frac{x}{x+y} = C.$$

3. Найти общее решение линейного дифференциального уравнения первого порядка. Если указаны начальные условия, то найти частное решение, удовлетворяющее начальному условию.

1) $(x+1)\frac{dy}{dx} = 4x + 2y.$

2) $\frac{dy}{dx} - \frac{y}{1-x^2} - 1 - x = 0,\ y(0) = 0.$

3) $x\frac{dy}{dx} + y - e^x = 0,\ y(a) = b.$

4) $\frac{dy}{dx}\cos^2 x + y = \operatorname{tg} x,\ y(0) = 0.$

5) $\frac{dy}{dx} - \frac{y}{x\ln x} = x\ln x,\ y(e) = \frac{e^2}{2}.$

6) $\frac{dy}{dx} - y\operatorname{tg} x = \cos x,\ y(0) = 0.$

7) $\frac{dy}{dx} + y\cos x = e^{\sin x},\ y(0) = 0.$

8) $x\frac{dy}{dx} + y = x^2.$

9) $x^2\frac{dy}{dx} - 2xy = 3.$

10) $x^2\frac{dy}{dx} - 2xy = 3y.$

11) $\frac{dy}{dx} - ay = e^{bx}$.

4. Найти общее решение линейного однородного обыкновенного дифференциального уравнения порядка выше второго.

1) $\frac{d^3y}{dx^3} - 8y = 0.$

2) $\frac{d^4y}{dx^3} - y = 0.$

3) $\frac{d^4y}{dx^4} - 5\frac{d^2y}{dx^2} + 4y = 0.$

4) $\frac{d^4y}{dx^4} + \frac{d^3y}{dx^3} + 8\frac{d^2y}{dx^2} + 8\frac{dy}{dx} + 4y = 0.$

5) $\frac{d^5y}{dx^5} - 6\frac{d^4y}{dx^4} + 9\frac{d^2y}{dx^2} = 0.$

5. Найти общее решение линейного неоднородного обыкновенного дифференциального уравнения.

1) $\frac{d^2y}{dx^2} - 4y = -12x^2 + 6x - 4.$

2) $\frac{d^2y}{dx^2} - 2\frac{dy}{dx} + y = 4e^x.$

3) $\frac{d^2y}{dx^2} - 2\frac{dy}{dx} - 3y = -4e^x + 3.$

4) $\frac{d^2y}{dx^2} + \frac{dy}{dx} = 6\sin 2x.$

5) $\frac{d^2y}{dx^2} - \frac{dy}{dx} + y = -13\sin 2x.$

6. Найти общее решение однородных систем ОДУ методом Эйлера и, если указано, выделить частное решение, удовлетворяющее поставленным начальным условиям.

1) $\begin{cases} \dfrac{dy^1}{dt} - 2y^1 + 3y^2 = 0, \\ \dfrac{dy^2}{dt} - 3y^1 - 2y^2 = 0. \end{cases}$

2) $\begin{cases} \dfrac{dy^1}{dt} - 2y^1 + 3y^2 = 0, \\ \dfrac{dy^2}{dt} - 3y^1 - 2y^2 = 0. \end{cases}$

3) $\begin{cases} \dfrac{dy_1}{dt} - 4y_1 + y_2 = 0, \\ \dfrac{dy_2}{dt} - 3y_1 - y_2 + y_3 = 0, \\ \dfrac{dy_3}{dt} - y_1 - y_3 = 0. \end{cases}$

4) $\begin{cases} \dfrac{dy_1}{dt} + y_1 - y_2 - y_3 = 0, \\ \dfrac{dy_2}{dt} - y_1 + y_2 - y_3 = 0, \\ \dfrac{dy_3}{dt} - y_1 - y_2 + y_3 = 0. \end{cases}$

5) $\dfrac{d}{dt}|y\rangle = A|y\rangle, |y\rangle = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{pmatrix}, A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 3 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$

6) $\dfrac{d}{dt}|y\rangle = A|y\rangle, |y\rangle = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{pmatrix}, A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$

7. Решить неоднородные системы ОДУ методом Лагранжа.

1) $\begin{cases} \dfrac{dy_1}{dt} - y_2 = \cos t, \\ \dfrac{dy_2}{dt} + y_1 = 1. \end{cases}$

2) $\begin{cases} \dfrac{dy_1}{dt} - 2y_1 + 4y_2 = 4e^{-2t}, \\ \dfrac{dy_2}{dt} - 2y_1 + 2y_2 = 0. \end{cases}$

3) $\begin{cases} \dfrac{dy_1}{dt} - 2y_1 - y_2 + 2y_3 = -t + 2, \\ \dfrac{dy_2}{dt} + y_1 = 1, \\ \dfrac{dy_3}{dt} - y_1 - y_2 + y_3 = -t + 1. \end{cases}$



МИНОБРНАУКИ РОССИИ

ФГБОУ ВО

«Уральский государственный горный университет»

О. В. Садырева, И. Г. Коршунов

Ф И З И К А

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ
ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ ВСЕХ НАПРАВЛЕНИЙ ПОДГОТОВКИ

Екатеринбург

2019

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Уральский государственный горный университет»

ОДОБРЕНО
Учебно-методическим советом УГГУ

Председатель совета
_____Упоров С.А.

ФИЗИКА

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ
СТУДЕНТОВ ВСЕХ НАПРАВЛЕНИЙ ПОДГОТОВКИ

Екатеринбург, 2019

Методические указания рассмотрены на заседании кафедры физики 26 марта 2019 года (протокол № 19) и рекомендованы для издания в УГГУ

ФИЗИКА. Методические указания для самостоятельной работы студентов всех направлений подготовки/Садырева О.В., Коршунов И.Г.; Урал.гос. горный ун-т.– Екатеринбург, 2019.– 29 стр.

Методические указания составлены в соответствии с программами по курсу физики для студентов всех направлений подготовки в УГГУ. Они содержат условия задач для самостоятельной работы, при выполнении контрольных работ студентами по следующим темам курса физики: механика; молекулярная физика и термодинамика; электричество и магнетизм; механические и электромагнитные колебания и волны; волновая и квантовая оптика; квантовая физика и физика атома; элементы ядерной физики. Также в них содержатся методические указания к решению задач, их оформлению, список рекомендуемой литературы и справочные данные, необходимые для решения задач.

ОБЩИЕ МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧ И ВЫПОЛНЕНИЮ ДОМАШНИХ КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ

1. Номера задач, которые студент должен включить в свою контрольную работу, определяются преподавателем в начале соответствующего семестра.
2. Контрольные работы нужно выполнять чернилами в школьной тетради, на обложке указывается фамилия и инициалы студента, номер группы.
3. Условия задач в контрольной работе необходимо переписать полностью без сокращений. Для замечаний преподавателя на страницах тетради нужно оставлять поля.
4. Если контрольная работа при рецензировании не зачтена, студент обязан представить ее на повторную рецензию, включив в нее те задачи, при решении которых допущены ошибки.
5. При решении задач необходимо пользоваться следующей схемой:

- Внимательно прочитать условие задачи.
- Выписать столбиком все величины, входящие в условие, и выразить их в одних единицах (преимущественно в Международной системе единиц СИ).
- Если это возможно, представить условие задачи в виде четкого рисунка. Правильно сделанный рисунок – это наполовину решенная задача.
- Уяснить физическую сущность задачи, установить основные законы и формулы, на которых базируется условие задачи.
- Если при решении задачи применяется формула, полученная для частного случая, не выражающая какой-нибудь физический закон или не являющаяся определением какой-нибудь физической величины, то ее следует вывести.
- Если равенства векторные, то их необходимо спроектировать но оси координат и записать в скалярной форме.
- Решить задачу сначала в общем виде, то есть, в буквенных обозначениях, заданных в условии задачи. При таком способе решения не производятся вычисления промежуточных величин.
- После получения расчетной формулы для проверки ее правильности следует подставить в правую часть формулы вместо символов величин их размерности, произвести с ними необходимые действия и убедиться в том, что полученная при этом единица соответствует искомой величине. Если такого соответствия нет, то это означает, что задача решена неверно.
- Подставить в конечную формулу числовые значения, выраженные в единицах СИ. В виде исключения допускается выражать в любых, но одинаковых единицах числовые значения однородных величин, стоящих в числителе и знаменателе дроби и имеющих одинаковые степени.

- При подстановке в расчетную формулу, а также при записи ответа числовые значения величин следует записывать как произведение десятичной дроби с одной значащей цифрой перед запятой на соответствующую степень десяти. Например, вместо 3520 надо записать $3{,}52 \cdot 10^3$, вместо 0,00129 записать $1{,}29 \cdot 10^{-3}$ и т. п.
- Вычисления по расчетной формуле надо проводить с соблюдением правил приближенных вычислений. Как правило, окончательный ответ следует записывать с тремя значащими цифрами. Это относится и к случаю, когда результат получен с применением калькулятора.
- Решение задачи должно сопровождаться краткими, но исчерпывающими пояснениями и комментариями.

1. МЕХАНИКА

1. Расстояние между двумя станциями метрополитена 1,5 км. Первую половину этого расстояния поезд проходит равноускоренно, вторую - равнозамедленно с тем же по модулю ускорением. Максимальная скорость поезда 50 км/ч. Найти ускорение и время движения поезда между станциями.

2. Шахтная клеть поднимается со скоростью 12 м/с. После выключения двигателя, двигаясь с отрицательным ускорением 1,2 м/с2 , останавливается у верхней приемной площадки. На каком расстоянии от нее находилась клеть в момент выключения двигателя и сколько времени двигалась до остановки?

3. С башни высотой 30 м в горизонтальном направлении брошено тело с начальной скоростью 10 м/с. Определить уравнение траектории тела, скорость тела в момент падения.

4. Для добывания руды открытым способом произвели взрыв породы. Подъем кусков породы, выброшенных вертикально вверх, длился 5 с. Определить их начальную скорость и высоту подъема.

5. При взрыве серии скважин камень, находящийся на уступе высотой 45 м, получил скорость 100 м/с в горизонтальном направлении. Какова дальность полета камня, сколько времени он будет падать, с какой скоростью упадет на землю?

6. Рассчитать скорость движения и полное ускорение шахтного электровоза в момент времени 5 с, если он движется по криволинейному участку радиусом 15 м. Закон движения электровоза выражается формулой $S = 800 + 8t - 0{,}5\,t^2$, м.

7. Во сколько раз тангенциальное ускорение точки, лежащей на ободе вращающегося колеса, больше ее нормального ускорения для того момента времени, когда вектор полного ускорения этой точки составляет угол 30° с вектором ее линейной скорости?

8. Под действием постоянной силы 118 Н вагонетка приобрела скорость 2 м/с, пройдя путь 10 м. Определить силу трения и коэффициент трения, если масса вагонетки 400 кг.

9. В шахте опускается равноускоренно лифт массой 280 кг, в первые 10 с он проходит 35 м. Найти натяжение каната, на котором висит лифт.

10. На горизонтальной платформе шахтной клети находится груз 60 кг. Определить силу давления груза на платформу: при равномерном подъеме и спуске, при подъеме и спуске с ускорением 3 м/^{2} , при спуске с ускорением 9,8 м/с^2.

11. Тело скользит по наклонной плоскости, образующей с горизонтом угол 45° . Пройдя путь 36,4 см, тело приобретает скорость 2 м/с. Найти коэффициент трения тела о плоскость.

12. Найти закон движения (зависимость пройденного расстояния от времени) куска антрацита при скольжении его с нулевой начальной скоростью по стальному желобу с углом наклона 30° . Коэффициент трения 0,3.

13. Рудничный поезд массой 450 т движется со скоростью 30 км/ч, развивая мощность 150 л. с. (1 л. с. =736 Вт). Определить коэффициент трения.

14. Определить силу тяги, которую развивает лебедка при подъеме вагонетки массой 2 т с ускорением 0,5 м/^{2}, если коэффициент трения 0,03, а угол наклона железнодорожного полотна 30°.

15. Вагонетка скатывается по наклонной горке длиной 5 м. Определить путь, проходимый вагонеткой по горизонтали до остановки, и наибольшую скорость движения, если коэффициент сопротивления 0,0095. Угол наклона 5°.

16. Маховик, приведенный в равноускоренное вращение, сделав 40 полных оборотов, стал вращаться с частотой 480 мин$^{-1}$.Определить угловое ускорение маховика и продолжительность равноускоренного вращения.

17. Ротор шахтного электродвигателя совершает 960 об/мин. После выключения он останавливается через 10с. Считая вращение равнозамедленным, найти угловое ускорение ротора. Сколько оборотов сделал ротор до остановки?

18. Крутящий момент двигателя электрической лебедки 1,2 кН·м. Для остановки двигателя служат тормозные деревянные колодки, прижимающиеся с двух сторон к тормозному чугунному диску радиусом 0,6 м, жестко связанному с ротором двигателя. Найти силу давления, необходимую для остановки ротора, если коэффициент трения равен 0,5.

19. Двигатель мощностью 3 кВт за 12 с разогнал маховик до 10 об/с. Найти момент инерции маховика.

20. Была произведена работа в 1 кДж, чтобы из состояния покоя привести маховик во вращение с частотой $8с^{-1}$.Какой момент импульса (количества движения) приобрел маховик?

21. Шар и цилиндр имеют одинаковую массу 5кг и катятся со скоростью 10 м/с по горизонтальной плоскости. Найти кинетическую энергию этих тел.

22. Какую работу надо произвести, чтобы раскрутить маховик массой 80 кг до 180об/мин? Массу маховика считать равномерно распределенной по ободу с диаметром 1м.

23. Ротор шахтного электродвигателя совершает 960 об/мин. После выключения он останавливается через 10с. Считая вращение равнозамедленным, найти угловое ускорение ротора. Сколько оборотов сделал ротор до остановки?

24. Шар и сплошной цилиндр катятся по горизонтальной плоскости. Какую часть энергия поступательного движения каждого тела составляет от общей кинетической энергии?

25. Маховик, выполненный в виде диска радиусом 0,4м и имеющий массу 100 кг, был раскручен до 480 оборотов в минуту и предоставлен самому себе. Под действием трения вала о подшипники маховик остановился через 80 с. Определить момент сил трения.

2.МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА И ТЕРМОДИНАМИКА

26. Какой объем занимает 1 кг водорода при давлении 106 Па и температуре 20°С? Молярная масса водорода $2 \cdot 10^{-3}$ кг/моль.

27. Для автогенной сварки привезли баллон кислорода вместимостью 100 л. Найти массу кислорода, если его давление 12 МПа и темпера-тура 16°С. Молярная масса кислорода $32 \cdot 10^{-3}$ кг/моль.

28. Определить среднюю плотность сжатого воздуха в рудничной воздухопроводной сети, если давление воздуха в компрессоре составляет $7 \cdot 10^5$ Па, а давление у воздухоприемников $6 \cdot 10^5$ Па. Температура воздуха в начале и конце сети равна 27°С и 7°С. Молярная масса воздуха равна 0,029 кг/моль.

29. Стальной баллон емкостью 25 л наполнен ацетиленом $C_2 H_2$ при температуре 27° С до давления 20 МПа. Часть ацетилена использовали для автогенной сварки подкрановых путей в шахте. Какая масса ацетилена из-расходована, если давление в баллоне при температуре 23°С стало равным 14 МПа ? Молярная масса ацетилена 0,026 кг/моль.

30. Сжатый воздух в баллоне имеет температуру 15°С. Во время пожара температура воздуха в баллоне поднялась до 450° С. Взорвется ли баллон, если известно, что при этой температуре он может выдержать давление не более 9,8 МПа? Начальное давление в баллоне 4,8 МПа.

31. Температура взрыва гремучей смеси, то есть температура, до которой нагреты в первый момент газообразные продукты взрыва, достигает в среднем 2600° С, если взрыв происходит внутри замкнутого пространства. Во сколько раз давление при взрыве гремучего газа превосходит давление смеси до взрыва, если последнее равно 10^5 Па, а начальная температура 17° С?

32. Компрессор, обеспечивающий работу отбойных молотков в забое, засасывает из атмосферы 100 л воздуха в секунду при давлении 1 атм. Сколько отбойных молотков может работать от этого компрессора, если для каждого молотка необходимо 100 $см^3$ воздуха в секунду при давлении 50 атм ?

33. В двигателе Дизеля сжимается адиабатически воздух, в результате чего его температура поднимается, достигая температуры воспламенения нефти 800° С. До какого давления сжимается при этом воздух и во сколько раз уменьшается его объем, если начальное давление 1 атм, начальная температура 80°С, γ=1,4?

34. Современные вакуумные насосы позволяют понижать давление до 10^{-15} мм рт. ст. Сколько молекул газа содержится в объеме 1 $см^3$ при указанном давлении и температуре 27° С ?

35. Определить средние квадратичные скорости молекул метана CH_4 до взрыва и после него, если температура до взрыва равна 20° С, а после него 2600° С. Молярная масса 0,016 кг/моль.

36. Найти среднюю кинетическую энергию вращательного движения одной молекулы кислорода при температуре 350 К, а также кинетическую энергию вращательного движения всех молекул, содержащихся в 4 г кислорода.

37. Вычислить удельные теплоемкости при постоянном объеме и при постоянном давлении окиси углерода CO, принимая этот газ за идеальный.

38. На сжатие азота при постоянном давлении была затрачена работа 12 кДж. Найти изменение внутренней энергии и затраченное количество теплоты.

39. Какое количество теплоты для нагревания от 50°C до 100° C надо сообщить азоту массой 28 г, который находится в цилиндре с подвижным поршнем? Чему равна при этом процессе работа расширения?

40. При адиабатическом процессе расширения внутренняя энергия кислорода уменьшилась на 8,38 кДж. Вычислить массу кислорода, если начальная температура его 47° C, а объем увеличился в 10 раз.

41. В двигателе внутреннего сгорания температура газообразных продуктов сгорания поднимается от 600° C до 2000° C. Найти количество теплоты, подведенное к 1 кг газа при постоянном давлении, изменение его внутренней энергии и совершенную работу, если удельные теплоемкости при постоянных давлении и объеме соответственно равны 1,25 кДж/(кг·К) и 0,96 кДж/(кг·К).

42. Определить мощность на валу компрессора производительностью 25 $м^3$ в минуту, работающего на подземную воздушную сеть, если первоначальное давление 1 атм, а давление, развиваемое компрессором в конце изотермического сжатия, составляет 7 атм.

43. Тепловая машина работает по обратимому циклу Карно. Температура нагревателя 227° C. Определить термический коэффициент полезного действия цикла и температуру охладителя, если за счет каждого килоджоуля теплоты, полученной от нагревателя, машина совершает работу 350 Дж.

44. От идеальной теплосиловой установки, работающей по циклу Карно, отводится ежечасно 270 МДж теплоты с помощью холодильника при 9° C. Определить полезную мощность установки, если количество подводимой в час теплоты равно 900 МДж. При какой температуре подводится теплота?

45. Газ совершает цикл Карно. Абсолютная температура нагревателя в три раза выше, чем температура холодильника. Нагреватель передал газу 42 кДж теплоты. Какую работу совершил газ?

46. При прямом цикле Карно тепловая машина совершает работу, равную 200 Дж. Температура нагревателя 375 К, холодильника 300 К. Найти количество теплоты, получаемое машиной от нагревателя.

3. ЭЛЕКТРИЧЕСТВО И МАГНЕТИЗМ

47. Вследствие трения о шкив ремень заряжается, причем каждый квадратный метр ремня содержит 0,02Кл заряда. Ширина ремня 0,3м, скорость его движения 20 м/с. Какой заряд проходит ежесекундно через любую неподвижную плоскость, перпендикулярную ремню?

48. Определить заряд, емкость и потенциал Земли, считая ее шаром радиусом $6 \cdot 10^3$ км и зная, что напряженность поля около поверхности равна 100 В/м.

49. Разность потенциалов между пластинами плоского конденсатора 6 кВ, заряд каждой пластины 10 нКл. Найти энергию конденсатора и силу взаимного притяжения пластин, если расстояние между ними 2 см.

50. Какое количество теплоты выделится при разрядке плоского конденсатора, если разность потенциалов между пластинами 15 кВ, расстояние 1 мм, диэлектрик слюда ($\varepsilon = 6$), площадь каждой пластины 300 $см^2$?

51. Какую работу надо совершить , чтобы увеличить расстояние между пластинами воздушного конденсатора от 0,03 м до 0,1 м? Площадь пластин 100 $см^2$. Конденсатор подключен к источнику напряжения 220 В.

52. Камнедробилка должна работать под напряжением 100 В, потребляя ток в 40 А. Напряжение на электростанции 120 В, а расстояние до нее 1 км. Определить сечение медных соединительных проводов ($\rho = 1{,}7 \cdot 10^{-8}$ Ом м).

53. Какой длины надо взять нихромовый проводник диаметром 1,5 мм для изготовления спирали вулканизатора , применяемого при сращивании кабелей, если сопротивление спирали 5,5 Ом, а удельное сопротивление нихрома $1{,}1 \cdot 10^{-6}$ Ом м?

54. Цена деления прибора $1,5 \cdot 10^{-5}$ А /дел. Шкала прибора имеет 200 делений, его внутреннее сопротивление 100 Ом. Какие сопротивления нужно подключить к этому прибору и каким образом, чтобы можно было измерять напряжение до 200 В или ток до 4 А?

55. Определить сопротивление медных магистральных проводов при температуре 30^0 С. Расстояние от места расположения проводов до взрывной станции 400 м. Площадь сечения проводов 0,8 $мм^2$, $\rho = 0{,}017$(Ом· $мм^2$ /м), $\alpha = 0{,}0044$ град-1.

56. ЭДС батареи 12 В, ток короткого замыкания 5 А. Какую наибольшую мощность может дать батарея во внешней цепи?

57. Найти ток короткого замыкания для аккумуляторной батареи, если при токе 5 А она дает во внешнюю цепь мощность 9,5 Вт, а при токе 8 А мощность 14,4 Вт.

58. Ток в проводнике сопротивлением 100 Ом равномерно нарастает от 0 до 10 А в течение 30 с. Чему равно количество теплоты, выделившееся за это время в проводнике?

59. По прямому бесконечно длинному проводнику течет ток 50 А. Найти магнитную индукцию в точке, удаленной на расстояние 5 см от проводника.

60. По двум бесконечно длинным прямым параллельным проводам текут токи 50 А и 100 А в противоположных направлениях. Расстояние между проводами 20 см. Определить магнитную индукцию в точке, удаленной на 25 см от первого и на 40 см от второго провода.

61. Найти число витков в катушке диаметром 10 см, если магнитная стрелка, помещенная в ее центре, отклонилась от плоскости магнитного меридиана на 38° при токе 0,2 А. Горизонтальная составляющая земного магнитного поля 12,8 А /м . Плоскость катушки совпадает с плоскостью магнитного меридиана.

62. Определить горизонтальную составляющую напряженности магнитного поля Земли,
если обмотка тангенс–буссоли имеет 10 витков радиусом 25 см. При токе 0,64 А стрелка отклоняется на угол 45°.

63. Плоский контур площадью 20 см ² находится в однородном магнитном поле с индукцией 0,03 Тл. Найти магнитный поток, пронизывающий контур, если его плоскость составляет угол 60° с линиями индукции.

64. Электромагнит изготовлен в виде тороида со средним диаметром 51 см и вакуумным зазором 2 мм. Обмотка тороида равномерно распределена по всей его длине. Во сколько раз уменьшится напряженность магнитного поля в зазоре, если при неизменном токе в обмотке зазор увеличить в три раза? Магнитная проницаемость сердечника тороида 800.

65. Найти напряженность магнитного поля между полюсами электромагнита , если проводник массой 10 г и длиной 1м при токе в нем 19,6 А висит в поле , не падая.

66. В однородном магнитном поле с индукцией 0,1 Тл движется проводник длиной 10 см со скоростью 15 м /с, направленной перпендикулярно к магнитному полю. Найти ЭДС, индуцированную в проводнике.

67. Обмотка электромагнита содержит 800 витков. Площадь сечения сердечника 15 $см^2$, Индукция магнитного поля в сердечнике 1,4 Тл. Вычислить величину средней ЭДС , возникающей в обмотке при размыкании тока, если ток уменьшается до нуля в течение 0,001с.

68. На железное кольцо намотано в один слой 200 витков провода. Чему равна энергия Магнитного поля, если при токе 2,5 А магнитный поток в железе 0,5 мВб?

69. Замкнутый соленоид намотан на немагнитный каркас и содержит 20 витков на каждый сантиметр длины. Найти объемную плотность энергии поля при токе 1 А.

70. С какой скоростью должен нарастать ток в катушке с числом витков 800, площадью поперечного сечения 10 $см^2$, длиной 30 см, чтобы величина ЭДС самоиндукции, возникшей в ней, была равна 25 мВ?

4. МЕХАНИЧЕСКИЕ И ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ КОЛЕБАНИЯ И ВОЛНЫ

71. Маятник для гравиметрической съемки за сутки совершил 57600 колебаний. Найти ускорение свободного падения, если длина маятника
0,56м.

72. Днище вибролюка, применяемого для погрузки руды в бункер поезда из очистной камеры, совершает гармоническое колебательное движение с амплитудой 5 мм и частотой 1500 $мин^{-1}$. Написать уравнение колебаний, если начальная фаза равна нулю.

73. Стол питателя, предназначенного для погрузки руды в вагонетки, колеблется с частотой 45 $мин^{-1}$. Определить максимальные скорость и ускорение стола, полную энергию колебаний, если масса питателя 1000 кг, амплитуда колебаний 72 мм.

74. Решето рудообогатительного грохота совершает вертикальное колебательное движение с амплитудой 5 см. Найти наименьшую частоту колебаний, при которой куски руды, лежащие на решете, будут отделяться от него и подбрасываться вверх.

75. Для погружения обсадных труб в глинистые отложения применяется вибровозбудитель ВО-10, амплитуда колебаний которого 0,13 см, частота вращения дебалансов 1200 $мин^{-1.}$ Определить максимальные скорость и ускорение, написать уравнение колебаний, если начальная фаза равна нулю.

76. Определить полную энергию колебаний и максимальную силу взаимодействия между подъемным сосудом массой 90 тонн и армировкой ствола шахты, если амплитуда горизонтальных колебаний сосуда 3 см, а циклическая частота 7 $с^{-1}$.

77. Точка одновременно совершает два гармонических колебания, происходящих по взаимно перпендикулярным направлениям и выражаемых уравнениями: $x = 0{,}5\sin t$, $y = 2\cos t$. Найти уравнение траектории точки, построить график ее движения.

78. Два одинаково направленных гармонических колебания одного периода с амплитудами 10 см и 6 см складываются в одно колебание с амплитудой 14 см. Определить разность фаз складываемых колебаний.

79. Груз, подвешенный к пружине, гармонически колеблется по вертикали с периодом 0,5 с. Коэффициент упругости пружины 4 Н/м. Определить массу груза.

80. Амплитуда затухающих колебаний маятника за 5 мин уменьшилась в два раза. За какое время, считая от начального момента, амплитуда уменьшится в восемь раз?

81. Источник незатухающих гармонических колебаний подчиняется закону $x = 5\sin 3140t$ (м). Определить смещение, скорость и ускорение точки, находящейся на расстоянии 340м от источника, через 1 с от начала колебаний, если скорость волны 340 м/с.

82. Уравнение незатухающих колебаний $y = 0{,}1\sin 0{,}5\pi t$ (м). Скорость волны 300 м/с. Написать уравнение колебаний для точек волны в момент времени 4 с после начала колебаний. Найти разность фаз для источника и точки на расстоянии 200 м от него.

83. Звуковые колебания с частотой 500 Гц и амплитудой 0,25 мм, распространяются в воздухе. Длина волны 70 см. Определить скорость распространения волны и наибольшую скорость колебаний частиц воздуха.

84. Определить коэффициент сжатия горной породы - величину, обратную модулю Юнга, если скорость распространения звуковых волн в горной породе равна 4500 м/с, а плотность породы составляет $2{,}3\cdot 10^3$ кг/м^3.

85. К одному из концов длинного стержня прикреплен вибратор, колеблющийся по закону $y = 10^{-6}\sin 10^4\pi t$ (м). Найти скорость точек в сечении стержня, отстоящем от вибратора на расстоянии 25см, в момент времени 10^{-4} с. Скорость волны $5\cdot 10^3$ м/с.

86. Колебательный контур состоит из катушки с индуктивностью 2 мГн и конденсатора емкостью 888 пФ. На какую длину волны настроен контур?

87. Найти частоту собственных колебаний в контуре, состоящем из катушки индуктивности и плоского конденсатора. Площадь каждой пластины конденсатора 30 см^2 и расстояние между ними 0,1 см. Число витков катушки 1000, длина ее 30 см, сечение 1 см^2.

88. Колебательный контур состоит из катушки с индуктивностью 1,02 Гн и конденсатора емкостью 0,025 мкФ. Заряд на конденсаторе равен $2{,}5\cdot^{10\text{-}6}$ Кл. Какова зависимость разности потенциалов на конденсаторе от времени?

89. Катушка (без сердечника) длиной 50 см и площадью поперечного сечения 3 см^2 имеет 1000 витков и соединена параллельно с конденсатором. Он состоит из двух

пластин площадью 75 см^2 каждая, рас-стояние между пластинами 5 мм, диэлектрик - воздух. Найти период колебаний контура и длину волны, на которую он настроен.

90. Колебательный контур состоит из катушки индуктивностью 1,02 Гн и конденсатора емкостью 25 нФ. На обкладках конденсатора сосредоточен заряд 2,5 мкКл. Написать уравнение изменения тока в цепи в зависимости от времени.

91. Разность потенциалов на конденсаторе в контуре за 1 мс уменьшается в три раза. Найти коэффициент затухания.

92. Электромагнитные волны распространяются в некоторой однородной среде со скоростью $2{,}5\cdot10^8$ м/с. Какую длину волны имеют электромагнитные колебания в данной среде, если частота колебаний 1 МГц?

93. Катушка с индуктивностью 30 мкГн присоединена к плоскому конденсатору с площадью пластин 0,01 м^2 и расстоянием между ними 0,1 мм. Найти диэлектрическую проницаемость среды, заполняющей пространство между пластинами, если контур настроен на длину волны 750 м.

94. Колебательный контур состоит из конденсатора емкостью 80 пФ и катушки индуктивностью 0,5 мГн. Найти максимальный ток в контуре, если максимальная разность потенциалов на обкладках конденсатора 300 В. На какую длину волны резонирует данный контур?

95. Закон изменения разности потенциалов на обкладках конденсатора в контуре задан уравнением $U = 50\cos10^4\pi t$(В). Емкость конденсатора равна 0,1 мкФ. Найти период колебаний, индуктивность, длину волны. Написать закон изменения тока в контуре.

96. Колебательный контур состоит из конденсатора переменной емкости от 12 пФ до 80пФ и катушки с индуктивностью 1,2 мГн. Найти диапазон длин электромагнитных волн, которые могут вызывать резонанс в этом контуре.

97. Индуктивность колебательного контура 0,5 мГн. Какова должна быть электроемкость контура, чтобы он резонировал на длину волны 300 м?

98. Катушка (без сердечника) длиной 50 см и площадью поперечного сечения 3 см^2 имеет 1000 витков и соединена параллельно с конденсатором. Он состоит из двух пластин площадью 75 см^2 каждая, расстояние между пластинами 5 мм, диэлектрик - воздух. Найти период колебаний контура и длину волны, на которую он настроен.

99. Какую индуктивность надо включить в колебательный контур, чтобы при емкости 2 мкФ получить частоту 1000 Гц?

100. Индуктивность катушки в колебательном контуре 20 мкГн. Требуется настроить этот контур на частоту 5 МГц. Какую емкость следует выбрать?

101. Колебательный контур, состоящий из воздушного конденсатора с двумя пластинами по 100 $см^2$ каждая и катушки с индуктивностью 1 мкГн резонирует на волну длиной 10м. Найти расстояние между пластинами конденсатора.

5. ВОЛНОВАЯ И КВАНТОВАЯ ОПТИКА

102. Расстояние между двумя щелями в опыте Юнга I мм, расстояние от щелей до экрана 3м, расстояние между соседними интерференционными максимумами на экране 1,5 мм. Найти длину волны источника монохроматического света.

103. Оранжевые лучи с длиной волны 650 нм от двух когерентных источников, расстояние между которыми 120 мкм, падают на экран. Расстояние от источников до экрана 3,6 м. Найти расстояние между центрами соседних темных полос на экране.

104. Какую наименьшую толщину должна иметь пластинка, сделанная из материала с показателем преломления 1,54, чтобы при освещении ее лучами с длиной волны 750 нм, перпендикулярными к пластинке, она в отраженном свете казалась красной?

105. Между двумя плоскопараллельными пластинками лежит проволочка, отчего образовался воздушный клин. Пластинки освещаются светом с длиной волны 500 нм. Угол падения лучей 0°, длина пластинки 10 см. Расстояние между интерференционными полосами в отраженном свете 1,8 мм. Найти толщину проволочки.

106. Плосковыпуклая линза (n=1,5) с оптической силой 0,5 диоптрий выпуклой стороной лежит на стеклянной пластинке. Найти радиус пятого темного кольца Ньютона в проходящем свете (λ =600 нм).

107. Радиус кривизны плосковыпуклой линзы 4 м. Чему равна длина волны падающего света, если радиус 5-го светлого кольца Нью-она в отраженном свете равен 3,6 мм?

108. На щель шириной 0,2 мм падает нормально монохроматический свет с длиной волны 640 нм. Определить угол отклонения лучей, соответствующих первой светлой дифракционной полосе.

109. На пластинку со щелью падает нормально монохроматический свет. Угол отклонения лучей, соответствующих второму дифракционному минимуму, равен 1°. Сколько длин волн падающего света составляет ширина щели?

110. На щель шириной 0,05 мм падает нормально монохроматический свет (λ=0,6 мкм). Найти угол между первоначальным направлением пучка света и направлением на четвертую темную дифракционную полосу.

111. На дифракционную решетку нормально падает пучок света от разрядной трубки, наполненной гелием. На какую линию в спектре третьего порядка накладывается красная линия гелия с длиной волны 670 нм спектра второго порядка?

112. При освещении дифракционной решетки белым светом спектры второго и третьего порядка накладываются друг на друга. На какую длину волны в спектре второго порядка накладывается фиолетовая граница (400 нм) спектра третьего порядка?

113. На дифракционную решетку, имеющую 800 штрихов на I мм, падает параллельный пучок белого света. Какова разность углов отклонения конца первого и начала второго спектров? Принять длину волны красного света 760 нм, фиолетового 400 нм.

114. На дифракционную решетку, содержащую 50 штрихов на миллиметр, падает в направлении нормали к ее поверхности белый свет. Спектр проектируется на экран с помощью линзы, помещенной вблизи решетки. Определить длину спектра первого порядка на экране, если расстояние от линзы до экрана 3 м. Границы видимого спектра 400 нм и 760 нм.

115. Угол преломления луча света в жидкости равен 35°. Определить показатель преломления этой жидкости, если отраженный луч максимально поляризован.
116. Под каким углом к горизонту должно находиться Солнце, чтобы его лучи, отраженные от поверхности озера, были бы наиболее полно поляризованы.

117. Предельный угол полного внутреннего отражения луча на границе жидкости с воздухом равен 43°. Каков должен быть угол падения луча из воздуха на поверхность жидкости, чтобы отраженный луч был максимально поляризован?

118. Угол максимальной поляризации при отражении света от кристалла каменной соли равен 57°. Определить скорость распространения света в этом кристалле.

119. Угол между плоскостями поляризации двух призм Николя равен 45°. Во сколько раз
уменьшится интенсивность света, прошедшего через николи, если этот угол увеличить до 60°?

120. Температура «голубой» звезды $3 \cdot 10^4$К. Определить интегральную интенсивность излучения и длину волны, соответствующую максимуму излучательной способности.

121. Приняв температуру поверхности Солнца равной 6000 К, определить энергию, излучаемую с одного квадратного метра за секунду и длину волны, соответствующую максимуму излучательной способности.

122. Поток энергии, излучаемой из смотрового окошка печи за секунду, равен 34 Вт. Найти температуру печи, если площадь отверстия 6 $см^2$.

123. Средняя величина энергии, теряемой вследствие излучения с одного квадратного сантиметра поверхности Земли за минуту, равна 0,55 Дж. Какую температуру должно иметь абсолютно черное тело, излучающее такое же количество энергии?

124. Печь при температуре 1100 К посылает на измерительный прибор некоторое тепловое излучение. Какова должна быть температура печи, чтобы получаемое прибором излучение увеличилось в два, четыре и шестнадцать раз?

125. Максимальная лучеиспускательная способность абсолютность черного тела приходится на длину волны 800 нм. Какая мощность должна быть подведена к этому телу, поверхность которого 100 $см^2$, чтобы поддерживать его при постоянной температуре.

126. Вследствие изменения температуры абсолютно черного тела, максимум испускательной способности сместился с 500 нм на 750 нм. Во сколько раз уменьшилась суммарная мощность излучения?

127. Какая доля энергии фотона израсходована на работу вырывания фотоэлектрона, если красная граница фотоэффекта равна 307 нм и кинетическая энергия фотоэлектрона I эВ?

128. Калий (работа выхода 2 эВ) освещается монохроматическим светом с длиной волны 509 нм. Определить максимально возможную кинетическую энергию фотоэлектронов.

129. Определить работу выхода электрона из цезия и серебра, если красная граница фотоэффекта у этих металлов составляет соответственно 660 нм и 260 нм.

130. Определить энергию, импульс и массу фотона, длина волны которого соответствует видимой части спектра с длиной волны 500 нм.

131. Определить давление света на стенки электрической стоваттной лампы. Колба лампы представляет собой сферический сосуд радиусом 5 см. Стенки лампы

отражают 10 % падающего на них света. Считать, что вся потребляемая мощность идет на излучение.

132. На поверхность площадью 100 $см^2$ ежеминутно падает 63 Дж световой энергии. Найти величину светового давления, если поверхность полностью отражает все лучи и если полностью поглощает все лучи.

133. Давление света с длиной волны 600 нм на черную поверхность равно $2,2 \cdot 10^{-7}$ $Н/м^2$. Сколько фотонов падает на I $см^2$ за одну секунду?

6. КВАНТОВАЯ ФИЗИКА И ФИЗИКА АТОМА

134. Определить длину волны, соответствующую границе серии Бальмера для водорода. Выделить эту спектральную линию на схеме энергетических уровней атома водорода. Постоянная Ридберга равна $1,097 \cdot 107 м^{-1}$.

135. Найти наибольшую и наименьшую длины волн в первой инфракрасной серии спектра водорода (серии Пашена). Начертить схему энергетических уровней атома водорода.

136. Атом водорода в основном состоянии поглотил квант света с длиной волны 121,5 нм. Определить радиус электронной орбиты возбужденного атома водорода.

137. Вычислить энергию фотона, испускаемого при переходе электрона в атоме водорода с третьего энергетического уровня на первый.

138. Определить длины волн де Бройля для электрона и протона, движущихся со скоростью 1000 км/с. Масса электрона $9,1 \cdot 10^{-31}$кг, масса протона $1,67 \cdot 10^{-27кг}$.

139. Какую ускоряющую разность потенциалов должен пройти электрон, чтобы длина волны де Бройля была равна 0,10 нм ?

140. Определить длину волны де Бройля для электрона, движущегося по круговой орбите атома водорода, находящегося в основном состоянии.

141. Электрон, движущийся со скоростью $6 \cdot 10^6$м/с, попадает в продольное ускоряющее однородное электрическое поле напряженностью 5 В/см. Какое расстояние должен пройти электрон в таком поле, чтобы его длина волны стала равной 0,10 нм?

142. Рассчитать дебройлевскую длину волны для протона с кинетической энергией, равной энергии покоя электрона 0,51МэВ.

143. Найти коротковолновую границу непрерывного рентгеновского спектра, если известно, что уменьшение приложенного к рентгеновской трубке напряжения на 23 кВ увеличивает искомую длину волны в два раза.

144. Найти длину волны коротковолновой границы сплошного рентгеновского спектра, если скорость электронов, подлетающих к антикатоду трубки, составляет 0,85 скорости света.

145. Для определения постоянной Планка к рентгеновской трубке приложили напряжение 16 кВ и определили минимальную длину волны сплошного рентгеновского излучения (λмин =77,6 пм). Вычислить по этим данным постоянную Планка.

146. Частица в потенциальной яме шириной *l* находится в возбужденном состоянии (n=2).
Вычислить вероятность нахождения частицы в крайней четверти ямы.
46. Частица в потенциальной яме находится в основном состоянии. Какова вероятность обнаружить частицу в крайней трети ямы?
147. В одномерной потенциальной яме шириной *l* находится электрон. Найти вероятность нахождения электрона на первом энергетическом уровне в интервале *l*/4, равноудаленном от стенок ямы.

148. Вычислить величину момента импульса L орбитального движения электрона, находящегося в атоме водорода в s-состоянии и в p-состоянии.

149. Частица в потенциальной яме шириной *l* находится в низшем возбужденном состоянии. Определить вероятность нахождения частицы в интервале *l*/4, равноудаленном от стенок ямы.

150. Определить возможные значения проекции момента импульса L_Z орбитального движения электрона в атоме водорода на направление внешнего магнитного поля. Электрон находится в d-состоянии.

151. Электрон находится в одномерной прямоугольной потенциальной яме шириной *l*
с бесконечно высокими стенками. Определить вероятность обнаружения электрона в средней трети ямы, если электрон находится в возбужденном состоянии (n=3).

7. ЭЛЕМЕНТЫ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ

152. Активность препарата пропорциональна числу ядер, распадающихся за секунду. Во сколько раз уменьшится активность препарата стронция $_{38}Sr^{90}$ через 100 лет? Период полураспада равен 28 лет.

153. Сколько β-частиц испускает в течение одного часа 1 мкг изотопа $_{11}Na^{24}$, период полураспада которого составляет 15 часов?

154. Препарат $_{92}U^{238}$ массой 1 г излучает $1{,}24 \cdot 10^4$ α -частиц в секунду. Найти период полураспада этого изотопа урана и активность препарата.

155. Найти число распадов за одну секунду в 1 г радия, период полураспада которого 1590 лет. Молярная масса радия 0,226 кг/моль.

156. Активность препарата пропорциональна числу ядер, распадающихся за одну секунду. Во сколько раз уменьшится активность иода $_{53}J^{124}$ спустя 12 суток? Период полураспада равен четырем суткам.

157. Сколько β-частиц испускается в течение суток при распаде изотопа фосфора $_{15}P^{32}$ массой 1 мкг? Период полураспада 14,3 суток.
158. Активность препарата уменьшилась в 256 раз. Сколько периодов полураспада составляет промежуток времени, за который произошло такое уменьшение активности?

159. За один год начальное количество радиоактивного вещества уменьшилось в три раза. Во сколько раз оно уменьшится за два года?
60. Какая доля начального количества радиоактивного вещества останется нераспавшейся через промежуток времени, равный двум периодам полураспада?

160. Дефект массы ядра $_7N^{15}$ равен 0,12396 а.е.м. Определить массу атома. ($m\ _1H^1 = 1{,}00783$ а.е.м.; $m\ _0n^1 = 1{,}00867$ а.е.м.).

161. Найти удельную энергию связи ядра $_6C^{12}$, если известно, что $m\ _1H^1 = 1{,}00783$ а.е.м.; $m\ _0n1 = 1{,}00867$ а.е.м.; $m\ _{12}C^6 = 12{,}00000$ а.е.м.

162. Рассчитать массу нейтрального атома, если ядро его состоит из трех протонов и двух нейтронов, а энергия связи ядра равна 26,3 Мэв. ($m\ _1H^1 = 1{,}00783$ а.е.м.; $m\ _0n^1 = 1{,}00867$ а.е.м.).

163. Определить энергию связи ядра изотопа кислорода $_8O^{16}$, если $m\ _1H^1 = 1{,}00783$ а.е.м.;
$m\ _0n^1 = 1{,}00867$ а.е.м.; $m\ _8O^{16} = 1\ 5{,}99491$ а.е.м.

164. Определить энергию связи, приходящуюся на один нуклон ядра атома $_{11}Na^{23}$, если $m\ _{11}Na^{23} = 22{,}98977$а.е.м.; $m\ _1H^1 = 1{,}00783$ а.е.м.; $m\ _0n^1 = 1{,}00867$ а.е.м.

165. Найти дефект массы, энергию связи и удельную энергию связи ядра $_3Li^7$, если известно, что $m\ _3Li^7 = 7{,}01601$ а.е.м.; $m\ _1H^1 = 1{,}00783$ а.е.м.; $m\ _0n^1 = 1{,}00867$ а.е.м.

166. Энергия связи электрона с ядром невозбужденного атома водорода $_1H^1$ равна 13,6 эВ. Определить, насколько масса атома водорода меньше суммы масс свободных протона и электрона.

167. Вычислить дефект массы и энергию связи ядра $_5B^{11}$,если известны следующие массы: m $_5B^{11}$ = 11,00931 а.е.м.; m $_1H^1$ = 1,00783 а.е.м.; m $_0n^1$ = 1,00867 а.е.м.

168. Найти энергию, которую нужно затратить для отрыва нейтрона от ядра $_{11}Na^{23}$, если известны следующие массы: m $_0n^1$ = 1,00867 а.е.м.; m $_{11}Na^{23}$ = 22,98977 а.е.м.; m $_{11}Na^{22}$ = 21,99444 а.е.м.

169. Найти энергию отрыва нейтрона от ядра $_2He^4$,если известны массы: m $_0n^1$ = 1,00867 а.е.м.; m $_2He^4$ = 4,00260 а.е.м.; m $_2He^3$ = 3,01603 а.е.м.

170. Найти энергию, необходимую для удаления одного протона из ядра $_8O^{16}$ ($_8O^{16} \rightarrow {}_7N^{15} + {}_1H^1$). m $_1H^1$ = 1,00783 а.е.м.; m $_8O^{16}$ = 15,99491 а.е.м.; m $_7N^{15}$ = 15,00011 а.е.м.

171. Найти изменение массы при следующей ядерной реакции:
$_{13}Al^{27} + {}_2He^4 \rightarrow {}_{15}P^{30} + {}_0n^1$, если m $_{13}Al^{27}$ =2 6,98154 а.е.м.; m $_2He^4$ = 4,00260 а.е.м.; m $_{15}P^{30}$= 29,97263 а.е.м.; m $_0n^1$= 1,00867 а.е.м.

172.Вычислить энергетический эффект ядерной реакции: $1H^2 + {}_1H3 \rightarrow {}_2He^4 + {}_0n^1$, если m $_1H^2$ = 2,01410 а.е.м.; m $_1H^3$ =3,01605 а.е.м.; m $_0n^1$ =1,00867 а.е.м.; m $_2He^4$ = 4,00260 а.е.м.

173. В термоядерном реакторе с дейтериевым горючим может происходить вторичная термоядерная реакция $_2He^3 + {}_1H^2 \rightarrow {}_2He^4 + {}_1H^1$. Вычислить энергию этой реакции. (m $_2He^3$ = 3,01603 а.е.м.; m $_1H^2$ = 2,01410 а.е.м.; m $_2He^4$ = 4,00260 а.е.м.; m $_1H^1$ = 1,00783 а.е.м.).

174. Вычислить энергию ядерной реакции $_7N^{14} + {}_0n^1 \rightarrow {}_6C^{14} + {}_1H^1$. (m $_7N^1$ ^{4}= 14,00307а.е.м.; m $_0n^1$ =1,00867 а.е.м ; m $_6C^{14}$= 14,00324 а.е.м.; m $_1H^1$= 1,00783 а.е.м.).

175. Определить энергию ядерной реакции $_3Li6 + {}_1H^2 \rightarrow {}_2He^4 + {}_2He^4$. (m $_3Li^6$ = 6,01513 а.е.м.; m $_1H^2$= 2,01410 а.е.м.; m $_2He^4$ =4 ,00260 а.е.м.).

176. Какую минимальную энергию должен иметь квант для вырывания нейтрона из ядра $_6C^{14}$? Известны массы: m $_6C^{14}$ = 14,00324 а.е.м.; m $_0n^1$= 1,00867 а.е.м.; m $_6C^{13}6$ = 13,00335а.е.м.

177. Какую минимальную энергию необходимо затратить, чтобы разделить $_6C^{12}$ на три равные части.(m $_6C^{12}$= 12,00000 а.е.м.; m $_2He^4$= 4,00260 а.е.м.).

178. Определить энергию ядерной реакции $_{20}Ca^{14} + {}_1H^1 \rightarrow {}_{19}K^{41} + 2He^4$. ($m\ {}_{20}Ca^{4\,4}$= 43,95549 а.е.м.; $m\ {}_1H^1$ = 1,00783 а.е.м.; $m\ {}_2He^4$ = 4,00260 а.е.м.; $m\ {}_{19}K^{41}$= 40,96184 а.е.м.)

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

Основная литература

8.1 Основная литература

.

1.	И.Г. Коршунов. Физика. – Екатеринбург: Ид-во УГГУ, 2014. – 341 с.
2.	В.И. Горбатов, В.Ф. Полев. Физика. – Екатеринбург: Изд-во УГГУ (Ч.1, 2012.-105 с.; Ч.2, 2013.-115 с.; Ч.3.- 2014.-147 с.)
3.	Михайлов В.К. Физика: учебное пособие/ Михайлов В.К.— Электрон. текстовые данные.- М.: Московский государственный строительный университет, ЭБС АСВ, 2013.-120 с.-Режим доступа: http://www.iprbookshop.ru/23753.html - ЭБС «IPRbooks».
4.	Михайлов В.К. Волны. Оптика. Атомная физика. Молекулярная физика: учебное пособие/ Михайлов В.К., Панфилова М.И.-Электрон. текстовые данные.-М.: Московский государственный строительный университет, ЭБС АСВ, 2016.-144 с.-Режим доступа: http://www.iprbookshop.ru/62614.html -ЭБС «IPRbooks».
5.	Трофимова Т.М. Курс физики. Академия, 2010.- 560 с.

Дополнительная литература

1. И..Г. Коршунов. Основы физики.- Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2010. - 312 с.
2. Ветрова В.Т. Физика. Сборник задач: учебное пособие/ Ветрова В.Т.- Электрон. текстовые данные.- Минск: Вышэйшая школа, 2015.-446 с.- Режим доступа: http://www.iprbookshop.ru/48021.html -ЭБС «IPRbooks».
3. Чакак А.А. Физика. Краткий курс: учебное пособие для студентов очно-заочной формы обучения вузов, слушателей курсов повышения квалификации и профессиональной переподготовки специалистов, для студентов факультета дистанционных образовательных технологий/ Чакак А.А., Летута С.Н. Электрон. текстовые данные. Оренбург: Оренбургский государственный университет, ЭБС АСВ, 2011.-541 с. - Режим доступа: http://www.iprbookshop.ru/30092.html - ЭБС «IPRbooks».
4. Сарина М.П. Механика. Молекулярная физика и термодинамика. Часть 1. Механика: учебное пособие/ Сарина М.П.- Электрон. текстовые данные.- Новосибирск: Новосибирский государственный технический университет, 2014.- 187 с.- Режим доступа: http://www.iprbookshop.ru/45392.html - ЭБС «IPRbooks».

ПРИЛОЖЕНИЯ

Приложение 1

Некоторые физические постоянные

Физическая постоянная	Обозначение	Значение
Скорость света в вакууме	c	$3.00 \cdot 10^{8}$ м/с
Гравитационная постоянная	G	$6.67 \cdot 10^{-11}$ м^3/(кг·с^2)
Число Авогадро	N_A	$6.02 \cdot 10^{23}$ моль$^{-1}$
Молярная газовая постоянная	R	8.31 Дж/(моль·К)
Постоянная Больцмана	k	$1.38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К
Атомная единица массы	*1а.е.м.*	$1.660 \cdot 10^{-27}$ кг
Элементарный заряд	e	$1.60 \cdot 10^{-19}$ Кл
Масса покоя электрона	m_e	$9.11 \cdot 10^{-31}$ кг
Масса покоя протона	m_p	$1.67 \cdot 10^{-27}$ кг
Электрическая постоянная	ε_0	$8.85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м
Магнитная постоянная	μ_0	$4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м
Постоянная Планка	h $\hbar$	$6.63 \cdot 10^{-34}$ Дж/с $1.05 \cdot 10^{-34}$ Дж/с

Приложение 2

Множители и приставки для образования десятичных кратных и дольных единиц и их наименования

Приставка			Множитель	Приставка			Множитель
Наименование	Обозначение			Наименование	Обозначение		
	русское	международное			русское	международное	
экса	Э	E	10^{18}	деци	д	d	10^{-1}
пэта	П	P	10^{15}	санти	с	c	10^{-2}
тера	Т	T	10^{12}	милли	м	m	10^{-3}
гига	Г	G	10^{9}	микро	мк	μ	10^{-6}
мега	М	M	10^{6}	нано	н	n	10^{-9}
кило	к	k	10^{3}	пико	п	p	10^{-12}
Гекто	г	h	10^{2}	фемто	ф	f	10^{-15}
Дека	да	da	10^{1}	атто	а	a	10^{-18}
П р и м е ч а н и е: Приставки гекто, дека, деци и санти допускается применять только в наименованиях кратных и дольных единиц, уже получивших широкое распространение (гектар, декалитр, дециметр, сантиметр и др.)							

Приложение 3

Единицы физических величин, имеющие собственные наименования

Величина	Единица	
	Наименование	Обозначение
Длина	метр	м
Масса	килограмм	кг
Время	секунда	с
Плоский угол	радиан	рад
Телесный угол	стерадиан	ср
Сила, вес	ньютон	Н
Давление	паскаль	Па
Напряжение (механическое)	паскаль	Па
Модуль упругости	паскаль	Па
Работа, энергия	джоуль	Дж
Мощность	ватт	Вт
Частота колебаний	герц	Гц
Термодинамическая температура	кельвин	К
Разность температур	кельвин	К
Теплота, количество теплоты	джоуль	Дж
Количество вещества	моль	моль
Электрический заряд	кулон	Кл
Сила тока	ампер	А
Потенциал электрического поля, электрическое напряжение	вольт	В
Электрическая емкость	фарад	Ф
Электрическое сопротивление	ом	Ом
Электрическая проводимость	сименс	См
Магнитная индукция	тесла	Тл
Магнитный поток	вебер	Вб
Индуктивность	генри	Гн
Сила света	кандела	кд
Световой поток	люмен	лм
Освещенность	люкс	лк
Поток излучения	ватт	Вт
Поглощенная доза излучения (доза излучения)	грэй	Гр
Активность изотопа	беккерель	Бк

Приложение 4

Внесистемные единицы

Наименование величины	Единица		
	Наименование	Обозначение	Соотношение с единицей СИ
Масса	тонна атомная единица массы	т а.е.м.	10^3 кг $1.66 \cdot 10^{-27}$ кг
Время	минута час сутки	мин ч сут	60 с 3600 с 86400 с
Плоский угол	градус минута секунда град	…• …′ …″ град	$1.74 \cdot 10^{-2}$ рад $2.91 \cdot 10^{-4}$ рад $4.85 \cdot 10^{-6}$ рад $(\pi/200)$ рад
Объем, вместимость	литр	Л	10^{-3} м^3
Длина	астрономическая единица световой год парсек	а.е. св. год пк	$1.50 \cdot 10^{11}$ м $9.46 \cdot 10^{15}$ м $3.08 \cdot 10^{16}$ м
Оптическая сила	диоптрия	Дптр	1 м$^{-1}$
Площадь	гектар	Га	10^4 м^2
Энергия	электрон-вольт	эВ	$1.60 \cdot 10^{-19}$ Дж
Полная мощность	вольт-ампер	В·А	
П р и м е ч а н и е: Единицы времени (минуту, час, сутки), плоского угла (градус, минуту, секунду), астрономическую единицу, световой год, диоптрию и атомную единицу массы не допускается применять с приставками.			

Приложение 5

Плотность некоторых твердых тел

Твердое тело	Плотность, г/см^3	Твердое тело	Плотность, г/см^3
Алюминий	2.70	Цезий	1.90
Барий	3.50	Каменная соль	2,2
Ванадий	6.02	Латунь	8,55
Висмут	9.80	Марганец	7,40
Железо (чугун, сталь)	7.88	Платина	21,4
Литий	0.53	Золото	19,3
Медь	8.93	Висмут	9,8◌
Никель	8.90	Уран	18,7
Свинец	11.3	Цинк	7.15
Серебро	10.5	Вольфрам	19,3

Приложение 6

Плотность некоторых жидкостей и газов

Жидкость (при 15° С)	Плотность, г·/см^3	Газ (при нормальных условиях	Плотность, кг/м^3
Вода (дистиллированная при 4°С)	1.00	Водород	0.09
Глицерин	1.26	Воздух	1.29
Керосин	0.8	Гелий	0.18
Ртуть	13.6	Аргон	1,78
Масло (оливковое, смазочное)	0.9	Азот	1,25
Масло касторовое	0.96	Кислород	1.43
Сероуглерод	1.26		
Эфир	0.7		
Спирт	0.80		

Приложение 7

Удельное сопротивление ρ некоторых материалов

Материал	Удельное сопротивление, Ом·м	Материал	Удельное сопротивление, Ом·м
Алюминий	$2{,}53\cdot10^{-8}$	Ртуть	$9{,}6\cdot10^{-7}$
Алюминий провод	$2{,}87\cdot10^{-8}$	Свинец	$2{,}08\cdot10^{-7}$
Бумага	10^{15}	Серебро	$1{,}6\cdot10^{-8}$
Вода дистиллированная	10^{4}	Сталь литая	$1{,}3\cdot10^{-7}$
Вода морская	0,3	Сталь чистая	$1{,}01\cdot10^{-7}$
Вольфрам	$5{,}5\cdot10^{-8}$	Стекло	10^{11}
Графит	$3{,}9\cdot10^{-6}$	Стекло кварцевое	10^{16}
Железо чистое	$9{,}8\cdot10^{-8}$	Угольные щётки	$4\cdot10^{-5}$
Железо	$8{,}7\cdot10^{-8}$	Цинк	$5{,}9\cdot10^{-8}$
Золото	$2{,}2\cdot10^{-8}$	Чугун серый	$1\cdot10^{-6}$
Константан	$5\cdot10^{-7}$	Никель	$8{,}7\cdot10^{-8}$
Масло парафиновое	10^{14}	Нихром	$1{,}12\cdot10^{-6}$
Магний	$4{,}4\cdot10^{-8}$	Олово	$1{,}2\cdot10^{-7}$
Манганин	$4{,}3\cdot10^{-7}$	Платина	$1{,}07\cdot10^{-7}$
Медь	$1{,}72\cdot10^{-8}$	Медь провод	$1{,}78\cdot10^{-8}$

Приложение 8

Диэлектрическая проницаемость некоторых веществ

Вещество	Проницаемость	Вещество	Проницаемость
Ацетон	21,4	Парафин	2,0
Вакуум	1,0	Парафинированная бумага	2,0
Воздух	1,000594	Полиэтилен	2,2
Вода	81	Слюда	7,0
Вода дистиллированная	31	Спирт этиловый	25,1
Воск	7,8	Спирт метиловый	33,5
Керосин	2,0	Стекло	7,0
Масло	5,0	Фарфор	5,0
Масло трансформаторное	2,2	Эбонит	2,6

Приложение 9

Греческий алфавит

Обозначения букв	Название букв	Обозначения букв	Название букв
A, α	Альфа	N, ν	ню
B, β	Бета	Ξ, ξ	кси
Γ, γ	Гамма	O, o	омикрон
Δ, δ	Дэльта	Π, π	пи
E, ε	Эпсилон	P, ρ	ро
Z, ς	Дзета	Σ, σ	сигма
H, η	Эта	T, τ	тау
Θ, θ	Тэта	Y, υ	ипсилон
J, i	Иота	Φ, φ	фи
K, κ	Каппа	X, χ	хи
Λ, λ	Ламбда	Ψ, ψ	пси
M, μ	Ми	Ω, ω	омега

СОДЕРЖАНИЕ

Общие методические указания к решению задач и выполнению домашних контрольных работ	3
1. Механика	4
2. Молекулярная физика и термодинамика	7
3. Электричество и магнетизм	10
4. Механические и электромагнитные колебания и волны	12
5. Волновая и квантовая оптика	15
6. Квантовая физика и физика атома	18
7. Элементы ядерной физики	19
Список литературы	23
Приложения	24



Министерство образования и науки РФ
ФГБОУ ВО
«Уральский государственный горный университет»

Н. А. Зайцева

КАЧЕСТВЕННЫЕ РЕАКЦИИ В НЕОРГАНИЧЕСКОЙ ХИМИИ

Учебно-методическое пособие для выполнения лабораторных и контрольных работ курсов «Химия» и «Неорганическая химия» для студентов всех специальностей

Екатеринбург
2017

З17

Рецензент: Т. И. Красненко, д-р химических наук, профессор, ведущий научный сотрудник лаборатории оксидных систем ИХТТ УрО РАН

Учебно-методическое пособие рассмотрено на заседании кафедры химии 25 февраля 2016 г. (протокол № 6) и рекомендовано для издания в УГГУ

Зайцева Н. А.
З17 КАЧЕСТВЕННЫЕ РЕАКЦИИ В НЕОРГАНИЧЕСКОЙ ХИМИИ: учебно-методическое пособие для выполнения лабораторных и контрольных работ курсов «Химия» и «Неорганическая химия» для студентов всех специальностей / Н. А. Зайцева. – Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2017. – 35 с.

В учебно-методическом пособии изложены краткие сведения о качественных реакциях в неорганической химии. Пособие содержит необходимые сведения для выполнения лабораторных работ по качественному анализу катионов и решения задач.

Пособие предназначено для студентов всех специальностей.

© Зайцева Н. А., 2017

© Уральский государственный горный университет, 2017

ВВЕДЕНИЕ

Качественная реакция – химическая реакция, с помощью которой можно определить наличие в растворе того или иного вещества или его фрагмента (катиона, аниона, функциональной группы). Качественная реакция на ионы позволяет обнаружить («открыть») в растворе присутствие соответствующих ионов. При обнаружении открываемого иона обычно фиксируют появление аналитического сигнала — образование осадка, изменение окраски раствора, появление запаха и т. д.

Требования к качественным реакциям

1. Экспрессность (реакция должна протекать быстро).
2. Высокая чувствительность.
3. Селективность или специфичность.
4. Необратимость.

Чувствительность реакции определяется наименьшим количеством искомого вещества, которое может быть обнаружено данным реактивом в капле раствора.

Существенной характеристикой анализа является селективность (избирательность).

По избирательности реагенты можно разделить на три группы:

1. *Специфические реагенты* – реактивы, с помощью которых в данных условиях можно обнаружить только одно вещество (ион),

например: крахмал для обнаружения I_2 (синяя окраска); щёлочь для обнаружения NH^{4+} (запах аммиака).

Специфические реакции – реакции, которые дают возможность открывать одни ионы в присутствии различных других ионов.

2. *Селективные реагенты* – реактивы, с помощью которых в данных условиях можно обнаружить небольшое число веществ. Например, диметилглиоксим в аммиачном буферном растворе реагирует с Fe (II), Co (II), Ni (II), Zr (IV), Th (IV).

3. *Групповые реагенты* – используются в систематическом анализе смеси катионов и взаимодействуют со всеми катионами одной аналитической группы.

Реакции, позволяющие обнаружить искомые ионы в отдельных порциях сложной смеси при условии устранения влияния других ионов, называют **дробными реакциями**, а метод анализа, основанный на применении дробных реакций, называют **дробным анализом.** При этом порядок обнаружения катионов и анионов не имеет особого значения. При **систематическом анализе**, в отличие от дробного, соблюдается определенный порядок разделения и последующего открытия ионов. К обнаружению ионов приступают лишь после удаления из раствора всех других ионов, мешающих открытию. Систематический (групповой) анализ применяют при невозможности использования дробного анализа. На основе растворимости их солей или других соединений ионы делят на аналитические группы, на основании различных классификаций катионов разработаны разные методы систематического анализа катионов.

Методы систематического анализа

1. Сероводородный – основан на разной растворимости сульфидов и хлоридов в зависимости от *pH*-среды.

2. Аммиачно-фосфатный – основан на разной растворимости фосфатов.

3. Кислотно-основной – основан на разной растворимости в кислотах и основаниях гидроксидов и солей (табл. 1).

Таблица 1

Классификация катионов по кислотно-основному методу

Группа	Катионы	Групповой реактив	Характеристика группы
I	Na^+, K^+, NH_4^+	–	Хлориды, сульфаты и гидроксиды растворимы в воде
II	Ag^+, Pb^{2+}, Hg_2^{2+}	2M HCl	Хлориды нерастворимы в воде и разбавленных кислотах
III	Ca^{2+}, Sr^{2+}, Ba^{2+}	2M H_2SO_4	Сульфаты нерастворимы в воде, кислотах и щелочах
IV	Al^{3+}, Cr^{3+}, Zn^{2+}, $^*As^{3+}$, $^*As^{5+}$, Sn^{2+}, Sn^{4+}	4M NaOH (избыток)	Гидроксиды амфотерны, растворимы в избытке щелочи
V	Fe^{2+}, Fe^{3+}, Mn^{2+}, Mg^{2+}, Bi^{3+}, Sb^{3+}, Sb^{5+}	2M NaOH (25 % NH_4OH)	Гидроксиды нерастворимы в избытке щелочи и аммиаке
VI	Cu^{2+}, Co^{2+}, Ni^{2+}, Hg^{2+}, Cd^{2+}	25% NH_4OH (избыток)	Гидроксиды растворимы в избытке аммиака с образованием аммиакатов

$^*As^{3+}$ и As^{5+} гидроксидов не образуют.

Лабораторная работа № 1

КАЧЕСТВЕННЫЕ РЕАКЦИИ НА КАТИОНЫ ЖЕЛЕЗА

Цель работы: познакомиться с качественными реакциями на катионы железа, определить наиболее подходящие реактивы для открытия Fe^{3+} и Fe^{2+}.

Для получения аналитического сигнала в качественном анализе используют химические реакции разных типов: реакции ионного обмена (осаждение, нейтрализация), окислительно-восстановительные, комплексообразование. Для обнаружения ионов железа возможно использование всех типов реакций.

Реакции ионного обмена в качественном анализе

Опыт 1. Действие щелочей на катионы Fe^{3+} и Fe^{2+}

В две пробирки налейте по 1 мл растворов $FeCl_3$ и $FeSO_4$, добавьте по 1 мл раствора щёлочи в каждую пробирку. Сравните полученные осадки $Fe(OH)_3$ и $Fe(OH)_2$, составьте уравнения обеих реакций. Растворимы ли полученные гидроксиды железа в избытке щёлочи?

Опыт 2. Действие раствора аммиака на катионы Fe^{3+} и Fe^{2+}

В две пробирки налейте по 1 мл растворов солей железа (III) и железа (II), добавьте по 1 мл разбавленного раствора гидроксида аммония в каждую пробирку. Сравните полученные осадки с

осадками из первого опыта. Составьте уравнения реакций. Проверьте действие избытка концентрированного гидроксида аммония на оба осадка: образуют ли ионы железа аммиачные комплексы?

Реакции окисления-восстановления

Опыт 3. Действие окислителей на катионы Fe^{3+} и Fe^{2+}

а) В две пробирки налейте по 1 мл растворов солей Fe^{2+} и Fe^{3+}, добавьте по 2 мл раствора серной кислоты. В обе пробирки прилейте раствор перманганата калия, в какой из них наблюдается обесцвечивание $KMnO_4$? Запишите уравнение реакции, учитывая, что в кислой среде перманганат-ионы восстанавливаются до ионов Mn^{2+}, уравняйте его методом электронно-ионного баланса.

б) В две пробирки налейте по 1 мл растворов солей Fe^{2+} и Fe^{3+}, добавьте по 2 мл раствора серной кислоты. В обе пробирки прилейте раствор бихромата калия, в какой из них наблюдается изменение окраски раствора? Запишите уравнение реакции, учитывая, что бихромат-ионы $Cr_2O_7^{2-}$ восстанавливаются до ионов Cr^{3+}, уравняйте его методом электронно-ионного баланса.

Опыт 4. Действие восстановителей на катионы Fe^{3+} и Fe^{2+}

В две пробирки налейте по 1 мл растворов солей Fe^{2+} и Fe^{3+}, добавьте по 1 мл раствора йодида калия. Какая из солей железа проявила окислительный свойства? Запишите уравнение реакции, расставьте коэффициенты методом электронно-ионного баланса.

Реакции с участием комплексных ионов

Опыт 5. Реакция ионов железа с роданидом аммония

В две пробирки налейте по 1 мл раствора $FeCl_3$ и $FeSO_4$, добавьте по 1 мл раствора роданида аммония NH_4SCN в каждую пробирку. В какой из пробирок наблюдается образование роданида железа красного цвета? Составьте уравнение реакции.

Опыт 6. Реакция ионов железа с реактивом Чугаева

В две пробирки налейте по 1 мл раствора соли железа (III) и железа (II), добавьте по 1 мл раствора аммиака и по 1 капле раствора диметилглиоксима ($C_4H_8N_2O_2$). Для какого иона железа наблюдается образование окрашенного внутрикомплексного соединения с реактивом Чугаева? Составьте уравнение реакции образования диметилглиоксимата железа [Fe $(C_4H_7O_2N_2)_2$].

Опыт 7. Берлинская лазурь и турнбуллева синь

На растворы $FeCl_3$ и $FeSO_4$ подействуйте каплей раствора жёлтой кровяной соли (гексацианоферрата (II) калия). В каком случае наблюдается выпадение синего осадка? Запишите уравнение реакции, предполагая, что выпавший осадок берлинской лазури имеет состав $Fe_4\,[Fe(CN)_6]_3$.

На растворы $FeCl_3$ и $FeSO_4$ подействуйте каплей раствора красной кровяной соли (гексацианоферрата (III) калия). В каком случае наблюдается выпадение синего осадка? Запишите уравнение реакции, предполагая, что выпавший осадок турнбуллевой сини

имеет состав Fe_3 [Fe $(CN)_6]_3$. Сделайте вывод, какой кровяной солью можно открыть ион Fe^{2+}, и с помощью какой обнаруживается ион Fe^{3+}.

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ

1. Что произойдет с зеленоватым осадком Fe $(OH)_2$ при добавлении к нему раствора перекиси водорода H_2O_2? Запишите уравнение реакции, уравняйте его методом электронно-ионного баланса.

2. Выпадет ли осадок при смешивании равных объемов растворов $FeCl_3$ и NaOH, если ПР (Fe $(OH)_3$) = $3{,}8 \cdot 10^{-38}$, а концентрации растворов 0,001 моль/л? Выпадет ли осадок при смешивании равных объемов растворов $FeSO_4$ и NaOH, если ПР (Fe $(OH)_2$) = $4{,}8 \cdot 10^{-16}$, а концентрации обоих растворов 0,001 моль/л?

3. Какой объём соляной кислоты с концентрацией 0,01 моль/л требуется для полного растворения осадка Fe $(OH)_3$ массой 0,5 г?

4. Реакция образования окрашенного роданида железа (опыт 3) является обратимой. Запишите выражение для константы равновесия этой реакции. Какими способами, согласно принципу Ле-Шателье, можно сместить равновесие в сторону образования окрашенного продукта?

5. Запишите уравнения реакций первичной и вторичной диссоциации красной и жёлтой кровяных солей. Почему чаще всего именно цианид-ионы используются для маскирования ионов железа в растворах?

6. Подвергаются ли соли железа гидролизу? Запишите уравнения взаимодействия с водой для $FeCl_3$ и $FeSO_4$, определите тип гидролиза и кислотность среды раствора. Какую окраску приобретёт лакмус в этих растворах?

Лабораторная работа № 2
КАЧЕСТВЕННЫЕ РЕАКЦИИ НА ИОНЫ Co^{2+}, Ni^{2+} и Cu^{2+}

Цель работы: познакомиться с качественными реакциями на ионы **Co^{2+}, Ni^{2+} и Cu^{2+}**, выполняемыми пробирно, капельно, и с использованием экстракции, определить наиболее подходящие реакции для открытия каждого иона.

Предел обнаружения – минимальная концентрация или минимальное количество вещества, которое может быть обнаружено данным методом допустимой погрешностью. Предел обнаружения в значительной степени зависит от условий протекания реакции. Обычно для обнаружения ионов применяют реакции с пределом обнаружения 10^{-7} г (0,1мкг) в 1 мл раствора.

Приемы для обеспечения низкого предела обнаружения

1. *Капельный анализ* – метод микрохимического анализа, в котором качественную реакцию проводят с использованием капли раствора. Реакции выполняют на стеклянной или фарфоровой пластинке, фильтровавальной бумаге (иногда предварительно пропитанной раствором реагента и высушенной). Пределы обнаружения веществ 0,1–0,001 мкг в капле объемом 50 мм^3. Минимальные пределы обнаружения достигаются при выполнении анализа на фильтровальной бумаге.

2. *Микрокристаллоскопический анализ* – метод анализа, основанный на реакциях образования кристаллических осадков с

характерной формой кристаллов, для рассмотрения которых используется микроскоп.

3. *Экстракция* – процесс переведения вещества из водной фазы в органическую, используется для разделения и концентрирования веществ.

4. *Флотация* – процесс разделения мелких твёрдых частиц в водной суспензии или растворе, основанный на их избирательной адсорбции на границах раздела фаз в соответствии с их смачиваемостью, используется для разделения и концентрирования.

5. *Метод «умножающихся реакций»* – ряд последовательных реакций, в результате которых получается новое вещество в количестве, во много раз превышающем первоначальное количество обнаруживаемого вещества.

6. *Каталитические реакции*.

Реакции в пробирке (в растворе)

Опыт 1. Действие щелочей на катионы Co^{2+}, Ni^{2+} и Cu^{2+}

В три пробирки налейте по 1 мл растворов солей Co^{2+}, Ni^{2+} и Cu^{2+}, добавьте по 1 мл разбавленного раствора щёлочи в каждую пробирку. Составьте уравнения реакций образования синего CoOHCl, голубого CuOHCl и зелёного NiOHCl. Подействуйте на каждый полученный осадок избытком концентрированной щёлочи, составьте уравнения реакций образования гидроксидов кобальта (II), никеля (II) и меди (II).

Опыт 2. Действие раствора аммиака на Co^{2+}, Ni^{2+} и Cu^{2+}

В три пробирки налейте по 1 мл растворов солей Co^{2+}, Ni^{2+} и Cu^{2+}, добавьте по 1 мл разбавленного раствора аммиака в каждую пробирку. Сравните полученные осадки с осадками из первого опыта. Составьте уравнения реакций.

Проверьте действие избытка концентрированного гидроксида аммония на полученные осадки, запишите уравнения реакций, учитывая, что в аммиачных комплексах кобальта и никеля координационное число комплексообразователя равно шести, а медь удерживает только четыре лиганда.

Разрушаются ли полученные аммиакаты раствором кислоты?

Опыт 3. Реакции с желтой кровяной солью

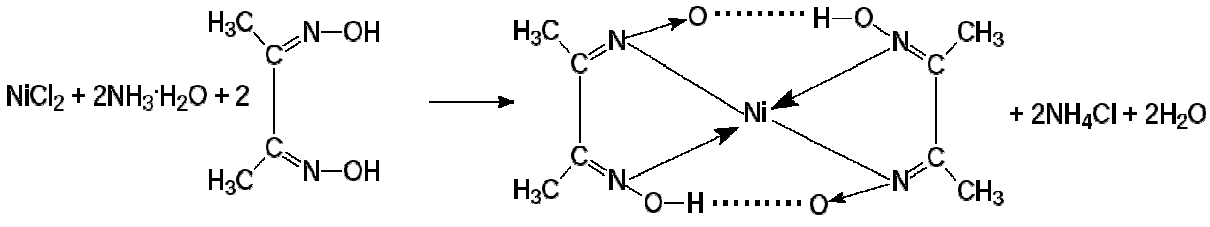
В три пробирки налейте по 1 мл растворов солей Co^{2+}, Ni^{2+} и Cu^{2+}, добавьте по 1 мл разбавленного раствора гексацианоферрата (II) калия в каждую пробирку. Что наблюдается? Составьте уравнения реакций, учитывая, что все осадки получены в результате полного ионного обмена.

Капельные реакции на фильтровальной бумаге

Опыт 4. Реакция катионов Ni^{2+} с реактивом Чугаева

На сухую фильтровальную бумагу поместите несколько капель раствора соли никеля (II), добавьте каплю раствора аммиака и каплю раствора диметилглиоксима $C_4H_8N_2O_2$ (реактив Чугаева). Сравните наблюдаемый аналитический сигнал с реакцией образования

диметилглиоксимата железа (II), выполненной в предыдущей работе. Запишите уравнение реакции



Проведите аналогичную реакцию с растворами меди (II) и кобальта (II). Какой из этих ионов может мешать определению ионов никеля и почему?

Опыт 5. Капельная реакция ионов Co^{2+}с роданидом аммония

Поместите на сухую фильтровальную бумагу несколько капель раствора хлорида кобальта (II), добавьте кристаллы сухой соли NH_4SCN, при необходимости добавьте ещё одну каплю раствора. Как изменилась окраска кристаллов? Составьте уравнение реакции образования комплексного соединения $(NH_4)_2[Co(SCN)_4]$.

Обнаружение катионов с использованием экстракции

Опыт 6. Реакция ионов Co^{2+} с роданидом аммония

Поместите в пробирку несколько капель раствора хлорида кобальта (II), добавьте кристаллы сухой соли тиоцианата (роданида) аммония. Как изменилась окраска раствора?

Чувствительность этой реакции можно повысить с помощью экстракции окрашенного комплекса $(NH_4)_2[Co(SCN)_4]$ органическим растворителем. Добавьте к полученному раствору несколько капель изоамилового спирта, взболтайте. Дождитесь разделения в пробирке водной и спиртовой фаз. Что при этом наблюдается?

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ

1. Составьте уравнения реакций первичной и вторичной диссоциаций гексаамминкобальта (II), гексаамминникеля (II), тетраамминмеди (II). Запишите формулы для константы нестойкости.

2. Для открытия ионов Ni^{2+} с помощью диметилглиоксима при реакции на капельной пластинке предел обнаружения Ni^{2+} – 0,16 мкг; в пробирке можно обнаружить 1,4 мкг Ni^{2+} в 1 мл. Предел обнаружения можно уменьшить до 0,015 мкг, если каплю анализируемого раствора нанести на фильтровальную бумагу, пропитанную диметилглиоксимом. Если осадок диметилглиоксимата никеля (II) флотируется на границе раздела фаз «вода – изоамиловый спирт», то предел обнаружения ионов Ni^{2+} понижается до 0,002 мкг. Определите минимальную молярную концентрацию ионов Ni^{2+}, открываемых каждым из способов.

3. Окисление тиосульфат-ионов ионами железа (III) ускоряется в присутствии ионов меди (каталитическая реакция). Время обесцвечивания тиоцианата железа (III) тиосульфатом натрия в отсутствие меди около двух минут. В присутствии ионов Cu^{2+} раствор тиоцианата железа (III) обесцвечивается мгновенно. Предел обнаружения меди – 0,02мкг в 1 мл. Определите минимальную молярную концентрацию ионов Cu^{2+}, соответствующую этому пределу обнаружения.

Лабораторная работа № 3

КАЧЕСТВЕННЫЕ РЕАКЦИИ НА ИОНЫ $A1^{3+}$, Cr^{3+}, Zn^{2+}

Цель работы: познакомиться с качественными реакциями на ионы **$A1^{3+}$, Cr^{3+}** и **Zn^{2+}**, научиться использовать амфотерность их гидроксидов в химическом анализе, определить наиболее подходящие реакции для открытия каждого иона.

Для проведения каждой качественной реакции необходимо соблюдать определенные условия, основные из которых: *pH*-среды; температура; концентрации реагентов; присутствие определенных веществ; отсутствие мешающих ионов или веществ. Для протекания многих реакций необходима среда с определенным значением *pH* водного раствора. Значение *pH* можно контролировать с помощью индикаторов или прибора *pH*-метра. Для поддержания нужного значения *pH* при необходимости используют соответствующие буферные растворы.

Буферные растворы — это растворы, способные сохранять постоянное значение *pH* при разбавлении водой или добавлении к ним определенного количества сильных кислот или оснований. В состав буферной смеси входят в определенном количественном соотношении слабые кислоты и их соли с сильными основаниями или слабые основания и их соли с сильными кислотами.

Амфотерность гидроксидов алюминия, цинка и хрома (III) позволяет отделять их от остальных катионов действием растворов щелочей различной концентрации.

Опыт 1. Действие щелочей на катионы $A1^{3+}$, Cr^{3+}, Zn^{2+}

В три пробирки налейте по 1 мл растворов хлоридов алюминия, хрома и цинка, добавьте по несколько капель очень разбавленного раствора щёлочи в каждую пробирку до образования нерастворимых гидроксидов. Составьте уравнения реакций. Подействуйте на каждый полученный осадок избытком щёлочи до полного растворения, составьте уравнения реакций образования тетрагидроксоалюмината, тетрагидроксоцинката и гексагидроскохромата натрия.

Опыт 2. Действие раствора аммиака на ионы $A1^{3+}$, Cr^{3+}, Zn^{2+}

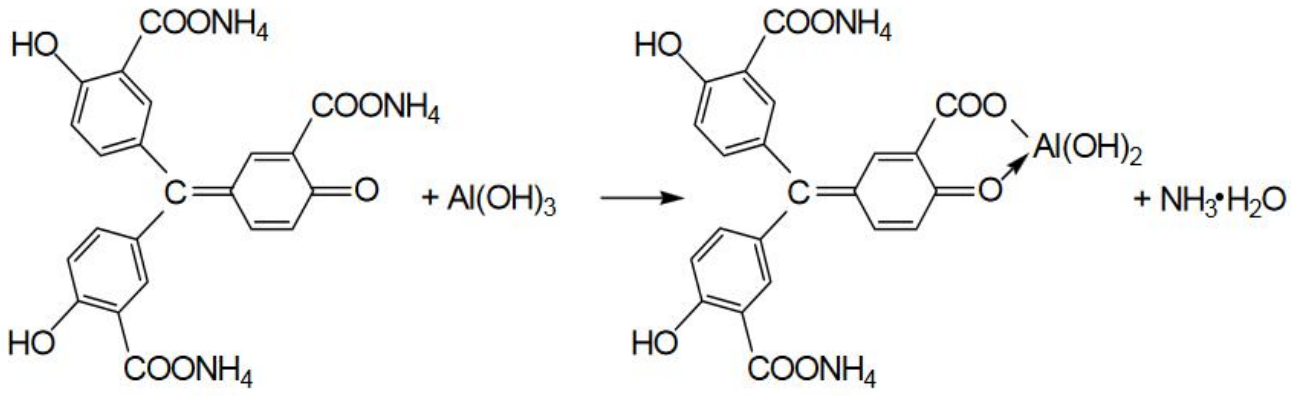
В три пробирки налейте по 1 мл растворов хлоридов алюминия, хрома и цинка, добавьте по 1 мл разбавленного раствора аммиака в каждую пробирку. Сравните полученные осадки с осадками из первого опыта. Составьте уравнения реакций образования соответствующих гидроксидов.

Проверьте действие избытка концентрированного гидроксида аммония на полученные осадки. Какие гидроксиды растворяются частично или полностью? Составьте реакцию комплексообразования, учитывая, что в образующихся аммиакатных комплексах координационное число каждого комплексообразователя вдвое больше, чем модуль его степени окисления.

Опыт 3. Реакция ионов алюминия с алюминоном

В пробирку поместите 3–4 капли раствора соли алюминия, при необходимости 2–3 капли раствора уксусной кислоты и 3–5 капель 0,01 % раствора алюминона ($C_{21}H_{11}O_9$ $(NH_4)_3$). Смесь нагрейте на

водяной бане, добавьте несколько капель раствора аммиака до щелочной реакции и выпадения красного хлопьевидного осадка алюминиевого лака.



Опыт 4. Реакция ионов цинка с желтой кровяной солью

В пробирке к 1 мл раствора $ZnCl_2$ добавьте 1 мл раствора гексацианоферрата (II) калия. Наблюдайте выпадение белого осадка $K_2Zn_3[Fe(CN)_6]_2$. Составьте уравнение этой реакции ионного обмена.

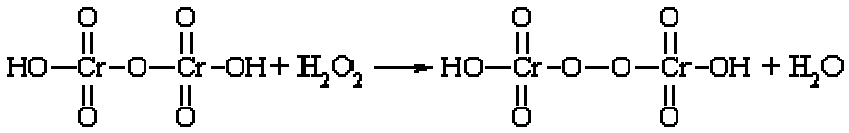
Опыт 5. Восстановительные свойства ионов хрома (III)

В пробирку поместите 2–3 капли раствора соли хрома(III), прибавьте 4–5 капель 2 моль/л раствора щёлочи NaOH до растворения осадка, и 2–3 капли 3 % раствора перекиси водорода H_2O_2. Нагревайте до изменения зеленой окраски раствора на желтую (цвет хромат-ионов CrO_4^{2-}). Составьте уравнение окислительно-восстановительной реакции, расставьте коэффициенты методом электронно-ионного баланса.

Опыт 6. Образование надхромовой кислоты

К жёлтому раствору хромата натрия, полученному в предыдущем опыте, прибавьте 5 капель пероксида водорода H_2O_2, ~0,5 мл изоамилового спирта, тщательно перемешайте и прибавьте по каплям раствор серной кислоты (1 моль/л). Верхний органический слой окрашивается в интенсивно синий цвет за счёт экстракции образовавшейся надхромовой кислоты H_2CrO_6. Запишите уравнение реакции, протекающее через образование дихромовой кислоты и её последующее окисление перекисью водорода:

$$2Na_2CrO_4+2H_2SO_4 \rightarrow H_2Cr_2O_7+2Na_2SO_4+H_2O$$



$$H_2Cr_2O_8 + 3\ H_2O_2 \leftrightarrow 2\ H_2CrO_6 + 2\ H_2O$$

Составьте электронно-ионный баланс для этой реакции.

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ

1. Составьте уравнения первичной и вторичной диссоциации солей, полученных в первом опыте: тетрагидроксоалюмината, тетрагидроксоцинката и гексагидроскохромата натрия.

2. Напишите выражение константы нестойкости для комплексных ионов тетраамминцинка и гексаамминхрома, полученных во втором опыте.

3. Напишите уравнения диссоциаций хромовой, дихромовой и надхромовой кислот.

Лабораторная работа № 4

РАЗДЕЛЕНИЕ И ОБНАРУЖЕНИЕ КАТИОНОВ Ag^{+}, Pb^{2+}, Hg^{2+} МЕТОДОМ ОСАДОЧНОЙ БУМАЖНОЙ ХРОМАТОГРАФИИ

Цель работы: познакомиться с разделением и идентификацией катионов методом бумажной хроматографии

Хроматография – физико–химический метод разделения веществ, основанный на использовании сорбционных процессов в динамических условиях.

Анализируемые компоненты распределяются между подвижной и неподвижной фазами. Неподвижной фазой служит твердое вещество – сорбент. Подвижной фазой является жидкость или газ, протекающий через неподвижную фазу – элюент. Элюент в процессе хроматографирования перемещается вдоль сорбента, так что частицы анализируемых веществ могут многократно переходить из подвижной фазы в неподвижную и наоборот. Разделение веществ с помощью хроматографии основано на различном сродстве разделяемых компонентов к подвижной и неподвижной фазам.

Бумажная хроматография – вид хроматографии, в котором носителем неподвижного растворителя служит очищенная от примесей фильтровальная бумага. Подвижная фаза продвигается вдоль листа бумаги, главным образом за счет капиллярных сил. Бумажная хроматография отличается простотой, экспрессностью, наглядностью разделения, высокой чувствительностью (можно определить 10–20 мкг вещества с точностью 5–7 %).

Опыт 1. Подготовка фильтровальной бумаги

Два фильтра «синяя лента» диаметром 45 мм смочите 5 %-м раствором йодида калия, опуская фильтры в раствор пинцетом. Высушите фильтры на воздухе в чашке Петри.

Опыт 2. Получение первичной осадочной хроматограммы

В центр каждого высушенного фильтра нанесите пипеткой каплю анализируемой смеси катионов Ag^+, Hg^{2+} и Pb^{2+}, после её полного впитывания нанесите еще одну, дайте ей впитаться. Катионы анализируемой смеси вступают в реакцию с KI, которым пропитан фильтр, образуя осадочную хроматограмму, зоны которой имеют цвета осадков AgJ (жёлтый), HgJ_2 (оранжевый), PbJ_2 (ярко-желтый).

Полученные хроматограммы необходимо промыть дистиллированной водой. Для промывания хроматограмм нанесите на фильтры 2–3 капли дистиллированной воды, внося каждую последующую каплю после впитывания предыдущей до увеличения размера зон в два–три раза. Высушите обе осадочные хроматограммы, заполните табл. 1, составьте уравнения реакций образования осадков.

Таблица 1

Первичная хроматограмма смеси катионов Ag^+, Hg^{2+}, Pb^{2+}

Зона адсорбции	Цвет зоны	Ион
1. Первая – хорошая адсорбция (в центре фильтра)		
2. Вторая – средняя адсорбция		
3. Третья – плохая адсорбция (края фильтра)		

Опыт 3. Получение проявленной осадочной хроматограммы

Анализируя первичную хроматограмму, легко определить катионы Hg^{2+} (оранжевая зона в центре) и Pb^{2+} (ярко-желтая зона по периферии). Бледно-желтая окраска AgJ либо видна плохо (из-за маскировки оранжевым HgJ_2 и ярко-желтым PbJ_2), либо не видна совсем. Для того, чтобы явно видеть зону серебра, первичную хроматограмму на одном из фильтров необходимо проявить.

Для проявления хроматограммы внесите в центр фильтра каплю раствора NaOH. При этом йодид свинца растворится в NaOH с образованием бесцветного плюмбита натрия Na_2PbO_2, йодид ртути останется неизменным, бледно-жёлтое пятно йодида серебра постепенно почернеет вследствие превращения гидроксида серебра (I) в оксид серебра (I), который затем разложится до свободного серебра.

Заполните табл. 2, составьте уравнения всех протекающих при проявке первичной хроматограммы реакций.

Таблица 2

Вторичная хроматограмма смеси катионов Ag^+, Hg^{2+}, Pb^{2+}

Зона адсорбции	Цвет зоны	Ион
1. Первая – хорошая адсорбция (в центре фильтра)		
2. Вторая – средняя адсорбция		
3. Третья – плохая адсорбция (край фильтра)		

По результатам работы сделайте вывод об эффективности метода бумажной хроматографии для дробного открытия катионов Ag^{+}, Hg^{2+}, Pb^{2+} при их совместном присутствии.

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ

1. Какие процессы лежат в основе хроматографического анализа?

2. Вычислите ПР йодида свинца (II), если известно, что растворимость его равна 0,03 г на 0,1 кг воды.

3. Выпадет ли осадок при взаимодействии равных объемов растворов $AgNO_3$ и KI, если концентрации обоих растворов 0,001 моль/л, а произведение растворимости йодида серебра ПР (AgI) =$8{,}3 \cdot 10^{-17}$.

4. В избытке йодида калия осадок йодида ртути (II) растворяется без изменения степеней окисления элементов с образованием комплексного соединения тетрайодомеркурата калия. Составьте уравнение этой реакции, а также уравнения первичной и вторичной диссоциаций полученного соединения, запишите выражение для константы нестойкости комплексного иона.

5. Оксид серебра (I) неустойчив на воздухе, поэтому он используется не в чистом виде, а в аммиачном растворе (реактив Толленса). При взаимодействии гидроксида аммония и оксида серебра (I) образуется гидроксид диамминсеребра (I). Составьте уравнение этой реакции, а также уравнения первичной и вторичной диссоциаций полученного соединения, запишите выражение для константы нестойкости комплексного иона.

6. Дайте определения терминам «элюент», «сорбент», «элюат», «подвижная фаза», «неподвижная фаза», «собрция», «десорбция».

Лабораторная работа № 5

ДРОБНОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ РАЗЛИЧНЫХ КАТИОНОВ

Цель работы: с помощью качественных реакций определить, какая соль находится в каждой пробирке.

Ход работы

В двенадцати пронумерованных пробирках находятся следующие растворы соли:

Раствор бесцветный	**Раствор может быть окрашенным**
Хлорид аммония	Сульфат меди (II)
Хлорид кальция	Хлорид кобальта (II)
Сульфат марганца (II)	Хлорид никеля (II)
Сульфат железа (II)	Хлорид хрома (III)
Хлорид цинка	Хлорид железа (III)
Хлорид алюминия	
Нитрат свинца (II)	

После получения у преподавателя нескольких пробирок (по вариантам 3–6 шт.,) составьте в тетради таблицу для записи результатов анализа:

Качественный анализ растворов, номер (№) (запишите номера пробирок)

Испытуемый раствор	Добавленный реагент	Наблюдение	Предполагаемый состав	Вывод
Опыт № 1 «Открытие окрашенных ионов»				
№ 13	отсуствует	Раствор розовый	Ионы Co^{2+}	
№ 13	NaOH	Выпал синий осадок, при добавлении избытка щёлочи стал розовым	CoOHCl $Co(OH)_2$	В пробирке был $CoCl_2$
Опыт № 2 «Действие щелочей»				
№ 14				

Опыт 1. Открытие окрашенных ионов

Опишите внешний вид растворов, сделайте предположения, какие растворы могут быть в каждой из пробирок, занесите их в таблицу. Наиболее вероятные предположения (для окрашенных растворов) проверьте с помощью соответствующих качественных реакций, взяв для анализа небольшую порцию испытуемого раствора. Составьте уравнения реакций, сделайте выводы.

Опыт 2. Действие щелочей на испытуемые растворы

Взяв пробы оставшихся исследуемых растворов (по 0,5 мл), подействуйте на них разбавленным раствором щёлочи, добавляя его по каплям. Занесите в таблицу аналитический сигнал: выделился запах аммиака, выпал неизменяющийся осадок, выпал осадок, растворимый в избытке щёлочи или темнеющий на воздухе. Обратите внимание, что гидроксид свинца $Pb(OH)_2$ проявляет амфотерные свойства, растворяясь в избытке щелочи с образованием плюмбита Na_2PbO_2, а светло-бежевый гидроксид марганца $Mn(OH)_2$ постепенно окисляется кислородом воздуха, что выглядит как потемнение раствора на границе с воздухом:

$$2\ Mn(OH)_2 + O_2 \rightarrow 2\ MnO_2\downarrow + 2\ H_2O.$$

Эту реакцию можно сделать более наглядной, ускорив процесс окисления с помощью перекиси водорода:

$$Mn(OH)_2 + H_2O_2 \rightarrow MnO_2\downarrow + 2\ H_2O.$$

Сделайте предположения о том, какие катионы находятся в пробирках. Проверьте предположения с помощью качественных реакций, для ионов Mn^{2+} кроме реакции с H_2O_2 можно использовать

ОВР с окислением марганца до розовых перманганат-ионов висмутатом натрия в сильнокислой среде:

$$2MnSO_4+5NaBiO_3+16HNO_3 \rightarrow$$

$$2HMnO_4+5Bi(NO_3)_3+NaNO_3+2Na_2SO_4+7H_2O.$$

Сделайте выводы, запишите уравнения выполненных реакций.

Опыт 3. Действие раствора аммиака на испытуемые пробы

Взяв пробы оставшихся исследуемых растворов (по 0,5 мл), подействуйте на них разбавленным раствором аммиака. Занесите в таблицу аналитический сигнал. Сделайте предположения о том, какие катионы находятся в пробирках. Проверьте предположения с помощью качественных реакций. Сделайте выводы, запишите уравнения выполненных реакций.

Опыт 4. Открытие неокрашенных ионов

Взяв пробы оставшихся исследуемых растворов (по 0,5 мл), проведите качественный анализ на катионы, которые остались не открытыми. Сделайте выводы, запишите уравнения выполненных реакций.

ЗАДАНИЯ ДЛЯ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ ПО ТЕМЕ «КАЧЕСТВЕННЫЕ РЕАКЦИИ В НЕОРГАНИЧЕСКОЙ ХИМИИ»

1. Две соли окрашивают пламя в фиолетовый цвет. Одна из них бесцветна, и при лёгком нагревании её с концентрированной серной кислотой отгоняется жидкость, в которой растворяется медь; последнее превращение сопровождается выделением бурого газа. При добавлении к раствору второй соли раствора серной кислоты жёлтая окраска раствора изменяется на оранжевую, а при нейтрализации полученного раствора щёлочью восстанавливается первоначальный цвет. Запишите формулу и название этого вещества. Составьте уравнения реакций, которые были проведены в процессе его распознавания.

2. В двух сосудах находятся растворы неизвестных веществ. При добавлении к раствору первого вещества хлорида бария выпадает осадок белого цвета, нерастворимый в воде и кислотах. Осадок белого цвета выпадает также и при добавлении раствора нитрата серебра к пробе, отобранной из второго сосуда. При нагревании пробы первого раствора с гидроксидом натрия выделяется газ с резким запахом. При взаимодействии второго раствора с хроматом натрия выпадает осадок жёлтого цвета. Напишите уравнения описанных реакций.

3. Действием концентрированной серной кислоты на белые кристаллы при нагревании получен газ. При пропускании этого газа через раствор нитрата серебра выпал белый творожистый осадок. Кристаллы окрашивают пламя спиртовки в жёлтый цвет. Какая соль была взята для реакции? Приведите её формулу и название. Запишите уравнения реакций, описанных в тексте.

4. Порошкообразное вещество белого цвета окрашивает пламя горелки в оранжево-красный цвет. При действии соляной кислоты «вскипает» с выделением тяжёлого газа без цвета и запаха. Это вещество способно растворяться в воде при одновременном пропускании избытка углекислого газа. Запишите формулу и название этого вещества. Составьте уравнения реакций, которые были проведены в процессе его распознавания.

5. Некоторое кристаллическое вещество, окрашивающее пламя в жёлтый цвет, хорошо растворяется в воде. При добавлении к этому раствору нитрата серебра выпадает жёлтый осадок, не растворимый в разбавленной азотной кислоте. При действии на исходный раствор бромной воды образуется коричневое окрашивание. Запишите формулу и название этого вещества. Составьте уравнения реакций, которые были проведены в процессе его распознавания.

6. Для определения качественного состава белый, нерастворимый в воде порошок с зеленоватым оттенком подвергли

термическому разложению, в результате которого образовалось два оксида. Один из них — порошок чёрного цвета, при добавлении к которому раствора серной кислоты и последующем нагревании образовался раствор голубого цвета. Про другой известно, что это газ тяжелее воздуха, без цвета и запаха, играющий важную роль в процессе фотосинтеза. Запишите химическую формулу и название вещества. Составьте уравнения реакций, которые были проведены в процессе исследования.

7. Для проведения исследования бесцветные кристаллы соли, которые при непродолжительном нахождении на воздухе приобрели голубой цвет, нагрели до выделение бурого газа и образование чёрного порошка. При пропускании над нагретым полученным порошком водорода наблюдалось появление красного налёта простого вещества — металла. Известно, что металл, образующий катион, входит в состав многих сплавов, например бронзы. Запишите химическую формулу и название исследованной соли. Составьте уравнения реакций, которые были проведены в процессе исследования его свойств.

8. Для изучения состава соли был взят раствор, который разделили на две части. К первой части этого раствора добавили хлорид натрия, в результате чего выпал белый осадок. При добавлении ко второй части раствора цинковой стружки образовались серые хлопья металла, катионы которого обладают дезинфицирующим свойством. Известно, что выданная соль

используется для изготовления зеркал и в фотографии, а её анион является составной частью многих минеральных удобрений. Запишите химическую формулу и название вещества. Составьте уравнения реакций, которые были проведены в процессе исследования.

9. Для изучения состава соли были взяты белые кристаллы хорошо растворимого в воде вещества, которое используется в хлебопечении и кондитерской промышленности в качестве разрыхлителя теста. В результате процесса термического разложения выданной соли образовались три вещества, два из которых при обычных условиях являются газами. При нагревании соли с гидроксидом натрия образуется газ, водный раствор которого используется в медицине под названием нашатырный спирт. Запишите химическую формулу и название вещества. Составьте уравнения реакций, которые были проведены в процессе исследования.

10. Для установления качественного состава была изучена соль тяжёлого металла, оксид которого используется в производстве хрустального стекла. При термическом разложении соли образуется оксид этого металла и два газообразных вещества: одно из них — газ бурого цвета, а другое — важнейший компонент воздуха. При приливании к раствору выданной соли раствора йодида калия выпадает осадок ярко-жёлтого цвета. Запишите

химическую формулу и название вещества. Составьте уравнения реакций, которые были проведены в процессе исследования.

11. Для определения качественного состава неизвестной соли азотной кислоты исследовали белое кристаллическое вещество. Это вещество при нагревании полностью разлагается без образования сухого остатка. При действии горячего раствора гидроксида натрия выделяется бесцветный газ с резким запахом, вызывающий посинение лакмусовой бумаги. Запишите формулу и название этого вещества. Составьте уравнения реакций, которые были проведены в процессе его распознавания.

12. В химической лаборатории хранится склянка с кристаллическим веществом белого цвета. При действии на него гидроксида натрия выделяется лёгкий, бесцветный газ с резким запахом, вызывающий посинение лакмусовой бумаги. При действии на него сильной кислоты выделяется бесцветный газ без запаха, вызывающий покраснение раствора лакмуса. При приливании к раствору этого вещества раствора гидроксида кальция выделяется нерастворимый в воде осадок. Запишите формулу и название этого вещества. Составьте уравнения реакций, которые были проведены в процессе его распознавания.

13. Кристаллическое вещество оранжевого цвета при нагревании значительно увеличивается в объёме за счёт выделения бесцветного газа и образует твёрдое вещество тёмно-зелёного

цвета. Выделившийся газ взаимодействует с литием даже при комнатной температуре. Продукт этой реакции гидролизуется водой с образованием газа с резким запахом, способного восстановить медь из её оксида. Запишите формулу и название этого вещества. Составьте уравнения реакций, которые были проведены в процессе его распознавания.

14. Для исследования свойств неизвестного вещества его концентрированный раствор разделили на две части. В пробирку с одной частью раствора поместили медную проволоку. При этом наблюдалось выделение бурого газа и растворение меди. При добавлении к другой части раствора силиката натрия наблюдалось образование бесцветного студенистого осадка. Запишите формулу и название этого вещества. Составьте уравнения реакций, которые были проведены в процессе его распознавания.

15. Для определения качественного состава неизвестной соли исследовали раствор голубого цвета. При добавлении горячего раствора сильной кислоты выделился газ с резким запахом жжёной резины, окрашивающий лакмус в красный цвет. При добавлении раствора аммиака сначала выпал голубой осадок, который затем растворился в избытке аммиака с образованием фиолетового раствора. Запишите формулу и название этого вещества. Составьте уравнения реакций, которые были проведены в процессе его распознавания.

16. Для определения качественного состава неизвестной соли исследовали её раствор желтоватого цвета. При добавлении раствора сильной кислоты появился резкий запах уксуса. При добавлении роданида аммония раствор приобрёл кроваво-красную окраску. Запишите формулу и название этого вещества. Составьте уравнения реакций, которые были проведены в процессе его распознавания.

17. Для определения качественного состава неизвестной соли исследовали её бесцветный раствор. При добавлении раствора разбавленной серной кислоты выделился газ с запахом тухлых яиц и выпал белый осадок, не растворимый в кислотах. При взаимодействии порции исходного раствора с хроматом натрия выпадает осадок жёлтого цвета. Запишите формулу и название этого вещества. Составьте уравнения реакций, которые были проведены в процессе его распознавания.

18. Для определения качественного состава было выдано кристаллическое вещество — средняя соль многоосновной кислоты, катион которой не является ионом металла. При взаимодействии данного вещества с гидроксидом натрия выделяется газ с резким раздражающим запахом, а при приливании к раствору выданного вещества раствора нитрата серебра выпадает осадок жёлтого цвета. Запишите формулу и название этого вещества. Составьте уравнения реакций, которые были проведены в процессе его распознавания.

19. Для определения качественного состава студентам было выдано бесцветное кристаллическое вещество — соль. К одной части раствора исследуемой соли прилили раствор нитрата серебра, в результате чего выпал осадок жёлтого цвета. А при добавлении к другой части раствора карбоната натрия выпал белый осадок. Известно, что катион этой соли образован щёлочно-земельным металлом, входящим в состав костной ткани человека. Анион этой соли состоит из атомов химического элемента, образующего простое вещество, спиртовой раствор которого используется в качестве дезинфицирующего средства. Запишите формулу и название этого вещества. Составьте уравнения реакций, которые были проведены в процессе его распознавания.

20. При определении качественного состава неизвестного кристаллического вещества белого цвета было установлено, что его раствор взаимодействует с раствором гидроксида калия с образованием осадка. А при добавлении к раствору исследуемого вещества раствора нитрата бария выпадает осадок белого цвета, не растворимый в кислотах. Известно, что катион металла, входящий в состав данного соединения, входит в состав хлорофилла. Этот металл ранее применялся также в фотографии для получения вспышки. Запишите формулу и название этого вещества. Составьте уравнения реакций, которые были проведены в процессе его распознавания.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

Алексеев В. Н. Качественный химический полумикроанализ. М.: Химия. 1973. 584 с.

Глинка Н. Л. Общая химия: учебник / под ред. В. А. Попкова, А. В. Бабкова. 18-е изд., перераб. и доп. М.: Изд-во «Юрайт»; ИД «Юрайт», 2011. 886 с.

Гринвуд Н., Эршно А. Химия элементов (в 2 томах): учебник. Изд-во «Бином. Лаборатория знаний», 2015. 1280 с.

Карапетьянц М. Х., Дракин С. И. Общая и неорганическая химия: учебник. 5-е изд. Изд-во Книжный дом «Либроком» 2015. 592 с.

Крешков А. П. Основы аналитической химии. Ч. 1. Теоретические основы. Качественный анализ. М.: Химия. 1970. 460 с.

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ……..……..…...3
Лабораторная работа № 1. КАЧЕСТВЕННЫЕ РЕАКЦИИ НА КАТИОНЫ ЖЕЛЕЗА.....6
КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ…….……9
Лабораторная работа № 2. КАЧЕСТВЕННЫЕ РЕАКЦИИ НА ИОНЫ Co^{2+}, Ni^{2+} И Cu^{2+}……..…….10
КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ……...…14
Лабораторная работа № 3. КАЧЕСТВЕННЫЕ РЕАКЦИИ НА ИОНЫ $A1^{3+}$, Cr^{3+}, Zn^{2+}…….…..…15
КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ……...…18
Лабораторная работа № 4. РАЗДЕЛЕНИЕ И ОБНАРУЖЕНИЕ КАТИОНОВ Ag^{+}, Pb^{2+}, Hg^{2+} МЕТОДОМ ОСАДОЧНОЙ БУМАЖНОЙ ХРОМАТОГРАФИИ……..…..…..…19
КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ……...…22
Лабораторная работа № 5. ДРОБНОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ РАЗЛИЧНЫХ КАТИОНОВ…….…….....23
ЗАДАНИЯ ДЛЯ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ ПО ТЕМЕ «КАЧЕСТВЕННЫЕ РЕАКЦИИ В НЕОРГАНИЧЕСКОЙ ХИМИИ»……..…….…..26
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ…….……..……...34

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебно-методическому комплексу _____ С.А. Упоров
14.10.2020

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ И ЗАДАНИЯ К КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЕ

Б1.О.10 ПРИКЛАДНОЕ ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ

Специальность:
21.05.03 Технология геологической разведки

Специализация:
Геофизические информационные системы

Одобрены на заседании кафедры	Рассмотрены методической комиссией
Информатики	Факультета геологии и геофизики
(название кафедры)	*(название факультета)*
Зав. кафедрой _____	Председатель _____
(подпись)	*(подпись)*
Дружинин А.В.	Вандышева К.В.
(Фамилия И.О.)	*(Фамилия И.О.)*
Протокол № 1 от 26.09.2023	Протокол № 2 от 13.10.2023
(Дата)	*(Дата)*

Екатеринбург

Автор: Дружинин А.В., доцент, канд. техн. наук

Методические указания по дисциплине согласованы с выпускающей кафедрой геологии и геофизики нефти и газа

Заведующий кафедрой ГГНГ _____к.г.-м.н., С.А. Рыльков____

подпись *И.О. Фамилия*

ВВЕДЕНИЕ

Данные методические рекомендации необходимы для специальности 21.05.02 – «Прикладная геология» при организации самостоятельной работы по дисциплине «Прикладное программное обеспечение» в рамках подготовки и защиты контрольной работы.

В методических рекомендациях содержатся особенности организации подготовки контрольной работы в виде реферата, требования к его оформлению, а также порядок защиты и критерии оценки.

ОРГАНИЗАЦИЯ ПОДГОТОВКИ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ (РЕФЕРАТА)

Общая характеристика реферата

Написание реферата практикуется в учебном процессе в целях приобретения студентом необходимой профессиональной подготовки, развития умения и навыков самостоятельного научного поиска: изучения литературы по выбранной теме, анализа различных источников и точек зрения, обобщения материала, выделения главного, формулирования выводов и т. п. С помощью реферата студент может глубже постигать наиболее сложные проблемы дисциплины, учится лаконично излагать свои мысли, правильно оформлять работу, докладывать результаты своего труда.

В «Толковом словаре русского языка» дается следующее определение: «**реферат** – краткое изложение содержания книги, статьи, исследования, а также доклад с таким изложением».

Различают два вида реферата:

- *репродуктивный* – воспроизводит содержание первичного текста в форме реферата-конспекта или реферата-резюме. В реферате-конспекте содержится фактическая информация в обобщённом виде, иллюстрированный материал, различные сведения о методах исследования, результатах исследования и возможностях их применения. В реферате-резюме содержатся только основные положения данной темы;
- *продуктивный* – содержит творческое или критическое осмысление реферируемого источника и оформляются в форме реферата-доклада или реферата-обзора. В реферате-докладе, наряду с анализом информации первоисточника, дается объективная оценка проблемы, и он имеет развёрнутый характер. Реферат-обзор составляется на основе нескольких источников и в нем сопоставляются различные точки зрения по исследуемой проблеме.

Студент для изложения материала должен выбрать продуктивный вид реферата.

Выбор темы реферата

Студенту предоставляется право выбора темы реферата из рекомендованного преподавателем дисциплины списка. Выбор темы должен быть осознанным и обоснованным с точки зрения познавательных интересов автора, а также полноты освещения темы в имеющейся научной литературе.

Если интересующая тема отсутствует в рекомендованном списке, то по согласованию с преподавателем студенту предоставляется право самостоятельно предложить тему реферата, раскрывающую содержание изучаемой дисциплины. Тема не должна быть слишком общей и глобальной, так как небольшой объем работы (до 20-25 страниц без учёта приложений) не позволит раскрыть ее.

Начинать знакомство с избранной темой лучше всего с чтения обобщающих работ по данной проблеме, постепенно переходя к узкоспециальной литературе. При этом

следует сразу же составлять библиографические выходные данные используемых источников (автор, название, место и год издания, издательство, страницы).

На основе анализа прочитанного и просмотренного материала по данной теме следует составить тезисы по основным смысловым блокам, с пометками, собственными суждениями и оценками. Предварительно подобранный в литературных источниках материал может превышать необходимый объем реферата.

Формулирование цели и составление плана реферата

Выбрав тему реферата и изучив литературу, необходимо сформулировать цель работы и составить план реферата.

Цель – это осознаваемый образ предвосхищаемого результата. Возможно, формулировка цели в ходе работы будет меняться, но изначально следует ее обозначить, чтобы ориентироваться на нее в ходе исследования. Формулирование цели реферата рекомендуется осуществлять при помощи глаголов: исследовать, изучить, проанализировать, систематизировать, осветить, изложить (представления, сведения), создать, рассмотреть, обобщить и т. д.

Определяясь с целью дальнейшей работы, параллельно необходимо думать над составлением плана, при этом четко соотносить цель и план работы. Правильно построенный план помогает систематизировать материал и обеспечить последовательность его изложения.

Наиболее традиционной является следующая **структура реферата**:

Титульный лист.

Оглавление (план, содержание).

Введение.

1. (полное наименование главы).
   1.1. (полное название параграфа, пункта);
   1.2. (полное название параграфа, пункта).
2. (полное наименование главы).
   2.1. (полное название параграфа, пункта);
   2.2. (полное название параграфа, пункта).

Заключение (выводы).

} Основная часть

Библиография (список использованной литературы).

Приложения (по усмотрению автора).

Титульный лист оформляется в соответствии с Приложением.

Оглавление(план, содержание) включает названия всех глав и параграфов (пунктов плана) реферата и номера страниц, указывающие их начало в тексте реферата.

Введение. В этой части реферата обосновывается актуальность выбранной темы, формулируются цель и задачи работы, указываются используемые материалы и дается их краткая характеристика с точки зрения полноты освещения избранной темы. Объем введения не должен превышать 1-1,5 страницы.

Основная часть реферата может быть представлена двумя или тремя главами, которые могут включать 2-3 параграфа (пункта).

Здесь достаточно полно и логично излагаются главные положения в используемых источниках, раскрываются все пункты плана с сохранением связи между ними и последовательности перехода от одного к другому.

Автор должен следить за тем, чтобы изложение материала точно соответствовало цели и названию главы (параграфа). Материал в реферате рекомендуется излагать своими словами, не допуская дословного переписывания из литературных источников. В тексте обязательны ссылки на первоисточники, т. е. на тех авторов, у которых взят данный материал в виде мысли, идеи, вывода, числовых данных, таблиц, графиков, иллюстраций и пр.

Работа должна быть написана грамотным литературным языком. Сокращение слов в тексте не допускается, кроме общеизвестных сокращений и аббревиатуры. Каждый раздел рекомендуется заканчивать кратким выводом.

Заключение(выводы). В этой части обобщается изложенный в основной части материал, формулируются общие выводы, указывается, что нового лично для себя вынес автор реферата из работы над ним. Выводы делаются с учетом опубликованных в литературе различных точек зрения по проблеме, рассматриваемой в реферате, сопоставления их и личного мнения автора реферата. Заключение по объему не должно превышать 1,5-2 страниц.

Библиография(список использованной литературы) – здесь указывается реально использованная для написания реферата литература, периодические издания и электронные источники информации. Список составляется согласно правилам библиографического описания.

Приложения могут включать графики, таблицы, расчеты.

ТРЕБОВАНИЯ К ОФОРМЛЕНИЮ РЕФЕРАТА

Общие требования к оформлению реферата

Рефераты, как правило, требуют изучения и анализа значительного объема статистического материала, формул, графиков и т. п. В силу этого особое значение приобретает правильное оформление результатов проделанной работы.

Текст реферата должен быть подготовлен в печатном виде. Исправления и помарки не допускаются. Текст работы оформляется на листах формата А4, на одной стороне листа, с полями: левое – 25 мм, верхнее – 20 мм, правое – 15 мм и нижнее – 25 мм. При компьютерном наборе шрифт должен быть таким: тип шрифта TimesNewRoman, кегль 14, междустрочный интервал 1,5.

Рекомендуемый объем реферата – не менее 20 страниц. Титульный лист реферата оформляется студентом по образцу, данному в приложении 1.

Текст реферата должен быть разбит на разделы: главы, параграфы и т. д. Очередной раздел нужно начинать с нового листа.

Все страницы реферата должны быть пронумерованы. Номер страницы ставится снизу страницы, по центру. Первой страницей является титульный лист, но на ней номер страницы не ставится.

Таблицы

Таблицы по содержанию делятся на аналитические и неаналитические. Аналитические таблицы являются результатом обработки и анализа цифровых показателей. Как правило, после таких таблиц делается обобщение, которое вводится в текст словами: «таблица позволяет сделать вывод о том, что…», «таблица позволяет заключить, что…» и т. п.

В неаналитических таблицах обычно помещаются необработанные статистические данные, необходимые лишь для информации и констатации фактов.

Таблицы размещают после первого упоминания о них в тексте таким образом, чтобы их можно было читать без поворота работы или с поворотом по часовой стрелке.

Каждая таблица должна иметь нумерационный и тематический заголовок. Тематический заголовок располагается по центру таблицы, после нумерационного, размещённого в правой стороне листа и включающего надпись «Таблица» с указанием арабскими цифрами номера таблицы. Нумерация таблиц сквозная в пределах каждой главы. Номер таблицы состоит из двух цифр: первая указывает на номер главы, вторая – на номер таблицы в главе по порядку (например, «Таблица 2.2» – это значит, что представленная таблица вторая во второй главе).

Цифры в графах таблиц должны проставляться так, чтобы разряды чисел во всей графе были расположены один под другим. В одной графе количество десятичных знаков должно быть одинаковым. Если данные отсутствуют, то в графах ставят знак тире. Округление числовых значений величин до первого, второго и т. д. десятичного знака для различных значений одного и того же наименования показателя должно быть одинаковым.

Таблицу с большим количеством строк допускается переносить на другую страницу, при этом заголовок таблицы помещают только над ее первой частью, а над переносимой частью пишут «Продолжение таблицы» или «Окончание таблицы». Если в работе несколько таблиц, то после слов «Продолжение» или «Окончание» указывают номер таблицы, а само слово «таблица» пишут сокращенно, например, «Продолжение табл. 1.1», «Окончание табл. 1.1».

На все таблицы в тексте реферата должны быть даны ссылки с указанием их порядкового номера, например, «…в табл. 2.2».

Формулы

Формулы – это комбинации математических знаков, выражающие какие-либо предложения.

Формулы, приводимые в реферате, должны быть наглядными, а обозначения, применяемые в них, соответствовать стандартам.

Пояснения значений символов и числовых коэффициентов следует приводить непосредственно под формулой, в той последовательности, в какой они даны в формуле. Значение каждого символа и числового коэффициента дается с новой строки. Первую строку объяснения начинают со слова «где» без двоеточия после него.

Формулы и уравнения следует выделять из текста свободными строками. Если уравнение не умещается в одну строку, оно должно быть перенесено после знака равенства (=) или после знака (+), минус (–), умножения (х) и деления (:).

Формулы нумеруют арабскими цифрами в пределах всей реферата или главы. В пределах реферата используют нумерацию формул одинарную, в пределах главы – двойную. Номер указывают с правой стороны листа на уровне формулы в круглых скобках.

В тексте ссылки на формулы приводятся с указанием их порядковых номеров, например: «…в формуле (2.2)» (второй формуле второй главы).

Иллюстрации

Иллюстрации позволяют наглядно представить явление или предмет такими, какими мы их зрительно воспринимаем, но без лишних деталей и подробностей.

Основными видами иллюстраций являются схемы, диаграммы и графики.

Схема – это изображение, передающее обычно с помощью условных обозначений и без соблюдения масштаба основную идею какого-либо устройства, предмета, сооружения или процесса и показывающее взаимосвязь их главных элементов.

Диаграмма – один из способов изображения зависимости между величинами. Наибольшее распространение получили линейные, столбиковые и секторные диаграммы.

Для построения линейных диаграмм используется координатное поле. По горизонтальной оси в изображенном масштабе откладывается время или факториальные признаки, на вертикальной – показатели на определенный момент (период) времени или размеры результативного независимого признака. Вершины ординат соединяются отрезками – в результате получается ломаная линия.

На столбиковых диаграммах данные изображаются в виде прямоугольников (столбиков) одинаковой ширины, расположенных вертикально или горизонтально. Длина (высота) прямоугольников пропорциональна изображенным ими величинам.

Секторная диаграмма представляет собой круг, разделенный на секторы, величины которых пропорциональны величинам частей изображаемого явления.

График – это результат обработки числовых данных. Он представляет собой условные изображения величин и их соотношений через геометрические фигуры, точки и линии.

Количество иллюстраций в работе должно быть достаточным для пояснения излагаемого текста.

Иллюстрации обозначаются словом «Рис.» и располагаются после первой ссылки на них в тексте так, чтобы их было удобно рассматривать без поворота работы или с поворотом по часовой стрелке. Иллюстрации должны иметь номер и наименование, расположенные по центру, под ней. Иллюстрации нумеруются в пределах главы арабскими цифрами, например: «Рис. 1.1» (первый рисунок первой главы). Ссылки на иллюстрации в тексте реферата приводят с указанием их порядкового номера, например: «…на рис. 1.1».

При необходимости иллюстрации снабжаются поясняющими данными (подрисуночный текст).

Приложения

Приложение – это часть основного текста, которая имеет дополнительное (обычно справочное) значение, но, тем не менее, необходима для более полного освещения темы. По форме они могут представлять собой текст, таблицы, графики, карты. В приложении помещают вспомогательные материалы по рассматриваемой теме: инструкции, методики, положения, результаты промежуточных расчетов, типовые проекты, имеющие значительный объем, затрудняющий чтение и целостное восприятие текста. В этом случае в тексте приводятся основные выводы (результаты) и делается ссылка на приложение, содержащее соответствующую информацию. Каждое приложение должно начинаться с новой страницы. В правом верхнем углу листа пишут слово «Приложение» и указывают номер приложения. Если в реферате больше одного приложения, их нумеруют последовательно арабскими цифрами, например: «Приложение 1», «Приложение 2» и т. д.

Каждое приложение должно иметь заголовок, который помещают ниже слова «Приложение» над текстом приложения, по центру.

При ссылке на приложение в тексте реферата пишут сокращенно строчными буквами «прил.» и указывают номер приложения, например: «…в прил. 1».

Приложения оформляются как продолжение текстовой части реферата со сквозной нумерацией листов. Число страниц в приложении не лимитируется и не включается в общий объем страниц реферата.

Библиографический список

Библиографический список должен содержать перечень и описание только тех источников, которые были использованы при написании реферата.

В библиографическом списке должны быть представлены монографические издания отечественных и зарубежных авторов, материалы профессиональной периодической печати (экономических журналов, газет и еженедельников), законодательные и др. нормативно-правовые акты. При составлении списка необходимо обратить внимание на достижение оптимального соотношения между монографическими изданиями, характеризующими глубину теоретической подготовки автора, и периодикой, демонстрирующей владение современными экономическими данными.

Наиболее распространенным способом расположения наименований литературных источников является алфавитный. Работы одного автора перечисляются в алфавитном порядке их названий. Исследования на иностранных языках помещаются в порядке латинского алфавита после исследований на русском языке.

Ниже приводятся примеры библиографических описаний использованных источников.

Статья одного, двух или трех авторов из журнала

Зотова Л. А., Еременко О. В. Инновации как объект государственного регулирования // Экономист. 2010. № 7. С. 17–19.

Статья из журнала, написанная более чем тремя авторами

Валютный курс и экономический рост / С. Ф. Алексашенко, А. А. Клепач, О. Ю. Осипова [и др.] // Вопросы экономики. 2010. № 8. С. 18–22.

Книга, написанная одним, двумя или тремя авторами

Олейник А. Н. Институциональная Горное дело: учебное пособие. М.: ИНФРА-М, 2011. 416 с.

Книга, написанная более чем тремя авторами

Экономическая теория: учебник / В. Д. Камаев [и др.]. М.: ВЛАДОС, 2011. 143 с.

Сборники

Актуальные проблемы экономики и управления: сборник научных статей. Екатеринбург: УГГУ, 2010. Вып. 9. 146 с.

Статья из сборника

Данилов А. Г. Система ценообразования промышленного предприятия // Актуальные проблемы экономики и управления: сб. научных статей. Екатеринбург: УГГУ, 2010. Вып. 9. С. 107–113.

Статья из газеты

Крашаков А. С. Будет ли обвал рубля // Аргументы и факты. 2011. № 9. С. 3.

Библиографические ссылки

Библиографические ссылки требуется приводить при цитировании, заимствовании материалов из других источников, упоминании или анализе работ того или иного автора, а также при необходимости адресовать читателя к трудам, в которых рассматривался данный вопрос.

Ссылки должны быть затекстовыми, с указанием номера соответствующего источника (на который автор ссылается в работе) в соответствии с библиографическим списком и соответствующей страницы.

Пример оформления затекстовой ссылки

Ссылка в тексте: «Под трансакцией понимается обмен какими-либо благами, услугами или информацией между двумя агентами» [10, С. 176].

В списке использованных источников:

10. *Сухарев О. С.* Институциональная Горное дело: учебник и практикум для специалистиата и магистратуры /О.С. Сухарев. М.: Издательство Юрайт, 2016. 501 с.

ОРГАНИЗАЦИЯ ЗАЩИТЫ РЕФЕРАТА

Необходимо заранее подготовить тезисы выступления (план-конспект).

Порядок защиты реферата.

1.Краткое сообщение, характеризующее цель и задачи работы, ее актуальность, полученные результаты, вывод и предложения.

2.Ответы студента на вопросы преподавателя.

3.Отзыв руководителя-консультанта о ходе выполнения работы.

Советы студенту:

- Готовясь к защите реферата, вы должны вспомнить материал максимально подробно, и это должно найти отражение в схеме вашего ответа. Но тут же необходимо выделить главное, что наиболее важно для понимания материала в целом, иначе вы

сможете проговорить все 15-20 минут и не раскрыть существа вопроса. Особенно строго следует отбирать примеры и иллюстрации.

- Вступление должно быть очень кратким – 1-2 фразы (если вы хотите подчеркнуть при этом важность и сложность данного вопроса, то не говорите, что он сложен и важен, а покажите его сложность и важность).
- Целесообразнее вначале показать свою схему раскрытия вопроса, а уж потом ее детализировать.
- Рассказывать будет легче, если вы представите себе, что объясняете материал очень способному и хорошо подготовленному человеку, который не знает именно этого раздела, и что при этом вам обязательно нужно доказать важность данного раздела и заинтересовать в его освоении.
- Строго следите за точностью своих выражений и правильностью употребления терминов.
- Не пытайтесь рассказать побольше за счет ускорения темпа, но и не мямлите.
- Не демонстрируйте излишнего волнения и не напрашивайтесь на сочувствие.
- Будьте особенно внимательны ко всем вопросам преподавателя, к малейшим его замечаниям. И уж ни в коем случае его не перебивайте!
- Не бойтесь дополнительных вопросов – чаще всего преподаватель использует их как один из способов помочь вам или сэкономить время. Если вас прервали, а при оценке ставят в вину пропуск важной части материала, не возмущайтесь, а покажите план своего ответа, где эта часть стоит несколько позже того, на чем вы были прерваны.
- Прежде чем отвечать на дополнительный вопрос, необходимо сначала правильно его понять. Для этого нужно хотя бы немного подумать, иногда переспросить, уточнить: правильно ли вы поняли поставленный вопрос. И при ответе следует соблюдать тот же принцип экономности мышления, а не высказывать без разбора все, что вы можете сказать.
- Будьте доброжелательны и тактичны, даже если к ответу вы не готовы (это вина не преподавателя, а ваша).

ТЕМЫ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ (РЕФЕРАТА)

1. Хост-компьютеры.
2. Локальные сети и персональные компьютеры.
3. Каналы связи.
4. Хранение и предоставление доступа к информации.
5. Управление передачей сообщений.
6. Каналы связи, обеспечивающие взаимодействие между хост-компьютерами.
7. Обмен информацией между абонентами сети.
8. Использование баз данных сети.
9. Классификация прикладного программного обеспечения.
10. Пакеты прикладных программ.
11. Методо-ориентированные пакеты.
12. Системы реального времени.
13. Офисные приложения.
14. Инструменты электронных таблиц для решения экономических задач.
15. Классификация баз данных (БД).
16. Системы управления базами данных (СУБД). Классификация СУБД.
17. Локальные и глобальные сети. Intranet и Internet. Сетевые службы.
18. Поисковые системы: Яndex, Rambler, Google, ПОИСК@mail.ru.

МЕТОДИКА ОЦЕНКИ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ (РЕФЕРАТА)

Проверяемые компетенции:ОПК-8

Знать:

- классификацию программного обеспечения;
- существующие пакеты прикладных программ;
- офисные приложения;
- основы создания баз данных;
- принципы работы в разных поисковых системах интернет и в системах коммуникации.

Уметь:

- использовать файловые менеджеры, утилиты архивирования;
- устанавливать и удалять программное обеспечение;
- использовать офисные приложения;
- создавать базы данных средствами офисных приложений;
- использовать электронную почту и другие средства коммуникаций с помощью Интернета.

Владеть:

- навыками работы с файловыми менеджерами;
- инструментарием офисных приложений;
- технологией разработки баз данных;
- навыками работы в разных поисковых системах интернет и в системах коммуникации.

Критерии оценивания:

достижение поставленной цели и задач исследования (новизна и актуальность поставленных в реферате проблем, правильность формулирования цели, определения задач исследования, правильность выбора методов решения задач и реализации цели; соответствие выводов решаемым задачам, поставленной цели, убедительность выводов);

уровень эрудированности автора по изученной теме (знание автором состояния изучаемой проблематики, цитирование источников, степень использования в работе результатов исследований);

личные заслуги автора реферата (новые знания, которые получены помимо основной образовательной программы, новизна материала и рассмотренной проблемы, научное значение исследуемого вопроса);

культура письменного изложения материала (логичность подачи материала, грамотность автора);

культура оформления материалов работы (соответствие реферата всем стандартным требованиям);

знания и умения на уровне требований стандарта данной дисциплины: знание фактического материала, усвоение общих понятий и идей;

степень обоснованности аргументов и обобщений (полнота, глубина, всестороннее раскрытие темы, корректность аргументации и системы доказательств, характер и достоверность примеров, иллюстративного материала, наличие знаний интегрированного характера, способность к обобщению);

качество и ценность полученных результатов (степень завершенности реферативного исследования, спорность или однозначность выводов);

использование профессиональной терминологии;

использование литературных источников.

Правила оценивания:

Каждый показатель оценивается в 1 балл

Критерии оценки:

9-10 баллов (90-100%) - оценка «отлично»;
7-8 баллов (70-89%) - оценка «хорошо»;
5-6 баллов (50-69%) - оценка «удовлетворительно»;
0-4 балла (0-49%) - оценка «неудовлетворительно».

Приложение

Образец оформления титульного листа контрольной работы (реферата)

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Уральский государственный горный университет»

Инженерно-экономический факультет

Кафедра информатики

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА (РЕФЕРАТ)

по дисциплине
«Прикладное программное обеспечение»

на тему:

УПРАВЛЕНИЕ ПЕРЕДАЧЕЙ СООБЩЕНИЙ

Руководитель:
Дружинин А.В.
Студент гр. ГН-21
Артёмова Елена Юрьевна

Екатеринбург

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебно-методическому комплексу _____С.А. Упоров
14.10.2020

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ И ЗАДАНИЯ К ПРАКТИЧЕСКИМ РАБОТАМ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Б1.О.10 ПРИКЛАДНОЕ ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ

Специальность:
21.05.03 Технология геологической разведки

Специализация:
Геофизические информационные системы

Одобрены на заседании кафедры	Рассмотрены методической комиссией
Информатики	Факультета геологии и геофизики
(название кафедры)	*(название факультета)*
Зав. кафедрой _____	Председатель _____
(подпись)	*(подпись)*
Дружинин А.В.	Вандышева К.В.
(Фамилия И.О.)	*(Фамилия И.О.)*
Протокол № 1 от 26.09.2023	Протокол № 2 от 13.10.2023
(Дата)	*(Дата)*

Екатеринбург

Автор: Дружинин А.В., доцент, канд. техн. наук

Методические указания по дисциплине согласованы с выпускающей кафедрой геологии и геофизики нефти и газа

Заведующий кафедрой ГГНГ _____ к.г.-м.н., С.А. Рыльков____

подпись *И.О. Фамилия*

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ 4
ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 1 11
Создание таблиц базы данных «Реализация товаров» 11
Создание файла базы данных Access 11
ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 2 20
Работа с простыми запросами 20
Конструирование запросов на выборку с условием отбора 20
Вычисляемые поля в запросах 23
Параметры в запросах 25
Групповые операции в запросах 27
ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 3 31
Работа с многотабличными запросами 31
Запросы на изменение 35
Задание для самостоятельной работы 38
ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 4 39
Работа с формами 39
Условное форматирование элементов управления 40
Создание разделенной формы 42
Многотабличные формы 43
Создание многотабличной формы с помощью мастера 44
Одиночная многотабличная форма 47
Задание для самостоятельной работы 51
ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 5 51
Работа с отчетами 51
Задание для самостоятельной работы 53
ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 6 54
Создание главной кнопочной формы 54
с использованием макросов 54
Создание управляющих кнопок на экране 57
ВАРИАНТЫ ЗАДАНИЙ ДЛЯ ПРАКТИЧЕСКОЙ РАБОТЫ 62
Указания к выполнению работы 62
Варианты заданий 62
СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ 74

ВВЕДЕНИЕ

Система управления базами данных

СУБД (система управления базами данных) является универсальным программным инструментом создания и обслуживания баз данных и приложений пользователя в самых разных предметных областях. СУБД обеспечивает создание, многоаспектный доступ к данным и использование одних и тех же данных различными задачами и приложениями пользователей.

СУБД поддерживаются различные модели данных. *Модель данных* – это метод (принцип) логической организации данных, используемый СУБД. Наиболее известными являются иерархическая, сетевая и реляционная модели.

В СУБД для персональных компьютеров (настольных СУБД) поддерживается преимущественно *реляционная модель*, которую отличает простота и единообразие представления данных простейшими *двумерными таблицами.*

Основной логической структурной единицей манипулирования данными является *строка* таблицы – *запись*. *Структура записи* определяется составом входящих в неё *полей*. Совокупность полей записи соответствует логически связанным реквизитам, характеризующим некоторую сущность предметной области.

Типовыми функциями СУБД по манипулированию данными являются выборка, добавление, удаление, изменение данных.

- *Выборка данных* – выборка записей из одной или нескольких взаимосвязанных таблиц в соответствии с заданными условиями.
- *Добавление* и *удаление* данных – добавление новых записей в таблицы и удаление существующих.
- *Изменение данных* – изменение значений данных в полях существующих записей.

Данные из одной или нескольких взаимосвязанных таблиц могут подвергаться обработке. К операциям *обработки* относятся, например, расчеты в пределах каждой записи, группировка записей в соответствии с *заданным* критерием группировки и обработка записей выделенных групп с помощью статистических функций, таких как суммирование, определение максимального, подсчет числа записей в группе и т. п.

СУБД Access включает разнообразные и многочисленные относительно автономные инструментальные средства, ориентированные на создание объектов базы данных и приложений пользователя.

- *Разнообразие мастера* в режиме ведения диалога с пользователем позволяют создавать объекты и выполнять разнообразные функции по реорганизации объектов базы данных и приложений пользователя.
- *Средства программирования* СУБД включают язык запросов *SQL*, язык макрокоманд и язык объектно-ориентированного программирования для приложений *Microsoft Visual Basic for Applications (VBA).*
- *Средства графического конструирования* позволяют создавать объекты базы данных и объекты приложения с помощью многочисленных графических элементов, не прибегая непосредственно к программированию. Среди многочисленных средств графического конструирования и диалоговых средств Access следует выделить средства для создания:
- таблиц и схем баз данных, отображающих их связи;
- запросов выборки, отбирающих и объединяющих данные нескольких таблиц в виртуальную таблицу, которая может использоваться во многих задачах приложения;
- запросов на изменение данных базы;
- экранных форм, предназначенных для ввода, просмотра и обработки данных в диалоговом режиме;
- отчетов, предназначенных для ввода, просмотра и вывода на печать данных из базы и результатов их обработки в удобном для пользователя виде.

Реляционная база данных

База данных является организованной на машинном носителе совокупностью взаимосвязанных данных и содержит сведения о различных сущностях одной предметной области: реальных объектах, процессах, событиях или явлениях.

Реляционная база данных представляет собой множество взаимосвязанных двумерных таблиц – *реляционных таблиц*, называемых также *отношениями*, в каждой из которых содержаться сведения об одной сущности автоматизируемой предметной области.

Логическую структуру реляционной базы данных образует совокупность реляционных таблиц, между которыми установлены логические связи.

В таблицах базы должны сохраняться все данные, необходимые для решения задач предметной области, причем каждый элемент данных должен храниться в базе только в одном экземпляре. Для создания таблиц,

соответствующих реляционной модели данных, используется процесс, называемый нормализацией данных. *Нормализация* – это удаление из таблиц повторяющихся данных путем их переноса в новые таблицы, записи которых не содержат повторяющихся значений.

Структура реляционной таблицы определяется составом полей. Каждое *поле* отражает определенную характеристику сущности. Для поля указывается *тип* и *размер* элементарного данного, размещаемого в нем, и ряд др. свойств. Содержимое поля отображается в столбце таблицы. Столбец таблицы содержит данные одного типа.

Содержание таблицы заключено в её строках, однотипных по структуре, каждая строка таблицы содержит данные о конкретном экземпляре сущности и называется *записью*.

Для однозначного определения (*идентификации)* каждой записи таблица должна иметь *уникальный (первичный) ключ.* По значению ключа таблицы отыскивается единственная запись в таблице. Ключ может состоять из одного или нескольких полей таблицы. Значение уникального ключа не может повторяться в нескольких записях.

Логические связи между таблицами дают возможность объединять данные из разных таблиц. Связь каждой пары таблиц задается одинаковыми полями в них – *ключом связи*. Таким образом, обеспечивается рациональное хранение недублированных данных и их объединение в соответствии с требованиями решаемых задач.

В нормализованной реляционной базе данных связь двух таблиц характеризуется отношениями записей типа «один-к-одному» (1:1) или «один-ко-многим» (1:M). Отношение 1:1 предполагает, что каждой записи одной таблицы соответствует одна запись другой таблицы. Отношение типа 1:M предполагает, что каждой записи первой таблицы соответствует много записей во второй, но каждой записи второй таблицы соответствует только одна запись в первой.

Для двух таблиц, находящихся в отношении типа 1:M, связь устанавливается по уникальному ключу таблицы, представляющей в отношении сторону «один», – *главной таблицы* в связи. Во второй таблице, представляющей в отношении сторону «многие» и называемой *подчиненной*, этот ключ связи может быть либо частью уникального ключа, либо не входить в состав ключа. В подчиненной таблице ключ связи называется ещё *внешним ключом*.

Схема данных

В СУБД Access процесс создания реляционной базы данных включает создание *схемы данных*. Схема данных наглядно отображает логическую структуру базы данных: таблицы и связи между ними, а также обеспечивает использование установленных в ней связей при обработке данных.

Для нормализованной базы данных, основанной на одно-многозначных и однозначных отношениях между таблицами, в схеме данных для связей таких таблиц по первичному ключу или уникальному индексу главной таблицы могут устанавливаться параметры *связной целостности*.

При поддержании целостности взаимосвязанных данных не допускается наличия записи в подчиненной таблице, если в главной таблице отсутствует связанная с ней запись. Соответственно при первоначальной загрузке базы данных, а также корректировке, добавлении и удалении записей система допускает выполнение операции только в том случае, если она не приводит к нарушению целостности. Связи, определенные в схеме данных, автоматически используются для объединения таблиц при разработке многотабличных форм, запросов, отчетов, существенно упрощая процесс их конструирования. В схеме связи могут устанавливаться для любой пары таблиц, имеющих одинаковое поле, позволяющее объединять эти таблицы. **Объекты Access**

База данных Access включает следующие сохраняемые в одном accdbфайле объекты:

- *таблицы, запросы, схемы данных,* непосредственно имеющие отношение к базе данных;
- *формы, отчеты, макросы* и *модули*, называемые *объектами приложения.*

Формы и отчеты предназначены для типовых процессов обработки данных: просмотра, обновления, поиска по заданным критериям, получения отчетов. Эти объекты приложений конструируются из графических элементов, называемых *элементами управления*. Основные элементы управления служат для отображения полей таблиц, являющихся источниками данных объекта.

Для автоматизации доступа к объектам и их взаимодействия используется программный код. Только с помощью программного кода получается полноценное приложение пользователя, функции которого доступны через меню, панели инструментов и формы. Для создания программного кода служат модули на языке *VBA* и макросы.

Каждый объект и элемент управления имеет свои свойства, определяя которые можно настраивать их. С каждым объектом и элементом управления связывается набор событий, которые могут обрабатываться макросами или

процедурами обработки событий на VBA, входящими в состав модулей форм, отчетов.

Объекты представлены в области навигации окна базы данных Access. Все операции по работе с объектами и приложениями начинаются в этом окне.

- *Таблицы* создаются пользователем для хранения данных об одной сущности – одном информационном объекте модели данных предметной области. Таблица состоит из полей (столбцов) и записей (строк). Каждое поле содержит одну характеристику информационного объекта предметной области. В записи собраны сведения об одном экземпляре информационного объекта. База данных Access может включать до 32768 объектов (в том числе формы, отчеты и т. д.). Одновременно может открываться до 2048 таблиц.
- *Запросы*. Запросы на выборку служат для выборки нужных данных из одной или нескольких связанных таблиц. Результатом выполнения запроса является виртуальная таблица. В запросе можно указать, какие поля исходных таблиц следует включить в запись таблицы запроса и как отобрать нужные записи. Таблица запроса может быть использована с другими таблицами базы при обработке данных. Запросы на изменение позволяют обновлять, удалять или добавлять данные в таблицы, а также создавать новые таблицы на основе уже существующих.
- *Схема данных* определяет, с помощью каких полей таблицы связываются между собой, как будет выполняться объединение данных этих таблиц, нужно ли проверять связную целостность при добавлении и удалении записей, изменение ключей таблиц. Схемы данных в области навигации в окне базы данных отображаются только в проектах Access, работающих с базами данных сервера. Для отображения схемы данных в базах данных Access используется команда **Схема данных**, размещенная на вкладке ленты **Работа с базами данных** в группе **Отношения**.
- *Формы* являются основным средством создания диалогового интерфейса приложения пользователя. Форма может создаваться для работы с электронными документами, сохраняемыми в таблицах базы данных. Вид таких документов может соответствовать привычному для пользователя бумажному документу. Форма используется для разработки интерфейса по управлению приложением. Включаемые в форму процедуры обработки событий позволяют управлять процессом обработки данных в приложении. Такие процедуры хранятся в модуле формы. В формы могут вставляться рисунки, диаграммы, звуковые фрагменты, видео. Возможна разработка форм с набором вкладок, с

каждой из которых связано выполнение той или иной функции приложения.

- *Отчеты* предназначены для формирования на основе данных базы выходных документов любых форматов, содержащих результаты решения задач пользователя, и вывода их на печать. Как и формы, отчеты могут включать процедуры обработки событий. Использование графических объектов позволяет дополнять данные отчета иллюстрациями. Отчеты обеспечивают возможность анализа данных при использовании фильтрации, агрегирования и представления данных источника в различных разрезах. *Макросы* являются программами, состоящими из последовательностей макрокоманд, которые выполняются по вызову или при наступлении некоторого события в объекте приложения или его элементе управления. Макросы данных выполняются при наступлении некоторого события в исходных таблицах. Макросы позволяют автоматизировать некоторые действия в приложении пользователя. Создание макросов осуществляется в диалоговом режиме путем выбора нужных макрокоманд и задания параметров, используемых ими при выполнении.
- *Модули* содержат процедуры на языке *Visual Basic for Applications*. Могут создаваться процедуры-программы, процедуры-функции, которые разрабатываются пользователем, и процедуры для обработки событий.

Интерфейс пользователя Access

Для Access 2013 разработан интерфейс пользователя, упрощающий доступ к многочисленным функциональным возможностям в процессе создания и работы с объектами базы данных и приложений пользователя.

Основу этого интерфейса составляют *ленты* и *область навигации.* Собранные на одной ленте команды четко соответствуют задачам, выполняемым в Access, что позволяет легко находить нужную команду.

Основные элементы интерфейса пользователя в Access 2013:

- *страницы*, предназначенные для управления файлами баз данных. Стартовая страница отображается при запуске Access и позволяет открыть существующие файлы баз данных или создать новые. В процессе работы доступны страницы, открываемые при щелчке на цветном значке **Файл**.

Они содержат команды для сохранения, сжатия и восстановления базы данных, определения параметров и ряд др.;

- *лента* – широкая полоса, расположенная в верхней части окна Access. Она содержит стандартные вкладки с группами наиболее часто используемых команд, контекстные вкладки, которые появляются только тогда, когда их использование допустимо, и *панель быстрого доступа* – небольшую панель инструментов, на которую можно добавить нужные команды. Лента является основой интерфейса пользователя и обеспечивает быстрый доступ к набору команд, применимых к выполняемым в базе данных в текущий момент работам;
- *коллекция (галерея)* – элемент интерфейса, который не просто отображает команды, а показывает набор результатов выполнения этих команд с отображением внешнего вида вариантов выбора;
- *диалоговые окна* могут выводиться при выполнении команд для уточнения операции и передачи параметров. В некоторых группах вкладок ленты имеются кнопки вызова диалоговых окон;
- *контекстное меню* вызывается щелчком правой кнопкой мыши на элементе объекта. Содержит команды, зависящие от контекста – элемента объекта, с которым работает пользователь, или выполняемой задачи; *панель быстрого доступа* – единственная панель инструментов, предусмотренная в интерфейсе. Она обеспечивает доступ одним нажатием кнопки к наиболее часто используемым командам. Это панель настраивается в соответствии с предпочтениями пользователя;
- *область навигации* расположена в левой части окна. В ней отображаются объединенные в группы объекты базы данных;
- *вкладки документов* – таблицы, запросы, формы, отчеты и макросы отображаются на вкладках в рабочем пространстве окна Access – окне документов;
- *строка состояния* – полоса в нижней части окна программы, в которой отображаются сведения о состоянии объекта и располагаются кнопки, позволяющие изменить режим его представления;
- *мини-панель инструментов* – прозрачный элемент, подключенный к объекту, который появляется над выбранным текстом и позволяет легко отформатировать его;
- *панель сообщений* – это единственное средство вывода всех предупреждений системы безопасности. Отображается, когда в открываемой базе данных имеется любое потенциально опасное выполняемое содержимое.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 1
Создание таблиц базы данных «Реализация товаров»

Создать базу данных для учета реализации товаров со складов. Организовать хранение информации в создаваемой базе данных с помощью четырех таблиц: «Товары», «Фирмы», «Склады» и «Продажи».

Этапы проектирования базы данных:

1. Исследование предметной области и формулировка основных допущений (накладываемых условий). На этом этапе составляется список всех форм и отчетов, которые могут быть затребованы пользователями вашей БД.
2. Анализ данных. Составить перечень всех элементов данных, входящих в формы и отчеты, и сгруппировать их в таблицы БД.
3. Установить, какие взаимосвязи существуют между элементами данных. Определить первичные и вторичные (внешние) ключи отношений. Организовать поля данных в таблицах.

Создать базу данных «Реализация товаров», при условии, что на одном складе может храниться только один вид товара.

Создание файла базы данных Access

Для создания файла новой локальной базы данных щелкните в области создания базы данных стартового окна Access на элементе **Пустая база данных** (рис. 1.1). В открывшемся окне введите имя файла в поле **Имя файла** – например, ***Реализация товаров***.

Щелчком по кнопке **Создать,** завершите процесс создания пустого файла новой базы данных. В результате по умолчанию откроется окно созданной базы данных с пустой таблицей с именем **Таблица1** в режиме таблицы (рис. 1.2).

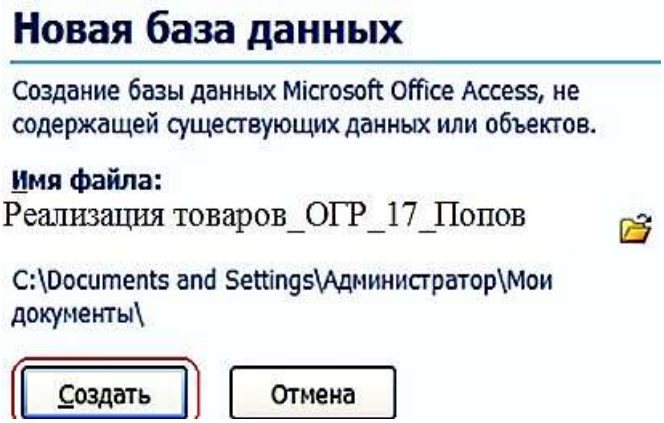


Рис. 1.1. Определение имени и местоположения файла новой базы данных

Так как создание таблиц будет происходить при помощи конструктора таблиц, поэтому закройте таблицу при помощи щелчка по значку «**Закрыть**».



Рис. 1.2. **Таблица1** в режиме таблицы

Задание 1. Создание таблицы базы данных «Реализация товаров»

Рассмотрим последовательность действий при создании таблиц. Для этого начнем создание таблицы «Товар» с определения её структуры в режиме конструктора таблиц. На вкладке ленты **Создание** в группе **Таблицы** выполним команду **Конструктор таблиц** (рис. 1.3).



Рис. 1.3. Лента с открытой вкладкой **Создание**

В окне конструктора **Таблица1** определим все поля таблицы «Товар». Для каждого поля таблицы «Товар» определим **Имя поля**, **Тип данных.**



Рис. 1.4. Таблица «Товары» в режиме «**Конструктор**»

Теперь определим первичный ключ таблицы. Выделим поле «**Код товара»**, щелкнув кнопкой мыши на области маркировки, слева от имени поля, и нажмем кнопку **Ключевое поле** на вкладке ленты **Конструктор** в группе **Сервис**. Признаком установки ключа является изображение ключа слева от имени поля  .

Сохраним созданную структуру таблицы и присвоим имя новой таблице – «Товар». Для этого выполним команду **Сохранить** на Панели быстрого доступа или на вкладке **ФАЙЛ**. В окне **Сохранение** введем имя таблицы.

При сохранении таблицы происходит обновление файла базы данных, в которую помещается созданная таблица. Таблица «Товар» появиться в списке объектов **Таблицы** в области навигации открытой базы данных «Реализация товаров».

После сохранения структуры таблицы переходите ко второму этапу создания таблицы – созданию записей. Для этого переключитесь в режим таблицы нажатием кнопки **Режим** на ленте конструктора или выбором нужного режима при открытии списка данной кнопки (рис. 1.5).

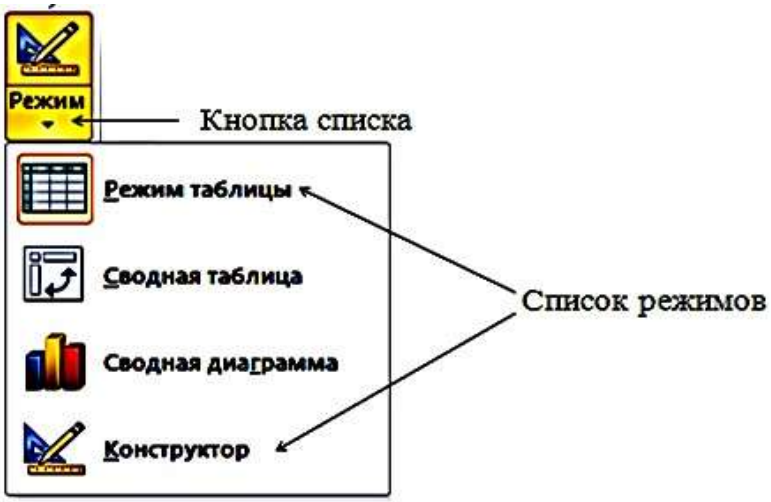


Рис. 1.5. Выбор режима представления таблицы

Как и в режиме конструктора, в режиме таблицы можно удалить столбец. При этом следует помнить, что удаляются все данные столбца, и отменить удаление невозможно. Удаление поля первичного ключа в режиме таблицы невозможно. Для этого необходимо использовать режим конструктора.

Открыть таблицу для ввода исходных данных. Установить курсор в первую строку таблицы и ввести исходные данные. Ввод данных в каждое поле таблицы завершать нажатием клавиши **Enter.** По окончании ввода данных при необходимости увеличить ширину полей. Записать таблицу «Товар» на диск.

Товары

Код товара	Наименование	Марка	Номер склада	Количество	Цена
1	Тахеометр	SP FOKUS 6	1	5	319 463,00 ₽
2	Тахеометр	SP FOKUS 6W	1	7	357 487,00 ₽
3	Тахеометр	Soutn NTS-365 R	2	6	225 000,00 ₽
4	Тахеометр	Soutn NTS-362 R	2	5	240 000,00 ₽
5	Теодолит	3Т2КП	3	9	84 193,00 ₽
6	Теодолит	4Т15П	3	5	58 764,00 ₽
7	Теодолит	4Т30П	3	8	50 625,00 ₽
8	Теодолит	VEGA TEO 5	3	10	30 000,00 ₽
9	Нивелир	4Н -2КЛ	4	15	16 680,00 ₽
10	Нивелир	4Н-3КЛ	4	18	12 500,00 ₽
(№)					

Рис. 1.6. Таблица «Товары» в режиме таблицы

Задание 2. Создание таблицы «Фирмы»

Для поля Телефон следует задать маску ввода: **(# # #) # # # - # # - # #**



Рис. 1.7. Таблица «Фирмы» в режиме «**Конструктор**»



Рис. 1.8. Таблица «Фирмы» в режиме таблицы

Задание 3. Создание таблицы «Склады»



Рис. 1.9. Таблица «**Склады**» в режиме «**Конструктор**»



Склады

Номер склада	Телефон	Адрес	Заведующий
1	(343)381-88-88	Екатеринбург, пер. Базовый, 7	Амелина И.В.
2	(343)379-51-62	В-Пышма, пер. Индустриальный, 1	Мясников Д.О.
3	(343)275-18-22	Екатеринбург, Монтажников, 18а	Куликова А.Н.
4	(343)310-22-22	Екатеринбург, Радищева, 4	Ромашенко К.Д.

Рис. 1.10. Таблица «**Склады**» в режиме «**Таблицы**»

Задание 4. Создание таблицы «Продажи»

1. Ввести в первой строке имя поля: **Дата продажи** и выбрать для него тип Дата/время.
2. Сформировать поле **Код фирмы** и выбрать для него числовой тип.
3. Указать в качестве источника данных для поля **Код фирмы** список кодов фирмы, внесенных в поле с таким же названием в таблицу «Фирмы», рис. 1.11.
4. Не переводя курсор со строки **Код фирмы**, щелкнуть мышью по закладке **Подстановка.**
5. Щелкнуть мышью по слову **Поле** в строке **Тип элементауправления**, а затем – по появившейся при этом кнопке **Раскрыть список**.
6. Выбрать щелчком мыши из раскрывшегося списка строку **Поле со списком**.
7. Щелкнуть мышью по незаполненному полю в строке **Источник строк**, а затем – по появившейся при этом кнопке **Раскрыть список**.
8. Щелчком мыши выбрать строку с названием таблицы «Фирмы».

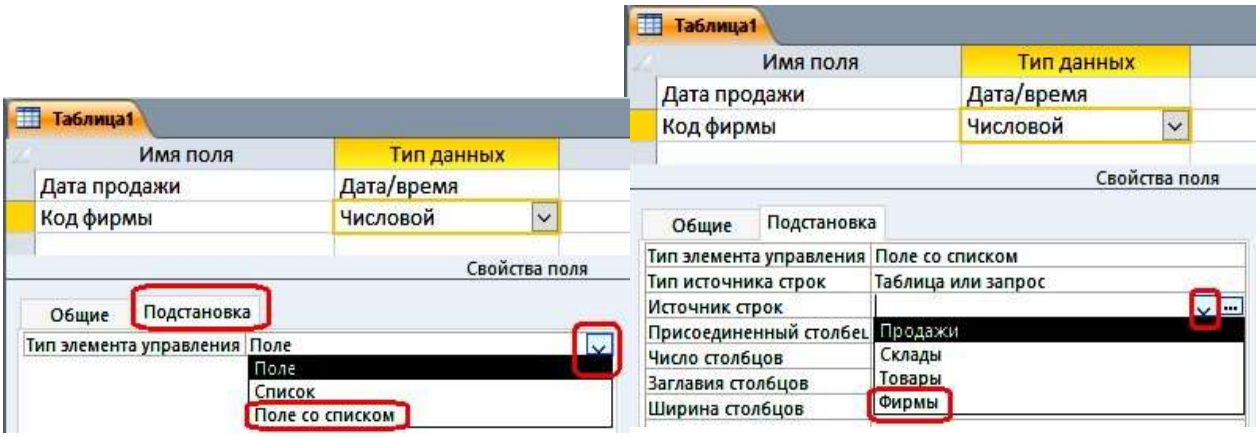


Рис. 1.11. Окно таблицы с подстановкой в режиме «**Конструктора**»



Рис. 1.12. Окно таблицы с выбором источника строк



Рис. 1.13. Окно таблицы «**Продажи**» в режиме «**Конструктора»**



Рис. 1.14. Таблица «**Продажи**» в режиме «**Таблицы**»

Задание 5. Создание схемы данных

Создание схемы данных начинается с выполнения команды **Схема данных** в группе **Отношения** на вкладке ленты **Работа с базами данных**. В результате выполнения этой команды открывается окно схемы данных и диалоговое окно **Добавление таблицы**, в котором осуществляется выбор таблиц, включаемых в схему (рис. 1.15).



Рис. 1.15. Вкладка ленты **Работа с базами данных**

В окне **Добавление таблицы** отображаются все таблицы и запросы, содержащиеся в базе данных. Выберем вкладку **Таблицы** и с помощью кнопки **Добавить** разместим в окне **Схема данных** все ранее созданные таблицы базы данных «Реализация товаров». При создании связей в схеме данных используется проект структуры реляционной базы данных, в котором показаны все одно-многозначные связи таблиц. Реализуются связи с помощью добавления в связанные таблицы общих полей, называемых *ключом связи.*

На рис. 1.16 в созданной схеме данных БД «Реализация товаров» все связи отмечены символами **1** или ∞. Это свидетельствует о том, что одно-многозначные связи установлены правильно (по простому и составному ключу).

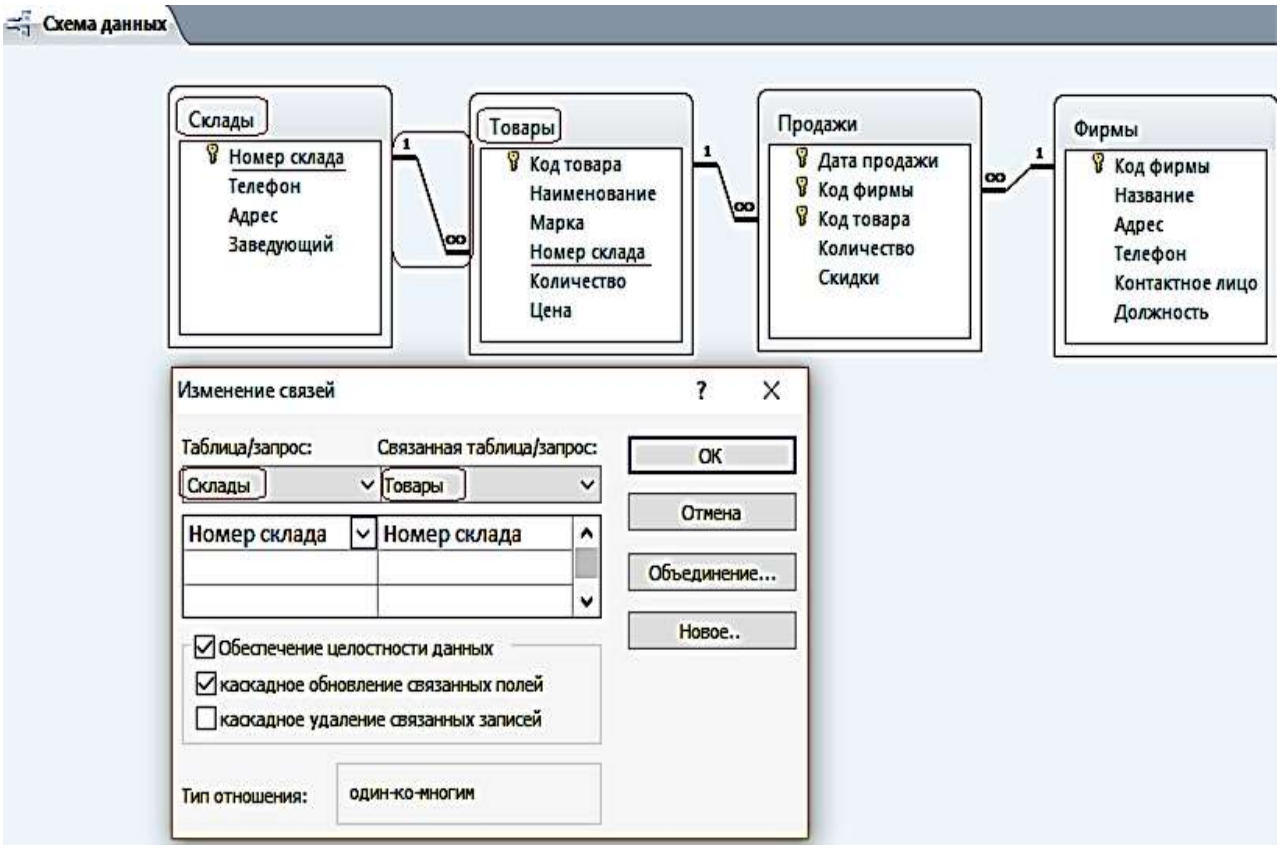


Рис. 1.16. Схема данных БД «**Реализация товаров**»

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 2

Работа с простыми запросами

Конструирование запросов на выборку с условием отбора

Задание 1. Выбрать товар по его наименованию

1. Для создания запроса в окне базы данных выберите вкладку ленты – **Создание** и в группе **Запросы** нажмите кнопку **Конструктор запросов**.

2. В окне **Добавление таблицы** выберите таблицу «Товар» и нажмите кнопку добавить. Выбранная таблица будет отображена в области схемы данных запроса. Закройте окно **Добавление таблицы**, нажав кнопку **Закрыть.** На ленте появляется и автоматически активизируется новая вкладка **Работа с запросами / Конструктор**, на которой цветом выделен тип создаваемого запроса – **Выборка.**

3. В окне конструктора (рис. 2.1) последовательно перетащите из списка полей таблицы «Товар» поля **Наименование, Марка и Цена** в столбцы бланка запроса в строку **Поле**. Для этого необходимо щелкнуть двойным щелчком на имени поля таблицы в схеме данных запроса.

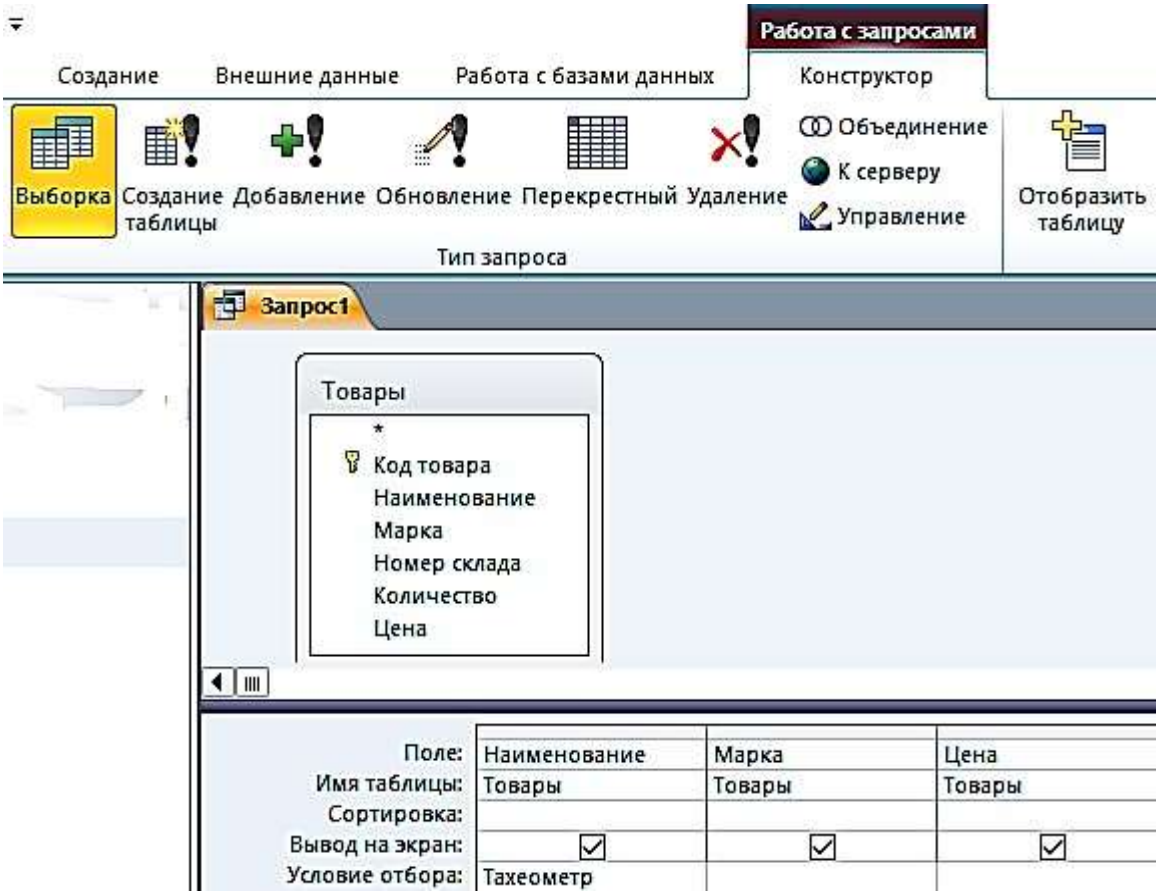


Рис. 2.1. Окно конструктора запроса на выборку

4. Запишите в строке **Условия отбора** наименование товара – Тахеометр. Используемое в выражении текстовое значение вводится в двойных кавычках, которые добавляются автоматически.

5. Выполните запрос, щелкнув по кнопке **Выполнить !** или на кнопке **Режим**  в группе **Результаты**. На экране откроется окно запроса в режиме таблицы с записью из таблицы «Товар», отвечающий заданным условиям (рис. 2.2). Дайте ему имя **2_По наименованию Тахеометр**.

1_По наименованию Тахеометр

Наименование	Марка	Цена
Тахеометр	SP FOKUS 6	319 463,00 ₽
Тахеометр	SP FOKUS 6W	357 487,00 ₽
Тахеометр	Soutn NTS-365 R	225 000,00 ₽
Тахеометр	Soutn NTS-362 R	240 000,00 ₽

Рис. 2.2. Просмотр запроса в режиме «**Таблицы»**

Задание 2. Выбрать товары, цена которых менее 100 000 руб. и более 20 000 руб., и количество больше или равно 9

1. Создайте новый запрос в режиме конструктора, добавьте таблицу «Товар». В окне конструктора последовательно перетащите из списка полей таблицы «Товар» в бланк запроса поля (рис. 2.3).

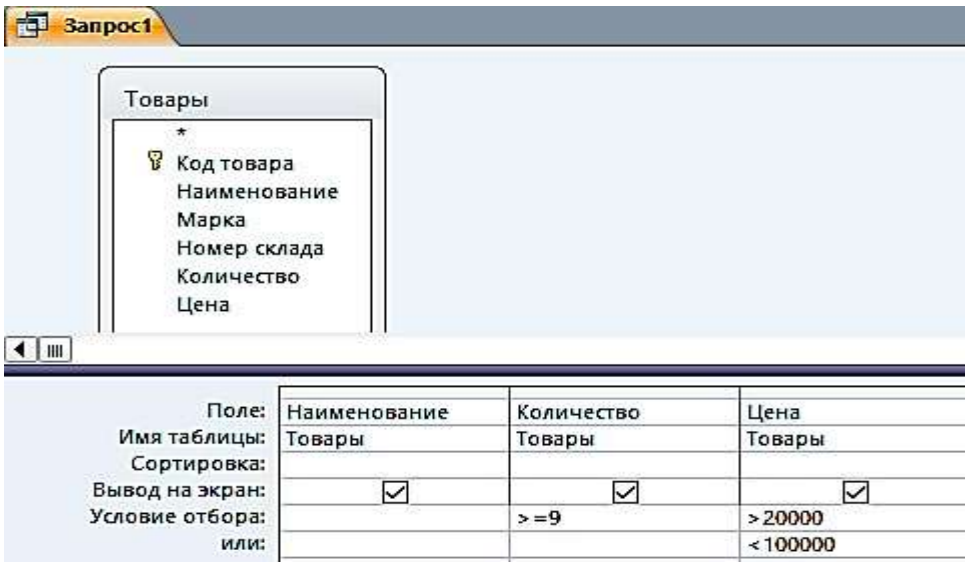


Рис. 2.3. Окно конструктора запроса на выборку с логическими операциями в условии отбора

2. Запишите **Условия отбора**, как показано в бланке запроса. Между условиями, записанными в одной строке, выполняется логическая операция AND. Между условиями, записанными в разных строках, выполняется логическая операция OR.

3. Выполните запрос. Дайте ему имя **2_Цена_количество** (рис. 2.4).

2_Цена_количество

Наименование	Количество	Цена
Теодолит	9	84 193,00 ₽
Теодолит	5	58 764,00 ₽
Теодолит	8	50 625,00 ₽
Теодолит	10	30 000,00 ₽
Нивелир	15	16 680,00 ₽
Нивелир	18	12 500,00 ₽

Рис. 2.4. Просмотр запроса в режиме «**Таблицы**»

Задание 3. Выбрать скидки, равные 10, за заданный период (после 25 января 2018 г.) (рис. 2.5, 2.6)

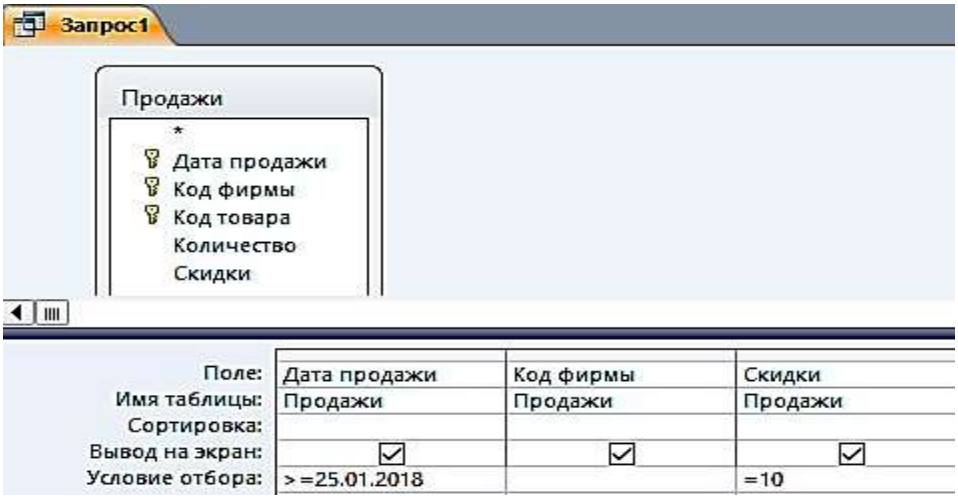


Рис. 2.5. Окно конструктора запроса на выборку
с логическими операциями в условии отбора

3_Дата_скидка

Дата прода	Код фирмы	Скидки
25.01.2018	2	10
30.01.2018	3	10
05.02.2018	4	10
10.02.2018	3	10
15.02.2018	3	10

Рис. 2.6. Просмотр запроса в режиме «**Таблицы**»

Вычисляемые поля в запросах

В запросе, как и в таблице, для каждой записи могут производиться вычисления с числовыми, строковыми значениями или со значениями дат с использованием данных из одного или нескольких полей. Результат вычисления образует в таблице запроса новое вычисляемое поле (рис. 2.7).

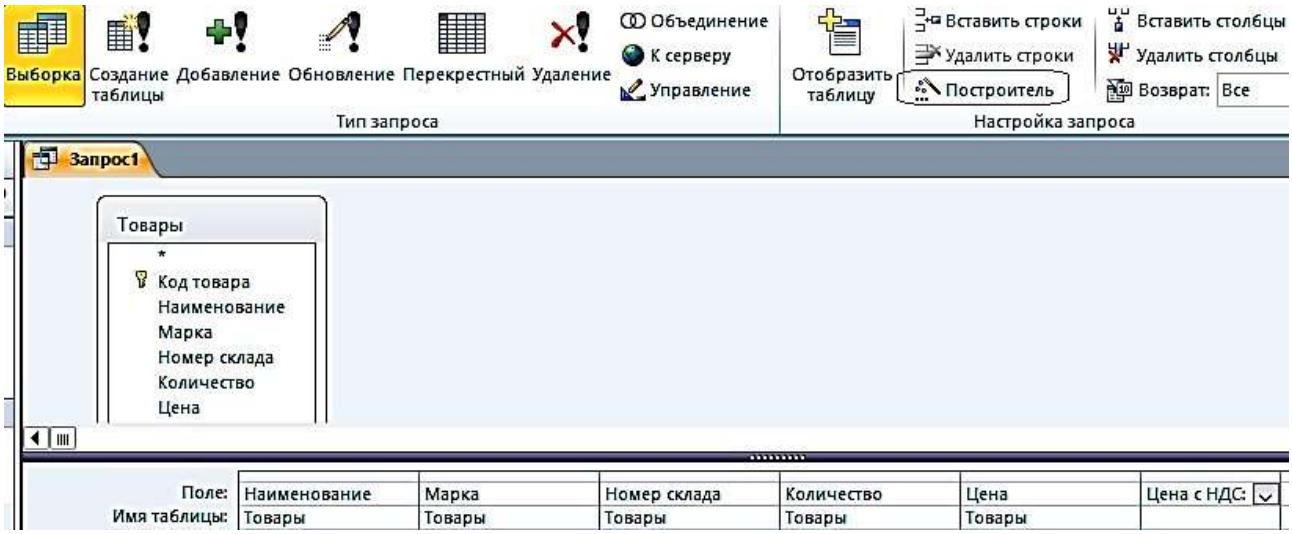


Рис. 2.7. Запрос с вычисляемым полем

Задание 4. В таблице «Товар» вычислить Цену с НДС, при ставке НДС 35 %

1. Создайте в режиме конструктора запрос на выборку для таблицы «Товары». Перетащите в бланк запроса поля **Наименование, Марка, Номер склада, Количество, Цена** (рис. 2.8).

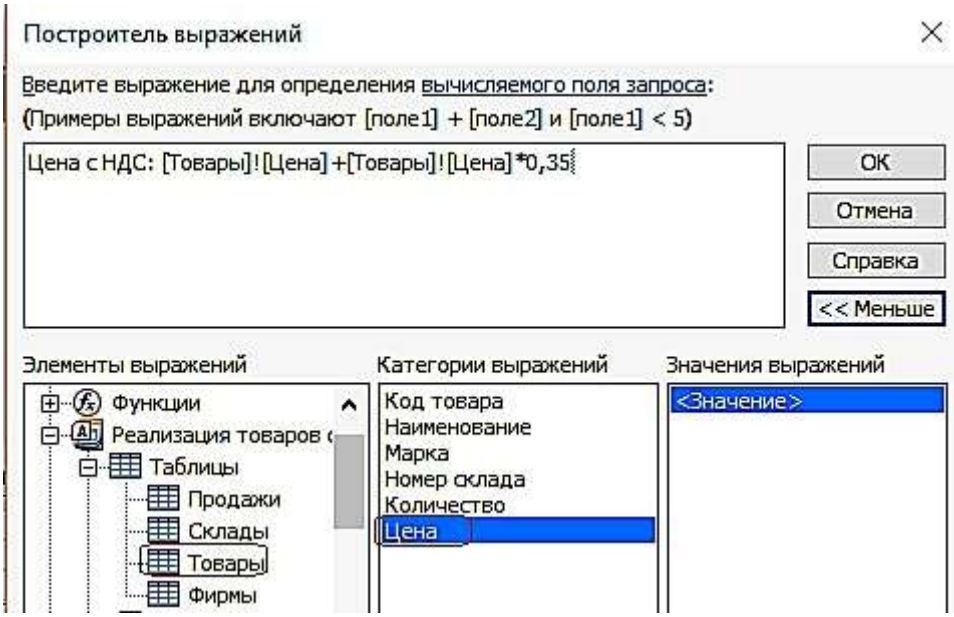


Рис. 2.8. Построитель выражений

2. Для подсчета цены с учетом НДС создайте после поля Цена вычисляемое поле **Цена с НДС** (с правой стороны) при помощи построителя.

3. Вызовите построитель выражений, нажав кнопку **Построитель**  в группе **Настройка запроса** ленты «**Конструктор**». Курсор мыши должен быть установлен предварительно в ячейке ввода выражения.

4. В левой верхней части окна **Построитель выражений** (см. рис. 2.8) выберите свою базу данных «Реализация товаров со складов», далее выберите таблицу «**Товары**», на которой построен запрос. Справа отобразится список её полей. Последовательно выбирайте нужные поля и операторы, двойным щелчком вставляя в выражение. Выражение сформируется в верхней части окна. Обратите внимание – построитель перед именем поля указал имя таблицы, которой оно принадлежит, и отделил его от имени поля восклицательным знаком.

5. Слово «Выражение» удаляйте, иначе оно выдает, синтаксическую ошибку.

Полученный запрос «**4_Цена с НДС**» в режиме «**Таблицы»** изображен на рис. 2.9.

4_Цена с НДС

Наименование	Марка	Номер склада	Количество	Цена	Цена с НДС
Тахеометр	SP FOKUS 6	1	5	319 463,00 ₽	431 275,05 ₽
Тахеометр	SP FOKUS 6W	1	7	357 487,00 ₽	482 607,45 ₽
Тахеометр	Soutn NTS-365 R	2	6	225 000,00 ₽	303 750,00 ₽
Тахеометр	Soutn NTS-362 R	2	5	240 000,00 ₽	324 000,00 ₽
Теодолит	3Т2КП	3	9	84 193,00 ₽	113 660,55 ₽
Теодолит	4Т15П	3	5	58 764,00 ₽	79 331,40 ₽
Теодолит	4Т30П	3	8	50 625,00 ₽	68 343,75 ₽
Теодолит	VEGA TEO 5	3	10	30 000,00 ₽	40 500,00 ₽
Нивелир	4Н -2КЛ	4	15	16 680,00 ₽	22 518,00 ₽
Нивелир	4Н-3КЛ	4	18	12 500,00 ₽	16 875,00 ₽

Рис. 2.9. Просмотр запроса «**4_Цена с НДС**» в режиме «**Таблицы»**

Задание 5. В вычисляемых полях и условиях отбора можно использовать встроенные функции. Необходимо выбрать количество продаж, в заданном месяце

1. Создайте в режиме конструктора запрос на выборку по таблице «Продажи».

2. Создайте вычисляемое поле **Заданный месяц** (в правой) пустой ячейке строки, записав туда одно из выражений: а Format([Продажи]![Дата продажи];"mmmm") – эта функция возвратит полное название месяца;

b или Format([Продажи]![Дата продажи];"mm") – эта функция возвратит номер месяца;

3. Для отбора продаж в заданном месяце, в вычисляемом поле в строку **Условие отбора** введите название месяца, например, – Январь, или номер месяца, например, 1, в соответствии с параметром в функции Format (рис. 2.10, 2.11).

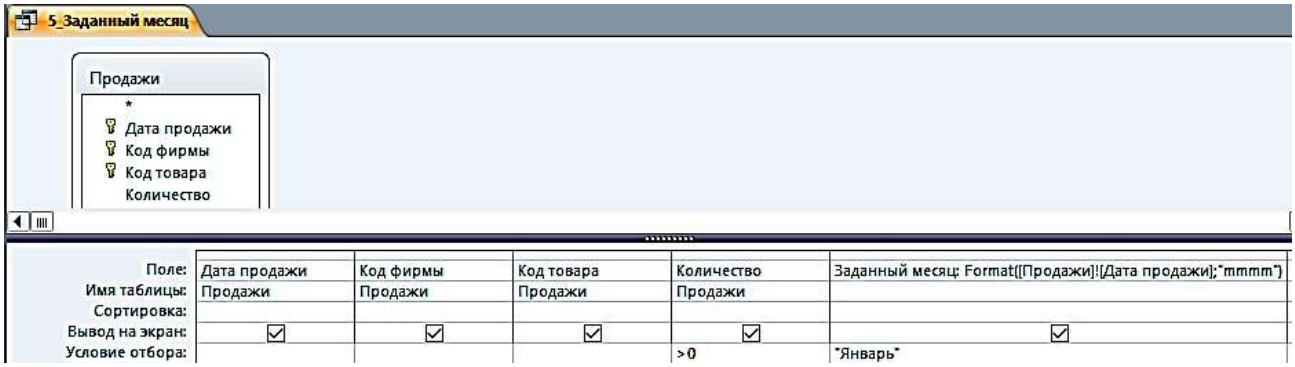


Рис. 2.10. Запрос с функцией выделения из даты полного названия месяца в вычисляемом поле

5_Заданный месяц

Дата продажи	Код фирмы	Код товара	Количество	Заданный месяц
15.01.2018	4	10	10	Январь
19.01.2018	1	2	6	Январь
20.01.2018	3	5	8	Январь
25.01.2018	2	4	4	Январь
27.01.2018	1	1	4	Январь
30.01.2018	3	7	4	Январь

Рис. 2.11. Просмотр запроса «**5_Заданный месяц**» в режиме «**Таблицы**»

Параметры в запросах

При решении практических задач удобнее вводить выражение в условие отбора в процессе выполнения запроса в диалоге с пользователем, не переходя в режим конструктора. Обеспечить такой диалог можно с помощью *параметра запроса.* Имя параметра запроса задается в строке **Условие отбора** в квадратных скобках. При выполнении запроса это имя появиться в диалоговом окне **Введите значение параметра.**

Задание 6. Скопируйте запрос «5_Заданный месяц» и переименуйте его в «6_Параметрический запрос»

1. Замените в условии отбора рассмотренного запроса название месяца Январь на имя параметра – [Название месяца].

2. Выполните запрос. Открывшееся диалоговое окно (рис. 2.12) позволит ввести значение параметра запроса – **Название месяца**.

3. Введите Январь и получите результат.

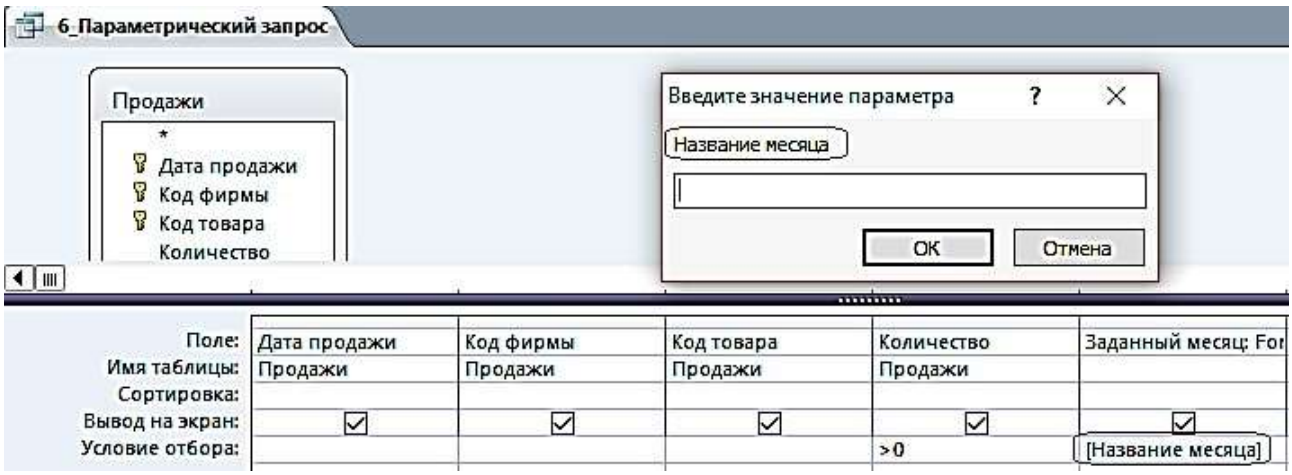


Рис. 2.12. Диалоговое окно ввода значения параметра

Параметры запроса могут быть использованы не только в выражениях условий отбора, но и для ввода значений операндов в вычисляемых полях.

Задание 7. Создайте в режиме конструктора запрос на выборку для таблицы «Товар»

Перетащите в бланк запроса поля Наименование и Цена. Для увеличения цены на заданный процент в вычисляемое поле запишите выражение с параметром запроса [На сколько процентов увеличить?]/100 (рис. 2.13).

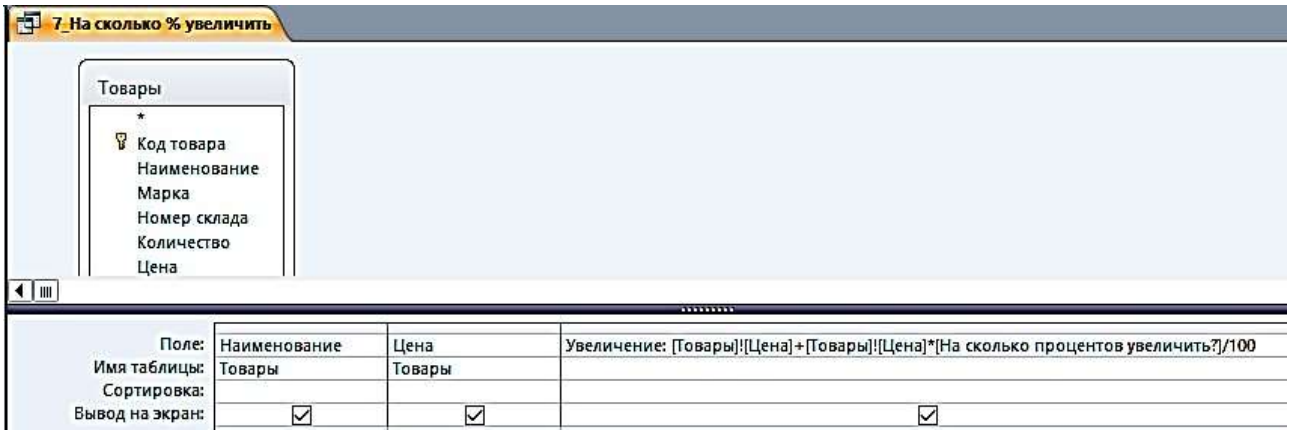


Рис. 2.13. Использование параметра в выражении вычисляемого поля

Задание 8. Скопируйте запрос «**7_На сколько % увеличить**» и переименуйте его в «**8_Проценты**» (рис. 2.14)

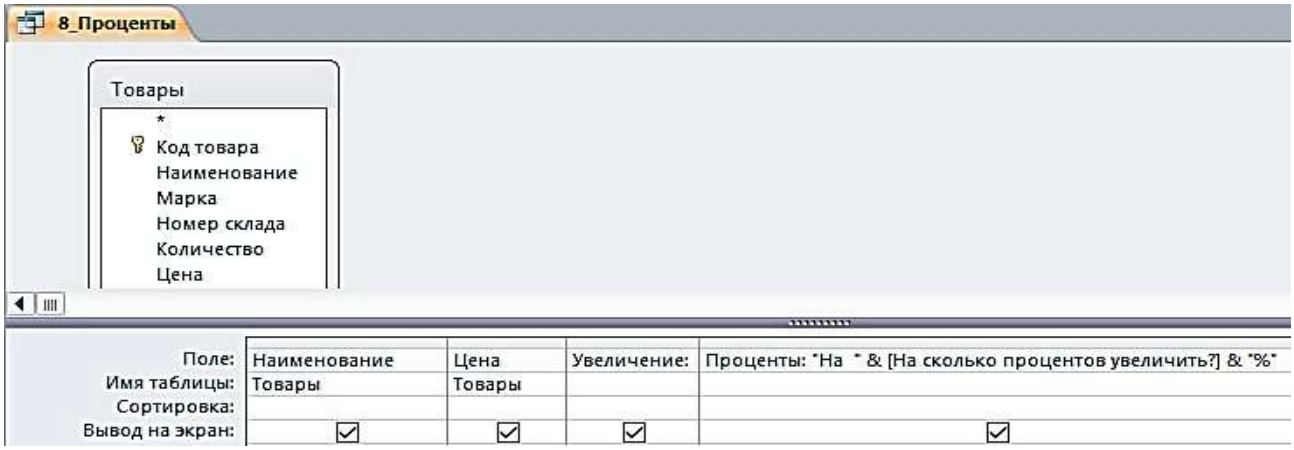


Рис. 2.14. Использование параметра в выражении вычисляемого поля «**Проценты**»

После выполнения предыдущего запроса в таблице отображается результат вычисления с использованием введенного значения параметра. Однако значение параметра при этом не выводится. Для отображения в таблице запроса введенного значения параметра дополните запрос ещё одним вычисляемым полем, в котором запишите выражение:

Проценты: "На " & [На сколько процентов увеличить?] & "%".

Теперь в таблице запроса появится поле «**Проценты»**, в котором будет записано, например, при вводе 35 – **На 35 %** (рис. 2.15).

8_Проценты

Наименование	Цена	Увеличение	Проценты
Тахеометр	319 463,00 ₽	431 275,05 ₽	На 35%
Тахеометр	357 487,00 ₽	482 607,45 ₽	На 35%
Тахеометр	225 000,00 ₽	303 750,00 ₽	На 35%
Тахеометр	240 000,00 ₽	324 000,00 ₽	На 35%
Теодолит	84 193,00 ₽	113 660,55 ₽	На 35%
Теодолит	58 764,00 ₽	79 331,40 ₽	На 35%
Теодолит	50 625,00 ₽	68 343,75 ₽	На 35%
Теодолит	30 000,00 ₽	40 500,00 ₽	На 35%
Нивелир	16 680,00 ₽	22 518,00 ₽	На 35%
Нивелир	12 500,00 ₽	16 875,00 ₽	На 35%

Рис. 2.15. Просмотр запроса «**8_Проценты**» в режиме «**Таблицы**»

Групповые операции в запросах

Групповые операции позволяют выделить группы записей с одинаковыми значениями в указанных полях и вычислить итоговые данные для каждой из групп по др. полям, используя одну из статистических функций. Статистические функции применимы к полям с типом данных **Числовой, Денежный, Дата и время**.

Задание 9. Запрос с функцией **Sum**

Определите суммарное количество и цену каждого из товаров.

1. Создайте в режиме конструктора запрос на выборку из таблицы «**Товары**».
2. Из списка таблицы перетащите в бланк запроса поле «**Наименование**». По этому полю будет производиться группировка записей таблицы.
3. Перетащите в бланк запроса поля «**Количество**» и «**Цена**», по которым будет подсчитываться суммарное количество каждого из товаров.
4. Выполните команду **Итоги** из группы **Показать или Скрыть**. В бланке запроса появится новая строка **Групповая операция** со значением **Группировка** во всех полях запроса.
5. В столбцах «**Количество**» и «**Цена**» замените слово **Группировка** на функцию **Sum**. Для этого вызовите раскрывающийся список и выберите эту функцию (рис. 2.16).

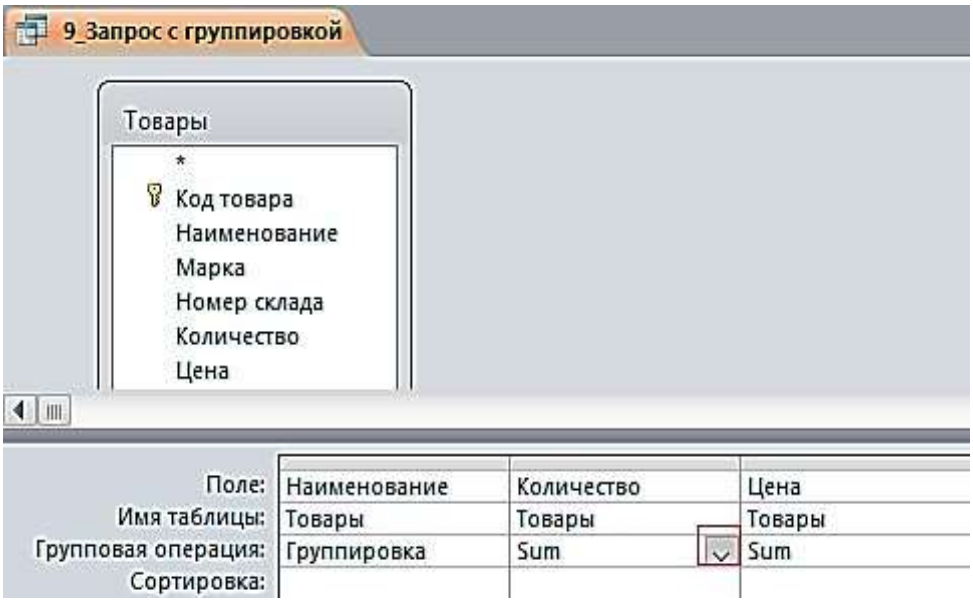


Рис. 2.16. Запрос с группировкой по коду товара и суммированием количества и цены в группе

6. Для отображения результата запроса (рис. 2.17) щелкните по кнопке **Выполнить** в группе **Результаты**.

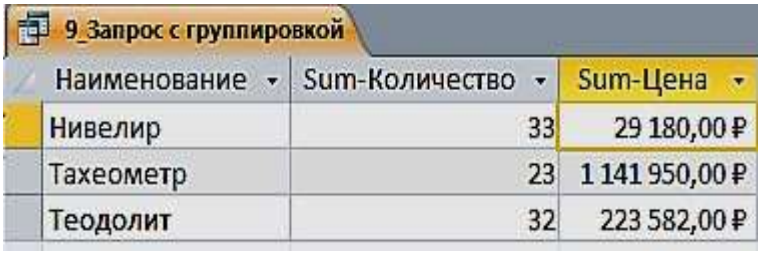


Рис. 2.17. Результат подсчета суммарного количества и цены

Задание 10. Запрос с функцией **Count**

Определите, сколько раз продавался товар по коду фирмы.

1. Создайте в режиме конструктора запрос на выборку из таблицы «Продажи».

2. Из списка таблицы перетащите в бланк запроса поле «**Код фирмы**». По этому полю будет производиться группировка записей таблицы.

3. Перетащите в бланк запроса поле «**Количество**», по которому будет происходить подсчет числа товаров с одинаковыми номерами фирм.

4. Выполните команду **Итоги** из группы **Показать или Скрыть**. В бланке запроса появится новая строка **Групповая операция** со значением **Группировка** во всех полях запроса.

5. В столбце «**Количество**» замените слово **Группировка** на функцию Count. Для этого вызовите раскрывающийся список и выберите эту функцию
(рис. 2.18).

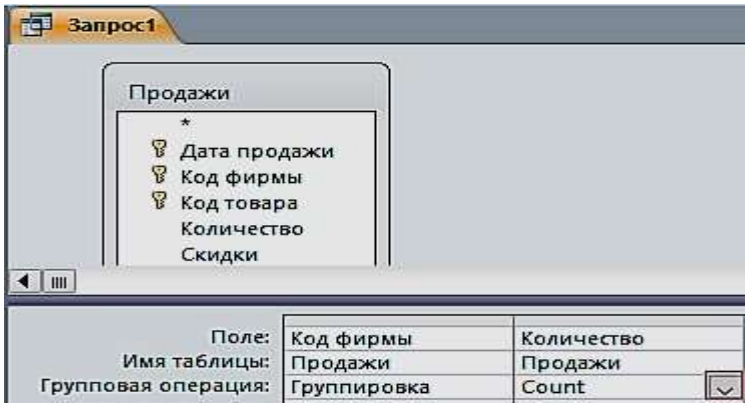


Рис. 2.18. Запрос для подсчета количества товара по коду фирмы

6. Сохраните запрос под именем «**10_Число продаж по коду фирмы**». Результат запроса показан на рис. 2.19.



Рис. 2.19. Результат подсчета количества товара по коду фирмы

Задание 11. Запрос с отображением строки итогов по столбцу

Строка итогов используется для быстрого расчета и отображения в столбце таблицы или запроса в режиме таблицы таких значений, как итоговая сумма, среднее, минимальное и максимальное, количество значений.

1. Для добавления строки итогов в таблицу запроса откройте запрос «**1_По наименованию тахеометр»** в режиме таблицы. На вкладке ленты **Главная** в группе **Записи** выполните команду **Итоги**. В таблице отобразится строка **Итог**.

2. В строке **Итог** нажмите кнопку раскрывающегося списка в столбце «**Цена**», для которого требуется выполнить расчет, и выберите в списке **Сумма** (рис. 2.20).

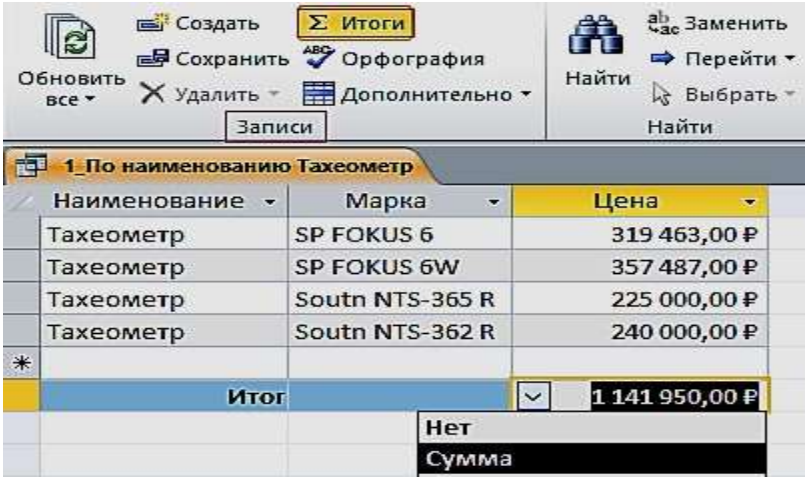


Рис. 2.20. Результат отображения строки итогов с расчетом суммы по столбцу

3. Для того, чтобы скрыть строку итогов, повторно выполните команду **Итоги**.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 3
Работа с многотабличными запросами

Многотабличный запрос позволяет сформировать записи результата путем объединения взаимосвязанных записей из таблиц базы данных и выбора из них нужных полей и записей. Многотабличный запрос часто осуществляет объединение данных, которые на этапе проектирования были разделены на множество таблиц, отвечающих требованиям нормализации.

При конструировании многотабличного запроса важнейшим условием является правильное представление о том, как идет объединение записей таблиц при формировании результата.

Рассмотрим технологию конструирования многотабличного запроса на выборку для расчета разности количества товаров и количества проданных товаров.

Задание 1. Запрос с вычисляемым полем «**Остаток**»

1. Создайте в режиме конструктора запрос на выборку для таблиц «**Товары**» и «**Продажи**». Перетащите в бланк запроса из таблицы «**Товары**» поля «**Наименование**», «**Марка**», «**Количество»**, и из таблицы «**Продажи**» поле «**Количество**».

2. Для подсчета разности количества товаров создайте после поля «**Количество**», вычисляемое поле «**Остаток**» (с правой стороны), при помощи построителя (рис. 3.1).

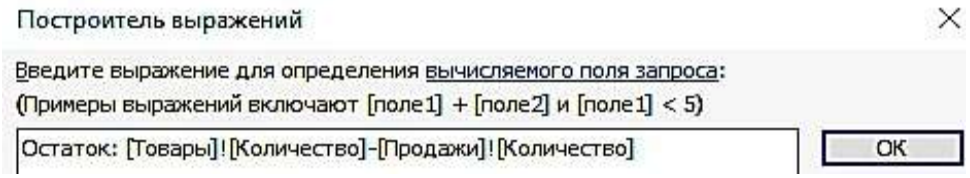


Рис. 3.1. Построитель выражений

3. Вызовите построитель выражений, нажав кнопку **Построитель** в группе **Настройка запроса** ленты «**Конструктор**». Курсор мыши должен быть установлен предварительно в ячейке ввода выражения (рис. 3.2).

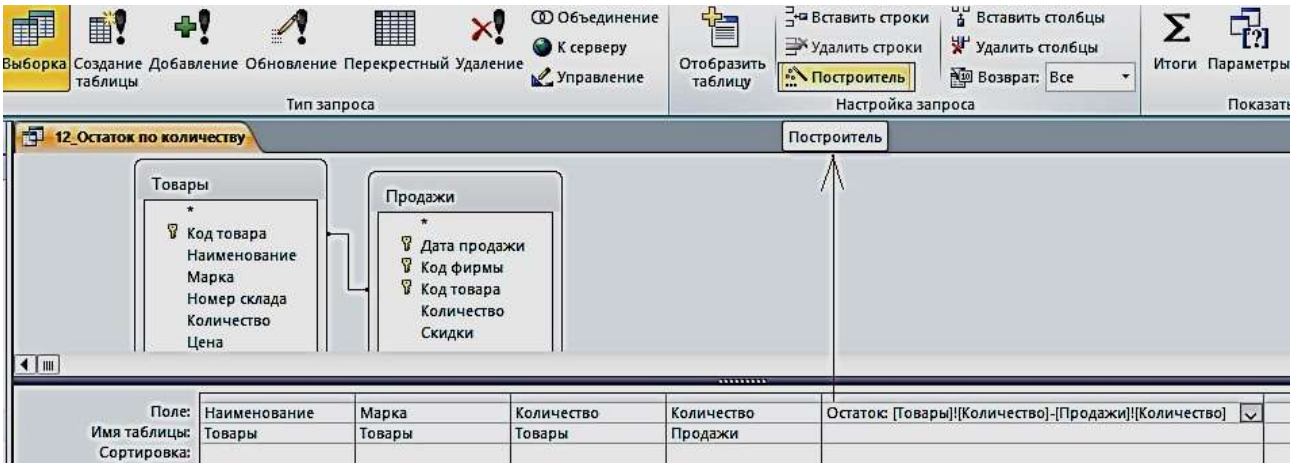


Рис. 3.2. Запрос с вычисляемым полем

4. В левой части окна **Построитель выражений** выберите свою базу данных «**Реализация товаров со складов**», далее выберите таблицу «**Товары**». Справа отобразится список её полей. Выберите поле «**Количество**» и знак минус, двойным щелчком вставляя в выражение. Снова выберите таблицу «**Продажи**» и поле «**Количество**» (рис. 3.3).

12_Остаток по количеству

Наименование	Марка	Товары.Количество	Продажи.Количество	Остаток
Тахеометр	SP FOKUS 6	5	4	1
Тахеометр	SP FOKUS 6W	7	6	1
Тахеометр	Soutn NTS-365 R	6	5	1
Тахеометр	Soutn NTS-362 R	5	4	1
Теодолит	3Т2КП	9	8	1
Теодолит	3Т2КП	9	8	1
Теодолит	4Т30П	8	4	4
Теодолит	VEGA TEO 5	10	9	1
Нивелир	4Н -2КЛ	15	10	5
Нивелир	4Н-3КЛ	18	10	8

Рис. 3.3 Результат запроса «**Остаток по количеству**»

5. Слово «Выражение» удаляйте, оно выдает, синтаксическую ошибку.

Задание 2. Формирование запроса об увеличении цены на 15 % в феврале месяце

1. Создайте в режиме конструктора запрос на выборку для таблиц «**Товары**» и «**Продажи**». Перетащите в бланк запроса из таблицы «**Продажи**» поле «**Дата продажи**», а из таблицы «**Товары**» поля «**Наименование**», «**Марка**», «**Номер склада**», «**Количество**», «**Цена**».

2. Создайте новое поле «**Новая цена**». Для этого создайте после поля Цена, вычисляемое поле «**Новая Цена**» (с правой стороны) при помощи построителя.

3. Вызовите построитель выражений, нажав кнопку **Построитель** в группе **Настройка запроса** ленты «**Конструктор**». Курсор мыши должен быть установлен предварительно в ячейке ввода выражения. В окне «**Построительвыражений**» выбрать «**Элементы выражений**», в нем найти название своей базы данных, затем Таблицы «**Товары**» и в поле «**Категории выражений**» выбрать «**Цена**», а с клавиатуры набрать «*1,05».

4. В поле «**Дата продажи**» введите условие отбора >=01.02.2018 (рис. 3.4).

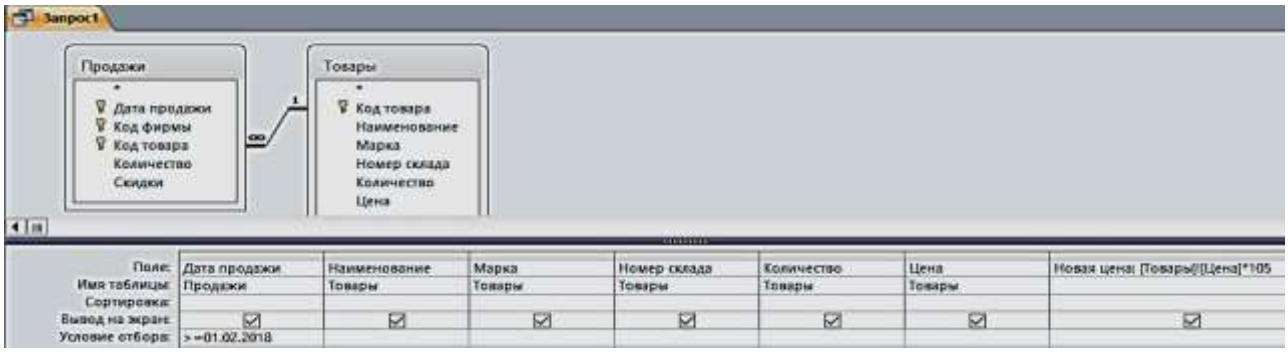


Рис. 3.4. Запрос «**Новая цена**» в режиме конструктора

5. Сохранить запрос с именем «**Новая цена**» (рис. 3.5).

13_Цена в феврале

Дата прода	Наименование	Марка	Номер склада	Количество	Цена	Новая цена
02.02.2018	Тахеометр	Soutn NTS-365 R	2	6	225 000,00 ₽	23 625 000,00 ₽
15.02.2018	Теодолит	3Т2КП	3	9	84 193,00 ₽	8 840 265,00 ₽
10.02.2018	Теодолит	VEGA TEO 5	3	10	30 000,00 ₽	3 150 000,00 ₽
05.02.2018	Нивелир	4Н -2КЛ	4	15	16 680,00 ₽	1 751 400,00 ₽

Рис. 3.5. Результат запроса «**Новая цена**»

Задание 3. Создание запроса о товарах на складе в г. Екатеринбурге (рис. 3.6, 3.7)

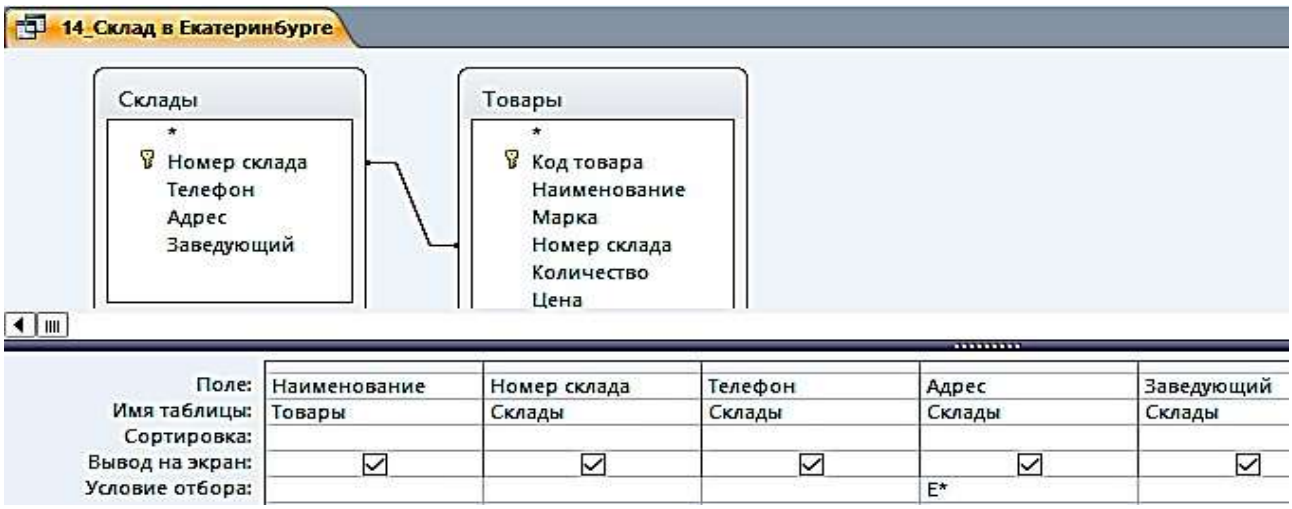


Рис. 3.6. Запрос «**Склад в Екатеринбурге**» в режиме Конструктора

14_Склад в Екатеринбурге

Наименование	Номер склада	Телефон	Адрес	Заведующий
Тахеометр	1	(343)381-88-88	Екатеринбург, пер. Базовый, 7	Амелина И.В.
Тахеометр	1	(343)381-88-88	Екатеринбург, пер. Базовый, 7	Амелина И.В.
Теодолит	3	(343)275-18-22	Екатеринбург, Монтажников, 18а	Куликова А.Н.
Теодолит	3	(343)275-18-22	Екатеринбург, Монтажников, 18а	Куликова А.Н.
Теодолит	3	(343)275-18-22	Екатеринбург, Монтажников, 18а	Куликова А.Н.
Теодолит	3	(343)275-18-22	Екатеринбург, Монтажников, 18а	Куликова А.Н.
Нивелир	4	(343)310-22-22	Екатеринбург, Радищева, 4	Ромашенко К.Д.
Нивелир	4	(343)310-22-22	Екатеринбург, Радищева, 4	Ромашенко К.Д.

Рис. 3.7. Результат запроса «**Склад в Екатеринбурге**»

Задание 4. Создание запроса о товарах в феврале, с вычисляемым полем «**Сумма**» и отображения строки итогов с расчетом суммы по этому столбцу (рис. 3.8, 3.9)

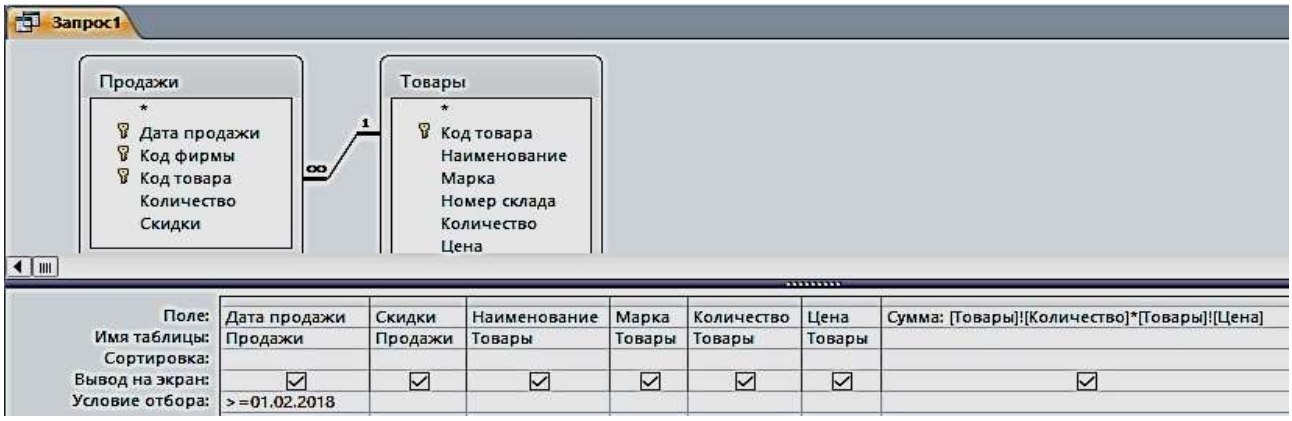


Рис. 3.8. Запрос «**Стоимость**» в режиме Конструктора

15_Стоимость

Дата прода	Скидки	Наименование	Марка	Количество	Цена	Сумма
02.02.2018	5	Тахеометр	Soutn NTS-365 R	6	225 000,00 ₽	1 350 000,00 ₽
15.02.2018	10	Теодолит	3Т2КП	9	84 193,00 ₽	757 737,00 ₽
10.02.2018	10	Теодолит	VEGA TEO 5	10	30 000,00 ₽	300 000,00 ₽
05.02.2018	10	Нивелир	4Н -2КЛ	15	16 680,00 ₽	250 200,00 ₽
Итог						2 657 937,00 ₽

Нет
Сумма

Рис. 3.9. Результат запроса «**Стоимость**» и итог с расчетом суммы по столбцу

Задание 5. Создание запроса из четырех таблиц (рис. 3.10, рис. 3.11)



Рис. 3.10. Реляционный запрос в режиме Конструктора

16_Реляционный запрос

Дата продажи	Номер склада	Склады.Телефон	Наименование	Количество	Цена	Название	Фирмы.Телефон
15.01.2018	4	(343)310-22-22	Нивелир	18	12 500,00 ₽	ГеоСтройПрибор	(473)271-21-44
19.01.2018	1	(343)381-88-88	Тахеометр	7	357 487,00 ₽	ООО "Геомар Недра"	(495)618-05-10
20.01.2018	3	(343)275-18-22	Теодолит	9	84 193,00 ₽	ООО "А-ГЕО"	(904)095-70-45
25.01.2018	2	(343)379-51-62	Тахеометр	5	240 000,00 ₽	ООО "Навгеоком"	(343)253-53-55
27.01.2018	1	(343)381-88-88	Тахеометр	5	319 463,00 ₽	ООО "Геомар Недра"	(495)618-05-10
30.01.2018	3	(343)275-18-22	Теодолит	8	50 625,00 ₽	ООО "А-ГЕО"	(904)095-70-45
02.02.2018	2	(343)379-51-62	Тахеометр	6	225 000,00 ₽	ООО "Навгеоком"	(343)253-53-55
05.02.2018	4	(343)310-22-22	Нивелир	15	16 680,00 ₽	ГеоСтройПрибор	(473)271-21-44
10.02.2018	3	(343)275-18-22	Теодолит	10	30 000,00 ₽	ООО "А-ГЕО"	(904)095-70-45
15.02.2018	3	(343)275-18-22	Теодолит	9	84 193,00 ₽	ООО "А-ГЕО"	(904)095-70-45

Рис. 3.11. Результат сложного запроса

Запросы на изменение

К запросам на изменение относятся запросы на обновление данных в записях таблицы базы, на добавление и удаление записей из таблицы, а также запросы на создание таблицы из записей, сформированных в нем.

Задание 6. Создать запрос на обновление таблицы «Товары». Увеличьте цену товара на 20 %:

1. Создайте запрос на выборку, путем отбора соответствующих полей. Присвойте ему имя «**17_Обновление**».

2. Откройте этот запрос в режиме Конструктора. Выполните команду **Запрос – Обновление** – Введите в строке «**Обновление**» выражение для новых значений [Цена]*1,2 (рис. 3.12). Закройте запрос. У запроса изменится вид значка. Проверьте правильность его выполнения (рис. 3.13).

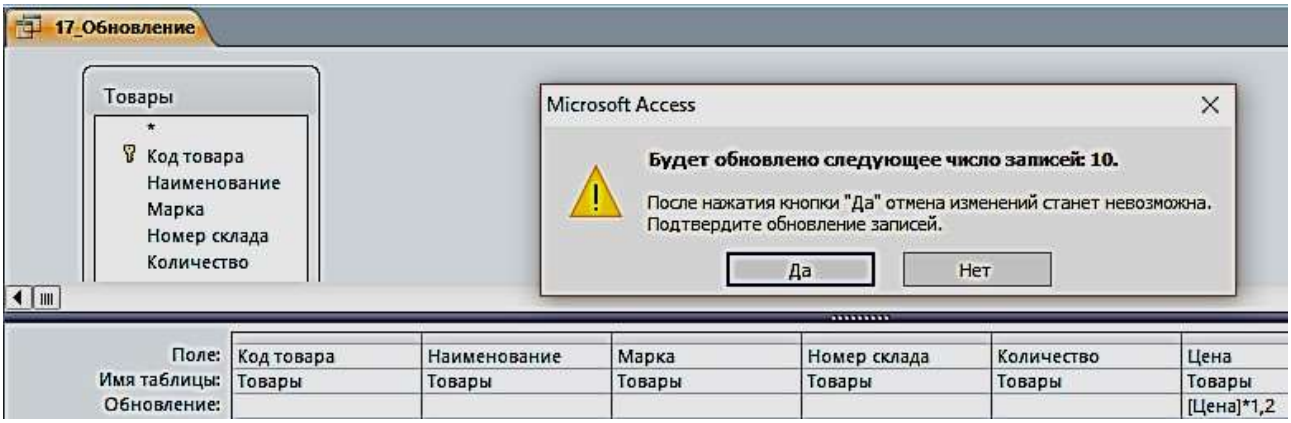


Рис. 3.12. Запрос на обновление в режиме Конструктора

Рис. 3.13. С правой стороны результат обновления таблицы

Цена
319 463,00 ₽
357 487,00 ₽
225 000,00 ₽
240 000,00 ₽
84 193,00 ₽
58 764,00 ₽
50 625,00 ₽
30 000,00 ₽
16 680,00 ₽
12 500,00 ₽

17_Обновление

Цена
383 355,60 ₽
428 984,40 ₽
270 000,00 ₽
288 000,00 ₽
101 031,60 ₽
70 516,80 ₽
60 750,00 ₽
36 000,00 ₽
20 016,00 ₽
15 000,00 ₽

Задание 6. Создать запрос на создание новой таблицы «18_Создание таблицы»:

1. Создайте запрос на выборку по всем таблицам путем отбора нужных полей. Присвойте ему имя и проверьте правильность его выполнения.

2. В области навигации выделите названный запрос и с помощью команды контекстного меню откройте его в режиме Конструктора.

3. Преобразуйте этот запрос на выборку в запрос на создание таблицы, выполнив команду **Создание таблицы** в группе **Тип запроса** на

вкладке Конструктора, или выбрав команду контекстного меню запроса **Тип запроса – Создание таблицы.**

4. В окне **Создание таблицы** введите имя создаваемой таблицы «Объединенная» (рис. 3.14).

5. Для того чтобы просмотреть, какие записи будут помещены в новую таблицу, щелкните по кнопке **Режим** на ленте Конструктора запросов в группе **Результаты**.

6. Выполните запрос. Откроется окно сообщений с запрашиваемым разрешением (рис. 3.15). Подтвердите согласие на создание новой таблицы. После этого таблицу можно увидеть в списке таблиц области навигации (рис. 3.16).

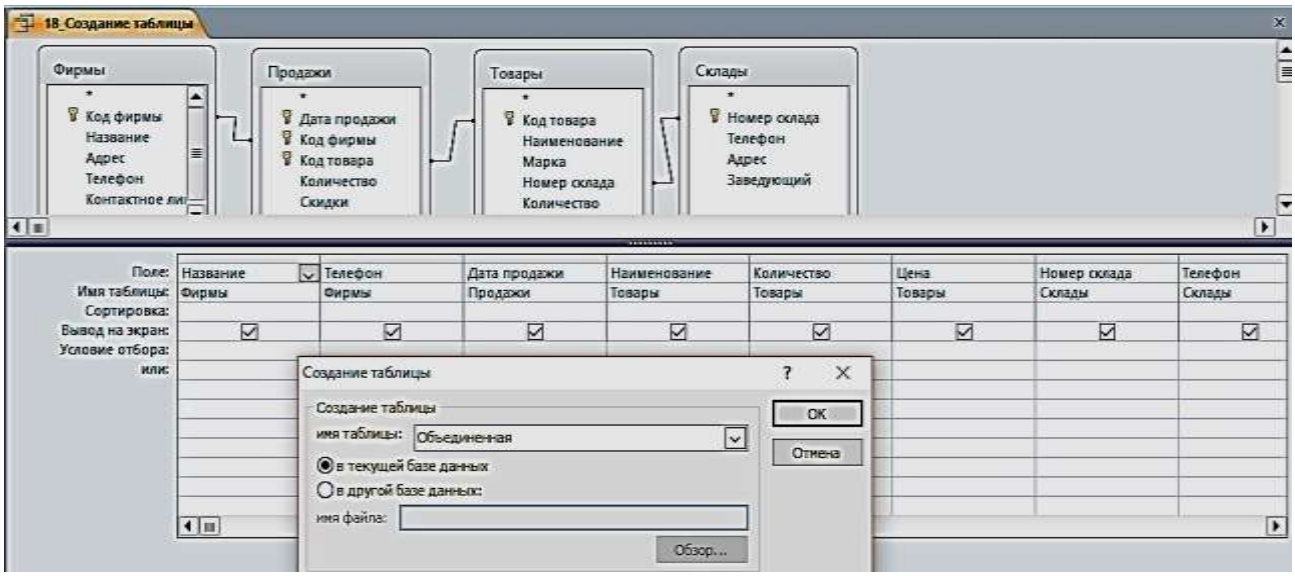


Рис. 3.14. Определение имени таблицы, создаваемой в запросе

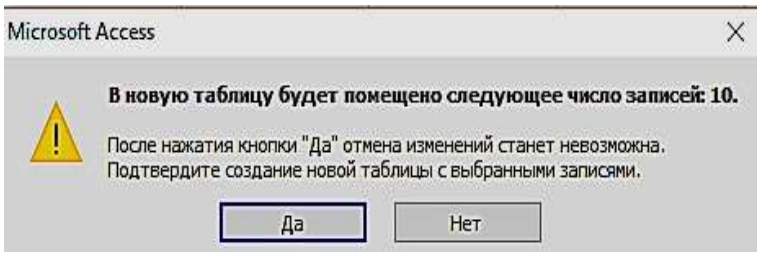


Рис. 3.15. Окно сообщений

Объединенная

Название	Фирмы_Телефон	Дата продажи	Наименование	Количество	Цена	Номер склада	Склады_Телефон
ООО "Геомар Недра"	4956180510	19.01.2018	Тахеометр	7	428 984,40 ₽	1	3433818888
ООО "Геомар Недра"	4956180510	27.01.2018	Тахеометр	5	383 355,60 ₽	1	3433818888
ООО "Навгеоком"	3432535355	25.01.2018	Тахеометр	5	288 000,00 ₽	2	3433795162
ООО "Навгеоком"	3432535355	02.02.2018	Тахеометр	6	270 000,00 ₽	2	3433795162
ООО "А-ГЕО"	9040957045	20.01.2018	Теодолит	9	101 031,60 ₽	3	3432751822
ООО "А-ГЕО"	9040957045	30.01.2018	Теодолит	8	60 750,00 ₽	3	3432751822
ООО "А-ГЕО"	9040957045	10.02.2018	Теодолит	10	36 000,00 ₽	3	3432751822
ООО "А-ГЕО"	9040957045	15.02.2018	Теодолит	9	101 031,60 ₽	3	3432751822
ГеоСтройПрибор	4732712144	15.01.2018	Нивелир	18	15 000,00 ₽	4	3433102222
ГеоСтройПрибор	4732712144	05.02.2018	Нивелир	15	20 016,00 ₽	4	3433102222

Рис. 3.16. Результат запроса на создание новой таблицы

Задание для самостоятельной работы

1. По таблице «Товары» сформировать запрос по наименованию товаров на букву Т.
2. По таблице «Товары» сформировать запрос на выборку товаров, цена которых более 100 000 рублей и количество больше или равно 5.
3. По таблице «Продажи» сформировать запрос на выборку товаров, скидки которых равны 5, за период меньше или равный 02 февраля 2018 г.
4. По таблице «**Товары**» сформировать запрос с вычисляемым полем, вычислить цену с НДС, при ставке 18 %.
5. Создать параметрический запрос, в котором выдавалось бы сообщение «**Введите наименование товара**».
6. По таблице «**Товары**» сформировать запрос с вычисляемым полем, об увеличении цены на 10 % в январе месяце.
7. По таблице «**Товары**» сформировать запрос с вычисляемым полем, вычислить сумму за январь.
8. По таблице «**Товары**» сформировать запрос с вычисляемым полем, найти увеличение количества нивелиров в 2 раза.
9. Создать новую таблицу, состоящую из таблиц «**Продажи**» и «**Фирмы**», с полями на ваш выбор (поле – количество обязательно).
10. По новой созданной таблице создать запрос на обновление количества товара в 3 раза.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 4
Работа с формами

Формы являются основой разработки диалоговых приложений пользователя с базой данных. Работая с формой, пользователь может добавлять, удалять и изменять записи таблиц, получать расчетные данные. Форма состоит из элементов управления, которые отображают поля таблиц и графические элементы, не связанные с полями таблиц. Элементы управления предназначены для разработки макета формы: размещение полей таблиц и запросов, надписей, внедряемых объектов (рисунков, диаграмм), вычисляемых полей, кнопок, выполняющих печать и открывающих др. объекты или задачи.

Однотабличная форма предназначена для загрузки, просмотра и корректировки данных одной таблицы. Источником данных такой формы служит единственная таблица. Она может быть создана одним щелчком мыши с помощью команд автоматического создания формы: **Форма, Разделенная форма** или **Несколько элементов**, размещенных на вкладке **Создание** в группе **Формы** (рис. 4.1).

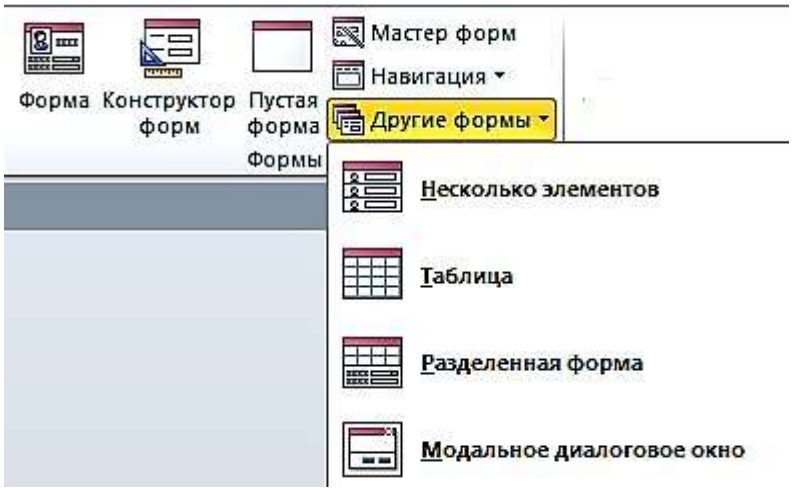


Рис. 4.1. Команды группы формы на вкладке ленты **Создание**

Задание 1. Создать однотабличную форму «**Товары для ввода, просмотра и корректировки данных»** таблицы «**Товары**». Чтобы источником записей формы стала таблица «**Товары»**, выберите её в области навигации и выполните команду форма на вкладке **Создание**. Эта команда обеспечит автоматическое создание формы на основе только выбранной таблицы (рис. 4.2).

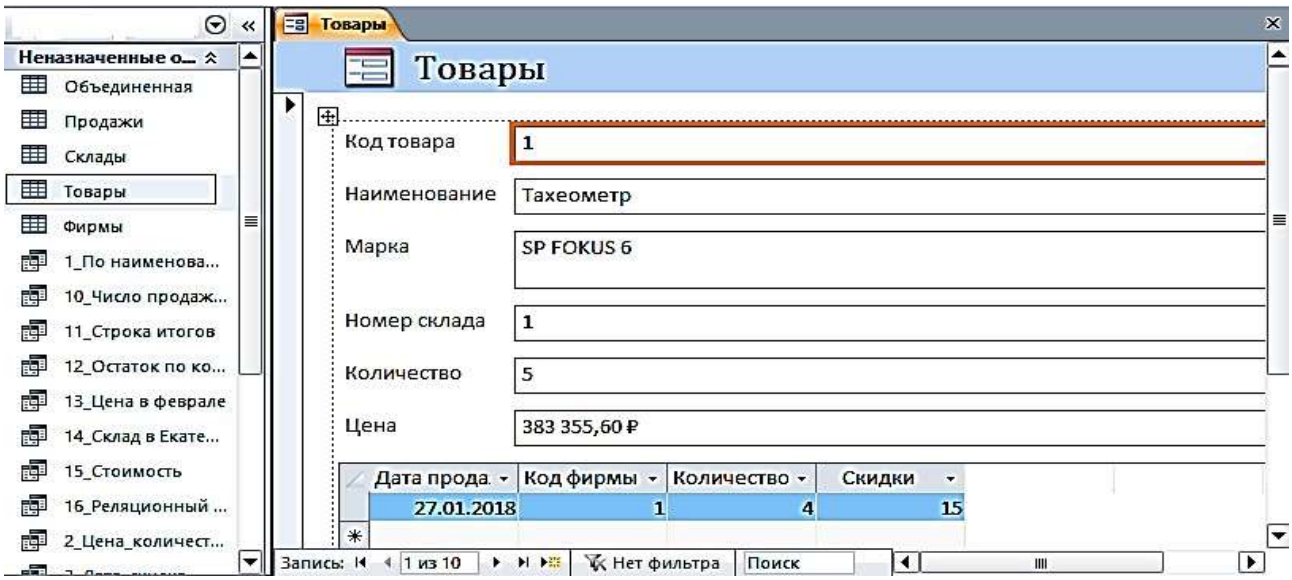


Рис. 4.2. Форма, полученная по команде **Форма**, для работы с таблицей «**Товары**»

Условное форматирование элементов управления

Для изменения внешнего вида элемента управления в форме**,** в зависимости от одного или нескольких условий используйте условное форматирование.

Задание 2. Изменить в форме «**Товары**» цвет денежных значений в поле «**Цена**» на красный, заливку на желтый, шрифт жирный, когда они оказываются выше заданной величины, например, 100 000 руб.

1. Выберите поле Цена, в котором нужно произвести изменения. На вкладке ленты **Формат** в группе **Форматирование элементов управления** выберите команду **Условное форматирование**. Откроется диалоговое окно **Диспетчер правил условного форматирования** (рис. 4.3).

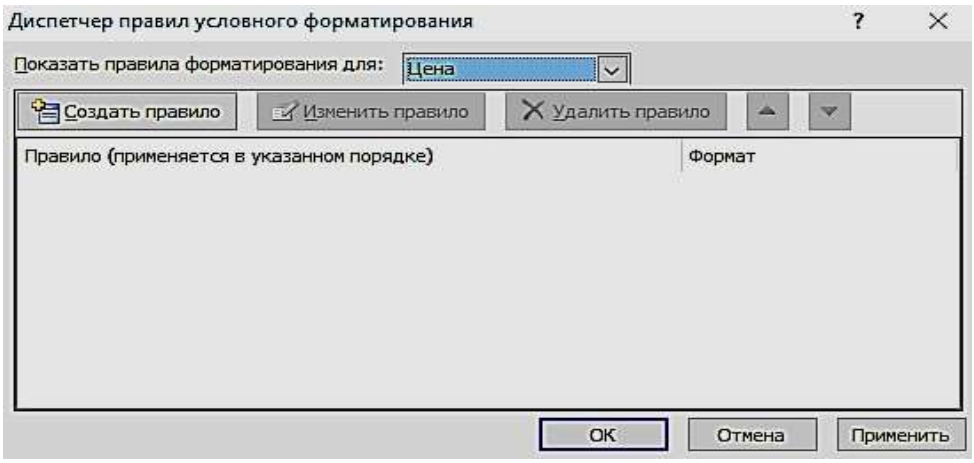


Рис. 4.3. Окно с пустым списком правил форматирования

2. Чтобы создать первое правило условного форматирования щелкните по кнопке **Создать правило**.

3. В окне **Новое правило форматирования** выберите тип правила и сформируйте описание правил, согласно которым будет производиться заданное форматирование поля.

4. В первом поле со списком выберите пункт **Значения поля**, во втором выберите тип сравнения – **больше** и введите постоянное значение в третье поле – 100000, не используя знака денежных единиц.

5. Выберите начертание шрифта, цвет и другие параметры форматирования. Нажмите кнопку ОК (рис. 4.4).

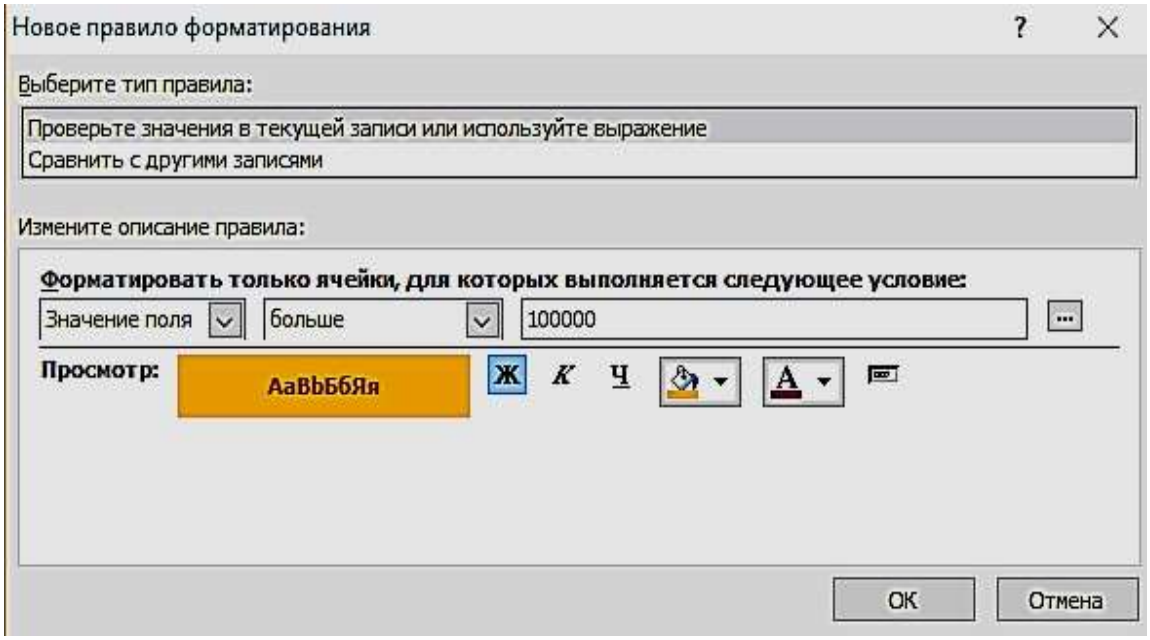


Рис. 4.4. Окно определения условий форматирования

Задание 3. Создать однотабличную форму «**Склады**». Для создания выбрать таблицу «**Склады**», использовать команду **Форма**, автоматически будет создана форма, содержащая встроенную подчиненную таблицу «**Товары**». Источником записей главной формы будет таблица «**Склады**». Такое поведение команды **Форма** вызвано тем, что таблица «**Склады**» имеет подчиненную таблицу «**Товары**», с которой она находиться в отношении 1**:**∞, и эта связь определена в схеме данных (рис. 4.5).

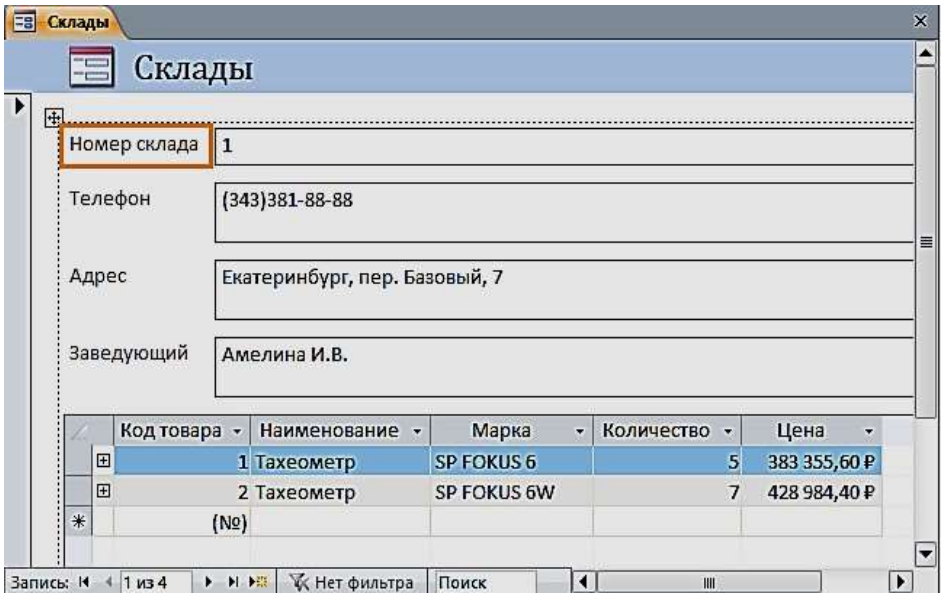


Рис. 4.5. Форма по таблице «**Склады**» с встроенной подчиненной «**Товары**»

Создание разделенной формы

Разделенная форма позволяет синхронно отображать данные одного источника в двух представлениях: в режиме формы и в режиме таблицы.

Задание 4. Создать однотабличную разделенную форму для работы с данными таблицы «**Продажи**». Выберите таблицу «**Продажи**» в области навигации и выполните команду **Разделенная форма** на вкладке ленты **Создание** в группе **Формы**. Эта команда обеспечит автоматическое создание формы на основе только одной выбранной таблицы. Созданная форма отобразится в режиме макета (рис. 4.6).

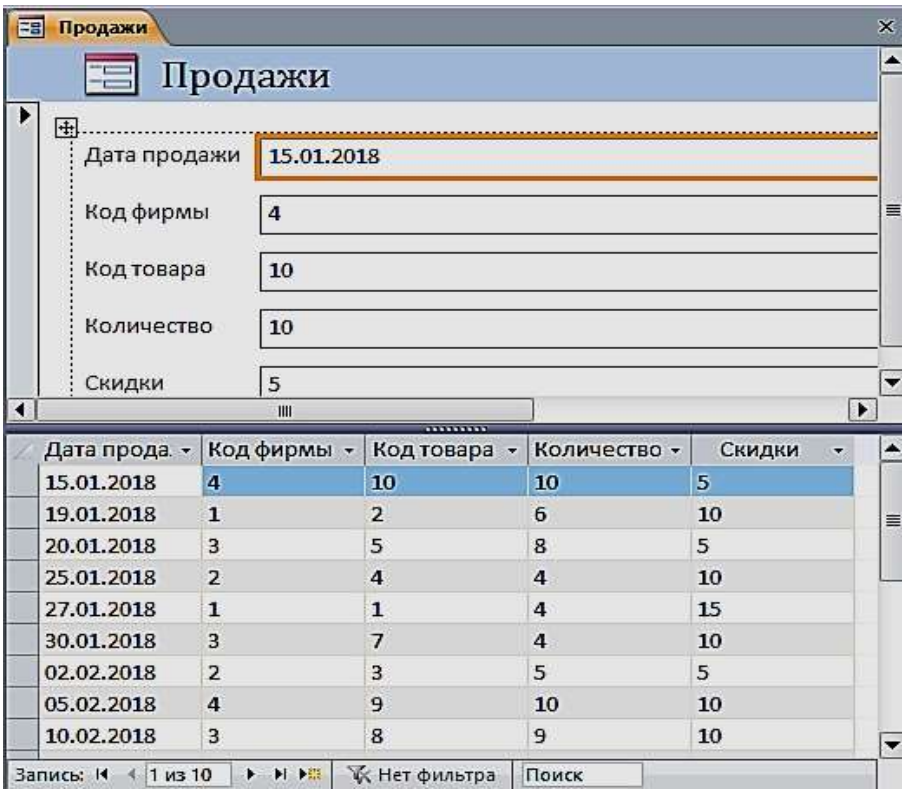


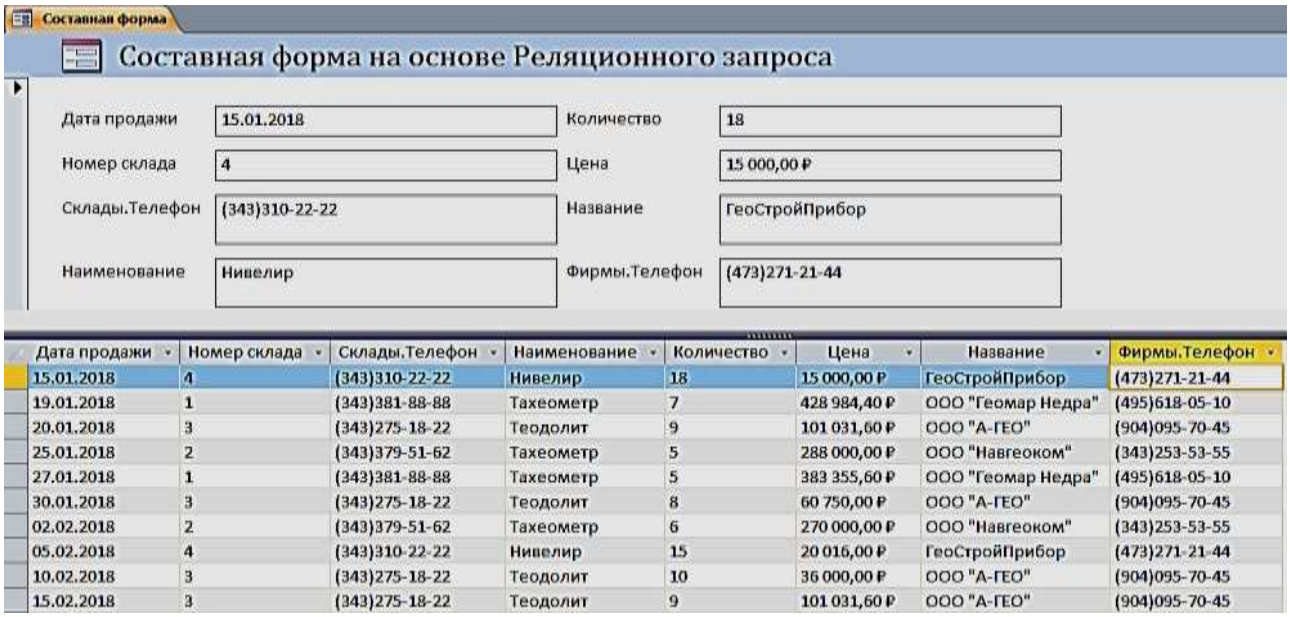
Рис. 4.6. Разделенная форма «**Продажи**»

Многотабличные формы

Многотабличная форма создается для работы с данными нескольких взаимосвязанных таблиц. Источником данных такой формы является многотабличный запрос. При этом форма может быть простой, отображающей одну запись в столбик, или ленточной, отображающей все записи в табличном виде с надписями в заголовке формы. Для такой формы могут быть использованы команды **Форма** или **Несколько элементов**.

Многотабличная форма может быть составной: состоять из главной формы и одной или нескольких подчиненных включаемых форм.

Задание 5. Создать составную форму воспользовавшись реляционным запросом. Выберите запрос «**16_реляционный запрос**» в области навигации и выполните команду **Форма** на вкладке **Создание**. Эта команда обеспечит автоматическое создание формы на основе выбранного запроса (рис. 4.7). В режиме Конструктора можно изменить заголовок.



Дата продажи	Номер склада	Склады.Телефон	Наименование	Количество	Цена	Название	Фирмы.Телефон
15.01.2018	4	(343)310-22-22	Нивелир	18	15 000,00 ₽	ГеоСтройПрибор	(473)271-21-44
19.01.2018	1	(343)381-88-88	Тахеометр	7	428 984,40 ₽	ООО "Геомар Недра"	(495)618-05-10
20.01.2018	3	(343)275-18-22	Теодолит	9	101 031,60 ₽	ООО "А-ГЕО"	(904)095-70-45
25.01.2018	2	(343)379-51-62	Тахеометр	5	288 000,00 ₽	ООО "Навгеоком"	(343)253-53-55
27.01.2018	1	(343)381-88-88	Тахеометр	5	383 355,60 ₽	ООО "Геомар Недра"	(495)618-05-10
30.01.2018	3	(343)275-18-22	Теодолит	8	60 750,00 ₽	ООО "А-ГЕО"	(904)095-70-45
02.02.2018	2	(343)379-51-62	Тахеометр	6	270 000,00 ₽	ООО "Навгеоком"	(343)253-53-55
05.02.2018	4	(343)310-22-22	Нивелир	15	20 016,00 ₽	ГеоСтройПрибор	(473)271-21-44
10.02.2018	3	(343)275-18-22	Теодолит	10	36 000,00 ₽	ООО "А-ГЕО"	(904)095-70-45
15.02.2018	3	(343)275-18-22	Теодолит	9	101 031,60 ₽	ООО "А-ГЕО"	(904)095-70-45

Рис. 4.7. Составная форма

Создание многотабличной формы с помощью мастера

Основным средством создания многотабличной формы можно считать мастер форм, который, запросив у пользователя сведения о включаемых в форму полях из нескольких взаимосвязанных таблиц и запросов, создает составную или одиночную форму.

Задание 6. С помощью мастера создайте форму для работы с данными о продажах товаров

Для вызова мастера форм выполните на вкладке ленты **Создание** в группе **Формы** команду **Мастер форм**. Отобразится окно мастера **Создания форм**, представленное на рис. 4.8.

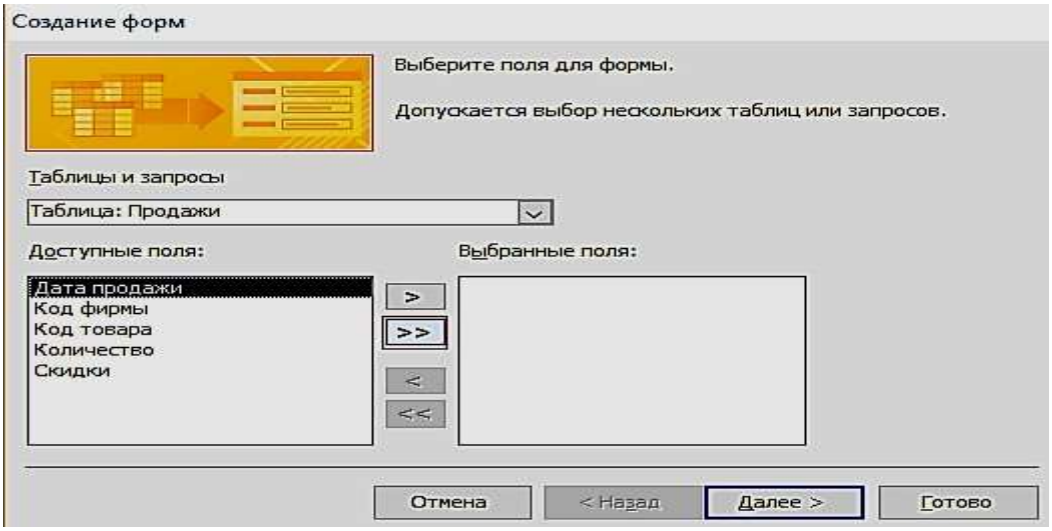


Рис. 4.8. Выбор таблиц и полей для создаваемой формы

Если предварительно в области навигации не была выбрана таблица «**Продажи**», выберите её в раскрывающемся списке **Таблицы и запросы** диалогового окна мастера. Затем отберите из списка **Доступные поля,** в нашем случае все, кроме поля «**Скидки**» (рис. 4.9).

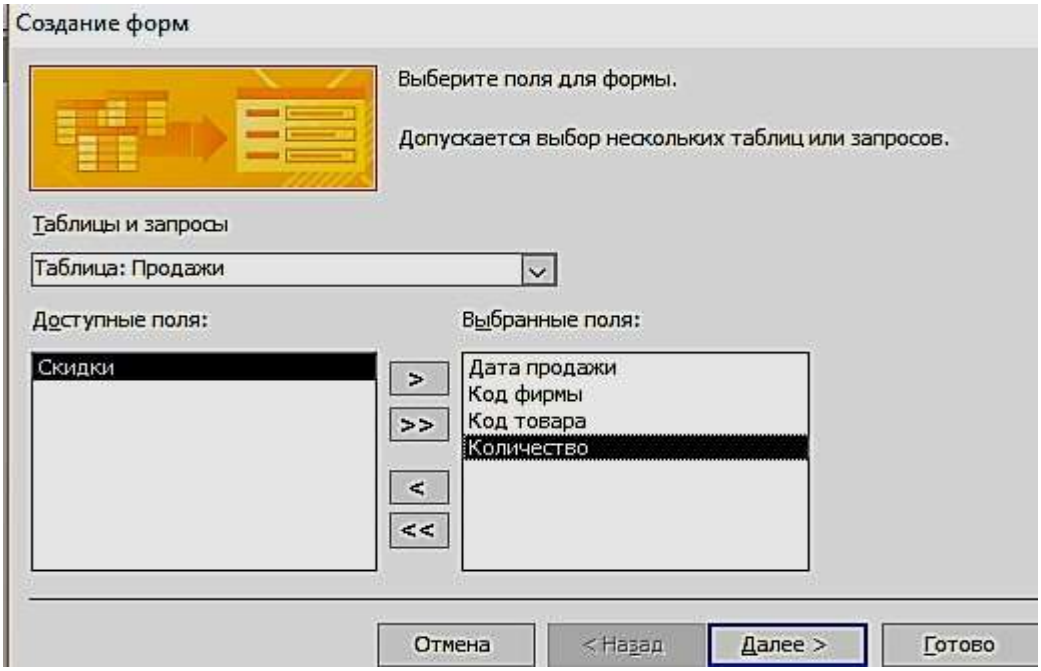


Рис. 4.9. Выбранные поля таблицы «**Продажи**» для создаваемой формы

Переходим к выбору полей из таблицы «**Товары**». Перетаскиваем все поля, кроме поля Код товара. После выбора полей для обеих таблиц и нажатия кнопки Далее в окне создание форм в списке **Выберите тип представления данных** надо выделить имя таблицы Продажи и щелкнуть по кнопке «**Далее**» (рис.
4.10).

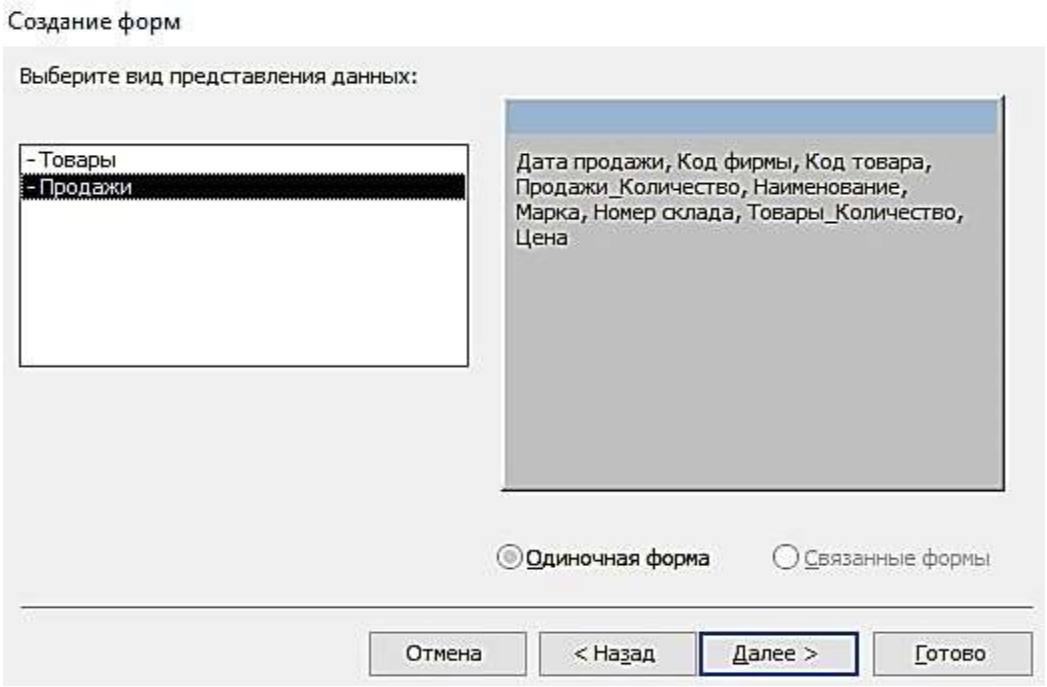


Рис. 4.10. Выбор вида представления данных

В следующем диалоговом окне предоставляется возможность выбрать внешний вид формы и нажать кнопку «**Готово**» (рис. 4.11).

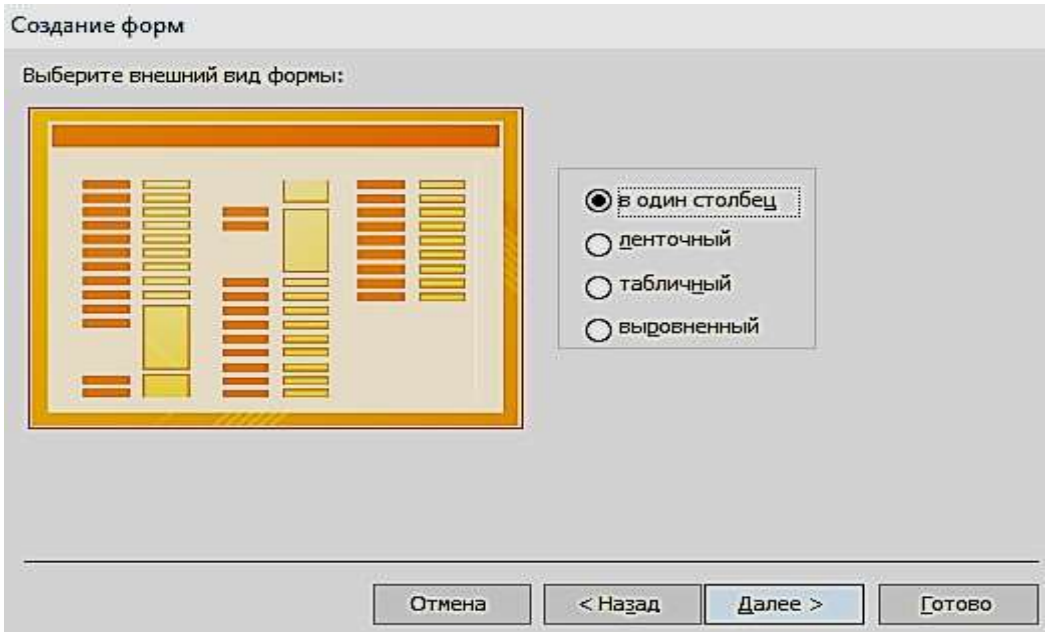


Рис. 4.11. Выбор вида формы в один столбец

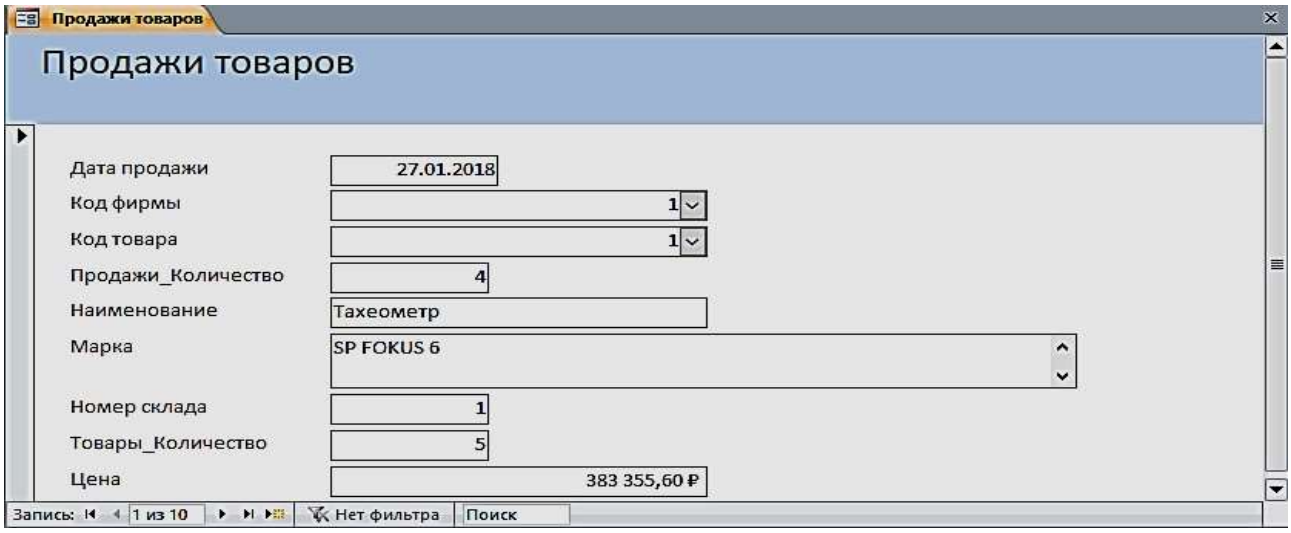


Рис. 4.12. Форма, открытая для просмотра, корректировки и ввода данных

Одиночная многотабличная форма

Одиночную форму, включающую поля из нескольких связанных таблиц, позволяет быстро построить инструмент **Пустая форма.** Выполните команду **Пустая форма** на вкладке ленты **Создать** в группе **Формы**. Откроется пустая форма в режиме макета и отобразится область **Список полей**. В списке перечислены все таблицы базы данных, и предоставляется возможность открыть список полей каждой из них (рис. 4.13). Чтобы добавить поле в форму, щелкните на нем двойным щелчком или перетащите его в форму. Для отображения каждого поля Access создает в форме соответствующий элемент управления и привязывает его к полю. Кроме того, для элемента управления создается присоединенная надпись.

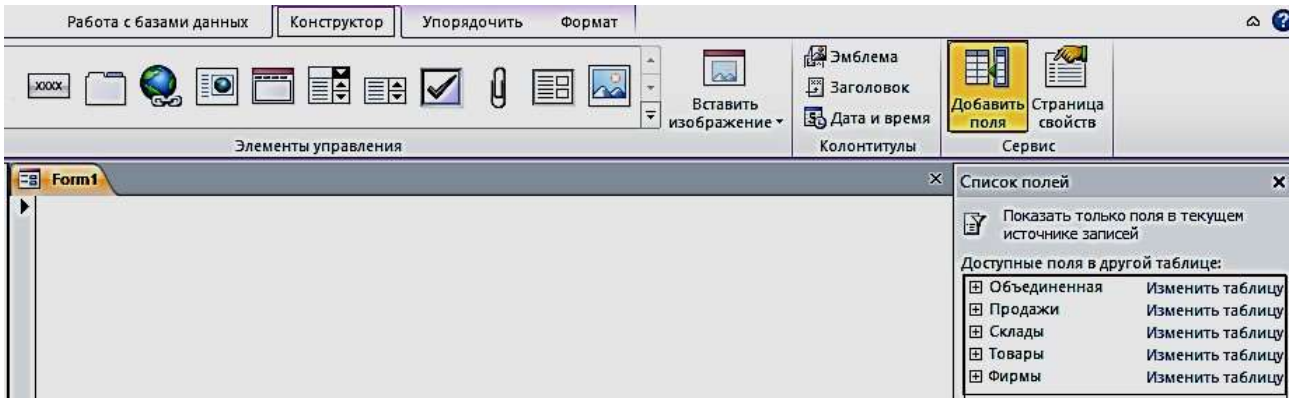


Рис. 4.13. Область **Список полей** при создании одиночной формы

Задание 7. Создать одиночную многотабличную форму для просмотра всех данных базы. Выполните команду **Пустая форма.** В области **Список полей** откройте список полей таблицы «**Продажи**», щелкнув знак «Плюс»

рядом с её именем. Добавьте в форму необходимые поля (Дата продажи, Код фирмы, Код товара, Количество, Скидки). Далее последовательно добавляйте поля из таблицы «**Товары**» (Наименование, Марка, Цена), затем из таблицы «**Склады**» (Номер склада, Телефон, Адрес, Заведующий) и из таблицы «**Фирмы поля**» – (Название, Адрес, Телефон, Контактное лицо, Должность). Сохранить форму под именем «Общие данные».

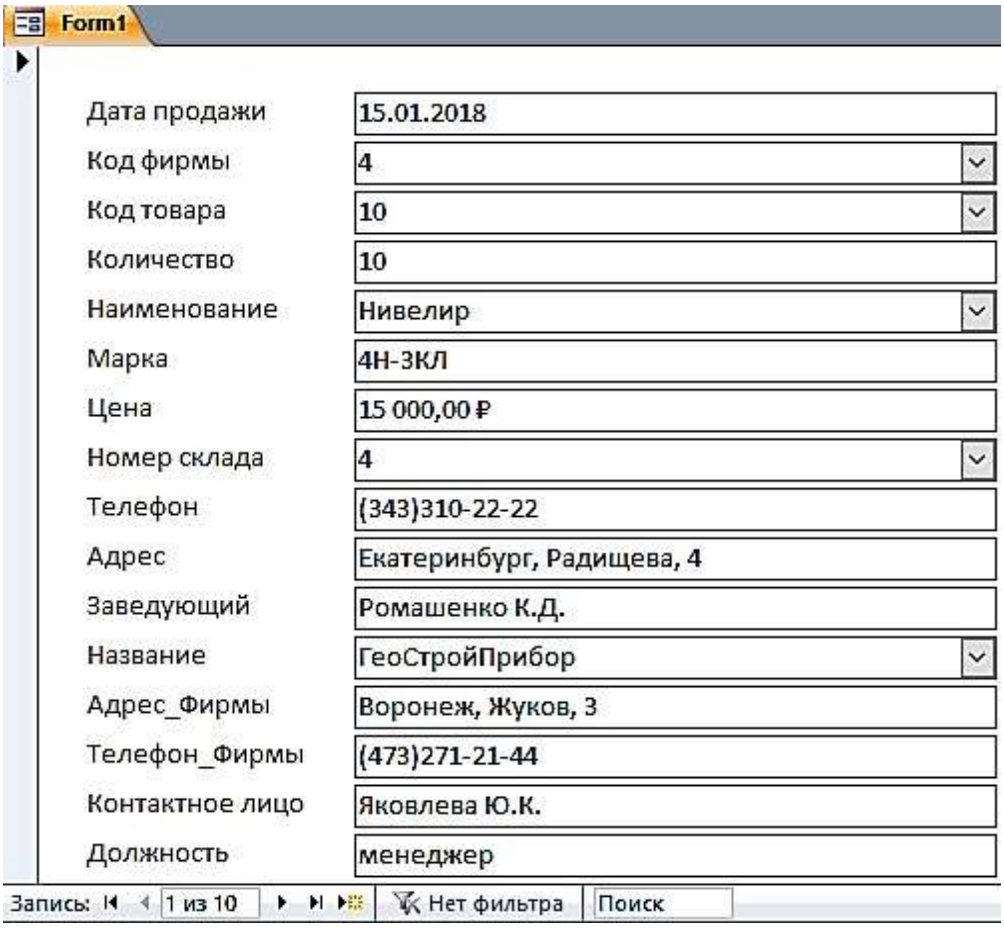


Рис. 4.14. Форма «**Общие данные**», созданная с помощью инструмента **Пустая форма**

Задание 8. Создать одиночную форму с помещенной в неё гистограммой

Для этого откройте таблицу «**Товары**». В группе **Импорт и связи** на вкладке **Внешние данные** выберите на ленте **Экспорт в таблицу Excel** (рис. 4.15).



Товары

Код товара	Наименование	Марка	Номер склада	Количество	Цена
1	Тахеометр	SP FOKUS 6	1	5	383 355,60р.
2	Тахеометр	SP FOKUS 6W	1	7	428 984,40р.
3	Тахеометр	Soutn NTS-365 R	2	6	270 000,00р.
4	Тахеометр	Soutn NTS-362 R	2	5	288 000,00р.
5	Теодолит	3Т2КП	3	9	101 031,60р.
6	Теодолит	4Т15П	3	5	70 516,80р.
7	Теодолит	4Т30П	3	8	60 750,00р.
8	Теодолит	VEGA TEO 5	3	10	36 000,00р.
9	Нивелир	4Н -2КЛ	4	15	20 016,00р.
10	Нивелир	4Н-3КЛ	4	18	15 000,00р.

Рис. 4.15. Окно экспорта таблицы «**Товары**» на лист Excel

Выберите место назначения для экспорта таблицы «**Товары**», для этого нажмите на кнопку **Обзор**, выберите соответствующую папку (рис. 4.16, 4.17).

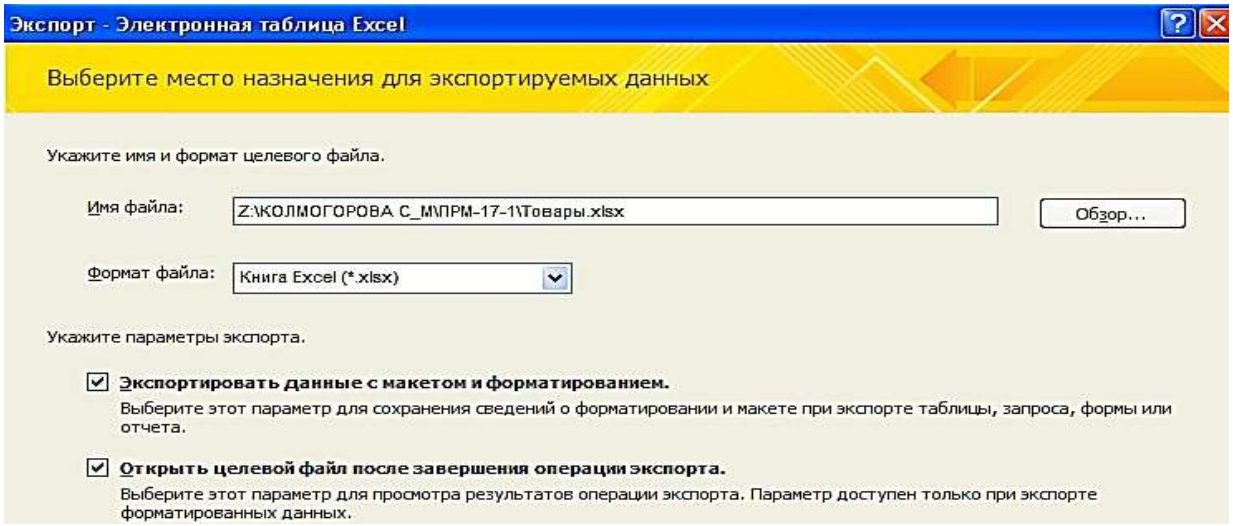


Рис. 4.16. Окно выбора места назначения для экспорта таблицы «**Товары**»

	A	B	C	D	E	F
1	Код товара	Наименование	Марка	Номер склада	Количество	Цена
2	1	Тахеометр	SP FOKUS 6	1	5	383 355,60р.
3	2	Тахеометр	SP FOKUS 6W	1	7	428 984,40р.
4	3	Тахеометр	Soutn NTS-365 R	2	6	270 000,00р.
5	4	Тахеометр	Soutn NTS-362 R	2	5	288 000,00р.
6	5	Теодолит	3Т2КП	3	9	101 031,60р.
7	6	Теодолит	4Т15П	3	5	70 516,80р.
8	7	Теодолит	4Т30П	3	8	60 750,00р.
9	8	Теодолит	VEGA TEO 5	3	10	36 000,00р.
10	9	Нивелир	4Н -2КЛ	4	15	20 016,00р.
11	10	Нивелир	4Н-3КЛ	4	18	15 000,00р.

Рис. 4.17. Таблица «**Товары**» в Excel, экспортируемая из Access

Построение гистограммы по колонкам «**Наименование**» и «**Цена**» (рис. 4.18).

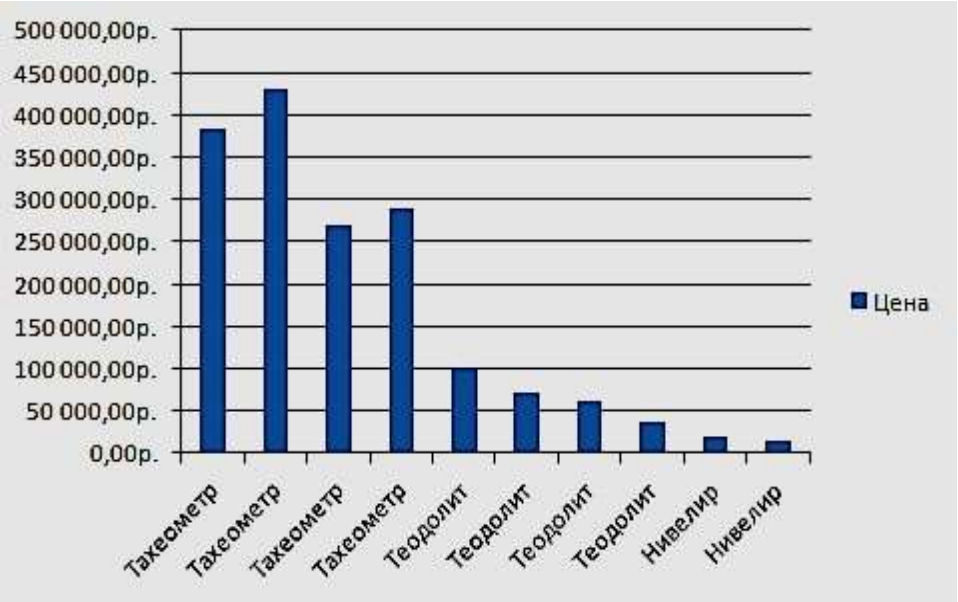


Рис. 4.18. Гистограмма, соответствующая таблице «**Товары**»

Скопируйте гистограмму в Excel. В Access выполните команду **Пустая форма** на вкладке ленты **Создать** в группе **Формы**. В режиме «**Конструктор**» произвести вставку гистограммы. Сохранить форму под названием **Гистограмма** (рис. 4.19).

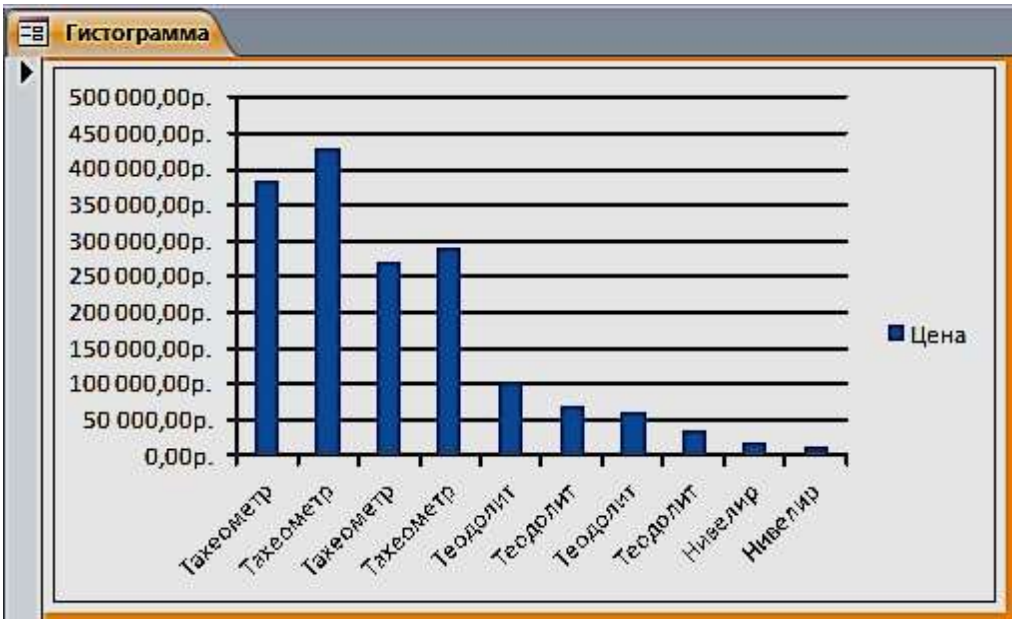


Рис. 4.19. Форма «Гистограмма»

Задание для самостоятельной работы

1. Изменить в форме «**Товары**» цвет денежных значений в поле «**Цена**» на зеленый, заливку на светло-зеленый, начертание шрифта – жирный курсив, когда они оказываются меньше или равны 80000 руб.
2. Создать форму «**Фирмы**» с подчиненной «**Продажи**».

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 5
Работа с отчетами

Средства Access по разработке отчетов предназначены для конструирования макета отчета, в соответствии с которым осуществляется вывод данных из определенного источника записей в виде выходного печатного документа.

Отчет может создаваться с помощью Мастера или в режиме Конструктора отчетов.

Задание 1. Выберем в области навигации таблицу «**Фирмы**», данные из которой будут источником записей отчета. На вкладке ленты **Создание** в группе **Отчеты** выполнить команду **Отчет**.

Access создаст отчет и отобразит его в режиме макета (рис. 5.1). В отчете будут представлены все записи таблицы «**Фирмы**». Размещение полей таблицы – источника записей отчета – в разделах отчета представлено на рис. 5.2.

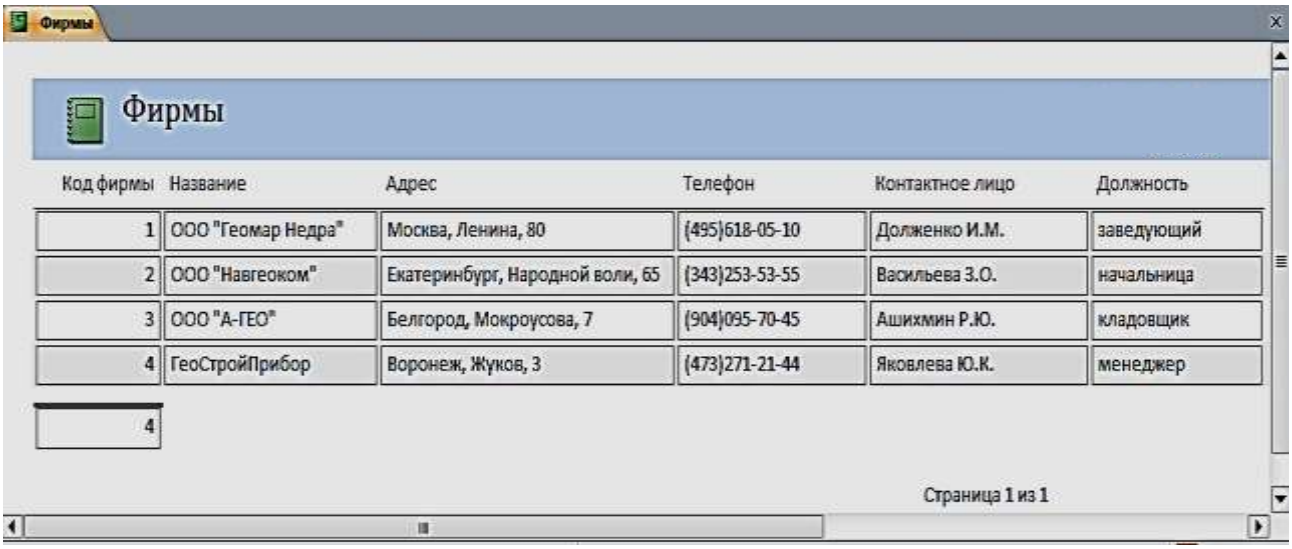


Рис. 5.1. Отчет в режиме «**Макета**»

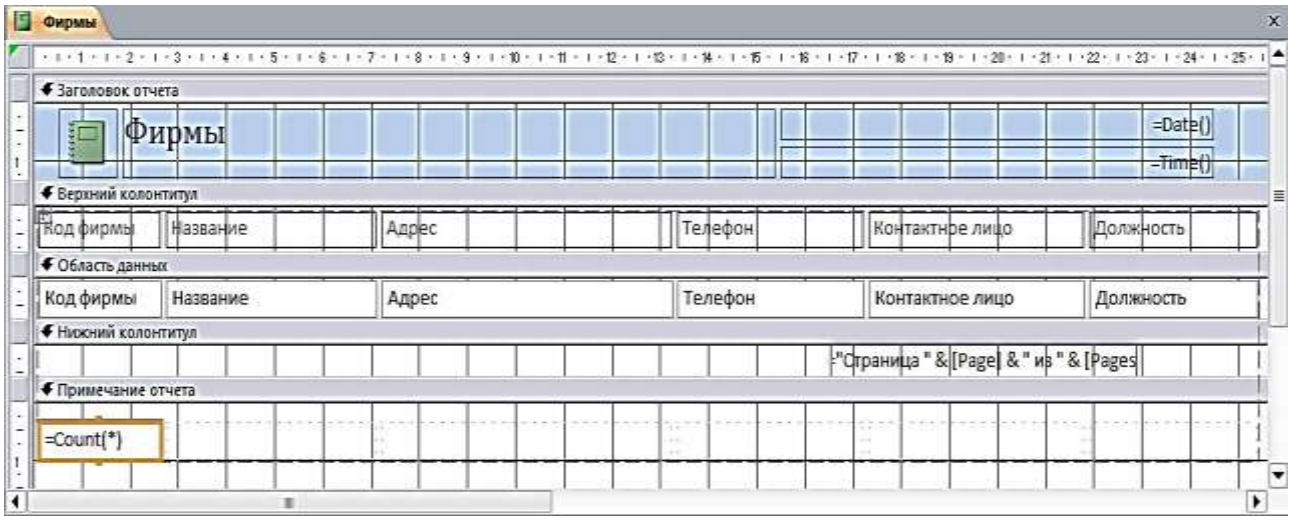


Рис. 5.2. Разделы однотабличного отчета в режиме Конструктора

В режиме макета легко привести созданный отчет в соответствие с заданными требованиями. Измените название отчета на «Контакты». Для этого выполните двойной щелчок на нем и введите новое название. Выделите макет отчета и измените заливку, размер шрифта, выбрав его на вкладке **Главная** в группе **Форматирование текста** или на вкладке **Формат** в группе **Шрифт.** Для изменения параметров страницы выполняйте команды соответствующей вкладки ленты. Пунктирной линией в отчете отмечена граница полей страницы. Отображение этой линии регулируется кнопкой **Показать поля** на вкладке ленты **Параметры страницы.** Для выбора размеров полей страницы может быть использована коллекция, отображаемая при нажатии кнопки **Поля.** На этой же вкладке можно выбрать размер бумаги, ориентацию страницы и ряд др. параметров (рис. 5.3).

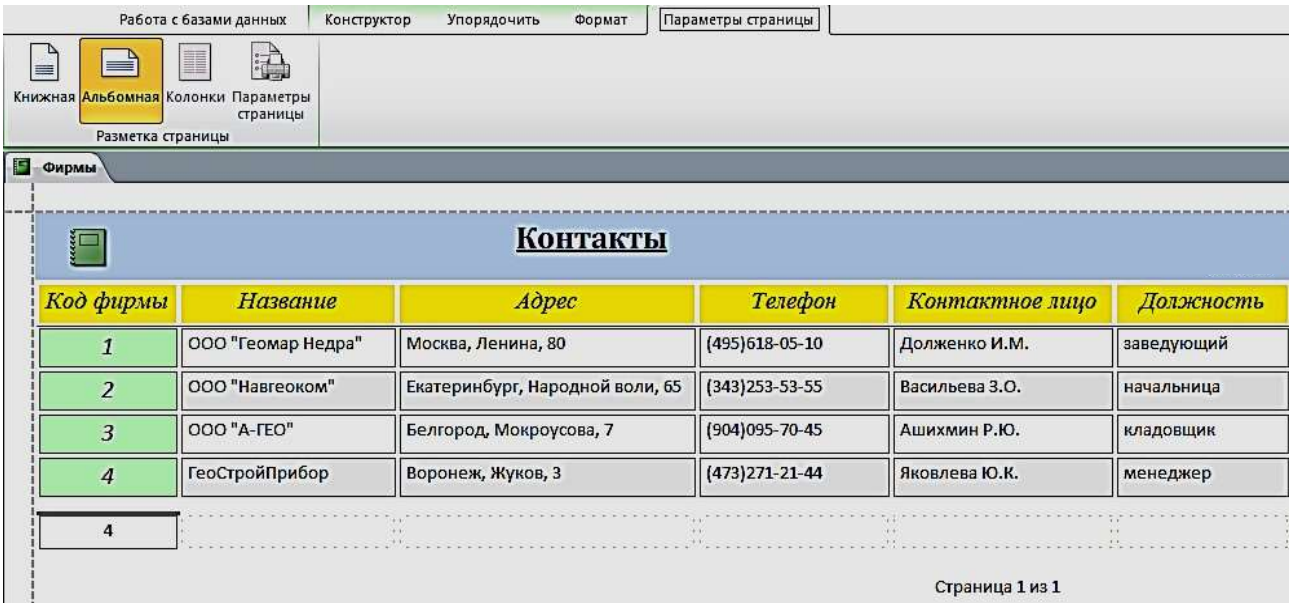


Рис 5.3. Отформатированный отчет в режиме Макета

Задание 2. Выберем в области навигации форму **Продажи товаров**, данные из которой будут источником записей отчета. На вкладке ленты **Создание** в группе **Отчеты** выполнить команду **Отчет**. Для группировки данных по дате продажи выполним команду **Группировка, сортировка и итоги.** Выберем для предлагаемого уровня группировки поле «**Дата продажи**». Откроем список, щелкнув на параметре **по кварталам**, и выберем **по месяцам.** Для закрытия списка щелкните на любом месте за его пределами (рис. 5.4, 5.5).

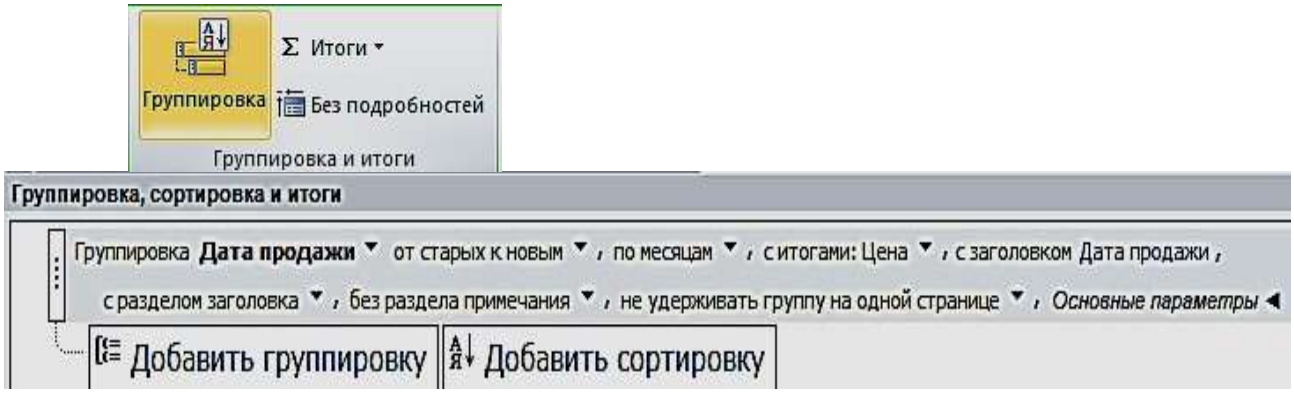
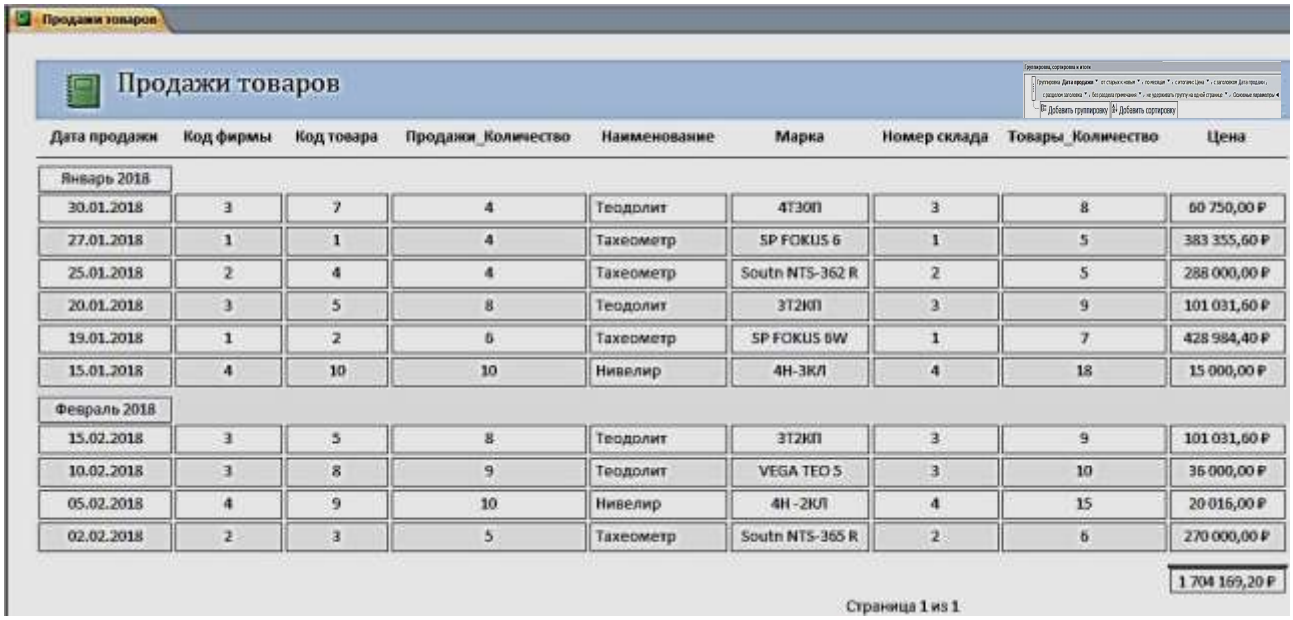


Рис. 5.4. Выбор для поля с датой группировки по месяцам



Продажи товаров

Дата продажи	Код фирмы	Код товара	Продажи_Количество	Наименование	Марка	Номер склада	Товары_Количество	Цена
Январь 2018								
30.01.2018	3	7	4	Теодолит	4Т30П	3	8	60 750,00 ₽
27.01.2018	1	1	4	Тахеометр	SP FOKUS 6	1	5	383 355,60 ₽
25.01.2018	2	4	4	Тахеометр	Soutn NTS-362 R	2	5	288 000,00 ₽
20.01.2018	3	5	8	Теодолит	3Т2КП	3	9	101 031,60 ₽
19.01.2018	1	2	6	Тахеометр	SP FOKUS 6W	1	7	428 984,40 ₽
15.01.2018	4	10	10	Нивелир	4Н-3КЛ	4	18	15 000,00 ₽
Февраль 2018								
15.02.2018	3	5	8	Теодолит	3Т2КП	3	9	101 031,60 ₽
10.02.2018	3	8	9	Теодолит	VEGA TEO 5	3	10	36 000,00 ₽
05.02.2018	4	9	10	Нивелир	4Н -2КЛ	4	15	20 016,00 ₽
02.02.2018	2	3	5	Тахеометр	Soutn NTS-365 R	2	6	270 000,00 ₽
								1 704 169,20 ₽

Страница 1 из 1

Рис 5.5. Форма с датой группировки по месяцам

Задание для самостоятельной работы

Создать отчет по таблице «**Объединенная**», изображенного на рис. 5.6.



ОТЧЕТ ПРОДАЖИ

Дата продажи - по месяцам	Название	Фирмы_Телефон	Дата продажи	Наименование	Количество	Цена	Номер склада	Склады_Телефон
Январь 2018								
	ГеоСтройПрибор	4732712144	*15.01.2018*	Нивелир	18	15 000,00 ₽	4	3433102222
	ООО "Геомар Недра"	4956180510	*19.01.2018*	Тахеометр	7	428 984,40 ₽	1	3433818888
	ООО "А-ГЕО"	9040957045	*20.01.2018*	Теодолит	9	101 031,60 ₽	3	3432751822
	ООО "Навгеоком"	3432535355	*25.01.2018*	Тахеометр	5	288 000,00 ₽	2	3433795162
	ООО "Геомар Недра"	4956180510	*27.01.2018*	Тахеометр	5	383 355,60 ₽	1	3433818888
	ООО "А-ГЕО"	9040957045	*30.01.2018*	Теодолит	8	60 750,00 ₽	3	3432751822
Итоги для 'Дата продажи' = 30.01.2018 (6 записей)								
Сумма					52	1 277 121,60 ₽		
Февраль 2018								
	ООО "Навгеоком"	3432535355	*02.02.2018*	Тахеометр	6	270 000,00 ₽	2	3433795162
	ГеоСтройПрибор	4732712144	*05.02.2018*	Нивелир	15	20 016,00 ₽	4	3433102222
	ООО "А-ГЕО"	9040957045	*10.02.2018*	Теодолит	10	36 000,00 ₽	3	3432751822
	ООО "А-ГЕО"	9040957045	*15.02.2018*	Теодолит	9	101 031,60 ₽	3	3432751822
Итоги для 'Дата продажи' = 15.02.2018 (4 записей)								
Сумма					40	427 047,60 ₽		
ИТОГО					92	1 704 169,20 ₽		

Рис. 5.6. Результат отчета

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 6

Создание главной кнопочной формы с использованием макросов

Использования макросов для автоматизации управления реакцией приложения на действия пользователя в формах или отчетах позволяет создавать полноценные интерактивные приложения без написания кода *VBA*.

Макрос (от слова «макрокоманда») – программа, состоящая из последовательности макрокоманд. *Макрокоманда* – это инструкция, ориентированная на выполнение определенного действия над объектами Access и их элементами.

Например, макрокомандой можно открыть форму, отчет, напечатать отчет, запустить на выполнение запрос, применить фильтр, присвоить значение и т. д.

Задание 1. Создать главную форму управления приложением, в которой будут представлены:

- элементы для кнопочных форм запросов и гистограмма;
- макросы для таблиц и отчетов;
- макрос, с помощью которого будет закрыта база данных.

1. Выполним команду **Пустая форма** на вкладке ленты **Создать** в группе **Формы**, режим «**Конструктор**» (рис. 6.1).

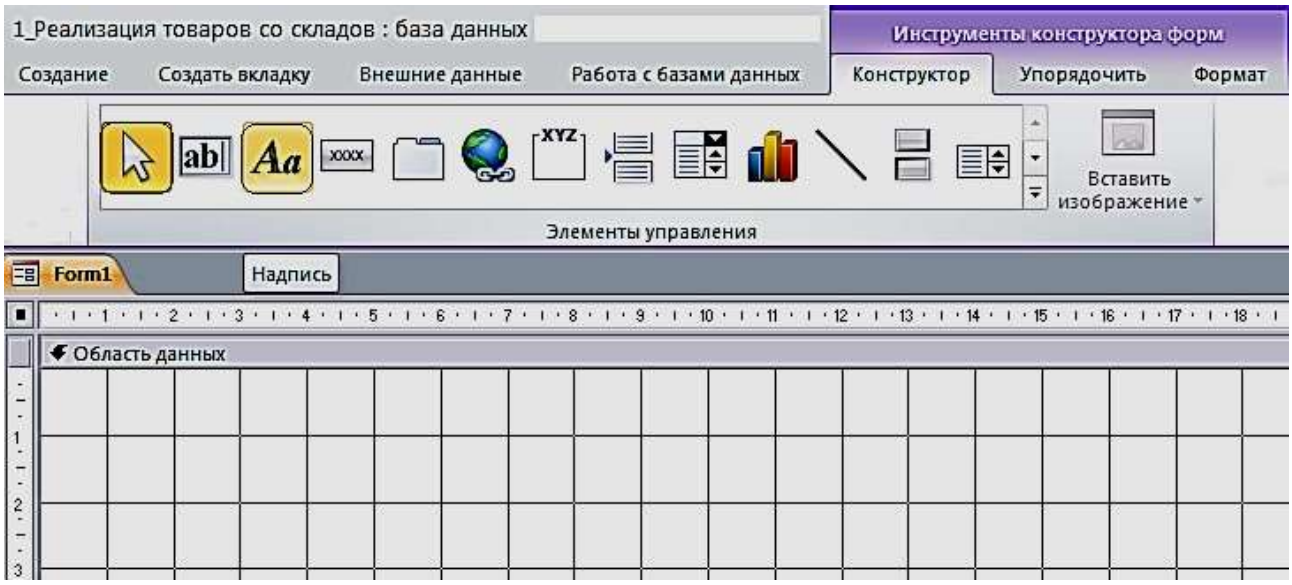


Рис. 6.1. Пустая форма в режиме «**Конструктор**» с элементами управления

2. Расположим в области **Формы** элемент **Надпись**, поместим в него название **Реализация товаров со складов** (рис. 6.2). Форматирование шрифта в надписях и кнопках осуществляется для выделенного объекта, при помощи **Инструмента конструктора форм**, в объекте **Формат**. Сохраним форму под именем «**Главная форма**».

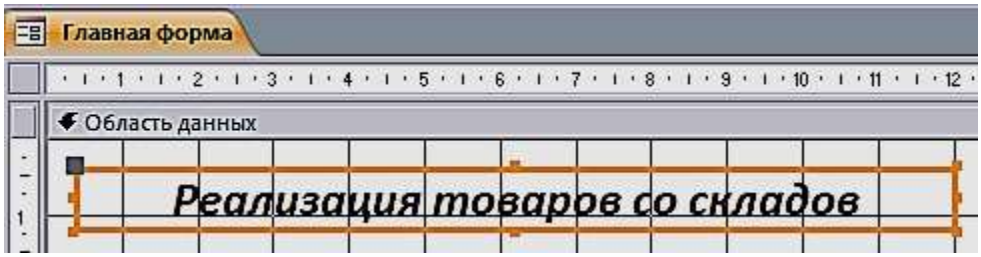


Рис. 6.2. Использование элемента управления **Надпись**

Создание макроса осуществляется в диалоговом режиме и сводится к записи в окне конструктора макроса последовательности макрокоманд, для которых задаются аргументы. Каждому макросу присваивается имя. При выполнении макроса макрокоманды выполняются последовательно в порядке их расположения. При этом используются объекты или данные, указанные в аргументах макрокоманд.

Создание макроса начинается с выполнением команды **Макрос** на вкладке ленты **Создание** в группе **Макросы и код**. В результате выполнения команды открывается окно макроса и каталог макрокоманд (рис. 6.3).

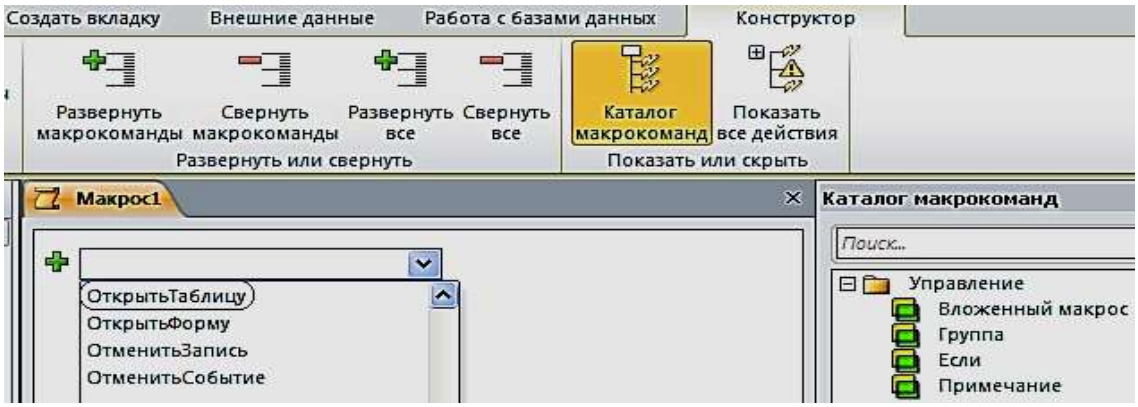


Рис. 6.3. Окно конструирования макроса с Каталогом макрокоманд

3. Создадим первый макрос **Таблицы**, при выполнении которого откроются четыре таблицы: «Продажи», «Склады», «Товары» и «Фирмы». Сохраним его под именем **Таблицы** (рис. 6.4).

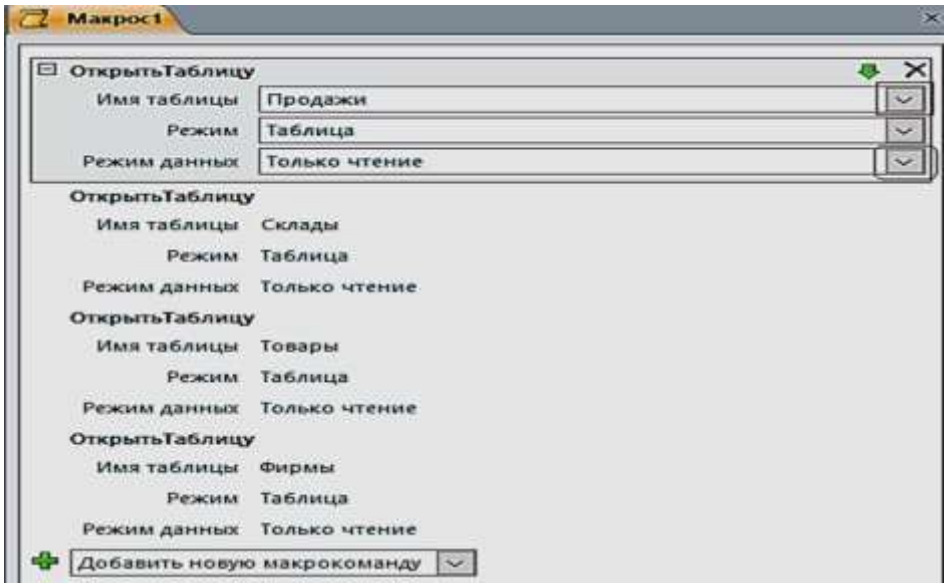


Рис. 6.4. Блок конструирования Макроса «**Таблицы**»

4. Создадим второй макрос, при выполнении которого откроется отчет «Продажи товаров» (рис. 6.5). Сохраним его под именем **Отчет**.

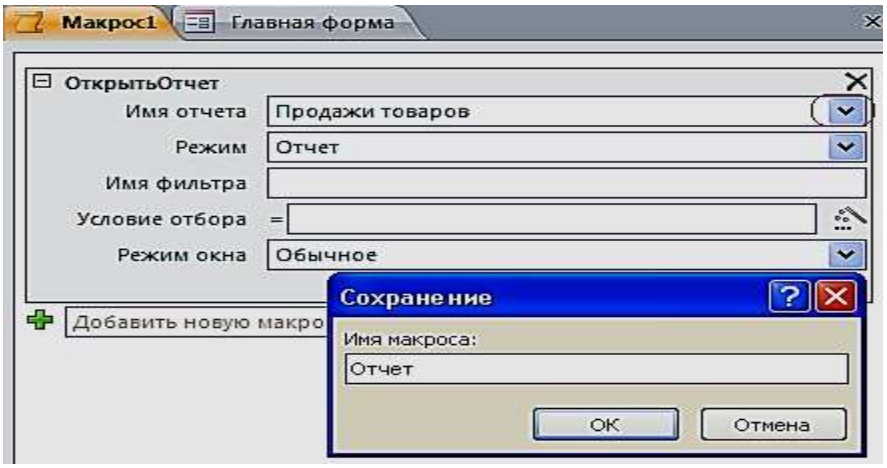


Рис. 6.5. Создание макроса **ОткрытьОтчет**

5. Создадим третий макрос, при выполнении которого откроется отчет «Продажи товаров» (рис. 6.6). Сохраним под именем **Выход.**



Рис. 6.6. Создание макроса **ЗакрытьБазуДанных**

Создание управляющих кнопок на экране

1. Создадим кнопки: **Таблицы**, **Отчет** и **Выход из БД.** Расположим в области **Главной формы** три кнопки с ранее созданными макросами. Для размещения кнопок предусмотрим, чтобы все действия осуществлялись при нажатой кнопке **«Использовать мастера»**. Переместим элемент управления **Кнопка** на форму, появится окно для создания кнопок. Выберем категорию: **Разное**, затем – действия: **Выполнить макрос,** нажмем кнопку **Далее** (рис. 6.7).

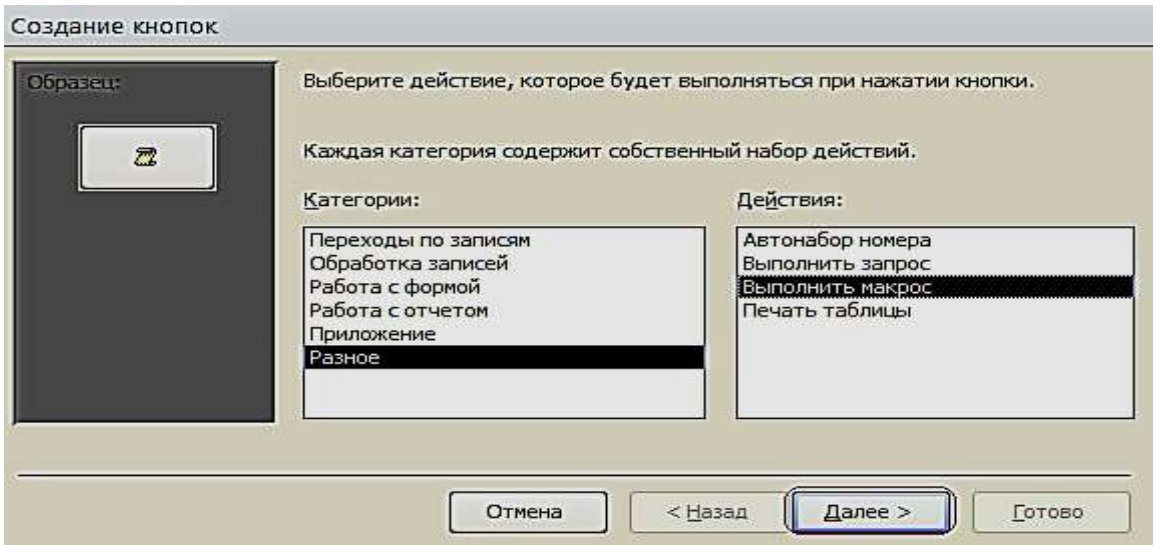


Рис. 6.7. Окно создания кнопок при работе с **Макросами**

2. Выберем соответствующий макрос (рис. 6.8). Разместим текст на кнопке.

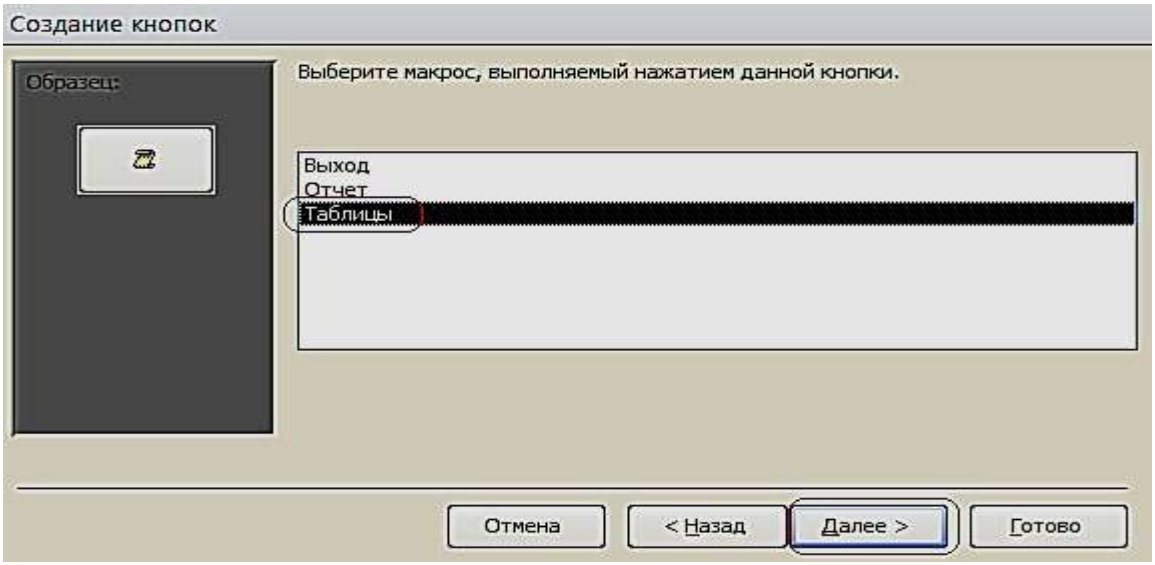


Рис. 6.8. Окно выбора макроса

3. В тексте напишем название **Таблицы** и выполним действия, указанные по кнопке **Далее** (рис. 6.9).

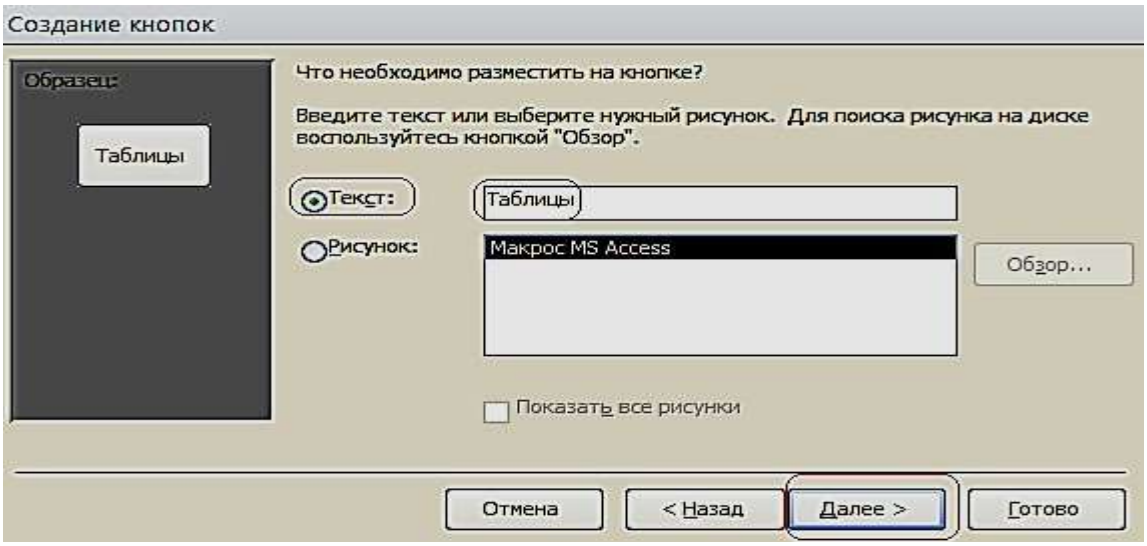


Рис. 6.9. Размещение текста на кнопке

4. Таким образом, создадим все кнопки, которые будут открываться с помощью макросов (рис. 6.10).

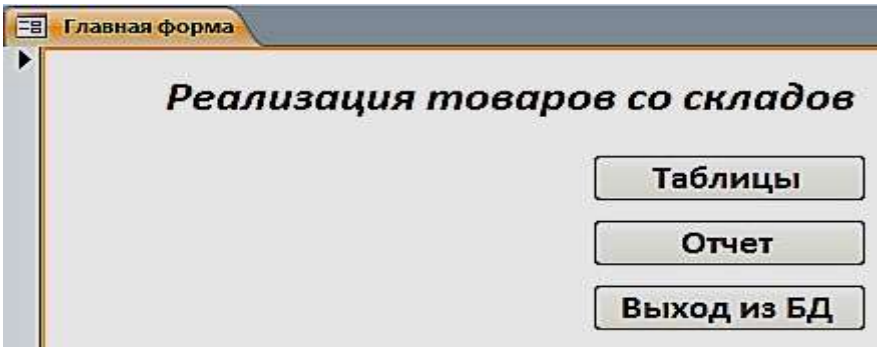


Рис. 6.10. Главная форма в режиме Макета

5. Расположим в области **Главной формы** три кнопки: **Составная форма**, **Общие данные** и **Гистограмма**. Переместим элемент управления **Кнопка** на форму, появится окно для создания кнопок. Выберем категорию: **Работа с формой**, действия: **Открыть форму,** нажмем кнопку **Далее** (рис. 6.11).

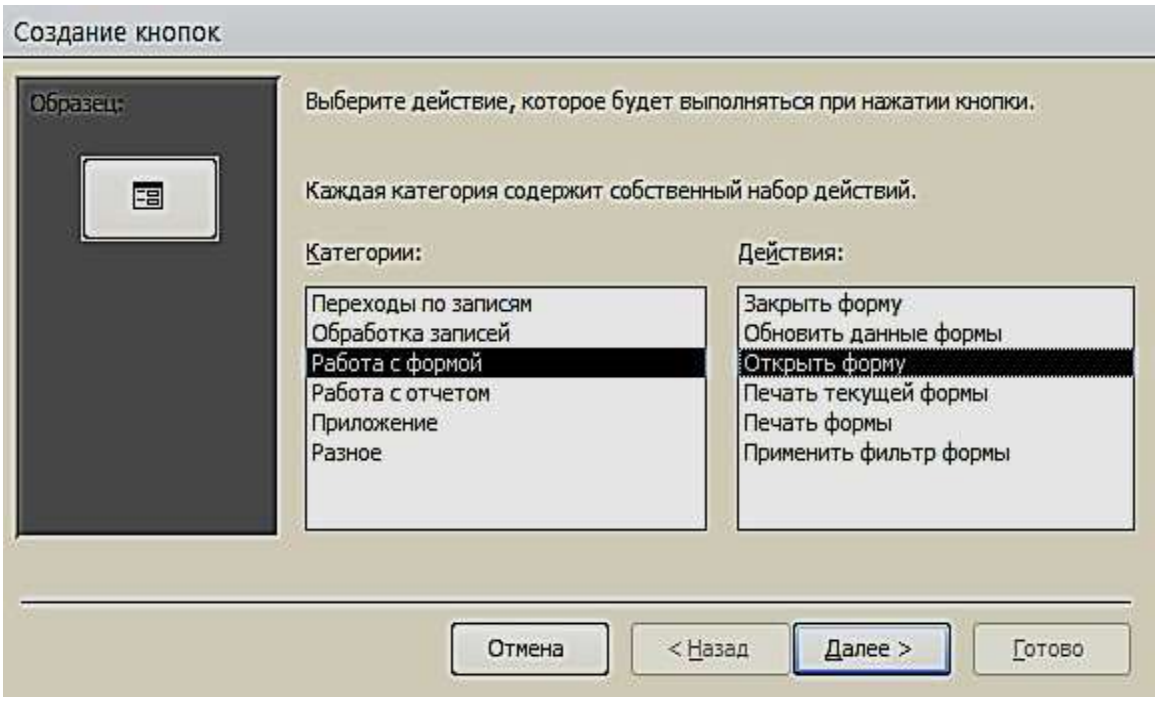


Рис. 6.11. Окно создания кнопок при работе с формами

6. Выберем соответствующую форму (рис. 6.12).

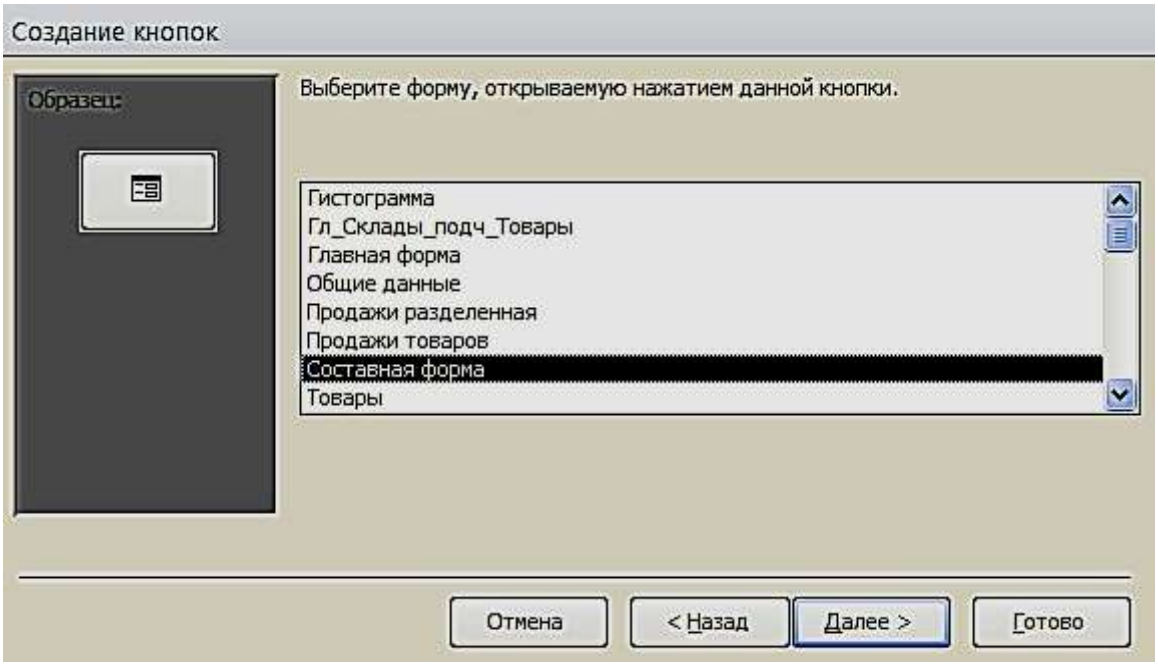


Рис. 6.12. Окно выбора формы

Поместим текст на кнопке (рис. 6.13). В тексте напишем название **Гистограмма** и выполним действия, указанные по кнопке **Далее**. Таким образом, создадим все кнопки, которые будут открываться с помощью Форм.

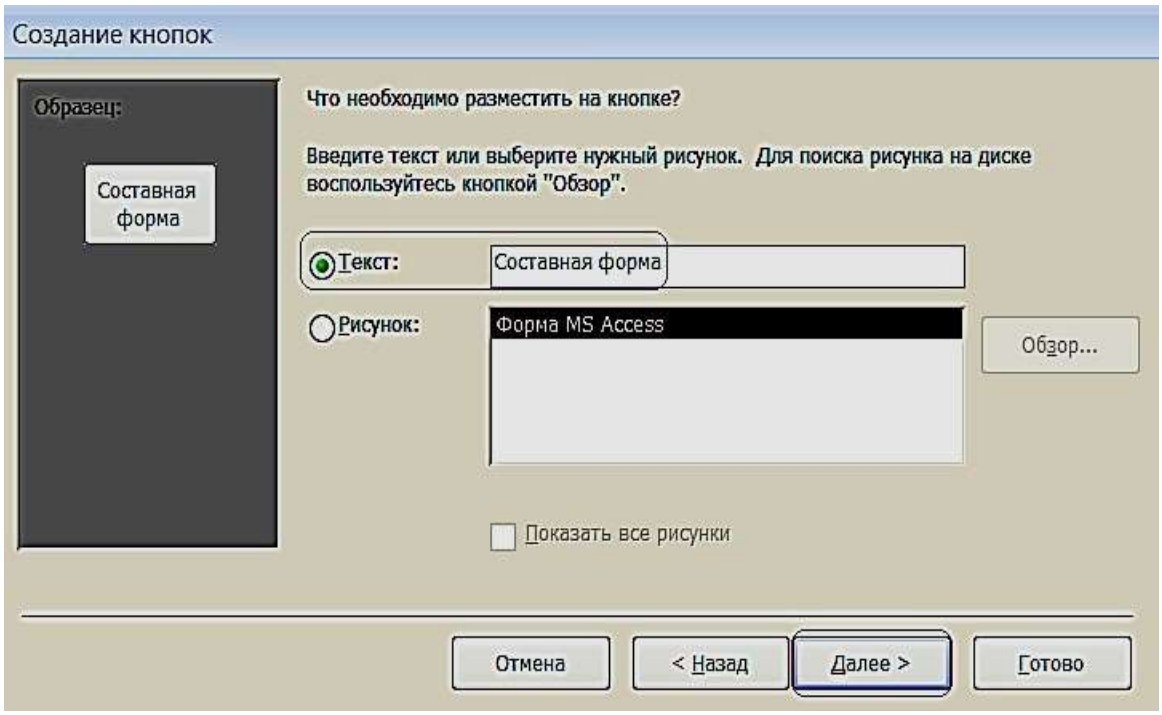


Рис. 6.13. Размещение текста на кнопке

7. Для создания картинки воспользуемся элементом управления «**Рисунок**».

8. По завершению разработки приложения, сохраним и закроем форму. Затем откроем и проверим работоспособность всех её элементов (рис. 6.14).



Рис. 6.14. Управляющая форма в режиме «**Формы**»

ВАРИАНТЫ ЗАДАНИЙ ДЛЯ ПРАКТИЧЕСКОЙ РАБОТЫ

Указания к выполнению работы

- Создать логическую модель базы данных: для заданной предметной области, представленной в виде перечня реквизитов, сформировать таблицы, определить в них ключевые поля, описать имена, типы и свойства полей и создать связи между таблицами.
- Создать формы для ввода данных в таблицы (простая и сложная формы). Заполнить таблицы. Каждая таблица должна содержать не менее 7 строк.
- Создать запросы по пунктам вариантов задания.
- Создать кнопочную форму для вызова созданных объектов.

Варианты заданий

Вариант № 1

Исходные данные:

- ***Рабочие***: табельный номер, фамилия, имя, отчество, дата рождения.
- ***Цеха:*** наименование цеха, категория производства (основное, управление, вспомогательное).
- ***Движение по службе***: должность, оклад, тип работы (штатный, совместитель, почасовик). ○*Вычислить* общую сумму выплат за месяц по выбранному цеху, а

  также среднемесячный заработок этого цеха.

  - *Создать* ведомость для начисления заработной платы рабочих этого цеха.

Вариант № 2*Исходные данные:*

- ***Сотрудники:*** фамилия, имя, отчество, дата рождения, дата поступления на работу
- ***Оплата труда:*** должность, оклад
- ***Отделы:*** номер отдела, фамилия сотрудника*Определить:* ○ возраст сотрудников (количество полных лет) при поступлении

на работу и на текущее время; ○количество сотрудников заданного отдела младше 30 лет; ○ минимальный размер оклада.

- ***Создать таблицу,*** которая содержит сведения о 5-и самых высокооплачиваемых сотрудниках фирмы**.**

Вариант № 3

Исходные данные:

Работники: фамилия, имя, отчество, цех.

- ***Изделия:*** наименование изделия, категория изделия (A, B, C), стоимость изготовления.
- ***Итоги:*** шифр сборщика, количество изготовленных изделий по категориям.

Рассчитать: ○ общее количество изделий каждой категории;

○ общее количество изделий, собранных всеми рабочими заданного цеха;

- *Создать ведомость*для начисления заработной платы рабочих заданного цеха. Определить средний размер заработной платы работников этого цеха.

Вариант № 4

Исходные данные:

- ***Абоненты:*** фамилия, имя, отчество, телефон, дата установки.
- ***Расценки:*** тип заказа (по городу, область, Украина, Европа, …), цена 1 мин. разговора.
- ***Заказ:*** телефон вызова, вызываемый пункт, время в минутах.

○ *Рассчитать* общее количество телефонов, установленных начиная с заданного года по сегодняшний день. Выдавать по вводимой фамилии абонента номер его телефона. ○*Создать таблицу*, которая содержит фамилии задолжников и их телефоны.

Вариант № 5

Исходные данные:

- ***Поставка:*** поставщик, дата поставки, объем поставки.
- ***Игрушки:*** артикул, наименование, цена, нижняя и верхняя возрастные границы.
- ***Чеки: номер чека, дата продажи, сумма.***

- *Определить* стоимость наиболее дорогой игрушки и ее наименование. По введенному значению *A*, *B* и *X*, выводить названия игрушек, которые по стоимости не превышают *X* и подходят ребенку от *A* до *B* лет. *Создать таблицу*, которая содержит следующую информацию: наименование игрушек, которые подходят детям от *1* до *3* лет и их цены.

Вариант № 6

Исходные данные:

- ***Студенты:*** фамилия, имя отчество студента; код группы, дата рождения.
- ***Предметы:*** наименование предмета, категория предмета (фундаментальный, профессионально-ориентированный, на выбор), тип аттестации (зачет, экзамен).

Журнал: оценки по 5 экзаменам, признак участия в общественной работе. *Определить* общее число активистов в списке.

- *Создать таблицу*, которая содержит сведения о начислении стипендии студентам заданной группы. Рассчитать размер стипендии по следующему алгоритму: студенту, который получил все оценки «5» и активно принимает участие в общественной работе, назначается повышенная стипендия – доплата 50 %; студенту, который получил «4» и «5», назначается обычная стипендия – ее необходимо задать; студенту, который получил одну оценку «3», но активно занимается общественной работой, также назначается обычная стипендия; другим студентам стипендия не назначается.

Вариант № 7

Исходные данные:

- ***Авторы:*** фамилия, имя отчество, название книги.
- ***Книги:*** год издания, количество экземпляров.
- ***Местоположение:*** шифр книги, номер стеллажа, номер шкафа, номер полки. *Определить* общее количество книг в коллекции, а также число книг заданного года издания. По заданному автору и названию книги выдать информацию о местонахождении книги. *Создать таблицу*, которая содержит информацию о книгах за-

данного автора, которые находятся в коллекции.

Вариант № 8

Исходные данные:

- ***Группа:*** факультет, шифр группы, фамилия куратора, должность.
- *Студент*. Фамилия студента, шифр группы, номер зачетной книжки, дата рождения, дата поступления.
- ***Результаты сессии:*** оценки по 5-и экзаменам и результаты сдачи 5 зачетов («З» – зачет, «Н» – незачет). ○*Вычислить* средний балл, полученный каждым студентом за-

данной группы, и средний балл этой группы по каждому предмету. Определить общее количество задолженностей (по экзаменам и зачетам в сумме) каждого студента заданной группы и общее число студентов-должников той же группы.

- *Создать таблицу*, которая содержит сведения о неуспевающих студентах: группу, фамилия и количество задолженностей.

Вариант № 9*Исходные данные:*

- ***Рейсы:*** номер рейса, пункт назначения, время вылета, время прибытия, стоимость билета.

Самолеты: шифр самолета, марка, количество посадочных мест, срок службы.

- ***Билеты:*** дата вылета, количество свободных мест в самолете.

Определить: ○ номера рейсов и время отправления самолетов в заданный го-

род; ○ по заданному городу и времени отправления наличие свободных мест на рейс; ○общее количество рейсов через сутки в заданный город. □*Создать таблицу,* которая содержит номера рейсов и время отправления самолетов в заданный город.

Вариант № 10*Исходные данные:*

- ***Поставка:*** артикул обуви (артикул начинается с буквы *Ж* – для женской обуви, *М* – для мужской, *Д* – для детской обуви, например: *Д0321*), наименование, объем поставки.
- ***Обувь:*** цвет, стоимость.
- *Наличие*: размер, количество**.**

Определить:

- стоимость обуви заданного артикула, и какие размеры есть в

наличии; ○ общее количество пар детской обуви, имеющейся в магазине, и

ее суммарную стоимость.

- *Создать таблицу*, которая содержит информацию обо всех моделях женской обуви.

Вариант №

11*Исходные данные:*

- ***Игроки:*** фамилия, имя, отчество, год рождения, название футбольного клуба.
- ***Футбольный клуб:*** название клуба, фамилия директора, фамилия главного тренера.
- ***Результаты:*** шифр игрока, число заброшенных им шайб, число сделанных им голевых передач, заработанное штрафное время.○*Вычислить* общее число шайб, забитых хоккеистами каждой ко-

манды, и суммарное штрафное время. ○*Создать таблицу*, которая содержит фамилии шести лучших

игроков, и сумму очков каждого игрока (голы + передачи).

Вариант № 12

Исходные данные:

- ***Студенты:*** фамилия, имя, дата рождения дата поступления.

Выбор дисциплины: код студента, наименование пяти дисциплин (выбираемая дисциплина отмечается символом «*1*», иначе – *пробел*).

- ***Успеваемость:*** средний балл, наличие задолженности.

○ *Вычислить* количество слушателей каждой дисциплины. Определить число слушателей заданной дисциплины, у которых средний балл превышает заданный. ○*Создать таблицу*, которая содержит фамилию, группу и сред-

ний балл всех слушателей заданной дисциплины. Если число их превысит заданное, то отобрать студентов, которые имеют более высокий средний балл успеваемости.

Вариант № 13

Исходные данные:

- ***Рейсы:*** номер поезда, станция назначения, время отправления, время прибытия, стоимость билета в вагоны каждого вида отдельно.

- ***Поезда:*** количество посадочных мест в купейных вагонах, плацкартных, количество мест в вагоны повышенной комфортности.
- ***Билеты:*** дата отправления, номер поезда, наличие билетов в вагоны каждого вида отдельно.

Определить:

- количество свободных мест в купейные вагоны поезда с заданным номером;
- количество поездов, которые отправляются к заданной станции назначения.

- *Создать таблицу***,** содержащую информацию о поездах, которые отправляются к заданной станции в заданном интервале времени (временной интервал задать двумя значениями, например, *13:00* и *18:30*).

Вариант №

14*Исходные данные:*

- ***Сотрудники:*** табельный номер фамилия, имя, отчество, дата рождения, дата поступления на работу.
- ***Отделы:*** номер отдела, количество сотрудников, фамилия начальника.
- ***Движение по службе***: должность, оклад, тип работы (штатный, совместитель, почасовик).
  - *Рассчитать* стаж работы всех сотрудников; средний стаж работы сотрудников заданного отдела; количество сотрудников с окладом ниже заданного.
  - *Создать таблицу*, которая содержит список сотрудников пенсионного возраста (на сегодняшний день) с указанием стажа работы.
  - *Определить разницу* в стаже работы женщин и мужнин пенсионного возраста.

Вариант №

15*Исходные данные:*

- ***Пациенты:*** фамилия, имя, отчество, пол, дата рождения, местожительство (город).
- ***Палата:*** количество мест в палате.
- ***Учет:*** дата поступления, диагноз поступления, уточненный диагноз, дата выписки, если выписался).

Определить: ○ количество иногородних граждан, прибывших в клинику; ○ количество пациентов с заданным диагнозом; ○ количество пациентов пенсионного возраста.

- *Создать таблицу*, которая содержит список пациентов старше заданного возраста с заданным диагнозом.

Вариант № 16

Исходные данные:

- ***Пассажир:*** фамилия, шифр багажа.
- ***Багаж:*** количество вещей, вес.
- ***Учет:*** дата сдачи, время сдачи, номер секции, номер стойки.

Определить: ○ общий средний вес одной вещи;

○ багаж, у которого средний вес одной вещи отличается не больше чем на 0,3 кг от общего среднего веса одной вещи; ○количество пассажиров, которые имеют больше 2 вещей. □*Создать таблицу,* содержащую информацию о багаже, вес которого превышает заданный.

Вариант №

17*Исходные данные:*

- ***Компания:*** наименование компании, дата создания компании, фамилия директора, номинал акции.
- ***Курс:*** дата, продажа, покупка.
- ***Учет:*** количество проданных акций, количество купленных акций.

Определить: ○среднее количество проданных и купленных акций; ○максимальное различие между курсом продажи и покупки акций; ○суммарное количество акций, проданных всеми фирмами, и общую сумму, на которую они проданы.

- *Создать таблицу*, которая содержит наименование фирмы и стоимость проданных акций.

Вариант № 18

Исходные данные:

- ***Заказчик:*** фамилия, адрес, телефон.
- ***Ремонт:*** номер заказа, наименование оборудования, вид ремонта, стоимость.
- ***Учет:*** фамилия мастера, дата начала ремонта, дата окончания ремонта.

Определить: ○ суммарную стоимость всех заказов; ○ количество заказов на ремонт заданного вида; ○ минимальная стоимость ремонта.

- *Создать таблицу*, которая содержит сведения о продолжительности ремонта заказов, оформленных весной: номер заказа, фамилия заказчика, наименование оборудования, продолжительность заказа.

Вариант № 19

Исходные данные:

- ***Абоненты:*** фамилия, имя, отчество, телефон, дата установки.
- ***Расценки:*** код города, стоимость *1* минуты разговора.
- ***Заказ:*** дата разговора, телефон вызова, вызываемый пункт, продолжительность в минутах.*Определить:* ○максимальную стоимость разговора; ○суммарную стоимость всех разговоров; ○общее количество разговоров в город с заданным кодом. □*Создать таблицу*, которая содержит сведения о стоимости разговоров, которые состоялись в интервале между двумя заданными датами.

Вариант №

20*Исходные данные:*

- ***Товары:*** шифр товара, наименование товара, категория (*A, B, C*), страна-производитель.
- ***Поставка:*** дата поставки, поставщик (наименование фирмы), объем, оптовая цена.
- ***Учет:*** дата продажи, розничная цена, количество проданного товара.

○ По заданному шифру товара выдавать информацию о нем.

Определить: ○ суммарную прибыль от продажи всех товаров;