МИНОБРНАУКИ РФ

ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по учебно-методическому комплексу

_____ С.А.Упоров

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЕ СТУДЕНТОВ

Б1.Б.01 ФИЛОСОФИЯ

Специальность:

21.05.02 Прикладная геология

Специализация № 3:

Геология нефти и газа

Автор: Гладкова И. В., доцент, канд. филос. н.

Одобрены на заседании кафедры

Философии и культурологии

(название кафедры)

Зав. кафедрой _____

(подпись)

к.ф.н., доц. Беляев В.П.

(Фамилия И.О.)

Протокол № 6 от 28.02.2020

(Дата)

Рассмотрены методической комиссией

факультета геологии и геофизики

(название факультета)

Председатель _____

(подпись)

д.г.-м.н., проф. Бондарев В.И.

(Фамилия И.О.)

Протокол № 7 от 20.03.2020

(Дата)

Екатеринбург

2020

Методические указания по дисциплине «ФИЛОСОФИЯ» согласованы с выпускающей кафедрой **литологии и геологии горючих ископаемых**

Заведующий кафедрой ЛГГИ _____ к.г.-м.н., С.А. Рыльков____

подпись *И.О. Фамилия*

СОДЕРЖАНИЕ

	Введение	3
1	Методические рекомендации по работе с текстом лекций	5
2	Методические рекомендации по подготовке к опросу	8
3	Методические рекомендации по подготовке доклада(презентации)	9
4	Методические рекомендации по написанию эссе	11
5	Методические рекомендации по подготовке к семинарским занятиям	14
6	Методические рекомендации по подготовке к дискуссии	15
7	Методические рекомендации по подготовке к сдаче экзаменов и зачетов	17
	Заключение	20
	Список использованных источников	21

ВВЕДЕНИЕ

Инициативная самостоятельная работа студента есть неотъемлемая составная часть учебы в вузе. В современном формате высшего образования значительно возрастает роль самостоятельной работы студента.Правильно спланированная и организованная самостоятельная работа обеспечивает достижение высоких результатов в учебе.

Самостоятельная работа студента (СРС) -это планируемая учебная, учебно-исследовательская, научно-исследовательская работа студентов, выполняемая во внеаудиторное (аудиторное) время по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия, при сохранении ведущей роли студентов.

Целью СРС является овладение фундаментальными знаниями, профессиональными умениями и навыками по профилю будущей специальности, опытом творческой, исследовательской деятельности, развитие самостоятельности. Ответственности и организованности, творческого подхода к решению проблем учебного ипрофессионального уровней. Самостоятельная работа студента– важнейшая составная часть учебного процесса, обязательная для каждого студента, объем которой определяется учебным планом. Методологическую основу СРС составляет деятельностный подход, при котором цели обучения ориентированы на формирование умений решать типовые и нетиповые задачи, т. е. на реальные ситуации, в которых студентам надо проявить знание конкретной дисциплины. Предметно и содержательно СРС определяется государственным образовательным стандартом, действующими учебными планами и образовательными программами различных форм обучения, рабочими программами учебных дисциплин, средствами обеспечения СРС: учебниками, учебными пособиями и методическими руководствами, учебно-программными комплексами и т.д.

Самостоятельная работа студентов может рассматриваться как организационная форма обучения - система педагогических условий, обеспечивающих управление учебной деятельностью студентов по освоению знаний и умений в области учебной и научной деятельности без посторонней помощи.

Самостоятельная работа студентов проводится с целью:

- систематизации и закрепления полученных теоретических знаний и практических умений студентов;
- углубления и расширения теоретических знаний;
- формирования умений использовать нормативную, правовую, справочную документацию и специальную литературу;
- развития познавательных способностей и активности студентов: творческой инициативы, самостоятельности, ответственности и организованности;
- формирования самостоятельности мышления, способностей к саморазвитию, самосовершенствованию и самореализации;
- формирования практических (общеучебных и профессиональных) умений и навыков;
- развитияисследовательских умений;
- получения навыков эффективной самостоятельной профессиональной (практической и научно-теоретической) деятельности.

Самостоятельная работа студента - это особым образом организованная деятельность, включающая в свою структуру такие компоненты, как:

- уяснение цели и поставленной учебной задачи;
- четкое и системное планирование самостоятельной работы;
- поиск необходимой учебной и научной информации;
- освоение информации и ее логическая переработка;

- использование методов исследовательской, научно-исследовательской работы для решения поставленных задач;
- выработка собственной позиции по поводу полученной задачи;
- представление, обоснование и защита полученного решения;
- проведение самоанализа и самоконтроля.

В учебном процессе выделяют два вида самостоятельной работы:аудиторная и внеаудиторная.

Аудиторная самостоятельная работа по дисциплине выполняется на учебных занятиях под непосредственным руководством преподавателя и по его заданию: текущие консультации, коллоквиум, прием и разбор домашних заданий и другие.

Внеаудиторная самостоятельная работа - планируемая учебная, учебно-исследовательская, научно-исследовательская работа студентов, выполняемая во внеаудиторное время по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия: подготовка презентаций, составление глоссария, подготовка к практическим занятиям, подготовка рецензий, аннотаций на статью, подготовка к дискуссиям, круглым столам.

СРС может включать следующие формы работ:

- изучение лекционного материала;
- работа с источниками литературы: поиск, подбор и обзор литературы и электронных источников информации по заданной проблеме курса;
- выполнение домашних заданий, выдаваемых на практических занятиях:тестов, докладов, контрольных работ и других форм текущего контроля;
- изучение материала, вынесенного на самостоятельное изучение; подготовка к практическим занятиям;
- подготовка к контрольной работе или коллоквиуму;
- подготовка к зачету, экзамену, другим аттестациям;
- написание реферата, эссе по заданной проблем;
- выполнение расчетно-графической работы;
- выполнение выполнение курсовой работы или проекта;
- анализ научной публикации по определенной преподавателем теме, ее реферирование;
- исследовательская работа и участие в научных студенческих конференциях, семинарах иолимпиадах.

Особенностью организации самостоятельной работы студентов является необходимость не только подготовиться к сдаче зачета /экзамена, но и собрать, обобщить, систематизировать, проанализировать информацию по темам дисциплины.

Технология организации самостоятельной работы студентов включает использование информационных и материально-технических ресурсов образовательного учреждения.Для более эффективного выполнения самостоятельной работы по дисциплине преподаватель рекомендует студентам источники и учебно-методические пособия для работы, характеризует наиболее рациональную методику самостоятельной работы.

Самостоятельная работа может осуществляться индивидуально или группами студентов online и на занятиях в зависимости от цели, объема, конкретной тематики самостоятельной работы, уровня сложности, уровня умений студентов.

Подготовка к самостоятельная работа, не предусмотренная образовательной программой, учебным планом и учебно-методическими материалами, раскрывающими и конкретизирующими их содержание, осуществляется студентами инициативно, с целью реализации собственных учебных и научных интересов.

В качестве форм и методов контроля внеаудиторной самостоятельной работы студентов могут быть использованы обмен информационными файлами, семинарские занятия, тестирование, опрос, доклад, реферат, самоотчеты, контрольные работы, защита творческих работ и электронных презентаций и др.

.

1. Методические рекомендации по работе с текстом лекций

На лекционных занятиях необходимо конспектировать учебный материал. Обращать внимание на формулировки, определения, раскрывающие содержание тех или иных понятий, научные выводы и практические рекомендации, положительный опыт в ораторском мастерстве. Внимательное слушание и конспектирование лекций предполагает интенсивную умственную деятельность студента, и помогает усвоить учебный материал.

Желательно оставлять в рабочих конспектах поля, на которых делать пометки, дополняющие материал прослушанной лекции, а также подчеркивающие особую важность тех или иных теоретических положений, фиксировать вопросы, вызывающие личный интерес, варианты ответов на них, сомнения, проблемы, спорные положения. Рекомендуется вести записи на одной стороне листа, оставляя вторую сторону для размышлений, разборов, вопросов, ответов на них, для фиксирования деталей темы или связанных с ней фактов, которые припоминаются самим студентом в ходе слушания.

Слушание лекций - сложный вид интеллектуальной деятельности, успех которой обусловлен*умением слушать*, и стремлением воспринимать материал, нужное записывая в тетрадь. Запись лекции помогает сосредоточить внимание на главном, в ходе самой лекции продумать и осмыслить услышанное, осознать план и логику изложения материала преподавателем.

Такая работа нередко вызывает трудности у студентов: некоторые стремятся записывать все дословно, другие пишут отрывочно, хаотично. Чтобы избежать этих ошибок, целесообразно придерживаться ряда правил.

1. После записи ориентирующих и направляющих внимание данных (тема, цель, план лекции, рекомендованная литература) важно попытаться проследить, как они раскрываются в содержании, подкрепляются формулировками, доказательствами, а затем и выводами.

2. Записывать следует основные положения и доказывающие их аргументы, наиболее яркие примеры и факты, поставленные преподавателем вопросы для самостоятельной проработки.

3. Стремиться к четкости записи, ее последовательности, выделяя темы, подтемы, вопросы и подвопросы, используя цифровую и буквенную нумерацию (римские и арабские цифры, большие и малые буквы), красные строки, выделение абзацев, подчеркивание главного и т.д.

Форма записи материала может быть различной - в зависимости от специфики изучаемого предмета. Это может быть стиль учебной программы (назывные предложения), уместны и свои краткие пояснения к записям.

Студентам не следует подробно записывать на лекции «все подряд», но обязательно фиксировать то, что преподаватели диктуют – это базовый конспект, содержащий основные положения лекции: определения, выводы, параметры, критерии, аксиомы, постулаты, парадигмы, концепции, ситуации, а также мысли-маяки (ими часто являются афоризмы, цитаты, остроумные изречения). Запись лекции лучше вести в сжатой форме, короткими и четкими фразами. Каждому студенту полезно выработать свою систему сокращений, в которой он мог бы разобраться легко и безошибочно.

Даже отлично записанная лекция предполагает дальнейшую самостоятельную работу над ней (осмысление ее содержания, логической структуры, выводов). С целью доработки конспекта лекции необходимо в первую очередь прочитать записи, восстановить текст в памяти, а также исправить описки, расшифровать не принятые ранее сокращения, заполнить пропущенные места, понять текст, вникнуть в его смысл. Далее прочитать материал по рекомендуемой литературе, разрешая в ходе чтения возникшие ранее затруднения, вопросы, а также дополняя и исправляя свои записи. В ходе доработки конспекта углубляются, расширяются и закрепляются знания, а также дополняется, исправляется и совершенствуется конспект. Доработанный конспект и рекомендуемая

литература используется при подготовке к практическому занятию. Знание лекционного материала при подготовке к практическому занятию обязательно.

Особенно важно в процессе самостоятельной работы над лекцией выделить новый понятийный аппарат, уяснить суть новых понятий, при необходимости обратиться к словарям и другим источникам, заодно устранив неточности в записях. Главное - вести конспект аккуратно и регулярно, только в этом случае он сможет стать подспорьем в изучении дисциплины.

Работа над лекцией стимулирует самостоятельный поиск ответов на самые различные вопросы: над какими понятиями следует поработать, какие обобщения сделать, какой дополнительный материал привлечь.

Важным средством, направляющим самообразование, является выполнение различных заданий по тексту лекции, например, составление ее развернутого плана или тезисов; ответы на вопросы проблемного характера, (скажем, об основных тенденциях развития той или иной проблемы); составление проверочных тесты по проблеме, написание по ней реферата, составление графических схем.

По своим задачам лекции могут быть разных жанров: *установочная лекция* вводит в изучение курса, предмета, проблем (что и как изучать), а*обобщающая лекция* позволяет подвести итог (зачем изучать), выделить главное, усвоить законы развития знания, преемственности, новаторства, чтобы применить обобщенный позитивный опыт к решению современных практических задач. Обобщающая лекция ориентирует в истории и современном состоянии научной проблемы.

В процессе освоения материалов обобщающих лекций студенты могут выполнять задания разного уровня. Например: задания *репродуктивного* уровня (составить развернутый план обобщающей лекции, составить тезисы по материалам лекции); задания *продуктивного* уровня (ответить на вопросы проблемного характера, составить опорный конспект по схеме, выявить основные тенденции развития проблемы); задания *творческого* уровня (составить проверочные тесты по теме, защитить реферат и графические темы по данной проблеме).Обращение к ранее изученному материалу не только помогает восстановить в памяти известные положения, выводы, но и приводит разрозненные знания в систему, углубляет и расширяет их. Каждый возврат к старому материалу позволяет найти в нем что-то новое, переосмыслить его с иных позиций, определить для него наиболее подходящее место в уже имеющейся системе знаний.

.

2. Методические указания по подготовке к опросу

Самостоятельная работа обучающихся включает подготовку к устному или письменному опросу на семинарских занятиях. Для этого обучающийся изучает лекции, основную и дополнительную литературу, публикации, информацию из Интернет-ресурсов. Темы и вопросы к семинарским занятиям, вопросы для самоконтроля приведены в методических указаниях по разделам и доводятся до обучающихся заранее.

Письменный опрос

Письменный опрос является одной из форм текущего контроля успеваемости студента. При изучении материала студент должен убедиться, что хорошо понимает основную терминологию темы, умеет ее использовать в нужном контексте. Желательно составить краткий конспект ответа на предполагаемые вопросы письменной работы, чтобы убедиться в том, что студент владеет материалом и может аргументировано, логично и грамотно письменно изложить ответ на вопрос. Следует обратить особое внимание на написание профессиональных терминов, чтобы избегать грамматических ошибок в работе. При изучении новой для студента терминологии рекомендуется изготовить карточки, которые содержат новый термин и его расшифровку, что значительно облегчит работу над материалом.

Устный опрос

Целью устного собеседования являются обобщение и закрепление изученного курса. Студентам предлагаются дляосвещения сквозные концептуальные проблемы. При подготовке следует использовать лекционный материал и учебную литературу. Для более глубокого постижения курса и более основательной подготовки рекомендуется познакомиться с указанной дополнительной литературой. Готовясь к семинару, студент должен, прежде всего, ознакомиться с общим планом семинарского занятия. Следует внимательно прочесть свой конспект лекции по изучаемой теме и рекомендуемую к теме семинара литературу. С незнакомыми терминами и понятиями следует ознакомиться в предлагаемом глоссарии, словаре или энциклопедии[1].

Критерии качества устного ответа.

1. Правильность ответа по содержанию.
2. Полнота и глубина ответа.
3. Сознательность ответа (учитывается понимание излагаемого материала).
4. Логика изложения материала (учитывается умение строить целостный, последовательный рассказ, грамотно пользоваться профессиональной терминологией).
5. Рациональность использованных приемов и способов решения поставленной учебной задачи (учитывается умение использовать наиболее прогрессивные и эффективные способы достижения цели).
6. Своевременность и эффективность использования наглядных пособий и технических средств при ответе (учитывается грамотно и с пользой применять наглядность и демонстрационный опыт при устном ответе).
7. Использование дополнительного материала (приветствуется, но не обязательно для всех студентов).
8. Рациональность использования времени, отведенного на задание (не одобряется затянутость выполнения задания, устного ответа во времени, с учетом индивидуальных особенностей студентов)[2].

---

[1]Методические рекомендации для студентов [Электронный ресурс]: Режим доступа: http://lesgaft.spb.ru/sites/default/files/u57/metod.rekomendacii_dlya_studentov_21.pdf

[2]Методические рекомендации для студентов [Электронный ресурс]: http://priab.ru/images/metod_agro/Metod_Inostran_yazyk_35.03.04_Agro_15.01.2016.pdf

Ответ на каждый вопрос из плана семинарского занятия должен быть содержательным и аргументированным. Для этого следует использовать документы, монографическую, учебную и справочную литературу.

Для успешной подготовки к устному опросу, студент должен законспектировать рекомендуемую литературу, внимательно осмыслить лекционный материал и сделать выводы. Объем временинана подготовку к устному опросу зависимости от сложности темы и особенностей организации обучающимся своей самостоятельной работы.

3.Методические рекомендации по подготовке доклада (презентации)

Доклад – публичное сообщение по заданной теме, представляющее собой развернутое изложение на определенную тему, вид самостоятельной работы, который используется в учебных и внеаудиторных занятиях и способствует формированию навыков исследовательской работы, освоению методов научного познания, приобретению навыков публичного выступления, расширяет познавательные интересы, приучает критически мыслить.

При подготовке доклада используется дополнительная литература, систематизируется материал. Работа над докладом не только позволяет учащемуся приобрести новые знания, но и способствует формированию важных научно-исследовательских навыков самостоятельной работы с научной литературой, что повышает познавательный интерес к научному познанию.

Приветствуется использование мультимедийных технологий, подготовка докладов-презентаций.

Доклад должен соответствовать следующим требованиям:

- тема доклада должна быть согласованна с преподавателем и соответствовать теме занятия;

- иллюстрации (слайды в презентации) должны быть достаточными, но не чрезмерными;

- материалы, которыми пользуется студент приподготовке доклада-презентации, должны тсоответствовать научно-методическим требованиямВУЗа ибытьуказанывдокладе;

- необходимособлюдать регламент: 7-10 минут выступления.

Преподаватель может дать тему сразу нескольким студентам одной группы, по принципу: докладчик и оппонент. Студенты могут подготовить два выступления с противоположными точками зрения и устроить дискуссию по проблемной теме. Докладчики и содокладчики во многом определяют содержание, стиль, активность данного занятия, для этого необходимо:

- использовать технические средства;
- знать и хорошо ориентироваться в теме всей презентации (семинара);
- уметь дискутировать и быстро отвечать на вопросы;
- четко выполнять установленный регламент: докладчик - 7-10 мин.; содокладчик - 5 мин.; дискуссия - 10 мин;
- иметь представление о композиционной структуре доклада.

После выступления докладчик и содокладчик, должны ответить на вопросы слушателей.

В подготовке доклада выделяют следующие этапы:

1. Определение цели доклада: информировать, объяснить, обсудить что-то (проблему, решение, ситуацию и т.п.)

2. Подбор литературы, иллюстративных примеров.

3. Составление плана доклада, систематизация материала, композиционное оформление доклада в виде печатного /рукописного текста и электронной презентации.

Общая структура доклада

Построение доклада включает три части: вступление, основную часть и заключение.

Вступление.

Вступление должно содержать:

- название презентации (доклада);
- сообщение основной идеи;
- обоснование актуальности обсуждаемого вопроса;

- современнуюоценкупредмета изложения;
- краткоеперечислениерассматриваемых вопросов;
- живуюинтереснуюформуизложения;
- акцентированиеоригинальностиподхода.

Основная часть.

Основная частьсостоит из нескольких разделов, постепенно раскрывающих тему. Возможно использование иллюстрации (графики, диаграммы, фотографии, карты, рисунки) Если необходимо, для обоснования темы используется ссылка на источники с доказательствами, взятыми из литературы (цитирование авторов, указание цифр, фактов, определений). Изложение материала должно быть связным, последовательным, доказательным.

Задача основной части - представить достаточно данных для того, чтобы слушатели и заинтересовались темой и захотели ознакомиться с материалами. При этом логическая структура теоретического блока не должны даваться без наглядных пособий, аудио-визуальных и визуальных материалов.

Заключение.

Заключение - это ясное четкое обобщение, в котором подводятся итоги, формулируются главные выводы, подчеркивается значение рассмотренной проблемы, предлагаются самые важные практические рекомендации. Требования к оформлению доклада. Объем машинописного текста доклада должен быть рассчитан на произнесение доклада в течение 7 -10 минут (3-5 машинописных листа текста с докладом).

Доклад оценивается по следующим критериям:

Критерии оценки доклада, сообщения	*Количество баллов*
Содержательность, информационная насыщенность доклада	1
Наличие аргументов	1
Наличие выводов	1
Наличие презентации доклада	1
Владение профессиональной лексикой	1
Итого:	5

Электронные презентации выполняются в программе MS PowerPoint в виде слайдов в следующем порядке: • титульный лист с заголовком темы и автором исполнения презентации; • план презентации (5-6 пунктов - это максимум); • основная часть (не более 10 слайдов); • заключение (вывод). Общие требования к стилевому оформлению презентации: • дизайн должен быть простым и лаконичным; • основная цель - читаемость, а не субъективная красота; цветовая гамма должна состоять не более чем из двух-трех цветов; • всегда должно быть два типа слайдов: для титульных и для основного текста; • размер шрифта должен быть: 24–54 пункта (заголовок), 18–36 пунктов (обычный текст); • текст должен быть свернут до ключевых слов и фраз. Полные развернутые предложения на слайдах таких презентаций используются только при цитировании; каждый слайд должен иметь заголовок; • все слайды должны быть выдержаны в одном стиле; • на каждом слайде должно быть не более трех иллюстраций; • слайды должны быть пронумерованы с указанием общего количества слайдов

4.Методические рекомендации по написанию эссе

Эссе - это самостоятельная письменная работа на тему, предложенную преподавателем. Цель эссе состоит в развитии навыков самостоятельного творческого мышления и письменного изложения собственных мыслей. Писать эссе чрезвычайно полезно, поскольку это позволяет автору научиться четко и грамотно формулировать мысли, структурировать информацию, использовать основные категории анализа, выделять причинно-следственные связи, иллюстрировать понятия соответствующими примерами, аргументировать свои выводы; овладеть научным стилем речи.

Эссе должно содержать: четкое изложение сути поставленной проблемы, включать самостоятельно проведенный анализ этой проблемы с использованием концепций и аналитического инструментария, рассматриваемого в рамках дисциплины, выводы, обобщающие авторскую позицию по поставленной проблеме. В зависимости от специфики дисциплины формы эссе могут значительно дифференцироваться. В некоторых случаях это может быть анализ имеющихся статистических данных по изучаемой проблеме, анализ материалов из средств массовой информации и использованием изучаемых моделей, подробный разбор предложенной задачи с развернутыми мнениями, подбор и детальный анализ примеров, иллюстрирующих проблему и т.д.

Построение эссе - это ответ на вопрос или раскрытие темы, которое основано на классической системе доказательств.

Структура эссе

1. *Титульный лист* (заполняется по единой форме);

2. *Введение* - суть и обоснование выбора данной темы, состоит из ряда компонентов, связанных логически и стилистически.

На этом этапе очень важно правильно *сформулировать вопрос, на который вы собираетесь найти ответ в ходе своего исследования.*

3. *Основная часть* - теоретические основы выбранной проблемы и изложение основного вопроса.

Данная часть предполагает развитие аргументации и анализа, а также обоснование их, исходя из имеющихся данных, других аргументов и позиций по этому вопросу. В этом заключается основное содержание эссе и это представляет собой главную трудность. Поэтому важное значение имеют подзаголовки, на основе которых осуществляется структурирование аргументации; именно здесь необходимо обосновать (логически, используя данные или строгие рассуждения) предлагаемую аргументацию/анализ. Там, где это необходимо, в качестве аналитического инструмента можно использовать графики, диаграммы и таблицы.

В зависимости от поставленного вопроса анализ проводится на основе следующих категорий:

Причина - следствие, общее - особенное, форма - содержание, часть - целое, постоянство - изменчивость.

В процессе построения эссе необходимо помнить, что один параграф должен содержать только одно утверждение и соответствующее доказательство, подкрепленное графическим и иллюстративным материалом. Следовательно, наполняя содержанием разделы аргументацией (соответствующей подзаголовкам), необходимо в пределах параграфа ограничить себя рассмотрением одной главной мысли.

Хорошо проверенный (и для большинства — совершено необходимый) способ построения любого эссе - использование подзаголовков для обозначения ключевых моментов аргументированного изложения: это помогает посмотреть на то, что предполагается сделать (и ответить на вопрос, хорош ли замысел). Такой подход поможет следовать точно определенной цели в данном исследовании. Эффективное использование подзаголовков - не только обозначение основных пунктов, которые необходимо осветить.

Их последовательность может также свидетельствовать о наличии или отсутствии логичности в освещении темы.

4. *Заключение* - обобщения и аргументированные выводы по теме с указанием области ее применения и т.д. Подытоживает эссе или еще раз вносит пояснения, подкрепляет смысл и значение изложенного в основной части. Методы, рекомендуемые для составления заключения: повторение, иллюстрация, цитата, впечатляющее утверждение. Заключение может содержать такой очень важный, дополняющий эссе элемент, как указание на применение (импликацию) исследования, не исключая взаимосвязи с другими проблемами.

Структура аппарата доказательств, необходимых для написания эссе

Доказательство - это совокупность логических приемов обоснования истинности какого-либо суждения с помощью других истинных и связанных с ним суждений. Оно связано с убеждением, но не тождественно ему: аргументация или доказательство должны основываться на данных науки и общественно-исторической практики, убеждения же могут быть основаны на предрассудках, неосведомленности людей в вопросах экономики и политики, видимости доказательности. Другими словами, доказательство или аргументация - это рассуждение, использующее факты, истинные суждения, научные данные и убеждающее нас в истинности того, о чем идет речь.

Структура любого доказательства включает в себя три составляющие: тезис, аргументы и выводы или оценочные суждения.

Тезис - это положение (суждение), которое требуется доказать. *Аргументы* - это категории, которыми пользуются при доказательстве истинности тезиса. *Вывод* - это мнение, основанное на анализе фактов. *Оценочные суждения* - это мнения, основанные на наших убеждениях, верованиях или взглядах. *Аргументы* обычно делятся на следующие группы:

1. *Удостоверенные факты* — фактический материал (или статистические данные).
2. *Определения* в процессе аргументации используются как описание понятий, связанных с тезисом.
3. *Законы* науки и ранее доказанные теоремы тоже могут использоваться как аргументы доказательства.

Требования к фактическим данным и другим источникам

При написании эссе чрезвычайно важно то, как используются эмпирические данные и другие источники (особенно качество чтения). Все (фактические) данные соотносятся с конкретным временем и местом, поэтому прежде, чем их использовать, необходимо убедится в том, что они соответствуют необходимому для исследований времени и месту. Соответствующая спецификация данных по времени и месту — один из способов, который может предотвратить чрезмерное обобщение, результатом которого может, например, стать предположение о том, что все страны по некоторым важным аспектам одинаковы (если вы так полагаете, тогда это должно быть доказано, а не быть голословным утверждением).

Всегда можно избежать чрезмерного обобщения, если помнить, что в рамках эссе используемые данные являются иллюстративным материалом, а не заключительным актом, т.е. они подтверждают аргументы и рассуждения и свидетельствуют о том, что автор умеет использовать данные должным образом. Нельзя забывать также, что данные, касающиеся спорных вопросов, всегда подвергаются сомнению. От автора не ждут определенного или окончательного ответа. Необходимо понять сущность фактического материала, связанного с этим вопросом (соответствующие индикаторы? насколько надежны данные для построения таких индикаторов? к какому заключению можно прийти на основании имеющихся данных и индикаторов относительно причин и следствий? и т.д.), и продемонстрировать это в эссе. Нельзя ссылаться на работы, которые автор эссе не читал сам.

Как подготовить и написать эссе?

Качество любого эссе зависит от трех взаимосвязанных составляющих, такихкак:

1. Исходный материал, который будет использован (конспекты прочитанной литературы, лекций, записи результатов дискуссий, собственные соображения и накопленный опыт по данной проблеме).

2. Качество обработки имеющегося исходного материала (его организация, аргументация и доводы).

3. Аргументация (насколько точно она соотносится с поднятыми в эссе проблемами).

Процесс написания эссе можно разбить на несколько стадий: обдумывание - планирование - написание - проверка - правка.

Планирование - определение цели, основных идей, источников информации, сроков окончания и представления работы.

Цель должна определять действия.

Идеи, как и цели, могут быть конкретными и общими, более абстрактными. Мысли, чувства, взгляды и представления могут быть выражены в форме аналогий, ассоциации, предположений, рассуждений, суждений, аргументов, доводов и т.д.

Аналогии - выявление идеи и создание представлений, связь элементов значений.

Ассоциации - отражение взаимосвязей предметов и явлений действительности в форме закономерной связи между нервно - психическими явлениями (в ответ на тот или иной словесный стимул выдать «первую пришедшую в голову» реакцию).

Предположения - утверждение, не подтвержденное никакими доказательствами.

Рассуждения - формулировка и доказательство мнений.

Аргументация - ряд связанных между собой суждений, которые высказываются для того, чтобы убедить читателя (слушателя) в верности (истинности) тезиса, точки зрения, позиции.

Суждение - фраза или предложение, для которого имеет смысл вопрос: истинно или ложно?

Доводы - обоснование того, что заключение верно абсолютно или с какой-либо долей вероятности. В качестве доводов используются факты, ссылки на авторитеты, заведомо истинные суждения (законы, аксиомы и т.п.), доказательства (прямые, косвенные, «от противного», «методом исключения») и т.д.

Перечень, который получится в результате перечисления идей, поможет определить, какие из них нуждаются в особенной аргументации.

*Источники***.** Тема эссе подскажет, где искать нужный материал. Обычно пользуются библиотекой, Интернет-ресурсами, словарями, справочниками. Пересмотр означает редактирование текста с ориентацией на качество и эффективность.

Качество текста складывается из четырех основных компонентов: ясности мысли, внятности, грамотности и корректности.

Мысль - это содержание написанного. Необходимо четко и ясно формулировать идеи, которые хотите выразить, в противном случае вам не удастся донести эти идеи и сведения до окружающих.

Внятность - это доступность текста для понимания. Легче всего ее можно достичь, пользуясь логично и последовательно тщательно выбранными словами, фразами и взаимосвязанными абзацами, раскрывающими тему.

Грамотность отражает соблюдение норм грамматики и правописания. Если в чем-то сомневаетесь, загляните в учебник, справьтесь в словаре или руководстве по стилистике или дайте прочитать написанное человеку, чья манера писать вам нравится.

Корректность — это стиль написанного. Стиль определятся жанром, структурой работы, целями, которые ставит перед собой пишущий, читателями, к которым он обращается.

5. Методические рекомендации по подготовке семинарским занятиям

Семинар представляет собой комплексную форму и завершающее звено в изучении определенных тем, предусмотренных программой учебной дисциплины. Комплексность данной формы занятий определяется тем, что в ходе её проведения сочетаются выступления обучающихся и преподавателя: рассмотрение обсуждаемой проблемы и анализ различных, часто дискуссионных позиций; обсуждение мнений обучающихся и разъяснение (консультация) преподавателя; углубленное изучение теории и приобретение навыков умения ее использовать в практической работе.

По своему назначению семинар, в процессе которого обсуждается та или иная научная проблема, способствует:

- углубленному изучению определенного раздела учебной дисциплины, закреплению знаний;
- отработке методологии и методических приемов познания;
- выработке аналитических способностей, умения обобщения и формулирования выводов;
- приобретению навыков использования научных знаний в практической деятельности;
- выработке умения кратко, аргументированно и ясно излагать обсуждаемые вопросы;
- осуществлению контроля преподавателя за ходом обучения.

Семинары представляет собой *дискуссию* в пределах обсуждаемой темы (проблемы). Дискуссия помогает участникам семинара приобрести более совершенные знания, проникнуть в суть изучаемых проблем. Выработать методологию, овладеть методами анализа социально-экономических процессов. Обсуждение должно носить творческий характер с четкой и убедительной аргументацией.

По своей структуре семинар начинается со вступительного слова преподавателя, в котором кратко излагаются место и значение обсуждаемой темы (проблемы) в данной дисциплине, напоминаются порядок и направления ее обсуждения. Конкретизируется ранее известный обучающимся план проведения занятия. После этого начинается процесс обсуждения вопросов обучающимися. Завершается занятие подведением итогоа обсуждения, заключительным словом преподавателя.

Проведение семинарских занятий в рамках учебной группы (20 - 25 человек) позволяет обеспечить активное участие в обсуждении проблемы всех присутствующих.

По ходу обсуждения темы помните, что изучение теории должно быть связано с определением (выработкой) средств, путей применения теоретических положений в практической деятельности, например, при выполнении функций государственного служащего. В то же время важно не свести обсуждение научной проблемы только к пересказу случаев из практики работы, к критике имеющих место недостатков. Дискуссии имеют важное значение: учат дисциплине ума, умению выступать по существу, мыслить логически, выделяя главное, критически оценивать выступления участников семинара.

В процессе проведения семинара обучающиеся могут использовать разнообразные по своей форме и характеру пособия, демонстрируя фактический, в том числе статистический материал, убедительно подтверждающий теоретические выводы и положения. В завершение обсудите результаты работы семинара и сделайте выводы, что хорошо усвоено, а над чем следует дополнительно поработать.

В целях эффективности семинарских занятий необходима обстоятельная подготовка к их проведению. В начале семестра (учебного года) возьмите в библиотеке необходимые методические материалы для своевременной подготовки к семинарам. Готовясь к конкретной темезанятия следует ознакомиться с новыми официальными документами, статьями в периодических журналах, вновь вышедшими монографиями.

6. Методические рекомендации по подготовке к дискуссии

Современная практика предлагает широкий круг типов семинарских занятий. Среди них особое место занимает *семинар-дискуссия,* где в диалоге хорошо усваивается новая информация, видны убеждения студента, обсуждаются противоречия (явные и скрытые) и недостатки. Для обсуждения берутся конкретные актуальные вопросы, с которыми студенты предварительно ознакомлены. Дискуссия является одной из наиболее эффективных технологий группового взаимодействия, обладающей особыми возможностями в обучении, развитии и воспитании будущего специалиста.

Дискуссия (от лат. discussio - рассмотрение, исследование) - способ организации совместной деятельности с целью интенсификации процесса принятия решений в группе посредством обсуждения какого-либо вопроса или проблемы.

Дискуссия обеспечивает активное включение студентов в поиск истины; создает условия для открытого выражения ими своих мыслей, позиций, отношений к обсуждаемой теме и обладает особой возможностью воздействия на установки ее участников в процессе группового взаимодействия. Дискуссию можно рассматривать как *метод интерактивного обучения* и как особую технологию, включающую в себя другие методы и приемы обучения: «мозговой штурм», «анализ ситуаций» и т.д.

Обучающий эффект дискуссии определяется предоставляемой участнику возможностью получить разнообразную информацию от собеседников, продемонстрировать и повысить свою компетентность, проверить и уточнить свои представления и взгляды на обсуждаемую проблему, применить имеющиеся знания в процессе совместного решения учебных и профессиональных задач.

Развивающая функция дискуссии связана со стимулированием творчества обучающихся, развитием их способности к анализу информации и аргументированному, логически выстроенному доказательству своих идей и взглядов, с повышением коммуникативной активности студентов, их эмоциональной включенности в учебный процесс.

Влияние дискуссии на личностное становление студента обусловливается ее целостно - ориентирующей направленностью, созданием благоприятных условий для проявления индивидуальности, самоопределения в существующих точках зрения на определенную проблему, выбора своей позиции; для формирования умения взаимодействовать с другими, слушать и слышать окружающих, уважать чужие убеждения, принимать оппонента, находить точки соприкосновения, соотносить и согласовывать свою позицию с позициями других участников обсуждения.

Безусловно, наличие оппонентов, противоположных точек зрения всегда обостряет дискуссию, повышает ее продуктивность, позволяет создавать с их помощью конструктивный конфликт для более эффективного решения обсуждаемых проблем.

Существует несколько видов дискуссий, использование того или иного типа дискуссии зависит от характера обсуждаемой проблемы и целей дискуссии.

Дискуссия- диалог чаще всего применяется для совместного обсуждения учебных и производственных проблем, решение которых может быть достигнуто путем взаимодополнения, группового взаимодействия по принципу «индивидуальных вкладов» или на основе согласования различных точек зрения, достижения консенсуса.

Дискуссия - спор используется для всестороннего рассмотрения сложных проблем, не имеющих однозначного решения даже в науке, социальной, политической жизни, производственной практике и т.д. Она построена на принципе «позиционного противостояния» и ее цель - не столько решить проблему, сколько побудить участников дискуссии задуматься над проблемой, уточнить и определить свою позицию; научить аргументировано отстаивать свою точку зрения и в то же время осознать право других иметь свой взгляд на эту проблему, быть индивидуальностью.

Условия эффективного проведения дискуссии:

- информированность и подготовленность студентов к дискуссии,

- свободное владение материалом, привлечение различных источников для аргументации отстаиваемых положений;

- правильное употребление понятий, используемых в дискуссии, их единообразное понимание;

- корректность поведения, недопустимость высказываний, задевающих личность оппонента; установление регламента выступления участников;

- полная включенность группы в дискуссию, участие каждого студента в ней.

Подготовка студентов к дискуссии: если тема объявлена заранее, то следует ознакомиться с указанной литературой, необходимымисправочными материалами, продумать свою позицию, четко сформулировать аргументацию, выписать цитаты, мнения специалистов.

В проведении дискуссии выделяется несколько этапов.

Этап 1-й, введение в дискуссию: формулирование проблемы и целей дискуссии;

определение значимости проблемы, совместная выработка правил дискуссии; выяснение однозначности понимания темы дискуссии, используемых в ней терминов, понятий.

Этап 2-й, обсуждение проблемы: обмен участниками мнениями по каждому вопросу. Цель этапа - собрать максимум мнений, идей, предложений, соотнося их друг с другом.

Этап 3-й, подведение итогов обсуждения: выработка студентами согласованного мнения и принятие группового решения.

Далее подводятся итоги дискуссии, заслушиваются и защищаются проектные задания. После этого проводится "мозговой штурм" по нерешенным проблемам дискуссии, а также выявляются прикладные аспекты, которые можно рекомендовать для включения в курсовые и дипломные работы или в апробацию на практике.

Семинары-дискуссии проводятся с целью выявления мнения студентов по актуальным и проблемным вопросам.

7. Методические рекомендации по подготовке к сдаче экзаменов и зачетов

Экзамен - одна из важнейших частей учебного процесса, имеющая огромное значение.

Во-первых, готовясь к экзамену, студент приводит в систему знания, полученные на лекциях, семинарах, практических и лабораторных занятиях, разбирается в том, что осталось непонятным, и тогда изучаемая им дисциплина может быть воспринята в полном объеме с присущей ей строгостью и логичностью, ее практической направленностью. А это чрезвычайно важно для будущего специалиста.

Во-вторых, каждый хочет быть волевым и сообразительным., выдержанным и целеустремленным, иметь хорошую память, научиться быстро находить наиболее рациональное решение в трудных ситуациях. Очевидно, что все эти качества не только украшают человека, но и делают его наиболее действенным членом коллектива. Подготовка и сдача экзамена помогают студенту глубже усвоить изучаемые дисциплины, приобрести навыки и качества, необходимые хорошему специалисту.

Конечно, успех на экзамене во многом обусловлен тем, насколько систематически и глубоко работал студент в течение семестра. Совершенно очевидно, что серьезно продумать и усвоить содержание изучаемых дисциплин за несколько дней подготовки к экзамену просто невозможно даже для очень способного студента. И, кроме того, хорошо известно, что быстро выученные на память разделы учебной дисциплины так же быстро забываются после сдачи экзамена.

При подготовке к экзамену студенты не только повторяют и дорабатывают материал дисциплины, которую они изучали в течение семестра, они обобщают полученные знания, осмысливают методологию предмета, его систему, выделяют в нем основное и главное, воспроизводят общую картину с тем, чтобы яснее понять связь между отдельными элементами дисциплины. Вся эта обобщающая работа проходит в условиях напряжения воли и сознания, при значительном отвлечении от повседневной жизни, т. е. в условиях, благоприятствующих пониманию и запоминанию.

Подготовка к экзаменам состоит в приведении в порядок своих знаний. Даже самые способные студенты не в состоянии в короткий период зачетно-экзаменационной сессии усвоить материал целого семестра, если они над ним не работали в свое время. Для тех, кто мало занимался в семестре, экзамены принесут мало пользы: что быстро пройдено, то быстро и забудется. И хотя в некоторых случаях студент может «проскочить» через экзаменационный барьер, в его подготовке останется серьезный пробел, трудно восполняемый впоследствии.

Определив назначение и роль экзаменов в процессе обучения, попытаемся на этой основе пояснить, как лучше готовиться к ним.

Экзаменам, как правило, предшествует защита курсовых работ (проектов) и сдача зачетов. К экзаменам допускаются только студенты, защитившие все курсовые работы проекты) и сдавшие все зачеты. В вузе сдача зачетов организована так, что при систематической работе в течение семестра, своевременной и успешной сдаче всех текущих работ, предусмотренных графиком учебного процесса, большая часть зачетов не вызывает повышенной трудности у студента. Студенты, работавшие в семестре по плану, подходят к экзаменационной сессии без напряжения, без излишней затраты сил в последнюю, «зачетную» неделю.

Подготовку к экзамену следует начинать с первого дня изучения дисциплины. Как правило, на лекциях подчеркиваются наиболее важные и трудные вопросы или разделы дисциплины, требующие внимательного изучения и обдумывания. Нужно эти вопросы выделить и обязательно постараться разобраться в них, не дожидаясь экзамена, проработать их, готовясь к семинарам, практическим или лабораторным занятиям, попробовать самостоятельно решить несколько типовых задач. И если, несмотря на это, часть материала осталась неусвоенной, ни в коем случае нельзя успокаиваться, надеясь

на то, что это не попадется на экзамене. Факты говорят об обратном; если те или другие вопросы учебной дисциплины не вошли в экзаменационный билет, преподаватель может их задать (и часто задает) в виде дополнительных вопросов.

Точно такое же отношение должно быть выработано к вопросам и задачам, перечисленным в программе учебной дисциплины, выдаваемой студентам в начале семестра. Обычно эти же вопросы и аналогичные задачи содержатся в экзаменационных билетах. Не следует оставлять без внимания ни одного раздела дисциплины: если не удалось в чем-то разобраться самому, нужно обратиться к товарищам; если и это не помогло выяснить какой-либо вопрос до конца, нужно обязательно задать этот вопрос преподавателю на предэкзаменационной консультации. Чрезвычайно важно приучить себя к умению самостоятельно мыслить, учиться думать, понимать суть дела. Очень полезно после проработки каждого раздела восстановить в памяти содержание изученного материала. кратко записав это на листе бумаги. создать карту памяти (умственную карту), изобразить необходимые схемы и чертежи (логико-графические схемы), например, отобразить последовательность вывода теоремы или формулы. Если этого не сделать, то большая часть материала останется не понятой, а лишь формально заученной, и при первом же вопросе экзаменатора студент убедится в том, насколько поверхностно он усвоил материал.

В период экзаменационной сессии происходит резкое изменение режима работы, отсутствует посещение занятий по расписанию. При всяком изменении режима работы очень важно скорее приспособиться к новым условиям. Поэтому нужно сразу выбрать такой режим работы, который сохранился бы в течение всей сессии, т. е. почти на месяц. Необходимо составить для себя новый распорядок дня, чередуя занятия с отдыхом. Для того чтобы сократить потерю времени на включение в работу, рабочие периоды целесообразно делать длительными, разделив день примерно на три части: с утра до обеда, с обеда до ужина и от ужина до сна.

Каждый рабочий период дня надо заканчивать отдыхом. Наилучший отдых в период экзаменационной сессии - прогулка, кратковременная пробежка или какой-либо неутомительный физический труд.

При подготовке к экзаменам основное направление дают программа учебной дисциплины и студенческий конспект, которые указывают, что наиболее важно знать и уметь делать. Основной материал должен прорабатываться по учебнику (если такой имеется) и учебным пособиям, так как конспекта далеко недостаточно для изучения дисциплины. Учебник должен быть изучен в течение семестра, а перед экзаменом сосредоточьте внимание на основных, наиболее сложных разделах. Подготовку по каждому разделу следует заканчивать восстановлением по памяти его краткого содержания в логической последовательности.

За один - два дня до экзамена назначается консультация. Если ее правильно использовать, она принесет большую пользу. Во время консультации студент имеет полную возможность получить ответ на нее ни ясные ему вопросы. А для этого он должен проработать до консультации все темы дисциплины. Кроме того, преподаватель будет отвечать на вопросы других студентов, что будет для вас повторением и закреплением знаний. И еще очень важное обстоятельство: преподаватель на консультации, как правило, обращает внимание на те вопросы, по которым на предыдущих экзаменах ответы были неудовлетворительными, а также фиксирует внимание на наиболее трудных темах дисциплины. Некоторые студенты не приходят на консультации либо потому, что считают, что у них нет вопросов к преподавателю, либо полагают, что у них и так мало времени и лучше самому прочитать материал в конспекте или и учебнике. Это глубокое заблуждение. Никакая другая работа не сможет принести столь значительного эффекта накануне экзамена, как консультация преподавателя.

Но консультация не может возместить отсутствия длительной работы в течение семестра и помочь за несколько часов освоить материал, требующийся к экзамену. На

консультации студент получает ответы на трудные или оставшиеся неясными вопросы и, следовательно, дорабатывается материал. Консультации рекомендуется посещать, подготовив к ним все вопросы, вызывающие сомнения. Если студент придет на консультацию, не проработав всего материала, польза от такой консультации будет невелика.

Итак, *основные советы* для подготовки к сдаче зачетов и экзаменов состоят в следующем:

- лучшая подготовка к зачетам и экзаменам - равномерная работа в течение всего семестра;
- используйте программы учебных дисциплин - это организует вашу подготовку к зачетам и экзаменам;
- учитывайте, что для полноценного изучения учебной дисциплины необходимо время;
- составляйте планы работы во времени;
- работайте равномерно и ритмично;
- курсовые работы (проекты) желательно защищать за одну - две недели до начала зачетно-экзаменационной сессии;
- все зачеты необходимо сдавать до начала экзаменационной сессии;
- помните, что конспект не заменяет учебник и учебные пособия, а помогает выбрать из него основные вопросы и ответы;
- при подготовке наибольшее внимание и время уделяйте трудным и непонятным вопросам учебной дисциплины;
- грамотно используйте консультации;
- соблюдайте правильный режим труда и отдыха во время сессии, это сохранит работоспособность и даст хорошие результаты;
- учитесь владеть собой на зачете и экзамене;
- учитесь точно и кратко передавать свои мысли, поясняя их, если нужно, логико-графическими схемами.

Очень важным условием для правильного режима работы в период экзаменационной сессии является нормальный сон, иначе в день экзамена не будет чувства бодрости и уверенности.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Методические указания по выполнению самостоятельной работы обучающихся являются неотъемлемой частью процесса обучения в вузе. Правильнаяорганизация самостоятельной работы позволяет обучающимся развивать умения и навыки в усвоении и систематизации приобретаемых знаний, обеспечивает высокий уровень успеваемости в период обучения, способствует формированию навыков совершенствования профессионального мастерства. Также внеаудиторное время включает в себя подготовку к аудиторным занятиям и изучение отдельных тем, расширяющих и углубляющих представления обучающихся по разделам изучаемой дисциплины.

Таким образом, обучающийся используя методические указания может в достаточном объеме усвоить и успешно реализовать конкретные знания, умения, навыки и получить опыт при выполнении следующих условий:

1) систематическаясамостоятельная работа по закреплению полученных знаний и навыков;

2) добросовестноевыполнение заданий;

3) выяснениеи уточнение отдельных предпосылок, умозаключений и выводов, содержащихся в учебном курсе;

4) сопоставление точек зрения различных авторов по затрагиваемым в учебном курсе проблемам; выявление неточностей и некорректного изложения материала в периодической и специальной литературе;

5) периодическое ознакомление с последними теоретическими и практическими достижениями в области управления персоналом;

6) проведение собственных научных и практических исследований по одной или нескольким актуальным проблемам для *HR*;

7) подготовка научных статей для опубликования в периодической печати, выступление на научно-практических конференциях, участие в работе студенческих научных обществ, круглых столах и диспутах по проблемам управления персоналом.

Контроль результатов внеаудиторной самостоятельной работы студентов осуществляется в пределах времени, отведенного на обязательные учебные занятия по дисциплине

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Долгоруков А. Метод case-study как современная технология профессионально - ориентированного обучения [Электронный ресурс]. Режим доступа: //http://evolkov.net/case/case.study.html/

2. Методические рекомендации по написанию реферата. [Электронный ресурс]. Режим доступа: http://www.hse.spb.ru/edu/recommendations/method-referat-2005.phtml

3. Фролова Н. А. Реферирование и аннотирование текстов по специальности (на материале немецкого языка): Учеб. пособие / ВолгГТУ, Волгоград, 2006. - С.5.

МИНОБРНАУКИ РФ

ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебно-методическому комплексу
_____С.А.Упоров

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЕ СТУДЕНТОВ

Б1.Б.1.02 ИСТОРИЯ

Специальность:
21.05.02 Прикладная геология

Специализация № 3:
Геология нефти и газа

форма обучения: очная

Автор: Абрамов С. М., к.п.н.

Одобрена на заседании кафедры
Управления персоналом
(название кафедры)
Зав. кафедрой _____
(подпись)
к.ф.н., доц. Ветошкина Т.А.
(Фамилия И.О.)
Протокол № 7 от 06.03.2020
(Дата)

Рассмотрена методической комиссией
факультета геологии и геофизики
(название факультета)
Председатель _____
(подпись)
д.г.-м.н., проф. Бондарев В.И.
(Фамилия И.О.)
Протокол № 7 от 20.03.2020
(Дата)

Екатеринбург
2020

Рабочая программа дисциплины «ИСТОРИЯ» согласована с выпускающей кафедрой **литологии и геологии горючих ископаемых**

Заведующий кафедрой ЛГГИ _____ к.г.-м.н., С.А. Рыльков____

СОДЕРЖАНИЕ

	Введение	3
1	Методические рекомендации по решению практико-ориентированных заданий	4
2	Методические указания по подготовке к опросу	8
3	Методические рекомендации по подготовке к практическим занятиям	9
4	Методические рекомендации по подготовке семинарским занятиям	10
5	Методические рекомендации по подготовке к сдаче экзаменов и зачетов	11
	Заключение	14
	Список использованных источников	15

ВВЕДЕНИЕ

Самостоятельная работа студентов может рассматриваться как организационная форма обучения - система педагогических условий, обеспечивающих управление учебной деятельностью студентов по освоению знаний и умений в области учебной и научной деятельности без посторонней помощи.

Самостоятельная работа студентов проводится с целью:

- систематизации и закрепления полученных теоретических знаний и практических умений студентов;
- углубления и расширения теоретических знаний;
- формирования умений использовать нормативную, правовую, справочную документацию и специальную литературу;
- развития познавательных способностей и активности студентов: творческой инициативы, самостоятельности, ответственности и организованности;
- формирования самостоятельности мышления, способностей к саморазвитию, самосовершенствованию и самореализации;
- формирования практических (общеучебных и профессиональных) умений и навыков;
- развитияисследовательскихумений;
- получения навыков эффективной самостоятельной профессиональной (практической и научно-теоретической) деятельности.

В учебном процессе выделяют два вида самостоятельной работы:

- аудиторная;
- внеаудиторная.

Аудиторная самостоятельная работа по дисциплине выполняется на учебных занятиях под непосредственным руководством преподавателя и по его заданию.

Внеаудиторная самостоятельная работа - планируемая учебная, учебно-исследовательская, научно-исследовательская работа студентов, выполняемая во внеаудиторное время по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия.

Самостоятельная работа, не предусмотренная образовательной программой, учебным планом и учебно-методическими материалами, раскрывающими и конкретизирующими их содержание, осуществляется студентами инициативно, с целью реализации собственных учебных и научных интересов.

Для более эффективного выполнения самостоятельной работы по дисциплине преподаватель рекомендует студентам источники и учебно-методические пособия для работы, характеризует наиболее рациональную методику самостоятельной работы, демонстрирует ранее выполненные студентами работы и т. п.

Подразумевается несколько категорий видов самостоятельной работы студентов, значительная часть которых нашла отражения в данных методических рекомендациях:

- работа с источниками литературы и официальными документами (*использование библиотечно-информационной системы*);
- выполнение заданий для самостоятельной работы в рамках учебных дисциплин (*рефераты, эссе, домашние задания, решения практико-ориентированных заданий*);

- реализация элементов научно-педагогической практики (*разработка методических материалов, тестов, тематических портфолио*);
- реализация элементов научно-исследовательской практики (*подготовка текстов докладов, участие в исследованиях*).

Особенностью организации самостоятельной работы студентов является необходимость не только подготовиться к сдаче зачета, но и собрать, обобщить, систематизировать, проанализировать информацию по темам дисциплины.

Технология организации самостоятельной работы студентов включает использование информационных и материально-технических ресурсов образовательного учреждения.

Самостоятельная работа может осуществляться индивидуально или группами студентовonline и на занятиях в зависимости от цели, объема, конкретной тематики самостоятельной работы, уровня сложности, уровня умений студентов.

В качестве форм и методов контроля внеаудиторной самостоятельной работы студентов могут быть использованы обмен информационными файлами, семинарские занятия, тестирование, опрос, доклад, реферат, самоотчеты, контрольные работы, защита творческих работ и электронных презентаций и др.

Контроль результатов внеаудиторной самостоятельной работы студентов осуществляется в пределах времени, отведенного на обязательные учебные занятия по дисциплине.

1. Методические рекомендации по решению практико-ориентированных заданий

Практико-ориентированные задания - метод анализа ситуаций. Суть его заключается в том, что студентам предлагают осмыслить реальную жизненную ситуацию, описание которой одновременно отражает не только какую-либо практическую проблему, но и актуализирует определенный комплекс знаний, который необходимо усвоить при разрешении данной проблемы. При этом сама проблема не имеет однозначных решений.

Использование метода практико-ориентированного задания как образовательной технологии профессионально-ориентированного обучения представляет собой сложный процесс, плохо поддающийся алгоритмизации [1]. Формальноможновыделитьследующиеэтапы:

- ознакомлениестудентовстекстом;
- анализпрактико-ориентированного задания;
- организация обсуждения практико-ориентированного задания, дискуссии, презентации;
- оцениваниеучастниковдискуссии;
- подведениеитоговдискуссии.

Ознакомление студентов с текстом практико-ориентированного задания и последующий анализ практико-ориентированного задания чаще всего осуществляются за несколько дней до его обсуждения и реализуются как самостоятельная работа студентов; при этом время, отводимое на подготовку, определяется видом практико-ориентированного задания, его объемом и сложностью.

Общая схема работы с практико-ориентированное заданием на данном этапе может быть представлена следующим образом: в первую очередь следует выявить ключевые проблемы практико-ориентированного задания и понять, какие именно из представленных данных важны для решения; войти в ситуационный контекст практико-ориентированного задания, определить, кто его главные действующие лица, отобрать факты и понятия,

[1] Долгоруков А. Метод case-study как современная технология профессионально -ориентированного обучения [Электронный ресурс]. Режим доступа: //http://evolkov.net/case/case.study.html/

необходимые для анализа, понять, какие трудности могут возникнуть при решении задачи; следующим этапом является выбор метода исследования.

Знакомство с небольшими практико-ориентированного заданиями и их обсуждение может быть организовано непосредственно на занятиях. Принципиально важным в этом случае является то, чтобы часть теоретического курса, на которой базируется практико-ориентированное задание, была бы прочитана и проработана студентами.

Максимальная польза из работы над практико-ориентированного заданиями будет извлечена в том случае, если аспиранты при предварительном знакомстве с ними будут придерживаться систематического подхода к их анализу, основные шаги которого представлены ниже:

1. Выпишите из соответствующих разделов учебной дисциплины ключевые идеи, для того, чтобы освежить в памяти теоретические концепции и подходы, которые Вам предстоит использовать при анализе практико-ориентированного задания.
2. Бегло прочтите практико-ориентированное задание, чтобы составить о нем общее представление.
3. Внимательно прочтите вопросы кпрактико-ориентированное задание и убедитесь в том, что Вы хорошо поняли, что Вас просят сделать.
4. Вновь прочтите текст практико-ориентированного задания, внимательно фиксируя все факторы или проблемы, имеющие отношение к поставленным вопросам.
5. Прикиньте, какие идеи и концепции соотносятся с проблемами, которые Вам предлагается рассмотреть при работе с практико-ориентированное заданием.

Организация обсуждения практико-ориентированного задания предполагает формулирование перед студентами вопросов, включение их в дискуссию. Вопросы обычно подготавливают заранее и предлагают студентам вместе с текстом практико-ориентированного задания. При разборе учебной ситуации преподаватель может занимать активную или пассивную позицию, иногда он «дирижирует» разбором, а иногда ограничивается подведением итогов дискуссии.

Организация обсуждения практико-ориентированных заданий обычно основывается на двух методах. Первый из них носит название традиционного Гарвардского метода - открытая дискуссия. Альтернативным методом является метод, связанный с индивидуальным или групповым опросом, в ходе которого аспиранты делают формальную устную оценку ситуации и предлагают анализ представленного практико-ориентированного задания, свои решения и рекомендации, т.е. делают презентацию. Этот метод позволяет некоторым студентам минимизировать их учебные усилия, поскольку каждый аспирант опрашивается один- два раза за занятие. Метод развивает у студентов коммуникативные навыки, учит их четко выражать свои мысли. Однако, этот метод менее динамичен, чем Гарвардский метод. В открытой дискуссии организация и контроль участников более сложен.

Дискуссия занимает центральное место в методе. Ее целесообразно использовать в том случае, когда аспиранты обладают значительной степенью зрелости и самостоятельности мышления, умеют аргументировать, доказывать и обосновывать свою точку зрения. Важнейшей характеристикой дискуссии является уровень ее компетентности, который складывается из компетентности ее участников. Неподготовленность студентов к дискуссии делает ее формальной, превращает в процесс вытаскивания ими информации у преподавателя, а не самостоятельное ее добывание.

Особое место в организации дискуссии при обсуждении и анализе практико-ориентированного задания принадлежит использованию метода генерации идей, получившего название «мозговой атаки» или «мозгового штурма».

Метод «мозговой атаки» или «мозгового штурма» был предложен в 30-х годах прошлого столетия А. Осборном как групповой метод решения проблем. К концу XX столетия этот метод приобрел особую популярность в практике управления и обучения не только как самостоятельный метод, но и как использование в процессе деятельности с целью усиления ее продуктивности. В процессе обучения «мозговая атака» выступает в

качестве важнейшего средства развития творческой активности студентов. «Мозговая атака» включает в себя три фазы.

Первая фаза представляет собой вхождение в психологическую раскованность, отказ от стереотипности, страха показаться смешным и неудачником; достигается созданием благоприятной психологической обстановки и взаимного доверия, когда идеи теряют авторство, становятся общими. Основная задача этой фазы - успокоиться и расковаться.

Вторая фаза - это собственно атака; задача этой фазы - породить поток, лавину идей. «Мозговаяатака» в этойфазеосуществляетсяпоследующимпринципам:

- есть идея, - говорю, нет идеи, - не молчу;
- поощряется самое необузданное ассоциирование, чем более дикой покажется идея, тем лучше;
- количество предложенных идей должно быть как можно большим;
- высказанные идеи разрешается заимствовать и как угодно комбинировать, а также видоизменять и улучшать;
- исключается критика, можно высказывать любые мысли без боязни, что их признают плохими, критикующих лишают слова;
- не имеют никакого значения социальные статусы участников; это абсолютная демократия и одновременно авторитаризм сумасшедшей идеи;
- все идеи записываются в протокольный список идей;
- время высказываний - не более 1-2 минут.

Третья фаза представляет собой творческий анализ идей с целью поиска конструктивного решения проблемы по следующим правилам:

- анализировать все идеи без дискриминации какой-либо из них;
- найти место идее в системе и найти систему под идею;
- не умножать сущностей без надобности;
- не должна нарушаться красота и изящество полученного результата;
- должно быть принципиально новое видение;
- ищи «жемчужину в навозе».

В методе мозговая атака применяется при возникновении у группы реальных затруднений в осмыслении ситуации, является средством повышения активности студентов. В этом смысле мозговая атака представляется не как инструмент поиска новых решений, хотя и такая ее роль не исключена, а как своеобразное «подталкивание» к познавательной активности.

Презентация, или представление результатов анализа практико-ориентированного задания, выступает очень важным аспектом метода ***case-study***. Умение публично представить интеллектуальный продукт, хорошо его рекламировать, показать его достоинства и возможные направления эффективного использования, а также выстоять под шквалом критики, является очень ценным интегральным качеством современного специалиста. Презентация оттачивает многие глубинные качества личности: волю, убежденность, целенаправленность, достоинство и т.п.; она вырабатывает навыки публичного общения, формирования своего собственного имиджа.

Публичная (устная) презентация предполагает представление решений практико-ориентированного задания группе, она максимально вырабатывает навыки публичной деятельности и участия в дискуссии. Устная презентация обладает свойством кратковременного воздействия на студентов и, поэтому, трудна для восприятия и запоминания. Степень подготовленности выступающего проявляется в спровоцированной им дискуссии: для этого необязательно делать все заявления очевидными и неопровержимыми.Такая подача материала при анализе практико-ориентированного задания может послужить началом дискуссии. При устной презентации необходимо учитывать эмоциональный настрой выступающего: отношение и эмоции говорящего вносят существенный вклад в сообщение. Одним из преимуществ публичной (устной) презентации является ее гибкость. Оратор может откликаться на изменения окружающей обстановки, адаптировать свой стиль и материал, чувствуя настроение аудитории.

Непубличная презентация менее эффектна, но обучающая роль ее весьма велика. Чаще всего непубличная презентация выступает в виде подготовки отчета по выполнению задания, при этом стимулируются такие качества, как умение подготовить текст, точно и аккуратно составить отчет, не допустить ошибки в расчетах и т.д. Подготовка письменного анализа практико-ориентированного задания аналогична подготовке устного, с той разницей, что письменные отчеты-презентации обычно более структурированы и детализированы. Основное правило письменного анализа практико-ориентированного задания заключается в том, чтобы избегать простого повторения информации из текста, информация должна быть представлена в переработанном виде. Самым важным при этом является собственный анализ представленного материала, его соответствующая интерпретация и сделанные предложения. Письменный отчет - презентация может сдаваться по истечении некоторого времени после устной презентации, что позволяет студентам более тщательно проанализировать всю информацию, полученную в ходе дискуссии.

Как письменная, так и устная презентация результатов анализа практико-ориентированного задания может быть групповая и индивидуальная. Отчет может быть индивидуальным или групповым в зависимости от сложности и объема задания. Индивидуальная презентация формирует ответственность, собранность, волю; групповая - аналитические способности, умение обобщать материал, системно видеть проект.

Оценивание участников дискуссии является важнейшей проблемой обучения посредством метода практико-ориентированного задания. При этом выделяются следующие требования к оцениванию:

- объективность - создание условий, в которых бы максимально точно выявлялись знания обучаемых, предъявление к ним единых требований, справедливое отношение к каждому;
- обоснованностьоценок - ихаргументация;
- систематичность - важнейший психологический фактор, организующий и дисциплинирующий студентов, формирующий настойчивость и устремленность в достижении цели;
- всесторонность и оптимальность.

Оценивание участников дискуссии предполагает оценивание не столько набора определенных знаний, сколько умения студентов анализировать конкретную ситуацию, принимать решение, логически мыслить.

Следует отметить, что оценивается содержательная активность студента в дискуссии или публичной (устной) презентации, которая включает в себя следующие составляющие:

- выступление, которое характеризует попытку серьезного предварительного
- анализа (правильность предложений, подготовленность,
- аргументированность и т.д.);
- обращение внимания на определенный круг вопросов, которые требуют углубленного обсуждения;
- владение категориальным аппаратом, стремление давать определения, выявлять содержание понятий;
- демонстрация умения логически мыслить, если точки зрения, высказанные раньше, подытоживаются и приводят к логическим выводам;
- предложение альтернатив, которые раньше оставались без внимания;
- предложение определенного плана действий или плана воплощения решения;
- определение существенных элементов, которые должны учитываться при анализе практико-ориентированного задания;
- заметное участие в обработке количественных данных, проведении расчетов;
- подведениеитоговобсуждения.

При оценивании анализа практико-ориентированного задания, данного студентами при непубличной (письменной) презентации учитывается:

- формулировка и анализ большинства проблем, имеющихся в практико-ориентированное задание;
- формулировка собственных выводов на основании информации о практико-ориентированное задание, которые отличаются от выводов других студентов;
- демонстрация адекватных аналитических методов для обработки информации;
- соответствие приведенных в итоге анализа аргументов ранее выявленным проблемам, сделанным выводам, оценкам и использованным аналитическим метода

2. Методическиеуказанияпо подготовке к опросу

Самостоятельная работа обучающихся включает подготовку к устному или письменному опросу на семинарских занятиях. Для этого обучающийся изучает лекции, основную и дополнительную литературу, публикации, информацию из Интернет-ресурсов. Темы и вопросы к семинарским занятиям, вопросы для самоконтроля приведены в методических указаниях по разделам и доводятся до обучающихся заранее.

Письменный опрос

В соответствии с технологической картой письменный опрос является одной из форм текущего контроля успеваемости студента по данной дисциплине. При подготовке к письменному опросу студент должен внимательно изучает лекции, основную и дополнительную литературу, публикации, информацию из Интернет-ресурсов. Темы и вопросы к семинарским занятиям, вопросы для самоконтроля приведены в методических указаниях по разделам и доводятся до обучающихся заранее.

При изучении материала студент должен убедиться, что хорошо понимает основную терминологию темы, умеет ее использовать в нужном контексте. Желательно составить краткий конспект ответа на предполагаемые вопросы письменной работы, чтобы убедиться в том, что студент владеет материалом и может аргументировано, логично и грамотно письменно изложить ответ на вопрос. Следует обратить особое внимание на написание профессиональных терминов, чтобы избегать грамматических ошибок в работе. При изучении новой для студента терминологии рекомендуется изготовить карточки, которые содержат новый термин и его расшифровку, что значительно облегчит работу над материалом.

Устный опрос

Целью устного собеседования являются обобщение и закрепление изученного курса. Студентам предлагаются дляосвещения сквозные концептуальные проблемы. При подготовке следует использовать лекционный материал и учебную литературу. Для более глубокого постижения курса и более основательной подготовки рекомендуется познакомиться с указанной дополнительной литературой. Готовясь к семинару, студент должен, прежде всего, ознакомиться с общим планом семинарского занятия. Следует внимательно прочесть свой конспект лекции по изучаемой теме и рекомендуемую к теме семинара литературу. С незнакомыми терминами и понятиями следует ознакомиться в предлагаемом глоссарии, словаре или энциклопедии[2].

Критерии качества устного ответа.

1. Правильность ответа по содержанию.
2. Полнота и глубинаответа.
3. Сознательность ответа(учитывается понимание излагаемого материала).
4. Логика изложенияматериала (учитывается умение строить целостный, последовательный рассказ, грамотно пользоваться профессиональной терминологией).

[2]Методические рекомендации для студентов [Электронный ресурс]: Режим доступа: http://lesgaft.spb.ru/sites/default/files/u57/metod.rekomendacii_dlya_studentov_21.pdf

5. Рациональность использованных приемов и способов решения поставленной учебной задачи (учитывается умение использовать наиболее прогрессивные и эффективные способы достижения цели).

6. Своевременностьи эффективность использования наглядных пособий и технических средств при ответе (учитывается грамотно и с пользой применять наглядность и демонстрационный опыт при устном ответе).

7. Использованиедополнительного материала (приветствуется, но не обязательно для всех студентов).

8. Рациональность использования времени, отведенного на задание (не одобряется затянутость выполнения задания, устного ответа во времени, с учетом индивидуальных особенностей студентов)[3].

Ответ на каждый вопрос из плана семинарского занятия должен быть содержательным и аргументированным. Для этого следует использовать документы, монографическую, учебную и справочную литературу.

Для успешной подготовки к устному опросу, студент должен законспектировать рекомендуемую литературу, внимательно осмыслить лекционный материал и сделать выводы. В среднем, подготовка к устному опросу по одному семинарскому занятию занимает от 2 до 4 часов в зависимости от сложности темы и особенностей организации обучающимся своей самостоятельной работы.

3.Методические рекомендации по подготовке к практическим занятиям

На практических занятиях необходимо стремиться к самостоятельному решению задач, находя для этого более эффективные методы. При этом студентам надо приучить себя доводить решения задач до конечного «идеального» ответа. Это очень важно для будущих специалистов. Практические занятия вырабатывают навыки самостоятельной творческой работы, развивают мыслительные способности.

Практическое занятие – активная форма учебного процесса, дополняющая теоретический курс или лекционную часть учебной дисциплины и призванная помощь обучающимся освоиться в «пространстве» (тематике) дисциплины, самостоятельно прооперировать теоретическими знаниями на конкретном учебном материале.

Продолжительность одного практического занятия – от 2 до 4 академических часов. Общая доля практических занятий в учебном времени на дисциплину – от 10 до 20 процентов (при условии, что все активные формы займут в учебном времени на дисциплину от 40 до 60 процентов).

Для практического занятия в качестве темы выбирается обычно такая учебная задача, которая предполагает не существенные эвристические и аналитические напряжения и продвижения, а потребность обучающегося «потрогать» материал, опознать в конкретном то общее, о чем говорилось в лекции. Например, при рассмотрении вопросов оплаты труда, мотивации труда и проблем безработицы в России имеет смысл провести практические занятия со следующими сюжетами заданий: «Расчет заработной платы работников предприятия». «Разработка механизма мотивации труда на предприятии N». «В чем причины и особенности безработицы в России?». Последняя тема предполагает уже некоторую аналитическую составляющую. Основная задача первой из этих тем - самим посчитать заработную плату для различных групп работников на примере заданных параметров для конкретного предприятия, т. е. сделать расчеты «как на практике»; второй – дать собственный вариант мотивационной политики для предприятия, учитывая особенности данного объекта, отрасли и т.д.; третьей – опираясь на теоретические знания в области проблем занятости и безработицы, а также статистические материалы, сделать

[3]Методические рекомендации для студентов [Электронный ресурс]: http://priab.ru/images/metod_agro/Metod_Inostran_yazyk_35.03.04_Agro_15.01.2016.pdf

авторские выводы о видах безработицы, характерных для России, и их причинах, а также предложить меры по минимизации безработицы.

Перед проведением занятия должен быть подготовлен специальный материал – тот объект, которым обучающиеся станут оперировать, активизируя свои теоретические (общие) знания и тем самым, приобретая навыки выработки уверенных суждений и осуществления конкретных действий.

Дополнительный материал для практического занятия лучше получить у преподавателя заранее, чтобы у студентов была возможность просмотреть его и подготовить вопросы.

Условия должны быть такими, чтобы каждый мог работать самостоятельно от начала до конца. В аудитории должны быть «под рукой» необходимые справочники и тексты законов и нормативных актов по тематике занятия. Чтобы сделать практическое занятие максимально эффективным, надо заранее подготовить и изучить материал по наиболее интересным и практически важным темам.

Особенности практического занятия с использованием компьютера

Для того чтобы повысить эффективность проведения практического занятия, может использоваться компьютер по следующим направлениям:

- поиск информации в Интернете по поставленной проблеме: в этом случае преподаватель представляет обучающимся перечень рекомендуемых для посещения Интернет-сайтов;
- использование прикладных обучающих программ;
- выполнение заданий с использованием обучающимися заранее установленных преподавателем программ;
- использование программного обеспечения при проведении занятий, связанных с моделированием социально-экономических процессов.

4.Методические рекомендации по подготовке семинарским занятиям

Семинар представляет собой комплексную форму и завершающее звено в изучении определенных тем, предусмотренных программой учебной дисциплины. Комплексность данной формы занятий определяется тем, что в ходе её проведения сочетаются выступления обучающихся и преподавателя: рассмотрение обсуждаемой проблемы и анализ различных, часто дискуссионных позиций; обсуждение мнений обучающихся и разъяснение (консультация) преподавателя; углубленное изучение теории и приобретение навыков умения ее использовать в практической работе.

По своему назначению семинар, в процессе которого обсуждается та или иная научная проблема, способствует:

- углубленному изучению определенного раздела учебной дисциплины, закреплению знаний;
- отработке методологии и методических приемов познания;
- выработке аналитических способностей, умения обобщения и формулирования выводов;
- приобретению навыков использования научных знаний в практической деятельности;
- выработке умения кратко, аргументированно и ясно излагать обсуждаемые вопросы;
- осуществлению контроля преподавателя за ходом обучения.

Семинары представляет собой дискуссию в пределах обсуждаемой темы (проблемы). Дискуссия помогает участникам семинара приобрести более совершенные знания, проникнуть в суть изучаемых проблем. Выработать методологию, овладеть методами анализа социально-экономических процессов. Обсуждение должно носить творческий характер с четкой и убедительной аргументацией.

По своей структуре семинар начинается со вступительного слова преподавателя, в котором кратко излагаются место и значение обсуждаемой темы (проблемы) в данной

дисциплине, напоминаются порядок и направления ее обсуждения. Конкретизируется ранее известный обучающимся план проведения занятия. После этого начинается процесс обсуждения вопросов обучающимися. Завершается занятие заключительным словом преподавателя.

Проведение семинарских занятий в рамках учебной группы (20 - 25 человек) позволяет обеспечить активное участие в обсуждении проблемы всех присутствующих.

По ходу обсуждения темы помните, что изучение теории должно быть связано с определением (выработкой) средств, путей применения теоретических положений в практической деятельности, например, при выполнении функций государственного служащего. В то же время важно не свести обсуждение научной проблемы только к пересказу случаев из практики работы, к критике имеющих место недостатков. Дискуссии имеют важное значение: учат дисциплине ума, умению выступать по существу, мыслить логически, выделяя главное, критически оценивать выступления участников семинара.

В процессе проведения семинара обучающиеся могут использовать разнообразные по своей форме и характеру пособия (от доски смелом до самых современных технических средств), демонстрируя фактический, в том числе статистический материал, убедительно подтверждающий теоретические выводы и положения. В завершение обсудите результаты работы семинара и сделайте выводы, что хорошо усвоено, а над чем следует дополнительно поработать.

В целях эффективности семинарских занятий необходима обстоятельная подготовка к их проведению. В начале семестра (учебного года) возьмите в библиотеке необходимые методические материалы для своевременной подготовки к семинарам. Во время лекций, связанных с темой семинарского занятия, следует обращать внимание на то, что необходимо дополнительно изучить при подготовке к семинару (новые официальные документы, статьи в периодических журналах, вновь вышедшие монографии и т.д.).

5.Методические рекомендации по подготовке к сдаче экзаменов и зачетов

Экзамен - одна из важнейших частей учебного процесса, имеющая огромное значение.

Во-первых, готовясь к экзамену, студент приводит в систему знания, полученные на лекциях, семинарах, практических и лабораторных занятиях, разбирается в том, что осталось непонятным, и тогда изучаемая им дисциплина может быть воспринята в полном объеме с присущей ей строгостью и логичностью, ее практической направленностью. А это чрезвычайно важно для будущего специалиста.

Во-вторых, каждый хочет быть волевым и сообразительным., выдержанным и целеустремленным, иметь хорошую память, научиться быстро находить наиболее рациональное решение в трудных ситуациях. Очевидно, что все эти качества не только украшают человека, но и делают его наиболее действенным членом коллектива. Подготовка и сдача экзамена помогают студенту глубже усвоить изучаемые дисциплины, приобрести навыки и качества, необходимые хорошему специалисту.

Конечно, успех на экзамене во многом обусловлен тем, насколько систематически и глубоко работал студент в течение семестра. Совершенно очевидно, что серьезно продумать и усвоить содержание изучаемых дисциплин за несколько дней подготовки к экзамену просто невозможно даже для очень способного студента. И, кроме того, хорошо известно, что быстро выученные на память разделы учебной дисциплины так же быстро забываются после сдачи экзамена.

При подготовке к экзамену студенты не только повторяют и дорабатывают материал дисциплины, которую они изучали в течение семестра, они обобщают полученные знания, осмысливают методологию предмета, его систему, выделяют в нем основное и главное, воспроизводят общую картину с тем, чтобы яснее понять связь между отдельными элементами дисциплины. Вся эта обобщающая работа проходит в условиях напряжения

воли и сознания, при значительном отвлечении от повседневной жизни, т. е. в условиях, благоприятствующих пониманию и запоминанию.

Подготовка к экзаменам состоит в приведении в порядок своих знаний. Даже самые способные студенты не в состоянии в короткий период зачетно-экзаменационной сессии усвоить материал целого семестра, если они над ним не работали в свое время. Для тех, кто мало занимался в семестре, экзамены принесут мало пользы: что быстро пройдено, то быстро и забудется. И хотя в некоторых случаях студент может «проскочить» через экзаменационный барьер, в его подготовке останется серьезный пробел, трудно восполняемый впоследствии.

Определив назначение и роль экзаменов в процессе обучения, попытаемся на этой основе пояснить, как лучше готовиться к ним.

Экзаменам, как правило, предшествует защита курсовых работ (проектов) и сдача зачетов. К экзаменам допускаются только студенты, защитившие все курсовые работы проекты) и сдавшие все зачеты. В вузе сдача зачетов организована так, что при систематической работе в течение семестра, своевременной и успешной сдаче всех текущих работ, предусмотренных графиком учебного процесса, большая часть зачетов не вызывает повышенной трудности у студента. Студенты, работавшие в семестре по плану, подходят к экзаменационной сессии без напряжения, без излишней затраты сил в последнюю, «зачетную» неделю.

Подготовку к экзамену следует начинать с первого дня изучения дисциплины. Как правило, на лекциях подчеркиваются наиболее важные и трудные вопросы или разделы дисциплины, требующие внимательного изучения и обдумывания. Нужно эти вопросы выделить и обязательно постараться разобраться в них, не дожидаясь экзамена, проработать их, готовясь к семинарам, практическим или лабораторным занятиям, попробовать самостоятельно решить несколько типовых задач. И если, несмотря на это, часть материала осталась неусвоенной, ни в коем случае нельзя успокаиваться, надеясь на то, что это не попадется на экзамене. Факты говорят об обратном; если те или другие вопросы учебной дисциплины не вошли в экзаменационный билет, преподаватель может их задать (и часто задает) в виде дополнительных вопросов.

Точно такое же отношение должно быть выработано к вопросам и задачам, перечисленным в программе учебной дисциплины, выдаваемой студентам в начале семестра. Обычно эти же вопросы и аналогичные задачи содержатся в экзаменационных билетах. Не следует оставлять без внимания ни одного раздела дисциплины: если не удалось в чем-то разобраться самому, нужно обратиться к товарищам; если и это не помогло выяснить какой-либо вопрос до конца, нужно обязательно задать этот вопрос преподавателю на предэкзаменационной консультации. Чрезвычайно важно приучить себя к умению самостоятельно мыслить, учиться думать, понимать суть дела. Очень полезно после проработки каждого раздела восстановить в памяти содержание изученного материала.кратко записав это на листе бумаги. создать карту памяти (умственную карту), изобразить необходимые схемы и чертежи (логико-графические схемы), например, отобразить последовательность вывода теоремы или формулы. Если этого не сделать, то большая часть материала останется не понятой, а лишь формально заученной, и при первом же вопросе экзаменатора студент убедится в том, насколько поверхностно он усвоил материал.

В период экзаменационной сессии происходит резкое изменение режима работы, отсутствует посещение занятий по расписанию. При всяком изменении режима работы очень важно скорее приспособиться к новым условиям. Поэтому нужно сразу выбрать такой режим работы, который сохранился бы в течение всей сессии, т. е. почти на месяц. Необходимо составить для себя новый распорядок дня, чередуя занятия с отдыхом. Для того чтобы сократить потерю времени на включение в работу, рабочие периоды целесообразно делать длительными, разделив день примерно на три части: с утра до обеда, с обеда до ужина и от ужина до сна.

Каждый рабочий период дня надо заканчивать отдыхом. Наилучший отдых в период экзаменационной сессии - прогулка, кратковременная пробежка или какой-либо неутомительный физический труд.

При подготовке к экзаменам основное направление дают программа учебной дисциплины и студенческий конспект, которые указывают, что наиболее важно знать и уметь делать. Основной материал должен прорабатываться по учебнику (если такой имеется) и учебным пособиям, так как конспекта далеко недостаточно для изучения дисциплины, Учебник должен быть изучен в течение семестра, а перед экзаменом сосредоточьте внимание на основных, наиболее сложных разделах. Подготовку по каждому разделу следует заканчивать восстановлением по памяти его краткого содержания в логической последовательности.

За один - два дня до экзамена назначается консультация. Если ее правильно использовать, она принесет большую пользу. Во время консультации студент имеет полную возможность получить ответ на нее ни ясные ему вопросы. А для этого он должен проработать до консультации все темы дисциплины. Кроме того, преподаватель будет отвечать на вопросы других студентов, что будет для вас повторением и закреплением знаний. И еще очень важное обстоятельство: преподаватель на консультации, как правило, обращает внимание на те вопросы, по которым на предыдущих экзаменах ответы были неудовлетворительными, а также фиксирует внимание на наиболее трудных темах дисциплины. Некоторые студенты не приходят на консультации либо потому, что считают, что у них нет вопросов к преподавателю, либо полагают, что у них и так мало времени и лучше самому прочитать материал в конспекте или и учебнике. Это глубокое заблуждение. Никакая другая работа не сможет принести столь значительного эффекта накануне экзамена, как консультация преподавателя.

Но консультация не может возместить отсутствия длительной работы в течение семестра и помочь за несколько часов освоить материал, требующийся к экзамену. На консультации студент получает ответы на трудные или оставшиеся неясными вопросы и, следовательно, дорабатывается материал. Консультации рекомендуется посещать, подготовив к ним все вопросы, вызывающие сомнения. Если студент придет на консультацию, не проработав всего материала, польза от такой консультации будет невелика.

Очень важным условием для правильного режима работы в период экзаменационной сессии является нормальным сон. Подготовка к экзамену не должна идти в ущерб сну, иначе в день экзамена не будет чувства свежести и бодрости, необходимых для хороших ответов. Вечер накануне экзамена рекомендуем закончить небольшой прогулкой.

Итак, *основные советы* для подготовки к сдаче зачетов и экзаменов состоят в следующем:

- лучшая подготовка к зачетам и экзаменам - равномерная работа в течение всего семестра;
- используйте программы учебных дисциплин - это организует вашу подготовку к зачетам и экзаменам;
- учитывайте, что для полноценного изучения учебной дисциплины необходимо время;
- составляйте планы работы во времени;
- работайте равномерно и ритмично;
- курсовые работы (проекты) желательно защищать за одну - две недели до начала зачетно-экзаменационной сессии;
- все зачеты необходимо сдавать до начала экзаменационной сессии;
- помните, что конспект не заменяет учебник и учебные пособия, а помогает выбрать из него основные вопросы и ответы;
- при подготовке наибольшее внимание и время уделяйте трудным и непонятным вопросам учебной дисциплины;
- грамотно используйте консультации;

- соблюдайте правильный режим труда и отдыха во время сессии, это сохранит работоспособность и даст хорошие результаты;
- учитесь владеть собой на зачете и экзамене;
- учитесь точно и кратко передавать свои мысли, поясняя их, если нужно, логико-графическими схемами.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Методические указания по выполнению самостоятельной работы обучающихся являются неотъемлемой частью процесса обучения в вузе. Правильнаяорганизация самостоятельной работы позволяет обучающимся развивать умения и навыки в усвоении и систематизации приобретаемых знаний, обеспечивает высокий уровень успеваемости в период обучения, способствует формированию навыков совершенствования профессионального мастерства. Также внеаудиторное время включает в себя подготовку к аудиторным занятиям и изучение отдельных тем, расширяющих и углубляющих представления обучающихся по разделам изучаемой дисциплины.

Таким образом, обучающийся используя методические указанияможет в достаточном объеме усвоить и успешно реализовать конкретные знания, умения, навыки и получить опыт при выполнении следующих условий:

1) систематическаясамостоятельная работа по закреплению полученных знаний и навыков;

2) добросовестноевыполнение заданий;

3) выяснениеи уточнение отдельных предпосылок, умозаключений и выводов, содержащихся в учебном курсе;

4) сопоставление точек зрения различных авторов по затрагиваемым в учебном курсе проблемам; выявление неточностей и некорректного изложения материала в периодической и специальной литературе;

5) периодическое ознакомление с последними теоретическими и практическими достижениями в области управления персоналом;

6) проведение собственных научных и практических исследований по одной или нескольким актуальным проблемам для *HR*;

7) подготовка научных статей для опубликования в периодической печати, выступление на научно-практических конференциях, участие в работе студенческих научных обществ, круглых столах и диспутах по проблемам управления персоналом.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Брандес М. П. Немецкий язык. Переводческое реферирование: практикум. М.: КДУ, 2008. – 368с.

2. Долгоруков А. Метод case-study как современная технология профессионально -ориентированного обучения [Электронный ресурс]. Режим доступа: //http://evolkov.net/case/case.study.html/

3. Методические рекомендации по написанию реферата. [Электронный ресурс]. Режим доступа: http://www.hse.spb.ru/edu/recommendations/method-referat-2005.phtml

4. Фролова Н. А. Реферирование и аннотирование текстов по специальности: Учеб.пособие / ВолгГТУ, Волгоград, 2006. - С.5.

5. Методические рекомендации для студентов [Электронный ресурс]: Режим доступа:http://lesgaft.spb.ru/sites/default/files/u57/metod.rekomendacii_dlya_studentov_21.pdf

МИНОБРНАУКИ РФ

ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по учебно-методическому комплексу

_____ С.А.Упоров

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Б1.Б.1.03 ИНОСТРАННЫЙ ЯЗЫК

Специальность:
21.05.02 Прикладная геология

Специализация № 3:
Геология нефти и газа

Автор: Безбородова С. А., к.п.н.

Одобрены на заседании кафедры
Иностранных языков и деловой коммуникации
(название кафедры)

Зав. кафедрой _____
(подпись)

к.п.н., доц. Юсупова Л. Г.
(Фамилия И.О.)

Протокол № 6 от 17.03.2020
(Дата)

Рассмотрены методической комиссией
факультета геологии и геофизики
(название факультета)

Председатель _____
(подпись)

д.г.-м.н., проф. Бондарев В.И.
(Фамилия И.О.)

Протокол №7 от 20.03.2020
(Дата)

Екатеринбург
2020

Методические указания по дисциплине «ИНОСТРАННЫЙ ЯЗЫК» согласованы с выпускающей кафедрой **литологии и геологии горючих ископаемых**

Заведующий кафедрой ЛГГИ _____ к.г.-м.н., С.А. Рыльков____

подпись *И.О. Фамилия*

Содержание

Цели и задачи дисциплины …….…….....3
Требования к оформлению контрольной работы ……..……..4
Содержание контрольной работы…….....4
Выполнение работы над ошибками……...…8
Критерии оценивания контрольной работы ……9
Образец титульного листа ……..…10

Цель и задачи дисциплины

Цель дисциплины: повышение исходного уровня владения иностранным языком, достигнутого на предыдущей ступени образования, и достижение уровня иноязычной коммуникативной компетенции достаточного для общения в социально-бытовой, культурной и профессиональной сферах, а также для дальнейшего самообразования.

Компетенции, формируемые в процессе изучения дисциплины:

общекультурные:

- способностью к коммуникации в устной и письменной формах на русском и иностранном языках для решения задач межличностного и межкультурного взаимодействия (ОК-6);

общепрофессиональные:

- готовностью к коммуникации в устной и письменной формах на русском и иностранном языках для решения задач профессиональной деятельности (ОПК-2).

Для достижения указанной цели необходимо (задачи курса):

- владение иностранным языком как средством коммуникации в социально-бытовой, культурной и профессиональной сферах;
- развитие когнитивных и исследовательских умений с использованием ресурсов на иностранном языке;
- развитие информационной культуры;
- расширение кругозора и повышение общей гуманитарной культуры студентов;
- воспитание толерантности и уважения к духовным ценностям разных стран и народов.

Методические указания по выполнению контрольной работы предназначены для студентов очной и заочной формы обучения, обучающихся по специальности *21.05.02 Прикладная геология.*

Письменная контрольная работа является обязательной формой *промежуточной аттестации.* Она отражает степень освоения студентом учебного материала по дисциплине Б1.Б.1.03 Иностранный язык. А именно, в результате освоения дисциплины студент должен:

Знать:

- особенности фонетического строя иностранного языка;
- лексические единицы социально-бытовой и академической тематики, основы терминосистемы соответствующего направления подготовки;
- основные правила грамматической системы иностранного языка;
- особенности построения устных высказываний и письменных текстов разных стилей речи;
- правила речевого этикета в соответствии с ситуациями межличностного и межкультурного общения в социально-бытовой, академической и деловой сферах;
- основную страноведческую информацию о странах изучаемого языка;
- лексико-грамматические явления иностранного языка профессиональной сферы для решения задач профессиональной деятельности;

Уметь:

- вести диалог/полилог и строить монологическое высказывание в пределах изученных тем;
- понимать на слух иноязычные тексты монологического и диалогического характера с различной степенью понимания в зависимости от коммуникативной задачи;
- читать аутентичные тексты прагматического, публицистического, художественного и научного характера с целью получения значимой информации;
- передавать основное содержание прослушанного/прочитанного текста;

- записывать тезисы устного сообщения, писать эссе по изученной тематике, составлять аннотации текстов, вести личную и деловую переписку;

- использовать компенсаторные умения в процессе общения на иностранном языке;

- пользоваться иностранным языком в устной и письменной формах, как средством профессионального общения;

Владеть:

- основными приёмами организации самостоятельной работы с языковым материалом с использованием учебной и справочной литературы, электронных ресурсов;

- навыками выполнения проектных заданий на иностранном языке в соответствии с уровнем языковой подготовки;

- умением применять полученные знания иностранного языка в своей будущей профессиональной деятельности.

Требования к оформлению контрольной работы

Контрольные задания выполняются на листах формата А4 в рукописном виде, кроме титульного листа. На титульном листе (см. образец оформления титульного листа в печатном виде) указывается фамилия студента, номер группы, номер контрольной работы и фамилия преподавателя, у которого занимается обучающийся.

В конце работы должна быть поставлена подпись студента и дата выполнения заданий.

Контрольные задания должны быть выполнены в той последовательности, в которой они даны в контрольной работе.

Выполненную контрольную работу необходимо сдать преподавателю для проверки в установленные сроки.

Если контрольная работа выполнена без соблюдения изложенных выше требований, она возвращается студенту для повторного выполнения.

По дисциплине «Иностранный язык (английский)» представлено три варианта контрольной работы.

Номер варианта контрольной работы определяется для студентов в соответствии с начальными буквами их фамилий в алфавитном порядке. Например, студенты, у которых фамилии начинаются с букв А, выполняют контрольную работу № 1 и т.д. (см. таблицу №1).

Таблица №1

начальная буква фамилии студента	***№ варианта контрольной работы***
А, Г, Ж, К, Н, Р, У, Ц, Щ	№1
Б, Д, З, Л, О, С, Ф, Ч, Э, Я	№2
В, Е, И, М, П, Т, Х, Ш, Ю	№3

Содержание контрольной работы

Контрольная работа проводится по теме *1. Бытовая сфера общения (Я и моя семья)* и *теме 2. Учебно-познавательная сфера общения (Я и мое образование)* и направлена на проверку сформированности лексического навыка в рамках заданных тем.

Контрольная работа также направлена на проверку сформированности грамматического навыка в рамках тем: порядок слов в повествовательном и побудительном предложениях, порядок слов в вопросительном предложении, безличные предложения, местоимения (указательные, личные, возвратно-усилительные, вопросительные, относительные, неопределенные), имя существительное, артикли (определенный, неопределенный, нулевой), функции и спряжение глаголов *to be* и *to have, о*борот *there+be,* имя прилагательное и наречие, степени сравнения, сравнительные конструкции, имя числительное (количественные и порядковые; чтение дат), образование видовременных форм глагола в активном залоге.

Распределение выше указанных тем в учебнике:

- Агабекян И. П. Английский язык для бакалавров: учебное пособие для студентов вузов / И. П. Агабекян. - Ростов-на-Дону: Феникс, 2017. - 384 с.: ил. - (Высшее образование) (200 экз. в библиотеке УГГУ) и учебнике:

- Журавлева Р.И. Английский язык: учебник: для студентов горно-геологических специальностей вузов / Р. И. Журавлева. - Ростов-на-Дону: Феникс, 2013. - 508 с. - (Высшее образование). - Библиогр.: с. 502 (192 экз. в библиотеке УГГУ) представлено в таблице №2:

Таблица №2

Название темы	***Страницы учебников***	
	Агабекян И. П.	*Журавлева Р.И.*
Порядок слов в повествовательном и побудительном предложениях	148	9
Порядок слов в вопросительном предложении	163-170	10, 24
Безличные предложения	149	440
Местоимения (указательные, личные, возвратно-усилительные, вопросительные, относительные, неопределенные)	41-55	101, 439
Имя существительное	66-78	435
Артикли (определенный, неопределенный, нулевой)	78-84	433
Функции и спряжение глаголов *to be* и *to have*	102-104	6-8
Оборот *there+be*	105-107	100
Имя прилагательное и наречие	115	83
Степени сравнения, сравнительные конструкции	115-121	143
Имя числительное (количественные и порядковые; чтение дат)	261-271	-
Образование видовременных форм глагола в активном залоге	193-209	10, 36, 69

АНГЛИЙСКИЙ ЯЗЫК

Вариант №1

Задание 1. Заполните пропуски в предложениях, выбрав один ответ.

Пример: Michael _____ everyone he meets because he is very sociable and easygoing. He has five brothers and two sisters, so that probably helped him learn how to deal with people.

A. gets divorced; **B. gets along well with;** C. gets married;

Задание 1 направлено на проверку сформированности лексического навыка в рамках заданных тем.

Задание 2. Заполните пропуски местоимениями some, any, no или их производными.

Пример: A: Is ***anything*** the matter with Dawn? She looks upset.

B: She had an argument with her friend today.

Задание 2 направлено на проверку сформированности грамматического навыка по теме «неопределённые местоимения».

Задание 3. Заполните пропуски личными местоимениями (I, we, you, he, she, it, they, me, us, him, her, them).

Пример: My teacher is very nice. I like … . – I like **him**.

Задание 3 направлено на проверку сформированности грамматического навыка по теме «личные и притяжательные местоимения».

Задание 4. Поставьте в правильную форму глагол, представленный в скобках, обращая при этом внимание на использованные в предложениях маркеры.

Пример: Every morning George **eats** (to eat) cereals, and his wife only **drinks** (to drink) a cup of coffee.

Задание 4 направлено на проверку сформированности грамматического навыка по теме «образование видовременных форм глагола в активном залоге».

Задание 5. Составьте вопросительные предложения и дайте краткие ответы на них.

Пример: Paul was tired when he got home. – ***Was Paul tired when he got home? Yes, he was.***

Задание 5 направлено на проверку сформированности грамматического навыка по теме «порядок слов в вопросительном предложении».

Контрольная работа
Вариант №2

Задание 1. Заполните пропуск, выбрав один вариант ответа.

Пример: A British university year is divided into three _____.

1) conferences; 2) sessions; **3) terms**; 4) periods;

Задание 1 направлено на проверку сформированности лексического навыка в рамках заданных тем.

Задание 2. Выберите правильную форму глагола.

Пример: A: I have a Physics exam tomorrow.
B: Oh dear. Physics **is**/are a very difficult subject.

Задание 2 направлено на проверку сформированности грамматического навыка по теме «имя существительное, функции и спряжение глаголов to be и to have».

Задание 3. Раскройте скобки, употребив глагол в форме Present Continuous, Past Continuous или Future Continuous.

Пример: I **shall be studying** (study) Japanese online from 5 till 6 tomorrow evening.

Задание 3 направлено на проверку сформированности грамматического навыка по теме «образование видовременных форм глагола в активном залоге».

Задание 4. Составьте вопросы к словам, выделенным жирным шрифтом.

Пример: **The Petersons** have bought a dog. – *Who has bought a dog?*
The Petersons have bought **a dog. –** *What have the Petersons bought?*

Задание 4 направлено на проверку сформированности грамматического навыка по теме «порядок слов в вопросительном предложении».

Задание 5. Подчеркните правильный вариант ответа.

Пример: A: You haven't seen my bag anywhere, haven't you/**have you**?
B: No. You didn't leave it in the car, **did you**/didn't you?

Задание 5 направлено на проверку сформированности грамматического навыка по теме «порядок слов в вопросительном предложении».

Контрольная работа
Вариант № 3

Задание 1. Заполните пропуски, выбрав один вариант ответа.

Пример: The University accepts around 2000 new ____ every year.

1) students; 2) teachers; 3) pupils; 4) groups;

Задание 1 направлено на проверку сформированности лексического навыка в рамках

заданных тем.

Задание 2. Поставьте в предложения подходящие по смыслу фразы:

as red as a beet (свекла), as slow as a turtle, as sweet as honey, as busy as a bee, as clumsy as a bear (неуклюжий), as black as coal, as cold as ice, as slippery as an eel (изворотливый как угорь), as free as a bird, as smooth as silk (гладкий)

Пример: Your friend is so unemotional, he is **as cold as ice**.

Задание 2 направлено на проверку сформированности грамматического навыка по теме «имя прилагательное и наречие».

Задание 3. Переведите следующие предложения на английский язык.

Пример: Это самая ценная картина в Русском музее. **This is the most valuable picture in Russian Museum.**

Задание 3 направлено на проверку сформированности грамматического навыка по теме «степени сравнения имени прилагательного и наречий».

Задание 4. Раскройте скобки, употребив глагол в форме Present Perfect, Past Perfect или Future Perfect.

Пример: Sam **has lost** (lose) his keys. So he can't open the door.

Задание 4 направлено на проверку сформированности грамматического навыка по теме «образование видовременных форм глагола в активном залоге».

Задание 5. Задайте вопросы к предложениям.

Пример: There are two books. The one on the table is Sue's.

a) 'Which *book is Sue's*?' 'The one on the table.'

b) 'Whose *book is on the table*?' 'Sue's.'

Задание 5 направлено на проверку сформированности грамматического навыка по теме «порядок слов в вопросительном предложении».

НЕМЕЦКИЙ ЯЗЫК

Задание 1. Заполните пропуски в предложениях, выбрав один ответ.

Пример: Mein Bruder ... Arzt geworden

A. hat; **B. ist**; C. wird;

Задание 1 направлено на проверку сформированности грамматического навыка по теме «Пассивный залог».

Задание 2. Вставьте подходящее вопросительное слово.

Пример: **Was** machen Sie am Wochenende?

Задание 2 направлено на проверку сформированности грамматического навыка по теме «Вопросительные местоимения».

Задание 3. Заполните пропуски возвратными местоимениями в нужной форме.

Пример: Wo wohnen d**eine** Eltern?

Задание 3 направлено на проверку сформированности грамматического навыка по теме «Притяжательные местоимения».

Задание 4. Поставьте в правильную форму глагол, представленный в скобках.

Пример: **Kannst** du mir bitte die Marmelade geben? (können)

Задание 4 направлено на проверку сформированности грамматического навыка по теме «Модальные глаголы».

Задание 5. Составьте вопросительные предложения и дайте краткие ответы на них.

Пример: Sie wohnen in Berlin.

Ответ: Wo wohnen Sie? Wer wohnt in Berlin?

Задание 5 направлено на проверку сформированности грамматического навыка по теме «Вопросительные предложения».

ФРАНЦУЗСКИЙ ЯЗЫК

Задание 1. Заполните пропуски в предложениях следующими предлогами: de, à, chez, dans, pour, depuis. vers, avec, devant. en.

Пример: **Monsieur Dupont est en mission**.

Задание 1 направлено на проверку сформированности грамматического навыка по теме «Предлоги».

Задание 2. Заполните пропуски, ***выберите правильно указательное прилагательное:***

Пример: **Peux-tu me passer ces dictionnaires?**

Задание 2 направлено на проверку сформированности грамматического навыка по теме «Указательные прилагательные».

Задание 3. Поставьте нужный артикль или предлог там, где это необходимо:

Пример: **C'est la salle des études**.

Задание 3 направлено на проверку сформированности грамматического навыка по теме «Употребление слитного артикля».

Задание 4. Выберите правильную форму глагола:

Пример: **Tous les matins, il s'est levé à 7 heures depuis un an.**

Задание 4 направлено на проверку сформированности грамматического навыка по теме «Спряжение глаголов 1,2,3 группы в Présent».

Задание 5. Ответьте на следующие вопросы:

Пример: **Où passez-vous vos vacances d'été? - Je les passe en Crimée.**

Задание 5 направлено на проверку сформированности грамматического навыка по теме «Личные местоимения le, la, les».

Проблемные и сложные вопросы, возникающие в процессе изучения курса и выполнения контрольной работы, необходимо решать с преподавателем на консультациях.

Выполнению контрольной работы должно предшествовать самостоятельное изучение студентом рекомендованной литературы.

Студент получает проверенную контрольную работу с исправлениями в тексте и замечаниями. В конце работы выставляется оценка «отлично», «хорошо», «удовлетворительно» или «неудовлетворительно». Работа с оценкой «неудовлетворительно» должна быть доработана и представлена на повторную проверку.

Выполнение работы над ошибками

При получении проверенной контрольной работы необходимо проанализировать отмеченные ошибки. Все задания, в которых были сделаны ошибки или допущены неточности, следует еще раз выполнить в конце данной контрольной работы. Контрольные работы являются учебными документами, которые хранятся на кафедре до конца учебного года.

Критерии оценивания контрольной работы

Оценка за контрольную работу определяется простым суммированием баллов за правильные ответы на вопросы: 1 правильный ответ = 1 балл. Максимум 44 балла.

Результат контрольной работы

Контрольная работа оценивается на «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно»:

40-44 балла (90-100%) - оценка «отлично»;

31-39 балла (70-89%) - оценка «хорошо»;

22-30 баллов (50-69%) - оценка «удовлетворительно»;

0-21 балла (0-49%) - оценка «неудовлетворительно».

Образец оформления титульного листа



Министерство науки и высшего образования РФ
ФГБОУ ВО
«Уральский государственный горный университет»

Кафедра иностранных языков и деловой коммуникации

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА №1

по дисциплине
ИНОСТРАННЫЙ ЯЗЫК

Специальность:
21.05.02 Прикладная геология

Специализация № 3:
Геология нефти и газа

формы обучения: очная

Выполнил: Иванов Иван Иванович
Группа ГН-19

Преподаватель: Петров Петр Петрович,
к.т.н, доцент

Екатеринбург
2019

МИНОБРНАУКИ РФ

ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по учебно-методическому комплексу

_____ С.А.Упоров

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ОРГАНИЗАЦИИ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ

Б1.Б.1.03 ИНОСТРАННЫЙ ЯЗЫК

Специальность:

21.05.02 Прикладная геология

Специализация № 3:

Геология нефти и газа

форма обучения: очная

Автор: Безбородова С. А., к.п.н.

Одобрены на заседании кафедры

Иностранных языков и деловой коммуникации

(название кафедры)

Зав. кафедрой _____

(подпись)

к.п.н., доц. Юсупова Л.Г.

(Фамилия И.О.)

Протокол № 6 от 17.03.2020

(Дата)

Рассмотрены методической комиссией

факультета геологии и геофизики

(название факультета)

Председатель _____

(подпись)

д.г.-м.н., проф. Бондарев В.И.

(Фамилия И.О.)

Протокол № 7 от 20.03.2020

(Дата)

Екатеринбург

2020

Методические указания дисциплины «ИНОСТРАННЫЙ ЯЗЫК» согласованы с выпускающей кафедрой **литологии и геологии горючих ископаемых**

Заведующий кафедрой ЛГГИ _____ к.г.-м.н., С.А. Рыльков____

подпись *И.О. Фамилия*

СОДЕРЖАНИЕ

I. Самостоятельная работа, обеспечивающая подготовку к аудиторным занятиям……... 4
1.1 Повторение материала практических занятий……..... 4
1.2 Чтение и перевод учебных текстов……. 43
1.3 Подготовка к практическим занятиям (запоминание иноязычных лексических единиц и грамматических конструкций) ……..... 61
1.4 Самостоятельное изучение тем курса (для заочной формы обучения) ……. 74
1.5 Подготовка к контрольной работе 74

II. Другие виды самостоятельной работы……. 74
2.1 Выполнение самостоятельного письменного домашнего задания:
2.1.1 Подготовка к ролевой игре……..... 74
2.1.2 Подготовка к практико-ориентированному заданию ……..... 75
2.1.3 Подготовка к опросу ……..... 76
2.2 Дополнительное чтение профессионально ориентированных текстов и выполнение заданий на проверку понимания прочитанного……. 76
2.3 Подготовка доклада…….. 95
2.4 Подготовка к тесту……..... 96
2.5 Подготовка к экзамену…….. 100

I. Самостоятельная работа, обеспечивающая подготовку к аудиторным занятиям

1. Повторение материала практических занятий

Практические занятия направлены на развитие умений иноязычного говорения в рамках заданных РПД тем: бытовая сфера общения (Я и моя семья); учебно-познавательная сфера общения (Я и мое образование); социально-культурная сфера общения (Я и моя страна. Я и мир); профессиональная сфера общения (Я и моя будущая специальность).

Подготовьте устный рассказ по теме на основе предложенного:

My family

My name is Vladimir Petrov. I am … years old. I was born in 19… in Nizhniy Tagil. I went to school when I was 7. In 20… I finished school number 10 in Ekaterinburg. This year I entered the Ural State Mining University. In five years I shall graduate from this University.

I live in the center of Ekaterinburg. I work at the Ministry of Foreign Trade. I'm an engineer & I am also a student. Many engineers in our Ministry learn foreign languages.

My family is not large. I have a wife & two children. My wife's name is Ann & children's names are Nick & Natalie.

My wife is an economist. My wife is a young woman. She is twenty – nine years old. She works at the Ministry of Foreign Trade, too. She goes to the office every day. My wife doesn't learn English. She already knows English very well. She reads many English books, magazines & newspapers. My wife is also a student. She learns German. She likes languages very much & is going to learn French next year.

My daughter is a girl of ten. She goes to school. She has a lot of subjects at school. She also learns English. She also helps her mother at home.

My son is a little boy. He was born five years ago. I take him to the kindergarten every morning.

My parents are not old. My father is 53. He is an engineer. He graduated from The Ural Polytechnical Institute. He works at a big plant. My mother is 51. She is a teacher. She teaches Russian at school. She graduated from the Leningrad Teachers' Training University.

My sister's name is Katya. She works at an office. Besides she studies at an Evening Department. She is married. Her husband is a doctor. He works at a hospital. They have a little son. He is only six months old.

My elder brother, Boris by name, does not stay with us. He lives in Gorky in a large two-roomed flat. He is a designer. He has also a family of his own. He has a wife & two children: a boy & a girl. Their son is already a pupil. My brother & his family often come to see us. We also visit them sometimes.

I also have a grandfather & a grandmother. They are pensioners. My grandmother looks after the house & does the cooking. We usually take our children to the country in summer to stay with their grandparents. They love their grandchildren very much.

Подготовьте устный рассказ по теме на основе предложенного:

My student's life

I'm a student of The Ural State Mining University. I have been a student only one month. I can't speak English very well yet. I am just a beginner. I live in a hostel. It is rather a long way from the University. In fact, it takes me about an hour to get to the University. But it gives me no trouble at all, as I like to get up early. I don't need an alarm-clock to wake me up. I am an early - riser.

Though the hostel is far from the University it is very comfortable & has all modern conveniences.

As a rule I get up at 6.30, do morning exercises & have shower. I don't have a bath in the morning; I have a bath before I go to bed.

For breakfast I have a boiled egg & a cup of coffee in order not to waste the time. At about 7.30 I am quite ready to go. It is about 5 minutes walk from the hostel to the stop. I usually take the 7.40. bus. I walk to the stop as I have plenty of time to catch my bus.

I come to the University 5 minutes before the lesson begins. So I can have a chat with my friends. The majority of my group mates are from Ekaterinburg the others either come from different towns of our country. We usually have a lot of things to talk about.

We don't go out to the lunch. There is a good canteen at the University. It is on the ground floor. But I should say that you have to stand in a queue to have lunch.

I come to the hostel from the University at about 3 o'clock. I live in a single room & have nobody to speak with. In the evening I sometimes go out with my friends. We go to the cinema if there is something new or to the club if there is a dancing party there. But often I stay in, watch TV programs or listen to the music. Then I read a book for half an hour or so & go to sleep. That doesn't take me long, as a rule.

Подготовьте устный рассказ по теме на основе предложенного:

Ekaterinburg – an Industrial Centre

Ekaterinburg is one of the leading industrial centres of Russia. There are over 200 industrial enterprises of all-Russia importance in it. The key industry is machine-building. The plants of our city produce walking excavators, electric motors, turbines, various equipment for industrial enterprises.

During the Great Patriotic War Sverdlovsk plants supplied the front with arms and munitions and delivered various machinery for restoration of Donbass collieries and industrial enterprises of the Ukraine.

The biggest plants of our city are the Urals Heavy Machine Building Plant (the Uralmash), the Urals Electrical Engineering Plant (Uralelectrotyazhmash), the Torbomotorny Works (TMZ), the Chemical Machinery Building Works (Chimmash), the Verkh Iset Metallurgical Works (VIZ) and many others.

The Urals Heavy Machinery Building Plant was built in the years of the first five-year plan period. It has begun to turn out production in 1933. The machines and equipment produced by the Uralmash have laid the foundation for the home iron and steel, mining and oil industries. The plant produces walking excavators and draglines, drilling rigs for boring super-deep holes, crushing and milling equipment for concentrators. The plant also produces rolling-mills, highly efficient equipment for blast furnaces, powerful hydraulic presses and other machines. The trade mark of the Uralmash is well-known all over the world.

The Electrical Engineering plant was put into operation in 1934. At the present time it is a great complex of heavy electrical machine-building. It produces powerful hydrogenerators, transformers, air and oil switches, rectifiers & other electrical equipment. Besides, it is one of the main producers of high-voltage machinery.

The Turbo-Motorny Works produces turbines & diesel motors for powerful trucks. The turbines manufactured by this plant are widely known not only in our country, but also abroad. The plant turned out its first turbines in 1941.

The Urals Chemical Works, the greatest plant in the country, produces machinery for the chemical industry. It also produces vacuum- filters used in different branches of oil industry.

The Verkh-Iset Metallurgical Works the oldest industrial enterprise in Ekaterinburg is now the chief producer of high grade transformer steel in the country.

Now complex mechanization & automation of production processes are being used at all industrial enterprises of Ekaterinburg. Its plants make great contribution to the development of our country's national economy.

Подготовьте устный рассказ по теме на основе предложенного:

The United Kingdom of Great Britain and Northern Ireland

The United Kingdom of Great Britain and Northern Ireland (the UK) occupies most of the territory of the British Isles. It consists of four main parts: England, Scotland, Wales and Northern

Ireland. London is the capital of England. Edinburgh is the capital of Scotland, Cardiff— of Wales and Belfast — of Northern Ireland. The UK is a small country with an area of some 244,100 square kilometres. It occupies only 0.2 per cent of the world's land surface. It is washed by the Atlantic Ocean in the north-west, north and south-west and separated from Europe by the Severn, but the most important waterway is the Thames.

The climate is moderate and mild. But the weather is very changeable. The population of the United Kingdom is over 57 million people. Foreigners often call British people "English", but the Scots, the Irish and the Welsh do not consider themselves to be English. The English are Anglo-Saxon in origin, but the Welsh, the Scots and the Irish are Celts, descendants of the ancient people, who crossed over from Europe centuries before the Norman Invasion. It was this people, whom the Germanic Angles and Saxons conquered in the 5th and 6th centuries AD. These Germanic conquerors gave England its name — "Angle" land. They were conquered in their turn by the Norman French, when William the Conqueror of Normandy landed near Hastings in 1066. It was from the union of Norman conquerors and the defeated Anglo-Saxons that the English people and the English language were born. The official language of the United Kingdom is English. But in western Scotland some people still speak Gaelic, and in northern and central parts of Wales people often speak Welsh.

The UK is a highly developed industrial country. It is known as one of the world's largest producers and exporters of machinery, electronics, textile, aircraft, and navigation equipment. One of the chief industries of the country is shipbuilding.

The UK is a constitutional monarchy. In law, Head of the State is Queen. In practice, the country is ruled by the elected government with the Prime Minister at the head. The British Parliament consists of two chambers: the House of Lords and the House of Commons. There are three main political parties in Great Britain: the Labour, the Conservative and the Liberal parties. The flag of the United Kingdom, known as the Union Jack, is made up of three crosses. The big red cross is the cross of Saint George, the patron saint of England. The white cross is the cross of Saint Andrew, the patron saint of Scotland. The red diagonal cross is the cross of Saint Patrick, the patron saint of Ireland.

The United Kingdom has a long and exciting history and a lot of traditions and customs. The favorite topic of conversation is weather. The English like to drink tea at 5 o'clock. There are a lot of high daysin Great Britain. They celebrate Good Friday, Christmastide, Christmas, Valentine`s day and many others. It is considered this nation is the most conservative in Europe because people attach greater importance to traditions; they are proud of them and keep them up. The best examples are their money system, queen, their measures and weights. The English never throw away old things and don't like to have changes.

Great Britain is a country of strong attraction for tourists. There are both ancient and modern monuments. For example: Hadrian Wall and Stonehenge, York Cathedral and Durham castle. It is no doubt London is the most popular place for visiting because there are a lot of sightseeing like the Houses of Parliament, Buckingham Palace, London Bridge, St Paul's Cathedral, Westminster Abbey, the Tower of London. Also you can see the famous Tower Clock Big Ben which is considered to be the symbol of London. Big Ben strikes every quarter of an hour. You will definitely admire Buckingham Palace. It's the residence of the royal family. The capital is famous for its beautiful parks: Hyde Park, Regent's Park. The last one is the home of London Zoo.

Подготовьте устный рассказ по теме на основе предложенного:

My speciality is Geology

I am a first year student of the Ural State Mining University. I study at the geological faculty. The geological faculty trains geologic engineers in three specialities: mineral prospecting and exploration, hydrogeology and engineering geology, drilling technology.

Geology is the science which deals with the lithosphere of our planet. Geology studies the composition of the Earth's crust, its history, the origin of rocks, their distribution and many other problems.

That is why the science of geology is commonly divided into several branches, such as:

1. General Geology which deals with the composition arid the structure of the Earth and with various geological processes going on below the Earth's surface and on its surface.

2. Petrology which studies the rocks of the Earth.

3. Mineralogy which investigates the natural chemical compounds of the lithosphere.

4. Paleontology which deals with fossil remains of ancient animals and plants found in rocks.

5. Historic Geology which treats of the Earth's history.

6. Structural Geology which deals with the arrangement of rocks due to the Earth's movements.

7. Economic Geology which deals with occurrence, origin and distribution of mineral deposits valuable to man.

All these branches of geology are closely related to each other.

Geology is of great practical importance because .it supplies industry with all kinds of raw materials, such as ore, coal, oil, building materials, etc.

Geology deals with the vital problem of water supply. Besides, many engineering projects, such as tunnels, canals, dams, irrigation systems, bridges etc. need geological knowledge in choosing construction sites and materials.

The practical importance of geology has greatly increased nowadays. It is necessary to provide a rapid growth of prospecting mineral deposits, such as ores of iron, copper, lead, uranium and others, as well as water and fossil fuels (oil, gas and coal). They are badly needed for further development of all the branches of the national Economy of our country and for creating a powerful economic foundation of the society. The graduates of the geological faculty of the Ural State Mining University work all over the country in mines, geological teams and expeditions of the Urals, Siberia, Kasakhstan, in the North and Far East, etc. as well as abroad.

Very often geologists have to work under hard climatic and geological conditions. They must be courageous, strong and purposeful people, ready to overcome any hardships which nature has put in their way to its underground treasure-house.

Практические занятия направлены также на формирование грамматического навыка по темам: порядок слов в повествовательном и побудительном предложениях, порядок слов в вопросительном предложении, безличные предложения, местоимения (указательные, личные, возвратно-усилительные, вопросительные, относительные, неопределенные), имя существительное, артикли (определенный, неопределенный, нулевой), функции и спряжение глаголов *to be* и *to have, о*борот *there+be,* имя прилагательное и наречие, степени сравнения, сравнительные конструкции, имя числительное (количественные и порядковые; чтение дат), образование видовременных форм глагола в активном залоге.

Распределение выше указанных тем в учебнике:

- Агабекян И. П. Английский язык для бакалавров: учебное пособие для студентов вузов / И. П. Агабекян. - Ростов-на-Дону: Феникс, 2017. - 384 с.: ил. - (Высшее образование) (200 экз. в библиотеке УГГУ) и учебнике:

- Журавлева Р.И. Английский язык: учебник: для студентов горно-геологических специальностей вузов / Р. И. Журавлева. - Ростов-на-Дону: Феникс, 2013. - 508 с. - (Высшее образование). - Библиогр.: с. 502 (192 экз. в библиотеке УГГУ) представлено в таблице №1:

Таблица №1

Название темы	***Страницы учебников***	
	Агабекян И. П.	*Журавлева Р.И.*
Порядок слов в повествовательном и побудительном предложениях	148	9
Порядок слов в вопросительном предложении	163-170	10, 24
Безличные предложения	149	440
Местоимения (указательные, личные, возвратно-усилительные, вопросительные, относительные, неопределенные)	41-55	101, 439
Имя существительное	66-78	435

Артикли (определенный, неопределенный, нулевой)	78-84	433
Функции и спряжение глаголов *to be* и *to have*	102-104	6-8
Оборот *there+be*	105-107	100
Имя прилагательное и наречие	115	83
Степени сравнения, сравнительные конструкции	115-121	143
Имя числительное (количественные и порядковые; чтение дат)	261-271	-
Образование видовременных форм глагола в активном залоге	193-209	10, 36, 69

Повторите материал практических занятий!

Порядок слов в английском предложении

В русском языке, благодаря наличию падёжных окончаний, мы можем переставлять члены предложения, не меняя основного смысла высказывания. Например, предложения Студенты изучают эти планы и Эти планы изучают студенты совпадают по своему основному смыслу. Подлежащее в обоих случаях - студенты, хотя в первом предложении это слово стоит на первом месте, а во втором предложении - на последнем.

По-английски такие перестановки невозможны. Возьмём предложение The students study these plans Студенты изучают эти планы. Если подлежащее и дополнение поменяются местами, то получится бессмыслица: These plans study the students Эти планы изучают студентов. Произошло это потому, что слово plans, попав на первое место, стало подлежащим.

Английское предложение имеет твёрдый порядок слов.

Порядок слов в английском предложении показан в этой таблице:

I	**II**	**III Дополнение**			**IV Обстоятельство**
Подлежащее	**Сказуемое**	**Косвенное без предлога**	**Прямое**	**Косвенное с предлогом**	
We Мы	study изучаем		math математику		
He Он	gives дает	us нам	lessons уроки		in this room. в этой комнате
She Она	reads читает		her notes свои заметки	to Peter Петру	every day. каждый день

Вопросительное предложение

Общее правило построения вопросов в английском языке таково: Все вопросы (кроме специальных вопросов к подлежащему предложения) строятся путем инверсии. Инверсией называется нарушение обычного порядка слов в английском предложении, когда сказуемое следует за подлежащим.

В тех случаях, когда сказуемое предложения образовано без вспомогательных глаголов (в Present и Past Indefinite) используется вспомогательный глагол to do в требуемой форме - do/does/did.

Общие вопросы

Общий вопрос задается с целью получить подтверждение или отрицание высказанной в вопросе мысли. На общий вопрос обычно дается краткий ответ: "да" или "нет".

Для построения общего вопроса вспомогательный или модальный глагол, входящий в состав сказуемого, ставится в начале предложения перед подлежащим.

а) Примеры сказуемого с одним вспомогательным глаголом: Is he speaking to the teacher? - Он говорит с учителем?

б) Примеры сказуемого с несколькими вспомогательными глаголами:

You will be writing letters to us. – Ты будешь писать нам письма.
Will you be writing letters to us? – Будешь ли ты писать нам письма?
Примеры с модальными глаголами:
She can drive a car. – Она умеет водить машину.
Can she drive a car? - Она умеет водить машину? (Yes, she can.; No, she cannot)

Когда в составе сказуемого нет вспомогательного глагола (т.е. когда сказуемое выражено глаголом в Present или Past Indefinite), то перед подлежащим ставятся соответственно формы do / does или did; смысловой же глагол ставится в форме инфинитива без to (словарная форма) после подлежащего.

С появлением вспомогательного глагола do на него переходит вся грамматическая нагрузка - время, лицо, число: в Present Indefinite в 3-м лице ед. числа окончание -s, -es смыслового глагола переходит на глагол do, превращая его в does; а в Past Indefinite окончание прошедшего времени -ed переходит на do, превращая его в did.
Do you go to school? – Ходишь ли ты в школу?
Do you speak English well? - Ты хорошо говоришь по-английски?

Ответы на общие вопросы

Общий вопрос требует краткого ответа "да" или "нет", которые в английском языке образуются следующим образом:

а) Положительный состоит из слова Yes за которым (после запятой) идет подлежащее, выраженное личным местоимением в им. падеже (никогда не используется существительное) и тот вспомогательный или модальный глагол, который использовался в вопросе (вспомогательный глагол согласуется с местоимением ответа);

б) Отрицательный ответ состоит из слова No, личного местоимения и вспомогательного (или модального) глагола с последующей частицей not
Например: Are you a student? - Ты студент?
Yes, I am. - Да.; No, I am not. - Нет.
Do you know him? – Ты знаешь его?
Yes, I do. – Да (знаю).; No, I don't. – Нет (не знаю).

Специальные вопросы

Специальный вопрос начинается с вопросительного слова и задается с целью получения более подробной уточняющей информации. Вопросительное слово в специальном вопросе заменяет член предложения, к которому ставится вопрос.
Специальные вопросы могут начинаться словами:
who? – кто? whom? – кого? whose? - чей? what? – что? какой? which? – который?
when? – когда? where? – где? куда? why? – почему? how? – как?
how much? – сколько? how many? – сколько? how long? – как долго? сколько времени?
how often? – как часто?

Построение специальных вопросов:

1) Специальные вопросы ко всем членам предложения, кроме подлежащего (и его определения) строятся так же, как и общие вопросы – посредством инверсии, когда вспомогательный или модальный глагол ставится перед подлежащим.

Специальный вопрос (кроме вопроса к подлежащему) начинается с вопросительного слова или группы слов за которым следуют вспомогательный или модальный глагол, подлежащее и смысловой глагол (сохраняется структура общего вопроса).

Вопрос к прямому дополнению:
What are you reading? Что ты читаешь?
What do you want to show us? Что вы хотите показать нам?

Вопрос к обстоятельству

Обстоятельства бывают разного типа: времени, места, причины, условия, образа действия и др.

He will come back tomorrow. – Он вернется завтра.
When will he come back? – Когда он вернется?
What did he do it for? Зачем он это сделал?
Where are you from?

Вопрос к определению

Вопрос к определению начинается с вопросительных слов what какой, which (of) который (из), whose чей, how much сколько (с неисчисляемыми существительными), how many сколько (с исчисляемыми существительными). Они ставятся непосредственно перед определяемым существительным (или перед другим определением к этому существительному), а затем уже идет вспомогательный или модальный глагол.

What books do you like to read? Какие книги вы любите читать?
Which books will you take? Какие книги (из имеющихся) вы возьмете?

Вопрос к сказуемому

Вопрос к сказуемому является типовым ко всем предложениям: ”Что он (она, оно, они, это) делает (делал, будет делать)?”, например:
What does he do? Что он делает?

Специальные вопросы к подлежащему

Вопрос к подлежащему (как и к определению подлежащего) не требует изменения прямого порядка слов, характерного для повествовательного предложения. Просто подлежащее (со всеми его определениями) заменяется вопросительным местоимением, которое исполняет в вопросе роль подлежащего. Вопросы к подлежащему начинаются с вопросительных местоимений:

who – кто (для одушевленных существительных)
what - что (для неодушевленных существительных)
The teacher read an interesting story to the students yesterday.
Who read an interesting story to the students yesterday?

Сказуемое в таких вопросах (после who, what в роли подлежащего) всегда выражается глаголом в 3-м лице единственного числа (не забудьте про окончание -s в 3-м лице ед. числа в Present Indefinite. Правила образования -s форм см. здесь.):

Who is reading this book? Кто читает эту книгу?
Who goes to school?

Альтернативные вопросы

Альтернативный вопрос задается тогда, когда предлагается сделать выбор, отдать чему-либо предпочтение.

Альтернативный вопрос может начинаться со вспомогательного или модального глагола (как общий вопрос) или с вопросительного слова (как специальный вопрос) и должен обязательно содержать союз or - или. Часть вопроса до союза or произносится с повышающейся интонацией, после союза or - с понижением голоса в конце предложения.

Например вопрос, представляющий собой два общих вопроса, соединенных союзом or:
Is he reading or is he writing?
Did he pass the exam or did he fail?

Вторая часть вопроса, как правило, имеет усеченную форму, в которой остается (называется) только та часть, которая обозначает выбор (альтернативу):
Is he reading or writing?

Разделительные вопросы

Основными функциями разделительных вопросов являются: проверка предположения, запрос о согласии собеседника с говорящим, поиски подтверждения своей мысли, выражение сомнения.

Разделительный (или расчлененный) вопрос состоит из двух частей: повествовательной и вопросительной.

Первая часть - повествовательное утвердительное или отрицательное предложение с прямым порядком слов.

Вторая часть, присоединяемая через запятую, представляет собой краткий общий вопрос, состоящий из местоимения, заменяющего подлежащее, и вспомогательного или модального глагола. Повторяется тот вспомогательный или модальный глагол, который входит в состав сказуемого первой части. А в Present и Past Indefinite, где нет вспомогательного глагола, употребляются соответствующие формы do/ does/ did.

В второй части употребляется обратный порядок слов, и она может переводится на русский язык: не правда ли?, не так ли?, верно ведь?

1. Если первая часть вопроса утвердительная, то глагол во второй части стоит в отрицательной форме, например:

You speak French, don't you? You are looking for something, aren't you? Pete works at a plant, doesn't he?

2. Если первая часть отрицательная, то во второй части употребляется утвердительная форма, например:

It is not very warm today, is it? John doesn't live in London, does he?

Безличные предложения

Поскольку в английском языке подлежащее является обязательным элементом предложения, в безличных предложениях употребляется формальное подлежащее, выраженное местоимением it. Оно не имеет лексического значения и на русский язык не переводится.

Безличные предложения используются для выражения:

1. Явлений природы, состояния погоды: It is/(was) winter. (Была) Зима. It often rains in autumn. Осенью часто идет дождь. It was getting dark. Темнело. It is cold. Холодно. It snows. Идет снег.

2. Времени, расстояния, температуры: It is early morning. Ранее утро. It is five o'clock. Пять часов. It is two miles to the lake. До озера две мили. It is late. Поздно.

3. Оценки ситуации в предложениях с составным именным (иногда глагольным) сказуемым, за которым следует подлежащее предложения, выраженное инфинитивом, герундием или придаточным предложением: It was easy to do this. Было легко сделать это.
It was clear that he would not come. Было ясно, что он не придет.

4. С некоторыми глаголами в страдательном залоге в оборотах, соответствующих русским неопределенно-личным оборотам: It is said he will come. Говорят, он придет.

Местоимение. The Pronoun.
Классификации местоимений.

1	**personal**	личные
2	**possessive**	притяжательные
3	**demonstrative**	указательные
4	**indefinite and negative**	неопределенные и отрицательные
5	**quantifiers**	количественные
6	**reflexive**	возвратные
7	**reciprocal**	взаимные
8	**relative**	относительные
9	**defining**	определительные
10	**interrogative**	вопросительные

I. Личные (personal) местоимения

Общий падеж		**Объектный падеж**	
I	я	**me**	мне, меня
he	он	**him**	его, ему
she	она	**her**	ей, о ней
it	оно, это	**it**	ей, ему, этому
we	мы	**us**	нам, нас

they	они	**them**	им, их
you	ты, вы	**you**	тебе, вам

Внимание! He (он) и **she (она)** в английском языке можно говорить только про людей. Все остальные английские существительные (предметы, животные, явления природы, чувства и т. д.) - обозначаются – it (оно, это).

he	**she**	**it**
a boy – мальчик **a man –** мужчина **brother –** брат **father –** отец **Nick –** Николай **Mr Grey –** мистер Грей	**a girl –** девочка **a woman –** женщина **sister – с**естра **motherч–** мама **Kate –** Катя **Mrs Grey –** миссис Грей	**a cat –** кот **a wall –** стена **rain –** дождь **love –** любовь **a hand –** рука **an apple -** яблоко

Англичане говорят <u>It's me</u>, а не It's I (это я).

II. Притяжательные (possessive) местоимения

Притяжательные местоимения выражают принадлежность и имеют в английском языке **две формы - основную** (после этой формы обязательно требуется существительное).
Whose pen is it? - *Чья это ручка?* - **It's my pen**. - *Это моя ручка*.
И **абсолютную** (существует самостоятельно, без существительного) - **It's mine.** - *Это моя.*

Личное местоимение	**Основная форма**	**Абсолютная форма**
I – я **he –** он **she –** она **it – оно,** это **we –** мы **you –** ты, вы **they -** они	**my (toy) -** моя (игрушка) **his (toy) -** его (игрушка) **her (toy) -** ее (игрушка) **its (toy) -** его (не о человеке) **our (toy) -** наша (игрушка) **your (toy) -** ваша, твоя (игрушка) **their (toy) -** их (игрушка)	**his -** его **hers -** ее **its -** его (этого) **ours -** наша **yours -** ваша, твоя **theirs -** их

III. Указательные (demonstrative) местоимения

this (это, эта, этот) **– these** (эти) **that** (то, та, тот) **- those** (те)

IV. Неопределенные (indefinite) и отрицательные (negative) местоимения

Местоимения some, any, every, и их производные

• Если у вас есть, например, яблоки и вы знаете, сколько их, вы говорите:
I have/l have got three apples. *У меня есть 3 яблока,*
• Если вы не знаете точное количество, то используйте неопределенное местоимение **some: I have/1 have got apples.** *У меня есть несколько яблок (некоторое количество).*

Производные от неопределенных местоимений

Слово **"think"** обозначает **"вещь"** (не обязательно материальная).
Слово **"body"** обозначает **"тело".** Эти слова являются основой для целого ряда словообразований.

Thing используется для неодушевленных (что-то):

some	**something –** *что-то, что-нибудь*
any	**anything -** *что-то, что-нибудь*
thing	
no	**nothing -** *ничего, ничто*

every	**everything -** *все*
Body/one - для одушевленных (кто-то):	
some	**somebody/someone –** *кто-то, кто-нибудь*
any	**anybody/anyone -** *кто-то, кто-нибудь*
body/one	
no	**nobody / no one -** *никого, никто*
every	**everybody /everyone –** *все, каждый*
Местоимение **some** и основа **body** должны произноситься и писаться слитно, в противном случае вместо **somebody** – *кто-то*, получится **some body** - *какое-то тело*, **Something/somebody/someone** - в утвердительных предложениях, **anything/anybody/anyone** - в отрицательных и вопросительных предложениях**, nothing/nobody/no one** – в отрицательных. **Anything/anybody/anyone** - также используются в утвердительных предложениях, но в значении *что угодно/кто угодно*	

somewhere - *где-нибудь, куда-нибудь*	**anywhere -** *где угодно*
nowhere - *нигде*	**everywhere -** *везде*

V. Количественные (quantifiers) местоимения

Many и much - оба слова обозначают **" много"**, С **исчисляемыми** существительными (теми, которые можно посчитать, можно образовать множественное число) используется слово **many**, а с **неисчисляемыми** - слово **much**.	
many girls - *много девочек* **many boys -** *много мальчиков* **many books -** *много книжек*	**much snow -** *много снега* **much money -** *много денег* **much time -** *много времени*
How many? } **сколько?** **How much?** } **сколько?**	**How many girls? -** *Сколько девочек?* **How much sugar? -** *Сколько сахара?* **How much sugar? -** *Сколько сахара?*
a lot of... - много - используется и с исчисляемыми, и с неисчисляемыми существительными a lot без (of) используется и без существительного. **Сравните**: He writes **a lot** of funny stories**.** *Он пишет много забавных рассказов.* He writes **a lot.** *Он много пишет.*	girls – много девочек **a lot of** sugar - много сахара
В утвердительных предложениях используйте **a lot of.** В отрицательных и в вопросительных **many/much,** **Сравните:** (+) My grandmother often cooks **a lot of** tasty things. *Моя бабушка часто готовит много вкусного*. (-) But we don't eat **much.** *Но мы не едим много*. (?) Do you eat much? *Вы много едите?* Иногда слова **much** и **a lot** являются синонимами слова **"часто":** Do you ski **much**? *Вы много (часто) катаетесь на лыжах?* No, not much (= not often).Нет, не часто.	

Few, little, a few, a little
С неисчисляемыми существительными используйте слово little (мало),
а с исчисляемыми - few (мало).

few books - мало книг **few girls -** мало девочек **few boys -** мало мальчиков	**little time -** мало времени **little money -** мало денег **little snow -** мало снега
little } **мало (т.е. надо еще)** **few** } **мало (т.е. надо еще)**	**a little** } **немного (т.е. пока хватает)** **a few** } **немного (т.е. пока хватает)**

VI. Возвратные (reflexive) местоимения

Возвратные местоимения образуются от личных местоимений в объектном падеже и притяжательных местоимений прибавлением **- self** в единственном числе и **- selves** во множественном числе. Возвратные местоимения используются для того, чтобы показать, что объект, названный подлежащим предложения сам совершает действие.

Личное местоимение	**Возвратное местоимение**	**Пример**	**Перевод**
I	myself	I did it myself.	Я сделал это сам
he	himself	He did it himself.	Он сделал это сам.
she	herself	She did it herself.	Она сделала это сама
you	yourself	You did it yourself.	Вы сделали это сами.
they	themselves	They did it themselves.	Они сделали это сами.
we	ourselves	We did it ourselves.	Мы сделали это сами.

VII. Взаимные (reciprocal) местоимения

Each other - друг друга (относится к двум лицам или предметам).
One another - друг друга (относится к большему количеству лиц или предметов).
They spoke to <u>each other</u> rather friendly. *Они разговаривали друг с другом довольно дружелюбно.*
They always help <u>one another</u>. *Они всегда помогают друг другу.*

VIII. Относительные (relative) местоимения

Who (whom), whose, which, that

who	**Именительный падеж <u>who</u> (подлежащее)** **The girl <u>who</u> is playing the piano is my sister.** *Девочка, которая играет на пианино, - моя сестра.*
	Объектный падеж <u>whom</u> (дополнение) **The man <u>whom</u> I love the best is your brother.** *Человек, которого я люблю больше всех, - твой брат.*
which	**Для неодушевленных предметов и животных** **The flowers <u>which</u> you brought me were pretty nice.** *Цветы, которые ты мне принес, очень милые.*
whose	**Для одушевленных существительных** **This is the man <u>whose</u> book we read yesterday.** *Это человек, книгу которого мы читали вчера.*
	Для неодушевленных существительных **We saw the tree <u>whose</u> leaves were absolutely yellow.** *Мы увидели дерево, листья которого были абсолютно желтыми.*
that	**Для одушевленных существительных** **This is the man <u>that</u> we saw yesterday.** *Это мужчина, которого мы видели вчера.*
	Для неодушевленных существительных **This is the film <u>that</u> we saw yesterday.** *Это фильм, который мы видели вчера.*

IX. Определительные (defining) местоимения

all

Употребление	**Примеры**	**Перевод**
определяет неисчисляемые	He spent **all his** time fishing on the	Он провел все свое время,

существительные	lake**.**	ловя рыбу на озере.
определяет исчисляемые существительные	**All the** boys like football. **(the после all!)**	Все мальчишки любят футбол.
all = everything	I know **all/everything.**	Я знаю всё.
all = everybody	**All** were hungry. **Everybody** was hungry.	Все были голодны. Все были голодны.
we all = ail of us you all = all of you they all = ail of them	We **all** love you very much = **All** of us love you very much.	Мы все тебя очень любим

both

Употребление	Примеры	Перевод
определяет существительные	**Both (the/my) friends like football.**	Оба моих друга любят футбол
допускается использование артикля вместо указательных местоимений после both	**Both these/the men are Russian.**	Оба (эти) мужчины - русские.
употребляется вместо существительного	**He gave me two apples. Both were sweet.**	Он дал мне два яблока. Оба были сладкими.
they both = both of them you both = both of you we both = both of us	**They both (both of them) came to visit us.**	Они оба пришли навестить нас.
в устойчивой конструкции **both...and.**	**Both mother father were at home**	И мама, и папа были дома.
в отрицательных предложениях **вместо both** используется **neither**	**Both of them know English. Neither of them know English.**	Они оба знают английский. Ни один из них не знает английского.

either/neither

	Употребление	Примеры	Перевод
either	любой из двух (артикль не ставится)	**I've got 2 cakes. Take either cake.**	У меня 2 пирожных. Возьми любое.
	каждый, оба, и тот, и другой	**There are windows on either side of the house.**	С обеих сторон дома есть окна.
	заменяет существительное (глагол в ед. числе)	**Either of dogs is always hungry.**	Любая из собак вечно голодная.
neither	отрицательное местоимение-определение (ни тот, ни другой)	**Neither of examples is correct.**	Ни один из примеров не верен.
	в констр. neither.. .nor (ни.. .ни)	**I like neither tea, nor coffee.**	Я не люблю ни чай, ни кофе.

other, another, the other, the others (другой, другие)

	Употребление	Примеры	Перевод
the other	другой (второй), другой из двух	**You've got 2 balls: one and the other.**	У тебя 2 мяча: один и другой.
another	другой из многих, еще один	**Take another ball.**	Возьми другой мяч. (Любой, но не этот.)
other	другие (любые), не последние	**Take other 2 balls.**	Возьми другие 2 мяча. (Из многих.)

the others	другие (определенные)	**There are 4 balls: 2 balls are red and the others are blue.**	Есть 4 мяча: 2 красных, а другие 2 - синие.

X. Вопросительные (interrogative) местоимения

what	что	**What's this?**	Что это?
which	который	**Which of them?**	Который из них?
who	кто, кого	**Who was that?**	Кто это был?
whom	кого	**Whom did you meet?**	Кого ты встретил?
whose	чей	**Whose book is it?**	Чья это книга?

Имя существительное. The Noun

Категории	Существительное в русском языке	Существительное в английском языке
Число	**Изменяется**	**Изменяется**
Падеж	**Изменяется**	**Не изменяется**

The Plural Form of Nouns

Образование множественного числа у английских существительных

Способ образования	Примеры	Перевод
после глухих согласных	**a book - books** **a cup - cups**	**книга - книги** **чашка - чашки**
после звонких согласных и гласных -	a name - names a girl - girls	**имя - имена** **девочка - девочки**
после шипящих, свистящих звуков -ch, -sh, -x, -s, -z: -es	a palace - palaces a bush - bushes a box - boxes a church - churches	дворец - дворцы куст - кусты коробка - коробки церковь - церкви
слово заканчивается на -y: 1) гласная +y	**a toy - toys** **a boy - boys**	игрушка - игрушки мальчик - мальчики
2) согласная + y	**a family - families** **a story - stories**	**семья - семьи** **история - истории**
слово заканчивается на *-file*	**a leaf - leaves** **a shelf - shelves**	лист - листья полка - полки

Особые случаи образования множественного числа

Ед. число	**Мн. число**	**Перевод**
man	men	мужчина - мужчины
woman	women	женщина - женщины
foot	feet	нога (стопа) - ноги (стопы)
child	children	ребенок - дети
goose	geese	гусь - гуси
mouse	mice	мышь - мыши
ox	oxen	**бык - быки**
tooth	teeth	**зуб - зубы**

Слова - заместители существительных **Substitutions: one/ones**

При повторном использовании одного и того же существительного в одном предложении, вместо него следует использовать one (в единственном числе) и ones (во множественном числе):

This table is bigger that that one - Этот стол больше, чем тот (стол).
These table are bigger than those ones. - Эти столы больше, чем те (столы).

Со словами one/ones **может быть использован артикль, если перед ними стоит прилагательное.**	
What apple do you want? **Какое ты хочешь яблоко?** **The red one. Красное.**	**What apples do you want?** **Какие яблоки ты хочешь?** **The red ones. Красные.**

Английские существительные не имеют падежных окончаний традиционно выделяют два падежа -общий и притяжательный.

Общий падеж

И. п. Эта девочка хорошо говорит по-английски.	This girl speaks English well.
Р. п. Это собака той девочки.	It's a dog of that girl.
Д. п. Я дал яблоко той девочке. .	I gave an apple to that girl.
В. п. Я вижу маленькую девочку. .	1 can see a little girl.
Т. п. Я люблю гулять с этой девочкой.	1 like to play with this girl.
П. п. Я часто думаю об этой девочке.	1 often think about this girl.

Притяжательный падеж. The Possessive Case
Образование притяжательного падежа

	Образование	**Примеры**	**Перевод**
существительные в единственном числе	**'s**	**bird's house** **child's ball**	домик птички мячик ребенка
существительные во множественном числе (группа исключений}	**'s**	**children's bail** **women's rights**	мячик детей права женщин
существительное во множественном числе	**'**	**girls' toy** **birds' house**	игрушка девочек домик птичек

Формула притяжательного падежа обычно имеют лишь одушевленные существительные, обозначающие живое существо, которому что-то принадлежит,

my mother's book - мамина книга,

this girl's bail - мячик девочки,

the bird's house - домик птички

Для того, чтобы показать принадлежность объекта неодушевленному предмету, используется предлог of:

the handle of the door (ручка (от) двери), но чаще образуется составное существительное door-handle,

Артикль. The Article

1. Неопределенный a/an (используется перед исчисляемыми существительными в единственном числе)

a cat –кот a dog –собака a boy – мальчик a girl -девочка
a teacher - учитель

2. Определенный the (может использоваться с любыми существительными)

the cat -кот the houses –дома the water -вода the weather –погода
the flowers - цветы

Если слово начинается с гласной буквы, к артиклю "a" добавляется буква "n", для того, чтобы две гласные не сливались: an apple (яблоко), an orange (апельсин), an author (автор) и т, д. Слово "an hour" (час) начинается с согласной буквы "h", но в слове эта буква не читается, т.е. слово начинается с гласного звука, поэтому к артиклю "a" также добавляется n = an

Упоминая объект впервые, перед ним ставят неопределенный артикль a/an при вторичном с упоминании того же самого объекта, перед ним ставят определенный артикль the

I see a cat, Я вижу кота (одного). The cat is black. (этот) Кот – черный.

This is a kitten. Это - котенок. (Один из многих) The kitten is hungry. (этот) Котенок - голодный.

I have a book- У меня есть книга. The book is interesting. (эта) Книга - интересная.

Неопределенный артикль a/an опускается перед исчисляемыми существительными и существительными во множественном числе.

a pen - pens (ручка - ручки) a dog - dogs (собака - собаки) a book - books (книга -книги)

- water (вода) - snow (снег) - meat (мясо)

Использование неопределенного артикля a

один из множества (любой)	This is a cat.
первое упоминание в тексте	I see a bird.
при упоминании профессии	My brother is a pilot.
в восклицательных предложениях	What a good girl! What a surprise! Such a fine room!
вместо слова один	She is coming for a weak.
в определенных конструкциях there is a... I have a… he has a... I see a... this is a... that is a… It is a... Iama… he/she is a…	There is a book here. I have got a nice coat. He has a kind smile. I see a wolf. This is a dog. That is a doctor. It is a red pen. I am a good swimmer. He/she is a tourist
в ряде устойчивых словосочетаний at a quarter.., in a loud, (a low, an angry voice) to have a good time a lot of to go for a walk such a... after a while in a day (a month, a week, a year)	Come at a quarter to 8. Don't speak to him in an angry voice. We had a good time in the country. She has got a lot of presents. Let's go for a walk. He is such a clever boy. You'll see them after a while. We are living in a day.

Использование определенного артикля the

если речь идет о конкретном лице или предмете	The pen is on the table.
при повторном упоминании того же самого объекта	I see a cat. The cat is black.
если слово обозначает нечто, существующее в единственном лице, с частями света	the sun, the moon, the Earth
со словами: only (только), main (главный), central (центральный), left (левый), right (правый), wrong (неправильный), next (следующий), last (последний), final (заключительный)	The only man I love the main road to the left, to the right It was the right answer. the final test
с порядковыми числительными	the first, the tenth

с прилагательными в превосходной степени	the kindest, the most interesting the best
с музыкальными инструментами и танцами	to play the piano, to dance the tango
с обобщающими существительными (класс людей» животных, термины, жанры)	The Britons keep their traditions.
с названиями музеев, кинотеатров, кораблей, галерей, газет, журналов	the Hermitage the Tretyakov Gallery the Avrora the Seasame Street
с названиями океанов, рек, морей, каналов, пустынь, групп, островов, штатов, горных массивов, наименований с of	the Atlantic ocean the Neva river the Black sea Changing of the Guard

Использование определенного артикля в ряде устойчивых словосочетаний

in the middle, in the corner	The table is in the middle of the room.
in the morning, In the evening, in the afternoon	I never drink coffee in the evening.
what's the use?	What's the use of going there so late?
to the cinema, to the theatre, to the shop, to the market	Do you like going to the theatre? He works at the shop.
at the cinema, at the theatre, at the shop, at the market	The fact is that I have no money at all.
the fact is (was) that...	Where is the doctor?
where is the…?	We always spend summer in the country.
in the country, to the country	

Сколько бы прилагательных-определений ни стояло перед существительным, все эти определения ставятся между артиклем и существительным: A big, black, fat cat большой, черный, толстый кот.

Случаи, когда артикль не употребляется

если, перед существительным стоит притяжательное местоимение	a pen - my pen a dog - his dog the teacher - our teacher the apple - her apple
если перед существительным стоит указательное местоимение	the cats - those cats the books - these books a mouse - this mouse
если стоит другое существительное в притяжательном падеже	a car - father's car the horse - farmer's horse a bike - brother's bike the doll - sister's doll
если перед существительным стоит, количественное числительное	5 balls, 7 bananas, 2 cats
если перед существительным стоит отрицание "no"	She has no children. I see no birds.
перед именами	Mike, Kate, Jim, etc
с названиями дней недели	Sunday, Monday, etc.
с названиями месяцев	May, December, etc.
с названиями времен года	in spring, in winter
с названиями цветов	white, etc. I like green
с названиями спортивных игр	football, chess, etc.
с названиями блюд, напитков	tea, coffee, soup, etc,
с названиями праздников	Easter, Christmas, etc.

с названиями языков, если нет слова (язык). Если есть, нужен артикль the	English, etc. I learn English, the English language
с названиями стран	Russia, France, etc HO: the USA, the United Kingdom of Great Britain and Northern Ireland, the Netheriands, the Ukraine, the Congo
с названиями городов	Moscow, Paris, etc.
с названиями улиц, площадей	Trafalgar Square
с названиями парков	St James' Park, Hyde Park
с названиями мостов	Tower Bridge
с названиями одиночных гор	Kilimanjaro
с названиями озер	Loch Ness
с названиями континентов	Asia, Australia, etc.
с названиями одиночных островов	Cyprus
если перед существительными стоит вопросительное или отрицательное местоимение	what animals can swim? I know what thing you have lost!

ГЛАГОЛ (THE VERB)

Глаголом называется часть речи, обозначающая действие или состояние предмета или лица.

В английском языке признаком глагола в неопределенной форме (инфинитиве) является частица to.

По своей структуре глаголы делятся на:

1. Простые, состоящие только из одного корня:

to fire - стрелять; зажигать
to order - приказывать
to read - читать
to play - играть

2. Производные, состоящие из корня и префикса, из корня и суффикса или из корня, префикса и суффикса:

to unpack - распаковывать
to dismiss - увольнять, отпускать
to realize - представлять себе
to shorten - укорачивать (ся)
to encounter - встречать (ся), наталкивать (ся)
to regenerate - перерождаться, возрождаться

3. Сложные, состоящие из двух основ (чаще всего основы существительного или прилагательного и основы глагола):

to broadcast (broad + cast) - передавать по радио
to whitewash (white + wash) - белить

4. Составные, состоящие из глагольной основы и наречия или предлога:

to carry out - выполнять
to sit down - садиться

По значению глаголы делятся на смысловые и служебные.

1. Смысловые глаголы имеют самостоятельное значение, выражают действие или состояние: Lomonosov as a poet and scientist played a great role in the formation of the Russian literary language. Как поэт и ученый Ломоносов сыграл огромную роль в создании русского литературного языка.

2. Служебные глаголы не имеют самостоятельного значения и употребляются для образования сложных форм глагола или составного сказуемого. Они являются спрягаемым элементом сказуемого и в его формах выражается лицо, число и время. К ним относятся:

1. Глаголы-связки to be быть, to become становиться, to remain оставаться, to grow становиться, to get, to turn становиться, to look выглядеть, to keep сохраняться.

Every man is the maker of his own fortune. Каждый человек-творец своей судьбы.

2. Вспомогательные глаголы to be, to do, to have, to let, shall, will (should, would):

The kitchen was supplied with every convenience, and there was even a bath-room, a luxury the Gerhardts had never enjoyed before. На кухне имелись все удобства; была даже ванная комната- роскошь, какой Герхардты никогда до сих пор не обладали.

3. Модальные глаголы can, may, must, ought, need: He that would eat the fruit must climb the tree. Кто любит фрукты, должен влезть на дерево (чтобы сорвать). (Любишь кататься-люби и саночки возить.)

Все формы глагола в английском языке делятся на личные и неличные.

Личные формы глагола выражают время, лицо, число, наклонение. Они выполняют в предложении функцию сказуемого. К личным формам относятся все формы времен действительного и страдательного залога (изъявительного и сослагательного наклонения):

As you leave the Kremlin by Spassky Gate you come out on the Red Square. Если вы выходите из Кремля мимо Спасских Ворот, вы оказываетесь на Красной площади.

Неличные формы глагола не различаются по лицам и числам. Они не могут самостоятельно выполнять в предложении функцию сказуемого, но могут входить в его состав. К неличным формам относятся: инфинитив, причастие и герундий. Every step towards eliminating nuclear weapons is in the interests of every nation. Любой шаг в направлении уничтожения ядерного оружия служит интересам каждого государства.

Личные формы глагола в английском языке имеют три наклонения: изъявительное (the Indicative Mood), повелительное (the Imperative Mood) и сослагательное (the Subjunctive Mood).

Глаголы в изъявительном наклонении выражают реальное действие, передают факты:

His son goes to school. Его сын учится в школе.

She has written an interesting article. Она написала интересную статью.

A new building of the theatre was built in this street. На этой улице построили новое здание театра.

Глаголы в повелительном наклонении выражают приказание, просьбу, совет, запрещение, команду:

"Don't buy them", warned our cautious driver. "Не покупайте их", - предупредил наш осторожный шофер.

Undertake not what you cannot perform but be careful to keep your promise. Не беритесь за то, что не сможете выполнить, но старайтесь сдержать обещание.

Глаголы в сослагательном наклонении выражают действие не реальное, а желательное или предполагаемое: If there were no bad people, there would be no good lawyers. Если бы не было плохих людей, не было бы хороших адвокатов.

Как личные, так и неличные формы глагола имеют **два залога**: действительный (the Active Voice) и страдательный (the Passive Voice).

Глаголы в действительном залоге выражают действие, которое производится подлежащим: I inform you that I have carried out the mission. Сообщаю, что я выполнил задание.

Глаголы в страдательном залоге выражают действие, которое испытывает на себе подлежащее: I was informed that the mission had been carried out. Мне сообщили, что задание было выполнено.

Формы глагола могут выражать отношение между действием и временем. В русском языке бывают глаголы **совершенного и несовершенного вида**. **Глаголы совершенного вида** обозначают действие, которое закончено, и есть его результат:

Он прочитал эту статью с интересом.

Глаголы несовершенного вида обозначают действие, указывая на его повторяемость, длительность, незаконченность: Вчера он читал эту статью с интересом. (Но он мог и не прочитать ее).

Вид глагола в русском языке выражается либо изменением его формы, либо с помощью суффиксов и приставок. Видовые значения глагола в английском языке выражаются сочетанием вспомогательного глагола с причастием настоящего или прошедшего времени смыслового глагола.

В английском языке четыре видо-временных группы глагола: неопределенные времена (Indefinite Tenses), продолженные времена (Continuous Tenses), совершенные времена (Perfect Tenses), и совершенные продолженные времена (Perfect Continuous Tenses). В каждой временной группе три времени: настоящее (Present), прошедшее (Past), будущее (Future).

Глагол “to be”

A: Are you from England?
B: No, we aren't. We're from China.

He's Tom and she's Helen. They are friends.

Утверждение		Отрицание		Вопрос
Полная форма	Краткая форма	Полная форма	Краткая форма	Am I?
I am	I'm	I am not	I'm not	Are you?
You are	You're	You are not	You aren't	Is he?
He is	He's	He is not	He isn't	Is she?
She is	She's	She is not	She isn't	Is it?
It is	It's	It is not	It isn't	Are we?
We are	We're	We are not	We aren't	Are you?
You are	You're	You are not	You aren't	Are they?
They are	They're	They are not	They aren't	

Краткими ответами называются ответы на вопросы, начинающиеся с глагольной формы is /are; в кратком ответе содержание вопроса не повторяется. Употребляется только Yes или No, далее личное местоимение в именительном падеже и глагольная форма is (isn't) / are (aren't). Например: Are you British? No, I'm not.
Yes, I am /we are. No, I'm not/we aren't.
Yes, he/she/it is. No, he/she/it isn't.
Yes, they are. No, they aren't.

WAS/WERE

Bob is eighty. He's old and weak.
Mary, his wife is seventy-nine. She's old too.
Fifty years ago they were young. Bob was strong. He wasn't weak. Mary was beautiful. She wasn't old.
В прошедшем простом времени (past simple) глагол "to be" с личными местоимениями в именительном падеже имеет следующие формы: was для I, he, she, it и –were для –we, you, they. В вопросахwas/were ставятся перед личным местоимением в именительном падеже (I, you, he и т.д.) или существительным. Например: She was ill yesterday. -> Was she ill yesterday? Отрицания образуются путем постановки not после was/were. Например: She was not ill yesterday. She wasn't ill yesterday.

Утверждение	Отрицание		Вопрос
	Полная форма	Краткая форма	
I was	I was not	I wasn’t	Was I?
You were	You were not	You weren’t	Were you?
He was	He was not	He wasn’t	Was he?

She was	She was not	She wasn’t	Was she?
It was	It was not	It wasn’t	Was it?
We were	We were not	We weren’t	Were we?
You were	You were not	You weren’t	Were you?
They were	They were not	They weren’t	Were they?

ОБОРОТ THERE IS/THERE ARE

There is a sofa in the room. There are two pictures on the wall. There isn't a TV in the room. What else is there in the room?

Мы употребляем конструкцию there is/there are, чтобы сказать, что кто-то или что-то существует или находится в определенном месте. Краткая форма there is – there’s. There are не имеет краткой формы. Например: There is (There's) a sofa in the room. There are four children in the garden.

Вопросительная форма: Is there? Are there? Например: Is there a restaurant in the town? Are there any apples in the basket?

Отрицательная форма: There isn’t …/There aren’t … Например: There is not / isn't a man in the room. There are not/aren't any cars in the street.

Краткие ответы строятся с помощью Yes, there is/are или No, there isn't / aren't. Содержание вопроса не повторяется.

Yes, there is. No, there isn't.

Yes, there are. No, there aren't.

Мы употребляем there is / there are, чтобы сказать, что что-то существует или находится в определенном месте, it is / they are - когда уже упоминали об этом. Например: There is a house in the picture.

It is a big house. (Но не: It's a house in the picture.)

There are three books on the desk.

They are history books. (Но не: They are three books on the desk.)

Конструкция There was/There were

This is a modern town today.

There are a lot of tall buildings and shops. There are cars and there isn't much peace and quiet.

This is the same town fifty years ago.

There weren't any tall buildings. There were some old houses. There weren't many cars and there wasn't much noise.

Конструкция There was/There were - это There is / There are в форме past simple. There was употребляется с существительными в единственном числе. Например: There was a post office in the street thirty years ago. There were употребляется с существительными во множественном числе. Например: There were a few houses in the street thirty years ago.

В вопросах was/were ставятся перед there. Например: Was there a post office in the street thirty years ago? Were there any houses in the street thirty years ago?

Отрицания строятся путем постановки not после was / were. Например: There was not / wasn't a post office in the street thirty years ago. There were not / weren't any houses in the street thirty years ago.

Утверждение	Отрицание		Вопрос
	Полная форма	Краткая форма	
There was	There was not	There wasn't	Was there?
There were	There were not	There weren't	Were there?

Краткие ответы строятся с помощью Yes или No и there was/there were. Содержание вопроса не повторяется.

Was there a book on the desk? Yes, there was. No, there wasn't.

Were there any people in the shop? Yes, there were. No, there weren't.

Глагол Have got

A bird has got a beak, a tail and wings.
Has she got long hair? No, she hasn't. She's got short hair.
What have they got? They've got roller blades. They haven't got skateboards.
She has got a headache.

Have (got) используется:

а) чтобы показать, что что-то принадлежит кому-то. Например: He's got a ball.

б) при описании людей, животных или предметов. Например: She's got blue eyes.

в) в следующих высказываниях: I've got a headache. I've got a temperature. I've got a cough, I've got a toothache, I've got a cold, I've got a problem.

Утверждение		Отрицание		Вопрос
Полная форма	Краткая форма	Полная форма	Краткая форма	Have I (got)?
I have (got)	I've (got)	I have not (got)	I haven't (got)	Have you (got)?
You have (got)	You've (got)	You have not (got)	You haven't (got)	Has he (got)?
He has (got)	He's (got)	He has not (got)	He hasn't (got)	Has she (got)?
She has (got)	She's (got)	She has not (got)	She hasn't (got)	Has it (got)?
It has (got)	It's (got)	It has not (got)	It hasn't (got)	Have we (got)?
We have (got)	We've (got)	We have not (got)	We haven't (got)	Have you (got)?
You have (got)	You've (got)	You have not (got)	You haven't (got)	Have they (got)?
They have (got)	They've (got)	They have not (got)	They haven't (got)	

Had

Grandpa, did you have a TV when you were five?
No, I didn't. People didn't have TV's then. They had radios.

Have (had) в past simple имеет форму Had для всех лиц.

Вопросы строятся с помощью вспомогательного глагола did, личного местоимения в именительном падеже и глагола - have. Например: Did you have many toys when you were a child? Отрицания строятся с помощью did not и have. Например: I did not / didn't have many toys when I was a child.

Утверждение	Отрицание		Вопрос
	Полная форма	Краткая форма	
I had	I did not have	I didn't have	Did I have?
You had	You did not have	You didn't have	Did you have?
He had	He did not have	He didn't have	Did he have?
She had	She did not have	She didn't have	Did she have?
It had	It did not have	It didn't have	Did it have?
We had	We did not have	We didn't have	Did we have?
You had	You did not have	You didn't have	Did you have?
They had	They did not have	They didn't have	Did they have?

Имя прилагательное. The Adjective

Категории	**Прилагательное в русском языке**	**Прилагательное в английском языке**
Число	изменяется	не изменяется
Род	изменяется	не изменяется
Падеж	изменяется	не изменяется

Образование имен прилагательных

Имена прилагательные бывают: **простые и производные**

К **простым** именам прилагательным относятся прилагательные, не имеющие в своем составе

ни приставок, ни суффиксов: small - *маленький***, long -** *длинный***, white -** *белый***.**
К **производным** именам прилагательным относятся прилагательные, имеющие в своем составе **суффиксы** или **приставки**, или одновременно и те, и другие.

Суффиксальное образование имен прилагательных

Суффикс	Пример	Перевод
- ful	use**ful** doubt**ful**	**полезный** **сомневающийся**
- less	help**less** use**less**	**беспомощный** **бесполезный**
- ous	fam**ous** danger**ous**	**известный** **опасный**
- al	form**al** centr**al**	**формальный** **центральный**
- able	eat**able** cap**able**	**съедобный** **способный**

Приставочный способ образования имен прилагательных

Приставка	Пример	Перевод
un -	**un**cooked **un**imaginable	**невареный** **невообразимый**
in -	**in**capable **in**human	**неспособный** **негуманный**
il -	**il**legal **il**liberal	**нелегальный** **необразованный**
im -	**im**possible **im**practical	**невозможный** **непрактичный**
dis -	**dis**honest **dis**agreeble	**бесчестный** **неприятный**
ir -	**ir**regular **ir**responsible	**неправильный** **безответственный**
Некоторые имена прилагательные являются составными и образуются из двух слов, составляющих одно понятие: **light-haired –** светловолосый, **snow-white –** белоснежный.		

Прилагательные, оканчивающиеся на – ed и на - ing

- ed	**- ing**
Описывают чувства и состояния	**Описывают предметы, вещи, занятия, вызывающие эти чувства**
interested – интересующийся, заинтересованный	**interesting -** интересный
bored - скучающий	**boring -** скучный
surprised - удивленный	**surprising -** удивительный

Степени сравнения прилагательных

Английские прилагательные не изменяются ни по числам, ни по родам, но у них есть **формы степеней сравнения.**
Имя прилагательное в английском языке имеет **три формы** степеней сравнения:
- положительная степень сравнения **(Positive Degree);**
- сравнительная степень сравнения **(Comparative Degree);**
- превосходная степень сравнения **(Superlative Degree).**

Основная форма прилагательного - положительная степень. Форма сравнительной и

превосходной степеней обычно образуется от формы положительной степени одним из следующих способов:

1. -er. -est

Односложные прилагательные образуют **сравнительную степень** путем прибавления **к форме прилагательного в положительной степени** суффикса **- er.** Примерно, тоже самое мы делаем и в русском языке **-** добавляем "е" (большой - больше, холодный - холоднее).

Превосходная степень образуется путем прибавления суффикса **- est. Артикль the обязателен!!!**

Положительная степень	Сравнительная степень	Превосходная степень
cold - холодный	cold**er -** холоднее	the cold**est -** самый холодный
big - большой	bigg**er -** больше	the bigg**est -** самый большой
kind - добрый	kind**er -** добрее	the kind**est -** самый добрый

По этому же способу образуются степени сравнения двусложных прилагательных оканчивающихся на **-y, -er, -ow, -ble:**

Положительная степень	Сравнительная степень	Превосходная степень
clever — умный	clever**er - умнее**	**the** clever**est - самый умный**
easy - простой	eas**ier - проще**	**the** eas**iest - самый простой**
able - способный	abl**er - способнее**	**the** abl**est - самый способный**
busy - занятой	bus**ier - более занятой**	**the** bus**iest - самый занятой**

При образовании степеней сравнения посредством суффиксов **– er и – est** соблюдаются следующие **правила орфографии:**

Если прилагательное заканчивается на немое **"e" ,** то при прибавлении **– er и – est немое "e" опускается:**

large **–** larg**er - the** larg**est** / большой – больше – самый большой

brav**e** **–** brav**er – the** brav**est** / смелый – смелее – самый смелый

Если прилагательное заканчивается **на согласную с предшествующим кратким гласным звуком,** то в сравнительной и превосходной степени **конечная согласная буква удваивается:**

big – bigg**er –** bigg**est** / большой – больше – самый большой

hot – hott**er –** hott**est** / горячий – горячее – самый горячий

thin – thinn**er –** thinn**est** / тонкий – тоньше – самый тонкий

Если прилагательное **заканчивается на "y" с предшествующей согласной,** то в сравнительной и превосходной степени **"y" переходит в "i":**

busy – bus**ier – bus**iest** / **занятой – более занятой – самый занятой**

easy – eas**ier –** eas**iest** / **простой – проще – самый простой**

2. more, the most

Большинство двусложных прилагательных и прилагательных, состоящих из трех и более слогов, образуют сравнительную степень при помощи слова **more**, а **превосходную** – при помощи слова **most**.

Эти слова ставятся перед именами прилагательными в положительной степени:

Положительная степень	Сравнительная степень	Превосходная степень
beautiful - красивый	**more beautiful -** красивее	**the most beautiful** - самый красивый
interesting – интересный	**more interesting -** интереснее	**the most interesting** - самый интересный
important - важный	**more important -** важнее	**the most important** - самый важный

Особые формы

Положительная степень	Сравнительная степень	Превосходная степень

good - хороший **bad -** плохой **little -** маленький **much/many -** много **far -** далекий/далеко **old -** старый	**better -** лучше **worse -** хуже **less -** меньше **more -** больше **farther/further -** дальше **older/elder -** старше	**the best -** самый лучший **the worst -** самый плохой **the least -** самый маленький, меньше всего **the most -** больше всего **the farthest/furthest -** самый дальний **the oldest/eldest -** самый старый

3. less. the least

Для выражения **меньшей** или **самой низкой степени** качества предмета по сравнению с другими предметами употребляются соответствующие слова **less** – менее и **the least** – наименее, которые ставятся перед прилагательными в форме положительной степени.

Положительная степень	Сравнительная степень	Превосходная степень
beautiful – красивый **interesting -** интересный **important -** важный	**less beautiful -** менее красивый **less interesting –** менее интересный **less important -** менее важный	**the least beautiful –** самый некрасивый **the least interesting –** самый неинтересный **the least important –** самый неважный

Другие средства сравнения двух предметов или лиц

Конструкция	Комментарий	Примеры
As…as (такой же, так же)	**Для сравнения двух объектов одинакового качества**	He is **as** a strong **as** a lion Он такой же сильный, как лев. She is **as** clever **as** an owl**.** Она такая же умная, как сова.
Not so…as (не такой, как)	**в отрицательных предложениях**	He is **not so** strong **as** a lion. Он не такой сильный, как лев**.** She is **not so** clever **as** an owl. Она не такая умная, как сова.
The…the (с двумя сравнительными степенями)	**показывает зависимость одного действия от другого**	**The more** we are together **the happier** we are. Чем больше времени мы проводим вместе, тем счастливее мы становимся. **The more** I learn this rule **the less** I understand it. Чем больше я учу это правило, тем меньше я его понимаю.

Особые замечания об употреблении сравнительных и превосходных степеней имен прилагательных:

- Сравнительная степень может быть усилена употреблением перед ней слов со значением **«гораздо, значительно»:**

His new book is **much more** interesting than previous one. *Его новая книга гораздо более интересная, чем предыдущая.*

This table **is more** comfortable than **that one**. *Этот стол более удобный чем тот.*

- После союзов **than** и **as** используются либо личное местоимение в именительном падеже с глаголом, либо личное местоимение в объектном падеже:

I can run **as** fast **as** him **(as he can).** *Я могу бегать так же быстро, как он.*

Числительное. The numeral

Перед **сотнями, тысячами, миллионами** обязательно называть их количество, даже если всего одна сотня или одна тысяча:

126 – one hundred twenty six

1139 – one thousand one hundred and thirty nine

В составе числительных – сотни, тысячи и миллионы не имеют окончания множественного числа: **two hundred – 200, three thousand – 3000, и т.д.**

НО: окончание множественного числа добавляется hundred, thousand, million, когда они выражают неопределенное количество сотен, тысяч, миллионов. В этом случае после них употребляется существительное с предлогом **"of":**

hundreds of children – сотни детей

thousands of birds- тысячи птиц

millions of insects – миллионы насекомых

Начиная с 21, числительные образуются так же как в русском языке:

20+1=21 (twenty + one = **twenty one**)

60+7=67 (sixty + seven = **sixty seven**) и т.д.

Как читать даты

1043	ten forty-three
1956	nineteen fifty-six
1601	sixteen o one
2003	two thousand three
В 2003 году	in two thousand three
1 сентября	the first of September
23 февраля	the twenty-third of February

ДРОБНЫЕ ЧИСЛИТЕЛЬНЫЕ (FRACTIONAL NUMERALS)

В простых дробях (Common Fractions) числитель выражается количественным числительным, а знаменатель порядковым:

1/7- one seventh одна седьмая

При чтении простых дробей, если числитель их больше единицы, к знаменателю прибавляется окончание множественного числа -s:

2/4 - two fourths - две четвертых

2/3 -two thirds - две третьих

3 1/5 - three and one fifth - три целых и одна пятая

1/2 - one second, a second, one half, a half - одна вторая, половина

1/4 -one fourth, a fourth, one quarter, a quarter - одна четвертая, четверть

В десятичных дробях (Decimal Fractions) целое число отделяется точкой, и каждая цифра читается отдельно. Нуль читается nought [no:t] (в США - zero ['zierou]).

4.25 four point twenty-five; four point two five

0.43 nought point forty-three; nought point four three

Существительные, следующие за дробью, имеют форму единственного числа, и перед ними при чтении ставится предлог -of:

2/3 metre- two thirds of a metre

две третьих метра

0.05 ton - nought point nought five of a ton

ноль целых пять сотых тонны

Существительные, следующие за смешанным числом, имеют форму множественного числа и читаются без предлога of:

35 1 /9 tons -thirty-five and one ninth tons

14.65 metres -one four (или fourteen) point six five (или sixty-five) metres

В обозначениях номеров телефонов каждая цифра читается отдельно, нуль здесь читается [ou]:
224-58-06 ['tu:'tu:'fo:'faiv'eit'ou'siks]

Образование видовременных форм глагола в активном залоге

Present Simple употребляется для выражения:

1. постоянных состояний,

2. повторяющихся и повседневных действий (часто со следующими наречиями: always, never, usually и т.д.). Mr Gibson is a businessman. He lives in New York, (постоянное состояние) He usually starts work at 9 am. (повседневное действие) He often stays at the office until late in the evening, (повседневное действие)

3. непреложных истин и законов природы, The moon moves round the earth.

4. действий, происходящих по программе или по расписанию (движение поездов, автобусов и т.д.). The bus leaves in ten minutes.

Маркерами present simple являются: usually, always и т.п., every day / week / month / year и т.д., on Mondays I Tuesdays и т.д., in the morning / afternoon / evening, at night / the weekend и т.д.

Present Continuous употребляется для выражения:

1. действий, происходящих в момент речи He is reading a book right now.

2. временных действий, происходящих в настоящий период времени, но не обязательно в момент речи She is practising for a concert these days. (В данный момент она не играет. Она отдыхает.)

3. действий, происходящих слишком часто и по поводу которых мы хотим высказать раздражение или критику (обычно со словом "always") "You're always interrupting me!"(раздражение)

4. действии, заранее запланированных на будущее. He is flying to Milan in an hour. (Это запланировано.)

Маркерами present continuous являются: now, at the moment, these days, at present, always, tonight, still и т.д.

Во временах **группы Continuous** обычно **не употребляются** глаголы:

1. выражающие восприятия, ощущения (see, hear, feel, taste, smell), Например: This cake tastes delicious. (Но не: This cake is tasting delicious)

2. выражающие мыслительную деятельность [know, think, remember, forget, recognize(ze), believe, understand, notice, realise(ze), seem, sound и др.],
Например: I don't know his name.

3. выражающие эмоции, желания (love, prefer, like, hate, dislike, want и др.), Например: Shirley loves jazz music.

4. include, matter, need, belong, cost, mean, own, appear, have (когда выражает принадлежность) и т.д. Например: That jacket costs a tot of money. (Но не: That jacket is costing a lot of money.)

Present perfect употребляется для выражения:

1. действий, которые произошли в прошлом в неопределенное время. Конкретное время действия не важно, важен результат, Kim has bought a new mobile phone. (Когда она его купила? Мы это не уточняем, поскольку это не важно. Важного, что у нее есть новый мобильный телефон.)

2. действий, которые начались в прошлом и все еще продолжаются в настоящем, We has been a car salesman since /990. (Он стал продавцом автомобилей в 1990 году и до сих пор им является.)

3. действий, которые завершились совсем недавно и их результаты все еще ощущаются в настоящем. They have done their shopping. (Мы видим, что они только что сделали покупки, поскольку они выходят из супермаркета с полной тележкой.)

4. Present perfect simple употребляется также со словами "today", "this morning / afternoon" и т.д., когда обозначенное ими время в момент речи еще не истекло. He has made ten photos this morning. (Сейчас утро. Указанное время не истекло.)

К маркерам present perfect относятся: for, since, already, just, always, recently, ever, how long, yet, lately, never, so far, today, this morning/ afternoon / week / month / year и т.д.

Present perfect continuous употребляется для выражения:

1. действий, которые начались в прошлом и продолжаются в настоящее время He has been painting the house for three days. (Он начал красить дом три дня назад и красит его до сих пор.)

2. действий, которые завершились недавно и их результаты заметны (очевидны) сейчас. They're tired. They have been painting the garage door all morning. (Они только что закончили красить. Результат их действий очевиден. Краска на дверях еще не высохла, люди выглядят усталыми.)

Примечание.

1. С глаголами, не имеющими форм группы Continuous, вместо present perfect continuous употребляется present perfect simple. Например: I've known Sharon since we were at school together. (А не: I've been knowing Sharon since we were at school together.)

2. С глаголами live, feel и work можно употреблять как present perfect continuous, так и present perfect simple, при этом смысл предложения почти не изменяется.

Например: He has been living/has lived here since 1994.

К маркерам present perfect continuous относятся: for. since. all morning/afternoon/week/day и т.д., how long (в вопросах).

Past simple употребляется для выражения:

1. действий, произошедших в прошлом в определенное указанное время, то есть нам известно, когда эти действия произошли, They graduated four years ago. (Когда они закончили университет? Четыре года назад. Мы знаем время.)

2. повторяющихся в прошлом действий, которые более не происходят. В этом случае могут использоваться наречия частоты (always, often, usually и т.д.), He often played football with his dad when he was five. (Но теперь он уже не играет в футбол со своим отцом.) Then they ate with their friends.

3. действий, следовавших непосредственно одно за другим в прошлом.

They cooked the meal first.

4. Past simple употребляется также, когда речь идет о людях, которых уже нет в живых. Princess Diana visited a lot of schools.

Маркерами past simple являются: yesterday, last night / week / month / year I Monday и т.д., two days I weeks I months I years ago, then, when, in 1992 и т.д.

People used to dress differently in the past. Women used to wear long dresses. Did they use to carry parasols with them? Yes, they did. They didn't use to go out alone at night.

• **Used to** (+ основная форма глагола) употребляется для выражения привычных, повторявшихся в прошлом действий, которые сейчас уже не происходят. Эта конструкция не изменяется по лицам и числам. Например: Peter used to eat a lot of sweets. (= Peter doesn't eat many sweets any more.) Вопросы и отрицания строятся с помощью did / did not (didn't), подлежащего и глагола "use" без -d.

Например: Did Peter use to eat many sweets? Mary didn't use to stay out late.

Вместо "used to" можно употреблять past simple, при этом смысл высказывания не изменяется. Например: She used to live in the countryside. = She lived in the countryside.

Отрицательные и вопросительные формы употребляются редко.

Past continuous употребляется для выражения:

1. временного действия, продолжавшегося в прошлом в момент, о котором мы говорим. Мы не знаем, когда началось и когда закончилось это действие, At three o'clock yesterday

afternoon Mike and his son were washing the dog. (Мы не знаем, когда они начали и когда закончили мыть собаку.)

2. временного действия, продолжавшегося в прошлом (longer action) в момент, когда произошло другое действие (shorter action). Для выражения второго действия (snorter action) мы употребляем past simple, He was reading a newspaper when his wife came, (was reading = longer action: came = shorter action)

3. двух и более временных действий, одновременно продолжавшихся в прошлом. The people were watching while the cowboy was riding the bull.

4. Past continuous употребляется также для описания обстановки, на фоне которой происходили события рассказа (повествования). The sun was shining and the birds were singing. Tom was driving his old truck through the forest.

Маркерами past continuous являются: while, when, as, all day / night / morning и т.д.
when/while/as + past continuous (longer action) when + past simple (shorter action)

Past perfect употребляется:

1. для того, чтобы показать, что одно действие произошло раньше другого в прошлом. При этом то действие, которое произошло раньше, выражается past perfect simple, а случившееся позже - past simple,
They had done their homework before they went out to ptay yesterday afternoon. (=They did their homework first and then they went out to ptay.)

2. для выражения действий, которые произошли до указанного момента в прошлом,
She had watered all the flowers by five o'clock in the afternoon.
(=She had finished watering the flowers before five o'clock.)

3. как эквивалент present perfect simple в прошлом. То есть, past perfect simple употребляется для выражения действия, которое началось и закончилось в прошлом, а present perfect simple - для действия, которое началось в прошлом и продолжается (или только что закончилось) в настоящем. Например: Jill wasn't at home. She had gone out. (Тогда ее не было дома.) ЛИ isn 't at home. She has gone out. (Сечас ее нет дома.)

К маркерам past perfect simple относятся: before, after, already, just, till/until, when, by, by the time и т.д.

Future simple употребляется:

1. для обозначения будущих действий, которые, возможно, произойдут, а возможно, и нет, We'll visit Disney World one day.

2. для предсказаний будущих событий (predictions), Life will be better fifty years from now.

3. для выражения угроз или предупреждений (threats / warnings), Stop or I'll shoot.

4. для выражения обещаний (promises) и решений, принятых в момент речи (on-the-spot decisions), I'll help you with your homework.

5. с глаголами hope, think, believe, expect и т.п., с выражениями I'm sure, I'm afraid и т.п., а также с наречиями probably, perhaps и т.п. / think he will support me. He will probably go to work.

К маркерам future simple относятся: tomorrow, the day after tomorrow, next week I month / year, tonight, soon, in a week / month year и т.д.

ПРИМЕЧАНИЕ

Future simple не употребляется после слов while, before, until, as soon as, after, if и when в придаточных предложениях условия и времени. В таких случаях используется present simple. Например: I'll make a phone call while I wait for you. (А не:... whilo I will wait for you.) Please phone me when you finish work.

В дополнительных придаточных предложениях после "when" и "if" возможно употребление future simple. Например: I don't know when I if Helen will be back.

He is going to throw the ball.

Be going to употребляется для:

1. выражения заранее принятых планов и намерений на будущее,
Например: Bob is going to drive to Manchester tomorrow morning.

2. предсказаний, когда уже есть доказательства того, что они сбудутся в близком будущем. Например: Look at that tree. It is going to fall down.

We use the **future continuous**:

a) for an action which will be in progress at a stated for an action which will be future time. *This time next week, we'll be cruising round the islands.*

b) for an action which will definitely happen in the future as the result of a routine or arrangement. *Don't call Julie. I'll be seeing her later, so I'll pass the message on.*

c) when we ask politely about someone's plans for the near future (what we want to know is if our wishes fit in with their plans.) *Will you be using the photocopier for long?*
No. Why?
I need to make some photocopies.

We use the **future perfect**:

1. For an action which will be finished before a stated future time. *She will have delivered all the newspapers by 8 o'clock.*

2. The future perfect is used with the following time expressions: before, by, by then, by the time, until/till.

We use the **future perfect continuous**:

1. to emphasize the duration of an action up to a certain time in the future. *By the end of next month, she will have been teaching for twenty years.*

The future perfect continuous is used with: by... for.

Практическая работа также направлена на проверку сформированности грамматического навыка в рамках тем: модальные глаголы и их эквиваленты, образование видовременных форм глагола в пассивном залоге, основные сведения о согласовании времён, прямая и косвенная речь, неличные формы глагола: инфинитив, причастия, герундий, основные сведения о сослагательном наклонении.

Распределение выше указанных тем в учебнике:

- Агабекян И. П. Английский язык для бакалавров: учебное пособие для студентов вузов / И. П. Агабекян. - Ростов-на-Дону: Феникс, 2017. - 384 с.: ил. - (Высшее образование) (200 экз. в библиотеке УГГУ) и учебнике:

- Журавлева Р.И. Английский язык: учебник: для студентов горно-геологических специальностей вузов / Р. И. Журавлева. - Ростов-на-Дону: Феникс, 2013. - 508 с. - (Высшее образование). - Библиогр.: с. 502 (192 экз. в библиотеке УГГУ) представлено в таблице:

Название темы	***Страницы учебников***	
	Агабекян И. П.	*Журавлева Р.И.*
Модальные глаголы и их эквиваленты	295	47
Образование видовременных форм глагола в пассивном залоге	236	71, 115
Основные сведения о согласовании времён	323-328	269
Прямая и косвенная речь	324	268
Неличные формы глагола: инфинитив, причастия, герундий	311-322	132, 162, 173, 192, 193
Основные сведения о сослагательном наклонении	329	224

Модальные глаголы

Глаголы	**Значение**	**Примеры**
CAN	физическая или умственная возможность/умение	I can swim very well. – Я очень хорошо умею плавать.
	возможность	You can go now. — Ты можешь идти сейчас.You cannot play

		football in the street. – На улице нельзя играть в футбол.
	вероятность	They can arrive any time. – Они могут приехать в любой момент.
	удивление	Can he have said that? – Неужели он это сказал?
	сомнение, недоверчивость	She can't be waiting for us now. – Не может быть, чтобы она сейчас нас ждала.
	разрешение	Can we go home? — Нам можно пойти домой?
	вежливая просьба	Could you tell me what time it is now? – Не могли бы вы подсказать, который сейчас час?
MAY	разрешение	May I borrow your book? – Я могу одолжить у тебя книгу?
	предположение	She may not come. – Она, возможно, не придет.
	возможность	In the museum you may see many interesting things. – В музее вы можете увидеть много интересных вещей.
	упрек – только **MIGHT (+ perfect infinitive)**	You might have told me that. – Ты мог бы мне это сказать.
MUST	обязательство, необходимость	He must work. He must earn money. – Он должен работать. Он должен зарабатывать деньги.
	вероятность (сильная степень)	He must be sick. — Он, должно быть, заболел.
	запрет	Tourists must not feed animals in the zoo. — Туристы не должны кормить животных в зоопарке.
SHOULD OUGHT TO	моральное долженствование	You ought to be polite. – Вы должны быть любезными.
	совет	You should see a doctor. – Вам следует сходить к врачу.
	упрек, запрет	You should have taken the umbrella. – Тебе следовало взять с собой зонт.
SHALL	указ, обязанность	These rules shall apply in all circumstances. – Эти правила будут действовать при любых обстоятельствах.
	угроза	You shall suffer. — Ты будешь страдать.
	просьба об указании	Shall I open the window? – Мне открыть окно?
WILL	готовность, нежелание/отказ	The door won't open. — Дверь не открывается.
	вежливая просьба	Will you go with me? – Ты сможешь пойти со мной?
WOULD	готовность, нежелание/отказ	He would not answer this question. – Он не будет отвечать на этот вопрос.
	вежливая просьба	Would you please come with me? — Не могли бы вы пройти со мной.
	повторяющееся/привычное действие	We would talk for hours. – Мы беседовали часами.
NEED	необходимость	Do you need to work so hard? – Тебе надо столько работать?
NEEDN'T	отсутствие необходимости	She needn't go there. — Ей не нужно туда идти.
DARE	Посметь	How dare you say that? – Как ты смеешь такое говорить?

Модальные единицы эквивалентного типа		
to be able (to) = can	Возможность соверш-я конкрет-го дей-ия в опред. момент	She **was able** to change the situation then. (Она тогда была в состоянии (могла) изменить ситуацию).
to be allowed (to) = may	Возмож-ть совер-ия дей-ия в наст.-м, прош-ом или буд-ем + оттенок разрешения	My sister **is allowed to** play outdoors. (Моей сестре разрешается играть на улице).
to have (to)= ought, must, should	Необходимость совер-я дей-я в наст.-м, прош-ом или буд-ем при опред-х об-вах	They **will have to** set up in business soon. (Им вскоре придется открыть свое дело).
to be (to)= ought, must, should	Необходимость совер-я дей-я в наст.-м, прош-ом при наличии опред. планов, распис-ий и т.д.	We **are to** send Nick about his business. (Мы должны (= планируем) выпроводить Ника)

Страдательный залог (Passive Voice)

образуется при помощи вспомогательного глагола to be в соответствующем времени, лице и числе и причастия прошедшего времени смысл. глагола – Participle II (III –я форма или ed-форма).

В страдательном залоге не употребляются:

1) Непереходные глаголы, т.к. при них нет объекта, который испытывал бы воздействие, то есть нет прямых дополнений которые могли бы стать подлежащими при глаголе в форме Passive.

Переходными в англ. языке называются глаголы, после которых в действительном залоге следует прямое дополнение; в русском языке это дополнение, отвечающее на вопросы винительного падежа – кого? что?: to build строить, to see видеть, to take брать, to open открывать и т.п.

Непереходными глаголами называются такие глаголы, которые не требуют после себя прямого дополнения: to live жить, to come приходить, to fly летать, cry плакать и др.

2) Глаголы-связки: be – быть, become – становиться/стать.

3) Модальные глаголы.

4) Некоторые переходные глаголы не могут использоваться в страдательном залоге. В большинстве случаев это глаголы состояния, такие как:

to fit годиться, быть впору to have иметь to lack не хватать, недоставать to like нравиться
to resemble напоминать, быть похожим to suit годиться, подходить и др.

При изменении глагола из действительного в страдательный залог меняется вся конструкция предложения:

- дополнение предложения в Active становится подлежащим предложения в Passive;
- подлежащее предложения в Active становится предложным дополнением, которое вводится предлогом by или вовсе опускается;
- сказуемое в форме Active становится сказуемым в форме Passive.

Особенности употребления форм Passive:

1. Форма Future Continuous не употребляется в Passive, вместо нее употребляется Future Indefinite:

At ten o'clock this morning Nick will be writing the letter. –At ten o'clock this morning the letter will be written by Nick.

2. В Passive нет форм Perfect Continuous, поэтому в тех случаях, когда нужно передать в Passive действие, начавшееся до какого-то момента и продолжающееся вплоть до этого момента, употребляются формы Perfect:

He has been writing the story for three months. The story has been written by him for three months.

3. Для краткости, во избежание сложных форм, формы Indefinite (Present, Past, Future) часто употребляются вместо форм Perfect и Continuous, как в повседневной речи так и в художественной литературе. Формы Perfect и Continuous чаще употребляются в научной литературе и технический инструкциях.

This letter has been written by Bill. (Present Perfect)
This letter is written by Bill. (Present Indefinite – более употребительно)
Apples are being sold in this shop. (Present Continuous)
Apples are sold in this shop. (Present Indefinite – более употребительно)

4. Если несколько однотипных действий относятся к одному подлежащему, то вспомогательные глаголы обычно употребляются только перед первым действием, например: The new course will be sold in shops and ordered by post.

Прямой пассив (The Direct Passive)

Это конструкция, в которой подлежащее предложения в Passive соответствует прямому дополнению предложения в Active. Прямой пассив образуется от большинства переходных глаголов.

I gave him a book. Я дал ему книгу. A book was given to him. Ему дали книгу. (или Книга была дана ему)

The thief stole my watch yesterday. Вор украл мои часы вчера.
My watch was stolen yesterday. Мои часы были украдены вчера.

В английском языке имеется ряд переходных глаголов, которые соответствуют непереходным глаголам в русском языке. В английском они могут употребляться в прямом пассиве, а в русском – нет. Это:to answer отвечать кому-л.
to believe верить кому-л. to enter входить (в) to follow следовать (за) to help помогать кому-л.
to influence влиять (на) to join присоединяться to need нуждаться to watch наблюдать (за)

Так как соответствующие русские глаголы, являясь непереходными, не могут употребляться в страдательном залоге, то они переводятся на русский язык глаголами в действительном залоге:
Winter is followed by spring.

А при отсутствии дополнения с предлогом by переводятся неопределенно-личными предложениями: Your help is needed.

Косвенный пассив (The Indirect Passive)

Это конструкция, в которой подлежащее предложения в Passive соответствует косвенному дополнению предложения в Active. Она возможна только с глаголами, которые могут иметь и прямое и косвенное дополнения в действительном залоге. Прямое дополнение обычно означает предмет (что?), а косвенное – лицо (кому?).

С такими глаголами в действительном залоге можно образовать две конструкции:

а) глагол + косвенное дополнение + прямое дополнение;

б) глагол + прямое дополнение + предлог + косвенное дополнение:

а) They sent Ann an invitation.- Они послали Анне приглашение.
б) They sent an invitation to Ann. - Они послали приглашение Анне.

В страдательном залоге с ними также можно образовать две конструкции – прямой и косвенный пассив, в зависимости от того, какое дополнение становится подлежащим предложения в Passive. К этим глаголам относятся:to bring приносить
to buy покупать to give давать to invite приглашать to leave оставлять
to lend одалживать to offer предлагать to order приказывать to pay платить
to promise обещать to sell продавать to send посылать to show показывать
to teach учить to tell сказать и др.
Например: Tom gave Mary a book. Том дал Мэри книгу.
Mary was given a book. Мэри дали книгу. (косвенный пассив – более употребителен)
A book was given to Mary. Книгу дали Мэри. (прямой пассив – менее употребителен)

Выбор между прямым или косвенным пассивом зависит от смыслового акцента, вкладываемого в последние, наиболее значимые, слова фразы:
John was offered a good job. (косвенный пассив) Джону предложили хорошую работу.
The job was offered to John. (прямой пассив) Работу предложили Джону.

Глагол to ask спрашивать образует только одну пассивную конструкцию – ту, в которой подлежащим является дополнение, обозначающее лицо (косвенный пассив):
He was asked a lot of questions. Ему задали много вопросов.

Косвенный пассив невозможен с некоторыми глаголами, требующими косвенного дополнения (кому?) с предлогом to. Такое косвенное дополнение не может быть подлежащим в Passive, поэтому в страдательном залоге возможна только одна конструкция – прямой пассив, то есть вариант: Что? объяснили, предложили, повторили…Кому? Это глаголы:to address адресовать
to describe описывать to dictate диктовать to explain объяснять to mention упоминать
to propose предлагать to repeat повторять to suggest предлагать to write писать и др.

Например: The teacher explained the rule to the pupils. – Учитель объяснил правило ученикам. The rule was explained to the pupils. – Правило объяснили ученикам. (Not: The pupils was explained…)

Употребление Страдательного залога

В английском языке, как и в русском, страдательный залог употр. для того чтобы:

1. Обойтись без упоминания исполнителя действия (70% случаев употребления Passive) в тех случаях когда:

а) Исполнитель неизвестен или его не хотят упоминать:
He was killed in the war. Он был убит на войне.

б) Исполнитель не важен, а интерес представляет лишь объект воздействия и сопутствующие обстоятельства:
The window was broken last night. Окно было разбито прошлой ночью.

в) Исполнитель действия не называется, поскольку он ясен из ситуации или контекста:
The boy was operated on the next day. Мальчика оперировали на следующий день.

г) Безличные пассивные конструкции постоянно используются в научной и учебной литературе, в различных руководствах: The contents of the container should be kept in a cool dry place. Содержимое упаковки следует хранить в сухом прохладном месте.

2. Для того, чтобы специально привлечь внимание к тому, кем или чем осуществлялось действие. В этом случае существительное (одушевленное или неодушевленное.) или местоимение (в объектном падеже) вводится предлогом by после сказуемого в Passive.

В английском языке, как и в русском, смысловой акцент приходится на последнюю часть фразы. He quickly dressed. Он быстро оделся.

Поэтому, если нужно подчеркнуть исполнителя действия, то о нем следует сказать в конце предложения. Из-за строгого порядка слов английского предложения это можно осуществить лишь прибегнув к страдательному залогу. Сравните:
The flood broke the dam. (Active) Наводнение разрушило плотину. (Наводнение разрушило что? – плотину)
The dam was broken by the flood. (Passive) Плотина была разрушена наводнением. (Плотина разрушена чем? – наводнением)

Чаще всего используется, когда речь идет об авторстве:
The letter was written by my brother. Это письмо было написано моим братом.

И когда исполнитель действия является причиной последующего состояния:
The house was damaged by a storm. Дом был поврежден грозой.

Примечание: Если действие совершается с помощью какого-то предмета, то употребляется предлог with, например:
He was shot with a revolver. Он был убит из револьвера.

Перевод глаголов в форме Passive

В русском языке есть три способа выражения страдательного залога:

1. При помощи глагола "быть" и краткой формы страдательного причастия, причем в настоящем времени "быть" опускается:
I am invited to a party.
Я приглашён на вечеринку.

Иногда при переводе используется обратный порядок слов, когда русское предложение начинается со сказуемого: New technique has been developed. Была разработана новая методика.

2. Глагол в страдательном залоге переводится русским глаголом, оканчивающимся на –ся(-сь):
Bread is made from flour. Хлеб делается из муки.
Answers are given in the written form. Ответы даются в письменном виде.

3. Неопределенно-личным предложением (подлежащее в переводе отсутствует; сказуемое стоит в 3-м лице множественного числа действительного залога). Этот способ перевода возможен только при отсутствии дополнения с предлогом by (производитель действия не упомянут):

The book is much spoken about. Об этой книге много говорят.
I was told that you're ill. Мне сказали, что ты болен.

4. Если в предложении указан субъект действия, то его можно перевести личным предложением с глаголом в действительном залоге (дополнение с by при переводе становится подлежащим). Выбор того или иного способа перевода зависит от значения глагола и всего предложения в целом (от контекста):
They were invited by my friend. Их пригласил мой друг.(или Они были приглашены моим другом.)

Примечание 1: Иногда страдательный оборот можно перевести двумя или даже тремя способами, в зависимости от соответствующего русского глагола и контекста:
The experiments were made last year.
1) Опыты были проведены в прошлом году.
2) Опыты проводились в прошлом году.
3) Опыты проводили в прошлом году.

Примечание 2: При переводе нужно учитывать, что в английском языке, в отличие от русского, при изменении залога не происходит изменение падежа слова, стоящего перед глаголом (например в английском she и she, а переводим на русский - она и ей):

Примечание 3: Обороты, состоящие из местоимения it с глаголом в страдательном залоге переводятся неопределенно-личными оборотами:
It is said… Говорят… It was said… Говорили…
It is known… Известно… It was thought…Думали, полагали…
It is reported… Сообщают… It was reported…Сообщали…и т.п.

В таких оборотах it играет роль формального подлежащего и не имеет самостоятельного значения: It was expected that he would return soon. Ожидали, что он скоро вернется.

Согласование времен (Sequence of Tenses)

Если в главном предложении сказуемое выражено глаголом в одной из форм прошедшего времени, то в придаточном предложении употребление времен ограничено. Правило, которому в этом случае подчиняется употребление времен в придаточном предложении, называется согласованием времен.

Правило 1: Если глагол главного предложения имеет форму настоящего или будущего времени, то глагол придаточного предложения будет иметь любую форму, которая требуется смыслом предложения. То есть никаких изменений не произойдет, согласование времен здесь в силу не вступает.

Правило 2: Если глагол главного предложения имеет форму прошедшего времени (обычно Past Simple), то глагол придаточного предложения должен быть в форме одного из прошедших времен. То есть в данном случае время придаточного предложения изменится. Все эти изменения отражены в нижеследующей таблице:

Переход из одного времени в другое	Примеры	
Present Simple » Past Simple	He **can speak** French – Он говорит по-французски.	Boris said that he **could speak** French – Борис сказал, что он говорит по-французски.
Present Continuous » Past Continuous	They **are listening** to him – Они слушают его	I **thought** they **were listening** to him – Я думал, они слушают его.
Present Perfect » Past Perfect	Our teacher **has asked** my parents to help him – Наш учитель попросил моих родителей помочь ему.	Mary **told** me that our teacher **had asked** my parents to help him – Мария сказала мне, что наш учитель попросил моих родителей помочь ему.
Past Simple » Past Perfect	I **invited** her – Я пригласил ее.	Peter **didn't know** that I **had invited** her – Петр не знал, что я

		пригласил ее.
Past Continuous » Past Perfect Continuous	She **was crying** – Она плакала	John **said** that she **had been crying** – Джон сказал, что она плакала.
Present Perfect Continuous » Past Perfect Continuous	It **has been raining** for an hour – Дождь идет уже час.	He **said** that it **had been raining** for an hour – Он сказал, что уже час шел дождь.
Future Simple » Future in the Past	She **will show** us the map – Она покажет нам карту.	I **didn't expect** she **would show** us the map – Я не ожидал, что она покажет нам карту.

Изменение обстоятельств времени и места при согласовании времен.

Следует запомнить, что при согласовании времен изменяются также некоторые слова (обстоятельства времени и места).

this » that
these » those
here » there
now » then
yesterday » the day before
today » that day
tomorrow » the next (following) day
last week (year) » the previous week (year)
ago » before
next week (year) » the following week (year)

Перевод прямой речи в косвенную в английском языке

Для того чтобы перевести прямую речь в косвенную, нужно сделать определенные действия. Итак, чтобы передать чьи-то слова в английском языке (то есть перевести прямую речь в косвенную), мы:

1. ***Убираем кавычки и ставим слово that***

Например, у нас есть предложение:

She said, “I will buy a dress”. Она сказала: «Я куплю платье».

Чтобы передать кому-то эти слова, так же как и в русском, мы убираем кавычки и ставим слово that – «что».

She said that ….. Она сказала, что….

2. ***Меняем действующее лицо***

В прямой речи обычно человек говорит от своего лица. Но в косвенной речи мы не может говорить от лица этого человека. Поэтому мы меняем «я» на другое действующее лицо. Вернемся к нашему предложению:

She said, “I will buy a dress”. Она сказала: «Я куплю платье».

Так как мы передаем слова девушки, вместо «я» ставим «она»:

She said that she ….. Она сказала, что она….

3. Согласовываем время

В английском языке мы не можем использовать в одном предложении прошедшее время с настоящим или будущим. Поэтому, если мы говорим «сказал» (то есть используем прошедшее время), то следующую часть предложения нужно согласовать с этим прошедшем временем. Возьмем наше предложение:

She said, “I will buy a dress”. Она сказала: «Я куплю платье».

Чтобы согласовать первую и вторую части предложения, меняем will на would. *см. таблицу выше.*

She said that she would buy a dress. Она сказала, что она купит платье.

4. Меняем некоторые слова

В некоторых случаях мы должны согласовать не только времена, но и отдельные слова. Что это за слова? Давайте рассмотрим небольшой пример.

She said, “I am driving now”. Она сказала: «Я за рулем сейчас».

То есть она в данный момент за рулем. Однако, когда мы будем передавать ее слова, мы будем говорить не про данный момент (тот, когда мы говорим сейчас), а про момент времени в прошлом (тот, когда она была за рулем). Поэтому мы меняем now (сейчас) на then (тогда) *см. таблицу выше.*

She said that she was driving then. Она сказала, что она была за рулем тогда.

Вопросы в косвенной речи в английском языке

Вопросы в косвенной речи, по сути, не являются вопросами, так как порядок слов в них такой же, как в утвердительном предложении. Мы не используем вспомогательные глаголы (do, does, did) в таких предложениях.

He asked, “Do you like this cafe?” Он спросил: «Тебе нравится это кафе?»

Чтобы задать вопрос в косвенной речи, мы убираем кавычки и ставим if, которые переводятся как «ли». Согласование времен происходит так же, как и в обычных предложениях. Наше предложение будет выглядеть так:

He asked if I liked that cafe. Он спросил, нравится ли мне то кафе.

Давайте рассмотрим еще один пример:

She said, “Will he call back?” Она сказала: «Он перезвонит?»

She said if he would call back. Она сказала, перезвонит ли он.

Специальные вопросы в косвенной речи

Специальные вопросы задаются со следующими вопросительными словами: what – что when – когда how – как why - почему where – где which – который

При переводе таких вопросов в косвенную речь мы оставляем прямой порядок слов (как в утвердительных предложениях), а на место if ставим вопросительное слово.

Например, у нас есть вопрос в прямой речи:

She said, “When will you come?”. Она сказала: «Когда ты придешь?»

В косвенной речи такой вопрос будет выглядеть так:

She said when I would come. Она сказала, когда я приду.

He asked, “Where does she work?” Он спросил: «Где она работает?»

He asked where she worked. Он спросил, где она работает.

Инфинитив. The Infinitive

Инфинитив - это неличная глагольная форма, которая только называет действие и выполняет функции как глагола, так и существительного. Инфинитив отвечает на вопрос что делать?, что сделать?

Формальным признаком инфинитива является частица **to**, которая стоит перед ним, хотя в некоторых случаях она опускается. Отрицательная форма инфинитива образуется при помощи частицы not, которая ставится перед ним: It was difficult not to speak. *Было трудно не говорить.*

Формы инфинитива

	Active Voice	Passive Voice
Simple	to write	to be written
Continuous	to be writing	
Perfect	to have written	to have been written
Perfect Continuous	to have been writing	

Глаголы, после которых используется инфинитив:

to agree - соглашаться
to arrange - договариваться
to ask – (по)просить
to begin – начинать
to continue – продолжать

to decide – решать
to demand - требовать
to desire – желать
to expect – надеяться
to fail – не суметь
to forget – забывать
to hate - ненавидеть
to hesitate – не решаться
to hope - надеяться
to intend – намереваться
to like – любить, нравиться
to love – любить, желать
to manage - удаваться
to mean - намереваться
to prefer - предпочитать
to promise - обещать
to remember – помнить
to seem - казаться
to try – стараться, пытаться
to want – хотеть
Например:
He asked to change the ticket. *Он попросил поменять билет.*
She began to talk. *Она начала говорить.*

Значение разных форм инфинитива в таблице

Формы инфинитива	**Чему я рад?**	
Simple	I am glad **to speak** to you.	Рад поговорить с вами. (Всегда радуюсь, когда говорю с вами).
Continuous	I am glad **to be speaking** to you.	Рад, что сейчас разговариваю с вами.
Perfect	I am glad **to have spoken** to you.	Рад, что поговорил с вами.
Perfect Continuous	I am glad **to have been speaking** to you.	Рад, что уже давно (все это время) разговариваю с вами.
Simple Passive	I am (always) glad **to be told** the news.	Всегда рад, когда мне рассказывают новости.
Perfect Passive	I am glad **to have been told** the news.	Рад, что мне рассказали новости.

Причастие. Participle

В английском языке причастие — это неличная форма глагола, которая сочетает в себе признаки глагола, прилагательного и наречия.

Формы причастия

		Active (Активный залог)	Passive (Пассивный залог)
Participle I (Present Participle)	Simple	**writing**	**being written**
	Perfect	**having written**	**having been written**
Participle II (Past Participle)			**written**

Отрицательные формы причастия образуются с помощью частицы **not**, которая ставится перед причастием: not asking — не спрашивая,not broken — не разбитый.

Как переводить разные формы причастия на русский язык

Формы причастия	причастием	деепричастием
reading	читающий	читая

having read		прочитав
being read	читаемый	будучи читаемым
having been read		будучи прочитанным
read	прочитанный	
building	строящий	строя
having built		построив
being built	строящийся	будучи строящимся
having been built		будучи построенным
built	построенный	

Герундий. Gerund

Герундий — это неличная форма глагола, которая выражает название действия и сочетает в себе признаки глагола и существительного. Соответственно, на русский язык герундий обычно переводится существительным или глаголом (чаще неопределенной формой глагола). Формы, подобной английскому герундию, в русском языке нет.

My favourite occupation is reading. *Мое любимое занятие — чтение.*

Формы герундия

	Active (Активный залог)	Passive (Пассивный залог)
Simple	**writing**	**being written**
Perfect	**having written**	**having been written**

Запомните глаголы, после которых употребляется только герундий!

admit (признавать), advise (советовать), avoid (избегать),
burst out (разразиться), delay (задерживать), deny (отрицать),
dislike (не нравиться), enjoy (получать удовольствие), escape (вырваться, избавиться),
finish (закончить), forgive (прощать), give up (отказываться, бросать),
keep on (продолжать), mention (упоминать), mind (возражать - только в “?”и “-“),
miss (скучать), put off (отложить), postpone (откладывать),
recommend (рекомендовать), suggest (предлагать), understand (понимать).

Герундий после глаголов с предлогами

accuse of (обвинять в), agree to (соглашаться с), blame for (винить за),
complain of (жаловаться на), consist in (заключаться в), count on /upon (рассчитывать на),
congratulate on (поздравлять с), depend on (зависеть от), dream of (мечтать о),
feel like (хотеть, собираться), hear of (слышать о), insist on (настаивать на),
keep from (удерживать(ся) от), look forward to (с нетерпением ждать, предвкушать),
look like (выглядеть как), object to (возражать против),
persist in (упорно продолжать), praise for (хвалить за), prevent from (предотвращать от),
rely on (полагаться на), result in (приводить к), speak of, succeed in (преуспевать в),
suspect of (подозревать в), thank for (благодарить за), think of (думать о)

He has always dreamt of visiting other countries. — *Он всегда мечтал о том, чтобы побывать в других странах.*

to be + прилагательное / причастие + герундий

be afraid of (бояться чего-либо), be ashamed of (стыдиться чего-либо),
be engaged in (быть занятым чем-либо), be fond of (любить что-либо, увлекаться чем-либо),
be good at (быть способным к), be interested in (интересоваться чем-либо),
be pleased at (быть довольным), be proud of (гордиться чем-либо),
be responsible for (быть ответственным за), be sorry for (сожалеть о чем-либо),
be surprised at (удивляться чему-либо), be tired of (уставать от чего-либо),
be used to (привыкать к).

I’m tired of waiting. — *Я устал ждать.*

Основные сведения о сослагательном наклонении

Conditionals are clauses introduced with if. There are three types of conditional clause: Type 1, Type 2 and Type 3. There is also another common type, Type 0.

Type 0 Conditionals: They are used to express something which is always true. We can use when (whenever) instead of it. *If/When the sun shines, snow melts.*

Type 1 Conditionals: They are used to express real or very probable situations in the present or future. *If he doesn't study hard, he won't pass his exam.*

Type 2 Conditionals: They are used to express imaginary situations which are contrary to facts in the present and, therefore, are unlikely to happen in the present or future. *Bob is daydreaming. If I won the lottery, I would buy an expensive car and I would go on holiday to a tropical island next summer.*

Type 3 Conditionals: They are used to express imaginary situations which are contrary to facts in the past. They are also used to express regrets or criticism. *John got up late, so he missed the bus. If John hadn't got up late, he wouldn't have missed the bus.*

	If-clause (hypothesis)	Main clause (result)	Use
Type 0 general truth	if + present simple	present simple	something which is always true
	If the temperature falls below 0 °C, water turns into ice.		
Type 1 real present	if + present simple, present continuous, present perfect or present perfect continuous	future/imperative can/may/might/must/should/ could + bare infinitive	real - likely to happen in the present or future
	If he doesn't pay the fine, he will go to prison. If you need help, come and see me. If you have finished your work, we can have a break. If you're ever in the area, you should come and visit us.		
Type 2 unreal present	if + past simple or past continuous	would/could/might + bare infinitive	imaginary situation contrary to facts in the present; also used to give advice
	If I had time, I would take up a sport. (but I don't have time - untrue in the present) If I were you, I would talk to my parents about it. (giving advice)		
Type 3 unreal past	if + past perfect or past perfect continuous	would/could/might + have + past participle	imaginary situation contrary to facts in the past; also used to express regrets or criticism
	If she had studied harder, she would have passed the test. If he hadn't been acting so foolishly, he wouldn't have been punished.		

Conditional clauses consist of two parts: the if -clause (hypothesis) and the main clause (result). When the if - clause comes before the main clause, the two clauses are separated with a comma. When the main clause comes before the if - clause, then no comma is necessary.

e.g. a) If I see Tim, I'll give him his book.

b) I'll give Tim his book if I see him.

We do not normally use will, would or should in an if - clause. However, we can use will or would after if to make a polite request or express insistence or uncertainty (usually with expressions such as / don't know, I doubt, I wonder, etc.).

We can use should after if to talk about something which is possible, but not very likely to happen.

e.g. a) If the weather is fine tomorrow, will go camping. (NOT: If the weather will be fine...)

b) If you will fill in this form, I'll process your application. (Will you please fill in... - polite request)

c) If you will not stop shouting, you'll have to leave. (If you insist on shouting... - insistence)

d) I don't know if he will pass his exams, (uncertainty)

e) If Tom should call, tell him I'll be late. (We do not think that Tom is very likely to call.)

We can use unless instead of if... not in the if -clause of Type 1 conditionals. The verb is always in the affirmative after unless.

e.g. Unless you leave now, you'll miss the bus. (If you don't leave now, you'll miss the bus.) (NOT: Unless you don't leave now, ...)

We can use were instead of was for all persons in the if - clause of Type 2 conditionals.

e.g. If Rick was/were here, we could have a party.

We use If I were you ... when we want to give advice.

e.g. If I were you, I wouldn't complain about it.

The following expressions can be used instead of if: provided/providing that, as long as, suppose/supposing, etc.

e.g. a) You can see Mr. Carter provided you have an appointment. (If you have an appointment...)

b) We will all have dinner together providing Mary comes on time. (... if Mary comes ...)

c) Suppose/Supposing the boss came now, …

We can omit if in the if - clause. When if is omitted, should (Type 1), were (Type 2), had (Type 3) and the subject are inverted.

e.g. a) Should Peter come, tell him to wait. (If Peter should come,...)

b) Were I you, I wouldn't trust him. (If I were you, ...)

c) Had he known, he would have called. (If he had known, ...)

2. Чтение и перевод учебных текстов (по 2 текста на тему)

№1

Запомните слова и выражения, необходимые для понимания текста:

appear - v появляться; казаться; *ant* **disappear -** исчезать

bed - *n* пласт, слой, подстилающие породы; *syn* **layer, seam; bedded -** *a* пластовый

call for - v требовать; *syn* **demand, require**

carry out - v проводить *(исследование, эксперимент);* выполнять *(план);* завершать; *syn* **conduct, make**

colliery - каменноугольная шахта

concentration (dressing) plant - обогатительная фабрика, обогатительная установка

department - *n* отделение, факультет, кафедра; *syn* **faculty**

direct - v руководить; направлять; управлять; *a* прямой, точный; **directly -** *adv* прямо, непосредственно

education - *n* образование; просвещение; **get an education** получать образование

establish - v основывать, создавать, учреждать; *syn* **found, set up**

ferrous metals - чёрные металлы **(non-ferrous metals** цветные металлы)

iron - *n* железо; **pig iron** чугун; **cast iron** чугун, чугунная отливка

open-cast mines - открытые разработки

ore - *n* руда; **iron ore -** железная руда; **ore mining –** разработка рудных месторождений

process - v обрабатывать; *syn* **work, treat; processing -** n обработка; разделение минералов

rapid - *a* быстрый

research - *n* научное исследование

technique - *n* техника, способ, метод, технический прием; **mining technique -** горная техника, методы ведения горных работ

train - v обучать, готовить *(к чему-л.);* **training** - обучение; подготовка

to be in need of - нуждаться в

to take part in - участвовать в

Прочитайте и переведите текст, выполните упражнения на проверку понимания прочитанного:

TEXT 1: The First Mining School in Russia

The Moscow Mining Academy was established in 1918. The main task of the Academy was to train mining engineers and technicians, to popularize technological achievements among miners, to work on important problems of mining and metallurgical engineering arid to direct scientific research.

There were three departments in the Academy: mining, geological prospecting and metallurgy. The Moscow Mining Academy introduced a new course in coal mining mechanization which provided the basis for the development of mining engineering. The two scientists A.M. Terpigorev and M.M. Protodyakonov wrote the first textbook on machinery for mining bedded deposits.

Much credit for the establishment of the Moscow Mining Academy and the development of co-operation among outstanding scientists and educators is due to Academician I.M. Gubkin, a prominent geologist and oil expert.

In 1925 the Moscow Mining Academy was one of the best-known educational institutions in Russia. It had well-equipped laboratories, demonstration rooms and a library which had many volumes of Russian and foreign scientific books and journals.

The Academy established close contacts with the coal and ore mining industries. The scientists carried out scientific research and worked on important mining problems.

The rapid growth of the mining industry called for the training of more highly-qualified specialists and the establishment of new educational institutions.

New collieries and open-cast mines, concentration plants, metallurgical works and metal-working factories for processing non-ferrous and ferrous metals appeared in the country. The people took an active part in the construction of new industrial enterprises.

The Academy alone could not cope with the problem of training specialists. In 1930 the Moscow Mining Academy was transformed into six independent institutes. Among the new colleges which grew out of the Academy's departments were the Moscow Mining Institute and the Moscow Institute of Geological Prospecting. Later, the scientific research Institute of Mining appeared near Moscow.

1. Укажите, какие предложения соответствуют содержанию текста. Подтвердите свои ответы фактами из текста.

1. There were four departments in the Academy.
2. The Academy introduced a new course in coal mining mechanization.
3. In 1925 the Academy had only several well-equipped laboratories, demonstration rooms and a library which had many volumes of books.
4. The Academy established close contacts with the coal industry.
5. In 1930 the Academy was transformed into six independent institutes.
6. The Moscow Mining Institute and the Moscow Institute of Geological Prospecting were among the new colleges which grew out of the Academy's departments.

2. Ответьте на следующие вопросы:

1. What was the main task of the Academy?
2. What new course did the Academy introduce?
3. Were there three or four departments at the Academy?
4. What industries did the Academy establish contacts with?
5. Who wrote the first textbook on machinery' for mining bedded deposits?
6. Why was the Academy transformed into six independent institutes?
7. Why was the Academy transformed?

3. Переведите следующие сочетания слов.

а) обогатительная фабрика
б) подготовка горных инженеров
в) разведка нефти
г) обработка цветных металлов

д) техническое образование
е) новый (учебный) курс по
ж) принимать активное участие
з) проводить исследования
и) направлять научную деятельность
к) горное оборудование
л) пластовые месторождения

№2

Запомните слова и выражения, необходимые для понимания текста:

change - v изменяться, менять(ся); *syn.* **transform, alter;** *n* изменение, перемена; превращение

determine - v определить, устанавливать

engineering - *n* техника; технология; машиностроение**;** *syn.* **technics, technology, technique; machinery**

composition - *n* структура, состав

connect - v соединяться; *syn* **combine, link**

enterprise - *n* предприятие; предприимчивость

deal (dealt) v **(with) -** иметь дело с; рассматривать

environment - *n* окружающая обстановка**,** среда

demand - *n* спрос

field - *n* область, сфера деятельности; поле, участок, месторождение; бассейн; *syn* **basin, branch**

design - *n* проект; план, чертеж; конструкция; v проектировать, планировать; конструировать

graduate - v окончить (высшее учебное заведение), *амер.* окончить любое учебное заведение; *n* лицо, окончившее высшее учебное заведение; **undergraduate (student) -** студент последнего курса; **postgraduate (student) -** аспирант; **graduation paper -** дипломная работа

hardware - *n* аппаратура, (аппаратное) оборудование, аппаратные средства; техническое обеспечение

hydraulic - *a* гидравлический, гидротехнический

introduction - *n* введение, вступление

management - *n* управление, заведование; *syn.* **administration; direction**

offer - *v* предлагать *(помощь, работу);* предоставлять; *n* предложение

property - *n* свойство

protection - *n* защита, охрана

range - *n* область, сфера; предел; диапазон; радиус действия; ряд; серия

recreation - *n* отдых, восстановление сил; развлечение

reveal - v показывать, обнаруживать

rock - *n* горная порода

shape - *n* форма

software - *n* программное обеспечение; программные средства

skill - *n* мастерство; умение; **skilled -** *a* квалифицированный; опытный; умелый

survey - *n* съемка, маркшейдерская съемка; v производить маркшейдерскую или топографическую съемку, производить изыскания; *n* **surveying** съемка, маркшейдерские работы

value - *n* ценность, стоимость; величина; v ценить, оценивать; **valuable** *a* ценный

workshop - *n* мастерская, цех; семинар

to be of importance - иметь значение

to give an opportunity of - дать возможность

to meet the requirements - удовлетворять требованиям (потребности)

Прочитайте и переведите текст, выполните упражнения на проверку понимания прочитанного:

TEXT 2: Mining and Geological Higher Education in Russia

In Russia young people get mining education at special institutes which train geologists and mining engineers for coal and ore mining. The total number of students of an institute includes full-time students, part-time students and postgraduate students.

Russian higher educational establishments offer different specializations for the students. Thus, at the geological institutes, the students specialize in geology, the science which deals with different problems connected with the Earth, its history, the study of rocks, their physical and chemical properties. One of the main tasks of geology is to prospect, discover and study the deposits of useful minerals.

Geology is both a theoretical and an applied science. Mining geology is of great importance to the mining engineer. As a rule, mining geology includes economic geology.

The outstanding Russian geologist V.A. Obruchev says that geology is the science of the Earth which reveals to us how the Earth took shape, its composition and its changes. Geology helps prospect for ores, coal, oil, salt and other useful minerals.

Higher mining schools (universities, academies, institutes and colleges) develop a wide range of courses and programmes that meet the requirements of the society .They offer courses in mining technology, machinery and transport, hydraulic engineering, electrical engineering, industrial electronics, automation, surveying, geodesy, information technology, etc.

The main trend in the development of higher mining education is the introduction of courses in environmental protection, management (environmental human resources), economics and management of mining enterprises, marketing studies, computer-aided design (CAD) and others.

Computer science is also of great importance. The course aims at providing students with understanding how software and hardware technology helps solving problems.

Laboratory work is an important part in training specialists. Experiments in laboratories and workshops will help students to develop their practical skills. They have a short period of field work to gain working experience.

The students go through practical training at mines, plants and other industrial enterprises.. They become familiar with all stages of production and every job from worker to engineer. Here they get practical knowledge and experience necessary for their diploma (graduation) papers.

A lot of students belong to students' scientific groups. They take part in the research projects which their departments usually conduct. Postgraduates carry out research in different fields of science and engineering.

Sport centres give the students opportunities to play different sports such as tennis, football, basketball, volleyball, swimming, ' skiing, water polo, boxing, wrestling and others.

Students graduate from mining and geological higher schools as mining engineers, mining mechanical engineers, ecologists, mining electrical engineers, geologists, economists and managers for mining industry.

1. Переведите следующие сочетания слов.

а) широкий круг проблем
б) денные месторождения полезных ископаемых
в) горный инженер-механик
г) вести научно-исследовательскую работу
д) принимать форму
е) техническое и программное обеспечение
ж) студенты (последнего курса)
з) дипломная работа
и) физические и химические свойства
к) месторождение полезных ископаемых

1. оканчивать институт
2. поступать в университет
3. получать образование

4. готовить геологов и горних инженеров
5. высшие горные учебные заведения
6. приобретать опыт
7. студенческие научные общества
8. заниматься различными видами спорта

№3

Запомните слова и выражения, необходимые для понимания текста:

accurate - *a* точный, правильный; **accuracy -** *n* точность

archive - *n* архив

attend - v посещать *(лекции, практические занятия, собрания)*

comprehensive - *a* всесторонний, исчерпывающий

concern - v касаться, относиться; иметь отношение к чему-л.; *n* дело, отношение; важность; **concerning** *prep* относительно, касательно

consider - v рассматривать; считать; **considerable -** значительный, важный; **consideration -** *n* рассмотрение; обсуждение

draw (drew, **drawn**) - v *зд,* чертить, рисовать; **draw the conclusion** делать вывод; *syn* **come to the conclusion**

employ - v применять, использовать; предоставлять *(работу); syn* **use, utilize, apply; employment -** *n* служба; занятие; применение, использование

familiarize - v знакомить; осваивать

fundamental - *n pl* основы *(наук)*

levelling - *n* нивелирование, сглаживание *(различий);* выравнивание

number - *n* число, количество, большое количество; *(порядковый)* номер, ряд

observe - v наблюдать, следить *(за чём-л.),* соблюдать *(правило, обычаи)*

obtain - v получать; достигать; добывать; *syn* **get, receive**

present - v преподносить, дарить; подавать, представлять; **presentation -** *n* изложение; предъявление

proximity - *n* близость, соседство; **in proximity to** поблизости, вблизи от *(чего-л.)*

require - v требовать; *syn* **call for; demand; meet the requirements** удовлетворять требованиям

traversing - *n* горизонтальная съемка

to keep in close touch with - поддерживать связь с

to touch upon (on) затрагивать, касаться вкратце *(вопроса)*

Прочитайте и переведите текст, выполните упражнения на проверку понимания прочитанного:

TEXT 3: Mining Education in Great Britain

In Great Britain the students get mining education at special colleges and at mining departments of universities.

For example, the Mining Department at the University of Nottingham ranks as one of the foremost teaching and research mining schools in Great Britain. The students come to the University from all parts of the country and from abroad. The close proximity of Nottingham to mines extracting coal and different metals makes it possible for the University to keep in close touch with new achievements in mining.

The aim of training at the University is to give the student an understanding of applied science based on lectures, tutorial system, laboratory work and design classes. The laboratory work trains the student in accurate recording of observations, drawing of logical conclusions and presentation of scientific reports. Besides, it gives the student an understanding of experimental methods and familiarizes him (or her) with the characteristics of engineering materials, equipment and machines.

At Nottingham there are two types of laboratories, general and Specialized. General laboratories deal with the fundamentals of engineering science and specialized ones1 study the more specialized problems in different branches of engineering.

During the final two years of his course the student gets a comprehensive training in surveying. Practical work both in the field and in drawing classes forms an important part of this course. Besides, the students have practical work in survey camps during two weeks. The equipment available for carrying out traversing, levelling, tacheometric and astronomical surveying is of the latest design.

The practical and laboratory work throughout the three or four years of study forms a very important part of the course, so the students obtain the required standard in their laboratory course work before they graduate.

British educational system is fee-paying. The annual fee includes registration, tuition, examination, graduation and, in the case of full-time students, membership of the Union of Students.

Students from all over the world (nearly 100 countries) study at the University of Nottingham. For many years the University has had a thriving community of international students.

The University pays much attention to learning foreign languages. For individual study there is a 16-place self-access tape library with a tape archive of 3,000 tapes in 30 languages. There are also 16 video work stations where the students play back video tapes or watch TV broadcasts in a variety of languages.

1. Определите, какие предложения соответствуют содержанию текста. Подтвердите свои ответы фактами из текста.

1. In Great Britain the students can get mining education only at special colleges.
2. The training at universities is based on tutorial system.
3. The laboratory work familiarizes the student with modern equipment.
4. There are three types of laboratories at the University of Nottingham.
5. When the students study surveying, they have practical work both in the field and in drawing classes.
6. The students from abroad don't study at Nottingham.

2. Ответьте на следующие вопросы:

1. Where can one get mining education in Great Britain?
2. Is the Mining Department at the University of Nottingham one of the foremost research mining schools in Great Britain?
3. What makes it possible for the University to keep in close touch with the, achievements in mining?
4. What are the students supposed to do in the laboratories?
5. Will the students have practical work in survey camps or in the laboratories?
6. What do the students use surveying equipment for?
7. What can you say about studying foreign languages at the University?

№4

Запомните слова и выражения, необходимые для понимания текста:

advance - *n* прогресс, успех; продвижение вперед; v делать успехи, развиваться, продвигаться вперед; **advanced courses** курсы по расширенной программе

authority - *n* администрация; начальство

differ - v (from) отличаться (от); **difference** *n* различие; разница; **different** *a* различный; *syn* **various**

excavate - v добывать *(уголь);* вырабатывать полезное ископаемое открытым способом; вынимать *(грунт);* **excavation** - *n* открытая разработка карьером; разрез, карьер; **surface excavation** открытая разработка; *syn* **open-cast (opencast)**

experience - *n* жизненный опыт; опыт работы; стаж

found - v основывать**; *syn* establish, set up; foundation -** *n* основание; учреждение; основа; **lay the foundation** положить начало чему-л , заложить основу чего-л.

manage - v управлять, заведовать, справляться, уметь обращаться; **management -** *n* управление, заведование; правление, дирекция; **management studies -** наука об управлении

mean (meant) - *v* значить, иметь значение, подразумевать; намереваться, иметь в виду; **means -** *n, pl* средства, **meaning -** *n* значение, **by means of** посредством (чего-л)

metalliferous – *a* содержащий металл, рудоносный

preliminary - *a* предварительный**; preliminary course** подготовительные курсы

realize - v представлять, себе; понимать *(во всех деталях); **syn* understand**

recognize - *v* признавать; узнавать

work out -v разрабатывать *(план);* решать задачу

Прочитайте и переведите текст, выполните упражнения на проверку понимания прочитанного:

TEXT 4: Mining Education in Great Britain (continued)

At present in Great Britain there are a number of universities and colleges which give instruction in mechanical engineering, mining, metallurgy, etc. These institutions provide full-time and part-time education. It should be noted that technical colleges confer diplomas' on college graduates.

A university graduate leaves with the degree of Bachelor of Arts or Bachelor of Science, which is an academic qualification awarded by universities.

For example, the University in Cardiff has become one of the largest in Wales. It is one of the four colleges which together with the Welsh National School of Medicine form the University of Wales. There is the Mining Engineering Department in the University of Wales. The Department deals with the whole range of extractive industries such as coal and metalliferous mining, quarrying and oil technology.

After graduating from the college a student can be recommended for entry to the university by a college authority and he can apply for admission to the university.

At the Mining Department students may take several courses such as geology, mining engineering, mine surveying, quarrying, management studies and others. It has become a tradition that the courses are based on an intensive tutorial system. It means that students are allotted to members of the teaching staff for individual tuition separately in mining, in quarrying and in mine surveying. The system is founded on that of the older universities of Great Britain.

At the Department of Mining Engineering of the Newcastle University mining has now become a technically advanced profession. The Department of Mining Engineering trains industrially experienced engineers through various advanced courses in rock mechanics and surface excavation. For many years the Mining Engineering Department at Newcastle has recognized the need for highly-qualified engineers and realized that the courses in rock mechanics and surface excavation are of great importance for mining engineers.

At the University a student studies for three or four years. The organization of the academic year is based on a three-term system which usually runs from about the beginning of October to the middle of December, from the middle of January to the end of March and from the middle of April to the end of June or the beginning of July.

Students course is designed on a modular basis. Modules are self-contained 'units' of study, which are taught and assessed independently of each other. When a student passes a module, he (she) gains a credit. All modules carry a number of credits. At the end of the term, the number of credits a student gets, determines the award he (she) receives. Each module is continuously assessed by coursework and/or end-of-term examinations.

Admission to the British universities is by examination and selection. The minimum age for admission to the four-year course is normally 18 years. Departments usually interview all the candidates. The aim of the interview is to select better candidates.

Just over half of all university students live in colleges, halls of residence, or other accommodation provided by their university, another third lives in lodgings or privately rented accommodation; and the rest live at home.

1. Определите, какие предложения соответствуют содержанию текста. Подтвердите свои ответы фактами из текста.

1. At present there are about a hundred technical institutions in Great Britain.
2. It should be noted that British colleges confer degrees.
3. As a rule a college authority recommends the graduates for entry to the university.
4. At the Mining Engineering Department of the University of Wales the students study only metalliferous mining.
5. At the Mining Engineering Department the courses are based on an intensive tutorial system.
6. The Mining Engineering Department at the Newcastle University has recognized the importance of teaching rock mechanics and surface excavation (open-cast mining).

2. Ответьте на следующие вопросы:

1. Are there many technical institutions in Great Britain?
2. What is the difference between colleges and universities?
3. Is the Mining Engineering Department the only one in the University of Wales?
4. Does the Mining Engineering Department deal only with metalliferous mining?
5. Can a student enter the university after he has graduated from the college?
6. What courses are of special importance for mining engineers?
7. What do you know about the organization of the academic year at British universities?
8. When do the students take their examinations?

3. Переведите следующие сочетания слов.

а) курсы по расширенной программе
б) рудоносные отложения
в) средства производства
г) горный факультет
д) открытые горные работы
е) опытный инженер
ж) администрация колледжа
з) поощрять студентов
и) отвечать требованиям университета
к) наука об управлении

1. зависеть от условий
2. значить, означать
3. признать необходимость (чего-л.)
4. ежегодная производительность (шахты)
5. начальник шахты
6. добывающая промышленность
7. представлять особую важность
8. механика горных пород
9. единственный карьер
10. основывать факультет (школу, систему и т.д.)

№5

Запомните слова и выражения, необходимые для понимания текста:

abyssal - *a* абиссальный, глубинный; **hypabissal** - *a* гипабиссальный
adjacent - *a* смежный, примыкающий
ash - *n* зола
belt - *n* пояс; лента; ремень
body - *n* тело, вещество; **solid (liquid, gaseous) bodies** твердые (жидкие, газообразные) вещества; породная масса; массив; месторождение; пласты
common - *a* обычный; общий; *syn* **general;** *ant* **uncommon**
cool - v охлаждать(ся); остывать; прохладный; *ant* **heat** нагревать(ся)

dimension - *n* измерение; *pl* размеры; величина; *syn* **measurement, size**
dust - *n* пыль
dyke – *n* дайка
extrusion - *n* вытеснение; выталкивание; *ant* **intrusion** вторжение; *геол.* интрузия *(внедрение в породу изверженной массы)*
fine - *a* тонкий, мелкий; мелкозернистый; высококачественный; тонкий; прекрасный, ясный (о *погоде);* изящный; **fine-graded (fine-grained)** мелкозернистый, тонкозернистый; **fines -** *n pl* мелочь; мелкий уголь
flow - v течь; литься; *n* течение; поток; **flow of lava** поток лавы
fragmentary - *a* обломочный, пластический
glass - *n* стекло; **glassy** - *a* гладкий, зеркальный; стеклянный
gold - *n* золото
inclined - *a* наклонный
mica - *n* слюда
permit - *v* позволять, разрешать; *syn* **allow, let; make possible**
probably - *adv* вероятно; *syn* **perhaps, maybe**
shallow - *a* мелкий; поверхностный; *ant* **deep** глубокий
sill - *n* силь, пластовая интрузия
stock - *n* шток, небольшой батолит
vein - *n* жила, прожилок, пропласток

Прочитайте и переведите текст, выполните упражнения на проверку понимания прочитанного:

TEXT 5: Igneous Rocks

Igneous rocks have crystallized from solidified magma.

Igneous rocks can be classified in a number of ways and one of (hem is based on mode of occurrence. They occur either as intrusive (below the surface) bodies or as extrusive masses solidified at the Earth's surface. The terms "intrusive" and "extrusive" refer to the place where rocks solidified.

The grain size of igneous rocks depends on their occurrence. The intrusive rocks generally cool more slowly than the extrusive rocks and crystallize to a larger grain size. The coarser-grained intrusive rocks with grain size of more than 0.5 mm called plutonic or abyssal are referred to as intrusive igneous rocks because they are intruded into older pre-existing rocks. Extrusive or volcanic rocks have even finer grains, less than 0.05 mm and are glassy.

Exposed igneous rocks are most numerous in mountain zones for two reasons. First, the mountain belts have been zones of major deformation. Second, uplifts in mountain belts have permitted plutonic masses to be formed.

The largest bodies of igneous rocks are called batholiths. Batholiths cooled very slowly. This slow cooling permitted large mineral grains to form. It is not surprising that batholiths are composed mainly of granitic rocks with large crystals called plutons. As is known, granites and diorites belong to the group of intrusive or plutonic rocks formed by solidification of igneous mass under the Earth's crust. Granites sometimes form smaller masses called stocks, when the occurrence has an irregular shape but smaller dimensions than the batholiths.

Laccoliths and sills, which are very similar, are intruded between sedimentary rocks. Sills are thin and they may be horizontal, inclined or vertical. Laccoliths are thicker bodies and in some cases they form mountains.

Dykes are also intrusive bodies. They range in thickness from a few inches to several thousand feet. Dykes are generally much longer than they are wide. Most dykes occupy cracks and have straight parallel walls. These bodies cool much more rapidly and are commonly fine-grained. For example, granite may occur in dykes that cut older rocks.

Pegmatites (quartz, orthoclase and mica) also belong to the group of plutonic or intrusive rocks. They occur in numerous veins which usually cut through other plutonites, most often granite, or adjacent rocks.

Extrusive igneous rocks have been formed from lava flows which come from fissures to the surface and form fields of volcanic rocks such as rhyolite, andesite, basalt, as well as volcanic ashes and dust, tuff, etc. As a rule, these rocks of volcanic origin cool rapidly and are fine-grained. It is interesting to note that basalt is the most abundant of all lavatypes. It is the principal rock type of the ocean floor.

Igneous rocks are rich in minerals that are important economically or have great scientific value. Igneous rocks and their veins are rich in iron, gold, zinc, nickel and other ferrous metals.

1). Укажите, какие предложения соответствуют содержанию текста. Подтвердите свои ответы фактами из текста.

1. Igneous rocks have been formed by sedimentation.
2. Intrusive rocks have been formed by the cooling of rocks of the Earth's crust.
3. Extrusive rocks have been formed the same way.
4. The grain size of igneous rocks depends on mode of occurrence.
5. Exposed igneous rocks are numerous in mountain zones.
6. Granites and diorites belong to the group of extrusive rocks.
7. As a rule, granite may occur in dykes.
8. Pegmatites do not belong to the group of plutonic or intrusive rocks.

2). Ответьте на вопросы:

1. Have igneous rocks crystallized from magma or have they been formed by sedimentation?
2. Which types of igneous rocks do you know?
3. What does the grain size of igneous rocks depend on?
4. Can you give an example of intrusive or plutonic rocks?
5. Are diorites intrusive or extrusive formations?
6. What do you know about batholiths?
7. Do pegmatites belong to the group of plutonic or volcanic rocks?
8. How do pegmatites occur?
9. What minerals are igneous rocks rich in?

3. а) Найдите в правой колонке русские эквиваленты следующих слов в сочетаний слов:

1.	adjacent layers	а) способ залегания
2.	abyssal rocks	б) крупнозернистый
3.	dimensions of crystals	в) зоны крупных нарушений
4.	valuable minerals	г) абиссальные (глубинные) породы
5.	shape and size of grains	д) смежные пласты (слои)
6.	mode of occurrence	е) размеры кристаллов
7.	coarse-grained	ж) взбросы
8.	uplifts	з) форма и размер зерен
9.	zones of major deformation	и) ценные минералы

б) Найдите в правой колонке английские эквиваленты следующих сочетаний слов:

1.	затвердевшие массы	а) irregular shape
2.	обломочные породы	б) at a certain depth
3.	медленно остывать	в) economically important
4.	мелкозернистый	г) solidified masses
5.	многочисленные трещины	д) scientific value
6.	неправильная форма	е) to cool slowly
7.	на определенной глубине	ж) existing types of rocks
8.	экономически важный	з) fine-grained
9.	научная ценность	и) fragmentary rocks

10. существующие типы пород к) numerous cracks or fissures

№6

Запомните слова и выражения, необходимые для понимания текста:

band - *n* слой; полоса; прослоек *(породы); syn* **layer**
cleave - *v* расщепляться; трескаться, отделяться по кливажу; **cleavage** *n* кливаж
constituent - *n* составная часть, компонент
define - *v* определять, давать определение
distribute - v **(among)** распределять (между); раздавать;
disturb - *v* нарушать; смещать
excess - *n* избыток, излишек; *ant* **deficiency**
flaky - *a* слоистый; похожий на хлопья
fluid - *n* жидкость; жидкая или газообразная среда
foliate - *v* расщепляться на тонкие слои; **foliated -** *a* листоватый, тонкослоистый; *syn* **flaky**
marble - *n* мрамор
mention - *v* упоминать, ссылаться; *n* упоминание
plate - *n* пластина; полоса *(металла)*
pressure - *n* давление; **rock pressure (underground pressure)** горное давление, давление горных пород
relate - *v* относиться; иметь отношение; **related** *a* родственный; **relation -** *n* отношение; **relationship -** *n* родство; свойство; **relative -** *a* относительный; соответственный
run (ran, run) - *v* бегать, двигаться; течь; работать (о *машине);* тянуться, простираться; управлять *(машиной);* вести *(дело, предприятие)*
schistose - *a* сланцеватый; слоистый
sheet - *n* полоса
slate - *n* сланец; *syn* **shale**
split (split) - *v* раскалываться, расщепляться, трескаться; *syn* **cleave**
trace - *n* след; **tracing –** *n* прослеживание
at least по крайней мере
to give an opportunity (of) давать возможность *(кому-л., чему-л.)*

Прочитайте и переведите текст, выполните упражнения на проверку понимания прочитанного:

TEXT 6: Metamorphic Rocks

The problem discussed concerns metamorphic rocks which compose the third large family of rocks. "Metamorphic" means "changed from". It shows that the original rock has been changed from its primary form to a new one. Being subjected to pressure, heat and chemically active fluids beneath the Earth's surface, various rocks in the Earth's crust undergo changes in texture, in mineral composition and structure and are transformed into metamorphic rocks. The process described is called metamorphism.

As is known, metamorphic rocks have been developed from earlier igneous and sedimentary rocks by the action of heat and pressure.

Gneisses, mica schists, phyllites, marbles, slate, quartz, etc. belong to the same group of rocks. Having the same mineral composition as granite, gneisses consist chiefly of quartz, orthoclase and mica. However unlike granite, they have a schistose structure. It means that their constituents are distributed in bands or layers and run parallel to each other in one direction. If disturbed the rock cleaves easily into separate plates.

The role of water in metamorphism is determined by at least four variable geologically related parameters: rock pressure, temperature, water pressure, and the amount of water present.

During a normal progressive metamorphism rock pressure and temperature are interdependent, and the amount of water and the pressure of water are related to the sediments and to the degree of metamorphism in such a way that, generally speaking, the low-grade metamorphic rocks are

characterized by the excess of water. The medium-grade rocks defined by some deficiency of water and the high-grade metamorphic rocks are characterized by the absence of water.

Many of the metamorphic rocks mentioned above consist of flaky materials such as mica and chlorite. These minerals cause the rock to split into thin sheets, and rocks become foliated.

Slate, phyllite, schist and gneiss belong to the group of foliated metamorphic rocks. Marble and quartzite are non-foliated metamorphic rocks.

The structure of metamorphic rocks is of importance because it shows the nature of pre-existing rocks and the mechanism of metamorphic deformation. Every trace of original structure is of great importance to geologists. It gives an opportunity of analysing the causes of its metamorphism.

Being often called crystalline schists, metamorphic rocks such as gneisses and mica have a schistose structure. Metamorphic rocks represent the oldest portion of the Earth's crust. They are mostly found in the regions of mountain belts where great dislocations on the Earth once took place.

1). Укажите, какие предложения соответствуют содержанию текста. Подтвердите свои ответы фактами из текста.

1. Generally speaking, metamorphic rocks have been developed from ores.
2. Marble, slate and phyllite belong to the group of metamorphic rocks.
3. As is known, unlike granite metamorphic rocks have a schistose structure.
4. It is quite obvious that the role of water in metamorphism is great.
5. As a rule, low-grade metamorphic rocks are characterized by the absence of water.
6. Flaky materials cause the rock to split into thin sheets.
7. It should be noted that marble and quartzite are foliated metamorphic rocks.
8. The structure of metamorphic rocks shows the nature of older preexisting rocks and the mechanism of metamorphic deformation as well.
9. All metamorphic rocks are non-foliated.

2). Ответьте на вопросы:

1. Do you know how metamorphic rocks have been formed?
2. Which rocks belong to the group of metamorphic?
3. Does gneiss have the same structure as granite?
4. Is the role of water great in metamorphism?
5. What rocks do we call foliated? What can you say about non-foliated metamorphic rocks?
6. How can geologists trace the original structure of metamorphic rocks?
7. Why are metamorphic rocks often called crystalline schists?

3. а) Найдите в правой колонке русские эквиваленты следующих слов и сочетаний слов:

1. as a result of the chemical and physical changes
2. constituents of rocks
3. to be subjected to constant development
4. to undergo changes
5. excess of water
6. low-grade ores
7. coal band
8. to cleave into separate layers
9. traces of original structure
10. generally speaking

а) полоса (или прослоек) угля
б) составляющие пород
в) расщепляться на отдельные слои
г) вообще говоря

д) в результате химических и физических изменений
е) избыток воды
ж) изменяться
з) находиться в постоянном развитии
и) низкосортные руды
к) следы первоначальной структуры

б) Найдите в правой колонке английские эквиваленты следующих слов и сочетаний слов:

1. иметь значение
2. упомянутые выше
3. сланцеватая структура
4. в отличие от гранита
5. недостаток воды
6. существовавшие ранее породы
7. слоистые породы
8. мрамор и сланец
9. гнейс
10. давать возможность
11. определять структуру

а) unlike granite
б) to be of importance
в) pre-existing rocks
г) mentioned above
д) schistose structure
е) to give an opportunity (of doing smth)
ж) to define (determine) rock texture
з) deficiency of water
и) flaky rocks
к) marble and slate
л) gneiss

№7

Запомните слова и выражения, необходимые для понимания текста:

aerial - *a* воздушный; надземный

certain - *a* определенный; некоторый; **certainly** *adv* конечно

cost - (cost) v стоить; *n* цена; стоимость

crop - v (out) обнажать(ся), выходить на поверхность *(о пласте, породе); syn* **expose;** засевать, собирать урожай

dredging - *n* выемка грунта; драгирование

drill - v бурить, сверлить; *n* бурение, сверление; бурильный молоток; **drilling -** *n* бурение, сверление; **core-drilling** колонковое (керновое) бурение

drive (drore, **driven**) - v проходить *(горизонтальную выработку);* приводить в движение; управлять *(машиной); n* горизонтальная выработка; привод; передача

evidence – *n* основание; признак(и); свидетельства

expect - v ожидать; рассчитывать; думать; предлагать

explore - v разведывать месторождение полезного ископаемого с попутной добычей; **exploratory -** *a* разведочный; **exploration -** *n* детальная разведка; разведочные горные работы по месторождению

galena - *n* галенит, свинцовый блеск

indicate - v указывать, показывать; служить признаком; означать

lead - *n* свинец

look for - v искать

open up - v вскрывать *(месторождение);* нарезать *(новую лаву, забой);* **opening -** *n* горная выработка; подготовительная выработка; вскрытие месторождения

panning - *n* промывка *(золотоносного песка в лотке)*

processing - *n* обработка; - **industry** обрабатывающая промышленность

prove - v разведывать *(характер месторождения или залегания);* доказывать; испытывать, пробовать; **proved -** *a* разведанный, достоверный; **proving -** *n* опробование, предварительная разведка

search - v исследовать; (for) искать *(месторождение); n* поиск; *syn* **prospecting**

sign - *n* знак, символ; признак, примета

store - v хранить, накапливать *(о запасах)*

work - v работать; вынимать, извлекать *(уголь, руду);* вырабатывать; **workable -** *a* подходящий для работы, пригодный для разработки, рабочий *(о пласте);* рентабельный; **working -** *n* разработка, горная выработка

country rock коренная (основная) порода

distinctive properties отличительные свойства

malleable metal ковкий металл

Прочитайте и переведите текст, выполните упражнения на проверку понимания прочитанного:

TEXT 7: Prospecting

Mining activities include prospecting and exploration for a mineral deposit through finding, proving, developing, extracting and processing the ore. That is why it is possible to divide the mining activity into three major phases: 1) before mining which involves prospecting and exploration required to locate, characterize and prove a potential ore body; 2) mining which refers to actual coal or ore extraction. Extraction processes include underground or surface mining and dredging; 3) after mining which involves processing and preparing the raw ore for the end product.

As has already been said, before a mineral deposit can be worked, that is, before it can be extracted from the Earth for use by man, it must first be found. The search for economically useful mineral deposits is called prospecting. To establish the quality and quantity of a mineral deposit, the type of country rock, etc. means to prove it and this process is called proving. Prospecting and proving are only two different stages of mining geological exploration, the latter includes drilling and driving of openings.

Last century prospectors looked for visible evidence of mineralization on the surface of the Earth. To recognize valuable minerals it was necessary to know their various distinctive physical properties. For example, gold occurs in nature as a heavy malleable yellow metal. -Galena, the most important mineral containing lead, is dark grey, heavy and lustrous. The first ores of iron to be mined were deposits of magnetite, a black heavy mineral capable of attracting a piece of iron.

As the deposits of mineral that cropped out at the surface were mined, the search for additional supplies of minerals took place. The science of geology was used to explain the occurrence of ore deposits.

The aim of geological prospecting is to provide information on a preliminary estimation of the deposit and the costs of the geological investigations to be made. It also indicates whether it is available to continue the exploration or not.

Prospecting work includes three stages: 1) finding signs of the mineral; 2) finding the deposit; 3) exploring the deposit.

General indications of the possibility of exposing this or that mineral in a locality can be obtained by studying its general topographical relief, the type of ground and its general natural conditions. Thus, in mountainous regions where fissures were formed during the process of mountain formation, ore minerals could be expected in the fissure fillings. In hilly regions, sedimentary deposits would be expected.

Certain deposits are found only in a particular type of ground. Coal seams, for example, are found in sedimentary formations mainly consisting of sandstones and shales. Veins, on the other hand,

are found in crystalline (igneous) rocks, and the type of country rock usually determines the type of minerals.

At present, prospecting methods to be used are as follows:

1. Surface geological and mineralogical prospecting such as panning.
2. Geophysical, geochemical, geobotanical prospecting.
3. Aerial photography with geological interpretation of the data to be obtained is highly effective from aircraft or helicopter. Besides, successful development of space research has made it possible to explore the Earth's resources from space by satellites.

In modern prospecting the methods mentioned above are used together with the study of geological maps.

1. Укажите, какие предложения соответствуют содержанию текста. Подтвердите свои ответы фактами из текста.

1. The search for economically useful mineral deposits is called proving.
2. Last century prospectors looked for visible evidence of mineral deposits.
3. The first ores of iron to be mined were deposits of galena.
4. The science of geology can explain the mode of occurrence of ore deposits.
5. As a rule prospecting includes four stages.
6. The study of general topographical relief and the type of ground makes it possible to expose this or that deposit.
7. Geologists know that certain deposits are only found in a particular type of ground.
8. As is known, veins are found in metamorphic rocks.

2. Ответьте на следующие вопросы:

1. What is prospecting?
2. What is proving?
3. How did prospectors find mineral deposits in the 19th century?
4. Does gold occur in nature as a heavy malleable yellow metal or as a heavy dark-grey one?
5. What metal is capable of attracting a piece of iron?
6. What does prospecting work provide?
7. What are the three main stages of prospecting?
8. Is it enough to know only the topographical relief of a locality for exposing this or that mineral?
9. What methods of prospecting do you know?
10. What are the most effective aerial methods of prospecting now?

3. а) Найдите в правой колонке русские эквиваленты следующих слов и сочетаний слов:

1.	country rock	а) залегание рудных месторождений
2.	panning	б) блестящий металл
3.	the search for commercially useful deposits	в) коренная (основная) порода
4.	geological exploration	г) дополнительные запасы минералов
5.	to look for evidence of mineralization	д) промывка (золотоносного песка в лотке)
6.	distinctive properties	е) геологическая разведка (с попутной добычей)
7.	lustrous metal	ж) искать доказательства наличия месторождения
8.	capable of attracting a piece of iron	з) отличительные свойства
9.	additional supplies of minerals	и) поиски экономически полезных месторождений
10.	the occurrence of ore deposits	к) способный притягивать кусок металла

б) Найдите в правой колонке английские эквиваленты следующих слов и сочетаний слов:

1.	стоимость геологических исследований	а) the data obtained
2.	выходить на поверхность (обнажаться)	б) galena, sandstones and shales
3.	произвести предварительную оценку (месторождения)	в) the cost of geological investigations
4.	визуальные наблюдения с воздуха	г) to crop out
5.	полученные данные	д) certain ore deposits
6.	галенит, песчаники и сланцы	е) to make a preliminary estimation (of a deposit)
7.	общие показания	ж) visual aerial observations
8.	находить признаки месторождения	з) to find the signs of a deposit
9.	определенные рудные месторождения	и) general indications

№8

Запомните слова и выражения, необходимые для понимания текста:

adit - *n* горизонтальная подземная выработка, штольня

angle - *n* угол

approximate - *a* приблизительный

bit - *n* режущий инструмент; буровая коронка, коронка для алмазного бурения; головка бура, сверло; **carbide bit** армированная коронка, армированный бур; **diamond bit -** алмазная буровая коронка

borehole - *n* скважина, буровая скважина

crosscut - *n* квершлаг

dip - *n* падение *(залежи);* уклон, откос; v падать

enable - v давать возможность или право *(что-л. сделать)*

exploit - v разрабатывать *(месторождение);* эксплуатировать; **exploitation** - *n* разработка; эксплуатация

measure - *n* мера; мерка; критерий; степень; *pl* свита, пласты; v измерять

overburden - *n* покрывающие породы, перекрывающие породы; верхние отложения, наносы; вскрыша

pit - *n* шахта; карьер, разрез; шурф

reliable - *a* надежный; достоверный

rig - *n* буровой станок, буровая вышка; буровая каретка; буровое оборудование

sample - *n* образец; проба; v отбирать образцы; опробовать, испытывать

section - *n* участок, секция, отделение, отрезок, разрез, профиль, поперечное сечение; **geological** ~ геологический разрез *(пород)*

sequence - *n* последовательность; порядок следования; ряд

sink (sank, sunk) - v проходить *(шахтный ствол, вертикальную выработку);* углублять*;* погружать; опускать; **sinking** - *n* проходка *(вертикальных или наклонных выработок);* **shaft sinking -** проходка ствола

slope - *n* наклон; склон; бремсберг; уклон; v клониться, иметь наклон; **sloping -** *a* наклонный; **gently sloping -** с небольшим наклоном

steep - *a* крутой, крутопадающий, наклонный

strike - *n зд.* простирание; v простираться; **across the strike -** вкрест простирания; **along (on) the strike** по простиранию

trench - *n* траншея, канава; котлован; v копать, рыть, шурфовать

to make use (of) использовать, применять

to take into consideration принимать во внимание; *syn* **take into account**

Прочитайте и переведите текст, выполните упражнения на проверку понимания прочитанного:

TEXT 8: Exploration of Mineral Deposits

Exploration is known to include a whole complex of investigations carried out for determining the industrial importance of a deposit. The main task is to determine the quality and quantity of mineral and the natural and economic conditions in which it occurs. The exploration of the deposit is divided into three stages, namely preliminary exploration, detailed exploration and exploitation exploration.

The aim of preliminary exploration is to establish the general size of a deposit and to obtain an approximate idea of its shape, dimensions and quality. At this stage the geological map of the deposit is corrected and a detailed survey of its surface is completed.

The information on the preliminary exploration is expected to give an all-round description of the deposit which will enable the cost of its detailed exploration to be estimated.

The following points should be taken into consideration: 1) the shape and area of the deposit; 2) its depth and angles of dip and strike; 3) its thickness; 4) the properties of the surrounding rock and overburden; 5) the degree of uniformity of distribution of the mineral within the deposit and the country rock, etc.

Preliminary explorations can make use of exploratory openings such as trenches, prospecting pits, adits, crosscuts and boreholes. They are planned according to a definite system, and some are driven to a great depth.

All the exploratory workings are plotted on the plan. These data allow the geologist to establish the vertical section of the deposit.

The quality of the mineral deposit is determined on the basis of analyses and tests of samples taken from exploratory workings.

The method of exploration to be chosen in any particular case depends on the thickness of overburden, the angle of dip, the surface relief, the ground water conditions and the shape of the mineral deposit.

The task of the detailed exploration is to obtain reliable information on the mineral reserves, their grades and distribution in the different sectors of the deposit. Detailed exploration data provide a much more exact estimate of the mineral reserves.

Mine or exploitation exploration is known to begin as soon as mining operations start. It provides data for detailed estimates of the ore reserves of individual sections. It facilitates the planning of current production and calculating the balance of reserves and ore mined.

The searching and discovering of new mineralized areas are based on geological survey and regional geophysical prospecting. The results of these investigations provide data on iron-bearing formations and new deposits for commercial extraction.

In detailed exploration both underground workings and borehole survey are used. Core drilling with diamond and carbide bits is widely used. Non-core drilling is also used in loose rocks in combination with borehole geophysical survey.

One of the main methods to explore coal deposits is also core-drilling. Modern drilling equipment makes it possible to accurately measure bed thickness and determine structure of beds, faults and folds. Recording control instruments are attached to drilling rigs which allow the geologists to get reliable samples good for nearly all parameters of coal quality to be determined.

1. Укажите, какие предложения соответствуют содержанию текста. Подтвердите свои ответы фактами из текста.

1. The purpose of preliminary exploration is to determine the mineral reserves and their distribution in the different sectors of the deposit.
2. The properties of the surrounding rock and overburden should be taken into consideration during the preliminary exploration.
3. The purpose of the detailed exploration is to find out the quantity (reserves) of the deposit.
4. Exploitation exploration facilitates the planning of current production.
5. Both core drilling and non-core drilling are widely used.

6. Recording control instruments allow geologists to get reliable ore samples.

2. Ответьте на следующие вопросы:

1. What stages does exploration include?
2. What is the main purpose of preliminary exploration?
3. What should be taken into consideration by geologists during preliminary exploration?
4. What exploratory openings do you know?
5. Do you know how the quality of the mineral deposit is determined?
6. What is the aim of a detailed exploration?
7. Is core drilling used in prospecting for loose rocks?
8. What is drilling equipment used for?

3. а) Найдите в правой колонке русские эквиваленты следующих сочетаний слов:

1. bedded deposits
2. core drilling
3. the angle of dip of the seam
4. the thickness of overburden
5. exploratory workings
6. composition of minerals
7. pits and crosscuts
8. to exploit new oil deposits
9. sampling
10. geological section

а) мощность наносов
б) разрабатывать новые месторождения нефти
в) шурфы и квершлаги
г) пластовые месторождения
д) опробование (отбор) образцов
е) угол падения пласта
ж) колонковое бурение
з) геологический разрез (пород)
и) состав минералов
к) разведочные выработки

б) Найдите в правой колонке английские эквиваленты следующих сочетаний слов:

1. буровые скважины
2. по простиранию пласта
3. равномерность распределения минерала в залежи
4. водоносность пород
5. карбидные и алмазные коронки
6. детальная разведка
7. использовать новые поисковые методы
8. проникать в залежь
9. коренная порода
10. свойства окружающих пород

а) ground water conditions
б) detailed exploration
в) boreholes
г) along the strike of the bed (seam)
д) carbide and diamond bits
е) the uniformity of mineral distribution in the deposit
ж) the properties of surrounding rocks
з) to make use of new prospecting methods
и) country rock
к) to penetrate into the deposit

3. Подготовка к практическим занятиям (запоминание иноязычных лексических единиц и грамматических конструкций)

Грамматические конструкции представлены на стр. 6 – 40.

Запомните слова и выражения, необходимые для освоения тем курса:

Семья. Family

родственник relative, relation
родители parents
мать (мама) mother (mom, mum, mama, mamma, mummy, ma)
отец (папа) father (dad, daddy, papa, pa)
жена wife
муж husband
супруг(а) spouse
ребенок, дети child, children
дочь daughter
сын son
сестра sister
брат brother
единственный ребенок only child
близнец twin
близнецы, двойняшки twins
брат-близнец twin brother
сестра-близнец twin sister
однояйцевые близнецы identical twins
тройняшки triplets
бабушка и дедушка grandparents
бабушка grandmother (grandma, granny, grandmamma)
дедушка grandfather (grandpa, granddad, grandpapa, grandad)
внуки grandchildren
внучка granddaughter
внук grandson
прабабушка great-grandmother
прадедушка great-grandfather
прабабушка и прадедушка great-grandparents
правнуки great-grandchildren
тётя aunt
дядя uncle
крестный (отец) godfather
крестная (мать) godmother
отчим, приемный отец stepfather
мачеха, приемная мать stepmother
сводный брат stepbrother
сводная сестра stepsister
брат по одному из родителей half-brother
сестра по одному из родителей half-sister
приемный, усыновленный сын adopted son
приемная, удочеренная дочь adopted daughter
приемный ребенок adopted child
патронатная семья, приемная семья foster family
приемный отец foster father
приемная мать foster mother
приемные родители foster parents

приемный сын foster son
приемная дочь foster daughter
приемный ребенок foster child
неполная семья (с одним родителем) single-parent family
родня the kin, the folks
племянница niece
племянник nephew
двоюродный брат cousin (male)
двоюродная сестра cousin (female)
двоюродный брат (сестра), кузен (кузина) first cousin
троюродный брат (сестра) second cousin
четвероюродный брат (сестра) third cousin
родня со стороны мужа или жены in-laws
свекровь mother-in-law (husband's mother)
свёкор father-in-law (husband's father)
тёща mother-in-law (wife's mother)
тесть father-in-law (wife's father)
невестка, сноха daughter-in-law
зять son-in-law
шурин, свояк, зять, деверь brother-in-law
свояченица, золовка, невестка sister-in-law
семейное положение marital status
холостой, неженатый, незамужняя single
женатый, замужняя married
брак marriage
помолвка engagement
помолвленный, обрученный engaged
развод divorce
разведенный divorced
бывший муж ex-husband
бывшая жена ex-wife
расставшиеся, не разведенные, но не проживающие одной семьей separated
вдова widow
вдовец widower
подружка, невеста girlfriend
друг, парень, ухажер boyfriend
любовник, любовница lover
ухажер, жених, подружка, невеста, обрученный fiance
свадьба wedding
невеста на свадьбе bride
жених на свадьбе (bride)groom
медовый месяц honeymoon

Запомните слова и выражения, необходимые для освоения тем курса:

The Ural State Mining University

Mining University – Горный университет; **higher educational institution** - высшее учебное заведение; **to provide** - зд. Предоставлять; **full-time education** - очное образование; **extramural education** - заочное	**scientific research centre** - центр научных исследований; **master of science** - кандидат наук; **capable** – способный; **to take part in** - принимать участие; **graduate** – выпускник; **to dedicate** – посвящать;

образование; **to award** – награждать; **post-graduate courses** – аспирантура;	**to carry out scientific work** - выполнять научную работу;

Faculty of Mining Technology - горно – технологический; **Faculty of Engineering and Economics** - инженерно-экономический; **Institute of World Economics** – Институт мировой экономики; **Faculty of Mining Mechanics** - горно-механический; **Faculty of Civil Protection** – гражданской защиты; **Faculty of City Economy** – городского хозяйства;	**Faculty of Geology & Geophysics** – геологии и геофизики; **Faculty of extramural education** – заочный; **department** – кафедра; **dean** – декан; **to train specialists in** - готовить специалистов; **to consist of** - состоять из; **preparatory** – подготовительный; **additional** – дополнительный; **to offer** – предлагать;

to house - размещать /ся/; **building** – здание; **Rector's office** – ректорат; **Dean's office** – деканат; **department** – кафедра; **library** – библиотека; **reading hall** - читальный зал; **assembly hall** - актовый зал; **layout** - расположение, план; **administrative offices** - административные отделы;	**computation centre** - вычислительный центр; **canteen** – столовая; **to have meals** – питаться; **hostel** – общежитие; **to go in for sports** - заниматься спортом; **wrestling** – борьба; **weight lifting** - тяжелая атлетика; **skiing** - катание на лыжах; **skating** - катание на коньках; **chess** – шахматы;

academic work - учебный процесс; **academic year** - учебный год; **to consist of** - состоять из; **bachelor's degree** - степень бакалавра; **course of studies** - курс обучения; **to last** - длиться; **term** - семестр; **to attend lectures and classes** - посещать лекции и занятия; **period** - пара, 2 – х часовое занятие; **break** - перерыв; **subject** - предмет; **descriptive geometry** - начертательная геометрия;	**general geology** - общая геология; **foreign language** - иностранный язык; **to operate a computer** - работать на компьютере; **to take a test (an exam)** - сдавать зачет, экзамен; **to pass a test (an exam)** - сдать зачет, экзамен; **to fail a test (an exam)** - не сдать зачет, экзамен; **to fail in chemistry** - не сдать химию; **holidays, vacations** - каникулы; **to present graduation paper** - представлять дипломные работы; **for approval** - к защите;

The Faculty of Mining Technology trains specialists in: mine surveying - маркшейдерская съемка; underground mining of mineral deposits - подземная разработка месторождений полезных ископаемых; mine and underground construction - шахтное и подземное строительство; surface mining (open-cut mining) - открытые горные работы; physical processes of mining, oil and gas production - физические процессы горного и нефтегазового производства; placer mining - разработка россыпных месторождений; town cadastre - городской кадастр.

The Institute of World Economics trains specialists in: land improvement, recultivation and soil protection - мелиорация, рекультивация и охрана земель; engineer protection of environment in mining - инженерная защита окружающей среды в горном деле; computer systems of information processing and control - автоматизированные системы обработки информации и управления; economics and management at mining enterprises - экономика и управление на предприятиях горной промышленности.

The Faculty of Mining Mechanics trains specialists in: electromechanical equipment of mining enterprises - электромеханическое оборудование горных предприятий; designing & production of mining, oil and gas machinery - конструирование и производство горных и нефтегазопромысловых машин; technological and service systems of exploitation and maintenance of machines and equipment - технологические и сервисные системы эксплуатации и ремонта машин и оборудования; motorcars and self-propelled mining equipment - автомобили и самоходное горное оборудование; electric drive and automation or industrial units and technological complexes - электопривод и автоматика промышленных установок и технологических комплексов; automation of technological processes and industries - автоматизация технологических процессов и производств; mineral dressing - обогащение полезных ископаемых.

The Faculty of Geology & Geophysics trains specialists in: geophysical methods of prospecting and exploring mineral deposits - геофизические мет оды поисков и разведки месторождений полезных ископаемых; according to some specializations: geoinformatics – геоинформатика; applied geophysics - прикладная геофизика; structural geophysics - структурная геофизика; geological surveying and exploration or mineral deposits - геологическая съемка и поиски МПИ; geology and mineral exploration - геология и разведка МПИ; prospecting and exploration or underground waters and engineering - geological prospecting - поиски и разведка подземных вод и инженерно-геологические изыскания; applied geochemistry, petrology and mineralogy - прикладная геохимия, петро логия и минералогия; drilling technology - технология и техника разведки МПИ.

Запомните слова и выражения, необходимые для освоения тем курса:

My town

a building – здание
downtown – деловой центр города
town outskirts – окраина города
a road – дорога
an avenue – проспект
a pavement/a sidewalk - тротуар
a pedestrian – пешеход
a pedestrian crossing – пешеходный переход
traffic lights – светофор
a road sign – дорожный знак
a corner – угол
a school - школа
a kindergarten – детский сад
a university - университет
an institute – институт
an embassy - посольство
a hospital - больница
a shop/a store/a shopping centre/a supermarket – магазин, супермаркет
a department store – универмаг
a shopping mall/centre – торговый центр
a food market – продуктовый рынок
a greengrocery – фруктово-овощной магазин
a chemist's/a pharmacy/a drugstore - аптека

a beauty salon – салон красоты
a hairdressing salon/a hairdresser's - парикмахерская
a dental clinic/a dentist's – стоматологическая клиника
a vet clinic – ветеринарная клиника
a laundry – прачечная
a dry-cleaner's – химчистка
a post-office – почтовое отделение
a bank – банк
a cash machine/a cash dispenser - банкомат
a library – библиотека
a sight/a place of interest - достопримечательность
a museum – музей
a picture gallery – картинная галерея
a park – парк
a fountain – фонтан
a square – площадь
a monument/a statue – памятник/статуя
a river bank – набережная реки
a beach – пляж
a bay - залив
a café – кафе
a restaurant – ресторан
a nightclub – ночной клуб
a zoo - зоопарк
a cinema/a movie theatre - кинотеатр
a theatre – театр
a circus - цирк
a castle - замок
a church – церковь
a cathedral – собор
a mosque - мечеть
a hotel – отель, гостиница
a newsagent's – газетный киоск
a railway station – железнодорожный вокзал
a bus station - автовокзал
a bus stop – автобусная остановка
an underground (metro, subway, tube) station – станция метро
a stadium – стадион
a swimming-pool – плавательный бассейн
a health club/a fitness club/a gym – тренажерный зал, фитнесс клуб
a playground – игровая детская площадка
a plant/a factory – завод/фабрика
a police station – полицейский участок
a gas station/a petrol station – заправочная автостанция, бензоколонка
a car park/a parking lot - автостоянка
an airport - аэропорт
a block of flats – многоквартирный дом
an office block – офисное здание
a skyscraper - небоскреб
a bridge – мост
an arch – арка
a litter bin/a trash can – урна

a public toilet – общественный туалет
a bench - скамья

Запомните слова и выражения, необходимые для освоения тем курса:

My speciality

The Earth's Crust and Useful Minerals

cause - v заставлять; вызывать; влиять; причинять; *n* причина, основание; дело; общее дело; *syn* **reason**

clay - *n* глина; глинозем

consolidate - v твердеть, затвердевать, уплотнять(ся); укреплять; *syn* **solidify**

crust - *n* кора; *геол.* земная кора

decay - v гнить, разлагаться; *n* выветривание *(пород);* распад, разложение

derive - v (from) происходить, вести свое происхождение *(от);* наследовать

destroy - v разрушать; уничтожать; **destructive** *a* разрушительный

dissolve v растворять

expose - v выходить *(на поверхность);* обнажаться; **exposure -** *n* обнажение

external - *a* внешний

extrusive - *a* эффузивный, излившийся *(о горной породе)*

force - v заставлять, принуждать; ускорять движение; *n* сила; усилие

glacier - *n* ледник, глетчер

grain - *n* зерно; **angular grains -** угловатые зерна *(минералов);* **grained -** *a* зернистый

gravel - *n* гравий, крупный песок

internal - *a* внутренний

intrusive - *a* интрузивный, плутонический

iron - *n* железо

layer - *n* пласт

like - *a* похожий, подобный; *syn* **similar;** *ant* **unlike;** *adv* подобно

lime - *n* известь; **limestone -** *n* известняк

loose - *a* несвязанный, свободный; рыхлый

make up - v составлять; *n* состав *(вещества)*

particle - *n* частица; включение

peat - *n* торф; торфяник

represent - v представлять собою; означать; быть представителем; **representative** - представитель; **representative -** *a* характерный, типичный

rock – *n* горная порода; **igneous** - изверженная порода; **sedimentary** - осадочная порода

sand - *n* песок

sandstone - *n* песчаник; **fine-grained (medium-grained, coarse-grained)** - мелкозернистый (среднезернистый, грубозернистый) песчаник

sediment - *n* отложение; осадочная порода; **sedimentary -** *a* осадочный; **sedimentation -** *n* образование осадочных пород

schist - *n (кристаллический)* сланец; **schistose -** *a* сланцеватый, слоистый

shale - *n* сланец, сланцевая глина, глинистый сланец; **clay -** глинистый сланец; **combustible …**, **oil …** - горючий сланец

siltstone - *n* алеврит

stratification - *n* напластование, залегание

stratify - v напластовываться; отлагаться пластами; **stratified** *a* пластовый; *syn* **layered, bedded**

substance - *n* вещество, материал; сущность

thickness - *n* толщина, мощность

value - *n* ценность; важность; величина; значение; **valuable -** *a* ценный *(о руде)*

vary - v изменять(ся); отличать(ся); *syn* **differ, change (from); variable -** *a* переменный; непостоянный; **various** *a* различный; *syn* **different**

contain - v содержать *(в себе),* вмещать

crack - *n* трещина; щель; v давать трещину; трескаться, раскалываться

contract - v сжиматься; сокращаться

dust - *n* пыль

expand - v расширяться); увеличивать(ся) в объеме; **expansion** *n* расширение; *ant* **contract**

fissure - *n* трещина *(в породе, угле);* расщелина; щель

fracture - *n* трещина; излом; разрыв; v ломать(ся); раздроблять *(породу)*

freeze - *v* замерзать; замораживать; застывать

gradual - *a* постепенный; **gradually** *adv* постепенно

hard - *a* твердый, жесткий; *ant* **soft;** тяжелый (о *работе); adv* сильно, упорно; **hardly** *adv* едва, с трудом

hole - *n* отверстие; скважина; шпур; шурф

influence - *n* влияние; v **(on, upon)** влиять (не *что-л.)*

lateral - *a* боковой

occur - *v* залегать; случаться; происходить; *syn* **take place, happen; occurrence -** *n* залегание; **mode of occurrence -** условия залегания

penetrate - *v* проникать *(внутрь),* проходить через *(что-л.)*

phenomenon - *n* явление; *pi* **phenomena**

pressure - *n* давление; **lateral pressure** боковое *(горизонтальное)* давление; **rock pressure** горное давление, давление породы

rate - *n* степень, темп; скорость, норма; производительность; сорт; *syn* **speed, velocity**

refer - v (to) ссылаться *(на что-л.);* относиться *(к периоду, классу)*

resist - *v* сопротивляться; противостоять; противодействовать; **resistance** - *n* сопротивление; **resistant -** *a* стойкий; прочный; сопротивляющийся

size - *n* размер; величина; класс *(угля)*

solution – *n* раствор; **soluble -** *a* растворимый; **solvent -** растворитель; *a* растворяющий

succession – *n* последовательность, непрерывный ряд; **in succession** последовательно

undergo (underwent, undergone) - *v* испытывать *(что-л.),* подвергаться *(чему-л.)*

uniform – *a* однородный; одинаковый

weathering - *n* выветривание; эрозия *(воздействию, влиянию и т.д.)*

to be subjected to подвергаться

Rocks of Earth's Crust

abyssal - *a* абиссальный, глубинный; **hypabissal** - *a* гипабиссальный

adjacent - *a* смежный, примыкающий

ash - *n* зола

belt - *n* пояс; лента; ремень

body - *n* тело, вещество; **solid (liquid, gaseous) bodies** твердые (жидкие, газообразные) вещества; породная масса; массив; месторождение; пласты

common - *a* обычный; общий; *syn* **general;** *ant* **uncommon**

cool - v охлаждать(ся); остывать; прохладный; *ant* **heat** нагревать(ся)

dimension - *n* измерение; *pl* размеры; величина; *syn* **measurement, size**

dust - *n* пыль

dyke – *n* дайка

extrusion - *n* вытеснение; выталкивание; *ant* **intrusion** вторжение; *геол.* интрузия *(внедрение в породу изверженной массы)*

fine - *a* тонкий, мелкий; мелкозернистый; высококачественный; тонкий; прекрасный, ясный (о *погоде);* изящный; **fine-graded (fine-grained)** мелкозернистый, тонкозернистый; **fines -** *n pl* мелочь; мелкий уголь

flow - v течь; литься; *n* течение; поток; **flow of lava** поток лавы

fragmentary - *a* обломочный, пластический

glass - *n* стекло; **glassy** - *a* гладкий, зеркальный; стеклянный
gold - *n* золото
inclined - *a* наклонный
mica - *n* слюда
permit - *v* позволять, разрешать; *syn* **allow, let; make possible**
probably - *adv* вероятно; *syn* **perhaps, maybe**
shallow - *a* мелкий; поверхностный; *ant* **deep** глубокий
sill - *n* силь, пластовая интрузия
stock - *n* шток, небольшой батолит
vein - *n* жила, прожилок, пропласток
band - *n* слой; полоса; прослоек *(породы); syn* **layer**
cleave - *v* расщепляться; трескаться, отделяться по кливажу; **cleavage** *n* кливаж
constituent - *n* составная часть, компонент
define - *v* определять, давать определение
distribute - v **(among)** распределять (между); раздавать;
disturb - *v* нарушать; смещать
excess - *n* избыток, излишек; *ant* **deficiency**
flaky - *a* слоистый; похожий на хлопья
fluid - *n* жидкость; жидкая или газообразная среда
foliate - *v* расщепляться на тонкие слои; **foliated -** *a* листоватый, тонкослоистый; *syn* **flaky**
marble - *n* мрамор
mention - *v* упоминать, ссылаться; *n* упоминание
plate - *n* пластина; полоса *(металла)*
pressure - *n* давление; **rock pressure (underground pressure)** горное давление, давление горных пород
relate - *v* относиться; иметь отношение; **related** *a* родственный; **relation -** *n* отношение; **relationship -** *n* родство; свойство; **relative -** *a* относительный; соответственный
run (ran, run) - *v* бегать, двигаться; течь; работать (о *машине);* тянуться, простираться; управлять *(машиной);* вести *(дело, предприятие)*
schistose - *a* сланцеватый; слоистый
sheet - *n* полоса
slate - *n* сланец; *syn* **shale**
split (split) - *v* раскалываться, расщепляться, трескаться; *syn* **cleave**
trace - *n* след; **tracing –** *n* прослеживание
at least по крайней мере
to give an opportunity (of) давать возможность *(кому-л., чему-л.)*
in such a way таким образом

Fossil Fuels

accumulate - v накапливать; скопляться
ancient - *a* древний, старинный; *ant* **modern**
associate - v связывать, соединять, ассоциироваться; *syn* **connect, link**
burn (burnt) - v сжигать; гореть; жечь
charcoal - *n* древесный уголь
convenient - *a* удобный, подходящий
crude - *a* сырой, неочищенный
dig (dug) - v добывать; копать; **digger -** n угольный экскаватор; землеройная машина
divide - v делить; (from) отделять; разделять
evidence - *n* доказательство; очевидность; признак(и)
fossil - *a* окаменелый, ископаемый; *n* ископаемое *(органического происхождения);* окаменелость
heat - v нагревать; *n* теплота
liquid - *a* жидкий; n жидкость; *ant* **solid**

manufacture - *v* изготовлять, производить; *syn* **produce**

mudstone - *n* аргиллит

purpose - *n* цель; намерение; *syn* **aim, goal**

shale - *n* глинистый сланец

the former … the latter - первый *(из вышеупомянутых)* последний *(из двух названных)*

bench - *n* слой, пачка *(пласта)*

blend - v смешивать(ся); вклинивать(ся)

combustion - *n* горение, сгорание; **spontaneous combustion** самовоспламенение, самовозгорание

continuity - *n* непрерывность, неразрывность

domestic - *a* внутренний; отечественный

estimate - v оценивать; *n* оценка; смета

fault - *n* разлом, сдвиг *(породы);* сброс; **faulting** *n* образование разрывов или сбросов

fold - *n* изгиб, складка, флексура; **foulding -** *n* складчатость, смешение *(пласта)* без разрыва

inflame - v воспламеняться; загорать(ся); **inflammable** - *a* воспламеняющийся, горючий, огнеопасный; **flame** - *n* пламя

intermediate - *a* промежуточный; вспомогательный

liable - *a* (to) подверженный; подлежащий *(чему-л.)*

luster - *n* блеск *(угля, металла);* **lustrous -** *a* блестящий

matter - *n* вещество; материя

moisture - *n* влажность, сырость; влага

parting - *n* прослоек

plane - *n* плоскость; **bedding plane** плоскость напластования

rank - *n* класс, тип; **coal rank** группа угля, тип угля

regular - *a* правильный; непрерывный; *ant* **irregular** неправильный; неравномерный; **regularity** *n* непрерывность; правильность

similar - *a* похожий, сходный; подобный; *syn* **alike, the same as**

smelt - v плавить *(руду);* выплавлять *(металл)*

store - v запасать, хранить на складе; вмещать

strata - *n pl от* **stratum** пласты породы; свита *(пластов);* формация, напластования породы; *syn* **measures**

thickness - *n* мощность *(пласта, жилы)*

uniform - *a* однородный; равномерный; **uniformity** *n* однородность; единообразие

utilize - v использовать; *syn* **use, apply, employ**

volatile - *a* летучий, быстро испаряющийся

Prospecting and Exploration

aerial - *a* воздушный; надземный

certain - *a* определенный; некоторый; **certainly** *adv* конечно

cost - (cost) v стоить; *n* цена; стоимость

crop - v (out) обнажать(ся), выходить на поверхность *(о пласте, породе); syn* **expose;** засевать, собирать урожай

dredging - *n* выемка грунта; драгирование

drill - v бурить, сверлить; *n* бурение, сверление; бурильный молоток; **drilling -** *n* бурение, сверление; **core-drilling** колонковое (керновое) бурение

drive (drore, **driven**) - v проходить *(горизонтальную выработку);* приводить в движение; управлять *(машиной); n* горизонтальная выработка; привод; передача

evidence – *n* основание; признак(и); свидетельства

expect - v ожидать; рассчитывать; думать; предлагать

explore - v разведывать месторождение полезного ископаемого с попутной добычей; **exploratory -** *a* разведочный; **exploration -** *n* детальная разведка; разведочные горные работы по месторождению

galena - *n* галенит, свинцовый блеск

indicate - v указывать, показывать; служить признаком; означать

lead - *n* свинец

look for - v искать

open up - v вскрывать *(месторождение);* нарезать *(новую лаву, забой);* **opening -** *n* горная выработка; подготовительная выработка; вскрытие месторождения

panning - *n* промывка *(золотоносного песка в лотке)*

processing - *n* обработка; - **industry** обрабатывающая промышленность

prove - v разведывать *(характер месторождения или залегания);* доказывать; испытывать, пробовать; **proved -** *a* разведанный, достоверный; **proving -** *n* опробование, предварительная разведка

search - v исследовать; (for) искать *(месторождение); n* поиск; *syn* **prospecting**

sign - *n* знак, символ; признак, примета

store - v хранить, накапливать *(о запасах)*

work - v работать; вынимать, извлекать *(уголь, руду);* вырабатывать; **workable -** *a* подходящий для работы, пригодный для разработки, рабочий *(о пласте);* рентабельный; **working -** *n* разработка, горная выработка

adit - *n* горизонтальная подземная выработка, штольня

angle - *n* угол

approximate - *a* приблизительный

bit - *n* режущий инструмент; буровая коронка, коронка для алмазного бурения; головка бура, сверло; **carbide bit** армированная коронка, армированный бур; **diamond bit -** алмазная буровая коронка

borehole - *n* скважина, буровая скважина

crosscut - *n* квершлаг

dip - *n* падение *(залежи);* уклон, откос; v падать

enable - v давать возможность или право *(что-л. сделать)*

exploit - v разрабатывать *(месторождение);* эксплуатировать; **exploitation** - *n* разработка; эксплуатация

measure - *n* мера; мерка; критерий; степень; *pl* свита, пласты; v измерять

overburden - *n* покрывающие породы, перекрывающие породы; верхние отложения, наносы; вскрыша

pit - *n* шахта; карьер, разрез; шурф

reliable - *a* надежный; достоверный

rig - *n* буровой станок, буровая вышка; буровая каретка; буровое оборудование

sample - *n* образец; проба; v отбирать образцы; опробовать, испытывать

section - *n* участок, секция, отделение, отрезок, разрез, профиль, поперечное сечение; **geological** ~ геологический разрез *(пород)*

sequence - *n* последовательность; порядок следования; ряд

sink (sank, sunk) - v проходить *(шахтный ствол, вертикальную выработку);* углублять; погружать; опускать; **sinking** - *n* проходка *(вертикальных или наклонных выработок);* **shaft sinking -** проходка ствола

slope - *n* наклон; склон; бремсберг; уклон; v клониться, иметь наклон; **sloping -** *a* наклонный; **gently sloping -** с небольшим наклоном

steep - *a* крутой, крутопадающий, наклонный

strike - *n зд.* простирание; v простираться; **across the strike -** вкрест простирания; **along (on) the strike** по простиранию

trench - *n* траншея, канава; котлован; v копать, рыть, шурфовать

to make use (of) использовать, применять

to take into consideration принимать во внимание; *syn* **take into account**

General Information on Mining

access - *n* доступ

affect - v воздействовать *(на что-л.);* влиять; *syn* **influence**

barren - *a* непродуктивный; пустой *(о породе)*

chute - *n* скат, спуск; углеспускная выработка; жёлоб

compare - v (with) сравнивать, проводить параллель

contribute - v способствовать, содействовать; делать вклад *(в науку);* **make a (one's) ~ to smth.** сделать вклад во что-л.

cross-section - *n* поперечное сечение, поперечный разрез, профиль

develop - v разрабатывать *(месторождение);* развивать *(добычу);* производить подготовительные работы; **development -** *n* подготовительные работы; развитие добычи; развитие

drift - *n* штрек, горизонтальная выработка

ensure - v обеспечивать, гарантировать; *syn* **guarantee**

face - *n* забой; лава

floor - л почва горной выработки, почва пласта (жилы); **quarry** ~ подошва карьера; пол, настил

govern - v править, управлять; руководить; определять, обусловливать

inclination - *n* уклон, скат, наклон *(пластов);* наклонение; **seam** ~ падение *(пласта);* наклон *(пласта)*

incline - *n* уклон, бремсберг, скат; наклонный ствол; **gravity** ~ бремсберг

inclined - *a* наклонный; **flatly** ~ слабо наклонный; **gently** ~ наклонного падения; **medium** ~ умеренно наклонный *(о пластах);* **steeply** ~ крутопадающий

level - *n* этаж, горизонт, горизонтальная горная выработка; штольня; уровень *(инструмент);* нивелир; ватерпас; горизонтальная поверхность

recover - v извлекать *(целики);* выбирать, очищать; добывать *(уголь и т.п.);* восстанавливать

remove - v удалять; убирать; устранять; перемещать; **removal -** *n* вскрыша; выемка; уборка *(породы);* извлечение *(крепи);* перемещение; **overburden** - удаление вскрыши

rib - *n* ребро; выступ; узкий целик, предохранительный целик; грудь забоя

roof - *n* крыша; кровля выработки; кровля пласта *(или* жилы); перекрытие; ~ **support -** крепление кровли

shaft - *n* шахтный ствол; **auxiliary** ~ вспомогательный ствол; **hoisting** ~ подъемный ствол; главный шахтный ствол

tabular - *a* пластовый (о *месторождении);* пластообразный; плоский; линзообразный; *syn* **bedded, layered**

waste - *n* пустая порода; отходы; *syn* **barren rock**

well - *n* буровая скважина; колодец, источник; водоем; зумф

capital investment - капитальные вложения

gate road - промежуточный штрек

in bulk - навалом, в виде крупных кусков

metal-bearing - содержащий металл

production face/working - очистной забой

productive mining - эксплуатационные работы

in view of - ввиду чего-л., принимая во внимание что-л.

with a view to - с целью

advantage - *n* преимущество; превосходство; выгода; польза; **advantageous** - *a* выгодный; благоприятный, полезный; **to take advantage of smth** воспользоваться чём-л.

caving - *n* обрушение *(кровли);* разработка с обрушением

deliver - v доставлять, подавать; питать; нагнетать; произносить *(речь);* читать *(лекцию)*

entry - *n* штрек; выработка горизонтальная; *pl* подготовительные выработки; нарезные выработки; штреки

giant - *n* гидромонитор

gravity - *n* сила тяжести; вес, тяжесть; **by ~** самотеком, под действием собственного веса

haul - v доставлять; откатывать; подкатывать; перевозить; **haulage** - *n* откатка; доставка; транспортировка *(по горизонтали)*

longwall - *n* лава; выемка лавами; сплошной забой, сплошная или столбовая система разработки; *syn* **continuous mining; ~ advancing on the strike** выемка лавами прямым ходом по простиранию; сплошная система разработки по простиранию; **~ advancing to the rise** сплошная система разработки с выемкой по восстанию; ~ to **the dip** сплошная система разработки с выемкой по падению; ~ **retreating** выемка лавами обратным ходом; столбовая система разработки лавами

lose (lost) - v терять; **loss -** *n* потеря, убыток

pillar - *n* целик; столб; **shaft** ~ околоствольный целик; ~ **method** столбовая система разработки; ~ **mining** выемка целиков

predominate - v преобладать, превалировать; превосходить; господствовать, доминировать

protect - v охранять, защищать

reach - v простираться, доходить до; добиваться, достигать

satisfy - v удовлетворятъ(ся)

shield - *n* щит; ~ **method** щитовой метод проходки, щитовой способ

room - *n* камера; очистная камера; **room-and-pillar method** камерно-столбовая система разработки

stowing - *n* закладка *(выработанного пространства)*

method of working система разработки

the sequence of working the seams - последовательность отработки пластов

goaf — завал; обрушенное пространство

double-ended drum bearer — комбайн с двойным барабаном

to identify — опознавать

appraisal — оценка

susceptibility — чувствительность

concealed — скрытый, не выходящий на поверхность

crusher — дробилка

concentration — обогащение

blending — смешивание; составление шихты

screen — сортировать (обыден. уголь); просеивать

froth floatation — пенная флотация

core drilling — колонковое бурение

to delineate — обрисовывать, описывать

lender — заимодавец

feasibility — возможность

in situ mining — повторная разработка месторождения в массиве

screening — просеивание; грохочение

processing — обработка, разделение минералов

Mining and Environment

break v **(broke**, **broken**) отбивать *(уголь или породу),* обрушивать кровлю; разбивать; ломать; л отбойка, обрушение; **break out** отбивать, производить выемку

(руды .или породы); расширять забой; **breakage** л разрыхление, дробление

drill - *n* бур; .перфоратор; бурильный молоток; сверло; v бурить; car ~ буровая тележка; **mounted** ~ перфоратор на колонке; колонковый бурильный молоток; **drilling -** *n* бурение

dump -*n* отвал *(породы);* склад угля; опрокид; **external** ~ внешний отвал; **internal** ~ внутренний отвал; v сваливать (в *отвал);* разгружать; отваливать; опрокидывать *(вагонетку);*

dumper опрокид; самосвал; отвалообразователь; **dumping** л опрокидывание; опорожнение; опрокид; *syn* **tip**

environment - *n* окружение; окружающая обстановка/среда

explode - v взрывать, подрывать; **explosion** - *n* взрыв; **explosive -** *n* взрывчатое вещество; *a* взрывчатый

friable - *a* рыхлый; хрупкий; рассыпчатый; слабый (о *кровле)*

handle - v перегружать; доставлять; транспортировать; управлять машиной; *n* ручка; рукоять; скоба; **handling** - *n* подача; погрузка; перекидка, доставка; транспортировка; обращение с машиной

heap - v наваливать; нагребать; *n* породный отвал, терриконик; *syn* **spoil ~, waste ~**

hydraulicklng - *n* гидродобыча; гидромеханизированная разработка

load - v нагружать, грузить, наваливать; *n* груз; нагрузка; **loader -** *n* погрузочная машина, навалочная машина, перегружатель; грузчик; **cutter-loader -** комбайн, комбинированная горная машина

lorry - *n* грузовик; платформа; *syn* **truck**

mention - v упоминать

overcasting - *n* перелопачивание *(породы)*

pump - *n* насос; **gravel** ~ песковый насос; **sludge** ~ шламовый насос; v качать; накачивать; откачивать

reclamation - *n* восстановление; осушение; извлечение крепи; ~ **of land** восстановление участка *(после открытых работ)*

sidecastiag - *n* внешнее отвалообразование

site - *n* участок, место; **building** ~ строительная площадка

slice - *n* слой; **slicing -** *n* выемка слоями, разработка слоями

strip - v производить вскрышные работы; разрабатывать; очищать *(лаву);* вынимать породу или руду; *n* полоса; **stripper -** *n* забойщик; вскрышной экскаватор; **stripping -** *n* открытая разработка, открытые горные работы; вскрыша; вскрытие наносов

unit - *n* агрегат; установка; устройство; прибор; узел; секция; деталь; машина; механизм; единица измерения; участок

washery - *n* углемойка; рудомойка; моечный цех

to attract smb's attention привлекать чье-л. внимание

backhoe - *n* обратная лопата

blast - *n* взрыв; v взрывать; дуть; продувать; **blasting** - *n* взрывание; взрывные работы; взрывная отбойка

block out - v нарезать залежь на блоки; нарезать столбы

clearing - *n* выравнивание почвы; планировка грунта

crash - v дробить; разрушать; обрушать(ся)

earth-mover - *n* землеройное оборудование; *syn* **excavator**

excavator - *n* экскаватор; **bucket-wheel** - роторный экскаватор; **multi-bucket** ~ многочерпаковый экскаватор; **single-bucket** - одночерпаковый экскаватор

grab - *n* грейфер, ковш, черпак; экскаватор; v захватывать;

grabbing - погрузка грейфером; захватывание

hoist - *n* подъемное установка (машина); подъемник; лебедка; v поднимать; **hoisting** шахтный подъем

plough - *n* струг

power shovel - *n* механическая лопата; экскаватор типа механической лопаты

range - *n* колебание в определенных пределах

rate - *n* норма; скорость, темп; коэффициент; степень; разрез; сорт; мощность; расход *(воды)*

remote - *a* отдаленный; ~ **control** дистанционное управление

result - v (in) приводить (к); иметь своим результатом; (from) следовать (из), происходить в результате

safety - *n* безопасность; техника безопасности

slope - *n* забой, сплошной забой, очистной забой; v очищать забой, вынимать породу, уголь; *syn* **face; sloping** очистные работы; очистная выемка; **open sloping** выемка с открытым забоем; **shrinkage sloping** выемка системой с магазинированием *(руды)*

support - v крепить; поддерживать; подпирать; *n* стойка; опора; поддержание; крепление; *syn* **timbering; powered roof** - механизированная крепь; **self-advancing powered roof** - передвижная механизированная крепь

1.4 Самостоятельное изучение тем курса (для заочной формы обучения)

Самостоятельное изучение тем курса предполагает изучение тем практических занятий, представленных в разделе 1, 2, 3 данных методических указаний студентами заочной формы обучения в межсессионный период.

1.5 Подготовка к контрольной работе и 1.6 Написание контрольной работы

Для выполнения контрольной работы студентами кафедрой подготовлены *Методические рекомендации и задания к контрольной работе для студентов данной специальности.*

II. Другие виды самостоятельной работы

2.1 Выполнение самостоятельного письменного домашнего задания (Подготовка к ролевой игре, к практико-ориентированным заданиям, опросу)

2.1.1 Подготовка к ролевой игре

Студенты получают ролевые карточки. Им необходимо обдумать свою роль, стратегию своей роли, вопросы и ответы.

Role card 1

Sasha

The worst thing about your house is lack of privacy. You share your room with a younger sister. You think she goes through all your stuff. She asks you ambarrassing questions about boys, makes little nasty comments about you.

Your parents treat you like a baby. Your father is too much interested in your studying and homework. Your mother makes you do the work about the house alone. You are going to leave home as soon as you are old enough.

- Collect all the arguments to explain your attitude to your family.
- Listen to what the members of your family are saying.
- Don't interrupt them.
- Don't forget that both parents and children are to blame in conflict situations.
- Be polite and friendly

Role card 2

Mother

Your daughter has written a letter of complaint to the youth magazine. She is not satisfied with your attitude to her. You have read this letter. You are worried about the situation in the family and have decided to discuss the problems with a family therapist.

- Say why you have invited the therapist
- Try to explain Sasha's attitude to you and the whole family.
- Think of your questions to Sasha
- Be objective to her problems – you might have never taken them seriously!
- Try to analyse the situation, don't criticize Sasha

- Follow the therapist's advice
- Be polite and friendly

Role card 3

Father

Your daughter is complaining that you treat her like a baby. You don't let her out at night during the week. You always ask her about the boys. You don't believe her when she says she doesn't have any homework to do. Your wife has invited a family therapist to discuss the problems of your family.

- Say what your attitude to the problem is
- Try to explain Sasha's attitude to you and the whole family.
- Think of your questions to Sasha
- Be objective to her problems – you might have never taken them seriously!
- Try to analyse the situation, don't criticize Sasha
- Follow the therapist's advice
- Be polite and friendly

Role card 4

Sister

Sasha is complaining that you don't help her with the work about the house. She also says that she can't keep anything secret in her room, you go through all her stuff. She is irritated by your behaviour. She is going to leave your home as soon as she is old enough.

- Say what your attitude to the problem is
- Try to explain Sasha's attitude to you and the whole family.
- Think of your questions to Sasha
- Be objective to her problems – you might have never taken them seriously!
- Try to analyse the situation, don't criticize Sasha
- Follow the therapist's advice
- Be polite and friendly

Role card 5

Family therapist

- Encourage all the members of the family to speak
- Take notes
- Ask questions
- Summarize what you have heard from all the members of the family
- Try to analyse the situation in a short report

2.1.2 Подготовка к практико-ориентированному заданию

Подготовьте устные высказывания по темам:

1. From the history of the Ural State Mining University.
2. Faculties and specialities of the University.
3. The layout of the Ural State Mining University.
4. Student's academic work.

Подготовьте письменные ответы на вопросы:

1. Where do you study?
2. What faculty do you study at?
3. How many faculties are there at the Ural State Mining University?
4. What year are you in?
5. What is your future speciality?
6. What specialities are there at your faculty?
7. When did you enter the University?

8. When was the Sverdlovsk Mining Institute founded?
9. When was it reorganized into the University?
10. In how many buildings is the Ural State Mining University housed?
11. In what building is your faculty housed?
12. Who is the dean of your faculty?
13. What books do you take from the library?
14. Where do you live?
15. Where do you usually have your meals?
16. How long does the course of studies for a bachelor's degree last?
17. How long do the students study for a Diplomate Engineer's course and a Magister's degree?
18. What subjects do you study this term?
19. What lectures and practical classes do you like to attend?
20. Where do the students have their practical work?
21. When do the students present their graduation papers for approval?
22. What graduates can enter the post-graduate courses?
23. What kind of sport do yon like?
24. Where do you go in for sports?

2.1.3 Подготовка к опросу

Ответьте на вопросы на иностранном языке:

1. What specialities does the geological faculty train geologic engineers in?
2. What problems does Geology study?
3. What branches is Geology divided into?
4. What does Economic Geology deal with?
5. What does mineralogy investigate?
6. What does paleontology deal with?
7. What is the practical importance of Geology?
8. Where do graduates of the geological faculty of the Mining University work?
9. What is your future speciality?
10. What kind of work do geologists-prospectors conduct?
11. What do geologists explore during the early stages of geological exploration?
12. What work do geologists conduct while working in. the field?
13. When do geologists start exploratory work?
14. What is the purpose of the exploratory work?
15. How is exploratory work conducted?
16. What contribution do geologists make to the development of the National Economy of our country?
17. What does hydrogeology deal with?
18. Where are ground waters used?
19. Where is thermal (hot) water used?
20. What must hydrogeologists do with ground waters which complicate construction work or mineral extraction?

2.2 Дополнительное чтение профессионально ориентированных текстов и выполнение заданий на проверку понимания прочитанного (по 2 текста на тему)

Text 1: A.M. Terpigorev (1873-1959)

Запомните слова и выражения, необходимые для понимания текста:

to defend graduation paper (thesis) - защищать дипломную работу (диссертацию)

to pass an entrance examination - сдать вступительный экзамен

to get a higher education - получить высшее образование

to do one's best (one's utmost, all one can, everything in one's power) - сделать все возможное, не жалеть сил

to make contribution (to) - вносить вклад в *(науку, технику* и т.д.)

choose (chose, **chosen**) - v выбирать; **choice -** *n* выбор

collect - v собирать, коллекционировать

dangerous - *a* опасный

deposit - *n* месторождение, залежь; **bedded deposits -** пластовые месторождения

describe - v описывать, изображать; **description -** *n* описание; **descriptive -** *a* описательный

facility - *n (pl* **facilities)** средства; возможности; оборудование; устройства

fire damp - *n* рудничный газ, метан

harm - *n* вред; *v* вредить; **harmful -** *a* вредный

relate - v относиться, иметь отношение

safety - *n* безопасность; **mine safety** безопасность труда при горных работах; техника безопасности; **safety measures** меры безопасности; **safe -** *a* безопасный; надежный

seam - *n* пласт *(угля); syn* **bed, layer; flat seam** горизонтальный, пологопадающий пласт; **inclined seam** наклонный пласт; **steep seam** крутопадающий пласт; **thick seam** мощный пласт; **thin seam** тонкий пласт

state - *n* состояние; государство; штат; *a* государственный; v заявлять; констатировать; излагать

success - *v* успех; удача; **be a success** иметь успех; **successful** *a* успешный

Прочитайте и переведите текст, выполните упражнения на проверку понимания прочитанного:

Academician A.M. Terpigorev is a well-known mining engineer who successfully combined his practical experience with scientific research. He was bom in 1873 in Tambov. In 1892 he finished school with honours1 and decided to get a higher education. He chose the Mining Institute in St. Petersburg, passed all the entrance examinations successfully and became a student of the Mining Institute.

At the Institute he studied the full range of subjects2 relating to metallurgy, mining and mining mechanics.

At that time students' specialization was based on descriptive courses and elementary practical training. One of the best lecturers was A. P. Karpinsky. His lectures on historical geology were very popular.

During his practical training Terpigorev visited mines and saw that the miners' work was very difficult. While he was working in the Donbas he collected material for his graduation paper which he soon defended. The Mining of flat seams in the Donbas was carefully studied and described in it.

In 1897 Terpigorev graduated from the Institute with a first-class diploma of a mining engineer.

His first job as a mining engineer was at the Sulin mines where he worked for more than three years first as Assistant Manager and later as Manager.

From 1900 till 1922 Terpigorev worked at the Yekaterinoslav Mining Institute (now the Mining Institute in Dnepropetrovsk).

In 1922 he accepted an offer to take charge of the mining chair at the Moscow Mining Academy and moved to Moscow. From 1930 he headed the chairs5 of Mining Transport and Mining of Bedded Deposits at the Moscow Mining Institute.

Academician Terpigorev took a particular interest in mine safety. As a result of his investigations a series of safety measures in gassy collieries was worked out. For some time he was working on the problem of fire damp, the most harmful and dangerous of all the gases in mines.

His two-volume work Coal Mining and Mine Transport Facilities is a full description of the state of mechanization and the economy of the Donbas. His other works are about mining transport facilities, mechanization of coal mining and mining machinery. He is one of the pioneers in scientific methods of coal gasification.

1. Укажите, какие предложения соответствуют содержанию текста. Подтвердите свои ответы фактами из текста.

1. After school Terpigorev decided to work in a mine.
2. Terpigorev collected material for his graduation paper which dealt with mining thick seams in the Donbas.
3. For more than three years Terpigorev worked at the Sulin mines.
4. In 1922 Terpigorev accepted an offer to take charge of the mining chair at the Moscow Mining Institute.
5. He investigated the problems of mine safety.
6. He was one of the first to work on the problem of gasification of coal.

2. Ответьте на следующие вопросы:

1. When and where was Terpigorev born?
2. What institute did he graduate from?
3. What material did he collect while he was working in the Donbas?
4. Where did Terpigorev work from 1900 till 1922?
5. At what institute did Terpigorev head the chair of Mining Bedded Deposits?
6. What did Terpigorev take a particular interest in?
7. What works by Terpigorev do you know?
8. What problems do Terpigorev's works deal with?
9. What was the result of his investigations on mine safety?

3. Переведите следующие сочетания слов.

а) охрана труда в шахтах
б) подтверждать
в) добыча угля
г) эксплуатация месторождений
д) метан
е) принять предложение
ж) выполнить задачу, задание
з) горизонтальный пласт
и) собирать материал

1. поступить в институт
2. решать важные проблемы
3. выдающиеся исследователи
4. успешно провести эксперименты
5. выбрать профессию
6. описательный курс
7. происхождение железной руды
8. начальник шахты
9. мероприятия по охране труда

Text 2: A.P. Karpinsky (1847-1936)

Запомните слова и выражения, необходимые для понимания текста:

abroad - *adv* за рубежом
confirm - v подтверждать; утверждать
consider - v считать, полагать, рассматривать
contribute - v вносить вклад; **contribution** вклад
crust - *n* земная кора
detailed - a подробный, детальный
elect - v избирать, выбирать *(голосованием);* назначать *(на должность)*
embrace - v охватывать; обнимать
entire - *a* весь, целый; полный; *syn* **whole**
exist – *v* существовать, быть, жить
foreign - *a* иностранный
former - *a* прежний

investigate - v исследовать; изучать

prominent - *a* знаменитый, выдающийся, известный; *syn* **remarkable, outstanding**

regularity - *n* закономерность

significant - *a* значительный; **significance -** *n* значение, важность; **exhaust the significance** исчерпывать значение

society – *n* общество

staff - *n* персонал; личный состав; штат

various - *a* различный, разный, разнообразный

to advance the view - высказывать мнение *(точку зрения)*

to be interested in - быть заинтересованным *(чём-л.),* интересоваться

to take (an) interest in - заинтересоваться *(чём-л.)*

Прочитайте и переведите текст, выполните упражнения на проверку понимания прочитанного:

V.A. Obruchev, I.M. Gubkin, A.Y. Fersman, V.I. Vernadsky and A. P. Karpinsky were the prominent Russian scientists who laid the foundation1 of the Russian school of geology and mining.

An entire epoch in the history of Russian geology is connected with Karpinsky's name. One of the greatest Russian geologists, he was a member and for some time President of the Academy of Sciences of the former USSR and a member of several Academies abroad. The Geological Society of London elected him a foreign member in 1901. His greatest contribution to geology was a new detailed geological map of the European part of Russia and the Urals.

For many years he headed the Russian Geological Committee the staff of which was made up of his pupils. He was one of those geologists who embraced the whole of geological science. He created the new stratigraphy of Russia. He studied the geological systems in various regions of the country and was the first to establish3 the regularity of the Earth's crust movement. His paleontological studies are of no less importance, especially those on palaeozoic ammonoids. He also took an interest in deposits of useful minerals and gave a classification of volcanic rocks. He advanced the view that petroleum deposits existed in Russian, which was confirmed later. He studied some ore and platinum deposits and may be justly considered5 the founder of practical geology of the Urals. He was the first Russian scientist who introduced microscope in the study of petrographic slides.

Karpinsky was a prominent scientist, an excellent man and citizen. He was one of the best lecturers at the Mining Institute in his time. He was also one of the greatest Russian scientists who later became the first elected President of the Academy of Sciences of the USSR. Students were attracted to him not only because he was a great scientist but also because of his charming personality and gentle manner.

Every geologist and every geology student knows very well Karpinsky's most significant work An Outline of the Physical and Geographical Conditions in European Russia in Past Geological Periods.

1. Укажите, какие предложения соответствуют содержанию текста. Подтвердите свои ответы фактами из текста.

1. Karpinsky was the first President of the Academy of Sciences.
2. He worked at the Mining Institute in St.Petersburg.
3. Karpinsky was a member of many Academies abroad.
4. Karpinsky made up a detailed map of the Asian part of our country.
5. He headed the Russian Geological Committee.
6. Karpinsky created a new branch of geology, namely stratigraphy.
7. He only tried to establish the regularity of the Earth's crust movement.
8. Karpinsky may be justly considered the founder of the practical geology of the Urals.

2. Ответьте на следующие вопросы:

1. What society elected Karpinsky a foreign member and when?
2. Did he head the Russian Geological Committee or was he a member of that Committee?

3. Did Karpinsky investigate various regions of the Russian territory?
4. Which of his works are the most remarkable?
5. What can you say about Karpinsky's investigations in petrology?

3. Переведите следующие сочетания слов.

а) земная кора
б) составить подробную карту
в) замечательные работы
г) выдающийся ученый
д) залежи полезных ископаемых
е) научное общество
ж) избирать председателя (президента)
з) заложить основы школы
и) интересоваться геологией
к) высказать точку зрения
л) возглавлять комитет

Text 3: Sedimentary Rocks

Запомните слова и выражения, необходимые для понимания текста:

cause - v заставлять; вызывать; влиять; причинять; *n* причина, основание; дело; общее дело; *syn* **reason**
clay - *n* глина; глинозем
consolidate - v твердеть, затвердевать, уплотнять(ся); укреплять; *syn* **solidify**
crust - *n* кора; *геол.* земная кора
decay - v гнить, разлагаться; *n* выветривание *(пород);* распад, разложение
derive - v (from) происходить, вести свое происхождение *(от);* наследовать
destroy - v разрушать; уничтожать; **destructive** *a* разрушительный
dissolve v растворять
expose - v выходить *(на поверхность);* обнажаться; **exposure -** *n* обнажение
external - *a* внешний
extrusive - *a* эффузивный, излившийся *(о горной породе)*
force - v заставлять, принуждать; ускорять движение; *n* сила; усилие
glacier - *n* ледник, глетчер
grain - *n* зерно; **angular grains -** угловатые зерна *(минералов);* **grained -** *a* зернистый
gravel - *n* гравий, крупный песок
internal - *a* внутренний
intrusive - *a* интрузивный, плутонический
iron - *n* железо
layer - *n* пласт
like - *a* похожий, подобный; *syn* **similar;** *ant* **unlike;** *adv* подобно
lime - *n* известь; **limestone -** *n* известняк
loose - *a* несвязанный, свободный; рыхлый
make up - v составлять; *n* состав *(вещества)*
particle - *n* частица; включение
peat - *n* торф; торфяник
represent - v представлять собою; означать; быть представителем; **representative** - представитель; **representative -** *a* характерный, типичный
rock – *n* горная порода; **igneous** - изверженная порода; **sedimentary** - осадочная порода
sand - *n* песок
sandstone - *n* песчаник; **fine-grained (medium-grained, coarse-grained)** - мелкозернистый (среднезернистый, грубозернистый) песчаник
sediment - *n* отложение; осадочная порода; **sedimentary -** *a* осадочный; **sedimentation -** *n* образование осадочных пород

schist - *n (кристаллический)* сланец; **schistose -** *a* сланцеватый, слоистый
shale - *n* сланец, сланцевая глина, глинистый сланец; **clay -** глинистый сланец; **combustible …**, **oil …** - горючий сланец
siltstone - *n* алеврит
stratification - *n* напластование, залегание
stratify - v напластовываться; отлагаться пластами; **stratified** *a* пластовый; *syn* **layered, bedded**
substance - *n* вещество, материал; сущность
thickness - *n* толщина, мощность
value - *n* ценность; важность; величина; значение; **valuable -** *a* ценный *(о руде)*
vary - v изменять(ся); отличать(ся); *syn* **differ, change (from); variable -** *a* переменный; непостоянный; **various** *a* различный; *syn* **different**

Прочитайте и переведите текст, выполните упражнения на проверку понимания прочитанного:

The rocks of the Earth's crust are divided into three main groups: sedimentary rocks, which consist of fragments or particles of pre-existing rocks; igneous rocks which have solidified from magma and metamorphic rocks. Metamorphic rocks have been derived from either igneous or sedimentary rocks.

Sedimentary rocks represent one of the three major groups of rocks that make up the crust of the Earth. Most sedimentary rocks have originated by sedimentation. They are layered or stratified. Thus, stratification is the most important characteristic of sediments and sedimentary rocks. It is necessary to note that the processes which lead to the formation of sedimentary rocks are going on around us.

Sediments are formed at or very near the surface of the Earth by the action of heat, water (rivers, glaciers, seas and lakes) and organisms.

It should be noted that 95 per cent of the Earth's crust is made up of igneous rocks and that only 5 per cent is sedimentary. In contrast, the amount of sedimentary rocks on the Earth's surface is three times that of igneous rocks.

Strictly speaking, sedimentary rocks form a very small proportion by volume of the rocks of the Earth's crust. On the contrary, about three quarters of the Earth's surface is occupied by sedimentary rocks. It means that most of sedimentary rocks are formed by sediments, accumulations of solid material on the Earth's surface.

The thickness of the layers of sedimentary rocks can vary greatly from place to place. They can be formed by the mechanical action of water, wind, frost and organic decay. Such sediments as gravel, sand and clay can be transformed into conglomerates, sandstones and clay schists as a result of the accumulation of materials achieved by the destructive mechanical action of water and wind.

Mechanical sediments can be unconsolidated and consolidated. For example, gravel, sand and clay form the group of unconsolidated mechanical sediments, because they consist of loose uncemented particles (grains).

On the Earth's surface we also find consolidated rocks, which are very similar to the loose sediments whose particles are firmly cemented to one another by some substance. The usual cementing substances are sand, clay, calcium carbonate and others. Thus sandstones are consolidated rocks composed of round or angular sand grains, more or less firmly consolidated. Like sand, sandstones can be divided into fine-grained, medium-grained and coarse-grained.

On the other hand, chemical sediments are the result of deposits or accumulations of substances achieved by the destructive chemical action of water. The minerals such as rock salt, gypsum and others are formed through sedimentation of mineral substances that are dissolved in water.

Sediments can also be formed by the decay of the remains of organisms, by the accumulation of plant relics.1 They are called organic sediments. Limestones, peat, coal, mineral oil and other sediments may serve as an example of organic sediments.

The most principal kinds of sedimentary rocks are conglomerate, sandstone, siltstone, shale, limestone and dolomite. Many other kinds with large practical value include common salt, gypsum, phosphate, iron oxide and coal.

As is known, water, wind and organisms are called external forces, because their action depends on the energy which our planet receives from the Sun.

1). Укажите, какие предложения соответствуют содержанию текста. Подтвердите свои ответы фактами из текста.

1. The rocks of the Earth's crust are divided into two main groups.
2. Igneous rocks are composed of particles of pre-existing rocks.
3. Sedimentary rocks are stratified.
4. Sediments are formed by the action of glaciers.
5. Igneous rocks make up 75 per cent of exposed rocks.
6. Conglomerates are formed as a result of the accumulation of materials caused by the destructive mechanical action of water.
7. Sandstones are consolidated rocks.
8. Clays are unconsolidated mechanical sediments.
9. Chemical sediments are formed by the destructive chemical action of water.
10. Peat and coal are the organic sediments which are of great practical value.
11. Clay schist was formed at the beginning of the sedimentation period and clay was formed later.

2). Ответьте на вопросы:

1. What main groups of rocks do you know?
2. Do sedimentary rocks consist of particles of pre-existing rocks?
3. How were igneous rocks formed?
4. Do you know how sedimentary rocks have originated?
5. What is the most important characteristic feature of sediments?
6. Do sedimentary rocks account for 10 per cent of the Earth's crust?
7. Is gravel consolidated mechanical sediment? And what about sand and clay?
8. What are cementing substances? Can calcium carbonate be used as a cementing substance?
9. Are there only fine-grained sandstones?
10. What can you say about chemical sediments?
11. Can you give an example of organic sediments? How are they formed?

3) Найдите в правой колонке английские эквиваленты следующих слов и сочетаний слов.

1.	земная кора	а) sandstone
2.	растворяться в воде	б) fine-grained sand
3.	песчаник	в) the Earth's crust
4.	уплотненные осадки	г) exposed rocks
5.	изверженные породы	д) to dissolve in water
6.	мелкозернистый песок	е) like gypsum
7.	затвердевать	ж) consolidated sediments
8.	подобно гипсу	з) igneous rocks
9.	обнаженные породы	и) to solidify, to consolidate

б) Найдите в правой колонке русские эквиваленты следующих сочетаний слов.

1.	coarse-grained sand	а) разрушительная сила воды
2.	siltstone and shale	б) пластовые месторождения
3.	the destructive action of water	в) доледниковый период

4.	existing rocks	г) крупнозернистый (грубо- зернистый) песок
5.	chemical decay	д) частицы вещества
6.	sedimentary rocks	е) алеврит и сланец
7.	stratified deposits	ж) существующие породы
8.	pre-glacial period	з) осадочные породы
9.	particles of a substance	и) химический распад

Text 4: Weathering of Rocks

Запомните слова и выражения, необходимые для понимания текста:

contain - v содержать *(в себе),* вмещать
crack - *n* трещина; щель; v давать трещину; трескаться, раскалываться
contract - v сжиматься; сокращаться
dust - *n* пыль
expand - v расширяться); увеличивать(ся) в объеме; **expansion** *n* расширение; *ant* **contract**
fissure - *n* трещина *(в породе, угле);* расщелина; щель
fracture - *n* трещина; излом; разрыв; v ломать(ся); раздроблять *(породу)*
freeze - *v* замерзать; замораживать; застывать
gradual - *a* постепенный; **gradually** *adv* постепенно
hard - *a* твердый, жесткий; *ant* **soft;** тяжелый (о *работе); adv* сильно, упорно; **hardly** *adv* едва, с трудом
hole - *n* отверстие; скважина; шпур; шурф
influence - *n* влияние; v **(on, upon)** влиять (не *что-л.)*
lateral - *a* боковой
occur - *v* залегать; случаться; происходить; *syn* **take place, happen; occurrence -** *n* залегание; **mode of occurrence -** условия залегания
penetrate - *v* проникать *(внутрь),* проходить через *(что-л.)*
phenomenon - *n* явление; *pi* **phenomena**
pressure - *n* давление; **lateral pressure** боковое *(горизонтальное)* давление; **rock pressure** горное давление, давление породы
rate - *n* степень, темп; скорость, норма; производительность; сорт; *syn* **speed, velocity**
refer - v (to) ссылаться *(на что-л.);* относиться *(к периоду, классу)*
resist - *v* сопротивляться; противостоять; противодействовать; **resistance** - *n* сопротивление; **resistant -** *a* стойкий; прочный; сопротивляющийся
size - *n* размер; величина; класс *(угля)*
solution – *n* раствор; **soluble -** *a* растворимый; **solvent -** растворитель; *a* растворяющий
succession – *n* последовательность, непрерывный ряд; **in succession** последовательно
undergo (underwent, undergone) - *v* испытывать *(что-л.),* подвергаться *(чему-л.)*
uniform – *a* однородный; одинаковый
weathering - *n* выветривание; эрозия *(воздействию, влиянию и т.д.)*
to be subjected to подвергаться

Прочитайте и переведите текст, выполните упражнения на проверку понимания прочитанного:

All rocks which are exposed on the Earth's surface (high mountain peaks, deserts) are decomposed to a certain degree. The process of rock disintegration by the direct influence of local atmospheric conditions on the Earth's surface is called weathering. This phenomenon is often referred to in geology because weathering is an active process. It takes place in the upper layers of the Earth's crust.

The main cause of physical weathering is the change in temperature that takes place with the succession of day and night. This phenomenon can best be observed in the deserts and high mountains where the changes in temperature are common.

During the day under the influence of heat, rocks expand whereas at night they begin to contract. As rocks are generally composed of different minerals, their expansion and contraction do not occur uniformly. As a result of this rocks crack. At the beginning these cracks or fissures are hardly noticeable but gradually they become wider and deeper until the whole surface of rock is finally transformed into gravel, sand or dust.

In the regions of a moderate or cold climate, where the temperature in winter goes down to below 0 (zero), the decomposition of rocks is greatly facilitated by the action of water. When water freezes it increases in volume and develops enormous lateral pressure. Under the action of water, rocks decompose to pieces of varied forms and sizes.

The decomposition of rocks under the direct influence of heat and cold is called physical weathering.

Rocks are subjected not only to physical decomposition but also to chemical weathering, i.e. to the action of chemical agents, such as water, carbon dioxide and oxygen. In a general way, chemical weathering is an acid attack on the rocks of the Earth's crust, in particular an attack on the most abundant minerals — quartz (sand) and aluminosilicates (clays). Only few minerals and rocks are resistant to the action of natural waters. The solvent action of water is stronger when it contains carbon dioxide. Water causes more complex and varied changes. With the participation of oxygen and carbon dioxide up to 90 per cent of rocks is transformed into soluble minerals, which are carried away by the waters.

Organisms and plants also take part in the disintegration of rocks. Certain marine organisms accelerate the destruction of rocks by making holes in them to live in. The action of plants can often be even more destructive. Their roots penetrate into the fissures of rocks and develop the lateral pressure which fractures and destroys rocks.

1. Укажите, какие предложены соответствуют содержанию текста. Подтвердите свои ответы фактами из текста.

1. The process of sedimentation is called weathering.
2. The change in temperature causes physical weathering.
3. As a rule during the night rocks expand.
4. When freezing water decreases in volume and develops enormous lateral pressure.
5. The decomposition of rocks is due to the influence of heat and cold.
6. As a rule water contains dissolved mineral substances.
7. The solvent action of water is stronger when it does not contain carbon dioxide.
8. It should be noticed that the action of organisms and plants is destructive.
9. Certain marine organisms accelerate the destruction of rocks.

2. Ответьте на следующие вопросы:

1. What process is called weathering?
2. What process is called physical weathering?
3. Where can the phenomenon of physical weathering be best observed?
4. What process is called chemical weathering?
5. What substances can act as solvents?
6. Are all minerals and rocks resistant to the action of natural waters or only few minerals and rocks can resist the action of water?
7. How do organisms act on the destruction of rocks?

3. а) Найдите в правой колонке русские эквиваленты следующих слов и сочетаний слов:

1. the Earth's surface
2. to be composed of different minerals
3. the expansion of rocks
4. changes in temperature

5. under the influence of heat
6. weathering
7. destructive forces
8. a great number of fractures
9. to penetrate into fissures

а) под влиянием тепла
б) разрушительные силы
в) выветривание
г) большое количество трещин
д) состоять из различных минералов
е) расширение пород
ж) проникать в трещины
з) изменения температуры
и) поверхность земли

б) Найдите в правой колонке английские эквиваленты следующих слов и сочетаний слов:

1. увеличиваться в объеме
2. развивать боковое давление
3. способствовать разрушению пород
4. подвергаться гниению
5. растворять вещества
6. сопротивляться (чему-л.)
7. некоторые органические вещества
8. ускорять процесс выветривания
9. куски породы различных размеров

а) to facilitate the decomposition of rocks
б) to increase in volume
в) to resist (smth)
г) rock pieces of varied (different) sizes
д) to accelerate the process of weathering
е) to be subjected to decay
ж) to dissolve substances
з) to develop lateral pressure
и) certain organic substances

Text 5: Fossil Fuels

Запомните слова и выражения, необходимые для понимания текста:

accumulate - v накапливать; скопляться
ancient - *a* древний, старинный; *ant* **modern**
associate - v связывать, соединять, ассоциироваться; *syn* **connect, link**
burn (burnt) - v сжигать; гореть; жечь
charcoal - *n* древесный уголь
convenient - *a* удобный, подходящий
crude - *a* сырой, неочищенный
dig (dug) - v добывать; копать; **digger -** n угольный экскаватор; землеройная машина
divide - v делить; (from) отделять; разделять
evidence - *n* доказательство; очевидность; признак(и)
fossil - *a* окаменелый, ископаемый; *n* ископаемое *(органического происхождения);* окаменелость
heat - v нагревать; *n* теплота
liquid - *a* жидкий; n жидкость; *ant* **solid**

manufacture - *v* изготовлять, производить; *syn* **produce**
mudstone - *n* аргиллит
purpose - *n* цель; намерение; *syn* **aim, goal**
shale - *n* глинистый сланец
the former … the latter - первый *(из вышеупомянутых)* последний *(из двух названных)*

Прочитайте и переведите текст, выполните упражнения на проверку понимания прочитанного:

The chief sources of energy available to man today are oil, natural gas, coal, water power and atomic energy. Coal, gas and oil represent energy that has been concentrated by the decay of organic materials (plants and animals) accumulated in the geologic past. These fuels-are often referred to as fossil fuels.

The word fossil (derived from the Latin fodere "to dig up") originally referred to anything that was dug from the ground, particularly a mineral. Today the term fossil generally means any direct evidence of past life, for example, the footprints of ancient animals. Fossils are usually found in sedimentary rocks, although sometimes they may be found in igneous and metamorphic rocks as well. They are most abundant in mudstone, shale and limestone, but fossils are also found in sandstone, dolomite and conglomerate.

Most fuels are carbon-containing substances that are burned in air. In burning fuels give off heat which is used for different purposes.

Fuels may be solid, liquid and gaseous. Solid fuels may be divided into two main groups, natural and manufactured. The former category includes coal, wood, peat and other plant products. The latter category includes coke and charcoal obtained by heating coal in the absence of air.

Liquid fuels are derived almost from petroleum. In general, natural petroleum, or crude oil, as it is widely known, is the basis of practically all industrial fuels. Petroleum is a mixture of hundreds of different hydrocarbons — compounds composed of hydrogen and carbon — together with the small amount of other elements such as sulphur, oxygen and nitrogen. Petroleum is usually associated with water and natural gas. It is found in porous sedimentary rocks where the geological formation allowed the oil to collect from a wide area. Petroleum is one of the most efficient fuels and raw materials.

Of gaseous fuels the most important are those derived from natural gas, chiefly methane or petroleum. Using gaseous fuels makes it possible to obtain high thermal efficiency, ease of distribution and control. Gas is the most economical and convenient type of fuels. Today gas is widely utilized in the home and as a raw material for producing synthetics.

Scientists consider that a most promising source of natural resources may be the floor of the sea, a subject which now has become an important field of research.

Generally speaking, all types of fossil fuels described in the text are of great economic importance as they represent the sources of energy the man uses today.

1. Укажете, какие предложения соответствуют содержанию текста. Подтвердите свои ответы фактами из текста.

1. Coal, water power and atomic energy are the only sources of energy available to man today.
2. Coal, wood and peat represent natural group of solid fuels.
3. As a rule fossil fuels are found in sedimentary rocks.
4. Crude oil is widely used for producing solid fuels.
5. Petroleum can be found in porous sedimentary rocks.
6. Gas is used to produce synthetic materials.
7. Not all types of fossil fuels burn.

2. Ответьте на следующие вопросы:

1. What fuels are often referred to as fossil fuels?
2. What does the word fossil mean?
3. What rocks are most abundant hi fossil fuels?

4. What types of fossil fuels do you know?
5. Is coke a natural or manufactured solid fuel? And what can you say about coal and peat?
6. How are coke and charcoal produced?
7. What rocks is petroleum usually associated with?
8. What are the advantages of gaseous fuels?

3. а) Найдите в правой колонке русские эквиваленты следующих слов сочетаний слов.

1.	fossil fuel	а) дерево и торф
2.	raw material	б) небольшое количество аргиллита
3.	crude oil	в) органическое топливо
4.	the chief sources of energy	г) сланец и известняк
5.	to refer to	д) сырье
6.	any direct or indirect evidence of the deposit	е) материалы, содержащие углерод
7.	shale and limestone	ж) главные источники энергии
8.	carbon-containing materials	з) любые прямые или косвенные признаки месторождения
9.	wood and peat	и) сырая (неочищенная) нефть
10.	the small amount of mudstone	к) относиться к (чему-л.); ссылаться на (что-л.)

б) Найдите в правой колонке английские эквиваленты следующих слов и сочетаний слов.

1.	древесный уголь и кокс	а) to collect data
2.	жидкое топливо	б) charcoal and coke
3.	накапливать	в) to be composed of limestones
4.	собирать данные	г) liquid fuel
5.	происходить от	д) to accumulate
6.	получать хорошие результаты	е) to derive from
7.	богатый горючими сланцами	ж) to obtain good results
8.	состоять из известняков	з) abundant in oil shales

Text 6: Coal and Its Classification

Запомните слова и выражения, необходимые для понимания текста:

bench - *n* слой, пачка *(пласта)*
blend - v смешивать(ся); вклинивать(ся)
combustion - *n* горение, сгорание; **spontaneous combustion** самовоспламенение, самовозгорание
continuity - *n* непрерывность, неразрывность
domestic - *a* внутренний; отечественный
estimate - v оценивать; *n* оценка; смета
fault - *n* разлом, сдвиг *(породы);* сброс; **faulting** *n* образование разрывов или сбросов
fold - *n* изгиб, складка, флексура; **foulding -** *n* складчатость, смешение *(пласта)* без разрыва
inflame - v воспламеняться; загорать(ся); **inflammable** - *a* воспламеняющийся, горючий, огнеопасный; **flame** - *n* пламя
intermediate - *a* промежуточный; вспомогательный
liable - *a* (to) подверженный; подлежащий *(чему-л.)*
luster - *n* блеск *(угля, металла);* **lustrous -** *a* блестящий
matter - *n* вещество; материя
moisture - *n* влажность, сырость; влага
parting - *n* прослоек
plane - *n* плоскость; **bedding plane** плоскость напластования
rank - *n* класс, тип; **coal rank** группа угля, тип угля
regular - *a* правильный; непрерывный; *ant* **irregular** неправильный; неравномерный; **regularity** *n* непрерывность; правильность

similar - *a* похожий, сходный; подобный; *syn* **alike, the same as**
smelt - v плавить *(руду);* выплавлять *(металл)*
store - v запасать, хранить на складе; вмещать
strata - *n pl от* **stratum** пласты породы; свита *(пластов);* формация, напластования породы; *syn* **measures**
thickness - *n* мощность *(пласта, жилы)*
uniform - *a* однородный; равномерный; **uniformity** *n* однородность; единообразие
utilize - v использовать; *syn* **use, apply, employ**
volatile - *a* летучий, быстро испаряющийся

Прочитайте и переведите текст, выполните упражнения на проверку понимания прочитанного:

Coal is the product of vegetable matter that has been formed by the action of decay, weathering, the effects of pressure, temperature and time millions of years ago.

Although coal is not a true mineral, its formation processes are similar to those of sedimentary rocks.

Structurally coal beds are geological strata characterized by the same irregularities in thickness, uniformity and continuity as other strata of sedimentary origin. Coal beds may consist of essentially uniform continuous strata or like other sedimentary deposits may be made up of different bands or benches of varying thickness.

You can see a seam limited by two more or less parallel planes, a shape which is typical of sedimentary rocks. The benches may be separated by thin layers, of clay, shale, pyrite or other mineral matter, commonly called partings. Like other sedimentary rocks coal beds may be structurally disturbed by folding and faulting.

According to the amount of carbon coals are classified into: brown coals, bituminous coals and anthracite. Brown coals are in their turn subdivided into lignite and common brown coal. Although carbon is the most important element in coal, as many as 72 elements have been found in some coal deposits, including lithium, chromium, cobalt, copper, nickel, tungsten and others.

Lignite is intermediate in properties between peat and bituminous coal, containing when dry about 60 to 75 per cent of carbon and a variable proportion of ash. Lignite is a low-rank brown-to-black coal containing 30 to 40 per cent of moisture. Developing heat it gives from 2,500 to 4,500 calories. It is easily inflammable but burns with a smoky flame. Lignite is liable to spontaneous combustion. It has been estimated that about 50 per cent of the world's total coal reserves are lignitic.

Brown coal is harder than lignite, containing from 60 to 65 per cent of carbon and developing greater heat than lignite (4,000-7,000 calories). It is very combustible and gives a brown powder. Bituminous coal is the most abundant variety, varying from medium to high rank. It is a soft, black, usually banded coal. It gives a black powder and contains 75 to 90 per cent of carbon. It weathers only slightly and may be kept in open piles with little danger of spontaneous combustion if properly stored. Medium-to-low volatile bituminous coals may be of coking quality. Coal is used intensively in blast furnaces for smelting iron ore. There are non-coking varieties of coal.

As for the thickness, the beds of this kind of coal are not very thick (1-1.5 meters). The great quantities of bituminous coal are found in the Russian Federation.

Anthracite or "hard" coal has a brilliant lustre containing more than 90 per cent of carbon and low percentage of volatile matter. It is used primarily as a domestic fuel, although it can sometimes be blended with bituminous grades of coal to produce a mixture with improved coking qualities. The largest beds of anthracite are found in Russia, the USA and Great Britain.

Coal is still of great importance for the development of modern industry. It may be used for domestic and industrial purposes. Being the main source of coke, coal is widely used in the iron and steel industry. Lignite, for example either in the raw state or in briquetted form, is a source of industrial carbon and industrial gases.

There is a strong tendency now for increased research into new technologies to utilize coal. No doubt, coal will be used as a raw material for the chemical industry and petrochemical processes. All

these processes involve coal conversion which include gasification designed to produce synthetic gas from coal as the basis for hydrogen manufacture, liquefaction (разжижение) for making liquid fuel from coal and other processes.

1. Укажите, какие предложения соответствуют содержанию текста. Подтвердите свои ответы фактами из текста.

1. Anthracite coals may be divided into lignite and common brown coal.
2. Coals are ranked according to the percentage of carbon they contain.
3. Peat, with the least amount of carbon is the lowest rank, then comes lignite or brown coal.
4. Brown coal is hard and it is not liable to spontaneous combustion.
5. Bituminous coal weathers rapidly and one cannot keep it in open piles.
6. Being intensively used in the iron and steel industry bituminous coal varies from medium to high rank.
7. Anthracite or hard coal, the highest in percentage of carbon, can be blended with bituminous grades of coal.

2. Ответьте на следующие вопросы:

1. What is the classification of coal based on?
2. Is carbon the only element in coal? (Prove it.)
3. Is lignite intermediate in properties between peat and bituminous coal?
4. What heat value does lignite develop when burnt?
5. What coals are liable to spontaneous combustion?
6. What is the difference between lignite and brown coal?
7. Is bituminous coal high- or low-volatile?
8. Does anthracite contain 90 per cent of carbon?
9. Where are the largest deposits of anthracite found? And what can you say about bituminous coal?
10. What do you know about the utilization of coal?

3. а) Найдите в правой колонке русские эквиваленты следующих слов и сочетаний слов:

1.	spontaneous combustion	а) легковоспламеняющийся газ
2.	moisture and ash content	б) высокосортный уголь
3.	the most abundant variety	в) плавить железную руду
4.	in its turn	г) самовозгорание
5.	the amount of volatile matter	д) содержание влаги и золы
6.	easily inflammable gas	е) дымное пламя
7.	brilliant lustre	ж) наиболее широко распространенные угли
8.	to smelt iron ore	з) яркий блеск
9.	high-rank coal	и) в свою очередь
10.	a smoky flame	к) количество летучих веществ

б) Найдите в правой колонке английские эквиваленты следующих слов н сочетаний слов:

1.	тип угля	а) heat value
2.	некоксующийся уголь	б) amount of carbon
3.	доменная печь	в) coal rank
4.	содержание углерода	г) to store coal
5.	смешиваться с другими углями	д) to weather rapidly
6.	улучшенного качества	е) non-coking coal
7.	складировать уголь	ж) blast furnace
8.	теплотворная способность	з) of improved quality
9.	быстро выветриваться	и) to blend with other coals

Text 7: General Information on Mining

Запомните слова и выражения, необходимые для понимания текста:

access - *n* доступ

affect - v воздействовать *(на что-л.);* влиять; *syn* **influence**

barren - *a* непродуктивный; пустой *(о породе)*

chute - *n* скат, спуск; углеспускная выработка; жёлоб

compare - v (with) сравнивать, проводить параллель

contribute - v способствовать, содействовать; делать вклад *(в науку);* **make a (one's) ~ to smth.** сделать вклад во что-л.

cross-section - *n* поперечное сечение, поперечный разрез, профиль

develop - v разрабатывать *(месторождение);* развивать *(добычу);* производить подготовительные работы; **development -** *n* подготовительные работы; развитие добычи; развитие

drift - *n* штрек, горизонтальная выработка

ensure - v обеспечивать, гарантировать; *syn* **guarantee**

face - *n* забой; лава

floor - л почва горной выработки, почва пласта (жилы); **quarry** ~ подошва карьера; пол, настил

govern - v править, управлять; руководить; определять, обусловливать

inclination - *n* уклон, скат, наклон *(пластов);* наклонение; **seam** ~ падение *(пласта);* наклон *(пласта)*

incline - *n* уклон, бремсберг, скат; наклонный ствол; **gravity** ~ бремсберг

inclined - *a* наклонный; **flatly** ~ слабо наклонный; **gently ~** наклонного падения; **medium** ~ умеренно наклонный *(о пластах);* **steeply** ~ крутопадающий

level - *n* этаж, горизонт, горизонтальная горная выработка; штольня; уровень *(инструмент);* нивелир; ватерпас; горизонтальная поверхность

recover - v извлекать *(целики);* выбирать, очищать; добывать *(уголь и т.п.);* восстанавливать

remove - v удалять; убирать; устранять; перемещать; **removal -** *n* вскрыша; выемка; уборка *(породы);* извлечение *(крепи);* перемещение; **overburden** - удаление вскрыши

rib - *n* ребро; выступ; узкий целик, предохранительный целик; грудь забоя

roof - *n* крыша; кровля выработки; кровля пласта *(или* жилы); перекрытие; ~ **support -** крепление кровли

shaft - *n* шахтный ствол; **auxiliary** ~ вспомогательный ствол; **hoisting** ~ подъемный ствол; главный шахтный ствол

tabular - *a* пластовый (о *месторождении);* пластообразный; плоский; линзообразный; *syn* **bedded, layered**

waste - *n* пустая порода; отходы; *syn* **barren rock**

well - *n* буровая скважина; колодец, источник; водоем; зумф

capital investment - капитальные вложения

gate road - промежуточный штрек

in bulk - навалом, в виде крупных кусков

metal-bearing - содержащий металл

production face/working - очистной забой

productive mining - эксплуатационные работы

in view of - ввиду чего-л., принимая во внимание что-л.

with a view to - с целью

Прочитайте и переведите текст, выполните упражнения на проверку понимания прочитанного:

As has been said, mining refers to actual ore extraction. Broadly speaking, mining is the industrial process of removing a mineral-bearing substance from the place of its natural occurrence in the Earth's crust. The term "mining" includes the recovery of oil and gas from wells; metal, non-metallic minerals, coal, peat, oil shale and other hydrocarbons from the earth. In other words, the work done to extract mineral, or to prepare for its extraction is called mining.

The tendency in mining has been towards the increased use of mining machinery so that modern mines are characterized by tremendous capacities. This has contributed to: 1) improving working conditions and raising labour productivity; 2) the exploitation of lower-grade metal-bearing substances and 3) the building of mines of great dimensions.

Mining can be done either as a surface operation (quarries, opencasts or open pits) or by an underground method. The mode of occurrence of the sought-for metallic substance governs to a large degree the type of mining that is practised. The problem of depth also affects the mining method. If the rock containing the metallic substance is at a shallow site and is massive, it may be economically excavated by a pit or quarry-like opening on the surface. If the metal-bearing mass is tabular, as a bed or vein, and goes to a great distance beneath the surface, then it will be worked by some method of underground mining.

Working or exploiting the deposit means the extraction of mineral. With this point in view a number of underground workings is driven in barren (waste) rock and in mineral. Mine workings vary in shape, dimensions, location and function.

Depending on their function mine workings are described as exploratory, if they are driven with a view to finding or proving mineral, and as productive if they are used for the immediate extraction of useful mineral. Productive mining can be divided into capital investment work, development work, and face or production work. Investment work aims at ensuring access to the deposit from the surface. Development work prepares for the face work, and mineral is extracted (or produced) in bulk.

The rock surfaces at the sides of workings are called the sides, or hi coal, the ribs. The surface above the workings is the roof in coal mining while in metal mining it is called the back. The surface below is called the floor.

The factors such as function, direct access to the surface, driving in mineral or in barren rock can be used for classifying mine workings:

I. Underground workings:

a) Long or deep by comparison with their cross-section may be: 1) vertical (shaft, blind pit); 2) sloping (slopes, sloping drifts, inclines); 3) horizontal (drifts, levels, drives, gate roads, adits, crosscuts).

b) Large openings having cross dimensions comparable with their length.

c) Production faces, whose dimensions depend on the thick ness of the deposit being worked, and on the method of mining it.

1. Укажите, какие предложения соответствуют содержанию текста. Подтвердите свои ответы фактами из текста.

1. As a rule, the term "mining" includes the recovery of oil and gas from wells as well as coal, iron ores and other useful minerals from the earth.
2. The increased use of mining machinery has greatly contributed to raising labour productivity and improving working conditions.
3. It is quite obvious that the problem of depth is not always taken into consideration in choosing the mining method.
4. Productive workings are usually used for the immediate extraction of useful mineral.
5. Underground workings are driven in barren rock or in mineral.
6. A shaft is a vertical underground working which is long and deep in comparison with its cross-section.
7. The surface above the mine working is usually called the floor.
8. The rock surfaces at the sides of mine workings arc called the ribs.

2. Ответьте на следующие вопросы:

1. What is mining?
2. What has contributed to the better working conditions of the miners?
3. What factors influence the choice of the mining method?
4. In what case is useful mineral worked by open pits?
5. Are exploratory workings driven with a view to finding and proving mineral or are they driven for immediate extraction of mineral?
6. What is the difference between development and production work?
7. What main factors are used for classifying mine workings?
8. What do the dimensions of production faces depend on?

3. а) Найдите в правой колонке русские эквиваленты следующих слов и сочетаний слов:

1. direct access to the surface
2. open-cast mining
3. tabular (or bedded) deposits
4. oil well
5. underground workings
6. cross-section of a working
7. production face
8. the roof of the mine working
9. to drive mine workings in barren rock
10. to affect the mining method

а) нефтяная скважина
б) проходить горные выработки по пустой породе
в) влиять на метод разработки
г) прямой доступ к поверхности
д) пластовые месторождения
е) открытая разработка
ж) поперечное сечение выработки
з) подземные выработки
и) очистной забой
к) кровля горной выработки

б) Найдите в правой колонке английские эквиваленты следующих слов сочетаний слов:

1. способствовать чему-л.
2. размер ствола
3. извлекать, добывать (уголь)
4. штреки и квершлаги
5. пустая порода
6. вообще говоря
7. удалять, перемещать (крепь, вскрышу и др.)
8. с целью ...
9. подготовительные работы
10. мощность пласта

а) thickness of a seam
б) shaft dimension
в) with a view to
г) to contribute to smth.
д) development work
е) to remove (timber, overburden, etc.)
ж) drifts (gate roads) and crosscuts
з) generally speaking

и) to recover (coal)
к) waste (barren) rock

Text 8: Methods of Working Bedded Deposits Underground

Запомните слова и выражения, необходимые для понимания текста:

advantage - *n* преимущество; превосходство; выгода; польза; **advantageous** - *a* выгодный; благоприятный, полезный; **to take advantage of smth** воспользоваться чём-л.

caving - *n* обрушение *(кровли);* разработка с обрушением

deliver - v доставлять, подавать; питать; нагнетать; произносить *(речь);* читать *(лекцию)*

entry - *n* штрек; выработка горизонтальная; *pl* подготовительные выработки; нарезные выработки; штреки

giant - *n* гидромонитор

gravity - *n* сила тяжести; вес, тяжесть; **by ~** самотеком, под действием собственного веса

haul - v доставлять; откатывать; подкатывать; перевозить; **haulage** - *n* откатка; доставка; транспортировка *(по горизонтали)*

longwall - *n* лава; выемка лавами; сплошной забой, сплошная или столбовая система разработки; *syn* **continuous mining; ~ advancing on the strike** выемка лавами прямым ходом по простиранию; сплошная система разработки по простиранию; **~ advancing to the rise** сплошная система разработки с выемкой по восстанию; ~ to **the dip** сплошная система разработки с выемкой по падению; ~ **retreating** выемка лавами обратным ходом; столбовая система разработки лавами

lose (lost) - v терять; **loss -** *n* потеря, убыток

pillar - *n* целик; столб; **shaft** ~ околоствольный целик; ~ **method** столбовая система разработки; ~ **mining** выемка целиков

predominate - v преобладать, превалировать; превосходить; господствовать, доминировать

protect - v охранять, защищать

reach - v простираться, доходить до; добиваться, достигать

satisfy - v удовлетворятъ(ся)

shield - *n* щит; ~ **method** щитовой метод проходки, щитовой способ

room - *n* камера; очистная камера; **room-and-pillar method** камерно-столбовая система разработки

stowing - *n* закладка *(выработанного пространства)*

method of working система разработки

the sequence of working the seams - последовательность отработки пластов

Прочитайте и переведите текст, выполните упражнения на проверку понимания прочитанного:

The method of working (or method of mining) includes a definite sequence and organization of development work of a deposit, its openings and its face work in certain geological conditions. It depends on the mining plan and machines and develops with their improvements. A rational method of working should satisfy the following requirements in any particular conditions: 1) safety of the man; 2) maximum output of mineral; 3) minimum development work (per 1,000 tons output); 4) minimum production cost and 5) minimum losses of mineral.

Notwithstanding the considerable number of mining methods in existence, they can be reduced to the following main types: 1. Methods of working with long faces (continuous mining); 2. Methods of working with short faces (room-and-pillar). The characteristic feature of the continuous mining is the absence of any development openings made in advance of production faces. The main advantage of long continuous faces is that they yield more mineral. Besides, they allow the maximum use of combines (shearers), cutting machines, powered supports and conveyers. The longwall method permits an almost 100 per cent recovery of mineral instead of 50 to 80 per cent obtainable in room-and-pillar methods.

The basic principle of room-and-pillar method is that rooms from 4 to 12 meters wide (usually 6-7) are driven from the entries, each room is separated from each other by a rib pillar. Rib pillars are recovered or robbed after the rooms are excavated. The main disadvantage of shortwall work is a considerable loss of mineral and the difficulty of ventilation. In working bedded deposits methods of mining mentioned above may be used either with stowing or with caving.

In Russia, Germany (the Ruhr coal-field), France and Belgium nearly all the faces are now long ones. In Britain longwall faces predominate.

The USA, Canada, Australia and to some extent India are developing shortwall faces and creating the machines for them. In these countries shortwall faces are widely used.

In Russia the thick seams are taken out to full thickness up to 4.5 m thick if they are steep, and up to 3.5 m thick if they are gently sloping or inclined. In the Kuznetsk coal-field long faces are worked to the dip with ashield protection, using a method proposed by N.Chinakal. In shield mining coal is delivered to the lower working by gravity so that additional haulage is not required.

It should also be noted that in Russia hydraulic mining is widely used as it is one of the most economic and advantageous methods of coal getting. New hydraulic mines are coming into use in a number of coal-fields. Hydraulic mining is developing in other countries as well.

The aim of hydraulic mining is to remove coal by the monitors (or giants) which win coal and transport it hydraulically from the place of work right to the surface. It is quite obvious that the choice of the method of mining will primarily depend on the depth and the shape and the general type of the deposit.

1. Укажите, какие предложения соответствуют содержанию текста. Подтвердите свои ответы фактами из текста.

1. A definite sequence and organization of development work is called mining.
2. Mining methods in existence can be reduced to the two main types.
3. The depth and the shape of the deposit influence the choice of the method of working.
4. As is known, in Belgium all the faces are short now, in Great Britain they amount to 84 per cent.
5. In Australian collieries shortwall faces are widely used.
6. The room-and-pillar method is characterized by the absence of any development openings.
7. High-capacity monitors win coal and transport it hydraulically right to the surface.

2. Ответьте на следующие вопросы:

1. What factors does mining depend on?
2. What is mining?
3. What are the most important factors which affect the choice of the method of working?
4. Do short faces or long faces predominate in Russia? What can you say about the Ruhr coal-field?
5. Is Canada developing shortwall faces or longwall faces?
6. What are the main disadvantages of shortwall faces?
7. What are the two main methods of working?
8. What is the main advantage of long continuous faces?
9. What methods of mining long faces do you know?
10. What method of mining is characterized by the absence of development openings?

3. а) Найдите в правой колонке русские эквиваленты следующих слов в сочетаний слов:

1.	development face	а) сплошная система разработки
2.	great losses	б) выемка целиков
3.	shield method of mining	в) подготовительный забой
4.	continuous mining	г) большие потери
5.	longwall advancing to the dip	д) удовлетворять требованиям
6.	the room-and-pillar method of mining	е) зависеть от геологических условий
7.	to open up a deposit	ж) выемка лавами прямым ходом по падению

8. pillar mining з) щитовая система разработки
9. to satisfy the requirements и) вскрывать месторождение
10. to depend upon the geological conditions к) камерно-столбовая система разработки

б) Найдите в правой колонке английские эквиваленты следующих слов и сочетаний слов:

1. включать (в себя) а) safety
2. выемка лавами обратным ходом б) annual output
3. достигать 50% в) to involve
4. превышать 60% г) to propose a new method of mining
5. безопасность д) long wall retreating
6. годовая добыча е) in connection with difficulties
7. основной недостаток системы разработки ж) to exceed 60 per cent
8. под-этаж з) notwithstanding (in spite of)
9. крутопадающий пласт и) to reach 50 per cent
10. щитовая система разработки к) the main disadvantage of the method of mining
11. предложить новый способ разработки л) sublevel
12. в связи с трудностями м) the shield method of mining
13. несмотря на н) open up a deposit
14. вскрывать месторождение о) steep seam

2.3 Подготовка доклада

Подготовьте доклад по одной из предложенных тем.

1. Inigo Jones (1573-1652)
2. Christopher Wren (1632-1723)
3. Geoffrey Chaucer (1340-1400)
4. Samuel Johnson (1709-1784)
5. Alfred Tennyson (1809-1892)
6. Thomas Hardy (1840-1928)
7. John Milton (1608-1674)
8. William Makepeace Thackeray (1811-1863)
9. Henry Wadsworth Longfellow (1807 – 1882)
10. Joshua Reynolds (1723-1792)
11. Thomas More (1478 – 1535)
12. J.M.W. Turner (1775-1851)
13. Thomas Gainsborough (1727 – 1788)
14. Henry Moor (1898-1986)
15. Henry Irving (1838-1905)
16. William Gilbert (1836-1911)
17. Arthur Sullivan (1842-1900)
18. James Watt (1736 - 1819)
19. Thomas Telford (1757 - 1834)
20. Isambard Kingdom Brunel (1806 – 1859)
21. George Stephenson (1781 – 1848)
22. David Livingstone (1813 – 1873)
23. Tony Blair (1953)
24. Winston Churchill (1874 - 1965)
25. Margaret Hilda Thatcher (1925)
26. Sir Isaac Newton (1642 – 1727
27. Alexander Graham Bell (1847 - 1922)

28. Robert Burns (1759 – 1796)

Правила предоставления информации в докладе

Размер	**А4**
Шрифт	Текстовый редактор Microsoft Word, шрифт Times New Roman 12
Поля	слева – 2 см., сверху и справа – 1 см., снизу – 1
Абзацный отступ	1 см устанавливается автоматически
Стиль	Примеры выделяются курсивом
Интервал	межстрочный интервал – 1
Объем	1 -2 страницы (до 7 минут устного выступления)
Шапка доклада	***Иванова Мария Ивановна*** Екатеринбург, Россия ФГБОУ ВПО УГГУ, МД-13 НАЗВАНИЕ ДОКЛАДА
	Список использованной литературы

Краткое содержание статьи должно быть представлено на 7-10 слайдах, выполненных в PowerPoint.

2.4 Подготовка к тесту

Тест направлен на проверку страноведческих знаний и знаний межкультурной коммуникации. Для этого студентам необходимо повторить материал, представленный в *Социально-культурной сфере общения* по теме «Страны изучаемого языка» (Я и мир). Для успешного написания теста изучите следующий материал:

THE GEOGRAPHICAL POSITION OF GREAT BRITAIN

The United Kingdom of Great Britain and Northern Ireland covers an area of some 244 thousand square miles. It is situated on the British Isles. The British Isles are separated from Europe by the Strait of Dover and the English Channel. The British Isles are washed by the North Sea in the east and the Atlantic Ocean in the west.

England is in the southern and central part of Great Britain. Scotland is in the north of the island. Wales is in the west. Northern Ireland is situated in the north-eastern part of Ireland.

England is the richest, the most fertile and most populated part in the country. There are mountains in the north and in the west of England, but all the rest of the territory is a vast plain. In the northwestern part of England there are many beautiful lakes. This part of the country is called Lake District.

Scotland is a land of mountains. The Highlands of Scotland are among the oldest mountains in the world. The highest mountain of Great Britain is in Scotland too. The chain of mountains in Scotland is called the Grampians. Its highest peak is Ben Nevis. It is the highest peak not only in Scotland but in the whole Great Britain as well. In England there is the Pennine Chain. In Wales there are the Cumbrian Mountains.

There are no great forests on the British Isles today. Historically, the most famous forest is Sherwood Forest in the east of England, to the north of London. It was the home of Robin Hood, the famous hero of a number of legends.

The British Isles have many rivers but they are not very long. The longest of the English rivers is the Severn. It flows into the Irish Sea. The most important river of Scotland is the Clyde. Glasgow stands on it. Many of the English and Scottish rivers are joined by canals, so that it is possible to travel by water from one end of Great Britain to the other.

The Thames is over 200 miles long. It flows through the rich agricultural and industrial districts of the country. London, the capital of Great Britain, stands on it. The Thames has a wide mouth, that's

why the big ocean liners can go up to the London port. Geographical position of Great Britain is rather good as the country lies on the crossways of the see routes from Europe to other parts of the world. The sea connects Britain with most European countries such as Belgium, Holland, Denmark, Norway and some other countries. The main sea route from Europe to America also passes through the English Channel.

United Kingdom of Great Britain and Northern Ireland occupies the territory of the British Isles. They lie to the north-west of Europe.

Once upon a time the British Isles were an integral part of the mainland. As a result of sinking of the land surface they became segregated. Great Britain is separated from the continent by the English Channel. The country is washed by the waters of the Atlantic Ocean. Great Britain is separated from Belgium and Holland by the North Sea, and from Ireland — by the Irish Sea.

There are several islands along the coasts. The total area of the British Isles is 325 000 km2. The main islands are Great Britain and Ireland.

The surface of the country is much varied. Great Britain is the country of valleys and plains.

The insular geographical position of Great Britain promoted the development of shipbuilding, different trading contacts with other countries. It has also allowed the country to stay independent for quite a long period of time.

THE BRITISH PARLIAMENT

The British Parliament is the oldest in the world. It originated in the 12th century as Witenagemot, the body of wise councillors whom the King needed to consult pursuing his policy. The British Parliament consists of the House of Lords and the House of Commons and the Queen as its head.

The House of Commons plays the major role in law-making. It consists of Members of Parliament (called MPs for short). Each of them represents an area in England, Scotland, Wales and Ireland.

MPs are elected either at a general election or at a by-election following the death or retirement. Parliamentary elections are held every 5 years and it is the Prime Minister who decides on the exact day of the election. The minimum voting age is 18. And the voting is taken by secret ballot.

The election campaign lasts about 3 weeks, The British parliamentary system depends on political parties.

The party which wins the majority of seats forms the government and its leader usually becomes Prime Minister. The Prime Minister chooses about 20 MPs from his party to become the cabinet of ministers. Each minister is responsible for a particular area in the government. The second largest party becomes the official opposition with its own leader and «shadow cabinet». The leader of the opposition is a recognized post in the House of Commons.

The parliament and the monarch have different roles in the government and they only meet together on symbolic occasions, such as coronation of a new monarch or the opening of the parliament. In reality, the House of Commons is the one of three which has true power.

The House of Commons is made up of six hundred and fifty elected members, it is presided over by the speaker, a member acceptable to the whole house. MPs sit on two sides of the hall, one side for the governing party and the other for the opposition. The first 2 rows of seats are occupied by the leading members of both parties (called «front benches»). The back benches belong to the rank-and-life MPs.

Each session of the House of Commons lasts for 160-175 days. Parliament has intervals during his work. MPs are paid for their parliamentary work and have to attend the sittings.

As mention above, the House of Commons plays the major role in law making. The procedure is the following: a proposed law («a bill») has to go through three stages in order to become an act of Parliament; these are called «readings».

The first reading is a formality and is simply the publication of the proposal. The second reading involves debate on the principles of the bill; it is examination by parliamentary committee.

And the third reading is a report stage, when the work of the committee is reported on to the house. This is usually the most important stage in the process.

When the bill passes through the House of Commons, it is sent to the House of Lords for discussion, when the Lords agree it, the bill is taken to the Queen for royal assent, when the Queen sings the bill, it becomes act of the Parliament and the Law of the Land.

The House of Lords has more than 1000 members, although only about 250 take an active part in the work in the house. Members of this Upper House are not elected; they sit there because of their rank. The chairman of the House of Lords is the Lord Chancellor. And he sits on a special seat, called «Woolsack».

The members of the House of Lords debate the bill after it has been passed by the House of Commons. Some changes may be recommended and the agreement between the two houses is reached by negotiations.

BRITISH TRADITIONS AND CUSTOMS

British nation is considered to be the most conservative in Europe. It is not a secret that every nation and every country has its own customs and traditions. In Great Britain people attach greater importance to traditions and customs than in other European countries. Englishmen are proud of their traditions and carefully keep them up. The best examples are their queen, money system, their weights and measures.

There are many customs and some of them are very old. There is, for example, the Marble Championship, where the British Champion is crowned; he wins a silver cup known among folk dancers as Morris Dancing. Morris Dancing is an event where people, worn in beautiful clothes with ribbons and bells, dance with handkerchiefs or big sticks in their hands, while traditional music-sounds.

Another example is the Boat Race, which takes place on the river Thames, often on Easter Sunday. A boat with a team from Oxford University and one with a team from Cambridge University hold a race.

British people think that the Grand National horse race is the most exciting horse race in the world. It takes place near Liverpool every year. Sometimes it happens the same day as the Boat Race takes place, sometimes a week later. Amateur riders as well as professional jockeys can participate. It is a very famous event.

There are many celebrations in May, especially in the countryside.

Halloween is a day on which many children dress up in unusual costumes. In fact, this holiday has a Celtic origin. The day was originally called All Halloween's Eve, because it happens on October 31, the eve of all Saint's Day. The name was later shortened to Halloween. The Celts celebrated the coming of New Year on that day.

Another tradition is the holiday called Bonfire Night. On November 5, 1605, a man called Guy Fawkes planned to blow up the Houses of Parliament where the king James 1st was to open Parliament on that day. But Guy Fawkes was unable to realize his plan and was caught and later, hanged. The British still remember that Guy Fawkes' Night. It is another name for this holiday. This day one can see children with figures, made of sacks and straw and dressed in old clothes. On November 5th, children put their figures on the bonfire, burn them, and light their fireworks.

In the end of the year, there is the most famous New Year celebration. In London, many people go to Trafalgar Square on New Year's Eve. There is singing and dancing at 12 o'clock on December 31st.

A popular Scottish event is the Edinburgh Festival of music and drama, which takes place every year. A truly Welsh event is the Eisteddfod, a national festival of traditional poetry and music, with a competition for the best new poem in Welsh. If we look at English weights and measures, we can be convinced that the British are very conservative people. They do not use the internationally accepted measurements. They have conserved their old measures. There are nine essential measures. For general use, the smallest weight is one ounce, then 16 ounce is equal to a pound. Fourteen pounds is one stone.

The English always give people's weight in pounds and stones. Liquids they measure in pints, quarts and gallons. There are two pints in a quart and four quarts or eight pints are in one gallon. For length, they have inches: foot, yards and miles.

LONDON

As well as being the capital of England, London is the capital of the United Kingdom. London was founded by the Romans in 43 A.D. and was called Londinium. In 61 A.D. the town was burnt down and when it was rebuilt by the Romans it was surrounded by a wall. That area within the wall is now called the City of London. It is London's commercial and business centre. It contains the Bank of England, the Stock Exchange and the head offices of numerous companies and corporations. Here is situated the Tower of London.

The Tower was built by William the Conqueror who conquered England in 1066. He was crowned at Westminster Abbey. Now most of the Government buildings are located there.

During the Tudor period (16th century) London became an important economic and financial centre. The Londoners of the Elizabethan period built the first theatres. Nowadays the theatre land is stretched around Piccadilly Circus. Not far from it one can see the British Museum and the «Covent Garden» Opera House.

During the Victorian period (19th century) London was one of the most important centers of the Industrial Revolution and the centre of the British Empire. Today London is a great political centre, a great commercial centre, a paradise for theatre-goers and tourists, but it is also a very quiet place with its parks and its ancient buildings, museums and libraries.

LONDON

London is the capital of Great Britain, its political, economic and commercial center. It`s one of the largest cities in the world and the largest city in Europe. Its population is about 9 million. London is one of the oldest and most interesting cities in the world. Traditionally it`s divided into several parts: the City, Westminster, the West End and the East End.

They are very different from each other and seem to belong to different towns and epochs. The heart of London is the City, its financial and business center. Numerous banks, offices and firms are situated there, including the Bank of England, the Stock Exchange and the Old Bailey. Few people live here, but over a million people come to the City to work. There are some famous ancient buildings within the City. Perhaps the most striking of them in St. Paul`s Cathedral, the greatest of British churches. St. Paul`s Cathedral has always dominated the center of London. It stands on the site of former Saxon and Norman churches. They latter were destroyed in the Great Fire and the present building, completed in 1710, is the work of the eminent architect Sir Christopher Wren. It is an architectural masterpiece.

Londoners have a particular affection for St. Paul`s, which is the largest Protestant Church in England. Its high dome, containing the remarkable Whispering Gallery, is a prominent landmark towering above the multistoried buildings which line the river-bank.

The Tower of London was one of the first and most impressive castles built after the Norman invasion of England in 1066. Since the times of William I various kings have built and extended the Tower of London and used it for many purposes. The Tower has been used as a royal palace, an observatory, an arsenal, a state prison, and many famous and infamous people have been executed within its walls. It is now a museum. For many visitors the principal attraction is the Crown Jewels, the finest precious stones of the nation. A fine collection of armour is exhibited in the keep. The security of the Tower is ensured by a military garnison and by the Yeoman Warders or Beefeaters, who still wear their picturesque Tudor uniform.

Westminster is the historic, the governmental part of London. Westminster Abbey is a national shrine where the kings and queens are crowned and famous people are buried. Founded by Edward the Confessor in 1050, the Abbey was a monastery for along time. The present building dates largely from the times of Henry 3, who began to rebuild the church, a task which lasted nearly 300 years. The West towers were added in the eighteenth century. Since William I almost every English monarch has been

crowned in this great church, which contains the tombs and memorials of many of Britain`s most eminent citizens: Newton, Darwin, Chaucer, Dickens, Tennyson, Kipling and etc. One of the greatest treasures of the Abbey is the oaken Coronation Chair made in 1300. The Abbey is also known for its Poet`s Corner. Graves and memorials to many English poets and writers are clustered round about.

Across the road from Westminster Abbey is Westminster Palace, or the Houses of Parliament, the seat of the British Parliament. The Parliament of Great Britain and Northern Ireland consists of the House of Lords and the House of Commons. The House of Lords consists of just over 1,000 members of the different grades of nobility — dukes, marquises, earls, viscounts and barons.

The House of Commons consists of 650 members. They are elected by secret ballot by men and women aged 18 and over. Every Parliament is divided into Sessions. Each of these may last a year and usually begins early in November. The Clock Tower, which contains the hour-bell called Big Ben, is known over the world. The bell is named after Sir Benjamin Hall.

Buckingham Palace is the official residence of the Queen. The West End is the richest and most beautiful part of London. It is the symbol of wealth and luxury. The best hotels, shops, restaurants, clubs, and theatres are situated there. There are splendid houses and lovely gardens belonging to wealthy people.

Trafalgar Square is the geographical center of London. It was named in memory of Admiral Nelson`s victory in the battle of Trafalgar in 1805. The tall Nelson`s Column stands in the middle of the square. On the north side of Trafalgar Square is the National Gallery and the National Portrait Gallery.

Not far away is the British Museum — the biggest museum in London. It contains a priceless collection of ancient manuscripts, coins, sculptures, est., and is famous for its library.

The East End is the poorest district of London. There are a lot of factories, workshops and docks here. The streets are narrow, the buildings are unimpressive. The East End is densely populated by working class families.

PLACES OF INTERESTS IN GREAT BRITAIN

Britain is rich in its historic places which link the present with the past. The oldest part of London is Lud Hill, where the city is originated. About a mile west of it there is Westminster Palace, where the king lived and the Parliament met, and there is also Westminster Abby, the coronation church. Liverpool, the «city of ships», is England’s second greatest port, ranking after London. The most interesting sight in the Liverpool is the docks. They occupy a river frontage of seven miles.

The University of Liverpool, established in 1903, is noted for its School of Tropical Medicine. And in the music world Liverpool is a well-known name, for it’s the home town of «The Beatles».

Stratford-on-Avon lies 93 miles north-west of London. Shakespeare was born here in 1564, and here he died in 1616.

Cambridge and Oxford Universities are famous centers of learning. Stonehenge is a prehistoric monument, presumably built by Druids, members of an order of priests in ancient Britain. Tintagel Castle is King Arthur’s reputed birthplace. Canterbury Cathedral is the seat of the Archbishop of Canterbury, head of the Church of England.

The British Museum is the largest and richest museum in the world. It was founded in 1753 and contains one of the world’s richest collections of antiquities. The Egyptian Galleries contain human and animal mummies. Some parts of Athens’ Parthenon are in the Greek section.

Madam Tussaud’s Museum is an exhibition of hundreds of life-size wax models of famous people of yesterday and today. The collection was started by Madam Tussaud, a French modeller in wax, in the 18th century. Here you can meet Marilyn Monroe, Elton John, Picasso, the Royal Family, the Beatles and many others: writers, movie stars, singers, politicians, sportsmen, etc.

5. Подготовка к экзамену

Подготовка к экзамену включает в себя повторение всех изученных тем курса.

Билет на экзамен включает в себя тест и практико-ориентированное задание.

Наименование оценочного средства	*Характеристика оценочного средства*	*Методика применения оценочного средства*	*Наполнение оценочного средства в КОС*	*Составляющая компетенции, подлежащая оцениванию*
Экзамен:				
Тест	Система стандартизированных заданий, позволяющая автоматизировать процедуру измерения уровня знаний и умений обучающегося.	Тест состоит из 20 вопросов.	КОС - тестовые задания	Оценивание уровня знаний, умений, владений
Практико-ориентированное задание	Задание, в котором обучающемуся предлагают осмыслить реальную профессионально-ориентированную ситуацию	Количество заданий в билете – 1. Предлагаются задания по изученным темам в виде практических ситуаций.	КОС- Комплект заданий	Оценивание уровня знаний, умений и навыков

Министерство образования и науки РФ
ФГБОУ ВПО
«Уральский государственный горный университет»

Е. М. Суднева

БЕЗОПАСНОСТЬ ЖИЗНЕДЕЯТЕЛЬНОСТИ

Сборник заданий к практическим и самостоятельным работам
по курсу «Безопасность жизнедеятельности»
для студентов направления 130300
«Прикладная геология»

Екатеринбург
2013

УДК 796.00
С 89

Рецензент. *А.В. Морозова*, доцент кафедры Геологии Уральского государственного горного университета

Сборник заданий рассмотрен на заседании кафедры геологии и защиты в чрезвычайных ситуациях 29 апреля 2016 г. (протокол № 8) и рекомендован для издания в УГГУ.

Сулнева Е.М.

С 89

Безопасность жизнедеятельности: сборник заданий к практическим и самостоятельным работам по курсу «Безопасность жизнедеятельности» / Е. М. Сулнева. – Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2013. – 35 с.

Данный сборник составлен в полном соответствии с Государственным образовательным стандартом высшего профессионального образования с учетом особенностей профессиональной деятельности будущих специалистов.

Сборник включает в себя задания для самостоятельной подготовки студентов к лабораторным и практическим работам.

Данный сборник поможет студентам освоить материал изучаемой дисциплины, необходимый для успешной работы в любой области их деятельности.

Для студентов всех специальностей направления 130300 – «Прикладная геология».

© Сулнева Е. М., 2013

© Уральский государственный горный университет, 2013

ОГЛАВЛЕНИЕ

Практикум по теме: Здоровье и окружающая среда 6
Практикум по теме: Чрезвычайные ситуации 17
Практикум по теме: Поведенческие реакции человека
в экстремальных ситуациях 25
Акт обследования объекта и предписание 26
Образец оформления рабочей тетради по БЖД 28
Темы рефератов 29
Приложение 31

1. Практикум по теме: Здоровье и окружающая среда

В *Уставе Всемирной организации здравоохранения* говорится о высшем уровне здоровья как об одном из основных прав человека. Не менее важно право человека на информацию о тех факторах, которые определяют здоровье человека или являются факторами риска, то есть их воздействие может привести к развитию болезни.

Здоровье – это первая и важнейшая потребность человека, определяющая способность его к труду и обеспечивающая гармоническое развитие личности. Оно является важнейшей предпосылкой к познанию окружающего мира, к самоутверждению и счастью человека. Активная долгая жизнь – это важное слагаемое человеческого фактора.

Здоровье – такое состояние организма человека, когда функции всех его органов и систем уравновешены с внешней средой и отсутствуют какие-либо болезненные изменения.

Само понятие *«здоровье»* является условным и объективно устанавливается на основе антропометрических, клинических, физиологических и биохимических показателей.

По определению Всемирной организации здравоохранения (ВОЗ) "*здоровье* – это состояние физического, духовного и социального благополучия, а не только отсутствие болезней и физических дефектов".

Вообще, можно говорить о трех видах здоровья: о здоровье физическом, психическом и нравственном (социальном):

Физическое здоровье - это естественное состояние организма, обусловленное нормальным функционированием всех его органов и систем. Если хорошо работают все органы и системы, то и весь организм человека (система саморегулирующаяся) правильно функционирует и развивается.

Психическое здоровье зависит от состояния головного мозга, оно характеризуется уровнем и качеством мышления, развитием внимания и памяти, степенью эмоциональной устойчивости, развитием волевых качеств.

Нравственное здоровье определяется теми моральными принципами, которые являются основой социальной жизни человека, т.е. жизни в определенном человеческом обществе. Отличительными признаками нравственного здоровья человека являются, прежде

всего, сознательное отношение к труду, овладение сокровищами культуры, активное неприятие нравов и привычек, противоречащих нормальному образу жизни. Физически и психически здоровый человек может быть нравственным уродом, если он пренебрегает нормами морали. Поэтому социальное здоровье считается высшей мерой человеческого здоровья. Нравственно здоровым людям присущ ряд общечеловеческих качеств, которые и делают их настоящими гражданами.

Целостность человеческой личности проявляется, прежде всего, во взаимосвязи и взаимодействии психических и физических сил организма.

Состояние здоровья определяется функцией физиологических систем организма с учётом их возрастных и половых факторов, а также зависит от географических и климатических условий.

На основе этих критериев даётся формальное заключение о состоянии здоровья при наборе в армию, приёме на работу и в учебные заведения.

Состояние здоровья не исключает уже имеющегося в организме, но ещё не обнаруженного болезнетворного начала; оно не исключает также колебаний в самочувствии человека. Следовательно, хотя понятие «здоровье» и противопоставлено понятию «болезнь», но может быть связано с ним многочисленными переходными состояниями

Динамические наблюдения и периодические обследования могут констатировать границы здоровья и болезни в стартовых условиях, когда явная патология отсутствует.

Отсюда возникают понятия об объективном и субъективном здоровье, когда, с одной стороны, при плохом самочувствии отсутствуют объективные подтверждающие его данные, с другой – когда эти данные отличаются, а самочувствие остаётся до определённого времени хорошим.

Отсюда также возникает понятие *«практически здоровый человек»* – состояние, при котором объективно имеются патологические изменения, не отражающиеся на жизненном восприятии и работоспособности человека.

В понятие здоровья вкладываются не только абсолютные качественные, но и количественные признаки, т.к. существует понятие степени здоровья.

Степень здоровья – широта адаптивных возможностей организма, определяемая социальной средой, физической тренировкой, перенесёнными заболеваниями, трудовым навыком и т.д.

Важную роль в понятии здоровья играют и *социальные факторы*, т.к. в него входят и социальная полноценность человека. Однако социальный фактор не следует считать абсолютным, потому что социальная полноценность и общественная значимость человека далеко не всегда являются тождественными понятиями.

Индивидуальное здоровье не является точно детерминируемым, что связано с большой широтой индивидуальных колебаний важнейших показателей жизнедеятельности организма, а также с многообразием факторов, влияющих на него.

Здоровье населения – статистическое понятие, характеризующееся комплексом демографических показателей: рождаемость, смертность, детская смертность, уровень физического развития, заболеваемость, средняя продолжительность жизни и др.

Здоровье населения обеспечивает условия для роста производительности труда, улучшает качественные характеристики воспроизводства населения и трудовых ресурсов. В то же время имеет место и обратное влияние – прогресс в области экономики, науки и культуры способствует улучшению здоровья населения и страны.

Большое значение для сохранения жизни и здоровья населения имеет повышение качества оказания *медицинской помощи*. В этих целях проводится укрупнение и развитие больниц и поликлиник, совершенствование профилактических форм работы.

Одной из важных форм профилактики является *диспансеризация* населения. Это активный метод

систематического наблюдения за состоянием здоровья как практически здорового населения, так и больных, страдающих длительно протекающими хроническими заболеваниями, составляющий основу профилактического направления отечественного здравоохранения.

Одним из важнейших приобретенных по наследству свойств здорового организма является постоянство внутренней среды. Это понятие ввел французский ученый *Клод Бернар* (1813 – 1878), считавший постоянство внутренней среды условием свободной и независимой жизни человека. Внутренняя среда образовалась в процессе эволюции. Она определяется в первую очередь составом и свойствами крови и лимфы.

Постоянство внутренней среды – замечательное свойство организма, которое в какой-то мере освободило его от физических и химических влияний внешней среды. Однако это постоянство – оно называется гомеостазом – имеет свои границы, определяемые наследственностью. А потому, наследственность является одним из важнейших факторов здоровья.

Организм человека приспособлен к определенным физическим (температура, влажность, атмосферное давление), химическим (состав воздуха, воды, пищи), биологическим (разнообразные живые существа) показателям окружающей среды.

Если человек длительно находится в условиях, значительно отличающихся от тех, к которым он приспособлен, нарушается постоянство внутренней среды организма, что может повлиять на здоровье и нормальную жизнь.

В наш век человек, как и все живые организмы, подвержен внешним воздействиям, которые приводят к изменениям наследственных свойств. Эти изменения называются мутационными (мутациями). Особенно возросло количество мутаций за последнее время. Отклонения от определенных, привычных свойств окружающей среды можно отнести к факторам риска заболевания. Итак, заболеваемость и смертность связаны, прежде всего, с условиями среды и образом жизни людей.

Здоровье и окружающая среда.

Немаловажное значение оказывает на здоровье и состояние

окружающей среды. Каждый из нас имеет право знать обо всех экологических изменениях, происходящих и в местности, где он живет, и во всей стране. Мы должны знать все о пище, которую употребляем, о состоянии воды, которую пьем, а медики обязаны объяснить опасность жизни в зонах, зараженных радиацией.

Вмешательство человека в регулирование природных процессов не всегда приносит желаемые положительные результаты. Нарушение хотя бы одного из природных компонентов приводит, в силу существующих между ними взаимосвязей, к перестройке сложившейся структуры природно-территориальных компонентов. Загрязнение поверхности суши, гидросферы, атмосферы и Мирового океана, в свою очередь, сказывается на состоянии здоровья людей, эффект "озоновой дыры" влияет на образование злокачественных опухолей, загрязнение атмосферы на состояние дыхательных путей, а загрязнение вод – на пищеварение, резко ухудшает общее состояние здоровья человечества, снижает продолжительность жизни.

В настоящее время хозяйственная деятельность человека все чаще становится основным источником загрязнения биосферы. В природную среду во все больших количествах попадают газообразные, жидкие и твердые отходы производств. Различные химические вещества, находящиеся в отходах, попадая в почву, воздух или воду, переходят по экологическим звеньям из одной цепи в другую, попадая, в конце концов, в организм человека.

На земном шаре практически невозможно найти место, где бы не присутствовали в той или иной концентрации загрязняющие вещества. Даже во льдах Антарктиды, где нет никаких промышленных производств, а люди живут только на небольших научных станциях, ученые обнаружили различные токсичные (ядовитые) вещества современных производств. Они заносятся сюда потоками атмосферы с других континентов.

Вещества, загрязняющие природную среду, очень разнообразны. В зависимости от своей природы, концентрации, времени действия на организм человека они могут вызвать различные неблагоприятные последствия. Кратковременное воздействие небольших концентраций таких веществ может вызвать головокружение, тошноту, першение в горле, кашель. Попадание в организм человека больших концентраций токсических веществ может привести к потере

сознания, острому отравлению и даже смерти. Примером подобного действия могут являться смоги, образующиеся в крупных городах в безветренную погоду, или аварийные выбросы токсичных веществ промышленными предприятиями в атмосферу.

Реакции организма на загрязнения зависят от индивидуальных особенностей: возраста, пола, состояния здоровья. Как правило, более уязвимы дети, пожилые и престарелые, больные люди.

Кроме химических загрязнителей в природной среде встречаются и биологические, вызывающие у человека различные заболевания. Это болезнетворные микроорганизмы, вирусы, гельминты, простейшие. Они могут находиться в атмосфере, воде, почве, в теле других живых организмов, в том числе и в самом человеке.

Специфика среды обитания человека заключается в сложнейшем переплетении социальных и природных факторов. На заре человеческой истории природные факторы играли решающую роль в эволюции человека. На современного человека воздействие природных факторов в значительной степени нейтрализуется социальными факторами. В новых природных и производственных условиях человек в настоящее время нередко испытывает влияние весьма необычных, а иногда чрезмерных и жестких факторов среды, к которым эволюционно он еще не готов.

Человек, как и другие виды живых организмов, способен адаптироваться, то есть приспосабливаться к условиям окружающей среды. Адаптацию человека к новым природным и производственным условиям можно охарактеризовать как совокупность социально-биологических свойств и особенностей, необходимых для устойчивого существования организма в конкретной экологической среде.

В настоящее время значительная часть болезней человека связана с ухудшением экологической обстановки в нашей среде обитания: загрязнением атмосферы, воды и почвы, недоброкачественными продуктами питания, возрастанием шума.

Приспосабливаясь к неблагоприятным экологическим условиям, организм человека испытывает состояние напряжения, утомления.

Напряжение – мобилизация всех механизмов, обеспечивающих определенную деятельность организма человека. В зависимости от величины нагрузки, степени подготовки организма, его функционально-структурных и энергетических ресурсов снижается возможность функционирования организма на заданном уровне, то есть наступает утомление.

Кроме этого, необходимо учитывать еще объективный фактор воздействия на здоровье – *наследственность*. Это присущее всем организмам свойство повторять в ряду поколений одинаковые признаки и особенности развития, способность передавать от одного поколения к другому материальные структуры клетки, содержащие программы развития из них новых особей.

Влияют на наше здоровье и биологические ритмы. Одной из важнейших особенностей процессов, протекающих в живом организме, является их ритмический характер.

В настоящее время установлено, что свыше трехсот процессов, протекающих в организме человека, подчинены суточному ритму.

Наследственные болезни, вызванные плохой экологической обстановкой:

Влияние солей тяжелых металлов на наследственность.

Тяжелые металлы – высокотоксичные вещества, долго сохраняющие свои ядовитые свойства. По данным Всемирной Организацией Здравоохранения, они уже сейчас занимают второе место по степени опасности, уступая пестицидам и значительно опережая такие широко известные загрязнители, как двуокись углерода и серы. В прогнозе же они должны стать самыми опасными, более опасными, чем отходы АЭС (второе место) и твердые отходы (третье место).

Отравление солями тяжелых металлов начинается еще до рождения человека. Соли тяжелых металлов проходят через плаценту, которая вместо того, чтобы оберегать плод, день за днем его отравляет. Нередко концентрация вредных веществ у плода даже выше, чем у матери. Младенцы появляются на свет с пороками развития мочеполовой системы, до 25 процентов малышей – с

отклонениями от нормы при формировании почек. Зачатки внутренних органов появляются уже на пятой неделе беременности и с этого момента испытывают на себе влияние солей тяжелых металлов, а поскольку они влияют и на организм матери, выводя из строя почки, печень, нервную систему, не стоит удивляться, что сейчас практически не встретишь нормальных физиологических родов, а малыши приходят в эту жизнь с недостатком веса, с физическими и психическими пороками развития.

И с каждым годом жизни соли тяжелых металлов, растворенные в воде, прибавляют им болезней или усугубляют врожденные заболевания, прежде всего органов пищеварения и почек. Нередко у одного ребенка страдают 4-6 систем в организме. Мочекаменная и желчекаменная болезни – своего рода индикатор неблагополучия, а они теперь встречаются даже у дошколят. Есть и другие тревожные сигналы. Так, превышение уровня свинца приводит к снижению интеллекта. Психологическое обследование показало, что таких детей у нас до 12 процентов.

Какие же мероприятия должны обеспечить сегодня охрану здоровья человека и среды его обитания от вредного влияния техногенных металлов? Можно обозначить два основных пути: санитарно-технический – уменьшение содержания металлов в объектах внешней среды до предельно допустимых (безопасных) уровней путем внедрения архитектурно-планировочных, технологических, технических и других мероприятий; гигиенический – научная разработка допустимых уровней содержания их во внешней среде, требований и рекомендаций в сочетании с постоянным контролем состояния и качества этой среды.

Профилактика хронических интоксикаций металлами и их соединениями должна обеспечиваться прежде всего их заменой, где это возможно, на безвредные или менее токсичные вещества. В случаях же, когда не представляется реальным исключить их применение, необходима разработка таких технологических схем и конструкций, которые бы резко ограничивали возможность загрязнения ими воздуха производственных помещений и наружной атмосферы. В отношении транспорта, являющегося, как об этом было сказано выше, одним из значительных источников выброса свинца в атмосферу, следует повсеместно внедрять экологически чистое

горючее. Весьма радикальным средством является создание безотходных или малоотходных технологий.

Наряду с указанными выше мероприятиями необходимо постоянное осуществление эффективного контроля над уровнем содержания металлов в организме. С этой целью при медицинском обследовании работающих и населения в случаях их контакта с техногенными металлами должно проводиться определение их в биологических средах организма крови, моче, волосах.

Краткая характеристика экологической обстановки в России

Из всех предприятий России, выбрасывающих вредные вещества в атмосферу и водоемы – 33% дают предприятия металлургии, 29% – энергетические объекты, 7% – химические, 8% – угольной промышленности. Более половины выбросов приходится на транспорт. Особенно тяжелая обстановка складывается в городах, где велика концентрация населения. В России определены 55 городов, в которых уровень загрязнения очень велик. Ежегодно в нашей стране улавливается и обезвреживается лишь около 76 % общего количества вредных веществ, выбрасываемых в атмосферу. Значительно хуже дело обстоит с очисткой сточных вод: 82% сбрасываемых вод не подвергается очистке. Реки Волга, Дон, Енисей, Лена, Кубань, Печора загрязнены органикой, соединениями азота, тяжелыми металлами, фенолами, нефтепродуктами. В настоящее время свыше 70 миллионов человек дышат воздухом, насыщенным опасными для здоровья веществами, в пять и более раз превышающими предельно допустимые концентрации (ПДК). В окружающую среду человеком введено около 4 миллионов химических соединений, из которых лишь немногие изучены на токсическое воздействие.

В России имеется около 30 тысяч предприятий и объектов, использующих радиоактивные вещества и изделия на их основе.

Большой урон экосистемам на территории России нанесен ядерными испытаниями. На полигонах Новой Земли произвели 118 поверхностных и подземных ядерных взрывов – их последствия выяснены не до конца.

Санитарно-эпидемиологическая обстановка в РФ

XX век породил неоправданный оптимизм в отношении того,

что с инфекционными болезнями в скором времени будет покончено. Однако события последних десятилетий показали, что в мире резко активизировались такие инфекции, как туберкулёз, малярия, которые становятся основной причиной смертности; как в России, так и в других странах вновь заявляет о себе дифтерия.

Эпидемиологическая ситуация, сложившаяся в последние годы, остаётся напряжённой. Ежегодно в РФ регистрируется от 33 до 44 миллионов случаев инфекционных заболеваний.

Одной из самых актуальных медицинских и социально-экономических проблем остаётся грипп и ОРВИ.

В РФ (в отличие от ведущих стран мира) до настоящего времени отсутствует производство отечественной вакцины против краснухи. В этих условиях краснуха остаётся неуправляемой инфекцией с возникновением каждые 10 - 12 лет эпидемий. Во время эпидемий краснуха может стать причиной уродств более чем у 2% детей, родившихся живыми.

Динамика заболеваемости почти по всей группе кишечных инфекций в истекшем году имела тенденцию к снижению. Стабилизировалась заболеваемость сальмонеллёзом, острой кишечной инфекцией неустановленной этиологии, ротовирусным инфекционным кампиллобактериозом. Однако ежегодно в стране регистрируется до 100 вспышек кишечных инфекций пищевого и водного характера.

Серьёзной проблемой здравоохранения продолжают оставаться вирусные гепатиты, наносящие ущерб как здоровью населения, так и экономике страны.

Особенно тяжёлое положение складывается по социально обусловленным заболеваниям. Стремительность нарастания масштабов пандемии заболевания, вызываемого вирусом иммунодефицита человека (ВИЧ-инфекции), в мире, отсутствие надёжных средств профилактики и лечения позволяет отнести эту проблему к одной из самых острых

Состояние здоровья детей, проживающих в городах и населённых пунктах с высоким уровнем загрязнения

атмосферного воздуха (Подольск, Ярославль, Воскресенск, Новокузнецк, Салават, Пермь, Казань, Мончегорск) характеризуется значительным снижением неспецифической сопротивляемости организма к развитию инфекционных и других заболеваний.

Проблема многих населенных пунктов – наличие многочисленных мобильных и стационарных источников шума. Более 30% жителей городов РФ подвержены действию сверхнормативных уровней шума и вибрации.

Безопасность и качество пищевых продуктов и продовольственного сырья является одним из основных факторов, определяющих здоровье населения и сохранение его генофонда. Более 5% продукции не отвечает гигиеническим требованиям по содержанию антибиотиков, что влияет также на аллергизацию населения, прежде всего детей.

Негативное влияние на состояние здоровья оказывают также неблагоприятные условия труда, повышающие риск появления профессиональной патологии.

ЗАДАНИЕ ДЛЯ ДОКЛАДА:

Здоровье населения России.

Здоровье населения Свердловской области.

Здоровье жителей города Екатеринбурга.

План:

1.Месторасположение населенного пункта

2. Демография

3. Состояние техносферной, природной, социальной среды области (города)

4. Здравоохранение (заболеваемость взрослых и детей)

2. Практикум по теме: Чрезвычайные ситуации

Чрезвычайная ситуация (ЧС) – обстановка на определенной

территории, акватории, сложившаяся в результате аварии, катастрофы, стихийного бедствия, эпидемии, эпизоотии, эпифитотии, которая может повлечь или повлекла за собой человеческие жертвы, ущерб здоровью людей или окружающей среде, значительные материальные потери и нарушение жизнедеятельности людей.

Эпидемия – распространение какой-либо инфекционной болезни человека, значительно превышающее уровень обычной (спорадической) заболеваемости на данной территории.

Эпизоо́тия – широкомасштабное распространение инфекционной болезни среди одного или многих видов животных на определённой территории, значительно превышающее уровень заболеваемости, обычно регистрируемый на данной территории.

Эпифитотия – массовое развитие инфекционной болезни растений на значительной территории в определённый период.

«О классификации чрезвычайных ситуаций природного и техногенного характера» от 21 мая 2007 года № 304 г. Москва.

Во исполнение Федерального закона «О защите населения и территорий от чрезвычайных ситуаций природного и техногенного характера» Правительство Российской Федерации постановляет:

1. Установить, что чрезвычайные ситуации природного и техногенного характера подразделяются на:

а) чрезвычайную ситуацию локального характера, в результате которой территория, на которой сложилась чрезвычайная ситуация и нарушены условия жизнедеятельности людей (далее – *зона чрезвычайной ситуации*), не выходит за пределы территории объекта, при этом количество людей, погибших или получивших ущерб здоровью (далее – *количество пострадавших*), составляет не более 10 человек, либо размер ущерба окружающей природной среде и материальных потерь (далее – *размер материального ущерба*) составляет не более 100 тыс. рублей;

б) чрезвычайную ситуацию муниципального характера, в результате которой зона чрезвычайной ситуации не выходит за пределы территории одного поселения или внутригородской территории города федерального значения, при этом количество

пострадавших составляет не более 50 человек либо размер материального ущерба составляет не более 5 млн. рублей, а также данная чрезвычайная ситуация не может быть отнесена к чрезвычайной ситуации локального характера;

в) чрезвычайную ситуацию межмуниципального характера, в результате которой зона чрезвычайной ситуации затрагивает территорию двух и более поселений, внутригородских территорий города федерального значения или межселенную территорию, при этом количество пострадавших составляет не более 50 человек либо размер материального ущерба составляет не более 5 млн. рублей;

г) чрезвычайную ситуацию регионального характера, в результате которой зона чрезвычайной ситуации не выходит за пределы территории одного субъекта Российской Федерации, при этом количество пострадавших составляет свыше 50 человек, но не более 500 человек либо размер материального ущерба составляет свыше 5 млн. рублей, но не более 500 млн. рублей;

д) чрезвычайную ситуацию межрегионального характера, в результате которой зона чрезвычайной ситуации затрагивает территорию двух и более субъектов Российской Федерации, при этом количество пострадавших составляет свыше 50 человек, но не более 500 человек либо размер материального ущерба составляет свыше 5 млн. рублей, но не более 500 млн. рублей;

е) чрезвычайную ситуацию федерального характера, в результате которой количество пострадавших составляет свыше 500 человек либо размер материального ущерба составляет свыше 500 млн. рублей».

Задание: выбрать чрезвычайную ситуацию техногенного, природного или биолого-социального характера, данные внести в таблицу № 1. Код ЧС смотреть приложении № 1.

Таблица № 1

Формы статистического учета данных о чрезвычайных ситуациях.

Техногенные чрезвычайные ситуации (форма № 7/ЧС)

№ п/п	Наименование показателей	Показатели
1	Классификация ЧС	
2	Код ЧС	
3	Дата возникновения ЧС	
	Дата ликвидации ЧС	
4	Время возникновения ЧС:	
	московское (час, мин.)	
	местное (час, мин.)	
5	Место: страна	
	субъект Федерации	
	город	
	населенный пункт	
6	Общая площадь зоны ЧС (кв.км.)	
7	Объект экономики (наименование)	
	отрасль	
	министерство (ведомство)	
	форма собственности	
8	Номер лицензии, дата и кем выдана	
	Дата утверждения декларации, кем утверждена	
	Номер страхового документа, дата, кем выдан	
9	Метеоданные: температура (град)	
	направление и скорость ветра (м/с)	
	влажность (%)	
	осадки (вид, количество)	
10	Причины возникновения ЧС	
11	Поражающие факторы источника ЧС	
12	Основные характеристики ЧС	
13	Мероприятия по ликивдации ЧС:	
	аварийно-спасательные работы (перечень/длительность, час)	
	аварийно-восстановительные работы (перечень/длительность час)	
14	Силы и средства, задействованные в ликвидации ЧС:	
	личный состав РСЧС наименование/количество чел.	
	техника наименование/количество ед.	
	материальные ресурсы перечень/количество	
15	Работы по организации защиты населения:	
	инженерная защита:	
	укрытие в защитных сооружениях различных типов, (чел.)	
	радиационно-химическая защита:	
	выдано средств индивидуальной защиты (чел.)	
	медицинская защита:	

	население которому была оказана медицинская помощь (чел.)	
	госпитализировано (чел.)	
	в т.ч. детей до 14 лет, (чел.)	
	эвакуационные мероприятия:	
	всего эвакуировано из зоны ЧС, (чел.)	
	в том числе:	
	автомобильным транс-ом (чел.)	
	железнодорожным транс-ом (чел.)	
	авиационным транс-ом (чел.)	
	морским (речным) транс-ом (чел.)	
	транспортные средства эвакуации, кол-во единиц, по видам	
	расчетное время на проведение эвакуации (час, мин.)	
	районы размещения эвакуируемого населения	
16	Состояние зданий и сооружений, ед.:	
	разрушено всего	
	повреждено всего	
	уничтожено всего	
17	Нанесенный материальный ущерб, (тыс. (млн.) руб.)	
18	Потери, чел. пострадавшие/пораженные/погибшие	
	население:	
	дети до 14 лет	
	взрослые от 14 до 60 лет	
	старше 60 лет	
	промперсонал	
	личный состав сил РСЧС	
19	Дополнительная текстовая информация	
20	Мероприятия по предупреждению ЧС	

«_____»_____20____ г._____
_____

(фамилия, И.**О**. № телефона и и подпись исполнителя)

(фамилия, И., О., № телефона и подпись руководителя)

Природные чрезвычайные ситуации (форма № 8/ЧС)

№ п/п	Наименование показателей	Показатели
1	Классификация ЧС	
2	Код ЧС	
3	Дата возникновения ЧС	
	Дата ликвидации ЧС	
4	Время возникновения ЧС:	
	московское (час, мин.)	
	местное (час, мин.)	
5	Место: страна	
	субъект Федерации	
	город	
	населенный пункт	
6	Общая площадь зоны ЧС (кв.км.)	
7	Метеоданные: температура (град)	
	направление и скорость ветра (м/с)	
	влажность (%)	
	осадки (вид, количество)	
8	Причины возникновения ЧС	
9	Поражающие факторы источника ЧС	
10	Основные характеристики ЧС	
11	Мероприятия по ликвидации ЧС:	
	аварийно-спасательные работы (перечень/длительность, час)	
	аварийно-восстановительные работы (перечень/длительность час)	
12	Силы и средства, задействованные в ликвидации ЧС:	
	личный состав РСЧС (наименование/количество чел.)	
	техника (наименование/количество ед.)	
	расход материальных ресурсов (перечень/количество израсходованных)	
13	Работы по организации защиты населения:	
	инженерная защита:	
	укрытие в защитных сооружениях различных типов, (чел.)	
	радиационно-химическая защита:	
	выдано средств индивидуальной защиты чел.)	
	медицинская защита:	
	население которому была оказана медицинская помощь (чел.)	
	госпитализировано (чел.)	

	в т.ч. детей до 14 лет, (чел.)	
	эвакуационные мероприятия:	
	всего эвакуировано из зоны ЧС, (чел.)	
	в том числе:	
	автомобильным транспортом (чел.)	
	железнодорожным транспортом (чел.)	
	авиационным транспортом (чел.)	
	морским (речным) транспортом (чел.)	
	транспортные средства эвакуации, кол-во единиц, по видам	
	расчетное время на проведение эвакуации (час, мин.)	
	районы размещения эвакуируемого населения	
14	Состояние зданий и сооружений, ед.:	
	разрушено всего	
	повреждено всего	
	уничтожено огнем всего	
15	Нанесенный материальный ущерб, (тыс. (млн.) руб.)	
16	Потери, чел. пострадавшие/пораженные/погибшие	
	население:	
	дети до 14 лет	
	взрослые от 14 до 60 лет	
	старше 60 лет	
	промперсонал	
	личный состав сил РСЧС	
17	Сельскохозяйственные животные:	
	погибло (тыс. голов)	
	эвакуировано из опасных зон (тыс. голов)	
	вынужденный забой (тыс. голов)	
18	Уничтожено сельскохозяйственных угодий (тыс.га)	
19	Дополнительная текстовая информация	
20	Мероприятия по предупреждению ЧС	

«_____»_____200____ г.

_____ _____

(фамилия, И. О., № телефона и и подпись исполнителя)

(фамилия, И. О., № телефона и подпись руководителя)

Биолого-социальные чрезвычайные ситуации (форма № 9 ЧС)

№ п/п	Наименование показателей	Показатели
1	Классификация ЧС	
2	Код ЧС	
3	Дата возникновения ЧС	
	Дата ликвидации ЧС	
4	Место, страна	
	субъект Федерации	
	город	
	населенный пункт	
5	Общая площадь зоны ЧС (кв. км.)	
6	Метеоданные: температура (град)	
	направление и скорость ветра (м/с)	
	влажность (%)	
	осадки (вид, количество)	
7	Причины возникновения ЧС	
8	Вид бактериального средства, возбудитель	
9	Основные характеристики ЧС:	
9.1	эпидемия:	
	выявлено заболевших (чел.)	
	в том числе детей до 14 лет	
	госпитализировано (чел.)	
	в том числе детей до 14 лет	
	умерло (чел.)	
	в том числе детей до 14 лет	
9.2	эпизоотия:	
	всего по учету (тыс.голов)	
	выявлено заболевших (тыс. голов)	
	из них погибло (тыс. голов)	
9.3	эпифитотия:	
	всего по учету (тыс. га)	
	потери всего (тыс. га)	
10	Мероприятия по ликвидации ЧС:	
10.1	противоэпидемические:	
	эвакуировано из опасных зон (чел.)	
	организована обсервация	
	введен карантин	
10.2	противоэпизоотические:	
	эвакуировано из опасных зон (тыс. голов)	
	оказана ветеринарная помощь (тыс. голов)	
10.3	противоэпифитотические:	
	обработано зараженных с/х культур (мест скопления вредителей) (тыс. га)	
11	Силы и средства, участвовавшие в ликвидации ЧС:	
	личный состав РСЧС наименование/количество чел.)	

	техника (наименование количество ед.)	
	расход материальных ресурсов (перечень/количество израсходованных)	
12	Нанесенный материальный ущерб, (тыс. млн.) руб.)	
13	Дополнительная текстовая информация	
14	Мероприятия по предупреждению ЧС	

«_____»_____200____ г.

_____ _____

(фамилия, И., О., № телефона и и подпись исполнителя)

(фамилия, И., О., № телефона и подпись руководителя)

3. Практикум по теме: Поведенческие реакции человека в экстремальных ситуациях

Экстремальная ситуация – это такое усложнение условий жизни и деятельности, которое приобрело для личности, группы особую значимость. Любая ситуация предполагает включенность в нее субъекта. Поэтому экстремальная ситуация воплощает в себе единство объективного и субъективного. Объективное — это крайне усложненные внешние условия и процесс деятельности; субъективное — психологическое состояние, установки, способы действий в резко изменившихся обстоятельствах. Экстремальная ситуация может иметь разные формы проявления: а) понижение организованности поведения; б) – торможение действий и движения; в) повышение эффективности деятельности. Экстремальная ситуация может быть скоропреходящей или длительной. При определении пригодности человека к той или иной профессии необходимо определить и учитывать, наряду с особенностями психических процессов и свойств личности, его потенциальную возможность вырабатывать и сохранять готовность к активным действиям в экстремальных ситуациях.

Задание по Экстремальной ситуации:

План (на примере прохождения практики в окрестностях города Сухой Лог):

1. Инструктаж по технике безопасности.
2. Адаптационный синдром (место, условия проживания).
3. Воздействие окружающей среды на биохимическое состояние человека.
4. Физиологическое состояние (заболевание индивида и окружающих, какое было заболевание, чем лечились, какова была реакция на укус клеща).
5. Умственная и физическая работоспособность.
6. Отъезд.

4. Акт обследования объекта и предписание

Образец

Акт-предписание N _____

_____
(наименование проверяемой организации
или индивидуального предпринимателя и
вышестоящей организации)

_____

_____
(должность, Ф.И.О. представителя
юридического лица или представителя
индивидуального предпринимателя)

Мною, государственным инспектором по энергетическому надзору Управления государственного энергетического надзора _____комиссией в составе:_____
(фамилия, имя, отчество, должность)

_____

_____

на основании распоряжения (приказа) органа государственного энергетического надзора
_____ от_____ 20__ г N _____

_____

в присутствии_____
(должность, фамилия, имя, отчество)

в период с _____ по _____200 г. проведена проверка

_____
(вид проверки)

_____
(наименование проверяемой организации)

по теме_____

Краткая характеристика установленного оборудования, характеристика сетей:

_____

_____

В результате проведенной проверки установлено:
1._____
2._____
3._____

Предписание

В порядке государственного энергетического надзора предлагается выполнить
следующие мероприятия по устранению выявленных нарушений:

_____
_____

Срок исполнения———————————————————

Выводы:

1._____
2._____

Информацию о выполнении настоящего акта-предписания представлять

_____
(Куда, кому, срок и порядок представления)

Инспектор
(старший группы, председатель комиссии,
члены комиссии)
(личный штамп) _____
_____
(подпись) (Ф.И.О.)

При проверке присутствовали:

_____ _____
(должность) (подпись) (Ф.И.О.)

Акт-предписание (_____ экз.) для исполнения получил:

_____ _____ _____
(руководитель проверяемой организации) (подпись) (Ф.И.О.)

Рег. N _____

5. Образец оформления титульного листа рабочей тетради по БЖД

Практика:

ЧС	тэс	коп	Риск р	Риск п	Отравления	Термические поражения	Десмургия	пмп	Акт обследования	ГОЧС	отчеты				реферат
											город	чс	эс		

Теория:

Медицина, БЖД	ЧС	Риск, несчастные случаи, ошибки	Техногенные опасности	Природные опасности

ТЕМЫ РЕФЕРАТОВ

1. Автономное выживание человека в природной среде
2. Обеспечение безопасности в геологии
3. Обеспечение безопасности на предприятии горно-добывающей промышленности
4. Обеспечение безопасности на промышленно опасных объектах
5. Психология поведения людей в мультипликативных ЧС (на примере природных и техногенных ЧС)
6. Методы психофизиологической коррекции пострадавших в ЧС
7. Поведенческие реакции человека в ЧС (на примере стихийных бедствий)
8. Психология выживания в ЧС (на примере природных и техногенных ЧС)
9. Обеспечение безопасности жизнедеятельности на предприятии по обогащению урана
10. Научно-технический прогресс и безопасность труда
11. Производственный травматизм в России
12. Радиоактивные излучения как источник информации о предприятиях атомной промышленности и их продукции
13. Расследование и учет нарушений при обращении с радиационными источниками и радиоактивными веществами в России
14. Влияние электромагнитных излучений на организм человека и способы борьбы с ними
15. Вопросы совершенствования оценки травмобезопасности рабочих мест при их аттестации по условиям труда
16. Обеспечение пожарной безопасности на производственном объекте
17. Обеспечение пожарной безопасности на геологическом предприятии
18. Назначение и классификация защитных сооружений
19. Влияние изменений окружающей среды на здоровье человека
20. Обеспечение безопасности Жизнедеятельности на ЖД транспорте

21. Безопасность жизнедеятельности на предприятиях повышенной опасности
22. Инженерная психология
23. Защита окружающей среды от подвижных источников выбросов
24. Выживание в экстремальных ситуациях
25. Разработка стандарта рабочего места
26. Поведение человека в аварийных ситуациях
27. Обеспечение безопасности жизнедеятельности при эпизоотии, эпидемии, эпифитотии
28. Последствия техногенного последствия на биосферу
29. Воздействие производственных вибрации и шума на организм человека
30. Законодательное и нормативно-правовое обеспечение безопасности жизнедеятельности
31. Информационно- психологическая безопасность
32. Основные угрозы экономической безопасности РФ
33. Психологические свойства личности и воздействие различных видов трудовой деятельности на исполнителей

Приложение 1

Перечень чрезвычайных ситуаций, подлежащих государственному статистическому учету

Наименование источника ЧС	Код ЧС
I.Техногенные чрезвычайные ситуации	10000
1.1. Транспортные аварии (катастрофы)	10100
1.1.1. Аварии грузовых поездов	10101
1.1.2. Аварии пассажирских поездов и поездов метрополитена	10102
1.1.3. Аварии грузовых судов и флота рыбной промышленности	10103
1.1.4 Аварии (катастрофы) пассажирских судов	10104
1.1.5. Авиационные катастрофы в аэропортах и населенных пунктах	10105
1.1.6. Авиационные катастрофы вне аэропортов и населенных пунктов	10106
1.1.7 Аварии (катастрофы) на автодорогах (крупные автомобильные катастрофы)	10107
1.1.8. Аварии транспорта на мостах, в тоннелях, горных выработках, на железнодорожных переездах.	10108
1.1.9. Аварии на магистральных трубопроводах	10109
1.1.10. Аварии на внутрипромысловых нефтепроводах	10110
1.1.11. Аварии с плавучими буровыми установками и буровыми судами	10111
1.2. Пожары и взрывы (с возможным последующим горением)	10200
1.2.1. Пожары (взрывы) в зданиях, на коммуникациях и технологическом оборудовании промышленных объектов	10201
1.2.2. Пожары (взрывы) на объектах добычи, переработки и хранения легковоспламеняющихся, горючих и взрывчатых веществ.	10202
1.2.3. Пожары (взрывы) на транспорте и судах рыбной промышленности	10203
1.2.4. Пожары (взрывы) в шахтах, подземных и горных выработках, метрополитенах.	10204
1.2.5. Пожары (взрывы) в зданиях и сооружениях жилого, социально-бытового, культурного назначения.	10205
1.2.6. Обнаружение неразорвавшихся боеприпасов	10206
1.2.7. Обнаружение, утрата взрывчатых веществ (боеприпасов)	10207
1.2.8. Пожары (взрывы) на магистральных газонефтепродуктопроводах	10208

1.3. Аварии с выбросом (угрозой выброса (аварийно химически опасных веществ (АХОВ)	10300
1.3.1. Аварии с выбросом (угрозой выброса) АХОВ при их производстве, переработке или хранении (захоронении)	10301
1.3.2. Аварии на транспорте с выбросом (угрозой выброса) АХОВ	10302
1.3.3. Образование и распространение АХОВ в процессе химических реакций, начавшихся в результате аварии	10303
1.3.4. Аварии с боевыми отравляющими веществами	10304
1.3.5. Обнаружение (утрата) источников АХОВ	10305
1.3.6. Внезапные выбросы метана, углекислого газа и других ядовитых веществ и газов	10306
1.3.7. Выбросы на нефтяных и газовых месторождениях (открытые фонтаны нефти и газа)	10307
1.4. Аварии с выбросом (угрозой выброса) радиоактивных веществ (РВ)	10400
1.4.1. Аварии на АЭС, атомных энергетических установках производственного и научно-исследовательского назначения с выбросом (угрозой выброса) РВ	10401
1.4.2. Аварии с выбросом (угрозой выброса) РВ на предприятиях ядерно-топливного цикла	10402
1.4.3. Аварии транспортных средств и космических аппаратов с ядерными установками или грузом РВ на борту	10403
1.4.4. Аварии при промышленных и испытательных ядерных взрывах с выбросом (угрозой выброса) РВ	10404
1.4.5. Аварии с ядерными боеприпасами в местах их хранения, эксплуатации, уничтожения или при транспортировке.	10405
1.4.6. Обнаружение (утрата) источников ионизирующих излучений	10406
1.5.Аварии с выбросом (угрозой выброса) опасных биологических веществ (ОБВ)	10500
1.5.1. Аварии с выбросом (угрозой выброса) ОБВ на предприятиях и в научно-исследовательских учреждениях (лабораториях)	10501
1.5.2. Аварии на транспорте с выбросом (угрозой выброса) ОБВ	10502
1.5.3. Обнаружение (утрата) ОБВ	10503
1.6. Внезапное обрушение зданий, сооружений, пород	10600
1.6.1.Обрушение элементов транспортных коммуникаций	10601
1.6.2. Обрушение производственных зданий и сооружений	10602
1.6.3. Обрушение зданий и сооружений жилого, социально-бытового и культурного назначения	10603
1.6.4. Обрушение пород и полезных ископаемых в горных выработках, включая карьеры.	10604

1.6.5. Авария на подземном сооружении	10605
1.7. Аварии в электроэнергетических системах	10700
1.7.1. Аварии на автономных электростанциях с долговременным перерывом электроснабжения потребителей	10701
1.7.2. Аварии в электроэнергетических системах (сетях) с долговременным перерывом электроснабжения основных потребителей или обширных территорий	10702
1.7.3. Выход из строя транспортных электрических контактных сетей	10703
1.8. Аварии на коммунальных системах жизнеобеспечения	10800
1.8.1. Аварии на канализационных системах с массовым выбросом загрязняющих веществ	10801
1.8.2. Аварии в системах снабжения населения питьевой водой	10802
1.8.3. Аварии на тепловых сетях (системах горячего водоснабжения) в холодное время года	10803
1.8.4. Аварии на коммунальных газопроводах	10804
1.9. Аварии на очистных сооружениях	10900
1.9.1. Аварии на очистных сооружениях сточных вод промышленных предприятий с массовым выбросом загрязняющих веществ	10901
1.9.2. Аварии на промышленных установках по очистке газов (массовый выброс загрязняющих веществ)	10902
1.10. Гидродинамические аварии	11000
1.10.1. Прорывы плотин (дамб, шлюзов, перемычек, др) с образованием волн прорыва и катастрофических затоплений	11001
1.10.2. Прорывы плотин (дамб, шлюзов, перемычек и др) с образованием прорывного паводка	11002
1.10.3. Прорывы плотин (дамб, шлюзов, перемычек и др), повлекшие смыв плодородных почв или отложение наносов на обширных территориях	11003
1.10.4. Прорывы плывунов, пульпы и глинистой массы, а также затопление водой действующих горных выработок при разработке полезных ископаемых	11004
1.10.5. Размыв береговой полосы штормовыми нагонами	11005
2.Природные чрезвычайные ситуации	20000
2.1. Опасные геофизические явления	20100
2.1.1. Землетрясения	20101
2.1.2. Извержения вулканов	20102
2.2. Опасные геологические явления	20103
2.2.1. Оползни	20201
2.2.2. Сели	20202
2.2.3. Обвалы,осыпи	20203
2.2.4. Склоновой смыв	20204

2.2.5. Просадка лессовых пород	20205
2.2.6. Каретовая просадка (провал) земной поверх-ности	20206
2.2.7. Абразия, эрозия	20207
2.2.8. Лурумы	20208
2.2.9. Повышение уровня грунтовых вод	20209
2.3. Опасные метеорологические (агрометеороло-гические) явления	20300
2.3.1. Бури (9-11 баллов)	20301
2.3.2. Ураганы (12-15 баллов)	20302
2.3.3. Смерчи, торнадо	20303
2.3.4. Шквалы	20304
2.3.5. Вертикальные вихри	20305
2.3.6. Крупный град	20306
2.3.7. Сильный дождь (ливень)	20307
2.3.8. Сильный снегопад	20308
2.3.9. Сильный гололед	20309
2.3.10. Сильный мороз	20310
2.3.11. Сильная метель	20311
2.3.12. Сильная жара	20312
2.3.13. Сильный туман	20313
2.3.14. Засуха	20314
2.3.15. Суховей	20315
2.3.16. Заморозки	20316
2.3.17. Лавины	20317
2.3.18. Пыльные бури	20318
2.4. Морские опасные гидрологические явления	20400
2.4.1. Тропические циклоны (тайфуны)	20401
2.4.2. Цунами	20402
2.4.3. Сильное волнение (5 балов и более)	20403
2.4.4. Сильное колебание уровня моря	20404
2.4.5. Сильный тягун в портах	20405
2.4.6. Ранний ледяной покров и припай	20406
2.4.7. Напор льдов, интенсивный дрейф льдов	20407
2.4.8. Непроходимый (труднопроходимый) лед	20408
2.4.9. Обледенение судов и портовых сооружений	20409
2.4.10. Отрыв прибрежных льдов	20410
2.4.11. Затирание плавсредств и их гибель напором льда	20411
2.5. Опасные гидрологические явления	20500
2.5.1. Высокие уровни воды (наводнения, половодье, дождевые паводки, заторы, ветровые нагоны)	20501
2.5.2. Низкие уровни вод	20502
2.5.3. Ранний ледостав	20503
2.6. Природные пожары	20600

2.6.1. Лесные пожары	20601
2.6.2. Пожары степных и хлебных массивов	20602
2.6.3. Торфяные пожары	20603
2.6.4. Подземные пожары горючих ископаемых	20604
3. Биолого-социальные чрезвычайные ситуации	30000
3.1. Инфекционная заболеваемость людей	30100
3.1.1. Единичные случаи экзотических и особо опасных инфекционных заболеваний	30101
3.1.2. Групповые случаи опасных инфекционных заболеваний	30102
3.1.3. Эпидемическая вспышка особо опасных инфекционных заболеваний	30103
3.1.4.Эпидемия	30104
3.1.5.Пандемия	30105
3.1.6.Инфекционные заболевания людей невыявленной этиологии	30106
3.2.Инфекционная заболеваемость сельскохозяйственных животных	30200
3.2.1.Единичные случаи экзотических и особо опасных инфекционных заболеваний	30201
3.2.2.Энзоотия	30202
3.2.3.Эпизоотии	30203
3.2.4.Панзоотии	30204
3.2.5.Инфекционные заболевания сельскохозяйственных животных и водных организмов (гидробионтов) невыявленной этиологии	30205
3.2.6.Инфекционные заболевания водных животных и гидробионтов	30206
3.3.Поражение сельскохозяйственных растений болезнями и вредителями	30300
3.3.1.Прогрессирующая эпифитотия	30301
3.3.2.Панфитотия	30302
3.3.3.Болезни сельскохозяйственных растений невыявленной этиологии	30303
3.3.4.Массовое распространение вредителей растений	30304

МИНОБРНАУКИ РФ

ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебно-методическому комплексу
_____ С.А.Упоров

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Б1.Б.1.05.01 ФИЗИЧЕСКАЯ КУЛЬТУРА И СПОРТ

Специальность:
21.05.02 Прикладная геология

Специализация № 3:
Геология нефти и газа

Автор: Шулиманов Д.Ф.

Одобрены на заседании кафедры
Физической культуры
(название кафедры)
Зав. кафедрой _____
(подпись)
Шулиманов Д.Ф.
(Фамилия И.О.)
Протокол № 8 от 03.03.2020
(Дата)

Рассмотрены методической комиссией
факультета геологии и геофизики
(название факультета)
Председатель _____
(подпись)
д.г.-м.н., проф. Бондарев В.И.
(Фамилия И.О.)
Протокол № 7 от 20.03.2020
(Дата)

Екатеринбург
2020

Методические указания по дисциплине «ФИЗИЧЕСКАЯ КУЛЬТУРА И СПОРТ» согласованы с выпускающей кафедрой **литологии и геологии горючих ископаемых**

Заведующий кафедрой ЛГГИ _____ к.г.-м.н., С.А. Рыльков____

подпись *И.О. Фамилия*

СОДЕРЖАНИЕ

Цели и задачи дисциплины ……..4
Место дисциплины в структуре основной образовательной программы ……..4
Требования к оформлению контрольной работы ……..4
Содержание контрольной работы…….4
Выполнение работы над ошибками……..10
Критерии оценивания контрольной работы ……10
Образец титульного листа ……..11

1. Цели и задачи дисциплины

Цель: формирование физической культуры личности и способности направленного использования разнообразных средств физической культуры, спорта и туризма для сохранения и укрепления здоровья, психофизической подготовки и самоподготовки к будущей жизни и профессиональной деятельности.

Задачи:

- формирование осознания социальной значимости физической культуры и её роли в развитии личности и подготовке к профессиональной деятельности;
- изучение научно-биологических, педагогических и практических основ физической культуры и здорового образа жизни;
- формирование мотивационно-ценностного отношения к физической культуре, установки на здоровый стиль жизни, физическое совершенствование и самовоспитание привычки к регулярным занятиям физическими упражнениями и спортом;

2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы

Дисциплина «Физическая культура и спорт» относится к разделу «Блок 1. Базовая часть».

3. Требования к оформлению контрольной работы

Контрольные задания выполняются на листах формата А4 в рукописном виде, кроме титульного листа. На титульном листе (см. образец оформления титульного листа в печатном виде) указывается фамилия студента, номер группы, номер контрольной работы и фамилия преподавателя, у которого занимается обучающийся.

В конце работы должна быть поставлена подпись студента и дата выполнения заданий.

Контрольные задания должны быть выполнены в той последовательности, в которой они даны в контрольной работе.

Выполненную контрольную работу необходимо сдать преподавателю для проверки в установленные сроки.

Если контрольная работа выполнена без соблюдения изложенных выше требований, она возвращается студенту для повторного выполнения.

По дисциплине «физическая культура и спорт» представлен 1 вариант контрольной работы.

Содержание контрольной работы

№ п/п	Вопросы	Варианты ответов
1	Физическая культура представляет собой:	А) учебный предмет в школе Б) выполнение физических упражнений В) процесс совершенствования возможностей человека Г) часть общей культуры общества
2	Физическая подготовленность, приобретаемая в процессе физической подготовки к трудовой или иной деятельности, характеризуется:	А) высокой устойчивостью к стрессовым ситуациям, воздействию неблагоприятных условий внешней среды и различным заболеваниям Б) уровнем работоспособности и запасом двигательных умений и навыков В) хорошим развитием систем дыхания, кровообращением, достаточным запасом надежности, эффективности и экономичности Г) высокими результатами в учебной, трудовой и спортивной деятельности

3	Под физическим развитием понимается:	А) процесс изменения морфофункциональных свойств организма на протяжении жизни Б) размеры мускулатуры, формы тела, функциональные возможности дыхания и кровообращения, физическая работоспособность В) процесс совершенствования физических качеств при выполнении физических упражнений Г) уровень, обусловленный наследственностью и регулярностью занятий физической культурой и спортом
4	Физическая культура ориентирована на совершенствование	А) физических и психических качеств людей Б) техники двигательных действий В) работоспособности человека Г) природных физических свойств человека
5	Отличительным признаком физической культуры является:	А) развитие физических качеств и обучение двигательным действиям Б) физическое совершенство В) выполнение физических упражнений Г) занятия в форме уроков
6	В иерархии принципов в системе физического воспитания принцип всестороннего развития личности следует отнести к:	А) общим социальным принципам воспитательной стратегии общества Б) общим принципам образования и воспитания В) принципам, регламентирующим процесс физического воспитания Г) принципам обучения
7	Физическими упражнениями называются:	А) двигательные действия, с помощью которых развивают физические качества и укрепляют здоровье Б) двигательные действия, дозируемые по величине нагрузки и продолжительности выполнения В) движения, выполняемые на уроках физической культуры и во время утренней гимнастики Г) формы двигательных действий, способствующие решению задач физического воспитания
8	Нагрузка физических упражнений характеризуется:	А) подготовленностью занимающихся в соответствии с их возрастом, состоянием здоровья, самочувствием во время занятия Б) величиной их воздействия на организм В) временем и количеством повторений двигательных действий Г) напряжением отдельных мышечных групп
9	Величина нагрузки физических упражнений обусловлена:	А) сочетанием объема и интенсивности двигательных действий Б) степенью преодолеваемых при их выполнении трудностей В) утомлением, возникающим при их выполнении Г) частотой сердечных сокращений
10	Если ЧСС после выполнения упражнения восстанавливается за 60 сек до уровня, который был в начале урока, то это свидетельствует о том, что нагрузка	А) мала и ее следует увеличить Б) переносится организмом относительно легко В) достаточно большая и ее можно повторить Г) чрезмерная и ее нужно уменьшить
11	Интенсивность выполнения упражнений можно определить по ЧСС. Укажите, какую частоту пульса вызывает большая интенсивность упражнений	А) 120-130 уд/мин Б) 130-140 уд/мин В) 140-150 уд/мин Г) свыше 150 уд/мин
12	Регулярные занятия физическими	А) во время занятий выполняются двигательные

	упражнениями способствуют повышению работоспособности, потому что:	действия, содействующие развитию силы и выносливости Б) достигаемое при этом утомление активизирует процессы восстановления и адаптации В) в результате повышается эффективность и экономичность дыхания и кровообращения. Г) человек, занимающийся физическими упражнениями, способен выполнить большой объем физической работы за отведенный отрезок времени.
13	Что понимают под закаливанием:	А) купание в холодной воде и хождение босиком Б) приспособление организма к воздействию внешней среды В) сочетание воздушных и солнечных ванн с гимнастикой и подвижными играми Г) укрепление здоровья
14	Во время индивидуальных занятий закаливающими процедурами следует соблюдать ряд правил. Укажите, какой из перечисленных ниже рекомендаций придерживаться не стоит:	А) чем ниже температура воздуха, тем интенсивней надо выполнять упражнение, т.к. нельзя допускать переохлаждения Б) чем выше температура воздуха, тем короче должны быть занятия, т.к. нельзя допускать перегревания организма В) не рекомендуется тренироваться при активном солнечном излучении Г) после занятия надо принять холодный душ
15	Правильное дыхание характеризуется:	А) более продолжительным выдохом Б) более продолжительным вдохом В) вдохом через нос и выдохом через рот Г) ровной продолжительностью вдоха и выдоха
16	При выполнении упражнений вдох не следует делать во время:	А) вращений и поворотов тела Б) наклонах туловища назад В) возвращение в исходное положение после наклона Г) дыхание во время упражнений должно быть свободным, рекомендации относительно времени вдоха и выдоха не нужны
17	Что называется осанкой?	А) качество позвоночника, обеспечивающее хорошее самочувствие и настроение Б) пружинные характеристики позвоночника и стоп В) привычная поза человека в вертикальном положении Г) силуэт человека
18	Правильной осанкой можно считать, если вы, стоя у стены, касаетесь ее:	А) затылком, ягодицами, пятками Б) лопатками, ягодицами, пятками В) затылком, спиной, пятками Г) затылком, лопатками, ягодицами, пятками
19	Соблюдение режима дня способствует укреплению здоровья, потому, что:	А) он обеспечивает ритмичность работы организма Б) он позволяет правильно планировать дела в течение дня В) распределение основных дел осуществляется более или менее стандартно в течение каждого дня Г) он позволяет избегать неоправданных физических напряжений
20	Замена одних видов деятельности другими, регулируема режимом дня, позволяет поддержать работоспособность в течение дня,	А) это положительно сказывается на физическом и психическом состоянии человека Б) снимает утомление нервных клеток организма В) ритмическое чередование работы с отдыхом

	потому что:	предупреждает возникновение перенапряжения Г) притупляется чувство общей усталости и повышает тонус организма
21	Систематические и грамотно организованные занятия физическими упражнениями укрепляют здоровье, так как	А) хорошая циркуляция крови во время упражнений обеспечивает поступление питательных веществ к органам и системам организма Б) повышается возможность дыхательной системы, благодаря чему в организм поступает большее количество кислорода, необходимого для образования энергии В) занятия способствуют повышению резервных возможностей организма Г) при достаточном энергообеспечении организм легче противостоит простудным и инфекционным заболеваниям
22	Почему на уроках физической культуры выделяют подготовительную, основную и заключительную части?	А) так учителю удобнее распределять различные по характеру упражнения Б) это обусловлено необходимость управлять динамикой работоспособности занимающихся. В) выделение частей в уроке требует Министерство образовании России Г) потому, что перед уроком, как правило, ставятся задачи, и каждая часть урока предназначена для решения одной из них
23	Укажите, в какой последовательности должны выполняться в комплексе утренней гимнастикой перечисленные упражнения: 1. Дыхательные. 2. На укрепление мышц и повышение гибкости. 3. Потягивания. 4 бег с переходом на ходьбу. 5. Ходьба с постепенным повышение частоты шагов. 6. Прыжки. 7.Поочередное напряжение и расслабление мышц. 8. Бег в спокойном темпе.	А) 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 Б) 7, 5, 8, 6, 2, 3, 2, 1, 4 В) 3, 7, 5, 8, 1, 2, 6, 4 Г) 3, 1, 2, 4, 7, 6, 8, 4
24	Под силой как физическим качеством понимается:	А) способность поднимать тяжелые предметы Б) свойство человека противодействовать внешним силам за счет мышечных напряжений В) свойство человека воздействовать на внешние силы за счет внешних сопротивлений Г) комплекс свойств организма, позволяющих преодолевать внешнее сопротивление либо противодействовать ему.
25	Выберите правильное распределение перечисленных ниже упражнений в занятии по общей физической подготовке. 1. Ходьба или спокойный бег в чередовании с дыхательными упражнениями. 2. Упражнения, постепенно включающие в работу все большее количество мышечных групп. 3. Упражнения на развитие выносливости. 4. Упражнения на развитие быстроты и гибкости. 5. упражнения на развитие силы. 6. Дыхательные упражнения.	А) 1, 2, 5, 4, 3, 6 Б) 6, 2, 3, 1, 4, 5 В) 2, 6, 4, 5, 3, 1 Г) 2,1, 3, 4, 5, 6
26	Основная часть урока по общей физической подготовке отводится развитию физических качеств. Укажите,	А) 1, 2, 3, 4 Б) 2,3,1,4 В) 3, 2, 4, 1

	какая последовательность воздействий на физические качества наиболее эффективна. 1. Выносливость. 2. Гибкость. 3. быстрота. 4. Сила.	Г) 4,2 ,3, 1
27	Какие упражнения неэффективны при формировании телосложения	А) упражнения, способствующие увеличению мышечной массы Б) упражнения, способствующие снижению массы тела В) упражнения, объединенные в форме круговой тренировки Г) упражнения, способствующие повышению быстроты движений
28	И для увеличения мышечной массы, и для снижения веса тела можно применять упражнения с отягощением. Но при составлении комплексов упражнений для увеличения мышечной массы рекомендуется:	А) полностью проработать одну группу мышц и только затем переходит к упражнениям, нагружающим другую группу мышц Б) чередовать серии упражнений, включающие в работу разные мышечные группы В) использовать упражнения с относительно небольшим отягощением и большим количеством повторений Г) планировать большое количество подходов и ограничивать количество повторений в одном подходе
29	Под быстротой как физическим качеством понимается:	А) комплекс свойств, позволяющих передвигаться с большой скоростью Б) комплекс свойств, позволяющий выполнять работу в минимальный отрезок времени В) способность быстро набирать скорость Г) комплекс свойств, позволяющий быстро реагировать на сигналы и выполнять движения с большой частотой
30	Для развития быстроты используют:	А) подвижные и спортивные игры Б) упражнения в беге с максимальной скоростью на короткие дистанции В) упражнения на быстроту реакции и частоту движений Г) двигательные действия, выполняемые с максимальной скоростью
31	Лучшие условия для развития быстроты реакции создаются во время:	А) подвижных и спортивных игр Б) челночного бега В) прыжков в высоту Г) метаний
32	Под гибкостью как физическим качеством понимается:	А) комплекс морфофункциональных свойств опорно-двигательного аппарата, определяющий глубину наклона Б) способность выполнять упражнения с большой амплитудой за счет мышечных сокращений. В) комплекс свойств двигательного аппарата, определяющих подвижность его звеньев Г) эластичность мышц и связок
33	Как дозируются упражнения на развитие гибкости, т.е. сколько движений следует делать в одной серии:	А) Упражнение выполняется до тех пор, пока не начнет уменьшаться амплитуда движений Б) выполняются 12-16 циклов движения В) упражнения выполняются до появления пота Г) упражнения выполняются до появления болевых ощущений

34	Для повышения скорости бега в самостоятельном занятии после разминки рекомендуется выполнять перечисленные ниже упражнения. Укажите их целесообразную последовательность: 1. Дыхательные упражнения. 2. Легкий продолжительный бег. 3. Прыжковые упражнения с отягощением и без них. 4. дыхательные упражнения в интервалах отдыха. 5. Повторный бег на короткие дистанции. 6.Ходьба. 7. Упражнения на частоту движений.	А) 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 Б) 7, 5, 4, 3, 2, 6, 1 В) 2, 1, 3, 7, 4, 5, 6 Г) 3, 6, 2, 7, 5, 4, 1
35	При развитии гибкости следует стремиться	А) гармоничному увеличению подвижности в основных суставах Б) достижению максимальной амплитуды движений в основных суставах В) оптимальной амплитуде движений в плечевом, тазобедренном, коленом суставах Г) восстановлению нормальной амплитуды движений суставов
36	Под выносливостью как физическим качеством понимается:	А) комплекс свойств, обуславливающий возможность выполнять разнообразные физические нагрузки Б) комплекс свойств, определяющих способность противостоять утомлению В) способность длительно совершать физическую работу, практически не утомляясь Г) способность сохранять заданные параметры работы
37	Выносливость человека не зависит от:	А) функциональных возможностей систем энергообеспечения Б) быстроты двигательной реакции В) настойчивости, выдержки, мужественности, умения терпеть Г) силы мышц
38	При развитии выносливости не применяются упражнения, характерными признаками которых являются:	А) максимальная активность систем энергообеспечения Б) умеренная интенсивность В) максимальная интенсивность Г) активная работа большинства звеньев опорно-двигательного аппарата
39	Техникой физических упражнений принято называть	А) способ целесообразного решения двигательной задачи Б) способ организации движений при выполнении упражнений В) состав и последовательность движений при выполнении упражнений Г) рациональную организацию двигательных действий
40	При анализе техники принято выделять основу, ведущее звено и детали техники. Что понимают под основой (ведущим звеном и деталями техники).	А) набор элементов, характеризующий индивидуальные особенности выполнения целостного двигательного действия Б) состав и последовательность элементов, входящих в двигательное действие В) совокупность элементов, необходимых для решения двигательной задачи Г) наиболее важная часть определенного способа решения двигательной задачи

41	В процессе обучения двигательным действиям используют методы целостного или расчлененного упражнения. Выбор метода зависит от	А) возможности расчленения двигательного действия на относительно самостоятельные элементы Б) сложности основы техники В) количества элементов, составляющих двигательное действие Г) предпочтения учителя
42	Процесс обучения двигательному действию рекомендуется начинать с освоения	А) основы техники Б) ведущего звена техники В) подводящих упражнений Г) исходного положения
43	Физкультминутку, как одну из форм занятий физическими упражнениями следует отнести к:	А) урочным формам занятий физическими упражнениями Б) «малым» неурочным формам В) «крупным» неурочным формам Г) соревновательным формам
44	Какой раздел комплексной программы по физическому воспитанию для общеобразовательных школ не является типовым?	А) уроки физической культуры Б) внеклассная работа В) физкультурно-массовые и спортивные мероприятия Г) содержание и организация педагогической практики
45	Измерение ЧСС сразу после пробегания отрезка дистанции следует отнести к одному из видов контроля:	А) оперативному Б) текущему В) предварительному Г) итоговому

Проблемные и сложные вопросы, возникающие в процессе изучения курса и выполнения контрольной работы, необходимо решать с преподавателем на консультациях.

Выполнению контрольной работы должно предшествовать самостоятельное изучение студентом рекомендованной литературы.

Студент получает проверенную контрольную работу с исправлениями в тексте и замечаниями. В конце работы выставляется оценка «зачтено», «не зачтено». Работа с оценкой «не зачтено» должна быть доработана и представлена на повторную проверку.

Выполнение работы над ошибками

При получении проверенной контрольной работы необходимо проанализировать отмеченные ошибки. Все задания, в которых были сделаны ошибки или допущены неточности, следует еще раз выполнить в конце данной контрольной работы. Контрольные работы являются учебными документами, которые хранятся на кафедре до конца учебного года.

Критерии оценивания контрольной работы

Оценка за контрольную работу определяется простым суммированием баллов за правильные ответы на вопросы: 1 правильный ответ = 2 балл. Максимум 90 баллов.

Результат контрольной работы

Контрольная работа оценивается на «зачтено», «не зачтено»:
46-90 балла (50-100%) - оценка «зачтено»;
0-44 балла (0-49%) - оценка «не зачтено».

Образец оформления титульного листа



Министерство науки и высшего образования РФ
ФГБОУ ВО
«Уральский государственный горный университет»

Кафедра физической культуры

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА

по дисциплине

ФИЗИЧЕСКАЯ КУЛЬТУРА И СПОРТ

Выполнил: Иванов Иван Иванович
Группа _____

Преподаватель: Петров Петр Петрович

Екатеринбург
2019

МИНОБРНАУКИ РФ

ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебно-методическому комплексу
_____С.А.Упоров

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ОРГАНИЗАЦИИ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ

Б1.Б.1.05.01 ФИЗИЧЕСКАЯ КУЛЬТУРА И СПОРТ

Специальность:
21.05.02 Прикладная геология

Специализация № 3:
Геология нефти и газа

Автор: Шулиманов Д.Ф.

Одобрены на заседании кафедры
Физической культуры
(название кафедры)
Зав. кафедрой _____
(подпись)
Шулиманов Д.Ф.
(Фамилия И.О.)
Протокол № 8 от 03.03.2020
(Дата)

Рассмотрены методической комиссией
факультета геологии и геофизики
(название факультета)
Председатель _____
(подпись)
д.г.-м.н., проф. Бондарев В.И.
(Фамилия И.О.)
Протокол № 7 от 20.03.2020
(Дата)

Екатеринбург
2020

Методические указания по дисциплине «ФИЗИЧЕСКАЯ КУЛЬТУРА И СПОРТ» согласованы с выпускающей кафедрой **литологии и геологии горючих ископаемых**

Заведующий кафедрой ЛГГИ _____ к.г.-м.н., С.А. Рыльков____

подпись *И.О. Фамилия*

СОДЕРЖАНИЕ

Цели и задачи дисциплины …….....4
Место дисциплины в структуре основной образовательной программы ……...……4
Требования к оформлению теста ……..…….....4
Содержание теста…….....4
Содержание опроса…….....10
Выполнение работы над ошибками.....……...12

Цели и задачи дисциплины

Цель: формирование физической культуры личности и способности направленного использования разнообразных средств физической культуры, спорта и туризма для сохранения и укрепления здоровья, психофизической подготовки и самоподготовки к будущей жизни и профессиональной деятельности.

Задачи:

- формирование осознания социальной значимости физической культуры и её роли в развитии личности и подготовке к профессиональной деятельности;
- изучение научно-биологических, педагогических и практических основ физической культуры и здорового образа жизни;
- формирование мотивационно-ценностного отношения к физической культуре, установки на здоровый стиль жизни, физическое совершенствование и самовоспитание привычки к регулярным занятиям физическими упражнениями и спортом;

Место дисциплины в структуре основной образовательной программы

Дисциплина «Физическая культура и спорт» относится к разделу «Блок 1. Базоваячасть».

Требования к оформлению теста

Задания выполняются на листах формата А4 в рукописном виде, кроме титульного листа. На титульном листе (см. образец оформления титульного листа в печатном виде) указывается фамилия студента, номер группы, фамилия преподавателя, у которого занимается обучающийся.

В конце работы должна быть поставлена подпись студента и дата выполнения заданий.

Задания должны быть выполнены в той последовательности, в которой они даны в тесте.

Выполненный тест необходимо сдать преподавателю для проверки в установленные сроки.

Если тест выполнен без соблюдения изложенных выше требований, она возвращается студенту для повторного выполнения.

По дисциплине «физическая культура и спорт» представлен, тест, вопросы для проведения опроса.

Содержание теста

№ п/п	Вопросы	Варианты ответов
1	Физическая культура представляет собой:	А) учебный предмет в школе Б) выполнение физических упражнений В) процесс совершенствования возможностей человека Г) часть общей культуры общества
2	Физическая подготовленность, приобретаемая в процессе физической подготовки к трудовой или иной деятельности, характеризуется:	А) высокой устойчивостью к стрессовым ситуациям, воздействию неблагоприятных условий внешней среды и различным заболеваниям Б) уровнем работоспособности и запасом двигательных умений и навыков В) хорошим развитием систем дыхания, кровообращением, достаточным запасом надежности, эффективности и экономичности Г) высокими результатами в учебной, трудовой и спортивной деятельности
3	Под физическим развитием понимается:	А) процесс изменения морфофункциональных свойств организма на протяжении жизни Б) размеры мускулатуры, формы тела,

		функциональные возможности дыхания и кровообращения, физическая работоспособность В) процесс совершенствования физических качеств при выполнении физических упражнений Г) уровень, обусловленный наследственностью и регулярностью занятий физической культурой и спортом
4	Физическая культура ориентирована на совершенствование	А) физических и психических качеств людей Б) техники двигательных действий В) работоспособности человека Г) природных физических свойств человека
5	Отличительным признаком физической культуры является:	А) развитие физических качеств и обучение двигательным действиям Б) физическое совершенство В) выполнение физических упражнений Г) занятия в форме уроков
6	В иерархии принципов в системе физического воспитания принцип всестороннего развития личности следует отнести к:	А) общим социальным принципам воспитательной стратегии общества Б) общим принципам образования и воспитания В) принципам, регламентирующим процесс физического воспитания Г) принципам обучения
7	Физическими упражнениями называются:	А) двигательные действия, с помощью которых развивают физические качества и укрепляют здоровье Б) двигательные действия, дозируемые по величине нагрузки и продолжительности выполнения В) движения, выполняемые на уроках физической культуры и во время утренней гимнастики Г) формы двигательных действий, способствующие решению задач физического воспитания
8	Нагрузка физических упражнений характеризуется:	А) подготовленностью занимающихся в соответствии с их возрастом, состоянием здоровья, самочувствием во время занятия Б) величиной их воздействия на организм В) временем и количеством повторений двигательных действий Г) напряжением отдельных мышечных групп
9	Величина нагрузки физических упражнений обусловлена:	А) сочетанием объема и интенсивности двигательных действий Б) степенью преодолеваемых при их выполнении трудностей В) утомлением, возникающим при их выполнении Г) частотой сердечных сокращений
10	Если ЧСС после выполнения упражнения восстанавливается за 60 сек до уровня, который был в начале урока, то это свидетельствует о том, что нагрузка	А) мала и ее следует увеличить Б) переносится организмом относительно легко В) достаточно большая и ее можно повторить Г) чрезмерная и ее нужно уменьшить
11	Интенсивность выполнения упражнений можно определить по ЧСС. Укажите, какую частоту пульса вызывает большая интенсивность упражнений	А) 120-130 уд/мин Б) 130-140 уд/мин В) 140-150 уд/мин Г) свыше 150 уд/мин
12	Регулярные занятия физическими упражнениями способствуют повышению работоспособности, потому что:	А) во время занятий выполняются двигательные действия, содействующие развитию силы и выносливости Б) достигаемое при этом утомление активизирует процессы восстановления и адаптации

		В) в результате повышается эффективность и экономичность дыхания и кровообращения. Г) человек, занимающийся физическими упражнениями, способен выполнить большой объем физической работы за отведенный отрезок времени.
13	Что понимают под закаливанием:	А) купание в холодной воде и хождение босиком Б) приспособление организма к воздействию внешней среды В) сочетание воздушных и солнечных ванн с гимнастикой и подвижными играми Г) укрепление здоровья
14	Во время индивидуальных занятий закаливающими процедурами следует соблюдать ряд правил. Укажите, какой из перечисленных ниже рекомендаций придерживаться не стоит:	А) чем ниже температура воздуха, тем интенсивней надо выполнять упражнение, т.к. нельзя допускать переохлаждения Б) чем выше температура воздуха, тем короче должны быть занятия, т.к. нельзя допускать перегревания организма В) не рекомендуется тренироваться при активном солнечном излучении Г) после занятия надо принять холодный душ
15	Правильное дыхание характеризуется:	А) более продолжительным выдохом Б) более продолжительным вдохом В) вдохом через нос и выдохом через рот Г) ровной продолжительностью вдоха и выдоха
16	При выполнении упражнений вдох не следует делать во время:	А) вращений и поворотов тела Б) наклонах туловища назад В) возвращение в исходное положение после наклона Г) дыхание во время упражнений должно быть свободным, рекомендации относительно времени вдоха и выдоха не нужны
17	Что называется осанкой?	А) качество позвоночника, обеспечивающее хорошее самочувствие и настроение Б) пружинные характеристики позвоночника и стоп В) привычная поза человека в вертикальном положении Г) силуэт человека
18	Правильной осанкой можно считать, если вы, стоя у стены, касаетесь ее:	А) затылком, ягодицами, пятками Б) лопатками, ягодицами, пятками В) затылком, спиной, пятками Г) затылком, лопатками, ягодицами, пятками
19	Соблюдение режима дня способствует укреплению здоровья, потому, что:	А) он обеспечивает ритмичность работы организма Б) он позволяет правильно планировать дела в течение дня В) распределение основных дел осуществляется более или менее стандартно в течение каждого дня Г) он позволяет избегать неоправданных физических напряжений
20	Замена одних видов деятельности другими, регулируема режимом дня, позволяет поддержать работоспособность в течение дня, потому что:	А) это положительно сказывается на физическом и психическом состоянии человека Б) снимает утомление нервных клеток организма В) ритмическое чередование работы с отдыхом предупреждает возникновение перенапряжения Г) притупляется чувство общей усталости и повышает тонус организма

21	Систематические и грамотно организованные занятия физическими упражнениями укрепляют здоровье, так как	А) хорошая циркуляция крови во время упражнений обеспечивает поступление питательных веществ к органам и системам организма Б) повышается возможность дыхательной системы, благодаря чему в организм поступает большее количество кислорода, необходимого для образования энергии В) занятия способствуют повышению резервных возможностей организма Г) при достаточном энергообеспечении организм легче противостоит простудным и инфекционным заболеваниям
22	Почему на уроках физической культуры выделяют подготовительную, основную и заключительную части?	А) так учителю удобнее распределять различные по характеру упражнения Б) это обусловлено необходимость управлять динамикой работоспособности занимающихся. В) выделение частей в уроке требует Министерство образовании России Г) потому, что перед уроком, как правило, ставятся задачи, и каждая часть урока предназначена для решения одной из них
23	Укажите, в какой последовательности должны выполняться в комплексе утренней гимнастикой перечисленные упражнения: 1. Дыхательные. 2. На укрепление мышц и повышение гибкости. 3. Потягивания. 4 бег с переходом на ходьбу. 5. Ходьба с постепенным повышение частоты шагов. 6. Прыжки. 7.Поочередное напряжение и расслабление мышц. 8. Бег в спокойном темпе.	А) 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 Б) 7, 5, 8, 6, 2, 3, 2, 1, 4 В) 3, 7, 5, 8, 1, 2, 6, 4 Г) 3, 1, 2, 4, 7, 6, 8, 4
24	Под силой как физическим качеством понимается:	А) способность поднимать тяжелые предметы Б) свойство человека противодействовать внешним силам за счет мышечных напряжений В) свойство человека воздействовать на внешние силы за счет внешних сопротивлений Г) комплекс свойств организма, позволяющих преодолевать внешнее сопротивление либо противодействовать ему.
25	Выберите правильное распределение перечисленных ниже упражнений в занятии по общей физической подготовке. 1. Ходьба или спокойный бег в чередовании с дыхательными упражнениями. 2. Упражнения, постепенно включающие в работу все большее количество мышечных групп. 3. Упражнения на развитие выносливости. 4. Упражнения на развитие быстроты и гибкости. 5. упражнения на развитие силы. 6. Дыхательные упражнения.	А) 1, 2, 5, 4, 3, 6 Б) 6, 2, 3, 1, 4, 5 В) 2, 6, 4, 5, 3, 1 Г) 2,1, 3, 4, 5, 6
26	Основная часть урока по общей физической подготовке отводится развитию физических качеств. Укажите, какая последовательность воздействий на физические качества наиболее эффективна. 1. Выносливость. 2.	А) 1, 2, 3, 4 Б) 2,3,1,4 В) 3, 2, 4, 1 Г) 4,2 ,3, 1

	Гибкость. 3. быстрота. 4. Сила.	
27	Какие упражнения неэффективны при формировании телосложения	А) упражнения, способствующие увеличению мышечной массы Б) упражнения, способствующие снижению массы тела В) упражнения, объединенные в форме круговой тренировки Г) упражнения, способствующие повышению быстроты движений
28	И для увеличения мышечной массы, и для снижения веса тела можно применять упражнения с отягощением. Но при составлении комплексов упражнений для увеличения мышечной массы рекомендуется:	А) полностью проработать одну группу мышц и только затем переходит к упражнениям, нагружающим другую группу мышц Б) чередовать серии упражнений, включающие в работу разные мышечные группы В) использовать упражнения с относительно небольшим отягощением и большим количеством повторений Г) планировать большое количество подходов и ограничивать количество повторений в одном подходе
29	Под быстротой как физическим качеством понимается:	А) комплекс свойств, позволяющих передвигаться с большой скоростью Б) комплекс свойств, позволяющий выполнять работу в минимальный отрезок времени В) способность быстро набирать скорость Г) комплекс свойств, позволяющий быстро реагировать на сигналы и выполнять движения с большой частотой
30	Для развития быстроты используют:	А) подвижные и спортивные игры Б) упражнения в беге с максимальной скоростью на короткие дистанции В) упражнения на быстроту реакции и частоту движений Г) двигательные действия, выполняемые с максимальной скоростью
31	Лучшие условия для развития быстроты реакции создаются во время:	А) подвижных и спортивных игр Б) челночного бега В) прыжков в высоту Г) метаний
32	Под гибкостью как физическим качеством понимается:	А) комплекс морфофункциональных свойств опорно-двигательного аппарата, определяющий глубину наклона Б) способность выполнять упражнения с большой амплитудой за счет мышечных сокращений. В) комплекс свойств двигательного аппарата, определяющих подвижность его звеньев Г) эластичность мышц и связок
33	Как дозируются упражнения на развитие гибкости, т.е. сколько движений следует делать в одной серии:	А) Упражнение выполняется до тех пор, пока не начнет уменьшаться амплитуда движений Б) выполняются 12-16 циклов движения В) упражнения выполняются до появления пота Г) упражнения выполняются до появления болевых ощущений
34	Для повышения скорости бега в самостоятельном занятии после разминки рекомендуется выполнять	А) 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 Б) 7, 5, 4, 3, 2, 6, 1 В) 2, 1, 3, 7, 4, 5, 6

	перечисленные ниже упражнения. Укажите их целесообразную последовательность: 1. Дыхательные упражнения. 2. Легкий продолжительный бег. 3. Прыжковые упражнения с отягощением и без них. 4. дыхательные упражнения в интервалах отдыха. 5. Повторный бег на короткие дистанции. 6.Ходьба. 7. Упражнения на частоту движений.	Г) 3, 6, 2, 7, 5, 4, 1
35	При развитии гибкости следует стремиться	А) гармоничному увеличению подвижности в основных суставах Б) достижению максимальной амплитуды движений в основных суставах В) оптимальной амплитуде движений в плечевом, тазобедренном, коленом суставах Г) восстановлению нормальной амплитуды движений суставов
36	Под выносливостью как физическим качеством понимается:	А) комплекс свойств, обуславливающий возможность выполнять разнообразные физические нагрузки Б) комплекс свойств, определяющих способность противостоять утомлению В) способность длительно совершать физическую работу, практически не утомляясь Г) способность сохранять заданные параметры работы
37	Выносливость человека не зависит от:	А) функциональных возможностей систем энергообеспечения Б) быстроты двигательной реакции В) настойчивости, выдержки, мужественности, умения терпеть Г) силы мышц
38	При развитии выносливости не применяются упражнения, характерными признаками которых являются:	А) максимальная активность систем энергообеспечения Б) умеренная интенсивность В) максимальная интенсивность Г) активная работа большинства звеньев опорно-двигательного аппарата
39	Техникой физических упражнений принято называть	А) способ целесообразного решения двигательной задачи Б) способ организации движений при выполнении упражнений В) состав и последовательность движений при выполнении упражнений Г) рациональную организацию двигательных действий
40	При анализе техники принято выделять основу, ведущее звено и детали техники. Что понимают под основой (ведущим звеном и деталями техники).	А) набор элементов, характеризующий индивидуальные особенности выполнения целостного двигательного действия Б) состав и последовательность элементов, входящих в двигательное действие В) совокупность элементов, необходимых для решения двигательной задачи Г) наиболее важная часть определенного способа решения двигательной задачи
41	В процессе обучения двигательным действиям используют методы	А) возможности расчленения двигательного действия на относительно самостоятельные элементы

	целостного или расчлененного упражнения. Выбор метода зависит от	Б) сложности основы техники В) количества элементов, составляющих двигательное действие Г) предпочтения учителя
42	Процесс обучения двигательному действию рекомендуется начинать с освоения	А) основы техники Б) ведущего звена техники В) подводящих упражнений Г) исходного положения
43	Физкультминутку, как одну из форм занятий физическими упражнениями следует отнести к:	А) урочным формам занятий физическими упражнениями Б) «малым» неурочным формам В) «крупным» неурочным формам Г) соревновательным формам
44	Какой раздел комплексной программы по физическому воспитанию для общеобразовательных школ не является типовым?	А) уроки физической культуры Б) внеклассная работа В) физкультурно-массовые и спортивные мероприятия Г) содержание и организация педагогической практики
45	Измерение ЧСС сразу после пробегания отрезка дистанции следует отнести к одному из видов контроля:	А) оперативному Б) текущему В) предварительному Г) итоговому

Критерии оценивания теста

Оценка за тест определяется простым суммированием баллов за правильные ответы на вопросы: 1 правильный ответ = 2 балл. Максимум 90 баллов.

Результат теста

Тест оценивается на «зачтено», «не зачтено»:
46-90 балла (50-100%) - оценка «зачтено»;
0-44 балла (0-49%) - оценка «не зачтено»;

ВОПРОСЫ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ОПРОСА

1. Определение понятий в области физической культуры
2. Понятие «здоровье»иосновныеегокомпоненты
3. Факторы,определяющиездоровьечеловека.
4. Образ жизниегосоставляющие.
5. Разумное чередование труда и отдыха, как компонент ЗОЖ.
6. Рациональноепитаниеи ЗОЖ.
7. Отказотвредныхпривычекисоблюдениеправилличнойиобщественнойгигиены.
8. Двигательнаяактивность—как компонент ЗОЖ.
9. Выполнениемероприятийпозакаливаниюорганизма.
10. Физическоесамовоспитаниеисамосовершенствованиекакнеобходимоеусловиереализации мероприятий ЗОЖ.
11. Врачебныйконтролькакобязательнаяпроцедурадлязанимающихся физической культурой.

12. Самоконтроль—необходимаяформаконтролячеловеказафизическимсостоянием.
13. Методикасамоконтроляфизическогоразвития.
14. Самостоятельноеизмерениеартериальногодавленияичастотысердечныхсокращений.
15. Проведениефункциональныхпробдляоценкидеятельностисердечно-сосудистой системы.
16. Проведениефункциональныхпробдляоценкидеятельностидыхательнойсистемы.
17. Самоконтрольуровняразвитияфизическихкачеств:быстроты,гибкости, ловкости, силы и выносливости
18. Ведение дневника самоконтроля.
19. Цельизадачифизического воспитания в вузе.
20. Специфические функциифизическойкультуры.
21. Социальнаярольизначениеспорта.
22. Этапыстановленияфизическойкультурыличности студента.
23. Понятияфизическаякультура,физическоевоспитание,физическоеразвитие, физическое совершенство.
24. Реабилитационнаяфизическаякультура,виды,краткаяхарактеристика.
25. Разделы учебнойпрограммы дисциплины «Физическая культура».
26. Комплектованиеучебныхотделенийстудентовдляорганизациии проведения занятий пофизическомувоспитанию.
27. Преимуществаспортивно-ориентированнойпрограммыдисциплины «Физическаякультура» для студентов.
28. Особенностикомплектованиястудентовсразличнымхарактеромзаболеванийвспециальном учебном отделении.
29. Зачетныетребованияпоучебнойдисциплине«Физическаякультура».
30. Формирование двигательногонавыка.
31. Устойчивость организма к воздействию неблагоприятныхфакторов.
32. Мотивацияинаправленность самостоятельных занятий.
33. Утренняягигиеническая гимнастика.
34. Мотивациявыборавидовспортаилисистемфизическихупражнений.
35. Самостоятельные занятия оздоровительным бегом.
36. Самостоятельныезанятияатлетическойгимнастикой.
37. Особенностисамостоятельныхзанятийженщин.
38. Мотивацияинаправленность самостоятельных занятий. Утренняягигиеническая гимнастика.
39. Физическиеупражнениявтечениеучебногодня:физкультминутки, физкультпаузы.
40. Самостоятельныетренировочныезанятия:структура,требованиякорганизации и проведению.
41. Мотивациявыборавидовспортаилисистемфизическихупражнений.
42. Самостоятельные занятия оздоровительным бегом.
43. Самостоятельныезанятияатлетическойгимнастикой.
44. Особенностисамостоятельныхзанятийженщин.
45. Рольфизическойкультурывпрофессиональнойдеятельностибакалавраиспециалиста.
46. Производственнаяфизическаякультура, ее цели и задачи.
47. Методическиеосновыпроизводственнойфизическойкультуры.
48. Производственнаяфизическаякультура в рабочее время.
49. Физическая культура и спорт в свободноевремя.
50. Профилактикапрофессиональныхзаболеванийитравматизмасредствамифизической культуры.
51. Понятие ППФП, её цель,задачи. Прикладные знания, умения инавыки.
52. Прикладные психическиекачества.
53. Прикладные специальные качества.
54. Факторы,определяющиесодержаниеППФП:формытруда,условия труда.
55. Факторы,определяющиесодержаниеППФП:характертруда,режим труда иотдыха.
56. Дополнительныефакторы,определяющиесодержание ППФП.
57. СредстваППФП.

58. Организация и формыППФПввузе.
59. Понятия общей испециальнойфизическойподготовки.
60. Отличия понятийспортивнаяподготовка и спортивная тренировка.
61. Сторонырподготовкиспортсмена.
62. Средстваспортивнойподготовки.
63. Структура отдельного тренировочного занятия.
64. Роль подготовительной части занятиявтренировочномпроцессе.
65. Понятие «физическая нагрузка», эффект ее воздействия на организм.
66. Внешниепризнакиутомления.
67. Видыипараметрыфизическихнагрузок.
68. Интенсивностьфизическихнагрузок.
69. Психофизиологическаяхарактеристикаумственной деятельности.
70. Работоспособность:понятие,факторы,периоды
71. Физические упражнениявтечениеучебногоднядляподдержанияработоспособности.
72. Бегкаксамоеэффективноесредствовосстановленияиповышенияработоспособности.
73. Плаваниеиработоспособность.
74. Методическиепринципыфизическоговоспитания,сущностьизначение.
75. Принципысознательностиииактивности,наглядностивпроцессефизического воспитания.
76. Принципыдоступностиииндивидуализации,систематичностииидинамичности.
77. Средствафизическойкультуры.
78. Общепедагогические методыфизическоговоспитания.
79. Методыобучениятехникедвигательногодействия.
80. Этапы обучения двигательного действия.
81. Методыразвитияфизическихкачеств:равномерный,повторный,интервальный.
82. Методкруговойтренировки, игровойисоревновательныйметоды.
83. Силакакфизическоекачество,общаяхарактеристикасиловыхупражнений.
84. Методыразвития силы.
85. Выносливость—видывыносливости,особенностиразвитиявыносливости.
86. Развитиефизическихкачеств:быстроты,гибкости,ловкости.
87. Понятие«спорт».Егопринципиальноеотличиеотдругихвидовзанятийфизическими упражнениями.
88. Массовый спорт:понятие, цель,задачи.
89. Спортвысшихдостижений: понятие,цель, задачи.
90. Студенческий спорт, егоорганизационныеособенности.
91. Студенческие спортивные соревнования.
92. Студенческие спортивные организации.
93. Всероссийский физкультурно-спортивный комплекс «ГТО» (Готов к труду и обороне).

Выполнение работы над ошибками

При получении проверенного теста необходимо проанализировать отмеченные ошибки. Все задания, в которых были сделаны ошибки или допущены неточности, следует еще раз выполнить в конце данноготеста.Тесты, тесты являются учебными документами, которые хранятся на кафедре до конца учебного года.

МИНОБРНАУКИ РФ

ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по учебно-методическому комплексу

_____С.А.Упоров

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Б1.Б.1.05.02 ЭЛЕКТИВНЫЕ КУРСЫ ПО ФИЗИЧЕСКОЙ КУЛЬТУРЕ И СПОРТУ

Специальность:

21.05.02 Прикладная геология

Специализация № 3:

Геология нефти и газа

Автор: Шулиманов Д.Ф.

Одобрены на заседании кафедры

Физической культуры

(название кафедры)

Зав. кафедрой _____

(подпись)

Шулиманов Д.Ф.

(Фамилия И.О.)

Протокол № 8 от 03.03.2020

(Дата)

Рассмотрены методической комиссией

факультета геологии и геофизики

(название факультета)

Председатель _____

(подпись)

д.г.-м.н., проф. Бондарев В.И.

(Фамилия И.О.)

Протокол № 7 от 20.03.2020

(Дата)

Екатеринбург

2020

Методические указания по дисциплине «ЭЛЕКТИВНЫЕ КУРСЫ ПО ФИЗИЧЕСКОЙ КУЛЬТУРЕ И СПОРТУ» согласованы с выпускающей кафедрой **литологии и геологии горючих ископаемых**

Заведующий кафедрой ЛГГИ _____ к.г.-м.н., С.А. Рыльков____

подпись *И.О. Фамилия*

СОДЕРЖАНИЕ

Цели и задачи дисциплины ……4
Место дисциплины в структуре основной образовательной программы ……4
Требования к оформлению контрольной работы ……4
Содержание контрольной работы……4
Выполнение работы над ошибками……11
Критерии оценивания контрольной работы ……11
Образец оформления титульного листа ……12

1. Цели и задачи дисциплины

Цель: формирование физической культуры личности и способности направленного использования разнообразных средств физической культуры, спорта и туризма для сохранения и укрепления здоровья, психофизической подготовки и самоподготовки к будущей жизни и профессиональной деятельности.

Задачи:

- формирование осознания социальной значимости физической культуры и её роли в развитии личности и подготовке к профессиональной деятельности;
- изучение научно-биологических, педагогических и практических основ физической культуры и здорового образа жизни;
- формирование мотивационно-ценностного отношения к физической культуре, установки на здоровый стиль жизни, физическое совершенствование и самовоспитание привычки к регулярным занятиям физическими упражнениями и спортом;

2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы

Дисциплина «Элективные курсы по физической культуре и спорту» относится к разделу «Блок 1. Базоваячасть».

3. Требования к оформлению контрольной работы

Контрольные задания выполняются на листах формата А4 в рукописном виде, кроме титульного листа. На титульном листе (см. образец оформления титульного листа в печатном виде) указывается фамилия студента, номер группы, номер контрольной работы и фамилия преподавателя, у которого занимается обучающийся.

В конце работы должна быть поставлена подпись студента и дата выполнения заданий.

Контрольные задания должны быть выполнены в той последовательности, в которой они даны в контрольной работе.

Выполненную контрольную работу необходимо сдать преподавателю для проверки в установленные сроки.

Если контрольная работа выполнена без соблюдения изложенных выше требований, она возвращается студенту для повторного выполнения.

По дисциплине «элективные курсы по физическойкультуре и спорту» представлено 2 варианта контрольной работы.

Содержание контрольной работы

Вопросы для групповой дискуссии

1 .Что можно отнести к средствам физического воспитания?
2. Влияние климатогеографического фактора на здоровье и работоспособность человека
3. Чем отличается спорт от физической культуры?
4. Что мы относим к материальным ценностям физической культуры, а что – к духовным?
5. В чем состоит взаимосвязь физической и умственной деятельности человека?
6. Причины возникновения таких явлений как гипокинезия и гиподинамия
7. Для чего нужна адаптивная физическая культура?
8. При выборе вида спорта на какие аспекты и характеристики необходимо обратить основное внимание.

Контрольная работа №1

Вариант 1

ДЕ-1: Физическая культура в общекультурной и профессиональной подготовке обучающихся.

1. Часть общечеловеческой культуры, специфический процесс и результат человеческой деятельности, средство и способ физического совершенствования личности – это:

а) физическая культура; б) спорт; в) туризм; г) физическое развитие.

2. Физическое воспитание – это:

а) педагогический процесс, направленный на формирование физической культуры личности в результате педагогического воздействия и самовоспитания;
б) приобщение человека к физической культуре;
в) биологический процесс становления, изменения естественных морфологических и функциональных свойств организма в течение жизни человека;
г) процесс формирования определенных физических и психических качеств.

3. Чем спорт отличается от физической культуры:

а) наличием специального оборудования; б) присутствием зрителей; в) наличием соревновательного момента; г) большой физической нагрузкой.

4 Какой из ниже перечисленных принципов не относится к основным принципам физического воспитания:

а) сознательности и активности; б) наглядности; в) последовательности;
г) систематичности;

5 Под физическим развитием понимается:

а) процесс изменения морфофункциональных свойств организма на протяжении жизни;
б) размеры мускулатуры, форма тела, функциональные возможности дыхания и кровообращения, физическая работоспособность;
в) процесс совершенствования физических качеств, при выполнении физических упражнений;
г) уровень, обусловленный наследственностью и регулярностью занятий физической культурой и спортом.

ДЕ-2: Основы здорового образа жизни обучающегося.

1. Определение понятия «Здоровье» Всемирной организации здравоохранения. Здоровье это:

а) естественное состояние организма без болезней и недомоганий;
б) состояние полного физического, умственного и социального благополучия;
в) состояние отсутствия каких-либо заболеваний;
г) все перечисленное.

2. Состояние здоровья обусловлено:

а) резервными возможностями организма; б) образом жизни;
в) уровнем здравоохранения; г) отсутствием болезней.

3. Что не относятся к внешним факторам, влияющим на человека:

а) природные факторы; б) факторы социальной среды; в) генетические факторы;
г) биологические факторы.

4. Сколько времени необходимо нормальному человеку для ночного сна:

а) 5 – 6 часов; б) 6 – 7 часов; в) 7 – 8 часов; г) 8 – 9 часов.

5. К активному отдыху относится:

а) сон; б) отдых сидя; в) занятия двигательной деятельностью; г) умственная деятельность.

ДЕ-3: Средства и методы физической культуры.

1. Физическими упражнениями называются:

а) двигательные действия, используемые для формирования техники движений;
б) двигательные действия, используемые для развития физических качеств и укрепления здоровья;
в) двигательные действия, выполняемые на занятиях по физической культуре и самостоятельно;
г) двигательные действия, направленные на реализацию задач физического воспитания.

2. Занятия физическими упражнениями отличаются от трудовых действий:
а) интенсивностью; б) задачами; в) местом проведения; г) все ответы верны.
3. Физические упражнения являются:
а) принципом физического воспитания; б) методом физического воспитания;
в) средством физического воспитания; г) функцией физического воспитания.
4. Что не относится к методам физического воспитания:
а) игровой; б) регламентированного упражнения; в) словесный и сенсорный;
г) самостоятельный.
5. Метод в физической культуре – это
а) основное положение, определяющее содержание учебного процесса по физической культуре;
б) руководящее положение, раскрывающее принципы физической культуры;
в) конкретная причина, заставляющая человека выполнять физические упражнения;
г) способ применения физических упражнений.

ДЕ-4: Общая физическая и специальная подготовка в системе физического воспитания.

1. Физическая подготовка – это:
а) педагогический процесс, направленный на формирование физической культуры личности в результате педагогического воздействия и самовоспитания;
б) приобщение человека к физической культуре, в процессе которой он овладевает системой знаний, ценностей, позволяющих ему осознанно и творчески развивать физические способности;
в) биологический процесс становления, изменения естественных морфологических и функциональных свойств организма в течение жизни человека;
г) процесс формирования определенных физических и психических качеств, умений и навыков человека посредством направленных занятий с применением средств физической культуры.
2. К основным физическим качествам относятся:
а) рост, вес, объем бицепсов, становая сила; б) бег, прыжки, метания, лазания;
в) сила, выносливость, быстрота, ловкость, гибкость; г) взрывная сила, прыгучесть, меткость.
3. Различают гибкость:
а) абсолютную и относительную; б) общую и специальную; в) активную и пассивную;
г) простую и сложную.
4. Какие виды спорта развивают преимущественно выносливость:
а) спортивные единоборства; б) циклические; в) спортивные игры; г) ациклические.
5. Скоростно-силовые качества преимущественно развиваются:
а) в тяжелой атлетике; б) в акробатике; в) в конькобежном спорте; г) в лыжном спорте.

Вариант 2

ДЕ-1: Физическая культура в общекультурной и профессиональной подготовке обучающихся.

1. На что преимущественно влияют занятия по физической культуре:
а) на интеллектуальные способности;
б) на удовлетворение социальных потребностей;
в) на воспитание лидерских качеств;
г) на полноценное физическое развитие.
2.Физическая культура – это:
а) часть общечеловеческой культуры, специфический процесс и результат человеческой деятельности, средство и способ физического совершенствования личности;
б) часть наука о природе двигательной деятельности человека
в) вид воспитательного процесса, специфика которого заключена в обучении двигательным актам и управлением развитием и совершенствованием физических качеств человека;
г) процесс физического образования и воспитания, выражающий высокую степень развития индивидуальных физических способностей.

3. Что не относиться к компонентам физической культуры:
а) физическое развитие; б) спорт высших достижений; в) оздоровительно-реабилитационная физическая культура; г) гигиеническая физическая культура.
4. Выбрать правильное определение термина «Физическое развитие»:
а) физическое развитие – это педагогический процесс, направленный на формирование физической культуры личности в результате педагогического воздействия и самовоспитания;
б) физическое развитие – это приобщение человека к физической культуре, в процессе которой он овладевает системой знаний, ценностей, позволяющих ему осознанно и творчески развивать физические способности;
в) физическое развитие – это биологический процесс становления, изменения естественных морфологических и функциональных свойств организма в течение жизни человека;
г) физическое развитие – это процесс формирования определенных физических и психических качеств, умений и навыков человека посредством направленных занятий с применением средств физической культуры.
5. Теоретический материал учебного предмета «Физическая культура и спорт» в высших учебных заведениях включает в себя:
а) фундаментальные знания общетеоретического характера;
б) инструктивно-методические знания;
в) знания о правилах выполнения двигательных действий;
г) все вышеперечисленное.

ДЕ-2: Основы здорового образа жизни обучающегося.

1. Что понимается под закаливанием:

а) купание в холодной воде и хождение босиком;
б) приспособление организма к воздействиям внешней среды;
в) сочетание воздушных и солнечных ванн с гимнастикой и подвижными играми;
г) укрепление здоровья.

2. Определение понятия «Здоровье» Всемирной организации здравоохранения. Здоровье это:

а) естественное состояние организма без болезней и недомоганий;
б) состояние полного физического, умственного и социального благополучия;
в) состояние отсутствия каких-либо заболеваний;
г) все перечисленное.

3. Какое понятие не относится к двигательной активности человека:

а) гипоксия; б) гиподинамия; в) гипокинезия; г) гипердинамия.

4. Какая из перечисленных функций не относится к функции кожи:

а) защита внутренней среды организма; б) теплорегуляция; в) выделение из организма продуктов обмена веществ; г) звукоизоляция.

5. Соблюдение режима дня способствует укреплению здоровья, потому что:

а) обеспечивает ритмичность работы организма;
б) позволяет правильно планировать дела в течение дня;
в) распределение основных дел осуществляется более или менее стандартно в течение каждого дня;
г) позволяет избегать неоправданных физических напряжений.

ДЕ-3: Средства и методы физической культуры.

1. Физическое упражнение - это:

а) двигательные действия, используемые для формирования техники движений;
б) двигательные действия, используемые для развития физических качеств и укрепления здоровья;
в) двигательные действия, выполняемые на занятиях по физической культуре и самостоятельно;
г) двигательные действия, направленные на реализацию задач физического воспитания.

2. Положительное влияние физических упражнений на развитие функциональных возможностей организма будет зависеть:

а) от технической и физической подготовленности занимающихся;
б) от особенностей реакций систем организма в ответ на выполняемые упражнения;
г) от состояния здоровья и самочувствия занимающихся во время выполнения упражнений;
г) от величины физической нагрузки и степени напряжения в работе определенных мышечных групп.

3. Что не относиться к средствам физического воспитания:

а) физические упражнения;
б) подвижные игры;
в) соревнования;
в) спортивные игры.

4. Что относится к методическим принципам физического воспитания:

а) сознательность и активность;
б) наглядность и доступность;
в) систематичность и динамичность;
г) все вышеперечисленное.

5. Регулярные занятия физическими упражнениями способствует повышению работоспособности, потому что:

а) во время занятий выполняются двигательные действия, содействующие развитию силы и выносливости;
б) достигаемое при этом утомление активизирует процессы восстановления и адаптации;
в) в результате повышается эффективность и экономичность дыхания и кровообращения;
г) человек, занимающийся физическими упражнениями, способен выполнять больший объем физической работы за отведенный отрезок времени.

ДЕ-4: Общая физическая и специальная подготовка в системе физического воспитания.

1. Степень владения техникой действий, при которой повышена концентрация внимания на составные операции (части), наблюдается нестабильное решение двигательной задачи – это

а) двигательное умение; в) массовый спорт; в) двигательный навык;
г) спорт высших достижений.

2. Для воспитания быстроты используются:

а) упражнения в беге с максимальной скоростью на короткие дистанции;
б) подвижные и спортивные игры;
в) упражнения на быстроту реакции и частоту движений;
г) двигательные упражнения, выполняемые с максимальной скоростью.

3. Различают два вида выносливости:

а) абсолютная и относительная; б) общая и специальная; в) активная и пассивная;
г) динамическую и статическую.

4. Процесс воспитания физических качеств, обеспечивающих преимущественное развитие тех двигательных способностей, которые необходимы для конкретной спортивной дисциплины - это

а) общая физическая подготовка; б) двигательное умение; в) специальная физическая подготовка; г) двигательный навык.

5. Различают силу:

а) абсолютную и относительную; б) общую и специальную; в) активную и пассивную;
г) статическую и динамическую.

Контрольная работа №2

Вариант 1

ДЕ-1: Основы методики самостоятельных занятий физическими упражнениями.

1. В комплекс утренней гимнастики следует включать:

а) упражнения с отягощением; б) упражнения статического характера;
в) упражнения на гибкость и дыхательные упражнения; г) упражнения на выносливость.

2. К объективным показателям самоконтроля относится:

а) частота сердечных сокращений; б) самочувствие; в) аппетит; г) сон.

3. При нагрузке интенсивности выше средней частота пульса достигает:

а) 100 – 130 уд/мин; б) 130 – 150 уд/мин; в) 150 – 170 уд/мин; г) более 170 уд/мин.

4. Самостоятельные тренировочные занятия рекомендуется выполнять:

а) после приема пищи; б) после сна натощак; в) во второй половине дня, через 2-3 часа после обеда; г) перед сном.

ДЕ-2: Спорт. Индивидуальный выбор видов спорта или систем физических упражнений.

1. Регулярные занятия доступным видом спорта, участия в соревнованиях с целью укрепления здоровья, коррекции физического развития и телосложения, активного отдыха, достижение физического совершенствования – это:

а) спорт высших достижений;
б) лечебная физическая культура;
в) профессионально-прикладная физическая культура;
в) массовый спорт.

2. Какой вид спорта наиболее эффективно развивает гибкость и ловкость:

а) фехтование;
б) баскетбол;
в) фигурное катание;
г) художественная гимнастика.

3. Количество игроков одной команды в волейболе на площадке:

а) 7; б) 6; в) 5; г) 8.

4. Как осуществляется контроль за влиянием физических нагрузок на организм во время занятий физическими упражнениями:

а) по частоте дыхания;
б) по частоте сердечно-сосудистых сокращений;
в) по объему выполненной работы.

ДЕ-3: Особенности занятий избранным видом спорта или системой физических упражнений.

1. Степень владения техникой действия, при которой управление движением происходит автоматически, и действия отличаются надежностью – это:

а) двигательное умение;
б) массовый спорт;
в) двигательный навык;
г) спорт высших достижений.

2. Как дозируются упражнения на гибкость:

а) до появления пота;
б) до снижения амплитуды движений;
в) по 12-16 циклов движений;
г) до появления болевых ощущений.

3. При воспитании силы применяются специальные упражнения с отягощениями. Их отличительная особенность заключается в том, что:

а) в качестве отягощения используется собственный вес человека;
б) они выполняются до утомления;
в) они вызывают значительное напряжение мышц;
г) они выполняются медленно.

4. В каком из перечисленных видов спорта преимущественно развивается выносливость:
а) в фигурном катании;
б) в пауэрлифтинге;
в) в художественной гимнастике;
г) в лыжном спорте.

ДЕ-4: Самоконтроль занимающихся физическими упражнениями и спортом.

1. Регулярные занятия физическими упражнениями способствуют повышению работоспособности, потому что:

а) обеспечивают усиленную работу мышц;
б) обеспечивают выполнение большого объема мышечной работы с разной интенсивностью;
в) обеспечивают усиленную работу систем дыхания и кровообращения;
г) обеспечивают усиленную работу системы энергообеспечения.

2. Меры профилактики переутомления:

а) посидеть 3-4 минуты;
б) сменить вид деятельности;
в) прекратить выполнение действий, пройти обследование у врачей, выполнить их рекомендации;
г) достаточно 2 дней полноценного отдыха для восстановления.

3. При нагрузке средней интенсивности частота пульса достигает:

а) 100 – 130 уд/мин;
б) 130 – 150 уд/мин;
в) 150 – 170 уд/мин;
г) более 170 уд/мин

4. Что называется «разминкой», проводимой в подготовительной части занятия:

а) чередование легких и трудных общеразвивающих упражнений;
б) чередование беговых и общеразвивающих упражнений;
в) подготовка организма к предстоящей работе;
г) чередование беговых упражнений и ходьбы.

ДЕ-5: Профессионально-прикладная физическая подготовка (ППФП) обучающихся.

Специально направленное и избирательное использование средств физической культуры и спорта для подготовки человека к определенной профессиональной деятельности – это:
а) спорт высших достижений;
б) лечебная физическая культура;
в) производственная физическая культура;
г) массовый спорт.

1. ППФП строится на основе и в единстве с:

а) физической подготовкой; б) технической подготовкой; в) тактической подготовкой;
г) психологической подготовкой.

3. Какая из нижеперечисленных задач не является задачей ППФП:

а) развитие физических способностей, специфических для данной профессии;
б) формирование профессионально-прикладных сенсорных умений и навыков;
в) сообщение специальных знаний для успешного освоения практических навыков трудовой деятельности;
г) повышение функциональной устойчивости организма к неблагоприятному воздействию факторов окружающей среды.

4. Что не является формой занятий по ППФП:

а) спортивно-прикладные соревнования; б) учебные занятия; в) занятия в период учебной практики; г) рекреационные занятия.

Вариант 2

ДЕ-1: Основы методики самостоятельных занятий физическими упражнениями.

1. Определение повседневных изменений в подготовке занимающихся – это:
а) педагогический поэтапный контроль;
б) педагогический текущий контроль;
в) педагогический оперативный контроль;
г) педагогический двигательный контроль.

1. В комплекс утренней гимнастики не рекомендуется включать:
а) упражнения на гибкость;
б) дыхательные упражнения;
в) упражнения с отягощением;
г) упражнения для всех групп мышц.

2. Самостоятельные тренировочные занятия не рекомендуется выполнять:
а) за час до приема пищи;
б) после сна натощак;
в) во второй половине дня, через 2-3 часа после обеда;
г) за 3 часа до отхода ко сну.

4. Дневник самоконтроля нужен для:
а) коррекции содержания и методики занятий физическими упражнениями;
б) контроля родителей;
в) лично спортсмену;
г) лично тренеру.

ДЕ-2: Спорт. Индивидуальный выбор видов спорта или систем физических упражнений.

1. К циклическим видам спорта не относится:
а) волейбол;
б) стайерский бег;
в) плавание;
г) спортивная ходьба.

2. Какой из перечисленных видов спорта преимущественно развивает координацию движений:
а) спортивная гимнастика;
б) лыжный спорт;
в) триатлон;
г) атлетическая гимнастика.

3. Систематическая плановая многолетняя подготовка и участие в соревнованиях в избранном виде спорта с целью достижения максимальных спортивных результатов – это:
а) спорт высших достижений;
б) лечебная физическая культура;
в) профессионально-прикладная физическая культура;
в) массовый спорт.

4. Какие упражнения включаются в разминку почти во всех видах спорта:
а) упражнения на развитие выносливости;
б) упражнения на развитие гибкости и координации движений;
в) бег и общеразвивающие упражнения.

ДЕ-3: Особенности занятий избранным видом спорта или системой физических упражнений.

1. Какая из представленных способностей не относится к группе координационных:
а) способность сохранять равновесие;
б) способность точно дозировать величину мышечных усилий;
в) способность быстро реагировать на стартовый сигнал;
г) способность точно воспроизводить движения в пространстве.

2. Почему на занятиях по «физической культуре» выделяют подготовительную, основную и заключительную части:

а) так удобнее распределять различные по характеру упражнения;
б) выделение частей занятий связано с необходимостью управлять динамикой работоспособности занимающихся;
в) выделение частей в занятии требует Министерство науки и образования;
г) перед занятием, как правило, ставятся 3 задачи, и каждая часть предназначена для них.

3. Величина нагрузки физических упражнений обусловлена:

а) сочетанием объема и интенсивности двигательных действий;
б) степень преодолеваемых при их выполнении трудностей;
в) утомлением, возникающим в результате их выполнения;
г) частотой сердечных сокращений.

4. Назовите количество игроков на волейбольной площадке:

а) 4; б) 5; в) 6; г) 7.

ДЕ-4: Самоконтроль занимающихся физическими упражнениями и спортом.

1. К объективным показателям самоконтроля относится:

а) частота сердечных сокращений; б) самочувствие; в) аппетит; г) сон.

2. При нагрузке интенсивности выше средней частота пульса достигает:

а) 100 – 130 уд/мин; б) 130 – 150 уд/мин; в) 150 – 170 уд/мин; г) более 170 уд/мин.

3. Самостоятельные тренировочные занятия рекомендуется выполнять:

а) после приема пищи; б) после сна натощак; в) во второй половине дня, через 2-3 часа после обеда; г) перед сном.

4. Меры профилактики переутомления:

а) посидеть 3-4 минуты;
б) сменить вид деятельности;
в) прекратить выполнение действий, пройти обследование у врачей, выполнить их рекомендации;
г) достаточно 2 дней полноценного отдыха для восстановления.

ДЕ-5: Профессионально-прикладная физическая подготовка (ППФП) обучающихся.

1. Система методически обоснованных физических упражнений, физкультурно-оздоровительных и спортивных мероприятий, направленных на повышение и сохранение устойчивой и профессиональной дееспособности – это:

а) физкультурная пауза;
б) производственная физическая культура;
в) спорт высших достижений;
г) массовый спорт.

2. Профессионально-прикладная физическая подготовка - это

а) специализированный вид физического воспитания, осуществляемый в соответствии с особенностями и требованиями данной профессии;
б) система профессиональных мероприятий, осуществляемая в соответствии с особенностями данной профессии;
в) процесс формирования специализированных знаний, умений и навыков;
г) целенаправленное воздействие на развитие физических качеств человека посредством нормированных нагрузок.

3. Какой вид спорта наиболее эффективно развивает координационные способности монтажников-высотников:

а) фехтование; б) баскетбол; в) мото-спорт; г) гимнастика.

4. Что не является формой занятий по ППФП:

а) спортивно-прикладные соревнования; б) учебные занятия; в) занятия в период учебной практики; г) рекреационные занятия.

Проблемные и сложные вопросы, возникающие в процессе изучения курса и выполнения контрольной работы, необходимо решать с преподавателем на консультациях.

Выполнению контрольной работы должно предшествовать самостоятельное изучение студентом рекомендованной литературы.

Студент получает проверенную контрольную работу с исправлениями в тексте и замечаниями. В конце работы выставляется оценка «зачтено», «не зачтено». Работа с оценкой «не зачтено» должна быть доработана и представлена на повторную проверку.

Выполнение работы над ошибками

При получении проверенной контрольной работы необходимо проанализировать отмеченные ошибки. Все задания, в которых были сделаны ошибки или допущены неточности, следует еще раз выполнить в конце данной контрольной работы. Контрольные работы являются учебными документами, которые хранятся на кафедре до конца учебного года.

Критерии оценивания контрольной работы

Оценка за контрольную работу определяется простым суммированием баллов за правильные ответы на вопросы: 1 правильный ответ = 2 балл. Максимум 40 баллов.

Результат контрольной работы

Контрольная работа оценивается на «зачтено», «не зачтено»:
20-40 балла (50-100%) - оценка «зачтено»;
0-19 балла (0-49%) - оценка «не зачтено».

Образец оформления титульного листа



Министерство науки и высшего образования РФ
ФГБОУ ВО
«Уральский государственный горный университет»

Кафедра физической культуры

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА

по дисциплине

ЭЛЕКТИВНЫЕ КУРСЫ ПО ФИЗИЧЕСКОЙ КУЛЬТУРЕ И СПОРТУ

Выполнил: Иванов Иван Иванович
Группа _____

Преподаватель: Петров Петр Петрович

Екатеринбург
2018

МИНОБРНАУКИ РФ

ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по учебно-методическому комплексу

_____С.А.Упоров

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ОРГАНИЗАЦИИ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ

Б1.Б.1.05.02 ЭЛЕКТИВНЫЕ КУРСЫ ПО ФИЗИЧЕСКОЙ КУЛЬТУРЕ И СПОРТУ

Специальность:

21.05.02 Прикладная геология

Специализация № 3:

Геология нефти и газа

Автор: Шулиманов Д.Ф.

Одобрены на заседании кафедры

Физической культуры

(название кафедры)

Зав. кафедрой _____

(подпись)

Шулиманов Д.Ф.

(Фамилия И.О.)

Протокол № 8 от 03.03.2020

(Дата)

Рассмотрены методической комиссией

факультета геологии и геофизики

(название факультета)

Председатель _____

(подпись)

д.г.-м.н., проф. Бондарев В.И.

(Фамилия И.О.)

Протокол № 7 от 20.03.2020

(Дата)

Екатеринбург

2020

Методические рекомендации к дисциплине «ЭЛЕКТИВНЫЕ КУРСЫ ПО ФИЗИЧЕСКОЙ КУЛЬТУРЕ И СПОРТУ» согласованы с выпускающей кафедрой **литологии и геологии горючих ископаемых**

Заведующий кафедрой ЛГГИ _____к.г.-м.н., С.А. Рыльков____

подпись *И.О. Фамилия*

СОДЕРЖАНИЕ

1. Самостоятельнаяработа,обеспечивающая подготовку к практическим занятиям физической культурой и спортом ……..……..4
1.1. Планирование, формы и организация самостоятельных занятий ……..4
1.1.1. Утренняя физическая гимнастика……4
1.1.2. Упражнения в течение учебного дня…… ……5
1.1.3. Самостоятельные тренировочные занятия……..5
1.1.4. Методика самостоятельных тренировочных занятий……6
1.1.5. Особенности самостоятельных занятий для женщин……7
1.2 Самоконтроль занимающихся за состоянием своего организма……..8
1.2.1 Оценка физического развития…… …...10
1.2.2. Оценка функционального состояния (подготовленности)..…….11
2. Другие виды самостоятельной работы
2.1 Самостоятельная подготовка к сдаче обязательных тестов оценки общей физической подготовленности……13
2.1.1 Тест на скоростно-силовую подготовленность (бег на 100 м)…….13
2.1.2 Техника выполнения упражнения……...13
2.1.3 Методы самостоятельной тренировки……..... 14
2.1.4. Средства тренировки быстроты……14
2.1.5. Подготовка и сдача контрольного норматива……..15
2.2. Тест на силовую подготовленность для женщин ……..16
2.2.1. Техника выполнения упражнения……16
2.3. Тест на силовую подготовленность для мужчин……..……..16
2.3.1. Техника выполнения упражнения……16
2.3.2. Методы развития силы……17
2.4. Тест на общую выносливость (бег 2000 и 3000 м)……...18
2.4.1. Техника бега на длинные дистанции……..18
2.4.3. Возможные ошибки и осложнения в ходе проведения Самостоятельных тренировок……..19
3.Актуальность задачи повышения уровня готовности обучающихся к зачетным занятиям, на основе управляемой адаптации к смене видов учебно-познавательной деятельности……..…….…....22

1. Самостоятельная работа,обеспечивающая подготовку к практическим занятиям физической культурой и спортом

1.1. Планирование, формы и организациясамостоятельных занятий

Планирование самостоятельных занятий осуществляется студентами при консультации преподавателей и должно быть направлено на достижение единой цели – сохранение хорошего здоровья, поддержание высокого уровня физической и умственной работоспособности, достижение поставленной задачи.

Существуют три формы самостоятельных занятий:

1. Утренняя физическая гимнастика (УФГ).

2. Упражнения в течение учебного (рабочего) дня.

3. Самостоятельные тренировочные занятия.

1.1.1. Утренняя физическая гимнастика

Выполняется ежедневно. В комплекс УФГ следует включать упражнения для всех групп мышц, упражнения на гибкость и дыхание, бег, бег (прыжковые упражнения).

Не рекомендуется выполнять:

- упражнения статического характера;

- со значительными отягощениями;

- упражнения на выносливость.

При выполнении УФГ рекомендуется придерживаться определенной последовательности выполнения упражнений:

- медленный бег, ходьба (2-3 мин.);

- потягивающие упражнения в сочетании с глубоким дыханием;

- упражнение на гибкость и подвижность для мышц рук, шеи, туловища и ног;

- силовые упражнения без отягощений или с небольшими отягощениями для рук, туловища, ног (сгибание-разгибание рук в упоре лежа, упражнения с легкими гантелями, с эспандерами);

- различные наклоны в положении стоя, сидя, лежа, приседания на од-ной и двух ногах и др.;

- легкие прыжки или подскоки (например, со скалкой) – 20-30 с.;

- упражнения на расслабление с глубоким дыханием.

При составлении комплексов УФГ рекомендуется физиологическую нагрузку на организм повышать постепенно, с максимумом во второй половине комплекса. К концу выполнения комплекса нагрузка снижается и организм приводится в спокойное состояние.

Между сериями из 2-3 упражнений (а при силовых – после каждого) выполняется упражнение на расслабление или медленный бег (20-30с.).

УФГ должна сочетаться с самомассажем и закаливанием организма. Сразу же после выполнения комплекса УФГ рекомендуется сделать самомассаж основных мышечных групп ног, туловища, рук (5-7 мин.) и выполнить водные процедуры с учетом правил и принципов закаливания.

1.1.2. Упражнения в течение учебного дня

Выполняются в перерывах между учебными и самостоятельными занятиями.

Они обеспечивают предупреждение наступающего утомления, способствуют поддержанию высокой работоспособности на длительное время без перенапряжения.

При выполнении этих упражнений следует придерживаться следующих правил:

1. Проводить в хорошо проветренных помещениях или на открытом воздухе.

2. Растягивать и расслаблять мышцы, испытывающие статическую нагрузку.

3. Нагружать неработающие мышцы.

1.1.3. Самостоятельные тренировочные занятия

Можно проводить индивидуально или в группе из 3-5 человек и более. Групповая тренировка более эффективна, чем индивидуальная. Заниматься рекомендуется 3-4 раза в неделю по 1,5 -2 часа. Заниматься менее двух раз в неделю нецелесообразно, т.к. это не способствует повышению уровня тренированности организма. Тренировочные занятия должны носить комплексный характер, т.е. способствовать развитию всего комплекса физических качеств, а также укреплению здоровья и повышению общей работоспособности организма.

Каждое самостоятельное тренировочное занятие состоит из трех частей:

1. Подготовительная часть (разминка) (15-20 мин. для одночасового занятия): ходьба (2-3 мин.), медленный бег (8-10 мин.), общеразвивающие упражнения на все группы мышц, соблюдая последовательность «сверху вниз», затем выполняются специально-подготовительные упражнения, выбор которых зависит от содержания основной части.

2. В основной части (30-40 мин.) изучаются спортивная техника и тактика, осуществляется тренировка развития физических, волевых качеств. При выполнении упражнений в основной части занятия необходимо придерживаться следующей последовательности:

После разминки выполняются упражнения, направленные на изучение и совершенствование техники, и упражнения на быстроту, затем упражнения для развития силы и в конце основной части занятия – для развития выносливости.

3. В заключительной части (5-10 мин.) выполняются медленный бег (3-8 мин.), переходящий в ходьбу (2-6 мин.), упражнения на расслабление в сочетании с глубоким дыханием, которые обеспечивают постепенное снижение тренировочной нагрузки и приведение организма в сравнительно спокойное состояние.

1.1.4. Методика самостоятельных тренировочных занятий

Методические принципы, которыми необходимо руководствоваться при проведении самостоятельных тренировочных занятий, следующие:

- принцип сознательности и активности предполагает углубленное изучение занимающимися теории и методики спортивной тренировки, осознанное отношение к тренировочному процессу, понимание целей и задач занятий, рациональное применение средств и методов тренировки в каждом занятии, учет объема и интенсивности выполняемых упражнений и физических нагрузок, умение анализировать и оценивать итоги тренировочных занятий;

- принцип систематичности требует непрерывности тренировочного процесса, рационального чередования физических нагрузок и отдыха, преемственности и последовательности тренировочных нагрузок от занятия к занятию. Эпизодические занятия или занятия с большими перерывами (более 4-5 дней) неэффективны и приводят к снижению достигнутого уровня тренированности;

- принцип доступности и индивидуализации обязывает планировать и включать в каждое тренировочное занятие физические упражнения, по своей сложности и интенсивности доступные для выполнения занимающимися. При определении содержания тренировочных занятий необходимо соблюдать правила: от простого – к сложному, от легкого – к трудному, от известного – к неизвестному, а также осуществлять учет индивидуальных особенностей занимающихся: пол, возраст, физическую подготовленность, уровень здоровья, волевые качества, трудолюбие, тип высшей нервной деятельности и т.п. Подбор упражнений, объем и интенсивность тренировочных нагрузок нужно осуществлять в соответствии с силами и возможностями организма занимающихся;

- принцип динамичности и постепенности определяет необходимость повышения требований к занимающимся, применение новых, более сложных физических упражнений, увеличение тренировочных нагрузок по объему и интенсивности. Переход к более высоким тренировочным нагрузкам должен проходить постепенно с учетом функциональных возможностей и индивидуальных особенностей занимающихся.

Если в тренировочных занятиях был перерыв по причине болезни, то начинать занятия следует после разрешения врача при строгом соблюдении принципа постепенности. Вначале тренировочные нагрузки значительно снижаются и постепенно доводятся до занимающегося в тренировочном плане уровня.

Все выше перечисленные принципы находятся в тесной взаимосвязи. Это различные стороны единого, целостного повышения функциональных возможностей занимающихся.

1.1.5. Особенности самостоятельных занятий для женщин

Организм женщины имеет анатомо-физиологические особенности, которые необходимо учитывать при проведении самостоятельных занятий физическими упражнениями или спортивной тренировки. В отличие от мужского, у женского организма менее прочное строение костей, ниже общее развитие мускулатуры тела, более широкий тазовый пояс и мощнее мускулатура тазового дна. Для здоровья женщины большое значение имеет развитие мышц брюшного пресса, спины и тазового дна. От их развития зависит нормальное положение внутренних органов. Особенно важно развитие мышц тазового дна.

Одной из причин недостаточного развития этих мышц у студенток и работниц умственного труда является малоподвижный образ жизни. При положении сидя мышцы тазового дна не противодействуют внутрибрюшному давлению и растягиваются от тяжести лежащих над ними органов. В связи с этим мышцы теряют свою эластичность и прочность, что может привести к нежелательным изменениям положения внутренних органов и к ухудшению их функциональной деятельности.

Ряд характерных для организма женщины особенностей имеется и в деятельности сердечно-сосудистой, дыхательной, нервной и других систем. Все это выражается более продолжительным периодом восстановления организма после физической нагрузки, а также более быстрой потерей состояния тренированности при прекращении тренировок.

Особенности женского организма должны строго учитываться в организации, содержании, методике проведения самостоятельных занятий. Подбор физических упражнений, их характер и интенсивность должны соответствовать физической подготовленности, возрасту, индивидуальным возможностям студенток. Необходимо исключать случаи форсирования тренировок для того, чтобы быстро достичь высоких результатов. Разминку следует проводить более тщательно и более продолжительно, чем при занятиях мужчин. Рекомендуется остерегаться резких сотрясений, мгновенных напряжений и усилий, например, при занятиях прыжками и в упражнениях с отягощением. Полезны упражнения, в положении сидя, и лежа на спине с подниманием, отведением, приведением и круговыми движениями ног, с подниманием ног и таза до положения «березка», различного рода приседания.

Даже для хорошо физически подготовленных студенток рекомендуется исключить упражнения, вызывающие повышение внутрибрюшного давления и затрудняющие деятельность органов брюшной полости и малого таза. К таким упражнениям относятся прыжки в глубину, поднимание больших тяжестей и другие, сопровождающиеся задержкой дыхания и натуживанием.

При выполнении упражнений на силу и быстроту движений следует более постепенно увеличивать тренировочную нагрузку, более плавно доводить ее до оптимальных пределов, чем при занятиях мужчин.

Упражнения с отягощениями применяются с небольшими весами, сериями по 8-12 движений с вовлечением в работу различных мышечных групп. В интервалах между сериями выполняются упражнения на расслабление с глубоким дыханием и другие упражнения, обеспечивающие активный отдых.

Функциональные возможности аппарата кровообращения и дыхания у девушек и женщин значительно ниже, чем у юношей и мужчин, поэтому нагрузка на выносливость для девушек и женщин должна быть меньше по объему и повышаться на более продолжительном отрезке времени.

Женщинам при занятиях физическими упражнениями и спортом следует особенно внимательно осуществлять самоконтроль. Необходимо наблюдать за влиянием занятий на течение овариально-менструального цикла и характер его изменения. Во всех случаях неблагоприятных отклонений необходимо обращаться к врачу.

Женщинам противопоказаны физические нагрузки, спортивная тренировка и участие в спортивных соревнованиях в период беременности. После родов к занятиям физическими упражнениями и спортом рекомендуется приступать не ранее чем через 8-10 месяцев.

1.2. Самоконтроль занимающихся за состоянием своего организма

Данные самоконтроля записываются в дневник, они помогают контролировать и регулировать правильность подбора средств, методику проведения учебно-тренировочных занятий. У отдельных занимающихся количество показателей самоконтроля в дневнике и порядок записи могут быть различными, но одинаково важно для всех правильно оценивать отдельные показатели, лаконично фиксировать их в дневнике.

В дневнике самоконтроля рекомендуется регулярно регистрировать:

- субъективные данные (самочувствие, сон, аппетит, болевые ощущения);

- объективные данные (частота сердечных сокращений (ЧСС), масса тела, тренировочные нагрузки, нарушения режима, спортивные результаты).

Субъективные данные:

Самочувствие - отмечается как хорошее, удовлетворительное или плохое. При плохом самочувствии фиксируется характер необычных ощущений.

Сон - отмечается продолжительность и глубина сна, его нарушения (трудное засыпание, беспокойный сон, бессонница, недосыпание и др.).

Аппетит - Отмечается как хороший, удовлетворительный, пониженный и плохой. Различные отклонения состояния здоровья быстро отражаются, поэтому его ухудшение, как правило, является результатом переутомления или заболевания.

Болевые ощущения - фиксируются по месту их локализации, характеру (острые, тупые, режущие и т.п.) и силе проявления.

Объективные данные:

ЧСС – важный показатель состояния организма. Его рекомендуется подсчитывать регулярно, в одно и то же время суток, в покое. Лучше всего утром, лежа, после пробуждения, а также до тренировки (за 3-5 мин) и сразу после спортивной тренировки.

Нормальными считаются следующие показатели ЧСС в покое:

- мужчины (тренированные/не тренированные) 50-60/70-80;

- женщины (тренированные/не тренированные) 60-70/75-85.

С увеличением тренированности ЧСС понижается.

Интенсивность физической нагрузки также определяться по ЧСС, которая измеряется сразу после выполнения упражнений.

При занятиях физическими упражнениями рекомендуется придерживаться следующей градации интенсивности:

- малая интенсивность – ЧСС до 130 уд/мин. При этой интенсивности эффективного воспитания выносливости не происходит, однако создаются предпосылки для этого, расширяется сеть кровеносных сосудов в скелетных мышцах и в сердечной мышце (целесообразно применять при выполнении разминки);

- средняя интенсивность от 130 до 150 уд/мин.;

- большая интенсивность – ЧСС от 150 до 180 уд/мин. В этой тренировочной зоне интенсивности к аэробным механизмам подключаются анаэробные механизмы энергообеспечения, когда энергия образуется при распаде энергетических веществ в условиях недостатка кислорода;

- предельная интенсивность – ЧСС 180 уд/мин. и больше. В этой зоне интенсивности совершенствуются анаэробные механизмы энергообеспечения.

Существенным моментом при использовании ЧСС для дозирования нагрузки является ее зависимость от возраста.

Известно, что по мере старения уменьшается возможность усиления сердечной деятельности за счет учащения сокращения сердца во время мышечной работы. Оптимальную ЧСС с учетом возраста при продолжительных упражнениях можно определить по формулам:

- для начинающих: ЧСС (оптимальная) = 170 – возраст (в годах)

- для занимающихся регулярно в течении 1-2 лет:

- ЧСС (оптимальная) = 180 – возраст (в годах)

Зависимость максимальной величины ЧСС от возраста при тренировке на выносливость можно определить по формуле:

- ЧСС (максимальная) = 220 – возраст (в годах)

Например, для занимающихся в возрасте 18 лет максимальная ЧСС будет равна 220-18=202 уд/мин.

Важным показателем приспособленности организма к нагрузкам является скорость восстановления ЧСС сразу после окончания нагрузки. Для этого определяется ЧСС в первые 10 секунд после окончания нагрузки, пересчитывается на 1 мин. и принимается за 100%. Хорошей реакцией восстановления считается:

- снижение через 1 мин. на 20%;

- через 3 мин. – на 30%;

- через 5 мин. – на 50%,

- через 10 мин. – на 70 – 75%. (отдых в виде медленной ходьбы).

Масса тела должна определяться периодически (1-2 раза в месяц) утром натощак, на одних и тех же весах. В первом периоде тренировки масса обычно снижается, а затем стабилизируется и в дальнейшем за счет прироста мышечной массы несколько увеличивается. При резком снижении массы тела следует обратиться к врачу.

Тренировочные нагрузки в дневник самоконтроля записываются коротко, вместе с другими показателями самоконтроля они дают возможность объяснить различные отклонения в состоянии организма.

Спортивные результаты показывают, правильно ли применяются средства и методы тренировочных занятий. Их анализ может выявить дополнительные резервы для роста физической подготовленности и спортивного мастерства.

В процессе занятий физическими упражнениями рекомендуется периодически оценивать уровень своего физического развития и физической (функциональной) подготовленности.

1.2.1. Оценка физического развития

Проводится с помощью антропометрических измерений: рост стоя и сидя, масса тела, окружность грудной клетки, жизненная емкость легких (ЖЁЛ) и сила кисти сильнейшей руки, которые дают возможность определить:

- уровень и особенности физического развития;

- степень его соответствия полу и возрасту;

- имеющиеся отклонения;

- улучшение физического развития под воздействием занятий физическими упражнениями.

Применяются следующие антропометрические индексы:

- Весо-ростовой показатель

- ВРП= масса тела (грамм.)/длина тела (см.)

Хорошая оценка:

- для женщин 360-405 г/см.;

- для мужчин 380-415 г/см.

Индекс Брока

Оптимальная масса тела для людей ростом от 155 до 165 см. равна длине тела в сантиметрах минус 100. При росте 165-175 см. вычитают 105, при росте более 175 см. – 110.

Силовой показатель (СП)

Показывает соотношение между массой тела и мышечной силой. Обычно, чем больше мышечная масса, тем больше сила. Силовой показатель определяется по формуле и выражается в процентах:

$$\frac{\text{сила (кг)}}{\text{общая масса тела (кг)}} \times 100$$

Для сильнейшей руки:

- для мужчин - 65-80%

- для женщин - 48-50%.

1.2.2. Оценка функционального состояния (подготовленности)

Определение резервных возможностей организма

Осуществляется с помощью физиологических проб сердечно-сосудистой (ССС) и дыхательной (ДС) систем.

Общее требования:

1. Проводить в одно и то же время суток.

2. Не ранее чем через 2 часа после приема пищи.

3. При температуре 18-20 градусов, влажности менее 60%.

Функциональная проба с приседанием

Проверяемый отдыхает стоя 3 мин., на 4-й мин. подсчитывается ЧСС за 15 с. с пересчетом на 1 мин. (исходная частота). Далее выполняется 20 приседаний за 40 с., поднимая руки вперед. Сразу после приседаний подсчитывается ЧСС в течение первых 15 с. с пересчетом на 1 мин. Определяется увеличение ЧСС после приседаний сравнительно с исходной в процентах.

Оценка:

- отлично – до 20%;

- хорошо – 20-40%;

- удовлетворительно – 40-65%;

- плохо – 66-75%;

- более 75%.

Ортостатическая проба

Применяется для оценки сосудистого тонуса.

Отдых 5 минут в положении лежа, подсчитывают ЧСС в положении лежа за 1 мин. (исходная ЧСС), после чего занимающийся встает, и снова подсчитывает пульс за 1 мин.

Оценка:

- «хорошо» - не более 11 ударов (чем меньше разница, тем лучше);

- «удовлетворительно» - от 12 до 18 ударов (потливость);

- «неудовлетворительно» - более 19 ударов (потливость, шум в ушах).

Проба Штанге (задержка дыхания на вдохе),

проба Генча (задержка дыхания на вдохе)

Оценивается устойчивость организма к недостатку кислорода, а также общий уровень тренированности.

После 5 мин. отдыха сидя, сделать 2-3 глубоких вдоха и выдоха, затем сделать полный вдох (выдох) и задержать дыхание. Отмечается время от момента задержания дыхания до ее прекращения.

Оценка	Юноши	Девушки
Отлично	90 сек	80 сек
Хорошо	80-89 сек	70-79 сек
Удовлетворительно	50-79 сек	40-69 сек
Неудовлетворительно	50 и ниже	40 и ниже

Проба Генча

Оценка	Юноши	Девушки
Отлично	45 сек	35 сек
Хорошо	40-44 сек	30-34 сек
Удовлетворительно	30-39 сек	20-29 сек
Неудовлетворительно	30 и ниже	20 и ниже

С нарастанием тренированности время задержания дыхания возрастает, при снижении или отсутствии тренированности – снижается.

Самоконтроль прививает занимающимся грамотное и осмысленное отношение к своему здоровью и к знаниям физической культурой и спортом, имеет большое воспитательное значение.

2. Другие виды самостоятельной работы

2.1. Самостоятельная подготовка к сдаче обязательных тестов оценки общей физической подготовленности

2.1.1 Тест на скоростно-силовую подготовленность (бег на 100 метров)

Нормативы:

- у студенток нормативы в беге на 100 метров следующие: 15.7 сек - 5 очков; 16,0 - 4; 17,0 -3; 17,9 - 2; 18,7 - 1.

- студенты должны показать результаты в следующих пределах: 13,2 сек - 5 очков; 13,8 - 4; 14,0 - 3; 14,3 - 2; 14,6 - 1.

2.1.2. Техника выполнения упражнения

При анализе бега на 100 м. принято выделять следующие основные фазы:

-старт и стартовый разгон;

- бег по дистанции;

- финиширование.

Старт и стартовый разгон

Существует два вида старта: низкий и высокий. Экспериментальные данные показывают, что новичкам и спортсменам 2-го разряда лучше применять высокий старт. Такая закономерность наблюдается до результата 11,4-11,6 с. и объясняется технической сложностью низкого старта. Поэтому следует ограничиться только овладением техникой высокого старта.

По команде «На старт» занимающийся подходит к стартовой линии, ставит сильнейшую (толчковую ногу) вплотную к линии, маховая нога располагается на 1,5-2 стопы назад на носок, расстояние между ними 15-20 см. Туловище выпрямлено, руки опущены, вес тела распределяется равномерно на обе ноги.

По команде «Внимание» вес тела переносится на впереди согнутую стоящую ногу, разноименная рука вперед. Проекция плеч находится за стартовой линией на расстоянии 5-8 см. Взгляд направлен вперед - вниз.

По команде «Марш» бегун мощно разгибает толчковую ногу и стремится максимально быстро вынести маховую ногу вперед с постановкой ее сверху вниз на дорожку. Руки работают максимально активно, плечевой пояс не закрепощен, кисти расслаблены. Стартовый разгон характеризуется постепенным увеличением длины шагов, уменьшением наклона туловища и приближением стоп к средней линии.

Бег по дистанции

Перед бегущим стоит задача удержать развитую горизонтальную скорость до финиша. Этому будет способствовать сохранение длины и частоты шагов.

Во время бега маховая нога ставится с носка спереди проекции общего центра тяжести тела (ОЦТТ) сверху вниз. Взаимодействие маховой ноги с грунтом называется передним толчком. Задний толчок выполняется мощным разгибанием бедра и сгибанием стопы. Голова держится прямо. Руки согнуты (угол сгибания в локтевых суставах примерно 90 град.).

При движении руки вперед кисть поднимается до уровня плеч. Назад рука отводится до «отказа» и угол сгибания в локтевом суставе увеличивается. Пальцы рук слегка согнуты.

Финиширование

Наклон туловища увеличивается. На последних метрах дистанции необходимо стремиться не потерятьсвободы движений и пробегать финиш без снижения скорости.

2.1.3. Методы самостоятельной тренировки

- Повторный метод - повторное выполнение упражнений с около-предельной и предельной скоростью. Отдых продолжается до восстановления. Упражнения повторяются до тех пор, пока скорость не начнет снижаться.

- Переменный метод - когда пробегаются дистанции, например, с варьированием скорости и ускорения. Цель - исключить стабилизацию скорости («скоростной барьер»).

- Соревновательный метод - предполагает выполнение упражнений на быстроту в условиях соревнований. Эмоциональный подъем на соревнованиях способствует мобилизации на максимальные проявления быстроты, позволяет выйти на новый рубеж скорости.

2.1.4. Средства тренировки быстроты

Частоту движений, а вместе с ней и быстроту циклических движений развивают с помощью упражнений, которые можно выполнять с максимальной скоростью, а также с помощью скоростно-силовых упражнений для ациклических движений. При этом упражнения должны отвечать следующим требованиям:

- техника упражнений должна обеспечивать выполнение движений на предельных скоростях;

- упражнения должны быть хорошо освоены, чтобы не требовалось волевого усилия для их выполнения;

- продолжительность упражнений должна быть такой, чтобы скорость не снижалась вследствие утомления - 20-22 с.

Основным средством отработки бега по дистанции является бег с максимальной скоростью. Такой бег выполняется 5-6 раз по 30-40 метров. В тренировке можно чередовать бег в обычных, облегченных (с горки, угол 4-5 град.) и затрудненных (в горку или с сопротивлением) условиях.

Для развития скоростной выносливости рекомендуется пробегать большую дистанцию (120-150 м), когда очередная пробежка начинается при пульсе 120 уд/мин.

Для тренировки в беге на 100 метров следует использовать кроссы (6 км, 30 мин), повторный бег на отрезках 200 м в 3/4 силы. Спортивные игры (баскетбол, футбол) также приносят пользу в развитии быстроты.

Можно рекомендовать и упрощенную методику, обеспечивающую минимально необходимый уровень подготовленности:

- повторный метод - в одном занятии 3-4 пробегания по 20-30 метров с максимальной скоростью и интервалами отдыха для восстановления пульса до 110-120 уд/мин;

- переменный метод - пробегание 2-х отрезков по 30 метров с максимальной скоростью и последующим переходом на спокойный бег 150--200 метров. Выполняется 3-4 подхода.

Для ощутимого сдвига в подготовленности такие тренировки рекомендуется проводить 3-4 раза в неделю.

2.1.5. Подготовка и сдача контрольного норматива

При подготовке к сдаче бега на 100 метров следует учитывать общие требования по питанию при занятиях физическими упражнениями:

1. По времени - прием пищи не менее чем за 2-3 часа.

2. По составу - не есть тяжелой пищи (мясо, яйца, масло, молочные продукты, жирную, долго перевариваемую пищу).

Не рекомендуется выходить на старт с переполненным желудком.

Непосредственно перед сдачей норматива необходимо провести разминку с использованием специальных упражнений:

1. Бег с высоким подниманием бедра.

2. Бег с «захлестыванием» голеней назад.

3. Семенящий бег.

4. Прыжки с ноги на ногу (шаги).

5. Бег в упоре стоя у гимнастической стенки.

6. Бег с ускорением с высокого старта с подачей стартовых команд (2-3 ускорения по 10-15 метров).

Разминка заканчивается за 10 минут до старта.

Непосредственно перед стартом нельзя отдыхать лежа, сидя, необходимо постоянно находиться в движении (прохаживаться, выполнять упражнения на растяжку). Частота сердечных сокращений непосредственно перед стартом должна быть 110 – 120 уд/мин.

Психологическая подготовка заключается в мысленном «прокручивании» в голове этапов преодоления дистанции: старта, стартового разбега, бега по дистанции, финиширования с концентрацией внимания на технике выполнения каждого этапа.

При выполнении теста не разрешается:

- наступать на линию старта (стартовая линия входит в дистанцию);

- перебегать на соседние дорожки.

2.2. Тест на силовую подготовленность для женщин

(поднимание (сед) и опускание туловища из положениялежа, ноги закреплены, руки за головой)

Нормативы: 60 раз - 5 очков, 50 - 4, 40 - 3, 30 - 2, 20 - 1.

Это упражнение используется для оценки развития мышц живота (брюшного пресса).

О мышцах брюшного пресса следует сказать особо. Эта группа мышц участвует в большинстве движений. Она создает хороший «мышечный корсет», охватывающий брюшную полость и способствующий нормальному функционированию внутренних органов, что положительно влияет на состояние здоровья.

2.2.1. Техника выполнения упражнения

И.п. (исходное положение) – лежа на спине, ноги согнуты в коленях, стопы прижаты к полу, руки в замок за головой, локти разведены.

Это силовое упражнение состоит из 4-х фаз:

- поднимание туловища;

- фиксация его в вертикальном положении;

- опускание;

- пауза в горизонтальном положении.

Голова держится прямо, локти в стороны, дыхание ритмично.

2.3. Тест на силовую подготовленность для мужчин (подтягивание на перекладине)

Учебной программой по физической культуре предусмотрено тестирование студентов для определения уровня их силового развития. Нормативы следующие: 15 раз - 5 очков, 12 - 4, 9 - 3, 7 - 2, 5 - 1;

2.3.1. Техника выполнения упражнения

Каждый цикл подтягивания в висе на перекладине включает:

- исходное положение - вис на вытянутых руках хватом сверху (большими пальцами внутрь);

- подъем до пересечения подбородком линии перекладины;

- опускание в исходное положение.

При выполнении теста разрешается сгибание, разведение ног, запрещаются рывковые движения туловищем и руками, хлестовые движения ногами. Выполнение засчитывается только при полном выпрямлении рук в локтевых суставах.

Наиболее экономично подтягивание при хвате рук на ширине плеч. Если кисти рук расположены ближе друг к другу, то положение тела становится менее устойчивым и отклонения придется компенсировать за счет дополнительных мышечных усилий, что будет увеличивать энерготраты и снижать результат. Возрастают энерготраты и при широком хвате (шире плеч). Это связано с тем, что для фиксации лопаток при широком хвате требуется большая, чем при хвате на ширине плеч, сила мышц, приближающих лопатки к позвоночному столбу.

Опускание в вис (в исходное положение) после подтягивания должно выполняться спокойно. Дыхание не задерживается.

2.3.2. Методы развития силы

На практике распространены следующие методы силовой подготовки:

- метод максимальных усилий;
- метод повторных усилий;
- метод динамических усилий.

Согласно методу максимальных усилий выполнение упражнений организуется таким образом, чтобы занимающийся смог подтянуться 1-3 раза в одном подходе (при условии, что он способен самостоятельно подтянуться как минимум 2-3 раза). Такое достигается за счет применения дополнительного внешнего отягощения. Делается 5-6 подходов с перерывами 2-4 минуты.

По методу повторных усилий подтягивания в одном подходе выполняются до «отказа». Если занимающийся имеет максимальный индивидуальный показатель 10-15 подтягиваний и более, то следует применять отягощение весом 30-70% от максимального. Например, занимающийся может подтянуться 1 раз с максимальным отягощением 10 кг. Значит, для тренировки по методу повторных усилий следует подобрать вес отягощения 3-7 кг. Выполняется 3-6 подходов с отдыхом между ними 2-4 мин.

Разнообразить упражнения можно, применяя метод динамических усилий. Если занимающийся легко выполняет 10-15 подтягиваний, то следует применять отягощения до 30% от максимального. В одном подходе 10-15 повторений. Темп - максимально быстрый. Всего 3-6 подходов. Во время отдыха следует добиваться наиболее полного восстановления, чтобы в следующем подходе выполнить упражнение без существенной потери скорости.

Сравнивая динамический и статический методы развития силы, необходимо отметить следующее:

- При динамическом режиме работы мышц происходит достаточное кровоснабжение. Мышца функционирует как насос - при расслаблении наполняется кровью и получает кислород и питательные вещества.

- Во время статического усилия мышца постоянно напряжена и непрерывно давит на кровеносные сосуды. В результате она не получает кислород и питательные вещества. Это ограничивает продолжительность работы мышц.

2.4. Тест на общую выносливость - бег 2000 и 3000 метров

Нормативы:

- студентки - бег 2000 метров - 10 мин.15 сек. - 5 очков; 10.50 - 4; 11.15 - 3; 11.50 - 2; 12.15 - 1;

- студенты - бег 3000 метров - 12.00 - 5; 12.35 - 4; 13.10 - 3; 13.50 - 2; 14.00 - 1.

2.4.1. Техника бега на длинные дистанции

Бег на средние и длинные дистанции начинается с высокого старта. По команде «На старт!» бегун ставит у линии более сильную ногу, а другую отставляет назад на носок (на 30 – 50 см), немного сгибает ноги, туловище наклоняет вперед и тяжесть тела переносит на впереди стоящую ногу. По команде «Марш!» бегун начинает бег, делая первые шаги в большом наклоне, который постепенно уменьшается. Длина шагов увеличивается, бег ускоряется, бегун набирает скорость и в короткое время переходит к свободному бегу на дистанции. Бег на дистанции. Во время бега на дистанции туловище вертикально или слегка наклонено вперед (5-7°). Небольшой наклон туловища вперед позволяет лучше использовать силы отталкивания и быстрее продвигаться вперед. Слишком большой наклон приводит к «падающему» бегу, при котором труднее выносить вперед согнутую ногу, в связи с чем уменьшается длина шага, а следовательно, и скорость бега. Кроме того, при большом наклоне постоянно напряжены мышцы, удерживающие туловище от увеличивающегося наклона. Отсутствие наклона ухудшает условия отталкивания, однако улучшает возможность выноса вперед согнутой в коленном суставе свободной ноги. При правильном положении туловища создаются благоприятные условия для работы мышц и внутренних органов. Наклон туловища у бегунов изменяется в пределах 2-3°: увеличивается к моменту отталкивания и уменьшается в полетной фазе. Положение головы существенно влияет на положение туловища. Надо держать голову прямо и смотреть вперед. В фазе отталкивания таз подается вперед, что является важной особенностью техники бега на длинные дистанции и позволяет полнее использовать силу реакции опоры. В технике бега на длинные дистанции важнее всего движения ног. Нога, немного согнутая, ставится на грунт упруго и эластично с передней части стопы, а затем касается его всей стопой. Постановка ноги на переднюю часть стопы позволяет эффективнее использовать эластические свойства мышц голени, активно участвующие в отталкивании.

Следы стопна дорожке у бегунов находятся на одной линии, носки почти не разворачиваются в стороны. Эффективное отталкивание характеризуется выпрямлением ноги во всех суставах. Угол отталкивания в беге на средние дистанции примерно равен 50-55°. При правильном отталкивании таз подан вперед, голень маховой согнутой ноги параллельна бедру толчковой ноги. Быстрый вынос маховой ноги вперед облегчает отталкивание. Бегуны на длинные дистанции меньше поднимают бедро маховой ноги вверх, чем бегуны на средние и короткие дистанции. Длина шага на длинные дистанции не постоянна даже у одних и тех же бегунов. Колебания зависят от наступившего утомления, неравномерности пробегания отдельных участков дистанции, качества беговой дорожки, ветра и состояния бегуна. Обычно шаг с сильнейшей ноги на несколько сантиметров больше, чем шаг со слабейшей ноги. Длина шага равна 160 – 215 см. Повышение скорости бега за счет увеличения длины шага ограничено, так как слишком длинный шаг требует очень больших затрат сил. Кроме того, длина шага в основном зависит от индивидуальных данных бегуна. Поэтому скорость бега повышают за счет увеличения частоты шагов, которая зависит от тренированности бегуна. Движения плечевого пояса и рук связаны с движениями ног. Выполнять их надо легко, ненапряженно. Это во многом зависит от умения расслаблять мышцы плечевого пояса. Движения рук помогают бегуну сохранять равновесие тела во время бега. Амплитуда движения рук зависит от скорости бега. Кисти при движении вперед не пересекают средней линии тела и поднимаются примерно до уровня ключицы. При движении рук назад кисти доходят до задней линии туловища (если смотреть на бегуна сбоку). Руки двигаютсямаятникообразно, пальцы рук свободно сложены, предплечья не напряжены, плечи не поднимаются вверх. При финишировании, длина которого зависит от дистанции и оставшихся сил бегуна, движения руками делаются быстрее, наклон тела увеличивается, а угол отталкивания уменьшается. Спортсмен переходит на скоростной бег, при котором скорость повышается главным образом за счет увеличения частоты шагов. К концу дистанции вследствие утомления некоторые бегуны наклоняют туловище назад. Такое положение туловища не способствует эффективности бега, так как усилия отталкивания направляются больше вверх. Техника бега на вираже имеет некоторые особенности: туловище немного наклонено влево, к бровке, правая рука движется несколько размашистей левой, причем правый локоть дальше отводится в сторону, а правая стопа ставится с некоторым поворотом внутрь. Ритм дыхания зависит от индивидуальных особенностей и скорости бега (с увеличением скорости бега увеличивается и частота дыхания). Бегун не должен задерживать дыхание. Дышать следует одновременно через нос и полуоткрытый рот, при этом важно следить за полным выдохом.

2.4.3. Возможные ошибки и осложнения в ходе проведения самостоятельных тренировок

В некоторых случаях тренировка может стать причиной различных осложнений, включая травмы опорно-двигательного аппарата.

Основная причина травматизма опорно-двигательного аппарата - перенапряжение. Слишком быстрое увеличение тренировочных нагрузок является чрезмерным для детренированных мышц, связок и суставов. К дополнительным факторам, способствующим повреждению опорно-двигательного аппарата, можно отнести:

- бег по твердому грунту;
- избыточную массу тела;
- обувь, не пригодную для бега;
-грубые ошибки в технике.

Следовательно, меры по профилактике травм должны быть направлены на устранение или ослабление воздействия этих факторов:

- Во время кроссового бега часто болит в правом боку (печень), либо в левом боку (селезенка). Печень важный орган в жизнедеятельности нашего организма (синтез жиров и углеводов, обмен белков и витаминов) является кровяным депо. Так вот в результате переполнения кровью печени возникают колики. Глубокое дыхание снижает приток крови к правому предсердию, уменьшает болевые ощущения. Бег не надо прекращать, необходимо снизить скорость передвижения и стараться дышать глубже.

- В процессе тренировок после значительного перерыва (отдыха) или при резком увеличении нагрузок могут появляться боли в мышцах, как правило, на другой день. Во время физической работы в организме образуются продукты распада, часть которых выводится из организма через мочевыделительную систему, а другая часть, в том числе, молочная кислота задерживается в мышечных тканях. Чтобы избавиться от нее, необходимо мышцу непосредственно после физической нагрузки заставить растянуться (с помощью упражнений на растяжение), а на следующий день выполнять какую-либо физическую работу, т.е. сокращаться. Эти меры помогут ускорить вывод молочной кислоты из мышц. Боли могут длиться несколько дней и если не предпринимать никаких мер, мышца теряет эластичность, становиться твердой. В этом случае могут помочь: массаж, банные процедуры, применение согревающих мазей и гелей.

- При выполнении напряженной физической работы длительное время, например, кроссовый бег, возникают такие состояния, которые получили название «мертвая точка» и «второе дыхание». Уже через некоторое время бега в организме начинаются изменения, которые заставляют нас прекратить мышечную деятельность. Такое временное снижение работоспособности получило название «мертвая точка». Механизм возникновения такого состояния недостаточно изучен. Предполагают, что он обусловлен временным нарушением

деятельности скелетных мышц и органов, обеспечивающих доставку кислорода в организм. Эти нарушения приводят к изменениям в работе нервных центров, что, в свою очередь, приводит к нарушениям в работе отдельных физиологических систем. Время возникновения и продолжительность этого состояния зависит от многих факторов, в частности от длительности и интенсивности физической нагрузки (например, при беге на 5-10 км и более возникает через 5-6 мин бега), от тренированности. Чем лучше тренирован человек, тем позже возникает это состояние и протекает менее тяжело (почти незаметно). Преодоление этого состояния требует значительного волевого усилия. В процессе проведения учебных и тренировочных занятий необходимо приучать себя преодолевать это неприятное ощущение, возникающее при кислородной недостаточности и накоплении продуктов кислотно-щелочного распада при обмене веществ. Наступлению «второго дыхания» способствуют усиленные дыхательные упражнения, глубокие выдохи, освобождающие организм от накопившейся углекислоты, что способствует наступлению кислотно-щелочного баланса в организме. Преодолеть состояние «мертвой точки» можно, если снизить интенсивность физической нагрузки, но это нежелательно, т.к. не будет адаптации организма ктакого рода деятельности.

- При занятиях физическими упражнениями могут возникнуть отклонения в деятельности сердца - учащенное сердцебиение. Оно может быть следствием стенокардии, ссоры, неурядицы в быту, семье, боязни, страха, дистрофий миокарда. Возникновение болей - сигнал опасности, в этих случаях необходимо прекратить занятия и обратиться к врачу.

- Существует состояние, называемое гравитационным шоком. Часто возникает при внезапной остановки после относительно интенсивного бега (чаще после финиша) в связи с прекращением действия «мышечного насоса». Большая масса крови застаивается в раскрытых капиллярах и венах мышц нижних конечностей, на периферии. Возникает анемия (обескровливание) мозга, недостаточное снабжение его кислородом. Появляется резкое побледнение, слабость, головокружение, тошнота, потеря сознания, исчезновение пульса. Пострадавшего необходимо уложить на спину, поднять вверх ноги (выше головы), обеспечив отток венозной крови к сердцу, улучшив снабжение головного мозга кислородом, поднести к носу ватку смоченную нашатырным спиртом. Основная профилактика гравитационного шока - исключение внезапной остановки, постепенное замедление бега.

- Гипогликемическое состояние - следствие недостаточного количества в организме сахара, нарушение углеводного обмена в результате длительной физической нагрузки. Ощущается сильный голод, головокружение, иногда потеря сознания. Профилактика – легко усваиваемые углеводы до начала длительной физической нагрузки (немного сахара, меда и т.п.) или специальные питательные смеси.

-Солнечный и тепловой удары - возникают при длительной работе под действием солнечных лучей на обнаженную голову или тело. Тепловой удар - остро развивающееся болезненное состояние, обусловленное перегреванием организма. Его признаками являются: усталость, головная боль, слабость, боли в ногах, спине, тошнота, шум в ушах, повышение температуры, потемнение в глазах, ухудшение дыхания (прерывистое), потеря сознания.

Первая помощь: пострадавшего поместить в прохладное место, снять одежду, приподнять голову, охладить область сердца (холодный компресс), напоить. Дать понюхать нашатырный спирт, сердечные средства. При нарушении дыхания сделать искусственное дыхание.

При обморожениях на охлажденном участке вначале чувствуется легкое пощипывание, затем чувствительность теряется. Особенно поддаются ему пальцы рук, ног, нос, уши. Если произошло обморожение нельзя растирать пораженные места снегом, это только повредит кожу. Необходимо поместить обмороженный участок в тепло не растирать, а согревать при комнатной температуре. Обмороженные места смазать жиром (вазелином).

3. Актуальность задачи повышения уровня готовности обучающихся к зачетным занятиям, на основе управляемой адаптации к смене видов учебно-познавательной деятельности

Выполнение контрольных нормативов требует от студента мобилизации всех своих сил и здесь следует принимать во внимание и учитывать все что может повлиять на конечный результат, в том числе характер учебно-познавательной деятельности предшествующий зачетному занятию.

В течение учебного дня, занимаясь то одним видом учебно-познавательной деятельности, то другим, обучающиеся должны переключаться с выполнения одного вида задач на другой, и каждый раз проходит какое-то время, пока будет достигнуто оптимальное соответствие состояния личности и организма обучающегося к условиям проведения определенного вида учебно-познавательной деятельности – период адаптации.

Можно говорить о том, что к каждому учебному занятию кроме практической и теоретической подготовленности, определенного уровня умений и навыков по предмету, от студентов требуется некоторая психофизиологическая и физическая готовность. В этом случае под ней подразумевается готовность психических, физиологических и обеспечивающих двигательные действия систем человека к выполнению определенного рода учебно-познавательной деятельности.

Многообразие видов учебно-познавательной деятельности определяет многообразие психофизиологических и физических состояний обучающихся. Под психофизиологическим и физическим состоянием предлагается понимать целостные психофизиологические и

физические реакции обучаемого на внешние и внутренние факторы, направленные на достижение полезного результата.

Параметром психофизиологического и физического состояния является величина, характеризующая какую-либо из реакций организма обучаемого на внешние или внутренние факторы.

Уровень психофизиологической и физической готовности к предстоящему занятию, зависит от индивидуальных особенностей личности обучаемого и определенных внешних факторов, воздействующих на него на предыдущем занятии. Эти факторы можно разделить на три вида:

- санитарно-гигиенические условия;
- временные условия;
- организация предыдущего вида учебно-познавательной деятельности.

К санитарно-гигиеническим условиям относятся температура и влажность воздуха, освещенность, содержание кислорода в воздухе, эргономичность учебных мест, запыленность, загазованность места проведения занятия. К временным условиям относятся: время дня, день недели, месяц семестра, время года, а также время, прошедшее после последнего приема пищи.

Вышеперечисленные факторы оказывают существенное влияние на психофизиологическую и физическую готовность. Второй фактор заставляет учитывать объективные закономерности колебания уровня работоспособности студентов в течение учебного дня, учебной недели, семестра. Как известно, в течение учебного дня объективно наблюдается два периода подъема работоспособности: один в первой половине дня, второй – в послеобеденное время. Каждому периоду характерны три фазы: врабатывание, повышенная работоспособность, снижение работоспособности. В течение недели те же фазы распределяются следующим образом: понедельник, вторник – врабатывание; среда, четверг – повышенная работоспособность; пятница, суббота – снижение работоспособности. Исследования показали, что и семестровый цикл разделяется на те же фазы.

Влияние фактора «организация предыдущего вида учебно-познавательной деятельности» в данном случае рассматривается, как влияние особенностей психофизиологической и физической деятельности обучаемых на предыдущем занятии на их психофизиологическую и физическую готовность к последующему виду учебно-познавательной деятельности, в нашем случае к зачету. Психофизиологическая деятельность характеризуется напряженностью и характером мыслительной деятельности, а также нервно-эмоциональной напряженностью учебной деятельности.

Физическая деятельность характеризуется интенсивностью, видом мышечных действий и работой обеспечивающих эту деятельность физиологических систем. Мышечные действия

могут носить статический и динамический характер: поддержание рабочей позы «сидя», «стоя», выполнение чертежной, письменной работы, настройка и обслуживание аппаратуры, выполнение гимнастических упражнений и т.п. При этом используются, в той или иной степени, основные физические качества: сила, быстрота, выносливость, ловкость.

Влияние всех вышеперечисленных факторов преломляется через индивидуальные особенности личности, такие как типологические свойства нервной системы и темперамента, возрастные, морфологические, биохимические особенности организма, уровень физической подготовленности, состояние здоровья и другие, выливаясь, в итоге, в психофизиологическую и физическую готовность студента к предстоящему виду учебно-познавательной деятельности.

Следует отметить, что особенно явно эти проблемы проявляются при чередовании занятий по общенаучным, общеинженерным и специальным дисциплинам с практическими занятиями по физической культуре. В этом случае происходит смена видов деятельности, в одном из которых доминирующую роль играет умственная работа с пониженной двигательной активностью и сохранением определенной рабочей позы, в другом – разнообразная активная двигательная деятельность с сопровождающей ее мыслительной работой.

Методика проведения занятий предусматривает проведение вводной (подготовительной) части для организации обучающихся, приведения их в состояние готовности к решению задач основной части, в нашем случае к сдаче контрольного норматива, и заключительной – для подведения итогов, приведения организма в относительно спокойное состояние (для занятий по физической культуре), но при проведении этих частей занятий, как правило, не учитывается характер предыдущей и последующей деятельности студентов. Неучтение этого факта отрицательно влияет на скорость адаптации к виду учебно-познавательной деятельности, что особенно наглядно проявляется при чередовании практических занятий по физической культуре с занятиями по общеинженерным и специальным дисциплинам.

Складывается противоречие между имеющим место в практике обучения несоответствием уровня психофизиологической и физической готовности обучающихся, объективно складывающейся в ходе проведения предшествующего занятия, видом учебно-познавательной деятельности последующего занятия и неучтениемэтого факта в общепринятых методиках проведения вводных (подготовительных) и заключительных частей занятий, в том числе, по дисциплине «физическая культура»

Это противоречие можно устранить, обеспечив управление процессом адаптации студентов к смене видов учебно-познавательной деятельности в ходе проведения вводных (подготовительных) и заключительных частей занятий.

Для каждой темы занятия по физической культуре в зависимости от педагогической ситуации, складывающейся из контекстной пары - вид предшествующего и вид последующего

занятия, можно установить наиболее предпочтительные адаптирующие, предметно-ориентированные варианты проведения подготовительной и заключительной частей, оперативно поддерживающие достаточно высокий уровень психофизиологической и физической готовности при чередовании этих занятий с занятиями по другим дисциплинам.

Видится актуальной задача управления процессом адаптации обучаемых к смене видов учебно-познавательной деятельности с целью сокращения времени врабатывания и повышения эффективности как занятий, так и сдачи контрольных нормативов. Для решения этой задачи представляется наиболее целесообразным использовать проведение подготовительной (разминки) и заключительной частей занятий с адаптирующим, предметно-ориентированным содержанием.

В этом случае под управлением адаптацией следует понимать процесс педагогического воздействия с целью установления оптимального соответствия личности обучаемого и условий осуществления учебной деятельности в ходе осуществления им познавательной деятельности, которое позволяет индивидууму более эффективно удовлетворять актуальные познавательные потребности, и реализовывать связанные с ними значимые цели.

МИНОБРНАУКИ РФ

ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебно-методическому комплексу
_____С.А.Упоров

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ

Б1.Б.1.09 РУССКИЙ ЯЗЫК И КУЛЬТУРА РЕЧИ

Специальность:
21.05.02 Прикладная геология

Специализация № 3:
Геология нефти и газа

форма обучения: очная

Автор: Меленскова Е. С., к.ф.н.

Одобрены на заседании кафедры
Иностранных языков и деловой коммуникации
(название кафедры)
Зав. кафедрой _____
(подпись)
к.п.н., доц. Юсупова Л. Г.
(Фамилия И.О.)
Протокол № 6 от 17.03.2020
(Дата)

Рассмотрены методической комиссией
факультета геологии и геофизики
(название факультета)
Председатель _____
(подпись)
д.г.-м.н., проф. Бондарев В.И.
(Фамилия И.О.)
Протокол № 7 от 20.03.2020
(Дата)

Екатеринбург
2020

Методические рекомендации квыполнению контрольной работы по дисциплине «РУССКИЙ ЯЗЫК И КУЛЬТУРА РЕЧИ» согласованы с выпускающей кафедрой **литологии и геологии горючих ископаемых**

Заведующий кафедрой ЛГГИ _____к.г.-м.н., С.А. Рыльков____

подпись *И.О. Фамилия*

Контрольная работа по дисциплине «Русский язык и культура речи» является оценочным средствомпо Разделу 2. «Современный русский язык. Типология языковых норм».

Её задания направлены на оценку уровня умений и навыков, формирующих компетенции*ОК-6* (*способность к коммуникации в устной и письменной формах на русском и иностранном языках для решения задач межличностного и межкультурного взаимодействия); ОПК-2 (готовность к коммуникации в устной и письменной формах на русском и иностранном языках для решения задач профессиональной деятельности).*

уметь	– узнавать диалектизмы, жаргонизмы, профессионализмы, просторечные слова и давать им верную для конкретной речевой ситуации оценку; – фиксировать в устной речи нарушения акцентологических, орфоэпических норм и исправлять допущенные ошибки; – находить речевые и грамматические ошибки в устной и письменной речи, устранять их; – соблюдать орфографические и пунктуационные нормы в своей письменной речи.
владеть	– навыками работы с ортологическими словарями; – навыками эффективного общения с соблюдением всех языковых и этических норм.

Для выполнения студентам может быть предложена 1) контрольная работа по орфографическим и пунктуационным нормам и 2) контрольная работа на разные типы языковых норм. Можно их рассматривать как две части одной большой контрольной работы по языковым нормам.

Контрольная работа по орфографическим и пунктуационным нормам

В даннойконтрольной работе студентам предлагается списать текст научного стиля, вставив пропущенные буквы, раскрыв скобки и расставив знаки препинания.

Пример варианта данной контрольной работы:

Контрольная работа по орфографическим и пунктуационным нормам
Вариант 1

<u>Задание</u>: пишите текст, вставив пропущенные буквы, раскрыв скобки и расставив знаки препинания.

Горные п…роды сл…гают поверхность (З, з)емли и уходят (в)глубь на десятки кил…ометров. Их изучением занимает…ся геология. (З, с)десь нужно ут…чнитьпр…дмет этой одной из др…внейших естествен…ых наук. Геология в широком смысле слова наука о (З, з)емле. Но это определение слишком общее так как (З, з)емля являет…сяпр…дметом изучения ряда других наук астрономии геодезии (поч…во)ведения географии и т. д. (По)этому прав…льнее сказать что геология изучает верхнюю ч…сть нашей планеты называ…мую з…мной корой и…следуя ее состав стр…ение и процес…ы прот…кающие на ней с момента обр…зования до наш…х дней.

З…мная кора состоит из камней или горных п…род. Од…наковое ли зн…чение имеют эти н…звания? Камень это бытовое или т…хническое понятие и в геологии оно не прим…няет…ся. Геологи пользуют…ся понятием «горная п…рода». Что(же) представляют собой горные п…роды? Это твердые мя…кие рыхлые и сыпучие мас…ивы из которых с…стоит верхняя об…лоч…ка (З, з)емли т…лщиной до 40-60 кил…ометров. Таким образом горная п…рода (в)отличи… от ж…тейского понимания слова «камень» вовсе (не)об…зательно твердая. (По)этому к горным п…родам относят…ся (не)только гранит извес…няк и другие крепкие п…роды но и пл…стич…ная глина и рыхлый п…сок. От горных п…род нужно отл…чать м…нералы природные химические соед…нения и (само)родные химические эл…менты. Они своего рода «кирпичи» из которых построен…о «(з, с)дание» горной п…роды.

О со…тношении между горными п…родами и м…нералами очень хорошо писал выд…ющийся (петро)граф Ф. Ю. Левинсон-Лессинг *если(бы) можно было сравнивать з…мную кору по сложности ее стр…ения и с…става с (не)которым сложным организмом можно было(бы) ск…зать что горные п…роды это ткани из которых построе(н, нн) наш организм а м…нералысл…гающие его клетки.*

Перед контрольной работой рекомендуется в качестве тренировки выполнить упражнения с целью повторения основных правил орфографии и пунктуации:

*Меленскова Е. С.*КУЛЬТУРА РЕЧИ И СТИЛИСТИКА РУССКОГО ЯЗЫКА: учебное пособие для студентов специальностей 21.05.02 – «Прикладная геология», 21.05.03 – «Технология геологической разведки», 21.05.04 – «Горное дело».– Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2018. – 88 с.

Зад. 5-12 стр. 10-19

В случае возникновения трудностей при выполнении упражнений можно обратиться к следующим учебным пособиям:

Культура устной и письменной речи делового человека: Справочник. Практикум. М.: Флинта: Наука, 2012 (и другие издания). Раздел «Трудные случаи орфографии и пунктуации» стр. 135-148.

Миняева В. И. Репетитор по русскому языку. Орфография. Пунктуация. Культура речи. Екатеринбург: УГГУ, 2007. 239 с. (и другие издания)

Контрольная работа на разные типы языковых норм

В данную контрольную работу включены задания, нацеленные на проверку владения акцентологическими, орфоэпическими, лексическими и грамматическими (словообразовательными, морфологическими, синтаксическими) нормами.

Пример варианта данной контрольной работы:

Контрольная работа по акцентологическим, орфоэпическим, лексическим и грамматическимнормам
Вариант 1

1. Расставьте ударения в следующих словах:

Асимметрия, важно, диспансер, звонит, ирис, обеспечение, откупорить, пуловер, склады, по средам.

2. Укажите произношение выделенного сочетания:

*Ал**чн**ый, ар**те**рия, двое**чн**ик, **де**дукция, **де**када, кое-**чт**о, Вера Кузьмини**чн**а, **те**мп, **те**ра**пе**вт, шапо**чн**ое знакомство.*

3. Найдите в следующих предложениях нарушения лексических норм. Запишите исправленный вариант:

1. В коллективе бригадир пользовался особым приоритетом. 2. Все герои романа Булгакова имеют свои индивидуальные черты. 3. Студенты долго не могли сдать «хвосты» за первую сессию. 4. Первая премьера этого фильма состоялась на «Четвертом канале». 5. В последнем письме к родителям сын выразил свои мысли более понятливо. 6. В последний раз на экзамене Стасу подфартило как никогда. 7. В моей жизни поступление в университет стало самым памятливым событием. 8. Религия вновь возродилась в нашей стране после распада СССР. 9. Чистота улиц Екатеринбурга в целом не прогрессировала от предпринимаемых администрацией города мер. 10. К четвергу нам задали написать эссе по отечественной истории и две письменные работы по химии и геодезии.

4. Найдите существительные, у которых неправильно определен род. Запишите словосочетания в исправленном виде.

Очередное НЛО, хрустальная бра, симпатичное колли, неудавшийся НЭП, далекое Мехико, упрямая недоросль, современный ТВ, сильный цунами, молодой коллега, серьезная завкафедрой, ответственные жюри, страшная зануда, индийский раджа, освещенное авеню, известная адвокат.

5. Образуйте форму родительного падежа множественного числа от следующих существительных:

Беляши, джинсы, гетры, кочерги, мечты, носки, татары, полотенца, чулки, яблоки, болгары, граммы, цыгане, сани, вафли.

6. Запишите прописью числительные в следующих предложениях:

1. В ходе проверки нарушения техники безопасности были выявлены на 3 545 предприятиях. 2. К августу мы гарантируем доставку товара на сумму 6 247 900 рублей. 3. В этом месяце прививки от гриппа были сделаны 283 сотрудникам и 534 студентам.

7. Найдите и исправьте нарушения грамматических норм в следующих предложениях:

1. Деревья росли по обоим сторонам улицы. 2. Руководство комбината потребовало доложить годовые итоги работы. 3. Выросло целое поколение, для которых Советский Союз является историей. 4. Окончив школу, мне захотелось пойти работать, а не продолжать учебу. 5. ООН принял к рассмотрению предложенный Россией документ. 6. Им руководила жажда к деятельности. 7. Говорят, что много лет потребуются на восстановление заповедника после пожара. 8. К концу соревнований в более лучшем положении оказалась команда «Москва». 9. Алёна не ответила ему, задумчиво следя за игрой волн, колыхая тяжелый баркас. 10. Перед нами новая интересная игрушка для детей из пластмассы.

Комментарии по заданиям.

1. В задании № 1 необходимо расставить ударения в предложенных словах или найти слова, в которых ударение поставлено неверно, и исправить.
2. В задании № 2 необходимо указать произношение выделенных сочетаний или найти слова, в которых неверно указано произношение, и исправить.

3. В задании № 3 проверяется владение лексическими нормами и умение исправлять речевые ошибки.
4. В задании № 4 проверяется умение студента определять род у существительных и аббревиатур: необходимо либо определить род у предложенных слов, либо найти словосочетания, в которых род определен неправильно, и исправить.
5. В задании № 5 проверяется умение студента образовывать две формы существительных: либо форму именительного падежа множественного числа, либо родительного падежа множественного числа. От студента требуется образовать необходимую форму или справить допущенные при образовании определенной формы ошибки.
6. В задании № 6 проверяются различные умения студентов в плане морфологических или синтаксических норм (образование той или иной части речи, склонение числительных, построение словосочетаний по типу управление, построение предложения с деепричастным оборотом и др.).
7. В задании № 7 необходимо найти в предложении допущенную синтаксическую или грамматическую ошибку и записать исправленный вариант.

Перед контрольной работой рекомендуется в качестве тренировки выполнить упражнения, на основе которых данная работа составлена:

Меленскова Е. С. КУЛЬТУРА РЕЧИ И СТИЛИСТИКА РУССКОГО ЯЗЫКА: учебное пособие для студентов специальностей 21.05.02 – «Прикладная геология», 21.05.03 – «Технология геологической разведки», 21.05.04 – «Горное дело».– Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2018. – 88 с.

Зад. 13-15 стр. 19-20 (акцентологические нормы)

Зад. 16-20 стр. 20-23 (орфоэпические нормы)

Зад. 21 стр. 23 (словообразовательные нормы)

Зад. 22-29 стр. 23-26 (лексические нормы)

Зад. 30-40 стр. 27-31 (морфологические нормы)

Зад. 41-44 стр. 31-34 (синтаксические нормы)

При выполнении заданий рекомендуется обращаться к словарям и справочникам. В указанном учебном пособии есть отсылки к необходимой литературе.

Обе контрольных работы выполняются на отдельных листах и сдаются на проверку ведущему преподавателю. Критерии оценивания указаны в КОМ дисциплины «Русский язык и культура речи» для данной специальности и специализации.

Автор-составитель: Меленскова Е. С., кандидат филологических наук, доцент

МИНОБРНАУКИ РФ

ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по учебно-методическому комплексу

_____С.А.Упоров

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ОРГАНИЗАЦИИ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙРАБОТЫ

Б1.Б.1.09 РУССКИЙ ЯЗЫК И КУЛЬТУРА РЕЧИ

Специальность:

21.05.02 Прикладная геология

Специализация № 3:

Геология нефти и газа

форма обучения: очная

Автор: Меленскова Е. С., к.ф.н.

Одобрены на заседании кафедры

Иностранных языков и деловой коммуникации

(название кафедры)

Зав. кафедрой _____

(подпись)

к.п.н., доц. Юсупова Л. Г.

(Фамилия И.О.)

Протокол № 6 от 17.03.2020

(Дата)

Рассмотрены методической комиссией

факультета геологии и геофизики

(название факультета)

Председатель _____

(подпись)

д.г.-м.н., проф. Бондарев В.И.

(Фамилия И.О.)

Протокол № 7 от 20.03.2020

(Дата)

Екатеринбург

2020

Методические рекомендации к дисциплине «РУССКИЙ ЯЗЫК И КУЛЬТУРА РЕЧИ» согласованы с выпускающей кафедрой **литологии и геологии горючих ископаемых**

Заведующий кафедрой ЛГГИ _____к.г.-м.н., С.А. Рыльков____

подпись *И.О. Фамилия*

Самостоятельная работа обучающегося в образовательном процессе рассматривается как форма организации обучения, которая способна обеспечивать самостоятельный поиск необходимой информации, творческое восприятие и осмысление учебного материала в ходе аудиторных занятий, разнообразные формы познавательной деятельности студентов на занятиях и во внеаудиторное время, развитие аналитических способностей, навыков контроля и планирования учебного времени, выработку умений и навыков рациональной организации учебного труда.

Самостоятельная работа – форма организации образовательного процесса, стимулирующая активность, самостоятельность, познавательный интерес студентов.

Основные виды аудиторных занятий по дисциплине «Русский язык и культура речи» – лекция и практическое занятие.

Формы контроля самостоятельной работы студентов – опрос, дискуссия, проверка на практическом занятии, разноуровневые задания, зачет.

Обоснование затрат времени на самостоятельную работу обучающихся (СРО)

Суммарный объем часов на СРО очной формы обучения составляет 76 часов.

№ п/п	*Виды самостоятельной работы*	*Единица измерения*	*Норма времени, час*	*Расчетная трудоемкость СРО по нормам, час.*	*Принятая трудоемкость СРО, час.*
Самостоятельная работа, обеспечивающая подготовкук аудиторным занятиям					55
1	Повторение материала лекций	1 час	0,1-4,0	1,0 х 16	16
2	Самостоятельное изучение тем курса	1 тема	1,0-8,0	2,0 х 3	6
3	Ответы на вопросы для самопроверки (самоконтроля)	1 тема	0,5-1,0	1,0 х 13	13
4	Подготовка к практическим (семинарским) занятиям	1 занятие	0,3-2,0	2,0 х 8	16
5	Подготовка к дискуссии	1 занятие	1,0-4,0	4,0 х1	4
Другие виды самостоятельной работы					21
6	Выполнение самостоятельного письменного домашнего задания (разноуровневые задания)	1 задание	1,0-25,0	1,0 х 21	21
	Итого:				**76**

Подготовка к лекции и опросу

Необходимость самостоятельной работы по подготовке к лекции или опросу определяется тем, что изучение любой дисциплины строится по определенной логике освоения ее разделов, представленных в РУП данной дисциплины.

Перечень примерныхвопросовдля самоконтроля.

Раздел 1. Культура речи и деловое общение

1. Каковы основные отличия общения в официальной и неофициальной обстановке?
2. Какие функции общения реализуются в ситуации занятия? Каких функций необходимо избегать?
3. Какие основные требования предъявляются к деловому общению?
4. По каким аспектам мы оцениваем культуру речи каждого человека?

5. Почему наши тексты должны соответствовать коммуникативным качествам речи?

Раздел 2. Современный русский язык. Типология языковых норм

1. Как соотносятся понятия «язык» и «речь»?
2. Как можно охарактеризовать современный русский язык?
3. Какие разновидности выделяются в национальном русском языке?
4. Что такое литературный язык? Как это понятие соотносится с литературно-художественным стилем?
5. Перечислите типы языковых норм. Что такое императивная и диспозитивная норма?

Раздел 3. Стилистика русского языка. Официально-деловой стиль

1. Перечислите функциональные стили, которые выделяются в современном русском языке. Дайте им краткую характеристику.
2. Каковы основные стилевые и языковые особенности официально-делового стиля?
3. Какие требования предъявляются к оформлению документов?

Часть тем дается на самостоятельное изучение с опорой на список предложенной литературы. Перечень и тем их количество определяется формой обучения.

Очная форма

1. Общая характеристика функциональных стилей
2. Научный стиль русского языка
3. Стилевая, языковая и жанровая специфика научного стиля

Подготовка к практическому занятию

Подготовка к практическому занятию нередко требует подбора материала, с которым предстоит работа на занятии, или отработку навыков, проверка которых состоится непосредственно в аудитории (например, выполнение аналогичных, однотипных заданий). Здесь же можно отметить еще один вид СРО – это **выполнение самостоятельного письменного домашнего задания**.

К первому практическому занятию студенты самостоятельно готовят задания, посвященные лексикографии:

Меленскова Е. С. Культура речи и стилистика русского языка: учебное пособие для студентов специальностей 21.05.02 – «Прикладная геология», 21.05.03 –«Технология геологической разведки», 21.05.04 – «Горное дело».– Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2018. – С. 4-10.

Особое внимание при подготовке уделяется заданию 4, которое выполняется письменно.

К Разделу 2 по указанному выше пособию необходимо сделать следующие упражнения самостоятельно в качестве тренировки и отработки навыков владения нормами литературного русского языка:

Зад. 5-12 стр. 10-19 (орфографические и пунктуационные нормы)

Зад. 13-15 стр. 19-20 (акцентологические нормы)

Зад. 16-20 стр. 20-23 (орфоэпические нормы)

Зад. 21 стр. 23 (словообразовательные нормы)

Зад. 22-29 стр. 23-26 (лексические нормы)

Зад. 30-40 стр. 27-31 (морфологические нормы)

Зад. 41-44 стр. 31-34 (синтаксические нормы)

При выполнении заданий рекомендуется обращаться к словарям и справочникам. В указанном учебном пособии есть отсылки к необходимой литературе.

Часть этих упражнений преподаватель на свое усмотрение предлагает в качестве самостоятельного письменного домашнего задания.

К Разделу 3 по указанному пособию необходимо сделать следующую работу самостоятельно:

Стр. 35-37 – конспект

Зад. 45 стр. 38-40, зад. 47 стр. 41-47 (в качестве подготовки к тестированию)

Стр. 47-50 – конспект

Зад. 48 стр. 50-56 (по вариантам в сильных группах)

Стр. 77-82 – конспект

Зад. 53 стр. 82-83, зад. 54 стр. 83-84 (в качестве подготовки к разноуровневым заданиям).

Подготовка к дискуссии

Дискуссия – это целенаправленное обсуждение конкретного вопроса, сопровождающееся обменом мнениями, идеями между двумя и более лицами. Задача дискуссии – обнаружить различия в понимании вопроса и в споре попытаться установить истину. Обсуждение проблемы (нравственной, политической, научной, профессиональной и другой, которая не имеет общепринятого, однозначного решения) происходит в аудитории коллективно. Дискуссия позволяет включить обучающихся в процесс обсуждения спорного вопроса в рамках актуальной проблематики, оценить их умение формулировать и аргументировать собственную точку зрения.

При подготовке к дискуссии необходимо выбрать актуальную тему, разбиться на три группы 1) те, кто будет отстаивать точку зрения «ЗА», 2) те, кто будет приводить контраргументы и отстаивать позицию «ПРОТИВ», и 3) сторонние наблюдатели, которые будут оценивать происходящее и объяснять, почему они склоняются в итоге к мнению первой или второй команды. Первые две группы готовят тексты своих выступлений заранее. Также заранее можно сформулировать вопросы, которые будут корректироваться по ходу дискуссии.

Подготовка к зачету

Зачет является традиционной формой проверки знаний, умений и навыков, сформированных у студентов в процессе освоения всего содержания изучаемой дисциплины.

Самостоятельная подготовка к зачету должна осуществляться в течение всего семестра. Подготовка включает следующие действия: прежде всего нужно перечитать все лекции, конспекты, а также просмотреть материалы, которые самостоятельно готовились к лекциям или практическим занятиям. Поскольку зачет проходит в форме теста, можно предварительно потренироваться выполнять тестовые задания по дисциплине «Русский язык и культура речи».

Для подготовки к тесту рекомендуется использовать учебное пособие:

МеленсковаЕ.С. Культура речи и деловое общение: Тестовые задания для студентов всех специальностей очной и заочной формы обучения. Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2011.

Тестовые задания позволяют обобщить полученные теоретические знания (часть заданий нацелена на проверку знания теории курса) и практические навыки (часть тестовых заданий составлена с опорой на упражнения, которые студенты выполняют при подготовке к занятиям).

ПЕРЕЧЕНЬ ОСНОВНОЙ И ДОПОЛНИТЕЛЬНОЙ УЧЕБНОЙ ЛИТЕРАТУРЫ, НЕОБХОДИМОЙ ДЛЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

1. Основная литература

№ п/п	*Наименование*	*Кол-воэкз.*
1	*Голуб И.Б.* Русский язык и культура речи [Электронный ресурс]: учебное пособие / И. Б. Голуб. – Электрон.текстовые данные. – М.: Логос, 2014. – 432 с. – 978-5-98704-534-3. – Режим доступа: http://www.iprbookshop.ru/39711.html	Электронный ресурс
2	*Культура устной и письменной речи делового человека*: Справочник. Практикум. М.: Флинта: Наука, 2012 (и другие издания).	166
3	*Меленскова Е. С.* Культура речи и деловое общение: тестовые задания для студентов всех специальностей. Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2013. 78 с.	98
4	*Меленскова Е. С.* Русский язык делового общения: учебное пособие для студентов всех специальностей и направлений подготовки. Екатеринбург: УГГУ, 2018. 80 с.	101

2. Дополнительная литература

№ п/п	*Наименование*	*Кол-воэкз.*
1.	*Введенская Л. А., Павлова Л. Г., Кашаева Е. Ю.* Русский язык и культура речи: учебное пособие для вузов. Ростов-на-Дону: Феникс, 2004. – 544 с. (и другие стереотипные издания)	216
2.	*Введенская Л. А., Павлова Л. Г., Кашаева Е. Ю.* Русский язык и культура речи для инженеров: учебное пособие. Ростов-на-Дону: Феникс, 2003. 384 с.	19
3.	*Веселкова Т. В.* Культура устной и письменной коммуникации [Электронный ресурс]: учебное пособие / Т. В. Веселкова, И. С. Выходцева, Н. В. Любезнова. – Электрон.текстовые данные. – Саратов: Вузовское образование, 2016. – 268 с. – 2227-8397. – Режим доступа: http://www.iprbookshop.ru/54473.html	Электронный ресурс
4.	*Карякина М. В*. Русский язык и культура речи. Подготовка к контрольному тестированию. Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2011. 71 с.	40
5.	*Лапынина Н. Н.* Русский язык и культура речи [Электронный ресурс]: курс лекций / Н. Н. Лапынина. — Электрон.текстовые данные. – Воронеж: Воронежский государственный архитектурно-строительный университет, ЭБС АСВ, 2012. – 161 с. – 978-5-89040-431-2. – Режим доступа: http://www.iprbookshop.ru/22667.html	Электронный ресурс
6.	*Лыткина О. И.* Теоретический курс культуры речи [Электронный ресурс]: учебное пособие / О. И. Лыткина. – Электрон.текстовые данные. – М.: Московская государственная академия водного транспорта, 2009. – 105 с. – 2227-8397. – Режим доступа: http://www.iprbookshop.ru/46332.html	Электронный ресурс
7.	*Меленскова Е. С.* Русский язык и культура речи: учебное пособие с упражнениями и контрольными работами для студентов всех специальностей очной и заочной форм обучения. Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2011. 80 с.	38
8.	*Меленскова Е. С.* Стилистика русского языка: учебное пособие. Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2011. 86 с.	27
9.	*Миняева В. И.* Репетитор по русскому языку. Орфография. Пунктуация. Культура речи: учебное пособие. 5-е изд., испр. и доп. Екатеринбург: УГГУ, 2007. 239 с.	20
10.	*Петрова Ю. А.* Культура и стиль делового общения [Электронный ресурс]: учебное пособие / Ю. А. Петрова. – Электрон.текстовые данные. – М.: ГроссМедиа, 2007. –	Электронный ресурс

	190 с. – 5-476-003-476. – Режим доступа: http://www.iprbookshop.ru/1129.html	
11.	*Скворцов Л. И.* Большой толковый словарь правильной русской речи [Электронный ресурс]/ Скворцов Л. И. – Электрон.текстовые данные. – М.: Мир и Образование, Оникс, 2009. – 1104 с. – Режим доступа: http://www.iprbookshop.ru/14555.html. – ЭБС «IPRbooks».	Электронный ресурс
12.	*Усанова О. Г.* Культура профессионального речевого общения [Электронный ресурс]: учебно-методическое пособие / О. Г. Усанова. – Электрон.текстовые данные. – Челябинск: Челябинский государственный институт культуры, 2008. – 93 с. – 5-94839-062-4. – Режим доступа: http://www.iprbookshop.ru/56426.html	Электронный ресурс
13.	*Федосюк М. Ю., Ладыженская Т. А., Михайлова О. А., Николина Н. А.* Русский язык для студентов-нефилологов: учебное пособие. М.:Флинта: Наука, 2014 (и другие стереотипные издания)	169

ПЕРЕЧЕНЬ РЕСУРСОВ ИНФОРМАЦИОННО-ТЕЛЕКОММУНИКАЦИОННОЙ СЕТИ «ИНТЕРНЕТ», НЕОБХОДИМЫХ ДЛЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

1. *ГОСТ 6.30-2003.* «Унифицированные системы документации. Унифицированная система организационно-распорядительной документации. Требования к оформлению документов» (электронная публикацияhttp://docs.cntd.ru/document/1200031361).
2. *Грамота (сайт).* [Электронный ресурс] – Режим доступа: http://www.gramota.ru.
3. *Культура письменной речи (сайт)* [Электронный ресурс] – Режим доступа: http://www.gramma.ru.
4. *Русский язык*: *энциклопедия русского языка (сайт).* [Электронный ресурс] – Режим доступа: http://russkiyyazik.ru.
5. *Стилистический энциклопедический словарь русского языка(сайт).* [Электронный ресурс] – Режим доступа: http://stylistics.academic.ru.

МИНОБРНАУКИ РФ

ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебно-методическому комплексу
_____ С.А. Упоров

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЕ СТУДЕНТОВ

Б1.Б.1.10 ПСИХОЛОГИЯ ДЕЛОВОГО ОБЩЕНИЯ

Специальность:
21.05.02 Прикладная геология

Специализация № 3:
Геология нефти и газа

форма обучения: очная

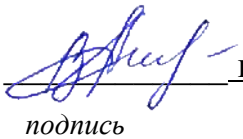
Автор: Полянок О.В., к.психол.н.

Одобрены на заседании кафедры
Управления персоналом
(название кафедры)
Зав. кафедрой _____
(подпись)
к.ф.н., доц. Ветошкина Т.А.
(Фамилия И.О.)
Протокол № 7 от 06.03.2020
(Дата)

Рассмотрены методической комиссией
факультета геологии и геофизики
(название факультета)
Председатель _____
(подпись)
д.г.-м.н., проф. Бондарев В.И.
(Фамилия И.О.)
Протокол № 7 от 20.034.2020
(Дата)

Екатеринбург
2020

Методические указания по дисциплине «ПСИХОЛОГИЯ ДЕЛОВОГО ОЩЕНИЯ» согласованы с выпускающей кафедрой **литологии и геологии горючих ископаемых**

Заведующий кафедрой ЛГГИ  к.г.-м.н., С.А. Рыльков

подпись *И.О. Фамилия*

СОДЕРЖАНИЕ

	Введение	4
1	Методические рекомендации по решению практико-ориентированных заданий	5
2	Методические рекомендации по подготовке к практическим занятиям	10
3	Методические рекомендации по подготовке семинарским занятиям	11
4	Методические рекомендации по подготовке к сдаче экзаменов и зачетов	12
	Заключение	15
	Список использованных источников	16

ВВЕДЕНИЕ

Самостоятельная работа студентов может рассматриваться как организационная форма обучения - система педагогических условий, обеспечивающих управление учебной деятельностью студентов по освоению знаний и умений в области учебной и научной деятельности без посторонней помощи.

Самостоятельная работа студентов проводится с целью:

- систематизации и закрепления полученных теоретических знаний и практических умений студентов;
- углубления и расширения теоретических знаний;
- формирования умений использовать нормативную, правовую, справочную документацию и специальную литературу;
- развития познавательных способностей и активности студентов: творческой инициативы, самостоятельности, ответственности и организованности;
- формирования самостоятельности мышления, способностей к саморазвитию, самосовершенствованию и самореализации;
- формирования практических (общеучебных и профессиональных) умений и навыков;
- развитияисследовательскихумений;
- получения навыков эффективной самостоятельной профессиональной (практической и научно-теоретической) деятельности.

В учебном процессе выделяют два вида самостоятельной работы:

- аудиторная;
- внеаудиторная.

Аудиторная самостоятельная работа по дисциплине выполняется на учебных занятиях под непосредственным руководством преподавателя и по его заданию.

Внеаудиторная самостоятельная работа - планируемая учебная, учебно-исследовательская, научно-исследовательская работа студентов, выполняемая во внеаудиторное время по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия.

Самостоятельная работа, не предусмотренная образовательной программой, учебным планом и учебно-методическими материалами, раскрывающими и конкретизирующими их содержание, осуществляется студентами инициативно, с целью реализации собственных учебных и научных интересов.

Для более эффективного выполнения самостоятельной работы по дисциплине преподаватель рекомендует студентам источники и учебно-методические пособия для работы, характеризует наиболее рациональную методику самостоятельной работы, демонстрирует ранее выполненные студентами работы и т. п.

Подразумевается несколько категорий видов самостоятельной работы студентов, значительная часть которых нашла отражения в данных методических рекомендациях:

- работа с источниками литературы и официальными документами (*использование библиотечно-информационной системы*);
- выполнение заданий для самостоятельной работы в рамках учебных дисциплин (*рефераты, эссе, домашние задания, решения практико-ориентированных заданий*);

- реализация элементов научно-педагогической практики (*разработка методических материалов, тестов, тематических портфолио*);
- реализация элементов научно-исследовательской практики (*подготовка текстов докладов, участие в исследованиях*).

Особенностью организации самостоятельной работы студентов является необходимость не только подготовиться к сдаче зачета, но и собрать, обобщить, систематизировать, проанализировать информацию по темам дисциплины.

Технология организации самостоятельной работы студентов включает использование информационных и материально-технических ресурсов образовательного учреждения.

Самостоятельная работа может осуществляться индивидуально или группами студентовonline и на занятиях в зависимости от цели, объема, конкретной тематики самостоятельной работы, уровня сложности, уровня умений студентов.

В качестве форм и методов контроля внеаудиторной самостоятельной работы студентов могут быть использованы обмен информационными файлами, семинарские занятия, тестирование, опрос, доклад, реферат, самоотчеты, контрольные работы, защита творческих работ и электронных презентаций и др.

Контроль результатов внеаудиторной самостоятельной работы студентов осуществляется в пределах времени, отведенного на обязательные учебные занятия по дисциплине.

1. Методические рекомендации по решению практико-ориентированных заданий

Практико-ориентированные задания - метод анализа ситуаций. Суть его заключается в том, что студентам предлагают осмыслить реальную жизненную ситуацию, описание которой одновременно отражает не только какую-либо практическую проблему, но и актуализирует определенный комплекс знаний, который необходимо усвоить при разрешении данной проблемы. При этом сама проблема не имеет однозначных решений.

Использование метода практико-ориентированного задания как образовательной технологии профессионально-ориентированного обучения представляет собой сложный процесс, плохо поддающийся алгоритмизации [1]. Формальноможновыделитьследующиеэтапы:

- ознакомлениестудентовстекстом;
- анализпрактико-ориентированного задания;
- организация обсуждения практико-ориентированного задания, дискуссии, презентации;
- оцениваниеучастниковдискуссии;
- подведениеитоговдискуссии.

Ознакомление студентов с текстом практико-ориентированного задания и последующий анализ практико-ориентированного задания чаще всего осуществляются за несколько дней до его обсуждения и реализуются как самостоятельная работа студентов; при этом время, отводимое на подготовку, определяется видом практико-ориентированного задания, его объемом и сложностью.

Общая схема работы с практико-ориентированное заданием на данном этапе может быть представлена следующим образом: в первую очередь следует выявить ключевые проблемы практико-ориентированного задания и понять, какие именно из представленных данных важны для решения; войти в ситуационный контекст практико-ориентированного задания, определить, кто его главные действующие лица, отобрать факты и понятия,

[1] Долгоруков А. Метод case-study как современная технология профессионально -ориентированного обучения [Электронный ресурс]. Режим доступа: //http://evolkov.net/case/case.study.html/

необходимые для анализа, понять, какие трудности могут возникнуть при решении задачи; следующим этапом является выбор метода исследования.

Знакомство с небольшими практико-ориентированного заданиями и их обсуждение может быть организовано непосредственно на занятиях. Принципиально важным в этом случае является то, чтобы часть теоретического курса, на которой базируется практико-ориентированное задание, была бы прочитана и проработана студентами.

Максимальная польза из работы над практико-ориентированного заданиями будет извлечена в том случае, если аспиранты при предварительном знакомстве с ними будут придерживаться систематического подхода к их анализу, основные шаги которого представлены ниже:

1. Выпишите из соответствующих разделов учебной дисциплины ключевые идеи, для того, чтобы освежить в памяти теоретические концепции и подходы, которые Вам предстоит использовать при анализе практико-ориентированного задания.
2. Бегло прочтите практико-ориентированное задание, чтобы составить о нем общее представление.
3. Внимательно прочтите вопросы к практико-ориентированному заданию и убедитесь в том, что Вы хорошо поняли, что Вас просят сделать.
4. Вновь прочтите текст практико-ориентированного задания, внимательно фиксируя все факторы или проблемы, имеющие отношение к поставленным вопросам.
5. Прикиньте, какие идеи и концепции соотносятся с проблемами, которые Вам предлагается рассмотреть при работе с практико-ориентированное заданием.

Организация обсуждения практико-ориентированного задания предполагает формулирование перед студентами вопросов, включение их в дискуссию. Вопросы обычно подготавливают заранее и предлагают студентам вместе с текстом практико-ориентированного задания. При разборе учебной ситуации преподаватель может занимать активную или пассивную позицию, иногда он «дирижирует» разбором, а иногда ограничивается подведением итогов дискуссии.

Организация обсуждения практико-ориентированных заданий обычно основывается на двух методах. Первый из них носит название традиционного Гарвардского метода - открытая дискуссия. Альтернативным методом является метод, связанный с индивидуальным или групповым опросом, в ходе которого аспиранты делают формальную устную оценку ситуации и предлагают анализ представленного практико-ориентированного задания, свои решения и рекомендации, т.е. делают презентацию. Этот метод позволяет некоторым студентам минимизировать их учебные усилия, поскольку каждый аспирант опрашивается один- два раза за занятие. Метод развивает у студентов коммуникативные навыки, учит их четко выражать свои мысли. Однако, этот метод менее динамичен, чем Гарвардский метод. В открытой дискуссии организация и контроль участников более сложен.

Дискуссия занимает центральное место в методе. Ее целесообразно использовать в том случае, когда аспиранты обладают значительной степенью зрелости и самостоятельности мышления, умеют аргументировать, доказывать и обосновывать свою точку зрения. Важнейшей характеристикой дискуссии является уровень ее компетентности, который складывается из компетентности ее участников. Неподготовленность студентов к дискуссии делает ее формальной, превращает в процесс вытаскивания ими информации у преподавателя, а не самостоятельное ее добывание.

Особое место в организации дискуссии при обсуждении и анализе практико-ориентированного задания принадлежит использованию метода генерации идей, получившего название «мозговой атаки» или «мозгового штурма».

Метод «мозговой атаки» или «мозгового штурма» был предложен в 30-х годах прошлого столетия А. Осборном как групповой метод решения проблем. К концу XX столетия этот метод приобрел особую популярность в практике управления и обучения не только как самостоятельный метод, но и как использование в процессе деятельности с целью усиления ее продуктивности. В процессе обучения «мозговая атака» выступает в

качестве важнейшего средства развития творческой активности студентов. «Мозговая атака» включает в себя три фазы.

Первая фаза представляет собой вхождение в психологическую раскованность, отказ от стереотипности, страха показаться смешным и неудачником; достигается созданием благоприятной психологической обстановки и взаимного доверия, когда идеи теряют авторство, становятся общими. Основная задача этой фазы - успокоиться и расковаться.

Вторая фаза - это собственно атака; задача этой фазы - породить поток, лавину идей. «Мозговаяатака» в этойфазеосуществляетсяпоследующимпринципам:

- есть идея, - говорю, нет идеи, - не молчу;
- поощряется самое необузданное ассоциирование, чем более дикой покажется идея, тем лучше;
- количество предложенных идей должно быть как можно большим;
- высказанные идеи разрешается заимствовать и как угодно комбинировать, а также видоизменять и улучшать;
- исключается критика, можно высказывать любые мысли без боязни, что их признают плохими, критикующих лишают слова;
- не имеют никакого значения социальные статусы участников; это абсолютная демократия и одновременно авторитаризм сумасшедшей идеи;
- все идеи записываются в протокольный список идей;
- время высказываний - не более 1-2 минут.

Третья фаза представляет собой творческий анализ идей с целью поиска конструктивного решения проблемы по следующим правилам:

- анализировать все идеи без дискриминации какой-либо из них;
- найти место идее в системе и найти систему под идею;
- не умножать сущностей без надобности;
- не должна нарушаться красота и изящество полученного результата;
- должно быть принципиально новое видение;
- ищи «жемчужину в навозе».

В методе мозговая атака применяется при возникновении у группы реальных затруднений в осмыслении ситуации, является средством повышения активности студентов. В этом смысле мозговая атака представляется не как инструмент поиска новых решений, хотя и такая ее роль не исключена, а как своеобразное «подталкивание» к познавательной активности.

Презентация, или представление результатов анализа практико-ориентированного задания, выступает очень важным аспектом метода ***case-study***. Умение публично представить интеллектуальный продукт, хорошо его рекламировать, показать его достоинства и возможные направления эффективного использования, а также выстоять под шквалом критики, является очень ценным интегральным качеством современного специалиста. Презентация оттачивает многие глубинные качества личности: волю, убежденность, целенаправленность, достоинство и т.п.; она вырабатывает навыки публичного общения, формирования своего собственного имиджа.

Публичная (устная) презентация предполагает представление решений практико-ориентированного задания группе, она максимально вырабатывает навыки публичной деятельности и участия в дискуссии. Устная презентация обладает свойством кратковременного воздействия на студентов и, поэтому, трудна для восприятия и запоминания. Степень подготовленности выступающего проявляется в спровоцированной им дискуссии: для этого необязательно делать все заявления очевидными и неопровержимыми.Такая подача материала при анализе практико-ориентированного задания может послужить началом дискуссии. При устной презентации необходимо учитывать эмоциональный настрой выступающего: отношение и эмоции говорящего вносят существенный вклад в сообщение. Одним из преимуществ публичной (устной) презентации является ее гибкость. Оратор может откликаться на изменения окружающей обстановки, адаптировать свой стиль и материал, чувствуя настроение аудитории.

Непубличная презентация менее эффектна, но обучающая роль ее весьма велика. Чаще всего непубличная презентация выступает в виде подготовки отчета по выполнению задания, при этом стимулируются такие качества, как умение подготовить текст, точно и аккуратно составить отчет, не допустить ошибки в расчетах и т.д. Подготовка письменного анализа практико-ориентированного задания аналогична подготовке устного, с той разницей, что письменные отчеты-презентации обычно более структурированы и детализированы. Основное правило письменного анализа практико-ориентированного задания заключается в том, чтобы избегать простого повторения информации из текста, информация должна быть представлена в переработанном виде. Самым важным при этом является собственный анализ представленного материала, его соответствующая интерпретация и сделанные предложения. Письменный отчет - презентация может сдаваться по истечении некоторого времени после устной презентации, что позволяет студентам более тщательно проанализировать всю информацию, полученную в ходе дискуссии.

Как письменная, так и устная презентация результатов анализа практико-ориентированного задания может быть групповая и индивидуальная. Отчет может быть индивидуальным или групповым в зависимости от сложности и объема задания. Индивидуальная презентация формирует ответственность, собранность, волю; групповая - аналитические способности, умение обобщать материал, системно видеть проект.

Оценивание участников дискуссии является важнейшей проблемой обучения посредством метода практико-ориентированного задания. При этом выделяются следующие требования к оцениванию:

- объективность - создание условий, в которых бы максимально точно выявлялись знания обучаемых, предъявление к ним единых требований, справедливое отношение к каждому;
- обоснованностьоценок - ихаргументация;
- систематичность - важнейший психологический фактор, организующий и дисциплинирующий студентов, формирующий настойчивость и устремленность в достижении цели;
- всесторонность и оптимальность.

Оценивание участников дискуссии предполагает оценивание не столько набора определенных знаний, сколько умения студентов анализировать конкретную ситуацию, принимать решение, логически мыслить.

Следует отметить, что оценивается содержательная активность студента в дискуссии или публичной (устной) презентации, которая включает в себя следующие составляющие:

- выступление, которое характеризует попытку серьезного предварительного
- анализа (правильность предложений, подготовленность,
- аргументированность и т.д.);
- обращение внимания на определенный круг вопросов, которые требуют углубленного обсуждения;
- владение категориальным аппаратом, стремление давать определения, выявлять содержание понятий;
- демонстрация умения логически мыслить, если точки зрения, высказанные раньше, подытоживаются и приводят к логическим выводам;
- предложение альтернатив, которые раньше оставались без внимания;
- предложение определенного плана действий или плана воплощения решения;
- определение существенных элементов, которые должны учитываться при анализе практико-ориентированного задания;
- заметное участие в обработке количественных данных, проведении расчетов;
- подведениеитоговобсуждения.

При оценивании анализа практико-ориентированного задания, данного студентами при непубличной (письменной) презентации учитывается:

- формулировка и анализ большинства проблем, имеющихся в практико-ориентированное задание;

- формулировка собственных выводов на основании информации о практико-ориентированное задание, которые отличаются от выводов других студентов;

- демонстрация адекватных аналитических методов для обработки информации;

- соответствие приведенных в итоге анализа аргументов ранее выявленным проблемам, сделанным выводам, оценкам и использованным аналитическим метода

3.Методические рекомендации по подготовке к практическим занятиям

На практических занятиях необходимо стремиться к самостоятельному решению задач, находя для этого более эффективные методы. При этом студентам надо приучить себя доводить решения задач до конечного «идеального» ответа. Это очень важно для будущих специалистов. Практические занятия вырабатывают навыки самостоятельной творческой работы, развивают мыслительные способности.

Практическое занятие – активная форма учебного процесса, дополняющая теоретический курс или лекционную часть учебной дисциплины и призванная помощь обучающимся освоиться в «пространстве» (тематике) дисциплины, самостоятельно прооперировать теоретическими знаниями на конкретном учебном материале.

Продолжительность одного практического занятия – от 2 до 4 академических часов. Общая доля практических занятий в учебном времени на дисциплину – от 10 до 20 процентов (при условии, что все активные формы займут в учебном времени на дисциплину от 40 до 60 процентов).

Для практического занятия в качестве темы выбирается обычно такая учебная задача, которая предполагает не существенные эвристические и аналитические напряжения и продвижения, а потребность обучающегося «потрогать» материал, опознать в конкретном то общее, о чем говорилось в лекции. Например, при рассмотрении вопросов оплаты труда, мотивации труда и проблем безработицы в России имеет смысл провести практические занятия со следующими сюжетами заданий: «Расчет заработной платы работников предприятия». «Разработка механизма мотивации труда на предприятии N». «В чем причины и особенности безработицы в России?». Последняя тема предполагает уже некоторую аналитическую составляющую. Основная задача первой из этих тем - самим посчитать заработную плату для различных групп работников на примере заданных параметров для конкретного предприятия, т. е. сделать расчеты «как на практике»; второй – дать собственный вариант мотивационной политики для предприятия, учитывая особенности данного объекта, отрасли и т.д.; третьей – опираясь на теоретические знания в области проблем занятости и безработицы, а также статистические материалы, сделать авторские выводы о видах безработицы, характерных для России, и их причинах, а также предложить меры по минимизации безработицы.

Перед проведением занятия должен быть подготовлен специальный материал – тот объект, которым обучающиеся станут оперировать, активизируя свои теоретические (общие) знания и тем самым, приобретая навыки выработки уверенных суждений и осуществления конкретных действий.

Дополнительный материал для практического занятия лучше получить у преподавателя заранее, чтобы у студентов была возможность просмотреть его и подготовить вопросы.

Условия должны быть такими, чтобы каждый мог работать самостоятельно от начала до конца. В аудитории должны быть «под рукой» необходимые справочники и тексты законов и нормативных актов по тематике занятия. Чтобы сделать практическое занятие максимально эффективным, надо заранее подготовить и изучить материал по наиболее интересным и практически важным темам.

Особенности практического занятия с использованием компьютера

Для того чтобы повысить эффективность проведения практического занятия, может использоваться компьютер по следующим направлениям:

- поиск информации в Интернете по поставленной проблеме: в этом случае преподаватель представляет обучающимся перечень рекомендуемых для посещения Интернет-сайтов;
- использование прикладных обучающих программ;
- выполнение заданий с использованием обучающимися заранее установленных преподавателем программ;
- использование программного обеспечения при проведении занятий, связанных с моделированием социально-экономических процессов.

4.Методические рекомендации по подготовке семинарским занятиям

Семинар представляет собой комплексную форму и завершающее звено в изучении определенных тем, предусмотренных программой учебной дисциплины. Комплексность данной формы занятий определяется тем, что в ходе её проведения сочетаются выступления обучающихся и преподавателя: рассмотрение обсуждаемой проблемы и анализ различных, часто дискуссионных позиций; обсуждение мнений обучающихся и разъяснение (консультация) преподавателя; углубленное изучение теории и приобретение навыков умения ее использовать в практической работе.

По своему назначению семинар, в процессе которого обсуждается та или иная научная проблема, способствует:

- углубленному изучению определенного раздела учебной дисциплины, закреплению знаний;
- отработке методологии и методических приемов познания;
- выработке аналитических способностей, умения обобщения и формулирования выводов;
- приобретению навыков использования научных знаний в практической деятельности;
- выработке умения кратко, аргументированно и ясно излагать обсуждаемые вопросы;
- осуществлению контроля преподавателя за ходом обучения.

Семинары представляет собой дискуссию в пределах обсуждаемой темы (проблемы). Дискуссия помогает участникам семинара приобрести более совершенные знания, проникнуть в суть изучаемых проблем. Выработать методологию, овладеть методами анализа социально-экономических процессов. Обсуждение должно носить творческий характер с четкой и убедительной аргументацией.

По своей структуре семинар начинается со вступительного слова преподавателя, в котором кратко излагаются место и значение обсуждаемой темы (проблемы) в данной дисциплине, напоминаются порядок и направления ее обсуждения. Конкретизируется ранее известный обучающимся план проведения занятия. После этого начинается процесс обсуждения вопросов обучающимися. Завершается занятие заключительным словом преподавателя.

Проведение семинарских занятий в рамках учебной группы (20 - 25 человек) позволяет обеспечить активное участие в обсуждении проблемы всех присутствующих.

По ходу обсуждения темы помните, что изучение теории должно быть связано с определением (выработкой) средств, путей применения теоретических положений в практической деятельности, например, при выполнении функций государственного служащего. В то же время важно не свести обсуждение научной проблемы только к пересказу случаев из практики работы, к критике имеющих место недостатков. Дискуссии имеют важное значение: учат дисциплине ума, умению выступать по существу, мыслить логически, выделяя главное, критически оценивать выступления участников семинара.

В процессе проведения семинара обучающиеся могут использовать разнообразные по своей форме и характеру пособия (от доски смелом до самых современных технических

средств), демонстрируя фактический, в том числе статистический материал, убедительно подтверждающий теоретические выводы и положения. В завершение обсудите результаты работы семинара и сделайте выводы, что хорошо усвоено, а над чем следует дополнительно поработать.

В целях эффективности семинарских занятий необходима обстоятельная подготовка к их проведению. В начале семестра (учебного года) возьмите в библиотеке необходимые методические материалы для своевременной подготовки к семинарам. Во время лекций, связанных с темой семинарского занятия, следует обращать внимание на то, что необходимо дополнительно изучить при подготовке к семинару (новые официальные документы, статьи в периодических журналах, вновь вышедшие монографии и т.д.).

5.Методические рекомендации по подготовке к сдаче экзаменов и зачетов

Экзамен - одна из важнейших частей учебного процесса, имеющая огромное значение.

Во-первых, готовясь к экзамену, студент приводит в систему знания, полученные на лекциях, семинарах, практических и лабораторных занятиях, разбирается в том, что осталось непонятным, и тогда изучаемая им дисциплина может быть воспринята в полном объеме с присущей ей строгостью и логичностью, ее практической направленностью. А это чрезвычайно важно для будущего специалиста.

Во-вторых, каждый хочет быть волевым и сообразительным., выдержанным и целеустремленным, иметь хорошую память, научиться быстро находить наиболее рациональное решение в трудных ситуациях. Очевидно, что все эти качества не только украшают человека, но и делают его наиболее действенным членом коллектива. Подготовка и сдача экзамена помогают студенту глубже усвоить изучаемые дисциплины, приобрести навыки и качества, необходимые хорошему специалисту.

Конечно, успех на экзамене во многом обусловлен тем, насколько систематически и глубоко работал студент в течение семестра. Совершенно очевидно, что серьезно продумать и усвоить содержание изучаемых дисциплин за несколько дней подготовки к экзамену просто невозможно даже для очень способного студента. И, кроме того, хорошо известно, что быстро выученные на память разделы учебной дисциплины так же быстро забываются после сдачи экзамена.

При подготовке к экзамену студенты не только повторяют и дорабатывают материал дисциплины, которую они изучали в течение семестра, они обобщают полученные знания, осмысливают методологию предмета, его систему, выделяют в нем основное и главное, воспроизводят общую картину с тем, чтобы яснее понять связь между отдельными элементами дисциплины. Вся эта обобщающая работа проходит в условиях напряжения воли и сознания, при значительном отвлечении от повседневной жизни, т. е. в условиях, благоприятствующих пониманию и запоминанию.

Подготовка к экзаменам состоит в приведении в порядок своих знаний. Даже самые способные студенты не в состоянии в короткий период зачетно-экзаменационной сессии усвоить материал целого семестра, если они над ним не работали в свое время. Для тех, кто мало занимался в семестре, экзамены принесут мало пользы: что быстро пройдено, то быстро и забудется. И хотя в некоторых случаях студент может «проскочить» через экзаменационный барьер, в его подготовке останется серьезный пробел, трудно восполняемый впоследствии.

Определив назначение и роль экзаменов в процессе обучения, попытаемся на этой основе пояснить, как лучше готовиться к ним.

Экзаменам, как правило, предшествует защита курсовых работ (проектов) и сдача зачетов. К экзаменам допускаются только студенты, защитившие все курсовые работы проекты) и сдавшие все зачеты. В вузе сдача зачетов организована так, что при систематической работе в течение семестра, своевременной и успешной сдаче всех текущих работ, предусмотренных графиком учебного процесса, большая часть зачетов не

вызывает повышенной трудности у студента. Студенты, работавшие в семестре по плану, подходят к экзаменационной сессии без напряжения, без излишней затраты сил в последнюю, «зачетную» неделю.

Подготовку к экзамену следует начинать с первого дня изучения дисциплины. Как правило, на лекциях подчеркиваются наиболее важные и трудные вопросы или разделы дисциплины, требующие внимательного изучения и обдумывания. Нужно эти вопросы выделить и обязательно постараться разобраться в них, не дожидаясь экзамена, проработать их, готовясь к семинарам, практическим или лабораторным занятиям, попробовать самостоятельно решить несколько типовых задач. И если, несмотря на это, часть материала осталась неусвоенной, ни в коем случае нельзя успокаиваться, надеясь на то, что это не попадется на экзамене. Факты говорят об обратном; если те или другие вопросы учебной дисциплины не вошли в экзаменационный билет, преподаватель может их задать (и часто задает) в виде дополнительных вопросов.

Точно такое же отношение должно быть выработано к вопросам и задачам, перечисленным в программе учебной дисциплины, выдаваемой студентам в начале семестра. Обычно эти же вопросы и аналогичные задачи содержатся в экзаменационных билетах. Не следует оставлять без внимания ни одного раздела дисциплины: если не удалось в чем-то разобраться самому, нужно обратиться к товарищам; если и это не помогло выяснить какой-либо вопрос до конца, нужно обязательно задать этот вопрос преподавателю на предэкзаменационной консультации. Чрезвычайно важно приучить себя к умению самостоятельно мыслить, учиться думать, понимать суть дела. Очень полезно после проработки каждого раздела восстановить в памяти содержание изученного материала.кратко записав это на листе бумаги. создать карту памяти (умственную карту), изобразить необходимые схемы и чертежи (логико-графические схемы), например, отобразить последовательность вывода теоремы или формулы. Если этого не сделать, то большая часть материала останется не понятой, а лишь формально заученной, и при первом же вопросе экзаменатора студент убедится в том, насколько поверхностно он усвоил материал.

В период экзаменационной сессии происходит резкое изменение режима работы, отсутствует посещение занятий по расписанию. При всяком изменении режима работы очень важно скорее приспособиться к новым условиям. Поэтому нужно сразу выбрать такой режим работы, который сохранился бы в течение всей сессии, т. е. почти на месяц. Необходимо составить для себя новый распорядок дня, чередуя занятия с отдыхом. Для того чтобы сократить потерю времени на включение в работу, рабочие периоды целесообразно делать длительными, разделив день примерно на три части: с утра до обеда, с обеда до ужина и от ужина до сна.

Каждый рабочий период дня надо заканчивать отдыхом. Наилучший отдых в период экзаменационной сессии - прогулка, кратковременная пробежка или какой-либо неутомительный физический труд.

При подготовке к экзаменам основное направление дают программа учебной дисциплины и студенческий конспект, которые указывают, что наиболее важно знать и уметь делать. Основной материал должен прорабатываться по учебнику (если такой имеется) и учебным пособиям, так как конспекта далеко недостаточно для изучения дисциплины, Учебник должен быть изучен в течение семестра, а перед экзаменом сосредоточьте внимание на основных, наиболее сложных разделах. Подготовку по каждому разделу следует заканчивать восстановлением по памяти его краткого содержания в логической последовательности.

За один - два дня до экзамена назначается консультация. Если ее правильно использовать, она принесет большую пользу. Во время консультации студент имеет полную возможность получить ответ на нее ни ясные ему вопросы. А для этого он должен проработать до консультации все темы дисциплины. Кроме того, преподаватель будет отвечать на вопросы других студентов, что будет для вас повторением и закреплением знаний. И еще очень важное обстоятельство: преподаватель на консультации, как правило, обращает внимание на те вопросы, по которым на предыдущих экзаменах ответы были

неудовлетворительными, а также фиксирует внимание на наиболее трудных темах дисциплины. Некоторые студенты не приходят на консультации либо потому, что считают, что у них нет вопросов к преподавателю, либо полагают, что у них и так мало времени и лучше самому прочитать материал в конспекте или и учебнике. Это глубокое заблуждение. Никакая другая работа не сможет принести столь значительного эффекта накануне экзамена, как консультация преподавателя.

Но консультация не может возместить отсутствия длительной работы в течение семестра и помочь за несколько часов освоить материал, требующийся к экзамену. На консультации студент получает ответы на трудные или оставшиеся неясными вопросы и, следовательно, дорабатывается материал. Консультации рекомендуется посещать, подготовив к ним все вопросы, вызывающие сомнения. Если студент придет на консультацию, не проработав всего материала, польза от такой консультации будет невелика.

Очень важным условием для правильного режима работы в период экзаменационной сессии является нормальным сон. Подготовка к экзамену не должна идти в ущерб сну, иначе в день экзамена не будет чувства свежести и бодрости, необходимых для хороших ответов. Вечер накануне экзамена рекомендуем закончить небольшой прогулкой.

Итак, *основные советы* для подготовки к сдаче зачетов и экзаменов состоят в следующем:

- лучшая подготовка к зачетам и экзаменам - равномерная работа в течение всего семестра;
- используйте программы учебных дисциплин - это организует вашу подготовку к зачетам и экзаменам;
- учитывайте, что для полноценного изучения учебной дисциплины необходимо время;
- составляйте планы работы во времени;
- работайте равномерно и ритмично;
- курсовые работы (проекты) желательно защищать за одну - две недели до начала зачетно-экзаменационной сессии;
- все зачеты необходимо сдавать до начала экзаменационной сессии;
- помните, что конспект не заменяет учебник и учебные пособия, а помогает выбрать из него основные вопросы и ответы;
- при подготовке наибольшее внимание и время уделяйте трудным и непонятным вопросам учебной дисциплины;
- грамотно используйте консультации;
- соблюдайте правильный режим труда и отдыха во время сессии, это сохранит работоспособность и даст хорошие результаты;
- учитесь владеть собой на зачете и экзамене;
- учитесь точно и кратко передавать свои мысли, поясняя их, если нужно, логико-графическими схемами.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Методические указания по выполнению самостоятельной работы обучающихся являются неотъемлемой частью процесса обучения в вузе. Правильная организация самостоятельной работы позволяет обучающимся развивать умения и навыки в усвоении и систематизации приобретаемых знаний, обеспечивает высокий уровень успеваемости в период обучения, способствует формированию навыков совершенствования профессионального мастерства. Также внеаудиторное время включает в себя подготовку к аудиторным занятиям и изучение отдельных тем, расширяющих и углубляющих представления обучающихся по разделам изучаемой дисциплины.

Таким образом, обучающийся используя методические указанияможет в достаточном объеме усвоить и успешно реализовать конкретные знания, умения, навыки и получить опыт при выполнении следующих условий:

1) систематическаясамостоятельная работа по закреплению полученных знаний и навыков;

2) добросовестноевыполнение заданий;

3) выяснениеи уточнение отдельных предпосылок, умозаключений и выводов, содержащихся в учебном курсе;

4) сопоставление точек зрения различных авторов по затрагиваемым в учебном курсе проблемам; выявление неточностей и некорректного изложения материала в периодической и специальной литературе;

5) периодическое ознакомление с последними теоретическими и практическими достижениями в области управления персоналом;

6) проведение собственных научных и практических исследований по одной или нескольким актуальным проблемам для *HR*;

7) подготовка научных статей для опубликования в периодической печати, выступление на научно-практических конференциях, участие в работе студенческих научных обществ, круглых столах и диспутах по проблемам управления персоналом.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Брандес М. П. Немецкий язык. Переводческое реферирование: практикум. М.: КДУ, 2008. – 368с.

2. Долгоруков А. Метод case-study как современная технология профессионально -ориентированного обучения [Электронный ресурс]. Режим доступа: //http://evolkov.net/case/case.study.html/

3. Методические рекомендации по написанию реферата. [Электронный ресурс]. Режим доступа: http://www.hse.spb.ru/edu/recommendations/method-referat-2005.phtml

4. Фролова Н. А. Реферирование и аннотирование текстов по специальности: Учеб.пособие / ВолгГТУ, Волгоград, 2006. - С.5.

5. Методические рекомендации для студентов [Электронный ресурс]: Режим доступа:http://lesgaft.spb.ru/sites/default/files/u57/metod.rekomendacii_dlya_studentov_21.pdf

МИНИСТЕРСТВО ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования

УРАЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ГОРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Факультет геологии и геофизики

Кафедра “Математики”



ВЫСШАЯ МАТЕМАТИКА

МЕТОДИЧЕСКОЕ ПОСОБИЕ

Решебник задач по высшей математике

Екатеринбург 2019

ОГЛАВЛЕНИЕ

Часть 1. ЛИНЕЙНАЯ АЛГЕБРА С ЭЛЕМЕНТАМИ ОБЩЕЙ АЛГЕБРЫ **6**

1. ВВЕДЕНИЕ В ОБЩУЮ АЛГЕБРУ

Практическое занятие 1 6

Множества, операции, отношения 6

Практическое занятие 2 12

Комплексные числа 12

Задания для самостоятельной работы 15

2. ВЕКТОРНЫЕ ПРОСТРАНСТВА И ЛИНЕЙНЫЕ ОПЕРАТОРЫ 20

Практическое занятие 1 20

Метод координат, векторы 20

Практическое занятие 2 31

Векторное и смешанное произведения 31

Прямая линия и плоскость, взаимное расположение прямой линии и плоскости 33

Практическое занятие 3 37

Абстрактные векторные пространства 37

Практическое занятие 4 58

Операторы, матрицы, определители и СЛАУ 58

Практическое занятие 5 73

Ядро и ранг линейного оператора. Критерии совместности СЛАУ 73

Задания для самостоятельной работы 82

Векторная алгебра 82

Прямые линии и плоскости 84

Операторы, матрицы 85

Часть 2. ОПЕРАТОРЫ В ЕВКЛИДОВЫХ ПРОСТРАНСТВАХ 93

Практическое занятие 1 93

Собственные и инвариантные подпространства. Самосопряжённые и ортогональные операторы 93

Практическое занятие 2 114

Наклонная, перпендикуляр, проекция, оператор проектирования 114

Практическое занятие 3 121

Квадратичные формы. Поверхности второго порядка 121

Задания для самостоятельной работы 131

Собственные значения и собственные векторы 131

Инвариантные подпространства 132

Геометрия пространства E^n 134

ЧАСТЬ 3. МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ФУНКЦИЙ ОДНОГО И НЕСКОЛЬКИХ ПЕРЕМЕННЫХ 138

Практическое занятие 1 138

Определение предела последовательности 138

Вычисление предела последовательности 140

Непрерывность и предел функции 146

Практическое занятие 2 150

Дифференцируемость функции одного переменного 150

Логарифмическое дифференцирование 155

Дифференцирование функций, заданных неявно 156

Дифференцирование функций, заданных параметрически 158

Понятие дифференциала функции. Приближённые вычисления 159

Практическое занятие 3. Основные теоремы дифференциального исчисления 161

Теоремы Ферма, Ролля, Лагранжа, Коши 161

Правила Лопиталя 165

Формула Тейлора и формула Маклорена 166

Практическое занятие 4. Исследование функций одного переменного 170

Промежутки монотонности функции 170

Схема исследования функции на локальные экстремумы с помощью первой производной 172

Полное исследование функции 177

Практическое занятие 5. Интегрируемость функций одного переменного 178

Непосредственное интегрирование 178
Подведение под дифференциал 178
Методы подстановки (замены переменной интегрирования) и интегрирования по частям 180
Формула Ньютона-Лейбница, вычисление определённого интеграла мето дом замены переменной и интегрирования по частям 181
Практическое занятие 6. Дифференцируемость функций нескольких переменных 183
Первые частные производные функций нескольких переменных 183
Частные производные функций нескольких переменных высших порядков 189
Дифференцируемость функций нескольких переменных 191
Дифференциалы высших порядков 193
Производные сложных и неявно заданных функций 194
Практическое занятие 7 197
Градиент функции и производная по направлению 197
Экстремум функции двух переменных 198
Практическое занятие № 8 200
Непосредственное вычисление суммы числового ряда 200
Необходимый признак сходимости 201
Признак сравнения 202
Признак Даламбера 203
Знакопеременные ряды 204
Практическое занятие 9 206
Функциональные ряды 206
Ряд Тейлора (Маклорена) 210
Задания для самостоятельной работы 212
Предел и дифференцируемость функций одного переменного 212
Дифференцируемость функций нескольких переменных. 218
Интегрируемость функции одного переменного 218
Числовые ряды 225
Функциональные ряды 227

ЧАСТЬ 4. ТЕОРИЯ ПОЛЯ. ВЕКТОРНЫЙ АНАЛИЗ. ОБЫКНОВЕННЫЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ 230

Практическое занятие 1 230

Базисные векторные поля 230

Практическое занятие 2 240

Вычисление криволинейных интегралов 240

Практическое занятие 3 243

Вычисление двойного интеграла в декартовых координатах 243

Вычисление площади, объёма и массы 245

Вычисление двойного интеграла в полярных координатах 246

Вычисление тройного интеграла в декартовых координатах 250

Вычисление тройного интеграла в цилиндрических и сферических координатах 251

Практическое занятие 4 253

Приложения криволинейных и кратных интегралов 253

Практическое занятие 5 259

Поверхностные интегралы первого и второго рода 259

Практическое занятие 6 262

Векторный анализ 262

Практическое занятие 7 271

Дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными 271

Дифференциальные уравнения с однородной правой частью 273

Линейные дифференциальные уравнения первого порядка 274

Неполные обыкновенные дифференциальные уравнения второго порядка 276

Линейные однородные дифференциальные уравнения второго порядка 279

Линейные неоднородные дифференциальные уравнения второго порядка. Метод Лагранжа 281

Примеры из механики 283

Практическое занятие 8 286

Линейные системы ОДУ, методы Эйлера и Лагранжа 286

Задания для самостоятельной работы 293

Интегрирование и теория поля 293

Обыкновенные дифференциальные уравнения 298

ЧАСТЬ 1. Линейная алгебра с элементами общей алгебры

1. ВВЕДЕНИЕ В ОБЩУЮ АЛГЕБРУ

Практическое занятие 1

Множества, операции, отношения

Задача 1.1.1. Найти все подмножества множества $M = \{4, 7, 9\}$.

Р е ш е н и е. Подмножествами данного множества являются: пустое множество $\varnothing$; само множество M; одноэлементные множества $\{4\}, \{7\}, \{9\}$; двухэлементные множества $\{4, 7\}, \{4, 9\}, \{7, 9\}$. $\otimes$

Задача 1.1.2. Найти пересечение, объединение и разность множеств $A = \{a, b, c, d, e, f\}, B = \{b, e, f, k\}$.

Р е ш е н и е. Пересечение множеств $A \cap B$ содержит три элемента

$$A \cap B = \{b, e, f\},$$

объединение множеств содержит семь элементов

$$A \cup B = \{a, b, c, d, e, f, k\},$$

разность

$$A - B = \{a, c, d\}. \otimes$$

Задача 1.1.3. Найти пересечение множеств решений неравенств

$$2x - 3 > x + 1,\ 3x - 8 < 2x + 1,$$

полагая, что $x \in R^1$.

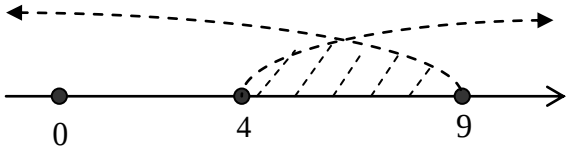


Рис. 1.

Р е ш е н и е. Решением первого неравенства является множество действительных чисел $x > 4$, решением второго неравенства является множество действительных чисел $x < 9$. Их пересечением (рисунок 1.1.1) является множество $M = \{x \in R^1 : 4 < x < 9\}$. $\otimes$

Задача 1.1.4. Найти произведение $A \times B$ множеств

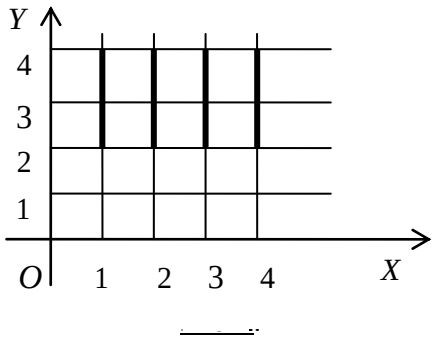
$A = \{m, p\}, B = \{e, f, k\}$.

Р е ш е н и е. Составляем, согласно определению, всевозможные упорядоченные пары, первой компонентой которых является элемент множества A, а второй – элемент множества B:

$$A \times B = \{(m, e), (m, f), (m, k), (p, e), (p, f), (p, k)\}. \otimes$$

Задача 1.1.5. Изобразить на координатной плоскости произведение $A \times B$ множеств $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{x \in R^1 : 2 \le y \le 4\}$.

Р е ш е н и е. Множество A конечно, а множество B – бесконечно, поэтому произведение множеств состоит из бесконечного множества упорядоченных пар, первым компонентом которых являются числа 1, 2, 3 или 4, а вторым – любое действительное число из замкнутого промежутка $[2, 4]$. Множество пар координатной плоскости изобразится



в виде четырёх отрезков, параллельных оси ординат (рисунок 2). $\otimes$

Задача 1.1.6. Доказать транзитивность отношения равенства для произвольных множеств.

Р е ш е н и е. Пусть X, Y и Z – произвольные множества. Покажем, что из $X = Y$ и $Y = Z \Rightarrow X = Z$.

Пусть $x \in X$. Тогда, так как $X = Y$, имеем $x \in Y$. Но так как $Y = Z$, получаем $x \in Z$. Обратно, из $x \in Z$ следует, что $x \in X$. По закону тождества получаем $X = Z$. $\otimes$

Задача 1.1.7. Доказать, что для произвольных множеств A, B и C справедливо равенство: $A \setminus (B \cap C) = (A \setminus B) \cup (A \setminus C)$.

Р е ш е н и е. Покажем, что

$$A \setminus (B \cap C) \subseteq (A \setminus B) \cup (A \setminus C).$$

Пусть $x \in A \setminus (B \cap C)$. Откуда следует, что $x \in A$ и $x \notin B \cap C$. То есть, $x \in A$ и $x \notin B$, или $x \in A$ и $x \notin C$. Поэтому

$$x \in A \setminus B, \text{ или } x \in A \setminus C,$$

то есть

$$x \in (A \setminus B) \cup (A \setminus C).$$

Следовательно, в соответствие с определением части множества включение

$$A \setminus (B \cap C) \subseteq (A \setminus B) \cup (A \setminus C)$$

доказано.

Включение $(A \setminus B) \cup (A \setminus C) \subseteq A \setminus (B \cap C)$ доказывается аналогично.

Из доказанных включений с учётом закона тождества получаем требуемое равенство $A \setminus (B \cap C) = (A \setminus B) \cup (A \setminus C)$. $\otimes$

Задача 1.1.8. Проверить непосредственно, что для множеств

$$X = \{5, 7\}, Y = \{7, 9\}, Z = \{0, 1\}$$

выполняется следующее равенство: $(X \cup Y) \times Z = (X \times Z) \cup (Y \times Z)$.

Р е ш е н и е. Для левой части равенства непосредственно получаем $X \cup Y = \{5, 7, 9\}$ и далее имеем:

$$(X \cup Y) \times Z = \{5, 7, 9\} \times \{0, 1\}$$

$$= \{(5, 0), (5, 0), (7, 0), (9, 0), (3, 1), (5, 1), (7, 1), (9, 1)\}$$

Для правой части получаем аналогично:

$$(X \times Z) \cup (Y \times Z) = \{5, 7\} \times \{0, 1\} \cup \{9, 7\} \times \{0, 1\}$$

$$= \{(5, 0), (5, 0), (7, 0), (3, 1), (5, 1), (7, 1)\} \cup \{(5, 0), (7, 1), (9, 0), (9, 1)\}$$

$$= \{(5, 0), (3, 1), (5, 1), (7, 0), (7, 1), (9, 0), (9, 1)\}$$

Сравнивая полученные равенства, видим, что оба множества состоят из одних и тех же элементов, то есть, равны друг другу. $\otimes$

Задача 1.1.9. Выяснить, является ли на подмножестве

$$R^+ = \{x \in R^1 : x > 0\}$$

множества действительных чисел R^1 алгебраической операция $x * y = x^2$ и указать, обладает ли эта операция свойствами коммутативности и ассоциативности.

Р е ш е н и е. Пусть x, y, z – любые элементы из R^+. Тогда, очевидно, $\forall x \in R^+ \; x^2 \in R^+$, то есть операция $*$ является бинарной алгебраической операцией. Так как по определению операции имеем

$$\forall x \neq y \; x * y = x^2 \neq y * x = y^2,$$

то операция $*$ не является коммутативной. Далее, так как

$$\forall x \neq y \neq z \in R^+ \; x * (y * z) = x^2 \neq (x * y) * z = (x * y)^2 = x^4,$$

то операция $*$ не является ассоциативной. $\otimes$

Задача 1.1.10. Ассоциативна ли на множестве действительных чисел R^1 операция $x * y = \sin x \cdot \sin y$.

Р е ш е н и е. Для определённой операции имеем:

$$\forall x, y, z \in R \; (x * y) * z = \sin(\sin x \cdot \sin y) \cdot \sin z,$$

$$x * (y * z) = \sin x \cdot \sin(\sin y \cdot \sin z).$$

Очевидно, что $(x * y) * z = x * (y * z)$ выполняется не для всех x, y, z, следовательно, операция $*$ свойством ассоциативности не обладает. $\otimes$

Задача 1.1.11. На множестве $M = \{2, 4, 6, 8\}$ задано отношение «***меньше***». Изобразить это отношение: 1) выписав все упорядоченные пары; 2) построив граф отношения.

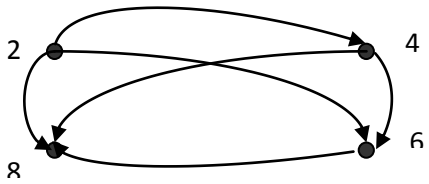


Рис. 1.8.3.

Р е ш е н и е. Отношение имеет вид:

$$2 < 4, 2 < 6, 2 < 8, 4 < 6, 4 < 8, 6 < 8.$$

Запишем отношение в виде подмножества $\Re \subset M \times M$ произведения множества M на себя, то есть в виде множества упорядоченных пар:

$$\{\langle 2, 4\rangle, \langle 2, 6\rangle, \langle 2, 8\rangle, \langle 4, 6\rangle, \langle 4, 8\rangle, \langle 6, 8\rangle\}.$$

Граф отношения приведён на рисунке 3. $\otimes$

Задача 1.1.12. Пусть $M = \{p, q\}$ и задано подмножество $\Re$ множества $M \times M$

$$\{(p, p), (p, q), (p, f), (f, f), (f, p), (f, q), (q, p), (q, q)\}.$$

Обладает ли определяемое этим подмножеством отношение свойствами рефлексивности, симметричности и транзитивности?

Р е ш е н и е. Очевидно, что для элементов множества $\Re$ истинны следующие высказывания:

$$1) \ (p, f) \in \Re;$$

$$2) \ (p, p) \in \Re, \ (f, p) \in \Re, \ (p, q) \in \Re, \ (f, f) \in \Re,$$
$$(f, q) \in \Re, \ (q, p) \in \Re;$$

$$3) \ (p, p) \in \Re \wedge (f, q) \in \Re \Rightarrow (p, q) \in \Re,$$
$$(p, q) \in \Re \wedge (q, p) \in \Re \Rightarrow (p, p) \in \Re,$$
$$(f, f) \in \Re \wedge (p, q) \in \Re \Rightarrow (f, q) \in \Re.$$

Поэтому отношение $\Re$ на множестве M, заданное множеством упорядоченных пар элементов M, рефлексивно, симметрично и транзитивно. $\otimes$

Задача 1.1.13. Показать, что отношение включения $\subset$ является отношением порядка.

Р е ш е н и е. 1) Пусть X – произвольное множество. Так как всегда $X \subset X$, то отношение $\subset$ рефлексивно. 2) Пусть X, Y, Z – произвольные множества, для которых выполняются включения $X \subset Y$ и $Y \subset Z$. Если $x \in X$, то в силу $X \subset Y$ имеем $x \in Y$, а так как $Y \subset Z$, то и $x \in Z$. Поэтому $(X \subset Y \wedge Y \subset Z) \Rightarrow X \subset Z$, то есть отношение $\subset$ транзитивно. 3) Так как по закону тождества имеем

$$(X \subset Y \wedge Y \subset X) \Leftrightarrow X = Y,$$

то отношение $\subset$ антисимметрично.

Отношение $\subset$ рефлексивно, транзитивно и антисимметрично и, следовательно, является отношением порядка. $\otimes$

Задача 1.1.14. Пусть функция $f : M_1 \to M_2$, где $M_1 \subset R^1$ и $M_2 \subset R^1$, задана формулой $y = \pm\sqrt{1 - x^2}$. Требуется: найти множество определения M_1 и множество значений M_2 этой функции; выяснить, является ли данная функция отображением или преобразованием; выяснить, является ли f инъективной, сюръективной или биективной.

Р е ш е н и е. Множеством определения функции f является множество $M_1 = \{x \in R^1 : -1 \le x \le 1\}$, а множеством значений – множество $M_2 = M_1$, следовательно f осуществляет отображение M_1 на M_1, то есть является преобразованием. Так как $(\exists x \in M_1) : f(x) = f(-x)$, то преобразование f не является инъективным, но очевидно, что f – сюръективно. Следовательно, отображение f не является биективным. $\otimes$

Задача 1.1.15. Доказать, что множество натуральных чисел N с операцией $(*) : x * y = \min\{x, y\}$ является полугруппой.

Р е ш е н и е. Исходя из определения полугруппы, нужно проверить, что операция $(*)$ является алгебраической и ассоциативной. Так как

$$(\forall x, y \in N) \; x * y = \min\{x, y\} \in N,$$

то операция $(*)$ является алгебраической. Проверим её на ассоциативность, имеем:

$$(\forall x, y, z \in N) \; (x * y) * z = \min\{\min\{x, y\}, z\} = \min\{x, \min\{y, z\}\}.$$

Операция $(*)$ ассоциативна. Поэтому $(N, *)$ – полугруппа. $\otimes$

Задача 1.1.16. Доказать, что множество положительных действительных чисел $R^+ = \{x \in R^1 : x > 0\}$, в котором операции «сложения» и «умножения на число» введены по правилам

$$(\forall x, y \in R^+ \wedge \forall \alpha \in R) \; x + y \overset{def}{=} x \cdot y \wedge \alpha \cdot x \overset{def}{=} x^{\alpha},$$

является векторным пространством.

Р е ш е н и е. Согласно определению векторного пространства, в множестве R^+ должны выполняться две группы аксиом.

Аксиомы сложения:

1) $(\forall x, y \in A) \; x + y = y + x$ (**коммутативность**);
2) $(\forall x, y, z \in A) \; (x + y) + z = x + (y + z)$ (**ассоциативность**);
3) $(\exists 0 \in A) : (\forall x \in A) \; x + 0 = x$ (существование нулевого элемента);
4) $(\forall x \in A)(\exists (-x) \in A) : x + (-x) = 0$ (существование противоположного элемента).

Аксиомы умножения на число:

5) $(\forall x \in A \wedge \forall \alpha, \beta \in R) \; (\alpha + \beta) \cdot x = \alpha \cdot x + \beta \cdot x$;
6) $(\forall x, y \in A \wedge \forall \alpha \in R) \; \alpha \cdot (x + y) = \alpha \cdot x + \alpha \cdot y$;
7) $(\forall x \in A) \; 1 \cdot x = x$;
8) $(\forall x \in A \wedge \forall \alpha, \beta \in R) \; (\alpha \cdot \beta) \cdot x = \alpha \cdot (\beta \cdot x)$.

Во множестве R^+ операция «сложения» является бинарной алгебраической операцией, а операция «умножения на число» является внешней бинарной операцией, так как

$$\forall x,\ y \in R^+ \wedge \forall \alpha \in R^1 \Rightarrow x \cdot y \in R^+ \wedge x^{\alpha} \in R^+.$$

Проверим выполнение аксиом.

1) Коммутативность операции «сложения» выполняется, так как

$$\forall x,\ y \in R^+ \Rightarrow x \cdot y = y \cdot x.$$

2) Ассоциативность операции «сложения» выполняется, так как

$$\forall x,\ y,\ z \in R^+ \Rightarrow (x \cdot y) \cdot z = x \cdot (y \cdot z).$$

3) В качестве нулевого элемента выбираем единицу, так как

$$\forall x \in R^+ \Rightarrow 1 \cdot x = x \cdot 1 = x.$$

4) Противоположный элемент

$$-x = \frac{1}{x},$$

так как $\forall x \in R^+ \Rightarrow x \cdot \frac{1}{x} = 1.$

5) Так как $x^{\alpha+\beta} = x^{\alpha} \cdot x^{\beta}$, то

$$(\alpha + \beta) \cdot x = \alpha \cdot x + \beta \cdot x.$$

6) Так как $(x \cdot y)^{\alpha} = x^{\alpha} \cdot y^{\alpha}$, то

$$\alpha \cdot (x + y) = \alpha \cdot x + \alpha \cdot y.$$

7) Так как $x^1 = x$, то

$$1 \cdot x = x.$$

8) Так как $x^{\alpha \cdot \beta} = (x^{\beta})^{\alpha}$, то

$$(\alpha \cdot \beta) \cdot x = \alpha \cdot (\beta \cdot x).$$

Все аксиомы векторного пространства выполняются, следовательно, множество R^+ с введёнными операциями является векторным пространством над полем действительных чисел R^1. ⊗

Практическое занятие 2

Комплексные числа

Задача 1.2.1. Построить точку, изображающую комплексное число $z = -3 - 4i$.

Р е ш е н и е. В данной задаче $z = a + bi = -3 - 4i$. Так как на комплексной плоскости $a = x$ и $b = y$, то точка, изображающая на комплексной плоскости число z, имеет координаты $x = -3$ и $y = -4$. ⊗

Задача 1.2.2. Найти модуль и аргумент комплексного числа $z = -4 - 4\sqrt{3}i$.

Р е ш е н и е. Модуль числа $|z| = \sqrt{(-4)^2 + (4\sqrt{3})^2} = 8$. Точка z лежит в третьей четверти, поэтому $\arg z = arctg\sqrt{3} = -\frac{2\pi}{3}$. $\otimes$

Задача 1.2.3. Выполнить указанные действия:

$$\frac{(3-4i)(2-i)}{2+i} - \frac{(3+4i)(2+i)}{2-i}.$$

Р е ш е н и е. Выполняем действия, раскрывая скобки и учитывая свойство мнимой единицы $i^2 = -1$. $\otimes$

Задача 1.2.4. Изобразить на комплексной плоскости множество точек, для которых выполнено условие: $-2 < \operatorname{Im} z \le 3$.

Р е ш е н и е. Так как на комплексной плоскости $\operatorname{Im} z = y$, то искомое множество точек является полосой, заключённой между прямыми линиями с уравнениями $y = -2$ и $y = 3$, причём точки первой прямой этому множеству не принадлежат, а точки второй прямой принадлежат. $\otimes$

Задача 1.2.5. Изобразить на комплексной плоскости множество точек, для которых выполнено условие: $|z-1| < 3$.

Р е ш е н и е. Положим $z = x + iy$. Тогда имеем $z - 1 = (x-1) + iy$, откуда получаем

$$|z-1| = \sqrt{(x-1)^2 + y^2} < 3,$$

или

$$(x-1)^2 + y^2 < 9.$$

Искомое множество точек комплексной плоскости является внутренностью круга радиуса 3 с центром в точке $(1; 0)$. $\otimes$

Задача 1.2.6. Изобразить на комплексной плоскости множество точек, для которых выполнено условие: $\log_3 |z - 3i| < 1$.

Р е ш е н и е. Положим $z = x + iy$. Тогда для числа $z - 3i$ имеем

$$z - 3i = x + i(y - 3),$$

откуда получаем

$$|z - 3i| = \sqrt{x^2 + (y-3)^2}.$$

Решая неравенство

$$\log_3 \sqrt{x^2 + (y-3)^2} < 1,$$

получаем $x^2 + (y-3)^2 < 9$. Искомое множество точек является внутренностью круга радиуса 3 с центром в точке с координатами $(0; 3)$. $\otimes$

Задача 1.2.7. Представить комплексное число

$$z = -\cos\vartheta + i\sin\vartheta$$

в тригонометрической форме.

Р е ш е н и е. Стандартная запись комплексного числа в тригонометрической форме имеет вид $z = r(\cos\varphi + i\sin\varphi)$. По формулам приведения имеем $-\cos\vartheta = \cos(\pi - \vartheta)$. Поэтому, полагая $r = 1$ и $\varphi = \pi - \vartheta$, получаем стандартную запись комплексного числа в тригонометрической форме

$$z = \cos(\pi - \vartheta) + i\sin(\pi - \vartheta). \otimes$$

Задача 1.2.8. Представить комплексное число $z = 4 - 4\sqrt{3}\cdot i$ в тригонометрической форме.

Р е ш е н и е. 1) Находим модуль: $|z| = \sqrt{4^2 + (-4\sqrt{3})^2} = 8.$

2) Находим аргумент. Так как $\cos\varphi = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$, $\sin\varphi = \frac{-4\sqrt{3}}{8} = -\frac{\sqrt{3}}{2}$, то $\varphi = -\frac{\pi}{3}$.

Следовательно, $z = 8\left[\cos\left(-\frac{\pi}{3}\right) + i\sin\left(-\frac{\pi}{3}\right)\right]. \otimes$

Задача 1.2.9. Выполнить умножение комплексных чисел:

$$8\left(\cos\frac{\pi}{3} + i\sin\frac{\pi}{3}\right)\cdot\frac{1}{16}\left(\cos\frac{\pi}{6} + i\sin\frac{\pi}{6}\right).$$

Р е ш е н и е. Используя формулу умножения, получаем:

$$8\cdot\frac{1}{16}\left(\cos\left(\frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{6}\right) + i\sin\left(\frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{6}\right)\right) = \frac{1}{2}\left(\cos\frac{\pi}{2} + i\sin\frac{\pi}{2}\right) = \frac{1}{2}i. \otimes$$

Задача 1.2.10. Выполнить деление комплексных чисел:

$$2\left(\cos\frac{2\pi}{3} + i\sin\frac{2\pi}{3}\right) : 4\left(\cos\frac{\pi}{2} + i\sin\frac{\pi}{2}\right).$$

Р е ш е н и е. Используем формулу деления комплексных чисел, получаем:

$$\frac{2}{4}\left(\cos\left(\frac{2\pi}{3} - \frac{\pi}{2}\right) + i\sin\left(\frac{2\pi}{3} - \frac{\pi}{2}\right)\right) = \frac{1}{2}\left(\cos\frac{\pi}{6} + i\sin\frac{\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{3}}{4} + \frac{1}{4}i. \otimes$$

Задача 1.2.11. Возвести комплексное $2\left(\cos\left(-\frac{3\pi}{4}\right) + i\sin\left(-\frac{3\pi}{4}\right)\right)$ число в седьмую степень.

Р е ш е н и е. По формуле возведения комплексного числа в степень имеем:

$$\left[2\left(\cos\left(-\frac{3\pi}{4}\right) + i\sin\left(-\frac{3\pi}{4}\right)\right)\right]^7 = 2^7\left(\cos\left(-\frac{21\pi}{4}\right) + i\sin\left(-\frac{21\pi}{4}\right)\right) =$$

$$= -64\sqrt{2} + 64\sqrt{2}\,i. \otimes$$

Задания для самостоятельной работы

1. Пусть $M = \{4, 8, 11, 22\}$. Образовать всевозможные подмножества этого множества и указать их число.

2. Пусть

$$X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}, \quad Y = \{2, 4, 6, 8, 10\}.$$

Найти $X \cap Y$, $X \cup Y$, $X - Y$, $Y - X$.

3. Пусть $X = [1, 3) \cup (6, 7]$ и $Y = [2, 6]$. Найти $X \cap Y$, $X \cup Y$, $X - Y$, $Y - X$.

4. Найти пересечение и объединение множеств решений неравенств:

$$3x + 4 \geq 7x - 16, \quad |x - 3| < 1.$$

5. Изобразить на декартовой плоскости произведение множеств:

а) $X = \{x : 2 \leq x \leq 6\}, Y = \{y : 3 < y \leq 5\}$;

б) $X = R, Y = \{y : -2 < y \leq 3\}$;

в) $[0, 1] \times [0, 1]$;

г) $[1, 2] \times (-\infty, +\infty)$;

д) $(0, +\infty) \times [-2, -3]$.

6. Доказать, что для произвольных множеств X, Y, Z справедливы равенства:

а) $X \cup (X \cap Y) = X$;

б) $X \cap (X \cup Y) = X$

в) $(X \cup Y) \setminus (X \cap Y) = (X \setminus Y) \cup (Y \setminus X)$;

г) $(X \setminus Y) \setminus Z = (X \setminus Z) \setminus Y$;

д) $Y \cup (X \setminus Y) = X \cup Y$;

е) $(X \cup Y) \times Z = (X \times Z) \cup (Y \times Z)$;

ж) $(X \cap Y) \times Z = (X \times Z) \cap (Y \times Z)$;

з) $(X - Y) \times Z = (X \times Z) - (Y \times Z)$;

и) $X \cup Y \subset Z \Rightarrow X \times Y = (X \times Z) \cap (Z \times Y)$.

7. Слушатели потока в 100 человек изучают английский, немецкий и французский языки. Причём, 28 слушателей изучают английский язык, 30 - немецкий, 42 - французский, 8 - английский и немецкий, 10 - английский и французский, 5 - немецкий и французский. Сколько слушателей

изучают только один язык? (проиллюстрировать решение задачи геометрически, используя диаграммы Эйлера).

8. Истинны или ложны для любых X, Y, Z следующие высказывания:

а) $(X \subset Y \wedge Y \subset Z) \Rightarrow X \subset Z$;

б) $(X \neq Y \wedge Y \neq Z) \Rightarrow X \neq Z$.

9. Найти множество истинности предиката: $\left\langle \dfrac{x^2-5x+6}{x^3-1} < 0 \right\rangle$.

10. Найти множество истинности предиката:

$$\left\langle \begin{array}{c} \textit{Корни системы} \\ \textit{уравнений} \end{array} \begin{cases} x-y=m-1 & \textit{одновременно} \\ 2x-y=3-m & \textit{положительны.} \end{cases} \right\rangle$$

11. Найти множество истинности предиката: $\langle x \cdot (x-2) : (x+3) \geq 0 \rangle$.

12. Записать высказывания, используя логические символы:

1) «существует такое число x, что для любого числа y справедливо равенство $x+y=0$»;

2) «если число больше 6, то его квадрат больше 36».

13. Выяснить, являются ли алгебраическими операции сложения, вычитания, умножения и деления на указанных подмножествах множества R действительных чисел и указать, какие из алгебраических операций обладают свойствами коммутативности и ассоциативности:

а) N; б) $N_{2k} = \{2k : k \in N\}$; в) $N_{2k-1} = \{2k-1 : k \in N\}$;

г) Z; д) $Z_{2k} = \{2k : k \in Z\}$; е) R; ж) $R - \{0\}$;

з) $R^+ = \{x \in R : x > 0\}$; и) $R - Q$; к) $\{0, 1\}$.

14. Выяснить, являются ли алгебраическими указанные операции на подмножестве $R^+ = \{x \in R : x > 0\}$ множества действительных чисел R, и указать, какие из алгебраических операций обладают свойствами коммутативности и ассоциативности:

1) $x * y = \dfrac{x+y}{2}$; 2) $x * y = x + y - 1$; 3) $x * y = x^2 y$;

4) $x * y = \sqrt{xy}$; 5) $x * y = |x - y|$; 6) $x * y = x^y$;

7) $x * y = x^2 + y^2$; 8) $x * y = x \cdot y^{\frac{x}{|x|}}$.

15. На множестве $X = \{2, 4, 6, 8\}$ рассматриваются отношения «x равно y», «x кратно y» и «x больше y на 2». Какое из приведённых ниже подмножеств множества $X \times X$ задаёт соответствующее отношение?

а) $\{(2,2), (6,2), (8,2), (6,4), (8,4), (8,6), (2,2), (4,4), (6,6), (8,8)\}$;

б) $\{(2,2), (6,4), (8,6)\}$;

в) $\{(2,2), (4,4), (6,6), (8,8)\}$.

16. Доказать, что:

а) множество натуральных чисел N с операциями $(x; x * y = x)$ и $(x; x \circ y = 1)$ является полугруппой;

б) множества всех целых чисел Z, всех рациональных чисел Q и всех действительных чисел R являются аддитивными группами, если в качестве групповой операции выбрано сложение чисел.

17. Найти действительные числа x и y, если:

а) $\dfrac{5x + 2xi - 3y - 3yi}{3 + 4i} = 2$; б) $\dfrac{2u + 4i}{2x + y} - \dfrac{y}{x - i} = 0$.

18. Найти $\operatorname{Re} z$ и $\operatorname{Im} z$, если:

а) $z = \dfrac{(-2i)^3}{i} + 4i^{16}$; б) $z = \dfrac{3 - 2i}{1 - 4i} + i^9$;

в) $z = \dfrac{5i - 2}{3i + 1} + i + \dfrac{8i - 3}{2 - i}$; г) $z = \dfrac{1}{4}\left(\dfrac{17 + 31i}{7 + i} + \dfrac{12}{(+i)^4}\right) + i$.

19. Выполнить указанные действия:

1) $(+2i)^6$;

2) $(2 + 3i)(4 - 5i) + (2 - 3i)(4 + 5i)$;

3) $(x - 1 - i)(x - 1 + i)(x + 1 + i)(x + 1 - i)$;

4) $(+2i)^5 - (-2i)^5$;

5) $\left(-\dfrac{1}{2} + \dfrac{i \cdot \sqrt{3}}{2}\right)^2$;

6) $\dfrac{(-i)^5-1}{(+i)^5+1}$;

7) $\dfrac{(+2i)^2-(-i)^3}{(-i)^3+(+i)^2}$;

8) $\dfrac{(+2i)^3+(-2i)^3}{(-i)^2-(+i)^2}$;

9) $\dfrac{(3-4i)(-i)}{2+i}-\dfrac{(3+4i)(+i)}{2-i}$;

10) $\dfrac{5+12i}{8-6i}+\dfrac{(+2i)^2}{2+i}$;

11) $\left[\dfrac{1}{3}\left((-i)^4+\dfrac{7-24i}{4-3i}\right)+i\right]\dfrac{8}{(+i)^2}$.

20. Найти такие вещественные числа x и y, что следующие пары комплексных чисел будут комплексно-спряжёнными:

а) $z_1=y^2-2y+xy-x+y+(x+y)i$, $z_2=-y^2+2y+11-4i$;

б) $z_1=x+y^2+1+4i$, $z_2=ixy^2+iy^2-3$.

21. Решить уравнения:

1) $|z|+z=1+2i$;

2) $2|z|-4az+1+ai=0$ $(a\in R)$;

3) $|z|+z=2-i$;

4) $3z^2-(4-8i)z+8(-3i)=0$;

5) $2(-i)z^2+(-i)z+5(+i)=0$;

6) $(+4i)z^2+2z+6-6i=0$;

7) $z^4-12z^2+64=0$.

22. Решить систему уравнений:

1) $\begin{cases} (-i)x-(3+i)y=4, \\ 5x-(4+2i)y=4i; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} (-i)x+3iy=5, \\ 2x-(3-3i)y=6. \end{cases}$

23. Построить точки, изображающие комплексные числа:

1) $z_1=-3+3i$; 2) $z_2=5-i$; 3) $z_3=2i$; 4) $z_4=-\sqrt{2}i$.

24. Найти модуль и аргумент комплексных чисел:

1) $z_1=-3+3i$; 2) $z_2=-2i$; 3) $z_3=5-\sqrt{2}$.

25. Найти множество точек комплексной плоскости, для которых:

1) $-\frac{\pi}{6}<\arg z<\frac{\pi}{4}$; 2) $1\le|z+1|<3$; 3) $|z+i|=1$;

4) $\frac{\pi}{4}\le\arg(-2+i)\le\pi$; 5) $\begin{cases} \frac{\pi}{4}<\arg z<\pi, \\ |1-2i-z|=2; \end{cases}$

6) $|z-1-i|\ge|z-2+i|$; 7) $|z-1+2i|\ge3$; 8) $|z-2i|+|z-i|=1$.

26. Представить комплексные числа в тригонометрической форме:

1) $z=16-16\sqrt{3}i$; 2) $z=-6\sqrt{3}-6i$; 3) $z=(\sqrt{5}-2i)$.

27. Представить комплексные числа в алгебраической форме:

1) $z=5\sqrt{2}\left(\cos\left(-\frac{\pi}{4}\right)+i\sin\left(-\frac{\pi}{4}\right)\right)$;

2) $z=4\left(\cos\left(-\frac{5\pi}{6}\right)+i\sin\left(-\frac{5\pi}{6}\right)\right)$.

28. Представив комплексные числа в тригонометрической форме, выполнить указанные действия:

$\left(\cos\left(-\frac{\pi}{12}\right)+i\sin\left(-\frac{\pi}{12}\right)\right)(-3+\sqrt{3}i)$;

$4\sqrt{3}\left(\cos\frac{\pi}{3}+i\sin\frac{\pi}{3}\right):(\sqrt{3}-i)$;

$\left(-\frac{\sqrt{3}}{3}-\frac{\sqrt{3}}{3}i\right)(+i)$; $(-\sqrt{5}+\sqrt{5}i)^3(+i)^2$; $\frac{2\sqrt{3}-2i}{(-1+i)(\sqrt{2}+\sqrt{6}i)}$.

29. Извлечь корни из комплексных чисел, предварительно представив их в тригонометрической форме:

1) $\sqrt{-6+6\sqrt{3}i}$;

2) $\sqrt[3]{-13{,}5\sqrt{2}--13{,}5\sqrt{2}i}$;

3) $\sqrt[4]{-8-8\sqrt{3}i}$.

30. Представив комплексные числа

$$z_1=-1-i,\ z_2=\sqrt{2}-\sqrt{2}i,\ z_3=1+\sqrt{3}i$$

в тригонометрической форме, вычислить выражение $\dfrac{z_1 z_3}{z_2}$.

2. ВЕКТОРНЫЕ ПРОСТРАНСТВА И ЛИНЕЙНЫЕ ОПЕРАТОРЫ

Практическое занятие 1

Метод координат, векторы

Пример 2.1.1. В декартовой системе координат задана точка $A(5;3)$. Найти координаты точки B, расположенной симметрично точке $A(5;3)$ относительно координатной плоскости X^1OX^2.

Р е ш е н и е. Координаты точки B по осям OX^1 и OX^2 такие же, как и уточки A, а координата по оси OX^3 имеет противоположный знак. Следовательно, $B(5;-3)$. ⊗

Пример 2.1.2. В декартовой системе координат своими разложениями по каноническому базису заданы векторы

$$\vec{x}=\vec{e}_1+3\vec{e}_2-2\vec{e}_3,\ \vec{y}=2\vec{e}_2+5\vec{e}_3,\ \vec{z}=3\vec{e}_1+13\vec{e}_2+4\vec{e}_3.$$

Найти значение линейной комбинации

$$\vec{u}=3\vec{x}+2\vec{y}-\vec{z}$$

этих векторов и сделать вывод о линейной зависимости, или линейной независимости системы $\left\{\vec{x},\ \vec{y},\ \vec{z}\right\}$ и взаимном расположении векторов.

Р е ш е н и е. Находим линейную комбинацию:

$$3\vec{x}+2\vec{y}-\vec{z}=$$

$$=3\left(\vec{e}_1+3\vec{e}_2-2\vec{e}_3\right)+2\left(2\vec{e}_2+5\vec{e}_3\right)-\left(3\vec{e}_1+13\vec{e}_2+4\vec{e}_3\right)=$$

$$=0\vec{e}_1+0\vec{e}_2+0\vec{e}_3=\vec{0}.$$

Значением линейной комбинации трёх векторов с ненулевыми коэффициентами является нуль-вектор. Поэтому система векторов линейно зависима. Так как векторы заданы в пространстве R^3, заключаем, что они компланарны, то есть лежат в одной плоскости. $\otimes$

Пример 2.1.3. В декартовой системе координат заданы векторы

$$\vec{x}=\vec{e}_1+2\vec{e}_2+3\vec{e}_3,\ \vec{y}=4\vec{e}_1+6\vec{e}_3.$$

Найти норму вектора $\vec{z}=2\vec{x}-5\vec{y}$.

Р е ш е н и е. Находим вектор

$$\vec{z}=2\vec{x}-5\vec{y}=2\left(\vec{e}_1+2\vec{e}_2+3\vec{e}_3\right)-5\left(4\vec{e}_1+6\vec{e}_3\right)=$$

$$=-18\vec{e}_1+4\vec{e}_2-24\vec{e}_3.$$

Находим норму вектора $\vec{z}$: $\left\|\vec{z}\right\|=\sqrt{(-18)^2+4^2+(-24)^2}=\sqrt{916}$. $\otimes$

Пример 2.1.4. На плоскости R^2 задан параллелограмм, три вершины которого имеют, соответственно, координаты $O(0;\ 0),\ B(-2;\ 2),\ D(6;\ 0)$ (рисунок 1.1). Найти:

1) координаты вершины C;

2) косинус угла между сторонами OB и OD;

3) длины диагоналей и косинус угла между ними.

Р е ш е н и е. 1) По определению координаты вершины C равны координатам вектора $\vec{OC}$ (рисунок 1.1), который равен сумме векторов

$$\vec{OC} = \vec{OB} + \vec{OD}.$$

Так как $\vec{OB} = \vec{e}_1 + 2\vec{e}_2$, а $\vec{OD} = 5\vec{e}_1$, то $\vec{OC} = 6\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2$.

2) Вычисляем скалярное произведение векторов $\vec{OB}$ и $\vec{OD}$:

$$\left(\vec{OB}, \vec{OD}\right) = 5.$$

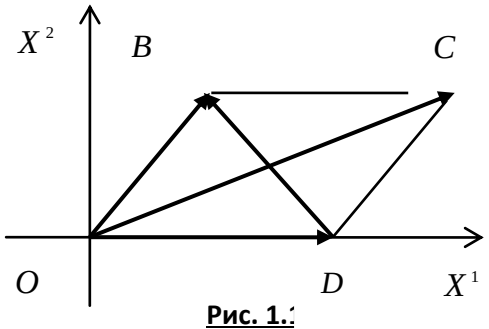


Рис. 1.1

3) Вычисляем длины векторов: $\vec{OB}$ и $\vec{OD}$:

$$\left\|\vec{OB}\right\| = \sqrt{1^2 + 2^2} = \sqrt{5} \approx 2{,}236;$$

$$\left\|\vec{OD}\right\| = \sqrt{5^2 + 0^2} = \sqrt{25} = 5.$$

4) Находим $\cos\left\{\vec{OB}, \vec{OD}\right\}$: $\cos\left\{\vec{OB}, \vec{OD}\right\} = \dfrac{5}{5 \cdot 2{,}236} \approx 0{,}447.$

5) Находим диагональ $\vec{DB}$:

$$\vec{DB} = \vec{OB} - \vec{OD} = \vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 - 5\vec{e}_1 = -4\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2.$$

6) Далее, $\left\|\vec{OC}\right\| = \sqrt{6^2 + 2^2} = 2\sqrt{10}$; $\left\|\vec{DB}\right\| = \sqrt{(-4)^2 + 2^2} = 2\sqrt{5}.$

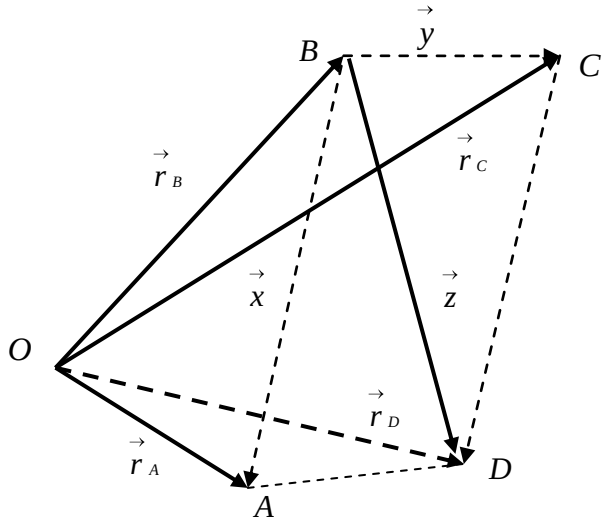
7) Находим косинус угла между диагоналями:

$$\cos\left\{\vec{OC},\vec{DB}\right\}=\frac{\left(\vec{OC},\vec{DB}\right)}{\left\|\vec{OC}\right\|\cdot\left\|\vec{DB}\right\|}=\frac{4\cdot 6+2\cdot 2}{2\sqrt{10}\cdot 2\sqrt{5}}=-\frac{\sqrt{2}}{2}.\otimes$$

Пример 2.1.5. Даны радиус-векторы трёх последовательных вершин параллелограмма $ABCD$. Найти радиус-вектор четвёртой вершины и косинусы углов между диагоналями параллелограмма, если известно, что:

$$\vec{r}_A=\vec{e}_1+\vec{e}_2+\vec{e}_3,\ \vec{r}_B=\vec{e}_1+3\vec{e}_2+5\vec{e}_3,\ \vec{r}_C=-7\vec{e}_1+2\vec{e}_2-10\vec{e}_3;$$

Р е ш е н и е. Изобразим ситуацию на рисунке, не заботясь о точности изображения. Главное, чтобы рисунок отображал ситуацию качественно.



Из рисунка видно, что:

$$\vec{r}_A-\vec{r}_B=\vec{x},\ \vec{r}_C-\vec{r}_B=\vec{y},\ \vec{x}+\vec{y}=\vec{z},$$

$$\vec{r}_D=\vec{r}_B+\vec{z}=\vec{r}_B+\vec{r}_A-\vec{r}_B+\vec{r}_C-\vec{r}_B=\vec{r}_A+\vec{r}_C-\vec{r}_B.$$

Подставляя разложения векторов в полученную формулу, вычисляем все требуемые в задаче величины. $\otimes$

Пример 2.1.6. В пространстве R^2 своими координатами заданы векторы

$$\vec{x}=3\vec{e}_1+\sqrt{7}\,\vec{e}_2,\ \vec{y}=\vec{e}_1+\sqrt{24}\,\vec{e}_2.$$

Найти какой-либо вектор $\vec{z}$, направленный по биссектрисе угла $\left\{\vec{x},\vec{y}\right\}$.

Р е ш е н и е. 1) Находим длины векторов $\vec{x}$ и $\vec{y}$:

$$\left\|\vec{x}\right\| = \sqrt{3^2 + \left(\sqrt{7}\right)^2} = 4;$$

$$\left\|\vec{y}\right\| = \sqrt{1^2 + \left(\sqrt{24}\right)^2} = 5.$$

2) Находим орты векторов $\vec{x}$ и $\vec{y}$:

$$\vec{e}_{\vec{x}} = \frac{1}{\left\|\vec{x}\right\|} \cdot \vec{x} = \frac{3}{4}\vec{e}_1 + \frac{\sqrt{7}}{4}\vec{e}_2;\ \vec{e}_{\vec{y}} = \frac{1}{\left\|\vec{y}\right\|} \cdot \vec{y} = \frac{1}{5}\vec{e}_1 + \frac{\sqrt{24}}{5}\vec{e}_2.$$

3) Находим диагональ ромба, построенного на ортах $\vec{e}_x$ и $\vec{e}_y$:

$$\vec{z} = \vec{e}_x + \vec{e}_y = \frac{19}{20}\vec{e}_1 + \frac{5\sqrt{7} + 8\sqrt{6}}{20}\vec{e}_2.$$

Диагональ ромба направлена по биссектрисе угла, образованного его сторонами, поэтому найденный вектор $\vec{z}$ является искомым вектором. $\otimes$

Пример 2.1.7. В каноническом базисе декартовой системы координат пространства R^3 своими координатами задан вектор

$$\vec{x} = \vec{e}_1 - 2\vec{e}_2 + 4\vec{e}_3.$$

Найти направляющие косинусы данного вектора.

Р е ш е н и е. 1) Находим длину вектора:

$$\left\|\vec{x}\right\| = \sqrt{1^2 + \left(-2\right)^2 + 4^2} = \sqrt{21}.$$

2) Находим орт вектора: $\vec{e}_x = \frac{1}{\sqrt{21}}\vec{e}_1 + \frac{-2}{\sqrt{21}}\vec{e}_2 + \frac{4}{\sqrt{21}}\vec{e}_3.$

3) Направляющие косинусы вектора равны координатам его орта, поэтому имеем:

$$\cos\left\{\vec{x}, \vec{e}_1\right\} = \frac{1}{\sqrt{21}},\ \cos\left\{\vec{x}, \vec{e}_2\right\} = -\frac{2}{\sqrt{21}},\ \cos\left\{\vec{x}, \vec{e}_3\right\} = \frac{4}{\sqrt{21}}. \otimes$$

Пример 2.1.8. В каноническом базисе декартовой системы координат пространства R^3 своими координатами заданы векторы

$$\vec{x} = \vec{e}_1 - 2\vec{e}_2 + 4\vec{e}_3,\ \vec{y} = \vec{e}_1 + 4\vec{e}_2 - 2\vec{e}_3.$$

Найти скалярное произведение $\left(\vec{x} - 2\vec{y}, 3\vec{x} + \vec{y}\right)$ двумя способами.

Р е ш е н и е. 1. Находим линейные комбинации $\vec{x} - 2\vec{y}$ и $3\vec{x} + \vec{y}$:

$$\vec{x} - 2\vec{y} = \vec{e}_1 - 2\vec{e}_2 + 4\vec{e}_3 - 2\left(\vec{e}_1 + 4\vec{e}_2 - 2\vec{e}_3\right) = -\vec{e}_1 - 10\vec{e}_2 + 8\vec{e}_3,$$

$$3\vec{x} + \vec{y} = 3\left(\vec{e}_1 - 2\vec{e}_2 + 4\vec{e}_3\right) + \left(\vec{e}_1 + 4\vec{e}_2 - 2\vec{e}_3\right) = 4\vec{e}_1 - 2\vec{e}_2 + 10\vec{e}_3.$$

Находим скалярное произведение $\left(\vec{x} - 2\vec{y}, 3\vec{x} + \vec{y}\right)$:

$$\left(-\vec{e}_1 - 10\vec{e}_2 + 8\vec{e}_3, 4\vec{e}_1 - 2\vec{e}_2 + 10\vec{e}_3\right) =$$

$$= -4 + 20 + 80 = 96.$$

2. Используем свойства скалярного произведения:

$$\left(\vec{x} - 2\vec{y}, 3\vec{x} + \vec{y}\right) = \left(\vec{x}, 3\vec{x}\right) + \left(\vec{x}, \vec{y}\right) + \left(-2\vec{y}, 3\vec{x}\right) + \left(-2\vec{y}, \vec{y}\right) =$$

$$= 3\left(\vec{x}, \vec{x}\right) + \left(\vec{x}, \vec{y}\right) - 6\left(\vec{y}, \vec{x}\right) - 2\left(\vec{y}, \vec{y}\right) =$$

$$= 3\left\|\vec{x}\right\| - 5\left\|\vec{x}\right\|\left\|\vec{y}\right\|\cos\left\{\vec{x}, \vec{y}\right\} - 2\left\|\vec{y}\right\|.$$

Теперь можно произвести вычисления, используя данные задачи. $\otimes$

Пример 2.1.9. Дано: $\left\|\vec{x}\right\| = 3,\ \left\|\vec{y}\right\| = 2\sqrt{5},\ \left\{\vec{x}, \vec{y}\right\} = \frac{\pi}{4}$. Найти

$$\left(\vec{x} + 3\cdot\vec{y}, 3\cdot\vec{x} - \vec{y}\right).$$

Р е ш е н и е. Используя свойства скалярного произведения, получаем:

$$\left(\vec{x}+3\vec{y},\,3\vec{x}-\vec{y}\right)=3\left\|\vec{x}\right\|^2-\left(\vec{x},\,\vec{y}\right)+9\left(\vec{y},\,\vec{x}\right)-3\left\|\vec{y}\right\|^2=$$

$$=3\left\|\vec{x}\right\|^2+8\left\|\vec{x}\right\|\cdot\left\|\vec{y}\right\|\cos\left\{\vec{x},\,\vec{y}\right\}-3\left\|\vec{y}\right\|^2=-33+24\sqrt{10}\,.\otimes$$

Пример 2.1.10. В пространстве R^3 своими координатами относительно канонического базиса заданы три вектора:

$$\vec{a}_1=\vec{e}_1+2\vec{e}_2-3\vec{e}_3,\ \vec{a}_2=5\vec{e}_1-3\vec{e}_2+\vec{e}_3,\ \vec{a}_3=-2\vec{e}_1+4\vec{e}_2+\vec{e}_3.$$

1) Показать, что векторы $\left\{\vec{a}_1,\,\vec{a}_2,\,\vec{a}_3\right\}$ образуют новый базис в пространстве R^3.

2) Найти координаты вектора $\vec{x}=3\vec{e}_1+\vec{e}_2+6\vec{e}_3$ относительно базиса $\left\{\vec{a}_1,\,\vec{a}_2,\,\vec{a}_3\right\}$.

Р е ш е н и е. 1) Исходя из определения линейной независимости, составляем систему линейных алгебраических уравнений:

$$\begin{cases}\alpha_1+5\alpha_2-2\alpha_3=0,\\ 2\alpha_1-3\alpha_2+4\alpha_3=0,\\ -3\alpha_1+\alpha_2+\alpha_3=0.\end{cases}$$

Решая эту СЛАУ методом Гаусса, получаем $\alpha_1=\alpha_2=\alpha_3=0$. Следовательно, система векторов линейно независима и, так как число векторов совпадает с размерностью пространства, является одним из базисов в пространства R^3.

2) Для нахождения координат вектора $\vec{x}$ относительно нового базиса записываем разложение вектора $\vec{x}$ по векторам этого базиса и СЛАУ, следующую из этого разложения и инвариантности вектора как геометрического объекта:

$$\vec{x} = x^1 \vec{a}_1 + x^2 \vec{a}_2 + x^3 \vec{a}_3 \Rightarrow \begin{cases} x^1 + 5x^2 - 2x^3 = 3, \\ 2x^1 - 3x^2 + 4x^3 = 1, \\ -3x^1 + x^2 + x^3 = 6. \end{cases}$$

Решаем СЛАУ методом Гаусса.

1) Из первого уравнения $x^1 = 3 - 5x^2 + 2x^3$. Подставляя во второе и третье уравнения, получаем:

$$\begin{cases} x^1 + 5x^2 - 2x^3 = 3, \\ -13x^2 + 8x^3 = -5, \\ 16x^2 - 5x^3 = 15. \end{cases}$$

2) Из второго уравнения $x^2 = \frac{8}{13}x^3 + \frac{15}{13}$. Подставляя в третье уравнение, получаем:

$$\begin{cases} x^1 + 5x^2 - 2x^3 = 3, \\ -13x^2 + 8x^3 = -5, \\ 63x^3 = 115. \end{cases}$$

Обратный ход: из третьего уравнения

$$x^3 = \frac{115}{63}.$$

Подставляя во второе уравнение, находим

$$x^2 = \frac{95}{63}.$$

Подставляя найденные значения в первое уравнение, получаем

$$x^1 = -\frac{56}{63}. \otimes$$

Пример 2.1.11. В пространстве R^3 своими координатами относительно канонического базиса заданы радиус-векторы

$$\vec{x} = 2\vec{e}_1 + \vec{e}_2 - 3\vec{e}_3, \ \vec{y} = 10\vec{e}_1 - 3\vec{e}_2 - 4\vec{e}_3, \ \vec{z} = \vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + \vec{e}_3.$$

Найти расстояние между конечными точками векторов

$$\vec{u} = \left(\vec{x}, 2\vec{z}\right)\vec{x} + \vec{y},$$

$$\vec{v} = \vec{x} + \left(2\vec{x}, \vec{z}\right)\vec{y}.$$

Р е ш е н и е. 1) Находим скалярное произведение $\left(\vec{x}, 2\vec{z}\right)$:

$$\left(\vec{x}, 2\vec{z}\right) = \left(2\vec{e}_1 + \vec{e}_2 - 3\vec{e}_3,\ 2\left(\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + \vec{e}_3\right)\right) = 2\cdot 2 + 1\cdot 4 + (-3)\cdot 2 = 2.$$

2) находим вектор $\vec{u} = \left(\vec{x}, 2\vec{z}\right)\vec{x} + \vec{y}$:

$$\vec{u} = \left(\vec{x}, 2\vec{z}\right)\vec{x} + \vec{y} = 2\left(2\vec{e}_1 + \vec{e}_2 - 3\vec{e}_3\right) + \left(10\vec{e}_1 - 3\vec{e}_2 - 4\vec{e}_3\right) =$$

$$= 14\vec{e}_1 - \vec{e}_2 - 10\vec{e}_3.$$

3) Находим скалярное произведение $\left(2\cdot\vec{x}, \vec{z}\right)$:

$$\left(2\cdot\vec{x}, \vec{z}\right) = \left(2\left(2\vec{e}_1 + \vec{e}_2 - 3\vec{e}_3\right), \left(\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + \vec{e}_3\right)\right) =$$

$$= \left(2\vec{e}_1 + \vec{e}_2 - 3\vec{e}_3,\ \vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + \vec{e}_3\right) = 4 + 4 - 6 = 2.$$

4) Находим вектор $\vec{v} = \vec{x} + \left(2\vec{x}, \vec{z}\right)\vec{y}$:

$$\vec{v} = \vec{x} + \left(2\vec{x}, \vec{z}\right)\vec{y} = 2\vec{e}_1 + \vec{e}_2 - 3\vec{e}_3 + 2\left(10\vec{e}_1 - 3\vec{e}_2 - 4\vec{e}_3\right) =$$

$$= 22\vec{e}_1 - 5\vec{e}_2 - 11\vec{e}_3.$$

5) Находим расстояние между векторами $\vec{u}$ и $\vec{v}$:

$$\rho\left(\vec{u},\vec{v}\right)=\left\|\vec{u}-\vec{v}\right\|=\sqrt{(-8)^2+4^2+1^2}=\sqrt{81}=9.\otimes$$

Пример 2.1.12. В пространстве R^3 своими координатами относительно канонического базиса заданы три точки $A(-2;4;6)$, $B(-3;3;5)$, $C(0;2;3)$. Найти длины сторон треугольника ABC, косинусы углов при вершинах треугольника и проекцию вектора $\vec{AB}+\vec{AC}$ на направление вектора $\vec{z}=\vec{e}_1+2\vec{e}_2-5\vec{e}_3$.

Р е ш е н и е. 1) Находим векторы, определяющие стороны треугольника:

$$\vec{AB}=-\vec{e}_1-\vec{e}_2-\vec{e}_3;$$

$$\vec{AC}=-2\vec{e}_1-2\vec{e}_2-3\vec{e}_3;$$

$$\vec{BC}=-\vec{e}_1-\vec{e}_2-2\vec{e}_3.$$

2) Находим длины сторон треугольника ΔABC:

$$\left\|\vec{AB}\right\|=\sqrt{(-1)^2+(-1)^2+(-1)^2}=\sqrt{3};$$

$$\left\|\vec{AC}\right\|=\sqrt{(-2)^2+(-2)^2+(-3)^2}=\sqrt{17};$$

$$\left\|\vec{BC}\right\|=\sqrt{(-1)^2+(-1)^2+(-2)^2}=\sqrt{6}.$$

3) Находим косинусы углов при вершинах треугольника по формуле

$$\cos\vartheta=\frac{\left(\vec{x},\vec{y}\right)}{\left\|\vec{x}\right\|\cdot\left\|\vec{y}\right\|}=\frac{x^1y^1+x^2y^2+x^3y^3}{\sqrt{(x^1)^2+(x^2)^2+(x^3)^2}\sqrt{(y^1)^2+(y^2)^2+(y^3)^2}};$$

$$\cos\left\{\vec{AB},\vec{AC}\right\}=\frac{\left(\vec{AB},\vec{AC}\right)}{\left\|\vec{AB}\right\|\cdot\left\|\vec{AC}\right\|}=\frac{7}{\sqrt{3}\cdot\sqrt{17}}=\frac{7}{\sqrt{51}};$$

$$\cos\left\{\vec{BA},\ \vec{BC}\right\} = \frac{\left(\vec{BA},\ \vec{BC}\right)}{\left\|\vec{AB}\right\| \cdot \left\|\vec{BC}\right\|} = \frac{-4}{\sqrt{3}\cdot\sqrt{6}} = -\frac{4}{\sqrt{18}};$$

$$\cos\left\{\vec{CA},\ \vec{CB}\right\} = \frac{\left(\vec{CA},\ \vec{CB}\right)}{\left\|\vec{CA}\right\| \cdot \left\|\vec{CB}\right\|} = \frac{10}{\sqrt{17}\cdot\sqrt{6}} = \frac{10}{\sqrt{102}}.$$

4) Находим проекцию вектора $\vec{AB} + \vec{AC}$ на направление вектора $\vec{z} = \vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 - 5\vec{e}_3$:

$$\Pr_{\vec{z}}\left\{\vec{AB} + \vec{AC}\right\} = \frac{(-3)\cdot 1 + (-3)\cdot 2 + (-4)\cdot(-5)}{\sqrt{1^2 + 2^2 + (-5)^2}} = \frac{11}{\sqrt{30}}. \otimes$$

Пример 2.1.13. Пусть на плоскости X^1OX^2 даны две точки $A_1(x_1^1;\ x_1^2)$ и $A_2(x_2^1;\ x_2^2)$. Найти координаты точки $A(x^1;\ x^2)$, делящей отрезок A_1A_2 в отношении $\dfrac{\lambda_1}{\lambda_2} = \lambda$.

Р е ш е н и е. Предположим, что отрезок A_1A_2 не параллелен оси OX^1. Точки A_1, A, A_2 спроектируем на оси OX^1, и OX^2 (рисунок).

Имеем по условию задачи

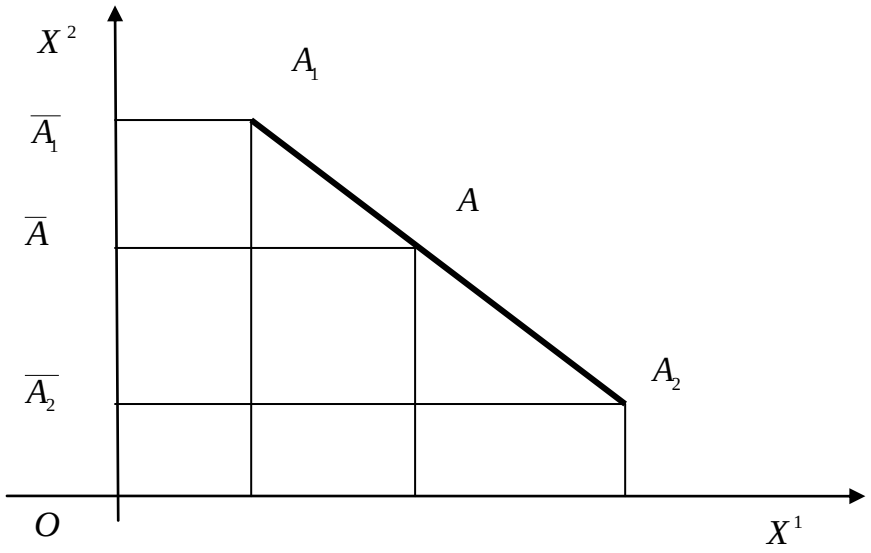
$$\frac{A_1A}{AA_2} = \frac{\overline{A_1A}}{\overline{AA_2}} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \lambda.$$

Далее получаем, что

$$\overline{A_1A} = \left|x_1^2 - x^2\right|,\ \overline{AA_2} = \left|x^2 - x_2^2\right|.$$

Откуда

$$\lambda = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{\left|x_1^2 - x^2\right|}{\left|x^2 - x_2^2\right|}.$$



Точка $\overline{A}$ лежит между точками A_1 и A_2, поэтому

$$\lambda = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{\left|x_1^2 - x^2\right|}{\left|x^2 - x_2^2\right|} = \frac{x_1^2 - x^2}{x^2 - x_2^2}.$$

Из последнего равенства находим

$$x^2 = \frac{\lambda_2 x_1^2 + \lambda_1 x_2^2}{\lambda_1 + \lambda_2} = \frac{\lambda_2\left(x_1^2 + \dfrac{\lambda_1}{\lambda_2} x_2^2\right)}{\lambda_2\left(\dfrac{\lambda_1}{\lambda_2} + 1\right)} = \frac{x_1^2 + \lambda x_2^2}{\lambda + 1}.$$

Аналогично находим первую координату точки A:

$$x^1 = \frac{\lambda_2 x_1^1 + \lambda_1 x_2^1}{\lambda_1 + \lambda_2} = \frac{\lambda_2\left(x_1^1 + \dfrac{\lambda_1}{\lambda_2} x_2^1\right)}{\lambda_2\left(\dfrac{\lambda_1}{\lambda_2} + 1\right)} = \frac{x_1^1 + \lambda x_2^1}{\lambda + 1}. \otimes$$

Практическое занятие 2

Векторное и смешанное произведения

Пример 2.2.1. Вычислить площадь треугольника, построенного на приведённых к общему началу векторах

$$\vec{x} = 3\vec{e}_1 - 2\vec{e}_2 - \vec{e}_3,\ \vec{y} = -2\vec{e}_1 + \vec{e}_2 - 6\vec{e}_3.$$

Р е ш е н и е. Если в некоторой декартовой системе координат векторы $\vec{x}$ и $\vec{y}$ заданы своими разложениями

$$\vec{x} = x^1\vec{e}_1 + x^2\vec{e}_2 + x^3\vec{e}_3,\ \vec{y} = y^1\vec{e}_1 + y^2\vec{e}_2 + y^3\vec{e}_3,$$

то справедлива формула

$$\left[\vec{x}, \vec{y}\right] = \left(x^2y^3 - x^3y^2\right)\vec{e}_1 + \left(x^3y^1 - x^1y^3\right)\vec{e}_2 + \left(x^1y^2 - x^2y^1\right)\vec{e}_3.$$

Применим эту формулу для решения задачи.

1) Вычисляем векторное произведение:

$$\left[\vec{x}, \vec{y}\right] = \left(2\cdot(-6) - (-1)\cdot 1\right)\vec{e}_1 + \left((-1)\cdot(-2) - 3\cdot(-6)\right)\vec{e}_2 +$$

$$+ \left(3\cdot 1 - (-2)\cdot(-2)\right)\vec{e}_3 = 13\vec{e}_1 + 20\vec{e}_2 - \vec{e}_3.$$

2) Площадь треугольника

$$S = \frac{1}{2}\left\|\left[\vec{x}, \vec{y}\right]\right\|.$$

Вычисляем площадь треугольника:

$$S = \frac{1}{2}\left\|\left[\vec{x}, \vec{y}\right]\right\| = \frac{1}{2}\sqrt{13^2 + 20^2 + (-1)^2} = \frac{1}{2}\sqrt{169 + 400 + 1} = \frac{1}{2}\sqrt{570}. \otimes$$

Пример 2.2.2. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах

$$\vec{x} = \vec{a} + 3\vec{b},\ \vec{y} = 3\vec{a} + \vec{b},$$

если

$$\left\|\vec{a}\right\| = \left\|\vec{b}\right\| = 1 \text{ и } \left\{\vec{a}, \vec{b}\right\} = \frac{\pi}{6}.$$

Р е ш е н и е. Вычисляем векторное произведение, используя его свойства:

$$\left[\vec{x}, \vec{y}\right] = \left[\vec{a} + 3\vec{b}, 3\vec{a} + \vec{b}\right] = 3\left[\vec{a}, \vec{a}\right] + \left[\vec{a}, \vec{b}\right] +$$

$$+9\left[\vec{b},\vec{a}\right]+3\left[\vec{b},\vec{b}\right]=-8\left[\vec{a},\vec{b}\right].$$

По определению площадь параллелограмма равна:

$$S=\left\|\left[\vec{x},\vec{y}\right]\right\|=8\left\|\left[\vec{a},\vec{b}\right]\right\|=8\left\|\vec{a}\right\|\cdot\left\|\vec{b}\right\|\cdot\sin\left\{\vec{a},\vec{b}\right\}=8\cdot1\cdot1\cdot\frac{1}{2}=4.\otimes$$

Пример 2.2.3. Найти орт вектора, перпендикулярного векторам

$$\vec{x}=\vec{e}_1+\vec{e}_2+3\vec{e}_3,\ \vec{y}=4\vec{e}_1+\vec{e}_2+\vec{e}_3.$$

Р е ш е н и е. Предлагается решить задачу самостоятельно. $\otimes$

Прямая линия и плоскость, взаимное расположение прямой линии и плоскости

Пример 2.2.4. Получить уравнение плоскости $H^2\subset R^3$, проходящей через начало координат O и через две точки $M_1(4;-2;1)$, $M_2(2;4;-3)$.

Р е ш е н и е. Радиус-векторы точек M_1 и M_2

$$\vec{x}\equiv\vec{OM}_1=4\vec{e}_1-2\vec{e}_2+\vec{e}_3,\ \vec{y}\equiv\vec{OM}_2=2\vec{e}_1+4\vec{e}_2-3\vec{e}_3.$$

Нормальный вектор плоскости находим как векторное произведение, используя формулу

$$\vec{N}=\left[\vec{OM}_1,\vec{OM}_2\right]\equiv\left[\vec{x},\vec{y}\right]=$$

$$=(x^2y^3-x^3y^2)\vec{e}_1+(x^3y^1-x^1y^3)\vec{e}_2+(x^1y^2-x^2y^1)\vec{e}_3=:$$

$$=(-2)\cdot(-3)-1\cdot4\,\vec{e}_1+\left[1\cdot2-4\cdot(-3)\right]\vec{e}_2+\left[1\cdot4-(-2)\cdot2\right]\vec{e}_3=$$

$$=2\vec{e}_1+14\vec{e}_2+20\vec{e}_3.$$

Из условия ортогональности радиус-вектора

$$\vec{OM}=x^1\vec{e}_1+x^2\vec{e}_2+x^3\vec{e}_3$$

текущей точки M плоскости её нормальному вектору

$$\left(\vec{N}, \vec{OM}\right) = 0,$$

получаем уравнение плоскости в неявном виде:

$$x^1 + 7x^2 + 10x^3 = 0. \otimes$$

Пример 2.2.5. Найти угол между плоскостями, определяемыми уравнениями:

$$3x^1 - x^2 + 3 = 0,\ x^1 - 2x^2 + 5x^3 - 10 = 0.$$

Р е ш е н и е. Угол между плоскостями равен углу между их нормальными векторами

$$\vec{N}_1 = 3\vec{e}_1 - \vec{e}_2,\ \vec{N}_2 = \vec{e}_1 - 2\vec{e}_2 + 5\vec{e}_3.$$

Поэтому имеем:

$$\cos\left\{\vec{N}_1, \vec{N}_2\right\} = \frac{\left(\vec{N}_1, \vec{N}_2\right)}{\left\|\vec{N}_1\right\| \cdot \left\|\vec{N}_2\right\|} = \frac{3 \cdot 1 + (-1) \cdot (-2) + 0 \cdot 5}{\sqrt{3^2 + (-1)^2 + 0^2} \cdot \sqrt{1^2 + (-2)^2 + 5^2}} =$$

$$= \frac{5}{\sqrt{10} \cdot \sqrt{30}} = \frac{\sqrt{3}}{6}.$$

Следовательно, $\varphi = \arccos\frac{\sqrt{3}}{6}. \otimes$

Пример 2.2.6. Написать канонические уравнения прямой линии, заданной пересечением двух плоскостей с уравнениями

$$x^1 + x^2 + x^3 - 2 = 0,\ x^1 - x^2 - 3x^3 + 6 = 0.$$

Р е ш е н и е. Проверяем, что плоскости не параллельны (то есть их нормальные векторы не коллинеарны), для чего проверяем пропорциональны или нет координаты нормальных векторов:

$$\frac{1}{1} \neq \frac{1}{-1} \neq \frac{1}{-3}.$$

Координаты не пропорциональны, следовательно, нормальные векторы неколлинеарны, то есть плоскости не параллельны.

Так как прямая линия принадлежит обеим плоскостям, её направляющий вектор ортогонален нормальным векторам плоскостей, поэтому находим его как векторное произведение нормальных векторов плоскостей:

$$\vec{a} = \left[\vec{N}_1, \vec{N}_2\right] = (x^2 y^3 - x^3 y^2)\vec{e}_1 + (x^3 y^1 - x^1 y^3)\vec{e}_2 + (x^1 y^2 - x^2 y^1)\vec{e}_3 =$$

$$= \begin{vmatrix} \cdot & -1 \\ \cdot & -1 \end{vmatrix}\vec{e}_1 + \begin{vmatrix} \cdot & 1 \\ \cdot & 3 \end{vmatrix}\vec{e}_2 + \begin{vmatrix} \cdot & \cdot \\ -1 & 1 \end{vmatrix}\vec{e}_3 =$$

$$= -2\vec{e}_1 + 4\vec{e}_2 - 2\vec{e}_3.$$

Направляющий вектор прямой не параллелен ни одной из координатных плоскостей, поэтому прямая линия пересекает все три координатные плоскости. Найдём, например, точку пересечения прямой и плоскости X^1OX^3, для чего решаем систему трёх уравнений

$$\begin{cases} x^1 + x^3 = 2, \\ x^1 - 3x^3 = -6 \\ x^2 = 0. \end{cases}$$

Получаем решение $x_0^1 = 0,\ x_0^2 = 0,\ x_0^3 = 2.$

Подставляя найденные координаты направляющего вектора и точки в канонические уравнения прямой линии, получаем канонические уравнения

$$\frac{x^1}{-2} = \frac{x^2}{4} = \frac{x^3 - 2}{-2}. \otimes$$

Пример 2.2.7. Найти точку пересечения прямой линии с уравнениями

$$\frac{x^1 - 2}{1} = \frac{x^2 - 3}{1} = \frac{x^3 + 1}{-4},$$

и плоскости с уравнением $x^1 + x^2 + 2x^3 - 9 = 0.$

Р е ш е н и е. Проверяем, пересекается ли прямая линия с плоскостью, для чего находим скалярное произведение нормального вектора плоскости и направляющего вектора прямой линии:

$$\left(\vec{N}, \vec{l}\right) = \left(\vec{e}_1 + \vec{e}_2 + 2\vec{e}_3,\ \vec{e}_1 + \vec{e}_2 - 4\vec{e}_3\right) = -6 \neq 0.$$

Векторы не ортогональны, а следовательно, прямая линия и плоскость не параллельны. Параметрические уравнения прямой линии имеют вид:

$$\begin{cases} x^1 = 2 + t, \\ x^2 = 3 + t, \\ x^3 = -1 - 4t. \end{cases}$$

Найдём значение параметра t_0, соответствующее точке пересечения прямой линии и плоскости, для чего подставим x^1, x^2, x^3 из параметрических уравнений прямой линии в уравнение плоскости. Решая получившееся уравнение, найдём $t_0 = -1$. Подставляя найденное значение параметра в параметрические уравнения прямой линии, находим координаты точки пересечения:

$$x_0^1 = 1,\ x_0^2 = 2,\ x_0^3 = 3. \otimes$$

Пример 2.2.8. Найти расстояние от точки $M(0;0;1)$ до плоскости H^2 с уравнением $4x^1 + 6x^2 + 4x^3 - 25 = 0.$

Р е ш е н и е. Расстояние от точки M до плоскости – это длина вектора $\overrightarrow{M_0M}$ с начальной точкой M и конечной точкой M_0 – проекцией точки M на плоскость H^2.

Проекция точки на плоскость – это основание перпендикуляра, опущенного из данной точки на плоскость. Поэтому следует составить уравнение прямой линии, проходящей через точку $M(0;0;1)$ перпендикулярно плоскости с уравнением

$$4x^1 + 6x^2 + 4x^3 - 25 = 0,$$

и найти точку её пересечения с плоскостью.

Если в качестве направляющего вектора прямой линии выбрать нормальный вектор плоскости $\vec{l} = \vec{N} = 4\vec{e}_1 + 6\vec{e}_2 + 4\vec{e}_3$, то канонические уравнения прямой линии примут вид

$$\frac{x^1 - 1}{4} = \frac{x^2}{6} = \frac{x^3 - 1}{4},$$

откуда получаем параметрические уравнения

$$\begin{cases} x^1 = 1 + 4t, \\ x^2 = \quad 6t, \\ x^3 = 1 + 4t. \end{cases}$$

Подставляя общее выражение для координат текущей точки прямой линии из параметрических уравнений в уравнение плоскости, получаем уравнение для параметра, решение которого даёт для параметра значение

$$t_0 = \frac{1}{4},$$

соответствующее искомой точке пересечения прямой линии и плоскости.

Подставляя это значение параметра в параметрические уравнения прямой линии, получаем находим искомые координаты проекции M_0 точки $M(-1; 0; 1)$ на плоскость H^2:

$$x^1 = 2,\ x^2 = \frac{3}{2},\ x^3 = 2.$$

Вектор

$$\vec{M_0M} = (-1)\vec{e}_1 + \left(\frac{3}{2} - 0\right)\vec{e}_2 + (-1)\vec{e}_3 = \vec{e}_1 + \frac{3}{2}\vec{e}_2 + \vec{e}_3.$$

Расстояние

$$\rho(M, H^2) = \sqrt{1 + \frac{9}{4} + 1} = \frac{\sqrt{17}}{2}. \otimes$$

Практическое занятие 3

Абстрактные векторные пространства

Пример 2.3.1. Пусть P – числовое поле. На множестве объектов

$$P^n = \left\{ |a\rangle = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \dots \\ a_n \end{pmatrix},\ a_k \in P \right\},$$

которые назовём вектор-столбцами, определим операции сложения вектор-столбцов и умножения вектора-столбца на числа из поля P:

1) $\forall |a\rangle, |b\rangle \in P^n \Rightarrow |a\rangle + |b\rangle = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \dots \\ a_n \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \dots \\ b_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 + b_1 \\ a_2 + b_2 \\ \dots \\ a_n + b_n \end{pmatrix} \in$

2) $\forall |a\rangle \in P^n$ и $\forall \alpha \in P \Rightarrow \alpha \cdot |a\rangle = \alpha \cdot \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \dots \\ a_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha \cdot a_1 \\ \alpha \cdot a_2 \\ \dots \\ \alpha \cdot a_n \end{pmatrix}$.

Показать, что множество P^n является n-мерным векторным пространством.

Р е ш е н и е. Для доказательства требуется проверить выполнение всех аксиом векторного пространства и построить хотя бы один базис из вектор-столбцов.

Аксиомы сложения.

1) Аксиома ассоциативности выполняется в силу ассоциативности операции сложения в поле P, действительно

$$|a\rangle + |b\rangle + |c\rangle = \left[\begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \dots \\ a_n \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \dots \\ b_n \end{pmatrix}\right] + \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \\ \dots \\ c_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 + b_1 \\ a_2 + b_2 \\ \dots \\ a_n + b_n \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \\ \dots \\ c_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (a_1 + b_1) + c_1 \\ (a_2 + b_2) + c_2 \\ \dots \\ (a_n + b_n) + c_n \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} a_1 + (b_1 + c_1) \\ a_2 + (b_2 + c_2) \\ \dots \\ a_n + (b_n + c_n) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \dots \\ a_n \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} b_1 + c_1 \\ b_2 + c_2 \\ \dots \\ b_n + c_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \dots \\ a_n \end{pmatrix} + \left[\begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \dots \\ b_n \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \\ \dots \\ c_n \end{pmatrix}\right] = |a\rangle + |b\rangle + |c\rangle$$

.

2) Аксиома коммутативности выполняется в силу коммутативности операции сложения в поле P, действительно

$$|a\rangle+|b\rangle=\begin{pmatrix}a_1\\a_2\\\cdots\\a_n\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}b_1\\b_2\\\cdots\\b_n\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}a_1+b_1\\a_2+b_2\\\cdots\\a_n+b_n\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}b_1+a_1\\b_2+a_2\\\cdots\\b_n+a_n\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}b_1\\b_2\\\cdots\\b_n\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}a_1\\a_2\\\cdots\\a_n\end{pmatrix}=|b\rangle+|a\rangle.$$

3) Вектор-нуль определим так

$$|0\rangle=\begin{pmatrix}0\\0\\\cdots\\0\end{pmatrix}.$$

Очевидно, что аксиома о нейтральном элементе выполняется, действительно имеем:

$$\forall|a\rangle\in P^n\;|a\rangle+|0\rangle=\begin{pmatrix}a_1\\a_2\\\cdots\\a_n\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}0\\0\\\cdots\\0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}a_1+0\\a_2+0\\\cdots\\a_n+0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}a_1\\a_2\\\cdots\\a_n\end{pmatrix}.$$

4) Противоположный вектор-столбец определим так

$$\forall|a\rangle\in P^n\;-|a\rangle=\begin{pmatrix}-a_1\\-a_2\\\cdots\\-a_n\end{pmatrix}.$$

Очевидно, что аксиома об обратном (противоположном элементе) выполняется, действительно имеем:

$$|a\rangle+(-|a\rangle)=\begin{pmatrix}a_1\\a_2\\\cdots\\a_n\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}-a_1\\-a_2\\\cdots\\-a_n\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}a_1-a_1\\a_2-a_2\\\cdots\\a_n-a_n\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0\\0\\\cdots\\0\end{pmatrix}.$$

Аксиомы умножения вектор-столбца на числа. Аналогично показывается, что выполняются аксиомы умножения вектор-столбца на числа:

1) $\forall|a\rangle\in P^n$ и $\forall\alpha\in P$

$$\alpha(|a\rangle + |b\rangle) = \alpha\left[\begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \dots \\ a_n \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \dots \\ b_n \end{pmatrix}\right] = \begin{pmatrix} \alpha(a_1 + b_1) \\ \alpha(a_2 + b_2) \\ \dots \\ \alpha(a_n + b_n) \end{pmatrix} = \alpha\begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \dots \\ a_n \end{pmatrix} + \alpha\begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \dots \\ b_n \end{pmatrix};$$

2) $\forall \alpha, \beta \in P$

$$(\alpha + \beta)|a\rangle = (\alpha + \beta)\begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \dots \\ a_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (\alpha + \beta)a_1 \\ (\alpha + \beta)a_2 \\ \dots \\ (\alpha + \beta)a_n \end{pmatrix} = \alpha\begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \dots \\ a_n \end{pmatrix} + \beta\begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \dots \\ a_n \end{pmatrix} = \alpha|a\rangle + \beta|b\rangle;$$

3) $1 \cdot \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \dots \\ a_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \dots \\ a_n \end{pmatrix};$

4) $(\alpha\beta)|a\rangle = (\alpha\beta)\begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \dots \\ a_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (\alpha\beta)a_1 \\ (\alpha\beta)a_2 \\ \dots \\ (\alpha\beta)a_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha(\beta a_1) \\ \alpha(\beta a_2) \\ \dots \\ \alpha(\beta a_n) \end{pmatrix} = \dots = \alpha(\beta|a\rangle),$

Таким образом, все аксиомы векторного пространства выполняются и, следовательно, множество P^n является векторным пространством.

Рассмотрим следующее тождественное преобразование:

$$|a\rangle = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \dots \\ a_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 \\ 0 \\ \dots \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ a_2 \\ \dots \\ 0 \end{pmatrix} + \dots + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \dots \\ 0 \end{pmatrix} = a_1\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ \dots \\ 0 \end{pmatrix} + a_2\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ \dots \\ 0 \end{pmatrix} + \dots + a_n\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \dots \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Из этого разложения видно, что в силу произвольности вектор-столбца $|a\rangle$, он представлен разложением по вектор-столбцам специального вида

$$|e_1\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ \dots \\ 0 \end{pmatrix}, |e_2\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ \dots \\ 0 \end{pmatrix}, \dots, |e_n\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \dots \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Система этих вектор-столбцов образует простейший, или ***канонический*** базис в векторном пространстве P^n.

Теперь очевидно, что множество P^n является n-мерным векторным пространством. $\otimes$

Пример 2.3.2. Показать, что если система векторов $\left\{ \vec{x}_1, \vec{x}_2, \dots, \vec{x}_n \right\}$ линейно независима, то и любая её подсистема также линейно независима.

Р е ш е н и е. Пусть $\left\{ \vec{x}_1, \vec{x}_2, \dots, \vec{x}_m \right\}$ – подсистема данной системы, то есть $m < n$. Предположим, что условие задачи неверно, то есть подсистема $\left\{ \vec{x}_1, \vec{x}_2, \dots, \vec{x}_m \right\}$ линейно зависима. Тогда можно подобрать такие числа $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_m$, не все равные нулю одновременно, что справедливо тождество

$$\alpha_1 \vec{x}_1 + \alpha_2 \vec{x}_2 + \dots + \alpha_m \vec{x}_m = \vec{0}.$$

Учитывая свойство нуль вектора

$$\left(\forall \vec{x} \in X \right) \vec{x} + \vec{0} = \vec{0} + \vec{x} = \vec{x},$$

добавим его в обе части последнего тождества, представив его в виде линейной комбинации оставшихся векторов исходной системы с нулевыми коэффициентами

$$\vec{0} = 0\,\vec{x}_{m+1} + \dots + 0\,\vec{x}_n.$$

Получаем

$$\alpha_1 \vec{x}_1 + \alpha_2 \vec{x}_2 + \dots + \alpha_m \vec{x}_m + 0\,\vec{x}_{m+1} + \dots + 0\,\vec{x}_n = \vec{0},$$

то есть линейная комбинация векторов исходной системы с коэффициентами, не все из которых равны нулю одновременно, даёт нулевой вектор. По определению это означает линейную зависимость векторов системы $\left\{ \vec{x}_1, \vec{x}_2, \ldots, \vec{x}_n \right\}$, что противоречит условию задачи.

Следовательно, предположение о линейной зависимости ***произвольной*** подсистемы $\left\{ \vec{x}_1, \vec{x}_2, \ldots, \vec{x}_m \right\}$ линейно независимой системы $\left\{ \vec{x}_1, \vec{x}_2, \ldots, \vec{x}_n \right\}$ не верно. $\otimes$

Пример 2.3.3. Показать, что система из двух векторов линейно зависима в том и только в том случае, если векторы коллинеарны.

Р е ш е н и е. *Необходимость.* Если из двух векторов $\left\{ \vec{x}, \vec{y} \right\}$ хотя бы один равен нуль вектору, то векторы коллинеарны. Поэтому предположим, что векторы $\vec{x} \neq \vec{0}$, $\vec{y} \neq \vec{0}$. Пусть система $\left\{ \vec{x}, \vec{y} \right\}$ линейно зависима. Покажем, что векторы коллинеарны. По определению найдутся такие числа $\alpha, \beta \in R$, что

$$\alpha \vec{x} + \beta \vec{y} = \vec{0},$$

причём эти числа неравны нулю одновременно.

Пусть $\beta \neq 0$. Тогда получаем:

$$\vec{y} = \left(-\frac{\alpha}{\beta} \right) \vec{x}.$$

Обозначая $\lambda = -\frac{\alpha}{\beta}$, получим

$$\vec{y} = \lambda \vec{x},$$

то есть по определению векторы $\vec{x}$ и $\vec{y}$ коллинеарны.

Достаточность. Пусть теперь векторы $\vec{x}$ и $\vec{y}$ коллинеарны, покажем, что система $\left\{\vec{x},\ \vec{y}\right\}$ линейно зависима. По определению коллинеарности имеем, например:

$$\vec{y} = \lambda \vec{x}.$$

Пусть $\nu \neq 0$, тогда можем записать

$$\vec{y} = \frac{\lambda}{\nu} \nu \vec{x},$$

откуда получаем

$$\nu \vec{y} = \lambda \nu \vec{x},$$

или

$$\mu \vec{x} + \nu \vec{y} = \vec{0},$$

где $\mu = -\lambda\nu$. Так как $\lambda \neq 0$ и $\nu \neq 0$, то система векторов $\left\{\vec{x},\ \vec{y}\right\}$ линейно зависима. $\otimes$

Пример 2.3.4. Показать, что система трёх векторов пространства R^3 линейно зависима в том и только в том случае, если векторы компланарны.

Р е ш е н и е. Предположим, что никакие два вектора из тройки векторов $\vec{x},\ \vec{y},\ \vec{z}$ не коллинеарны (в противном случае система векторов заведомо будет линейно зависимой).

Необходимость. Пусть система $\left\{\vec{x},\ \vec{y},\ \vec{z}\right\}$ линейно зависима, покажем, что векторы системы компланарны. В силу линейной зависимости системы, можно подобрать три неравных одновременно нулю числа $\alpha,\ \beta,\ \gamma \in R$ так, чтобы выполнялось равенство

$$\alpha \vec{x} + \beta \vec{y} + \gamma \vec{z} = \vec{0}.$$

Пусть, например, $\gamma \neq 0$. Тогда имеем:

$$\vec{z} = \left(-\frac{\alpha}{\gamma}\right)\vec{x} + \left(-\frac{\beta}{\gamma}\right)\vec{y}.$$

Приложив векторы $\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}$ к общей точке O, легко видеть, что вектор $\vec{z}$ равен диагонали параллелограмма, построенного на векторах

$$\vec{a} = \left(-\frac{\alpha}{\gamma}\right)\vec{x},\ \vec{b} = \left(-\frac{\beta}{\gamma}\right)\vec{y},$$

а это и означает, что они лежат в одной плоскости, то есть компланарны.

Достаточность. Пусть векторы $\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}$ компланарны, покажем, что система $\left\{\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}\right\}$ линейно зависима. Доказательство почти очевидно. Действительно, компланарность векторов означает, что справедливо, например, равенство

$$\vec{x} = \mu\vec{y} + \lambda\vec{z}.$$

Следовательно, один из векторов системы линейно выражается через два других. Тогда из свойств линейно зависимых систем векторов следует линейная зависимость системы векторов $\left\{\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}\right\}$.⊗

Пример 2.3.5. Выяснить вопрос о линейной зависимости или линейной независимости следующей системы вектор-столбцов:

$$|a_1\rangle = \begin{pmatrix}1\\1\\1\\1\end{pmatrix}, |a_2\rangle = \begin{pmatrix}0\\1\\1\\1\end{pmatrix}, |a_3\rangle = \begin{pmatrix}0\\0\\1\\1\end{pmatrix}, |a_4\rangle = \begin{pmatrix}0\\0\\0\\1\end{pmatrix}.$$

Р е ш е н и е. Составим линейную комбинацию векторов системы с произвольными коэффициентами и потребуем, чтобы её значением был нуль вектор-столбец:

$$\alpha_1|a_1\rangle + \alpha_2|a_2\rangle + \alpha_3|a_3\rangle + \alpha_4|a_4\rangle = |0\rangle \Rightarrow$$

$$\alpha_1\begin{pmatrix}1\\1\\1\\1\end{pmatrix} + \alpha_2\begin{pmatrix}0\\1\\1\\1\end{pmatrix} + \alpha_3\begin{pmatrix}0\\0\\1\\1\end{pmatrix} + \alpha_4\begin{pmatrix}0\\0\\0\\1\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}0\\0\\0\\0\end{pmatrix}.$$

Используя правила выполнения операций с вектор-столбцами, получаем

$$\begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_1+\alpha_2 \\ \alpha_1+\alpha_2+\alpha_3 \\ \alpha_1+\alpha_2+\alpha_3+\alpha_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{cases} \alpha_1 = 0, \\ \alpha_1+\alpha_2 = 0, \\ \alpha_1+\alpha_2+\alpha_3 = 0, \\ \alpha_1+\alpha_2+\alpha_3+\alpha_4 = 0. \end{cases}$$

Совершая последовательные подстановки из первого уравнения во второе, из второго в третье и так далее, получаем, что

$$\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = \alpha_4 = 0,$$

что и доказывает линейную независимость данной системы вектор-столбцов. $\otimes$

Пример 2.3.6. Пусть

$$\left\{ \vec{a}_1, \vec{a}_2, \ldots, \vec{a}_m, \vec{a}_{m+1}, \ldots, \vec{a}_{n-1}, \vec{a}_n \right\}$$

– некоторая система векторов векторного пространства и пусть

$$\left\{ \vec{a}_1, \vec{a}_2, \ldots, \vec{a}_m \right\},$$

– её максимальная по числу векторов линейно независимая подсистема.

Показать, что любой из векторов $\vec{a}_{m+1}, \ldots, \vec{a}_{n-1}, \vec{a}_n$ можно выразить в виде разложения по векторам подсистемы $\left\{ \vec{a}_1, \vec{a}_2, \ldots, \vec{a}_m \right\}$.

Р е ш е н и е. Так как подсистема $\left\{ \vec{a}_1, \vec{a}_2, \ldots, \vec{a}_m \right\}$ – максимальная по числу векторов линейно независимая система, то добавляя к ней любой из оставшихся векторов, например, вектор $\vec{a}_{m+1}$, получим уже линейно зависимую систему

$$\left\{ \vec{a}_1, \vec{a}_2, \ldots, \vec{a}_m, \vec{a}_{m+1} \right\}.$$

Следовательно, можно подобрать такие неравные одновременно нулю числа $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_m, \alpha_{m+1}$, что выполняется равенство

$$\alpha_1 \vec{a}_1 + \alpha_2 \vec{a}_2 + \ldots + \alpha_m \vec{a}_m + \alpha_{m+1} \vec{a}_{m+1} = \vec{0}.$$

В этом равенстве $\alpha_{m+1} \neq 0$ так как в противном случае имели бы равенство

$$\alpha_1 \vec{a}_1 + \alpha_2 \vec{a}_2 + \ldots + \alpha_m \vec{a}_m = \vec{0},$$

в котором не все коэффициенты $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_m$ одновременно равны нулю. Но тогда система векторов $\left\{ \vec{a}_1, \vec{a}_2, \ldots, \vec{a}_m \right\}$ будет линейно зависимой, что противоречит условию задачи.

Из равенства

$$\alpha_1 \vec{a}_1 + \alpha_2 \vec{a}_2 + \ldots + \alpha_m \vec{a}_m + \alpha_{m+1} \vec{a}_{m+1} = \vec{0}$$

следует, что

$$\vec{a}_{m+1} = -\frac{\alpha_1}{\alpha_{m+1}} \vec{a}_1 - \frac{\alpha_2}{\alpha_{m+1}} \vec{a}_2 - \ldots - \frac{\alpha_m}{\alpha_{m+1}} \vec{a}_m.$$

Вводя обозначения

$$\beta_1 = -\frac{\alpha_1}{\alpha_{m+1}}, \ \beta_2 = -\frac{\alpha_2}{\alpha_{m+1}}, \ \ldots, \ \beta_m = -\frac{\alpha_m}{\alpha_{m+1}},$$

получаем

$$\vec{a}_{m+1} = \beta_1 \vec{a}_1 + \beta_2 \vec{a}_2 + \ldots + \beta_m \vec{a}_m,$$

что и доказывает сформулированное утверждение. $\otimes$

Пример 2.3.7. Дана система функций

$$\left\{ e^t, e^{2t}, e^{3t} \right\}.$$

Показать, что эта система функций является линейно независимой в пространстве функций, непрерывных на промежутке $(-\infty, +\infty)$.

Р е ш е н и е. По определению линейной независимости условие

$$\alpha_1 e^t + \alpha_2 e^{2t} + \alpha_3 e^{3t} = 0 \ \ (\forall t \in (-\infty, +\infty))$$

влечёт за собой выполнение условия $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = 0.$

Составим СЛАУ для коэффициентов $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$. Для этого положим в тождестве $t = 0$, получим

$$\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 = 0.$$

Дифференцируя тождество по t и полагая $t = 0$, получим

$$\alpha_1 + 2\alpha_2 + 3\alpha_3 = 0.$$

Дифференцируя тождество ещё раз и, снова полагая $t = 0$, получим

$$\alpha_1 + 4\alpha_2 + 9\alpha_3 = 0.$$

Объединяя полученные равенства в систему уравнений для неизвестных коэффициентов, получим

$$\begin{cases} \alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 = 0, \\ \alpha_1 + 2\alpha_2 + 3\alpha_3 = 0, \\ \alpha_1 + 4\alpha_2 + 9\alpha_3 = 0. \end{cases}$$

Это однородная СЛАУ, применяя метод Гаусса, получаем единственное решение

$$\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = 0.$$

Таким образом, система функций $\{e^t, e^{2t}, e^{3t}\}$ является базисом подмножества функций, непрерывных на промежутке $(-\infty, +\infty)$. Поэтому множество функций вида

$$f(t) = \alpha e^t + \beta e^{2t} + \lambda e^{3t}$$

образует подпространство в пространстве таких функций. $\otimes$

Пример 2.3.8. Используя процедуру ортогонализации Шмидта, ортонормировать систему векторов $\left\{\vec{g}_1, \vec{g}_2, \vec{g}_3\right\} \subset E^4$, заданных в некотором ортонормированном базисе $\left\{\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3, \vec{e}_4\right\} \subset E^4$ своими разложениями:

$$\vec{g}_1 = \vec{e}_1 + \vec{e}_2 + \vec{e}_3 + \vec{e}_4,$$

$$\vec{g}_2 = \vec{e}_1 + \vec{e}_2 - 3\vec{e}_3 - 3\vec{e}_4,$$

$$\vec{g}_3 = 4\vec{e}_1 + 3\vec{e}_2 + 0\vec{e}_3 - \vec{e}_4.$$

Р е ш е н и е. Для ортогонализации системы векторов

$$\left\{\vec{g}_1, \vec{g}_2, \vec{g}_3\right\} \subset E^4$$

воспользуемся формулами процедуры ортогонализации Шмидта.

Для этого положим

$$\vec{a}_1 = \vec{g}_1,$$

то есть

$$\vec{a}_1 = \vec{e}_1 + \vec{e}_2 + \vec{e}_3 + \vec{e}_4.$$

Далее имеем:

$$\vec{a}_2 = \vec{g}_2 - \frac{\left(\vec{a}_1, \vec{g}_2\right)}{\left\|\vec{a}_1\right\|^2}\vec{a}_1 = \vec{e}_1 + \vec{e}_2 - 3\vec{e}_3 - 3\vec{e}_4 -$$

$$-\frac{1}{4}\cdot 4\left(\vec{e}_1 + \vec{e}_2 + \vec{e}_3 + \vec{e}_4\right) = 2\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 - 2\vec{e}_3 - 2\vec{e}_4;$$

$$\vec{a}_3 = \vec{g}_3 - \frac{\left(\vec{a}_1, \vec{g}_3\right)}{\left\|\vec{a}_1\right\|^2}\vec{a}_1 - \frac{\left(\vec{a}_2, \vec{g}_3\right)}{\left\|\vec{a}_2\right\|^2}\vec{a}_2 =$$

$$= 4\vec{e}_1 + 3\vec{e}_2 - \vec{e}_4 - \frac{3}{2}\left(\vec{e}_1 + \vec{e}_2 + \vec{e}_3 + \vec{e}_4\right) -$$

$$-\left(2\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 - 2\vec{e}_3 - 2\vec{e}_4\right) = \frac{1}{2}\vec{e}_1 - \frac{1}{2}\vec{e}_2 + \frac{1}{2}\vec{e}_3 - \frac{1}{2}\vec{e}_4.$$

Для получения ортонормированной системы, векторы системы нормируем:

$$\vec{e}_{a1} = \frac{1}{2}\left(\vec{e}_1 + \vec{e}_2 + \vec{e}_3 + \vec{e}_4\right);$$

$$\vec{e}_{a2} = \frac{1}{4}\left(2\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 - 2\vec{e}_3 - 2\vec{e}_4\right);$$

$$\vec{e}_{a3} = \frac{1}{2}\vec{e}_1 - \frac{1}{2}\vec{e}_2 + \frac{1}{2}\vec{e}_3 - \frac{1}{2}\vec{e}_4.$$

Прямой проверкой убеждаемся, что система векторов $\left\{\vec{e}_{a1},\ \vec{e}_{a2},\ \vec{e}_{a3}\right\}$ ортонормированная. $\otimes$

Пример 2.3.9. Показать, что линейная оболочка $L\left\{\vec{g}_1,\ \vec{g}_2\right\}$, где элементы L вычисляются по формулам

$$\vec{g}_1 = \alpha_1 \cdot \sin x + \beta_1 \cdot \cos x,\ \vec{g}_2 = \alpha_2 \cdot \sin x + \beta_2 \cdot \cos x,$$

а скалярное произведение определено формулой

$$\left(\vec{g}_1, \vec{g}_2\right) = \alpha_1 \cdot \alpha_2 + \beta_1 \cdot \beta_2 + \frac{1}{2} \cdot \left(\alpha_1 \cdot \beta_2 + \alpha_2 \cdot \beta_1\right),$$

является двумерным линейным многообразием с ортонормированным базисом

$$\vec{e}_1 = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \sin x + \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \cos x,\ \vec{e}_2 = \sin x - \cos x.$$

Р е ш е н и е. Находим скалярное произведение и скалярные квадраты векторов предполагаемого базиса:

$$\left(\vec{e}_1, \vec{e}_1\right) = \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} = 1;$$

$$\left(\vec{e}_1, \vec{e}_2\right) = \frac{1}{\sqrt{3}} - \frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{1}{2} \cdot \left(-\frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}}\right) = 0;$$

$$\left(\vec{e}_2, \vec{e}_2\right) = 1 + 1 + \frac{1}{2} \cdot \left(-1 - 1\right) = 2 - 1 = 1.$$

Видим, что система векторов $\left\{\vec{e}_1, \vec{e}_2\right\}$ является ортонормированной и, следовательно, её можно принять за один из базисов линейного многообразия L. $\otimes$

Пример 2.3.10. Пусть X – множество ведущих радиус-векторов точек прямой линии. Операции в этом множестве введены обычным образом. Выяснить, является ли это множество векторным подпространством евклидова пространства R^2.

Р е ш е н и е. 1) Пусть прямая не проходит через начало системы координат (рисунок 3.1).

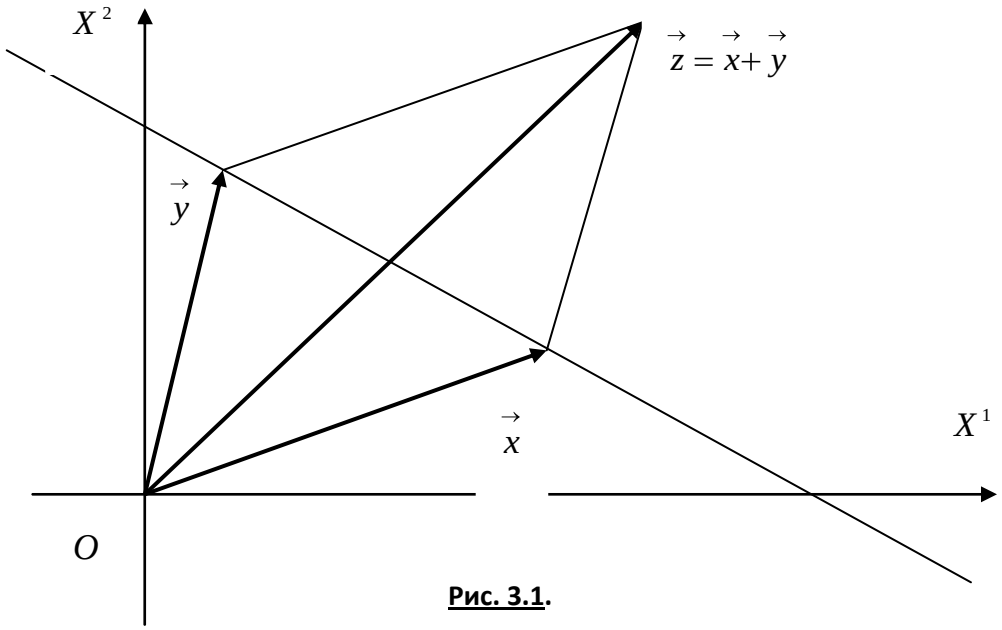


Рис. 3.1.

Очевидно, что сумма двух произвольных ведущих векторов точек прямой линии не принадлежит множеству X, так как конечная точка радиус-вектора их суммы не лежит на данной прямой линии. Следовательно, операция сложения векторов в данном случае не является алгебраической. Множество X не является векторным подпространством пространства R^2.

2) Если прямая линия проходит через начало системы координат, то очевидно, что сумма двух произвольных ведущих векторов точек прямой линии принадлежит множеству X и, следовательно, операция сложения векторов в данном случае является алгебраической. Множество X является векторным подпространством пространства R^2. $\otimes$

Пример 2.3.11. Дана система функций

$$\{\cos t, \sin t, \sin 2t\}.$$

Показать, что множество функций вида

$$f(t) = \alpha \cos t + \beta \sin t + \lambda \sin 2t,$$

где $\alpha, \beta, \lambda \in R^1$, является подпространством векторного пространства функций, непрерывных на промежутке $[-\pi, \pi]$.

Р е ш е н и е. Покажем сначала, что система функций

$$\{\cos t, \sin t, \sin 2t\}$$

является линейно независимой на промежутке $[-\pi, \pi]$.

В соответствие с определением линейной независимости потребуем выполнения условия

$$\alpha_1 \cos t + \alpha_2 \sin t + \alpha_3 \sin 2t = 0.$$

При различных значениях $t \in (-\pi, \pi)$ получаем бесконечное множество систем линейных алгебраических уравнений. Положим, например,

$$t = 0,\ t = \frac{\pi}{6},\ t = \frac{\pi}{4}.$$

Тогда имеем систему уравнений

$$\begin{cases} \alpha_1 = 0, \\ \frac{\sqrt{3}}{2}\alpha_1 + \frac{1}{2}\alpha_2 + \frac{\sqrt{3}}{2}\alpha_3 = 0, \\ \frac{\sqrt{2}}{2}\alpha_1 + \frac{\sqrt{2}}{2}\alpha_2 + \alpha_3 = 0. \end{cases}$$

Это однородная система уравнений. Решая СЛАУ методом Гаусса, получаем

$$\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = 0.$$

Поэтому система функций $\{\cos t, \sin t, \sin 2t\}$ линейно независима на промежутке $(-\pi, \pi)$.

Легко видеть, что любая функция вида

$$f(t) = \alpha \cos t + \beta \sin t + \lambda \sin 2t$$

является линейной комбинацией функций системы $\{\cos t, \sin t, \sin 2t\}$, что и доказывает требуемой. $\otimes$

Пример 2.3.12. Показать, что система векторов

$$\left\{\vec{a}_1, \vec{a}_2\right\} \subset E^4,$$

заданных в некотором ортонормированном базисе евклидова пространства E^4

$$\left\{\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3, \vec{e}_4\right\} \subset E^4$$

разложениями

$$\begin{aligned}\vec{a}_1 &= a_1^1\vec{e}_1 + a_1^2\vec{e}_2 + a_1^3\vec{e}_3 + a_1^4\vec{e}_4 = \vec{e}_1 - \vec{e}_2 + \vec{e}_3 - \vec{e}_4,\\ \vec{a}_2 &= a_2^1\vec{e}_1 + a_2^2\vec{e}_2 + a_2^3\vec{e}_3 + a_2^4\vec{e}_4 = \vec{e}_1 + \vec{e}_2 + \vec{e}_3 + \vec{e}_4,\end{aligned} \qquad (1)$$

линейно независима. Дополнить систему до ортонормированного базиса всего пространства E^4.

Р е ш е н и е. Находим значение скалярного произведения:

$$\left(\vec{a}_1, \vec{a}_2\right) = \left(\vec{e}_1 - \vec{e}_2 + \vec{e}_3 - \vec{e}_4, \vec{e}_1 + \vec{e}_2 + \vec{e}_3 + \vec{e}_4\right) = 0.$$

Следовательно, система векторов $\left\{\vec{a}_1, \vec{a}_2\right\}$ ортогональна.

Для того чтобы дополнить эту систему до ортогонального базиса пространства евклидова E^4, найдём векторы

$$\vec{x} = x^1\vec{e}_1 + x^2\vec{e}_2 + x^3\vec{e}_3 + x^4\vec{e}_4$$

такие, чтобы выполнялись условия

$$\begin{cases}\left(\vec{x}, \vec{a}_1\right) = 0,\\ \left(\vec{x}, \vec{a}_2\right) = 0.\end{cases} \qquad (2)$$

Из условий (2) получаем СЛАУ:

$$\begin{cases}x^1 - x^2 + x^3 - x^4 = 0,\\ x^1 + x^2 + x^3 + x^4 = 0.\end{cases} \qquad (3)$$

Решаем СЛАУ (3) методом Гаусса, принимая x^3 и x^4 за свободные неизвестные, то есть, например, полагая $x^3 = a$ и $x^4 = b$. Полученное решение СЛАУ (3) записывается в виде

$$|x\rangle = \begin{pmatrix}x^1\\ x^2\\ x^3\\ x^4\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}-a\\ -b\\ a\\ b\end{pmatrix} = a\begin{pmatrix}-1\\ 0\\ 1\\ 0\end{pmatrix} + b\begin{pmatrix}0\\ -1\\ 0\\ 1\end{pmatrix}, \qquad (4)$$

или

$$\vec{x} = a\vec{a}_3 + b\vec{a}_4,$$

где векторы фундаментальной системы решений

$$\vec{a}_3 = -\vec{e}_1 + 0\vec{e}_2 + \vec{e}_3 + 0\vec{e}_4,$$

$$\vec{a}_4 = 0\vec{e}_1 - \vec{e}_2 + 0\vec{e}_3 + \vec{e}_4.$$

Легко проверяется, что фундаментальная система $\left\{\vec{a}_3, \vec{a}_4\right\}$ ортогональна и в совокупности с векторами $\left\{\vec{a}_1, \vec{a}_2\right\}$ также образует ортогональную систему $\left\{\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3, \vec{a}_4\right\}$. Для получения ортонормированного базиса пространства E^4 нормируем векторы этой системы:

$$\vec{h}_1 = \frac{\vec{a}_1}{\left\|\vec{a}_1\right\|} = \frac{1}{2}\left(\vec{e}_1 - \vec{e}_2 + \vec{e}_3 - \vec{e}_4\right);$$

$$\vec{h}_2 = \frac{\vec{a}_2}{\left\|\vec{a}_2\right\|} = \frac{1}{2}\left(\vec{e}_1 + \vec{e}_2 + \vec{e}_3 + \vec{e}_4\right);$$

$$\vec{h}_3 = \frac{\vec{a}_3}{\left\|\vec{a}_3\right\|} = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(-\vec{e}_1 + \vec{e}_3\right);$$

$$\vec{h}_4 = \frac{\vec{a}_4}{\left\|\vec{a}_4\right\|} = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(-\vec{e}_2 + \vec{e}_4\right).$$

Прямой проверкой убеждаемся, что система векторов $\left\{\vec{h}_1, \vec{h}_2, \vec{h}_3, \vec{h}_4\right\}$ ортонормирована. $\otimes$

Пример 2.3.13. В евклидовом пространстве E^4 в некотором ортонормированном базисе

$$\left\{\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3, \vec{e}_4\right\} \subset E^4$$

задана система векторов:

$$\vec{a}_1 = \vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 - 3\vec{e}_3 + \vec{e}_4,\ \vec{a}_2 = -3\vec{e}_1 + 4\vec{e}_2 + 3\vec{e}_3 - 5\vec{e}_4.$$

1) Выяснить, можно ли на векторах этой системы как на направляющих векторах построить подпространство H^2 пространства E^4. Если это возможно, то написать параметрические уравнения подпространства H^2.

2) Найти базис $\left\{\vec{a}_3, \vec{a}_4\right\}$ и построить ортогональное дополнение $H^{2\perp}$ к подпространству H^2, записать параметрические уравнения ортогонального дополнения $H^{2\perp}$.

Р е ш е н и е. 1) Координаты векторов системы $\left\{\vec{a}_1, \vec{a}_2\right\}$ непропорциональны – векторы неколлинеарны. Следовательно, система векторов $\left\{\vec{a}_1, \vec{a}_2\right\}$ линейно независимая. Векторы системы могут служить одним из базисов (быть направляющими векторами) линейного двумерного многообразия. Векторное параметрическое уравнение такого многообразия в общем случае имеет вид

$$\vec{x} = \vec{x}_0 + t_1\vec{a}_1 + t_2\vec{a}_2,$$

где $\vec{x}_0$ – вектор сдвига многообразия. Если $\vec{x}_0 = \vec{0}$, то многообразие превращается в подпространство. В последнем случае ведущий вектор точек этого многообразия превращается в текущий вектор подпространства и представляется в виде:

$$\vec{x} = t_1\vec{a}_1 + t_2\vec{a}_2.$$

Откуда имеем параметрические уравнения подпространства:

$$\begin{cases} x^1 = t_1 - 3t_2, \\ x^2 = 2t_1 + 4t_2, \\ x^3 = -3t_1 + 3t_2, \\ x^4 = t_1 - 5t_2. \end{cases}$$

Таким образом, подпространство является, очевидно, двумерной плоскостью, проходящей через начало системы координат.

2) Пусть

$$\vec{x} = x^1 \vec{e}_1 + x^2 \vec{e}_2 + x^3 \vec{e}_3 + x^4 \vec{e}_4$$

– произвольный вектор из ортогонального дополнения $H^{\perp}$. Так как система $\left\{ \vec{a}_1, \vec{a}_2 \right\}$ – базис подпространства H, то должны выполняться условия

$$\begin{cases} \left(\vec{a}_1, \vec{x} \right) = 0, \\ \left(\vec{a}_2, \vec{x} \right) = 0. \end{cases}$$

Эти условия приводят к СЛАУ

$$\begin{cases} x^1 + 2x^2 - 3x^3 + x^4 = 0, \\ -3x^1 + 4x^2 + 3x^3 - 5x^4 = 0. \end{cases}$$

Применение метода Гаусса приводит к следующему результату: СЛАУ совместна и неопределённа, а множество её решений выражается следующей формулой

$$\begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \\ x^3 \\ x^4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{9}{5}a - \frac{7}{5}b \\ \frac{3}{5}a + \frac{1}{5}b \\ a \\ b \end{pmatrix} = a \begin{pmatrix} \frac{9}{5} \\ \frac{3}{5} \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + b \begin{pmatrix} -\frac{7}{5} \\ \frac{1}{5} \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix},$$

где a и b – свободные неизвестные. Следовательно, имеем векторное подпространство с направляющими векторами

$$\vec{a}_3 = \frac{9}{5}\vec{e}_1 + \frac{3}{5}\vec{e}_2 + \vec{e}_3, \; \vec{a}_4 = -\frac{7}{5}\vec{e}_1 + \frac{1}{5}\vec{e}_2 + \vec{e}_4.$$

Нетрудно проверить, что полученные векторы $\left\{\vec{a}_3, \vec{a}_4\right\}$ образуют линейно независимую систему, а любая их линейная комбинация ортогональна любой линейной комбинации векторов $\left\{\vec{a}_1, \vec{a}_2\right\}$.

Следовательно, на этих векторах можно построить ортогональное дополнение $H^{2\perp}$, параметрические уравнения которого имеют вид, аналогичный параметрическим уравнениям подпространства H^2:

$$\begin{cases} x^1 = \frac{9}{5}\tau_1 - \frac{7}{5}\tau_2, \\ x^2 = \frac{3}{5}\tau_1 + \frac{1}{5}\tau_2, \otimes \\ x^3 = \tau_1, \\ x^4 = \tau_2. \end{cases}$$

Пример 2.3.14. В аффинном пространстве A^4 координатами относительно репера $\left\{O, \vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3, \vec{e}_4\right\}$ заданы четыре точки:

$$A_1(4; 2; 0), A_2(7; 3; 2), A_3(6; 3; -1), A_4(4; 5; 2).$$

Получить уравнения гиперплоскости, проходящей через заданные точки.

Р е ш е н и е. Обозначим точку A_1 через $O^* \equiv A_1$ и примем её за начало репера на гиперплоскости $H^3 \subset A^4$.

Рассмотрим векторы:

$$\begin{aligned} \vec{a}_1 &= \vec{O^*A_2} = 2\vec{e}_1 + 3\vec{e}_2 + \vec{e}_3 + 2\vec{e}_4, \\ \vec{a}_2 &= \vec{O^*A_3} = \vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + \vec{e}_3 - \vec{e}_4, \\ \vec{a}_3 &= \vec{O^*A_4} = 3\vec{e}_3 + 2\vec{e}_4. \end{aligned} \qquad (1)$$

Требуя, чтобы для линейной комбинации этих векторов выполнялось условие

$$\alpha_1 \vec{a}_1 + \alpha_2 \vec{a}_2 + \alpha_3 \vec{a}_3 = \vec{0},$$

решая вытекающую из этого условия СЛАУ для неопределённых коэффициентов $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ методом Гаусса, выясняем, что данное условие выполняется только при $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = 0$. Из этого результата заключаем, что система векторов $\left\{ \vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3 \right\}$ линейно независима и её можно выбрать в качестве базиса репера

$$\left\{ O^*, \vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3 \right\}$$

на гиперплоскости $H^3 \subset A^4$.

Пусть $M(x^1; x^2; x^3; x^4)$ – текущая точка гиперплоскости, координаты которой определены относительно репера $\left\{ O, \vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3, \vec{e}_4 \right\}$ вмещающего пространства A^4. Тогда её радиус-векторы $\vec{OM}$ относительно репера $\left\{ O, \vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3, \vec{e}_4 \right\}$ пространства A^4 и $\vec{O^*M}$ относительно репера $\left\{ O^*, \vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3 \right\}$ гиперплоскости $H^3 \subset A^4$ могут быть, соответственно, представлены в виде разложений:

$$\begin{aligned} &\vec{x} \equiv \vec{OM} = x^1 \vec{e}_1 + x^2 \vec{e}_2 + x^3 \vec{e}_3 + x^4 \vec{e}_4, \\ &\vec{O^*M} = t_1 \vec{a}_1 + t_1 \vec{a}_2 + t_1 \vec{a}_3. \end{aligned} \qquad (2)$$

Векторное уравнение гиперплоскости имеет вид:

$$\vec{x} = \vec{x}_0 + \vec{O^*M}, \qquad (3)$$

где

$$\vec{x}_0 \equiv \vec{OO^*} = \vec{e}_1 + 4\vec{e}_2 + 2\vec{e}_3. \qquad (4)$$

Подставляя (1), (2) и (4) в (3), получаем ***параметрические уравнения***

$$\begin{cases} x^1 = 1 + 2t_1 + t_2, \\ x^2 = 4 + 3t_1 + 2_2, \\ x^3 = 2 + t_1 + t_2 + 3t_3, \\ x^4 = 2t_1 - t_2 + 2t_3, \end{cases} \tag{5}$$

гиперплоскости $H^3 \subset A^4$. Для получения неявного уравнения гиперплоскости выразим три параметра t_1, t_2, t_3 из первых трёх уравнений (5), решая СЛАУ

$$\begin{cases} 2t_1 + t_2 = x^1 - 1, \\ 3t_1 + 2t_2 = x^2 - 4, \\ t_1 + t_2 + 3t_3 = x^3 - 2 \end{cases} \tag{6}$$

методом Гаусса, и подставим их в четвёртое уравнение. В процессе решения устанавливаем, что СЛАУ совместна и имеет единственное решение:

$$t_1 = 2x^1 - x^2 + 2;$$

$$t_2 = -3x^1 + 2x^2 - 5;$$

$$t_3 = \frac{1}{3}x^1 - \frac{1}{3}x^2 + \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{3}.$$

Подстановка в четвёртое из уравнений (5) приводит к неявному уравнению гиперплоскости $H^3 \subset A^4$, проходящей через заданные четыре точки:

$$23x^1 - 14x^2 + 2x^3 - 3x^4 + 29 = 0. \otimes$$

Практическое занятие 4

Операторы, матрицы, определители и СЛАУ

Пример 2.4.1. В пространстве R^3 оператор $\hat{P}$ действует по правилу

$$\left(\forall \vec{x} \in R^3 \right) \hat{P}\vec{x} = x^1 \vec{e}_1,$$

то есть ставит в соответствие произвольному вектору $\vec{x}$ его координатную проекцию на ось OX^1. Показать, что оператор линейный и найти его матрицу.

Р е ш е н и е. покажем, что оператор линейный. По определению для линейного оператора справедливо равенство:

$$\hat{P}\left(\alpha_1 \vec{x}_1+\alpha_2 \vec{x}_2\right)=\alpha_1 \hat{P}\vec{x}_1+\alpha_2 \hat{P}\vec{x}_2.$$

Проверим его выполнение для заданного оператора:

$$\hat{P}\left(\alpha_1 \vec{x}_1+\alpha_2 \vec{x}_2\right)=$$

$$=\hat{P}\left[\alpha_1\left(x_1^1 \vec{e}_1+x_1^2 \vec{e}_2+x_1^3 \vec{e}_3\right)+\alpha_2\left(x_2^1 \vec{e}_1+x_2^2 \vec{e}_2+x_2^3 \vec{e}_3\right)\right]=$$

$$=\hat{P}\left[\left(\alpha_1 x_1^1+\alpha_2 x_2^1\right)\vec{e}_1+\left(\alpha_1 x_1^2+\alpha_2 x_2^2\right)\vec{e}_2+\left(\alpha_1 x_1^3+\alpha_2 x_2^3\right)\vec{e}_3\right]=$$

$$=\left(\alpha_1 x_1^1+\alpha_2 x_2^1\right)\vec{e}_1=\alpha_1 x_1^1 \vec{e}_1+\alpha_2 x_2^1 \vec{e}_1=\alpha_1 \hat{P}\vec{x}_1+\alpha_2 \hat{P}\vec{x}_2.$$

Определение выполняется и оператор $\hat{P}$ линейный.

Действуя оператором $\hat{P}$ последовательно на базисные векторы, получаем:

$$\hat{P}\vec{e}_1=1\cdot\vec{e}_1=\vec{e}_1+0\cdot\vec{e}_2+0\cdot\vec{e}_3,$$

$$\hat{P}\vec{e}_2=0\cdot\vec{e}_1=0\cdot\vec{e}_1+0\cdot\vec{e}_2+0\cdot\vec{e}_3,$$

$$\hat{P}\vec{e}_3=0\cdot\vec{e}_1=0\cdot\vec{e}_1+0\cdot\vec{e}_2+0\cdot\vec{e}_3.$$

Теперь матрица оператора принимает следующий вид:

$$P=\begin{pmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0\end{pmatrix}.$$

Оператор $\hat{P}$ называется ***оператором ортогонального проектирования на ось*** OX^1.

$\otimes$

Пример 2.4.2. Показать, что оператор $\hat{A}: R^3 \to R^3$, действующий по правилу

$$\left(\forall \vec{x} \in R^3\right) \hat{A}\vec{x} = \left[\vec{a}, \left[\vec{x}, \vec{b}\right]\right],$$

где фиксированные векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ заданы своими разложениями

$$\vec{a} = 2\vec{e}_1 + 4\vec{e}_2 - \vec{e}_3,\ \vec{b} = \vec{e}_1 - \vec{e}_2 + \vec{e}_3$$

по каноническому базису, является линейным, и найти его матрицу.

Р е ш е н и е. Из свойств векторного произведения следует, что:

$$\hat{A}\left(\alpha\vec{x} + \beta\vec{y}\right) = \left[\vec{a}, \left[\alpha\vec{x} + \beta\vec{y}, \vec{b}\right]\right] = \left[\vec{a}, \alpha\left[\vec{x}, \vec{b}\right] + \beta\left[\vec{y}, \vec{b}\right]\right] =$$

$$= \alpha\left[\vec{a}, \left[\vec{x}, \vec{b}\right]\right] + \beta\left[\vec{a}, \left[\vec{y}, \vec{b}\right]\right] = \alpha\hat{A}\vec{x} + \beta\hat{A}\vec{y}.$$

Матрицу оператора определяем, находя образы базисных векторов. При этом возможны три варианта решения:

1) использовать свойства векторного произведения;

2) использовать формулу для вычисления векторного произведения;

3) использовать для двойного векторного произведения формулу

$$\left[\vec{A}, \left[\vec{B}, \vec{C}\right]\right] = \vec{B}\left(\vec{A}, \vec{C}\right) - \vec{C}\left(\vec{A}, \vec{B}\right).$$

Используем второй вариант решения, находя векторное произведение

$$\hat{A}\vec{e}_k = \left[\vec{a}, \left[\vec{e}_k, \vec{b}\right]\right]$$

по формуле

$$\left[\vec{x}, \vec{y}\right] = \left(x^2y^3 - x^3y^2\right)\vec{e}_1 + \left(x^3y^1 - x^1y^3\right)\vec{e}_2 + \left(x^1y^2 - x^2y^1\right)\vec{e}_3.$$

Пусть $k = 1$, тогда получаем:

$$\left[\vec{e}_1, \vec{b}\right] = \left(0\cdot 1 - 0\cdot(-1)\right)\vec{e}_1 + \left(0\cdot 1 - 1\cdot 1\right)\vec{e}_2 + \left(0\cdot(-1) - 0\cdot 1\right)\vec{e}_3 = -\vec{e}_2 - \vec{e}_3.$$

Далее имеем:

$$\hat{A}\vec{e}_1 = \left[\vec{a}, \left[\vec{e}_1, \vec{b}\right]\right] = -5\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 - 2\vec{e}_3.$$

Аналогично находим:

$$\hat{A}\vec{e}_2 = \left[\vec{a}, \left[\vec{e}_2, \vec{b}\right]\right] = -4\vec{e}_1 + \vec{e}_2 - 4\vec{e}_3,$$

$$\hat{A}\vec{e}_3 = \left[\vec{a}, \left[\vec{e}_3, \vec{b}\right]\right] = \vec{e}_1 - \vec{e}_2 - 2\vec{e}_3.$$

Матрица оператора имеет вид:

$$A = \begin{pmatrix} -5 & -4 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \\ -2 & -4 & -2 \end{pmatrix}. \otimes$$

Пример 2.4.3. Показать, что если $\left\{\vec{x}_1, \vec{x}_2 \ldots, \vec{x}_m\right\} \subset X^n$ – линейно зависимая система векторов, то и система образов $\left\{\hat{A}\vec{x}_1, \hat{A}\vec{x}_2 \ldots, \hat{A}\vec{x}_m\right\} \subset X^n$ при действии линейного оператора $\hat{A}: X^n \to X^n$ также линейно зависимая.

Р е ш е н и е. Составим справедливое в силу линейной зависимости системы векторов равенство

$$\alpha_1\vec{x}_1 + \alpha_2\vec{x}_2 + \ldots + \alpha_m\vec{x}_m = \vec{0},$$

где не все коэффициенты $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_m$ равны нулю одновременно. Действуя на обе части последнего равенства оператором $\hat{A}$, в силу его линейности получаем:

$$\alpha_1\hat{A}\vec{x}_1 + \alpha_2\hat{A}\vec{x}_2 + \ldots + \alpha_m\hat{A}\vec{x}_m = \vec{0},$$

Так как среди коэффициентов $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_m$ есть ненулевые, то система образов

$$\left\{\hat{A}\vec{x}_1, \hat{A}\vec{x}_2 \ldots, \hat{A}\vec{x}_m\right\}$$

линейно зависима. $\otimes$

Пример 2.4.4. Показать, что если система

$$\left\{ \hat{A}\vec{x}_1,\ \hat{A}\vec{x}_2 \ldots,\ \hat{A}\vec{x}_m \right\} \subset X^n$$

образов векторов системы

$$\left\{ \vec{x}_1,\ \vec{x}_2 \ldots,\ \vec{x}_m \right\} \subset X^n$$

при действии оператора $\hat{A}: X^n \to X^n$ линейно независимая, то и сама система $\left\{ \vec{x}_1,\ \vec{x}_2 \ldots,\ \vec{x}_m \right\} \subset X^n$ также линейно независимая.

Р е ш е н и е. Для системы векторов $\left\{ \vec{x}_1,\ \vec{x}_2 \ldots,\ \vec{x}_m \right\}$ потребуем выполнения равенства нуль вектору линейной комбинации, предполагая, что не все коэффициенты её равны нулю одновременно

$$\alpha_1 \vec{x}_1 + \alpha_2 \vec{x}_2 + \ldots + \alpha_m \vec{x}_m = \vec{0},$$

то есть предположим, что система $\left\{ \vec{x}_1,\ \vec{x}_2 \ldots,\ \vec{x}_m \right\}$ линейно зависимая.

Действуя на обе части равенства оператором $\hat{A}$, получим

$$\alpha_1 \hat{A}\vec{x}_1 + \alpha_2 \hat{A}\vec{x}_2 + \ldots + \alpha_m \hat{A}\vec{x}_m = \vec{0},$$

где в силу линейной независимости системы образов векторов

$$\left\{ \hat{A}\vec{x}_1,\ \hat{A}\vec{x}_2 \ldots,\ \hat{A}\vec{x}_m \right\}$$

выполняется условие

$$\alpha_1 = \alpha_2 = \ldots = \alpha_m = 0.$$

Следовательно, предположение о линейной зависимости системы векторов

$$\left\{ \vec{x}_1,\ \vec{x}_2 \ldots,\ \vec{x}_m \right\}$$

неверное. Система линейно независимая. $\otimes$

Пример 2.4.5. Пусть $\vec{x} \in R^3$ – произвольный вектор. Вычислить коммутатор

$$\left[\hat{A}, \hat{B}\right]\vec{x} \equiv \left(\hat{A}\hat{B} - \hat{B}\hat{A}\right)\vec{x}$$

операторов $\hat{A}: R^3 \to R^3$ и $\hat{B}: R^3 \to R^3$, представленных в каноническом базисе пространства R^3 своими матрицами

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 6 \\ 5 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 3 \end{pmatrix}, \; B = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 4 \\ 2 & 2 & 3 \\ 4 & 2 & 0 \end{pmatrix}.$$

Р е ш е н и е. Коммутатор операторов – коммутатор их матриц, равен:

$$AB - BA = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 6 \\ 5 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 & 2 & 4 \\ 2 & 2 & 3 \\ 4 & 2 & 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 & 2 & 4 \\ 2 & 2 & 3 \\ 4 & 2 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 4 & 6 \\ 5 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 3 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 32 & 22 & 16 \\ 8 & 16 & 26 \\ 12 & 8 & 4 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 14 & 4 & 14 \\ 15 & 12 & 23 \\ 14 & 20 & 26 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 18 & 18 & 2 \\ -7 & 4 & 3 \\ -2 & -12 & -22 \end{pmatrix}$$

Находим коммутатор операторов – результат воздействия оператора $\hat{A}\hat{B} - \hat{B}\hat{A}$ на произвольный вектор $\vec{x} \in R^3$, для чего находим координаты образа вектора:

$$\left(AB - BA\right)\vec{x}\rangle = \begin{pmatrix} 18 & 18 & 2 \\ -7 & 4 & 3 \\ -2 & -12 & -22 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \\ x^3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 18x^1 + 18x^2 + 2x^3 \\ -7x^1 + 4x^2 + 3x^3 \\ -2x^1 - 12x^2 - 22x^3 \end{pmatrix}.$$

Теперь образ вектора равен:

$$\left[\hat{A}, \hat{B}\right]\vec{x} = \left(\hat{A}\hat{B} - \hat{B}\hat{A}\right)\vec{x} = \left(18x^1 + 18x^2 + 2x^3\right)\vec{e}_1 +$$

$$+ \left(-7x^1 + 4x^2 + 3x^3\right)\vec{e}_1 + \left(-2x^1 - 12x^2 - 22x^3\right)\vec{e}_1. \otimes$$

Пример 2.4.6. В каноническом базисе трёхмерного пространства R^3 действия операторов $\hat{A}: R^3 \to R^3$ и $\hat{B}: R^3 \to R^3$ на произвольный вектор $\vec{x} \in R^3$ заданы соотношениями:

$$A\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2x_1 - 5x_2 - 3x_3 \\ x_2 + 3x_3 \\ 2x_1 - 5x_2 - 3x_3 \end{pmatrix}; \; B\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_1 + x_2 - x_3 \\ x_2 + x_3 \\ x_3 \end{pmatrix}.$$

Найти координаты вектора $\left(2\hat{A} + \hat{A}\hat{B}\right)\vec{x}$.

Р е ш е н и е. Находим матрицы операторов, исходя из координатной формы записи действия оператора в фиксированном базисе:

$$A|x\rangle = \begin{pmatrix} a_1^1 & a_2^1 & a_3^1 \\ a_1^2 & a_2^2 & a_3^2 \\ a_1^3 & a_2^3 & a_3^3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \\ x^3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1^1 x^1 + a_2^1 x^2 + a_3^1 x^3 \\ a_1^2 x^1 + a_2^2 x^2 + a_3^2 x^3 \\ a_1^3 x^1 + a_2^3 x^2 + a_3^3 x^3 \end{pmatrix}.$$

Сравнивая данные условия задачи с координатной формулой действия оператора, находим их матрицы:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -5 & -3 \\ 0 & 1 & 3 \\ 2 & -5 & -3 \end{pmatrix}; \; B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Производим указанные в условии задачи действия с матрицами:

$$2A + AB = 2\begin{pmatrix} 2 & -5 & -3 \\ 0 & 1 & 3 \\ 2 & -5 & -3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 & -5 & -3 \\ 0 & 1 & 3 \\ 2 & -5 & -3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 4 & -10 & -6 \\ 0 & 2 & 6 \\ 4 & -10 & -6 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 & -3 & -10 \\ 0 & 1 & 4 \\ 2 & -3 & -10 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 & -13 & -16 \\ 0 & 3 & 10 \\ 6 & -13 & -16 \end{pmatrix}.$$

Находим координаты образа вектора $\vec{x}$, используя координатную форму записи:

$$\left(A+AB\right)\begin{pmatrix}x_1\\x_2\\x_3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}6&-13&-16\\0&3&10\\6&-13&-16\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x_1\\x_2\\x_3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}6x_1-13x_2-16x_3\\3x_2+10x_3\\6x_1-13x_2-16x_3\end{pmatrix}.$$

Окончательно получаем:

$$\vec{x}=\left(6x_1-13x_2-16x_3\right)\vec{e}_1+\left(3x_2+10x_3\right)\vec{e}_2+\left(6x_1-13x_2-16x_3\right)\vec{e}_3.\otimes$$

Пример 2.4.7. Найти $\left(\hat{A}\vec{x}+\vec{y},\ \vec{x}+\hat{B}\vec{y}\right)$, если

$$\vec{x}=\vec{e}_1+3\vec{e}_2+6\vec{e}_3;\ \vec{y}=-3\vec{e}_1-\vec{e}_2-5\vec{e}_3;$$

$$A=\begin{pmatrix}1&2&3\\2&3&1\\3&1&2\end{pmatrix};B=\begin{pmatrix}3&1&2\\1&2&3\\2&3&1\end{pmatrix}.$$

Р е ш е н и е. 1) Находим вектор $\hat{A}\vec{x}+\vec{y}$ в координтаном представлении:

$$A\left|x\right\rangle+\left|y\right\rangle=\begin{pmatrix}1&2&3\\2&3&1\\3&1&2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1\\3\\6\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}-3\\-1\\-5\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}25\\17\\18\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}-3\\-1\\-5\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}22\\16\\13\end{pmatrix};$$

$$\hat{A}\vec{x}+\vec{y}=22\vec{e}_1+16\vec{e}_2+13\vec{e}_3.$$

2) Находим вектор $\vec{x}+\hat{B}\vec{y}$ в координтаном представлении:

$$\left|x\right\rangle+B\left|y\right\rangle=\begin{pmatrix}1\\3\\6\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}3&1&2\\1&2&3\\2&3&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}-3\\-1\\-5\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1\\3\\6\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}-20\\-20\\-14\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-19\\-17\\-8\end{pmatrix};$$

$$\vec{x}+\hat{B}\vec{y}=-19\vec{e}_1-17\vec{e}_2-8\vec{e}_3.$$

3) Находим указанное в условии скалярное произведение:

$$\left(\hat{A}\vec{x}+\vec{y},\ \vec{x}+\hat{B}\vec{y}\right)=22\cdot\left(-19\right)+16\cdot\left(-17\right)+13\cdot\left(-8\right)=-794.\otimes$$

Пример 2.4.8. Решить методом Гаусса СЛАУ

$$\begin{cases} 2x^1 - x^2 + x^3 - x^4 = 5, \\ x^1 + 2x^2 - 2x^3 + 3x^4 = -6, \\ 3x^1 + x^2 - x^3 + 2x^4 = -1. \end{cases} \quad (1)$$

Р е ш е н и е. 1) Удобно поменять местами первое и второе уравнения системы (1), так как у второго уравнения коэффициент при первом неизвестном равен 1:

$$\begin{cases} x^1 + 2x^2 - 2x^3 + 3x^4 = -6, \\ 2x^1 - x^2 + x^3 - x^4 = 5, \\ 3x^1 + x^2 - x^3 + 2x^4 = -1. \end{cases} \quad (2)$$

Выражаем из первого уравнения СЛАУ (2) неизвестное x^1 и подставляем результат в оставшиеся уравнения:

$$\begin{cases} x^1 + 2x^2 - 2x^3 + 3x^4 = -6, \\ -5x^2 + 5x^3 - 7x^4 = 17, \\ -5x^2 + 5x^3 - 7x^4 = 17. \end{cases} \quad (3)$$

Два последних уравнения в (3) одинаковы, поэтому одно уравнение можно отбросить:

$$\begin{cases} x^1 + 2x^2 - 2x^3 + 3x^4 = -6, \\ -5x^2 + 5x^3 - 7x^4 = 17. \end{cases} \quad (4)$$

Принимаем в (4) неизвестные x^3, x^4 за свободные неизвестные и, полагая $x^3 = a$ и $x^4 = b$, выражаем через них x^2, x^1, имеем общее решение СЛАУ:

$$x^2 = -\frac{17}{5} + a - \frac{7}{5}x^4,\ x^1 = \frac{4}{5} - \frac{1}{5}b,\ x^3 = a,\ x^4 = b.$$

2) Приведём матричную реализацию метода Гаусса. Перепишем систему уравнений в виде расширенной матрицы и поменяем местами первую и вторую строки матрицы:

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 & -1 & 5 \\ 1 & 2 & -2 & 3 & -6 \\ 3 & 1 & -1 & 2 & -1 \end{pmatrix} \cong \begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 & 3 & -6 \\ 2 & -1 & 1 & -1 & 5 \\ 3 & 1 & -1 & 2 & -1 \end{pmatrix}.$$

Умножая мысленно первую строку матрицы первый раз на 2, а второй раз на 3 и вычитая в реальности последовательно из второй и третьей строки (как вектор-строку), получаем:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 & 3 & -6 \\ 2 & -1 & 1 & -1 & 5 \\ 3 & 1 & -1 & 2 & -1 \end{pmatrix} \cong \begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 & 3 & -6 \\ 0 & -5 & 5 & -7 & 17 \\ 0 & -5 & 5 & -7 & 17 \end{pmatrix}.$$

Вторая и третья строки матрицы идентичны, то есть второе и третье уравнения системы одинаковы. Отбрасывая третью строку, получаем:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 & 3 & -6 \\ 0 & -5 & 5 & -7 & 17 \\ 0 & -5 & 5 & -7 & 17 \end{pmatrix} \cong \begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 & 3 & -6 \\ 0 & -5 & 5 & -7 & 17 \end{pmatrix}.$$

Эквивалентная система уравнений имеет вид (4):

$$\begin{cases} x^1 + 2x^2 - 2x^3 + 3x^4 = -6, \\ -5x^2 + 5x^3 - 7x^4 = 17. \end{cases}$$

Дальше решение повторяет выполненные в первом пункте операции.

Дадим интерпретацию полученного общего решения СЛАУ, для чего запишем вектор-столбец решения так

$$\begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \\ x^3 \\ x^4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{4}{5} - \frac{1}{5}b \\ -\frac{17}{5} + a - \frac{7}{5}b \\ a \\ b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4/5 \\ -17/5 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + a\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + b\begin{pmatrix} -1/5 \\ -7/5 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Если теперь переписать полученный результат в символическом виде

$$|x\rangle = |x_0\rangle + a|a\rangle + b|b\rangle,$$

где

$$|x\rangle = \begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \\ x^3 \\ x^4 \end{pmatrix}, |x_0\rangle = \begin{pmatrix} 4/5 \\ -17/5 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, |a\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, |b\rangle = \begin{pmatrix} -1/5 \\ -7/5 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix},$$

То становится очевидным, что общее решение системы уравнений с геометрической точки зрения представляет собой двумерное линейное многообразие проходящее через “точку” $\left|x_0\right\rangle$ и имеющее направляющие векторы $\left|a\right\rangle$ и $\left|b\right\rangle$. $\otimes$

Пример 2.4.9. Вычислить определитель

$$D=\begin{vmatrix}1 & 1 & 1\\ 2 & -3 & 1\\ 4 & -1 & -5\end{vmatrix}.$$

Р е ш е н и е. 1) Вычтем элементы первого столбца из соответствующих элементов второго и третьего столбцов, получим:

$$D=\begin{vmatrix}1 & 0 & 0\\ 2 & -5 & -1\\ 4 & -5 & -9\end{vmatrix}.$$

2) В полученном определителе в первой строке отличен от нуля только один первый элемент. Применяя формулу разложения определителя по элементам первой строки, получаем:

$$D=\begin{vmatrix}1 & 0 & 0\\ 2 & -5 & -1\\ 4 & -5 & -9\end{vmatrix}=1\cdot(-1)^{1+1}\begin{vmatrix}-5 & -1\\ -5 & -9\end{vmatrix}+0\cdot(-1)^{1+2}\begin{vmatrix}2 & -1\\ 4 & -9\end{vmatrix}+$$

$$+0\cdot(-1)^{1+3}\begin{vmatrix}2 & -5\\ 4 & -5\end{vmatrix}=\begin{vmatrix}-5 & -1\\ -5 & -9\end{vmatrix}=45-5=40.\ \otimes$$

Пример 2.4.10. Найти матрицу, обратную матрице

$$A=\begin{pmatrix}1 & -1 & 1\\ 2 & 1 & 1\\ 1 & 1 & 2\end{pmatrix}.$$

Р е ш е н и е. Определитель матрицы $\det A=5\neq 0$. Матрица A невырожденная, следовательно, обратная матрица A^{-1} существует.

Находим алгебраические дополнения элементов матрицы A:

$$A_1^1=1;\ A_2^1=-3;\ A_3^1=1$$

$$A_1^2=3;\ A_2^2=1;\ A_3^2=-2;$$

$$A_1^3 = -2;\ A_2^3 = 1;\ A_3^3 = 3.$$

Находим присоединённую матрицу:

$$adjA = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 1 \\ 3 & 1 & -2 \\ -2 & 1 & 3 \end{pmatrix}^T = \begin{pmatrix} 1 & 3 & -2 \\ -3 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & 3 \end{pmatrix}.$$

Находим обратную матрицу:

$$A^{-1} = \frac{1}{\det A} \cdot adjA = \frac{1}{5}\begin{pmatrix} 1 & 3 & -2 \\ -3 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & 3 \end{pmatrix}.$$

Проверка по формулам $A \cdot A^{-1} = A^{-1} \cdot A = I$ подтверждает правильность расчёта. $\otimes$

Пример 2.4.11. Матричным методом решить СЛАУ

$$\begin{cases} x^1 + 3x^2 = 0, \\ 2x^1 + 4x^2 = 6. \end{cases}$$

Р е ш е н и е. 1) Проверяем условие невырожденности основной матрицы системы уравнений, для чего вычисляем определитель основной матрицы системы:

$$\det A = -2 \neq 0.$$

Обратная матрица существует.

2) Перепишем СЛАУ в матричном виде:

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 6 \end{pmatrix}.$$

3) Находим алгебраические дополнения элементов основной матрицы системы:

$$A_1^1 = 4,\ A_2^1 = -2,\ A_1^2 = -3,\ A_2^2 = 1.$$

4) Составляем матрицу алгебраических дополнений и, транспонируя её, находим присоединённую матрицу:

$$\begin{pmatrix} 4 & -2 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow adjA = \begin{pmatrix} 4 & -3 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}.$$

5) Находим обратную матрицу:

$$A^{-1}=\frac{adjA}{\det A}=-\frac{1}{2}\cdot\begin{pmatrix}4 & -3\\ -2 & 1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-2 & \frac{3}{2}\\ 1 & -\frac{1}{2}\end{pmatrix}.$$

6) Находим значения неизвестных:

$$\begin{pmatrix}x^1\\ x^2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-2 & \frac{3}{2}\\ 1 & -\frac{1}{2}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0\\ 6\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}9\\ -3\end{pmatrix}\Rightarrow x^1=9,\ x^2=-3.\otimes$$

Пример 2.4.12. Найти неизвестную матрицу X из уравнения

$$\begin{pmatrix}2 & 5\\ 1 & 3\end{pmatrix}X=\begin{pmatrix}4 & -6\\ 2 & 1\end{pmatrix}.$$

Р е ш е н и е. Имеем матричное уравнение вида $AX=B$, где

$$A=\begin{pmatrix}2 & 5\\ 1 & 3\end{pmatrix},\ B=\begin{pmatrix}4 & -6\\ 2 & 1\end{pmatrix}.$$

Чтобы его решить, нужно найти матрицу A^{-1} и умножить уравнение на неё слева. Тогда решение запишется в виде $X=A^{-1}B$.

1) Проверяем условие невырожденности. Определитель матрицы A равен:

$$\det A=\begin{vmatrix}2 & 5\\ 1 & 3\end{vmatrix}=6-5=1\neq 0.$$

Матрица невырождена, следовательно, обратная матрица существует.

2) Вычисляем алгебраические дополнения элементов матрицы A:

$$A_1^1=3,\ A_2^1=-1,\ A_1^2=-5,\ A_2^2=2.$$

Составляем союзную матрицу и находим обратную матрицу:

$$A^{-1}=\frac{1}{\det A}\begin{pmatrix}A_1^1 & A_2^1\\ A_1^2 & A_2^2\end{pmatrix}^T=\frac{1}{\det A}\begin{pmatrix}A_1^1 & A_1^2\\ A_2^1 & A_2^2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}3 & -5\\ -1 & 2\end{pmatrix}.$$

3) Умножаем данное матричное уравнение на матрицу A^{-1} слева:

$$\begin{pmatrix}3 & -5\\ -1 & 2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}2 & 5\\ 1 & 3\end{pmatrix}X=\begin{pmatrix}3 & -5\\ -1 & 2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}4 & -6\\ 2 & 1\end{pmatrix}\Rightarrow X=\begin{pmatrix}2 & -23\\ 0 & 8\end{pmatrix}.$$

Проверка правильности вычислений осуществляется путём подстановки в исходное уравнение. ⊗

Пример 2.4.13. Решить СЛАУ, используя формулы Крамера:

$$\begin{cases} 3x^1 + 2x^2 + x^3 = 5, \\ 2x^1 + 3x^2 + x^3 = 1, \\ 2x^1 + x^2 + 3x^3 = 11. \end{cases}$$

Р е ш е н и е. 1) Вычисляем определитель матрицы СЛАУ:

$$\det A = \begin{vmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 1 \\ 2 & 1 & 3 \end{vmatrix} = 3\begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} - 2\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} + 2\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 1 \end{vmatrix} = 12.$$

Так как $\det A \neq 0$, то система уравнений совместна и определённа.

2) Для нахождения её решения используем формулы Крамера:

$$x^1 = \frac{1}{12}\begin{vmatrix} 5 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & 1 \\ 11 & 1 & 3 \end{vmatrix} = \frac{5}{12}\begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} - \frac{1}{12}\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} + \frac{11}{12}\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 1 \end{vmatrix} =$$

$$= \frac{40}{12} - \frac{5}{12} - \frac{11}{12} = \frac{24}{12} = 2.$$

Аналогично находим x^2 и x^3:

$$x^2 = \frac{1}{12}\begin{vmatrix} 3 & 5 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \\ 2 & 11 & 3 \end{vmatrix} = -2;\ x^3 = \frac{1}{12}\begin{vmatrix} 3 & 2 & 5 \\ 2 & 3 & 1 \\ 2 & 1 & 11 \end{vmatrix} = 3. \otimes$$

Пример 2.4.14. Пусть $\left\{ \vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3, \vec{a}_4 \right\} \subset X^4$ – некоторый (старый) базис пространства X^4 и

$$T = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 1 \\ 3 & 0 & -1 & 2 \\ 2 & 5 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

– матрица линейного оператора $\hat{T}: X^4 \to X^4$ в этом базисе. Найти матрицу линейного оператора $\hat{T}$ в новом базисе

$$\left\{\vec{g}_1, \vec{g}_2, \vec{g}_3, \vec{g}_4\right\} \subset X^4,$$

если известно, что векторы нового базиса выражаются через векторы старого базиса разложениями:

$$\vec{g}_1 = \vec{a}_1, \vec{g}_2 = \vec{a}_1 + \vec{a}_2, \vec{g}_3 = \vec{a}_1 + \vec{a}_2 + \vec{a}_3, \vec{g}_4 = \vec{a}_1 + \vec{a}_2 + \vec{a}_3 + \vec{a}_4.$$

Р е ш е н и е. Матрица перехода от старого базиса к новому имеет вид

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Матрица невырождена, так как $\det A = 1$. Следовательно, существует обратная матрица. Для нахождения обратной матрицы найдём сначала алгебраические дополнения элементов матрицы A:

$$\begin{array}{llll} A_1^1 = 1; & A_2^1 = -1; & A_3^1 = 0; & A_4^1 = 0; \\ A_1^2 = 0; & A_2^2 = 1; & A_3^2 = -1; & A_4^2 = 0; \\ A_1^3 = 0; & A_2^3 = 0; & A_3^3 = 1; & A_4^3 = -1; \\ A_1^4 = 0; & A_2^4 = 0; & A_3^4 = 0; & A_4^4 = 1. \end{array}$$

Теперь обратная матрица находится по формуле $\hat{A} = \dfrac{1}{\det A} adjA$ и имеет вид:

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}^T = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}.$$

При переходе от старого базиса к новому базису матрица оператора T преобразуется по формуле $T' = A^{-1} T A^T$. Проводя вычисления, получаем матрицу T':

$$T'=\begin{pmatrix}1 & -1 & 0 & 0\\ 0 & 1 & -1 & 0\\ 0 & 0 & 1 & -1\\ 0 & 0 & 0 & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1 & 2 & 0 & 1\\ 3 & 0 & -1 & 2\\ 2 & 5 & 3 & 1\\ 1 & 2 & 1 & 3\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1 & 1 & 1 & 1\\ 0 & 1 & 1 & 1\\ 0 & 0 & 1 & 1\\ 0 & 0 & 0 & 1\end{pmatrix}=$$

$$=\begin{pmatrix}-2 & 0 & 1 & 0\\ 1 & -4 & -8 & -7\\ 1 & 4 & 6 & 4\\ 1 & 3 & 4 & 7\end{pmatrix}.\otimes$$

Практическое занятие 5

Ядро и ранг линейного оператора. Критерии совместности СЛАУ

Пример 2.5.1. Найти ядро $K\left(\hat{A}\right)$ линейного оператора $\hat{A}: X^4 \to X^3$, заданного в некоторых базисах

$$\left\{\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3, \vec{e}_4\right\} \subset X^4, \left\{\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3\right\} \subset X^3$$

этих пространств матрицей

$$A=\begin{pmatrix}1 & 0 & 2 & 4\\ 0 & 3 & 1 & 2\\ 0 & -1 & -2 & 0\end{pmatrix}.$$

Р е ш е н и е. По определению ядро

$$K\left(\hat{A}\right)=\left\{\vec{x} \in X^4 : \hat{A}\vec{x}=\vec{0}\right\},$$

поэтому

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & 4 \\ 0 & 3 & 1 & 2 \\ 0 & -1 & -2 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \\ x^3 \\ x^4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

откуда имеем СЛАУ вида

$$\begin{cases} x^1 + 2 \cdot x^3 + 4 \cdot x^4 = 0, \\ 3 \cdot x^2 + x^3 + 2 \cdot x^4 = 0, \\ -x^2 - 2 \cdot x^3 = 0. \end{cases}$$

Решая эту СЛАУ, например, метом Гаусса, получаем:

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & 2 & 4 & 0 \\ 0 & 3 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & -1 & -2 & 0 & 0 \end{array}\right) \to \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & 2 & 4 & 0 \\ 0 & -1 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -5 & 2 & 0 \end{array}\right).$$

Принимая неизвестное x^4 за свободное неизвестное и, полагая $x^4 = t$, где t может принимать произвольные значения из R, получаем:

$$x^3 = \frac{2}{5}t,\ x^2 = -\frac{4}{5}t,\ x^1 = -\frac{24}{5}t.$$

Откуда для ядра оператора имеем

$$K\left(\hat{A}\right) = \left\{\vec{x} \in X^4 : \vec{x} = t\,\vec{a}; t \in R\right\},$$

где

$$\vec{a} = -\frac{24}{5}\vec{e}_1 - \frac{4}{5}\vec{e}_2 + \frac{2}{5}\vec{e}_3 + \vec{e}_4.$$

Таким образом, ядро оператора является одномерным линейным многообразием $L\left\{\vec{a}\right\}$ с направляющим вектором $\vec{a}$. $\otimes$

Пример 2.5.2. Пусть Y – множество симметричных матриц 2-го порядка с обычными матричными операциями сложения матриц и умножения матрицы на число. Показать, что это множество является векторным подпространством векторного пространства всех квадратных матриц второго порядка.

Р е ш е н и е. Сначала покажем, что множество X квадратных матриц 2-го порядка вида

$$A=\begin{pmatrix} a_1^1 & a_2^1 \\ a_1^2 & a_2^2 \end{pmatrix},\ B=\begin{pmatrix} b_1^1 & b_2^1 \\ b_1^2 & b_2^2 \end{pmatrix},\ C=\begin{pmatrix} c_1^1 & c_2^1 \\ c_1^2 & c_2^2 \end{pmatrix}$$

является векторным пространством. Для этого надо показать, что операция сложения, являясь алгебраической, удовлетворяет четырём аксиомам для операции сложения векторного пространства.

То, что операция сложения во множестве X алгебраическая, очевидно. Легко видеть, что операция сложения ассоциативна и коммутативна, то есть

$$A+B=B+A;\ (A+B)+C=A+(B+C).$$

Во множестве X имеется нейтральный элемент

$$O=\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

и противоположный элемент

$$-A=\begin{pmatrix} -a_1^1 & -a_2^1 \\ -a_1^2 & -a_2^2 \end{pmatrix}.$$

Нетрудно проверить и выполнение аксиом для операции умножения на число.

Легко видеть, что во множестве X каноническим базисом является система матриц вида

$$\left\{\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix},\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix},\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix},\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\right\}.$$

Действительно, произвольная матрица может быть записана в виде разложения по матрицам этой системы:

$$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}=a\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}+b\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}+c\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}+d\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Множество симметричных матриц Y вида

$$A=\begin{pmatrix} a_1^1 & a_2^1 \\ a_2^1 & a_2^2 \end{pmatrix},\ B=\begin{pmatrix} b_1^1 & b_2^1 \\ b_2^1 & b_2^2 \end{pmatrix}$$

является подпространством векторного пространства X. Действительно, симметрические матрицы образуют подмножество пространства X. Операции сложения и умножения на число не

нарушают свойства симметричности матрицы. Действительно, результат выполнения этих операций является, очевидно, снова симметричной матрицей:

$$A+B=\begin{pmatrix} a_1^1 & a_2^1 \\ a_2^1 & a_2^2 \end{pmatrix}+\begin{pmatrix} b_1^1 & b_2^1 \\ b_2^1 & b_2^2 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} a_1^1+b_1^1 & a_2^1+b_2^1 \\ a_2^1+b_2^1 & a_2^2+b_2^1 \end{pmatrix},$$

$$\alpha A=\alpha\cdot\begin{pmatrix} a_1^1 & a_2^1 \\ a_2^1 & a_2^2 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} \alpha\cdot a_1^1 & \alpha\cdot a_2^1 \\ \alpha\cdot a_2^1 & \alpha\cdot a_2^2 \end{pmatrix}.\otimes$$

Пример 2.5.3. Найти ранг матрицы

$$A=\begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 & 3 \\ 1 & 3 & -1 & 1 \\ 3 & -1 & 1 & 7 \end{pmatrix}.$$

Р е ш е н и е. 1. ***Первый метод*** (элементарные преобразования матрицы). Ранг матрицы подчинён неравенству $r(A)\le\min(m,n)=3$ ($n-$число строк, $m-$число столбцов). Для нахождения ранга применим элементарные преобразования матрицы.

Вычтем первую строку матрицы из второй строки и, умножив её мысленно на 3, из третьей:

$$A=\begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 & 3 \\ 1 & 3 & -1 & 1 \\ 3 & -1 & 1 & 7 \end{pmatrix}\cong\begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 & 3 \\ 0 & 5 & -2 & -2 \\ 0 & 5 & -2 & -2 \end{pmatrix}.$$

Вычёркивая из матрицы третью строку, совпадающую со второй строкой, получаем

$$A\cong\begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 & 3 \\ 0 & 5 & -2 & -2 \end{pmatrix}.$$

Здесь символ $\cong$ использован для обозначения эквивалентности матриц по рангу в процессе преобразований.

Видим, что наивысший порядок отличного от нуля минора равен 2 (левый угловой минор является треугольным). Таким образом, ранг матрицы $r=2$.

2. ***Второй метод*** (окаймляющих миноров). Минор

$$\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}=5\ne 0.\ A=\begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 & 3 \\ 1 & 3 & -1 & 1 \\ 3 & -1 & 1 & 7 \end{pmatrix}$$

Минор, окаймляющий первый минор

$$\begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 1 & 3 & -1 \\ 3 & -1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} = 2-2=0.$$

Следующий окаймляющий минор

$$\begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 1 & 3 & 1 \\ 3 & -1 & 7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 0 & 5 & -2 \\ 0 & 5 & -2 \end{pmatrix} = \begin{vmatrix} 5 & -2 \\ 5 & -2 \end{vmatrix} = 2-2=0.$$

Все окаймляющие миноры равны нулю, следовательно, ранг матрицы

$r(A) = 2.\otimes$

Пример 2.5.4. Найти ранг $r\left(\hat{A}\right)$, множество значений $\hat{A}(X^5)$ и дефект $d\left(\hat{A}\right)$ ли-

нейного оператора $\hat{A}: X^5 \to X^3$, если этот оператор в некоторых базисах пространств X^5 и X^3 имеет матрицу

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 & 3 & 4 \\ 5 & 1 & 0 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & -2 & -3 \end{pmatrix}.$$

Р е ш е н и е. Пусть отмечены базисы

$$\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3, \vec{e}_4, \vec{e}_5 \subset X^5, \quad \vec{g}_1, \vec{g}_2, \vec{g}_3 \subset X^3,$$

в которых матрица оператора имеет указанный вид.

1) Находим ранг матрицы оператора:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 & 3 & 4 \\ 5 & 1 & 0 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & -2 & -3 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 & 3 & 4 \\ 0 & 1 & 10 & -13 & -19 \\ 0 & 1 & 1 & -5 & -7 \end{pmatrix} \to$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 & 3 & 4 \\ 0 & 1 & 10 & -13 & -19 \\ 0 & 0 & -9 & 8 & 12 \end{pmatrix}.$$

Угловой минор третьего порядка преобразованной матрицы

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & 10 \\ 0 & 0 & -9 \end{vmatrix} = -9 \neq 0,$$

следовательно, ранг матрицы $r(\hat{A}) = 3.$

2) Вектор-столбцы преобразованной матрицы, образующие её базисный минор, составлены из координат базисных векторов множества значений оператора, то есть базис множества значений имеет вид

$$|a\rangle_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, |a\rangle_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, |a\rangle_3 = \begin{pmatrix} -2 \\ 10 \\ -9 \end{pmatrix} \Rightarrow$$

$$\vec{a}_1 = \vec{g}_1,$$

$$\vec{a}_2 = \vec{g}_2,$$

$$\vec{a}_3 = -2\vec{g}_1 + 10\vec{g}_2 - 9\vec{g}_3.$$

Множеством значений оператора является линейная оболочка системы векторов $\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3$:

$$\hat{A}\ X^5 = \vec{y} \in X^3 :\ \forall \alpha, \beta, \eta \in R^1\ \ \vec{y} = \alpha \cdot \vec{a}_1 + \beta \cdot \vec{a}_2 + \eta \cdot \vec{a}_3\ ,$$

3) По теореме о связи ранга и дефекта линейного оператора имеем

$$r\left(\hat{A}\right) + d\left(\hat{A}\right) = 5,$$

откуда получаем $d\left(\hat{A}\right) = 2$. Итак, $r\left(\hat{A}\right) = 3,\ d\left(\hat{A}\right) = 2.$ ⊗

Пример 2.5.5. Найти базисы суммы и пересечения подпространств

$$L_1\left\{\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3\right\} = \left\{\alpha_1 \vec{a}_1 + \alpha_2 \vec{a}_2 + \alpha_3 \vec{a}_3\right\},$$

$$L_2\left\{\vec{b}_1,\ \vec{b}_2,\ \vec{b}_3\right\}=\left\{\beta_1\vec{b}_1+\beta_2\vec{b}_2+\beta_3\vec{b}_3\right\},$$

если $\alpha_k,\ \beta_k\in R^1$ и

$$\vec{a}_1=\vec{e}_1+2\vec{e}_2+\vec{e}_3,\ \vec{a}_2=\vec{e}_1+\vec{e}_2-\vec{e}_3,\ \vec{a}_3=\vec{e}_1+3\vec{e}_2+3\vec{e}_3;$$

$$\vec{b}_1=2\vec{e}_1+3\vec{e}_2-\vec{e}_3,\ \vec{b}_2=\vec{e}_1+2\vec{e}_2+2\vec{e}_3,\ \vec{b}_3=\vec{e}_1+\vec{e}_2-3\vec{e}_3.$$

Р е ш е н и е. Находим базисы подпространств:

$$\dim L_1=r\begin{pmatrix}1 & 1 & 1\\ 2 & 1 & 3\\ 1 & -1 & 3\end{pmatrix}=2,\ \text{базисный минор}\ \Delta_1=\begin{vmatrix}1 & 1\\ 2 & 1\end{vmatrix};$$

$$\dim L_2=r\begin{pmatrix}2 & 1 & 1\\ 3 & 2 & 1\\ -1 & 2 & -3\end{pmatrix}=2,\ \text{базисный минор}\ \Delta_1=\begin{vmatrix}2 & 1\\ 3 & 2\end{vmatrix}.$$

Базисом L_1 является подсистема

$$\vec{a}_1=\vec{e}_1+2\vec{e}_2+\vec{e}_3,$$

$$\vec{a}_2=\vec{e}_1+\vec{e}_2-\vec{e}_3,$$

а базисом L_2 подсистема

$$\vec{b}_1=2\vec{e}_1+3\vec{e}_2-\vec{e}_3,$$

$$\vec{b}_2=\vec{e}_1+2\vec{e}_2+2\vec{e}_3.$$

Чтобы найти базис подпространства L_1+L_2, вычислим ранг матрицы, столбцами которой являются векторы $\vec{a}_1,\ \vec{a}_2,\ \vec{b}_1,\ \vec{b}_2$:

$$r\begin{pmatrix}1 & 1 & 2 & 1\\ 2 & 1 & 3 & 2\\ 1 & -1 & -1 & 2\end{pmatrix}=3,\ \text{базисный минор}\ \begin{pmatrix}1 & 1 & 2\\ 2 & 1 & 3\\ 1 & -1 & -1\end{pmatrix}.$$

Таким образом, имеем

$$\dim(L_1 + L_2) = 3$$

и базис подпространства $L_1 + L_2$ есть система $\left\{\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{b}_1\right\}$.

Теперь базис пересечения подпространств

$$\dim(L_1 \cap L_2) = \dim L_1 + \dim L_2 - \dim(L_1 + L_2) = 4 - 3 = 1.$$

Таким образом, базис $L_1 \cap L_2$ состоит из одного вектора.

Вектор $\vec{b}_2$ разложим по базису $\left\{\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{b}_1\right\}$ подпространства $L_1 + L_2$:

$$\vec{b}_2 = \alpha_2^1 \vec{a}_1 + \alpha_2^2 \vec{a}_2 + \beta_2^1 \vec{b}_1.$$

Составляем систему уравнений, используя разложения векторов

$$\vec{a}_1 = \vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + \vec{e}_3,\ \vec{a}_2 = \vec{e}_1 + \vec{e}_2 - \vec{e}_3,$$

$$\vec{b}_1 = 2\vec{e}_1 + 3\vec{e}_2 - \vec{e}_3, \vec{b}_2 = \vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + 2\vec{e}_3.$$

Решение этой СЛАУ даёт:

$$\alpha_2^1 = 2,\ \alpha_2^2 = 1,\ \beta_2^1 = -1,$$

Таким образом,

$$\vec{b}_2 = 2\vec{a}_1 + \vec{a}_2 - \vec{b}_1,$$

Следовательно, вектор

$$\vec{c} = 2\vec{a}_1 + \vec{a}_2 = \vec{b}_1 + \vec{b}_2 = 3\vec{e}_1 + 5\vec{e}_2 + \vec{e}_3$$

является базисом подпространства $L_1 \cap L_2$. $\otimes$

Пример 2.5.6. Выяснить вопрос о совместности СЛАУ

$$\begin{cases} x^1 - 2x^2 + x^3 = 3, \\ x^1 + 3x^2 - x^3 = 1, \\ 3x^1 - x^2 + x^3 = 7. \end{cases}$$

Р е ш е н и е. Выписываем основную и расширенную матрицы СЛАУ:

$$A=\begin{pmatrix}1 & -2 & 1\\ 1 & 3 & -1\\ 3 & -1 & 1\end{pmatrix};\ B=\left(\begin{array}{ccc|c}1 & -2 & 1 & 3\\ 1 & 3 & -1 & 1\\ 3 & -1 & 1 & 7\end{array}\right).$$

Минор второго порядка в левом верхнем углу (см. предыдущий пример) равен $5\neq 0$. Все миноры третьего порядка, как у матрицы A, так и у матрицы B, равны нулю: ранги основной и расширенной матриц $r(A)=r(B)=2$. Следовательно, СЛАУ совместна. $\otimes$

Пример 2.5.7. Выяснить, при каких значениях параметра a СЛАУ с основной матрицей

$$A=\begin{pmatrix}1 & 1 & -1 & 1\\ -1 & 2 & 1 & -1\\ 1 & -3 & -1 & 1\end{pmatrix}$$

и столбцом правых частей $|b\rangle=(2\quad 1\quad a)^T$ является совместной.

Р е ш е н и е. Нетрудно видеть, что ранг матрицы A СЛАУ $r(A)=2$. Расширенная матрица имеет вид

$$B=\begin{pmatrix}1 & 1 & -1 & 1 & 2\\ -1 & 2 & 1 & -1 & 1\\ 1 & -3 & -1 & 1 & a\end{pmatrix}.$$

Вычеркнем в расширенной матрице третий и четвёртый столбцы. Так как ранг матрицы не изменится, то имеем

$$\det B=\det\begin{pmatrix}1 & 1 & 2\\ -1 & 2 & 1\\ 1 & -3 & a\end{pmatrix}=3a+6.$$

Если $a\neq -2$, то $\det B\neq 0$ и $r(B)=3\neq r(A)$ – СЛАУ несовместна. Если $a=-2$, то $\det B=0$. Так как у матрицы B имеются отличные от нуля миноры, то $r(B)=2=r(A)$. Поэтому при $a=-2$ СЛАУ совместна. $\otimes$

Задания для самостоятельной работы

Векторная алгебра

1. Даны векторы $\vec{x}$, $\vec{y}$, $\vec{z}$. Найти линейную комбинацию (вектор)

$$\vec{u} = \alpha\vec{x} + \beta\vec{y} + \gamma\vec{z}$$

и норму (длину) вектора $\vec{u}$:

1) $\vec{x} = -2\vec{e}_1 + 3\vec{e}_2 + \vec{e}_3$, $\vec{y} = \vec{e}_1 + 3\vec{e}_2$, $\vec{z} = \vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + \vec{e}_3$,
$\alpha = 4$, $\beta = -3$, $\gamma = 1$;

2) $\vec{x} = -3\vec{e}_1 - \vec{e}_2 + 4\vec{e}_3$, $\vec{y} = \vec{e}_1 + 3\vec{e}_2 + \vec{e}_3$, $\vec{z} = -\vec{e}_1 - 2\vec{e}_2 - \vec{e}_3$,
$\alpha = -4$, $\beta = 3$, $\gamma = -2$;

3) $\vec{x} = \vec{e}_1 - 6\vec{e}_2 + 3\vec{e}_3$, $\vec{y} = -3\vec{e}_1 - 3\vec{e}_2 - \vec{e}_3$, $\vec{z} = 2\vec{e}_1 - 3\vec{e}_2 + 4\vec{e}_3$,
$\alpha = 7$, $\beta = -5$, $\gamma = -1$.

2. Найти косинус угла между векторами $\vec{AB}$ и $\vec{AC}$, если:

1) $A(2; -2; 3)$, $B(3; -1; 2)$, $C(4; -4; 5)$;

2) $A(0; -2; 6)$, $B(12; -2; -3)$, $C(9; -2; -6)$;

3) $A(2; 3; -1)$, $B(4; 5; -2)$, $C(3; 1; 1)$.

3. На плоскости R^2 заданы своими координатами три вершины A, B и C параллелограмма. Найти:

1) координаты четвёртой вершины D;

2) косинус угла между сторонами AB и AC;

3) длины диагоналей и косинус угла между ними.

1) $A(-1; 2; -2)$, $B(3; 4; -5)$, $C(1; 1; 0)$;

2) $A(-2; -2; 0)$, $B(-1; -2; 4)$, $C(5; -2; 1)$;

3) $A(3; 3; -1)$, $B(3; 2; 0)$, $C(4; 4; -1)$.

4. В каноническом базисе декартовой системы координат пространства R^3 своими координатами заданы векторы $\vec{x}$ и $\vec{y}$. Найти $\left(\alpha\vec{x}+\beta\vec{y},\ \gamma\vec{x}+\lambda\vec{y}\right)$, если дано:

1) $\vec{x}=\vec{e}_1+5\vec{e}_2+\vec{e}_3,\ \vec{y}=\vec{e}_1+7\vec{e}_2+\vec{e}_3,$

$\alpha=4,\ \beta=-3,\ \gamma=1,\ \lambda=2;$

2) $\vec{x}=2\vec{e}_1+5\vec{e}_2+8\vec{e}_3,\ \vec{y}=\vec{e}_1-3\vec{e}_2-7\vec{e}_3,$

$\alpha=-2,\ \beta=-5,\ \gamma=-1,\ \lambda=-2;$

3) $\vec{x}=-2\vec{e}_1+4\vec{e}_2-8\vec{e}_3,\ \vec{y}=5\vec{e}_1+3\vec{e}_2+7\vec{e}_3,$

$\alpha=11,\ \beta=6,\ \gamma=2,\ \lambda=-7.$

5. Найти $\left(\vec{x}-4\vec{y},\ 6\vec{x}+\vec{y}\right)$, если дано:

1) $\left\|\vec{x}\right\|=4,\ \left\|\vec{y}\right\|=5,\ \left\{\vec{x}\overset{\wedge}{,}\vec{y}\right\}=\frac{\pi}{4};$

2) $\left\|\vec{x}\right\|=6,\ \left\|\vec{y}\right\|=1,\ \left\{\vec{x}\overset{\wedge}{,}\vec{y}\right\}=\frac{\pi}{3};$

3) $\left\|\vec{x}\right\|=2{,}5,\ \left\|\vec{y}\right\|=1{,}5,\ \left\{\vec{x}\overset{\wedge}{,}\vec{y}\right\}=\frac{\pi}{6}.$

6. В каноническом базисе декартовой системы координат пространства R^3 своими координатами задан вектор $\vec{x}$. Найти направляющие косинусы и орт данного вектора, если дано:

1) $\vec{x}=\vec{e}_1-2\vec{e}_2+4\vec{e}_3;$

2) $\vec{x}=-\vec{e}_1-3\vec{e}_2+5\vec{e}_3;$

3) $\vec{x}=5\vec{e}_1-\vec{e}_2-6\vec{e}_3.$

Прямые линии и плоскости

1. Вычислить объём параллелепипеда, построенного на векторах:

1) $\vec{x} = \vec{e}_1 + 3\vec{e}_2,\ \vec{y} = -\vec{e}_1 - \vec{e}_3,\ \vec{z} = \vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + \vec{e}_3;$

2) $\vec{x} = 3\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + \vec{e}_3,\ \vec{y} = 5\vec{e}_1 + 5\vec{e}_2 + 5\vec{e}_3,\ \vec{z} = -\vec{e}_2 - 2\vec{e}_3;$

3) $\vec{x} = 6\vec{e}_2 + \vec{e}_3,\ \vec{y} = 2\vec{e}_2,\ \vec{z} = \vec{e}_1 + \vec{e}_2 + \vec{e}_3.$

2. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\vec{x}$ и $\vec{y}$, если дано:

1) $\vec{x} = \vec{a} + 3\vec{b},\ \vec{y} = 2\vec{a} - \vec{b},\ \left\|\vec{a}\right\| = 2,\ \left\|\vec{b}\right\| = 1,\ \left\{\vec{a}, \vec{b}\right\} = \frac{\pi}{6};$

2) $\vec{x} = 2\vec{a} + \vec{b},\ \vec{y} = \vec{a} - 3\vec{b},\ \left\|\vec{a}\right\| = 2,\ \left\|\vec{b}\right\| = 2,\ \left\{\vec{a}, \vec{b}\right\} = \frac{\pi}{4};$

3) $\vec{x} = \vec{a} - 2\vec{b},\ \vec{y} = \vec{a} + 3\vec{b},\ \left\|\vec{a}\right\| = 1,\ \left\|\vec{b}\right\| = 2,\ \left\{\vec{a}, \vec{b}\right\} = \frac{\pi}{2}.$

3. В пространстве R^3 получить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(-2; 2; 3)$, $B(2; 3; 1)$, $C(3, 1, 2)$ и найти косинусы углов, образованных её нормальным вектором с осями координат. Построить эту плоскость.

4. Написать канонические уравнения прямой линии, заданной пересечением двух плоскостей, проходящих через точки $A_1(0; 0; 0)$; $B_1(3; 3; 0)$; $C_1(0; 3; 3)$ и $A_2(4; 5; 0)$; $B_2(-6; 6; 3)$; $C_2(2; 0; 7)$ соответственно.

5. В пространстве R^3 получить уравнение плоскости, проходящей через точку $A(7; 7; 3)$ и имеющей нормальный вектор, заданный точками $M_1(-2; -1; -8)$ и $M_2(2; 1; 8)$. Найти объём параллелепипеда, построенного на векторах $\vec{ON}_1$, $\vec{ON}_2$ и $\vec{ON}_3$, где N_1, N_2 и N_3 – точки пересечения данной плоскости и осей координат.

6. В пространстве R^3 найти угол между плоскостями, проходящими через точки M_1, M_2, M_3 и N_1, N_2, N_3:

1) $M_1(0;7;-4)$; $M_2(4;8;-1)$; $M_3(-2;1;3)$;

$N_1(2;3;1)$; $N_2(2;0;3)$; $N_3(-2;2;0)$;

2) $M_1(-2;2;2)$; $M_2(3;2;3)$; $M_3(8;0;6)$;

$N_1(0;3;5)$; $N_2(0;-1;3)$; $N_3(4;0;0)$.

7. Найти точку пересечения прямой линии и плоскости:

1) $\dfrac{x^1-2}{1}=\dfrac{x^2-3}{1}=\dfrac{x^3+1}{-4}$, $x^1+x^2+3x^3-10=0$;

2) $\dfrac{x^1+1}{2}=\dfrac{x^2-3}{-4}=\dfrac{x^3+1}{5}$, $x^1+2x^2-x^3+5=0$.

8. Найти координаты проекции точки M_0 на плоскость:

1) $M_0(0;-3;-2)$; $2x^1+10x^2+10x^3-1=0$;

2) $M_0(-2;0;-1)$; $2x^2+4x^3-1=0$.

9. В пространстве R^3 найти расстояние от точки M_0 до плоскости, проходящей через точки M_1, M_2 и M_3:

1) $M_1(0;7;-4)$, $M_2(4;8;-1)$, $M_3(-2;1;3)$, $M_0(-10;11;13)$;

2) $M_1(6;8;3)$, $M_2(0;5;6)$, $M_3(6;7;4)$, $M_0(7;17;14)$;

3) $M_1(-2;3;5)$, $M_2(-5;5;2)$, $M_3(7;-1;8)$, $M_0(0;0;0)$.

Операторы, матрицы

1. Пусть $\vec{a}\neq\vec{0}$ – некоторый фиксированный вектор из R^3, а операторы $\hat{A}: R^3\to R^3$ и $\hat{B}: R^3\to R^3$, действуют по правилам $\left(\forall\,\vec{x}\in R^3\right)$

1) $\hat{A}\vec{x}=\left(\vec{a},\vec{x}\right)\vec{a}$, 2) $\hat{A}\vec{x}=\left[\vec{a},\vec{x}\right]$.

Показать, что эти операторы линейные и найти их матрицы.

2. Показать, что операторы

$\hat{A}: R^3 \to R^3$, $\hat{B}: R^3 \to R^3$, $\hat{C}: R^3 \to R^3$,

действие которых задано координатными соотношениями

1) $\hat{A}\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2x_1 - 3x_2 - 2x_3 \\ 2x_1 - 3x_3 \\ 2x_2 - 3x_3 \end{pmatrix}$,

2) $\hat{B}\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2x_1 - 3x_2 - 2x_3 \\ 2x_1 - 2x_2 + 3x_3 \\ 2x_2 - 3 \end{pmatrix}$,

3) $\hat{C}\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_1 - 2x_2 - x_3 \\ 3x_1 - 2x_2 \\ 3x_2 + x_3 \end{pmatrix}$,

являются линейными и записать их матрицы.

3. В каноническом базисе трёхмерного пространства R^3 действия операторов $\hat{A}: R^3 \to R^3$ и $\hat{B}: R^3 \to R^3$ на произвольный вектор $\vec{x} \in R^3$ заданы соотношениями:

$$\hat{A}\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2x_1 - 3x_2 - 2x_3 \\ 2x_1 - 3x_3 \\ 2x_2 - 3x_3 \end{pmatrix}; \quad \hat{B}\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3x_1 - x_2 - x_3 \\ 2x_1 \\ x_3 \end{pmatrix}.$$

Найти координаты вектора:

1) $\left(\hat{A}^2 + 2\hat{B}\right)\vec{x}$; 2) $\left(2\hat{A}^2 + 3\hat{B}^2\right)\vec{x}$; 3) $\left(\hat{A}\hat{B} - \hat{B}\hat{A}\right)\vec{x}$.

4. Найти матрицы, обратные данным матрицам:

а) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}$; б) $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$; в) $\begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.

5. Решить СЛАУ матричным методом и по формулам Крамера:

1) $\begin{cases} x_1 + 3x_2 - \quad x_3 = 2, \\ 2x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 0, \\ 3x_1 - 2x_2 - \quad x_3 = 4; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x_1 + 3x_2 + \quad x_3 = -5, \\ 3x_1 - 4x_2 + 3x_3 = 11, \\ 2x_1 + 4x_2 - \quad x_3 = -9. \end{cases}$

6. Найти решение СЛАУ по формулам Крамера:

1) $\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 = 8, \\ -2x_1 + 3x_2 - 3x_3 = -5, \\ 3x_1 - 4x_2 + 5x_3 = 10; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 5, \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 1, \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 11; \end{cases}$

3) $\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 - 2x_4 = 6, \\ 2x_1 - x_2 - 2x_3 - 3x_4 = 8, \\ 3x_1 + 2x_2 - x_3 + 2x_4 = 4, \\ 2x_1 - 3x_2 + 2x_3 + x_4 = -8. \end{cases}$

7. Разложить вектор $\vec{x}$ по системе векторов $\left\{ \vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3 \right\}$:

1) $\vec{a}_1 = -\vec{e}_2 + 2\vec{e}_3$, $\vec{a}_2 = \vec{e}_1 + \vec{e}_3$, $\vec{a}_3 = -\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + 4\vec{e}_3$,

$\vec{x} = -2\vec{e}_1 + 9\vec{e}_3$.

2) $\vec{a}_1 = \vec{e}_1 - 3\vec{e}_2$, $\vec{a}_2 = \vec{e}_1 - \vec{e}_2 + \vec{e}_3$, $\vec{a}_3 = -\vec{e}_2 + 2\vec{e}_3$,

$\vec{x} = 5\vec{e}_1 - 12\vec{e}_2 - \vec{e}_3$.

3) $\vec{a}_1 = 3\vec{e}_1 + \vec{e}_2 - \vec{e}_3$, $\vec{a}_2 = -3\vec{e}_2 + \vec{e}_3$, $\vec{a}_3 = \vec{e}_1 + \vec{e}_2 + \vec{e}_3$,

$\vec{x} = 2\vec{e}_2 + 4\vec{e}_3$.

8. В каноническом базисе пространства R^3 дана линейно независимая система векторов

$\vec{x}_1 = 2\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2$,

$\vec{x}_2 = 2\vec{e}_2 + 2\vec{e}_3$,

$\vec{x}_3 = 2\vec{e}_1 + 2\vec{e}_3$

и матрица

$$A=\begin{pmatrix}2 & 1 & 3\\ 1 & 2 & 3\\ 1 & 3 & 2\end{pmatrix}.$$

Будет ли линейно независимой система векторов $\hat{A}\vec{x}_1,\ 2\hat{A}\vec{x}_2,\ 3\hat{A}\vec{x}_3$?

9. Проверить, что $(AB)C = A(BC)$, если

$$A=\begin{pmatrix}5 & 8 & -4\\ 6 & 9 & -5\\ 4 & 7 & -3\end{pmatrix},\ B=\begin{pmatrix}3 & 2 & 5\\ 4 & -1 & 3\\ 9 & 6 & 5\end{pmatrix},\ C=\begin{pmatrix}1 & -1 & 0\\ 0 & 1 & -1\\ 1 & -1 & -1\end{pmatrix}.$$

10. Вычислить многочлен

$$P(X) = X^3 - 3X + 2$$

от матрицы

$$X=\begin{pmatrix}2 & 1 & 1\\ 1 & 2 & 1\\ 1 & 1 & 2\end{pmatrix}.$$

11. Найти матрицу X, удовлетворяющую условию:

а) $5A + 2X = 0$, если $A=\begin{pmatrix}4 & -2 & 6\\ 8 & 0 & 0\\ 0 & -4 & -2\end{pmatrix}$;

и) $(-1)A + 3X = 2B$, если $A=\begin{pmatrix}4 & 5\\ 1 & 3\end{pmatrix},\ B=\begin{pmatrix}1 & 5\\ 7 & 9\end{pmatrix}$.

12. Вычислить определители:

ф) $\begin{vmatrix}a & -a & a\\ a & a & -a\\ a & -a & -a\end{vmatrix}$;

б) $\begin{vmatrix} x^2 & x & 1 \\ y^2 & y & 1 \\ z^2 & z & 1 \end{vmatrix}$.

13. Решить уравнения:

а) $\begin{vmatrix} 1 & 3 & x \\ 4 & 5 & -1 \\ 2 & -1 & 5 \end{vmatrix} = 0$;

б) $\begin{vmatrix} 3 & x & -4 \\ 2 & -1 & 3 \\ x+10 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 0$.

14. Решить неравенства:

а) $\begin{vmatrix} 3 & -2 & 1 \\ 1 & x & -2 \\ -1 & 2 & -1 \end{vmatrix} < 1$;

б) $\begin{vmatrix} 2 & x+2 & -1 \\ 1 & 1 & -2 \\ 5 & -3 & x \end{vmatrix} > 0$.

15. Вычислить определитель:

$\begin{vmatrix} 246 & 427 & 327 \\ 1014 & 543 & 443 \\ -342 & 721 & 621 \end{vmatrix}$.

16. Решить матричные уравнения:

а) $X\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 4 & 3 & 2 \\ 1 & -2 & 5 \end{pmatrix}$;

б) $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} X \begin{pmatrix} -3 & 2 \\ 5 & -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & 4 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$.

17. Решить методом Гаусса СЛАУ:

а) $\begin{cases} 2x^1 - x^2 - x^3 = 4, \\ 3x^1 + 4x^2 - 2x^3 = 11, \\ 3x^1 - 2x^2 + 4x^3 = 11; \end{cases}$

б) $\begin{cases} 2x^1 + x^2 - 4x^3 = 0, \\ 3x^1 + 5x^2 - 7x^3 = 0, \\ 4x^1 - 5x^2 - 6x^3 = 0; \end{cases}$

в) $\begin{cases} x^1 + 2x^2 + 3x^3 - 2x^4 = 6, \\ 2x^1 - x^2 - 2x^3 - 3x^4 = 8, \\ 3x^1 + 2x^2 - x^3 + 2x^4 = 4, \\ 2x^1 - 3x^2 + 2x^3 + x^4 = -8. \end{cases}$

18. Пространство R^3 подвергается деформации под действием линейного оператора $\hat{A}$, заданного в каноническом базисе матрицей

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

Найти объём треугольной пирамиды с вершинами

$$A(0; 0; 0); \; B(3; 3; 0); \; C(0; 3; 3); \; D(3; 0; 3)$$

до и после деформации пространства.

19. Пусть $\left\{ \vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3, \vec{a}_4 \right\} \subset X^4$ – некоторый базис, а

$$T = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 1 \\ 3 & 0 & -1 & 2 \\ 2 & 5 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

– матрица линейного оператора $\hat{T} : X^4 \to X^4$. Найти матрицу оператора в базисе $\left\{ \vec{g}_1, \vec{g}_2, \vec{g}_3, \vec{g}_4 \right\} \subset X^4$, если:

а) $\vec{g}_1 = 2\vec{a}_1 + \vec{a}_2 + \vec{a}_3 + \vec{a}_4$, $\vec{g}_2 = 3\vec{a}_1 + 2\vec{a}_2 + 3\vec{a}_3 + \vec{a}_4$,

$\vec{g}_3 = 4\vec{a}_1 + 3\vec{a}_2 + 2\vec{a}_3 + \vec{a}_4$, $\vec{g}_4 = 5\vec{a}_1 + 4\vec{a}_2 + 3\vec{a}_3 + 2\vec{a}_4$;

б) $\vec{g}_1 = 2\vec{a}_1 - \vec{a}_2 - 2\vec{a}_3 + 3\vec{a}_4$, $\vec{g}_2 = 3\vec{a}_1 - \vec{a}_2 - 2\vec{a}_3 + 2\vec{a}_4$,

$\vec{g}_3 = 2\vec{a}_1 - 2\vec{a}_3 + 2\vec{a}_4$, $\vec{g}_4 = 2\vec{a}_1 - \vec{a}_2 - \vec{a}_3 + 2\vec{a}_4$.

20. Используя понятие ранга матрицы и теоремы о совместности, выяснить вопрос о совместности следующих СЛАУ:

а) $\begin{cases} 2x^1 + x^2 - 4x^3 = 0, \\ 3x^1 + 5x^2 - 7x^3 = 0, \\ 4x^1 - 5x^2 - 6x^3 = 0; \end{cases}$

б) $\begin{cases} x^1 + x^2 + x^3 + x^4 = 0, \\ x^1 + 2x^2 + 3x^3 - x^4 = 0, \\ x^1 + 4x^2 + 5x^3 + 2x^4 = 0, \\ x^1 - x^3 + 3x^4 = 0. \end{cases}$

21. При каких значениях параметра a СЛАУ является совместной:

а) $\begin{cases} x^1 - 2x^2 + x^3 + x^4 = a, \\ x^1 - 2x^2 + x^3 - x^4 = -1, \\ x^1 - 2x^2 + x^3 + 5x^4 = 5; \end{cases}$

б) $\begin{cases} 3x^1 - 5x^2 + 2x^3 + 4x^4 = 2, \\ 7x^1 - 4x^2 + x^3 + 3x^4 = a, \\ 5x^1 + ax^2 - 4x^3 - 6x^4 = 3. \end{cases}$

22. Найти ядро оператора, заданного в пространстве R^3 своей матрицей

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Дать геометрическую интерпретацию и получить параметрические уравнения ядра.

23. Найти ядро, дефект, ранг и множество значений линейного оператора $\hat{A}: R^m \to R^n$, заданного в некоторых базисах

$$\left\{\vec{e}_1, \vec{e}_2, \ldots, \vec{e}_m, \right\} \subset R^m, \left\{\vec{a}_1, \vec{a}_2, \ldots, \vec{a}_n, \right\} \subset R^n$$

своей матрицей:

а) $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & -2 \\ 2 & 1 & -2 \end{pmatrix}$; б) $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$; в) $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 & 0 \\ 3 & 2 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 3 & 4 \\ 2 & -1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$;

г) $\begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & 3 \\ 1 & 2 & -1 \\ -1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$; д) $\begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & -2 & 2 \\ 2 & 1 & -5 & 11 \end{pmatrix}$; е) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & -1 \\ -1 & 1 & 2 & 2 \\ 1 & 3 & -1 & 0 \end{pmatrix}$.

Часть 2. ОПЕРАТОРЫ В ЕВКЛИДОВЫХ ПРОСТРАНСТВАХ

Практическое занятие 1

Собственные и инвариантные подпространства. Самосопряжённые и ортогональные операторы

Пример 2.1.1. В каноническом базисе $\left\{\vec{e}_1, \vec{e}_2\right\} \subset R^2$ оператор $\hat{T}$ задан матрицей

$$T = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}.$$

Найти собственные значения и собственные подпространства оператора $\hat{T}$.

Р е ш е н и е. 1. Составляем характеристическое уравнение:

$$\det\left(T - \mu \cdot I\right) = 0;\ \mu^2 - 7 \cdot \mu + 10 = 0.$$

Откуда получаем собственные значения оператора $\mu_1 = 2,\ \mu_2 = 5.$

2. Находим собственный вектор, соответствующий собственному значению $\mu_1 = 2$, для чего решаем СЛАУ

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x_1^1 \\ x_1^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Получаем решение в виде

$$x_1^1 = -1,\ x_1^2 = 1 \Rightarrow \left|x_1\right\rangle = c\left|a_1\right\rangle,\ c \in R^1 \Rightarrow \left|a_1\right\rangle = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Решением является бесконечное множество векторов

$$\vec{x} = c\,\vec{a}_1$$

– одномерное линейное многообразие с базисным вектором

$$\vec{a}_1 = -\vec{e}_1 + \vec{e}_2.$$

3. Аналогично находим собственный вектор, соответствующий собственному значению $\mu_2 = 5$, решая СЛАУ

$$\begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x_1^1 \\ x_1^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Получаем решение в виде

$$x_2^1 = c/2,\ x_2^2 = c,\ c \in R^1 \Rightarrow |x_2\rangle = c|a_2\rangle \Rightarrow |a_2\rangle = \begin{pmatrix} 1/2 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Решением является бесконечное множество векторов

$$\vec{x} = c\vec{a}_2$$

– одномерное линейное многообразие с базисным вектором

$$\vec{a}_1 = \frac{1}{2}\vec{e}_1 + \vec{e}_2.$$

Оператор имеет два одномерных собственных подпространства

$$L\{\vec{a}_1\} = \{\vec{x} : \vec{x} = t\vec{a}_1;\ t \in R^1\}$$

и

$$L\{\vec{a}_2\} = \{\vec{x} : \vec{x} = t\vec{a}_2;\ t \in R^1\},$$

с образующими векторами

$$\vec{a}_1 = -\vec{e}_1 + \vec{e}_2,\ \vec{a}_2 = \frac{1}{2}\vec{e}_1 + \vec{e}_2. \otimes$$

Пример 2.1.2. Найти матрицу, собственные значения и собственные подпространства оператора (аффинора) зеркального отражения относительно координатной плоскости X^1OX^2 в пространства R^3.

Р е ш е н и е. Оператор зеркального отражения в пространстве R^3 относительно координатной плоскости X^1OX^2, очевидно, действует по правилу (рисунок 7.2.1)

$$\left(\forall \vec{x} \in R^3\right) \vec{y} = \hat{R}\vec{x} = x^1 \vec{e}_1 + x^2 \vec{e}_2 - x^3 \vec{e}_3.$$

Подействуем на базисные векторы оператором отражения:

$$\hat{R}\vec{e}_1 = \vec{e}_1;\ \hat{R}\vec{e}_2 = \vec{e}_2;\ \hat{R}\vec{e}_3 = -\vec{e}_3.$$

Следовательно, для матрицы оператора отражения относительно координатной плоскости X^1OX^2 получаем:

$$R = \begin{pmatrix} r_1^1 & r_2^1 & r_3^1 \\ r_1^2 & r_2^2 & r_3^2 \\ r_1^3 & r_2^3 & r_3^3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

Характеристический многочлен оператора $\hat{R}$ имеет вид:

$$R(\mu) = \det\begin{pmatrix} 1-\mu & 0 & 0 \\ 0 & 1-\mu & 0 \\ 0 & 0 & -1-\mu \end{pmatrix} = (-\mu)\cdot(-\mu)\cdot(1-\mu).$$

Откуда видно, что многочлен имеет простой корень $\mu_1 = -1$ и двукратный корень $\mu_2 = 1$.

1) Для собственного значения $\mu_2 = -1$ имеем

$$\begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \\ x^3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

откуда

$$\begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \\ x^3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ c \end{pmatrix},\ c \in R^1$$

– любое действительное число. Собственное подпространство, соответствующее собственному значению $\mu_1 = -1$, есть линейная оболочка вида

$$c\cdot\begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix}\Rightarrow L\left\{\vec{e}_3\right\}=\left\{\vec{x}\in R^3:\vec{x}=c\cdot\vec{e}_3;\,c\in R^1\right\},$$

то есть ось OX^3.

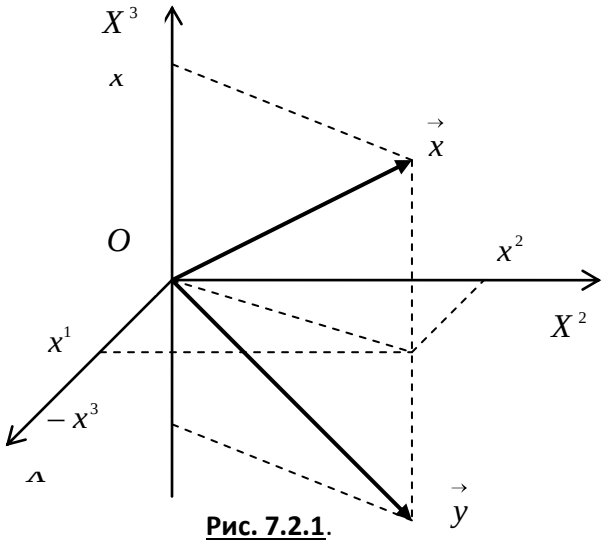


Рис. 7.2.1.

2) Для собственного значения $\mu_2=1$ имеем

$$\begin{pmatrix}0&0&0\\0&0&0\\0&0&-2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x^1\\x^2\\x^3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0\\0\\0\end{pmatrix},$$

откуда

$$\left|x\right\rangle\equiv\begin{pmatrix}x^1\\x^2\\x^3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}a\\b\\0\end{pmatrix}=a\begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix}+b\begin{pmatrix}0\\1\\0\end{pmatrix},$$

где $a,b\in R^1$ – любые действительные числа. Получаем собственное подпространство, соответствующее собственному значению $\mu_1=1$, являющееся линейной оболочкой вида

$$L\left\{\vec{e}_1,\vec{e}_2\right\}=\left\{\vec{x}\in R^3:\vec{x}=a\cdot\vec{e}_1+b\cdot\vec{e}_2;\,a,b\in R^1\right\},$$

то есть координатной плоскостью X^1OX^2. Это подпространство является прямой суммой двух собственных подпространств $OX^1 \oplus OX^2$. $\otimes$

Пример 2.1.3. В евклидовом пространстве E^3 в ортонормированном (каноническом) базисе $\left\{\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3\right\}$ оператор $\hat{T}: E^3 \to E^3$ задан матрицей

$$T = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & -1 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}.$$

Найти собственные значения и собственные подпространства оператора.

Р е ш е н и е. Составим характеристическое уравнение:

$$T = \begin{pmatrix} 3-\mu & 0 & 0 \\ 1 & 2-\mu & -1 \\ 1 & -1 & 2-\mu \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{vmatrix} 3-\mu & & \\ & \mu^2-4\mu+3 & \\ & & \end{vmatrix} = 0.$$

Собственные значения $\mu_1 = 1,\ \mu_{2,3} = 3.$

Собственный вектор, соответствующий $\mu_1 = 1$ находится как решение системы уравнений

$$\begin{cases} 2x^1 + 0x^2 + 0x^3 = 0, \\ x^1 + x^2 - x^3 = 0, \\ x^1 - x^2 + x^3 = 0. \end{cases}$$

Решение имеет вид:

$$\left|a_1\right\rangle = \begin{pmatrix} a_1^1 \\ a_1^2 \\ a_1^3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Собственный вектор, соответствующий $\mu_{2,3} = 3$ находится как решение системы уравнений

$$\begin{cases} 0x^1 + 0^2 + 0x^3 = 0, \\ x^1 - x^2 - x^3 = 0, \\ x^1 - x^2 - x^3 = 0. \end{cases}$$

Решение имеет вид:

$$|a_2\rangle = \begin{pmatrix} a_2^1 \\ a_2^2 \\ a_2^3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}; |x_3\rangle = \begin{pmatrix} a_3^1 \\ a_3^2 \\ a_3^3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Получаем два собственных подпространства:

$$X_1 = \{\vec{x} : \vec{x} = t\vec{a}_1; t \in R^1\}; \; X_2 = \{\vec{x} : \vec{x} = t\vec{a}_2 + \tau\vec{a}_3; t, \tau \in R^1\}. \otimes$$

Пример 2.1.4. Линейный оператор $\hat{T} : E^3 \to E^3$ в некотором ортонормированном базисе $\{\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3\}$ задан матрицей

$$T_e = \begin{pmatrix} 11 & 2 & -8 \\ 2 & 2 & 10 \\ -8 & 10 & 5 \end{pmatrix}.$$

Построить в пространстве E^3 ортонормированный базис собственных векторов оператора $\hat{T}$ и записать матрицу оператора $\hat{T}$ в этом базисе.

Р е ш е н и е. Составим характеристический многочлен оператора $\hat{T}$:

$$T(\mu) = \begin{vmatrix} 11-\mu & 2 & -8 \\ 2 & 2-\mu & 10 \\ -8 & 10 & 5-\mu \end{vmatrix} = -\mu^3 + 18\mu^2 + 81\mu - 1458.$$

Откуда характеристическое уравнение

$$\mu^3 - 18\mu^2 - 81\mu + 1458 = 0 \Rightarrow (\mu - 18)(\mu^2 - 81) = 0,$$

или

$$(\mu - 18)(\mu - 9)(\mu + 9) = 0.$$

Откуда собственные значения оператора

$$\mu_1 = -9,\ \mu_2 = 9,\ \mu_3 = 18.$$

Оператор является симметрическим, то есть самосопряжённым. Поэтому все собственные значения оператора различны, а собственные векторы ортогональны. Найдём собственные векторы оператора $\hat{T}$ в базисе $\left\{\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3\right\}$.

1) Для собственного значения $\mu_1 = -9$ имеем однородную СЛАУ:

$$\begin{pmatrix} 20 & 2 & -8 \\ 2 & 11 & 10 \\ -8 & 10 & 14 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \\ x^3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Определитель

$$\begin{vmatrix} 20 & 2 & -8 \\ 2 & 11 & 10 \\ -8 & 10 & 14 \end{vmatrix} = 0$$

– СЛАУ нетривиально совместна. Базисный минор – угловой. Принимая третью координату за свободное неизвестное, решаем СЛАУ из первых двух уравнений по формулам Крамера:

$$\begin{cases} 10x^1 + x^2 = 4a, \\ 2x^1 + 11x^2 = -10a; \end{cases} \det A = 108 \neq 0; \begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \\ x^3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2}a \\ -a \\ a \end{pmatrix} = a\begin{pmatrix} 1/2 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Итак, первое собственное подпространство оператора есть линейная оболочка вида

$$E^1 = L\left\{\vec{a}_1\right\},$$

где базисный вектор

$$\vec{a}_1 = \frac{1}{2}\vec{e}_1 - \vec{e}_2 + \vec{e}_3.$$

2) Для собственного значения $\mu_2 = 9$ имеем однородную СЛАУ:

$$\begin{pmatrix} 2 & 2 & -8 \\ 2 & -7 & 10 \\ -8 & 10 & -4 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \\ x^3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Определитель

$$\begin{vmatrix} 2 & 2 & -8 \\ 2 & -7 & 10 \\ -8 & 10 & -4 \end{vmatrix} = 0$$

– СЛАУ нетривиально совместна. Базисный минор матрицы СЛАУ – угловой минор. Принимая третью координату за свободное неизвестное, решаем СЛАУ из первых двух уравнений по формулам Крамера:

$$\begin{cases} 2x^1 + 2x^2 = 8a, \\ 2x^1 - 7x^2 = -10a; \end{cases} \det A = -18 \neq 0; \begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \\ x^3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2a \\ 2a \\ a \end{pmatrix} = a\begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Итак, второе собственное подпространство оператора есть линейная оболочка вида

$$E^2 = L\left\{\vec{a}_2\right\},$$

где базисный вектор

$$\vec{a}_2 = 2\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + \vec{e}_3.$$

3) Для собственного значения $\mu_3 = 18$ имеем однородную СЛАУ:

$$\begin{pmatrix} -7 & 2 & -8 \\ 2 & -16 & 10 \\ -8 & 10 & -13 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \\ x^3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Для решения этой СЛАУ применим критерий нетривиальной совместности однородной СЛАУ.

Определитель СЛАУ

$$\begin{vmatrix} -7 & 2 & -8 \\ 2 & -16 & 10 \\ -8 & 10 & -13 \end{vmatrix} = 0,$$

следовательно, СЛАУ нетривиально совместна. Базисный минор матрицы СЛАУ – угловой минор

$$\begin{vmatrix} -7 & 2 \\ 2 & -16 \end{vmatrix} = 108.$$

Поэтому первые два уравнения СЛАУ линейно независимы. Принимая третью координату вектора за свободное неизвестное, то есть, полагая $x^3 = a$, где a – произвольное действительное число, решаем СЛАУ из первых двух уравнений по формулам Крамера:

$$\begin{cases} -7x^1 + 1x^2 = -5a, \\ 2x^1 - 16x^2 = -10a; \end{cases} \det A = -54 \neq 0; \begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \\ x^3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -a \\ \frac{1}{2}a \\ a \end{pmatrix} = a \begin{pmatrix} -1 \\ 1/2 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Итак, третье собственное подпространство оператора есть линейная оболочка вида

$$E^3 = L\left\{\vec{a}_3\right\},$$

где базисный вектор

$$\vec{a}_3 = -\vec{e}_1 + \frac{1}{2}\vec{e}_2 + \vec{e}_3.$$

4) Найденные собственные векторы ортогональны. Нормируем их:

$$\vec{h}_1 = \frac{\vec{a}_1}{\left\|\vec{x}_1\right\|} = \frac{1}{\sqrt{1+\frac{1}{4}+1}}\vec{a}_1 = -\frac{2}{3}\vec{e}_1 + \frac{1}{3}\vec{e}_2 + \frac{2}{3}\vec{e}_3;$$

$$\vec{h}_2 = \frac{\vec{a}_2}{\left\|\vec{x}_2\right\|} = \frac{1}{\sqrt{4+4+1}}\vec{a}_2 = \frac{2}{3}\vec{e}_1 + \frac{2}{3}\vec{e}_2 + \frac{1}{3}\vec{e}_3;$$

$$\vec{h}_3 = \frac{\vec{a}_3}{\left\|\vec{x}_3\right\|} = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{4}+1+1}}\vec{a}_3 = \frac{1}{3}\vec{e}_1 - \frac{2}{3}\vec{e}_2 + \frac{2}{3}\vec{e}_3.$$

5) Матрица перехода от старого базиса к новому базису

$$A:\left\{\vec{e}_1,\ \vec{e}_2,\ \vec{e}_3\right\}\to\left\{\vec{h}_1,\ \vec{h}_2,\ \vec{h}_3\right\}$$

имеет вид:

$$A=\frac{1}{3}\begin{pmatrix}-2 & 1 & 2\\ 2 & 2 & 1\\ 1 & -2 & 2\end{pmatrix};\ \det A=-1\neq 0;\ A^T=\frac{1}{3}\begin{pmatrix}-2 & 2 & 1\\ 1 & 2 & -2\\ 2 & 1 & 2\end{pmatrix}.$$

Обратная матрица к матрице перехода от старого базиса к новому базису и транспонированная к ней имеют вид:

$$A^{-1}=-\frac{1}{2}adgA=\frac{1}{3}\begin{pmatrix}-2 & 2 & 1\\ 1 & 2 & -2\\ 2 & 1 & 2\end{pmatrix};\ \left(A^{-1}\right)^T=\frac{1}{3}\begin{pmatrix}-2 & 1 & 2\\ 2 & 2 & 1\\ 1 & -2 & 2\end{pmatrix}.$$

Находим матрицу оператора в новом базисе $\left\{\vec{h}_1,\ \vec{h}_2,\ \vec{h}_3\right\}$:

$$T_a=\left(A^{-1}\right)^T T_e A^T=\frac{1}{9}\begin{pmatrix}-2 & 1 & 2\\ 2 & 2 & 1\\ 1 & -2 & 2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}11 & 2 & -8\\ 2 & 2 & 10\\ -8 & 10 & 5\end{pmatrix}\begin{pmatrix}-2 & 2 & 1\\ 1 & 2 & -2\\ 2 & 1 & 2\end{pmatrix}=$$

$$=\begin{pmatrix}18 & 0 & 0\\ 0 & 9 & 0\\ 0 & 0 & -9\end{pmatrix}.\otimes$$

Пример 2.1.5. В евклидовом пространстве E^3 в ортонормированном (каноническом) базисе $\left\{\vec{e}_1,\ \vec{e}_2,\ \vec{e}_3\right\}$ оператор $\hat{T}:E^3\to E^3$ задан матрицей

$$\begin{pmatrix}t_1^1 & t_2^1 & t_3^1\\ t_1^2 & t_2^2 & t_3^2\\ t_1^3 & t_2^3 & t_3^3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0 & 0 & 2\\ 1 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0\end{pmatrix}.$$

Найти матрицу оператора $\hat{T}^*$ в базисе

$$\vec{g}_1 = \vec{e}_1 + \vec{e}_2 + \vec{e}_3,\ \vec{g}_2 = \vec{e}_2 + \vec{e}_3,\ \vec{g}_3 = \vec{e}_2 - \vec{e}_3.$$

Р е ш е н и е. Находим матрицу сопряжённого оператора в старом (ортонормированном) базисе:

$$T_e^* = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 2 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}^T = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 2 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Записываем матрицу перехода от старого базиса к новому базису и транспонируем её:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix};\ A^T = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}.$$

Находим матрицу, обратную к матрице перехода от старого базиса к новому базису. Определитель матрицы

$$\det A = -2.$$

Алгебраические дополнения

$$A_1^1 = -2,\ A_2^1 = 0,\ A_3^1 = 0,$$

$$A_1^2 = 2,\ A_2^2 = -1,\ A_3^2 = -1,$$

$$A_1^3 = 0,\ A_2^3 = -1,\ A_3^3 = 1;$$

$$adgA = \begin{pmatrix} -2 & 2 & 0 \\ 0 & -1 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix};\ A^{-1} = -\frac{1}{2}\begin{pmatrix} -2 & 2 & 0 \\ 0 & -1 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Находим матрицу оператора $\hat{T}^*$ в новом базисе:

$$T_g^* = \left(A^{-1}\right)^T T_e^* A^T = -\frac{1}{2}\cdot\begin{pmatrix} -2 & 2 & 0 \\ 0 & -1 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 2 & 0 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix} =$$

$$= -\frac{1}{2}\begin{pmatrix} -2 & -2 & -2 \\ -1 & 1 & 3 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}. \otimes$$

Пример 2.1.6. Ранее показано, что линейная оболочка $L\left\{\vec{g}_1, \vec{g}_2\right\}$, где элементы L вычисляются по формулам

$$\vec{g}_1 = \alpha_1 \cdot \sin x + \beta_1 \cdot \cos x,\ \vec{g}_2 = \alpha_2 \cdot \sin x + \beta_2 \cdot \cos x,$$

а скалярное произведение определено формулой

$$\left(\vec{g}_1, \vec{g}_2\right) = \alpha_1 \cdot \alpha_2 + \beta_1 \cdot \beta_2 + \frac{1}{2}\cdot\left(\alpha_1 \cdot \beta_2 + \alpha_2 \cdot \beta_1\right),$$

является двумерным линейным многообразием с ортонормированным базисом

$$\vec{e}_1 = \frac{1}{\sqrt{3}}\cdot \sin x + \frac{1}{\sqrt{3}}\cdot \cos x,\ \vec{e}_2 = \sin x - \cos x.$$

1) Найти матрицу оператора дифференцирования $\hat{D}$ в базисе $\left\{\vec{e}_1, \vec{e}_2\right\}$ и матрицу сопряжённого оператора $\hat{D}^*$.

2) Выяснить, является ли оператор $\hat{D}$ симметрическим.

Р е ш е н и е. Находим матрицу оператора дифференцирования в базисе

$$\left\{\vec{e}_1, \vec{e}_2\right\} \subset R^2.$$

Для чего находим образы базисных векторов $\left\{\vec{e}_1, \vec{e}_2\right\}$:

$$\hat{D}\vec{e}_1 = \frac{d}{dx}\left(\frac{1}{3}\cdot\sin x + \frac{1}{\sqrt{3}}\cdot\cos x\right) = \frac{1}{\sqrt{3}}(\cos x - \sin x) =$$

$$= 0\cdot\vec{e}_1 - \frac{1}{\sqrt{3}}\cdot\vec{e}_2;$$

$$\hat{D}\vec{e}_2 = \frac{d}{dx}(\sin x - \cos x) = \cos x + \sin x = \sqrt{3}\cdot\vec{e}_1 + 0\cdot\vec{e}_2.$$

Следовательно, матрица оператора $\hat{D}$ в базисе $\left\{\vec{e}_1, \vec{e}_2\right\}$ имеет вид:

$$D = \begin{pmatrix} d_1^1 & d_2^1 \\ d_1^2 & d_2^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & \sqrt{3} \\ -\frac{1}{\sqrt{3}} & 0 \end{pmatrix}.$$

Данное многообразие является вещественным пространством, поэтому матрица сопряжённого оператора $\hat{D}^*$ равна транспонированной матрице оператора $\hat{D}$, то есть

$$D^* = \begin{pmatrix} d_1^1 & d_1^2 \\ d_2^1 & d_2^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -\frac{1}{\sqrt{3}} \\ \sqrt{3} & 0 \end{pmatrix}.$$

Так как в базисе $\left\{\vec{e}_1, \vec{e}_2\right\}$ для матрицы оператора $\hat{D}$ имеем $d_2^1 \neq d_1^2$, оператор не является симметрическим. $\otimes$

Пример 2.1.7. В евклидовом пространстве E^3 линейный оператор $\hat{T}$ переводит систему векторов $\left\{\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3\right\}$ в систему векторов $\left\{\vec{g}_1, \vec{g}_2, \vec{g}_3\right\}$. Является ли этот оператор самосопряжённым, если:

$$|a_1\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}; |a_2\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}; |a_3\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix};$$

$$|g_1\rangle = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}; |g_2\rangle = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}; |g_3\rangle = \begin{pmatrix} -5 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix}.$$

Р е ш е н и е. По условию задачи имеем

$$\hat{T}\vec{a}_1 = \vec{g}_1, \hat{T}\vec{a}_2 = \vec{g}_2, \hat{T}\vec{a}_3 = \vec{g}_3,$$

откуда для векторов-столбцов из координат получаем:

$$\begin{pmatrix} t_1^1 & t_2^1 & t_3^1 \\ t_1^2 & t_2^2 & t_3^2 \\ t_1^3 & t_2^3 & t_3^3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{matrix} t_2^1 + t_3^1 = 2, \\ t_2^2 + t_3^2 = 3, \\ t_2^3 + t_3^3 = 1; \end{matrix}$$

$$\begin{pmatrix} t_1^1 & t_2^1 & t_3^1 \\ t_1^2 & t_2^2 & t_3^2 \\ t_1^3 & t_2^3 & t_3^3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{matrix} t_1^1 + t_3^1 = -1, \\ t_1^2 + t_3^2 = 0, \\ t_1^3 + t_3^3 = 3; \end{matrix}$$

$$\begin{pmatrix} t_1^1 & t_2^1 & t_3^1 \\ t_1^2 & t_2^2 & t_3^2 \\ t_1^3 & t_2^3 & t_3^3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{matrix} t_1^1 + t_2^1 = -5, \\ t_1^2 + t_2^2 = 1, \\ t_1^3 + t_2^3 = 4. \end{matrix}$$

Из последних равенств получаем три СЛАУ для элементов матрицы оператора:

для элементов первой строки

$$\begin{cases} t_2^1 + t_3^1 = 2, \\ t_1^1 + t_3^1 = -1, \\ t_1^1 + t_2^1 = -5; \end{cases}$$

для элементов второй строки

$$\begin{cases} t_2^2 + t_3^2 = 3, \\ t_1^2 + t_3^2 = 0, \\ t_1^2 + t_2^2 = 1; \end{cases}$$

для элементов третьей строки

$$\begin{cases} t_2^3 + t_3^3 = 1, \\ t_1^3 + t_3^3 = 3, \\ t_1^3 + t_2^3 = 4. \end{cases}$$

Решая эти СЛАУ по формулам Крамера, получаем матрицу оператора:

$$T = \begin{pmatrix} -4 & -1 & 3 \\ -1 & 2 & 1 \\ 3 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Видим, что $\forall i \neq j = 1, 2, 3 \; t_i^j = t_j^i$. Следовательно, оператор $\hat{T}$ является самосопряжённым. $\otimes$

Пример 2.1.8. Матрица линейного оператора $\hat{T} : E^3 \to E^3$ в базисе векторов $\left\{ \vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3 \right\} \subset E^3$ имеет вид:

$$T' = \begin{pmatrix} 2/3 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 2/3 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Выяснить, является ли оператор $\hat{T}$ ортогональным, если в ортонормированном базисе $\left\{ \vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3 \right\}$ имеют место разложения

$$\vec{a}_1 = \vec{e}_2 + \vec{e}_3, \; \vec{a}_2 = \vec{e}_1 + \vec{e}_3, \; \vec{a}_3 = \vec{e}_1 + \vec{e}_2.$$

Р е ш е н и е. 1) *Первый способ.* Проверим выполнение определения ортогональности, то есть выполнение условия

$$\left(\forall \vec{x}, \vec{y} \in E^n \right) \left(\hat{T}\vec{x}, \hat{T}\vec{y} \right) = \left(\vec{x}, \vec{y} \right).$$

Найдём скалярное произведение векторов $\vec{x}, \vec{y} \in E^3$ в произвольном базисе $\left\{\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3\right\} \subset E^3$ по формуле

$$\left(\vec{x}, \vec{y}\right) = \sum_{i=1}^{3}\sum_{j=1}^{3} g_{ij} x^i y^j ,$$

где

$$\vec{x} = x^1 \vec{a}_1 + x^2 \vec{a}_2 + x^3 \vec{a}_3, \; \vec{y} = y^1 \vec{a}_1 + y^2 \vec{a}_2 + y^3 \vec{a}_3,$$

а матрица метрических коэффициентов имеет вид

$$G = \left(g_{ij}\right) = \begin{pmatrix} \left(\vec{a}_1, \vec{a}_1\right) & \left(\vec{a}_1, \vec{a}_2\right) & \left(\vec{a}_1, \vec{a}_3\right) \\ \left(\vec{a}_2, \vec{a}_1\right) & \left(\vec{a}_2, \vec{a}_2\right) & \left(\vec{a}_2, \vec{a}_3\right) \\ \left(\vec{a}_3, \vec{a}_1\right) & \left(\vec{a}_3, \vec{a}_2\right) & \left(\vec{a}_3, \vec{a}_3\right) \end{pmatrix}.$$

Несложные вычисления показывают, что

$$G = \left(g_{ij}\right) = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

Теперь получаем для скалярного произведения произвольных векторов $\vec{x}$ и $\vec{y}$ следующий результат:

$$\left(\vec{x}, \vec{y}\right) = \sum_{i=1}^{3}\sum_{j=1}^{3} g_{ij} x^i y^j = 2x^1y^1 + x^1y^2 + x^1y^3 +$$

$$+ x^2y^1 + 2x^2y^2 + x^2y^3 + x^3y^1 + x^3y^2 + 2x^3y^3.$$

Находим координаты образов векторов $\vec{x}$ и $\vec{y}$ при действии оператора $\hat{T}$:

$$\hat{T}\vec{x}=\vec{u}\Rightarrow T|x\rangle=\begin{pmatrix}u^1\\u^2\\u^3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\frac{2}{3}&1&0\\-1&0&0\\\frac{2}{3}&0&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x^1\\x^2\\x^3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\frac{2}{3}x^1+x^2\\-x^1\\\frac{2}{3}x^1+x^3\end{pmatrix};$$

$$\hat{T}\vec{y}=\vec{v}\Rightarrow T|y\rangle=\begin{pmatrix}v^1\\v^2\\v^3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\frac{2}{3}&1&0\\-1&0&0\\\frac{2}{3}&0&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}y^1\\y^2\\y^3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\frac{2}{3}y^1+y^2\\-y^1\\\frac{2}{3}y^1+y^3\end{pmatrix}.$$

После подстановки найденных координат образов векторов $\vec{x}$, $\vec{y}$ и метрических коэффициентов g_{ij} в формулу для скалярного произведения

$$\left(\hat{T}\vec{x},\hat{T}\vec{y}\right)=\sum_{i=1}^{3}\sum_{j=1}^{3}g_{ij}u^iv^j$$

и сравнения с формулой для скалярного произведения прообразов, убеждаемся в справедливости равенства

$$\left(\hat{T}\vec{x},\hat{T}\vec{y}\right)=\left(\vec{x},\vec{y}\right).$$

2) *Второй способ.* Матрица перехода от старого (ортонормированного) базиса $\left\{\vec{e}_1,\vec{e}_2,\vec{e}_3\right\}$ к новому базису $\left\{\vec{a}_1,\vec{a}_2,\vec{a}_3\right\}$ и обратная к ней матрица имеют, соответственно, вид:

$$A=\begin{pmatrix}0&1&1\\1&0&1\\1&1&0\end{pmatrix};\ A^{-1}=\begin{pmatrix}-\frac{1}{2}&\frac{1}{2}&\frac{1}{2}\\\frac{1}{2}&-\frac{1}{2}&\frac{1}{2}\\\frac{1}{2}&\frac{1}{2}&-\frac{1}{2}\end{pmatrix}.$$

Так как формула преобразования матрицы оператора при переходе от старого базиса к новому базису имеет вид

$$T'=\left(A^{-1}\right)^TTA^T,$$

то для матрицы оператора в старом базисе $\left\{\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3\right\}$ получаем:

$$T = A^T T' \left(A^{-1}\right)^T = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2/3 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 2/3 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1/2 & 1/2 & 1/2 \\ 1/2 & -1/2 & 1/2 \\ 1/2 & 1/2 & -1/2 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 2/3 & 1/3 & -2/3 \\ 1/3 & 2/3 & 2/3 \\ 2/3 & -2/3 & 1/3 \end{pmatrix}.$$

Убедиться в том, что полученная матрица является ортогональной, можно с помощью свойств ортогональных матриц. Например, умножая матрицу T на транспонированную матрицу T^T, получим

$$TT^T = T^T T = I.$$

Таким образом, выполняется свойство $T^T = T^{-1}$. Следовательно, оператор $\hat{T}$ и, соответственно, его матрица являются ортогональными. $\otimes$

Пример 2.1.9. Пусть $\hat{T} : X \to X$. Показать, что если $X_{inv}^{(1)}$, $X_{inv}^{(2)}$ – инвариантные подпространства оператора $\hat{T}$, то $X_{inv}^{(1)} \bigcap X_{inv}^{(2)}$ и $X_{inv}^{(1)} + X_{inv}^{(2)}$ также являются инвариантными подпространствами оператора $\hat{T}$.

Р е ш е н и е. Пусть $X_{inv}^{(1)}$, $X_{inv}^{(2)}$ – инвариантные подпространства оператора $\hat{T}$. Предположим, что вектор $\vec{x} \in X_{inv}^{(1)} \bigcap X_{inv}^{(2)}$. Но тогда вектор $\vec{x} \in X_{inv}^{(1)}$ и $\vec{x} \in X_{inv}^{(2)}$, следовательно, и его образ

$$\hat{T}\vec{x} \in X_{inv}^{(1)} \wedge \hat{T}\vec{x} \in X_{inv}^{(2)}.$$

Теперь очевидно, что образ вектора $\vec{x}$ принадлежит пересечению этих подпространств, то есть

$$\hat{T}\vec{x} \in X_{inv} \bigcap X_{inv}.$$

Пусть теперь

$$\vec{x} \in X_{inv} + X_{inv}.$$

Тогда, по определению суммы подпространств $\vec{x} = \vec{x}_1 + \vec{x}_2$, где $\vec{x}_1 \in X_{inv}$, $\vec{x}_2 \in X_{inv}$, откуда в силу того, что снова $\hat{T}\vec{x} \in X_{inv} \wedge \hat{T}\vec{x} \in X_{inv}$, получаем

$$\hat{T}\vec{x} = \hat{T}\vec{x}_1 + \hat{T}\vec{x}_2 \in X_{ivn} + X_{inv}. \otimes$$

Пример 2.1.10. Пусть $\hat{T} : X \to X$. Показать, что если оператор $\hat{T}$ биективный, то его инвариантное подпространство X_{inv} является инвариантным подпространством и для обратного оператора $\hat{T}^{-1}$.

Р е ш е н и е. Известно, что линейный оператор $\hat{T} : X \to X$ взаимно однозначен (биективен) в том и только в том случае, если он невырожденный.

Пусть

$$\left\{\vec{a}_1, \vec{a}_2, \ldots, \vec{a}_m\right\} \subset X_{inv}^m$$

– базис в X_{inv}^m, тогда система образов векторов исходной системы

$$\left\{\hat{T}\vec{a}_1, \hat{T}\vec{a}_2, \ldots, \hat{T}\vec{a}_m\right\}$$

принадлежат тому же инвариантному подпространству и образуют в нём другой базис.

Покажем сначала, что система образов линейно независима. Для этого составим линейную комбинацию образов векторов

$$\left\{\hat{T}\vec{a}_1, \hat{T}\vec{a}_2, \ldots, \hat{T}\vec{a}_m\right\}$$

и потребуем, чтобы

$$\alpha_1 \hat{T}\vec{a}_1+\alpha_2 \hat{T}\vec{a}_2+\ldots+\alpha_m \hat{T}\vec{a}_m=\vec{0}.$$

Далее получаем в силу линейности оператора $\hat{T}$

$$\hat{T}\left(\alpha_1 \vec{a}_1+\alpha_2 \vec{a}_2+\ldots+\alpha_m \vec{a}_m\right)=\vec{0}.$$

Так как оператор невырожденный, то

$$\alpha_1 \vec{a}_1+\alpha_2 \vec{a}_2+\ldots+\alpha_m \vec{a}_m=\vec{0}.$$

Последнее равенство, в силу линейной независимости системы

$$\left\{\vec{a}_1, \vec{a}_2, \ldots, \vec{a}_m\right\},$$

возможно только в случае одновременного обращения в нуль всех коэффициентов линейной комбинации. Что и доказывает линейную независимость системы образов.

Пусть теперь $\left(\forall \vec{x} \in X_{inv}^{m}\right)$. Разложим вектор $\vec{x}$ по базису из образов векторов исходного базиса подпространства X_{inv}^{m}, то есть представим вектор $\vec{x}$ в виде

$$\vec{x}=x^1 \hat{T}\vec{a}_1+x^2 \hat{T}\vec{a}_2+\ldots+x^m \hat{T}\vec{a}_m.$$

Так как для невырожденного линейного оператора обратный оператор снова линейный, то, действуя на обе части оператором $\hat{T}^{-1}$, получаем

$$\hat{T}^{-1}\vec{x}=x^1 \hat{T}^{-1}\hat{T}\vec{a}_1+x^2 \hat{T}^{-1}\hat{T}\vec{a}_2+\ldots+x^m \hat{T}^{-1}\hat{T}\vec{a}_m=$$

$$=x^1 \vec{a}_1+x^2 \vec{a}_2+\ldots+x^m \vec{a}_m,$$

причём

$$x^1 \vec{a}_1+x^2 \vec{a}_2+\ldots+x^m \vec{a}_m \in X_{inv}^{m},$$

так как он разложен по базису X_{inv}.

Итак, получили, что если $\vec{x} \in X_{inv}^{m}$, то $\hat{T}^{-1}\vec{x} \in X_{inv}^{m}$. $\otimes$

Напомним определение операторного многочлена: пусть $\hat{T}: X^n \to \hat{T}(X^n)$ и

$$F_m(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \ldots + a_m x^m \in C[x]$$

– некоторый многочлен. Тогда оператор

$$F_m\left(\hat{T}\right) = a_0 \hat{I} + a_1 \hat{T} + a_2 \hat{T}^2 + \ldots + a_m \hat{T}^m$$

называется многочленом от оператора $\hat{T}$ или ***операторным многочленом***.

Пример 2.1.11. Показать, что любое инвариантное подпространство оператора $\hat{T}: X^n \to X^n$ является инвариантным и для операторного многочлена

$$F_p\left(\hat{T}\right) = a_0 \hat{I} + a_1 \hat{T} + a_2 \hat{T}^2 + \ldots + a_p \hat{T}^p .$$

Р е ш е н и е. Пусть операторы $\hat{A}: X^n \to X^n$ и $\hat{B}: X^n \to X^n$ имеют одно и тоже инвариантное подпространство $Y^m \subset X^n$. Тогда

$$\left(\forall \vec{x} \in Y^m\right) \vec{y}_1 = \hat{A}\vec{x} \in Y^m \wedge \vec{y}_2 = \hat{B}\vec{x} \in Y^m .$$

Так как любые линейные комбинации векторов подпространства Y^m снова являются векторами этого же подпространства, то имеем

$$\alpha \cdot \vec{y}_1 + \beta \cdot \vec{y}_2 = \alpha \cdot \hat{A}\vec{x} + \beta \cdot \hat{B}\vec{x} = \left(\alpha \cdot \hat{A} + \beta \cdot \hat{B}\right)\vec{x} \in Y^m .$$

То есть подпространство $Y^m \subset X^n$, инвариантное относительно операторов $\hat{A}: X^n \to X^n$ и $\hat{B}: X^n \to X^n$, инвариантно и относительно оператора $\alpha \cdot \hat{A} + \beta \cdot \hat{B}$. Далее, из того, что подпространство $Y^m \subset X^n$ является инвариантным относительно оператора $\hat{A}: X^n \to X^n$, следует, что оно инвариантно и относительно степеней этого оператора $\hat{A}^k \ (k = 0, 1, \ldots, p)$.

Теперь очевидно, что любое инвариантное подпространство оператора $\hat{T}$ является инвариантным и относительно операторного многочлена

$$F_p\left(\hat{T}\right) = a_0\hat{I} + a_1\hat{T} + a_2\hat{T}^2 + \ldots + a_p\hat{T}^p . \otimes$$

Практическое занятие 2

Наклонная, перпендикуляр, проекция, оператор проектирования

Пример 2.2.1. Используя критерий Грама линейной зависимости системы векторов в евклидовом пространстве, выяснить вопрос о линейной зависимости системы векторов $\vec{x}_1, \vec{x}_2, \vec{x}_3 \subset R^3$, если имеют место разложения

$$\vec{x}_1 = \vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + 3\vec{e}_3,\ \vec{x}_2 = 2\vec{e}_1 + 5\vec{e}_2 + 7\vec{e}_3,\ \vec{x}_3 = 3\vec{e}_1 + 7\vec{e}_2 + 10\vec{e}_3.$$

Р е ш е н и е. Находим попарные скалярные произведения векторов системы:

$$\left(\vec{x}_1, \vec{x}_1\right) = 14,\ \left(\vec{x}_1, \vec{x}_2\right) = 33,\ \left(\vec{x}_1, \vec{x}_3\right) = 47.$$

$$\left(\vec{x}_2, \vec{x}_1\right) = 33,\ \left(\vec{x}_2, \vec{x}_2\right) = 78,\ \left(\vec{x}_2, \vec{x}_3\right) = 111,$$

$$\left(\vec{x}_3, \vec{x}_1\right) = 47,\ \left(\vec{x}_3, \vec{x}_2\right) = 111,\ \left(\vec{x}_3, \vec{x}_3\right) = 158.$$

Составляем определитель Грама и вычисляем его значение:

$$\begin{vmatrix} 14 & 33 & 47 \\ 33 & 78 & 111 \\ 47 & 111 & 158 \end{vmatrix} = 14 \cdot \begin{vmatrix} 78 & 111 \\ 111 & 158 \end{vmatrix} - 33 \cdot \begin{vmatrix} 33 & 111 \\ 47 & 158 \end{vmatrix} + 47 \cdot \begin{vmatrix} 33 & 78 \\ 47 & 111 \end{vmatrix} = 0.$$

В соответствие с критерием Грама система векторов $\vec{x}_1, \vec{x}_2, \vec{x}_3$ является линейно зависимой. $\otimes$

Пример 2.2.2. Радиус-вектор $\vec{x}$ в пространстве R^3 имеет разложение по стандартному базису (рисунок 1)

$$\vec{x} = 3\vec{e}_1 + 4\vec{e}_2 + 5\vec{e}_3.$$

Обозначим координатную плоскость X^1OX^2 как L^2.

Представить вектор $\vec{x}$ в виде разложения

$$\vec{x} = \vec{g}_L + \vec{h}^{\perp},$$

где $\vec{g}_L \in L^2$, $\vec{h}^{\perp} \in L^{2\perp}$.

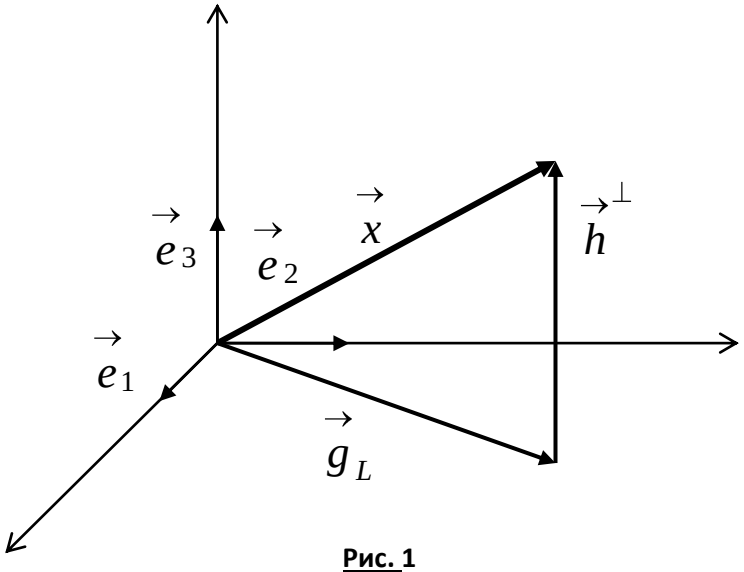


Рис. 1

Р е ш е н и е. Разложим вектор $\vec{g}_L$ по базису подпространства L^2:

$$\vec{g}_L = g^1 \vec{e}_1 + g^2 \vec{e}_2.$$

Вектор

$$\vec{h}^{\perp} = \vec{x} - \vec{g}_L \in L^{2\perp}.$$

Следовательно, он ортогонален базису подпространства L^2. Запишем условия ортогональности вектора $\vec{h}^{\perp}$ подпространству L^2, состоящие в том, что вектор $\vec{h}^{\perp}$ должен быть ортогонален всем векторам базиса $\left\{\vec{e}_1, \vec{e}_2\right\}$:

$$\left(\vec{h}^{\perp}, \vec{e}_1\right) = 0,$$

$$\left(\vec{h}^{\perp}, \vec{e}_2\right) = 0.$$

Получаем СЛАУ

$$\begin{cases} \left(\vec{x} - \vec{g}_L, \vec{e}_1\right) = 0, \\ \left(\vec{x} - \vec{g}_L, \vec{e}_2\right) = 0, \end{cases}$$

которую перепишем в виде

$$\begin{cases} \left(g^1 \vec{e}_1 + g^2 \vec{e}_2, \vec{e}_1\right) = \left(3\vec{e}_1 + 4\vec{e}_2 + 5\vec{e}_3, \vec{e}_1\right), \\ \left(g^1 \vec{e}_1 + g^2 \vec{e}_2, \vec{e}_2\right) = \left(3\vec{e}_1 + 4\vec{e}_2 + 5\vec{e}_3, \vec{e}_2\right). \end{cases}$$

После простых преобразований имеем

$$\begin{cases} g^1 = 3, \\ g^2 = 4. \end{cases}$$

Таким образом, получаем

$$\vec{g}_L = 3\vec{e}_1 + 4\vec{e}_2.$$

Далее имеем:

$$\vec{h}^{\perp} = \vec{x} - \vec{g}_L = \left(3\vec{e}_1 + 4\vec{e}_2 + 5\vec{e}_3\right) - \left(3\vec{e}_1 + 4\vec{e}_2\right) = 5\vec{e}_3.$$

Окончательно получаем

$$\vec{x} = \vec{g}_L + \vec{h}^{\perp} = 3\vec{e}_1 + 4\vec{e}_2 + 5\vec{e}_3. \otimes$$

Пример 2.2.3. В пространстве R^4 опустить перпендикуляр из точки $P\ (-1; 5; 3; 2)$ на гиперплоскость H^3, проходящую через заданные точки

$$A_1(-4; 2; 0), A_2(-3; 7; 3; 2), A_3(-2; 6; 3; -1), A_4(-4; 5; 2).$$

Р е ш е н и е. В пространстве R^4 все координаты точек заданы в ортонормированном базисе, который обозначим $\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3, \vec{e}_4$. Неявное уравнение гиперплоскости получено выше в примере 3.14 и имеет вид

$$23x^1 - 14x^2 + 2x^3 - 3x^4 + 29 = 0.$$

Там же записаны направляющие векторы гиперплоскости:

$$\vec{a}_1 = 2\vec{e}_1 + 3\vec{e}_2 + \vec{e}_3 + 2\vec{e}_4,$$
$$\vec{a}_2 = \vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + \vec{e}_3 - \vec{e}_4,$$
$$\vec{a}_3 = 3\vec{e}_3 + 2\vec{e}_4.$$

Проверим, что точка $P\ -1; 5; 3; 2$ не лежит в плоскости, для чего подставим координаты точки в неявное уравнение плоскости:

$$23\cdot\ -1\ -14\cdot 5 + 2\cdot 3 - 3\cdot 2 + 29 = -64 \neq 0.$$

Точка плоскости не принадлежит.

Поставим в соответствие точке $P\ -1; 5; 3; 2$ её радиус-вектор

$$\vec{x} = -\vec{e}_1 + 5\vec{e}_2 + 3\vec{e}_3 + 2\vec{e}_4$$

– наклонную к плоскости. Представим наклонную в виде

$$\vec{x} = \vec{g}_L + \vec{h}^{\perp},$$

где вектор $\vec{g}_L \in H^3$, а вектор $\vec{h}^{\perp} \in H^{3\perp}$.

Вектор

$$\vec{h}^{\perp} = \vec{x} - \vec{g}_L \in H^{3\perp}.$$

Следовательно, он ортогонален локальному базису подпространства H^3. Запишем условия ортогональности вектора $\vec{h}^{\perp}$ подпространству H^3 (плоскость проходит через начало системы координат), состоящие в том, что вектор $\vec{h}^{\perp}$ должен быть ортогонален всем векторам базиса $\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3$:

$$\left(\vec{h}^{\perp}, \vec{a}_1\right) = 0, \left(\vec{h}^{\perp}, \vec{a}_2\right) = 0, \left(\vec{h}^{\perp}, \vec{a}_3\right) = 0.$$

Получаем СЛАУ

$$\left(\vec{x} - \vec{g}_L, \vec{a}_1\right) = 0,$$
$$\left(\vec{x} - \vec{g}_L, \vec{a}_2\right) = 0,$$

$$\left(\vec{x}-\vec{g}_L,\vec{a}_3\right)=0.$$

Представляя наклонную $\vec{g}_L$ разложением по направляющим векторам плоскости (по локальному базису), перепишем СЛАУ в виде

$$\left(g^1\vec{a}_1+g^2\vec{a}_2+g^3\vec{a}_3,\vec{a}_1\right)=\left(\vec{x},\vec{a}_1\right),$$
$$\left(g^1\vec{a}_1+g^2\vec{a}_2+g^3\vec{a}_3,\vec{a}_2\right)=\left(\vec{x},\vec{a}_2\right),$$
$$\left(g^1\vec{a}_1+g^2\vec{a}_2+g^3\vec{a}_3,\vec{a}_3\right)=\left(\vec{x},\vec{a}_3\right),$$

или в виде

$$\left(\vec{a}_1,\vec{a}_1\right)g^1+\left(\vec{a}_2,\vec{a}_1\right)g^2+\left(\vec{a}_3,\vec{a}_1\right)g^3=\left(\vec{x},\vec{a}_1\right),$$
$$\left(\vec{a}_1,\vec{a}_2\right)g^1+\left(\vec{a}_2,\vec{a}_2\right)g^2+\left(\vec{a}_3,\vec{a}_2\right)g^3=\left(\vec{x},\vec{a}_2\right),$$
$$\left(\vec{a}_1,\vec{a}_3\right)g^1+\left(\vec{a}_2,\vec{a}_3\right)g^2+\left(\vec{a}_3,\vec{a}_3\right)g^3=\left(\vec{x},\vec{a}_3\right).$$

Далее, находим значения попарных скалярных произведений векторов локального базиса на плоскости

$$G^T=\begin{pmatrix}\left(\vec{a}_1,\vec{a}_1\right) & \left(\vec{a}_2,\vec{a}_1\right) & \left(\vec{a}_3,\vec{a}_1\right)\\ \left(\vec{a}_1,\vec{a}_2\right) & \left(\vec{a}_2,\vec{a}_2\right) & \left(\vec{a}_3,\vec{a}_2\right)\\ \left(\vec{a}_1,\vec{a}_3\right) & \left(\vec{a}_2,\vec{a}_3\right) & \left(\vec{a}_3,\vec{a}_3\right)\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}18 & 7 & 7\\ 7 & 7 & 1\\ 7 & 1 & 13\end{pmatrix}$$

и записываем СЛАУ в окончательном виде:

$$\begin{cases}18g^1+7g^2+7g^3=20,\\ 7g^1+7g^2+g^3=10,\\ 7g^1+g^2+13g^3=13.\end{cases}$$

Решение Слау ищем по формулам Крамера.

1) Находим определитель основной матрицы:

$$\det\begin{pmatrix} 18 & 7 & 7 \\ 7 & 7 & 1 \\ 7 & 1 & 13 \end{pmatrix} = 738.$$

СЛАУ совместна и определённа.

2) Находим определители, соответствующие каждому неизвестному:

$$\Delta_1 = \det\begin{pmatrix} 20 & 7 & 7 \\ 10 & 7 & 1 \\ 13 & 1 & 13 \end{pmatrix} = -6306,$$

$$\Delta_2 = \det\begin{pmatrix} 18 & 20 & 7 \\ 7 & 10 & 1 \\ 7 & 13 & 13 \end{pmatrix} = 573,$$

$$\Delta_3 = \det\begin{pmatrix} 18 & 7 & 20 \\ 7 & 7 & 10 \\ 7 & 1 & 13 \end{pmatrix} = 471.$$

Записываем решение СЛАУ:

$$\begin{pmatrix} g^1 \\ g^2 \\ g^3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -6306/738 \\ 573/738 \\ 471/738 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1051/123 \\ 191/123 \\ 157/123 \end{pmatrix}.$$

Записываем разложение проекции $\vec{g}_L$ на плоскость по локальному базису:

$$\vec{g}_L = -\frac{1051}{123}\vec{a}_1 + \frac{191}{123}\vec{a}_2 + \frac{157}{123}\vec{a}_3.$$

Теперь находим перпендикуляр:

$$\vec{h}^{\perp} = \vec{x} - \vec{g}_L = -\vec{e}_1 + 5\vec{e}_2 + 3\vec{e}_3 + 2\vec{e}_4 - \left(-\frac{1051}{123}\vec{a}_1 + \frac{191}{123}\vec{a}_2 + \frac{157}{123}\vec{a}_3\right).$$

Если теперь подставить в последнее равенство разложения векторов $\vec{a}_1,\ \vec{a}_2,\ \vec{a}_3$ по векторам ортонормированного базиса $\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3, \vec{e}_4$, то получим вектор $\vec{h}$ – перпендикуляр, опущенный из конца наклонной $\vec{g}_L$ на плоскость H^3. $\otimes$

Пример 2.2.4. Записать матрицу оператора $\hat{P}^{\perp}_{x^1ox^2}$ ортогонального проектирования на координатную плоскость X^1OX^2 в пространстве R^3.

Р е ш е н и е. Этот оператор любому вектору пространства R^3 ставит в соответствие его проекцию на координатную плоскость X^1OX^2 параллельно координатной оси OX^3. Согласно изложенной выше теории, оператор $\hat{P}^{\perp}_{x^1ox^2}$ является прямой суммой единичного оператора

$$\hat{I}_{x^1ox^2} : R^2_{x^1ox^2} \to R^2_{x^1ox^2}$$

и нулевого оператора

$$\hat{O}_{ox^3} : R^1_{ox^3} \to R^1_{ox^3}.$$

На главной диагонали его матрицы расположены 2×2 клетка вида

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

и 1×1 клетка вида $\boxed{0}$. Остальные элементы равны нулю:

$$P^{\perp}_{x^1ox^2} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Легко видеть, что оператор $\hat{P}^{\perp}_{x^1ox^2}$ является самосопряжённым.

Найдём, например, проекцию вектора $\vec{x}$ из предыдущей задачи на координатную плоскость X^1OX^2. Запишем для этого образ вектора

$$\vec{x} = 3\vec{e}_1 + 4\vec{e}_2 + 5\vec{e}_3$$

при действии оператора $\hat{P}^{\perp}_{x^1ox^2}$ в координатной форме

$$P^{\perp}_{x^1 o x^2}\left|x\right\rangle = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Результат, очевидно, совпадает с результатом предыдущей задачи. $\otimes$

Практическое занятие 3

Квадратичные формы. Поверхности второго порядка

Пример 2.3.1. Привести квадратичную форму, имеющую в пространстве R^3 вид

$$\varphi\left(\vec{x},\vec{x}\right) = 3(x^2)^2 + 3(x^3)^2 + 4x^1x^2 + 4x^1x^3 - 2x^2x^3,$$

к каноническому виду ортогональным преобразованием.

Р е ш е н и е. Вид квадратичной формы задан в базисе

$$\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3 \subset R^3.$$

Запишем симметричную матрицу квадратичной формы, для чего слагаемые с перекрёстными произведениями представим в виде суммы двух равных слагаемых:

$$\varphi\left(\vec{x},\vec{x}\right) =$$

$$= 3(x^2)^2 + 3(x^3)^2 + (x^1x^2 + 2x^2x^1) + (x^1x^3 + 2x^3x^1) - (x^2x^3 + x^3x^2) =$$

$$= 2x^1x^2 + 2x^1x^3 + 2x^2x^1 + 3(x^2)^2 - x^2x^3 + 2x^3x^1 - x^3x^2 + 3(x^3)^2.$$

Теперь матрица квадратичной формы принимает вид:

$$\Phi\left(\vec{x},\vec{x}\right) = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 2 \\ 2 & 3 & -1 \\ 2 & -1 & 3 \end{pmatrix}.$$

Запишем характеристическое уравнение:

$$\begin{vmatrix} -\mu & 2 & 2 \\ 2 & 3-\mu & -1 \\ 2 & -1 & 3-\mu \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow \mu^3 - 6\mu^2 + 32 = 0.$$

Корни характеристического уравнения $\mu_1 = -2,\ \mu_{2,3} = 4.$

Чтобы построить матрицу ортогонального преобразования найдём собственные векторы этого оператора. Для этого решим следующие системы линейных алгебраических уравнений.

1) Случай $\mu_1 = -2$. Система уравнений записывается в виде:

$$\begin{cases} 2x^1 + 2x^2 + 2x^3 = 0, \\ 2x^1 + 5x^2 - x^3 = 0, \\ 2x^1 - x^2 + 5x^3 = 0. \end{cases}$$

Решением этой системы уравнений является вектор-столбец

$$|x\rangle = \begin{pmatrix} -2a \\ a \\ a \end{pmatrix} = a \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Таким образом, первый собственный вектор

$$\vec{x}_1 = -2\vec{e}_1 + \vec{e}_2 + \vec{e}_3.$$

2) Случай $\mu_{2,3} = 4$. Система уравнений записывается в виде:

$$\begin{cases} -4x^1 + 2x^2 + 2x^3 = 0, \\ 2x^1 - x^2 - x^3 = 0, \\ 2x^1 - x^2 - x^3 = 0. \end{cases}$$

Решением этой системы уравнений является вектор-столбец

$$|x\rangle = \begin{pmatrix} \frac{a+b}{2} \\ a \\ b \end{pmatrix} = a \begin{pmatrix} 1/2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + b \begin{pmatrix} 1/2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Таким образом, второй и третий собственные векторы

$$\vec{x}_2 = \frac{1}{2}\vec{e}_1 + \vec{e}_2, \quad \vec{x}_3 = \frac{1}{2}\vec{e}_1 + \vec{e}_3.$$

Векторы $\vec{x}_2$ и $\vec{x}_3$ ортогональны вектору $\vec{x}_1$, но не ортогональны между собой. Для ортогонализации системы собственных векторов применим алгоритм ортогонализации Шмидта. Положим

$$\vec{g}_1 = \vec{x}_1, \quad \vec{g}_2 = \vec{x}_2, \quad \vec{g}_3 = \vec{x}_3 + \alpha \vec{x}_2.$$

Так как должно быть $\left(\vec{g}_2, \vec{g}_3\right) = 0$, то

$$\left(\vec{x}_2,\ \vec{x}_3+\alpha\,\vec{x}_2\right)=0,\ \left(\vec{x}_2,\ \vec{x}_3\right)+\alpha\left(\vec{x}_2,\ \vec{x}_2\right)=0.$$

Откуда

$$\frac{1}{4}+\frac{5}{4}\alpha=0,\ \alpha=-\frac{1}{5}.$$

Приходим к ортогональной системе собственных векторов ассоциированного оператора:

$$\vec{g}_1=-2\vec{e}_1+\vec{e}_2+\vec{e}_3,\ \vec{g}_2=\frac{1}{2}\vec{e}_1+\vec{e}_2,\ \vec{g}_3=\frac{2}{5}\vec{e}_1-\frac{1}{5}\vec{e}_2+\vec{e}_3,$$

$$\left\|\vec{g}_1\right\|=\sqrt{6},\ \left\|\vec{g}_2\right\|=\frac{\sqrt{5}}{2},\ \left\|\vec{g}_3\right\|=\frac{\sqrt{30}}{5}.$$

Нормируя эту систему, получаем:

$$\vec{h}_1=-\frac{2}{\sqrt{6}}\vec{e}_1+\frac{1}{\sqrt{6}}\vec{e}_2+\frac{1}{\sqrt{6}}\vec{e}_3,$$

$$\vec{h}_2=\frac{1}{\sqrt{5}}\vec{e}_1+\frac{2}{\sqrt{5}}\vec{e}_2,$$

$$\vec{h}_3=\frac{2}{\sqrt{30}}\vec{e}_1-\frac{1}{\sqrt{30}}\vec{e}_2+\frac{5}{\sqrt{30}}\vec{e}_3.$$

Матрица ортогонального преобразования

$$A=\begin{pmatrix}-\frac{2}{\sqrt{6}} & \frac{1}{\sqrt{6}} & \frac{1}{\sqrt{6}}\\ \frac{1}{\sqrt{5}} & \frac{2}{\sqrt{5}} & 0\\ \frac{2}{\sqrt{30}} & -\frac{1}{\sqrt{30}} & \frac{5}{\sqrt{30}}\end{pmatrix}$$

осуществляет переход между ортонормированными базисами

$$\vec{e}_1,\vec{e}_2,\vec{e}_3\ \Rightarrow\ \vec{h}_1,\vec{h}_2,\vec{h}_3$$

и, следовательно, является ортогональной. Учитывая, что для ортогональной матрицы выполняется условие

$$A^{-1}=A^T,$$

Запишем формулу преобразования матрицы квадратичной формы при переходе от старого базиса к новому базису:

$$\Phi' = \begin{pmatrix} -\frac{2}{\sqrt{6}} & \frac{1}{\sqrt{6}} & \frac{1}{\sqrt{6}} \\ \frac{1}{\sqrt{5}} & \frac{2}{\sqrt{5}} & 0 \\ \frac{2}{\sqrt{30}} & -\frac{1}{\sqrt{30}} & \frac{5}{\sqrt{30}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 2 & 2 \\ 2 & 3 & -1 \\ 2 & -1 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -\frac{2}{\sqrt{6}} & \frac{1}{\sqrt{6}} & \frac{1}{\sqrt{6}} \\ \frac{1}{\sqrt{5}} & \frac{2}{\sqrt{5}} & 0 \\ \frac{2}{\sqrt{30}} & -\frac{1}{\sqrt{30}} & \frac{5}{\sqrt{30}} \end{pmatrix}^T.$$

Проводя вычисления, получаем

$$\Phi' = \begin{pmatrix} -2 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}.$$

Обозначая координаты в базисе $\vec{h}_1, \vec{h}_2, \vec{h}_3$ как y^1, y^2, y^3, запишем канонический вид квадратичной формы

$$\phi\left(\vec{x}, \vec{x}\right) = -2\ y^{1\ 2} + 4\ y^{2\ 2} + 4\ y^{3\ 2}. \otimes$$

Пример 2.3.2. Найти значения параметра λ, при которых является положительно определённой квадратичная форма

$$\varphi\left(\vec{x}, \vec{x}\right) = 4\left(x^1\right)^2 + 2x^1x^2 + \left(x^2\right)^2 + 4x^1x^3 - 6x^2x^3 + \lambda\left(x^3\right)^2.$$

Р е ш е н и е. Выпишем матрицу квадратичной формы:

$$\Phi = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & -3 \\ 2 & -3 & \lambda \end{pmatrix}.$$

Находя её главные миноры и применяя критерий Сильвестра, имеем:

$$M_1 = \varphi_{11} = 4 > 0;$$

$$M_2 = \begin{vmatrix} 4 & 1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = 3 > 0;$$

$$M_3 = \begin{vmatrix} 4 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & -3 \\ 2 & -3 & \lambda \end{vmatrix} = 3\lambda - 52 > 0.$$

Следовательно, $\lambda > \frac{52}{3}$. $\otimes$

Пример 2.3.3. Выяснить, какую линию на плоскости описывает уравнение

$$x_1^2 + 2x_1 + x_2^2 - 4x_2 = 0.$$

Р е ш е н и е. Уравнение перепишем в виде

$$(x_1 + 1)^2 + (x_2 - 2)^2 = 5.$$

Вводим новые координаты по формулам

$$x_{1'} = x_1 + 1,\ x_{2'} = x_2 - 1.$$

Эти формулы описывают параллельный перенос начала системы координат в точку $O'(-1; 2)$, в которой уравнение принимает вида

$$x_{1'}^2 + x_{2'}^2 = 5.$$

Это уравнение, очевидно, описывает окружность с центром в точке $O'(-1; 2)$ радиуса $R = \sqrt{5}$. $\otimes$

Пример 2.3.4. Какую линию описывает уравнение

$$x_2 = 1 - \sqrt{11 - 4x_1 - x_1^2}\ .$$

Р е ш е н и е. Уравнение переписываем в виде

$$x_2 - 1 = -\sqrt{11 - 4x_1 - x_1^2}$$

и возводим обе части в квадрат (приобретаем новые корни)

$$(x_2 - 1)^2 = 11 - 4x_1 - x_1^2.$$

Преобразуем уравнение, выделяя полный квадрат:

$$x_1^2 + 4x_1 + 4 + (x_2 - 1)^2 = 15,$$

$$(x_1 + 2)^2 + (x_2 - 1)^2 = 15.$$

Это уравнение описывает часть окружности с центром в точке $O'(-2; 1)$ радиуса $R = \sqrt{15}$, лежащую ниже новой горизонтальной оси с уравнением $x_2 = 1$. $\otimes$

Пример 2.3.5. Какую линию на плоскости описывает уравнение

$$x_1^2 - 4x_1 + x_2^2 - 2x_2 + 5 = 0.$$

Р е ш е н и е. Уравнение запишем в виде

$$(x_1 - 2)^2 + (x_2 - 1)^2 = 0.$$

Это уравнение описывает точку $M(2; 1)$. $\otimes$

Пример 2.3.6. Какую линию на плоскости описывает уравнение

$$100x_1^2 + 25x_2^2 + 200x_1 - 100x_2 - 200 = 0.$$

Р е ш е н и е. Уравнение переписываем в виде

$$100(x_1 + 1)^2 + 25(x_2 - 2)^2 = 400$$

и делим обе части на 400:

$$\frac{(x_1+1)^2}{4}+\frac{(x_2-2)^2}{16}=1.$$

Это каноническое уравнение эллипса с центром в точке $O'(-1;2)$ и полуосями $a=2$ и $b=4$. $\otimes$

Пример 2.3.7. Какую линию на плоскости описывает уравнение

$$x_1=-2\sqrt{-5-6x_2-x_2^2}\,.$$

Р е ш е н и е. Уравнение преобразуем к виду

$$x_1^2+4(x_2+3)^2=16,$$

возводя обе части в квадрат. Делим обе части на 16:

$$\frac{x_1^2}{16}+\frac{(x_2+3)^2}{4}=1.$$

Уравнение описывает часть эллипса с центром в точке $O'(0;-3)$ и полуосями $a=4$ и $b=2$, лежащую слева относительно оси OX_2. $\otimes$

Пример 2.3.8. Линия второго порядка задана в каноническом (ортонормированном) базисе $\left\{\vec{e}_1,\vec{e}_2\right\}\subset R^2$ уравнением

$$11(x^1)^2-20x^1x^2-4(x^2)^2-20x^1-8x^2+1=0.$$

Привести уравнение линии к каноническому виду и определить её тип.

Р е ш е н и е. Рассмотрим квадратичную форму

$$\varphi\left(\vec{x},\vec{x}\right)=11(x^1)^2-20x^1x^2-4(x^2)^2=$$

$$=11(x^1)^2-10x^1x^2-10x^2x^1-4(x^2)^2$$

Матрица квадратичной формы имеет вид

$$\Phi=\begin{pmatrix}11 & -10\\ -10 & -4\end{pmatrix}.$$

Квадратичной форме $\varphi\left(\vec{x},\vec{x}\right)$ ставим в соответствие симметрический оператор $\hat{T}$ с матрицей $T=\Phi$ и записываем характеристическое уравнение:

$$\det\begin{pmatrix}t_1^1-\mu & t_2^1\\ t_1^2 & t_2^2-\mu\end{pmatrix}=0\Rightarrow\begin{vmatrix}11-\mu & -10\\ -10 & -4-\mu\end{vmatrix}=0\Rightarrow$$

$$\mu^2-7\cdot\mu-144=0.$$

Корни характеристического уравнения $\mu_1 = -9$ и $\mu_2 = 16$. Находим собственные векторы оператора $\hat{T}$, соответствующие собственным значениям $\mu_1 = -9$ и $\mu_2 = 16$, для чего решаем две однородные СЛАУ:

$$\begin{pmatrix} 20 & -10 \\ -10 & 5 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{cases} 20x^1 - 10x^2 = 0, \\ -10x^1 + 5x^2 = 0, \end{cases}$$

$$\begin{pmatrix} -5 & -10 \\ -10 & -20 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{cases} -5x^1 - 10x^2 = 0, \\ -10x^1 - 20x^2 = 0. \end{cases}$$

Фундаментальная система решений первой СЛАУ приводит к первому собственному вектору

$$\vec{x}_1 = \frac{1}{2}\vec{e}_1 + \vec{e}_2,$$

а фундаментальная система решений второй – ко второму собственному вектору

$$\vec{x}_2 = -2\vec{e}_1 + \vec{e}_2.$$

Эти векторы ортогональны, но не нормированы. Нормируем их:

$$\vec{a}_1 = \frac{1}{\left\|\vec{x}_1\right\|}\vec{x}_1 = \frac{2}{\sqrt{5}}\left(\frac{1}{2}\vec{e}_1 + \vec{e}_2\right) = \frac{1}{\sqrt{5}}\vec{e}_1 + \frac{2}{\sqrt{5}}\vec{e}_2;$$

$$\vec{a}_2 = \frac{1}{\left\|\vec{x}_2\right\|}\vec{x}_2 = \frac{1}{\sqrt{5}}\left(-2\vec{e}_1 + \vec{e}_2\right) = -\frac{2}{\sqrt{5}}\vec{e}_1 + \frac{1}{\sqrt{5}}\vec{e}_2.$$

Матрица перехода от старого базиса к новому базису имеет вид:

$$A = \begin{pmatrix} 1/\sqrt{5} & 2/\sqrt{5} \\ -2/\sqrt{5} & 1/\sqrt{5} \end{pmatrix}.$$

Преобразование от нового базиса к старому осуществляется при помощи обратной матрицы, которая в силу ортогональности матрицы A равна транспонированной к ней, то есть

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1/\sqrt{5} & -2/\sqrt{5} \\ 2/\sqrt{5} & 1/\sqrt{5} \end{pmatrix}.$$

Координаты в новом базисе выражаются через координаты в старом базисе при помощи матрицы

$$\left(A^{-1}\right)^T = \left(A^T\right)^T = A,$$

обратный переход от новых координат к старым производится при помощи матрицы A^{-1}. Имеем:

$$\begin{pmatrix} y^1 \\ y^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1/\sqrt{5} & 2/\sqrt{5} \\ -2/\sqrt{5} & 1/\sqrt{5} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1/\sqrt{5} & -2/\sqrt{5} \\ 2/\sqrt{5} & 1/\sqrt{5} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y^1 \\ y^2 \end{pmatrix}.$$

В базисе $\left\{ \vec{a}_1, \vec{a}_2 \right\}$ квадратичная форма приводится к каноническому виду

$$\mu_1 (y^1)^2 + \mu_2 (y^2)^2 = -9(y^1)^2 + 16(y^2)^2.$$

Линейные слагаемые преобразуются так:

$$-20x^1 = -\frac{20}{\sqrt{5}} y^1 + \frac{40}{\sqrt{5}} y^2;$$

$$-8x^2 = -\frac{16}{\sqrt{5}} y^1 - \frac{8}{\sqrt{5}} y^2.$$

Подстановка в уравнение приводит его к виду:

$$-9(y^1)^2 + 16(y^2)^2 - \frac{36}{\sqrt{5}} y^1 + \frac{32}{\sqrt{5}} y^2 + 1 = 0.$$

Выделяя полный квадрат по y^1, y^2 и приводя подобные члены, получаем каноническое уравнение линии в виде

$$-9\left(y^1 + \frac{2}{\sqrt{5}} \right)^2 + 16\left(y^2 + \frac{1}{\sqrt{5}} \right)^2 + 5 = 0,$$

Откуда совершая параллельный перенос, то есть полагая

$$z^1 = y^1 + \frac{2}{\sqrt{5}}, \quad z^2 = y^2 + \frac{1}{\sqrt{5}},$$

окончательно имеем:

$$\frac{(z^1)^2}{5/9} - \frac{(z^2)^2}{5/16} = 1.$$

Получили каноническое уравнение линии второго порядка – гиперболы. Отметим, что матрица

$$A = \begin{pmatrix} 1/\sqrt{5} & 2/\sqrt{5} \\ -2/\sqrt{5} & 1/\sqrt{5} \end{pmatrix}$$

перехода от старого базиса к новому базису является матрицей оператора (аффинора) поворота системы координат на такой угол φ, что $\cos\varphi = 1/\sqrt{5}$ и $\sin\varphi = 2/\sqrt{5}$. Далее, в соответствии с формулами

$$z^1 = y^1 + \frac{2}{\sqrt{5}},\ z^2 = y^2 + \frac{1}{\sqrt{5}},$$

осуществляется параллельный перенос начала системы координат в новое положение – точку с координатами $O'\left(-\frac{2}{\sqrt{5}}, -\frac{1}{\sqrt{5}}\right)$. $\otimes$

Пример 2.3.9. Поверхность второго порядка задана в каноническом (ортонормированном) базисе $\left\{\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3\right\} \subset R^3$ уравнением

$$3x_2^2 + 3x_3^2 + 4x_1x_2 + 4x_1x_3 - 2x_2x_3 - 12\sqrt{30}x_1 -$$
$$-14\sqrt{30}x_2 + 2\sqrt{30}x_3 + 506 = 0.$$

Привести уравнение поверхности к каноническому виду и определить её тип.

Р е ш е н и е. Рассмотрим квадратичную форму

$$\varphi\left(\vec{x}, \vec{x}\right) = 3x_2^2 + 3x_3^2 + 4x_1x_2 + 4x_1x_3 - 2x_2x_3.$$

Матрица квадратичной формы

$$\Phi = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 2 \\ 2 & 3 & -1 \\ 2 & -1 & 3 \end{pmatrix}.$$

Собственные значения ассоциированного оператора $\mu_1 = -2,\ \mu_{2,3} = 4$. Собственные векторы

$$\vec{x}_1 = -\frac{2}{\sqrt{6}}\vec{e}_1 + \frac{1}{\sqrt{6}}\vec{e}_2 + \frac{1}{\sqrt{6}}\vec{e}_3,$$
$$\vec{x}_2 = \frac{1}{\sqrt{5}}\vec{e}_1 + \frac{2}{\sqrt{5}}\vec{e}_2 + 0\,\vec{e}_3,$$
$$\vec{x}_3 = \frac{2}{\sqrt{30}}\vec{e}_1 - \frac{1}{\sqrt{30}}\vec{e}_2 + \frac{5}{\sqrt{30}}\vec{e}_3.$$

Это ортонормированная система. Матрица перехода от старого базиса к новому базису получается непосредственно из приведённых разложений:

$$A=\begin{pmatrix} -2/\sqrt{6} & 1/\sqrt{6} & 1/\sqrt{6} \\ 1/\sqrt{5} & 2/\sqrt{5} & 0 \\ 2/\sqrt{30} & -1/\sqrt{30} & 5/\sqrt{30} \end{pmatrix}$$

и является ортогональной ($A^{-1}=A^{T}$).

Преобразование координат осуществляется с помощью матрицы A

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} -2/\sqrt{6} & 1/\sqrt{6} & 1/\sqrt{6} \\ 1/\sqrt{5} & 2/\sqrt{5} & 0 \\ 2/\sqrt{30} & -1/\sqrt{30} & 5/\sqrt{30} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x_{1'} \\ x_{2'} \\ x_{3'} \end{pmatrix}$$

и приводит квадратичную форму к виду

$$\varphi\left(\vec{x},\vec{x}\right)=4x_{1'}^2-2x_{2'}^2+4x_{3'}^2.$$

Линейные члены преобразуются так:

$$-12\sqrt{30}x_1-14\sqrt{30}x_2+2\sqrt{30}x_3=-40\sqrt{6}x_{1'}+12\sqrt{5}x_{2'}.$$

В новой системе координат уравнение поверхности принимает вид:

$$4x_{1'}^2-2x_{2'}^2+4x_{3'}^2-40\sqrt{6}x_{1'}+12\sqrt{5}x_{2'}+506=0.$$

Выделяя полные квадраты, приводим уравнение к виду

$$4\left(x_{1'}-5\sqrt{6}\right)^2-2\left(x_{2'}-3\sqrt{5}\right)^2+4x_{3'}^2-4=0.$$

Вводя обозначения $y_1=x_{1'}-5\sqrt{6}$, $y_2=x_{2'}-3\sqrt{5}$, $y_3=x_{3'}$, получаем следующий вид уравнения:

$$y_1^2-\frac{y_2^2}{2}+y_3^2=1.$$

Получили уравнение однополостного гиперболоида. ⊗

Задания для самостоятельной работы

Собственные значения и собственные векторы

1. Найти собственные значения и собственные подпространства линейного оператора

$$\hat{A}: R^3 \to R^3,$$

имеющего в каноническом базисе пространства $\left\{\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3\right\} \subset R^3$ матрицу:

1) $A = \begin{pmatrix} -1 & -5 & 2 \\ -1 & -2 & -1 \\ 4 & 5 & 1 \end{pmatrix}$; 2) $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}$; $C = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 \\ 3 & 1 & 4 \\ 0 & 4 & 1 \end{pmatrix}$.

2. Найти собственные значения и собственные подпространства линейного оператора $\hat{A}: R^3 \to R^3$, действие которого задано приведёнными ниже координатные равенства: $\left(\forall \vec{x} \in R^3\right)$

1) $A\begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \\ x^3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x^1 \\ 2x^2 \\ 3x^3 \end{pmatrix}$;

2) $A\begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \\ x^3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x^1 \\ x^1 + x^2 \\ x^1 + x^2 + x^3 \end{pmatrix}$;

3) $A\begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \\ x^3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x^1 - x^2 \\ 0 \\ x^1 + x^2 \end{pmatrix}$;

4) $A\begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \\ x^3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x^1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$;

5) $A\begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \\ x^3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ x^2 \\ x^3 \end{pmatrix}$;

6) $A\begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \\ x^3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x^1 \\ 0 \\ x^3 \end{pmatrix}$.

3. Линейный оператор $\hat{T} : E^3 \to E^3$ в некотором ортонормированном базисе $\left\{ \vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3 \right\}$ задан матрицей:

1) $T = \frac{1}{3}\begin{pmatrix} 2 & 2 & -1 \\ 2 & -1 & 2 \\ -1 & 2 & 2 \end{pmatrix}$; 2) $T = \begin{pmatrix} 17 & -8 & 4 \\ -8 & 17 & -4 \\ 4 & -4 & 11 \end{pmatrix}$;

3) $T = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -4 \\ 2 & -2 & -2 \\ -4 & -2 & 1 \end{pmatrix}$; 4) $T = \begin{pmatrix} 5 & -2 & 4 \\ -2 & 8 & 2 \\ 4 & 2 & 5 \end{pmatrix}$.

Построить в пространстве E^3 ортонормированный базис собственных векторов оператора $\hat{T}$ и записать матрицу оператора $\hat{T}$ в этом базисе.

Инвариантные подпространства

1. Пусть в пространстве зафиксирован канонический базис

$$\left\{ \vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3 \right\} \subset R^3$$

и пусть дан некоторый линейный оператор $\hat{A} : R^3 \to R^3$. Показать, что линейные оболочки следующего вида

$$L\left\{ \vec{e}_1 \right\}, L\left\{ \vec{e}_2 \right\}, L\left\{ \vec{e}_3 \right\}, L\left\{ \vec{e}_1, \vec{e}_2 \right\}, L\left\{ \vec{e}_1, \vec{e}_3 \right\}, L\left\{ \vec{e}_2, \vec{e}_3 \right\}$$

являются инвариантными подпространствами относительно оператора $\hat{A}$.

2. Пусть подпространства $L_1 \subset X^n$ и $L_2 \subset X^n$ инвариантны относительно оператора

$$\hat{A}: X^n \to X^n.$$

Показать, что подпространства $L_1 + L_2$ и $L_1 \bigcap L_2$ также инвариантны относительно оператора $\hat{A}$.

3. Показать, что если $L \subset X^n$ – инвариантное подпространство оператора

$$\hat{A}: X^n \to X^n,$$

то L является инвариантным подпространством и относительно операторного многочлена

$$\hat{F}\left(\hat{A}\right) = a_0 \hat{I} + a_1 \hat{A} + a_2 \hat{A}^2 + \ldots + a_m \hat{A}^m.$$

4. Пусть $\hat{A}: X^n \to X^n$ – некоторый линейный оператор. Доказать, что если оператор $\hat{A}$ биективный, то его инвариантные подпространства являются инвариантными и относительно оператора $\hat{A}^{-1}$.

5. Пусть $\hat{T}: R^2 \to R^2$ имеет матрицу

$$T = \begin{pmatrix} t_1^1 & t_2^1 \\ t_1^2 & t_2^2 \end{pmatrix}.$$

Найти все инвариантные подпространства оператора $\hat{T}$, если

$$T = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}.$$

6. Пусть $\hat{T}: R^3 \to R^3$ имеет матрицу

$$T = \begin{pmatrix} t_1^1 & t_2^1 & t_3^1 \\ t_1^2 & t_2^2 & t_3^2 \\ t_1^3 & t_2^3 & t_3^3 \end{pmatrix}.$$

Найти все инвариантные подпространства оператора $\hat{T}$, если

1) $T = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$; 2) $T = \begin{pmatrix} -1 & -2 & -2 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

7. Пусть $\hat{T}: R^4 \to R^4$ имеет матрицу

$$T = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 4 & -2 \\ 2 & -1 & 0 & 1 \\ 2 & -1 & -1 & 2 \end{pmatrix}.$$

Найти все собственные значения и собственные подпространства оператора $\hat{T}$.

Показать, что линейная оболочка

$$L\left\{\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2,\ \vec{e}_2 + \vec{e}_3 + 2\vec{e}_4\right\}$$

является инвариантным подпространством оператора $\hat{T}$.

Геометрия пространства E^n

Задание 1. Получить параметрические и неявные уравнения плоскости $H^m \subset R^n$, проходящей через заданные точки

$A_1(0; 6; 3; 5; 1)$, $A_2(-3; 2; 4; 1; 0)$,

$A_3(6; 1; 4; 3; 2)$, $A_4(-1; 3; -4; 2; -1)$.

Задание 2. Используя критерий Грама линейной зависимости системы векторов в евклидовом пространстве, выяснить вопрос о линейной зависимости системы векторов $\vec{x}_1, \vec{x}_2, \vec{x}_3 \subset R^3$:

1) $\vec{x}_1 = -3\vec{e}_1 + \vec{e}_2 + 5\vec{e}_3$,
$\vec{x}_2 = 6\vec{e}_1 - 2\vec{e}_2 + 5\vec{e}_3$\$

2) $\vec{x}_1 = \vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + 3\vec{e}_3$,
$\vec{x}_2 = 4\vec{e}_1 + 5\vec{e}_2 + 6\vec{e}_3$,
$\vec{x}_3 = 7\vec{e}_1 + 8\vec{e}_2 + 9\vec{e}_3$.

Задание 3. Используя критерий Грама линейной зависимости системы векторов в евклидовом пространстве, выяснить вопрос о линейной зависимости системы векторов $\vec{x}_1, \vec{x}_2, \vec{x}_3, \vec{x}_4 \subset R^4$:

$\vec{x}_1 = \vec{e}_1 + \vec{e}_2 + \vec{e}_3 + \vec{e}_4$,

$$\vec{x}_2 = \vec{e}_1 - \vec{e}_2 - \vec{e}_3 + \vec{e}_4,$$
$$\vec{x}_3 = \vec{e}_1 - \vec{e}_2 + \vec{e}_3 - \vec{e}_4,$$
$$\vec{x}_4 = \vec{e}_1 + \vec{e}_2 - \vec{e}_3 - \vec{e}_4.$$

Задание 4. Пусть $L^3\left\{\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3\right\}$ – линейное многообразие в E^4, а $\vec{x}$ – наклонная к многообразию L^3. Найти наименьший угол между вектором $\vec{x}$ и многообразием L^3, если:

$$\vec{x} = 2\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 - \vec{e}_3 + 4\vec{e}_4,$$
$$\vec{a}_1 = \vec{e}_1 - \vec{e}_2 + \vec{e}_3 + \vec{e}_4,$$
$$\vec{a}_2 = -\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + 3\vec{e}_3 + \vec{e}_4,$$
$$\vec{a}_3 = \vec{e}_1 + 5\vec{e}_2 + 3\vec{e}_4.$$

Задание 5. В ортонормированном базисе $\left\{\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3, \vec{e}_4\right\}$ пространства E^4 задана система векторов

$$\vec{a}_1 = \vec{e}_1 - 2\vec{e}_4,$$
$$\vec{a}_2 = \vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + 2\vec{e}_3 + 4\vec{e}_4,$$
$$\vec{a}_3 = 3\vec{e}_1 - 6\vec{e}_3 - 13\vec{e}_4,$$
$$\vec{a}_4 = -\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + 4\vec{e}_3 + 9\vec{e}_4.$$

1) Выяснить, является ли эта система векторов линейно независимой.
2) Найти объём параллелепипеда, построенного на тройке векторов $\left\{\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3\right\}$.
3) Используя процесс ортогонализации Шмидта, построить на их основе новый ортонормированный базис пространства R^4.

Задание 6. В пространстве R^5 найти ортонормированный базис ортогонального дополнения линейной оболочки системы векторов:

1) $\vec{a}_1 = 5\vec{e}_1 + 3\vec{e}_2 + 2\vec{e}_4 + 2\vec{e}_5,$
$\vec{a}_2 = 9\vec{e}_1 + 5\vec{e}_2 + 6\vec{e}_3 - 4\vec{e}_4,$

$\vec{a}_3 = \vec{e}_1 + \vec{e}_2 - 6\vec{e}_3 - \vec{e}_5;$

2) $\vec{a}_1 = 4\vec{e}_1 + 10\vec{e}_2 - \vec{e}_3 + 4\vec{e}_4 - 2\vec{e}_5,$

$\vec{a}_2 = \vec{e}_1 + \vec{e}_2 - \vec{e}_3 - 2\vec{e}_4,$

$\vec{a}_3 = 2\vec{e}_1 + 4\vec{e}_2 - \vec{e}_3 + \vec{e}_5.$

Задание 7. Систему строк матрицы

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & -2 \\ 2 & 1 & -1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

дополнить двумя строками так, чтобы вся система стала ортогональной.

Задание 8. В пространстве R^4 даны две плоскости H_1 и H_2 с направляющими векторами

$$\left\{\vec{a}_1, \vec{a}_2\right\} \subset H_1$$

и

$$\left\{\vec{b}_1, \vec{b}_2\right\} \subset H_2,$$

соответственно. Найти наименьший угол, образованный векторами первой плоскости с векторами второй плоскости, если:

1) $\vec{a}_1 = \vec{e}_1, \vec{a}_2 = \vec{e}_2,$

$\vec{b}_1 = \vec{e}_1 + \vec{e}_2 + \vec{e}_3 + \vec{e}_4, \vec{b}_2 = 2\vec{e}_1 - 2\vec{e}_2 + 5\vec{e}_3 + 2\vec{e}_4;$

2) $\vec{a}_1 = \vec{e}_1, \vec{a}_2 = \vec{e}_2,$

$\vec{b}_1 = \vec{e}_1 + \vec{e}_2 + \vec{e}_3 + \vec{e}_4, \vec{b}_2 = \vec{e}_1 - \vec{e}_2 + \vec{e}_3 - \vec{e}_4$

Задание 9. Выяснить, какую линию на плоскости описывает уравнение:

1) $x_2 = -1 - \frac{3}{5}\sqrt{26 - 2x_1 + x_1^2}$;

2) $x_1 = -4x_2^2 + 8x_2 - 1;$

3) $x_1 = 2 - \sqrt{3 - x_2}$.

Задание 10. Привести к каноническому виду уравнение линии второго порядка:

1) $17x_1^2 + 12x_1x_2 + 8x_2^2 - 80 = 0;$

2) $4x_1x_2 + 3x_2^2 + 16 = 0$.

Задание 11. Привести к каноническому виду уравнение поверхности второго порядка:

1) $2x_1^2 + x_2^2 - 4x_1x_2 - 4x_2x_3 + \frac{4}{3}x_1 - \frac{16}{3}x_2 + \frac{32}{3}x_3 + 10 = 0$;

2) $\alpha x_1 - 3\sqrt{2}x_2 + 2\sqrt{3}x_3 - 7 = 0$,

где $\alpha = 5$ или $\alpha = 0$.

ЧАСТЬ 3. МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ФУНКЦИЙ ОДНОГО И НЕСКОЛЬКИХ ПЕРЕМЕННЫХ

Практическое занятие 1. Понятие предела

Определение предела последовательности

Пример 3.1.1. Показать, что $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n+1}{n}=1.$

Р е ш е н и е. Действительно, для произвольного $\varepsilon>0$ имеем:

$$\left|\frac{n+1}{n}-1\right|<\varepsilon \Rightarrow \left|\frac{n+1}{n}-1\right|=\left|\frac{n+1-n}{n}\right|=\frac{1}{n}<\varepsilon\Rightarrow n>\frac{1}{\varepsilon}.$$

Таким образом, для любого наперёд заданного $\varepsilon>0$ мы нашли номер $n_0=\left[\dfrac{1}{\varepsilon}\right]+1$, такой, что $\forall\, n\ge n_0 \Rightarrow \left|\dfrac{n+1}{n}-1\right|<\varepsilon$, следовательно, 1 является пределом данной последовательности. $\otimes$

Пример 3.3.1.2. Доказать существование предела последовательности с общим членом

$$x_n=\frac{1}{2+1}+\frac{1}{2^2+1}+\frac{1}{2^3+1}+\ldots+\frac{1}{2^n+1}.$$

Р е ш е н и е. Покажем, что данная последовательность монотонна и ограничена. Из формулы общего члена последовательности имеем:

$$x_{n+1}=x_n+\frac{1}{2^{n+1}+1}\Rightarrow x_{n+1}>x_n,$$

то есть последовательность монотонно возрастает и ограничена снизу, например, первым элементом x_1. При любом n, очевидно, $\dfrac{1}{2^n+1}<\dfrac{1}{2^n}$. Последовательность ограничена сверху:

$$x_n=\frac{1}{2+1}+\frac{1}{2^2+1}+\frac{1}{2^3+1}+\ldots+\frac{1}{2^n+1}<\frac{1}{2}+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{2^3}+\ldots+\frac{1}{2^n}=$$

$$=\frac{\cancel{1/}2-\cancel{1/}2^{n+1}}{1-\dfrac{1}{2}}=1-\frac{1}{2^n}<1.$$

Последовательность монотонна и ограничена, следовательно, по критерию сходимости имеет предел. ⊗

Пример 3.3.1.3. Доказать, что последовательность $\{x_n\}$ есть бесконечно малая последовательность, если

1) $x_n = \dfrac{(-1)^{n+1}}{n}$; 2) $x_n = \dfrac{2n}{n^3+1}$; 3) $x_n = \dfrac{1}{n!}$; 4) $x_n = (-1)^n \cdot 0{,}999^n$.

Составить для каждого случая таблицу следующего вида:

ε	0,1	0,001	0,0001	…
n_0				

Р е ш е н и е. 1) По определению

$$(\forall \varepsilon > 0)\ (\exists n_0 \in N)\ (\forall n \geq n_0)\ \left|\frac{(-1)^{n+1}}{n} - 0\right| < \varepsilon.$$

Решаем неравенство:

$$\left|\frac{(-1)^{n+1}}{n}\right| < \varepsilon \Rightarrow \frac{1}{n} < \varepsilon \Rightarrow n > \frac{1}{\varepsilon} \Rightarrow n > \left[\frac{1}{\varepsilon}\right] \Rightarrow n_0 = \left[\frac{1}{\varepsilon}\right] + 1.$$

Таким образом, по произвольному положительному числу ε мы нашли номер $n_0 = n_0(\varepsilon)$ такой, что начиная с этого номера, выполнено определение предела последовательности. Следовательно, последовательность имеет предел, который равен

$$\lim_{n\to\infty} x_n = \lim_{n\to\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n} = 0.$$

Таким образом, последовательность является бесконечно малой последовательностью.

Пусть, например, $\varepsilon = 0{,}1$. Тогда

$$n_0 = \left[\frac{1}{1/10}\right] + 1 = 11.$$

И так далее, для указанных в таблице значений ε. Искомая таблица принимает вид:

ε	0,1	0,001	0,0001	…
n_0	11	1001	10001	…

2) По определению

$$(\forall \varepsilon > 0)\ (\exists n_0 \in N)\ (\forall n \geq n_0)\ \left|\frac{2n}{n^3+1} - 0\right| < \varepsilon.$$

Решаем неравенство:

$$\left|\frac{2n}{n^3+1}\right| < \varepsilon \Rightarrow \frac{2n}{n^3} < \varepsilon \Rightarrow \frac{2}{n^2} < \varepsilon \Rightarrow \frac{n^2}{2} > \frac{1}{\varepsilon} \Rightarrow n > \sqrt{\frac{2}{\varepsilon}} \Rightarrow$$

$$n > \left[\sqrt{\frac{2}{\varepsilon}}\right] \Rightarrow n_0 = \left[\sqrt{\frac{2}{\varepsilon}}\right] + 1.$$

Таким образом, по произвольному положительному числу ε мы нашли номер $n_0 = n_0(\varepsilon)$ такой, что начиная с этого номера, выполнено определение предела последовательности. Следовательно, последовательность имеет предел, который равен

$$\lim_{n\to\infty} x_n = \lim_{n\to\infty} \frac{2n}{n^3+1} = 0.$$

Таким образом, последовательность является бесконечно малой последовательностью.

Пусть, например, $\varepsilon = 0{,}1$. Тогда

$$n_0 = \left[\sqrt{\frac{2}{1/10}}\right] + 1 \approx [4{,}472] + 1 = 5.$$

И так далее, для указанных в таблице значений ε. Искомая таблица принимает вид:

ε	0,1	0,001	0,0001	…
n_0	5	46	142	…

Остальные примеры решаются аналогично и предлагаются для самостоятельного решения. ⊗

Вычисление предела последовательности

Пример 3.3.1.4. Найти предел последовательности с общим членом

$$x_n = \frac{2n^2}{n^2-1}.$$

Р е ш е н и е. Преобразуем общий член последовательности:

$$x_n = \frac{2n^2}{n^2-1} = 2 \cdot \frac{n}{n-1} \cdot \frac{n}{n+1} = 2 \cdot \frac{1}{1-\frac{1}{n}} \cdot \frac{1}{1+\frac{1}{n}}.$$

Используя правила действий с пределами последовательностей, имеем:

$$\lim_{n\to\infty} x_n = \lim_{n\to\infty} \frac{2n^2}{n^2-1} = 2 \cdot \frac{1}{1-\lim\limits_{n\to\infty}\frac{1}{n}} \cdot \frac{1}{1+\lim\limits_{n\to\infty}\frac{1}{n}} = 2. \otimes$$

Пример 3.3.1.5. Вычислить предел последовательности с общим членом

$$x_n = \frac{(2n+1)\cdot(3n+1)}{n^2}.$$

Р е ш е н и е. Преобразуем общий член последовательности:

$$x_n = \frac{(2n+1)\cdot(3n+1)}{n^2} = \frac{2n+1}{n}\cdot\frac{3n+1}{n} = \left(2+\frac{1}{n}\right)\cdot\left(3+\frac{1}{n}\right).$$

Используя правила действий с пределами, имеем:

$$\lim_{n\to\infty} x_n = \lim_{n\to\infty}\frac{(2n+1)\cdot(3n+1)}{n^2} = \lim_{n\to\infty}\left(2+\frac{1}{n}\right)\cdot\lim_{n\to\infty}\left(3+\frac{1}{n}\right) = 2\cdot 3 = 6.\ \otimes$$

Пример 3.3.1.6. Найти предел последовательности с общим членом

$$x_n = \sqrt{n^2+n}-n.$$

Р е ш е н и е. Имеем неопределённость вида $[\infty-\infty]$. Преобразуем формулу для общего члена:

$$\sqrt{n^2+n}-n = \frac{\left(\sqrt{n^2+n}-n\right)\left(\sqrt{n^2+n}+n\right)}{\sqrt{n^2+n}+n} = \frac{n}{\sqrt{n^2+n}+n} = \frac{1}{\sqrt{1+\frac{1}{n}}+1}.$$

Вычисляем предел последовательности:

$$\lim_{n\to\infty}\frac{1}{\sqrt{1+\frac{1}{n}}+1} = \frac{1}{\lim\limits_{n\to\infty}\sqrt{1+\frac{1}{n}}+1} = \frac{1}{2}.\ \otimes$$

Пример 3.3.1.7. Вычислить предел последовательности с общим членом

$$x_n = \frac{1}{1\cdot 2}+\frac{1}{2\cdot 3}+\ldots+\frac{1}{n\cdot(n+1)}.$$

Р е ш е н и е. Преобразуем формулу для общего члена последовательности:

$$x_n = \frac{1}{1\cdot 2}+\frac{1}{2\cdot 3}+\ldots+\frac{1}{n\cdot(n+1)} = \left(1-\frac{1}{2}\right)+\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\right)+\ldots+\left(\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}\right) =$$

$$= 1-\frac{1}{n+1}.$$

Теперь

$$\lim_{n\to\infty} x_n = \lim_{n\to\infty}\left(\frac{1}{1\cdot 2}+\frac{1}{2\cdot 3}+\ldots+\frac{1}{n\cdot(n+1)}\right) = \lim_{n\to\infty}\left(1-\frac{1}{n+1}\right) = 1.\ \otimes$$

Пример 3.3.1.8 (неперово число e). Показать, что последовательность с общим членом

$$x_n = \left(1+\frac{1}{n}\right)^n$$

сходится, то есть, существует предел

$$\lim_{n\to\infty} x_n \equiv \lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{n}\right)^n = e.$$

Р е ш е н и е. Приведём значение этого числа, применяемое в обычных расчётах, не требующих слишком большой точности: $e = 2{,}71828\ldots$.

Приступим к строгому исследованию данного предела. Докажем сходимость последовательность $x_n = \left(1+\frac{1}{n}\right)^n$.

Покажем, что

$$(\forall b > -1) \wedge (\forall n \in N) \; (1+b)^n \geq 1+nb.$$

Для этого применим индукцию по n:

1) при $n=1$ имеем $1+b \geq 1+b$, что всегда выполняется;

2) предположим, что $(\forall n = k) \; (1+b)^k \geq 1+kb$;

3) покажем, что $(\forall b > -1) \wedge (n = k+1) \; (1+b)^{k+1} \geq 1+(k+1)b$.

Справедливость заключения следует из цепочки выкладок:

$$(1+b)^{k+1} = (1+b)^k (1+b) \geq (1+b)(1+kb) = 1+kb+b+kb^2 \geq 1+(k+1)b,$$

так как $kb^2 > 0$.

Так как неравенство справедливо при $n=1$, оно справедливо и при любом $n \in N$. Итак, $(\forall b > -1)$ и $(\forall n \in N)$

$$(1+b)^n \geq 1+nb. \qquad (1)$$

Рассмотрим последовательность с общим членом

$$y_n = \left(1+\frac{1}{n}\right)^{n+1}.$$

Для этой последовательности

$$\frac{y_{n-1}}{y_n} = \frac{\left(1+\frac{1}{n-1}\right)^n}{\left(1+\frac{1}{n}\right)^{n+1}} = \frac{n^{2n+1}\cdot(n-1)}{(n-1)^n\cdot(n+1)^{n+1}\cdot(n-1)} =$$

$$= \frac{(n^2)^{n+1}\cdot(n-1)}{(n^2-1)^{n+1}\cdot n} = \frac{(n^2-1+1)^{n+1}}{(n^2-1)^{n+1}}\cdot\frac{n-1}{n} =$$

$$= \left(\frac{n^2-1+1}{n^2-1}\right)^{n+1}\cdot\frac{n-1}{n} = \left(1+\frac{1}{n^2-1}\right)^{n+1}\cdot\frac{n-1}{n} \geq \text{ используем } (1)$$

$$\geq \left(1+(n+1)\frac{1}{n^2-1}\right)\cdot\frac{n-1}{n} = \left(1+\frac{1}{n-1}\right)\cdot\frac{n-1}{n} = 1.$$

Таким образом,

$$\forall n \in N \quad \frac{y_{n-1}}{y_n} \geq 1$$

а, следовательно, $y_n \leq y_{n-1}$, то есть, последовательность с общим членом

$$y_n = \left(1+\frac{1}{n}\right)^{n+1}$$

монотонно убывает. Так как

$$\left(1+\frac{1}{n}\right)^{n+1} > 1,$$

эта последовательность ограничена снизу. Но тогда по критерию сходимости ограниченной последовательности данная последовательность сходится.

Далее имеем:

$$\lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{n}\right)^{n} = \lim_{n\to\infty}\frac{\left(1+\frac{1}{n}\right)^{n+1}}{\left(1+\frac{1}{n}\right)} = \lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{n}\right)^{n+1},$$

где использовано, что

$$\lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{n}\right)=1.$$

Так как предел в правой части равенства существует

$$\lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{n}\right)^{n+1}=e,$$

то существует и предел левой части. Итак, предел существует и обозначается

$$e=\lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{n}\right)^{n}. \otimes$$

Пример 3.3.1.9. Доказать неравенство Бернулли:

$$(1+x_1)(1+x_2)\ldots(1+x_n)\geq 1+x_1+x_2+\ldots+x_n.$$

Р е ш е н и е. Неравенство справедливо при $n=1,\ 2$, что легко проверяется.

Например, для $n=2$ имеем:

$$(1+x_1)(1+x_2)=1+x_1+x_2+x_1x_2\geq 1+x_1+x_2.$$

Предположим, что неравенство справедливо при $n=k$, то есть

$$(1+x_1)(1+x_2)\ldots(1+x_k)\geq 1+x_1+x_2+\ldots+x_k$$

и покажем, что оно справедливо и при $n=k+1$. Имеем:

$$(1+x_1)(1+x_2)\ldots(1+x_k)(1+x_{k+1})\geq (1+x_1+x_2+\ldots+x_k)(1+x_{k+1})=$$
$$=1+x_1+x_2+\ldots+x_k+x_{k+1}+(1+x_1+x_2+\ldots+x_k+x_k)x_{k+1}\geq$$
$$\geq 1+x_1+x_2+\ldots+x_k+x_{k+1}.$$

По заключению индукции неравенство справедливо при любом $k=n$. $\otimes$

Пример 3.3.1.10. Показать, что если $x > -1$, то

$$(1+x)^n \geq 1+nx \quad (n>1),$$

причём знак равенства имеет место только при $x = 0$.

Р е ш е н и е. Полагая в неравенстве предыдущего примера

$$x_1 = x_2 = \ldots = x_n = x,$$

получаем требуемое неравенство. ⊗

Пример 3.3.1.11. Вычислить предел последовательности с общим членом

$$x_n = n\left[\ln(n+3) - \ln n\right].$$

Р е ш е н и е. Преобразуем формулу для общего члена:

$$x_n = n\left[\ln(n+3) - \ln n\right] = \ln\left(\frac{n+3}{n}\right)^n = 3\cdot\ln\left(1+\frac{1}{n/3}\right)^{n/3}.$$

Переходя к пределу, имеем:

$$\lim_{n\to\infty} x_n = 3\cdot\lim_{n\to\infty}\ln\left(1+\frac{1}{n/3}\right)^{n/3} = 3\cdot\ln e = 3. \otimes$$

Пример 3.3.1.12. Доказать, что последовательность (a^n) является:

1) бесконечно большой последовательностью при $|a| > 1$;

2) бесконечно малой последовательностью при $|a| < 1$.

Р е ш е н и е. 1) Пусть $|a| > 1$. Покажем, что последовательность (a^n) удовлетворяет определению бесконечно большой последовательности, то есть $(\forall A > 0)\ (\exists n_0 \in N)$: $(\forall n \geq n_0)$

$$|a|^n > A. \qquad (1)$$

Зададимся произвольным числом $A > 0$. Для нахождения номера n_0 решим неравенство (1) относительно номера. Получим

$$\log_{|a|}|a|^n > \log_{|a|} A \Rightarrow n > \log_{|a|} A \Rightarrow n > \left[\log_{|a|} A\right].$$

Следовательно, выполнение неравенства (1) начинается с номера

$$n_0 = \left[\log_{|a|} A\right] + 1.$$

Что и требовалось доказать.

2) Пусть $|a| < 1$. Если $a = 0$, то $(\forall n \in N)\ a^n = 0$ и, следовательно, последовательность (a^n) бесконечно малая. Пусть $a \neq 0$. Тогда

$$a^n = \left(\left(\frac{1}{a} \right)^n \right)^{-1}. \qquad (2)$$

Так в этом случае $\frac{1}{|a|} > 1$, то последовательность $\left(\frac{1}{a^n} \right)$ является бесконечно большой последовательностью, последовательность

$$a^n = \left(\left(\frac{1}{a} \right)^n \right)^{-1}$$

– бесконечно малой последовательностью. Поэтому в силу (2) при $|a| < 1$ последовательность (a^n) – бесконечно малая последовательность. $\otimes$

Пример 3.3.1.13. Показать, что если (x_n) – сходящаяся последовательность, а (y_n) – бесконечно большая последовательность, то последовательность

$$(z_n) = (x_n + y_n)$$

– бесконечно большая последовательность.

Р е ш е н и е. Покажем, что

$$(\forall A > 0)\ (\exists n_0 \in N)\ (\forall n \geq n_0)\ |x_n + y_n| > A.$$

В силу критерия сходимости последовательности сходящаяся последовательность (x_n) ограничена, то есть

$$(\exists M > 0)\ (\forall n \in N)\ |x_n| < M. \qquad (1)$$

Пусть задано произвольное $A > 0$. Так как последовательность (y_n) бесконечно большая, то для числа $A + M$

$$(\exists n_0 \in N)\ (\forall n \geq n_0)\ |y_n| > A + M. \qquad (2)$$

Из неравенств (1) и (2) получаем: $|x_n + y_n| \geq |y_n| - |x_n| > A + M - M = A.$

Что и требовалось доказать. $\otimes$

Пример 3.3.1.14. Вычислить предел последовательности с общим членом

$$x_n = \frac{\sqrt{n}}{n+1} \cos n. \qquad (1)$$

Р е ш е н и е. Так как $(\forall x \in R^1)\ |\cos x| < 1$, то последовательность $(\cos n)$ ограничена. Покажем, что последовательность $\left(\frac{\sqrt{n}}{n+1} \right)$ – бесконечно малая последовательность. Действительно,

$$\lim_{n\to\infty}\frac{\sqrt{n}}{n+1}=\lim_{n\to\infty}\frac{\frac{1}{\sqrt{n}}}{1+\frac{1}{n}}=\frac{\lim\limits_{n\to\infty}\frac{1}{\sqrt{n}}}{\lim\limits_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{n}\right)}=0.$$

По свойствам бесконечно малых последовательностей произведение ограниченной последовательности на бесконечно малую последовательность, то есть последовательность с общим членом (1), является бесконечно малой последовательностью и, следовательно,

$$\lim_{n\to\infty}x_n=\lim_{n\to\infty}\frac{\sqrt{n}}{n+1}\cos n=0.\otimes$$

Непрерывность и предел функции

Пример 3.3.1.15. Вычислить предел функции в точке: $\lim\limits_{x\to 1}\left(x^2+x+5\right)$.

Р е ш е н и е. Выбираем произвольную последовательность значений аргумента $\left(x_n\right)$, сходящуюся к 1, то есть такую, что $\lim\limits_{n\to\infty}x_n=1$. Используем определение по Гейне:

$$\lim_{x\to 1}\left(x^2+x+5\right)=\lim_{n\to\infty}\left(x_n^2+x_n+5\right)=$$

$$=3\lim_{n\to\infty}x_n^2+\lim_{n\to\infty}x_n+\lim_{n\to\infty}5=3+1+5=9.\otimes$$

Пример 3.3.1.16. Показать, что $\lim\limits_{x\to 6}\left(2x-5\right)=7$.

Р е ш е н и е. Выбираем произвольное $\varepsilon>0$. Найдём для него такое $\delta>0$, что из неравенства

$$\left|x-6\right|<\delta\ \Rightarrow\ 6-\delta<x<6+\delta. \qquad (1)$$

будет следовать неравенство

$$\left|\left(2x-5\right)-7\right|<\varepsilon.$$

Производя тождественные преобразования, получаем:

$$\left|\ 2x-5\ -7\right|<\varepsilon\Rightarrow\left|2x-12\right|<\varepsilon\Rightarrow 2\left|x-6\right|<\varepsilon\Rightarrow\left|x-6\right|<\frac{\varepsilon}{2}$$

$$\Rightarrow 6-\frac{\varepsilon}{2}<x<6+\frac{\varepsilon}{2}. \qquad (2)$$

Сравнивая (1) и (2), получаем, что

$$\delta=\frac{\varepsilon}{2}.$$

Последнее и доказывает, что $\lim\limits_{x\to 6}\left(2x-5\right)=7.\otimes$

Пример 3.3.1.17. Показать, что

$$\lim_{x\to 1/3}\frac{15x^2-2x-1}{x-\frac{1}{3}}=8.$$

Р е ш е н и е. По определению предела нужно чтобы выполнялось условие:

$$\forall\varepsilon>0\ \exists\delta>0:\ \left|x-\frac{1}{3}\right|<\delta\Rightarrow\left|\frac{15x^2-2x-1}{x-\frac{1}{3}}-8\right|<\varepsilon.$$

Решаем неравенство

$$\left|\frac{15x^2-2x-1}{x-\frac{1}{3}}-8\right|<\varepsilon\Leftrightarrow\left|\frac{15\left(x-\frac{1}{3}\right)\left(x+\frac{1}{5}\right)}{x-\frac{1}{3}}-8\right|<\varepsilon\Leftrightarrow$$

$$|15x-5|<\varepsilon\Leftrightarrow\frac{1}{3}-\frac{\varepsilon}{15}<x<\frac{1}{3}+\frac{\varepsilon}{15}.$$

Таким образом, как только

$$x\in\left(\frac{1}{3}-\frac{\varepsilon}{15},\frac{1}{3}\right)\cup\left(\frac{1}{3},\frac{1}{3}+\frac{\varepsilon}{15}\right),$$

так сразу

$$\left|\frac{15x^2-2x-1}{x-\frac{1}{3}}-8\right|<\varepsilon.$$

Из этого следует, что $\delta=\frac{\varepsilon}{15}$. Итак,

$$\forall\varepsilon>0\ \left|x-\frac{1}{3}\right|<\frac{\varepsilon}{15}\Rightarrow\left|\frac{15x^2-2x-1}{x-\frac{1}{3}}-8\right|<\varepsilon,$$

а значит $\lim\limits_{x\to 1/3}\dfrac{15x^2-2x-1}{x-\frac{1}{3}}=8.\otimes$

Пример 3.3.1.18. Найти предел функции в точке: $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^2-3x+2}{3x^2+x-4}$.

Р е ш е н и е. Непосредственно перейти к пределу в числителе и знаменателе нельзя, так как $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^2-3x+2}{3x^2+x-4}=\left[\dfrac{0}{0}\right]$, то есть получаем так называемую ***неопределённость вида*** $\dfrac{0}{0}$. Для «раскрытия» этой неопределённости разложим числитель и знаменатель на множители, предварительно приравняв их к нулю $(x^2-3x+2=0,\ 3x^2+x-4=0)$ и решив соответствующие квадратные уравнения. В результате получаем:

$$\frac{x^2-3x+2}{3x^2+x-4}=\frac{(x-2)(x-1)}{3(x-1)\left(x+\dfrac{4}{3}\right)}.$$

Так как $x\to 1$, но $x\neq 1$, то на множитель $(x-1)$, дающий в пределе $x\to 1$ нуль, можно сократить. В результате получаем:

$$\lim_{x\to 1}\frac{x^2-3x+2}{3x^2+x-4}=\lim_{x\to 1}\frac{(x-2)}{3\left(x+\dfrac{4}{3}\right)}=\frac{1}{3}\cdot\frac{\lim\limits_{x\to 1}(x-2)}{\lim\limits_{x\to 1}\left(x+\dfrac{4}{3}\right)}=-\frac{1}{7}.\ \otimes$$

Пример 3.3.1.19. Пользуясь определением непрерывности по Коши, показать, что функция $f(x)=5x^2+5$ непрерывна в точке $x_0=8$.

Р е ш е н и е. Значение функции в точке $x_0=8$ равно $f(8)=325$. По определению функция будет в точке $x_0=8$ непрерывной, если

$$(\forall\varepsilon>0)\ (\exists\delta>0):\ |x-8|<\delta\Rightarrow|5x^2+5-325|<\varepsilon.$$

Решаем последнее неравенство, чтобы найти промежуток числовой оси M такой, что как только $x\in M$, так сразу $|5x^2+5-325|<\varepsilon$. Имеем:

$$|5x^2+5-325|<\varepsilon\Rightarrow|5x^2-320|<\varepsilon\Rightarrow 64-\frac{\varepsilon}{5}<x^2<64+\frac{\varepsilon}{5}\Rightarrow$$

$$\sqrt{64-\frac{\varepsilon}{5}}<x<\sqrt{64+\frac{\varepsilon}{5}}.$$

Таким образом,

$$x\in\left(\sqrt{64-\frac{\varepsilon}{5}},\sqrt{64+\frac{\varepsilon}{5}}\right)\Rightarrow|(5x^2+5)-325|<\varepsilon,$$

а это и означает, что функция в точке $x_0=8$ непрерывна. $\otimes$

Пример 3.3.1.20. Найти и классифицировать точки разрыва функции

$$f(x)=\begin{cases}2-x, & x\le 0;\\ \cos x, & 0<x<\dfrac{\pi}{2};\\ 0, & x\ge\dfrac{\pi}{2}.\end{cases}$$

Р е ш е н и е. Функция непрерывна в промежутках

$$(-\infty,0),\left(0,\frac{\pi}{2}\right),\left[\frac{\pi}{2},+\infty\right).$$

Исследуем функцию в точках 0 и $\dfrac{\pi}{2}$.

Так как

$$\lim_{x\to 0-0} f(x)=\lim_{x\to 0-0}(2-x)=2,\ \lim_{x\to 0+0} f(x)=\lim_{x\to 0+0}\cos x=1,$$

то $x=0$ является точкой разрыва первого рода, в ней функция испытывает скачок

$$\lim_{x\to 0-0} f(x)-\lim_{x\to 0+0} f(x)=2.$$

Далее имеем:

$$\lim_{x\to\frac{\pi}{2}-0} f(x)=\lim_{x\to\frac{\pi}{2}-0}\cos x=0,\ \lim_{x\to\frac{\pi}{2}+0} f(x)=\lim_{x\to\frac{\pi}{2}+0}0=0.$$

Так как $f\left(\dfrac{\pi}{2}\right)=0$, то

$$\lim_{x\to\frac{\pi}{2}-0} f(x)=\lim_{x\to\frac{\pi}{2}+0} f(x)=f\left(\frac{\pi}{2}\right)$$

и функция в точке $x=\dfrac{\pi}{2}$ непрерывна. Таким образом, функция непрерывна на всей числовой оси R, кроме точки $x=0$, которая является точкой разрыва первого рода. $\otimes$

Пример 3.3.1.21. Найти точки разрыва функции, определённой формулой

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{3x^2-9}, & x\ne 3,\\ 1, & x=3.\end{cases}$$

Если точки разрыва существуют, то дать их классификацию.

Р е ш е н и е. Вычислим односторонние пределы при $x\to 3$:

$$\lim_{x\to 3-0} f(x)=\lim_{x\to 3-0}\frac{1}{3x^2-9}=\frac{1}{18};$$

$$\lim_{x\to 3+0} f(x) = \lim_{x\to 3+0} \frac{1}{3x^2-9} = \frac{1}{18}.$$

Итак, пределы слева и справа существуют, равны, но не равны значению функции в точке $x = 3$:

$$\lim_{x\to 3-0} f(x) = \lim_{x\to 3+0} f(x) = \frac{1}{18} \neq 1.$$

Имеем точку разрыва первого рода, а именно, точку устранимого разрыва. $\otimes$

Пример 3.3.1.22. Вычислить предел

$$\lim_{x\to 0} \frac{2x\cdot \sin x}{1-\cos x}.$$

Р е ш е н и е. Непосредственно вычислить предел нельзя. Поэтому заметим, что

$$\lim_{x\to 0} (2x\cdot \sin x) = 0,\ \lim_{x\to 0} (1-\cos x) = 0.$$

Таким образом, функции в числителе и знаменателе при $x \to 0$ являются бесконечно малыми функциями.

Для нахождения предела их отношения заменим эти функции эквивалентными бесконечно малыми при $x \to 0$ функциями. Вспомним, что

$$\lim_{x\to 0} \frac{\sin x}{x} = 1,$$

то есть, $\sin x \approx x$ при $x \to 0$.

Далее, вспоминая, что $1-\cos x = 2\sin^2 \frac{x}{2}$ и заменяя $\sin \frac{x}{2} \approx \frac{x}{2}$, получим, что

$$1-\cos x = 2\sin^2 \frac{x}{2} \approx 2\frac{x^2}{4} = \frac{x^2}{2}.$$

Теперь предел легко находится как предел отношения эквивалентных бесконечно малых функций:

$$\lim_{x\to 0} \frac{2x\cdot \sin x}{1-\cos x} = \lim_{x\to 0} \frac{2x\cdot x}{x^2/2} = 4. \otimes$$

Практическое занятие 2. Дифференцируемость

Дифференцируемость функции одного переменного

Пример 3. 2.1. Найти производную функцию и дифференциал для функции, определённой формулой

$$f(x) = 4x^5 - 25x^{1/5} - 2\sqrt{x^3} + 7\sqrt[4]{x^{17}}\ .$$

Р е ш е н и е. Для решения задачи используем правило вычисления производной суммы (дифференцируемых) функций, правило вычисления производной функции на число, а также табличную производную $(x^{\alpha})' = \alpha \cdot x^{\alpha-1}$:

$$f'(x) = \left(4x^5 - 25x^{1/5} - 2\sqrt{x^3} + 7\sqrt[4]{x^{16}}\right)' =$$

$$= \left(4x^5 - 25x^{1/5} - 2x^{3/2} + 7x^4\right)' = 20x^4 - 5x^{-4/5} - 3x^{1/2} + \frac{119}{4}x^{\frac{13}{4}} =$$

$$= 20x^4 - \frac{5}{\sqrt[5]{x^4}} - 3\sqrt{x} + \frac{119}{4}\sqrt[4]{x^{13}}.$$

Так как дифференциал функции (в произвольной точке x) $df(x) = f'(x)dx$, то имеем:

$$df(x) = \left(20x^4 + 9x^2 - \frac{5}{\sqrt[5]{x^4}} - 3\sqrt{x} + \frac{119}{4}\sqrt[4]{x^{13}}\right)dx. \otimes$$

Пример 3. 2.2. Найти производную функцию для функции, определённой формулой

$$f(x) = \frac{g_1(x)}{g_2(x)} = \frac{x^2 - 2x + 3}{x^2 + 2x + 5}.$$

Р е ш е н и е. В этом примере следует воспользоваться правилом дифференцирования частного двух (дифференцируемых) функций

$$f'(x) = \left(\frac{g_1}{g_2}\right)'(x) = \frac{g_1'(x) \cdot g_2(x) - g_1(x) \cdot g_2'(x)}{\left[g_2(x)\right]^2},$$

для чего вычислим сначала производные числителя и знаменателя:

$$f'(x) = (x^2 - 2x + 3)' = 2x - 2,\ g'(x) = (x^2 + 2x + 5)' = 2x + 2$$

(здесь мы воспользовались тем, что согласно таблице производных производная постоянной равна нулю, а производная степенной функции вычисляется по формуле $(x^{\alpha})' = \alpha \cdot x^{\alpha-1}$).

Теперь используем правило дифференцирования частного:

$$f'(x) = \left[\frac{g_1(x)}{g_2(x)}\right]' = \frac{g_1'(x) \cdot g_2(x) - g_1(x) \cdot g_2'(x)}{\left[g_2(x)\right]^2} = \left[\frac{x^2 - 2x + 3}{x^2 + 2x + 5}\right]' =$$

$$= \frac{(2x-2)(x^2+2x+5) - (x^2-2x+3)(2x+2)}{(x^2+2x+5)^2} =$$

$$= \frac{4x^2+4x-16}{(x^2+2x+5)^2} = 4\frac{x^2+x-4}{(x^2+2x+5)^2}. \otimes$$

Пример 3. 2.3. Найти производную функцию для функции, определённой формулой

$$f(x) = a^2 \cdot (x-a)(x^2+ax+a^2) + x^2 - 2bx + b^2,$$

и вычислить $f'(6)$ при $a = 3,\ b = 10.$

Р е ш е н и е. Имеем:

$$f'(x) = \left[a^2 \cdot (x-a)(x^2+ax+a^2) + x^2 - 2bx + b^2\right]' =$$

$$= a^2(x^3 - a^3)' + (x^2 - 2bx + b^2)' = 3a^2x^2 + 2(x-b).$$

Далее получаем при $a = 3,\ b = 10$:

$$f'(6) = 3 \cdot 3^2 \cdot 5^2 + 2 \cdot (6-10) = 675 - 10 = 665. \otimes$$

Пример 3. 2.4. Найти производную функцию для функции, определённой формулой

$$f(x) = \frac{x^2 + 2\cos x}{\sin x}.$$

Р е ш е н и е. Используя правило дифференцирования частного двух функций и табличные производные для синуса и косинуса, имеем:

$$f'(x) = \frac{d}{dx}\left[\frac{x^2+2\cos x}{\sin x}\right] = \frac{(2x-2\sin x)\sin x - (x^2+2\cos x)\cos x}{\sin^2 x} =$$

$$= \frac{2x\sin x - x^2\cos x - 2(\sin^2 x + \cos^2 x)}{\sin^2 x} = \frac{2x\sin x - x^2\cos x - 2}{\sin^2 x} =$$

$$= \frac{2x}{\sin x} - x^2\frac{ctgx}{\sin x} - \frac{2}{\sin^2 x}. \otimes$$

Пример 3. 2.5. Найти производную функцию для функции, определённой формулой

$$f(x) = \frac{2x-1}{\sqrt{x^2+1}}.$$

Р е ш е н и е. Используя правило дифференцирования частного двух функций и формулу дифференцирования композиции функций

$$(g \circ f)'(x) = g'(f(x)) \cdot f'(x),$$

имеем:

$$f'(x) = \frac{(x-1)'\sqrt{x^2+1} - (\sqrt{x^2+1})'(x-1)}{(\sqrt{x^2+1})^2} =$$

$$= \frac{2\sqrt{x^2+1} - \frac{1}{2}\frac{1}{\sqrt{x^2+1}}(x^2+1)'(x-1)}{x^2+1} =$$

$$= \frac{2\sqrt{x^2+1} - \frac{1}{2}\frac{1}{\sqrt{x^2+1}}2x(x-1)}{x^2+1} = \frac{2x^2+2-2x^2+x}{(x^2+1)\sqrt{x^2+1}} =$$

$$= \frac{x+2}{(x^2+1)\sqrt{x^2+1}} = \frac{x+2}{(x^2+1)^{3/2}}. \otimes$$

Пример 3. 2.6. Найти производную функцию для функции, действие которой определённо формулой $f(x) = \ln(x+1+\sqrt{x^2+2x+3})$.

Р е ш е н и е. Используя правила рациональных операций с производными функций и табличную производную от логарифма, получаем:

$$f'(x) = \left[\ln(x+1+\sqrt{x^2+2x+3})\right]' =$$

$$= \frac{1}{x+1+\sqrt{x^2+2x+3}} \cdot (x+1+\sqrt{x^2+2x+3})' =$$

$$= \frac{1+\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{\sqrt{x^2+2x+3}}\cdot 2\cdot(x+1)}{x+1+\sqrt{x^2+2x+3}} =$$

$$= \frac{x+1+\sqrt{x^2+2x+3}}{(x+1+\sqrt{x^2+2x+3})\cdot(\sqrt{x^2+2x+3})} =$$

$$= \frac{1}{\sqrt{x^2+2x+3}}. \otimes$$

Пример 3. 2.7. Найти производную функцию для функции, определённой формулой $f(x)=\frac{\ln x}{x}$, и вычислить производные $f'(e), f'\left(\frac{1}{e}\right), f'(e^2)$.

Р е ш е н и е. Сначала находим производную функцию:

$$f'(x)=\frac{d}{dx}\left(\frac{\ln x}{x}\right)'=\frac{\frac{1}{x}\cdot x-\ln x}{x^2}=\frac{1-\ln x}{x^2}.$$

Вычисляем производные в указанных точках:

$$f'(e)=\frac{1-\ln e}{e^2}=0;\ f'\left(\frac{1}{e}\right)=\frac{1-\ln\left(\frac{1}{e}\right)}{\left(\frac{1}{e}\right)^2}=\frac{1+1}{\frac{1}{e^2}}=2e^2;$$

$$f'(e^2)=\frac{1-2\ln e}{(e^2)^2}=\frac{1-2}{e^4}=-e^{-4}.\otimes$$

Пример 3. 2.8. Найти производную функцию $f''(x)$ для функции f, если $f(x)=e^{-x^2}$.

Р е ш е н и е. Используя формулу для нахождения производной сложной функции, имеем:

$$f'(x)=(e^{-x^2})'=e^{-x^2}\cdot(-1)\cdot 2x=-2x\cdot e^{-x^2},$$

$$f''(x)=(-2x\cdot e^{-x^2})'=-2\cdot e^{-x^2}-2x\cdot(-2x\cdot e^{-x^2})=(4x^2-2)\cdot e^{-x^2}=$$

$$=2\cdot(2x^2-1)\cdot e^{-x^2}.\otimes$$

Пример 3. 2.9*. Найти производную функцию $f'''(x)$ для функции f, если $f(x)=x^2\cdot\sin x$.

Р е ш е н и е. Используя формулу для нахождения производной сложной функции, имеем:

$$f'(x)=(x^2\cdot\sin x)'=2x\sin x+x^2\cos x;$$

$$f''(x)=2\sin x+4x\cos x-x^2\sin x;$$

$$f'''(x)=6\cos x-6x\sin x-x^2\cos x.\otimes$$

Логарифмическое дифференцирование

Рассмотрим случай мультипликативных функций, которые могут быть записаны в виде $\forall x \in M$

$$f(x) = g_1^{\alpha_1}(x) g_2^{\alpha_2}(x) \ldots g_m^{\alpha_m}(x),$$

где $M \subset R^1$ – общее множество определения для функций $g_k^{\alpha_k}(x)$, а числа α_k $(k = 1, 2, \ldots, m)$ – показатели степени. Предположим, что функция f удовлетворяет условию

$$\forall x \in M \; f(x) = g_1^{\alpha_1}(x) g_2^{\alpha_2}(x) \ldots g_m^{\alpha_m}(x) > 0.$$

Найти производную функции $f(x)$, очевидно, затруднительно даже для малых $(k = 1, 2, \ldots)$. Поступим следующим образом.

Введём новую функцию:

$$u(x) = \ln f(x) = \ln \left[g_1^{\alpha_1}(x) g_2^{\alpha_2}(x) \ldots g_m^{\alpha_m}(x) \right].$$

Нетрудно видеть, что эта функция имеет вид

$$u(x) = \ln f(x) = \ln \left[g_1^{\alpha_1}(x) g_2^{\alpha_2}(x) \ldots g_m^{\alpha_m}(x) \right] =$$
$$= \alpha_1 \ln g_1(x) + \alpha_2 \ln g_2(x) + \ldots + \alpha_m \ln g_m(x).$$

Дифференцируя функцию

$$u(x) = \ln f(x)$$

с учётом последнего равенства, получаем:

$$u'(x) = \frac{f'(x)}{f(x)} \Rightarrow f'(x) = f(x) u'(x);$$

$$u'(x) = \alpha_1 \frac{g_1'(x)}{g_1(x)} + \alpha_2 \frac{g_2'(x)}{g_2(x)} + \ldots + \alpha_m \frac{g_m'(x)}{g_m(x)}.$$

Из последних двух равенств следует, что

$$f'(x) = f(x) u'(x) =$$
$$= g_1^{\alpha_1}(x) g_2^{\alpha_2}(x) \ldots g_m^{\alpha_m}(x) \left[\alpha_1 \frac{g_1'(x)}{g_1(x)} + \alpha_2 \frac{g_2'(x)}{g_2(x)} + \ldots + \alpha_m \frac{g_m'(x)}{g_m(x)} \right].$$

Выражение

$$u' = (\ln f(x))' = \frac{f'(x)}{f(x)}$$

называется ***логарифмической производной функции*** $f(x)$.

Пример 3. 2.10. Найти производную функцию для функции

$$f(x) = \frac{x}{(x+1)\cdot(x+2)}.$$

Р е ш е н и е. Имеем:

$$u = \ln f = \ln x - \ln(x+1) - \ln(x+2).$$

Далее получаем:

$$u' = \frac{f'(x)}{f(x)} = \frac{1}{x} - \frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+2} = \frac{-(x^2-2)}{x\cdot(x+1)\cdot(x+2)}.$$

Используя формулу для логарифмической производной, имеем

$$f'(x) = f(x)\cdot u'(x) =$$

$$= \frac{x}{(x+1)\cdot(x+2)}\cdot\frac{-(x^2-2)}{x\cdot(x+1)\cdot(x+2)} = \frac{-(x^2-2)}{(x+1)^2\cdot(x+2)^2}. \otimes$$

Пример 3. 2.11***.** Найти производную функцию для функции

$$f(x) = x^2\cdot\sqrt{\frac{2x-1}{x+1}}.$$

Р е ш е н и е. Логарифмируя имеем:

$$u(x) = \ln f(x) = 2\ln x + \frac{1}{2}\ln(2x-1) - \frac{1}{2}\ln(x+1).$$

Откуда получаем

$$u'(x) = \frac{f'(x)}{f(x)} = \frac{2}{x} + \frac{1}{2}\cdot\frac{2}{2x-1} - \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{x+1} = \frac{8x^2+7x-4}{2\cdot x\cdot(x+1)\cdot(2x-1)},$$

$$f'(x) = x^2\sqrt{\frac{2x-1}{x+1}}\cdot\frac{8x^2+7x-4}{2\cdot x\cdot(x+1)\cdot(2x-1)} = \frac{x\cdot(8x^2+7x-4)}{2\cdot(x+1)\cdot(2x-1)}\sqrt{\frac{2x-1}{x+1}}. \otimes$$

Дифференцирование функций, заданных неявно

Если функция, определённая формулой $y = f(x)$, задана неявно, то есть посредством уравнения $F(x, y) = 0$, то для нахождения производной функции нужно продифференцировать это уравнение (то есть, обе его части) по x, помня, что $y = f(x)$, и разрешить уравнение относительно y'.

Пример 3. 2.12. Найти первую производную функцию для функции $y = f(x)$, заданной неявно уравнением

$$y = \cos(x + y).$$

Р е ш е н и е. Дифференцируем обе части уравнения

$$y = \cos(x + y),$$

помня, что $y = f(x)$, получаем :

$$y' = (\cos(x + y))' = -\sin(x + y) \cdot (1 + y'),$$

откуда имеем $y' = \dfrac{-\sin(x + y)}{1 + \sin(x + y)}$. ⊗

Пример 3. 2.13. Найти вторую производную функцию для функции $y = f(x)$, заданной неявно уравнением

$$y^3 - 3y + 3x = 1.$$

Р е ш е н и е. Дифференцируя по x обе части уравнения, имеем

$$3y^2 y' - 3y' + 3 = 0 \Rightarrow y^2 y' - y' + 1 = 0,$$

откуда

$$y' = \frac{1}{1 - y^2}.$$

Дифференцируя ещё раз, получаем

$$2yy'\, y' + y^2 y'' - y'' = 0,$$

откуда имеем

$$y'' = \frac{2y(y')^2}{1 - y^2}.$$

Заменяя y' полученным выше выражением, получаем окончательно:

$$y'' = \frac{2y(y')^2}{1-y^2} = \frac{2y}{(1-y^2)^3}. \otimes$$

Дифференцирование функций, заданных параметрически

Пусть функция $y = f(x)$ задана параметрически, то есть

$$\begin{cases} y = \psi(t), \\ x = \varphi(t). \end{cases}$$

Тогда

$$dy = \psi'(t)dt,\ dx = \varphi'(t)dt,$$

откуда имеем:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\psi'(t)}{\varphi'(t)}\ \frac{d^2y}{dx^2} = \frac{\frac{d}{dt}\left(\frac{dy}{dx}\right)}{\frac{dx}{dt}} = \frac{\frac{d}{dt}\left(\frac{\psi'(t)}{dx}\right)}{\varphi'(t)}.$$

Пример 3. 2.14. Найти первую и вторую производную функцию для функции y, заданной параметрически

$$\begin{cases} y = t^2 - 1, \\ x = t^3 + 5. \end{cases}$$

Р е ш е н и е. Непосредственно находим:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{y'(t)}{x'(t)} = \frac{2}{3t^2};\ \frac{d^2y}{dx^2} = \frac{\frac{d}{dt}\left(\frac{dy}{dx}\right)}{\frac{dx}{dt}} = \frac{\frac{d}{dt}\left(\frac{2}{3t^2}\right)}{2t} = -\frac{2}{3t^2}.$$

Так как из второго уравнения для x имеем $t = \sqrt[3]{x-5}$, отсюда получаем:

$$y_x'' = \frac{d^2y}{dx^2} = -\frac{2}{3\cdot\sqrt[3]{(x-5)^2}}. \otimes$$

Пример 3. 2.15*. Найти первую производную функцию для функции y, заданной параметрически

$$\begin{cases} y = 3\sin t, \\ x = 3\cos t. \end{cases}$$

Р е ш е н и е. Имеем: $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{y'_t}{x'_t} = -\dfrac{3\cos t}{3\sin t} = -ctgt$. $\otimes$

Понятие дифференциала функции. Приближённые вычисления

Пример 3. 2.16. Найти дифференциал функции, определённой формулой

$$y(x) = \frac{3 \cdot \cos x}{2x+1}.$$

Р е ш е н и е. Находим дифференциал функции y, используя определение:

$$dy = y'(x)dx = -3\frac{2x\sin x + \sin x + 2\cos x}{(2x+1)^2}dx. \otimes$$

Пример 3. 2.17. Найти дифференциал функции, определённой формулой

$$y(x) = e^{x^3}.$$

Р е ш е н и е. Путём непосредственного дифференцирования получаем:

$$dy = y'(x)dx = \left(e^{x^3}\right)' = 3x^2 e^{x^3}dx. \otimes$$

Пример 3. 2.18. Найти дифференциалы первого, второго и третьего порядков функции, определённой формулой

$$y = f(x) = (x^2 - 3)^5.$$

Р е ш е н и е. Для первого дифференциала имеем:

$$df(x) = 5 \cdot (x^2 - 3)^4 \cdot 4x \cdot dx = 20x(x^2 - 3)^4 dx.$$

Аналогично, для второго и третьего дифференциалов получаем:

$$d^2 f(x) = \left|20x(x^2 - 3)^4\right|' (dx)^2 = 60 \cdot (x^2 - 3)^3 (6 \cdot x^2 - 1) \cdot (dx)^2;$$

$$d^3 f(x) = \left|12 \cdot x \cdot (x^2 - 3)^2 \cdot (6x^2 - 1) + 12 \cdot x \cdot (x^2 - 3)^3 \cdot (dx)^3\right| =$$

$$= 720x \cdot (x^2 - 3)^2 \cdot (x^2 - 4) \cdot (dx)^3 =$$

$$= 2880 \cdot x \cdot (x^2 - 3)^2 \cdot (x^2 - 1) \cdot (dx)^3. \otimes$$

Пример 3. 2.19. Вычислить приближённо $\sin 32^0$.

Р е ш е н и е. Используя приближённую формулу

$$f(x) \approx f(x_0) + f'(x_0)\cdot(x - x_0),$$

получаем:

$$f(x) \approx f(x_0) + \frac{df}{dx}(x_0)\cdot(x - x_0) = f(x_0) + df(x_0).$$

Определяя функцию f формулой $f(x) = \sin x$, видим, что нам нужно вычислить значение $f(x)$ в точке $x = 32^0$ при $x_0 = 30^0$, или в радианах $x = \frac{\pi}{180}\cdot 32$, $x_0 = \frac{\pi}{6}$. Учитывая, что $\frac{d\sin(x)}{dx} = \cos x$, имеем:

$$\sin x \approx \sin x_0 + \cos x_0 \cdot (x - x_0),$$

или

$$\sin 32^0 \approx \sin\frac{\pi}{6} + \cos\frac{\pi}{6}\cdot\left(\frac{32}{180}\cdot\pi - \frac{\pi}{6}\right) =$$

$$= \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}\cdot\frac{\pi}{90} \approx 0{,}5 + \frac{1{,}73\cdot 3{,}14}{90} \approx 0{,}5 + 0{,}03 = 0{,}53.$$

Для сравнения табличное значение с точностью до четырёх знаков $\sin 32^0 = 0{,}5299$.

$\otimes$

Пример 3. 2.20*. Вывести приближённую формулу

$$\sqrt{a^2 + h} \approx a + \frac{h}{2a}.$$

Найти приближённо значения $\sqrt{101}$, $\sqrt{1{,}04}$.

Р е ш е н и е. Рассмотрим функцию f, определив её формулой $f(x) = \sqrt{x}$. По приближённой формуле

$$f(x) \approx f(x_0) + f'(x_0)\cdot(x - x_0)$$

имеем:

$$\sqrt{x_0+\Delta x}\approx\sqrt{x_0}+\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{\sqrt{x_0}}\cdot\Delta x.$$

Полагая здесь $x_0=a^2$, $\Delta x=h$, получаем требуемую формулу:

$$\sqrt{a^2+h}\approx\sqrt{a^2}+\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{\sqrt{a^2}}\cdot h=a+\frac{h}{2a}.$$

Вычислим $\sqrt{101}$ и $\sqrt{1{,}04}$:

$$\sqrt{101}=\sqrt{100+1}=\sqrt{10^2+1}\approx 10+\frac{1}{20}=10{,}05;$$

$$\sqrt{1{,}04}=\sqrt{1+0{,}04}\approx 1+\frac{0{,}04}{2}=1{,}02.\ \otimes$$

Пример 3. 2.21*. Найти приближённо приращение

$$\Delta f(x)=f(x)-f(x_0)$$

функции, определённой формулой $y=x^2$ при $x_0=2$, $\Delta x=x-x_0=0{,}01$.

Р е ш е н и е. Из приближённой формулы

$$f(x)\approx f(x_0)+f'(x_0)\cdot(x-x_0)$$

имеем

$$f(x)-f(x_0)\approx\frac{df}{dx}(x_0)\cdot(x-x_0)=df(x_0).$$

Подставляя в формулу $x_0=2$, $\Delta x=x-x_0=0{,}01$, получаем:

$$\Delta f(x)=f(x)-f(x_0)=(2+0{,}01)^2-2^2\approx 2\cdot 2\cdot 0{,}01=0{,}04.\ \otimes$$

Практическое занятие 3. Основные теоремы дифференциального исчисления

Теоремы Ферма, Ролля, Лагранжа, Коши

Пример 3.3.1. Выяснить, удовлетворяет ли функция, заданная формулой

$$f(x)=3-x^2$$

условиям теоремы Ферма на промежутке $(1,4)$.

Р е ш е н и е. Данная функция на промежутке $(0,4]$ монотонно убывает и, следовательно, достигает своего максимума в точке 1, а минимума в точке 4. Следовательно, в промежутке $(0, 4]$ не существует точки x_0 локального экстремума, в которой $f'(x_0) = 0$. Поэтому данная функция условиям теоремы Ферма на данном промежутке не удовлетворяет. $\otimes$

Пример 3.3.2. Выяснить, удовлетворяет ли функция, определённая формулой

$$f(x) = 3 + 2x - x^2,$$

на промежутке $[0,4]$ условиям теоремы Ферма. Если функция условиям теоремы Ферма удовлетворяет, найти точку $x_0 \in (0,4)$, в которой $f'(x_0) = 0$.

Р е ш е н и е. На промежутке $(0,4)$ функция дифференцируема, следовательно $(\exists x_0 \in (0,4)) f'(x_0) = 0$. Находим эту точку:

$$f'(x) = 2 - 2x \Rightarrow 2 - 2x_0 = 0 \Rightarrow x_0 = 1. \otimes$$

Пример 3.3.3. Выяснить, удовлетворяет ли функция, определённая формулой

$$f(x) = x^2 + 6x - 35,$$

на промежутке $[-5,-1]$ условиям теоремы Ролля. Если функция условиям теоремы Ролля удовлетворяет, найти точку $x_0 \in (-5,-1)$, в которой $f'(x_0) = 0$.

Р е ш е н и е. Функция представляет собой многочлен, который непрерывен и дифференцируем на всей числовой оси. Кроме этого, имеем

$$f(-5) = f(-1) = -40.$$

Поэтому условия теоремы Ролля для данной функции выполнены, следовательно точка $x_0 \in (-5,-1)$, в которой $f'(x_0) = 0$, существует. Найдём её:

$$f'(x_0) = 0 \Rightarrow 2x_0 + 6 = 0 \Rightarrow x_0 = -3. \otimes$$

Пример 3.3.4. На дуге кривой, определяемой уравнением

$$y = x^3 - 3x$$

найти точку, в которой касательная параллельна хорде, проходящей через точки $A(-1; 2)$ и $B(3; 18)$.

Р е ш е н и е. Функция определена на промежутке $[-1, 3]$, непрерывна на этом промежутке и дифференцируема на открытом промежутке $(-1, 3)$. Условия теоремы

Лагранжа выполнены. Следовательно, по теореме Лагранжа найдётся такая точка $x_0 \in (-1, 3)$, что

$$f'(x_0) = \frac{f(3) - f(-1)}{3 - (-1)} = 4.$$

Так как $f'(x) = (x^3 - 3x)' = 3x^2 - 3$, то имеем $3x^2 - 3 = 4$. Из этого уравнения находим $x_{01} = +\sqrt{\frac{7}{3}}$, $x_{02} = -\sqrt{\frac{7}{3}}$. Так как из этих двух точек $x_{01} \in [-1, 3]$, а $x_{02} \notin [-1, 3]$, то $x_0 = x_{01} = \sqrt{\frac{7}{3}}$. ⊗

Пример 3.3.5. В какой точке касательная к кривой, определённой уравнением

$$y = f(x) = x^2 - 8x,$$

параллельна хорде, стягивающей точки $A(-1; 9)$, $B(5; -15)$.

Р е ш е н и е. На промежутке $[-1, 5]$ функция удовлетворяет условиям теоремы Лагранжа. Поэтому имеем:

$$\frac{f(5) - f(-1)}{5 - (-1)} = \frac{-24}{6} = -4 \Rightarrow f'(x_0) = 2x_0 - 8 = -4 \Rightarrow x_0 = 2.$$

Подставляя это значение x в формулу для функции, получаем

$$y = f(2) = -12.$$

Таким образом, искомой является точка $C(2; -12)$. ⊗

Пример 3.3.6. Проверить справедливость теоремы Коши для функций, заданных формулами

$$f(x) = x^3,\ g(x) = x^2$$

на промежутке $[1, 2]$. Если теорема Коши справедлива, найти точку x_0, в которой выполняется равенство

$$\frac{f(b) - f(a)}{g(b) - g(a)} = \frac{f'(x_0)}{g'(x_0)}.$$

Р е ш е н и е. Обе функции непрерывны на промежутке $[1, 2]$ и дифференцируемы на промежутке $(a, b) = (1, 2)$, причём $\forall x \in (a, b)\ g'(x) \neq 0$. Поэтому условия теоремы Коши выполнены. Так как

$$f'(x) = 3x^2,\ g'(x) = 2x,$$

то из условия

$$\frac{f(b) - f(a)}{g(b) - g(a)} = \frac{f'(x_0)}{g'(x_0)} = \frac{7}{3}$$

находим

$$\frac{f'(x_0)}{g'(x_0)} = \frac{3x_0^2}{2x_0} = \frac{3}{2}x_0 = \frac{7}{3} \Rightarrow x_0 = \frac{14}{9}. \otimes$$

Пример 3.3.7. Проверить справедливость теоремы Коши для функций, заданных формулами

$$f(x) = x^2 - 2x + 3,\ g(x) = x^3 - 7x^2 + 20x - 5$$

на промежутке $[1, 4]$. Если теорема Коши справедлива, найти точку x_0, в которой выполняется равенство

$$\frac{f(b) - f(a)}{g(b) - g(a)} = \frac{f'(x_0)}{g'(x_0)}.$$

Р е ш е н и е. Обе функции на данном промежутке непрерывны и дифференцируемы. Производные функций, соответственно равны

$$f'(x) = 2x - 2,\ g'(x) = 3x^2 - 14x + 20.$$

Кроме этого, производная функции g в точках промежутка $(1, 4)$ не обращается в нуль, так как для дискриминанта уравнения $3x^2 - 14x + 20 = 0$ имеем $D = b^2 - 4ac = -44 < 0$ (график функции g не имеет точек пересечения с осью OX). Следовательно, теорема Коши для данных функций справедлива. Поэтому имеем:

$$\frac{f(4) - f(1)}{g(4) - g(1)} = \frac{11 - 2}{27 - 9} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{2x_0 - 2}{3x_0^2 - 14x_0 + 20} = \frac{1}{2}.$$

Откуда получаем

$$x_0^2 - 6x_0 + 8 = 0 \Rightarrow x_{01} = 4,\ x_{02} = 2$$

Так как из этих двух точек промежутку $(0, 4]$ принадлежит только точка $x_{02} = 2$, то она и является искомой точкой. $\otimes$

Правила Лопиталя

Пример 3.3.8. Вычислить предел $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{e^x - e^{-x}}{\ln(1+x)}$.

Р е ш е н и е. Имеем неопределённость

$$\lim_{x\to 0} \frac{e^x - e^{-x}}{\ln(1+x)} = \left[\frac{0}{0}\right].$$

Применяя правило Лопиталя, получаем:

$$\lim_{x\to 0} \frac{e^x - e^{-x}}{\ln(1+x)} = \lim_{x\to 0} \frac{e^x + x^{-x}}{\dfrac{1}{1+x}} = \lim_{x\to 0} (e^x + x^{-x})\cdot(1+x) = 2. \otimes$$

Пример 3.3.9. Вычислить предел $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{x^3 + 2x^2 + x - 1}{3x^3 - x^2 - x + 3}$.

Р е ш е н и е. Имеем неопределённость

$$\lim_{x\to\infty} \frac{x^3 + 2x^2 + x - 1}{3x^3 - x^2 - x + 3} = \left[\frac{\infty}{\infty}\right].$$

Применяя правило Лопиталя, получаем:

$$\lim_{x\to\infty} \frac{x^3 + 2x^2 + x - 1}{3x^3 - x^2 - x + 3} = \lim_{x\to\infty} \frac{3x^2 + 4x + 1}{9x^2 - 2x - 1} = \lim_{x\to\infty} \frac{6x + 4}{18x - 2} = \lim_{x\to\infty} \frac{6}{18} = \frac{1}{3}. \otimes$$

Пример 3.3.10. Вычислить предел $\lim\limits_{x\to -\infty} (x^3 \cdot e^x)$.

Р е ш е н и е. Имеем неопределённость вида $\lim\limits_{x\to -\infty} (x^3 \cdot e^x) = [-\infty \cdot 0]$. Для раскрытия неопределённости заменим переменную:

$$\lim_{x\to -\infty} (x^3 \cdot e^x) = \left[x = -t \Rightarrow t \to \infty\right] = \lim_{t\to\infty} (-t^3 \cdot e^{-t}) = -\lim_{t\to\infty} \frac{t^3}{e^t} = \left[\frac{\infty}{\infty}\right].$$

Применяя правило Лопиталя, получаем:

$$\lim_{x\to-\infty}\left(x^3\cdot e^x\right)=-\lim_{t\to\infty}\frac{t^3}{e^t}=-\lim_{t\to\infty}\frac{3t^2}{e^t}=-\lim_{t\to\infty}\frac{6t}{e^t}=-6\cdot\lim_{t\to\infty}\frac{1}{e^t}=0.\otimes$$

Пример 3.3.11. Найти предел $\lim\limits_{x\to1}\left(\dfrac{1}{\ln x}-\dfrac{1}{x-1}\right)$.

Р е ш е н и е. Имеем неопределённость вида $[\infty-\infty]$. Для раскрытия неопределённости приводим выражения, стоящие в скобках, к общему знаменателю:

$$\lim_{x\to1}\left(\frac{1}{\ln x}-\frac{1}{x-1}\right)=\lim_{x\to1}\left(\frac{x-1-\ln x}{x\cdot\ln x-\ln x}\right).$$

Получаем неопределённость вида $\left[\dfrac{0}{0}\right]$. Применяя правило Лопиталя два раза, имеем:

$$\lim_{x\to1}\left(\frac{1}{\ln x}-\frac{1}{x-1}\right)=\lim_{x\to1}\left(\frac{x-1-\ln x}{x\cdot\ln x-\ln x}\right)=\lim_{x\to1}\left(\frac{1-\frac{1}{x}}{\ln x+1-\frac{1}{x}}\right)=$$

$$=\lim_{x\to1}\frac{x-1}{x\cdot\ln x+1-1}=\lim_{x\to1}\frac{1}{\ln x+2}=\frac{1}{2}.\otimes$$

Формула Тейлора и формула Маклорена

Пример 3.3.12. Разложить многочлен

$$P(x)=x^5-2x^4+x^3-x^2+2x-1$$

по степеням $x-1$ по формуле Тейлора.

Р е ш е н и е. В нашем случае формула Тейлора имеет вид:

$$f(x)=\sum_{k=0}^{n}\frac{f^{(k)}(x_0)}{k!}\cdot(x-x_0)^k=f(x_0)+\frac{f'(x_0)}{1!}\cdot(x-x_0)+$$

$$+\frac{f''(x_0)}{2!}\cdot(x-x_0)^2+\ldots\frac{f^{(n)}(x_0)}{n!}\cdot(x-x_0)^n,$$

где $x_0=1$. Находим значение многочлена и его производных в точке $x_0=1$:

$$P(x) = x^5 - 2x^4 + x^3 - x^2 + 2x - 1, \quad P(1) = 0;$$
$$P'(x) = 5x^4 - 8x^3 + 3x^2 - 2x + 2, \quad P'(1) = 0;$$
$$P''(x) = 20x^3 - 24x^2 + 6x - 2, \quad P''(1) = 0;$$
$$P'''(x) = 60x^2 - 48x + 6, \quad P'''(1) = 18;$$
$$P^{(4)}(x) = 120x - 48, \quad P^{(4)}(1) = 72;$$
$$P^{(5)}(x) = 120, \quad P^{(5)}(1) = 120.$$

Подставляя найденные производные в формулу Тейлора, получаем:

$$P(x) = 3 \cdot (x-1)^3 + 3 \cdot (x-1)^4 + (x-1)^5. \otimes$$

Пример 3.3.13. Разложить многочлен

$$P(x) = x^4 + 2x^3 - 8x^2 + 4x + 4$$

по степеням $x+1$ по формуле Тейлора.

Р е ш е н и е. Вычисляя значение многочлена и его производных в точке $x_0 = -1$, получаем:

$$P(x) = x^4 + 2x^3 - 8x^2 + 4x + 4, \quad P(-1) = -9;$$
$$P'(x) = 4x^3 + 6x^2 - 16x + 4, \quad P'(-1) = 22;$$
$$P''(x) = 12x^2 + 12x - 16, \quad P''(-1) = -16;$$
$$P'''(x) = 24x + 12, \quad P'''(-1) = -12;$$
$$P^{(4)}(x) = 24, \quad P^{(4)}(-1) = 24.$$

Подставляя найденные производные в формулу Тейлора, получаем:

$$P(x) = -9 + \frac{22}{1!} \cdot (x+1) + \frac{-16}{2!} \cdot (x+1)^2 + \frac{-12}{3!} \cdot (x+1)^3 +$$
$$+ \frac{24}{4!} \cdot (x+1)^4 = -9 + 22 \cdot (x+1) - 8 \cdot (x+1)^2 -$$
$$- 2 \cdot (x+1)^3 + (x+1)^4. \quad \otimes$$

Пример 3.3.14. Представить функцию $f(x) = e^x$ в виде разложения по формуле Маклорена.

Р е ш е н и е. Формула Маклорена имеет вид:

$$f(x) = f(0) + \sum_{k=1}^{n} \frac{d^k f}{dx^k}(0) \frac{x^k}{k!} + \frac{d^{n+1} f}{dx^{n+1}}(\xi) \frac{x^{n+1}}{(n+1)!}.$$

Очевидно выполнение равенств: $\forall n \in N$

$$f(0) = \frac{df}{dx}(0) = \frac{d^2 f}{d^2 x}(0) = \ldots = \frac{d^n f}{d^n x}(0) = e^0 = 1.$$

Кроме этого, очевидно, что $\frac{d^{n+1} f}{d^{n+1} x}(x) = e^x$.

Тогда формула Маклорена с остаточным членом в форме Лагранжа принимает вид:

$$e^x = 1 + \sum_{k=1}^{n} \frac{x^k}{k!} + e^{\xi} \frac{x^{n+1}}{(n+1)!}.$$

В этой формуле можно положить $\xi = \theta \cdot x$, где $0 < \theta < 1$. $\otimes$

Приведём вид формулы Тейлора с **остаточным членом в форме Пеано**:

$$f(x) = f(x_0) + \frac{df}{dx}(x_0) \cdot \frac{x - x_0}{1!} + \frac{d^2 f}{dx^2}(x_0) \cdot \frac{(x - x_0)^2}{2!} + \ldots +$$

$$+ \frac{d^n f}{dx^n}(x_0) \cdot \frac{(x - x_0)^n}{n!} + \frac{d^{n+1} f}{dx^{n+1}}(x_0) \cdot \frac{(x - x_0)^{n+1}}{(n+1)!}.$$

Здесь многочлен Тейлора

$$T_n(x_0, x) = \sum_{k=0}^{n} \frac{d^k f}{dx^k}(x_0) \frac{(x - x_0)^k}{k!} = f(x_0) + \frac{df}{dx}(x_0) \frac{(x - x_0)^1}{1!} +$$

$$+ \frac{d^2 f}{dx^k}(x_0) \frac{(x - x_0)^2}{2!} + \ldots + \frac{d^n f}{dx^n}(x_0) \frac{(x - x_0)^n}{n!},$$

а остаточный член в форме Лагранжа

$$R_n(x, n) = f(x) - T_n(x_0, x) = f(x) - \sum_{k=0}^{n} \frac{d^k f}{dx^k}(x_0) \cdot \frac{(x - x_0)^k}{k!}.$$

При условии $\Delta x \to 0$ выполняется

$$R_n(x, n) = f(x) - T_n(x_0, x) = o((x - x_0)^n) = o(\Delta x^n).$$

Теперь формулу Тейлора можно записать в виде

$$f(x) = \sum_{k=0}^{n} \frac{d^k f}{dx^k}(x_0)\frac{(x - x_0)^k}{k!} + o(\Delta x^n).$$

Последняя форма записи называется ***формулой Тейлора с остаточным членом в форме Пеано***.

Пример 3.3.15. Разложить функцию $f(x) = \sin x$ по формуле Маклорена.

Р е ш е н и е. Рассмотрим производные функции $f(x) = \sin x$ в точке x:

$$\frac{d}{dx}\sin x = \cos x = \sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right);$$

$$\frac{d^2}{dx^2}\sin x = \frac{d}{dx}\cos(x) = -\sin x = \sin(x + \pi) = \sin\left(x + 2\frac{\pi}{2}\right);$$

.....;

$$\frac{d^k}{dx^k}\sin x = \sin\left(x + k\frac{\pi}{2}\right).$$

Кроме этого, имеем

$$\frac{d^{2n+1}}{dx^{2n+1}}\sin(\theta x) = \sin\left(\theta x + (n+1)\frac{\pi}{2}\right) = (-1)^n \cos\theta x.$$

Действительно, видим, что

$$\sin\left((n+1)\frac{\pi}{2} + \theta x\right) = \sin\left(\pi n + \frac{\pi}{2} + \theta x\right) = (-1)^n \sin\left(\frac{\pi}{2} + \theta x\right) = (-1)^n \cos\theta x$$

.

Здесь мы положили $\xi = \theta x$, где $0 < \theta < 1$, $x \in (a, b)$.

Формула Маклорена принимает вид

$$\sin x = \sin 0 + \frac{1}{1!}x + 0 - \frac{x^3}{3!} + 0 + \frac{x^5}{5!} + 0 - \frac{x^7}{7!} + \ldots +$$

$$+ (-1)^{n-1}\frac{x^{2n-1}}{(n-1)!} + \alpha^{(n+1)}(x) =$$

$$= x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + \ldots + (-1)^{n-1}\frac{x^{2n-1}}{(n-1)!} + (-1)^n \frac{x^{2n+1}}{(n+1)!}\cos\theta x.$$

В виде разложения по формуле Маклорена с остаточным членом в форме Пеано это разложение записывается так:

$$\sin x = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + \ldots + (-1)^{n-1} \frac{x^{2n-1}}{(2n-1)!} + o(x^{2n}). \otimes$$

Аналогично можно получить и разложение по формуле Маклорена функции $f(x) = \cos x$:

$$\cos x = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^6}{6!} + \ldots + (-1)^n \frac{x^{2n}}{(2n)!} + o(x^{2n+1})$$

Пример 3.3.16. Найти предел: $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\sin x - x}{x^3}$.

Р е ш е н и е. Записываем для $\sin x$ разложение по формуле Маклорена

$$\sin x = x - \frac{x^3}{3!} + o(x^4).$$

Подставляя это разложение, имеем:

$$\lim_{x \to 0} \frac{\sin x - x}{x^3} = \lim_{x \to 0} \frac{x - \frac{x^3}{3!} - x + o(x^4)}{x^3} = -\frac{1}{3!} - \lim_{x \to 0} \frac{o(x^4)}{x^3} = -\frac{1}{6}. \otimes$$

Пример 3.3.17. Найти предел: $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{e^{-\frac{x^2}{2}} - \cos x}{x^3 \cdot \sin x}$.

Р е ш е н и е. Используем разложение для e^x, $\sin x$ и $\cos x$. Получаем:

$$\lim_{x \to 0} \frac{e^{-\frac{x^2}{2}} - \cos x}{x^3 \cdot \sin x} = \lim_{x \to 0} \frac{1 - \frac{x^2}{2} + \frac{x^4}{8} + o(x^4) - 1 + \frac{x^2}{2} - \frac{x^4}{24}}{x^3 \cdot (x + \alpha_1(x))} =$$

$$= \lim_{x \to 0} \frac{\frac{x^4}{8} - \frac{x^4}{24} + o(x^4)}{x^4 + o(x^5)} = \lim_{x \to 0} \frac{\frac{1}{8} - \frac{1}{24} + \frac{o(x^4)}{x^4}}{1 + \frac{o(x^5)}{x^4}} = \frac{1}{12}. \otimes$$

Практическое занятие 4. Исследование функций одного переменного

Промежутки монотонности функции

Пример 3.4.1. Найти промежутки монотонности функции, определённой формулой

$$f(x) = x^3 + 3x^2 - 9x - 2.$$

Р е ш е н и е. Множеством определения функции является вся числовая ось. Находим первую производную функции

$$f' = 3x^2 + 6x - 9 = 3(x^2 + 2x - 3) = 3(x+1)^2 - 12.$$

Поэтому имеем:

$$f' > 0 \Rightarrow x^2 + 2x - 3 > 0 \Rightarrow 3\cdot(x+1)^2 - 12 > 0;$$

$$f' < 0 \Rightarrow x^2 + 2x - 3 < 0 \Rightarrow 3\cdot(x+1)^2 - 12 < 0.$$

Корни уравнения

$$x^2 + 2x - 3 = 0$$

есть

$$x_1 = -3,\ x_2 = 1.$$

График функции – парабола, ветви которой направлены вверх, а вершина находится в точке с координатами $x_0 = -1,\ y_0 = -12$. Следовательно, неравенство $f'(x) > 0$ выполняется при $x < -3$ и $x > 1$, а неравенство $f'(x) < 0$ при $-3 < x < 1.$

На множестве $(-\infty, -3) \cup (1, +\infty)$ функция строго монотонно возрастает, а на множестве $(-3, 1)$ строго монотонно убывает. $\otimes$

Пример 3.4.2. Предприятие производит x единиц продукции в месяц. Зависимость финансовых накоплений предприятия от объёма выпуска выражается формулой

$$\Phi = -0{,}01\cdot x^3 + 300\cdot x - 500.$$

Определить количество единиц продукции, начиная с которого финансовые накопления предприятия начинают убывать.

Р е ш е н и е. Производная от Φ равна:

$$\Phi' = -0{,}03\cdot x^2 + 300.$$

Финансовые накопления убывают, если

$$\Phi' = -0{,}03\cdot x^2 + 300 < 0,$$

откуда имеем $x^2 - 10000 > 0$. Из последнего неравенства получаем: $x_1 > 100$, $x_2 < -100$. Имеет экономический смысл только неравенство $x_1 > 100$. Следовательно, при $x > 100$ финансовые накопления предприятия начинают убывать, то есть повышать выпуск продукции свыше 100 единиц становится экономически не выгодно. $\otimes$

Схема исследования функции на локальные экстремумы с помощью первой производной

Пример 3.4.3. Исследовать на наличие локальных экстремумов функцию, заданную формулой $f(x) = x^3 - 5x + 2$.

Р е ш е н и е. 1) Производная функция для функции f есть

$$f'(x) = 3x^2 - 5.$$

2) Находим критические точки функции, решая уравнение

$$3x^2 - 5 = 0.$$

Корни уравнения (критические точки) есть $x_1 = -\sqrt{\frac{5}{3}}, x_2 = +\sqrt{\frac{5}{3}}$.

3) Выясняем вопрос о наличии локальных экстремумов функции согласно теореме, для чего определяем знаки производной $f'(x)$ справа и слева от каждой критической точки, результаты заносим в таблицу:

x	$x < -\sqrt{\frac{5}{3}}$	$x_1 = -\sqrt{\frac{5}{3}}$	$-\sqrt{\frac{5}{3}} < x < \sqrt{\frac{5}{3}}$	$x_2 = \sqrt{\frac{5}{3}}$	$x > \sqrt{\frac{5}{3}}$
$f'(x)$	+	0	−	0	+
f		Максимум $f(x_1) = 6{,}3$		Минимум $f(x_2) = -2{,}3$	

4. Вычисляем значения функции в точках x_1, x_2 и результаты вычислений тоже заносим в таблицу.

Получаем следующий результат: функция имеет в точке $x_1 = -\sqrt{\frac{5}{3}}$ локальный максимум $f(x_1) = 6{,}3$, а в точке $x_2 = +\sqrt{\frac{5}{3}}$ – локальный минимуму $f(x_2) = -2{,}3$. ⊗

Пример 3.4.4. Найти экстремумы функции, определённой формулой

$$f(x) = \frac{1}{3}x^3 + \frac{5}{2}x^2 + 4x + 3.$$

Р е ш е н и е. Множеством определения функции является вся числовая ось R.

1) Находим производную функции:

$$f'(x) = x^2 + 5x + 4.$$

2) Находим критические точки функции, для чего решаем уравнение

$$x^2 + 5x + 4 = 0.$$

В результате решения имеем корни: $x_1 = -1,\ x_2 = -4$. Критические точки разбивают R^1 на промежутки

$$-\infty < x < -4,\ -4 < x < -1,\ -1 < x < \infty.$$

3) Исследуем поведение первой производной функции в полученных промежутках:

в промежутке $(-\infty, -4)$ имеем $y' > 0$;

в промежутке $(-4, -1)$ имеем $y' < 0$;

в промежутке $(-1, \infty)$ имеем $y' > 0$.

Следовательно, в точке -4 имеем **максимум**; в точке -1 имеем **минимум**.

4) Вычисляем экстремальные значения функции:

$$\max f(x) = f(-4) \approx 5{,}67;\ \min f(x) = f(-1) = 1{,}17.\ \otimes$$

Пример 3.4.5. Найти экстремумы функции, определённой формулой

$$f(x) = 3x^5 - 5x^3 + 10.$$

Р е ш е н и е. 1) Находим производную функции:

$$f'(x) = 15x^4 - 15x^2.$$

2) Находим критические точки функции, для чего решаем уравнение

$$15x^4 - 15x^2 = 0,\ x^4 - x^2 = 0,\ x^2 \cdot (x-1)(x+1) = 0.$$

Имеем три корня: $x_1 = 0,\ x_2 = 1,\ x_3 = -1.$

3) Находим вторую производную функцию:

$$f''(x) = 60 \cdot x^3 - 30 \cdot x.$$

4) Находим вторую производную в критических точках:

$$f''(0) = 0;\ f''(1) = 30;\ f''(-1) = -30.$$

В точке $x_2 = 1$ функция имеет **минимум**, а в точке $x_3 = -1$ - **максимум**. В точке $x_1 = 0$ функция экстремума не имеет, так как первая производная при переходе через эту точку не меняет своего знака. $\otimes$

Промежутки выпуклости и вогнутости и асимптоты графика функции

Пример 3.4.6. Найти промежутки выпуклости и вогнутости и точки перегиба графика функции, заданной формулой:

$$f(x) = (x^2 + 7x)\sqrt[3]{x} - 5x - 8.$$

Р е ш е н и е. Множество определения функции $M = R$. Преобразованная формула

$$f(x) = x^{\frac{7}{3}} + 7 \cdot x^{\frac{4}{3}} - 5x - 8.$$

1) Находим нули и точки разрыва второй производной функции, для чего находим $f''(x)$:

$$f'(x) = \frac{7}{3} \cdot x^{\frac{4}{3}} + \frac{28}{3} \cdot x^{\frac{1}{3}} - 5;$$

$$f''(x) = \frac{28}{9} \cdot x^{\frac{1}{3}} + \frac{28}{9} \cdot x^{-\frac{2}{3}} = \frac{28}{9} \cdot \frac{x+1}{\sqrt[3]{x^2}}.$$

Очевидно, что точка $x = -1$ является нулём второй производной $f''(x)$, а точка $x = 0$ является точкой разрыва второго рода второй производной $f''(x)$. Эти точки делят множество определения функции $f(x)$ на промежутки

$$(-\infty, -1),\ (-1, 0),\ (0, +\infty).$$

2) Определяем знак второй производной в полученных промежутках:

$$\forall x \in (-\infty, -1): f''(x) < 0;$$

$$\forall x \in (-1, 0): f''(x) > 0;$$

$$\forall x \in (0, +\infty): f''(x) > 0.$$

Следовательно: на $(-\infty, -1]$ график функции ***выпуклый***; на $[-1, 0] \cup [0, +\infty)$ график функции ***вогнутый***.

3) Так как функция в точке $x_0 = -1$ определена, а $f''(-1) = 0$, то в точке $x_0 = -1$ график функции испытывает перегиб, а точка

$$(x_0; f(x_0)) = (-1; 3)$$

является точкой перегиба графика функции. ⊗

Пример 3.4.7. Найти асимптоты графика функции, заданной формулой:

$$f(x) = \frac{-x^2 + 7x}{x - 3}.$$

Р е ш е н и е. 1) Точка $x = 3$ является точкой разрыва второго рода, следовательно, график функции имеет вертикальную асимптоту с уравнением $x = 3$.

2) По определению асимптоты, функция может быть представлена в виде

$$f(x) = (kx + b) + \alpha(x),$$

где $\alpha(x)$ – бесконечно малая функция при неограниченном удалении точки графика от начала системы координат более высокого порядка, чем x, то есть

$$\lim_{x \to \pm\infty} \frac{\alpha(x)}{x} = 0.$$

Чтобы записать функцию в указанном виде, разделим числитель на знаменатель с остатком:

$$\frac{-x^2 + 7x}{x - 3} = -x + 4 + \frac{12}{x - 3}.$$

Так как

$$\lim_{x \to \pm\infty} \frac{12}{x - 3} = 0,$$

график функции имеет наклонную асимптоту с уравнением $y = -x + 4$. ⊗

Пример 3.4.8. Найти асимптоты графика функции, заданной формулой:

$$f(x) = \sqrt{1+x^2} - 2x.$$

Р е ш е н и е. 1) Так как функция определена на всей числовой оси, вертикальных асимптот нет.

2) Из представления функции в виде

$$f(x) = (kx+b) + \alpha(x)$$

Следует, что для нахождения наклонных асимптот нужно найти правый и левый пределы, которые равны соответственно

$$k_+ = \lim_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x}, \; b_+ = \lim_{x\to+\infty} [f(x) - kx],$$

$$k_- = \lim_{x\to-\infty} \frac{f(x)}{x}, \; b_- = \lim_{x\to-\infty} [f(x) - kx].$$

Правый предел:

$$k_1 = \lim_{x\to+\infty} \frac{\sqrt{1+x^2} - 2x}{x} = \lim_{x\to+\infty} \left(\sqrt{\frac{1}{x^2} + 1} - 2 \right) = -1;$$

$$b_1 = \lim_{x\to+\infty} \left(\sqrt{1+x^2} - 2x + x \right) = \lim_{x\to+\infty} \left(\sqrt{1+x^2} - x \right) =$$

$$= \lim_{x\to+\infty} \frac{1}{\sqrt{1+x^2} + x} = 0.$$

Правая наклонная асимптота графика функции имеет уравнение

$$y = -x.$$

Левый предел:

$$k_2 = \lim_{x\to-\infty} \frac{\sqrt{1+x^2} - 2x}{x} = \{x = -z\} = \lim_{z\to+\infty} \frac{\sqrt{1+z^2} + 2z}{-z} =$$

$$= -\lim_{z\to+\infty} \left(\sqrt{\frac{1}{z^2} + 1} + 2 \right) = -3;$$

$$b_2 = \lim_{x\to-\infty} \left(\sqrt{1+x^2} - 2x + 3x \right) = \lim_{x\to-\infty} \left(\sqrt{1+x^2} + x \right) =$$

$$= \lim_{x\to-\infty} \frac{1}{\sqrt{1+x^2}-x} = 0.$$

Левая наклонная асимптота графика функции имеет уравнение

$$y = -3x. \otimes$$

Полное исследование функции

Пример 3.4.9. Исследовать функцию, заданную формулой $y(x) = x \cdot e^{-x}$.

Р е ш е н и е. 1) Множеством определения функции служит всё множество действительных чисел R.

2) Нуль функции – точка $x = 0$, причём $\lim\limits_{x\to 0} y(x) = 0$. Следовательно, функция в точке $x = 0$ асимптот не имеет.

3) Находим критические точки функции:

$$y'(x) = e^{-x} - x \cdot e^{-x} = e^{-x} \cdot (-x) \Rightarrow x = 1.$$

4) Имеем два промежутка $(-\infty, 1]$ и $[1, \infty)$. На этих промежутках

$$\forall x \in (-\infty, 1] \; y'(x) \geq 0,$$

$$\forall x \in [1, \infty) \; y'(x) \leq 0,$$

соответственно. Следовательно, при $x \in (-\infty, 1]$ функция строго монотонно возрастает, а при $x \in [1, \infty)$ функция строго убывает.

5) Вторая производная функции равна

$$y''(x) = -e^{-x} \cdot (-x) - e^{-x} = e^{-x} \cdot (x - 2).$$

Так как в точке $x = 1$ вторая производная равна

$$y''(1) = \frac{1-2}{e} = -\frac{1}{e} < 0,$$

то функция в этой точке имеет локальный максимум, равный $\frac{1}{e}$.

6) Вторая производная функции в точке $x = 2$ обращается в нуль, а при переходе через это точку меняет знак с минуса на плюс. Следовательно, график функции при $x = 2$ имеет

перегиб, причём при $x < 2$ график функции выпуклый, а при $x > 2$ – вогнутый. Значение функции в точке перегиба равно

$$y(2) = 2 \cdot e^{-2} = \frac{2}{e^2}. \otimes$$

Практическое занятие 5. Интегрируемость функций одного переменного

Непосредственное интегрирование

Пример 3.5.1. Найти неопределённый интеграл

$$I = \int \sqrt[3]{x^2}\, dx.$$

Р е ш е н и е. Непосредственно имеем:

$$\int \sqrt[3]{x^2}\, dx = \int x^{2/3} dx = \frac{x^{5/3}}{5/3} + C = \frac{3}{5}\sqrt[3]{x^5} + C. \otimes$$

Пример 3.5.2. Найти неопределённый интеграл

$$I = \int \left(6x^2 - 3\sqrt{x} + 5\right) dx.$$

Р е ш е н и е. Используя свойства неопределённого интеграла и таблицу первообразных, получаем:

$$\int \left(6x^2 - 3\sqrt{x} + 5\right) dx = 6\int x^2 dx - 3\int x^{\frac{1}{2}} dx + 5\int dx =$$

$$= 2x^3 - 2x^{3/2} + 5x + C = 2x^3 - 2\sqrt{x^3} + 5x + C,$$

где все постоянные интегрирования объедены в одну постоянную C. $\otimes$

Пример 3.5.3. Найти неопределённый интеграл

$$I = \int \left(5x^2 + 11 - 3\sin x + \frac{2}{x} - \frac{1}{\sin^2 x}\right) dx.$$

Р е ш е н и е. Используя свойства неопределённого интеграла и табличные первообразные, имеем:

$$\int \left(5x^2 + 11 - 3\sin x + \frac{2}{x} - \frac{1}{\sin^2 x}\right) dx =$$

$$= 5\int x^2 dx + 11\int dx - 3\int \sin x dx + 2\int \frac{dx}{x} - \int \frac{dx}{\sin^2 x} =$$

$$= \frac{5}{3}x^3 + 11x + 3\cos x + 2\ln|x| + ctgx + C. \otimes$$

Подведение под дифференциал

По определению логарифмической производной имеем:

$$y(x) = \ln(f(x)) \Rightarrow \frac{dy}{dx}(x) = \frac{d}{dx}(\ln(f(x))) = \frac{1}{f(x)} \cdot \frac{df}{dx}(x) \equiv \frac{f'(x)}{f(x)}.$$

Тогда по определению неопределённого интеграла имеем:

$$\int \ln f(x)\,'dx = \int \frac{f'(x)}{f(x)}dx = \int \frac{f'(x)\,dx}{f(x)} = \int \frac{df(x)}{f(x)} = \ln f(x) + C.$$

Этот метод нахождения неопределённого интеграла называется ***методом подведения под дифференциал***.

Пример 3.5.4. Найти неопределённый интеграл

$$I = \int \frac{dx}{x+1}.$$

Р е ш е н и е. Замечая, что $dx = d(x+1)$ и, используя табличную первообразную для функции $\frac{1}{x}$, в соответствии с формулой подведения под дифференциал получаем:

$$\int \frac{dx}{x+1} = \int \frac{d(x+1)}{x+1} = \ln|x+1| + C. \otimes$$

Пример 3.5.5. Найти неопределённый интеграл

$$I = \int \frac{dx}{ax+b}.$$

Р е ш е н и е. Замечая, что $dx = \frac{1}{a}d(ax+b)$, имеем:

$$\int \frac{dx}{ax+b} = \frac{1}{a}\int \frac{d(ax+b)}{ax+b} = \frac{1}{a}\ln|ax+b| + C. \otimes$$

Пример 3.5.6. Найти неопределённый интеграл

$$I = \int \frac{xdx}{1+x^2}.$$

Р е ш е н и е. Так как $xdx = \frac{1}{2} d\left(1+x^2\right)$, получаем:

$$\int \frac{xdx}{1+x^2} = \frac{1}{2}\int \frac{d\left(1+x^2\right)}{1+x^2} = \frac{1}{2}\ln\left(1+x^2\right) + C. \otimes$$

Пример 3.5.7. Найти неопределённый интеграл

$$I = \int \frac{3x+2}{x+5} dx.$$

Р е ш е н и е. Преобразуем подынтегральную функцию:

$$\frac{3x+2}{x+5} \equiv \frac{3x+15-13}{x+5} = \frac{3(x+5)}{x+5} - \frac{13}{x+5} = 3 - \frac{13}{x+5}.$$

Используя свойства неопределённого интеграла и табличные первообразные, получаем:

$$\int \frac{3x+2}{x+5} dx = \int\left(3 - \frac{13}{x+5}\right)dx = 3\int dx - 13\int \frac{1}{x+5} dx =$$

$$= 3x - 13\ln|x+5| + C. \otimes$$

Методы подстановки (замены переменной интегрирования)

и интегрирования по частям

Пример 3.5.8. Найти неопределённый интеграл

$$I = \int \sqrt{x+3} dx.$$

Р е ш е н и е. Заменяя переменную по формуле $t = x+3 \Rightarrow dx = dt$, получаем:

$$\int \sqrt{x+3} dx = \int \sqrt{t} dt = \int t^{1/2} dt = \frac{2}{3} t^{3/2} + C = \frac{2}{3}\sqrt{(x+3)^3} + C. \otimes$$

Пример 3.5.9. Найти неопределённый интеграл

$$I = \int \frac{x^2+1}{\left(x^3+3x+1\right)^4} dx.$$

Р е ш е н и е. Заменяя переменную

$$t = x^3 + 3x + 1 \Rightarrow dx = \frac{1}{3}\frac{dt}{x^2 + 1},$$

получаем:

$$\int \frac{x^2 + 1}{(x^3 + 3x + 1)^4} dx = \frac{1}{3}\int \frac{dt}{t^4} = -\frac{1}{9t^3} + C = -\frac{1}{9(x^3 + 3x + 1)^3} + C. \otimes$$

Пример 3.5.10. Найти неопределённый интеграл

$$I = \int x \cdot \cos x dx.$$

Р е ш е н и е. Замечая, что $\cos x dx = d(\sin x)$ и используя формулу интегрирования по частям, получаем:

$$\int x \cdot \cos x dx = \left\{ \begin{array}{cc} u = x, & du = dx, \\ dv = \cos x dx \equiv d(\sin x), & v = \sin x \end{array} \right\} =$$

$$= x \cdot \sin x - \int \sin x dx + C = x \cdot \sin x + \cos x + C. \otimes$$

Пример 3.5.11. Найти неопределённый интеграл

$$I = \int x \cdot \ln x dx.$$

Р е ш е н и е. Интегрируя по частям, получаем:

$$\int x \cdot \ln x dx = \left\{ \begin{array}{ll} u = \ln x, & du = \dfrac{dx}{x}, \\ dv = x dx, & v = \dfrac{x^2}{2} \end{array} \right\} = \frac{x^2}{2} \cdot \ln x - \frac{1}{2}\int x dx + C =$$

$$= \frac{x^2}{2} \cdot \ln x - \frac{x^2}{4} + C. \otimes$$

Формула Ньютона-Лейбница, вычисление определённого интеграла методом замены переменной и интегрирования по частям

Пример 3.5.12. Вычислить определённый интеграл

$$I = \int_0^1 x^2 dx$$

по формуле Ньютона-Лейбница, дать геометрическую интерпретацию.

Р е ш е н и е. Проводя непосредственное интегрирование и применяя формулу Ньютона-Лейбница, получаем: $\int_0^1 x^2 dx = \frac{x^3}{3}\Big|_0^1 = \frac{1}{3}$. Полученное число $\frac{1}{3}$ имеет смысл площади криволинейного треугольника с вершинами в точках

$O(0,0), A(1,0), B(0,0)$. $\otimes$

Пример 3.5.13. Вычислить определённый интеграл

$$I = \int_{\pi/6}^{\pi/4} \frac{dx}{\cos^2 x}.$$

Р е ш е н и е. Используя таблицу первообразных и формулу Ньютона-Лейбница, получаем:

$$\int_{\pi/6}^{\pi/4} \frac{dx}{\cos^2 x} = tgx\Big|_{\pi/6}^{\pi/4} = tg\frac{\pi}{4} - tg\frac{\pi}{6} = 1 - \frac{\sqrt{3}}{3}. \otimes$$

Пример 3.5.14. Вычислить определённый интеграл

$$I = \int_1^2 2^{3x-4} dx.$$

Р е ш е н и е. Используем методом “подведения под дифференциал”:

$$\int_1^2 2^{3x-4} dx = \left\{ dx = \frac{1}{3} d(3x-4) \right\} = \frac{1}{3}\int_1^2 2^{3x-4} d(3x-4) =$$

$$= \left\{ \int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C \right\} = \frac{1}{3} \cdot \frac{2^{3x-4}}{\ln 2}\Big|_1^2 = \frac{1}{3\ln 2}\left(4 - \frac{1}{2}\right) = \frac{7}{6\ln 2}. \otimes$$

Пример 3.5.15. Вычислить определённый интеграл

$$I = \int_0^1 x \cdot (2 - x^2)^5 dx.$$

Р е ш е н и е. Для решения воспользуемся методом замены переменной. Введём новую переменную $t = 2 - x^2$. Дифференциал новой переменной равен

$$dt = d(2 - x^2) = -2xdx \Rightarrow xdx = -\frac{1}{2}dt.$$

Пределы изменения новой переменной определяются так:

$$x=0\Rightarrow t=2;\ x=1\Rightarrow t=1.$$

Учитывая эти формулы, получаем:

$$\int_0^1 x\cdot\left(2-x^2\right)^5 dx=\left\{\begin{array}{l} dt=d\left(2-x^2\right)=-2xdx;\ xdx=-\dfrac{1}{2}dt;\\ x=0\Rightarrow t=2;\ x=1\Rightarrow t=1.\end{array}\right\}=$$

$$=-\frac{1}{2}\cdot\int_2^1 t^5dt=\frac{1}{2}\int_1^2 t^5dt=\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{6}\cdot t^6\Big|_1^2=\frac{1}{12}\cdot\left(64-1\right)=\frac{63}{12}=\frac{21}{4}.\otimes$$

Пример 3.5.16. Вычислить определённый интеграл

$$I=\int_1^e\frac{\ln^2 x}{x}dx.$$

Р е ш е н и е. Используя замену переменной интегрирования $t=\ln x$, имеем:

$$\int_1^e\frac{\ln^2 x}{x}dx=\left\{\begin{array}{l|l} t=\ln x, & x=1\Rightarrow t=0,\\ dt=\dfrac{dx}{x}, & x=e\Rightarrow t=1.\end{array}\right\}=\int_0^1 t^2dt=\frac{t^3}{3}\Big|_0^1=\frac{1}{3}.\otimes$$

Пример 3.5.17. Вычислить определённый интеграл

$$I=\int_0^1 x\cdot e^{-x}dx.$$

Р е ш е н и е. Данный интеграл вычисляется методом «интегрирования по частям»:

$$\int_0^1 x\cdot e^{-x}dx=\left\{\begin{array}{ll} u=x, & du=dx,\\ dv=e^{-x}dx, & v=\int e^{-x}dx=-e^{-x}.\end{array}\right\}=$$

$$=x\cdot e^{-x}\Big|_0^1-\int_0^1 e^{-x}d\left(-x\right)=-x\cdot e^{-x}\Big|_0^1-e^{-x}\Big|_0^1=$$

$$=-e^{-1}-e^{-1}+1=1-2\cdot e^{-1}=1-2/e=e-2/e.\otimes$$

Практическое занятие 6. Дифференцируемость функций нескольких переменных

Первые частные производные функций нескольких переменных

Пример 3.6.1. Используя определение, найти первые частные производные функции двух переменных, заданной формулой

$$z(x, y) = x^2 y + 4x - 2y + 5,$$

в точке $M_0\ (5;1)$.

Р е ш е н и е. Для частной производной по переменной x имеем по определению:

$$\frac{\partial z}{\partial x} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{z(x_0 + \Delta x, y_0) - z(x_0, y_0)}{\Delta x}.$$

Фиксируя значение $y = y_0$, находим сужение функции $z(x, y)$ на прямую линию $y = y_0$, параллельную оси Ox. На этой прямой сужение

$$z(x, y_0) = y_0 x^2 + 4x - 2y_0 + 5$$

функции $z(x, y)$ является функцией одной переменной x. Используем схему нахождения производной функции одного переменного для сужения $z(x, y_0)$.

1) Придавая переменной x приращение Δx в точке $(x_0; y_0)$, получим:

$$z(x_0 + \Delta x, y_0) = x_0^2 y_0 + 2x_0 y_0 \cdot \Delta x + y_0 (\Delta x)^2 +$$
$$+ 4x_0 + 4 \cdot \Delta x - 2y_0 + 5.$$

2) Находим приращение функции $z(x, y_0)$ в точке $(x_0; y_0)$, придавая переменной x приращение Δx:

$$z(x_0 + \Delta x, y_0) - z(x_0, y_0) = 2x_0 y_0 \cdot \Delta x + y_0 (\Delta x)^2 + 4 \cdot \Delta x.$$

3) Находим предел конечно-разностного отношения:

$$\frac{\partial z}{\partial x} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{z(x_0 + \Delta x, y_0) - z(x_0, y_0)}{\Delta x} =$$

$$= \lim_{\Delta x \to 0} \frac{2x_0 y_0 \cdot \Delta x + y_0 (\Delta x)^2 + 4\Delta x}{\Delta x} = 2x_0 y_0 + 4.$$

4) Подставляя координаты точки $(x_0; y_0) = (5; 1)$, получаем:

$$\frac{\partial z}{\partial x}(5,1) = (2x_0 y_0 + 4)\Big|_{\substack{x_0=5 \\ y_0=1}} = 14.$$

Аналогично находим частную производную в точке $(x_0; y_0) = (5; 1)$ по второй переменной y:

$$\frac{\partial z}{\partial y}(5, 1) = (x_0^2 - 2)\Big|_{\substack{x_0=5 \\ y_0=1}} = 23. \otimes$$

Пример 3.6.2. Используя таблицу и правила рациональных операций с производными, найти частные производные функции двух переменных, заданной формулой

$$u(x, y) = x^3 + 3x^2 y - y^3.$$

Р е ш е н и е. Фиксируя переменные и используя формулу вычисления производной степенной функции, получаем:

$$\frac{\partial u}{\partial x}(x, y) = 3x^2 + 6xy; \frac{\partial u}{\partial y}(x, y) = 3x^2 - 3y^2. \otimes$$

Пример 3.6.3. Используя таблицу и правила рациональных операций с производными, найти частные производные функции двух переменных, заданной формулой

$$u(x, y) = \frac{xy}{x + y}.$$

Р е ш е н и е. Фиксируя переменные и используя формулы вычисления производной частного и произведения двух функций, получаем:

$$\frac{\partial u}{\partial x}(x, y) = \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{xy}{x+y}\right) = \frac{y^2}{(x+y)^2};$$

$$\frac{\partial u}{\partial y}(x, y) = \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{xy}{x+y}\right) = \frac{x^2}{(x+y)^2}. \otimes$$

Пример 3.6.4. Используя таблицу и правила рациональных операций с производными, найти частные производные функции двух переменных, заданной формулой

$$u(x, y) = (-x)^{y^2}.$$

Р е ш е н и е. Для вычисления частной производной по переменной x фиксируем переменную y и используем формулу для производной степенной функции:

$$\frac{\partial u}{\partial x}(x, y) = -y^2 (-x)^{y^2 - 1}.$$

Для вычисления частной производной по переменной y фиксируем переменную x и используем формулу $(a^u)' = a^u \ln a \cdot u'$, получаем:

$$\frac{\partial u}{\partial y}(x, y) = 2y \cdot (-x)^{y^2} \cdot \ln(-x). \otimes$$

Пример 3.6.5. Используя таблицу и правила рациональных операций с производными, найти частные производные функции двух переменных, заданной формулой

$$u(x, y) = x^3 y^2 + 2x \ln y + x^y.$$

Р е ш е н и е. Используя таблицу производных, получаем:

$$\frac{\partial u}{\partial x}(x, y) = 3x^2 y^2 + 2\ln y + yx^{y-1},$$

$$\frac{\partial u}{\partial y}(x, y) = 2x^3 y + \frac{2x}{y} + x^y \ln x. \otimes$$

Пример 3.6.6. Используя таблицу и правила рациональных операций с производными, найти частные производные функции двух переменных, заданной формулой

$$u(x, y) = (1 + xy)^y.$$

Р е ш е н и е. Фиксируя переменную y и используя формулу дифференцирования степенной функции, для частной производной по переменной x получаем:

$$\frac{\partial u}{\partial x}(x, y) = y(1 + xy)^{y-1} \cdot y = y^2 (1 + xy)^{y-1}.$$

Для вычисления частной производной по переменной y фиксируем переменную x и используем понятие логарифмической производной:

$$z = \ln u(x, y) = y \ln(1 + xy) \to z'_y = \ln(1 + xy) + \frac{xy}{1 + xy} \to$$

$$z' = \frac{u'}{u} \to \frac{\partial u}{\partial y}(x, y) = (1 + xy)^y \cdot \ln(1 + xy) + (1 + xy)^y \frac{xy}{1 + xy} =$$

$$= (1 + xy)^y \left[\ln(1 + xy) + \frac{x \cdot y}{(1 + xy)} \right]. \otimes$$

Пример 3.6.7. Найти частные производные первого порядка функции трёх переменных, заданной формулой

$$u(x_1, x_2, x_3) = \frac{1}{\sqrt{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2}}$$

в точке $M_0\ 1; -1; -2$.

Р е ш е н и е. Для нахождения частных производных используем таблицу производных и правила дифференцирования функций:

$$\frac{\partial u}{\partial x_1} = -\frac{1}{2}\frac{2x_1}{(x_1^2 + x_2^2 + x_3^2)^{\frac{3}{2}}} = -\frac{x_1}{\sqrt{(x_1^2 + x_2^2 + x_3^2)^3}};$$

$$\frac{\partial u}{\partial x_2} = -\frac{1}{2}\frac{2x_2}{(x_1^2 + x_2^2 + x_3^2)^{\frac{3}{2}}} = -\frac{x_2}{\sqrt{(x_1^2 + x_2^2 + x_3^2)^3}};$$

$$\frac{\partial u}{\partial x_3} = -\frac{1}{2}\frac{2x_3}{(x_1^2 + x_2^2 + x_3^2)^{\frac{3}{2}}} = -\frac{x_3}{\sqrt{(x_1^2 + x_2^2 + x_3^2)^3}};$$

$$\frac{\partial u}{\partial x_1}\ 1; -1; -2\ = -\frac{1}{\sqrt{216}};$$

$$\frac{\partial u}{\partial x_2}\ 1; -1; -2\ = \frac{1}{\sqrt{216}};$$

$$\frac{\partial u}{\partial x_3}\ 1; -1; -2\ = -\frac{2}{\sqrt{216}}.\otimes$$

Пример 3.6.8. Найти частные производные первого порядка функции трёх переменных

$$u(x_1, x_2, x_3) = \exp(x_1^2 + x_2^2 + x_3^2) \equiv e^{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2}$$

в точке $M(0; 1; 2)$.

Р е ш е н и е. Для нахождения частных производных, используя таблицу производных и правила дифференцирования функций, дифференцируем сужения функции на отрезки прямых, параллельных осям системы координат:

$$1)\ \frac{\partial u}{\partial x_1}(x_1, x_2, x_3) = \frac{\partial}{\partial x_1} e^{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2} = e^{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2}\ \frac{\partial}{\partial x_1}(x_1^2 + x_2^2 + x_3^2) =$$

$$= 2x_1 e^{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2},$$

$$\frac{\partial u}{\partial x_1}(M) = 0;$$

2) $$\frac{\partial u}{\partial x_2}(x_1, x_2, x_3) = \frac{\partial}{\partial x_2} e^{x_1^2+x_2^2+x_3^2} = e^{x_1^2+x_2^2+x_3^2} \frac{\partial}{\partial x_2}(x_1^2 + x_2^2 + x_3^2) =$$

$$= 2x_2 e^{x_1^2+x_2^2+x_3^2},$$

$$\frac{\partial u}{\partial x_2}(M) = 2e^5;$$

3) $$\frac{\partial u}{\partial x_3}(x_1, x_2, x_3) = \frac{\partial}{\partial x_3} e^{x_1^2+x_2^2+x_3^2} = e^{x_1^2+x_2^2+x_3^2} \frac{\partial}{\partial x_3}(x_1^2 + x_2^2 + x_3^2) =$$

$$= 2x_3 e^{x_1^2+x_2^2+x_3^2},$$

$$\frac{\partial u}{\partial x_3}(M) = 4e^5. \otimes$$

Пример 3.6.9. Показать, что функция, заданная формулой

$$z = \ln(x^2 + y^2)$$

удовлетворяет уравнению

$$y\frac{\partial z}{\partial x} - x\frac{\partial z}{\partial y} = 0.$$

Р е ш е н и е. Находим частные производные функции в произвольной точке (x, y):

$$\frac{\partial z}{\partial x} = \frac{2x}{x^2+y^2}; \frac{\partial z}{\partial y} = \frac{2y}{x^2+y^2}.$$

Подставляя в правую часть уравнения, получаем

$$y\frac{\partial z}{\partial x} - x\frac{\partial z}{\partial y} = \frac{2xy}{x^2+y^2} - \frac{2xy}{x^2+y^2} = 0. \otimes$$

Пример 3.6.10. Показать, что функция

$$u(x_1, x_2) = x_2 \ln(x_1^2 - x_2^2)$$

удовлетворяет уравнению

$$\frac{1}{x_1}\frac{\partial u}{\partial x_1}+\frac{1}{x_2}\frac{\partial u}{\partial x_2}=\frac{u}{x_2^2}.$$

Р е ш е н и е. Находим частные производные данной функции:

$$\frac{\partial u}{\partial x_1}(x_1, x_2)=x_2\frac{\partial}{\partial x_1}\ln(x_1^2-x_2^2)=x_2\frac{1}{x_1^2-x_2^2}\frac{\partial}{\partial x_1}(x_1^2-x_2^2)=\frac{2x_1x_2}{x_1^2-x_2^2};$$

$$\frac{\partial u}{\partial x_2}(x_1, x_2)=\ln(x_1^2-x_2^2)+x_2\frac{\partial}{\partial x_2}\ln(x_1^2-x_2^2)=$$

$$=\ln(x_1^2-x_2^2)+x_2\frac{1}{x_1^2-x_2^2}\frac{\partial}{\partial x_2}(x_1^2-x_2^2)=\ln(x_1^2-x_2^2)-\frac{2x_2^2}{x_1^2-x_2^2}.$$

Полученные выражения подставим в левую часть уравнения:

$$\frac{1}{x_1}\frac{2x_1x_2}{x_1^2-x_2^2}+\frac{1}{x_2}\left[\ln(x_1^2-x_2^2)-\frac{2x_2^2}{x_1^2-x_2^2}\right]=$$

$$=\frac{2x_2}{x_1^2-x_2^2}-\frac{2x_2}{x_1^2-x_2^2}+\frac{\ln(x_1^2-x_2^2)}{x_2}=\frac{u(x_1, x_2)}{x_2^2}.$$

Таким образом, приходим к тождеству:

$$\frac{u(x_1, x_2)}{x_2^2}=\frac{u(x_1, x_2)}{x_2^2}.$$

То есть функция $u(x_1, x_2)=x_2\ln(x_1^2-x_2^2)$ удовлетворяет данному уравнению

$$\frac{1}{x_1}\frac{\partial u}{\partial x_1}+\frac{1}{x_2}\frac{\partial u}{\partial x_2}=\frac{u}{x_2^2}.\otimes$$

Частные производные функций нескольких переменных

высших порядков

Пример 3.6.11. Найти частные производные до второго порядка включительно функции двух переменных, заданной формулой:

$$u(x, y)=x^4+5x^2y^2+6xy+5.$$

Р е ш е н и е. Имеем:

$$\frac{\partial u}{\partial x}(x, y) = 4x^3 + 10xy^2 + 6y; \frac{\partial u}{\partial y}(x, y) = 10x^2 y + 6x;$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}(x, y) = 12x^2 + 10y^2; \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}(x, y) = 10x^2;$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y}(x, y) = \frac{\partial^2 u}{\partial y \partial x}(x, y) = 20xy + 6. \otimes$$

Пример 3.6.12. Найти частные производные до второго порядка включительно функции двух переменных

$$u(x, y) = e^x \ln y.$$

Р е ш е н и е. Имеем:

$$\frac{\partial u}{\partial x}(x, y) = e^x \ln y; \frac{\partial u}{\partial y}(x, y) = \frac{e^x}{y};$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}(x, y) = e^x \ln y; \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}(x, y) = -\frac{e^x}{y^2};$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y}(x, y) = \frac{e^x}{y}. \otimes$$

Пример 3.6.13. Найти частные производные до второго порядка включительно функции двух переменных $u(x, y) = \sin(x + y)$.

Р е ш е н и е. Имеем:

$$\frac{\partial u}{\partial x}(x, y) = \cos(x + y); \frac{\partial u}{\partial y}(x, y) = \cos(x + y);$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}(x, y) = -\sin(x + y); \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}(x, y) = -\sin(x + y);$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y}(x, y) = -\sin(x + y). \otimes$$

Пример 3.6.14. Найти частные производные до второго порядка включительно функции двух переменных

$$u(x_1, x_2) = x_1^{x_2}.$$

Р е ш е н и е. 1) Находим частные производные первого порядка:

$$\frac{\partial u}{\partial x_1} = x_2 x_1^{x_2-1}, \frac{\partial u}{\partial x_2} = x_1^{x_2} \ln x_1.$$

2) Находим частные производные второго порядка, дифференцируя частные производные первого порядка:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x_1^2} = x_2 (x_2 - 1) x_1^{x_2-2},$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x_2 \partial x_1} = x_1^{x_2-1} + x_2 x_1^{x_2-1} \ln x_1 = x_1^{x_2-1} (1 + x_2 \ln x_1),$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x_1 \partial x_2} = x_2 x_1^{x_2-1} \ln x_1 + x_1^{x_2} \frac{1}{x_1} = x_1^{x_2-1} (1 + x_2 \ln x_1),$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x_2^2} = x_1^{x_2} (\ln x_1)^2. \otimes$$

Дифференцируемость функций нескольких переменных

Пример 3.6.15. Вычислить полный дифференциал функции двух переменных, заданной формулой

$$z = \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2}}$$

в точке $M_0\ 1; -1$.

Р е ш е н и е. Находим частные производные функции:

1) $$\frac{\partial z}{\partial x} = -\frac{1}{2} \frac{2x}{(x^2 + y^2)^{\frac{3}{2}}} = -\frac{x}{(x^2 + y^2)^{\frac{3}{2}}} = -\frac{x}{\sqrt{(x^2 + y^2)^3}},$$

$$\left.\frac{\partial z}{\partial x}\right|_{\substack{x=1 \\ y=-1}} = -\frac{1}{2^{\frac{3}{2}}} = -\frac{\sqrt{2}}{4};$$

2) $$\frac{\partial z}{\partial y} = -\frac{1}{2} \frac{2y}{(x^2 + y^2)^{\frac{3}{2}}} = -\frac{y}{(x^2 + y^2)^{\frac{3}{2}}} = -\frac{y}{\sqrt{(x^2 + y^2)^3}},$$

$$\left.\frac{\partial z}{\partial y}\right|_{\substack{x=1\\y=-1}} = \frac{1}{2^{\frac{3}{2}}} = \frac{\sqrt{2}}{4};$$

3) $dz\ (1,-1) = -\frac{\sqrt{2}}{4}dx + \frac{\sqrt{2}}{4}dy$. ⊗

Пример 3.6.16. Вычислить приближённо $(0{,}98)^{2{,}01}$.

Р е ш е н и е. Рассмотрим функцию $z = x^y$. В точке $(1; 2)$ значение функции $z(1; 2) = 1$. Вычислим значение функции в точке $(0{,}98; 2{,}01)$. Имеем $\Delta x = -0{,}02$, $\Delta y = 0{,}01$. Находим частные производные функции $z = x^y$ в точке $(1; 2)$:

$$\frac{\partial z}{\partial x} = yx^{y-1} \Rightarrow \left.\frac{\partial z}{\partial x}\right|_{\substack{x=1\\y=2}} = 2;$$

$$\frac{\partial z}{\partial y} = x^y \ln x \Rightarrow \left.\frac{\partial z}{\partial x}\right|_{\substack{x=1\\y=2}} = 0.$$

Получаем:

$$(0{,}98)^{2{,}01} = z(1; 2) + \left.\frac{\partial z}{\partial x}\right|_{\substack{x=1\\y=2}} \cdot \Delta x + \left.\frac{\partial z}{\partial y}\right|_{\substack{x=1\\y=2}} \cdot \Delta y = 1 - 0{,}04 = 0{,}96. \otimes$$

Пример 3.6.17. Найти дифференциал функции

$$f = f(x + y^2,\ y + x^2)$$

в точке $M(-1; 1)$.

Р е ш е н и е. Обозначим, например,

$$u = x + y^2,\ v = y + x^2.$$

Для нахождения дифференциала используем формулу дифференциала и правило нахождения производной композиции функций:

$$df(u, v) = \frac{\partial f}{\partial x}dx + \frac{\partial f}{\partial y}dy = \left(\frac{\partial f}{\partial u}\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial f}{\partial v}\frac{\partial v}{\partial x}\right)dx + \left(\frac{\partial f}{\partial u}\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial f}{\partial v}\frac{\partial v}{\partial y}\right)dy;$$

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{\partial f}{\partial u}\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial f}{\partial v}\frac{\partial v}{\partial x} = \frac{\partial f}{\partial u}\cdot 1 + \frac{\partial f}{\partial v}\cdot 2x;$$

$$\frac{\partial f}{\partial y}=\frac{\partial f}{\partial u}\frac{\partial u}{\partial y}+\frac{\partial f}{\partial v}\frac{\partial v}{\partial y}=\frac{\partial f}{\partial u}\cdot 2y+\frac{\partial f}{\partial v}\cdot 1;$$

$$\frac{\partial f}{\partial x}(M)=\frac{\partial f}{\partial u}(0;2)-\frac{\partial f}{\partial v}(0;2);$$

$$\frac{\partial f}{\partial y}(M)=\frac{\partial f}{\partial u}(0;2)+\frac{\partial f}{\partial v}(0;2).$$

Подставляя в выражение для полного дифференциала, получаем:

$$df(M)=\frac{\partial f}{\partial x}(M)dx+\frac{\partial f}{\partial y}(M)dy=$$

$$=\left[\frac{\partial f}{\partial u}(0;2)-2\frac{\partial f}{\partial v}(0;2)\right]dx+\left[2\frac{\partial f}{\partial u}(0;2)+\frac{\partial f}{\partial v}(0;2)\right]dy.\otimes$$

Дифференциалы высших порядков

Пример 3.6.18. Найти дифференциал второго порядка функции

$$f=f(x+y,\ xy).$$

Р е ш е н и е. Обозначим $u=x+y$, $v=xy$. Теперь находим:

$$\frac{\partial f}{\partial x}=$$

$$\frac{\partial f}{\partial y}=\frac{\partial f}{\partial u}(x+y,\ xy)+\frac{\partial f}{\partial v}(x+y,\ xy)\cdot y;$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}=\frac{\partial f}{\partial u}(x+y,\ xy)+\frac{\partial f}{\partial v}(x+y,\ xy)\cdot x;$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x\partial y}=\frac{\partial^2 f}{\partial u^2}+\frac{\partial^2 f}{\partial v\partial u}\cdot x+\frac{\partial^2 f}{\partial u\partial v}\cdot y+\frac{\partial^2 f}{\partial v^2}\cdot xy+\frac{\partial f}{\partial v}=$$

$$=\frac{\partial^2 f}{\partial u^2}+(x+y)\frac{\partial^2 f}{\partial u\partial v}+xy\frac{\partial^2 f}{\partial v^2}+\frac{\partial f}{\partial v};$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}=\frac{\partial^2 f}{\partial u^2}+\frac{\partial^2 f}{\partial v\partial u}\cdot x+\frac{\partial^2 f}{\partial u\partial v}\cdot x+\frac{\partial^2 f}{\partial v^2}\cdot x^2=$$

$$= \frac{\partial^2 f}{\partial u^2} + 2x \frac{\partial^{f\,2}}{\partial u \partial v} + x^2 \frac{\partial^2 f}{\partial v^2}. \otimes$$

Производные сложных и неявно заданных функций

Пусть функция $u = f(x, y)$ задана ***параметрическим способом***, то есть, с помощью формул

$$x = \varphi(t),\ y = \psi(t).$$

Тогда функция u является функцией одного переменного t:

$$u = f(\varphi(t), \psi(t))$$

Пусть функции $x = \varphi(t)$ и $y = \psi(t)$ дифференцируемы в некоторой точке t, то есть, существуют производные

$$\lim_{\Delta t \to 0} \frac{\varphi(t + \Delta t) - \varphi(t)}{\Delta t} = \frac{d\varphi}{dt}(t),$$

$$\lim_{\Delta t \to 0} \frac{\psi(t + \Delta t) - \psi(t)}{\Delta t} = \frac{d\psi}{dt}(t).$$

Если функция $u = f(x, y)$ дифференцируема, то придавая переменной t приращение Δt, видим, что все функции получат соответствующие приращения Δx, Δy и Δu, причём по определению дифференцируемости

$$\Delta u = f(x + \Delta x, y + \Delta y) - f(x, y) =$$

$$= \frac{\partial f}{\partial x}(x, y)\Delta x + \frac{\partial f}{\partial y}(x, y)\Delta y + \alpha \cdot \Delta x + \beta \cdot \Delta y$$

где $\lim\limits_{\Delta t \to 0} \alpha = \lim\limits_{\Delta t \to 0} \beta = 0$. Из последнего равенства вытекает, что

$$\frac{du}{dt} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta u}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \left\{ \frac{\partial f}{\partial x}(x, y)\frac{\Delta x}{\Delta t} + \frac{\partial f}{\partial y}(x, y)\frac{\Delta y}{\Delta t} + \alpha \cdot \frac{\Delta x}{\Delta t} + \beta \cdot \frac{\Delta y}{\Delta t} \right\} =$$

$$= \frac{\partial f}{\partial x}(x, y)\frac{dx}{dt} + \frac{\partial f}{\partial y}(x, y)\frac{dy}{dt}.$$

Итак, имеем формулу:

$$\frac{du}{dt}=\frac{\partial f}{\partial x}\left(x,\,y\right)\frac{dx}{dt}+\frac{\partial f}{\partial y}\left(x,\,y\right)\frac{dy}{dt}.$$

Если $x=\varphi\left(t,\,s\right)$ и $y=\psi\left(t,\,s\right)$, то имеем две формулы:

$$\frac{\partial u}{\partial t}=\frac{\partial u}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial t}+\frac{\partial u}{\partial y}\frac{\partial y}{\partial t},$$

$$\frac{\partial u}{\partial s}=\frac{\partial u}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial s}+\frac{\partial u}{\partial y}\frac{\partial y}{\partial s}.$$

Пример 3.6.19. Найти $\frac{dz}{dt}$, если

$$z=x^3-x^2y,\;x=1-t^2,\;y=t^4.$$

Р е ш е н и е. Находим непосредственно:

$$\frac{dz}{dt}=\frac{\partial z}{\partial x}\frac{dx}{dt}+\frac{\partial z}{\partial y}\frac{dy}{dt}=\left(3x^2-2xy\right)\left(2t\right)+\left(-x^2\right)\left(4t^3\right)=$$

$$=4t^7+2t^6+8t^5+4t^4-4t^3-12t^2+2t.\otimes$$

Пример 3.6.20. Найти $\frac{du}{dt}$, если

$$u=\ln\frac{x_1-x_2+x_3}{x_1^2+x_2^2+x_3^2}+\sin\left(x_1+x_2+x_3\right),$$

$$x_1=a\sin t,\;x_2=b\cos t,\;x_3=ce^{-kt},$$

где $a,\,b,\,c,\,k$ – некоторые постоянные.

Пример 3.6.21. Найти $\frac{\partial z}{\partial t}$ и $\frac{\partial z}{\partial s}$ для функции $z=x^3e^y$, если

$$x=ts,\;y=t^2-s^2.$$

Р е ш е н и е.

$$1)\;\frac{\partial z}{\partial t}=\frac{\partial z}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial t}+\frac{\partial z}{\partial y}\frac{\partial y}{\partial t}=e^{t^2-s^2}t^2s^3\left(3+2t^2\right).$$

$$2)\;\frac{\partial z}{\partial s}=\frac{\partial z}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial s}+\frac{\partial z}{\partial y}\frac{\partial y}{\partial s}=e^{t^2-s^2}t^3s^2\left(3-2s^2\right).\otimes$$

Пусть функция $y = f(x)$ ***задана неявно посредством уравнения***

$$F(x, y) = 0,$$

тогда её производная находится с использованием правила дифференцирования сложной функции путём прямого дифференцирования уравнения, определяющего функцию:

$$\frac{\partial F}{\partial x}(x, y) + \frac{\partial F}{\partial y}(x, y)\frac{dy}{dx} = 0,$$

где учтено, что $\frac{dx}{dx} = 1$. Если $\frac{\partial F}{\partial y}(x, y) \neq 0$, то получаем

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{\frac{\partial F}{\partial x}(x, y)}{\frac{\partial F}{\partial y}(x, y)}.$$

Пусть теперь уравнение

$$F(x, y, u) = 0$$

задаёт функцию двух переменных $u = \varphi(x, y)$. Тогда

$$\frac{\partial u}{\partial x} = -\frac{\frac{\partial F}{\partial x}}{\frac{\partial F}{\partial u}}, \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{\frac{\partial F}{\partial y}}{\frac{\partial F}{\partial u}}.$$

Пример 3.6.22. Найти частные производные функции $z = z(x, y)$, заданной неявно уравнением

$$x^2 + y^2 + z^2 + 2xy - 4y - 1 = 0.$$

Р е ш е н и е. Здесь

$$F(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2 + 2xy - 4y - 1,$$

следовательно, имеем:

$$\frac{\partial F}{\partial x} = 2x + 2y; \frac{\partial F}{\partial y} = 2x + 2y - 4; \frac{\partial F}{\partial z} = 2z.$$

Используя формулы дифференцирования неявно заданной функции, получаем:

$$\frac{\partial z}{\partial x} = -\frac{F'_x}{F'_z} = -\frac{x+y}{z};\ \frac{\partial z}{\partial y} = -\frac{F'_y}{F'_z} = \frac{2-x-y}{z}. \otimes$$

Практическое занятие 6

Градиент функции и производная по направлению

Пример 3.7.1. Найти $\vec{grad}\ f$ и $\left\| \vec{grad}\ f \right\|$ для функции, определённой формулой

$$f(x, y, z) = x^2 + y^2 - z^2$$

в точке $M_0(-1; 2)$.

Р е ш е н и е. Находим частные производные и их значение в указанной точке:

$$\frac{\partial f}{\partial x}(x, y, z) = 2x,\ \frac{\partial f}{\partial y}(x, y, z) = 2y,\ \frac{\partial f}{\partial z}(x, y, z) = -2z;$$

$$\frac{\partial f}{\partial x}(-1, 2) = 2,\ \frac{\partial f}{\partial y}(-1, 2) = -2,\ \frac{\partial f}{\partial z}(-1, 2) = -4.$$

Теперь имеем:

$$\vec{grad}\ f\ (M_0) = 2\vec{e}_1 - 2\vec{e}_2 - 4\vec{e}_3,$$

$$\left\| \vec{grad}\ f \right\| = \sqrt{4+4+16} = 2\sqrt{6}. \otimes$$

Пример 3.7.2. Найти производную функции, заданной формулой

$$u(x, y, z) = x^2 - 2xz + y^2$$

в точке $M_0(2; -1)$ по направлению вектора $\vec{M_0M}$, где $M(4; -3)$.

Р е ш е н и е. Находим вектор

$$\vec{M_0M} : \vec{M_0M} = \vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 - 2\vec{e}_3.$$

Далее, находим градиент функции в произвольной точке и в точке $M_0(2; -1)$:

$$\vec{grad}\,u = \frac{\partial u}{\partial x}\vec{e}_1 + \frac{\partial u}{\partial y}\vec{e}_2 + \frac{\partial u}{\partial z}\vec{e}_3 = (x - 2z)\vec{e}_1 + 2y\,\vec{e}_2 - 2x\,\vec{e}_3,$$

$$\vec{grad}\,u\ \ M_0 = 4\vec{e}_1 + 4\vec{e}_2 - 2\vec{e}_3.$$

Находим производную по направлению вектора $\vec{M_0M}$:

$$\frac{\partial u}{\partial \vec{M_0M}}\ \ M_0 = \frac{\left(\vec{grad}\,u\Big|_M, \vec{M_0M}\right)}{\left\|\vec{M_0M}\right\|} = \frac{\begin{pmatrix}4 & 4 & -2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1\\2\\-2\end{pmatrix}}{\sqrt{1+4+4}} =$$

$$= \frac{4+8+4}{\sqrt{9}} = \frac{16}{3}. \otimes$$

Экстремум функции двух переменных

Пример 3.7.3. Исследовать на экстремум функцию, заданную формулой:

$$z(x, y) = x^2 + xy + y^2 - 2x - 3y.$$

Р е ш е н и е. 1) Находим критические точки:

$$\begin{cases} z'_x = 0, \\ z'_y = 0, \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x + y = 2, \\ x + 2y = 3. \end{cases}$$

Решение СЛАУ:

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1/3 \\ 4/3 \end{pmatrix}.$$

Имеем одну критическую точку $M_0\left(\frac{1}{3}; \frac{4}{3}\right)$.

2) Вычисляем определитель:

$$D=\begin{vmatrix} \dfrac{\partial^2 z}{\partial x^2}(M_0) & \dfrac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}(M_0) \\ \dfrac{\partial^2}{\partial x\partial y}(M_0) & \dfrac{\partial^2 z}{\partial y^2}(M_0) \end{vmatrix}=\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{vmatrix}=3>0.$$

Точка $M\left(\frac{1}{3};\frac{4}{3}\right)$ является точкой экстремума. Так как

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}(M_0)>0,$$

то точка $M_0\left(\frac{1}{3};\frac{4}{3}\right)$ является точкой локального **минимума.**

3) Находим значение функции в точке локального минимума:

$$z(M_0)=\left(\frac{1}{3}\right)^2+\frac{1}{3}\cdot\frac{4}{3}+\left(\frac{4}{3}\right)^2-\frac{2}{3}-\frac{12}{3}=-\frac{7}{3}.\otimes$$

Пример 3.7.4. Исследовать на экстремуму функцию, заданную формулой:

$$z(x,y)=x^2+y^2+\frac{(x+2y-16)^2}{2}.$$

Р е ш е н и е. 1) Находим критические точки:

$$\begin{cases} z'_x=0, \\ z'_y=0, \end{cases}\Rightarrow\begin{cases} 3x+2y=16, \\ x+3y=16. \end{cases}$$

Эта СЛАУ имеет решение:

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 16/7 \\ 32/7 \end{pmatrix}.$$

Таким образом, имеем одну критическую точку $M_0\left(\frac{16}{7};\frac{32}{7}\right)$.

2) Вычисляем определитель:

$$D=\begin{vmatrix} \dfrac{\partial^2 z}{\partial x^2}(M_0) & \dfrac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}(M_0) \\ \dfrac{\partial^2}{\partial x\partial y}(M_0) & \dfrac{\partial^2 z}{\partial y^2}(M_0) \end{vmatrix}=\begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 6 \end{vmatrix}=14>0.$$

Точка $M_0\left(\frac{16}{7};\frac{32}{7}\right)$ является точкой локального экстремума. Так как

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}(M_0)>0,$$

то точка $M_0\left(\frac{16}{7};\frac{32}{7}\right)$ является точкой локального **минимума.**

3) Находим значение функции в точке локального минимума:

$$z(M_0)\approx 36{,}6.\otimes$$

Практическое занятие № 8

Непосредственное вычисление суммы числового ряда

Пример 3.8.1. Найти сумму ряда

$$\frac{1}{1\cdot 2}+\frac{1}{2\cdot 3}+\frac{1}{3\cdot 4}+\ldots+\frac{1}{n\cdot(n+1)}+\ldots.$$

Р е ш е н и е. Общий член ряда равен

$$a_n=\frac{1}{n\cdot(n+1)}=\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}.$$

Следовательно, для последовательности частичных сумм ряда имеем

$$s_n=\left(\frac{1}{1}-\frac{1}{2}\right)+\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\right)+\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{4}\right)+\ldots+\left(\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}\right)\ldots=1-\frac{1}{n+1}.$$

Сумма ряда находится путём непосредственного предельного перехода:

$$\lim_{n\to\infty} s_n=\lim_{n\to\infty}\left(1-\frac{1}{n+1}\right)=1.\otimes$$

Пример 3.8.2. Найти сумму ряда $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{4n^2-1}$.

Р е ш е н и е. Общий член ряда можно представить в виде:

$$a_n=\frac{1}{4n^2-1}=\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{1}{2n-1}-\frac{1}{2n+1}\right).$$

Записывая общий член последовательности частичных сумм ряда в виде

$$s_n=\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{1}{1}-\frac{1}{3}\right)+\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{5}\right)+\ldots+\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{1}{2n-1}-\frac{1}{2n+1}\right)=\frac{1}{2}-\frac{1}{2(2n+1)}$$

и переходя непосредственно к пределу, получаем:

$$\lim_{n\to\infty}s_n=\lim_{n\to\infty}\left[\frac{1}{2}-\frac{1}{2(2n+1)}\right]=\frac{1}{2}.\ \otimes$$

Пример 3.8.3. Найти сумму ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{2^{n-1}}=1+\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\ldots+\frac{1}{2^{n-1}}+\ldots.$$

Р е ш е н и е. Имеем геометрическую прогрессию, которая в силу неравенства $q=\frac{1}{2}<1$ сходится и имеет сумму

$$S=\frac{1}{1-q}=2.\ \otimes$$

Необходимый признак сходимости

Пример 3.8.4. Проверить выполнение необходимого признака сходимости для ряда $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{2n-1}$.

Р е ш е н и е. Вычисляя предел последовательности членов ряда, имеем

$$\lim_{n\to\infty}\frac{1}{2n-1}=\lim_{n\to\infty}\frac{\frac{1}{n}}{2-\frac{1}{n}}=\frac{0}{2}=0.$$

Необходимый признак сходимости выполняется. $\otimes$

Пример 3.8.5. Проверить выполнение необходимого признака сходимости для ряда $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n}{n^2+1}$.

Р е ш е н и е. Вычисляя предел последовательности членов ряда, имеем

$$\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n^2+1}=\lim_{n\to\infty}\frac{\frac{1}{n^2}}{1+\frac{1}{n^2}}=\frac{0}{1}=0.$$

Необходимый признак сходимости выполняется. ⊗

Признак сравнения

Пример 3.8.6. Исследовать сходимость ряда $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2^n}{1+2^{2n}}$.

Р е ш е н и е. Для почти всех n выполняется неравенство

$$\frac{2^n}{1+2^{2n}}<\frac{2^n}{2^{2n}}=\frac{1}{2^n}.$$

Следовательно, ряд $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2^n}{1+2^{2n}}$ является минорантой ряда геометрической прогрессии $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{2^n}$, который сходится, так как $q=\frac{1}{2}<1$.

Следовательно, ряд $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2^n}{1+2^{2n}}$ по признаку сравнения сходится. ⊗

Пример 3.8.7. Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\sqrt{n^3+1}}{n^2(2+\sin n)}$.

Р е ш е н и е. Проверяем выполнение необходимого признака сходимости:

$$\lim_{n\to\infty}\frac{\sqrt{n^3+1}}{n^2(2+\sin n)}=0.$$

Необходимый признак сходимости выполняется.

Общий член ряда удовлетворяет следующим условиям: $\forall n\in N$

$$-1 \le \sin n \le 1;\ 1 < 2 + \sin n < 3;\ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n^3+1}}{n^2\left(2+\sin n\right)} > 0.$$

Имеем ряд с положительными членами, для которого можно применить признак сравнения.

Предположим, что ряд сходится, и попробуем подтвердить это предположение. Для этого заметим, что

$$\sqrt{n^3+1} < 2n^{3/2}.$$

Поэтому имеем:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n^3+1}}{n^2\left(2+\sin n\right)} < \frac{2n^{3/2}}{n^2} = \frac{2}{n^{1/2}}.$$

Ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{n^{1/2}}$ является так называемым обобщённым гармоническим рядом $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a}{n^{\alpha}}$, который при $0 < \alpha < 1$ расходится. Поэтому предположение о сходимости исходного ряда подтвердить не удалось.

Предположим, что ряд расходится, и попробуем подтвердить это предположение. Для этого заметим, что

$$\sqrt{n^3+1} > \sqrt{n^3}.$$

Поэтому имеем:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n^3+1}}{n^2\left(2+\sin n\right)} > \frac{n^{3/2}}{3n^2} = \frac{1}{3n^{1/2}}.$$

Так как обобщённый гармонический ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{3n^{1/2}}$ расходится, то и исходный ряд также расходится. ⊗

Признак Даламбера

Пример 3.8.8. Выяснить вопрос о сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n}}{2^n}$.

Р е ш е н и е. Находя отношение $\frac{a_{n+1}}{a_n}$, получаем:

$$a_n = \frac{\sqrt{n}}{2^n}, a_{n+1} = \frac{\sqrt{n+1}}{2^{n+1}};$$

$$\frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{\sqrt{n+1}\cdot 2^n}{2^n \cdot 2 \cdot \sqrt{n}} = \frac{1}{2}\cdot\frac{\sqrt{n+1}}{\sqrt{n}} = \frac{1}{2}\cdot\sqrt{\frac{n+1}{n}} = \frac{1}{2}\cdot\sqrt{1+\frac{1}{n}}.$$

Очевидно, что для всех n выполняется неравенство $\frac{a_{n+1}}{a_n} < 1$. Поэтому ряд сходится по признаку Даламбера. ⊗

Пример 3.8.9. Выяснить вопрос о сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{n!}$.

Р е ш е н и е. Находя отношение $\frac{a_{n+1}}{a_n}$, получаем:

$$a_n = \frac{n^n}{n!}, a_{n+1} = \frac{(n+1)^{n+1}}{(n+1)!};$$

$$\frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{(n+1)^{n+1}\cdot n!}{(n+1)!\cdot n^n} = \frac{(n+1)^n}{n^n} = \left(1+\frac{1}{n}\right)^n.$$

Очевидно, что для всех n выполняется неравенство

$$\frac{a_{n+1}}{a_n} = \left(1+\frac{1}{n}\right)^n > 1.$$

Поэтому ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{n!}$ по признаку Даламбера расходится. ⊗

Знакопеременные ряды

Пример 3.8.10. Выяснить вопрос о сходимости знакочередующегося ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{1}{n}.$$

Р е ш е н и е. Члены ряда по абсолютной величине монотонно убывают:

$$1 > \frac{1}{2} > \frac{1}{3} > \frac{1}{4} > \ldots.$$

Последовательность абсолютных величин членов ряда сходится к нулю:

$$\lim_{n\to\infty}|a_n| = \lim_{n\to\infty}\left|(-1)^{n-1}\frac{1}{n}\right| = \lim_{n\to\infty}\frac{1}{n} = 0.$$

Поэтому ряд $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}\frac{1}{n}$ по признаку Лейбница сходится. ⊗

Пример 3.8.11. Оценить ошибку, допускаемую при замене суммы ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}\frac{1}{n}$$

суммой четырёх его первых членов.

Р е ш е н и е. Ряд сходится (см. предыдущую задачу). Ошибка, получающаяся при замене суммы ряда суммой четырёх его первых членов, меньше абсолютной величины пятого члена: $\Delta < 0{,}2$. ⊗

Пример 3.8.12. Выяснить вопрос о типе сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}\frac{1}{n!}$.

Р е ш е н и е. Ряд сходится (см. задачу 8.11). Рассмотрим ряд, составленный из абсолютных величин членов данного ряда $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n!}$. Вычисляем отношение

$$\frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{n!}{(n+1)!} = \frac{1}{n+1}.$$

Для всех n, очевидно, имеет место неравенство

$$\frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{1}{n+1} < 1.$$

Поэтому ряд сходится абсолютно. ⊗

Пример 3.8.13. Выяснить вопрос о типе сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}\frac{1}{\sqrt[3]{n}}$.

Р е ш е н и е. Ряд знакочередующийся, последовательность его членов монотонно убывает и сходится к нулю. Поэтому ряд сходится по признаку Лейбница.

Рассмотрим ряд, составленный из абсолютных величин его членов, то есть ряд $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{\sqrt[3]{n}}$.

Сравнивая его с гармоническим рядом, замечаем, что для почти всех n (начиная с $n=2$) каждый член этого ряда больше соответствующего члена гармонического ряда:

$$\frac{1}{\sqrt[3]{n}} > \frac{1}{n}.$$

Так как гармонический ряд расходится, то по признаку сравнения расходится и ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[3]{n}}$. Поэтому ряд $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{1}{\sqrt[3]{n}}$ не является абсолютно сходящимся, то есть сходится условно. ⊗

Практическое занятие 9

Функциональные ряды

Пример 3.9.1. Исследовать сходимость функционального ряда

$$\frac{4-x}{7x+2} + \frac{1}{3}\cdot\left(\frac{4-x}{7x+2}\right)^2 + \frac{1}{5}\cdot\left(\frac{4-x}{7x+2}\right)^3 + \ldots + \frac{1}{2n-1}\cdot\left(\frac{4-x}{7x+2}\right)^n + \ldots$$

в точках $x_1 = 0$ и $x_2 = 1$.

Р е ш е н и е. 1) В точке $x_1 = 0$ имеем

$$2 + \frac{1}{3}\cdot 2^2 + \frac{1}{5}\cdot 2^3 + \ldots + \frac{1}{2n-1}\cdot 2^n + \ldots.$$

Это ряд с положительными членами. Применим признак Даламбера:

$$u_n = \frac{2^n}{2n-1};\ u_{n+1} = \frac{2^{n+1}}{2n+1};$$

$$\frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{2^{n+1}}{2n+1}\cdot\frac{2n-1}{2^n} = 2\cdot\frac{2n-1}{2n+1} = 2\cdot\frac{2n+1-2}{2n+1} = 2\cdot\left(1-\frac{2}{2n+1}\right) > 1.$$

Поэтому в точке $x_1 = 0$ ряд расходится.

2) В точке $x_2 = 1$ имеем

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{3}\cdot\frac{1}{3^2} + \frac{1}{5}\cdot\frac{1}{3^3} + \ldots + \frac{1}{2n-1}\cdot\frac{1}{3^n} + \ldots.$$

Применяем признак Даламбера:

$$u_n = \frac{1}{3^n\cdot(2n-1)};\ u_{n+1} = \frac{1}{(2n+1)\cdot 3^{n+1}};$$

$$\frac{u_{n+1}}{u_n}=\frac{(2n-1)\cdot 3^n}{(2n+1)\cdot 3^{n+1}}=\frac{1}{3}\cdot\frac{2n-1}{2n+1}=\frac{1}{3}\cdot\frac{2n+1-2}{2n+1}=\frac{1}{3}\cdot\left(1-\frac{2}{2n+1}\right)<1.$$

Поэтому в точке $x_2=1$ ряд сходится. $\otimes$

Пример 3.9.2. Найти промежуток сходимости и сумму ряда

$$1+e^{-x}+e^{-2x}+\ldots+e^{-(n-1)x}+\ldots.$$

Р е ш е н и е. В точке $x=0$ не выполняется необходимый признак сходимости и ряд, очевидно, расходится. Рассмотрим промежутки $(-\infty, 0)$ и $(0, \infty)$.

1) На промежутке $(-\infty, 0)$ имеем:

$$\lim_{n\to\infty}u_n=\lim_{n\to\infty}e^{-(n-1)x}=\lim_{n\to\infty}e^{(n-1)\cdot(-x)}=\left\{x=t\right\}=\lim_{n\to\infty}e^{(n-1)t},$$

где $t\in(0,\infty)$. Поэтому $\lim\limits_{n\to\infty}u_n=\lim\limits_{n\to\infty}e^{(n-1)t}\neq 0$. Снова не выполняется необходимый признак сходимости. Ряд на промежутке $(-\infty, 0)$ расходится.

2) На промежутке $(0, \infty)$ выполняется необходимый признак сходимости. Далее имеем:

$$\frac{u_{n+1}}{u_n}=\frac{e^{-nx}}{e^{-(n-1)x}}=\frac{e^{(n-1)x}}{e^{nx}}=e^{-x}=\frac{1}{e^x}.$$

На $(0, \infty)$ всегда $\dfrac{1}{e^x}<1$. Поэтому ряд сходится.

Перепишем ряд в виде:

$$1+\frac{1}{e^x}+\left(\frac{1}{e^x}\right)^2+\ldots+\left(\frac{1}{e^x}\right)^n+\ldots.$$

Имеем геометрическую прогрессию со знаменателем $q=\dfrac{1}{e^x}<1$. Поэтому сумма ряда равна

$$S=\frac{1}{1-q}=\frac{1}{1-\frac{1}{e^x}}=\frac{e^x}{e^x-1}.\otimes$$

Пример 3.9.3. Исследовать сходимость степенного ряда

$$x+\frac{1}{2}x^2+\frac{1}{3}x^3+\ldots+\frac{1}{n}x^n+\ldots.$$

Р е ш е н и е. Здесь

$$a_n=\frac{1}{n},\ a_{n+1}=\frac{1}{n+1}.$$

Радиус сходимости

$$R=\lim_{n\to\infty}\left|\frac{a_n}{a_{n+1}}\right|=\lim_{n\to\infty}\frac{n+1}{n}=1.$$

Ряд сходится в промежутке $-1<x<1.$

Если $x=1$, имеем гармонический ряд $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n}$, который расходится.

Если $x=-1$, то получаем ряд

$$-1+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{4}-\ldots.$$

Это ряд Лейбница и, следовательно, он сходится.

Таким образом, областью сходимости данного ряда является промежуток $x\in[-1,1)$, который можно задать двойным неравенством $-1\le x<1.\otimes$

Пример 3.9.4. Исследовать сходимость ряда

$$(x-2)+\frac{1}{2^2}(x-2)^2+\frac{1}{3^2}(x-2)^3+\ldots+\frac{1}{n^2}(x-2)^n+\ldots.$$

Р е ш е н и е. Коэффициенты ряда выражаются формулами:

$$a_n=\frac{1}{n^2};\ a_{n+1}=\frac{1}{(n+1)^2}.$$

Поэтому радиус сходимости

$$r=\lim_{n\to\infty}\frac{(n+1)^2}{n^2}=\lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{n}\right)^2=\lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{2}{n}+\frac{1}{n^2}\right)=1.$$

Таким образом, ряд сходится, если

$$-1<x-2<1\Rightarrow 1<x<3.$$

На левом конце промежутка сходимости $x=1$ имеем ряд

$$-1+\frac{1}{2^2}-\frac{1}{3^2}+\frac{1}{4^2}-\ldots.$$

Это знакочередующийся ряд Лейбница, который сходится, так как сходится ряд из абсолютных величин его членов.

На правом конце промежутка сходимости $x=3$ имеем ряд

$$1+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{3^2}+\frac{1}{4^2}+\ldots.$$

Этот ряд сходится, так как при $p>1$ сходится ряд

$$1+\frac{1}{2^p}+\frac{1}{3^p}+\frac{1}{4^p}+\ldots,$$

что является табличным фактом.

Степенной ряд сходится для значений x, удовлетворяющих двойному неравенству $1\le x\le 3.\otimes$

Пример 3.9.5. Исследовать сходимость ряда

$$1!(x-5)+2!(x-5)^2+3!(x-5)^3+\ldots+n!(x-5)^n+\ldots.$$

Р е ш е н и е. Коэффициенты ряда

$$a_n=n!;\ a_{n+1}=(n+1)!.$$

Поэтому радиус сходимости

$$r=\lim_{n\to\infty}\frac{n!}{(n+1)!}=\lim_{n\to\infty}\frac{1\cdot 2\cdot 3\cdot\ldots\cdot n}{1\cdot 2\cdot 3\cdot\ldots\cdot n\cdot(n+1)}=\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n+1}=0.$$

Ряд сходится только при $x-5=0$, то есть в точке $x=5.\otimes$

Пример 3.9.6. Показать, что ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n\cdot n}{x^4+n^2}$ сходится равномерно на промежутке $(-\infty,\infty)$.

Р е ш е н и е. Выпишем несколько первых членов ряда:

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n\cdot n}{x^4+n^2}=-\frac{1}{x^4+1^2}+\frac{2}{x^4+2^2}-\frac{3}{x^4+3^2}+\ldots.$$

Имеем знакочередующийся ряд, причём

$$|u_1|=\frac{1}{x^4+1}>|u_2|=\frac{2}{x^4+4}>|u_3|=\frac{3}{x^4+9}>\ldots$$

Применим признак Лейбница:

$$\lim_{n\to\infty}\left|\frac{(-1)^n\cdot n}{x^4+n^2}\right| = \lim_{n\to\infty}\frac{\frac{1}{n}}{\left(\frac{x^2}{n}\right)^2+1} = 0.$$

Ряд сходится для любых $x \in (-\infty, \infty)$.

Для остатка ряда имеем

$$|r_n| = \left|\sum_{n=m+1}^{\infty}\frac{(-1)^n\cdot n}{x^4+n^2}\right| < |u_{m+1}| = \left|\frac{(-1)^{m+1}\cdot(m+1)}{x^4+(m+1)^2}\right| < \frac{1}{m+1},$$

так как $x^4 > 0$. Рассмотрим неравенство $\frac{1}{m+1} < \varepsilon$. Из этого неравенства получаем $m > \frac{1}{\varepsilon} - 1$. Если теперь мы выберем $m_0 = \left[\frac{1}{\varepsilon} - 1\right] + 1$, то $(\forall m \geq m_0)$ получаем $|r_m| < \frac{1}{m+1} < \varepsilon$. Таким образом, ряд сходится на $(-\infty, \infty)$ независимо от x, то есть равномерно по $x \in (-\infty, \infty)$. $\otimes$

Ряд Тейлора (Маклорена)

Пример 3.9.7. Разложить функцию

$$f(x) = \frac{3}{2-x-x^2}$$

по степеням x $(x_0 = 0)$ в ряд Тейлора.

Р е ш е н и е. Данную функцию разложим на элементарные дроби:

$$f(x) = \frac{3}{2-x-x^2} = \frac{1}{1-x} + \frac{1}{x+2}.$$

Теперь можно использовать готовое табличное разложение

$$\frac{1}{1-t} = 1+t+t^2+t^3+\ldots = \sum_{n=0}^{\infty} t^n,\ t \in (-1,1).$$

Применяя это разложение, получаем:

$$\frac{1}{1-x} = 1 + x + x^2 + x^3 + \ldots = \sum_{n=0}^{\infty} x^n;$$

$$\frac{1}{x+2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{1+\frac{x}{2}} = \frac{1}{2} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^n}{2^n} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^n}{2^{n+1}}, \; x \in (-2, 2).$$

Получаем разложение для исходной функции:

$$f(x) = \frac{3}{2-x-x^2} = \sum_{n=0}^{\infty} \left(1 + \frac{(-1)^n}{2^{n+1}} \right) x^n.$$

Область сходимости данного ряда – пересечение указанных областей сходимости:

$$M = (-1, 1) \cap (-2, 2) = (-1, 1). \otimes$$

Пример 3.9.8. Разложить в ряд Маклорена функцию, определённую формулой $f(x) = \sin^2 x$.

Р е ш е н и е. Вычисляем производные данной функции:

$$f^{(0)}(x) = \sin^2 x;$$

$$f'(x) = 2 \cdot \sin x \cdot \cos x = \sin 2x;$$

$$f''(x) = 2 \cdot \cos 2x = 2 \cdot \sin\left(2x + \frac{\pi}{2} \right);$$

$$f'''(x) = -4 \cdot \sin 2x = 2^2 \cdot \sin\left(2x + 2\frac{\pi}{2} \right);$$

$$f^{(4)}(x) = -8 \cdot \cos 2x = 2^3 \cdot \sin\left(2x + 3\frac{\pi}{2} \right);$$

.....;

$$f^{(n)}(x) = 2^{n-1} \cdot \sin\left[2x + (n-1)\frac{\pi}{2} \right];$$

$$f^{(n+1)}(x) = 2^n \cdot \sin\left[2x + n \cdot \frac{\pi}{2} \right];$$

.....

Вычисляем производные в точке $x = 0$:

$$f^{(0)}(0) = 0;$$

$$f'(0) = 0;$$

$$f''(0) = 2;$$

$$f'''(0) = 0;$$

$$f^{(4)}(0) = 2^3;$$

$$f^{(5)}(0) = 0;$$

$$f^{(6)}(0) = 2^5;$$

……..

Остаточный член в форме Лагранжа имеет вид

$$r_n = \frac{f^{(n+1)}(\xi)}{(n+1)!} \cdot x^{n+1} = \frac{2^n \cdot \sin\left(2 \cdot \xi + \frac{n \cdot \pi}{2}\right)}{(n+1)!} \cdot x^{n+1} =$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{(2 \cdot x)^{n+1}}{(n+1)!} \cdot \sin\left(2 \cdot \xi + \frac{n \cdot \pi}{2}\right).$$

Так как

$$\lim_{n \to \infty} \frac{(2 \cdot x)^{n+1}}{(n+1)!} = 0, \left|\sin\left(2 \cdot \xi + \frac{n \cdot \pi}{2}\right)\right| \le 1,$$

получаем $\lim\limits_{n \to \infty} r_n = 0$. Поэтому функция $f(x) = \sin^2 x$ может быть разложена в ряд Маклорена

$$\sin^2 x = \frac{2}{2!} \cdot x^2 - \frac{2^3}{4!} \cdot x^4 + \frac{2^5}{6!} \cdot x^6 - \frac{2^7}{8!} \cdot x^8 + \ldots$$

на любом промежутке $[-b, b]$. ⊗

Задания для самостоятельной работы

Предел и дифференцируемость функций одного переменного

1. Выяснить тип монотонности последовательностей:

1) $\left(\frac{n}{2n+1}\right)$; 2) $\left(\frac{n}{5^n}\right)$; 3) $\left(\frac{n}{4n-3}\right)$; 4) $\left(\frac{n}{n+1}\right)$; 5) $\left(1+\frac{1}{2^n}\right)$.

2. Используя определение, показать, что $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = x_0$, если:

1) $x_n = \frac{3n+1}{5n+2}$, $x_0 = \frac{3}{5}$;

2) $x_n = \frac{2n-2}{3n-1}$, $x_0 = \frac{2}{3}$;

3) $x_n = \frac{4n-2}{2n+3}$, $x_0 = 2$;

4) $x_n = \frac{4n^2+1}{n^2+2}$, $x_0 = 4$;

5) $x_n = \frac{3-n^3}{1+n^3}$, $x_0 = -1$;

6) $x_n = \frac{6n-2}{2n+1}$, $x_0 = 3$;

7) $x_n = \frac{3+8n^2}{1+4n^2}$, $x_0 = 2$;

8) $x_n = \frac{5n+2}{3n+1}$, $x_0 = \frac{5}{3}$.

3. Вычислить предел последовательности:

1) $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{1-n}{n}$;

2) $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{3n-2}{2n+5}$;

3) $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{(6-n)^2+(6+n)^2}{(6-n)^2-(6+n)^2}$;

4) $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{(4-n)^3-(2-n)^3}{(3-n)^2-(2+n)^4}$;

5) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{(3+n)^2-(2+n)^2}{(2+n)^2-(-n)^2}$;

6) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{(2+n)^3}{(n+2)^2-(n+1)^3}$;

7) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{(n+2)^2-(n+5)^3}{(3-n)^3}$;

8) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2+\dfrac{n}{2^n}}{n^2-1}$;

9) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n^3}{n^2+1}-\dfrac{3n^2}{3n-1}\right)$;

10) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\sqrt{a^2n^2+bn}-an\right)$;

11) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n\sqrt[3]{3n^2}+\sqrt[4]{4n^8+1}}{(n+\sqrt{n})\sqrt{7-n+n^2}}$;

12) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{\sqrt{n-1}-\sqrt{2n^2+3}}{\sqrt[3]{n^3+3}+\sqrt[4]{n^5+2}}$;

13) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{10n^3-\sqrt{n^3+2}}{\sqrt{4n^6+3}-n}$;

14) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{\sqrt{n+2}-\sqrt[3]{8n^3+3}}{\sqrt[4]{n+5}+n}$;

15) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2^{n+1}+5^{n+1}}{2^n+5^n}$;

16) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(2^{-n}\sin x\right)$;

17) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n+2}{n-1}\right)^n$;

18) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n^2+1}{n^2}\right)^{n^2}$;

19) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n^2+n+3}{n^2+n-1}\right)^{-n^2}$;

20) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{2n^2+n+5}{2n^2+n+1}\right)^{3n^2}$;

21) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(1+\dfrac{1}{n}\right)^{n+1}$;

22) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(1-\dfrac{1}{3n}\right)^{n}$.

23. Найти множество определения M и множество значений $f(M)$ функции $f(x)=\lg x$.

24. Найти множество определения M следующих функций:

1) $f(x)=\dfrac{x^2-1}{x-1}$; 2) $f(x)=\dfrac{2x}{x^2-5x+4}$; 3) $f(x)=(x-2)\cdot\sqrt{\dfrac{x+1}{1-x}}$;

4) $f(x)=\lg(x-2)-\sqrt{\dfrac{x+2}{1-x}}$; 5) $f(x)=\dfrac{3x^2-5x+2}{2x^3-3x^2+x}$.

25. Выяснить, какие из данных функций являются чётными, а какие нечётными:

1) $f(x)=1-x$; 2) $f(x)=x^3+x$; 3) $f(x)=\sqrt{2x-x^2}$;

4) $f(x)=x^5-x^3+x$; 5) $f(x)=x^2+x-1$.

26. Выяснить, является ли данная функция периодической и если функция является периодической, то найти её период:

1) $f(x)=5$; 2) $f(x)=\sin(6x+3)$; 3) $f(x)=\cos x^2$;

4) $f(x)=2[x]+1$, где $[x]$ – целая часть x.

27. Используя определение непрерывности функции по Гейне, доказать, что функция $f(x) = x^2 + 3x + 3$ непрерывна в любой точке действительной числовой оси $(-\infty, +\infty)$.

28. Используя определение непрерывности по Коши показать, что следующие функции непрерывны в заданных точках x_0:

1) $f(x) = 3x - 5,\ x_0 = 2$; 2) $f(x) = 4x^2 - 1,\ x_0 = 2$;

3) $f(x) = -3x^2 + 8,\ x_0 = 4$; 4) $f(x) = 4x^2 + 1,\ x_0 = 8$;

5) $f(x) = \sin x - \cos 2x,\ x_0 = \dfrac{\pi}{2}$.

29. Решить неравенство $\dfrac{x^2 - 5x + 6}{x^3 - 1} < 0$.

30. Найти предел данной функции при $x \to x_0$:

1) $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{3x^2 - 5x + 2}{2x^3 - 3x^2 + x}$; 2) $\lim\limits_{x\to -1} \dfrac{x^3 + 3x^2 + 7x + 5}{x^2 - x - 2}$;

3) $\lim\limits_{x\to -1} \dfrac{x^3 + x^2 - x - 1}{x^3 - 3x - 2}$; 4) $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{x^4 - 1}{x^4 - x^3 + x - 1}$;

5) $\lim\limits_{x\to -1} \dfrac{x^3 - x^2 - x - 2}{x^3 - 2x^2 + x - 2}$ 6) $\lim\limits_{x\to a} \dfrac{x^4 - a^4}{x^3 - a^3}$; 7) $\lim\limits_{x\to \frac{\pi}{2}} \dfrac{1 + \sin x}{1 - \cos 2x}$;

8) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\ln(+\sin 2x)}{\sin 3x}$; 9) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{1 - \cos 2x}{\cos 5x - \cos 3x}$; 10) $\lim\limits_{x\to 0} \left(\dfrac{1 + x3^x}{1 + x2^x} \right)^{\frac{1}{x^2}}$;

12) $\lim\limits_{x\to 0} (-\ln\cos x)^{\frac{1}{\sin^2 x}}$.

31. Используя свойства бесконечно малых и бесконечно больших функций, найти следующие пределы:

1) $\lim\limits_{x\to 5} \dfrac{3x + 5}{x - 5}$; 2) $\lim\limits_{x\to \infty} \dfrac{\sin x}{x}$; 3) $\lim\limits_{x\to 0} \left(x \cdot \cos \dfrac{1}{x} \right)$;

4) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{2x^2-x-1}{(x-1)^2}$; 5) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{\sqrt{x+2}-\sqrt{6-x}}{x^2-4}$;

6) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3x^2+2}{4x^5+x+1}$; 7) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{2^{x+1}+3^{x+1}}{2^x+3^x}$;

8) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\sqrt{x^2+1}-\sqrt{x^2-1}\right)$; 9) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 6x}{4x}$; 10) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\dfrac{5}{x}\right)^{3x}$.

32. Используя таблицу производных, найти первую производную функцию для заданной функции и, если требуется, её значение в заданных точках:

1) $f(x)=\ln\dfrac{5-4x^2}{3+7x^2}$, $x_0=3$; 2) $f(x)=\ln\dfrac{(1+x^2)\cdot(1-2x)^3}{(x^2-5)^2}$;

3) $f(x)=x\cdot\ln x$, $x=1$, $x=1x=e$, $x=\dfrac{1}{e}$, $x=\dfrac{1}{e^2}$;

4) $f(x)=\sqrt[8]{x^3}-4x^6+5\ln x-7\cos x+tg(3x^2+2)+ctg6x$;

5) $f(x)=\ln^2(1-\cos x)$; 6) $f(x)=\dfrac{3^x(\sin x+\cos x\cdot\ln 3)}{1+\ln^2 3}$;

7) $f(x)=\ln\sin 3-\dfrac{\cos^2 x}{\sin x}$; 8) $f(x)=\ln(1+\sqrt{thx})$.

33. Найти первую производную и дифференциал функции

$$f(x)=\frac{\ln x}{\sin x}+(1+x^2)\cdot ctgx.$$

34. Найти $f'(0)$ и $df(0)$, если $f(x)=\dfrac{1-10^x}{1+10^x}$.

35. Найти $f'(x)$ и $df(x)$, если $f(x)=\ln(e^x+7)$.

36. Пусть функции f и g, определённые на одном и том же множестве $M\subset R$, n-раз дифференцируемы на этом множестве. Показать, что сумма и произведение этих функций также n-раз дифференцируемы на M.

37. Найти производные указанных порядков для данных функций:

1) $f(x)=\ln(2x-3)$, $f''(x)=?$;

2) $f(x)=\sin 2x+\cos 3x,\ f'''(x)=?;$

3) $f(x)=\dfrac{x+1}{2x+3},\ f'''(x)=?;$

4) $f(x)=\ln(3x+1),\ f'''(x)=?;$

5) $f(x)=3^{2x+1},\ f'''(x)=?;$

6) $f(x)=x^2\cdot\sin x,\ f^{(8)}=?.$

38. Найти производные и дифференциалы указанных порядков:

1) $f(x)=\cos^2 x,\ f''(x)=?,\ d^2 f(x)=?;$

2) $f(x)=e^x\cos x,\ f^{(8)}(x)=?,\ d^{(8)}f(x)=?.$

Дифференцируемость функций нескольких переменных

Интегрируемость функций одного переменного

1. Найти частные производные первого порядка функций, заданных формулами:

1) $u(x,y)=x^3\sin y+y^4;$ 2) $u(x,y)=x^2\sqrt{\dfrac{x+y}{x-y}}.$

2. Найти частные производные в заданных точках:

1) $u(x,y)=\dfrac{1-xy}{1+xy},\ A(0;1);$

2) $u(x,y)=x\sqrt{y}+\dfrac{y}{\sqrt[3]{x}},\ A(1;1);$

3) $u(x,y)=\ln\sqrt{x^2+y^2},\ A(\sqrt{2};1).$

3. Найти полные дифференциалы следующих функций:

1) $u=\dfrac{x}{\sqrt{x^2+y^2}};$ 2) $u=\ln(x_1+\sqrt{x_1^2+x_2^2});$

3) $u=\ln\sin(x_1-2x_2);$ 4) $u=x^2yz^4;$ 5) $u=\ln(x^3-y^3+2z^3).$

4. Пусть функция задана формулой $f(x, y) = x^2 \sin^2 y$. Вычислить $df(x_0, y_0)$ в точке $(x_0, y_0) = \left(-1; \frac{\pi}{4}\right)$.

5. Вычислить значения полных дифференциалов функций, заданных формулами:

1) $u = \frac{x_2}{x_2 - x_1}$, $x_1 = 1$, $x_2 = 2$, $dx_1 = \frac{1}{2}$, $dx_2 = -\frac{1}{3}$;

2) $u = \frac{z}{\sqrt{x^2 + y^2}}$,

$x = 3$, $y = 4$, $z = 5$, $dx = -0{,}1$, $dy = 0{,}3$, $dz = 0{,}2$.

6. Вычислить приближённое значение выражения $(1{,}02)^3 \cdot (0{,}97)^2$.

7. Найти $\frac{du}{dt}$, если $u = e^{x-3y}$, $x = \sin t$, $y = t^2$.

8. Найти $\frac{\partial f}{\partial u}, \frac{\partial f}{\partial v}$, если $f = \ln(x^2 + y^2)$, $x = uv$, $y = \frac{u}{v}$.

9. Функция задана уравнением $e^u = \cos x \cos y$. Найти $\frac{\partial u}{\partial x}$ и $\frac{\partial u}{\partial y}$.

10. Проверить справедливость теоремы Ферма для функции $f(x) = 3x^2 - 1$ на промежутке $[-1, 2]$.

11. Проверить справедливость теоремы Ролля для функции $f(x) = x$ на промежутке $[0, 1]$.

12. Проверить справедливость первой теоремы о среднем для функции $f(x) = 2x - x^2$ на промежутке $[1, 3]$. Найти точку ξ, удовлетворяющую условию $\frac{f(b) - f(a)}{b - a} = f'(\xi)$.

13. Раскрыть неопределённости по правилам Лопиталя:

1) $\lim\limits_{x \to 0} \frac{\sin x}{x} = \left[\frac{0}{0}\right]$; 2) $\lim\limits_{x \to \infty} \frac{x^3 + 2x^2 + x - 1}{3x^3 - x^2 - x + 3} = \left[\frac{\infty}{\infty}\right]$;

3) $\lim\limits_{x \to 1} \left(\frac{1}{\ln x} - \frac{1}{x - 1}\right) = [\infty - \infty]$; 4) $\lim\limits_{x \to 0} \frac{1 - \cos x}{x^2} = \left[\frac{0}{0}\right]$;

5) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^3-3x^2+2}{x^3-4x^2+3}=\left[\dfrac{0}{0}\right]$; 6) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{e^x}{x^2}=\left[\dfrac{\infty}{\infty}\right]$.

14. Показать, что разложение функции $f(x)=\cos x$ по формуле Маклорена имеет вид:

$$\cos x=1-\frac{x^2}{2!}+\frac{x^4}{4!}-\ldots+(-1)^{k-1}\frac{x^{2k-2}}{(2k-2)!}+(-1)^k\frac{x^{2k}}{(2k)!}\cos\theta x.$$

15. Показать, что разложение функции $\ln(1+x)$ по формуле Маклорена имеет вид:

$$\ln(1+x)=x-\frac{x^2}{2}+\frac{x^3}{3}-\ldots+(-1)^{n-1}\frac{x^n}{n}+(-1)^n\frac{x^{n+1}}{n+1}\left(\frac{1}{1+\theta x}\right)^{n+1}.$$

16. Написать разложение для функции $f(x)=e^{\sin x}$ по формуле Маклорена до степени x^3 включительно.

17. Найти промежутки монотонности функции:

1) $f(x)=x^3+3x^2-9x-2$; 2) $f(x)=\dfrac{1}{x^2+1}$;

3) $f(x)=x(1+\sqrt{x})$; 4) $f(x)=x-2\sin x,\ (0\le x\le 2\pi)$.

18. Исследовать на экстремум функцию:

1) $f(x)=\dfrac{1}{3}\cdot x^3+\dfrac{5}{2}\cdot x^2+4x+3$;

2) $f(x)=(x-5)e^x$;

3) $f(x)=(x-1)^4$;

4) $f(x)=\dfrac{1}{x}+\ln x$.

19. Определить наименьшее и наибольшее значения функции на заданном промежутке:

1) $f(x)=3x^5-5x^3+10,\ [-1,2]$;

2) $f(x)=1-\sqrt[3]{x^2-2x},\ [0,2]$;

3) $f(x)=\dfrac{4x^2}{3+x^2},\ [-1,1]$;

4) $f(x)=2-12x^2-8x^3,\ [-2,0]$;

5) $f(x)=\dfrac{x^3-9x^2}{6x-5}$, $[0,4]$;

6) $f(x)=2-12x^2-8x^3$, $[-2,0]$.

20*. Из прямоугольного куска жести шириной 50 см. и длиной 80 см. делают ящики: в углах вырезают квадраты, закрывают выступающие края и запаивают кромки. Определить, какого размера квадраты следует вырезать, чтобы объём ящика был максимальным.

21*. Разложить число 20 на два слагаемых так, чтобы их произведение было наибольшим.

22. Имеет ли точки перегиба функция $f(x)=x^3-6x^2+2x-1$?

23. Показать, что график функции

$$f(x)=\frac{1}{30}x^6-\frac{13}{12}x^4+18x^2-7x-1$$

имеет точки перегиба графика в точках $x_{1,2}=\pm 2$, $x_{3,4}=\pm 3$ множества определения функции.

24. Найти промежутки, на которых график функции является выпуклым и выгнутым:

1) $f(x)=x^3-6x^2+12x+4$; 2) $f(x)=x^4+8x^2+16$.

25. Найти асимптоты графика функции:

1) $f(x)=\dfrac{x^3}{x^2+1}+2$; 2) $f(x)=\sqrt{x^2-4x+3}$;

3) $f(x)=\dfrac{-5x+3}{x+2}$; 4) $f(x)=\dfrac{-x^2+7x}{x-3}$;

5) $f(x)=\sqrt{1+x^2}-2x$.

26*. Исследовать функцию и построить её график:

1) $f(x)=\dfrac{x^3+2x^2+7x-3}{2x^2}$; 2) $f(x)=-\dfrac{1}{3}x^3+2x^2-1$;

3) $f(x)=2x-1+(x+1)^{-1}$; 4) $f(x)=x(-x^2)^{-2}$;

5) $f(x)=x^4(+x)^{-3}$; 6) $f(x)=x^2(-x)(+x)^{-2}$.

27. Найти градиент функции $u=\sqrt{4+x^2+y^2}$ в точке $M(2;1)$.

Ответ: $\frac{2}{3}\vec{e}_1+\frac{1}{3}\vec{e}_2$.

28. Найти производную функции

$$u = x^2 + y^2 - 3x + 2y$$

по направлению радиус-вектора точки $M(3; 4)$ в начале координат.

Ответ: $\frac{1}{5}$.

29. Найти производную функции, определённой формулой

$$u = \frac{x_1 x_2 x_3}{3},$$

в точке $M_0(1; 2; 3)$ по направлению вектора $\vec{M_0M}$, если $M(4; 1; 6)$.

30. Исследовать на экстремум функцию, заданную формулой:

$$f(x, y) = 3x_1 + 6x_2 - x_1^2 - x_1x_2 - x_2^2.$$

Ответ: функция в точке $M(0; 3)$ имеет локальный максимум $f(0; 3) = 9$.

31. Исследовать на экстремум функцию, заданную формулой:

$$f(x, y) = e^{\frac{x}{2}}(x + y^2).$$

Ответ: функция в точке $M(-2; 0)$ имеет локальный минимум: $f(-2; 0) = -\frac{2}{e}$.

32*. Исследовать на экстремум функцию, заданную формулой

$$z = x^2 + y^2$$

при условии, что $\frac{x}{4}+\frac{y}{3}=1$.

Ответ: функция в точке $M\left(\frac{36}{25}; \frac{48}{25}\right)$ имеет локальный минимум

$$f\left(\frac{36}{25}; \frac{48}{25}\right) = \frac{144}{25}.$$

33*. Найти наибольшее и наименьшее значения функции, заданной формулой

$$f(x, y) = xy$$

в круге $x^2 + y^2 \le 1.$

Ответ: $f_{\min} = -\frac{1}{2};\ f_{\max} = \frac{1}{2}.$

34. Найти неопределённые интегралы непосредственным интегрированием, используя свойства неопределённого интеграла и таблицу первообразных:

1) $\int (x^6 - 6x^5 + 40x^3 - 24x^2)\,dx$; 2) $\int \sqrt[3]{x^2}\,(\sqrt[3]{x} - 1)\,dx$;

3) $\int \frac{(4 - 3\sqrt{x})^2}{x^2}\,dx$; 4) $\int \frac{x+2}{x+3}\,dx$; 5) $\int \left(\sum_{k=0}^{n} a_k x^k \right) dx$;

6) $\int (2x^2 + 1)^3\,dx$; 7) $\int (1 + \sqrt{x})^4\,dx$; 8) $\int \frac{(x+1)\cdot(x^2 - 3)}{3x^2}\,dx$;

9) $\int \frac{(x - \sqrt{x})\cdot(1 + \sqrt{x})}{\sqrt[3]{x}}\,dx$; 10) $\int (e^x - 1)(e^{-x} + 1)\,dx$;

11) $\int \frac{x^2 + 3}{x^2 + 1}\,dx$; 12) $\int \frac{\cos 2x}{\cos^2 x}\,dx$; 13) $\int \frac{\sin 3x - \sin 5x}{\cos 4x}\,dx$;

14) $\int \frac{2^{x+1} - 5^{x-1}}{10^x}\,dx$; 15) $\int \frac{dx}{2 + 3x^2}\,dx.$

35. Найти неопределённые интегралы методом подведения под дифференциал:

1) $\int \frac{dx}{ax + b}$, где a, b – постоянные;

2) $I = \int \frac{x\,dx}{1 + x^2}$;

3) $\int \sqrt{x + 3}\,dx$ (***Указание:*** использовать подстановку $t = x + 3$);

4) $I = \int \frac{dx}{e^x + e^{-x}}$ (***Указание:*** использовать подстановку $t = e^x$);

5) $\int \frac{x^2 + 1}{(x^3 + 3x + 1)^4}\,dx$; 6) $\int \frac{dx}{x\sqrt{\ln x}}$;

7) $\int \frac{3\sqrt{x}+1}{2x\sqrt{x}+x}dx$; 8) $\int \frac{xdx}{\sqrt{1-x^4}}$;

9) $\int \frac{x\cos x+\sin x}{(x\sin x)^3}dx$; 10) $\int \frac{\sin 2x-\cos x}{(\cos^2 x+\sin x)^2}dx$.

36. Найти неопределённые интегралы методом подстановки:

1) $\int x\cdot e^{x^2}dx$ (***Указание:*** использовать подстановку $t=x^2$);

2) $\int \frac{\ln^3 x}{x}dx$; 3) $\int (2x-5)^7 dx$; 4) $\int e^{4-3x}dx$;

5) $\int 6^{5x+2}dx$; 6) $\int \frac{6x-5}{\sqrt{3x^2-5x+4}}dx$; 7) $\int \frac{e^x dx}{2e^x+7}$; 8) $\int \frac{dx}{x\ln x}$;

9) $\int \frac{\sqrt[6]{\ln^5 x}}{x}dx$; 10) $\int \frac{e^{5x}}{4-e^{10x}}dx$; 11) $\int \sin x\cos^2 xdx$;

12) $\int \frac{\cos x}{\sqrt[3]{\sin x}}dx$; 13) $\int \frac{\sin x}{\cos^2 x\sqrt{\cos x}}dx$;

14) $\int \frac{\sqrt{5tgx}}{\cos^2 x}dx$; 15) $\int e^{4\cos x-1}\sin xdx$.

37. Найти неопределённый интеграл методом интегрирования по частям:

1) $\int x^2\cdot\cos xdx$; 2) $\int x^2\cdot\sin xdx$; 3) $\int x\cdot e^x dx$;

4) $\int (x^2+2x+3)\cdot\cos xdx$; 5) $\int \frac{x}{\sin^2 x}dx$; 6) $\int e^{2x}\cos xdx$;

7) $\int x^2 e^x dx$; 8) $\int x\ln xdx$.

38. Найти определённый интеграл:

1) $\int_0^1 x\cdot e^{-x}dx$;

2) $\int_1^e \frac{\ln^2 x}{x}dx$ (***Указание:*** использовать подстановку $t=\ln x$);

3) $\int_0^r \sqrt{r^2 - x^2}\,dx$ (***Указание:*** использовать замену переменной интегрирования $x = r \cdot \sin t$ и формулу интегрирования по частям);

4) $\int_0^{\pi/4} \frac{\sin x - \cos x}{(\cos x + \sin x)^3}\,dx$; 5) $\int_1^e \frac{1 + \ln^3 x}{x}\,dx$; 6) $\int_{-2}^{5} \sqrt[3]{5x+2}\,dx$;

7) $\int_{0,5}^{0,5} \frac{3^x}{1+9^x}\,dx$; 8) $\int_0^{0,5} e^{\sin \pi x} \cos \pi x\,dx$; 9) $\int_0^1 xe^{-x}\,dx$;

10) $\int_0^{\pi} e^x \cos^2 x\,dx$; 11) $\int_0^{\pi} (\pi - x)\sin x\,dx$; 12) $\int_{-1}^{0} (2x+3)e^{-x}\,dx$;

13) $\int_{\pi/6}^{\pi/2} \frac{x\,dx}{\sin^2 x}$; 14) $\int_{\pi/3}^{\pi/2} \frac{\cos x}{3 + \cos x}\,dx$; 15) $\int_{\pi/4}^{\pi/2} \frac{\cos^2 x}{\sin^4 x}\,dx$; 16) $\int_{\pi/4}^{\pi/3} \frac{1 + tgx}{\sin 2x}\,dx$.

Числовые ряды

1. Выяснить вопрос о сходимости и найти суммы рядов:

1) $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \ldots$; 2) $1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{9} - \frac{1}{27} + \ldots$;

3) $1 + \frac{1}{\sqrt[3]{2}} + \frac{1}{\sqrt[3]{4}} + \frac{1}{\sqrt[3]{8}} + \ldots$; 4) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{6}{n^2 + 5n + 6}$;

5) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3}{n^2 - 5n + 6}$; 6) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{30}{25n^2 + 5n - 6}$;

7) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{90}{4n^2 + 8n - 5}$; 8) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{18}{n^2 + 3n}$; 9) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3}{9n^2 - 3n - 2}$;

10) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4}{4n^2 - 1}$; 11) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{16}{16n^2 - 8n - 3}$; 12) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{60}{(2n+1)(2n+3)(2n+5)}$.

2. Проверить, выполнение необходимого признака сходимости для рядов:

1) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2n-1}$; 2) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{2n+1}$;

3) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n}{n^2+1}$; 4) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\sqrt{n^3+1}}{n^2(2+\sin n)}$;

5) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(4-n^3)-(2-n^3)}{(-n^2)-(2+n^4)}$; 6) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(3-n^3)-(2-n^3)}{(-n^3)-(1+n^3)}$.

3. Исследовать сходимость ряда, используя признак сравнения:

1) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2^n}{1+2^{2n}}$; 2) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2^n}{n\cdot(1+2^n)}$;

3) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{4-2\sin n}{n-\ln n}$; 4) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2+\cos n}{n^2+3}$;

5) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n^2\ln n}{n^3-2}$; 6) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\ln n}{\sqrt[4]{n^9}}$;

7) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\ln n}{\sqrt[3]{n+3}}$; 8) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\cos^2 n}{n^2+1}$;

9) $\sum_{n=1}^{\infty}\ln\frac{n^3+6}{n^3+5}$; 10) $\sum_{n=1}^{\infty}n\ln\frac{n^4+3}{n^4+2}$;

11) $\sum_{n=1}^{\infty}n\ln\frac{3^n+n}{7^n+2n}$; 12) $\sum_{n=1}^{\infty}n^2\left(e^{\frac{1}{2n^3}}-1\right)$.

4. Исследовать сходимость ряда, используя признак Даламбера:

1) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n!}$; 2) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{5^n}{n^5}$; 3) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{5^n}{(n!)^3}$;

4) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(3n+2)!}{2^n(2n+5)!}$; 5) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2^n(5^5-1)}{n!}$; 6) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{5^n n!}{(2n)!}$;

7) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2^n n!}{(2n)!}$; 8) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2^n n!}{n^n}$.

5. Исследовать сходимость ряда, используя радикальный признак Коши:

1) $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{3n^2+1}{2n^2+1}\right)^{n^2}$; 2) $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{2n^3+n}{3n^3-1}\right)^{n^2}$;

3) $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{5n-3}{7n+1}\right)^{n^3}$; 4) $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{3n+1}{5n+3}\right)^{n}$;

5) $\sum_{n=1}^{\infty}\sqrt{n}\left(\frac{n}{2n+1}\right)^{2n}$; 6) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n^2 3^n}{5^{n+1}}$.

6. Исследовать сходимость знакопеременного ряда и выяснить тип сходимости (абсолютная или условная):

1) $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}\frac{3n-2}{3n-1}$; 2) $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}\left(1+\frac{n}{10^n}\right)$;

3) $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}\frac{n+1}{n^2+n+1}$.

Функциональные ряды

1. Исследовать сходимость функциональных рядов в указанных точках:

1) $\frac{3x+1}{x^2+x+1}+\left(\frac{3x+1}{x^2+x+1}\right)^2+\ldots+\left(\frac{3x+1}{x^2+x+1}\right)^n+\ldots,$

$x=1,\ x=2,\ x=3;$

2) $\frac{1!}{1}(x^2-4x+6)+\frac{2!}{2^2}(x^2-4x+6)^2+\ldots+\frac{n!}{n^2}(x^2-4x+6)^n+\ldots,$

$x=1,\ x=2,\ x=3.$

9. Найти область сходимости функционального ряда

1) $\frac{1}{1+x^2}+\frac{1}{2^2(1+x^2)^2}+\ldots+\frac{1}{n^2(1+x^2)^n}+\ldots;$

2) $1+\frac{1}{2^x}+\frac{1}{3^x}+\ldots+\frac{1}{n^x}+\ldots;$

3) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{n\left(x^2-6x+10\right)^n}$;

4) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{n\left(x^2-5x+9\right)^n}$;

5) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^n}{n^2\left(x^2+3\right)^n}$;

6) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n}{n\left(x^2-4x+8\right)^n}$;

7) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{6^n}{n^2\left(x^2-2x+6\right)^n}$;

8) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{\left(n+\sqrt{n}\right)^x}$.

3. Найти радиус и промежуток сходимости степенного ряда:

1) $\frac{x}{1!}+\frac{x^2}{2!}+\frac{x^3}{3!}+\ldots+\frac{x^n}{n!}+\ldots$;

2) $1+\frac{x^3}{10}+\frac{x^6}{10^2}+\ldots+\frac{x^{3(n-1)}}{10^{n-1}}+\ldots$;

3) $2x^5+\frac{4x^{10}}{3}+\frac{8x^{15}}{5}+\ldots+\frac{2^n x^{5n}}{2n-1}+\ldots$;

4) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{n(n-1)/2}}{n!}$;

5) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{n\cdot 9^n}$;

6) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+5)^{2n}}{4^n}$;

7) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+1)^n}{(n+1)2^n}$;

8) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n}(x+3)^n}{n^2+1}$;

9) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-3)^{2n-1}}{(n^3+3n)4^n}$;

10) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n(x+2)^n}{(n+1)3^n}$.

4. Разложить данную функцию в ряд Тейлора в окрестности данной точки, или в ряд Маклорена в окрестности нуля;

1) $f(x) = \frac{x}{\sqrt{9+x^2}}$;

2) $f(x) = \frac{x}{3+2x}$;

3) $f(x) = \sqrt[4]{16+x}$;

4) $f(x) = 2^x$;

5) $f(x) = \cos^2 x$;

6) $f(x) = e^{-x^2}$;

7) $f(x) = \frac{1}{x}$ по степеням $x-2$;

8) $f(x) = 3^x$;

9) $f(x) = e^{-2x}$;

10) $f(x) = \sqrt{x+2}$.

ЧАСТЬ 4. ТЕОРИЯ ПОЛЯ. ВЕКТОРНЫЙ АНАЛИЗ. ОБЫКНОВЕННЫЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Практическое занятие 1

Базисные векторные поля

Пример 4.1.1. Показать, что орты полярной системы координат связаны с ортами декартовой системы координат соотношениями

$$\vec{g}_{\langle r\rangle} = \cos\varphi\,\vec{e}_1 + \sin\varphi\,\vec{e}_2,\ \vec{g}_{\langle\varphi\rangle} = -\sin\varphi\,\vec{e}_1 + \cos\varphi\,\vec{e}_2. \qquad (1)$$

Р е ш е н и е. В полярной системе координат связь между старыми (декартовыми) и новыми (полярными) координатами даётся обратным отображением

$$x^1 = r\cos\varphi,\ x^2 = r\sin\varphi. \qquad (2)$$

Следовательно, для радиус-вектора получаем

$$\vec{r} = r\cos\varphi\cdot\vec{e}_1 + r\sin\varphi\cdot\vec{e}_2. \qquad (3)$$

Воспользуемся формулами связи базисных векторных полей:

$$\vec{g}_j \overset{def}{=} \frac{\partial\vec{x}}{\partial q^j} = \frac{\partial\vec{x}}{\partial x^i}\frac{\partial x^i}{\partial q^j} = \frac{\partial x^i}{\partial q^j}\vec{e}_i = A^{i\cdot}_{\cdot j}\vec{e}_i. \qquad (4)$$

Для базисного векторного поля $\vec{g}_r$ имеем:

$$\vec{g}_r = \frac{\partial\vec{r}}{\partial r} = \frac{\partial\vec{r}}{\partial x^i}\frac{\partial x^i}{\partial r} \equiv \frac{\partial\vec{r}}{\partial x^1}\frac{\partial x^1}{\partial r} + \frac{\partial\vec{r}}{\partial x^2}\frac{\partial x^2}{\partial r} =$$

$$= \frac{\partial}{\partial r}\left(\cos\varphi\right)\vec{e}_1 + \frac{\partial}{\partial r}\left(\sin\varphi\right)\vec{e}_2 = \cos\varphi\cdot\vec{e}_1 + \sin\varphi\cdot\vec{e}_2. \qquad (5)$$

Для базисного векторного поля $\vec{g}_\varphi$ имеем:

$$\vec{g}_{\varphi} = \frac{\partial \vec{r}}{\partial \varphi} = \frac{\partial \vec{r}}{\partial x^i}\frac{\partial x^i}{\partial \varphi} \equiv \frac{\partial \vec{r}}{\partial x^1}\frac{\partial x^1}{\partial \varphi} + \frac{\partial \vec{r}}{\partial x^2}\frac{\partial x^2}{\partial \varphi} =$$

$$= \frac{\partial}{\partial \varphi}(r\cos\varphi)\vec{e}_1 + \frac{\partial}{\partial \varphi}(r\sin\varphi)\vec{e}_2 =$$

$$= -r\sin\varphi \cdot \vec{e}_1 + r\cos\varphi \cdot \vec{e}_2. \qquad (6)$$

Так как

$$\left\|\vec{g}_r\right\| = \sqrt{\left(\vec{g}_r, \vec{g}_r\right)} = \sqrt{\cos^2\varphi + \sin^2\varphi} = 1,$$

то базисное векторное поля $\vec{g}_r$ нормировано и, следовательно, имеем

$$\vec{g}_{\langle r\rangle} \equiv \vec{g}_r = \cos\varphi \cdot \vec{e}_1 + \sin\varphi \cdot \vec{e}_2. \qquad (7)$$

Векторное поле $\vec{g}_{\varphi}$ не нормировано, а его норма

$$\left\|\vec{g}_{\varphi}\right\| = \sqrt{\left(\vec{g}_{\varphi}, \vec{g}_{\varphi}\right)} = \sqrt{(r\sin\varphi)^2 + (\cos\varphi)^2} = r. \qquad (8)$$

Орт векторного поля $\vec{g}_{\varphi}$ равен

$$\vec{g}_{\langle\varphi\rangle} = \frac{1}{\left\|\vec{g}_{\varphi}\right\|}\vec{g}_{\varphi} = \frac{1}{r}\left(-r\sin\varphi \cdot \vec{e}_1 + r\cos\varphi \cdot \vec{e}_2\right) =$$

$$= -\sin\varphi \cdot \vec{e}_1 + \cos\varphi \cdot \vec{e}_2. \qquad (9)$$

Формулы (7) и (9) решают поставленную задачу. $\otimes$

Пример 4.1.2. В полярной системе координат закон движения точки задан уравнениями

$$x^1(t) = r(t)\cos\varphi(t),\ x^2(t) = r(t)\sin\varphi(t), \qquad (1)$$

где t – время. Найти скорость и ускорение точки в декартовых и полярных координатах.

Р е ш е н и е. Векторная параметризация движения имеет вид

$$\vec{r} = r\cos\varphi \cdot \vec{e}_1 + r\sin\varphi \cdot \vec{e}_2. \qquad (2)$$

Вектор скорости

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{d}{dt}(r\cos\varphi)\cdot\vec{e}_1 + \frac{d}{dt}(r\sin\varphi)\cdot\vec{e}_2 =$$

$$= \left(\frac{dr}{dt}\cdot\cos\varphi + r\cdot\frac{d}{d\varphi}(\cos\varphi)\cdot\frac{d\varphi}{dt}\right)\cdot\vec{e}_1 +$$

$$+ \left(\frac{dr}{dt}\cdot\sin\varphi + r\cdot\frac{d}{d\varphi}(\sin\varphi)\cdot\frac{d\varphi}{dt}\right)\cdot\vec{e}_2 =$$

$$= \left(\frac{dr}{dt}\cdot\cos\varphi - r\cdot\sin\varphi\cdot\frac{d\varphi}{dt}\right)\cdot\vec{e}_1 + \left(\frac{dr}{dt}\cdot\sin\varphi + r\cdot\cos\varphi\cdot\frac{d\varphi}{dt}\right)\cdot\vec{e}_2. \qquad (3)$$

Найдём проекции вектора скорости на оси полярной системы координат. Для этого вычислим значения скалярных произведений вектора скорости и ортов полярной системы координат, найденных в предыдущей задаче (формулы (7) и (9)):

$$v_r \equiv \Pr_{\vec{e}_r}\vec{v} = \left(\vec{v}, \vec{g}_{\langle r\rangle}\right) =$$

$$= \left(\frac{dr}{dt}\cos\varphi - r\frac{d\varphi}{dt}\sin\varphi\right)\cos\varphi + \left(\frac{dr}{dt}\sin\varphi + r\frac{d\varphi}{dt}\cos\varphi\right)\sin\varphi = \frac{dr}{dt}, \qquad (4)$$

$$v_\varphi \equiv \Pr_{\vec{e}_\varphi}\vec{v} = \left(\vec{v}, \vec{g}_{\langle\varphi\rangle}\right) =$$

$$= \left(\frac{dr}{dt}\cos\varphi - r\frac{d\varphi}{dt}\sin\varphi\right)(-\sin\varphi) + \left(\frac{dr}{dt}\sin\varphi + r\frac{d\varphi}{dt}\cos\varphi\right)\cos\varphi =$$

$$= r\frac{d\varphi}{dt}. \qquad (5)$$

Таким образом, вектор скорости в полярной системе координат имеет вид

$$\vec{v} = \frac{dr}{dt}\vec{g}_{\langle r\rangle} + r\frac{d\varphi}{dt}\vec{g}_{\langle\varphi\rangle}. \qquad (6)$$

Найдём разложение вектора ускорения по ортам полярной системы координат. Для этого используем формулы (7) и (9) из предыдущей задачи и формулу (6) из этой задачи:

$$\vec{w} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2r}{dt^2}\vec{g}_{\langle r\rangle} + \frac{dr}{dt}\frac{d\vec{g}_{\langle r\rangle}}{dt} + \frac{dr}{dt}\frac{d\varphi}{dt}\vec{g}_{\langle\varphi\rangle} + r\frac{d^2\varphi}{dt^2}\vec{g}_{\langle\varphi\rangle} + r\frac{d\varphi}{dt}\frac{d\vec{g}_{\langle\varphi\rangle}}{dt};$$

$$\frac{d\vec{g}_{\langle r\rangle}}{dt} = -\sin\varphi\frac{d\varphi}{dt}\vec{e}_1 + \cos\varphi\frac{d\varphi}{dt}\vec{e}_2;$$

$$\frac{d\vec{g}_{\langle\varphi\rangle}}{dt} = -\cos\varphi\frac{d\varphi}{dt}\vec{e}_1 - \sin\varphi\frac{d\varphi}{dt}\vec{e}_2;$$

$$\vec{w} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2r}{dt^2}\vec{g}_{\langle r\rangle} + \frac{dr}{dt}\left(-\sin\varphi\frac{d\varphi}{dt}\vec{e}_1 + \cos\varphi\frac{d\varphi}{dt}\vec{e}_2\right) +$$

$$+\frac{dr}{dt}\frac{d\varphi}{dt}\vec{g}_{\langle\varphi\rangle} + r\frac{d^2\varphi}{dt^2}\vec{g}_{\langle\varphi\rangle} +$$

$$+r\frac{d\varphi}{dt}\left(-\cos\varphi\frac{d\varphi}{dt}\vec{e}_1 - \sin\varphi\frac{d\varphi}{dt}\vec{e}_2\right) =$$

$$=\left(\frac{d^2r}{dt^2} - r\left(\frac{d\varphi}{dt}\right)^2\right)\vec{g}_{\langle r\rangle} + \left(r\frac{d^2\varphi}{dt^2} + 2\frac{dr}{dt}\frac{d\varphi}{dt}\right)\vec{g}_{\langle\varphi\rangle}.$$

Итак, в полярной системе координат для ускорения получаем следующее выражение:

$$\vec{w} = \left(\frac{d^2r}{dt^2} - r\left(\frac{d\varphi}{dt}\right)^2\right)\vec{g}_{\langle r\rangle} + \left(r\frac{d^2\varphi}{dt^2} + 2\frac{dr}{dt}\frac{d\varphi}{dt}\right)\vec{g}_{\langle\varphi\rangle}. \otimes \qquad (7)$$

Пример 4.1.3. Закон движения точки в полярных координатах имеет вид:

$$\begin{cases} r = t\cdot\sin 3t, \\ \varphi = t^3. \end{cases} \qquad (1)$$

Найти скорость и ускорение точки в полярных и декартовых координатах в момент времени $t = 1\,c$. Радиус дан в метрах.

Р е ш е н и е. 1) Полярные координаты точки в заданный момент времени:

$$r(1) = \sin 3 = 0{,}141;\ \varphi(1) = 1.$$

2) Дифференцируя уравнения движения (1) по времени, получаем:

$$\begin{cases} \dot{r} = \sin 3t + 3t\cos 3t, \\ \dot{\varphi} = 3t^2. \end{cases} \qquad (2)$$

При $t = 1\,c$ имеем:

$$\dot{r}(1) = -2{,}829,\ \dot{\varphi}(1) = 3.$$

3) По формулам (4) и (5) предыдущей задачи находим компоненты скорости в полярных координатах:

$$v_r(1) = \dot{r}(1) = -2{,}829\ \frac{м}{c};\ v_\varphi(1) = r(1)\cdot\dot{\varphi}(1) = 0{,}423\ \frac{м}{c}.$$

4) Норма скорости:

$$v(1) = \sqrt{v_r^2(1) + v_\varphi^2(1)} = 2{,}860\ \frac{м}{c}.$$

5) Дифференцируя формулы связи полярных и декартовых координат по времени, находим компоненты скорости в декартовых координатах:

$$v^1 = \dot{x}^1 = \dot{r}\cos\varphi - r\dot{\varphi}\sin\varphi = v_r\cos\varphi - v_\varphi\sin\varphi;$$

$$v^2 = \dot{x}^2 = \dot{r}\sin\varphi + r\dot{\varphi}\cos\varphi = v_r\sin\varphi + v_\varphi\cos\varphi.$$

В заданный момент времени имеем:

$$v^1(1) = -1{,}883\ \frac{м}{c};\ v^2(1) = -2{,}148\ \frac{м}{c}.$$

Проверка правильности вычислений (норма вектора скорости в декартовых и полярных координатах должна быть одинаковой):

$$v = \sqrt{(v^1)^2 + (v^2)^2} = 2{,}85\ \frac{м}{c}.$$

6) Находим вторые производные, дифференцируя (2):

$$\ddot{r} = 6\cos 3t - 9t\sin 3t;\ \ddot{\varphi} = 6t.$$

При $t = 1$ имеем:

$$\ddot{r}(1) = -9{,}74;\ \ddot{\varphi}(1) = 6.$$

7) Находим компоненты ускорения в полярных координатах:

$$w_r(1) = \ddot{r}(1) - r(1)\dot{\varphi}^2(1) = -11{,}01\ \frac{м}{c^2};$$

$$w_\varphi(1) = r(1)\ddot{\varphi}(1) + 2\dot{r}(1)\dot{\varphi}(1) = -16{,}128\ \frac{м}{c^2}.$$

8) Норма ускорения

$$w = \sqrt{w_r^2 + w_\varphi^2} = 19{,}52\ \frac{м}{c^2}.$$

9) Компоненты ускорения в декартовых координатах находим двукратным дифференцированием формулы (2) по времени:

$$w^1 = \left(\ddot{r} - r\dot{\varphi}^2\right)\cos\varphi - \left(r\ddot{\varphi} + 2\dot{r}\dot{\varphi}\right)\sin\varphi \equiv w_r\cos\varphi - w_\varphi\sin\varphi;$$

$$w^2 = \left(\ddot{r} - r\dot{\varphi}^2\right)\sin\varphi + \left(r\ddot{\varphi} + 2\dot{r}\dot{\varphi}\right)\cos\varphi = w_r\sin\varphi + w_\varphi\cos\varphi.$$

При $t = 1$ имеем:

$$w^1(1) = 7{,}602;\ w^2(1) = -17{,}95.$$

Проверка:

$$w = \sqrt{(w^1)^2 + (w^2)^2} = 19{,}49. \otimes$$

Пример 4.1.4. Закон движения точки в полярных координатах имеет вид:

$$r = 22\cdot\frac{1-\dfrac{t^2}{121}}{t};\ \varphi = \arccos\left(\frac{t}{11}\right).$$

Найти скорость и ускорение точки в полярных и декартовых координатах в момент времени $t = 9\ c$. Радиус дан в метрах.

Ответ:

r	$\dot{r}$	φ	$\dot{\varphi}$	v_r	v_φ	v	v^1	v^2
м	м/с	рад	рад/сек			м/с		
0,81	-0,45	0,61	-0,16	-0,45	-0,13	0,47	-0,3	-0,37

Пример 4.1.5. Выразить базисные векторные поля цилиндрической системы координат в виде разложения по ортам декартовой системы координат.

Р е ш е н и е. Связь декартовых и цилиндрических координат имеет вид

$$\begin{cases} x^1 = r\cos\varphi, \\ x^2 = r\sin\varphi, \\ x^3 = h, \end{cases} \det\left(\frac{\partial(x^1, x^2, x^3)}{\partial(r, \varphi, h)}\right) = \begin{vmatrix} \cos\varphi & -r\sin\varphi & 0 \\ \sin\varphi & r\cos\varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = r,$$

где для цилиндрических координат принимаются следующие пределы изменения:

$$D = \{r, \varphi, h\} \subset R_2^3 : 0 \le r < +\infty, 0 \le \varphi < 2\pi, -\infty < h < +\infty .$$

Для радиус-вектора имеем

$$\vec{r} = r\cos\varphi\,\vec{e}_1 + r\sin\varphi\,\vec{e}_2 + h\,\vec{e}_3.$$

Дифференцируем разложение радиус-вектора последовательно по цилиндрическим координатам и используем формулу разложения базисных векторных полей по ортам декартовой системы координат

$$\vec{g}_j \overset{def}{=} \frac{\partial \vec{x}}{\partial q^j} = \frac{\partial \vec{x}}{\partial x^i}\frac{\partial x^i}{\partial q^j} = \frac{\partial x^i}{\partial q^j}\vec{e}_i = \frac{\partial x^1}{\partial q^j}\vec{e}_1 + \frac{\partial x^2}{\partial q^j}\vec{e}_2 + \frac{\partial x^3}{\partial q^j}\vec{e}_3.$$

Для базисного векторного поля $\vec{g}_r$ имеем:

$$\vec{g}_r = \frac{\partial \vec{r}}{\partial r} = \frac{\partial \vec{r}}{\partial x^i}\frac{\partial x^i}{\partial r} \equiv \frac{\partial \vec{r}}{\partial x^1}\frac{\partial x^1}{\partial r} + \frac{\partial \vec{r}}{\partial x^2}\frac{\partial x^2}{\partial r} + \frac{\partial \vec{r}}{\partial x^3}\frac{\partial x^3}{\partial r} =$$

$$= \frac{\partial}{\partial r}(\cos\varphi)\vec{e}_1 + \frac{\partial}{\partial r}(\sin\varphi)\vec{e}_2 + \frac{\partial}{\partial r}h\cdot\vec{e}_3 = \cos\varphi\cdot\vec{e}_1 + \sin\varphi\cdot\vec{e}_2.$$

Так как для векторного поля $\vec{g}_r$

$$\left\|\vec{g}_r\right\| = \sqrt{\left(\vec{g}_r, \vec{g}_r\right)} = \sqrt{\cos^2\varphi + \sin^2\varphi} = 1,$$

то базисное векторное поле $\vec{g}_r$ нормированное, то есть

$$\vec{g}_{\langle r\rangle} \equiv \vec{g}_r.$$

Для базисного векторного поля $\vec{g}_{\varphi}$ имеем:

$$\vec{g}_{\varphi} = \frac{\partial \vec{r}}{\partial \varphi} = \frac{\partial \vec{r}}{\partial x^i}\frac{\partial x^i}{\partial \varphi} \equiv \frac{\partial \vec{r}}{\partial x^1}\frac{\partial x^1}{\partial \varphi} + \frac{\partial \vec{r}}{\partial x^2}\frac{\partial x^2}{\partial \varphi} + \frac{\partial \vec{r}}{\partial x^3}\frac{\partial x^3}{\partial \varphi} =$$

$$= \frac{\partial}{\partial \varphi}\left(\cos\varphi\right)\vec{e}_1 + \frac{\partial}{\partial \varphi}\left(\sin\varphi\right)\vec{e}_2 + \frac{\partial}{\partial \varphi}h\cdot\vec{e}_3 =$$

$$= -r\sin\varphi\cdot\vec{e}_1 + r\cos\varphi\cdot\vec{e}_2.$$

Так как для векторного поля $\vec{g}_{\varphi}$

$$\left\|\vec{g}_{\varphi}\right\| = \sqrt{\left(\vec{g}_{\varphi}, \vec{g}_{\varphi}\right)} = \sqrt{\left(r\sin\varphi\right)^2 + \left(\cos\varphi\right)^2} = r,$$

то поле $\vec{g}_{\varphi}$ ненормированное. Находим орт поля:

$$\vec{g}_{\langle\varphi\rangle} = \frac{1}{\left\|\vec{g}_{\varphi}\right\|}\vec{g}_{\varphi} = \frac{1}{r}\left(-r\sin\varphi\cdot\vec{e}_1 + r\cos\varphi\cdot\vec{e}_2\right) =$$

$$= -\sin\varphi\cdot\vec{e}_1 + \cos\varphi\cdot\vec{e}_2.$$

Для базисного векторного поля $\vec{g}_h$ имеем:

$$\vec{g}_h = \frac{\partial \vec{r}}{\partial h} = \frac{\partial \vec{r}}{\partial x^i}\frac{\partial x^i}{\partial h} \equiv \frac{\partial \vec{r}}{\partial x^1}\frac{\partial x^1}{\partial h} + \frac{\partial \vec{r}}{\partial x^2}\frac{\partial x^2}{\partial h} + \frac{\partial \vec{r}}{\partial x^3}\frac{\partial x^3}{\partial h} =$$

$$= \frac{\partial}{\partial h}\left(\cos\varphi\right)\vec{e}_1 + \frac{\partial}{\partial h}\left(\sin\varphi\right)\vec{e}_2 + \frac{\partial}{\partial h}h\cdot\vec{e}_3 = \vec{e}_3.$$

Таким образом, базисное векторное поле $\vec{g}_h$ нормированное, то есть

$$\vec{g}_{\langle h\rangle} = \vec{e}_3. \otimes$$

Пример 4.1.6. Выразить базисные векторные поля сферической системы координат в виде разложения по ортам декартовой системы координат.

Р е ш е н и е. Связь декартовых и сферических координат имеет вид

$$\begin{cases} x^1 = r\sin\theta\cdot\cos\varphi, \\ x^2 = r\sin\theta\cdot\sin\varphi, \\ x^3 = r\cos\theta, \end{cases}$$

$$\det\left(\frac{\partial(x^1, x^2, x^3)}{\partial(r, \varphi, \theta)}\right) = \begin{vmatrix} \sin\theta\cos\varphi & -r\sin\theta\sin\varphi & r\cos\theta\cos\varphi \\ \sin\theta\sin\varphi & r\sin\theta\cos\varphi & r\cos\theta\sin\varphi \\ \cos\theta & 0 & -r\sin\theta \end{vmatrix} =$$

$$= -r^2\sin\theta,$$

где для сферических координат принимаются следующие пределы изменения:

$$D = \{\varphi, \vartheta\} \subset R_2^3 : 0 \le r < +\infty,\ 0 \le \varphi < 2\pi,\ 0 < \theta \le \pi\ .$$

Радиус-вектор имеет вид:

$$\vec{r} = r\sin\theta\cdot\cos\varphi\,\vec{e}_1 + r\sin\theta\cdot\sin\varphi\,\vec{e}_2 + r\cos\theta\,\vec{e}_3.$$

Дифференцируем разложение радиус-вектора последовательно по сферическим координатам и снова используем формулу разложения базисных векторных полей по ортам декартовой системы координат.

Для базисного векторного поля $\vec{g}_r$ имеем:

$$\vec{g}_r = \frac{\partial\vec{r}}{\partial r} = \frac{\partial\vec{r}}{\partial x^i}\frac{\partial x^i}{\partial r} \equiv \frac{\partial\vec{r}}{\partial x^1}\frac{\partial x^1}{\partial r} + \frac{\partial\vec{r}}{\partial x^2}\frac{\partial x^2}{\partial r} + \frac{\partial\vec{r}}{\partial x^3}\frac{\partial x^3}{\partial r} =$$

$$= \frac{\partial}{\partial r}(\sin\theta\cos\varphi)\,\vec{e}_1 + \frac{\partial}{\partial r}(\sin\theta\sin\varphi)\,\vec{e}_2 + \frac{\partial}{\partial r}(\cos\theta)\,\vec{e}_3 =$$

$$= \sin\theta\cos\varphi\cdot\vec{e}_1 + \sin\theta\sin\varphi\cdot\vec{e}_2 + \cos\theta\cdot\vec{e}_3.$$

Норма поля

$$\left\|\vec{g}_r\right\| = \sqrt{(\sin\theta\cos\varphi)^2 + (\sin\theta\sin\varphi)^2 + \cos^2\theta} = 1.$$

Поле нормированное. Следовательно, имеем:

$$\vec{g}_{\langle r\rangle} \equiv \vec{g}_r = \sin\theta\cos\varphi\cdot\vec{e}_1 + \sin\theta\sin\varphi\cdot\vec{e}_2 + \cos\theta\cdot\vec{e}_3.$$

Для базисного векторного поля $\vec{g}_\varphi$ имеем:

$$\vec{g}_\varphi = \frac{\partial \vec{r}}{\partial \varphi} = \frac{\partial \vec{r}}{\partial x^i}\frac{\partial x^i}{\partial \varphi} \equiv \frac{\partial \vec{r}}{\partial x^1}\frac{\partial x^1}{\partial \varphi} + \frac{\partial \vec{r}}{\partial x^2}\frac{\partial x^2}{\partial \varphi} + \frac{\partial \vec{r}}{\partial x^3}\frac{\partial x^3}{\partial \varphi} =$$

$$= \frac{\partial}{\partial \varphi}\left(\sin\theta\cos\varphi\right)\vec{e}_1 + \frac{\partial}{\partial \varphi}\left(\sin\theta\sin\varphi\right)\vec{e}_2 + \frac{\partial}{\partial \varphi}\left(\cos\theta\right)\vec{e}_3 =$$

$$= -r\sin\theta\sin\varphi\cdot\vec{e}_1 + r\sin\theta\cos\varphi\cdot\vec{e}_2.$$

Норма поля

$$\left\|\vec{g}_\varphi\right\| = \sqrt{\left(-r\sin\theta\sin\varphi\right)^2 + \left(r\sin\theta\cos\varphi\right)^2} = \sqrt{r^2\sin^2\theta} = r\sin\theta.$$

Поле ненормированное. Находим орт поля:

$$\vec{g}_{\langle\varphi\rangle} = \frac{1}{\left\|\vec{g}_\varphi\right\|}\vec{g}_\varphi = \frac{1}{r\sin\theta}\left(-r\sin\theta\sin\varphi\cdot\vec{e}_1 + r\sin\theta\cos\varphi\cdot\vec{e}_2\right) =$$

$$= -\sin\varphi\cdot\vec{e}_1 + \cos\varphi\cdot\vec{e}_2.$$

Для базисного векторного поля $\vec{g}_\theta$ имеем:

$$\vec{g}_\theta = \frac{\partial \vec{r}}{\partial \theta} = \frac{\partial \vec{r}}{\partial x^i}\frac{\partial x^i}{\partial \theta} \equiv \frac{\partial \vec{r}}{\partial x^1}\frac{\partial x^1}{\partial \theta} + \frac{\partial \vec{r}}{\partial x^2}\frac{\partial x^2}{\partial \theta} + \frac{\partial \vec{r}}{\partial x^3}\frac{\partial x^3}{\partial \theta} =$$

$$= \frac{\partial}{\partial \theta}\left(\sin\theta\cos\varphi\right)\vec{e}_1 + \frac{\partial}{\partial \theta}\left(\sin\theta\sin\varphi\right)\vec{e}_2 + \frac{\partial}{\partial \theta}\left(\cos\theta\right)\vec{e}_3 =$$

$$= r\cos\theta\cos\varphi\cdot\vec{e}_1 + r\cos\theta\sin\varphi\cdot\vec{e}_2 - r\sin\theta\cdot\vec{e}_3.$$

Норма поля

$$\left\|\vec{g}_\theta\right\| = \sqrt{\left(\cos\theta\cos\varphi\right)^2 + \left(\cos\theta\sin\varphi\right)^2 + \left(-r\sin\theta\right)^2} = r.$$

Поле ненормированное. Находим орт поля:

$$\vec{g}_{\langle\theta\rangle} = \frac{1}{\left\|\vec{g}_\theta\right\|}\vec{g}_\theta = \frac{1}{r}\left(r\cos\theta\cos\varphi\cdot\vec{e}_1 + r\cos\theta\sin\varphi\cdot\vec{e}_2 - r\sin\theta\cdot\vec{e}_3 \right) =$$

$$= \cos\theta\cos\varphi\cdot\vec{e}_1 + \cos\theta\sin\varphi\cdot\vec{e}_2 - \sin\theta\cdot\vec{e}_3 . \otimes$$

Практическое занятие 2

Вычисление криволинейных интегралов

Пример 4.2.1. Вычислить криволинейный интеграл первого рода

$$I = \int_L (x + y)\,dl$$

по меньшей части окружности

$$\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = R^2, \\ y = x, \end{cases}$$

ограниченной точками $A(0, 0, R)$, $B\left(\frac{R}{2}, \frac{R}{2}, \frac{R}{\sqrt{2}}\right)$.

Р е ш е н и е. Параметризация окружности:

$$x = t,\ y = t,\ z = \sqrt{R^2 - 2t^2},\ 0 \le t \le \frac{R}{2},$$

$$\sqrt{\left[\frac{dx}{dt}\right]^2 + \left[\frac{dy}{dt}\right]^2 + \left[\frac{dz}{dt}\right]^2} = \frac{\sqrt{2}R}{\sqrt{R^2 - 2t^2}}.$$

Используем формулу

$$\int_L f(x, y, z)\,dl = \int_\alpha^\beta f(x(t), y(t), z(t))\sqrt{\left[\frac{dx}{dt}\right]^2 + \left[\frac{dy}{dt}\right]^2 + \left[\frac{dz}{dt}\right]^2}\,dt.$$

Получаем:

$$I = \int_L (x + y)\,dl = \int_0^{R/2} 2t\,\frac{\sqrt{2}R\,dt}{\sqrt{R^2 - 2t^2}} = R^2(\sqrt{2} - 1). \otimes$$

Пример 4.2.2. Найти массу $1/4$ окружности

$$x_1^2 + x_2^2 = R^2,$$

если $\rho(x_1, x_2) = x_2$ и $x_1 \geq 0,\ x_2 \geq 0.$

Р е ш е н и е. Воспользуемся формулой для случая плоского пути, заданного непрерывно дифференцируемой параметризацией. Параметрические уравнения окружности

$$\begin{cases} x_1 = R\cos t, \\ x_2 = R\sin t. \end{cases}$$

Поэтому имеем:

$$M = \int_W \rho(x_1, x_2)\,dl =$$

$$= \int_0^{\pi/2} R\sin t\sqrt{(-R\sin t)^2 + (R\cos t)^2}\,dt = R^2\int_0^{\pi/2}\sin t\,dt = R^2. \otimes$$

Пример 4.2.3. Вычислить криволинейный интеграл

$$I = \int_W (x + y)\,dx - x\,dy,$$

где путь W – отрезок прямой, соединяющий точки $M_0(0; 0)$ и $M_1(4; 2)$.

Р е ш е н и е. Используем формулу (10.1.18) для случая плоского пути. Здесь

$$\vec{M_0M_1} = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix} = 4\vec{e}_1 + 3\vec{e}_2,\ \vec{M_0M} = x\vec{e}_1 + y\vec{e}_2,$$

$$\vec{M_0M} = t\cdot\vec{M_0M_1},\ \begin{cases} x = 4t, \\ y = 2t, \end{cases}\ y = \frac{1}{2}x,\ x \in [0, 4].$$

Имеем:

$$\int_W (x + y)\,dx - x\,dy = \int_0^4\left(\frac{3}{2}x - \frac{1}{2}x\right)dx = \int_0^4 x\,dx = \left.\frac{x^2}{2}\right|_0^4 = 8. \otimes$$

Пример 4.2.4. Вычислить криволинейный интеграл второго рода

$$\int_W x^2 y\,dx + y^2 x\,dy$$

по пути с параметризацией $x = t,\ y = t^3,\ t \in [0, 1]$.

Р е ш е н и е. Используем формулу с естественной параметризацией для случая плоского пути:

$$\int\limits_{W_{\alpha,\beta}} F_1\left(\vec{x}\right)dx_1 + F_2\left(\vec{x}\right)dx_2 =$$

$$= \int\limits_{\alpha}^{\beta}\left[F_1\left(x_1(t), x_2(t), x_3(t)\right)\frac{dx_1(t)}{dt} + F_2\left(x_1(t), x_2(t), x_3(t)\right)\frac{dx_2(t)}{dt}\right]dt$$

Получаем:

$$\int\limits_W x^2 y dx + y^2 x dy = \int\limits_0^1 \left(t^5 + 3t^9\right)dt = \left(\frac{t^6}{6} + 3\frac{t^{10}}{10}\right)\Bigg|_0^1 = \frac{7}{15}. \otimes$$

Пример 4.2.5. Вычислить криволинейный интеграл второго рода

$$\int\limits_{\hat{W}} \left(x_2^{\,2} - x_3^{\,2}\right)dx_1 + 2x_2x_3dx_2 - x_1^{\,2}dx_3$$

по замкнутому пути с параметризацией $x_1 = t,\ x_2 = t^2,\ x_3 = t^3$, начальной и конечными точками $M_0(0;0;0)$, $M_1(1;1;1)$ соответственно.

Р е ш е н и е. Для вычисления применим формулу:

$$I_{W_{a,b}} = \int\limits_{W_{a,b}} F_1\left(\vec{x}\right)dx_1 + F_2\left(\vec{x}\right)dx_2 + F_3\left(\vec{x}\right)dx_3 =$$

$$= \int\limits_{\alpha}^{\beta}\left[F_1\left(x_1(t), x_2(t), x_3(t)\right)\frac{dx_1(t)}{dt} + F_2\left(x_1(t), x_2(t), x_3(t)\right)\frac{dx_2(t)}{dt} + \right.$$

$$\left. + F_3\left(x_1(t), x_2(t), x_3(t)\right)\frac{dx_3(t)}{dt}\right]dt.$$

Пределы изменения параметра $t \in [0, 1]$, то есть $\alpha = 0,\ \beta = 1$. Подстановка данных задачи даёт:

$$\int\limits_{\hat{W}} \left(x_2^{\,2} - x_3^{\,2}\right)dx_1 + 2x_2x_3dx_2 - x_1^{\,2}dx_3 = \int\limits_0^1 \left[\left(t^4 - t^6\right) + 4t^6 - 3t^4\right]dt =$$

$$= \int\limits_0^1 \left(3t^6 - 2t^4\right)dt = \left(\frac{3}{7}t^7 - \frac{2}{5}t^5\right)\Bigg|_0^1 = \frac{1}{35}. \otimes$$

Пример 4.2.6. Вычислить криволинейный интеграл второго рода

$$\oint_W (x+y)\,dx+(x-y)\,dy,$$

где W – окружность с уравнением $(x-1)^2+(y-1)^2=4.$

Р е ш е н и е. Запишем параметризацию окружности:

$$\vec{x}(t)=(1+2\cos t)\,\vec{e}_1+(1+2\sin t)\,\vec{e}_2,$$

$$0\le t\le 2\pi.$$

Интеграл вычисляем, пользуясь формулой

$$\int_W F_1\left(\vec{x}\right)dx+F_2\left(\vec{x}\right)dy=\int_\alpha^\beta\left[F_1\left(\vec{x}(t)\right)\frac{dx(t)}{dt}+F_2\left(\vec{x}(t)\right)\frac{dy(t)}{dt}\right]dt$$

и тем, что

$$\frac{dx(t)}{dt}=-2\sin t,\ \frac{dy(t)}{dt}=2\cos t.$$

Имеем:

$$\oint_W (x+y)\,dx+(x-y)\,dy=$$

$$=\int_0^{2\pi}\left[(1+2\cos t+2\sin t)(-2\sin t)+(1+\cos t-2\sin t)2\cos t\right]dt=$$

$$=\int_0^{2\pi}(-4\sin t-8\sin t\cdot\cos t+4\cos 2t)\,dt=0.\ \otimes$$

Практическое занятие 3

Кратные интегралы

Вычисление двойного интеграла в декартовых координатах

Пример 4.3.1. Изменить порядок интегрирования в интеграле

$$\int_{-1}^{1}dx\int_{-\sqrt{1-x^2}}^{1-x^2}f(x,y)\,dy.$$

Р е ш е н и е. Область интегрирования D ограничена линиями

$$x=-1,\ x=1,\ y=-\sqrt{1-x^2}\ ,\ y=1-x^2.$$

Первые две линии – вертикальные прямые линии, третья линия – нижняя полуокружность радиуса 1, четвёртая линия – парабола с вершиной в точке $(0;1)$, ветви параболы направлены вниз. Область D представим объединением двух областей: области D_1, ограниченной ветвями параболы $x=\pm\sqrt{1-y}$ и прямыми линиями $y=0$, $y=1$; области D_2, ограниченной линиями $x=\pm\sqrt{1-y^2}$, $y=-1$, $y=0$. Тогда имеем:

$$\int\limits_{-1}^{1}dx\int\limits_{-\sqrt{1-x^2}}^{1-x^2}f(x,y)dy=\int\limits_{0}^{1}dy\int\limits_{-\sqrt{1-y}}^{+\sqrt{1-y}}f(x,y)dx+\int\limits_{-1}^{0}dy\int\limits_{-\sqrt{1-y^2}}^{+\sqrt{1-y^2}}f(x,y)dx.\otimes$$

Пример 4.3.2. Вычислить двойной интеграл

$$\iint\limits_D x\ln y\,dxdy,$$

где $D=\{(x,y):0\le x\le 4;1\le y\le e\}$.

Р е ш е н и е. Так как область D является прямоугольником, то интеграл вычисляется непосредственно по формуле

$$\iint\limits_D f(x,y)dxdy=\int\limits_a^b dx\int\limits_c^d f(x,y)dy.$$

Имеем:

$$\iint\limits_D x\ln y\,dxdy=\int\limits_0^4 xdx\int\limits_1^e\ln y\,dy=\left\{\begin{array}{ll}u=\ln y, & du=\dfrac{dy}{y},\\ dv=dy, & v=y.\end{array}\right\}=$$

$$=\int\limits_0^4 xdx\left\{y\ln y\Big|_1^e-\int\limits_1^e dy\right\}=\frac{x^2}{2}\Big|_0^4\cdot\left\{y\ln y\Big|_1^e-y\Big|_1^e\right\}=8\cdot(e-e+1)=8.\otimes$$

Пример 4.3.3. Вычислить двойной интеграл $\iint\limits_D(x+2y)dxdy$ по области D, ограниченной линиями $y=x$, $y=2x$, $x=2$, $x=3$.

Р е ш е н и е. Область D ограничена, соответственно, слева – вертикальной прямой линией $x=2$, справа – вертикальной прямой линией $x=3$, сверху – прямой линией $y=2x$,

снизу – прямой линией $y = x$. Область простая относительно оси OY, следовательно, вычисляем интеграл по формуле

$$\iint\limits_D f(x, y)\,dxdy = \int\limits_a^b dx \int\limits_{g_1(x)}^{g_2(x)} f(x, y)\,dy.$$

Имеем:

$$\iint\limits_D (x + 2y)\,dxdy = \int\limits_2^3 dx \int\limits_x^{2x} (x + 2y)\,dy = \int\limits_2^3 dx \left(xy + y^2\right)\Big|_{y=x}^{y=2x} =$$

$$= \int\limits_2^3 \left(x^2 + 4x^2 - x^2 - x^2\right)dx = 4\int\limits_2^3 x^2 dx = \frac{4}{3}x^3\Big|_2^3 = \frac{76}{3}. \otimes$$

Пример 4.3.4. Вычислить двойной интеграл $\iint\limits_D (x - y)\,dxdy$ по области D, ограниченной линиями $x = 1,\ x = 2,\ y = x,\ y = x^2$.

Р е ш е н и е. Пользуясь формулой вычисления двойного интеграла по простой области, получаем:

$$\iint\limits_D (x - y)\,dxdy = \int\limits_1^2 dx \int\limits_x^{x^2} (x - y)\,dy = \int\limits_1^2 dx \left(2xy - \frac{y^2}{2}\right)\Big|_{y=x}^{y=x^2} =$$

$$= \int\limits_1^2 \left(2x^3 - \frac{x^4}{2} - \frac{3}{2}x^2\right)dx = \left(\frac{x^4}{2} - \frac{x^5}{10} - \frac{x^3}{2}\right)\Big|_1^2 = \frac{9}{10}. \otimes$$

Вычисление площади, объёма и массы

Пример 4.3.5. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями

$$x = 4y - y^2,\ x + y = 6.$$

Р е ш е н и е. Решая систему уравнений

$$\begin{cases} y^2 - 4y + x = 0, \\ x + y = 6, \end{cases}$$

находим точки пересечения линий: $A(-4; 2)$, $B(3; 3)$. Поэтому площадь фигуры равна

$$S \equiv \mu(D) = \iint\limits_D dxdy = \int\limits_2^3 dy \int\limits_{6-y}^{4y-y^2} dx = \int\limits_2^3 \left(x \Big|_{6-y}^{4y-y^2} \right) dy =$$

$$= \int\limits_2^3 \left(-y^2 + 5y - 6 \right) dy = \left(-\frac{1}{3}y^3 + \frac{5}{2}y^2 - 6y \right) \Big|_2^3 = \frac{1}{6}. \otimes$$

Пример 4.3.6. Найти массу пластины D с поверхностной плотностью

$$\sigma(x, y) = 16x + \frac{9}{2}y^2$$

и ограниченной линиями с уравнениями

$$x = \frac{1}{4},\ y = 0,\ y^2 = 16x,\ y \geq 0.$$

Р е ш е н и е. Так как

$$x = \frac{1}{16}y^2,$$

то $x \geq 0$. Поэтому область D можно задать неравенствами

$$0 \leq x \leq \frac{1}{4},\ 0 \leq y \leq 4\sqrt{x}.$$

Вычисляя двойной интеграл в декартовых координатах, получаем:

$$m(D) = \iint\limits_D \sigma(x, y)\, dxdy = \iint\limits_D \left(16x + \frac{9}{2}y^2 \right) dxdy =$$

$$= \int\limits_0^{1/4} dx \int\limits_0^{4\sqrt{x}} \left(16x + \frac{9}{2}y^2 \right) dy = \int\limits_0^{1/4} \left(16xy + \frac{3}{2}y^3 \right) \Big|_0^{4\sqrt{x}} dx = 160 \int\limits_0^{1/4} x^{3/2} dx = 2. \otimes$$

Вычисление двойного интеграла в полярных координатах

Пример 4.3.7. Вычислить двойной интеграл

$$\iint\limits_D \sqrt{x^2 + y^2}\, dxdy,$$

переходя к полярным координатам, где область D – 1-я четверть круга

$$x^2 + y^2 \leq a^2.$$

Р е ш е н и е. Так как $x = r\cos\varphi$, $y = r\sin\varphi$, то область в полярных координатах имеет вид

$$\Omega = \left\{ (r;\varphi) : 0 \le r \le a;\ 0 < \varphi \frac{\pi}{2} \right\}$$

и, применяя формулу перехода к полярной системе координат, получаем:

$$\iint\limits_D \sqrt{x^2+y^2}\,dxdy = \iint\limits_\Omega \sqrt{r^2\cos^2\varphi + r^2\sin^2\varphi}\,rdrd\varphi = \int\limits_0^{\pi/2} d\varphi \int\limits_0^a r^2 dr =$$

$$= \frac{1}{3}\int\limits_0^{\pi/2} r^3 \Big|_0^a d\varphi = \frac{a^3}{3}\int\limits_0^{\pi/2} d\varphi = \frac{\pi a^3}{6}. \otimes$$

Пример 4.3.8. Вычислить двойной интеграл $\iint\limits_D \ln(x^2+y^2)\,dxdy$, переходя к полярным координатам, если область D – кольцо, заключённое между окружностями $x^2+y^2 = e^2$ и $x^2+y^2 = e^4$.

Р е ш е н и е. Переходя к полярным координатам, имеем:

$$\iint\limits_D \ln(x^2+y^2)\,dxdy = \iint\limits_\Omega \ln r^2\, rdrd\varphi = 2\iint\limits_\Omega r\ln r\,drd\varphi =$$

$$= \left\{ \Omega : 0 \le \varphi \le 2\pi;\ e \le r \le e^2 \right\}$$

$$= 2\int\limits_0^{2\pi} d\varphi \int\limits_e^{e^2} r\ln r\,dr = \left\{ \begin{array}{ll} u = \ln r, & du = \dfrac{dr}{r}, \\ dv = rdr, & v = \dfrac{r^2}{2}. \end{array} \right\} =$$

$$= 2\int\limits_0^{2\pi} d\varphi \left\{ \frac{r^2}{2}\ln r \Big|_e^{e^2} - \frac{1}{2}\int\limits_e^{e^2} r dr \right\} = 2\int\limits_0^{2\pi} \left[\frac{1}{4}e^2(2e^2-1) \right] d\varphi = \pi e^2(2e^2-1). \otimes$$

Пример 4.3.9. Вычислить объём тела, ограниченного поверхностями

$$x^2+y^2 = 8,\ x = 0,\ y = 0,\ z = 0,\ x+y+z = 4.$$

Р е ш е н и е. Тело ограничено кругом на плоскости XOY с центром в начале системы координат, координатными плоскостями и плоскостью

$$\frac{x}{4}+\frac{y}{4}+\frac{z}{4}=1.$$

Поэтому в полярных координатах имеем

$$V=\iint\limits_D f(x,y)\,dxdy=\iint\limits_\Omega f(r\cos\varphi, r\sin\varphi)\,r\,drd\varphi=$$

$$=\int\limits_0^{\pi/2}d\varphi\int\limits_0^{2\sqrt{2}}f(r\cos\varphi, r\sin\varphi)\,r\,dr=$$

$$=\int\limits_0^{\pi/2}d\varphi\int\limits_0^{2\sqrt{2}}(4-r\cos\varphi-r\sin\varphi)\,r\,dr=16\int\limits_0^{\pi/2}\left[1-\frac{\sqrt{2}}{3}(\cos\varphi+\sin\varphi)\right]d\varphi=$$

$$=16\left[\varphi-\frac{\sqrt{2}}{3}(\sin\varphi-\cos\varphi)\right]\Big|_0^{\pi/2}=8\pi-\frac{32\sqrt{2}}{3}.\otimes$$

Пример 4.3.10. Вычислить двойной интеграл

$$\iint\limits_D xdxdy,$$

где область D ограничена линиями с уравнениями:

$$y^2-4y+x^2=0;\ y^2-8y+x^2=0;\ y=\frac{1}{\sqrt{3}}x;\ x=0.$$

Р е ш е н и е. Задаём область D неравенствами в декартовой системе координат, для чего выделяем полные квадраты в уравнениях окружностей:

$$(y-2)^2+x^2=4;\ (y-4)^2+x^2=16,$$

Центры обеих окружностей имеют координаты $(0;2)$ и $(0;4)$, а сами окружности касаются начала системы координат. Первая окружность имеет радиус 2 и лежит, следовательно, внутри второй окружности с радиусом 4. Область D лежит между окружностями и координаты её точек удовлетворяют неравенствам

$$(y-2)^2+x^2\ge 4;\ (y-4)^2+x^2\le 16.$$

Кроме этого, область D лежит между указанными прямыми линиями, проходящими через начало системы координат. Так как окружности лежат выше оси OX, то область D ле-

жит над прямой линией $y = \frac{1}{\sqrt{3}}x$ и справа от прямой линии $x = 0$. Поэтому координаты точек области D удовлетворяют неравенствам

$$y \geq \frac{x}{\sqrt{3}},\ x \geq 0.$$

Таким образом,

$$D = \begin{cases} (y-2)^2 + x^2 \geq 4, \\ (x;\ y):\ (y-4)^2 + x^2 \leq 16, \\ y \geq \frac{x}{\sqrt{3}},\ x \geq 0. \end{cases}$$

Для вычисления используем полярную систему координат:

$$x = r\cos\varphi,\ y = r\sin\varphi.$$

Формула вычисления двойного интеграла принимает вид

$$\iint\limits_D x\,dx\,dy = \iint\limits_\Omega r\cos\varphi\, r\,dr\,d\varphi.$$

В неравенствах, определяющих область интегрирования, производим замену $x = r\cos\varphi,\ y = r\sin\varphi$, получаем

$$\Omega = \begin{cases} (r\sin\varphi - 2)^2 + r^2\cos^2\varphi \geq 4, \\ (r;\ \varphi):\ (r\sin\varphi - 4)^2 + r^2\cos^2\varphi \leq 16, \\ r\sin\varphi \geq \frac{r\cos\varphi}{\sqrt{3}},\ r\cos\varphi \geq 0. \end{cases}$$

Решение этих неравенств относительно r и φ имеет вид

$$\Omega = \begin{cases} (r;\ \varphi):\ \frac{\pi}{6} \leq \varphi \leq \frac{\pi}{2}, \\ 4\sin\varphi \leq r \leq 8\sin\varphi. \end{cases}$$

Переход от двойного интеграла к повторному интегралу даёт:

$$\iint\limits_D x\,dx\,dy = \iint\limits_\Omega r\cos\varphi\, r\,dr\,d\varphi = \int\limits_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} \cos\varphi\,d\varphi \int\limits_{4\sin\varphi}^{8\sin\varphi} r^2\,dr,$$

Интегрируя последовательно, получаем:

$$\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} \cos\varphi d\varphi \int_{4\sin\varphi}^{8\sin\varphi} r^2 dr = 35. \otimes$$

Вычисление тройного интеграла в декартовых координатах

Пример 4.3.11. Вычислить тройной интеграл

$$I = \iiint_V (x - 2y + z)\,dxdydz,$$

где область V – параллелепипед, заданный неравенствами

$$-1 \le x \le 2,\ 1 \le y \le 3,\ 0 \le z \le 1.$$

Р е ш е н и е. Используя формулу (1.50)

$$\iiint_V f(x, y, z)\,dxdydz = \int_a^b dx \int_{y=g_1(x)}^{y=g_2(x)} dy \int_{z=u_1(x,y)}^{z=u_2(x,y)} f(x, y, z)\,dz,$$

получаем:

$$I = \iiint_V (x - 2y + z)\,dxdydz = \int_{-1}^{2} dx \int_{1}^{3} dy \int_{0}^{1} (x - 2y + z)\,dz = -18. \otimes$$

Пример 4.3.12. Вычислить тройной интеграл

$$I = \iiint_V (x + y + z)\,dxdydz,$$

где область V – пирамида, ограниченная плоскостями

$$x = 0,\ y = 0,\ z = 0,\ x + y + z = 2.$$

Р е ш е н и е. Запишем уравнение плоскости

$$z = 2 - x - y,$$

«ограничивающей пирамиду» сверху, в отрезках

$$\frac{x}{2} + \frac{y}{2} + \frac{z}{2} = 1.$$

Теперь можем изобразить пирамиду (рисунок 3.1).

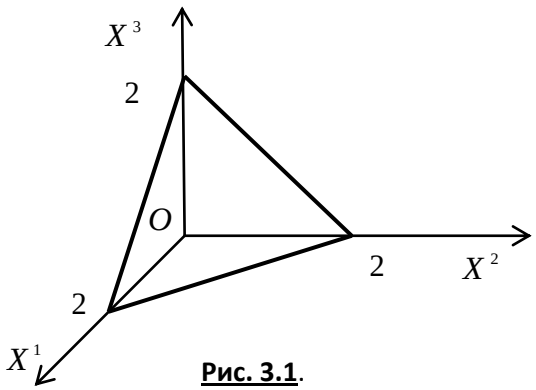


Рис. 3.1.

Применяем для решения формулу

$$\iiint_V f(x, y, z)\,dxdydz = \int_a^b dx \int_{y=g_1(x)}^{y=g_2(x)} dy \int_{z=u_1(x,y)}^{z=u_2(x,y)} f(x, y, z)\,dz,$$

расставляя пределы в соответствии с условиями задачи:

$$I = \iiint_V (x + y + z)\,dxdydz = \int_0^2 dx \int_0^{2-x} dy \int_0^{2-x-y} (x + y + z)\,dz =$$

$$= \int_0^2 dx \int_0^{2-x} \left[x \cdot z + y \cdot z + \frac{z^2}{2} \right]_0^{2-x-y} dy = \int_0^2 \left[2y - x \cdot \frac{y^2}{2} - y \cdot \frac{x^2}{2} - \frac{y^3}{6} \right]_0^{2-x} dx =$$

$$= \int_0^2 \left(\frac{8}{3} - 2x + \frac{x^3}{6} \right) dx = \left[\frac{8}{3}x - x^2 + \frac{x^4}{24} \right]_0^2 = 2. \otimes$$

Вычисление тройного интеграла в цилиндрических

и сферических координатах

Пример 4.3.13. Найти объём кругового цилиндра высоты H с радиусом основания R.

Р е ш е н и е. Формула для вычисления тройного интеграла в цилиндрической системе координат имеет вид:

цилиндрических координатах:

$$V_V = \iiint_V dxdydz = \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^R r dr \int_0^H dz = \pi R^2 H\,. \otimes$$

Пример 4.3.14. Найти объём шара радиуса R.

Р е ш е н и е. Для вычисления объёма шара используем формулу вычисления тройного интеграла в сферических координатах. Учитывая, что

$$f(x, y, z) = f(\sin\theta\cos\varphi, r\sin\theta\sin\varphi, r\cos\theta) \equiv 1,$$

получаем:

$$V_V = \iiint\limits_V dxdydz = \int\limits_0^{2\pi} d\varphi \int\limits_0^{\pi} \sin\theta d\theta \int\limits_0^{R} r^2 dr = \frac{4}{3}\pi R^3 . \otimes$$

Пример 4.3.15. Вычислить тройной интеграл

$$\iiint\limits_V \frac{x^2}{x^2+y^2} dxdydz,$$

где область V ограничена поверхностями

$$z = \frac{9}{2}\sqrt{x^2+y^2}$$ (конус),

$$z = \frac{11}{2} - x^2 - y^2$$ (эллиптический параболоид).

Р е ш е н и е. Область V – тело вращения вокруг оси OZ, поэтому переходим к цилиндрическим координатам:

$$\begin{cases} x = r\cos\varphi, \\ y = r\sin\varphi, \\ z = z. \end{cases}$$

Для искомого интеграла получаем:

$$\iiint\limits_V \frac{x^2}{x^2+y^2} dxdydz = \iiint\limits_\Omega \cos^2\varphi r dr d\varphi dz .$$

Задаём область Ω' неравенствами, заменяя в уравнениях поверхностей декартовы координаты цилиндрическими координатами:

$$x = r\cos\varphi,\ y = r\sin\varphi .$$

Получаем два двойных неравенства:

$$\frac{9}{2}r \le z \le \frac{11}{2} - r^2 \text{ и } \frac{11}{2} - r^2 \le z \le \frac{9}{2}r .$$

Для выбора верного неравенства решаем уравнение

$$\frac{9}{2}r = \frac{11}{2} - r^2.$$

Единственное положительное решение $r = 1$, следовательно, $0 \le r \le 1$. При этих значениях верное неравенство

$$\frac{9}{2}r \le z \le \frac{11}{2} - r^2.$$

Область

$$\Omega = \begin{cases} 0 \le r \le 1, \\ \frac{9}{2}r \le z \le \frac{11}{2} - r^2, \\ 0 \le \varphi \le 2\pi. \end{cases}$$

Переход к повторному интегралу даёт:

$$\iiint\limits_V \frac{x^2}{x^2 + y^2}\,dxdydz = \iiint\limits_\Omega \cos^2\varphi\, r dr d\varphi dz =$$

$$= \iiint\limits_{\Omega'} \frac{r^2\cos^2\varphi}{r^2\cos^2\varphi + r^2\sin^2\varphi}\, r dr d\varphi dz = \ldots = \pi\,. \otimes$$

Практическое занятие 4

Приложения криволинейных и кратных интегралов

Пример 4.4.1. Электрическое поле линейного непрерывно-распределённого электрического заряда вычисляется по формуле

$$\vec{E}\left(\vec{x}_0\right) = \int\limits_W \frac{\gamma\left(\vec{x}\right)\cdot\left(\vec{x}_0 - \vec{x}\right)}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0\left\|\vec{x}_0 - \vec{x}\right\|^3} dl\,, \qquad (1)$$

где $\vec{x}_0$ – точка наблюдения, а линейная плотность заряда равна

$$\gamma\left(\vec{x}\right)=\frac{dQ\left(\vec{x}\right)}{dl}.$$

Найти напряжённость электрического поля однородно заряженной проволоки длиной L, имеющей форму дуги окружности радиуса r, в центре окружности, считая линейную плотность заряда постоянной.

Р е ш е н и е. Так как $\gamma\left(\vec{x}\right)=const$, то формула (1) принимает вид

$$\vec{E}\left(\vec{x}_0\right)=\frac{\gamma}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0}\int_W\frac{\left(\vec{x}_0-\vec{x}\right)}{\left\|\vec{x}_0-\vec{x}\right\|^3}dl=$$

$$=\frac{\gamma}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0}\left[\left(\int_W\frac{x_0-x}{\left\|\vec{x}_0-\vec{x}\right\|^3}dl\right)\vec{e}_1+\left(\int_W\frac{y_0-y}{\left\|\vec{x}_0-\vec{x}\right\|^3}dl\right)\vec{e}_2\right]. \qquad (2)$$

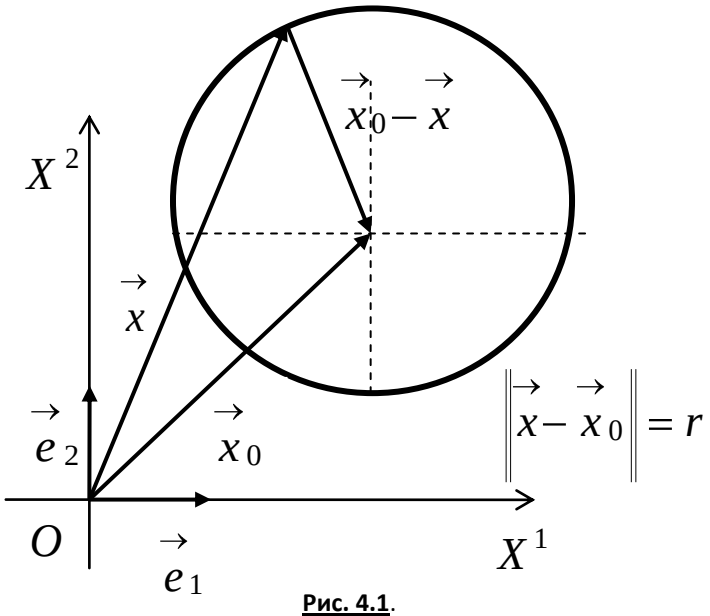


Рис. 4.1.

Вспомним параметрические уравнения окружности (рисунок 4.1):

$$\vec{x} = \vec{x}_0 + r\cos t \cdot \vec{e}_1 + r\sin t \cdot \vec{e}_2 \qquad (3)$$

– векторная форма;

$$\begin{cases} x = x_0 + r\cos t, \\ y = y_0 + r\sin t \end{cases} \qquad (4)$$

– скалярная форма.

Чтобы воспользоваться для вычисления интеграла формулой

$$\int_W f(x, y)\,dl = \int_\alpha^\beta f(x(t), y(t))\sqrt{\left[\frac{dx}{dt}(t)\right]^2 + \left[\frac{dy}{dt}(t)\right]^2}\,dt,$$

нам нужен дифференциал длины дуги кривой $dl = \left\|\frac{d\vec{x}}{dt}\right\| dt$. По формуле (3) имеем:

$$\frac{d\vec{x}}{dt} = -r\sin t \cdot \vec{e}_1 + r\cos t \cdot \vec{e}_2.$$

Отсюда для нормы вектора скорости получаем

$$\left\|\frac{d\vec{x}}{dt}\right\| = \sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2} = \sqrt{(-r\sin t)^2 + (r\cos t)^2} = r,$$

откуда имеем

$$dl = \left\|\frac{d\vec{x}}{dt}\right\| dt = r\,dt.$$

С учётом того, что в рассматриваемом случае точка наблюдения помещена в центр окружности, а точки источника поля находятся в точках самой окружности и очевидного равенства

$$\left\|\vec{x} - \vec{x}_0\right\| = \left\|\vec{x}_0 - \vec{x}\right\|,$$

дальнейшие вычисления напряжённости электрического поля в центре окружности проводятся так:

$$\vec{E}\left(\vec{x}_0\right)=\frac{\gamma}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0}\left[\left(\int\limits_W\frac{x_0-x}{\left\|\vec{x}-\vec{x}_0\right\|^3}dl\right)\vec{e}_1+\left(\int\limits_W\frac{y_0-y}{\left\|\vec{x}-\vec{x}_0\right\|^3}dl\right)\vec{e}_2\right]=$$

$$=-\frac{\gamma}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0}\left[\left(\int\limits_{-\alpha/2}^{\alpha/2}\frac{r\cos t}{r^3}rdt\right)\vec{e}_1+\left(\int\limits_{-\alpha/2}^{\alpha/2}\frac{r\sin t}{r^3}rdt\right)\vec{e}_2\right]=$$

$$=-\frac{\gamma}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0}\left[\left(\int\limits_{-\alpha/2}^{\alpha/2}\frac{\cos t}{r}dt\right)\vec{e}_1+\left(\int\limits_{-\alpha/2}^{\alpha/2}\frac{\sin t}{r}dt\right)\vec{e}_2\right]=$$

$$=-\frac{\gamma}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r}\left[\left(\int\limits_{-\alpha/2}^{\alpha/2}\cos t dt\right)\vec{e}_1+\left(\int\limits_{-\alpha/2}^{\alpha/2}\sin t dt\right)\vec{e}_2\right]=$$

$$=-\frac{\gamma}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r}\left[\left(\sin t\Big|_{-\alpha/2}^{\alpha/2}\right)\vec{e}_1+\left(-\cos t\Big|_{-\alpha/2}^{\alpha/2}\right)\vec{e}_2\right]=$$

$$=-\frac{\gamma}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r}\left[2\sin\frac{\alpha}{2}\vec{e}_1-\underbrace{\left(\cos\frac{\alpha}{2}-\cos\left(-\frac{\alpha}{2}\right)\right)}_{=0}\vec{e}_2\right]=-\frac{\gamma}{2\pi\varepsilon\varepsilon_0 r}\sin\frac{\alpha}{2}\vec{e}_1.$$

Получили следующую формулу для электрического поля, создаваемого в центре окружности линейным равномерным распределением заряда

$$\vec{E}\left(\vec{x}_0\right)=-\frac{\gamma}{2\pi\varepsilon\varepsilon_0 r}\sin\frac{\alpha}{2}\cdot\vec{e}_1. \qquad (6)$$

Из формулы (6) легко получаем формулу для нормы напряжённости электрического поля

$$E=\left\|\vec{E}\left(\vec{x}_0\right)\right\|=\frac{\gamma}{2\pi\varepsilon\varepsilon_0 r}\sin\frac{\alpha}{2}, \qquad (7)$$

из которой следует:

1) $E=\dfrac{\gamma}{2\pi\varepsilon\varepsilon_0 r}$ при $\alpha=\pi$;

2) $E=0$ при $\alpha=2\pi$. $\otimes$

Пример 4.4.2. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями с уравнениями

$$y^2-4y+x^2=0,\ y^2-8y+x^2=0,\ y=\frac{x}{\sqrt{3}},\ x=0.$$

Р е ш е н и е. Область ограничена окружностями и прямыми, поэтому решаем задачу в полярных координатах:

$$x=r\cos\varphi\ ,\ y=r\sin\varphi.$$

При переходе к полярным координатам область D перейдёт в область D', ограниченную линиями

$$r=4\cos\varphi,\ r=8\cos\varphi,\ \frac{\pi}{6}\le\varphi\le\frac{\pi}{2}.$$

Искомая площадь равна $S=\iint\limits_{D'}r^2drd\varphi$. В полярных координатах область D' задаётся неравенствами

$$D'=\begin{cases}\dfrac{\pi}{6}\le\varphi\le\dfrac{\pi}{2},\\ 4\cos\varphi\le r\le 8\cos\varphi.\end{cases}$$

Переход от двойного интеграла к повторному интегралу даёт:

$$S=\iint\limits_{D'}r^2drd\varphi=\int\limits_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}}d\varphi\int\limits_{4\cos\varphi}^{8\cos\varphi}rdr.$$

Результат получается интегрированием:

$$S=\iint\limits_{D'}r^2drd\varphi=\int\limits_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}}d\varphi\int\limits_{4\cos\varphi}^{8\cos\varphi}rdr=24\int\limits_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}}\cos^2\varphi=\left\{\cos^2\varphi=\frac{1+\cos2\varphi}{2}\right\}=$$

$$=12\int\limits_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}}d\varphi+6\int\limits_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}}\cos2\varphi d(2\varphi)=8\pi-(6+3\sqrt{3}).\otimes$$

Пример 4.4.3. Применяя формулу Грина, вычислить криволинейный интеграл

$$\oint\limits_{\Gamma}-x^2ydx+xy^2dy,\qquad(1)$$

где Γ – окружность с уравнением $x^2 + y^2 = R^2$, причём обход окружности осуществляется против часовой стрелки.

Р е ш е н и е. Формула Грина имеет вид:

$$\iint\limits_{\Omega}\left(\frac{\partial Q}{\partial x} - \frac{\partial P}{\partial y}\right)(x, y)\,dxdy = \oint\limits_{\Gamma} P(x, y)\,dx + Q(x, y)\,dy.$$

Сравнивая с (1), видим, что $P(x, y) = -x^2 y$, $Q(x, y) = xy^2$. Поэтому

$$\left(\frac{\partial Q}{\partial x} - \frac{\partial P}{\partial y}\right)(x, y) = x^2 + y^2.$$

Следовательно, получаем

$$\oint\limits_{\Gamma} -x^2 y dx + xy^2 dy = \iint\limits_{\Omega}(x^2 + y^2)\,dxdy.$$

Вычисления проводим в полярных координатах:

$$x = R\cos\varphi,\ y = R\sin\varphi,\ 0 \le \varphi \le 2\pi,$$

$$\oint\limits_{\Gamma} -x^2 y dx + xy^2 dy = \iint r^2 r dr d\varphi = \int\limits_0^{2\pi} d\varphi \int\limits_0^R r^3 dr = \frac{1}{4}R^4 \int\limits_0^{2\pi} d\varphi = \frac{\pi R^4}{2}. \otimes$$

Пример 4.4.4. Применяя формулу Грина, вычислить площадь фигуры, ограниченной кривыми линиями с уравнениями

$$y = x^2,\ x = y^2,\ 8xy = 1,$$

примыкающей к началу системы координат.

Р е ш е н и е. Площадь плоской фигуры вычисляется по формуле:

$$S(\Omega) = \iint\limits_{\Omega} dxdy = \frac{1}{2}\oint\limits_{\Gamma} xdy - ydx.$$

Рассмотрим вид фигуры. Первая и вторая кривые линии – это стандартные параболы с осью OY и OX соответственно. Решая совместно уравнения кривых линий, найдём точки их пересечения:

$$A\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{4}\right),\ B\left(\frac{1}{4}; \frac{1}{2}\right).$$

Применим формулу для вычисления площади плоской фигуры:

$$S(\Omega) = \frac{1}{2}\oint\limits_{\Gamma} xdy - ydx = \frac{1}{2}\int\limits_{OA} xdy - ydx + \frac{1}{2}\int\limits_{AB} xdy - ydx + \frac{1}{2}\int\limits_{BO} xdy - ydx =$$

$$= \frac{1}{2}\int_0^{1/2} x^2 dx - \frac{1}{8}\int_{1/2}^{1/4} \frac{dx}{x} - \frac{1}{4}\int_{1/4}^{0} \sqrt{x}\,dx = \frac{1+3\ln 2}{24} \approx 0{,}13. \otimes$$

Практическое занятие 5

Поверхностные интегралы первого и второго рода

Пример 4.5.1. Вычислить поверхностный интеграл первого рода

$$\iint_F (x^2 + y^2)\,dS,$$

где F – часть конической поверхности, заключённой между плоскостями с уравнениями $z = 0$ и $z = 1$.

Р е ш е н и е. Поверхностный интеграл первого рода вычисляется по формуле

$$\iint_F f(x, y, z)\,dS =$$

$$= \iint_{G^{12}} f(x, y, \varphi(x, y)) \sqrt{1 + \left[\frac{\partial \varphi}{\partial x}(x, y)\right]^2 + \left[\frac{\partial \varphi}{\partial y}(x, y)\right]^2}\,dxdy. \qquad (1)$$

В силу условий задачи выбираем верхнюю часть конической поверхности с уравнением

$$z = \varphi(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2}.$$

Поэтому

$$\frac{\partial \varphi}{\partial x}(x, y) = \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}}, \quad \frac{\partial \varphi}{\partial y}(x, y) = \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}},$$

$$dS = \sqrt{1 + \left[\frac{\partial \varphi}{\partial x}(x, y)\right]^2 + \left[\frac{\partial \varphi}{\partial y}(x, y)\right]^2}\,dxdy =$$

$$= \sqrt{1 + \frac{x^2}{x^2 + y^2} + \frac{y^2}{x^2 + y^2}}\,dxdy = \sqrt{2}\,dxdy.$$

Искомый интеграл преобразуется в двойной интеграл по формуле (1):

$$\iint_F (x^2 + y^2)\,dS = \iint_{G^{12}} \sqrt{2} \cdot (x^2 + y^2)\,dxdy.$$

Так как область G^{12} – это круг, определённый неравенством $x^2 + y^2 \le 1$, то

$$\iint\limits_F (x^2 + y^2)\,dS = \iint\limits_{G^{12}} \sqrt{2}\cdot(x^2 + y^2)\,dxdy = 4\sqrt{2}\int\limits_0^{\pi/2} d\varphi \int\limits_0^1 r^3 dr = \frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\pi\,. \otimes$$

Пример 4.5.2. Вычислить поверхностный интеграл первого рода

$$\iint\limits_F (\sqrt{a^2 - x^2} + z)\,ydS,$$

где F – поверхность цилиндра

$$x^2 + z^2 = a^2,$$

заключённая между плоскостями $y = b$ и $y = c$.

Р е ш е н и е. Из уравнения

$$x^2 + z^2 = a^2$$

следует

$$z = \varphi^3(x, y) = \pm\sqrt{a^2 - x^2}\,.$$

Поверхность F разбилась на две части: F_1 $(z \ge 0)$ и F_2 $(z \le 0)$. Определим элемент поверхности dS в соответствии с формулой вычисления поверхностного интеграла первого рода:

$$\frac{\partial\varphi(x, y)}{\partial x} = -\frac{x}{\sqrt{a^2 - x^2}};\ \frac{\partial\varphi(x, y)}{\partial y} = 0;$$

$$dS = \sqrt{1 + \left[\frac{\partial\varphi}{\partial x}(x, y)\right]^2 + \left[\frac{\partial\varphi}{\partial y}(x, y)\right]^2}\,dxdy = \frac{a\,dxdy}{\sqrt{a^2 - x^2}}.$$

Подставляя элемент поверхности в формулу для вычисления поверхностного интеграла первого рода

$$\iint\limits_F f(x, y, z)\,dS = \iint\limits_G f(x, y, \varphi(x, y))\sqrt{1 + \left[\frac{\partial\varphi}{\partial x}(x, y)\right]^2 + \left[\frac{\partial\varphi}{\partial y}(x, y)\right]^2}\,dxdy,$$

получим:

$$\iint\limits_F (\sqrt{a^2 - x^2} + z)\,ydS =$$

$$= \iint\limits_{F_1} \left(\sqrt{a^2 - x^2} + \sqrt{a^2 - x^2}\right) y dS + \iint\limits_{F_2} \left(\sqrt{a^2 - x^2} - \sqrt{a^2 - x^2}\right) y dS =$$

$$= \iint\limits_{G_1} 2\sqrt{a^2 - x^2}\, y \frac{a dx dy}{\sqrt{a^2 - x^2}} = 2a \iint\limits_{G_1} y dx dy =$$

$$= 2a \int\limits_{-a}^{a} dx \int\limits_{b}^{c} y dy = 2a^2 \left(c^2 - b^2\right). \otimes$$

Пример 4.5.3. Вычислить поверхностный интеграл второго рода

$$\iint\limits_F x^2 y^2 z dx dy$$

по верхней стороне верхней половины сферы с уравнением

$$x^2 + y^2 + z^2 = R^2.$$

Р е ш е н и е. Проекцией верхней полусферы на координатную плоскость XOY является круг, ограниченный окружностью

$$x^2 + y^2 = R^2.$$

Уравнение верхней полусферы

$$z = \varphi(x, y) = \sqrt{R^2 - x^2 - y^2}.$$

Следовательно, искомый интеграл преобразуется в двойной интеграл так:

$$\iint\limits_F x^2 y^2 z dx dy = \iint\limits_{G^{12}} x^2 y^2 \sqrt{R^2 - x^2 - y^2} dx dy.$$

Вычисления проводим в полярных координатах:

$$\iint\limits_{G^{12}} x^2 y^2 \sqrt{R^2 - x^2 - y^2} dx dy = \iint\limits_{G^{12}} r^5 \cos^2\varphi \cdot \sin^2\varphi \sqrt{R^2 - r^2} dr d\varphi =$$

$$= 4 \int\limits_0^{\pi/2} \cos^2\varphi \cdot \sin^2\varphi d\varphi \int\limits_0^R r^5 \sqrt{R^2 - r^2} dr =$$

$$= \left\{ \begin{array}{l} \sqrt{R^2 - r^2} = t;\ R^2 - r^2 = t^2; \\ r dr = -t dt;\ r^4 = \left(R^2 - t^2\right)^2. \end{array} \right\} == \int\limits_0^{\pi/2} \frac{1 - \cos 4\varphi}{2} d\varphi \int\limits_0^R \left(R^2 - t^2\right)^2 t^2 dt$$

$$= \frac{2}{105} \pi R^7. \otimes$$

Пример 4.5.4. Вычислить поверхностный интеграл второго рода

$$\iint\limits_F xdydz + ydzdx + zdxdy,$$

где F – верхняя сторона части плоскости с уравнением $x + z - 1 = 0$, отсечённая плоскостями с уравнениями $y = 0$, $y = 4$ и лежащая в первом октанте.

Р е ш е н и е. Заданная поверхность изображена на рисунке5.1. Для вычисления интеграла используем формулу вычисления общего поверхностного интеграла второго рода:

$$\iint\limits_F P(x, y, z)dydz + Q(x, y, z)dzdx + R(x, y, z)dxdy =$$

$$= \iint\limits_{G_{23}} P(\varphi(y, z), y, z)dydz + \iint\limits_{G_{13}} Q(x, \psi(x, z), z)dxdz +$$

$$+ \iint\limits_{G_{12}} R(x, y, \omega(x, y))dxdy.$$

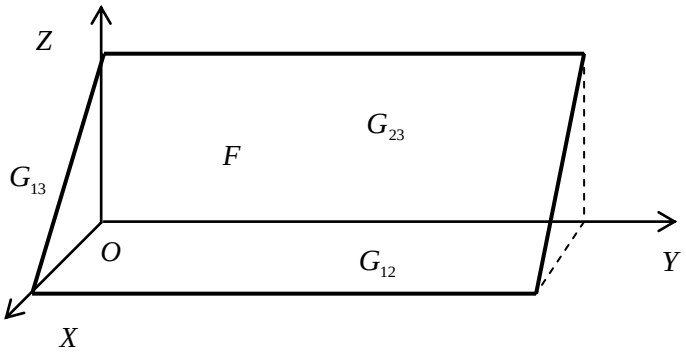


Рис. 5.1.

Так как плоскость параллельна оси OY, то

$$\iint\limits_{G_{13}} Q(x, \psi(x, z), z)dxdz = 0.$$

Получаем:

$$\iint\limits_F xdydz + ydzdx + zdxdy = \iint\limits_{G_{23}} (-z)dydz + \iint\limits_{G_{12}} (-x)dxdy = 4. \otimes$$

Практическое занятие 6

Векторный анализ

Пример 4.6.1. Найти градиент сферически-симметричного скалярного поля

$$u = \varphi(r),$$

где $r = \left\| \vec{r} \right\| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$.

Р е ш е н и е. По определению градиента имеем

$$\operatorname{grad} \varphi(r) = \frac{\partial}{\partial x}\varphi(r)\vec{e}_1 + \frac{\partial}{\partial y}\varphi(r)\vec{e}_2 + \frac{\partial}{\partial z}\varphi(r)\vec{e}_3 =$$

$$= \frac{d\varphi}{dr}\frac{x}{r}\vec{e}_1 + \frac{d\varphi}{dr}\frac{y}{r}\vec{e}_2 + \frac{d\varphi}{dr}\frac{z}{r}\vec{e}_3 = \frac{d\varphi}{dr}\cdot\frac{\vec{r}}{r}. \otimes$$

Отметим, что векторное поле, определяемое соотношением $\vec{a} = \operatorname{grad}\varphi$, называется ***потенциальным полем***, а скалярная функция φ называется ***потенциалом*** векторного поля $\vec{a}$. Само векторное поле $\vec{a} = \frac{d\varphi}{dr}\cdot\frac{\vec{r}}{r}$ называется ***потенциальным*** полем. Иногда потенциальное поле определяют соотношением $\vec{a} = -\operatorname{grad}\varphi$.

Пример 4.6.2. Найти дивергенцию сферически-симметричного векторного поля $\vec{a} = \varphi(r)\vec{r}$.

Р е ш е н и е. По определению дивергенции имеем:

$$\operatorname{div}\vec{a} = \left(\vec{\nabla}, \varphi(r)\vec{r}\right) = \frac{\partial}{\partial x}\left[\varphi(r)x\right] + \frac{\partial}{\partial y}\left[\varphi(r)y\right] + \frac{\partial}{\partial z}\left[\varphi(r)z\right] =$$

$$= \frac{d\varphi}{dr}\frac{x^2}{r} + \varphi(r) + \frac{d\varphi}{dr}\frac{y^2}{r} + \varphi(r) + \frac{d\varphi}{dr}\frac{z^2}{r} + \varphi(r) = \frac{d\varphi}{dr}\cdot r + 3\varphi(r). \otimes$$

Векторное поле называется ***соленоидальным***, если выполнено условие $div\,\vec{a} = 0$. $\otimes$

Пример 4.6.3. Найти условие соленоидальности векторного поля из предыдущего примера.

Р е ш е н и е. Условие соленоидальности $\operatorname{div}\vec{a} = 0$ для поля $\vec{a} = \varphi(r)\vec{r}$ приводит к обыкновенному дифференциальному уравнению

$$\frac{d\varphi}{dr}\cdot r + 3\varphi(r) = 0$$

С разделяющимися переменными. Разделяя переменные и учитывая, что в случае функций одного переменного производная $\frac{d\varphi}{dr}$ – это отношение двух дифференциалов, получаем:

$$\frac{d\varphi}{\varphi} = -3\frac{dr}{r}. \qquad (1)$$

Интегрируя уравнение (1), получаем $\ln|\varphi| = -3\ln r + C_1$. Записывая произвольную постоянную в логарифмическом виде $C_1 = \ln C$, где C – произвольная положительная постоянная, получаем $\varphi = \frac{C}{r^3}$. Здесь C уже произвольная (не обязательно положительная) постоянная. $\otimes$

Пример 4.6.4. Найти ротор сферически-симметричного векторного поля

$$\vec{a} = \varphi(r)\vec{r},$$

где $r = \left\|\vec{r}\right\| = \sqrt{x^2+y^2+z^2}$.

Р е ш е н и е. Записывая векторное поле в разложении по декартовому базису

$$\vec{a} = \varphi(r)\vec{r} = \varphi(r)x\vec{e}_1 + \varphi(r)y\vec{e}_2 + \varphi(r)z\vec{e}_3,$$

и используя определение ротора, получаем:

$$\operatorname{rot}\vec{a} = \left[\vec{\nabla}, \vec{a}\right] = \begin{vmatrix} \vec{e}_1 & \vec{e}_2 & \vec{e}_3 \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ \varphi(r)x & \varphi(r)y & \varphi(r)z \end{vmatrix} =$$

$$= \left\{\frac{\partial}{\partial y}\left[\varphi(r)z\right] - \frac{\partial}{\partial z}\left[\varphi(r)y\right]\right\}\vec{e}_1 + \left\{\frac{\partial}{\partial z}\left[\varphi(r)x\right] - \frac{\partial}{\partial x}\left[\varphi(r)z\right]\right\}\vec{e}_2$$

$$+ \left\{\frac{\partial}{\partial x}\left[\varphi(r)y\right] - \frac{\partial}{\partial y}\left[\varphi(r)x\right]\right\}\vec{e}_3 = \frac{d\varphi(r)}{dr}\left(\frac{yz}{r} - \frac{zy}{r}\right)\vec{e}_1 +$$

$$+ \frac{d\varphi(r)}{dr}\left(\frac{zx}{r} - \frac{xz}{r}\right)\vec{e}_2 + \frac{d\varphi(r)}{dr}\left(\frac{xy}{r} - \frac{yx}{r}\right)\vec{e}_3 = \vec{0}. \otimes$$

Векторное поле, для которого выполнено соотношение $rot\,\vec{a} = \vec{0}$, называется ***безвихревым*** полем. Из предыдущей задачи следует, что сферически-симметричное векторное поле является безвихревым полем.

Пример 4.6.5. Доказать, что

$$\operatorname{div}\left[\vec{A}, \vec{B}\right] = \left(\vec{B}, \operatorname{rot}\vec{A}\right) - \left(\vec{A}, \operatorname{rot}\vec{B}\right). \qquad (1)$$

Р е ш е н и е. Для решения применим правило действия оператора $\vec{\nabla}$ на произведение функций

$$\vec{\nabla}\left(\varphi\cdot\omega\cdot\ldots\cdot\psi\right) =$$
$$= \vec{\nabla}\left(\overset{\vee}{\varphi}\cdot\omega\cdot\ldots\cdot\psi\right) + \vec{\nabla}\left(\varphi\cdot\overset{\vee}{\omega}\cdot\ldots\cdot\psi\right) + \ldots + \vec{\nabla}\left(\varphi\cdot\omega\cdot\ldots\cdot\overset{\vee}{\psi}\right), \qquad (2)$$

где символ $\vee$ над функцией устанавливает порядок действия оператора $\vec{\nabla}$ на соответствующую функцию. Для скалярных полей имеется в виду просто произведение функций, для векторных полей произведение может быть как скалярным, так и векторным.

Учитывая, что

$$\operatorname{div}\left[\vec{A}, \vec{B}\right] = \left(\vec{\nabla}, \left[\vec{A}, \vec{B}\right]\right),$$

в левой части (1) получаем:

$$\operatorname{div}\left[\vec{A}, \vec{B}\right] = \left(\vec{\nabla}, \left[\vec{A}, \vec{B}\right]\right) = \left(\vec{\nabla}, \left[\overset{\vee}{\vec{A}}, \vec{B}\right]\right) + \left(\vec{\nabla}, \left[\vec{A}, \overset{\vee}{\vec{B}}\right]\right),$$

Первое смешанное произведение в правой части последнего равенства преобразуется к виду:

$$\left(\vec{\nabla}, \left[\overset{\vee}{\vec{A}}, \vec{B}\right]\right) = \left(\left[\vec{\nabla}, \vec{A}\right], \vec{B}\right) = \left(\vec{B}, \left[\vec{\nabla}, \vec{A}\right]\right) = \left(\vec{B}, \operatorname{rot}\vec{A}\right). \qquad (3)$$

Аналогично, второе смешанное произведение в правой части того же равенства преобразуется к виду

$$\left(\vec{\nabla},\left[\vec{A},\overset{\vee}{\vec{B}}\right]\right)=-\left(\vec{\nabla},\left[\overset{\vee}{\vec{B}},\vec{A}\right]\right)=-\left(\vec{A},\left[\vec{\nabla},\vec{B}\right]\right)=-\left(\vec{A},\operatorname{rot}\vec{B}\right). \quad (4)$$

Складывая (3) и (4), получаем (1). ⊗

Пример 4.6.6. Доказать, что справедлива формула

$$\operatorname{rot}\left(u\cdot\vec{A}\right)=\left[\operatorname{grad}u,\vec{A}\right]+u\cdot\operatorname{rot}\vec{A},$$

где u – скалярное, а $\vec{A}$ – векторное поля.

Р е ш е н и е. Преобразуем левую часть:

$$\operatorname{rot}\left(u\cdot\vec{A}\right)=\left[\vec{\nabla},u\cdot\vec{A}\right]=\left[\vec{\nabla},\overset{\vee}{u}\cdot\vec{A}\right]+\left[\vec{\nabla},u\cdot\overset{\vee}{\vec{A}}\right]=$$

$$=\left[\vec{\nabla}u,\vec{A}\right]+u\cdot\left[\vec{\nabla},\vec{A}\right]=\left[\operatorname{grad}u,\vec{A}\right]+u\cdot\operatorname{rot}\vec{A}.\otimes$$

Пример 4.6.7. Доказать, что справедлива формула

$$\operatorname{rot}\ \operatorname{rot}\vec{A}=\operatorname{grad}\operatorname{div}\vec{A}-\Delta\vec{A},$$

где Δ – ***оператор Лапласа*** $\Delta=\left(\vec{\nabla},\vec{\nabla}\right)$.

Р е ш е н и е. Для доказательства используем формулу для двойного векторного произведения

$$\left[\vec{A},\left[\vec{B},\vec{C}\right]\right]=\vec{B}\left(\vec{A},\vec{C}\right)-\vec{C}\left(\vec{A},\vec{B}\right),$$

полагая $\vec{A}=\vec{B}=\nabla$, получим:

$$\operatorname{rot}\ \operatorname{rot}\vec{A}=\left[\vec{\nabla},\left[\vec{\nabla},\vec{A}\right]\right]=\vec{\nabla}\left(\vec{\nabla},\vec{A}\right)-\left(\vec{\nabla},\vec{\nabla}\right)\vec{A}=\operatorname{grad}\operatorname{div}\vec{A}-\Delta\vec{A}.\otimes$$

Пример 4.6.8. Найти циркуляцию векторного поля

$$\vec{A}=x^3\vec{e}_1-y^2\vec{e}_2+y\vec{e}_3$$

по замкнутому контуру $\Gamma \in [0, 2\pi]$, заданному уравнениями

$$x = \cos t,\ y = 3\sin t,\ z = \cos t - \sin t.$$

Р е ш е н и е. По определению циркуляция равна криволинейному интегралу второго рода

$$C = \oint_{\Gamma} \left(\vec{A}, d\vec{x} \right) = \oint_{\Gamma} x^3 dx - y^2 dy + y dz.$$

Криволинейный интеграл вычисляем, сводя его к определённому интегралу:

$$\oint_{\Gamma} x^3 dx - y^2 dx^2 + y dx^3 =$$

$$= \int_0^{2\pi} (-\cos^3 t \sin t - 27 \sin^2 t \cos t - 3\sin^2 t - 3\sin t \cos t)\, dt =$$

$$= -\int_0^{2\pi} \cos^3 t \sin t dt - 27 \int_0^{2\pi} \sin^2 t \cos t dt - 3 \int_0^{2\pi} \sin^2 t dt - 3 \int_0^{2\pi} \sin t \cos t dt =$$

$$= \int_0^{2\pi} \cos^3 t d(\cos t) - 27 \int_0^{2\pi} \sin^2 t d(\sin t) -$$

$$-\frac{3}{2} \int_0^{2\pi} \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cos 2t \right) d(2t) - 3 \int_0^{2\pi} \sin t d(\sin t) = -3\pi. \otimes$$

Пример 4.6.9. Найти циркуляцию векторного поля

$$\vec{F} = -\omega x_2 \vec{e}_1 + \omega x_1 \vec{e}_2$$

по простому замкнутому контуру, представляющему собой окружность с центром в начале системы координат и радиусом R, в положительном направлении.

Р е ш е н и е. Параметризация окружности

$$x_1 = R\cos t,\ x_2 = R\sin t,$$

где $t \in [0, 2\pi]$. Поэтому по определению циркуляции получаем:

$$C = \oint_{\Gamma} \left(\vec{F}, d\vec{x} \right) = \oint_{\Gamma} -\omega x_2 dx_1 + \omega x_1 dx_2 =$$

$$= \omega \int_0^{2\pi} (R^2 \sin^2 t + R^2 \cos^2 t)\, dt = 2\pi R^2 \omega. \otimes$$

Пример 4.6.10. Найти циркуляцию векторного поля

$$\vec{F} = (x_1 + 3x_2 + 2x_3)\vec{e}_1 + (2x_1 + x_3)\vec{e}_2 + (x_1 - x_2)\vec{e}_3$$

по контуру треугольника ABC, если $A(2; 0; 0)$, $B(0; 3; 0)$, $C(0; 0; 1)$.

Р е ш е н и е. Для решения применим формулу Стокса, согласно которой

$$C = \oint_{\Gamma}\left(\vec{F}, d\vec{x}\right) = \iint_{S}\left(\vec{n}, rot\,\vec{F}\right)ds.$$

Уравнение плоскости, в которой лежит треугольник, имеет вид

$$\frac{x_1}{2} + \frac{x_2}{3} + \frac{x_3}{1} = 1,$$

или

$$3x_1 + 2x_2 + 6x_3 = 6.$$

Находим ротор векторного поля:

$$rot\,\vec{F} = \begin{vmatrix} \vec{e}_1 & \vec{e}_2 & \vec{e}_3 \\ \dfrac{\partial}{\partial x_1} & \dfrac{\partial}{\partial x_2} & \dfrac{\partial}{\partial x_3} \\ x_1 + 3x_2 + 2x_3 & 2x_1 + x_3 & x_1 - x_2 \end{vmatrix} =$$

$$= \left[\frac{\partial}{\partial x_2}(x_1 - x_2) - \frac{\partial}{\partial x_3}(2x_1 + x_3)\right]\vec{e}_1 -$$

$$-\left[\frac{\partial}{\partial x_1}(x_1 - x_2) - \frac{\partial}{\partial x_3}(x_1 + 3x_2 + 2x_3)\right]\vec{e}_2 +$$

$$-\left[\frac{\partial}{\partial x_1}(2x_1 + x_3) - \frac{\partial}{\partial x_2}(x_1 + 3x_2 + 2x_3)\right]\vec{e}_3 = -2\vec{e}_1 + \vec{e}_2 - \vec{e}_3.$$

Теперь циркуляция

$$C = \oint_{\Gamma}\left(\vec{F}, d\vec{x}\right) = \iint_{S}\left(\vec{n}, rot\,\vec{F}\right)ds =$$

$$= -2\iint_{G^{23}} dx_2 dx_3 + \iint_{G^{13}} dx_3 dx_1 - \iint_{G^{12}} dx_1 dx_2 =$$

$$= -2\int_0^3 dx_2 \int_0^{1-x_2/3} dx_3 + \int_0^1 dx_3 \int_0^{2-x_3} dx_1 - \int_0^2 dx_1 \int_0^{3-3x_1/2} dx_2 =$$

$$= -2\left[x_2 - \frac{1}{6}x_2^2 \right]_0^3 + \left[x_3 - x_3^2 \right]_0^1 - \left[3x_1 - \frac{3}{4}x_1^2 \right]_0^2 = -5. \otimes$$

Пример 4.6.11. Найти циркуляцию векторного поля

$$\vec{F} = x_2 \vec{e}_1 - x_1 \vec{e}_2 + a \vec{e}_3 \quad (a = const)$$

вдоль окружности с уравнением

$$x_1^2 + x_2^2 = 1,\ x_3 = 0$$

в положительном направлении двумя способами.

Р е ш е н и е. 1) Вычислим циркуляцию непосредственно, учитывая, что параметризация окружности имеет вид $(R = 1)$:

$$x_1 = \cos t,\ x_2 = \sin t.$$

Теперь имеем:

$$C = \oint_\Gamma \left(\vec{F}, d\vec{x} \right) = \oint_\Gamma F_1 dx_1 + F_2 dx_2 + F_3 dx_3 =$$

$$= \int_0^{2\pi} \left[\sin t \cdot (-\sin t) - \cos t \cos t \right] dt = -\int_0^{2\pi} \left(\sin^2 t + \cos^2 t \right) dt = -2\pi.$$

2) Вычислим циркуляцию по формуле Стокса. Сначала найдём ротор векторного поля:

$$rot\, \vec{F} = \begin{vmatrix} \vec{e}_1 & \vec{e}_2 & \vec{e}_3 \\ \dfrac{\partial}{\partial x_1} & \dfrac{\partial}{\partial x_2} & \dfrac{\partial}{\partial x_3} \\ x_2 & -x_1 & a \end{vmatrix} = -2\vec{e}_3.$$

Нормаль плоскости треугольника $\vec{n} = \vec{e}_3$. Следовательно, имеем

$$C = \oint_\Gamma \left(\vec{F}, d\vec{x} \right) = \iint_S \left(\vec{n}, rot\, \vec{F} \right) ds = -2 \iint_S \left(\vec{n}, \vec{e}_3 \right) ds = -2 \iint_S dx_1 dx_2 =$$

$$= -2 \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^2 r dr = -2 \cdot 2\pi \cdot \frac{1}{2} = -2\pi. \otimes$$

Пример 4.6.12. Найти поток радиус-вектора

$$\vec{r} = x\vec{e}_1 + y\vec{e}_2 + z\vec{e}_3$$

через произвольную гладкую замкнутую поверхность F, ограничивающую область Ω, имеющую объём V.

Р е ш е н и е. Находим дивергенцию поля радиус-вектора:

$$\operatorname{div}\vec{r} = 1+1+1 = 3.$$

Воспользуемся формулой Остроградского-Гаусса (10.10.13):

$$\oiint_F \left(\vec{r}, d\vec{s}\right) = \iiint_V \left(\vec{\nabla}, \vec{r}\right) dV = 3\iiint_V dV = 3V.$$

Из полученной формулы следует формула для вычисления объёма области Ω при помощи поверхностных интегралов

$$V = \frac{1}{3}\oiint_F \left(\vec{r}, \vec{n}\right) ds,$$

которая в декартовых координатах принимает вид

$$V = \frac{1}{3}\oiint_F \left(xn_1 + yn_2 + zn_3\right) ds = \frac{1}{3}\oiint_F \left(x\cos\alpha + y\cos\beta + z\cos\gamma\right) ds,$$

где $\cos\alpha$, $\cos\beta$, $\cos\gamma$ – координаты орта нормали $\vec{n}$. $\otimes$

Пример 4.6.13. Найти поток векторного поля радиус-вектора

$$\vec{r} = x\vec{e}_1 + y\vec{e}_2 + z\vec{e}_3$$

Через поверхность с уравнением

$$z = 1 - \sqrt{x^2 + y^2},\ z = 0\ \left(0 \le z \le 1\right).$$

Р е ш е н и е. Воспользуемся теоремой Остроградского-Гаусса:

$$\Phi = \oiint_S \left(\vec{F}, \vec{n}\right) ds = \iiint_V div\,\vec{F}\, dv.$$

Так как

$$\operatorname{div}\vec{r} = 1+1+1 = 3,$$

а поверхность – это конус с вершиной в точке $(0; 0; 1)$, ограниченный плоскостями с уравнениями $z = 0$ и $z = 1$, то переходя к цилиндрическим координатам, получаем:

$$\Phi = \oiint_S \left(\vec{r}, \vec{n}\right) ds = \iiint_V div\,\vec{r}\, dv = 3\iiint_V dv = 3\iiint_\Omega r\,d\varphi\,dr\,dz =$$

$$= 3\int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^1 r dr \int_0^{1-r} dz = 3\int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^1 r(1-r)\,dr = 3\cdot 2\pi\cdot\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\right) = \pi. \otimes$$

Пример 4.6.14. Найти поток поля

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0}\frac{q}{r^2}\frac{\vec{r}}{r}$$

точечного источника электрического поля через сферу с уравнением

$$x^2 + y^2 + z^2 = R^2.$$

Р е ш е н и е. Поток векторного поля через поверхность вычисляется по формуле

$$\Phi = \iint_S \left(\vec{F}, d\vec{s}\right) = \iint_S \left(\vec{F}, \vec{n}\right) ds = \frac{q}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0}\iint_S \frac{1}{r^2}\left(\frac{\vec{r}}{r}, \vec{n}\right) ds.$$

Так как $r = R = const$ и скалярное произведение ортов

$$\left(\frac{\vec{r}}{r}, \vec{n}\right) = 1,$$

получаем:

$$\Phi = \frac{q}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0}\iint_S \frac{1}{r^2}\left(\frac{\vec{r}}{r}, \vec{n}\right) ds = \frac{q}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 R^2}\iint_S ds = \frac{q4\pi R^2}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 R^2} = \frac{4\pi q}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0}. \otimes$$

Практическое занятие 7

Дифференциальные уравнения,

интегрируемые в квадратурах

Дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными

Пример 4.7.1. Найти интегральные кривые дифференциального уравнения

$$6xdx - 6ydy = 2x^2 ydy - 3xy^2 dx.$$

Р е ш е н и е. 1) Перепишем данное уравнение в виде

$$2y\ \ x^2+3\ \ dy=3x\ \ 2+y^2\ \ dx.$$

2) Замечаем, что $x^2+3>0,\ 2+y^2>0.$ Поэтому можно разделить переменные, деля обе части уравнения на $\left(x^2+3\right)\left(2+y^2\right)$:

$$\frac{2y}{2+y^2}dy=\frac{3x}{x^2+3}dx.$$

3) Используем формулу для нахождения решения:

$$\int\frac{2y}{2+y^2}dy+C_1=\int\frac{3x}{x^2+3}dx+C_2;$$

$$\ln\ \ 2+y^2\ \ =\frac{3}{2}\ln\ \ x^2+3\ \ +C;$$

$$C=C_2-C_1.$$

4) Преобразуем полученный интеграл:

$$2\ln\ \ 2+y^2\ \ -3\ln\ \ x^2+3\ \ =C;$$

$$\ln\frac{2+y^2\ \ ^2}{x^2+3\ \ ^3}=C.$$

Ответ: Интегральные кривые определяются уравнением

$$\ln\frac{2+y^2\ \ ^2}{x^2+3\ \ ^3}=C$$

при всевозможных значениях параметра C. $\otimes$

Пример 4.7.2. Найти частное решение уравнения

$$\left(+y^2\right)dx=xydy,$$

если $y=1$ при $x=2$.

Р е ш е н и е. 1) Разделяем переменные:

$$\frac{y}{1+y^2}dy=\frac{dx}{x}.$$

2) Интегрируем полученное уравнение:

$$\int \frac{y}{1+y^2}\,dy = \int \frac{dx}{x} + \ln C;$$

$$\frac{1}{2}\ln\left|1+y^2\right| = \ln|x| + \ln C;$$

$$1+y^2 = Cx^2.$$

Так как C – произвольная постоянная, то имеем

$$y^2 = Cx^2 - 1$$

3) Используем начальные условия:

$$4 = 2C;\ C = 2;\ x^2 = 2\left(+y^2\right).$$

4) Частный интеграл:

$$y = \sqrt{\frac{x^2}{2} - 1}.$$

Ответ: $y = \sqrt{\frac{x^2}{2} - 1}.\ \otimes$

Дифференциальные уравнения с однородной правой частью

Пример 4.7.3. Найти интегральные кривые дифференциального уравнения

$$\frac{dy}{dx} = \frac{x^2 + 2xy - 5y^2}{2x^2 - 6xy}.$$

Р е ш е н и е. Это уравнение с однородной правой частью.

1) Разделим числитель и знаменатель на x^2:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1 + 2\frac{y}{x} - 5\left(\frac{y}{x}\right)^2}{2 - 6\frac{y}{x}}.$$

2) Совершаем подстановку

$$u(x) = \frac{y}{x},$$

где $u(x)$ – новая искомая функция. Так как

$$y' = u + xu',$$

получаем новый вид уравнения:

$$u + x\frac{du}{dx} = \frac{1 + 2u - 5u^2}{2 - 6u}.$$

После простых преобразований получаем

$$\frac{du}{dx}x = \frac{1 + u^2}{2 - 6u}.$$

3) Разделяем переменные, предполагая, что $1 + u^2 \neq 0,\ x \neq 0$:

$$\frac{2 - 6u}{1 + u^2}du = \frac{dx}{x}.$$

4) Интегрируем:

$$2arctgu - 3\ln(1 + u^2) = \ln|x| + C.$$

Заменяя $u(x) = \frac{y}{x}$, получаем:

$$2arctg\frac{y}{x} - 3\ln\left(1 + \frac{y}{x^2}\right)^2 - \ln|x| = C.$$

Ответ: Интегральные кривые определяются уравнением

$$2arctg\frac{y}{x} - 3\ln\left(1 + \frac{y}{x^2}\right)^2 - \ln|x| = C. \otimes$$

Линейные дифференциальные уравнения первого порядка

Пример 4.7.4. Найти общее решение уравнения

$$\frac{dy}{dx} + 3y = e^{2x}.$$

Р е ш е н и е. Здесь $p(x) = 3,\ f(x) = e^{2x}$.

1) Сначала решаем однородное уравнение

$$\frac{dy}{dx} = -3y,$$

соответствующее данному неоднородному уравнению:

$$\frac{dy}{dx} = -3y;$$

$$\frac{dy}{y} = -3dx;$$

$$\ln|y| = -3x + \ln C_1;$$

$$|y| = C_1 e^{-3x};$$

$$y = C_2 e^{-3x}.$$

2) Ищем решение исходного уравнения в виде $z = C_2(x)e^{-3x}$. Подстановка в исходное уравнение даёт:

$$\frac{dC_2(x)}{dx} = e^{5x};$$

$$C_2(x) = \int e^{5x} dx + C;$$

$$C_2(x) = \frac{1}{5}e^{5x} + C.$$

3) Подставляем в решение:

$$z = \frac{1}{5}e^{2x} + Ce^{-3x}.$$

Ответ: общее решение имеет вид

$$z = \frac{1}{5}e^{2x} + Ce^{-3x}. \otimes$$

Пример 4.7.5. Найти решение задачи Коши для уравнения

$$\frac{dy}{dx} - \frac{1}{x}y = -\frac{2}{x^2}$$

с начальным условием $y(1) = 1$.

Р е ш е н и е. Воспользуемся формулой

$$y = e^{-\int p(x)dx}\left(\int q(x)e^{\int p(x)dx} + C\right),$$

следующей из метода вариации произвольной постоянной.

1) Находим общее решение:

$$z = e^{-\int p(x)dx}\left(\int q(x)e^{\int p(x)dx} + C\right) = e^{\int\frac{dx}{x}}\left(-2\int\frac{1}{x^2}e^{-\int\frac{1}{x}dx}\right) = \frac{1}{x} + Cx.$$

2) Используем начальное условие

$$\frac{1}{1^2} + C = 1,$$

откуда $C = 0$. Решение задачи Коши принимает вид:

$$z = \frac{1}{x}.$$

Ответ: $y = \frac{1}{x}.\otimes$

Неполные обыкновенные дифференциальные уравнения второго порядка

Пример 4.7.6. Найти частное решение ОДУ

$$\frac{d^2y}{dx^2} = xe^x,$$

удовлетворяющее начальным условиям $y\big|_{x=0} = 1,\ \frac{dy}{dx}\big|_{x=0} = 0.$

Р е ш е н и е. Интегрируем уравнение последовательно:

1) $$\frac{dy}{dx} = \int xe^x dx + C_1 = \begin{Bmatrix} u = x, & du = dx, \\ dv = e^x dx, & v = e^x. \end{Bmatrix} = xe^x - \int e^x dx + C_1 =$$

$$= (x-1)e^x + C_1;$$

2) $$y = \int (x-1)e^x dx + C_1 x + C_2 = \begin{Bmatrix} u = x-1, & du = dx, \\ dv = e^x dx, & v = e^x. \end{Bmatrix} =$$

$$= (x-2)e^x + C_1 x + C_2.$$

Так как в силу первого начального условия $\left.\frac{dy}{dx}\right|_{x=0} = 0$, получаем:

$$(-1)e^0 + C_1 = 0,\ C_1 = 1.$$

Так как в силу второго начального условия $y|_{x=0} = 1$, получаем:

$$(-2)e^0 + C_1 \cdot 0 + C_2 = 1,\ C_2 = 3.$$

Теперь частное решение, удовлетворяющее заданным условиям, принимает вид

$$y = (x-2)e^x + x + 3. \otimes$$

Пример 4.7.7. Найти общее решение ОДУ

$$\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^2 - 3\frac{d^2y}{dx^2} + 2 = 0.$$

Р е ш е н и е. Решаем уравнение относительно $z = \frac{d^2y}{dx^2}$:

$$\frac{d^2y}{dx^2} = 1,\ \frac{d^2y}{dx^2} = 2.$$

Интегрируем получившиеся ОДУ последовательно:

1) $\frac{d^2y}{dx^2} = 1,\ \frac{dy}{dx} = x + C_1,\ y = \frac{1}{2}x^2 + C_1 x + C_2;$

2) $\frac{d^2y}{dx^2} = 2,\ \frac{dy}{dx} = 2x + C_3,\ y = x^2 + C_3 x + C_4.$

Совокупность этих решений образует общий интеграл ОДУ.

Так как квадратный трёхчлен имеет разложение

$$z^2 - 3z + 2 = (z - z_1)(z - z_2),$$

то общий интеграл ОДУ имеет вид:

$$\left(y - \frac{1}{2}x^2 - C_1 x - C_2\right) \cdot (y - x^2 - C_3 x - C_4) = 0. \otimes$$

Пример 4.7.8. Найти общее решение ОДУ

$$\frac{d^3y}{dx^3} = -\frac{1}{2}\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^3.$$

Р е ш е н и е. Положим $\frac{d^2y}{dx^2} = z$, тогда из уравнения получаем

$$\frac{dz}{dx} = -\frac{1}{2}z^3.$$

Интегрируя получившееся уравнение, получаем

$$\frac{dz}{dx} = -\frac{1}{2}z^3,\ \frac{dz}{z^3} = -\frac{1}{2}dx,\ \frac{1}{z^2} = x + C_1,\ z^2 = \frac{1}{x + C_1}.$$

Заменяя $z = \frac{d^2y}{dx^2}$, получаем уравнение

$$\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^2 = \frac{1}{x + C_1}.$$

Уравнение содержит только x и y. Разрешая его относительно $\frac{d^2y}{dx^2}$, получаем

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{\pm 1}{\sqrt{x + C_1}}.$$

Это уравнение интегрируем последовательно:

$$\frac{dy}{dx} = \pm\int\frac{dx}{\sqrt{x + C_1}} + C_2 = \pm\int\frac{dx}{\sqrt{x + C_1}} = d\left(x + C_1\right) = \pm\int\left(x + C_1\right)^{-1/2} d\left(x + C_1\right) + C_2 = \pm\left(x + C_1\right)^{1/2} + C_2$$

$$y_1 = \int\left(x + C_1\right)^{1/2} dx + C_2x + C^3 = \left(x + C_1\right)^{3/2} + C_2x + C^3,$$

$$y_2 = -\int\left(x + C_1\right)^{1/2} dx + C_2x + C^3 = -\left(x + C_1\right)^{3/2} + C_2x + C^3. \otimes$$

Линейные однородные дифференциальные уравнения

второго порядка

Пример 4.7.9. Найти общее решение линейного однородного дифференциального уравнения

$$\frac{d^2y}{dx^2}+\frac{dy}{dx}-2y=0.$$

Р е ш е н и е. Характеристическое уравнение

$$k^2+k-2=0.$$

Корни характеристического уравнения

$$k_1=-2,\ k_2=1.$$

Фундаментальная система решений

$$e^{-2x},\ e^{x}\ .$$

Общее решение имеет вид:

$$y(x)=C_1e^{-2x}+C_2e^{x}.\otimes$$

Пример 4.7.10. Найти общее решение линейного однородного дифференциального уравнения

$$\frac{d^2y}{dx^2}-2\frac{dy}{dx}+y=0.$$

Р е ш е н и е. Характеристическое уравнение

$$k^2-2k+1=0.$$

Корни характеристического уравнения

$$k_1=k_2=1.$$

Фундаментальная система решений

$$e^{x},\ xe^{x}\ .$$

Общее решение имеет вид:

$$y(x)=(C_1+C_2x)e^{x}.\otimes$$

Пример 4.7.11. Найти общее решение линейного однородного дифференциального уравнения

$$\frac{d^2y}{dx^2}-4\frac{dy}{dx}+13y=0.$$

Р е ш е н и е. Характеристическое уравнение

$$k^2-4k+13=0.$$

Корни характеристического уравнения

$$k_1=2+3i,\ k_2=2-3i.$$

Фундаментальная система решений

$$e^{2x}\cos 3x,\ e^{2x}\sin 3x\ .$$

Общее решение имеет вид:

$$y=e^{2x}\left(C_1\cos 3x+C_2\sin x\right).\otimes$$

Пример 4.7.12. Найти общее решение линейного однородного дифференциального уравнения

$$\frac{d^3y}{dx^3}-2\frac{d^2y}{dx^2}-\frac{dy}{dx}+2y=0.$$

Р е ш е н и е. Характеристическое уравнение

$$k^3-2k^2-k+2=0.$$

Преобразуем характеристическое уравнение:

$$\left(k^2-1\right)\left(k-2\right)=0.$$

Корни характеристического уравнения

$$k_1=-1,\ k_2=1,\ k_3=2.$$

Фундаментальная система решений

$$e^{-x},\ e^{x},\ e^{2x}\ .$$

Общее решение имеет вид:

$$y=C_1e^{-x}+C_2e^{x}+C_3e^{2x}.\otimes$$

Пример 4.7.13. Найти общее решение линейного однородного дифференциального уравнения

$$\frac{d^3y}{dx^3}-4\frac{d^2y}{dx^2}+6\frac{dy}{dx}-4y=0.$$

Р е ш е н и е. Характеристическое уравнение

$$k^3-4k^2+6k-4=0.$$

Корень ищем среди множителей свободного члена, это 2 и 4. Проверяем 2, для чего делим уголком:

$$k^3-4k^2+6k-4=(k-2)(k^2-2k+2).$$

Уравнение принимает вид:

$$(k-2)(k^2-2k+2)=0.$$

Находим оставшиеся корни характеристического уравнения

$$k_1=2,\ k_2=1+i,\ k_3=1-i.$$

Фундаментальная система решений

$$e^{2x},\ e^x\cos x,\ e^x\sin x\ .$$

Общее решение записывается в виде:

$$y(x)=C_1e^{2x}+e^x(C_2\cos x+C_3\sin x).\otimes$$

Линейные неоднородные дифференциальные уравнения

второго порядка. Метод Лагранжа

Пример 4.7.14. Найти общее решение линейного неоднородного дифференциального уравнения

$$\frac{d^2y}{dx^2}-y=x^2-x+1.$$

Р е ш е н и е. 1) Однородное уравнение

$$\frac{d^2y}{dx^2}-y=0.$$

Характеристическое уравнение

$$k^2-1=0.$$

Корни характеристического уравнения

$$k_1 = -1,\ k_2 = 1.$$

Фундаментальная система решений

$$e^{-x},\ e^{x}\ .$$

Общее решение имеет вид:

$$y(x) = C_1 e^{-x} + C_2 e^{x}.$$

2) Решение неоднородного уравнения ищем в виде

$$z(x) = C_1(x)e^{-x} + C_2(x)e^{x}.$$

Система линейных алгебраических уравнений для производных новых функций в общем виде

$$\begin{cases} y_1 \dfrac{dC_1}{dx} + y_2 \dfrac{dC_2}{dx} = 0, \\ \dfrac{dy_1}{dx}\dfrac{dC_1}{dx} + \dfrac{dy_2}{dx}\dfrac{dC_2}{dx} = f(x). \end{cases}$$

В нашем случае

$$\begin{cases} e^{-x} \dfrac{dC_1}{dx} + e^{x} \dfrac{dC_2}{dx} = 0, \\ -e^{-x} \dfrac{dC_1}{dx} + e^{x} \dfrac{dC_2}{dx} = x^2 - x + 1. \end{cases}$$

Решаем систему, например, по формулам Крамера, в результате получаем:

$$\frac{dC_1}{dx} = -\frac{1}{2}e^{x}(x^2 - x + 1);\ \frac{dC_2}{dx} = \frac{1}{2}e^{-x}(x^2 - x + 1).$$

3) Решение первого из уравнений:

$$C_1 = -\frac{1}{2}\int e^{x}(x^2 - x + 1)dx + A_1 = \ldots = \left(-\frac{1}{2}x^2 + \frac{3}{2}x - 2\right)e^{x} + A_1.$$

Решение второго уравнения:

$$C_2 = -\frac{1}{2}\int e^{-x}(x^2 - x + 1)dx + A_2 = \ldots = \left(-\frac{1}{2}x^2 - \frac{3}{2}x + 12\right)e^{-x} + A_2.$$

Общее решение неоднородного уравнения

$$z(x) = A_1 e^{-x} + A_2 e^{x} - x^2 + x - 1. \otimes$$

Примеры из механики

Пример 4.7.15. С аэростата, падающего с высоты H со скоростью v_0, сбросили балласт, после чего его падение замедлилось и через некоторое время сменилось подъёмом, так что через время t_0 аэростат поднялся на высоту, с которой сбросили балласт. Считая, что масса аэростата без балласта равна m, а сила сопротивления воздуха R и подъёмная сила аэростата T постоянны, определить, сколько времени после сброса балласта аэростат опускался.

Р е ш е н и е. Начало системы координат поместим в нижнюю точку траектории аэростата, ось OZ направим вертикально вверх (рисунок 1). По условию задачи силы, действующие на аэростат в течение всего времени движения остаются постоянными.

Уравнение второго закона динамики для опускающегося аэростата имеет вид:

$$m\ddot{z} = T + R - G, \qquad (1)$$

где $G = mg$ – сила тяжести. В начальный момент времени аэростат находился на высоте H, поэтому начальные условия запишутся в виде

$$z(0) = H,\ \dot{z}(0) = -v_0. \qquad (2)$$

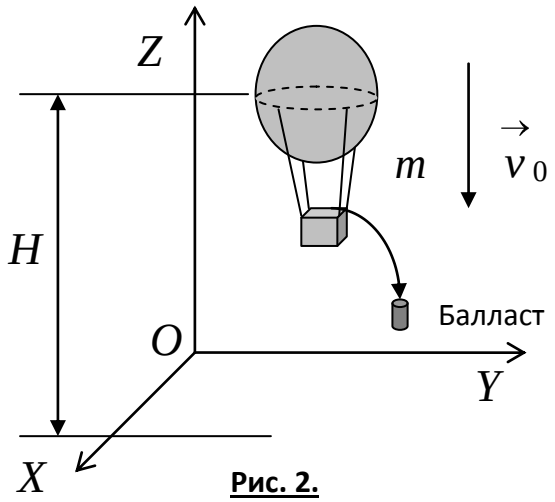


Рис. 2.

Уравнение (1) – это простейшее обыкновенное дифференциальное уравнение, не содержащее в правой части искомой функции и независимой переменной. Интегрируя два раза, получаем:

$$m\dot{z} = (T + R - G)t + C_1, \qquad (3)$$

$$mz = \frac{T+R-G}{2}t^2 + C_1 t + C_2 . \qquad (4)$$

Используя начальные условия (2), получаем для постоянных: $C_1 = -mv_0$, $C_2 = mH$. Теперь уравнения движения принимают вид:

$$\dot{z} = \frac{T+R-G}{m}t - v_0, \qquad (5)$$

$$z = \frac{T+R-G}{2m}t^2 - v_0 t + H . \qquad (6)$$

Для поднимающегося аэростата уравнение второго закона динамики и начальные условия имеют вид:

$$m\ddot{z} = T - R - G, \qquad (7)$$

$$z(0) = 0,\ \dot{z}(0) = 0. \qquad (8)$$

Интегрируя (7), получаем:

$$m\dot{z} = (T - R - G)t + C_1, \qquad (9)$$

$$mz = \frac{T-R-G}{2}t^2 + C_1 t + C_2 . \qquad (10)$$

Из начальных условий (8) для постоянных получаем $C_1 = 0$, $C_2 = 0$, откуда получаем уравнение движения:

$$z = \frac{T-R-G}{2m}t^2 . \qquad (11)$$

Обозначим время падения аэростата t_1, а время подъёма t_2. Из условия задачи $t_0 = t_1 + t_2$. Подставляя $t = t_1$, $\dot{z}(t_1) = 0$, $z(t_1) = 0$ в (5) и (6) и $t = t_2$, $z(t_2) = H$ в (11), получаем систему уравнений

$$\begin{cases} \dfrac{T+R-G}{m}t_1 - v_0 = 0, \\ \dfrac{T+R-G}{2m}t_1^2 - v_0 t_1 + H = 0, \\ \dfrac{T-R-G}{2m}t_2^2 = H. \end{cases} \qquad (12)$$

Исключая из уравнений системы (12) неизвестные H и v_0 с учётом того, что $t_2 = t_0 - t_1$, получаем:

$$t_1 = \frac{t_0}{1 + \frac{\sqrt{T+R-mg}}{T-R-mg}}. \otimes$$

Пример 4.7.16. Грузовик массой m имеет максимальную скорость $v_{\max}$ и разгоняется с места до скорости v_* за время t_*. Сила сопротивления пропорциональна скорости. Чему равняется средняя сила тяги двигателя грузовика?

Р е ш е н и е. Силы, действующие на грузовик, изображены на рисунке 2. При решении задачи предполагаем, что средняя сила тяги двигателя $\vec{F}$ постоянна.

После проектирования на оси системы координат дифференциальное уравнение движения имеет вид:

$$m\ddot{x} = F - R.$$

Здесь сила трения $\vec{R} = k\vec{v}$, где коэффициент динамического трения $k > 0$ неизвестен; $\vec{N}$ – сила реакции опоры (дороги); $\vec{G}$ – сила тяжести.

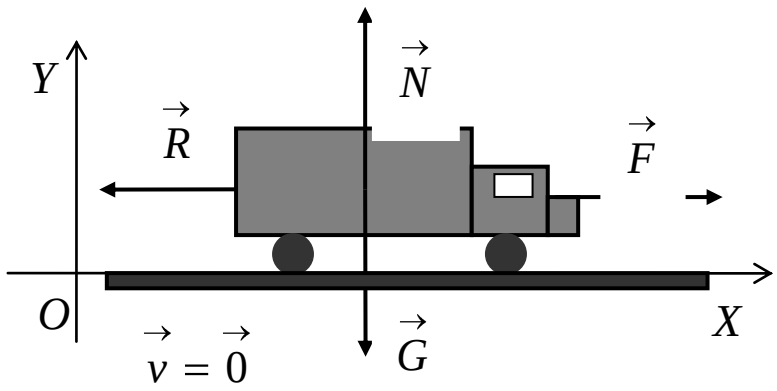


Рис. 2.

Обозначая $\dot{x} = v$, получаем:

$$m\dot{v} = F - kv \Rightarrow m\frac{dv}{dt} = F - kv \Rightarrow \frac{mdv}{F-kv} = dt \Rightarrow$$

$$-\frac{m}{k}\int\frac{d(F-kv)}{F-kv}=t+C \Rightarrow -\frac{m}{k}\ln(F-kv)=t+C.$$

Начальные условия $x(0)=0$ и $\dot{x}(0)=v(0)=0$. Из условия на скорость получаем, что $C=-\frac{m}{k}\ln F$. Подстановка даёт

$$t=-\frac{m}{k}\ln(F-kv)+\frac{m}{k}\ln F=-\frac{m}{k}\ln\frac{F-kv}{F} \Rightarrow t=-\frac{m}{k}\ln\left(1-\frac{kv}{F}\right). \quad (1)$$

Так как задана максимальная скорость $v_{\max}$, то из необходимого условия экстремума получаем:

$$\frac{dv}{dt}=0 \Rightarrow m\ddot{x}=F-kv_{\max}=0 \Rightarrow k=\frac{F}{v_{\max}}. \quad (2)$$

Подставляя (2) в (1), при $t=t_*$ и $v=v_*$, получаем:

$$t_*=-\frac{m}{F/v_{\max}}\ln\left(1-\frac{(F/v_{\max})v_*}{F}\right) \Rightarrow t_*=-\frac{mv_{\max}}{F}\ln\left(1-\frac{v_*}{v_{\max}}\right) \Rightarrow$$

$$F=-\frac{mv_{\max}}{t_*}\ln\frac{v_{\max}-v_*}{v_{\max}} \Rightarrow F=\frac{mv_{\max}}{t_*}\ln\frac{v_{\max}}{v_{\max}-v_*}. \otimes$$

Практическое занятие 8

Линейные системы ОДУ, методы Эйлера и Лагранжа

Пример 4.8.1. Дана система ОДУ

$$\begin{cases}\dfrac{dy^1}{dt}+y^1+2y^2=0,\\ \dfrac{dy^2}{dt}-3y^1-4y^2=0.\end{cases}$$

Найти общее решение этой системы.

Р е ш е н и е. Систему можно записать в матричном виде:

$$\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}\frac{d}{dt}\begin{pmatrix}y^1\\ y^2\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}1 & 2\\ -3 & -4\end{pmatrix}\begin{pmatrix}y^1\\ y^2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0\\ 0\end{pmatrix}.$$

Частное решение ищем в виде

$$y^1(t)=x^1e^{-\mu t},\ y^2(t)=x^2e^{-\mu t}.$$

Подставляя в систему уравнений частное решение и сокращая на неравный нулю множитель $e^{-\mu t}$, получаем

$$\begin{cases}(-\mu)x^1+2x^2=0,\\ -3x^1-(\mu+4)x^2=0.\end{cases}$$

Это однородная СЛАУ, характеристическое уравнение для неё имеет вид

$$\begin{vmatrix}1-\mu & 2\\ -3 & -\mu-4\end{vmatrix}=0,$$

или

$$\mu^2+3\mu+2=0.$$

Характеристические числа (собственные значения)

$$\mu_1=-2,\ \mu_2=-1.$$

1) Для $\mu_1=-2$ имеем СЛАУ

$$\begin{cases}3x^1+2x^2=0,\\ -3x^1-2x^2=0,\end{cases}$$

которая сводится к уравнению

$$3x^1+2x^2=0.$$

Решение этого уравнения, полагая $x^2=a\in R^1$, запишем в виде

$$\begin{pmatrix}x^1\\ x^2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-\frac{2}{3}a\\ a\end{pmatrix}=a\begin{pmatrix}-\frac{2}{3}\\ 1\end{pmatrix},$$

Таким образом, имеем первый собственный вектор

$$\begin{pmatrix}x^1\\ x^2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-\frac{2}{3}\\ 1\end{pmatrix}.$$

Частное решение, соответствующее первому собственному значению, имеет вид

$$\begin{pmatrix} y_1^1 \\ y_1^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{2}{3}e^{2t} \\ e^{2t} \end{pmatrix}.$$

2) Для $\mu_1 = -2$ имеем СЛАУ

$$\begin{cases} 2x^1 + 2x^2 = 0, \\ -3x^1 - 3x^2 = 0, \end{cases}$$

которая сводится к одному уравнению

$$x^1 + x^2 = 0.$$

Полагая $x^2 = b \in R^1$, получим

$$\begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -b \\ b \end{pmatrix} = b\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Второй собственный вектор имеет вид

$$\begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Частное решение, соответствующее второму собственному вектору, имеет вид

$$\begin{pmatrix} y_2^1 \\ y_2^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -e^t \\ e^t \end{pmatrix}.$$

3) Составляем фундаментальную матрицу:

$$Y(t) = \begin{pmatrix} y_1^1 & y_2^1 \\ y_1^2 & y_2^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{2}{3}e^{2t} & -e^t \\ e^{2t} & e^t \end{pmatrix}.$$

Теперь общее решение находится по формуле

$$|y(t)\rangle = Y(t)|C\rangle.$$

Подставляя в эту формулу выражение для фундаментальной матрицы, получаем:

$$\begin{pmatrix} y^1 \\ y^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{2}{3}e^{2t} & -e^t \\ e^{2t} & e^t \end{pmatrix}\begin{pmatrix} C_1 \\ C_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{2}{3}C_1e^{2t} - C_2e^t \\ C_1e^{2t} + C_2e^t \end{pmatrix}. \otimes$$

Пример 4.8.2. Найти общее решение системы ОДУ

$$\begin{cases} \dfrac{dy_1}{dt} - y_2 - y_3 = 0, \\ \dfrac{dy_2}{dt} - y_1 - y_3 = 0, \\ \dfrac{dy_3}{dt} - y_1 - y_2 = 0. \end{cases} \qquad (1)$$

Р е ш е н и е. Решение ищем в виде

$$y_1 = x_1 e^{-\mu t},\ y_2 = x_2 e^{-\mu t},\ y_3 = x_3 e^{-\mu t}.$$

Подставляя в систему уравнений (1), получаем СЛАУ для определения собственных векторов

$$\begin{cases} -\mu x_1 - x_2 - x_3 = 0, \\ -x_1 - \mu x_2 - x_3 = 0, \\ -x_1 - x_2 - \mu x_3 = 0. \end{cases} \qquad (2)$$

Эта система уравнений нетривиально совместна, если выполнено условие

$$\begin{vmatrix} -\mu & -1 & -1 \\ -1 & -\mu & -1 \\ -1 & -1 & -\mu \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow \mu_1 = -2,\ \mu_2 = \mu_3 = 1.$$

Корню $\mu_1 = -2$ соответствует система уравнений

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 - x_3 = 0, \\ -x_1 + 2x_2 - x_3 = 0, \\ -x_1 - x_2 + 2x_3 = 0. \end{cases}$$

Если решать данную систему методом Гаусса, то получим

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = a \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Получаем одно решение исходной системы уравнений

$$|y_1\rangle = a|a_1\rangle = e^{2t} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} e^{2t} \\ e^{2t} \\ e^{2t} \end{pmatrix}.$$

Так как ранг матрицы СЛАУ (2) при $\mu_2 = \mu_3 = 1$ равен 1, то система уравнений сводится к одному уравнению

$$x_1 + x_2 + x_3 = 0.$$

Полагая $x_2 = a$, $x_3 = b$, получаем решение в виде

$$|x\rangle = a|a_2\rangle + b|a_3\rangle \Rightarrow \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = b\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + c\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Каждому из базисных решений

$$|a_2\rangle = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} =, |a_3\rangle = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

соответствует одно частное решение

$$|y_2\rangle = e^{-t}\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -e^{-t} \\ e^{-t} \\ 0 \end{pmatrix}, |y_3\rangle = e^{-t}\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -e^{-t} \\ 0 \\ e^{-t} \end{pmatrix}.$$

Определитель, составленный из этих решений

$$\begin{vmatrix} e^{2t} & -e^{-t} & -e^{-t} \\ e^{2t} & e^{-t} & 0 \\ e^{2t} & 0 & e^{-t} \end{vmatrix} = 1 \neq 0,$$

следовательно, найденные решения образуют линейно независимую систему, то есть фундаментальную систему решений исходной системы ОДУ. Составим фундаментальную матрицу

$$Y(t) = \begin{pmatrix} e^{2t} & -e^{-t} & -e^{-t} \\ e^{2t} & e^{-t} & 0 \\ e^{2t} & 0 & e^{-t} \end{pmatrix}.$$

Теперь общее решение запишем в виде

$$|y\rangle = \begin{pmatrix} e^{2t} & -e^{-t} & -e^{-t} \\ e^{2t} & e^{-t} & 0 \\ e^{2t} & 0 & e^{-t} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} C_1 \\ C_2 \\ C_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C_1 e^{2t} - C_2 e^{-t} - C_3 e^{-t} \\ C_1 e^{2t} + C_2 e^{-t} \\ C_1 e^{2t} + C_3 e^{-t} \end{pmatrix}. \otimes$$

Пример 4.8.3. Решить систему уравнений

$$\begin{cases} \dfrac{dy_1}{dt} - y_2 = 0, \\ \dfrac{dy_2}{dt} - y_1 = \dfrac{1}{t^2} + \ln t. \end{cases} \qquad (1)$$

Р е ш е н и е. Решаем систему методом Лагранжа. Для этого сначала находим общее решение соответствующей однородной системы

$$\begin{cases} \dfrac{dy_1}{dt} - y_2 = 0, \\ \dfrac{dy_2}{dt} - y_1 = 0. \end{cases} \qquad (2)$$

Подставляя $y_1 = x_1 e^{-\mu t}$ и $y_2 = x_2 e^{-\mu t}$, записываем характеристическое уравнение:

$$\begin{vmatrix} \mu & 1 \\ 1 & \mu \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow \mu^2 - 1 = 0 : \mu_1 = -1;\ \mu_2 = 1.$$

Находим собственные векторы.

1) Для $\mu_1 = -1$ система сводится к уравнению

$$\begin{cases} -x_1 + x_2 = 0 \\ x_1 - x_2 = 0 \end{cases} \Rightarrow x_1 - x_2 = 0 \Rightarrow x_2 = a \Rightarrow x_1 = a.$$

Вектор решения принимает вид:

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = a \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Первый собственный вектор

$$|x_1\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

2) Для $\mu_2 = 1$ система сводится к уравнению

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 0 \\ x_1 + x_2 = 0 \end{cases} \Rightarrow x_1 + x_2 = 0 \Rightarrow x_2 = b \Rightarrow x_1 = -b.$$

Второй собственный вектор

$$|x_2\rangle = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Теперь частные решения имеют вид:

$$\mu_1 = -1 \Rightarrow |y_1\rangle = e^t \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} e^t \\ e^t \end{pmatrix};$$

$$\mu_2 = 1 \Rightarrow |y_2\rangle = e^{-t} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} e^{-t} \\ e^{-t} \end{pmatrix}.$$

Общее решение системы (2) записывается так:

$$|y(t)\rangle = C_1|y_1\rangle + C_2|y_2\rangle = C_1 e^{-\mu_1 t} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} + C_2 e^{-\mu_2 t} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}?$$

откуда имеем

$$y_1(t) = C_1 e^t + C_2 e^{-t},\ y_2(t) = C_1 e^t - C_2 e^{-t}.$$

Общее решение неоднородной системы ищем в виде:

$$\begin{cases} z_1(t) = C_1(t) e^t + C_2(t) e^{-t}, \\ z_2(t) = C_1(t) e^t - C_2(t) e^{-t}. \end{cases} \qquad (3)$$

Подставляя в систему уравнений (1), получаем после дифференцирований и приведения подобных

$$\begin{cases} \dfrac{dC_1}{dt} e^t + \dfrac{dC_2}{dt} e^{-t} = 0, \\ \dfrac{dC_1}{dt} e^t - \dfrac{dC_2}{dt} e^{-t} = \dfrac{1}{t^2} + \ln t. \end{cases}$$

Определитель системы

$$\begin{vmatrix} e^t & e^{-t} \\ e^t & -e^{-t} \end{vmatrix} = -1 - 1 = -2.$$

Решение системы по формулам Крамера имеет вид:

$$\frac{dC_1}{dt}(t) = -\frac{1}{2}\begin{vmatrix} 0 & e^{-t} \\ \frac{1}{t^2}+\ln t & -e^{-t} \end{vmatrix} = \frac{1}{2}e^{-t}\left(\frac{1}{t^2}+\ln t\right),$$

$$\frac{dC_2}{dt}(t) = -\frac{1}{2}\begin{vmatrix} 0 & e^{-t} \\ \frac{1}{t^2}+\ln t & -e^{-t} \end{vmatrix} = \frac{1}{2}e^{t}\left(\frac{1}{t^2}+\ln t\right).$$

Откуда, после интегрирования получаем

$$C_1(t) = -\frac{1}{2}e^{-t}\left(\frac{1}{t}+\ln t\right)+A_1,\ C_2(t) = \frac{1}{2}e^{t}\left(\frac{1}{t}-\ln t\right)+A_2.$$

Подставляя в формулы (3), получаем общее решение неоднородной системы уравнений (1) в виде:

$$\begin{cases} z_1(t) = A_1e^{t} + A_2e^{-t} - \ln t, \\ z_2(t) = A_1e^{t} - A_2e^{-t} - \frac{1}{t}. \end{cases} \otimes$$

Задания для самостоятельной работы

Интегрирование и теория поля

1. Вычислить криволинейный интеграл первого рода

$$I = \int_W xydl,$$

где путь W – контур треугольника с вершинами: $A(-1;0)$, $B(0;0)$, $C(0;1)$.

2. Вычислить криволинейный интеграл второго рода

$$I = \int_W (x+y)dx - xdy,$$

где путь W – отрезок ломаной линии, соединяющий точки

$$A(0;0), B(2;0), C(4;2).$$

3. Вычислить криволинейный интеграл второго рода

$$I = \int_W xdy - ydx,$$

где $W-$ путь, заданный неявным уравнением $y=x^3$, соединяющий точки $A(0;0)$ и $B(2;8)$.

4. Вычислить криволинейный интеграл второго рода

$$I=\int\limits_W x^2dx+y^2dy,$$

где $W-$ путь, заданный неявным уравнением $y=\sqrt{x}$, соединяющий точки $A(0;0)$ и $B(1;1)$.

5. Вычислить двойной интеграл

$$I=\iint\limits_D (x^2y-2y^3)dxdy$$

по прямоугольнику $D=\{(x,y)\in R_2: 2\le x\le 5\wedge 1\le y\le 3\}$.

6. Вычислить двойной интеграл

$$I=\iint\limits_D (x^2+y)dxdy$$

по области, ограниченной параболами $y=x^2$ и $y^2=x$.

7. Вычислить двойные интегралы, переходя к полярным координатам:

а) $\iint\limits_D e^{x^2+y^2}dxdy$, где D – круг $x^2+y^2\le 1$;

б) $\iint\limits_D (x^2+y^2)dxdy$, где D – круг $x^2+y^2\le 4$;

в) $\iint\limits_D (x^2+y^2)dxdy$, где D – круг $x^2+y^2\le 2x$;

г) $\iint\limits_D \sqrt{1+x^2+y^2}dxdy$, где D – первая четверть круга $x^2+y^2\le 1$.

8. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями с уравнениями:

а) $y=\ln x$, $x-y=1$, $y=-1$;

б) $y=x^2$, $4y=x^2$, $x=2$, $x=-2$.

9. Вычислить тройные интегралы:

а) $\iiint\limits_V \frac{dxdydz}{(1+x+y+z)^3}$, где область V ограничена плоскостями с уравнениями

$x=0,\ y=0, z=0,\ x+y+z=1;$

б) $\iiint\limits_V (x+y)\,dxdydz$, где область V ограничена плоскостями с уравнениями

$x=0,\ y=0, z=0,\ x=1,\ y=1,\ z=1.$

10. Переходя к цилиндрическим координатам, вычислить тройные интегралы:

а) $\iiint\limits_V (x^2+y^2)\,dxdydz$, где область V ограничена поверхностями с уравнениями

$x^2+y^2=1,\ z=2;$

б) $\iiint\limits_V z\,dxdydz$, где область V ограничена поверхностями с уравнениями

$x^2+y^2=1,\ z=0,\ z=a\ (a>0)$.

11. Переходя к сферическим координатам, вычислить тройные интегралы:

а) $\iiint\limits_V (x^2+y^2+z^2)\,dxdydz$, где область V – это шар $x^2+y^2+z^2\le R^2$;

б) $\iiint\limits_V (x^2+y^2)\,dxdydz$, где область V – это верхняя половина шара

$x^2+y^2+z^2\le R^2.$

12. Вычислить поверхностные интегралы первого рода:

а) $\iint\limits_F (x+18y+24z)\,ds$, где поверхность F задана неявным уравнением

$x+2y+3z=1,$

и неравенствами $x\ge 0,\ y\ge 0, z\ge 0;$

б) $\iint\limits_F (x^2+y^2)\,ds$, где поверхность F задана неявным уравнением

$x^2+y^2-z^2=0,$

и неравенствами $0\le z\le 1.$

13. Вычислить поверхностные интегралы второго рода:

а) $\iint\limits_F z\,dxdy$, где поверхность F – верхняя сторона верхней половины сферы

$x^2+y^2+z^2=9;$

б) $\iint\limits_F (x^2+y^2)\,dxdy$, где поверхность F – верхняя сторона части параболоида с уравнением

$$z=1-x^2-y^2,$$

отсечённая плоскостью $z=0$.

14. Найти производную скалярного поля $u=x^2+y^2-3x+2y$ по направлению радиуса-вектора точки $M(3;4)$ в начале координат.

15. Найти градиент плоского скалярного поля $u=\sqrt{4+x^2+y^2}$ в точке $M(2;1)$.

16. Найти производную функции, определённой формулой $u=\dfrac{xyz}{3}$, в точке $M_0(1;2;3)$ по направлению вектора $\overrightarrow{M_0M}$, если $M(4;1;6)$.

17. Доказать, что

а) $\operatorname{grad} r=\dfrac{\vec{r}}{r}$; б) $\operatorname{grad}\dfrac{1}{r}=-\dfrac{\vec{r}}{r^3}$.

18. Показать, что

$$\operatorname{grad} f(u,v)=\frac{\partial f}{\partial u}\operatorname{grad}u+\frac{\partial f}{\partial v}\operatorname{grad}v.$$

19. Найти

а) $\operatorname{div}\vec{r}$; б) $\operatorname{div}\left(r^4\vec{r}\right)$; в) $\operatorname{div}\left(\left(\vec{A},\vec{r}\right)\vec{B}\right)$.

20. Найти $\operatorname{div}\vec{A}$, если:

а) $\vec{A}=(x-y)(y-z)\vec{e}_1+(y-z)(z-x)\vec{e}_2+(z-x)(x-y)\vec{e}_3$;

б) $\vec{A}=(x^2+y^2)(y-z)\vec{e}_1+(y^2+z^2)(z-x)\vec{e}_2+(z^2+x^2)(x-y)\vec{e}_3$.

21. Найти ротор векторного поля $\vec{A}(M)$:

а) $\vec{A}=\dfrac{y}{x}\vec{e}_1+\dfrac{z}{y}\vec{e}_2+\dfrac{x}{z}\vec{e}_3$;

б) $\vec{A} = yz\,\vec{e}_1 + z(x + 2y)\,\vec{e}_2 + y(x + y)\,\vec{e}_3$.

22. Доказать двумя способами (в декартовых координатах и с помощью оператора Гамильтона), что для произвольного скалярного поля $\varphi(M)$ и для произвольных векторных полей $\vec{A}(M)$ и $\vec{B}(M)$ справедливы следующие формулы:

а) $\left(\vec{A}, \nabla\right)\varphi\vec{B} = \vec{B}\left(\vec{A}, \nabla\varphi\right) + \varphi\left(\vec{A}, \nabla\right)\vec{B}$;

б) $\vec{C}\cdot\nabla\left(\vec{A}, \vec{B}\right) = \vec{A}\cdot\left(\left(\vec{C}, \nabla\right), \vec{B}\right) + \vec{B}\cdot\left(\left(\vec{C}, \nabla\right), \vec{A}\right)$;

в) $\left(\vec{C}, \nabla\right)\left[\vec{A}, \vec{B}\right] = \left[\vec{A}, \left(\vec{C}, \nabla\right)\vec{B}\right] - \left[\vec{B}, \left(\vec{C}, \nabla\right)\vec{A}\right]$.

23. Найти результат действия векторных дифференциальных операций:

а) $\operatorname{div}(\operatorname{grad}\varphi)$;

б) $\operatorname{rot}(\operatorname{grad}\psi)$;

в) $\operatorname{rot}\left[\vec{A}, \operatorname{rot}\vec{B}\right]$.

24. Найти векторные линии векторных полей:

а) $\vec{A}\left(\vec{x}\right) = 2y\,\vec{e}_1 + 6x\,\vec{e}_2$;

б) $\vec{A}\left(\vec{x}\right) = 2x\,\vec{e}_1 + 3y\,\vec{e}_2$;

в) $\vec{A}\left(\vec{x}\right) = 2y\,\vec{e}_2 + 6z\,\vec{e}_3$.

25. Найти циркуляцию векторного поля $\vec{A}\left(\vec{x}\right)$ вдоль заданного замкнутого контура с заданной параметризацией:

а) $\vec{A}\left(\vec{x}\right) = y\,\vec{e}_1 - z\,\vec{e}_2 + x^2 y\,\vec{e}_3,$

$x = 2\cos t,\ y = \sin t,\ z = 1,\ t \in [0, 2\pi];$

б) $\vec{A}\left(\vec{x}\right) = z\,\vec{e}_1 - x\,\vec{e}_2 + yz\,\vec{e}_3,$

$x = 2\cos t,\ y = 6\sin t,\ z = 3,\ t \in [0, 2\pi];$

в) $\vec{A}\left(\vec{x}\right) = 4y\,\vec{e}_1 + x\,\vec{e}_2 + y\,\vec{e}_3,$

$x = \cos t,\ y = \sin t,\ z = 2 - \cos t - \sin t,\ t \in [0, 2\pi].$

Обыкновенные дифференциальные уравнения

1. Найти общее решение обыкновенного дифференциального уравнения с разделяющимися переменными.

1) Решить уравнение $(+y)dx - (-x)dy = 0.$

Ответ: $(+y)(-x) = C.$

2) Решить уравнение $(+e^x)yy' = e^x.$

Ответ: $\frac{y^2}{2} = \ln(+e^x) + C.$

3) Решить уравнение $x\sqrt{1+y^2} + yy'\sqrt{1+x^2} = 0.$

Ответ: $\sqrt{1+y^2} + \sqrt{1+x^2} = C.$

2. Найти общее решение уравнения с однородной правой частью.

1) Найти интегральные кривые уравнения $y' = e^{\frac{y}{x}} + \frac{y}{x}.$

Ответ: Интегральные кривые определяются уравнением $e^{-\frac{y}{x}} + \ln|x| = C.$

2) Найти интегральные кривые уравнения $y' = \frac{y}{x} - 1.$

Ответ: Интегральные кривые определяются уравнением $xe^{\frac{y}{x}} = C$.

3) Найти интегральные кривые уравнения

$$(x^2 + 2xy)dx + xydy = 0.$$

Ответ: Интегральные кривые определяются уравнением

$$\ln|x+y| + \frac{x}{x+y} = C.$$

3. Найти общее решение линейного дифференциального уравнения первого порядка. Если указаны начальные условия, то найти частное решение, удовлетворяющее начальному условию.

1) $(x+1)\frac{dy}{dx} = 4x + 2y.$

2) $\frac{dy}{dx} - \frac{y}{1-x^2} - 1 - x = 0,\ y(0) = 0.$

3) $x\frac{dy}{dx} + y - e^x = 0,\ y(a) = b.$

4) $\frac{dy}{dx}\cos^2 x + y = \operatorname{tg} x,\ y(0) = 0.$

5) $\frac{dy}{dx} - \frac{y}{x\ln x} = x\ln x,\ y(e) = \frac{e^2}{2}.$

6) $\frac{dy}{dx} - y\operatorname{tg} x = \cos x,\ y(0) = 0.$

7) $\frac{dy}{dx} + y\cos x = e^{\sin x},\ y(0) = 0.$

8) $x\frac{dy}{dx} + y = x^2.$

9) $x^2\frac{dy}{dx} - 2xy = 3.$

10) $x^2\frac{dy}{dx} - 2xy = 3y.$

11) $\frac{dy}{dx} - ay = e^{bx}$.

4. Найти общее решение линейного однородного обыкновенного дифференциального уравнения порядка выше второго.

1) $\frac{d^3y}{dx^3} - 8y = 0.$

2) $\frac{d^4y}{dx^3} - y = 0.$

3) $\frac{d^4y}{dx^4} - 5\frac{d^2y}{dx^2} + 4y = 0.$

4) $\frac{d^4y}{dx^4} + \frac{d^3y}{dx^3} + 8\frac{d^2y}{dx^2} + 8\frac{dy}{dx} + 4y = 0.$

5) $\frac{d^5y}{dx^5} - 6\frac{d^4y}{dx^4} + 9\frac{d^2y}{dx^2} = 0.$

5. Найти общее решение линейного неоднородного обыкновенного дифференциального уравнения.

1) $\frac{d^2y}{dx^2} - 4y = -12x^2 + 6x - 4.$

2) $\frac{d^2y}{dx^2} - 2\frac{dy}{dx} + y = 4e^x.$

3) $\frac{d^2y}{dx^2} - 2\frac{dy}{dx} - 3y = -4e^x + 3.$

4) $\frac{d^2y}{dx^2} + \frac{dy}{dx} = 6\sin 2x.$

5) $\frac{d^2y}{dx^2} - \frac{dy}{dx} + y = -13\sin 2x.$

6. Найти общее решение однородных систем ОДУ методом Эйлера и, если указано, выделить частное решение, удовлетворяющее поставленным начальным условиям.

1) $\begin{cases} \dfrac{dy^1}{dt} - 2y^1 + 3y^2 = 0, \\ \dfrac{dy^2}{dt} - 3y^1 - 2y^2 = 0. \end{cases}$

2) $\begin{cases} \dfrac{dy^1}{dt} - 2y^1 + 3y^2 = 0, \\ \dfrac{dy^2}{dt} - 3y^1 - 2y^2 = 0. \end{cases}$

3) $\begin{cases} \dfrac{dy_1}{dt} - 4y_1 + y_2 = 0, \\ \dfrac{dy_2}{dt} - 3y_1 - y_2 + y_3 = 0, \\ \dfrac{dy_3}{dt} - y_1 - y_3 = 0. \end{cases}$

4) $\begin{cases} \dfrac{dy_1}{dt} + y_1 - y_2 - y_3 = 0, \\ \dfrac{dy_2}{dt} - y_1 + y_2 - y_3 = 0, \\ \dfrac{dy_3}{dt} - y_1 - y_2 + y_3 = 0. \end{cases}$

5) $\dfrac{d}{dt}|y\rangle = A|y\rangle, |y\rangle = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{pmatrix}, A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 3 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$

6) $\dfrac{d}{dt}|y\rangle = A|y\rangle, |y\rangle = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{pmatrix}, A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$

7. Решить неоднородные системы ОДУ методом Лагранжа.

1) $\begin{cases} \dfrac{dy_1}{dt} - y_2 = \cos t, \\ \dfrac{dy_2}{dt} + y_1 = 1. \end{cases}$

2) $\begin{cases} \dfrac{dy_1}{dt} - 2y_1 + 4y_2 = 4e^{-2t}, \\ \dfrac{dy_2}{dt} - 2y_1 + 2y_2 = 0. \end{cases}$

3) $\begin{cases} \dfrac{dy_1}{dt} - 2y_1 - y_2 + 2y_3 = -t + 2, \\ \dfrac{dy_2}{dt} + y_1 = 1, \\ \dfrac{dy_3}{dt} - y_1 - y_2 + y_3 = -t + 1. \end{cases}$



МИНОБРНАУКИ РОССИИ

ФГБОУ ВО

«Уральский государственный горный университет»

О. В. Садырева, И. Г. Коршунов

Ф И З И К А

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ
ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ ВСЕХ НАПРАВЛЕНИЙ ПОДГОТОВКИ

Екатеринбург

2019

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Уральский государственный горный университет»

ОДОБРЕНО
Учебно-методическим советом УГГУ

Председатель совета
_____Упоров С.А.

ФИЗИКА

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ
СТУДЕНТОВ ВСЕХ НАПРАВЛЕНИЙ ПОДГОТОВКИ

Екатеринбург, 2019

Методические указания рассмотрены на заседании кафедры физики 26 марта 2019 года (протокол № 19) и рекомендованы для издания в УГГУ

ФИЗИКА. Методические указания для самостоятельной работы студентов всех направлений подготовки/Садырева О.В., Коршунов И.Г.; Урал.гос. горный ун-т.– Екатеринбург, 2019.– 29 стр.

Методические указания составлены в соответствии с программами по курсу физики для студентов всех направлений подготовки в УГГУ. Они содержат условия задач для самостоятельной работы, при выполнении контрольных работ студентами по следующим темам курса физики: механика; молекулярная физика и термодинамика; электричество и магнетизм; механические и электромагнитные колебания и волны; волновая и квантовая оптика; квантовая физика и физика атома; элементы ядерной физики. Также в них содержатся методические указания к решению задач, их оформлению, список рекомендуемой литературы и справочные данные, необходимые для решения задач.

ОБЩИЕ МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧ И ВЫПОЛНЕНИЮ ДОМАШНИХ КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ

1. Номера задач, которые студент должен включить в свою контрольную работу, определяются преподавателем в начале соответствующего семестра.
2. Контрольные работы нужно выполнять чернилами в школьной тетради, на обложке указывается фамилия и инициалы студента, номер группы.
3. Условия задач в контрольной работе необходимо переписать полностью без сокращений. Для замечаний преподавателя на страницах тетради нужно оставлять поля.
4. Если контрольная работа при рецензировании не зачтена, студент обязан представить ее на повторную рецензию, включив в нее те задачи, при решении которых допущены ошибки.
5. При решении задач необходимо пользоваться следующей схемой:

- Внимательно прочитать условие задачи.
- Выписать столбиком все величины, входящие в условие, и выразить их в одних единицах (преимущественно в Международной системе единиц СИ).
- Если это возможно, представить условие задачи в виде четкого рисунка. Правильно сделанный рисунок – это наполовину решенная задача.
- Уяснить физическую сущность задачи, установить основные законы и формулы, на которых базируется условие задачи.
- Если при решении задачи применяется формула, полученная для частного случая, не выражающая какой-нибудь физический закон или не являющаяся определением какой-нибудь физической величины, то ее следует вывести.
- Если равенства векторные, то их необходимо спроектировать но оси координат и записать в скалярной форме.
- Решить задачу сначала в общем виде, то есть, в буквенных обозначениях, заданных в условии задачи. При таком способе решения не производятся вычисления промежуточных величин.
- После получения расчетной формулы для проверки ее правильности следует подставить в правую часть формулы вместо символов величин их размерности, произвести с ними необходимые действия и убедиться в том, что полученная при этом единица соответствует искомой величине. Если такого соответствия нет, то это означает, что задача решена неверно.
- Подставить в конечную формулу числовые значения, выраженные в единицах СИ. В виде исключения допускается выражать в любых, но одинаковых единицах числовые значения однородных величин, стоящих в числителе и знаменателе дроби и имеющих одинаковые степени.

- При подстановке в расчетную формулу, а также при записи ответа числовые значения величин следует записывать как произведение десятичной дроби с одной значащей цифрой перед запятой на соответствующую степень десяти. Например, вместо 3520 надо записать $3{,}52 \cdot 10^3$, вместо 0,00129 записать $1{,}29 \cdot 10^{-3}$ и т. п.
- Вычисления по расчетной формуле надо проводить с соблюдением правил приближенных вычислений. Как правило, окончательный ответ следует записывать с тремя значащими цифрами. Это относится и к случаю, когда результат получен с применением калькулятора.
- Решение задачи должно сопровождаться краткими, но исчерпывающими пояснениями и комментариями.

1. МЕХАНИКА

1. Расстояние между двумя станциями метрополитена 1,5 км. Первую половину этого расстояния поезд проходит равноускоренно, вторую - равнозамедленно с тем же по модулю ускорением. Максимальная скорость поезда 50 км/ч. Найти ускорение и время движения поезда между станциями.

2. Шахтная клеть поднимается со скоростью 12 м/с. После выключения двигателя, двигаясь с отрицательным ускорением 1,2 м/с2 , останавливается у верхней приемной площадки. На каком расстоянии от нее находилась клеть в момент выключения двигателя и сколько времени двигалась до остановки?

3. С башни высотой 30 м в горизонтальном направлении брошено тело с начальной скоростью 10 м/с. Определить уравнение траектории тела, скорость тела в момент падения.

4. Для добывания руды открытым способом произвели взрыв породы. Подъем кусков породы, выброшенных вертикально вверх, длился 5 с. Определить их начальную скорость и высоту подъема.

5. При взрыве серии скважин камень, находящийся на уступе высотой 45 м, получил скорость 100 м/с в горизонтальном направлении. Какова дальность полета камня, сколько времени он будет падать, с какой скоростью упадет на землю?

6. Рассчитать скорость движения и полное ускорение шахтного электровоза в момент времени 5 с, если он движется по криволинейному участку радиусом 15 м. Закон движения электровоза выражается формулой $S = 800 + 8t - 0{,}5\,t^2$, м.

7. Во сколько раз тангенциальное ускорение точки, лежащей на ободе вращающегося колеса, больше ее нормального ускорения для того момента времени, когда вектор полного ускорения этой точки составляет угол 30° с вектором ее линейной скорости?

8. Под действием постоянной силы 118 Н вагонетка приобрела скорость 2 м/с, пройдя путь 10 м. Определить силу трения и коэффициент трения, если масса вагонетки 400 кг.

9. В шахте опускается равноускоренно лифт массой 280 кг, в первые 10 с он проходит 35 м. Найти натяжение каната, на котором висит лифт.

10. На горизонтальной платформе шахтной клети находится груз 60 кг. Определить силу давления груза на платформу: при равномерном подъеме и спуске, при подъеме и спуске с ускорением 3 м/^{2} , при спуске с ускорением 9,8 м/с^2.

11. Тело скользит по наклонной плоскости, образующей с горизонтом угол 45° . Пройдя путь 36,4 см, тело приобретает скорость 2 м/с. Найти коэффициент трения тела о плоскость.

12. Найти закон движения (зависимость пройденного расстояния от времени) куска антрацита при скольжении его с нулевой начальной скоростью по стальному желобу с углом наклона 30° . Коэффициент трения 0,3.

13. Рудничный поезд массой 450 т движется со скоростью 30 км/ч, развивая мощность 150 л. с. (1 л. с. =736 Вт). Определить коэффициент трения.

14. Определить силу тяги, которую развивает лебедка при подъеме вагонетки массой 2 т с ускорением 0,5 м/^{2}, если коэффициент трения 0,03, а угол наклона железнодорожного полотна 30°.

15. Вагонетка скатывается по наклонной горке длиной 5 м. Определить путь, проходимый вагонеткой по горизонтали до остановки, и наибольшую скорость движения, если коэффициент сопротивления 0,0095. Угол наклона 5°.

16. Маховик, приведенный в равноускоренное вращение, сделав 40 полных оборотов, стал вращаться с частотой 480 мин$^{-1}$.Определить угловое ускорение маховика и продолжительность равноускоренного вращения.

17. Ротор шахтного электродвигателя совершает 960 об/мин. После выключения он останавливается через 10с. Считая вращение равнозамедленным, найти угловое ускорение ротора. Сколько оборотов сделал ротор до остановки?

18. Крутящий момент двигателя электрической лебедки 1,2 кН·м. Для остановки двигателя служат тормозные деревянные колодки, прижимающиеся с двух сторон к тормозному чугунному диску радиусом 0,6 м, жестко связанному с ротором двигателя. Найти силу давления, необходимую для остановки ротора, если коэффициент трения равен 0,5.

19. Двигатель мощностью 3 кВт за 12 с разогнал маховик до 10 об/с. Найти момент инерции маховика.

20. Была произведена работа в 1 кДж, чтобы из состояния покоя привести маховик во вращение с частотой $8с^{-1}$.Какой момент импульса (количества движения) приобрел маховик?

21. Шар и цилиндр имеют одинаковую массу 5кг и катятся со скоростью 10 м/с по горизонтальной плоскости. Найти кинетическую энергию этих тел.

22. Какую работу надо произвести, чтобы раскрутить маховик массой 80 кг до 180об/мин? Массу маховика считать равномерно распределенной по ободу с диаметром 1м.

23. Ротор шахтного электродвигателя совершает 960 об/мин. После выключения он останавливается через 10с. Считая вращение равнозамедленным, найти угловое ускорение ротора. Сколько оборотов сделал ротор до остановки?

24. Шар и сплошной цилиндр катятся по горизонтальной плоскости. Какую часть энергия поступательного движения каждого тела составляет от общей кинетической энергии?

25. Маховик, выполненный в виде диска радиусом 0,4м и имеющий массу 100 кг, был раскручен до 480 оборотов в минуту и предоставлен самому себе. Под действием трения вала о подшипники маховик остановился через 80 с. Определить момент сил трения.

2.МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА И ТЕРМОДИНАМИКА

26. Какой объем занимает 1 кг водорода при давлении 106 Па и температуре 20°С? Молярная масса водорода $2 \cdot 10^{-3}$ кг/моль.

27. Для автогенной сварки привезли баллон кислорода вместимостью 100 л. Найти массу кислорода, если его давление 12 МПа и темпера-тура 16°С. Молярная масса кислорода $32 \cdot 10^{-3}$ кг/моль.

28. Определить среднюю плотность сжатого воздуха в рудничной воздухопроводной сети, если давление воздуха в компрессоре составляет $7 \cdot 10^5$ Па, а давление у воздухоприемников $6 \cdot 10^5$ Па. Температура воздуха в начале и конце сети равна 27°С и 7°С. Молярная масса воздуха равна 0,029 кг/моль.

29. Стальной баллон емкостью 25 л наполнен ацетиленом $C_2 H_2$ при температуре 27° С до давления 20 МПа. Часть ацетилена использовали для автогенной сварки подкрановых путей в шахте. Какая масса ацетилена из-расходована, если давление в баллоне при температуре 23°С стало равным 14 МПа ? Молярная масса ацетилена 0,026 кг/моль.

30. Сжатый воздух в баллоне имеет температуру 15°С. Во время пожара температура воздуха в баллоне поднялась до 450° С. Взорвется ли баллон, если известно, что при этой температуре он может выдержать давление не более 9,8 МПа? Начальное давление в баллоне 4,8 МПа.

31. Температура взрыва гремучей смеси, то есть температура, до которой нагреты в первый момент газообразные продукты взрыва, достигает в среднем 2600° С, если взрыв происходит внутри замкнутого пространства. Во сколько раз давление при взрыве гремучего газа превосходит давление смеси до взрыва, если последнее равно 10^5 Па, а начальная температура 17° С?

32. Компрессор, обеспечивающий работу отбойных молотков в забое, засасывает из атмосферы 100 л воздуха в секунду при давлении 1 атм. Сколько отбойных молотков может работать от этого компрессора, если для каждого молотка необходимо 100 $см^3$ воздуха в секунду при давлении 50 атм ?

33. В двигателе Дизеля сжимается адиабатически воздух, в результате чего его температура поднимается, достигая температуры воспламенения нефти 800° С. До какого давления сжимается при этом воздух и во сколько раз уменьшается его объем, если начальное давление 1 атм, начальная температура 80°С, γ=1,4?

34. Современные вакуумные насосы позволяют понижать давление до 10^{-15} мм рт. ст. Сколько молекул газа содержится в объеме 1 $см^3$ при указанном давлении и температуре 27° С ?

35. Определить средние квадратичные скорости молекул метана CH_4 до взрыва и после него, если температура до взрыва равна 20° С, а после него 2600° С. Молярная масса 0,016 кг/моль.

36. Найти среднюю кинетическую энергию вращательного движения одной молекулы кислорода при температуре 350 К, а также кинетическую энергию вращательного движения всех молекул, содержащихся в 4 г кислорода.

37. Вычислить удельные теплоемкости при постоянном объеме и при постоянном давлении окиси углерода CO, принимая этот газ за идеальный.

38. На сжатие азота при постоянном давлении была затрачена работа 12 кДж. Найти изменение внутренней энергии и затраченное количество теплоты.

39. Какое количество теплоты для нагревания от 50°C до 100° C надо сообщить азоту массой 28 г, который находится в цилиндре с подвижным поршнем? Чему равна при этом процессе работа расширения?

40. При адиабатическом процессе расширения внутренняя энергия кислорода уменьшилась на 8,38 кДж. Вычислить массу кислорода, если начальная температура его 47° C, а объем увеличился в 10 раз.

41. В двигателе внутреннего сгорания температура газообразных продуктов сгорания поднимается от 600° C до 2000° C. Найти количество теплоты, подведенное к 1 кг газа при постоянном давлении, изменение его внутренней энергии и совершенную работу, если удельные теплоемкости при постоянных давлении и объеме соответственно равны 1,25 кДж/(кг·К) и 0,96 кДж/(кг·К).

42. Определить мощность на валу компрессора производительностью 25 $м^3$ в минуту, работающего на подземную воздушную сеть, если первоначальное давление 1 атм, а давление, развиваемое компрессором в конце изотермического сжатия, составляет 7 атм.

43. Тепловая машина работает по обратимому циклу Карно. Температура нагревателя 227° C. Определить термический коэффициент полезного действия цикла и температуру охладителя, если за счет каждого килоджоуля теплоты, полученной от нагревателя, машина совершает работу 350 Дж.

44. От идеальной теплосиловой установки, работающей по циклу Карно, отводится ежечасно 270 МДж теплоты с помощью холодильника при 9° C. Определить полезную мощность установки, если количество подводимой в час теплоты равно 900 МДж. При какой температуре подводится теплота?

45. Газ совершает цикл Карно. Абсолютная температура нагревателя в три раза выше, чем температура холодильника. Нагреватель передал газу 42 кДж теплоты. Какую работу совершил газ?

46. При прямом цикле Карно тепловая машина совершает работу, равную 200 Дж. Температура нагревателя 375 К, холодильника 300 К. Найти количество теплоты, получаемое машиной от нагревателя.

3. ЭЛЕКТРИЧЕСТВО И МАГНЕТИЗМ

47. Вследствие трения о шкив ремень заряжается, причем каждый квадратный метр ремня содержит 0,02Кл заряда. Ширина ремня 0,3м, скорость его движения 20 м/с. Какой заряд проходит ежесекундно через любую неподвижную плоскость, перпендикулярную ремню?

48. Определить заряд, емкость и потенциал Земли, считая ее шаром радиусом $6 \cdot 10^3$ км и зная, что напряженность поля около поверхности равна 100 В/м.

49. Разность потенциалов между пластинами плоского конденсатора 6 кВ, заряд каждой пластины 10 нКл. Найти энергию конденсатора и силу взаимного притяжения пластин, если расстояние между ними 2 см.

50. Какое количество теплоты выделится при разрядке плоского конденсатора, если разность потенциалов между пластинами 15 кВ, расстояние 1 мм, диэлектрик слюда ($\varepsilon = 6$), площадь каждой пластины 300 $см^2$?

51. Какую работу надо совершить , чтобы увеличить расстояние между пластинами воздушного конденсатора от 0,03 м до 0,1 м? Площадь пластин 100 $см^2$. Конденсатор подключен к источнику напряжения 220 В.

52. Камнедробилка должна работать под напряжением 100 В, потребляя ток в 40 А. Напряжение на электростанции 120 В, а расстояние до нее 1 км. Определить сечение медных соединительных проводов ($\rho = 1{,}7 \cdot 10^{-8}$ Ом м).

53. Какой длины надо взять нихромовый проводник диаметром 1,5 мм для изготовления спирали вулканизатора , применяемого при сращивании кабелей, если сопротивление спирали 5,5 Ом, а удельное сопротивление нихрома $1{,}1 \cdot 10^{-6}$ Ом м?

54. Цена деления прибора $1,5 \cdot 10^{-5}$ А /дел. Шкала прибора имеет 200 делений, его внутреннее сопротивление 100 Ом. Какие сопротивления нужно подключить к этому прибору и каким образом, чтобы можно было измерять напряжение до 200 В или ток до 4 А?

55. Определить сопротивление медных магистральных проводов при температуре 30^0 С. Расстояние от места расположения проводов до взрывной станции 400 м. Площадь сечения проводов 0,8 $мм^2$, $\rho = 0{,}017$(Ом· $мм^2$ /м), $\alpha = 0{,}0044$ град-1.

56. ЭДС батареи 12 В, ток короткого замыкания 5 А. Какую наибольшую мощность может дать батарея во внешней цепи?

57. Найти ток короткого замыкания для аккумуляторной батареи, если при токе 5 А она дает во внешнюю цепь мощность 9,5 Вт, а при токе 8 А мощность 14,4 Вт.

58. Ток в проводнике сопротивлением 100 Ом равномерно нарастает от 0 до 10 А в течение 30 с. Чему равно количество теплоты, выделившееся за это время в проводнике?

59. По прямому бесконечно длинному проводнику течет ток 50 А. Найти магнитную индукцию в точке, удаленной на расстояние 5 см от проводника.

60. По двум бесконечно длинным прямым параллельным проводам текут токи 50 А и 100 А в противоположных направлениях. Расстояние между проводами 20 см. Определить магнитную индукцию в точке, удаленной на 25 см от первого и на 40 см от второго провода.

61. Найти число витков в катушке диаметром 10 см, если магнитная стрелка, помещенная в ее центре, отклонилась от плоскости магнитного меридиана на 38° при токе 0,2 А. Горизонтальная составляющая земного магнитного поля 12,8 А /м . Плоскость катушки совпадает с плоскостью магнитного меридиана.

62. Определить горизонтальную составляющую напряженности магнитного поля Земли,
если обмотка тангенс–буссоли имеет 10 витков радиусом 25 см. При токе 0,64 А стрелка отклоняется на угол 45°.

63. Плоский контур площадью 20 см ² находится в однородном магнитном поле с индукцией 0,03 Тл. Найти магнитный поток, пронизывающий контур, если его плоскость составляет угол 60° с линиями индукции.

64. Электромагнит изготовлен в виде тороида со средним диаметром 51 см и вакуумным зазором 2 мм. Обмотка тороида равномерно распределена по всей его длине. Во сколько раз уменьшится напряженность магнитного поля в зазоре, если при неизменном токе в обмотке зазор увеличить в три раза? Магнитная проницаемость сердечника тороида 800.

65. Найти напряженность магнитного поля между полюсами электромагнита , если проводник массой 10 г и длиной 1м при токе в нем 19,6 А висит в поле , не падая.

66. В однородном магнитном поле с индукцией 0,1 Тл движется проводник длиной 10 см со скоростью 15 м /с, направленной перпендикулярно к магнитному полю. Найти ЭДС, индуцированную в проводнике.

67. Обмотка электромагнита содержит 800 витков. Площадь сечения сердечника 15 $см^2$, Индукция магнитного поля в сердечнике 1,4 Тл. Вычислить величину средней ЭДС , возникающей в обмотке при размыкании тока, если ток уменьшается до нуля в течение 0,001с.

68. На железное кольцо намотано в один слой 200 витков провода. Чему равна энергия Магнитного поля, если при токе 2,5 А магнитный поток в железе 0,5 мВб?

69. Замкнутый соленоид намотан на немагнитный каркас и содержит 20 витков на каждый сантиметр длины. Найти объемную плотность энергии поля при токе 1 А.

70. С какой скоростью должен нарастать ток в катушке с числом витков 800, площадью поперечного сечения 10 $см^2$, длиной 30 см, чтобы величина ЭДС самоиндукции, возникшей в ней, была равна 25 мВ?

4. МЕХАНИЧЕСКИЕ И ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ КОЛЕБАНИЯ И ВОЛНЫ

71. Маятник для гравиметрической съемки за сутки совершил 57600 колебаний. Найти ускорение свободного падения, если длина маятника
0,56м.

72. Днище вибролюка, применяемого для погрузки руды в бункер поезда из очистной камеры, совершает гармоническое колебательное движение с амплитудой 5 мм и частотой 1500 $мин^{-1}$. Написать уравнение колебаний, если начальная фаза равна нулю.

73. Стол питателя, предназначенного для погрузки руды в вагонетки, колеблется с частотой 45 $мин^{-1}$. Определить максимальные скорость и ускорение стола, полную энергию колебаний, если масса питателя 1000 кг, амплитуда колебаний 72 мм.

74. Решето рудообогатительного грохота совершает вертикальное колебательное движение с амплитудой 5 см. Найти наименьшую частоту колебаний, при которой куски руды, лежащие на решете, будут отделяться от него и подбрасываться вверх.

75. Для погружения обсадных труб в глинистые отложения применяется вибровозбудитель ВО-10, амплитуда колебаний которого 0,13 см, частота вращения дебалансов 1200 $мин^{-1.}$ Определить максимальные скорость и ускорение, написать уравнение колебаний, если начальная фаза равна нулю.

76. Определить полную энергию колебаний и максимальную силу взаимодействия между подъемным сосудом массой 90 тонн и армировкой ствола шахты, если амплитуда горизонтальных колебаний сосуда 3 см, а циклическая частота 7 $с^{-1}$.

77. Точка одновременно совершает два гармонических колебания, происходящих по взаимно перпендикулярным направлениям и выражаемых уравнениями: $x = 0{,}5\sin t$, $y = 2\cos t$. Найти уравнение траектории точки, построить график ее движения.

78. Два одинаково направленных гармонических колебания одного периода с амплитудами 10 см и 6 см складываются в одно колебание с амплитудой 14 см. Определить разность фаз складываемых колебаний.

79. Груз, подвешенный к пружине, гармонически колеблется по вертикали с периодом 0,5 с. Коэффициент упругости пружины 4 Н/м. Определить массу груза.

80. Амплитуда затухающих колебаний маятника за 5 мин уменьшилась в два раза. За какое время, считая от начального момента, амплитуда уменьшится в восемь раз?

81. Источник незатухающих гармонических колебаний подчиняется закону $x = 5\sin 3140t$ (м). Определить смещение, скорость и ускорение точки, находящейся на расстоянии 340м от источника, через 1 с от начала колебаний, если скорость волны 340 м/с.

82. Уравнение незатухающих колебаний $y = 0{,}1\sin 0{,}5\pi t$ (м). Скорость волны 300 м/с. Написать уравнение колебаний для точек волны в момент времени 4 с после начала колебаний. Найти разность фаз для источника и точки на расстоянии 200 м от него.

83. Звуковые колебания с частотой 500 Гц и амплитудой 0,25 мм, распространяются в воздухе. Длина волны 70 см. Определить скорость распространения волны и наибольшую скорость колебаний частиц воздуха.

84. Определить коэффициент сжатия горной породы - величину, обратную модулю Юнга, если скорость распространения звуковых волн в горной породе равна 4500 м/с, а плотность породы составляет $2{,}3\cdot 10^3$ кг/м^3.

85. К одному из концов длинного стержня прикреплен вибратор, колеблющийся по закону $y = 10^{-6}\sin 10^4\pi t$ (м). Найти скорость точек в сечении стержня, отстоящем от вибратора на расстоянии 25см, в момент времени 10^{-4} с. Скорость волны $5\cdot 10^3$ м/с.

86. Колебательный контур состоит из катушки с индуктивностью 2 мГн и конденсатора емкостью 888 пФ. На какую длину волны настроен контур?

87. Найти частоту собственных колебаний в контуре, состоящем из катушки индуктивности и плоского конденсатора. Площадь каждой пластины конденсатора 30 см^2 и расстояние между ними 0,1 см. Число витков катушки 1000, длина ее 30 см, сечение 1 см^2.

88. Колебательный контур состоит из катушки с индуктивностью 1,02 Гн и конденсатора емкостью 0,025 мкФ. Заряд на конденсаторе равен $2{,}5\cdot^{10\text{-}6}$ Кл. Какова зависимость разности потенциалов на конденсаторе от времени?

89. Катушка (без сердечника) длиной 50 см и площадью поперечного сечения 3 см^2 имеет 1000 витков и соединена параллельно с конденсатором. Он состоит из двух

пластин площадью 75 см^2 каждая, рас-стояние между пластинами 5 мм, диэлектрик - воздух. Найти период колебаний контура и длину волны, на которую он настроен.

90. Колебательный контур состоит из катушки индуктивностью 1,02 Гн и конденсатора емкостью 25 нФ. На обкладках конденсатора сосредоточен заряд 2,5 мкКл. Написать уравнение изменения тока в цепи в зависимости от времени.

91. Разность потенциалов на конденсаторе в контуре за 1 мс уменьшается в три раза. Найти коэффициент затухания.

92. Электромагнитные волны распространяются в некоторой однородной среде со скоростью $2{,}5\cdot10^8$ м/с. Какую длину волны имеют электромагнитные колебания в данной среде, если частота колебаний 1 МГц?

93. Катушка с индуктивностью 30 мкГн присоединена к плоскому конденсатору с площадью пластин 0,01 м^2 и расстоянием между ними 0,1 мм. Найти диэлектрическую проницаемость среды, заполняющей пространство между пластинами, если контур настроен на длину волны 750 м.

94. Колебательный контур состоит из конденсатора емкостью 80 пФ и катушки индуктивностью 0,5 мГн. Найти максимальный ток в контуре, если максимальная разность потенциалов на обкладках конденсатора 300 В. На какую длину волны резонирует данный контур?

95. Закон изменения разности потенциалов на обкладках конденсатора в контуре задан уравнением $U = 50\cos10^4\pi t$(В). Емкость конденсатора равна 0,1 мкФ. Найти период колебаний, индуктивность, длину волны. Написать закон изменения тока в контуре.

96. Колебательный контур состоит из конденсатора переменной емкости от 12 пФ до 80пФ и катушки с индуктивностью 1,2 мГн. Найти диапазон длин электромагнитных волн, которые могут вызывать резонанс в этом контуре.

97. Индуктивность колебательного контура 0,5 мГн. Какова должна быть электроемкость контура, чтобы он резонировал на длину волны 300 м?

98. Катушка (без сердечника) длиной 50 см и площадью поперечного сечения 3 см^2 имеет 1000 витков и соединена параллельно с конденсатором. Он состоит из двух пластин площадью 75 см^2 каждая, расстояние между пластинами 5 мм, диэлектрик - воздух. Найти период колебаний контура и длину волны, на которую он настроен.

99. Какую индуктивность надо включить в колебательный контур, чтобы при емкости 2 мкФ получить частоту 1000 Гц?

100. Индуктивность катушки в колебательном контуре 20 мкГн. Требуется настроить этот контур на частоту 5 МГц. Какую емкость следует выбрать?

101. Колебательный контур, состоящий из воздушного конденсатора с двумя пластинами по 100 $см^2$ каждая и катушки с индуктивностью 1 мкГн резонирует на волну длиной 10м. Найти расстояние между пластинами конденсатора.

5. ВОЛНОВАЯ И КВАНТОВАЯ ОПТИКА

102. Расстояние между двумя щелями в опыте Юнга I мм, расстояние от щелей до экрана 3м, расстояние между соседними интерференционными максимумами на экране 1,5 мм. Найти длину волны источника монохроматического света.

103. Оранжевые лучи с длиной волны 650 нм от двух когерентных источников, расстояние между которыми 120 мкм, падают на экран. Расстояние от источников до экрана 3,6 м. Найти расстояние между центрами соседних темных полос на экране.

104. Какую наименьшую толщину должна иметь пластинка, сделанная из материала с показателем преломления 1,54, чтобы при освещении ее лучами с длиной волны 750 нм, перпендикулярными к пластинке, она в отраженном свете казалась красной?

105. Между двумя плоскопараллельными пластинками лежит проволочка, отчего образовался воздушный клин. Пластинки освещаются светом с длиной волны 500 нм. Угол падения лучей 0°, длина пластинки 10 см. Расстояние между интерференционными полосами в отраженном свете 1,8 мм. Найти толщину проволочки.

106. Плосковыпуклая линза (n=1,5) с оптической силой 0,5 диоптрий выпуклой стороной лежит на стеклянной пластинке. Найти радиус пятого темного кольца Ньютона в проходящем свете (λ =600 нм).

107. Радиус кривизны плосковыпуклой линзы 4 м. Чему равна длина волны падающего света, если радиус 5-го светлого кольца Нью-она в отраженном свете равен 3,6 мм?

108. На щель шириной 0,2 мм падает нормально монохроматический свет с длиной волны 640 нм. Определить угол отклонения лучей, соответствующих первой светлой дифракционной полосе.

109. На пластинку со щелью падает нормально монохроматический свет. Угол отклонения лучей, соответствующих второму дифракционному минимуму, равен 1°. Сколько длин волн падающего света составляет ширина щели?

110. На щель шириной 0,05 мм падает нормально монохроматический свет (λ=0,6 мкм). Найти угол между первоначальным направлением пучка света и направлением на четвертую темную дифракционную полосу.

111. На дифракционную решетку нормально падает пучок света от разрядной трубки, наполненной гелием. На какую линию в спектре третьего порядка накладывается красная линия гелия с длиной волны 670 нм спектра второго порядка?

112. При освещении дифракционной решетки белым светом спектры второго и третьего порядка накладываются друг на друга. На какую длину волны в спектре второго порядка накладывается фиолетовая граница (400 нм) спектра третьего порядка?

113. На дифракционную решетку, имеющую 800 штрихов на I мм, падает параллельный пучок белого света. Какова разность углов отклонения конца первого и начала второго спектров? Принять длину волны красного света 760 нм, фиолетового 400 нм.

114. На дифракционную решетку, содержащую 50 штрихов на миллиметр, падает в направлении нормали к ее поверхности белый свет. Спектр проектируется на экран с помощью линзы, помещенной вблизи решетки. Определить длину спектра первого порядка на экране, если расстояние от линзы до экрана 3 м. Границы видимого спектра 400 нм и 760 нм.

115. Угол преломления луча света в жидкости равен 35°. Определить показатель преломления этой жидкости, если отраженный луч максимально поляризован.
116. Под каким углом к горизонту должно находиться Солнце, чтобы его лучи, отраженные от поверхности озера, были бы наиболее полно поляризованы.

117. Предельный угол полного внутреннего отражения луча на границе жидкости с воздухом равен 43°. Каков должен быть угол падения луча из воздуха на поверхность жидкости, чтобы отраженный луч был максимально поляризован?

118. Угол максимальной поляризации при отражении света от кристалла каменной соли равен 57°. Определить скорость распространения света в этом кристалле.

119. Угол между плоскостями поляризации двух призм Николя равен 45°. Во сколько раз
уменьшится интенсивность света, прошедшего через николи, если этот угол увеличить до 60°?

120. Температура «голубой» звезды $3 \cdot 10^4$К. Определить интегральную интенсивность излучения и длину волны, соответствующую максимуму излучательной способности.

121. Приняв температуру поверхности Солнца равной 6000 К, определить энергию, излучаемую с одного квадратного метра за секунду и длину волны, соответствующую максимуму излучательной способности.

122. Поток энергии, излучаемой из смотрового окошка печи за секунду, равен 34 Вт. Найти температуру печи, если площадь отверстия 6 $см^2$.

123. Средняя величина энергии, теряемой вследствие излучения с одного квадратного сантиметра поверхности Земли за минуту, равна 0,55 Дж. Какую температуру должно иметь абсолютно черное тело, излучающее такое же количество энергии?

124. Печь при температуре 1100 К посылает на измерительный прибор некоторое тепловое излучение. Какова должна быть температура печи, чтобы получаемое прибором излучение увеличилось в два, четыре и шестнадцать раз?

125. Максимальная лучеиспускательная способность абсолютность черного тела приходится на длину волны 800 нм. Какая мощность должна быть подведена к этому телу, поверхность которого 100 $см^2$, чтобы поддерживать его при постоянной температуре.

126. Вследствие изменения температуры абсолютно черного тела, максимум испускательной способности сместился с 500 нм на 750 нм. Во сколько раз уменьшилась суммарная мощность излучения?

127. Какая доля энергии фотона израсходована на работу вырывания фотоэлектрона, если красная граница фотоэффекта равна 307 нм и кинетическая энергия фотоэлектрона I эВ?

128. Калий (работа выхода 2 эВ) освещается монохроматическим светом с длиной волны 509 нм. Определить максимально возможную кинетическую энергию фотоэлектронов.

129. Определить работу выхода электрона из цезия и серебра, если красная граница фотоэффекта у этих металлов составляет соответственно 660 нм и 260 нм.

130. Определить энергию, импульс и массу фотона, длина волны которого соответствует видимой части спектра с длиной волны 500 нм.

131. Определить давление света на стенки электрической стоваттной лампы. Колба лампы представляет собой сферический сосуд радиусом 5 см. Стенки лампы

отражают 10 % падающего на них света. Считать, что вся потребляемая мощность идет на излучение.

132. На поверхность площадью 100 $см^2$ ежеминутно падает 63 Дж световой энергии. Найти величину светового давления, если поверхность полностью отражает все лучи и если полностью поглощает все лучи.

133. Давление света с длиной волны 600 нм на черную поверхность равно $2,2 \cdot 10^{-7}$ $Н/м^2$. Сколько фотонов падает на I $см^2$ за одну секунду?

6. КВАНТОВАЯ ФИЗИКА И ФИЗИКА АТОМА

134. Определить длину волны, соответствующую границе серии Бальмера для водорода. Выделить эту спектральную линию на схеме энергетических уровней атома водорода. Постоянная Ридберга равна $1,097 \cdot 107 м^{-1}$.

135. Найти наибольшую и наименьшую длины волн в первой инфракрасной серии спектра водорода (серии Пашена). Начертить схему энергетических уровней атома водорода.

136. Атом водорода в основном состоянии поглотил квант света с длиной волны 121,5 нм. Определить радиус электронной орбиты возбужденного атома водорода.

137. Вычислить энергию фотона, испускаемого при переходе электрона в атоме водорода с третьего энергетического уровня на первый.

138. Определить длины волн де Бройля для электрона и протона, движущихся со скоростью 1000 км/с. Масса электрона $9,1 \cdot 10^{-31}$кг, масса протона $1,67 \cdot 10^{-27кг}$.

139. Какую ускоряющую разность потенциалов должен пройти электрон, чтобы длина волны де Бройля была равна 0,10 нм ?

140. Определить длину волны де Бройля для электрона, движущегося по круговой орбите атома водорода, находящегося в основном состоянии.

141. Электрон, движущийся со скоростью $6 \cdot 10^6$м/с, попадает в продольное ускоряющее однородное электрическое поле напряженностью 5 В/см. Какое расстояние должен пройти электрон в таком поле, чтобы его длина волны стала равной 0,10 нм?

142. Рассчитать дебройлевскую длину волны для протона с кинетической энергией, равной энергии покоя электрона 0,51МэВ.

143. Найти коротковолновую границу непрерывного рентгеновского спектра, если известно, что уменьшение приложенного к рентгеновской трубке напряжения на 23 кВ увеличивает искомую длину волны в два раза.

144. Найти длину волны коротковолновой границы сплошного рентгеновского спектра, если скорость электронов, подлетающих к антикатоду трубки, составляет 0,85 скорости света.

145. Для определения постоянной Планка к рентгеновской трубке приложили напряжение 16 кВ и определили минимальную длину волны сплошного рентгеновского излучения (λмин =77,6 пм). Вычислить по этим данным постоянную Планка.

146. Частица в потенциальной яме шириной *l* находится в возбужденном состоянии (n=2).
Вычислить вероятность нахождения частицы в крайней четверти ямы.
46. Частица в потенциальной яме находится в основном состоянии. Какова вероятность обнаружить частицу в крайней трети ямы?
147. В одномерной потенциальной яме шириной *l* находится электрон. Найти вероятность нахождения электрона на первом энергетическом уровне в интервале *l*/4, равноудаленном от стенок ямы.

148. Вычислить величину момента импульса L орбитального движения электрона, находящегося в атоме водорода в s-состоянии и в p-состоянии.

149. Частица в потенциальной яме шириной *l* находится в низшем возбужденном состоянии. Определить вероятность нахождения частицы в интервале *l*/4, равноудаленном от стенок ямы.

150. Определить возможные значения проекции момента импульса L_Z орбитального движения электрона в атоме водорода на направление внешнего магнитного поля. Электрон находится в d-состоянии.

151. Электрон находится в одномерной прямоугольной потенциальной яме шириной *l*
с бесконечно высокими стенками. Определить вероятность обнаружения электрона в средней трети ямы, если электрон находится в возбужденном состоянии (n=3).

7. ЭЛЕМЕНТЫ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ

152. Активность препарата пропорциональна числу ядер, распадающихся за секунду. Во сколько раз уменьшится активность препарата стронция $_{38}Sr^{90}$ через 100 лет? Период полураспада равен 28 лет.

153. Сколько β-частиц испускает в течение одного часа 1 мкг изотопа $_{11}Na^{24}$, период полураспада которого составляет 15 часов?

154. Препарат $_{92}U^{238}$ массой 1 г излучает $1{,}24 \cdot 10^4$ α -частиц в секунду. Найти период полураспада этого изотопа урана и активность препарата.

155. Найти число распадов за одну секунду в 1 г радия, период полураспада которого 1590 лет. Молярная масса радия 0,226 кг/моль.

156. Активность препарата пропорциональна числу ядер, распадающихся за одну секунду. Во сколько раз уменьшится активность иода $_{53}J^{124}$ спустя 12 суток? Период полураспада равен четырем суткам.

157. Сколько β-частиц испускается в течение суток при распаде изотопа фосфора $_{15}P^{32}$ массой 1 мкг? Период полураспада 14,3 суток.
158. Активность препарата уменьшилась в 256 раз. Сколько периодов полураспада составляет промежуток времени, за который произошло такое уменьшение активности?

159. За один год начальное количество радиоактивного вещества уменьшилось в три раза. Во сколько раз оно уменьшится за два года?
60. Какая доля начального количества радиоактивного вещества останется нераспавшейся через промежуток времени, равный двум периодам полураспада?

160. Дефект массы ядра $_7N^{15}$ равен 0,12396 а.е.м. Определить массу атома. ($m\ _1H^1 = 1{,}00783$ а.е.м.; $m\ _0n^1 = 1{,}00867$ а.е.м.).

161. Найти удельную энергию связи ядра $_6C^{12}$, если известно, что $m\ _1H^1 = 1{,}00783$ а.е.м.; $m\ _0n1 = 1{,}00867$ а.е.м.; $m\ _{12}C^6 = 12{,}00000$ а.е.м.

162. Рассчитать массу нейтрального атома, если ядро его состоит из трех протонов и двух нейтронов, а энергия связи ядра равна 26,3 Мэв. ($m\ _1H^1 = 1{,}00783$ а.е.м.; $m\ _0n^1 = 1{,}00867$ а.е.м.).

163. Определить энергию связи ядра изотопа кислорода $_8O^{16}$, если $m\ _1H^1 = 1{,}00783$ а.е.м.;
$m\ _0n^1 = 1{,}00867$ а.е.м.; $m\ _8O^{16} = 1\ 5{,}99491$ а.е.м.

164. Определить энергию связи, приходящуюся на один нуклон ядра атома $_{11}Na^{23}$, если $m\ _{11}Na^{23} = 22{,}98977$а.е.м.; $m\ _1H^1 = 1{,}00783$ а.е.м.; $m\ _0n^1 = 1{,}00867$ а.е.м.

165. Найти дефект массы, энергию связи и удельную энергию связи ядра $_3Li^7$, если известно, что $m\ _3Li^7 = 7{,}01601$ а.е.м.; $m\ _1H^1 = 1{,}00783$ а.е.м.; $m\ _0n^1 = 1{,}00867$ а.е.м.

166. Энергия связи электрона с ядром невозбужденного атома водорода $_1H^1$ равна 13,6 эВ. Определить, насколько масса атома водорода меньше суммы масс свободных протона и электрона.

167. Вычислить дефект массы и энергию связи ядра $_5B^{11}$,если известны следующие массы: m $_5B^{11}$ = 11,00931 а.е.м.; m $_1H^1$ = 1,00783 а.е.м.; m $_0n^1$ = 1,00867 а.е.м.

168. Найти энергию, которую нужно затратить для отрыва нейтрона от ядра $_{11}Na^{23}$, если известны следующие массы: m $_0n^1$ = 1,00867 а.е.м.; m $_{11}Na^{23}$ = 22,98977 а.е.м.; m $_{11}Na^{22}$ = 21,99444 а.е.м.

169. Найти энергию отрыва нейтрона от ядра $_2He^4$,если известны массы: m $_0n^1$ = 1,00867 а.е.м.; m $_2He^4$ = 4,00260 а.е.м.; m $_2He^3$ = 3,01603 а.е.м.

170. Найти энергию, необходимую для удаления одного протона из ядра $_8O^{16}$ ($_8O^{16} \rightarrow {}_7N^{15} + {}_1H^1$). m $_1H^1$ = 1,00783 а.е.м.; m $_8O^{16}$ = 15,99491 а.е.м.; m $_7N^{15}$ = 15,00011 а.е.м.

171. Найти изменение массы при следующей ядерной реакции:
$_{13}Al^{27} + {}_2He^4 \rightarrow {}_{15}P^{30} + {}_0n^1$, если m $_{13}Al^{27}$ =2 6,98154 а.е.м.; m $_2He^4$ = 4,00260 а.е.м.; m $_{15}P^{30}$= 29,97263 а.е.м.; m $_0n^1$= 1,00867 а.е.м.

172.Вычислить энергетический эффект ядерной реакции: $1H^2 + {}_1H3 \rightarrow {}_2He^4 + {}_0n^1$, если m $_1H^2$ = 2,01410 а.е.м.; m $_1H^3$ =3,01605 а.е.м.; m $_0n^1$ =1,00867 а.е.м.; m $_2He^4$ = 4,00260 а.е.м.

173. В термоядерном реакторе с дейтериевым горючим может происходить вторичная термоядерная реакция $_2He^3 + {}_1H^2 \rightarrow {}_2He^4 + {}_1H^1$. Вычислить энергию этой реакции. (m $_2He^3$ = 3,01603 а.е.м.; m $_1H^2$ = 2,01410 а.е.м.; m $_2He^4$ = 4,00260 а.е.м.; m $_1H^1$ = 1,00783 а.е.м.).

174. Вычислить энергию ядерной реакции $_7N^{14} + {}_0n^1 \rightarrow {}_6C^{14} + {}_1H^1$. (m $_7N^1$ ^{4}= 14,00307а.е.м.; m $_0n^1$ =1,00867 а.е.м ; m $_6C^{14}$= 14,00324 а.е.м.; m $_1H^1$= 1,00783 а.е.м.).

175. Определить энергию ядерной реакции $_3Li6 + {}_1H^2 \rightarrow {}_2He^4 + {}_2He^4$. (m $_3Li^6$ = 6,01513 а.е.м.; m $_1H^2$= 2,01410 а.е.м.; m $_2He^4$ =4 ,00260 а.е.м.).

176. Какую минимальную энергию должен иметь квант для вырывания нейтрона из ядра $_6C^{14}$? Известны массы: m $_6C^{14}$ = 14,00324 а.е.м.; m $_0n^1$= 1,00867 а.е.м.; m $_6C^{13}6$ = 13,00335а.е.м.

177. Какую минимальную энергию необходимо затратить, чтобы разделить $_6C^{12}$ на три равные части.(m $_6C^{12}$= 12,00000 а.е.м.; m $_2He^4$= 4,00260 а.е.м.).

178. Определить энергию ядерной реакции $_{20}Ca^{14} + {}_1H^1 \rightarrow {}_{19}K^{41} + 2He^4$. ($m\ {}_{20}Ca^{4\,4}$= 43,95549 а.е.м.; $m\ {}_1H^1$ = 1,00783 а.е.м.; $m\ {}_2He^4$ = 4,00260 а.е.м.; $m\ {}_{19}K^{41}$= 40,96184 а.е.м.)

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

Основная литература

8.1 Основная литература

.

1.	И.Г. Коршунов. Физика. – Екатеринбург: Ид-во УГГУ, 2014. – 341 с.
2.	В.И. Горбатов, В.Ф. Полев. Физика. – Екатеринбург: Изд-во УГГУ (Ч.1, 2012.-105 с.; Ч.2, 2013.-115 с.; Ч.3.- 2014.-147 с.)
3.	Михайлов В.К. Физика: учебное пособие/ Михайлов В.К.— Электрон. текстовые данные.- М.: Московский государственный строительный университет, ЭБС АСВ, 2013.-120 с.-Режим доступа: http://www.iprbookshop.ru/23753.html - ЭБС «IPRbooks».
4.	Михайлов В.К. Волны. Оптика. Атомная физика. Молекулярная физика: учебное пособие/ Михайлов В.К., Панфилова М.И.-Электрон. текстовые данные.-М.: Московский государственный строительный университет, ЭБС АСВ, 2016.-144 с.-Режим доступа: http://www.iprbookshop.ru/62614.html -ЭБС «IPRbooks».
5.	Трофимова Т.М. Курс физики. Академия, 2010.- 560 с.

Дополнительная литература

1. И..Г. Коршунов. Основы физики.- Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2010. - 312 с.
2. Ветрова В.Т. Физика. Сборник задач: учебное пособие/ Ветрова В.Т.- Электрон. текстовые данные.- Минск: Вышэйшая школа, 2015.-446 с.- Режим доступа: http://www.iprbookshop.ru/48021.html -ЭБС «IPRbooks».
3. Чакак А.А. Физика. Краткий курс: учебное пособие для студентов очно-заочной формы обучения вузов, слушателей курсов повышения квалификации и профессиональной переподготовки специалистов, для студентов факультета дистанционных образовательных технологий/ Чакак А.А., Летута С.Н. Электрон. текстовые данные. Оренбург: Оренбургский государственный университет, ЭБС АСВ, 2011.-541 с. - Режим доступа: http://www.iprbookshop.ru/30092.html - ЭБС «IPRbooks».
4. Сарина М.П. Механика. Молекулярная физика и термодинамика. Часть 1. Механика: учебное пособие/ Сарина М.П.- Электрон. текстовые данные.- Новосибирск: Новосибирский государственный технический университет, 2014.- 187 с.- Режим доступа: http://www.iprbookshop.ru/45392.html - ЭБС «IPRbooks».

ПРИЛОЖЕНИЯ

Приложение 1

Некоторые физические постоянные

Физическая постоянная	Обозначение	Значение
Скорость света в вакууме	c	$3.00 \cdot 10^{8}$ м/с
Гравитационная постоянная	G	$6.67 \cdot 10^{-11}$ м^3/(кг·с^2)
Число Авогадро	N_A	$6.02 \cdot 10^{23}$ моль$^{-1}$
Молярная газовая постоянная	R	8.31 Дж/(моль·К)
Постоянная Больцмана	k	$1.38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К
Атомная единица массы	*1а.е.м.*	$1.660 \cdot 10^{-27}$ кг
Элементарный заряд	e	$1.60 \cdot 10^{-19}$ Кл
Масса покоя электрона	m_e	$9.11 \cdot 10^{-31}$ кг
Масса покоя протона	m_p	$1.67 \cdot 10^{-27}$ кг
Электрическая постоянная	ε_0	$8.85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м
Магнитная постоянная	μ_0	$4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м
Постоянная Планка	h $\hbar$	$6.63 \cdot 10^{-34}$ Дж/с $1.05 \cdot 10^{-34}$ Дж/с

Приложение 2

Множители и приставки для образования десятичных кратных и дольных единиц и их наименования

Приставка			Множитель	Приставка			Множитель
Наименование	Обозначение			Наименование	Обозначение		
	русское	международное			русское	международное	
экса	Э	E	10^{18}	деци	д	d	10^{-1}
пэта	П	P	10^{15}	санти	с	c	10^{-2}
тера	Т	T	10^{12}	милли	м	m	10^{-3}
гига	Г	G	10^{9}	микро	мк	μ	10^{-6}
мега	М	M	10^{6}	нано	н	n	10^{-9}
кило	к	k	10^{3}	пико	п	p	10^{-12}
Гекто	г	h	10^{2}	фемто	ф	f	10^{-15}
Дека	да	da	10^{1}	атто	а	a	10^{-18}
П р и м е ч а н и е: Приставки гекто, дека, деци и санти допускается применять только в наименованиях кратных и дольных единиц, уже получивших широкое распространение (гектар, декалитр, дециметр, сантиметр и др.)							

Приложение 3

Единицы физических величин, имеющие собственные наименования

Величина	Единица	
	Наименование	Обозначение
Длина	метр	м
Масса	килограмм	кг
Время	секунда	с
Плоский угол	радиан	рад
Телесный угол	стерадиан	ср
Сила, вес	ньютон	Н
Давление	паскаль	Па
Напряжение (механическое)	паскаль	Па
Модуль упругости	паскаль	Па
Работа, энергия	джоуль	Дж
Мощность	ватт	Вт
Частота колебаний	герц	Гц
Термодинамическая температура	кельвин	К
Разность температур	кельвин	К
Теплота, количество теплоты	джоуль	Дж
Количество вещества	моль	моль
Электрический заряд	кулон	Кл
Сила тока	ампер	А
Потенциал электрического поля, электрическое напряжение	вольт	В
Электрическая емкость	фарад	Ф
Электрическое сопротивление	ом	Ом
Электрическая проводимость	сименс	См
Магнитная индукция	тесла	Тл
Магнитный поток	вебер	Вб
Индуктивность	генри	Гн
Сила света	кандела	кд
Световой поток	люмен	лм
Освещенность	люкс	лк
Поток излучения	ватт	Вт
Поглощенная доза излучения (доза излучения)	грэй	Гр
Активность изотопа	беккерель	Бк

Приложение 4

Внесистемные единицы

Наименование величины	Единица		
	Наименование	Обозначение	Соотношение с единицей СИ
Масса	тонна атомная единица массы	т а.е.м.	10^3 кг $1.66 \cdot 10^{-27}$ кг
Время	минута час сутки	мин ч сут	60 с 3600 с 86400 с
Плоский угол	градус минута секунда град	…• …′ …″ град	$1.74 \cdot 10^{-2}$ рад $2.91 \cdot 10^{-4}$ рад $4.85 \cdot 10^{-6}$ рад $(\pi/200)$ рад
Объем, вместимость	литр	Л	10^{-3} м^3
Длина	астрономическая единица световой год парсек	а.е. св. год пк	$1.50 \cdot 10^{11}$ м $9.46 \cdot 10^{15}$ м $3.08 \cdot 10^{16}$ м
Оптическая сила	диоптрия	Дптр	1 м$^{-1}$
Площадь	гектар	Га	10^4 м^2
Энергия	электрон-вольт	эВ	$1.60 \cdot 10^{-19}$ Дж
Полная мощность	вольт-ампер	В·А	
П р и м е ч а н и е: Единицы времени (минуту, час, сутки), плоского угла (градус, минуту, секунду), астрономическую единицу, световой год, диоптрию и атомную единицу массы не допускается применять с приставками.			

Приложение 5

Плотность некоторых твердых тел

Твердое тело	Плотность, г/см^3	Твердое тело	Плотность, г/см^3
Алюминий	2.70	Цезий	1.90
Барий	3.50	Каменная соль	2,2
Ванадий	6.02	Латунь	8,55
Висмут	9.80	Марганец	7,40
Железо (чугун, сталь)	7.88	Платина	21,4
Литий	0.53	Золото	19,3
Медь	8.93	Висмут	9,8◌
Никель	8.90	Уран	18,7
Свинец	11.3	Цинк	7.15
Серебро	10.5	Вольфрам	19,3

Приложение 6

Плотность некоторых жидкостей и газов

Жидкость (при 15° С)	Плотность, г·/см^3	Газ (при нормальных условиях	Плотность, кг/м^3
Вода (дистиллированная при 4°С)	1.00	Водород	0.09
Глицерин	1.26	Воздух	1.29
Керосин	0.8	Гелий	0.18
Ртуть	13.6	Аргон	1,78
Масло (оливковое, смазочное)	0.9	Азот	1,25
Масло касторовое	0.96	Кислород	1.43
Сероуглерод	1.26		
Эфир	0.7		
Спирт	0.80		

Приложение 7

Удельное сопротивление ρ некоторых материалов

Материал	Удельное сопротивление, Ом·м	Материал	Удельное сопротивление, Ом·м
Алюминий	$2{,}53\cdot10^{-8}$	Ртуть	$9{,}6\cdot10^{-7}$
Алюминий провод	$2{,}87\cdot10^{-8}$	Свинец	$2{,}08\cdot10^{-7}$
Бумага	10^{15}	Серебро	$1{,}6\cdot10^{-8}$
Вода дистиллированная	10^{4}	Сталь литая	$1{,}3\cdot10^{-7}$
Вода морская	0,3	Сталь чистая	$1{,}01\cdot10^{-7}$
Вольфрам	$5{,}5\cdot10^{-8}$	Стекло	10^{11}
Графит	$3{,}9\cdot10^{-6}$	Стекло кварцевое	10^{16}
Железо чистое	$9{,}8\cdot10^{-8}$	Угольные щётки	$4\cdot10^{-5}$
Железо	$8{,}7\cdot10^{-8}$	Цинк	$5{,}9\cdot10^{-8}$
Золото	$2{,}2\cdot10^{-8}$	Чугун серый	$1\cdot10^{-6}$
Константан	$5\cdot10^{-7}$	Никель	$8{,}7\cdot10^{-8}$
Масло парафиновое	10^{14}	Нихром	$1{,}12\cdot10^{-6}$
Магний	$4{,}4\cdot10^{-8}$	Олово	$1{,}2\cdot10^{-7}$
Манганин	$4{,}3\cdot10^{-7}$	Платина	$1{,}07\cdot10^{-7}$
Медь	$1{,}72\cdot10^{-8}$	Медь провод	$1{,}78\cdot10^{-8}$

Приложение 8

Диэлектрическая проницаемость некоторых веществ

Вещество	Проницаемость	Вещество	Проницаемость
Ацетон	21,4	Парафин	2,0
Вакуум	1,0	Парафинированная бумага	2,0
Воздух	1,000594	Полиэтилен	2,2
Вода	81	Слюда	7,0
Вода дистиллированная	31	Спирт этиловый	25,1
Воск	7,8	Спирт метиловый	33,5
Керосин	2,0	Стекло	7,0
Масло	5,0	Фарфор	5,0
Масло трансформаторное	2,2	Эбонит	2,6

Приложение 9

Греческий алфавит

Обозначения букв	Название букв	Обозначения букв	Название букв
A, α	Альфа	N, ν	ню
B, β	Бета	Ξ, ξ	кси
Γ, γ	Гамма	O, o	омикрон
Δ, δ	Дэльта	Π, π	пи
E, ε	Эпсилон	P, ρ	ро
Z, ς	Дзета	Σ, σ	сигма
H, η	Эта	T, τ	тау
Θ, θ	Тэта	Y, υ	ипсилон
J, i	Иота	Φ, φ	фи
K, κ	Каппа	X, χ	хи
Λ, λ	Ламбда	Ψ, ψ	пси
M, μ	Ми	Ω, ω	омега

СОДЕРЖАНИЕ

Общие методические указания к решению задач и выполнению домашних контрольных работ	3
1. Механика	4
2. Молекулярная физика и термодинамика	7
3. Электричество и магнетизм	10
4. Механические и электромагнитные колебания и волны	12
5. Волновая и квантовая оптика	15
6. Квантовая физика и физика атома	18
7. Элементы ядерной физики	19
Список литературы	23
Приложения	24



Министерство образования и науки РФ
ФГБОУ ВО
«Уральский государственный горный университет»

Н. А. Зайцева

КАЧЕСТВЕННЫЕ РЕАКЦИИ В НЕОРГАНИЧЕСКОЙ ХИМИИ

Учебно-методическое пособие для выполнения лабораторных и контрольных работ курсов «Химия» и «Неорганическая химия» для студентов всех специальностей

Екатеринбург
2017

З17

Рецензент: Т. И. Красненко, д-р химических наук, профессор, ведущий научный сотрудник лаборатории оксидных систем ИХТТ УрО РАН

Учебно-методическое пособие рассмотрено на заседании кафедры химии 25 февраля 2016 г. (протокол № 6) и рекомендовано для издания в УГГУ

Зайцева Н. А.
З17 КАЧЕСТВЕННЫЕ РЕАКЦИИ В НЕОРГАНИЧЕСКОЙ ХИМИИ: учебно-методическое пособие для выполнения лабораторных и контрольных работ курсов «Химия» и «Неорганическая химия» для студентов всех специальностей / Н. А. Зайцева. – Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2017. – 35 с.

В учебно-методическом пособии изложены краткие сведения о качественных реакциях в неорганической химии. Пособие содержит необходимые сведения для выполнения лабораторных работ по качественному анализу катионов и решения задач.

Пособие предназначено для студентов всех специальностей.

© Зайцева Н. А., 2017

© Уральский государственный горный университет, 2017

ВВЕДЕНИЕ

Качественная реакция – химическая реакция, с помощью которой можно определить наличие в растворе того или иного вещества или его фрагмента (катиона, аниона, функциональной группы). Качественная реакция на ионы позволяет обнаружить («открыть») в растворе присутствие соответствующих ионов. При обнаружении открываемого иона обычно фиксируют появление аналитического сигнала — образование осадка, изменение окраски раствора, появление запаха и т. д.

Требования к качественным реакциям

1. Экспрессность (реакция должна протекать быстро).
2. Высокая чувствительность.
3. Селективность или специфичность.
4. Необратимость.

Чувствительность реакции определяется наименьшим количеством искомого вещества, которое может быть обнаружено данным реактивом в капле раствора.

Существенной характеристикой анализа является селективность (избирательность).

По избирательности реагенты можно разделить на три группы:

1. *Специфические реагенты* – реактивы, с помощью которых в данных условиях можно обнаружить только одно вещество (ион),

например: крахмал для обнаружения I_2 (синяя окраска); щёлочь для обнаружения NH^{4+} (запах аммиака).

Специфические реакции – реакции, которые дают возможность открывать одни ионы в присутствии различных других ионов.

2. *Селективные реагенты* – реактивы, с помощью которых в данных условиях можно обнаружить небольшое число веществ. Например, диметилглиоксим в аммиачном буферном растворе реагирует с Fe (II), Co (II), Ni (II), Zr (IV), Th (IV).

3. *Групповые реагенты* – используются в систематическом анализе смеси катионов и взаимодействуют со всеми катионами одной аналитической группы.

Реакции, позволяющие обнаружить искомые ионы в отдельных порциях сложной смеси при условии устранения влияния других ионов, называют **дробными реакциями**, а метод анализа, основанный на применении дробных реакций, называют **дробным анализом.** При этом порядок обнаружения катионов и анионов не имеет особого значения. При **систематическом анализе**, в отличие от дробного, соблюдается определенный порядок разделения и последующего открытия ионов. К обнаружению ионов приступают лишь после удаления из раствора всех других ионов, мешающих открытию. Систематический (групповой) анализ применяют при невозможности использования дробного анализа. На основе растворимости их солей или других соединений ионы делят на аналитические группы, на основании различных классификаций катионов разработаны разные методы систематического анализа катионов.

Методы систематического анализа

1. Сероводородный – основан на разной растворимости сульфидов и хлоридов в зависимости от *pH*-среды.

2. Аммиачно-фосфатный – основан на разной растворимости фосфатов.

3. Кислотно-основной – основан на разной растворимости в кислотах и основаниях гидроксидов и солей (табл. 1).

Таблица 1

Классификация катионов по кислотно-основному методу

Группа	Катионы	Групповой реактив	Характеристика группы
I	Na^+, K^+, NH_4^+	–	Хлориды, сульфаты и гидроксиды растворимы в воде
II	Ag^+, Pb^{2+}, Hg_2^{2+}	2M HCl	Хлориды нерастворимы в воде и разбавленных кислотах
III	Ca^{2+}, Sr^{2+}, Ba^{2+}	2M H_2SO_4	Сульфаты нерастворимы в воде, кислотах и щелочах
IV	Al^{3+}, Cr^{3+}, Zn^{2+}, $^*As^{3+}$, $^*As^{5+}$, Sn^{2+}, Sn^{4+}	4M NaOH (избыток)	Гидроксиды амфотерны, растворимы в избытке щелочи
V	Fe^{2+}, Fe^{3+}, Mn^{2+}, Mg^{2+}, Bi^{3+}, Sb^{3+}, Sb^{5+}	2M NaOH (25 % NH_4OH)	Гидроксиды нерастворимы в избытке щелочи и аммиаке
VI	Cu^{2+}, Co^{2+}, Ni^{2+}, Hg^{2+}, Cd^{2+}	25% NH_4OH (избыток)	Гидроксиды растворимы в избытке аммиака с образованием аммиакатов

$^*As^{3+}$ и As^{5+} гидроксидов не образуют.

Лабораторная работа № 1

КАЧЕСТВЕННЫЕ РЕАКЦИИ НА КАТИОНЫ ЖЕЛЕЗА

Цель работы: познакомиться с качественными реакциями на катионы железа, определить наиболее подходящие реактивы для открытия Fe^{3+} и Fe^{2+}.

Для получения аналитического сигнала в качественном анализе используют химические реакции разных типов: реакции ионного обмена (осаждение, нейтрализация), окислительно-восстановительные, комплексообразование. Для обнаружения ионов железа возможно использование всех типов реакций.

Реакции ионного обмена в качественном анализе

Опыт 1. Действие щелочей на катионы Fe^{3+} и Fe^{2+}

В две пробирки налейте по 1 мл растворов $FeCl_3$ и $FeSO_4$, добавьте по 1 мл раствора щёлочи в каждую пробирку. Сравните полученные осадки $Fe(OH)_3$ и $Fe(OH)_2$, составьте уравнения обеих реакций. Растворимы ли полученные гидроксиды железа в избытке щёлочи?

Опыт 2. Действие раствора аммиака на катионы Fe^{3+} и Fe^{2+}

В две пробирки налейте по 1 мл растворов солей железа (III) и железа (II), добавьте по 1 мл разбавленного раствора гидроксида аммония в каждую пробирку. Сравните полученные осадки с

осадками из первого опыта. Составьте уравнения реакций. Проверьте действие избытка концентрированного гидроксида аммония на оба осадка: образуют ли ионы железа аммиачные комплексы?

Реакции окисления-восстановления

Опыт 3. Действие окислителей на катионы Fe^{3+} и Fe^{2+}

а) В две пробирки налейте по 1 мл растворов солей Fe^{2+} и Fe^{3+}, добавьте по 2 мл раствора серной кислоты. В обе пробирки прилейте раствор перманганата калия, в какой из них наблюдается обесцвечивание $KMnO_4$? Запишите уравнение реакции, учитывая, что в кислой среде перманганат-ионы восстанавливаются до ионов Mn^{2+}, уравняйте его методом электронно-ионного баланса.

б) В две пробирки налейте по 1 мл растворов солей Fe^{2+} и Fe^{3+}, добавьте по 2 мл раствора серной кислоты. В обе пробирки прилейте раствор бихромата калия, в какой из них наблюдается изменение окраски раствора? Запишите уравнение реакции, учитывая, что бихромат-ионы $Cr_2O_7^{2-}$ восстанавливаются до ионов Cr^{3+}, уравняйте его методом электронно-ионного баланса.

Опыт 4. Действие восстановителей на катионы Fe^{3+} и Fe^{2+}

В две пробирки налейте по 1 мл растворов солей Fe^{2+} и Fe^{3+}, добавьте по 1 мл раствора йодида калия. Какая из солей железа проявила окислительный свойства? Запишите уравнение реакции, расставьте коэффициенты методом электронно-ионного баланса.

Реакции с участием комплексных ионов

Опыт 5. Реакция ионов железа с роданидом аммония

В две пробирки налейте по 1 мл раствора $FeCl_3$ и $FeSO_4$, добавьте по 1 мл раствора роданида аммония NH_4SCN в каждую пробирку. В какой из пробирок наблюдается образование роданида железа красного цвета? Составьте уравнение реакции.

Опыт 6. Реакция ионов железа с реактивом Чугаева

В две пробирки налейте по 1 мл раствора соли железа (III) и железа (II), добавьте по 1 мл раствора аммиака и по 1 капле раствора диметилглиоксима ($C_4H_8N_2O_2$). Для какого иона железа наблюдается образование окрашенного внутрикомплексного соединения с реактивом Чугаева? Составьте уравнение реакции образования диметилглиоксимата железа [Fe $(C_4H_7O_2N_2)_2$].

Опыт 7. Берлинская лазурь и турнбуллева синь

На растворы $FeCl_3$ и $FeSO_4$ подействуйте каплей раствора жёлтой кровяной соли (гексацианоферрата (II) калия). В каком случае наблюдается выпадение синего осадка? Запишите уравнение реакции, предполагая, что выпавший осадок берлинской лазури имеет состав $Fe_4\,[Fe(CN)_6]_3$.

На растворы $FeCl_3$ и $FeSO_4$ подействуйте каплей раствора красной кровяной соли (гексацианоферрата (III) калия). В каком случае наблюдается выпадение синего осадка? Запишите уравнение реакции, предполагая, что выпавший осадок турнбуллевой сини

имеет состав Fe_3 [Fe $(CN)_6]_3$. Сделайте вывод, какой кровяной солью можно открыть ион Fe^{2+}, и с помощью какой обнаруживается ион Fe^{3+}.

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ

1. Что произойдет с зеленоватым осадком Fe $(OH)_2$ при добавлении к нему раствора перекиси водорода H_2O_2? Запишите уравнение реакции, уравняйте его методом электронно-ионного баланса.

2. Выпадет ли осадок при смешивании равных объемов растворов $FeCl_3$ и NaOH, если ПР (Fe $(OH)_3$) = $3{,}8 \cdot 10^{-38}$, а концентрации растворов 0,001 моль/л? Выпадет ли осадок при смешивании равных объемов растворов $FeSO_4$ и NaOH, если ПР (Fe $(OH)_2$) = $4{,}8 \cdot 10^{-16}$, а концентрации обоих растворов 0,001 моль/л?

3. Какой объём соляной кислоты с концентрацией 0,01 моль/л требуется для полного растворения осадка Fe $(OH)_3$ массой 0,5 г?

4. Реакция образования окрашенного роданида железа (опыт 3) является обратимой. Запишите выражение для константы равновесия этой реакции. Какими способами, согласно принципу Ле-Шателье, можно сместить равновесие в сторону образования окрашенного продукта?

5. Запишите уравнения реакций первичной и вторичной диссоциации красной и жёлтой кровяных солей. Почему чаще всего именно цианид-ионы используются для маскирования ионов железа в растворах?

6. Подвергаются ли соли железа гидролизу? Запишите уравнения взаимодействия с водой для $FeCl_3$ и $FeSO_4$, определите тип гидролиза и кислотность среды раствора. Какую окраску приобретёт лакмус в этих растворах?

Лабораторная работа № 2
КАЧЕСТВЕННЫЕ РЕАКЦИИ НА ИОНЫ Co^{2+}, Ni^{2+} и Cu^{2+}

Цель работы: познакомиться с качественными реакциями на ионы **Co^{2+}, Ni^{2+} и Cu^{2+}**, выполняемыми пробирно, капельно, и с использованием экстракции, определить наиболее подходящие реакции для открытия каждого иона.

Предел обнаружения – минимальная концентрация или минимальное количество вещества, которое может быть обнаружено данным методом допустимой погрешностью. Предел обнаружения в значительной степени зависит от условий протекания реакции. Обычно для обнаружения ионов применяют реакции с пределом обнаружения 10^{-7} г (0,1мкг) в 1 мл раствора.

Приемы для обеспечения низкого предела обнаружения

1. *Капельный анализ* – метод микрохимического анализа, в котором качественную реакцию проводят с использованием капли раствора. Реакции выполняют на стеклянной или фарфоровой пластинке, фильтровавальной бумаге (иногда предварительно пропитанной раствором реагента и высушенной). Пределы обнаружения веществ 0,1–0,001 мкг в капле объемом 50 мм^3. Минимальные пределы обнаружения достигаются при выполнении анализа на фильтровальной бумаге.

2. *Микрокристаллоскопический анализ* – метод анализа, основанный на реакциях образования кристаллических осадков с

характерной формой кристаллов, для рассмотрения которых используется микроскоп.

3. *Экстракция* – процесс переведения вещества из водной фазы в органическую, используется для разделения и концентрирования веществ.

4. *Флотация* – процесс разделения мелких твёрдых частиц в водной суспензии или растворе, основанный на их избирательной адсорбции на границах раздела фаз в соответствии с их смачиваемостью, используется для разделения и концентрирования.

5. *Метод «умножающихся реакций»* – ряд последовательных реакций, в результате которых получается новое вещество в количестве, во много раз превышающем первоначальное количество обнаруживаемого вещества.

6. *Каталитические реакции*.

Реакции в пробирке (в растворе)

Опыт 1. Действие щелочей на катионы Co^{2+}, Ni^{2+} и Cu^{2+}

В три пробирки налейте по 1 мл растворов солей Co^{2+}, Ni^{2+} и Cu^{2+}, добавьте по 1 мл разбавленного раствора щёлочи в каждую пробирку. Составьте уравнения реакций образования синего CoOHCl, голубого CuOHCl и зелёного NiOHCl. Подействуйте на каждый полученный осадок избытком концентрированной щёлочи, составьте уравнения реакций образования гидроксидов кобальта (II), никеля (II) и меди (II).

Опыт 2. Действие раствора аммиака на Co^{2+}, Ni^{2+} и Cu^{2+}

В три пробирки налейте по 1 мл растворов солей Co^{2+}, Ni^{2+} и Cu^{2+}, добавьте по 1 мл разбавленного раствора аммиака в каждую пробирку. Сравните полученные осадки с осадками из первого опыта. Составьте уравнения реакций.

Проверьте действие избытка концентрированного гидроксида аммония на полученные осадки, запишите уравнения реакций, учитывая, что в аммиачных комплексах кобальта и никеля координационное число комплексообразователя равно шести, а медь удерживает только четыре лиганда.

Разрушаются ли полученные аммиакаты раствором кислоты?

Опыт 3. Реакции с желтой кровяной солью

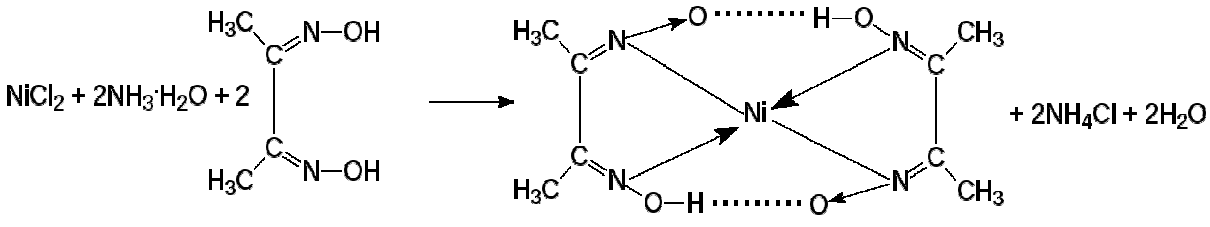
В три пробирки налейте по 1 мл растворов солей Co^{2+}, Ni^{2+} и Cu^{2+}, добавьте по 1 мл разбавленного раствора гексацианоферрата (II) калия в каждую пробирку. Что наблюдается? Составьте уравнения реакций, учитывая, что все осадки получены в результате полного ионного обмена.

Капельные реакции на фильтровальной бумаге

Опыт 4. Реакция катионов Ni^{2+} с реактивом Чугаева

На сухую фильтровальную бумагу поместите несколько капель раствора соли никеля (II), добавьте каплю раствора аммиака и каплю раствора диметилглиоксима $C_4H_8N_2O_2$ (реактив Чугаева). Сравните наблюдаемый аналитический сигнал с реакцией образования

диметилглиоксимата железа (II), выполненной в предыдущей работе. Запишите уравнение реакции



Проведите аналогичную реакцию с растворами меди (II) и кобальта (II). Какой из этих ионов может мешать определению ионов никеля и почему?

Опыт 5. Капельная реакция ионов Co^{2+} с роданидом аммония

Поместите на сухую фильтровальную бумагу несколько капель раствора хлорида кобальта (II), добавьте кристаллы сухой соли NH_4SCN, при необходимости добавьте ещё одну каплю раствора. Как изменилась окраска кристаллов? Составьте уравнение реакции образования комплексного соединения $(NH_4)_2[Co(SCN)_4]$.

Обнаружение катионов с использованием экстракции

Опыт 6. Реакция ионов Co^{2+} с роданидом аммония

Поместите в пробирку несколько капель раствора хлорида кобальта (II), добавьте кристаллы сухой соли тиоцианата (роданида) аммония. Как изменилась окраска раствора?

Чувствительность этой реакции можно повысить с помощью экстракции окрашенного комплекса $(NH_4)_2[Co(SCN)_4]$ органическим растворителем. Добавьте к полученному раствору несколько капель изоамилового спирта, взболтайте. Дождитесь разделения в пробирке водной и спиртовой фаз. Что при этом наблюдается?

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ

1. Составьте уравнения реакций первичной и вторичной диссоциаций гексаамминкобальта (II), гексаамминникеля (II), тетраамминмеди (II). Запишите формулы для константы нестойкости.

2. Для открытия ионов Ni^{2+} с помощью диметилглиоксима при реакции на капельной пластинке предел обнаружения Ni^{2+} – 0,16 мкг; в пробирке можно обнаружить 1,4 мкг Ni^{2+} в 1 мл. Предел обнаружения можно уменьшить до 0,015 мкг, если каплю анализируемого раствора нанести на фильтровальную бумагу, пропитанную диметилглиоксимом. Если осадок диметилглиоксимата никеля (II) флотируется на границе раздела фаз «вода – изоамиловый спирт», то предел обнаружения ионов Ni^{2+} понижается до 0,002 мкг. Определите минимальную молярную концентрацию ионов Ni^{2+}, открываемых каждым из способов.

3. Окисление тиосульфат-ионов ионами железа (III) ускоряется в присутствии ионов меди (каталитическая реакция). Время обесцвечивания тиоцианата железа (III) тиосульфатом натрия в отсутствие меди около двух минут. В присутствии ионов Cu^{2+} раствор тиоцианата железа (III) обесцвечивается мгновенно. Предел обнаружения меди – 0,02мкг в 1 мл. Определите минимальную молярную концентрацию ионов Cu^{2+}, соответствующую этому пределу обнаружения.

Лабораторная работа № 3

КАЧЕСТВЕННЫЕ РЕАКЦИИ НА ИОНЫ $A1^{3+}$, Cr^{3+}, Zn^{2+}

Цель работы: познакомиться с качественными реакциями на ионы **$A1^{3+}$, Cr^{3+}** и **Zn^{2+}**, научиться использовать амфотерность их гидроксидов в химическом анализе, определить наиболее подходящие реакции для открытия каждого иона.

Для проведения каждой качественной реакции необходимо соблюдать определенные условия, основные из которых: *pH*-среды; температура; концентрации реагентов; присутствие определенных веществ; отсутствие мешающих ионов или веществ. Для протекания многих реакций необходима среда с определенным значением *pH* водного раствора. Значение *pH* можно контролировать с помощью индикаторов или прибора *pH*-метра. Для поддержания нужного значения *pH* при необходимости используют соответствующие буферные растворы.

Буферные растворы — это растворы, способные сохранять постоянное значение *pH* при разбавлении водой или добавлении к ним определенного количества сильных кислот или оснований. В состав буферной смеси входят в определенном количественном соотношении слабые кислоты и их соли с сильными основаниями или слабые основания и их соли с сильными кислотами.

Амфотерность гидроксидов алюминия, цинка и хрома (III) позволяет отделять их от остальных катионов действием растворов щелочей различной концентрации.

Опыт 1. Действие щелочей на катионы $A1^{3+}$, Cr^{3+}, Zn^{2+}

В три пробирки налейте по 1 мл растворов хлоридов алюминия, хрома и цинка, добавьте по несколько капель очень разбавленного раствора щёлочи в каждую пробирку до образования нерастворимых гидроксидов. Составьте уравнения реакций. Подействуйте на каждый полученный осадок избытком щёлочи до полного растворения, составьте уравнения реакций образования тетрагидроксоалюмината, тетрагидроксоцинката и гексагидроскохромата натрия.

Опыт 2. Действие раствора аммиака на ионы $A1^{3+}$, Cr^{3+}, Zn^{2+}

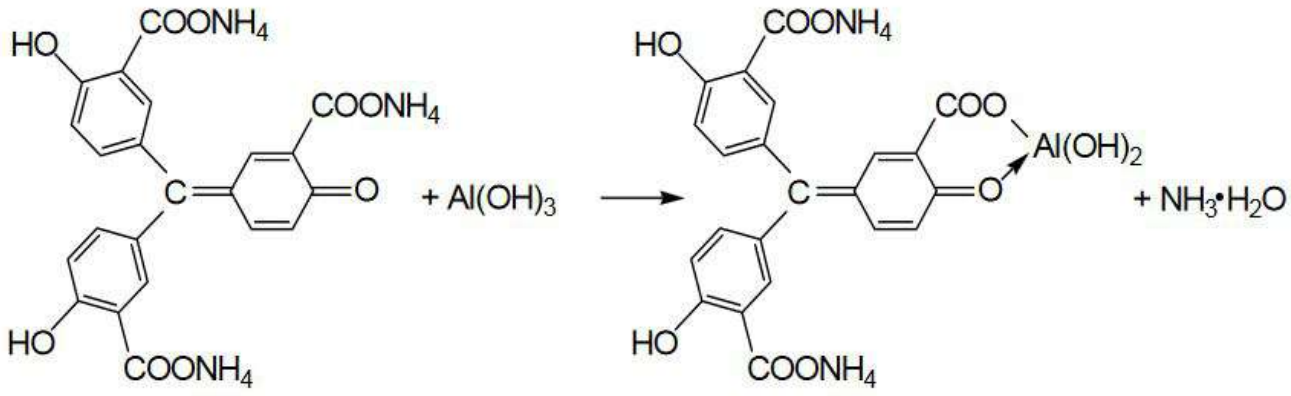
В три пробирки налейте по 1 мл растворов хлоридов алюминия, хрома и цинка, добавьте по 1 мл разбавленного раствора аммиака в каждую пробирку. Сравните полученные осадки с осадками из первого опыта. Составьте уравнения реакций образования соответствующих гидроксидов.

Проверьте действие избытка концентрированного гидроксида аммония на полученные осадки. Какие гидроксиды растворяются частично или полностью? Составьте реакцию комплексообразования, учитывая, что в образующихся аммиакатных комплексах координационное число каждого комплексообразователя вдвое больше, чем модуль его степени окисления.

Опыт 3. Реакция ионов алюминия с алюминоном

В пробирку поместите 3–4 капли раствора соли алюминия, при необходимости 2–3 капли раствора уксусной кислоты и 3–5 капель 0,01 % раствора алюминона ($C_{21}H_{11}O_9$ $(NH_4)_3$). Смесь нагрейте на

водяной бане, добавьте несколько капель раствора аммиака до щелочной реакции и выпадения красного хлопьевидного осадка алюминиевого лака.



Опыт 4. Реакция ионов цинка с желтой кровяной солью

В пробирке к 1 мл раствора $ZnCl_2$ добавьте 1 мл раствора гексацианоферрата (II) калия. Наблюдайте выпадение белого осадка $K_2Zn_3[Fe(CN)_6]_2$. Составьте уравнение этой реакции ионного обмена.

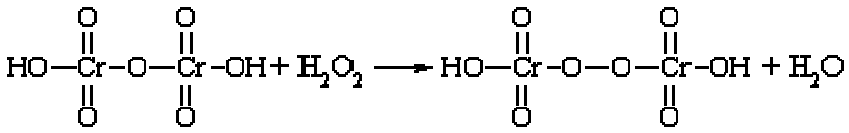
Опыт 5. Восстановительные свойства ионов хрома (III)

В пробирку поместите 2–3 капли раствора соли хрома(III), прибавьте 4–5 капель 2 моль/л раствора щёлочи NaOH до растворения осадка, и 2–3 капли 3 % раствора перекиси водорода H_2O_2. Нагревайте до изменения зеленой окраски раствора на желтую (цвет хромат-ионов CrO_4^{2-}). Составьте уравнение окислительно-восстановительной реакции, расставьте коэффициенты методом электронно-ионного баланса.

Опыт 6. Образование надхромовой кислоты

К жёлтому раствору хромата натрия, полученному в предыдущем опыте, прибавьте 5 капель пероксида водорода H_2O_2, ~0,5 мл изоамилового спирта, тщательно перемешайте и прибавьте по каплям раствор серной кислоты (1 моль/л). Верхний органический слой окрашивается в интенсивно синий цвет за счёт экстракции образовавшейся надхромовой кислоты H_2CrO_6. Запишите уравнение реакции, протекающее через образование дихромовой кислоты и её последующее окисление перекисью водорода:

$$2Na_2CrO_4+2H_2SO_4 \rightarrow H_2Cr_2O_7+2Na_2SO_4+H_2O$$



$$H_2Cr_2O_8 + 3\ H_2O_2 \leftrightarrow 2\ H_2CrO_6 + 2\ H_2O$$

Составьте электронно-ионный баланс для этой реакции.

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ

1. Составьте уравнения первичной и вторичной диссоциации солей, полученных в первом опыте: тетрагидроксоалюмината, тетрагидроксоцинката и гексагидроскохромата натрия.

2. Напишите выражение константы нестойкости для комплексных ионов тетраамминцинка и гексаамминхрома, полученных во втором опыте.

3. Напишите уравнения диссоциаций хромовой, дихромовой и надхромовой кислот.

Лабораторная работа № 4

РАЗДЕЛЕНИЕ И ОБНАРУЖЕНИЕ КАТИОНОВ Ag^{+}, Pb^{2+}, Hg^{2+} МЕТОДОМ ОСАДОЧНОЙ БУМАЖНОЙ ХРОМАТОГРАФИИ

Цель работы: познакомиться с разделением и идентификацией катионов методом бумажной хроматографии

Хроматография – физико–химический метод разделения веществ, основанный на использовании сорбционных процессов в динамических условиях.

Анализируемые компоненты распределяются между подвижной и неподвижной фазами. Неподвижной фазой служит твердое вещество – сорбент. Подвижной фазой является жидкость или газ, протекающий через неподвижную фазу – элюент. Элюент в процессе хроматографирования перемещается вдоль сорбента, так что частицы анализируемых веществ могут многократно переходить из подвижной фазы в неподвижную и наоборот. Разделение веществ с помощью хроматографии основано на различном сродстве разделяемых компонентов к подвижной и неподвижной фазам.

Бумажная хроматография – вид хроматографии, в котором носителем неподвижного растворителя служит очищенная от примесей фильтровальная бумага. Подвижная фаза продвигается вдоль листа бумаги, главным образом за счет капиллярных сил. Бумажная хроматография отличается простотой, экспрессностью, наглядностью разделения, высокой чувствительностью (можно определить 10–20 мкг вещества с точностью 5–7 %).

Опыт 1. Подготовка фильтровальной бумаги

Два фильтра «синяя лента» диаметром 45 мм смочите 5 %-м раствором йодида калия, опуская фильтры в раствор пинцетом. Высушите фильтры на воздухе в чашке Петри.

Опыт 2. Получение первичной осадочной хроматограммы

В центр каждого высушенного фильтра нанесите пипеткой каплю анализируемой смеси катионов Ag^+, Hg^{2+} и Pb^{2+}, после её полного впитывания нанесите еще одну, дайте ей впитаться. Катионы анализируемой смеси вступают в реакцию с KI, которым пропитан фильтр, образуя осадочную хроматограмму, зоны которой имеют цвета осадков AgJ (жёлтый), HgJ_2 (оранжевый), PbJ_2 (ярко-желтый).

Полученные хроматограммы необходимо промыть дистиллированной водой. Для промывания хроматограмм нанесите на фильтры 2–3 капли дистиллированной воды, внося каждую последующую каплю после впитывания предыдущей до увеличения размера зон в два–три раза. Высушите обе осадочные хроматограммы, заполните табл. 1, составьте уравнения реакций образования осадков.

Таблица 1

Первичная хроматограмма смеси катионов Ag^+, Hg^{2+}, Pb^{2+}

Зона адсорбции	Цвет зоны	Ион
1. Первая – хорошая адсорбция (в центре фильтра)		
2. Вторая – средняя адсорбция		
3. Третья – плохая адсорбция (края фильтра)		

Опыт 3. Получение проявленной осадочной хроматограммы

Анализируя первичную хроматограмму, легко определить катионы Hg^{2+} (оранжевая зона в центре) и Pb^{2+} (ярко-желтая зона по периферии). Бледно-желтая окраска AgJ либо видна плохо (из-за маскировки оранжевым HgJ_2 и ярко-желтым PbJ_2), либо не видна совсем. Для того, чтобы явно видеть зону серебра, первичную хроматограмму на одном из фильтров необходимо проявить.

Для проявления хроматограммы внесите в центр фильтра каплю раствора NaOH. При этом йодид свинца растворится в NaOH с образованием бесцветного плюмбита натрия Na_2PbO_2, йодид ртути останется неизменным, бледно-жёлтое пятно йодида серебра постепенно почернеет вследствие превращения гидроксида серебра (I) в оксид серебра (I), который затем разложится до свободного серебра.

Заполните табл. 2, составьте уравнения всех протекающих при проявке первичной хроматограммы реакций.

Таблица 2

Вторичная хроматограмма смеси катионов Ag^+, Hg^{2+}, Pb^{2+}

Зона адсорбции	Цвет зоны	Ион
1. Первая – хорошая адсорбция (в центре фильтра)		
2. Вторая – средняя адсорбция		
3. Третья – плохая адсорбция (край фильтра)		

По результатам работы сделайте вывод об эффективности метода бумажной хроматографии для дробного открытия катионов Ag^{+}, Hg^{2+}, Pb^{2+} при их совместном присутствии.

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ

1. Какие процессы лежат в основе хроматографического анализа?

2. Вычислите ПР йодида свинца (II), если известно, что растворимость его равна 0,03 г на 0,1 кг воды.

3. Выпадет ли осадок при взаимодействии равных объемов растворов $AgNO_3$ и KI, если концентрации обоих растворов 0,001 моль/л, а произведение растворимости йодида серебра ПР (AgI) =$8{,}3 \cdot 10^{-17}$.

4. В избытке йодида калия осадок йодида ртути (II) растворяется без изменения степеней окисления элементов с образованием комплексного соединения тетрайодомеркурата калия. Составьте уравнение этой реакции, а также уравнения первичной и вторичной диссоциаций полученного соединения, запишите выражение для константы нестойкости комплексного иона.

5. Оксид серебра (I) неустойчив на воздухе, поэтому он используется не в чистом виде, а в аммиачном растворе (реактив Толленса). При взаимодействии гидроксида аммония и оксида серебра (I) образуется гидроксид диамминсеребра (I). Составьте уравнение этой реакции, а также уравнения первичной и вторичной диссоциаций полученного соединения, запишите выражение для константы нестойкости комплексного иона.

6. Дайте определения терминам «элюент», «сорбент», «элюат», «подвижная фаза», «неподвижная фаза», «собрция», «десорбция».

Лабораторная работа № 5

ДРОБНОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ РАЗЛИЧНЫХ КАТИОНОВ

Цель работы: с помощью качественных реакций определить, какая соль находится в каждой пробирке.

Ход работы

В двенадцати пронумерованных пробирках находятся следующие растворы соли:

Раствор бесцветный	**Раствор может быть окрашенным**
Хлорид аммония	Сульфат меди (II)
Хлорид кальция	Хлорид кобальта (II)
Сульфат марганца (II)	Хлорид никеля (II)
Сульфат железа (II)	Хлорид хрома (III)
Хлорид цинка	Хлорид железа (III)
Хлорид алюминия	
Нитрат свинца (II)	

После получения у преподавателя нескольких пробирок (по вариантам 3–6 шт.,) составьте в тетради таблицу для записи результатов анализа:

Качественный анализ растворов, номер (№) (запишите номера пробирок)

Испытуемый раствор	Добавленный реагент	Наблюдение	Предполагаемый состав	Вывод
Опыт № 1 «Открытие окрашенных ионов»				
№ 13	отсуствует	Раствор розовый	Ионы Co^{2+}	
№ 13	NaOH	Выпал синий осадок, при добавлении избытка щёлочи стал розовым	CoOHCl $Co(OH)_2$	В пробирке был $CoCl_2$
Опыт № 2 «Действие щелочей»				
№ 14				

Опыт 1. Открытие окрашенных ионов

Опишите внешний вид растворов, сделайте предположения, какие растворы могут быть в каждой из пробирок, занесите их в таблицу. Наиболее вероятные предположения (для окрашенных растворов) проверьте с помощью соответствующих качественных реакций, взяв для анализа небольшую порцию испытуемого раствора. Составьте уравнения реакций, сделайте выводы.

Опыт 2. Действие щелочей на испытуемые растворы

Взяв пробы оставшихся исследуемых растворов (по 0,5 мл), подействуйте на них разбавленным раствором щёлочи, добавляя его по каплям. Занесите в таблицу аналитический сигнал: выделился запах аммиака, выпал неизменяющийся осадок, выпал осадок, растворимый в избытке щёлочи или темнеющий на воздухе. Обратите внимание, что гидроксид свинца $Pb(OH)_2$ проявляет амфотерные свойства, растворяясь в избытке щелочи с образованием плюмбита Na_2PbO_2, а светло-бежевый гидроксид марганца $Mn(OH)_2$ постепенно окисляется кислородом воздуха, что выглядит как потемнение раствора на границе с воздухом:

$$2\ Mn(OH)_2 + O_2 \rightarrow 2\ MnO_2\downarrow + 2\ H_2O.$$

Эту реакцию можно сделать более наглядной, ускорив процесс окисления с помощью перекиси водорода:

$$Mn(OH)_2 + H_2O_2 \rightarrow MnO_2\downarrow + 2\ H_2O.$$

Сделайте предположения о том, какие катионы находятся в пробирках. Проверьте предположения с помощью качественных реакций, для ионов Mn^{2+} кроме реакции с H_2O_2 можно использовать

ОВР с окислением марганца до розовых перманганат-ионов висмутатом натрия в сильнокислой среде:

$$2MnSO_4+5NaBiO_3+16HNO_3 \rightarrow$$

$$2HMnO_4+5Bi(NO_3)_3+NaNO_3+2Na_2SO_4+7H_2O.$$

Сделайте выводы, запишите уравнения выполненных реакций.

Опыт 3. Действие раствора аммиака на испытуемые пробы

Взяв пробы оставшихся исследуемых растворов (по 0,5 мл), подействуйте на них разбавленным раствором аммиака. Занесите в таблицу аналитический сигнал. Сделайте предположения о том, какие катионы находятся в пробирках. Проверьте предположения с помощью качественных реакций. Сделайте выводы, запишите уравнения выполненных реакций.

Опыт 4. Открытие неокрашенных ионов

Взяв пробы оставшихся исследуемых растворов (по 0,5 мл), проведите качественный анализ на катионы, которые остались не открытыми. Сделайте выводы, запишите уравнения выполненных реакций.

ЗАДАНИЯ ДЛЯ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ ПО ТЕМЕ «КАЧЕСТВЕННЫЕ РЕАКЦИИ В НЕОРГАНИЧЕСКОЙ ХИМИИ»

1. Две соли окрашивают пламя в фиолетовый цвет. Одна из них бесцветна, и при лёгком нагревании её с концентрированной серной кислотой отгоняется жидкость, в которой растворяется медь; последнее превращение сопровождается выделением бурого газа. При добавлении к раствору второй соли раствора серной кислоты жёлтая окраска раствора изменяется на оранжевую, а при нейтрализации полученного раствора щёлочью восстанавливается первоначальный цвет. Запишите формулу и название этого вещества. Составьте уравнения реакций, которые были проведены в процессе его распознавания.

2. В двух сосудах находятся растворы неизвестных веществ. При добавлении к раствору первого вещества хлорида бария выпадает осадок белого цвета, нерастворимый в воде и кислотах. Осадок белого цвета выпадает также и при добавлении раствора нитрата серебра к пробе, отобранной из второго сосуда. При нагревании пробы первого раствора с гидроксидом натрия выделяется газ с резким запахом. При взаимодействии второго раствора с хроматом натрия выпадает осадок жёлтого цвета. Напишите уравнения описанных реакций.

3. Действием концентрированной серной кислоты на белые кристаллы при нагревании получен газ. При пропускании этого газа через раствор нитрата серебра выпал белый творожистый осадок. Кристаллы окрашивают пламя спиртовки в жёлтый цвет. Какая соль была взята для реакции? Приведите её формулу и название. Запишите уравнения реакций, описанных в тексте.

4. Порошкообразное вещество белого цвета окрашивает пламя горелки в оранжево-красный цвет. При действии соляной кислоты «вскипает» с выделением тяжёлого газа без цвета и запаха. Это вещество способно растворяться в воде при одновременном пропускании избытка углекислого газа. Запишите формулу и название этого вещества. Составьте уравнения реакций, которые были проведены в процессе его распознавания.

5. Некоторое кристаллическое вещество, окрашивающее пламя в жёлтый цвет, хорошо растворяется в воде. При добавлении к этому раствору нитрата серебра выпадает жёлтый осадок, не растворимый в разбавленной азотной кислоте. При действии на исходный раствор бромной воды образуется коричневое окрашивание. Запишите формулу и название этого вещества. Составьте уравнения реакций, которые были проведены в процессе его распознавания.

6. Для определения качественного состава белый, нерастворимый в воде порошок с зеленоватым оттенком подвергли

термическому разложению, в результате которого образовалось два оксида. Один из них — порошок чёрного цвета, при добавлении к которому раствора серной кислоты и последующем нагревании образовался раствор голубого цвета. Про другой известно, что это газ тяжелее воздуха, без цвета и запаха, играющий важную роль в процессе фотосинтеза. Запишите химическую формулу и название вещества. Составьте уравнения реакций, которые были проведены в процессе исследования.

7. Для проведения исследования бесцветные кристаллы соли, которые при непродолжительном нахождении на воздухе приобрели голубой цвет, нагрели до выделение бурого газа и образование чёрного порошка. При пропускании над нагретым полученным порошком водорода наблюдалось появление красного налёта простого вещества — металла. Известно, что металл, образующий катион, входит в состав многих сплавов, например бронзы. Запишите химическую формулу и название исследованной соли. Составьте уравнения реакций, которые были проведены в процессе исследования его свойств.

8. Для изучения состава соли был взят раствор, который разделили на две части. К первой части этого раствора добавили хлорид натрия, в результате чего выпал белый осадок. При добавлении ко второй части раствора цинковой стружки образовались серые хлопья металла, катионы которого обладают дезинфицирующим свойством. Известно, что выданная соль

используется для изготовления зеркал и в фотографии, а её анион является составной частью многих минеральных удобрений. Запишите химическую формулу и название вещества. Составьте уравнения реакций, которые были проведены в процессе исследования.

9. Для изучения состава соли были взяты белые кристаллы хорошо растворимого в воде вещества, которое используется в хлебопечении и кондитерской промышленности в качестве разрыхлителя теста. В результате процесса термического разложения выданной соли образовались три вещества, два из которых при обычных условиях являются газами. При нагревании соли с гидроксидом натрия образуется газ, водный раствор которого используется в медицине под названием нашатырный спирт. Запишите химическую формулу и название вещества. Составьте уравнения реакций, которые были проведены в процессе исследования.

10. Для установления качественного состава была изучена соль тяжёлого металла, оксид которого используется в производстве хрустального стекла. При термическом разложении соли образуется оксид этого металла и два газообразных вещества: одно из них — газ бурого цвета, а другое — важнейший компонент воздуха. При приливании к раствору выданной соли раствора йодида калия выпадает осадок ярко-жёлтого цвета. Запишите

химическую формулу и название вещества. Составьте уравнения реакций, которые были проведены в процессе исследования.

11. Для определения качественного состава неизвестной соли азотной кислоты исследовали белое кристаллическое вещество. Это вещество при нагревании полностью разлагается без образования сухого остатка. При действии горячего раствора гидроксида натрия выделяется бесцветный газ с резким запахом, вызывающий посинение лакмусовой бумаги. Запишите формулу и название этого вещества. Составьте уравнения реакций, которые были проведены в процессе его распознавания.

12. В химической лаборатории хранится склянка с кристаллическим веществом белого цвета. При действии на него гидроксида натрия выделяется лёгкий, бесцветный газ с резким запахом, вызывающий посинение лакмусовой бумаги. При действии на него сильной кислоты выделяется бесцветный газ без запаха, вызывающий покраснение раствора лакмуса. При приливании к раствору этого вещества раствора гидроксида кальция выделяется нерастворимый в воде осадок. Запишите формулу и название этого вещества. Составьте уравнения реакций, которые были проведены в процессе его распознавания.

13. Кристаллическое вещество оранжевого цвета при нагревании значительно увеличивается в объёме за счёт выделения бесцветного газа и образует твёрдое вещество тёмно-зелёного

цвета. Выделившийся газ взаимодействует с литием даже при комнатной температуре. Продукт этой реакции гидролизуется водой с образованием газа с резким запахом, способного восстановить медь из её оксида. Запишите формулу и название этого вещества. Составьте уравнения реакций, которые были проведены в процессе его распознавания.

14. Для исследования свойств неизвестного вещества его концентрированный раствор разделили на две части. В пробирку с одной частью раствора поместили медную проволоку. При этом наблюдалось выделение бурого газа и растворение меди. При добавлении к другой части раствора силиката натрия наблюдалось образование бесцветного студенистого осадка. Запишите формулу и название этого вещества. Составьте уравнения реакций, которые были проведены в процессе его распознавания.

15. Для определения качественного состава неизвестной соли исследовали раствор голубого цвета. При добавлении горячего раствора сильной кислоты выделился газ с резким запахом жжёной резины, окрашивающий лакмус в красный цвет. При добавлении раствора аммиака сначала выпал голубой осадок, который затем растворился в избытке аммиака с образованием фиолетового раствора. Запишите формулу и название этого вещества. Составьте уравнения реакций, которые были проведены в процессе его распознавания.

16. Для определения качественного состава неизвестной соли исследовали её раствор желтоватого цвета. При добавлении раствора сильной кислоты появился резкий запах уксуса. При добавлении роданида аммония раствор приобрёл кроваво-красную окраску. Запишите формулу и название этого вещества. Составьте уравнения реакций, которые были проведены в процессе его распознавания.

17. Для определения качественного состава неизвестной соли исследовали её бесцветный раствор. При добавлении раствора разбавленной серной кислоты выделился газ с запахом тухлых яиц и выпал белый осадок, не растворимый в кислотах. При взаимодействии порции исходного раствора с хроматом натрия выпадает осадок жёлтого цвета. Запишите формулу и название этого вещества. Составьте уравнения реакций, которые были проведены в процессе его распознавания.

18. Для определения качественного состава было выдано кристаллическое вещество — средняя соль многоосновной кислоты, катион которой не является ионом металла. При взаимодействии данного вещества с гидроксидом натрия выделяется газ с резким раздражающим запахом, а при приливании к раствору выданного вещества раствора нитрата серебра выпадает осадок жёлтого цвета. Запишите формулу и название этого вещества. Составьте уравнения реакций, которые были проведены в процессе его распознавания.

19. Для определения качественного состава студентам было выдано бесцветное кристаллическое вещество — соль. К одной части раствора исследуемой соли прилили раствор нитрата серебра, в результате чего выпал осадок жёлтого цвета. А при добавлении к другой части раствора карбоната натрия выпал белый осадок. Известно, что катион этой соли образован щёлочно-земельным металлом, входящим в состав костной ткани человека. Анион этой соли состоит из атомов химического элемента, образующего простое вещество, спиртовой раствор которого используется в качестве дезинфицирующего средства. Запишите формулу и название этого вещества. Составьте уравнения реакций, которые были проведены в процессе его распознавания.

20. При определении качественного состава неизвестного кристаллического вещества белого цвета было установлено, что его раствор взаимодействует с раствором гидроксида калия с образованием осадка. А при добавлении к раствору исследуемого вещества раствора нитрата бария выпадает осадок белого цвета, не растворимый в кислотах. Известно, что катион металла, входящий в состав данного соединения, входит в состав хлорофилла. Этот металл ранее применялся также в фотографии для получения вспышки. Запишите формулу и название этого вещества. Составьте уравнения реакций, которые были проведены в процессе его распознавания.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

Алексеев В. Н. Качественный химический полумикроанализ. М.: Химия. 1973. 584 с.

Глинка Н. Л. Общая химия: учебник / под ред. В. А. Попкова, А. В. Бабкова. 18-е изд., перераб. и доп. М.: Изд-во «Юрайт»; ИД «Юрайт», 2011. 886 с.

Гринвуд Н., Эршно А. Химия элементов (в 2 томах): учебник. Изд-во «Бином. Лаборатория знаний», 2015. 1280 с.

Карапетьянц М. Х., Дракин С. И. Общая и неорганическая химия: учебник. 5-е изд. Изд-во Книжный дом «Либроком» 2015. 592 с.

Крешков А. П. Основы аналитической химии. Ч. 1. Теоретические основы. Качественный анализ. М.: Химия. 1970. 460 с.

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ……..……..…...3
Лабораторная работа № 1. КАЧЕСТВЕННЫЕ РЕАКЦИИ НА КАТИОНЫ ЖЕЛЕЗА.....6
КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ…….……9
Лабораторная работа № 2. КАЧЕСТВЕННЫЕ РЕАКЦИИ НА ИОНЫ Co^{2+}, Ni^{2+} И Cu^{2+}……..…….10
КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ……...…14
Лабораторная работа № 3. КАЧЕСТВЕННЫЕ РЕАКЦИИ НА ИОНЫ $A1^{3+}$, Cr^{3+}, Zn^{2+}…….…..…15
КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ……...…18
Лабораторная работа № 4. РАЗДЕЛЕНИЕ И ОБНАРУЖЕНИЕ КАТИОНОВ Ag^{+}, Pb^{2+}, Hg^{2+} МЕТОДОМ ОСАДОЧНОЙ БУМАЖНОЙ ХРОМАТОГРАФИИ……..…..…..…19
КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ……...…22
Лабораторная работа № 5. ДРОБНОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ РАЗЛИЧНЫХ КАТИОНОВ…….…….....23
ЗАДАНИЯ ДЛЯ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ ПО ТЕМЕ «КАЧЕСТВЕННЫЕ РЕАКЦИИ В НЕОРГАНИЧЕСКОЙ ХИМИИ»……..…….…..26
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ…….……..……...34

МИНОБРНАУКИ РФ

ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебно-методическому комплексу
_____ С.А.Упоров

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ И КОНТРОЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ К ЛАБОРАТОРНЫМ ЗАНЯТИЯМ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Б1.Б.1.13 ХИМИЯ

ЧАСТЬ 2

Специальность:
21.05.02 Прикладная геология

Специализация № 3:
Геология нефти и газа

форма обучения: очная

Автор: Смирнова, Н.Б., к.х.н., Сахарова, В.М., к.х.н.

Одобрены на заседании кафедры
Химии
(название кафедры)
Зав. кафедрой _____
(подпись)
д.т.н., проф. Амдур А.М.
(Фамилия И.О.)
Протокол № 7 от 02.034.2020
(Дата)

Рассмотрены методической комиссией
факультета геологии и геофизики
(название факультета)
Председатель _____
(подпись)
д.г.-м.н., проф. Бондарев В.И.
(Фамилия И.О.)
Протокол № 7 от 20.03.2020
(Дата)

Екатеринбург
2020

Методические указания и контрольные задания к дисциплине «ХИМИЯ», часть 2 согласованы с выпускающей кафедрой **литологии и геологии горючих ископаемых**

Заведующий кафедрой ЛГГИ _____ к.г.-м.н., С.А. Рыльков____

подпись *И.О. Фамилия*

РАБОТА 1. **Комплексные соединения**

Цель работы - познакомиться с методами получения комплексных соединений и их свойствами.

Широко распространены среди минералов комплексные соединения. Комплексные соединения содержат катионный, анионный или нейтральный комплекс, состоящий из центрального атома или иона и связанных с ним молекул или ионов лигандов. Центральный атом - комплексообразователь - обычно представляет собой акцептор, а лиганды - доноры электронов, и при образовании комплекса между ними возникает донорно-акцепторная, или координационная связь. Комплексообразователь и лиганды образуют внутреннюю сферу комплексного соединения, которая в растворах сохраняет индивидуальность, хотя может иметь место и диссоциация. За счет устойчивости внутренней сферы можно перевести в водный раствор малорастворимые минералы. Например, кераргирит **AgCl,** плохо растворимый в воде, растворяется под действием насыщенного раствора хлорида натрия

$$\mathbf{AgCl + NaCl = Na[AgCl_2].}$$

Шарпит $\mathbf{UO_2CO_3H_2O}$ переходит в насыщенный раствор соды, образуя $\mathbf{Na_4[UO_2(CO_3)_3]}$.

Нантокит растворяется при обработке концентрированным раствором гидроксида аммония:

$$\mathbf{CuCl + 2NH_4OH = [Cu(NH_3)_2]Cl + H_2O.}$$

Устойчивые комплексные соединения $K_3[Fe(CH)_6]$, $Na_2[Zn(OH)_4]$, $K_4[Fe(CH)_6]$ и др. служат в качестве подавителей флотации при обогащении руд. Образование комплексных соединений происходит при умягчении воды, при защите металлов от коррозии и многих других процессах, использующихся в горнодобывающей и горноперерабатывающей промышленности.

В водных растворах комплексные соединения полностью распадаются на ионы внутренней и внешней сферы

$$\mathbf{[Cu(NH_3)_2]Cl = [Cu(NH_3)_2]^+ + Cl^-}.$$

Комплексные ионы диссоциируют только частично, ведут себя как слабые электролиты

$$\mathbf{[Cu(NH_3)_2]+ \leftrightarrow Cu^+ + 2NH_3.}$$

Константа равновесия этого процесса называется константой нестойкости **($K_н$)**:

$$K_{\text{Н}} = \frac{C_{Cu^+} \cdot C^2_{NH_3}}{C_{[Cu(NH_3)_2]^+}}.$$

Чем устойчивее комплексный ион в растворе, тем меньше величина константы нестойкости.

Опыт 1. Диссоциация сульфата железа - аммония

Налить в три пробирки по 2-3 мл раствора соли **$NH_4Fe(SO_4)_2$.** В первую пробирку добавить несколько капель раствора тиоцианата калия **KSCN**. **О** наличии, какого иона в растворе свидетельствует появление характерной красной окраски?

Во вторую пробирку добавьте несколько капель 30% -ного раствора щелочи. Слегка нагреть. Какой ион образует бурый осадок, а какой обусловливает появление запаха аммиака? В третью пробирку добавить 1 мл хлорида бария. Какая соль вы падет в осадок?

На три вышеприведенных вопроса ответить, записав четыре уравнения реакций в ионном виде.

Составить уравнение диссоциации исследуемой соли и сделать вывод, какой солью, двойной или комплексной, она является.

Опыт 2. Диссоциация гексацианоферрата (III) калия

Составить уравнение диссоциации гексацианоферрата (III) калия. Налить в две пробирки по 1 мл раствора этой соли. В одну из них добавить несколько капель щелочи, в другую - тиоцианата калия. Записать в ионном виде отсутствие взаимодействия комплексного иона со щелочью в первой пробирке и с тиоцианатом - во второй.

Почему в растворе не обнаружено иона железа (III)? Сделайте вывод, какой солью, двойней или комплексной, является исследуемое вещество. Написать математическое выражение для константы нестойкости комплексного иона.

Опыт 3. Получение сульфата тетраамминмеди (II)

Налить в пробирку 1-2 мл раствора сульфата меди и по каплям добавить раствор аммиака до выпадения осадка основной соли меди **$(CuOH)_2SO_4$.** Написать уравнение реакции образования этой соли в молекулярном и ионном виде.

Прилить избыток 5-6 мл гидроксида аммония. Наблюдать растворение **$(CuOH)_2SO_4$** и образование фиолетового раствора, содержащего комплексный ион тетраамминмеди (II) **$[Cu(NH_3)_4]^{2+}$.**

Написать уравнение реакции образования комплексных солей $[Cu(NH_3)_4]SO_4$ и $[Cu(NH_3)_4](OH)_2$ в молекулярном и ионном виде.

Опыт 4. Получение тетраиодомеркурата (II) **калия**

Налить в пробирку 3-4 капли раствора нитрата ртути (II) и добавить по каплям раствор иодида калия до появления ярко-красного осадка иодида ртути.

Дальнейшее прибавление иодида калия вызывает растворение осадка и образование бесцветного раствора комплексной соли $K_2[HgI_4]$

Написать уравнения образования и растворения осадка в молекулярном и ионном виде.

Опыт 5. Получение соединения, содержащего в **молекуле комплексный катион и комплексный анион**

В пробирку внести 2-3 мл раствора гексацианоферрата (II) калия и 3-4 мл раствора сульфата никеля. К полученному осадку гексацианоферрата (II) никеля добавить раствор гидроксида аммония до полного растворения осадка. Наблюдать образование бледно-лиловых кристаллов соли $[Ni(NH_3)_6]$ $[Fe(CN)_6]$. Написать в ионном виде уравнения реакций образования осадка и растворения осадка.

Опыт 6. **Растворение осадков за счет процесса комплексообразования**

Процессы комплексообразования вызывают уменьшение равновесной концентрации ионов в насыщенном растворе малорастворимого соединения. Это смещает равновесие в системе раствор - осадок и вызывает растворение осадка.

а) Налить в пробирку 1 мл концентрированного раствора хлорида кальция, добавить 2 мл раствора сульфата натрия. Наблюдать выпадение осадка при встряхивании. Написать уравнение реакции в ионном виде.

Полученный осадок сульфата кальция растворить в насыщенном растворе сульфата аммония. Написать уравнение реакции растворения $CaSO_4$ (в молекулярной и ионной форме) в результате образования комплексной соли $(NH_4)_2[Ca(SO_4)_2]$.

б) Налить в пробирку 3-4 капли раствора соли цинка и добавить по каплям разбавленный раствор **NaOH** до выпадения осадка $Zn(OH)_2$ и последующего растворения его с образованием $[Zn(OH)_4]_2$. Написать уравнения реакций в молекулярном виде.

Опыт 7. Комплексные соединения в реакциях обмена

а) Налить в пробирку 1-2 мл раствора гексацианоферрата (II) калия $K_4[Fe(CN)_6]$ и добавить несколько капель раствора Fe^{3+}. Наблюдать образование осадка берлинской лазури $Fe_4[Fe(CN)_6]_3$.

б) Налить в пробирку 1-2 мл раствора гексацианоферрата (III) калия $K_3[Fe(CN)_6]_3$ и добавить несколько капель раствора, содержащего ион цинка. Отметить окраску осадка $Zn_3[Fe(CN)_6]_2$.

Написать молекулярные и ионные уравнения реакция. Сделать вывод об устойчивости комплексных ионов в реакциях обмена.

Контрольные вопросы и задания

1. Укажите внутреннею и внешнюю сферы, комплексообразователь и лиганды в следующих комплексных соединениях:

$K_3[Co(C_2O_4)_3]$, $[Zn(NH_3)_4](NO_3)_2$, $[Cr(CO)_6]$,

$Na_3[FeF_6]$, $[Ti(H_2O)_6]Cl_3$, $H[AuCl_4]$, $[Cr(C_6H_6)_2]$.

2. Определите степень окисления и координационное число комплексообразователя в следующих комплексных соединениях:

$Al[BH_4]_3$, $[Pt(NH_3)_2Cl_2]$, $K_2[CuCl_4]$,

$[Cr(H_2O)_6]Cl_3$, $Rb_2[SnCl_6]$, $Na[Au(CN)_2Cl_2]$,

$[Co(NH_3)_5Br]SO_4$, $Ca[Cr(NH_3)_2(SCN)_4]$, $[Ir(NH_3)_3Cl_3]$.

3. Объясните, какое основание является более сильным и почему: $Ni(OH)_2$ или $[Ni(NH_3)_4](OH)_2$? Какая кислота сильнее **HCN** или $H[Ag(CN)]_2$?

4. Степень гидролиза какой соли больше и почему: **KCN** или **K[Ag(CN)]2**

5. Объясните уменьшение растворимости $PbCl_2$ в воде при добавлении разбавленной **HCl** и увеличение растворимости этого осадка при добавлении концентрированной **HCl**.

6. Сколько молей **AgCl** осаждается при добавлении нитрата серебра к раствору $[Co(NH_3)_5ClICl_2$ в расчете на моль имеющегося кобальта?

РАБОТА 2. Определение молярной массы эквивалента

Цель работы - усвоить одно из важнейших химических понятий - понятие об эквиваленте - и научиться определять молярную массу эквивалента вещества.

Молярная масса - отношение массы вещества к количеству вещества:

$$M = \frac{m}{\nu} \qquad (1)$$

где M - молярная масса вещества; m - масса вещества; ν - количество вещества.

Например, М **(**O**)** =16 г/моль; М (O_2) = 32 г/моль.

Эквивалент (Э) **-** это частица вещества, которая может замещать**,** присоединять, высвобождать или каким-либо другим образом эквивалентна одному иону водорода в ионообменных реакциях или одному электрону в окислительно-восстановительных реакциях.

Для определения состава эквивалента вещества необходимо исходить из конкретной реакции. Например:

$$\mathbf{Cu(OH)_2 + 2HCl = CuCl_2 + 2H_2O;}$$

$$\mathbf{Cu(OH)_2 + 2H^+ = Cu^{2+} + 2H_2O.}$$

В данной реакции один ион водорода эквивалентен 1/2 моль $\mathbf{Cu(OH)_2}$, поэтому эквивалент $\mathbf{Cu(OH)_2}$ равен половине его молекулы.

Фактор эквивалентности (*f*) - число, обозначающее, какая доля от реальной частицы эквивалентна одному иону водорода или одному электрону. Например, в рассмотренном случае фактор эквивалентности**:** $\mathbf{f(Cu(OH)) = 1/2}$.

Для оснований фактор эквивалентности определяется количеством гидроксильных ионов $\mathbf{(OH^-)}$, которые могут быть замещены либо замещаются в конкретной реакции на кислотные остатки.

Например**,** $\mathbf{f(Fe(OH)_3) = 1/3}$, но в конкретных реакциях может проявляться неполная кислотность основания и необходимо определять конкретный фактор эквивалентности:

$$\mathbf{Fe(OH)_3 + 2HCl = FeOHCl_2 + 2H_2O\ ;\quad f(Fe(OH)_3) = 1/2\ ;}$$

$$\mathbf{Fe(OH)_3 + HCl = Fe(OH)_2Cl + H_2O;\ \ f(Fe(OH)_3) = 1}.$$

Для кислот фактор эквивалентности определяется количеством ионов водорода, которые могут быть замещены либо замещаются в конкретной реакции на катионы металла.

Например, $\mathbf{f\ (H_2SO_4) = 1/2}$, так как в молекуле серной кислоты два иона водорода могут быть замещены на катион металла, но в реакции

$$\mathbf{H_2SO_4 + NaOH = NaHSO_4 + H_2O;\quad f\ (H_2SO_4) = 1}$$

фактор эквивалентности серной кислоты равен 1.

Фактор эквивалентности кислотного оксида равен фактору эквивалентности соответствующей ему кислоты. Так, фактор эквивалентности оксида углерода (IV) (CO_2) равен 1/2, так как ему соответствует угольная кислота $\mathbf{(H_2CO_3)}$.

Но в конкретной реакции фактор эквивалентности определяется количеством эквивалентов реагирующего с оксидом вещества. Так в реакции:

$$CO_2 + NaOH = NaHCO_3; \quad f(CO_2) = 1$$

Фактор эквивалентности соли и основного оксида определяется произведением степени окисления металла на количестве атомов металла в молекуле. Например:

$$f(Al_2O_3) = 1/(2\cdot 3) = 1/6; \qquad f(FeCl_3) = 1/(1\cdot 3) = 1/3.$$

Зная фактор эквивалентности и молярную массу вещества, можно рассчитать молярную массу эквивалента (Э) данного вещества, которую часто для краткости называют эквивалентом

$$Э = f \cdot M, \tag{2}$$

Понятие эквивалента является одним из важнейших в химии, так как позволяет проводить количественные расчеты при взаимодействии веществ, пользуясь законом эквивалентов: "Все вещества реагируют в строго эквивалентных соотношениях". Иными словами, если в химическую реакцию вступило эквивалентов одного вещества, то количество эквивалентов любого другого вещества вступившего с ним в реакцию, будет тоже. Так, 0.1 моль эквивалентов серной кислоты реагирует с 0.1 моль эквивалентов хлорида бария, или 0.1 моль эквивалентов нитрата свинца, или 0.1 моль эквивалентов гидроксида натрия, или 0.1 моль эквивалентов гидроксида меди и т. д.

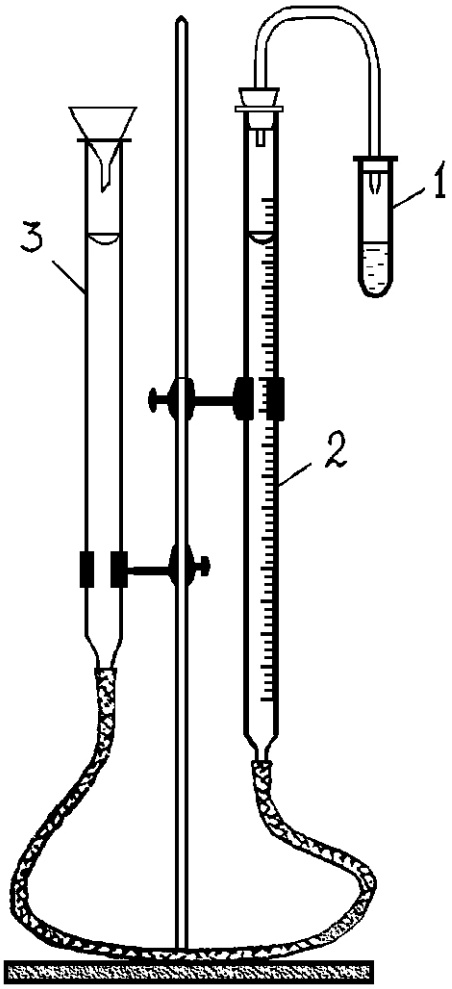
Количество эквивалентов вещества может быть рассчитано по формуле:

$$\nu_{(\text{эквивалентов})} = \frac{m_{(\text{в–ва})}}{Э_{(\text{в-ва})}} \tag{3}$$

Так как количества эквивалентов веществ, вступающих в реакцию, одинаково, то одной из формул, выражающих закон эквивалентов, может быть следующая:

$$\frac{m(\text{в - ва 1})}{Э(\text{в - ва 1})} = \frac{m(\text{в - ва 2})}{Э(\text{в - ва 2})} \tag{4}$$

Пользуясь этой формулой, можно практически определить молярную массу эквивалента вещества. Используемый метод основан на способности исследуемого вещества реагировать с кислотой: выделением газа (водорода или диоксида углерода). Работа проводится на приборе, изображенном на рисунке.



Прибор состоит из пробирки (1), бюретки (2) на 100 мл, заполненной водой или раствором хлорида натрия, стеклянной трубки и воронки (3), выполняющих роль уравнительного сосуда.

Пробирка соединена с бюреткой стеклянной трубкой, на концах надеты резиновые пробки, герметично закрывающие пробирку и бюретку. Нижний конец бюретки соединен с уравнительным сосудом резиновой "трубкой длиной 40-50 мм. Перед работой испытайте герметичность прибора. Для этого поднимите воронку на 15-20 см, закрепите ее в этом положении и наблюдайте в течение 1-3 минут за постоянством уровня жидкости в бюретке. Если уровень остается постоянным, то прибор герметичен.

Опыт 1. Определение эквивалента металла

Получите у лаборанта исследуемый металл. В пробирку налейте 5-6 мл 10 % -ного раствора соляной кислоты. Навеску металла заверните в небольшую полоску фильтровальной бумаги, верхнюю часть бумажки полученного фунтика смочите водой и приложите к внутренней части пробирки так, чтобы после того, как пробирка будет закрыта пробкой, этот фунтик на 1-3 см был ниже края пробирки и не касался кислоты. Убедитесь, что прибор вновь герметичен. Установите бюретку и воронку так, чтобы положение воды в них было точно на одном уровне, но не выше нулевой отметки. Отметьте и запишите положение мениска в бюретке (при этом глаз должен находиться на уровне мениска). Наклоняя пробирку, добейтесь того, чтобы кусочки металла упали на дно пробирки. Наблюдайте выделение водорода и вытеснение воды в уравнительный сосуд. Когда весь металл растворится, дайте пробирке остыть, приведите положение воды в бюретке и воронке к одному уровню и точно отметьте положение мениска в бюретке. Разность двух отсчетов - до и после реакции металла с кислотой - дает объем водорода (**V**), выделившегося при данных условиях (**T** и **P**).

Форма записи результатов опыта

Навеска металла	***m*, г**
Объем выделившегося водорода при данных условиях	**V, мл**
Температура опыта	**T**, К
Барометрическое давление	**P**, Па
Давление насыщенного водяного пара при температуре опыта	**h**, Па

Обработка результатов опыта

Пользуясь уравнением Менделеева-Клапейрона, рассчитайте массы выделившегося водорода:

$$m_{H_2} = \frac{\mathbf{P}_{H_2} \cdot \mathbf{V}_{H_2} \cdot \mathbf{M}_{H_2}}{\mathbf{T} \cdot \mathbf{R}}, \quad \text{г},$$

где $\mathbf{M}_{H_2}$ - молярная масса водорода, 2 г/моль; **T** - температура опыта, К; **R** - газовая постоянная - 8.31 Дж/моль К; $\mathbf{V}_{H_2}$ - объем выделившегося водорода, мл; $\mathbf{P}_{H_2}$ - парциальное давление водорода, Па, рассчитанное по формуле: $\mathbf{P}_{H_2}$ **= P - h,** где P - атмосферное давление, Па; **h** - давление насыщенного водяного пара при данной температуре, Па (см. таблицу 1)

Таблица 1

t, ^{0}C	**h**, Па	*t*, ^{0}C	**h**, Па	*t*, ^{0}C	**h**, Па
11	1306	16	1813	21	2490
12	1400	17	1933	22	2640
13	1493	18	2066	23	2813
14	1600	19	2200	24	2986
15	1706	20	2333	25	3173

По закону эквивалентов определите молярную массу эквивалента металла:

$$Э_{Me} = \frac{m_{Me}}{m_{H_2}} \cdot Э_{H_2}, \ \text{г/моль (экв)};$$

$$Э_{H_2} = \mathbf{f}_{H_2} \cdot \mathbf{M}_{H_2} = 1/2 \cdot 2 \text{ г/моль} = 1 \text{ г/моль}.$$

Узнайте у преподавателя степень окисления растворенного вами металла, определите, какой это металл, и по таблице Д И. Менделеева рассчитайте точную молярную массу эквивалента данного металла (**Э** точн.).

Определите относительную погрешность опыта:

$$\Delta = \frac{Э_{Me} - Э_{точн.}}{Э_{Me}} \cdot 100\% .$$

Контрольные вопросы и задания.

1. Почему при определении молярной массы соли в бюретку заливают не воду, а раствор поваренной соли?
2. Почему при определении объема выделившегося газа необходимо выравнивать уровни жидкости в бюретке и сообщающейся с ней трубке?
3. Какой оксид реагировал с 16г кислорода, если в реакцию вступило 64 грамма оксида, образованного элементом со степенью окисления 44, фактор эквивалентности оксида равен 1/2 ?
4. Определите эквивалент металла, 56 г которого прореагировали с раствором, содержащим 109.5 г соляной кислоты.
5. Зависит ли эквивалент химического элемента от степени окисления элемента или является постоянной величиной?

РАБОТА 3. Окислительно-восстановительные реакции

Цель работы - изучить окислительно-восстановительные свойства химических соединений, составить уравнения окислительно-восстановительных реакций, определить направление окислительно-восстановительных процессов по электродным потенциалам.

Окислительно-восстановительные процессы широко распространены в природе, они протекают в атмосфере и в магматических расплавах. Руды и минералы земной поверхности окисляются при воздействии $\mathbf{O_2}$, $\mathbf{CO_2}$ и влаги, выветриваются, образуя гидроксиды, карбонаты, сульфаты. Например, пирит разлагается во влажном воздухе

$$\mathbf{2FeS_2 + 2H_2O + 7H_2O = 2FeSO_4 + 2H_2SO_4}$$

с выделением серной кислоты. Растворы серной кислоты опускаются вниз, выделяя из сульфидов сероводород, который ниже уровня грунтовых вод в отсутствии кислорода восстанавливает серебро, мышьяк, висмут, медь.

Окислительно-восстановительные реакции сопровождаются перераспределением электронной плотности. Если частица отдает электроны, то степень окисления элемента повышается и он переходит в окисленную формы (ОФ), если принимает, то элемент переходит в восстановленную форму (ВФ). Обе формы составляют сопряженную окислительно-восстановительную пару. В каждой реакции участвуют две сопряженные пары:

$$\underset{\text{ОФ1}}{\mathbf{Cl_2}} + \underset{\text{ВФ}_2}{\mathbf{2I^-}} \rightarrow \underset{\text{ВФ}_1}{\mathbf{2Cl^-}} + \underset{\text{ОФ}_2}{\mathbf{I_2}}.$$

(окислитель) (восстановитель)

Окислительно-восстановительная способность атомов и ионов характеризуется величиной их окислительно-восстановительного (электродного) потенциала, φ^0 ОФ/ВФ - стандартный электродный потенциал.

Располагая значениями электродных потенциалов, можно определить возможность и направление окислительно-восстановительных реакций, зная правило: сопряженная пара с более положительной величиной электродного потенциала выступает в качестве окислителя, а с отрицательной - в качестве восстановителя.

Пример. В каком направлении могут самопроизвольно протекать реакции:

1) $\mathbf{2Fe^{3+} + 2I^- \leftrightarrow 2Fe^{2+} + I_2}$,

2) $\mathbf{2Fe^{3+} + 2Cl^- \leftrightarrow 2Fe^{2+} + Cl_2}$,

если известны величины стандартных потенциалов следующих пар:

ОФ/ВФ	$\mathbf{I_2/2I^-}$	$\mathbf{Fe^{3+}/\ Fe^{2+}}$	$\mathbf{Cl_2/2Cl^-}$
φ^0, **В**	**0.54**	**0.77**	**1.36**

Решение. Увеличение активности ОФ наблюдается с ростом алгебраической величины.

I_2, как ОФ с наименьшим значением, не может окислять ионы $\mathbf{Fe^{3+}}$ и $\mathbf{Cl^-}$**.** Ионы $\mathbf{Fe^{3+}}$ могут окислять иодид-ионы, не способны окислять ионы $\mathbf{Cl^-}$**.** $\mathbf{Cl_2}$ является ОФ пары с наибольшим значением φ^0 и служит окислителем для ионов $\mathbf{Fe^{2+}}$. Поэтому первая реакция протекает в прямом направлении, а вторая - в обратном:

1) $\mathbf{2Fe^{3+} + 2I^- = 2Fe^{2+} + I_2}$;

2) $\mathbf{2Fe^{2+} + Cl_2 = 2Fe^{3+} + 2Cl^-}$.

Опыт 1. Окислительные свойства нитрита натрия

В пробирку налейте 1 мл раствора иодида калия и столько же разбавленной серной кислоты, а затем - на кончике шпателя добавьте сухой соли нитрита натрия.

Отметьте выделение бесцветного газа **NO,** его побурение под действием кислорода воздуха, а также окраску образовавшегося раствора при выделении йода.

Напишите уравнение реакции на основе электронного баланса

$$\varphi^0\ \mathbf{I_2/2I^-} = 0.54\ \text{В}; \qquad \varphi^0\ \mathbf{NO_2^-/NO} = 0.99\ \text{В},$$

сравнивая эти потенциалы, решите, какая из двух пар будет играть роль восстановителя. Может ли в результате реакции образоваться диоксид азота?

Опыт 2. **Восстановительные свойства нитрита натрия**

Налейте в пробирку 1 мл раствора перманганата калия и добавьте на кончике шпателя сухой соли нитрита натрия до изменения окраски раствора. Составьте уравнение реакции, имея в виду, что перманганат-ион в нейтральной среде восстанавливается до диоксида марганца (IV), нитрит-ион окисляется до нитрат-иона, а среда становится щелочной (образуется **КОН)**

$$\varphi^0\ \mathbf{MnO_4^-/MnO_2} = +0.62\ \text{В}; \qquad \varphi^0\ \mathbf{NO_3^-/NO_2^-} = -0.01\ \text{В},$$

сравнивая эти потенциалы, решить, какая из двух пар будет играть роль окислителя.

Опыт 3. Образование окрашенных перманганат-ионов

Ионы **Mn** окисляются висмутатом натрия в азотнокислой среде с образованием перманганат-ионов:

$$\mathbf{MnSO_4 + NaBiO_3 + HNO_3 \rightarrow HMnO_4 + Bi(NO_3)_3 + NaNO_3 + Na_2SO_4 + H_2O}$$

К 1-2 каплям сульфата марганца добавляют 4-5 капель раствора азотной кислоты и на кончике шпателя висмутата натрия.

Реакция протекает без нагревания. Как объяснить появление малиновой окраски?

$$\varphi^0\ \mathbf{MnO_4^-/Mn^{2+}} = 1.51\ \text{В}; \qquad \varphi^0\ \mathbf{NaBiO_3/Bi^{3+}} = 1.8\ \text{В},$$

укажите окислитель и восстановитель.

Рассчитайте коэффициенты для проведенной реакции на основе электронного баланса.

Опыт 4. Окислительные свойства сульфита натрия

Налейте в пробирку 4-5 капель разбавленной серной кислоты, добавьте 2-3 капли раствора Na_2S и Na_2SO_4 на кончике шпателя. Наблюдать выделение серы в виде белой мути

$$Na_2SO_3 + Na_2S + H_2SO_4 \rightarrow S + Na_2SO_4 + H_2O.$$

Рассчитайте коэффициенты для этой реакции на основе электронного баланса

$$\varphi^0\ SO_3^{2-}/S = 0.45\ В; \qquad \varphi^0\ S/S^{2-} = -0.48\ В,$$

укажите окислитель и восстановитель.

Опыт 5. Окислительные свойства перманганата калия в различных средах

В три пробирки налить по 1 мл раствора перманганата калия.

В первую пробирку добавляют 1 мл разбавленной серной кислоты.

Во вторую пробирку наливают 1 мл воды.

В третью пробирку помешают 1 мл щелочи.

Затем в каждую пробирку засыпают по половине стеклянной ложечки сухой соли сульфита натрия.

В первой пробирке образуется ион Mn^{2+}

$$KMnO_4 + Na_2SO_3 + H_2SO_4 \rightarrow MnSO_4 + Na_2SO_4 + K_2SO_4 + H_2O.$$

Во второй пробирке получается диоксид марганца (IV)

$$KMnO_4 + Na_2SO_3 + H_2O \rightarrow MnO_2 + Na_2SO_4 + KOH.$$

В третьей пробирке восстановление протекает до MnO_4^{2-}

$$KMnO_4 + Na_2SO_3 + NaOH \rightarrow K_2MnO_4 + Na_2MnO_4 + Na_2SO_4 + H_2O.$$

Подберите коэффициенты для уравнений методом электронного баланса

$\varphi^0\ MnO_4^-/Mn^{2+} = 1.51$ В; $\varphi^0\ MnO_4^-/MnO_2 = 0.62$ В,

$\varphi^0\ MnO_4^-/MnO_4^{2-} = 0.56$ В; $\varphi^0\ SO_4^{2-}/SO_3^{2-} = 0.22$ В.

Установить, в какой среде перманганат калия является наиболее сильным окислителем.

Опыт 6. Окислительные свойства дихромата калия.

Налейте в пробирку 1-2 мл раствора $K_2Cr_2O_7$, столько же разбавлен-

ной серной кислоты и добавьте несколько кристаллов сульфата железа до изменения окраски раствора. Напишите уравнение реакции, учитывая, что Fe^{2+} окисляется до Fe^{3+} , дихромат-ион восстанавливается до Cr^{3+}

$$\varphi^0\ Cr_2O_7^{2-}/2Cr^{3+} = 1.33\ В; \qquad \varphi^0\ Fe^{3+}/Fe^{2+} = 0.77\ В.$$

Контрольные вопросы и задания

1. Какие из реакций являются окислительно-восстановительными, укажите для них окислитель, восстановитель и среду

$$Pb_3O_4 + 4HNO_3 = PbO_2 + 2Pb(NO_3)_2 + 2H_2O;$$
$$2MnO_2 + 3PbO_2 + 6HNO_3 = 2HMnO_4 + 3Pb(NO_3)_2 + 2H_2O;$$
$$2Na_2CrO_4 + H_2SO_4 = Na_2Cr_2O_7 + Na_2SO_4 + H_2O;$$
$$4KMnO_4 + 4KOH = 4K_2MnO_4 + O_2 + H_2O;$$
$$2KMnO_4 + H_2SO_4 = Mn_2O_7 + K_2SO_4 + H_2O.$$

2. Рассчитайте коэффициенты для реакций

$$Zn + NaAsO_2 + HCl = AsH_3 + ZnCl_2 + H_2O + NaCl;$$
$$CuS + HNO_3 = CuSO_4 + NO_2 + H_2O;$$
$$K_2MnO_4 + H_2O = KMnO_4 + MnO_2 + KOH;$$
$$KOH + Cl_2 = KClO_3 + KCl + H_2O.$$

3. Какие из приведенных реакций могут проткать самопроизвольно?

$$H_3PO_3 + 2AgNO_3 + H_2O = 2Ag + 2HNO_3 + H_3PO_4;$$
$$H_3PO_3 + Pb(NO_3)_2 + H_2O = Pb + 2HNO_3 + H_3PO_4;$$

$\varphi^0\ Ag^+/Ag = 0.8\ В$ $\varphi^0\ Pb^{2+}/Pb = -0.13\ В$ $\varphi^0\ H_3PO_4/H_3PO_3 = -0.28\ В.$

4. Укажите, какое из уравнений соответствует реальному протеканию химической реакции?

$$4N_2H_4 + 8HNO_3 = 5N_2 + 6NO_2 + 12H_2O;$$
$$N_2H_4 + 4HNO_3 = N_2 + 4NO_2 + 4H_2O;$$
$$2N_2H_4 + 16HNO_3 = N_2 + 18NO_2 + 12H_2O.$$

Литература

Карапетьянц М.Х., Дракин С.И. Общая и неорганическая химия. М.: Химия, 1992. - 588 с.

МИНОБРНАУКИ РФ

ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебно-методическому комплексу
_____ С.А.Упоров

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ И КОНТРОЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ К ЛАБОРАТОРНЫМ ЗАНЯТИЯМ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Б1.Б.1.13 ХИМИЯ

ЧАСТЬ 3

Специальность:
21.05.02 Прикладная геология

Специализация № 3:
Геология нефти и газа

форма обучения: очная

Авторы : Смирнова, Н.Б. к.х.н., Сахарова, В.М.к.х.н.

Одобрены на заседании кафедры
Химии
(название кафедры)
Зав. кафедрой _____
(подпись)
д.т.н., проф. Амдур А.М.
(Фамилия И.О.)
Протокол № 7 от 02.03.2020
(Дата)

Рассмотрены методической комиссией
факультета геологии и геофизики
(название факультета)
Председатель _____
(подпись)
д.г.-м.н., проф. Бондарев В.И.
(Фамилия И.О.)
Протокол № 7 от 20.03.2020
(Дата)

Екатеринбург
2020

Методические указания и контрольные задания к дисциплине «ХИМИЯ», часть 3 согласованы с выпускающей кафедрой **литологии и геологии горючих ископаемых**

Заведующий кафедрой ЛГГИ _____к.г.-м.н., С.А. Рыльков____

подпись *И.О. Фамилия*

Химия : руководство по выполнению лабораторных работ по дисциплине «Химия» для студентов всех профилизаций и направлений; Часть III / Н.Б. Смирнова, В.М. Сахарова; Уральская госуд. горно-геол. академия. Каф. химии. - Екатеринбург : Изд. УГГГА, 1995. - 16 с.

Руководство содержит описание трех лабораторных работ:

1. Гальванические элементы. 2. Электролиз водных растворов солей.
3. Электрохимическая коррозия металлов.

В руководстве приведены для каждой лабораторной работы краткие теоретические сведения, методические указания по провидению опытов, контрольные вопросы и задания для самостоятельного выполнения.

Руководство рассмотрено на заседания кафедры химии 7 сентября 1995 года. (протокол № 1) и рекомендовано для издания в УГГГА.

Рецензент: Н.Г.Кошель, доц., канд. хим. наук

© Уральская государственная горно-геологическая академия, 1995

Работа 1. ГАЛЬВАНИЧЕСКИЕ ЭЛЕМЕНТЫ

Цель работы - изучение электрохимических процессов, протекающих при работе гальванических элементов, расчет значений ЭДС гальванических элементов и величин энергии Гиббса по значениям электродных потенциалов.

Химические источники электрической энергии имеют широкое распространение, т.к. для многих современных машин, аппаратов и транспорта требуются автономные источники электрической энергии. Любое горное предприятие используют химические источники тока. Простейший пример химического источника тока - гальванический элемент.

В гальванических элементах протекают процессы превращения химической энергии окислительно-восстановительных реакций в электрическую.

Электрохимическая схема гальванического элемента.

$$Fe \mid FeSO_4 \parallel NiSO_4 \mid Ni \quad \text{или} \quad Fe \mid Fe^{2+} \parallel Ni^{2+} \mid Ni$$

Отрицательным полюсом (анодом) этого гальванического элемента является железо, поскольку его электродный потенциал меньше потенциала никеля.

$$(-)\ Fe \mid FeSO_4 \parallel NiSO_4 \mid Ni\ (+)$$

$$(-)\ Fe^{o} - 2e = Fe^{2+}$$

$$(+)\ Ni^{2+} + 2e = Ni^{o}$$

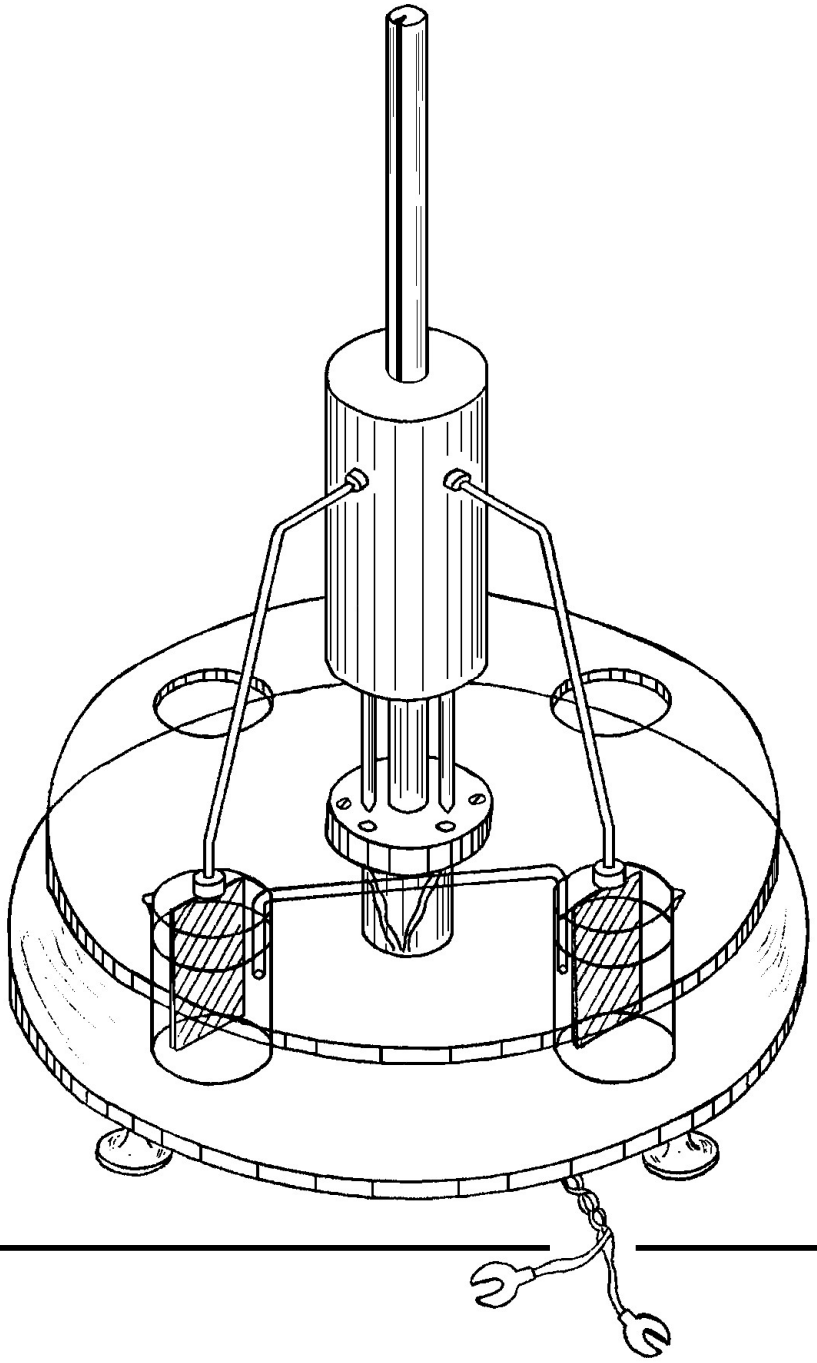
$$Fe^{o} + Ni^{2+} = Fe^{2+} + Ni^{o}$$

Электродвижущая сила(ЭДС) гальванического элемента определяется по равности электродных потенциалов: ЭДС = $\varphi_{(+)} - \varphi_{(-)}$, соответствующих процессам, протекающим на положительном и отрицательном полюсах гальванического элемента. Пользуясь таблицей стандартных электродных потенциалов, можно определить ЭДС этого гальванического элемента:

$$E = \varphi^0_{ок} - \varphi^0_{вос} = \varphi^0_{Ni^{2+}/Ni} - \varphi^0_{Fe^{2+}/Fe} = -0.25 - (-0.44) = 0.19\ В$$

Изменение энергии Гиббса ΔG^0_{298} связанно с ЭДС гальванического элемента соотношением $\Delta G^0_{298} = -nFE$, где n - число электронов, принима-

Общий вид установки для измерения электродвижущей силы гальванического элемента в рабочем состоянии



ющих участие в реакции; F - постоянная Фарадея (96500 Кл/моль); E - ЭДС гальванического элемента.

Опыт 1. Медно - цинковый гальванический элемент.

В два химических стаканчика налейте равные объемы растворов сульфата цинка (C_M = 1моль/л) и сульфата меди (C_M = 1моль/л). Опустите пластинки цинка и меди в растворы собственных солей. Растворы соедините электролитическим ключом - жидкостным мостиком, заполненным насыщенным раствором хлорида калия. Провода внешней цепи присоедините к гальванометру.

1. Напишите: электрохимическую схему полученного гальванического элемента; процессы, протекающие на отрицательном и положительном полюсах гальванического элемента; суммарную окислительно-восстановительную реакцию в ионной и молекулярной формах.
2. Укажите направление перехода электронов во внешней цепи.
3. По значениям электродных потенциалов рассчитайте ЭДС гальванического элемента.
4. Запишите показание гальванометра в вольтах (В) и сравните его с расчетным значением ЭДС.

Последующие опыты 2, 3 и 4 оформить по той же схеме (пункты 1-4).

Опыт 2. Медно-свинцовый гальванический элемент

Опустите в растворы собственных солей пластинки из меди и свинца. Концентрации растворов задаются преподавателем. Соедините растворы электролитическим ключом. Присоедините провода внешней цепи к гальванометру. Наблюдайте отклонение стрелки гальванометра, указывающее на возникновение электрического тока.

Опыт 3. Медно-кадмиевый гальванический элемент.

В один стаканчик налейте раствор сульфата кадмия (C_M = 1 моль/л), а в другой налейте раствор сульфата меди (C_M = 1 моль/л). Погрузите в эти растворы соответственно пластинки из кадмия и меди, соедините электролитическим ключом. Провода внешней цепи присоедините к гальванометру.

Опыт 4. Свинцово-цинковый гальванический элемент.

Налейте в два химических стаканчика равные объемы растворов солей свинца (II) и цинка, их концентрации задаются преподавателем. Опус-

тите в них соответственно пластинки свинца и цинка. С помощью электролитического ключа соедините растворы солей. Подключите во внешнюю цепь гальванометр.

Контрольные вопросы и задания.

1. Объясните, почему показания гальванометра отличаются от расчетного значения ЭДС?
2. Каким образом можно добиться возрастания ЭДС в гальванических элементах?
3. Какие изменения концентрации растворов солей на электроде - окислителе и электроде - восстановителе приводят к увеличению и уменьшению ЭДС?
4. Халькопирит ($\varphi = 0.42$ В) растворяется в природных водах чрезвычайно медленно. Почему при контакте с пиритом ($\varphi = 0.7$ В) этот процесс ускоряется?
5. Рассчитайте значение ЭДС и энергии Гиббса медно-цинкового гальванического элемента, если концентрация раствора сульфата цинка равна 0.5 моль/л, а концентрация сульфата меди равна - 2 моль/л.
6. Приведите примеры двух гальванических элементов, в одном из которых железо будет отрицательным полюсом (анодом), а в другом будет положительным полюсом (катодом).

Работа 2. ЭЛЕКТРОЛИЗ ВОДНЫХ РАСТВОРОВ СОЛЕЙ.

Цель работы - изучение электрохимических процессов, протекающих при электролизе водных растворов солей с инертным и растворимым анодами, запись процессов, происходящих на катоде и аноде.

Практически нет ни одной отрасли техники, где бы не применялся электролиз. При выполнении строительных работ проводят электрохимическую обработку глинистых грунтов, при обогащении полезных ископаемых прибегают к электрохимическому кондиционированию флотационной пульпы. В том случае, когда другие методы не обеспечивают необходимой степени очистки воды, используют электрохимическую обработку производственных сточных вод пропусканием через электрокоагуляторы с электродами из железа или алюминия.

При электролизе рассматриваются процессы на электродах: катоде, заряженном отрицательно, и аноде, заряженном положительно. Внешний

источник тока выполняет роль своеобразного электронного насоса, который “нагнетает” электроны на катод и “откачивает” электроны с анода. Когда потенциалы электродов достигают определенных значений, на них становится возможным заряд ионов или молекул из раствора - начинается электролиз.

Катодные процессы: На катоде в первую очередь протекает тот процесс восстановления, потенциал которого более положителен. При электролизе водных растворов на катоде выделяются все металлы, потенциалы которых положительнее, чем -1.0 В.

Если в растворе находятся лишь ионы металлов, более активных чем марганец, потенциалы которых отрицательнее, чем -1.0 В, на катоде выделяется водород из воды по реакции:

$$2H_2O + 2e = H_2 + 2OH^-.$$

Анодные процессы: на нерастворимых анодах из Pt, Ti, C происходит процесс окисления того восстановителя, потенциал которого более отрицателен. Практически: если в растворе имеются анионы I^-, Br^-, Cl^-, не содержащие кислород, то они окисляются с выделением I_2, Br_2, Cl_2, соответственно.

$$2Hal^- - 2e = Hal_2.$$

Если же в растворе имеются лишь ионы F^-, или анионы, содержащие кислород, потенциал которых больше 2.0 В, то на аноде выделяется кислород из воды по реакции:

$2H_2O - 4e = O_2 + 4H^+$ в кислой и нейтральной средах

$4OH^- - 4e = O_2 + 2H_2O$ в щелочной среде.

В зависимости от окисляемости материала анода различают процессы с растворимым и нерастворимым (инертным) анодом. Растворимые аноды (большинство металлов) в ходе электролиза окисляются, посылая свои ионы в раствор. Например: $Cu - 2e = Cu^{2+}$, $Ni - 2e = Ni^{2+}$. Инертные электроды при электролизе окислению не подвергаются. К числу наиболее распространенных инертных анодов относятся электроды из платины, графита, титана.

Примеры электролиза водных растворов солей

1. Электролиз водного раствора $SnCl_2$, анод Pt

Катод (-) $Sn^{2+} + 2e = Sn^{o}$

Анод (+) $2Cl^{-} - 2e = Cl_2$

2. Электролиз водного раствора $CuSO_4$, анод Cu

Катод (-) $Cu^{2+} + 2e = Cu^{o}$

Анод(+) $Cu - 2e = Cu^{2+}$

Опыт 1. Электролиз водного раствора сульфата натрия с графитовым анодом

Получите электролизер, заполненный раствором сульфата натрия, с графитовыми электродами и пропустите постоянный электрический ток напряжением 12 В. Через 1-2 минуты сравните интенсивность выделения пузырьков газа на электродах, определите расположение катода и анода.

В околокатодное пространство налейте несколько капель фенолфталеина, а в околоанодное - лакмуса. Окраска индикаторов должна измениться. Объясните наблюдаемое явление, составив электронно - ионные схемы процессов, протекающих на катоде и аноде, и указывая стандартные значения окислительно - восстановительных потенциалов.

Опыт 2. Электролиз водного раствора иодида калия с графитовым анодом

Получите электролизер, заполненный раствором иодида калия с графитовыми электродами, присоедините электроды к сети постоянного тока. Через 1-2 минуты наблюдайте изменение окраски раствора.

Запишите результаты опыта, составив электронно-ионные схемы процессов, протекающих на катоде и аноде с указанием величин стандартных окислительно-восстановительных потенциалов. Объясните, почему и у какого электрода появилась окраска, почему на катоде не выделяется металлический калий.

Опыт 3. Электролиз водных растворов сульфатов кадмия, меди, никеля, цинка, нитрата свинца.

Получите электролизеры, заполненные водными растворами солей, присоедините графитовые электроды к сети постоянного тока. Пропускайте электрический ток в течение получаса, пока на одном из электродов не появится налет металла.

Поменяйте полюса на электродах, т.е. произведите переполюсовку электродов поворотом вилки относительно розетки. Снова пропускайте электрический ток.

Составьте электронно-ионные схемы катодного и анодного процессов с указанием величин стандартных электродных потенциалов, протекающих при электролизе всех солей: а) с графитовым анодом; б) с соответствующим металлическим анодом.

Контрольные вопросы и задания

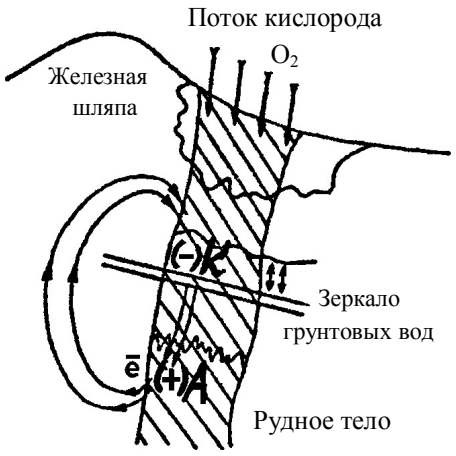
1. Если на электродах могут протекать несколько электрохимических процессов, то какой из них реализуются и что является критерием, определяющим его преимущество?

2. В какой последовательности должны разряжаться на катоде ионы Ag^{+}, Fe^{2+}, Cu^{2+}, Bi^{3+}, Sn^{2+}, если в растворе они содержатся в одинаковой концентрации? Чем эта последовательность определяется?

3. Составьте электронно-ионные схемы катодного и анодного процессов, происходящих на медных электродах при электролизе водного раствора нитрата калия.

4. При электролизе водного раствора соли значение pH в приэлектродном пространстве одного из электронов возросло. Раствор какой соли подвергся электролизу: а) $CdSO_4$; б) $CuCl_2$; в) KBr ?

5. Рудное тело, содержащее сульфидные минералы в количестве, достаточном для того, чтобы обеспечить электропроводность, можно рассматривать как нерастворимый электрод в поле Земли. В грунтовых водах, окружающих рудное тело, концентрация электролитов изменяется с глубиной. Верхний конец проводника играет роль катода, а нижний - анода. Катионы подъемных вод перемещаются к катоду, а ионы - к аноду, как показано на приведенной схеме.



На *а н о д е* происходит окисление, минералы теряют электроны и переходят в раствор.

Например, растворение пирита характеризуется уравнением:

$$FeS_2 + 8H_2O - 14e = Fe^{2+} + 2SO_4^{2-} + 16H^+$$

халькопирита: $CuFeS_2 + 8H_2O - 16e = Cu^{2+} + Fe^{2+} + 2SO_4^{2-} + 16H^+$.

Образующиеся ионы меди (II) вступают в обменные реакции создают так называемую зону вторичного обогащения. Сфалерит замещается ковеллином:

$$ZnS + CuSO_4 = CuS + ZnSO_4$$

халькопирит обогащается медью за счет образования халькозина:

$$CuFeS_2 + CuSO_4 = Cu_2S + FeSO_4 + S.$$

На *к а т о д е* происходит восстановление. Из нескольких возможных катодных процессов протекает тот, потенциал которого более положителен. Катодные процессы в верхней части рудного тела заключается в потреблении электронов, высвободившихся на аноде и переместившихся на катод. Здесь могли бы восстанавливаться катионы, но в первую очередь реагирует атмосферный кислород, приток которого осуществляется непрерывно, а потенциал намного положительнее, чем у прочих участников геохимического процесса.

$$O_2 + 2H_2O + 4e = 4OH^-$$

а) используя уравнение ионно-электронного баланса, составьте суммарную реакцию растворения пирита в молекулярном виде;

б) какова среда (значение водородного показателя) рудничных вод каменноугольных шахт, если уголь содержит примеси сульфидов?

в) составьте уравнение электронного баланса для приведенной выше реакции взаимодействия халькопирита и сульфата меди с образованием халькозина.

Работа 3. ЭЛЕКТРОХИМИЧЕСКАЯ КОРРОЗИЯ МЕТАЛЛОВ

Цель работы - изучение электрохимических процессов, протекающих при работе коррозионных гальванопар.

Десятки миллионов тонн металла ежегодно теряются вследствие коррозии. Горное дело является одним из наиболее металлоемких производств. Вполне возможно сократить потери от коррозии за счет лучшего понимания горными инженерами важнейших физико - химических закономерностей коррозии. Чаще всего разрушение металлов вызывается электрохимической коррозией, которая является результатом эксплуатации металлического оборудования при повышенном содержании коррозионно-активных веществ в шахтах, на карьерах и в горных породах.

Электрохимическая коррозия происходит в средах, проводящих электрический ток, сопровождается направленным движением электронов и ионов. Электролиты могут содержаться даже в тонком невидимом слое влаги, адсорбированной из воздуха поверхностью металла. Реальная поверхность твердых металлов неоднородна. Различные примеси в металле, его структурная неоднородность, механическая деформация металла, различие концентраций коррозионных агентов в растворах, контактирующих с металлом - все это приводит к тому, что на одних участках поверхности коррозирующего металла идет процесс окисления металла (анодный процесс), а на других - процесс восстановления окислителя (катодный процесс).

Схема электрохимической коррозии становится таким образом аналогичной схеме работы короткозамкнутого гальванического элемента, в котором протекает анодное окисление металла и катодное восстановление окислителя. В литературе по коррозии окислитель обычно обозначают специальным термином *деполяризатор.* Самыми распространенными деполяризаторами в процессах электрохимической коррозии являются растворенный кислород и ионы водорода. Соответственно различают процессы с кислородной и водородной деполяризацией.

С кислородной деполяризацией коррозируют металлы, находящиеся во влажной атмосфере, в воде, нейтральных растворах солей, во влажном грунте. Это самый распространенный тип коррозионных процессов.

$$(-) \quad Fe - 2e = Fe^{2+}$$

$$(+) \quad O_2 + 2H_2O + 4e = 4OH^-$$

$$2Fe + O_2 + 2H_2O = 2Fe(OH)_2$$

В процессах коррозии с *водородной деполяризацией* окисление металла происходит под действием ионов водорода:

$2H^+ + 2e = H_2$ в кислой среде;

$2H_2O + 2e = H_2 + 2OH^-$ в щелочной и нейтральной средах.

Коррозия с водородной деполяризацией преобладает в следующих условиях: для большинства металлов в растворах кислот, для очень активных металлов в нейтральных растворах (например, коррозия магния в воде и растворах хлорида натрия), для амфотерных металлов (например, олово, цинк, алюминий) в растворах щелочей.

Коррозию значительно замедляет поляризация. Концентрационная поляризация - накопление ионов металла на аноде и недостаточно быстрое связывание электронов, поступающих на катод, вследствие уменьшения концентрации окислителя в растворе. Газовая поляризация - слой адсорбированного водорода на поверхности катода, затрудняющий дальнейшее восстановление, если окислителями были ионы водорода.

Во многих случаях металл предохраняет от коррозии образующаяся на его поверхности стойкая нерастворимая оксидная пленка. Однако, некоторые анионы, например, хлориды, разрушают такие пленки за счет связывания катионов металлов прочные комплексные ионы, растворимые в воде, которые легко удаляются с поверхности металла тем самым усиливая коррозию.

Коррозию замедляют введением в жидкую фазу ингибиторов. Ингибиторы образуют с металлом нерастворимые соединения-соли или прочно связанные поверхностные соединения и таким образом предохраняют поверхность от дальнейшего окисления. Ингибиторы как бы наносят на поверхность металла слой масляной краски толщиной в одну молекулу.

Опыт 1. Коррозия оцинкованного и луженого железа в кислой среде

В две пробирки наливают по 2-3 мл разбавленной серной кислоты. Затем кусочек пластинки из оцинкованного железа помещают в первую пробирку, а во вторую - кусочек пластинки из луженого железа (покрытого оловом). В обе пробирки доливают по 1 мл раствора гексацианоферрата (III) калия, с помощью которого можно обнаружить Fe^{2+}, которые образуются при коррозии железа. Ион Fe^{2+} с этим реактивом дает характерное синее окрашивание в соответствии с реакцией:

$$3Fe^{2+} + 2[Fe(CN)_6]^{3-} = Fe_3[Fe(CN)_6]_2 \downarrow$$

Через несколько минут наблюдать растворение железа в кислоте, замечая синее окрашивание на срезах одной из пластинок.

Результаты опыта занести в таблицу:

	Оцинкованное железо	Луженое железо
Коррозионная гальванопара		
Процессы (-)		
на полюсах (+)		
Суммарная реакция		
Синеет через минуту		

В строке "коррозионная гальванопара" запишите электрохимическую схему гальванического элемента.

Сделайте вывод, какой металл растворяется при коррозии оцинкованного и луженого железа и может ли быть использован цинк в качестве протектора для защиты стального оборудования.

Слейте кислоту в стакан для слива кислот осторожно, не теряя кусочков железа. Налить воды в пробирки и промыть 2 раза кусочки металла от кислоты, не доставая их из пробирок.

Опыт 2. Коррозия оцинкованного и луженого железа в нейтральной среде.

В две пробирки с кусочками металла из опыта 1 наливают по 2-3 мл раствора хлорида натрия и добавляют в каждую по 1 мл раствора гексацианоферрата (III) калия.

Через несколько минут замечают синее окрашивание на боковых срезах одной из пластинок.

Результаты опыта запишите в такую же таблицу, как и в первом опыте.

Сделайте вывод, какой металл растворяется при коррозии.

Опыт 3. Растворение химически чистого цинка и цинка, частично покрытого медью, в серной кислоте

В пробирку помещают гранулу химически чистого цинка и 2-3 мл разбавленной серной кислоты. Начавшееся растворение цинка через некоторое время замедляется или прекращается совсем.

В другую пробирку наливают 2-3 мл раствора сульфата меди и опускают такую же гранулу цинка. Через 4-5 минут осторожно сливают раствор и промывают омедненный цинк 2-3 раза водой. Воду сливают, добавляют 2-3 мл разбавленной серной кислоты и наблюдают выделение газообразного водорода.

Результаты опыта запишите в виде ответов на следующие вопросы:

1. Объясните, почему замедляется растворение химически чистого цинка в серной кислоте?

2. Составьте электрохимическую схему коррозионной гальванопары, образованной цинком и металлической медью, выделившейся на его поверхности.

3. Запишите процессы, происходящие у полюсов этой коррозионной гальванопары.

4. Сделайте вывод, почему происходит ускорение растворения цинка в контакте с медью.

Опыт 4. Действие ингибитора коррозии

В две пробирки налить 2-3 мл разбавленной серной кислоты, в одну из них добавляют 1 мл раствора уротропина. В две пробирки поместить по несколько кусочков железных стружек. Объясните разницу в действии на металлы обычной ингибированной кислоты.

Опыт 5. Действие стимулятора коррозии

В две пробирки поместить по кусочку алюминиевой пластинки и добавить по 1-2 мл водного раствора сульфата меди. В одну из пробирок всыпать микрошпатель(щепотку) сухого хлорида натрия. Следить, как влияет добавка его на коррозию алюминия.

Контрольные вопросы и задания.

1. Какое покрытие металла называют анодным и какое катодным? Назовите металлы, которые можно использовать для анодного и катодного покрытия железа во влажном воздухе и в сильнокислой среде.

2. Железное изделие покрыли свинцом. Какое это покрытие: анодное

или катодное? Почему? Составьте уравнение анодного и катодного процессов коррозии этого изделия при нарушении цельности покрытия во влажном воздухе и в растворе соляной кислоты. Какие продукты коррозии образуются в первом и во втором случаях?

3. Почему некоторые достаточно активные металлы, например, алюминий, не корродируют на воздухе? Назовите другие металлы с аналогичными свойствами.

4. Одинаково ли отношение к коррозии технического и химически чистого металла? чем вызывается коррозия конструкционной стали?

5. Какое железо корродирует быстрее: находящиеся в контакте с оловом или медью? Мотивируйте ваш выбор.

6. Величины электродных потенциалов металлов уменьшается при повышении pH среды. Объясните, почему при изменении нейтральной среды на щелочную коррозионная устойчивость железа, меди, магния и ряда других металлов увеличивается, а алюминия, хрома, цинка, олова уменьшается.

Список литературы

1. Коровин Н.В. и др. Курс общей химии. - М.: Высш.шк., 1990.- 445 с.
2. Романцева Л.М. и др. Сборник задач и упражнений по общей химии. - М.: Высш.шк., 1991. - 228 с.
3. Любимова Н.Б. Вопросы и задачи по общей и неорганической химии. - М.: Высш.шк., 1990. - 351 с.
4. Смирнова Н.Б., Сахарова В.М. Коррозия и защита металлов. - Екатеринбург: Изд.УГГГА, 1995. - 68 с.
5. Бирюков Ю.В. и др. Общая и неорганическая химия. Лабораторный практикум. - М. - Киев: Высш.шк., 1990. - 133 с.

Химия. Часть III.

Руководство по выполнению лабораторных работ по дисциплине “Химия” для студентов всех профилизаций и направлений.

Авторы: Н.Б.Смирнова, доц., канд. хим. наук
В.М.Сахарова доц., канд. хим. наук

Корректура кафедры химии
Подписано к печати 01.11.95
Формат бумаги 60×84 1/16
Печ. л. 1.0 Тираж 100 экз. Заказ № 95
Цена *С*

Лаб. множительной техники УГГГА
620144, Екатеринбург, Куйбышева, 30

МИНОБРНАУКИ РФ

ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебно-методическому комплексу
_____ С.А.Упоров

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ И КОНТРОЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ К ЛАБОРАТОРНЫМ ЗАНЯТИЯМ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Б1.Б.1.13 ХИМИЯ

Часть 1

Специальность:
21.05.02 Прикладная геология

Специализация № 3:
Геология нефти и газа

форма обучения: очная

Авторы: Смирнова, Н.Б. к.х.н., Сахарова, В.М.к.х.н.

Одобрены на заседании кафедры
Химии
(название кафедры)
Зав. кафедрой _____
(подпись)
д.т.н., проф. Амдур А.М.
(Фамилия И.О.)
Протокол № 7 от 02.03.2020
(Дата)

Рассмотрены методической комиссией
факультета геологии и геофизики
(название факультета)
Председатель _____
(подпись)
д.г.-м.н., проф. Бондарев В.И.
(Фамилия И.О.)
Протокол № 7 от 20.03.2020
(Дата)

Екатеринбург
2020

Методические указания и контрольные задания к дисциплине «ХИМИЯ», ЧАСТЬ 1 согласованы с выпускающей кафедрой **литологии и геологии горючих ископаемых**

Заведующий кафедрой ЛГГИ _____к.г.-м.н., С.А. Рыльков____

подпись *И.О. Фамилия*

С О Д Е Р Ж А Н И Е

Введение ……..….. 4
Общие правила работы в химической лаборатории ……..…… 7
Правила техники безопасности при работе с химическими реактивами ……. 7
Оказание первой медицинской помощи ……. 8
Оформление лабораторного журнала ……. 8
1. Периодичность изменения свойств оксидов и гидроксидов …….. 9
1.1. Экспериментальная часть ……. 11
1.2. Контрольные вопросы и задания ……. 12
2. Химическая кинетика …… 14
2.1. Экспериментальная часть …….. 16
2.2. Контрольные вопросы и задания …….. 18
3. Химическое равновесие …… 19
3.1. Экспериментальная часть ……. 20
3.2. Контрольные вопросы и задания ……. 21
4. Ионные равновесия в растворах электролитов ……..… 23
4.1. Экспериментальная часть …… 25
4.2. Контрольные вопросы и задания …… 26
5. Реакции ионного обмена …… 27
5.1. Экспериментальная часть …… 29
5.2. Контрольные вопросы и задания …… 31
6. Гидролиз солей …… 32
6.1. Экспериментальная часть …… 34
6.2. Контрольные вопросы и задания …… 35
Список литературы ……. 37

ВВЕДЕНИЕ

Горные инженеры, геологи и геофизики сталкиваются с самыми разнообразными явлениями природы, химическими по своей сущности: быстрой выветриваемостью, окисляемостью, различной смачиваемостью горных пород, с особенностями воздушной среды под землей, с обводненностью горных выработок, агрессивностью рудничных вод. Поэтому им требуются более глубокие знания по химии, чем любому другому специалисту. Инженеры горнодобывающей отрасли способны справиться с современными задачами горно-металлургической и горно-химической промышленности только зная весь путь от разведки полезного ископаемого до его переработки. Физико-химическая некомпетентность горных инженеров и геологов является причиной недостатков в развитии горной науки, техники и технологии, бедственного экологического положения горных предприятий.

Роль химии в подготовке инженеров непрерывно возрастает в связи с необходимостью решения задач по снижению уровня потерь полезных компонентов и увеличению комплексности использования руд, рациональному применению вскрышных пород, очистке и использованию шахтных вод и сточных вод обогатительных фабрик, защите от коррозии бурового и горнодобывающего оборудования, заблаговременной дегазации угольных месторождений, применению физико-химических методов упрочнения грунтов, геотехнологическим методам добычи полезных ископаемых.

В горном деле широко применяются химические материалы: химические растворы при бурении и тампонаже скважин, взрывчатые вещества при отбойке угля, руды и породы, химические добавки, препятствующие распыление угля и налипанию льда на конвейерную ленту, материалы для покрытия из пены, предохраняющей от промерзания участка разработки, компоненты для отвердевания закладочных смесей, огнетушащие составы, синтетические смолы для укрепления горных пород, реагенты для флотации и обогащения руд и большой ассортимент таких обычных химикатов как горючие и смазочные материалы, цемент, стекло, керамика, гидро-, термо- и электроизоляционные материалы, лаки, краски, пластмассы, резина.

Еще благодаря усилиям Д.И. Менделеева, химию, как одну из фундаментальных дисциплин, стали преподавать во всех высших школах России. Химия вместе с физикой и математикой составляет основу профессиональной подготовки специалистов высокой квалификации.

Будущие специалисты должны получить такой комплекс знаний по химии, который составит базу для успешного освоения последующих дисциплин и правильного использования материалов, применяемых в технике.

Теоретические разделы химии, такие как строение электронных оболочек атомов, основные виды химических связей, химическая кинетика и равновесие, окислительно-восстановительные потенциалы, водородный показатель, произведение растворимости, свойства комплексных соединений, позволяет правильно ориентироваться в вопросах, связанных непосредственно со свойствами и превращениями минералов и горных пород.

Горные породы и руды состоят из минералов. К минералам относят природные химические соединения. Неорганические минералы подразделяются на минеральные типы, названия которым присваиваются согласно классификации неорганических веществ и их номенклатуре. По химическому составу минералы подразделяют на:

а) простые вещества (металлы, неметаллы),

б) карбиды, нитриды, фосфиды, сульфиды, арсениды, селениды, оксиды, гидроксиды, галогениды и др.,

в) соли кислородержащих кислот (силикаты, фосфаты, арсенаты, ванадаты, бораты, карбонаты, сульфаты, нитраты, вольфраматы, молибдаты, хроматы, иодаты и др.).

Основа химической н о м е н к л а т у р ы - русские названия химических элементов, приведенные в периодической системе Д.И. Менделеева, которые не всегда совпадают с латинскими названиями, например, гидрогениум - водород, оксигениум - кислород.

К неметаллам относят:

He, Ne, Ar, Kr, Xe, Rn, F, Cl, Br, J, At, O, S, Se, Te, N, P, As, C, Si, B, H, остальные элементы - металлы.

Названия простых веществ состоят их одного слова - наименования химического элемента с числовой приставкой, например: O_3 - трикислород, P_4 - тетрафосфор, S_8 - октасера.

Используют также числовые приставки:

1 - моно	7 - гепта
2 - ди	8 - окта
3 - три	9 - нона
4 - тетра	10 - дека
5 - пента	11 - ундека
6 - гекса	12 - додека

В химических формулах сложных вещество на первом месте (слева) всегда записывают формульные обозначения электроположительных составляющих, а за ними указывают формульные обозначения электроотрицательных составляющих. Например, PCl_3.

Названия сложных веществ составляются по их химических формулам справа налево. Они складываются из двух слов - названий электроотрицательных составляющих (условных или реальных катионов) в именительном падеже и электроположительных составляющих (условных или реальных катионов) в родительном падеже, например: PCl_3 - трихлорид фосфора, CO - монооксид углерода.

Названия одноэлементных анионов оканчивается на -ид, а названия многоэлементных анионов - на -ат.

Для построения названий сложных веществ используются корни (иногда усеченные) русских названий элементов, например, бериллий - бериллат, молибден - молибдат, фосфор - фосфид и фосфат. Традиционно применяются корни латинских названий для элементов: серебро, мышьяк, золото, углерод, медь, железо, ртуть, марганец, азот, никель, свинец, сера, сурьма, кремний, олово:

Ag - аргентат	N - нитрид, нитрат
As - арседид, арсенат	Ni - николат
Au – аурат	Pb - плюмбат
C - карбид, карбонат	S - сульфид, сульфат
Cu - купрат	Sb - стибид (антимонид), стибат
Fe - феррат	Si - силицид, силикат
Hg – меркурат	Sn - станнат
Mn - манганат	

В названиях сложных веществ употребляются как числовые приставки, так и степени окисления катиона (обычно металлического) при точно известном заряде аниона, например, P_4O_{10} - декаоксид тетрафосфора, V_2O_5 - оксид ванадия (V), $Bi(OH)_3$ - гидроксид висмута (III).

Названия кислот и кислотных остатков приводятся в учебном пособии [1]. Названия кислотных остатков используют построении названий солей. Соли - продукты реакций нейтрализации. Соли, содержащие кислотные остатки с незамещенными атомами водорода, - к и с л ы е соли. Соли, содержащие гидроксид-ионы, называют о с н о в н ы м и солями.

$Ca(H_2PO_4)_2$ - дигидрофосфат кальция

$KHSO_4$ - гидросульфат калия

$FeOH(NO_3)_2$ - гидроксонитрат железа (III)

$(CaOH)_2SO_4$ - гидроксосульфат кобальта (II)

$Cu_2CO_3(OH)_2$ - дигидроксид-карбонат димеди

Если соли содержат два разных катиона, то их называют д в о й н ы м и.

$KAl(SO_4)_2$ - сульфат алюминия-калия

$CaMg(CO_3)_2$ - карбонат магния-кальция

ОБЩИЕ ПРАВИЛА РАБОТЫ В ХИМИЧЕСКОЙ ЛАБОРАТОРИИ

Прежде чем приступить к работе по данной теме, следует изучить ее по описанию, уяснить цель задания и план его выполнения.

Не загромождайте рабочее место портфелями, свертками, сумками, перчатками и т.п. Для них отведены специальные этажерки. На рабочем столе должны находиться только необходимые приборы и лабораторный журнал.

Работайте тщательно, аккуратно, без лишней торопливости, соблюдайте в лаборатории тишину.

Внимательно наблюдайте за ходом опыта, отмечая и записывая каждую его особенность.

Категорически запрещается в лаборатории принимать пищу, пробовать химические вещества на вкус.

Без указания преподавателя не проводите никаких дополнительных опытов.

После окончания работы вымойте использованную посуду, выключите воду, электрические приборы и приведите в порядок рабочее место.

ПРАВИЛА ТЕХНИКИ БЕЗОПАСНОСТИ ПРИ РАБОТЕ С ХИМИЧЕСКИМИ РЕАКТИВАМИ

Для выполнения работ в лаборатории имеется определенный набор химических реактивов, часть которых размещается на лабораторных столах (водные растворы солей), а остальные - концентрированные и разбавленные кислоты и щелочи, сухие соли, дурно пахнущие вещества - в вытяжных шкафах.

При использовании реактивов следует соблюдать следующие правила:

1. Не разрешается уносить реактивы из вытяжного шкафа на рабочее

место.

2. Сухие реактивы набирают чистым шпателем или ложечкой.

3. Для проведения опыта в пробирке брать сухое вещество в количестве, закрывающем дно пробирки, а раствора - не более 1/6 ее объема.

4. Избыток реактива нельзя высыпать (выливать) обратно в те склянки, из которых они были взяты.

5. Не следует путать пробирки от разных склянок. Крышки и пробки кладут на стол поверхностью, не соприкасающейся с реактивом.

6. При нагревании растворов в пробирке держать ее таким образом, чтобы отверстие пробирки было направлено в сторону от работающего и его соседей по рабочему месту.

7. При разбавлении концентрированных кислот вливать кислоту в воду, а не наоборот.

8. Остатки растворов, содержащих кусочки металлов, собирают в специальные склянки, находящиеся в вытяжных шкафах.

ОКАЗАНИЕ ПЕРВОЙ МЕДИЦИНСКОЙ ПОМОЩИ

При порезах стеклом удаляют осколки из раны, смазывают края раны раствором йода и перевязывают бинтом.

При ожоге горячей жидкостью или горячим предметом обожженное место обрабатывают раствором перманганата калия, накладывают мазь от ожога.

При ожогах кислотами сразу промывают обожженное место большим количеством воды, а затем 3%-ным раствором гидрокарбоната натрия.

При ожогах едкими щелочами хорошо и обильно промыть обожженное место проточной водой, затем разбавленным раствором уксусной кислоты и опять водой.

При попадании кислоты или щелочи в глаза немедленно промыть глаза в течение трех минут большим количеством воды, а затем раствором гидрокарбоната натрия или борной кислоты.

ОФОРМЛЕНИЕ ЛАБОРАТОРНОГО ЖУРНАЛА

Каждый студент должен иметь лабораторный журнал - отдельную тетрадь для записей.

В лабораторном журнале студент выполняет отчеты по лаборатор-

ным работам, домашние задания, решает задачи, отвечает на контрольные вопросы.

Все наблюдения и выводы по экспериментальной работе студент заносит в лабораторный журнал непосредственно после выполнения опыта.

Отчеты по выполненным лабораторным работам должны содержать:

1) название лабораторной работы,
2) названия всех проделанных опытов,
3) после названия опыта записывается уравнение проделанной реакции, в котором указываются осадки (↓) и их окраска, газы (↑), изменения окраски растворов,
4) задания, указанные в методическом руководстве,
5) выводы по каждому опыту и общий вывод по работе.

1. ПЕРИОДИЧНОСТЬ ИЗМЕНЕНИЯ СВОЙСТВ ОКСИДОВ И ГИДРОКСИДОВ

Цель работы - изучение изменения кислотно-основных свойств гидроксидов в периодах и группах периодической системы Д.И. Менделеева.

Периодическая система Д.И. Менделеева - естественная система химических элементов, созданная на основе периодического закона.

Положение элемента в периодической системе определяет физико-химические свойства соответствующих им простых веществ и химических соединений.

Периодичность свойств химических соединений удобно проследить на примере оксидов и гидроксидов. Оксиды и гидроксиды относятся к основным породообразующим минералам, они широко распространены и составляют 17% от массы земной коры.

В табл.1.1. приведены наиболее часто встречающиеся реакции взаимодействия оксидов и гидроксидов с водой.

Кислотно-основные свойства соединений можно объяснить на основе электростатических представлений. Ослабление основных и усиление кислотных свойств гидроксидов связано с изменением поляризующего действия элемента, образующего гидроксид, на группу OH^-. Поляризующее действие катиона сильно зависит от его строения и может быть охарактеризовано следующими закономерностями:

1) Поляризующее действие иона очень быстро возрастает с увеличением его заряда;

Таблица 1.1

Кислотно-основные реакции оксидов и гидроксидов

Тип оксида (гидроксида)	Типичная реакция
Сильно - кислый	$SO_{3(г)} + H_2O = SO_4^{2-}(р) + 2H^+(р)$
Слабо - кислый	$CO_2 + H_2O \Leftrightarrow HCO_3^-(р) + H^+(р)$
Амфотерный	$Zn(OH)_{2(к)} \Rightarrow \left| \begin{array}{l} \xrightarrow{H^+(р)} \quad Zn^{2+}(р) + H_2O \\ \xrightarrow{OH^-(р)} \quad [Zn(OH)_4]^{2-}(р) \end{array} \right.$
Слабо - основной	$Fe(OH)_{2(к)} \Leftrightarrow FeOH^+(р) + OH^-(р)$
Сильно - основной	$Li_2O_3 + H_2O = 2Li^+(р) + 2OH^-(р)$

2) большое значение имеет строение внешней электронной оболочки, по этому признаку катионы разделяются на ионы с незаконченным внешним слоем, переходным от 8-электронного и 18-электронному (Mg^{2+}, Fe^{2+}, Fe^{3+}) и ионы с 18-электронным внешним слоем (Zn^{2+}, Ag^+);

3) при сходном строении внешней электронной оболочки и равном заряде поляризующее действие иона возрастает по мере уменьшения его радиуса.

Итак, ослабление основных и усиление кислотных свойств гидрооки-сей связано с увеличением поляризующего действия катиона, т.е. с убыванием его радиуса и возрастанием положительной степени окисления, а также с увеличением числа внешних электронов. Например, если катион имеет малый заряд сравнительно большой радиус, его электростатическое притяжение к группе OH^- невелико и OH^- выступает в гидроксиде как единое целое. Поэтому типичными основаниями являются гидроксиды элементов, находящихся в главных подгруппах I и II групп периодической системы (KOH, NaOH), а также NH_4OH.

По мере увеличения поляризующего действия катиона возрастает ковалентность связей элемент-кислород и усиливается ионный характер связей O ─ H. Основные свойства гидроксидов ослабляются и появляются кислотные свойства. Из элементов II группы бериллий и цинк дают амфо-

дают атмосферные гидроксиды, в (III) группе амфотерны гидроксиды алюминия, галлия, индия. Амфотерность характерна для большинства элементов четвертой группы периодической системы.

Когда катион имеет большой положительный заряд и малый радиус (что типично для неметаллов), усиление его поляризующего действия приводит к тому, что водород становится подвижным и преобладает диссоциация по кислотному типу. Среди элементов третьей группы гидроксид бора - типичная кислота. В четвертой группе кислотами являются гидроксиды углерода и кремния, однако, эти кислоты еще очень слабые. Гидроксиды многих элементов с максимальной степенью окисления пятой, шестой, седьмой групп - сильные кислоты.

Способность веществ к взаимодействию определяется изменением изобарно-изотермического потенциала (ΔG) химической реакции. Чем меньше алгебраическая величина энергии Гиббса химического процесса, тем больше вероятность ее протекания в данном направлении.

$2Al(OH)_{3(к)} + Na_2O_{(к)} = 2NaAlO_{2(к)} + 3H_2O$; ΔG^0_{298} = - 153 кДж/моль

$2H_3BO_{3(к)} + Na_2O_{(к)} = 2NaBO_{2(к)} + 3H_2O$; ΔG^0_{298} = - 277 кДж/моль

Увеличение отрицательного значения ΔG^0_{298} свидетельствует об усилении кислотных свойств гидроксида бора H_3BO_3.

1.1. Экспериментальная часть

ОПЫТ 1. Гидроксиды магния и кальция

Поместите в пробирку небольшое количество оксида магния или кальция и прибавьте 5 мл воды. Взболтайте содержимое пробирки и испытайте реакцию среды 1-2 каплями фенолфталеина. Составьте уравнение реакции взаимодействия оксида с водой. Сделайте вывод о характере гидроксида.

ОПЫТ 2. Получение и свойства гидроксида алюминия

В пробирку налейте 2 мл раствора соли алюминия и прибавьте примерно такой же объем раствора гидроксида аммония. Содержимое пробирки распределите в две пробирки. В одну из пробирок при взбалтывании прилейте по каплям разбавленный раствор серной кислоты до полного рас-

творения осадка. Во вторую пробирку прилейте разбавленный раствор гидроксида натрия также до полного растворения осадка. Составить уравнение реакций. Сделайте вывод о характере гидроксида алюминия.

ОПЫТ 3. Двуокись углерода

Налейте в пробирку несколько мл воды и прибавьте 1-2 капли индикатора. Пропустите из аппарата Киппа в воду двуокись углерода до изменения окраски индикатора. Составьте уравнение реакции. Сделайте вывод о характере гидроксида.

ОПЫТ 4. Гидроксид кремния

В пробирку поместите раствор силиката натрия и пропустите через него углекислый газ из аппарата Киппа, при этом наблюдайте образование осадка гидроксида кремния. Напишите уравнение реакции. Сделайте вывод о кислотно-основном характере гидроксида кремния.

ОПЫТ 5. Оксид фосфора (V)

В пробирку поместите немного фосфорного ангидрида и добавьте несколько мл воды. Наблюдайте растворение, встряхивая пробирку. Испытайте реакцию среды индикаторами. Составьте уравнение реакции. Сделайте вывод о характере гидроксида.

ОПЫТ 6. Гидроксиды олова (II) и свинца (II)

а) Налейте в пробирку 2 мл раствора хлорида олова. Добавьте по каплям разбавленный раствор щелочи до образования осадка. Содержимое пробирки разделите на две части. Подействовать на одну концентрированным раствором щелочи, а на другую - соляной кислотой. Составьте уравнения реакций. Сделайте вывод о характере гидроксида олова.

б) Такой же опыт проделать с раствором соли азотнокислого свинца. На полученный гидроксид свинца подействовать азотной кислотой и щелочью. Почему для растворения гидроокиси свинца нельзя воспользоваться соляной или серной кислотами? Составьте уравнения реакций. Сделайте вывод о характере гидроксида свинца.

1.2. Контрольные вопросы и задания

1. Сравнив результаты опытов, сделайте вывод, как изменяется характер гидроксидов элементов: Mg, Al, Si, P в третьем периоде слева

направо. Чем объясняется это изменение характера гидроксидов? Как оно связано с изменением металлических свойств элементов?

2. По результатам опытов сделайте вывод об изменении кислотно-основных свойств гидроксидов элементов: C, Si, Sn, Pb в главных подгруппах сверху вниз. Как увязать такое изменение характера гидроксидов с возрастанием порядкового номера элемента и изменением металлических свойств элементов?

3. Запишите кислородные соединения марганца со степенями окисления II, IV, VI, VII и покажите, как с увеличением степени окисления изменяется характер оксидов и соответствующих им гидроксидов.

4. Укажите, какая из сравниваемых двух кислот H_2SO_3 или H_2SO_4 является более сильной и как объяснить такое явление.

5. Какой из галогенов имеет наибольшее сродство к натрию, если энергия Гиббса для галогенидов натрия имеет следующую величину (кДж/моль): ΔG^0_{298} NaJ = - 237.2,

ΔG^0_{298} NaBr = -347.7,

ΔG^0_{298} NaCl = -384.0,

ΔG^0_{298} NaF = -541.0.

6. $MgO_{(к)} + CO_{2(г)} = MgCO_{3(к)}$; ΔG^0_{298} = -65.1 кДж/моль

$BaO_{(к)} + CO_{2(г)} = BaCO_{3(к)}$; ΔG^0_{298} = -217.4 кДж/моль

$CaO_{(к)} + CO_{2(г)} = CaCO_{3(к)}$; ΔG^0_{298} = -131.9 кДж/моль

$SrO_{(к)} + CO_{2(г)} = SrCO_{3(к)}$; ΔG^0_{298} = -183.6 кДж/моль.

Как изменяются кислотно-основные свойства оксидов (расположите их в ряд) и как это согласуется со значением ΔG^0_{298} образования рассматриваемых карбонатов из оксидов?

7. Как изменяется сила кислот в ряду H_2SO_4 - H_2SeO_4 - H_2TeO_4 ?

8. $6Na_2O(к) + P_4O_{10}(к) = 4Na_3PO_4(к)$ ΔG^0_{298} = - 378 кДж/моль

$Na_2O(к) + Al_2O_3(к) = 2NaAlO_2(к)$ ΔG^0_{298} = - 173.2 кДж/моль

$Na_2O(к) + SO_3(г) = Na_2SO_4(к)$ ΔG^0_{298} = - 522.1 кДж/моль

$Na_2O(к) + SiO_2(к) = Na_2SiO_3(к)$ ΔG^0_{298} = - 194.5 кДж/моль

$Na_2O(к) + Cl_2I_7(г) = 2NaClO_4(к)$ ΔG^0_{298} = -587.0 кДж/моль

Как изменяются кислотно-основные свойства оксидов (расположите их в ряд) и как это согласуется со значениями ΔG^0_{298} образования рассматриваемых солей из оксидов?

9. Укажите, какое из рассматриваемых двух соединений является более сильным основанием: а) гидроксид натрия или гидроксид цезия; б) гидроксид бария или гидроксид кальция? Объясните это изменение характера гидроксидов, исходя из расположения элементов в таблице Д.И. Менделеева.

2. ХИМИЧЕСКАЯ КИНЕТИКА

Ц е л ь р а б о т ы - изучение скорости химической реакции и ее зависимости от концентрации и температуры.

Раздел химии, изучающей скорость химических реакций, называется химической кинетикой.

Скорость химической реакции - это изменение концентрации реагирующих веществ в единицу времени. Зависимость скорости химической реакции выражается законом действующих масс: при постоянной температуре скорость химической реакции прямо пропорциональна произведению концентраций реагирующих веществ, взятых в степенях, равных стехиометрическим коэффициентам в уравнении реакции.

Для реакции aА + bВ = cС + dД скорость выразится уравнением:

$$v = k\cdot[\text{A}]^a \cdot [\text{B}]^b \qquad \text{(для гомогенной системы)},$$

где v - скорость реакции;

[А], [В] - молярные концентрации реагирующих веществ;

k - константа скорости реакции

(при [А] = [В] = 1 моль/л, k численно равна v).

Для реакции $2NO_{(г)} + O_{2(г)} = 2NO_{2(г)}$ выражение скорости имеет следующий вид:

$$v = k\cdot[\text{NO}]^2\cdot[\text{O}_2].$$

Гомогенная система состоит из одной фазы - между реагентами нет поверхности раздела. Гетерогенная система состоит из двух и более фаз. Реакция в гетерогенной системе осуществляется на поверхности раздела фаз. Скорость гетерогенной реакции не зависит от площади поверхности раздела фаз, так же как скорость гомогенной реакции не зависит от объема системы.

Концентрация твердого вещества принимается за единицу.

Зависимость скорости химической реакции от температуры описывается экспериментально найденным уравнением Вант-Гоффа:

$$v_{t_2} = v_{t_1} \cdot \gamma^{\frac{t_2 - t_1}{10}},$$

где v_{t_1}, v_{t_2} - скорость реакции при температурах соответственно t_1 и t_2;

γ - температурный коэффициент скорости реакции,
равный обычно 2-4.

Эта зависимость может быть выражена в виде следующего правила: при увеличении температуры на каждые 10° скорость химической реакции увеличивается в 2-4 раза.

Зависимость скорости реакции от температуры более точно может быть выражена уравнением Аррениуса:

$$k = c \cdot e^{-\frac{E_{\text{акт}}}{RT}},$$

где k - константа скорости реакции;

c - постоянная;

$E_{\text{акт}}$ - энергия активации;

R - универсальная газовая постоянная (8.31 Дж/моль ·К);

T - абсолютная температура.

Из уравнения Аррениуса следует, что скорость реакции с повышением температуры увеличивается по закону экспоненты, однако интенсивность теплоотвода в конкретных условиях реакции может возрастать только линейно. В этом случае возможен скачкообразный переход от стационарного режима к нестационарному, быстрое ускорение - самовоспламенение, или цепной взрыв. По такому механизму происходят взрывы метана и угольной пыли в шахтах. Например, при повышении концентрации метана на несколько процентов достигается нижний предел взрываемости метана в воздухе, в тысячи раз ускоряется реакция окисления метана кислородом воздуха $CH_4 + 2O_2 = CO_2 + 2H_2O + Q$. Концентрационные пределы взрываемости метана в воздухе от 5 до 15% по объему.

Одним из направлений в решении проблемы предупреждения взры-

вов метана и угольной пыли в шахтах, опасных по газу и пыли, является применение способов взрывозащиты, основанных на использовании распыленной воды или специальных химических соединений, которые играют роль отрицательных катализаторов (ингибиторов), теплопоглотителей в реакциях окисления углеводородов. Такие вещества носят общее название флегматизаторов горения. Этим свойством обладают гидрокарбонаты натрия и калия, гидрофосфаты аммония, бура и др.

2.1. Экспериментальная часть.

ОПЫТ 1. Зависимость скорости химической реакции от концентрации реагирующих веществ.

Соли тиосерной кислоты устойчивы в твердом состоянии и в растворе. Тиосерная кислота неустойчива и при получении распадается самопроизвольно по реакции

$$Na_2S_2O_3 + H_2SO_4 = H_2SO_3 + S + Na_2SO_4$$

с образованием сернистой кислоты и свободной серы.

Постановка опыта основывается на следующем: в результате реакции между серной кислотой и тиосульфатом натрия образуется сера, выделяющаяся в виде белой мути. Время от начала реакции до момента появления мути зависит от скорости этой реакции.

В три пробирки налить по 6 мл раствора серной кислоты.

В первую пробирку влить 6 мл раствора $Na_2S_2O_3$, быстро перемешать ее содержимое и одновременно включить секундомер. Отсчитать время (τ) до начала появления белой мути - коллоидной серы.

Во вторую пробирку влить смесь 4 мл раствора тиосульфата натрия и 2 мл воды. Наблюдать, через сколько секунд растворы сделаются мутными.

Результаты наблюдений записать по следующей форме, выразив значения скоростей реакций в условных единицах (десятичных дробях!) в виде $v = 1/\tau$, где τ - время в секундах.

Относительная концентрация раствора тиосульфата натрия записана в условных единицах $C_{Na_2S_2O_3} = v_{Na_2S_2O_3} / V_{\text{раствора}}$, где $V_{\text{раствора}}$ - общий объем раствора 12 мл. Тогда для первого случая $C_{Na_2S_2O_3}$ 50%, для второго - 33% и третьего - 17%, что соответствует значениям 3а, 2в, а.

№ опыта	Объем в мл			Относит. концентр. $C_{Na_2S_2O_3}$	Время до появления мути, τ	$v = \frac{1}{\tau}$
	раствора H_2SO_4	раствора $Na_2S_2O_3$	H_2O			
1	6	6	0	3а		
2	6	4	2	2а		
3	6	2	4	а		

Результаты измерений необходимо представить в виде графика. На ось абсцисс наносят значения относительных концентраций в виде трех точек, отстоящих от начала координат на а, 2а, 3а, где а - произвольно выбранный отрезок. Из каждой точки восстанавливается перпендикуляр, длина которого соответствует значениям скоростей реакции в условных единицах. Далее следует обдумать, каким образом, пользуясь верхними концами этих перпендикуляров, провести линию, характеризующую зависимость скорости реакции от концентрации. Подсказкой будет служить математическое выражение для скорости изучаемой реакции, которое нужно записать согласно закону действия масс.

Сделать вывод о зависимости скорости реакции от концентрации реагирующих веществ.

ОПЫТ 2. Зависимость скорости реакции от температуры опыта

Налить в одну пробирку 5 мл раствора $Na_2S_2O_3$, а другую - 5 мл раствора H_2SO_4. Обе пробирки поместить в стакан с водопроводной водой. Спустя 5-7 минут измерить температуру воды и слить вместе содержимое обеих пробирок. Измерить время появится помутнение.

В две другие пробирки налить по 5 мл тех же растворов. Поместить пробирки в стакан с водой, нагретой на 10° выше, чем в предыдущем опыте. Через 5-7 минут слить содержимое пробирок. Измерить время до появления мути.

Повторить опыт, повысив температуру еще на 10°.

Результаты наблюдений выразить в виде графика, откладывая по оси абсцисс температуру опыта, по оси ординат - относительную скорость реакции.

Сделать вывод о зависимости скорости реакции от температуры.

2.2. Контрольные вопросы и задания.

1. Реакция в водном растворе выражается уравнением:

$$2KI + K_2S_2O_8 = 2K_2SO_4 + I_2.$$

Как изменится скорость этой реакции при разбавлении реагирующей смеси в 2 раза?

2. Записать математические выражения для скорости следующих газовых реакций

а) $CH_3CHO = CH_4 + CO$, в) $H_2 + Cl_2 = 2HCl$,
б) $2N_2O = 2N_2 + O_2$, г) $SO_2 + 2H_2 = S + 2H_2O$.

Предсказать изменение скорости этих реакций при увеличении концентрации каждого из реагирующих веществ в 2 раза.

3. Записать выражения для скорости реакций

а) $MgCO_3 = MgO + CO_2$, в) $CaCO_3 + 2HCl = CaCl_2 + H_2CO_3$,
б) $2N_2O = 2N_2 + O_2$, г) $2Zn + O_2 = 2ZnO$.

Как изменится скорость вышеуказанных реакций, если:
а) увеличить концентрацию исходных веществ в 2 раза;
б) увеличить давление в 2 раза.

4. Срок хранения флотационного реагента, поступившего на обогатительную фабрику, согласно техническим условиям составляет при температуре 20°С 2 месяца. Воспользовавшись правилом Вант-Гоффа, рассчитать срок годности этого флотореагента, если на складе фабрики поддерживается 0°С, а температурный коэффициент скорости разложения равен 2.

5. Во сколько раз изменится скорость реакции

$$2NO + O_2 = 2NO_2,$$

если концентрация оксида азота уменьшится в 2 раза, а концентрация кислорода увеличивается в 2 раза?

6. Реакция протекает по уравнению

$$CH_3COOH + C_2H_5OH = CH_3COOC_2H_5 + H_2O,$$

концентрацию CH_3COOH увеличили от 0.3 до 0.45 моль/л, а концентрацию C_2H_5OH увеличили от 0.4 до 0.8 моль/л. Во сколько раз возросла скорость прямой реакции?

7. Кальцинированная сода (безводная Na_2CO_3) используется в виде раствора в качестве регулятора щелочности флотационного процесса. При температуре 55°С сода растворяется в 6 раз быстрее, чем при 15°. Рассчитать температурный коэффициент скорости растворения соды.

8. Для приготовления раствора силиката натрия требуемой плотности, использующегося в качестве подавителя пустой породы, твердые прозрачные куски силикат-глыбы Na_2SiO_3 загружают в воду: нагревают до 95° и ведут перемешивание в течение четырех часов. Какой срок потребуется для получения раствора необходимой концентрации, если поддерживать температуру 90° ($\gamma = 2$)?

3. ХИМИЧЕСКОЕ РАВНОВЕСИЕ

Ц е л ь р а б о т ы - Изучение влияния концентрации на сдвиг химического равновесия.

Многие реакции идут не до исчезновения исходных веществ, а до состояния, не изменяющегося во временя, когда в реакционной смеси можно обнаружить как исходные вещества, так и продукты реакции. Такое состояние системы называется химическим равновесием.

С термодинамической точки зрения состояние равновесия характеризуются тем, что система достигает минимального значения энергии Гиббса (при заданных температуре, давлении и общем составе).

С кинетической точки зрения при равновесии скорости процессов образования продуктов реакции из исходных веществ и исходных веществ из продуктов выравниваются. Скорость достижения равновесия в зависимости от природы процесса, условий, а также наличия подходящих катализаторов может варьировать от малых долей секунды до веков и тысячелетий.

Если равновесие достигнуто, то для реакции

$$aA + bB \Leftrightarrow cC + dД \qquad \text{величина} \quad K_p = \frac{[C]^c \cdot [Д]^d}{[A]^a \cdot [B]^b},$$

называемая константой равновесия, принимает определенное значение. Константа равновесия зависит от температуры, но не зависит от конкретных количеств реагентов и порядка их взаимодействия.

Изменение равновесных концентраций при внешнем воздействии называется с м е щ е н и е м х и м и ч е с к о г о р а в н о в е с и я .

Основным законом, управляющим смещением равновесия, служит принцип Ле-Шателье: «Если на систему, находящуюся в равновесии, оказывается внешнее воздействие, то равновесие смещается в сторону, указываемую воздействием, до тех пор, пока нарастающее в системе противодействие не станет равно оказанному воздействию».

Внешним воздействием, смещающим равновесие, может быть изменение температуры, давления, концентрации одного или нескольких веществ, участвующих в реакции. «Смещение равновесия в сторону, указанную воздействием» означает, что при повышении давления преимущество получает процесс, ведущий к уменьшению объема, т.е. к тому же результату, что и само воздействие. Нагревание ведет к увеличению роли эндотермического прочеса, т.е. процесса, увеличивающего запас энергии в системе (эндотермические реакции идут с поглощением тепла, а экзотермические - с его выделением).

Увеличение концентрации одного из веществ приводит к смещению равновесия в сторону расходования этого вещества.

3.1. Экспериментальная часть

ОПЫТ 1. Влияние концентрации веществ на смещение химического равновесия.

Реакция между хлоридом железа и тиоцианатом аммония протекает по уравнению:

$$FeCl_3 + 3NH_4NCS \leftrightarrow Fe(NCS)_3 + 3NH_4Cl$$

Красная окраска образовавшегося раствора обусловлена содержанием в нем тиоционата (роданида) железа. По изменению интенсивности этой окраски можно судить о направлении смещения равновесия при изменении концентрации какого-либо реагирующего вещества.

В одной пробирке приготовить смесь (по 4 мл) разбавленных растворов $FeCl_3$ и NH_4NCS . Полученный окрашенный раствор разлить поровну в 4 пробирки.

В первую пробирку добавить 2 капли насыщенного раствора $FeCl_3$. Во вторую пробирку добавить несколько кристалликов NH_4NCS (или KNCS). В третью пробирку всыпать немного твердой соли NH_4Cl (или KCl). Четвертую пробирку оставить для сравнения.

Записать уравнение химической реакции и выражение для константы

равновесия. Сделать выводы о влиянии концентрации веществ на смещение химического равновесия с использованием принципа Ле-Шателье.

Форма записи

Что добавлено	Изменение интенсивности окраски	Смещение равновесия
1. $FeCl_3$ 2. NH_4NCS 3. NH_4Cl	более интенсивная ……... ……	вправо …… …….

3.2. Контрольные вопросы и задания

1. К гомогенных химических системах при постоянных давлении и температуре установилось состояние равновесия:

$2H_2S + 3O_2 \leftrightarrow 2SO_2 + 2H_2O$, $K = 3 \cdot 10^5$;

$2CH_4 + 3O_2 + 2NH_3 \leftrightarrow 2HCN + 6H_2O$, $K = 1$;

$4NH_3 + 5O_2 \leftrightarrow 4NO + 6H_2O$, $K = 0.008$;

$H_2 + Cl_2 \leftrightarrow 2HCl$, $K = 24.3$.

По данным значениям констант равновесия укажите, реагенты или продукты будут преобладать в равновесной смеси веществ. На основании закона действующих масс составьте выражения для констант равновесия.

2. В гетерогенных химических системах установилось состояние равновесия:

$Si(к) + 2H2O(г) \leftrightarrow SiO_2(к) + 2H_2(г)$;

$Mg_3N_2(к) + 6H_2O(г) \leftrightarrow 3Mg(OH)_2(к) + 2NH_3(г)$;

$CS_2(г) + 2Cl_2(г) \leftrightarrow CCl_4(г) + 2S(к)$;

$2NO_2(г) + 2S(к) \leftrightarrow N_2(г) + 2SO_2(г)$;

$10NO(г) + P_4(г) \leftrightarrow 5N_2(г) + P_4O_{10}(к)$;

$TiO_2(к) + 2C(к) + 2Cl_2(г) \leftrightarrow TiCl_4(г) + 2CO(г)$.

На основании закона действующих масс составьте выражения для

констант равновесия.

3. За последние 100 лет количество углекислого газа, поступающее за счет сжигания ископаемого топлива, возросло в 50 раз, а парциальное давление CO_2 в атмосфере за это же время увеличилось в 1.2 раза. Объясните это соотношение, допустив, что CO_2 поглощается океаном:
$CO_{2(г)} + H_2O_{(ж)} \leftrightarrow H_2CO_{3(р)}$.

4. Рассчитать равновесный выход диоксида серы в реакциях окислительного обжига сульфидных минералов - пирита, молебденита, пирротина, если в состоянии равновесия количество SO_2 равно 0.4 моль, а начальный объем O_2 составлял 33.6 л (н.у.):

$$4FeS_{2(к)} + 11O_{2(г)} \leftrightarrow 2Fe_2O_{3(к)} + 8SO_{2(г)};$$
пирит

$$2MoS_{2(к)} + 7O_{2(г)} \leftrightarrow 2MoO_{3(к)} + 4SO_{2(г)};$$
молибденит

$$4FeS_{(к)} + 7O_{2(г)} \leftrightarrow 2Fe_2O_{3(к)} + 4SO_{2(г)}.$$
пирротин

5. Равновесный процесс, протекающий в подземных пещерах при образовании сталактитов и сталагмитов, можно описать уравнением

$$Ca^{2+}_{(р)} + 2\,HCO_3^-{}_{(р)} \leftrightarrow CaCO_{3(к)} + H_2O_{(ж)} + CO_{2(г)}.$$

Напишите выражение для константы равновесия этого процесса. Укажите, в какую сторону сдвигается равновесие а) при улетучивании CO_2, б) испарении воды, в) увлажнении атмосферы в пещерах.

6. Состояние равновесия реакции окисления сфалерита

$$2ZnS_{(к)} + 3O_{2(г)} \leftrightarrow 2ZnO_{(к)} + 2SO_{2(г)}$$

установилось при равновесной концентрации диоксида серы, равной 0.25 моль/л. Рассчитать исходную концентрацию кислорода.

7. В герметически закрытом сосуде объемом 0.25 л проводят реакцию восстановления антимонита

$$Sb_2S_{3(к)} + 3CO_{(г)} \leftrightarrow 2Sb_{(к)} + 3COS_{(г)}.$$

Равновесная концентрация каждого газообразного вещества равна 0.3 моль/л. Для смещения равновесия добавляют 0.1 моль CO. Определить новые равновесные концентрации CO и COS.

8. Определить, влево или вправо сместится положение равновесия

реакций

$$Fe_2O_3(к) + 3CO(г) \leftrightarrow 2Fe(к) + 3CO_2(г), \quad \Delta H° > 0;$$
гематит

$$3CaCO_3(к) + 3SiO_2(к) \leftrightarrow 3CO_2(г) + Ca_3Si_3O_9(к), \quad \Delta H° < 0,$$
волластонит

$$Cu_2CO_3(OH)_2(к) \leftrightarrow 2CuO(к) + CO_2(г) = H_2O(г), \quad \Delta H° > 0;$$
малахит

$$2Mg_2SiO_4(к) + 2H_2O(ж) + CO_2(г) \leftrightarrow Mg_3(OH)_4Si_2O_5(к) + MgCO_3(к), \quad \Delta H° < 0$$
форстерит серпентин магнезит

при следующих воздействиях: а) введение избытка диоксида углерода, б) нагревание, в) увеличение давления.

9. На некоторых предприятиях систематически из труб в атмосферу выбрасываются оксиды азота, что можно наблюдать как газ красно-желтого цвета (лисий хвост). Объяснить причину различной интенсивности окраски этого газа в зависимости от времени года (лето, зима), если известно, что NO_2 - бурый газ при -11°С превращается в димер N_2O_4 - бесцветные кристаллы, а при обычных условиях существует смесь NO_2 и N_2O_4

$$2\ NO_2 \leftrightarrow N_2O_4.$$

Укажите знак при ΔH в этом уравнении.

4. ИОННЫЕ РАВНОВЕСИЯ В РАСТВОРАХ ЭЛЕКТРОЛИТОВ

Ц е л ь р а б о т ы - Изучение смещения ионного равновесия в водных растворах.

Э л е к т р о л и т а м и называют вещества, диссоциирующие в растворах (или расплавах) на и о н ы и способные проводить электрический ток. Распад вещества на ионы называется электролитической диссоциацией. Перенос тока в растворах (и расплавах) электролитов осуществляется положительными и отрицательными ионами, которые называются катионами и анионами. К электролитам относятся соли, кислоты и основания.

Для количественной характеристики электролитической диссоциации используется степень диссоциации α - доля моля электролита, существующая в растворе в виде ионов:

$$\alpha = C/C_0,$$

где C - концентрация молекул, распавшихся на ионы, моль/л;

C_0 - исходная концентрация раствора, моль/л.

По величине степени диссоциации все электролиты делятся на сильные и слабые. К сильным относятся те электролиты, α - степень диссоциации которых равна единица, т.е. $C = C_0$. Распад на ионы сильных электролитов протекает необратимо. В растворе сильного электролита не может быть недиссоциированных молекул.

$$HNO_3 = H^+ + NO_3^-; \quad NaCl = Na^+ + Cl^-.$$

К сильным электролитам относятся практически все соли, гидроксиды щелочных и щелочно-земельных металлов и некоторые кислоты (например, HCl, HNO_3, H_2SO_4, HBr, HI, $HClO_4$)

Степень диссоциации слабых электролитов меньше единицы ($C < C_0$). Их ионизация протекает обратимо:

$$CH_3COOH \Leftrightarrow CH_3COO^- + H^+; \qquad H_2CO_3 \Leftrightarrow H^+ + HCO_3^-.$$

Константу равновесия электролитической диссоциации слабого электролита называют константой диссоциации. Например, при 298 К

$$K_{CH_3COOH} = \frac{C_{CH_3COO^-} \cdot C_{H^+}}{C_{CH_3COOH}} = 1.8 \cdot 10^{-5}.$$

$$K_{H_2CO_3} = \frac{C_{H^+} \cdot C_{HCO_3^-}}{C_{H_2CO_3}} = 4.4 \cdot 10^{-7}.$$

Из величин констант видно, что угольная кислота по первой ступени электролит более слабый, чем уксусная кислота.

Степень и константа ионизации слабого электролита связаны зависимостью (закон Оствальда):

$$K = \frac{\alpha^2 \cdot C_0}{1 - \alpha}.$$

Если степень ионизации электролита значительно меньше единицы, то уравнение можно записать $K = \alpha^2 \cdot C_0$, откуда следует, что α возрастает с разведением раствора.

В чистой воде кроме молекул H_2O содержатся протоны и гидроксид-ионы, при этом

$$[H^+] = [OH^-] = 1 \cdot 10^{-7} \text{ моль/л } (25^\circ \text{ C}).$$

Содержание протонов и гидрокид-ионов выражают также через водород-

ный показатель pH = 1g $[H^+]$. При pH = 7 среду водного раствора называют нейтральной, при pH < 7 - кислотной и при pH > 7 - щелочной.

Каковы пределы значений pH в природе? Рудничные воды выветривающихся колчеданных месторождений, содержащие свободную серную кислоту, имеют pH около 2, а воды окисляющихся месторождений самородной серы в песчаниках - еще ниже. Воды кратерных озер имеют pH 1-3, торфяных болот около 4, буроугольных месторождений около 5, pH дождевой воды примерно 5.5. Обычные грунтовые воды имеют pH 6.5 - 8.5, морская вода (в зависимости от времени года, ее температуры, количества растворенной в ней углекислоты, органических кислот, привнесенных реками) колеблется от 8.2 до 8.5. В содовых озерах pH достигает 9-10.

4.1. Экспериментальная часть

ОПЫТ 1. Сравнение относительной силы кислот

В одну пробирку наливают 1-2 мл 2М раствора уксусной кислоты, в другую - столько же раствора соляной кислоты той же концентрации. В обе пробирки добавляют небольшое количество мелко измельченного известняка. Взбалтывая пробирки с содержимым, наблюдать, одинаково ли быстро растворяется $CaCO_3$ во взятых кислотах.

$$CaCO_3\downarrow + 2H^+ = Ca^{2+} + H_2O + CO_2\uparrow.$$

Интенсивность выделения CO_2 при этой реакции служит относительным индикатором концентрации водородных ионов. Рассчитайте, во сколько раз концентрация протонов в растворе HCl больше, чем в растворе CH_3COOH, если $K_{CH_3COOH} = 1.8 \cdot 10^{-5}$.

Напишите уравнения диссоциации обеих кислот.

ОПЫТ 2. Влияние концентрации одноименных ионов на ионизацию слабой кислоты.

К 1-2 мл 2М раствора уксусной кислоты в двух пробирках прибавьте 2 капли метилоранжа. Отметьте окраску индикатора. Добавьте при перемешивании в одну пробирку несколько кристалликов ацетата аммония до изменения цвета раствора. Как изменился pH раствора? Объясните изменение pH, применяя правило Ле Шателье и используя выражение константы диссоциации CH_3COOH

ОПЫТ 3. Влияние концентрации одноименных ионов на ионизацию слабого основания.

В две пробирки наливают по 1-2 мл 2М раствора гидроксида аммония и по 2 капли фенолфталеина. В одну из пробирок добавляют при перемешивании несколько кристалликов ацетата аммония до изменения цвета раствора. Объясните причину наблюдаемого изменения окраски на основании уравнения диссоциации NH_4OH, принципа Ле Шателье и константы диссоциации NH_4OH.

ОПЫТ 4. Определение характера диссоциации гидроксидов

В три пробирки наливают по 2-3 мл растворов: в 1-ю - силиката натрия, во 2-ю - сульфата никеля, в 3-ю - сульфата цинка. До начала выпадения осадков гидроксидов добавляют по каплям в 1-ю - раствор серной кислоты, а во 2-ю - раствор гидроксида натрия.

Содержимое каждой пробирки взбалтывают и разливают каждый осадок гидроксидов на две пробирки. В одну пробирку добавляют разбавленной кислоты, а в другую концентрированной щелочи. На основании наблюдений за растворением осадков кремниевой кислоты, гидроксида никеля и гидроксида цинка в кислоте и щелочи сделайте вывод о кислотно-основном характере электролитической диссоциации этих гидроксидов.

Напишите уравнения диссоциации гидроксидов.

4.2. Контрольные вопросы и задания

1. Присутствие каких ионов можно ожидать в водном растворе сернистой кислоты H_2SO_3? Запишите выражения для констант диссоциаций этой кислоты.

2. Почему константа электролитической диссоциации служит более удобной характеристикой, чем степень диссоциации?

3. Объясните, почему соли являются сильными электролитами. На примере $NaHCO_3$ укажите характер химических связей, по которым электролитическая диссоциация протекает в водном растворе: а) практически полностью; б) частично; в) отсутствует.

4. Укажите, корректно ли сопоставлять такие свойства, как растворимость вещества и способность его к электролитической диссоциации.

5. В практике флотации используются процессы с низкими и высо-

кими значениями pH флотационной пульпы. Можно ли приготовить растворы с pH 0, -1, -2, 14, 15, 16?

6. Вычислите концентрацию ионов водорода в 1М (9.45 %-ном) растворе серной кислоты, pH которого - 0.005. Объясните полученный результат.

7. В Первоуральске выпал кислотный дождь, водородный показатель которого равен 2.5. Во сколько раз превышена концентрация иона водорода, если обычная дождевая вода имеет pH = 5.5?

8. Шахтные воды Кизеловского бассейна содержат 0.01 г/л ионов водорода. Рассчитайте водородный показатель этих вод, концентрацию OH^- ионов. Укажите, кислотный или щелочной характер имеют эти воды.

9. Во сколько раз уменьшится концентрация ионов водорода, если к 1 литру раствора уксусной кислоты с концентрацией 0.005 моль/л прибавить 0.05 моль ацетата натрия, считая, что концентрация недиссоциированных молекул уксусной кислоты, как и объем раствора остаются практически постоянными? K_{CH_3COOH} $1.8 \cdot 10^{-5}$.

10. Для оценки pH раствора сероводорода студент записал следующие уравнения:

$$H_2S = 2H^+ + S^{2-}; \quad S^{2-} + H_2O \leftrightarrow HS^- + OH^-.$$

Таким образом, студент сделал вывод, что среда щелочная. Найдите ошибки в его рассуждениях.

5. РЕАКЦИИ ИОННОГО ОБМЕНА

Ц е л ь р а б о т ы - выявление закономерностей протекания реакций ионного обмена в растворах электролитов.

Минералы и горные породы в условиях земной поверхности стремятся перейти в более устойчивые соединения. Известняки медленно растворяются в водах, содержащих углекислоту, образую гидрокарбонат кальция. Грунтовые воды, содержащие $Ca(HCO_3)_2$, реагируют с сульфатно-хлоридно-магниевыми (морскими) водами. При этом осаждаются гипс и доломит:

$$2Ca(HCO_3)_2 + MgCl_2 + Na_2SO_4 = \underset{\text{гипс}}{CaSO_4} + \underset{\text{доломит}}{CaMg(CO_3)_2} + 2NaCl + 2H_2CO_3.$$

Так озера морского типа превращаются в озера континентального типа. Сульфатно-натриевые воды - результат выщелачивания горных по-

род, могут образовывать содовые озера.

$$Ca(HCO_3)_2 + NaSO_4 = CaSO_4\downarrow + NaHCO_3.$$

Изверженные горные породы выветриваются, в полевых шпатах содержание алюминия увеличивается от ранних пород к поздним. При этом из них выносятся катионы щелочноземельных металлов. Например, из анорита образуется каолинит

$$CaO\cdot Al_2O_3\cdot 2SiO_2 + 2H_2O + CO_2 = Al_2O_3\cdot 2SiO_2\cdot 2H_2O + CaCO_3.$$

В результате воздействия растворов, содержащих в повышенных концентрациях ионы Mg^{2+} и SO_4^{2-}, происходит доломитизация известняков

$$2CaCO_3 + MgSO_4 = CaMg(CO_3)_2 + CaSO_4.$$

Если химическая реакция протекает, то она отличается следующими признаками:

происходит образование осадка, или растворение осадка, или изменяется цвет осадка или раствора, или появляются пузырьки газа.

Сущность ионных реакций обмена сводится к соединению ионов в молекулы новых веществ. Равновесия ионных реакций в растворах смещаются в сторону образования слабых электролитов (слабых кислот, слабых оснований, воды) и сильных электролитов (осадков, летучих веществ).

Все кислые соли в воде растворяются, основные соли, как правило, нерастворимы.

В ионных уравнениях сильные, хорошо растворимые электролиты записываются в форме ионов, а слабые электролиты, газы и осадки - в виде молекул.

Рассмотрим следующие примеры реакций. Запишем их сначала в молекулярной форме, а затем в виде кратких ионных уравнений.

$$Fe(HCO_3)_2 + 2NaOH = FeCO_3\downarrow + Na_2CO_3 + 2H_2O;$$

$$Fe^{2+} + 2\,HCO_3^- + 2OH^- = FeCO_3\downarrow + CO_3^{2-} + 2H_2O;$$

$$ZnSO_4 + 4NaOH = Na_2ZnO_2 + Na_2SO_4 + 2H_2O;$$

$$Zn^{2+} + 4OH^- = ZnO_2^{2-} + 2H_2O;$$

$$NaSiO_3 + 2CO_2 + 2H_2O = H_2SiO_3\downarrow + 2\,NaHCO_3;$$

$$SiO_2^{2-} + 2CO_2 + 2H_2O = H_2SiO_3\downarrow + 2\,HCO_3^-;$$

$$NH_4OH + HCl = NH_4Cl + H_2O;$$

$$NH_4OH + H^+ = NH_4Cl + H_2O.$$

5.1. Экспериментальная часть

ОПЫТ 1. Образование осадков

а) В две пробирки наливают по 2 мл раствора хлорида бария и добавляют в одну пробирку сульфата натрия, а в другую - нитрата калия. Написать молекулярное и ионное уравнения и сделать вывод, в каком случае соль реагирует с другой солью;

б) В две пробирки наливают по 2 мл раствора сульфата меди. В одну пробирку добавляют 1 мл очень разбавленный (1%-ный) раствор гидроксида натрия, а в другую - столько же разбавленного раствора той же щелочи. Написать молекулярные и ионные уравнения, указав окраску образующихся осадков и учитывая, что в первом случае образуется основной сульфат меди $(CuOH)_2SO_4$. Сделайте вывод об условиях образования основной соли и гидроксида. Осадки сохранить для выполнения опыта 2б;

в) В две пробирки наливают по 2 мл раствора хлорида кобальта. В одну пробирку добавляют разбавленного раствора щелочи до образования синего осадка основной соли. Во вторую пробирку приливают еще столько же щелочи и нагревают с целью получения гидроксида кобальта розового цвета. Содержимое пробирок оставляют для проведения опыта 2в. Написать молекулярное и ионные уравнения, указав цвет осадков.

ОПЫТ 2. Растворение осадков.

а) Наливают в пробирку известковую воду $Ca(OH)_2$, через этот раствор пропускают углекислый газ из аппарата Киппа. Наблюдают образование белого осадка средней соли, продолжают пропускать пузырьки CO_2 до растворения белого осадка и получения бесцветного прозрачного раствора кислой соли $Ca(HCO_3)_2$. Написать молекулярные и ионные уравнения образования карбоната кальция и растворения его. Сделать вывод об условии получения кислой соли.

б) В обе пробирки опыта 1б добавляют серной кислоты до растворения осадков. Написать молекулярные и ионные уравнения реакции растворения. Объяснить причину сдвига ионного равновесия;

в) Берут пробирки с осадками опыта 1в. В пробирку с синим осадком добавляют хлороводородной кислоты, в пробирку с розовым осадком - разбавленной щелочи. Напишите молекулярные и ионные уравнения. Наблюдать растворение одного из осадков. Дать объяснения наблюдениям.

О П Ы Т 3. Образование газообразного вещества

Все сульфиты, растворимые и нерастворимые в воде, разлагаются минеральными кислотами с выделением диоксида серы, который определяют как запах горящей серы.

К раствору сульфита натрия приливают разбавленной серной кислоты. Обнаруживают запах SO_2 , стараясь запомнить его. Это позволит впредь распознавать диоксид серы органолептически.

Написать молекулярное и ионное уравнение реакции.

О П Ы Т 4. Образование слабых электролитов

а) Наливают в пробирку 1-2 мл раствора ацетата натрия и добавляют разбавленной серной кислоты. Определяют по запаху образующуюся уксусную кислоту;

б) Наливают в пробирку 1-2 мл раствора хлорида аммония и добавляют разбавленной щелочи. Определяют по запаху выделяющийся аммиак;

в) Наливают в пробирку 3 мл раствора сульфата хрома (III) и приливают к нему по каплям раствор разбавленной щелочи до появления серо-зеленого осадка гидроксида хрома.

Содержимое пробирки разделяют на две части. К одной части приливают раствор серной кислоты, к другой - раствор щелочи. Сравнить цвет полученных растворов. Сделать вывод о характере гидроксида хрома.

Для опытов а), б), в) написать молекулярные и ионные уравнения реакций, объяснить причины сдвига ионных равновесий.

Сделать вывод, в каком направлении протекают реакции ионного обмена в растворах электролитов.

5.2. Контрольные вопросы и задания

1. Составить в молекулярном виде уравнения реакций растворения следующих малорастворимых минералов:

а) стронцианит $SrCO_3$ переводят в водный раствор насыщением CO_2 суспензии минерала в воде;

б) сассолин $B(OH)_3$ обрабатывают избытком раствора едкого натра;

в) гиббсит $Al(OH)_3$ хорошо растворяется известковом молоке;

г) азурит $Cu(OH)_2 \cdot 2CuCO_3$ обрабатывают хлороводородной кислотой;

д) гетит Fe_2O_3 хорошо растворяется в серной кислоте;

е) гемиморфит $Zn(OH)_2 \cdot Zn_3Si_2O_7$ нагревают в растворе гидроксида натрия;

ж) брусит $Mg(OH)_2$ разлагается раствором серной кислоты;

з) борнит $FeS \cdot CuS \cdot 2Cu_2S$ обрабатывают соляной кислотой.

2. При смещении водных растворов одного из следующих веществ: NaOH, KOH, CsOH концентрацией 1 моль/л с одинаковыми объемами 1М раствором HCl, HBr, HNO_3, $HClO_4$ выделяется примерно одно и то же количество теплоты, составляющее 55-59 кДж/моль. О чем это свидетельствует? Напишите уравнения реакции в ионном виде.

3. При смешении 1М водных растворов одной из следующих кислот: азотной, уксусной, бензойной с одинаковыми объема 1М растворов КОН обнаруживаются различные тепловые эффекты. Объясните, приведя уравнения реакций в молекулярно-ионном виде.

4. Укажите причины, по которым реакция

$$Na_2CO_{3(р)} + Ca(OH)_{2(к)} \leftrightarrow CaCO_{3(к)} + 2NaOH_{(р)}$$

обратима, составьте выражение для константы равновесия. Почему в этом процессе образуется только разбавленный раствор гидроксида натрия, а получение концентрированного раствора невозможно?

5. Для переработки карбонатных марганцевых руд предложен способ, основанный на выщелачивании их раствором хлорида кальция:

$$MnCO_{3(к)} + CaCl_{2(р)} \leftrightarrow CaCO_{3(к)} + MnCl_{2(р)}.$$

Можно ли регенерировать раствор хлорида кальция и вывести одновременно марганец в осадок добавлением к продуктам выщелачивания суспензии $Ca(OH)_2$? Напишите уравнение реакции.

6. Растворение соли слабой кислоты в растворах кислот должно проходить тем быстрее, чем больше концентрация ионов водорода. Однако кальцит $CaCO_3$ растворяется в растворе уксусной кислоты быстрее, чем в растворе серной. Почему?

7. В 250 мл раствора содержится 1 г NaOH. Вычислите молярную концентрацию и pH этого раствора.

8. Кислые растворы имеют кислый вкус, щелочные - вкус мыла. Сливаются равные объемы растворов хлороводородной кислоты и гидроксида натрия одинаковой концентрации. Какой вкус полученного раствора?

9. Гашеную известь $Ca(OH)_2$ используют при флотации для создания щелочной среды (pH 12 и более), отделения пирита от сфалерита и сульфидов меди. Как изменяется pH растворов извести при хранении их в открытых емкостях? Напишите уравнение реакции.

6. ГИДРОЛИЗ СОЛЕЙ

Ц е л ь р а б о т ы - Изучение свойств водных растворов, связанных с реакцией гидролиза солей.

Природные воды часто не бывают нейтральными, а имеют либо кислую, либо щелочную среду вследствие гидролиза. При химическом выветривании известняков образуются щелочные растворы, а пиритсодержащих - кислые. Изменение нейтральной реакции среды водного раствора - признак гидролиза соли, обменной химической реакции, протекающей с участием воды .Однако не все соли вступают в реакцию гидролиза. Если растворить в воде хлорид калия KCl, нейтральная реакция среды (pH = 7), характерная для чистой воды, не изменится. Соли, образованные сильным основанием и сильной кислотой (NaCl, $LiNO_3$, CsBr и т.п.), в реакцию гидролиза не вступают.

С водой взаимодействуют: 1) соли, образованные слабыми основаниями и сильными кислотами (NH_4Cl, $CuSO_4$, $Zn(NO_3)_2$ и т.п.); 2) соли, образованные слабыми кислотами и сильными основаниями (Na_2S, KCN, $BaCO_3$ и т.п.); 3) соли, образованные слабыми основаниями и слабыми

кислотами (NH_4CH_3COO и т.п.).

Из рассмотренных примеров следует, что в реакцию с водой вступают катионы слабых оснований и анионы слабых кислот. Если эти ионы многозарядны (Fe^{3+}, Cu^{2+}, CO_3^{2-}, SiO_3^{2-} и т.п.), их взаимодействие с водой обычно идет до образования основного или кислого иона (первая ступень гидролиза). Например, соль $FeCl_3$, образованная слабым основанием с сильной кислотой, подвергается гидролизу по катиону:

$$Fe^{3+} + HOH \leftrightarrow FeOH^{2+} + H^+$$

Или в молекулярной форме:

$$FeCl_3 + HOH \leftrightarrow FeOHCl_2 + HCl.$$

В результате гидролиза соли $FeCl_3$ появляется избыток катионов H^+ и раствор приобретает кислую реакцию, pH < 7.

Гидролизу по аниону подвергаются соли, образованные сильным основанием и слабой кислотой. В качестве примера запишем уравнение гидролиза соли Na_2CO_3 в ионном виде:

$$CO_3^{2-} + HOH \leftrightarrow HCO_3^- + OH^-$$

И в молекулярной форме:

$$Na_2CO_3 + HOH \leftrightarrow NaHCO_3 + NaOH.\uparrow$$

Избыток анионов OH^- придает раствору щелочную реакцию, pH > 7.

Если же соль образована слабым малорастворимым основанием и слабой летучей кислотой, то происходит полный необратимый гидролиз. В таблице растворимости такие соли обозначены прочерком, означающим, что эти соли в водных растворах не существуют. Например, гидролиз карбоната железа (III):

$$Fe_2(CO_3)_3 + 6H_2O = 2Fe(OH)_3\downarrow + 3H_2CO_3;$$

$$2Fe^{3+} + 3\,CO_3^{2-} + 6H_2O = 2Fe(OH)_3\downarrow + 3H_2CO_3 \begin{array}{l} \nearrow 3CO_2\uparrow \\ \searrow 3H_2O \end{array}$$

т.е. карбонат железа (III) может существовать только в виде сухой соли, а в растворе он подвергается полному гидролизу, образуя труднорастворимый гидроксид железа (III) и слабую летучую угольную кислоту. В подобных случаях в осадок выпадает наименее растворимый из возможных продуктов гидролиза. Так, растворимость $(CuOH)_2CO_3$ меньше, чем $Cu(OH)_2$,

поэтому в зоне окисления минералов меди в известняках встречается малахит

$$2CuSO_4 + 2CaCO_3 + H_2O \leftrightarrow (CuOH)_2CO_3 + CaSO_4 + CO_2,$$

В водном растворе положительные ионы металлов гидратированы. Многие из них связывают воду так прочно, что их можно рассматривать как комплексные ионы. Гидролиз солей, образованных слабыми основаниями и сильными кислотами, происходит за счет молекул воды, входящих в комплексный ион. При этом катион металла выталкивает за пределы внутренней сферы одноименно заряженный ион водорода из молекулы воды, среда становится кислой. Например, при гидролизе хлорида магния координационное число Mg^{2+} равно шести

$$Mg^{2+} + 6H_2O = [Mg(H_2O)_6]^{2+} \Leftrightarrow [Mg(H_2O)_5OH]^+ + H^+;$$

$$MgCl_2 + 6H_2O \Leftrightarrow [Mg(H_2O)_5OH]Cl + HCl\ .$$

Ионы Bi^{3+}, Sb^{3+}, Ti^{4+}, V^{4+} обладают настолько сильным поляризующим действием, что выталкивает из молекулы воды оба иона водорода, вследствие чего образуются ионы BiO^+ висмутил, SbO^+ антимонид, TiO^{2+} титанил, VO^{2+} ванадил.

$$SbCl_3 + HOH \Leftrightarrow SbOCl + 2HCl.$$

6.1. Экспериментальная часть

О П Ы Т 1. Образование основной соли при гидролизе

В три пробирки наливают по 3-4 капли нейтрального раствора лакмуса и добавляют по 2 мл растворов: в одну пробирку - дистиллированной воды, в другую - сульфата натрия, в третью - сульфата алюминия. Сравнивают окраску индикатора в воде и растворах солей. Сделать вывод о возможности гидролиза.

Написать молекулярное и ионное уравнение реакции гидролиза: отразить отсутствие гидролиза в пробирке с раствором Na_2SO_4.

О П Ы Т 2. Образование кислой соли при гидролизе

В две пробирки наливают по 3-4 капли нейтрального раствора фенолфталеина и добавляют по 2 мл растворов: хлорида натрия и карбоната натрия. Сравнивают окраску индикатора в воде и растворах солей.

Сделать вывод о возможности гидролиза.

Написать молекулярное и ионное уравнение реакции гидролиза: отразить отсутствие гидролиза а пробирке с раствором NaCl.

О П Ы Т 3. Смещение равновесия гидролиза

Налить в пробирку 1-2 мл раствора нитрата висмута $Bi(NO_3)_3$ и разбавить его водой в 3-5 раз. Наблюдать образование осадка, т.е. помутнение раствора. Составить молекулярное и ионное уравнение реакции гидролиза, зная, что труднорастворимым продуктом является соль $BiONO_3$.

В пробирку с осадком $BiONO_3$ прибавить несколько капель концентрированной азотной кислоты. Наблюдать растворение осадка. Объяснить наблюдаемое, исходя из уравнения гидролиза.

О П Ы Т 4. Влияние нагревания на гидролиз ацетата натрия

К 3-4 мл раствора уксуснокислого натрия CH_3COONa прибавить 1-2 капли фенолфталеина и нагреть до кипения. Обратить внимание на появление розовой окраски, исчезающей при охлаждении раствора.

Написать ионное и молекулярное уравнение реакции гидролиза уксуснокислого натрия. Объясните различие окраски при нагревании и охлаждении раствора.

О П Ы Т 5. Полный гидролиз (совместный гидролиз)

К 1-2 мл раствора сернокислого алюминия $Al_2(SO_4)_3$ прилить такой же объем раствора карбоната натрия Na_2CO_3. Наблюдать выделение углекислого газа и образование осадка гидроксида алюминия. Написать молекулярное и ионное уравнение совместного гидролиза взятых солей.

6.2. Контрольные вопросы и задания

1. На некоторых обогатительных фабриках иногда барабаны (емкости) из-под цианида натрия обезвреживают 10%-ным раствором железного купороса $FeSO_4$. Напишите уравнения реакции, ведущих к образованию в этих условиях циановодородной кислоты, и покажите тем самым, что такой способ растворения цианидов абсолютно недопустим. При подкислении до $pH \leq 9$ работать с растворами цианида натрия опасно; безопасно при $pH > 10$.

2. Раствор основания и раствор кислоты смешивают в эквивалент-

ных соотношениях. Для каких из перечисленных пар раствор будет иметь нейтральную реакцию:

а) $NH_4OH + HCl$, б) $NH_4OH + CH_3COOH$, в) $NaOH + HCl$,

г) $NaOH + CH_3COOH$?

3. Сточные воды обогатительных фабрик, содержащие гидрокарбонат кальция, очищают от коллоидных примесей (удалить которые отстаиванием и фильтрованием невозможно) добавлением к ним сульфата алюминия. Образующийся хлопьевидный $Al(OH)_3$ обволакивает коллоидные частицы примесей и вызывает их осаждение. Объясните образование $Al(OH)_3$ и напишите уравнение реакции.

4. Определить, возможна ли реакция окисления сфалерита кислородом воздуха в стандартных условиях, если

$$ZnS_{(к)} + 2O_{2(г)} + 7H_2O_{(ж)} = ZnSO_4 \cdot 7H_2O_{(р)}.$$

ΔG^0_{298}, кДж/моль	-201	-237	-2564

Сделайте вывод о кислотности рудничных вод, содержащих в качестве продукта выветривания сульфат цинка, записав уравнение реакции гидролиза в молекулярном и ионном виде.

5. При окислении пирита, преобладающего в колчеданных рудах, кислородом, растворенным в воде, выделяется сульфат железа (III). Поступая с нисходящим током растворов в нижние горизонты, он реагирует с породой. Сделайте вывод о составе породы, если наблюдается совместное образование гипса $CaSO_4 \cdot 2H_2O$ и лимонита $Fe(OH)_3$. Напишите уравнение реакции взаимодействия сульфата железа (III) и породы.

6. Объясните, приведя молекулярно-ионное уравнение, почему при нагревании раствора $NaHCO_3$ реакция среды из слабощелочной переходит в сильнощелочную.

7. В водном растворе хлорида цинка при нагревании происходит растворение кусочка металлического цинка. Напишите уравнения реакции, объясняя причину выделения водорода.

8. В жесткой воде ионы железа обычно присутствуют в виде гидрокарбоната железа (II). При хранении такой воды в открытых сосудах, железо окисляется кислородом воздуха, вода мутнеет из-за выпадения в осадок $Fe(OH)_3$. Напишите уравнение реакции, в результате которой образуется гидроксид железа (III).

МИНОБРНАУКИ РФ
ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебно-методическому комплексу _____ Д. Дыбов

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ
ПО ВЫПОЛНЕНИЮ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ ПО ДИСЦИПЛИНЕ
Б1.Б.1.15 ОБЩАЯ ГЕОЛОГИЯ
ДЛЯ СТУДЕНТОВ СПЕЦИАЛЬНОСТИ 21.05.02 «ПРИКЛАДНАЯ ГЕОЛОГИЯ»

Авторы: Огородников В. Н., д.г-м.н., доцент; Поленов Ю. А., д.г-м.н., доцент

Одобрены на заседании кафедры геологии
(название кафедры)
Зав.кафедрой _____
(подпись)
Огородников В.Н.
(Фамилия И.О.)
Протокол № 8 от 17.03.2020
(Дата)

Рассмотрены методической комиссией Факультета геологии и геофизики
(название факультета)
Председатель _____
(подпись)
Бондарев В.И.
(Фамилия И.О.)
Протокол № 7 от 20.03.2020
(Дата)

Екатеринбург
2020

Контрольная работа по курсу дисциплины «Общая геология» представляет важную часть в общем цикле геологических дисциплин. Она дает студентам возможность познакомиться с главнейшими породообразующими минералами и наиболее распространенными горными породами, а также получить навыки работы с горным компасом.

Выполнение контрольной работы производится в два этапа. Вначале студенты знакомятся с основными породообразующими минералами и учатся распознавать их в составе горных пород. На втором этапе студенты получают навыки определения и описания магматических, метаморфических и осадочных горных пород.

Часть 1

МИНЕРАЛЫ

1. ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ О МИНЕРАЛАХ

Подавляющее большинство химических элементов образуют в земной коре простые или сложные соединения (исключения составляют инертные газы и некоторые самородные элементы).

Минералы – химические соединения, образовавшиеся в земной коре в результате природных геологических процессов и обладающие определенными химическим составом и физическими свойствами.

Каждый минерал обладает вполне определенным химическим составом и вполне определенной кристаллической структурой, т. е. закономерным расположением в пространстве элементарных частиц (атомов, ионов). Например, минерал галит (каменная соль) состоит из 39,4 % Na и 50,6 % Cl и имеет химическую формулу NaCl. Кристаллическая структура галита характеризуется поочередным расположением ионов Na^+ и Cl в углах кубов (рис. 1), где каждый ион хлора окружен шестью ионами натрия, и наоборот.

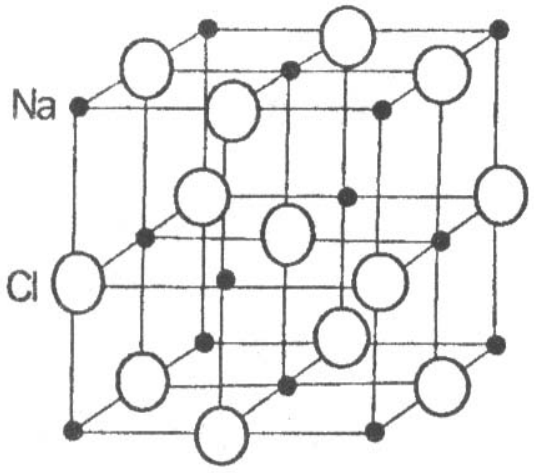


Рис. 1. Кристаллическая структура галита (NaCl)

В зависимости от особенностей химического состава и кристаллической структуры минералы образуют многогранники различной формы, называемые кристаллами. Эти же характеристики минералов (химический состав и кристаллическая структура) обусловливают их физические свойства. Иногда минералы имеют неупорядоченные строения, когда атомы и ионы располагаются беспорядочно, хаотично. Минералы с таким строением называют аморфными.

Образование минералов является результатом различных геологических процессов. По способу образования (источнику энергии) минералы могут быть объединены в две группы.

1. Минералы эндогенного генезиса, образующиеся за счет внутренней энергии Земли. Возникают в результате кристаллизации магмы и связанных с ней горячих газовых и водных растворов (гидротерм) на различных глубинах, а также путем преобразования минералов в условиях больших давлений и температур.

2. Минералы экзогенного генезиса, образующиеся за счет внешней (солнечной) энергии. Источником минералообразования являются разнообразные горные породы, вступающие во взаимодействие с атмосферой, гидросферой и биотой, давая начало новым минералам.

Пути и способы образования минералов разнообразны. Они могут быть следствием: 1) кристаллизации огненно-жидкого силикатного расплава (магмы); 2) кристаллизации из горячих минерализованных растворов (гидротерм); 3) отложения кристаллического вещества из газообразных продуктов возгонов; 4) перекристаллизации минералов и горных пород; 5) образования новых минералов за счет разрушения ранее созданных.

1.1. Формы нахождения минералов

В природе минералы встречаются в виде отдельных хорошо образованных кристаллов либо в виде скоплений неправильной формы зерен (агрегатов).

1.1.1. Облик кристаллов

Среди минералов выделяют три группы, обладающие характерным обликом, или габитусом, кристаллов.

Изометричные – формы, имеющие близкие размеры во всех направлениях. Примером могут служить кубы пирита, галенита, октаэдры магнетита, ромбоэдры кальцита и др. (рис. 2).

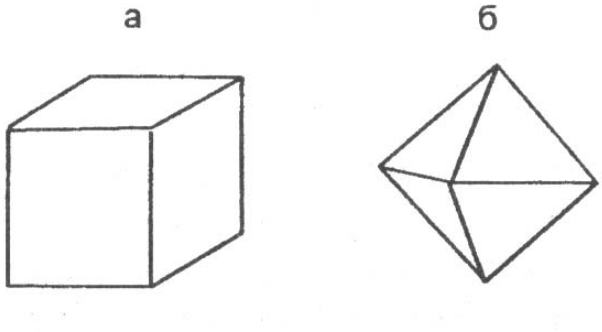


Рис. 2. Изометричные формы кристаллов:
а – кубический кристалл пирита;
б – октаэдрический кристалл магнетита

Уплощенные - формы, хорошо развитые преимущественно в двух направлениях. Сюда относятся таблитчатые, пластинчатые, листоватые и чешуйчатые кристаллы слюды, хлорита, графита и т. д. (рис. 3).



Рис. 3. Уплощенные формы кристаллов:
a – таблитчатый кристалл гематита;
b– пластинчатый кристалл мусковита

Удлиненные - формы, развитые в одном направлении. К этой группе относятся призматические, столбчатые, шестоватые, игольчатые и волокнистые кристаллы роговой обманки, пироксена, кварца и т. д. (рис. 4).

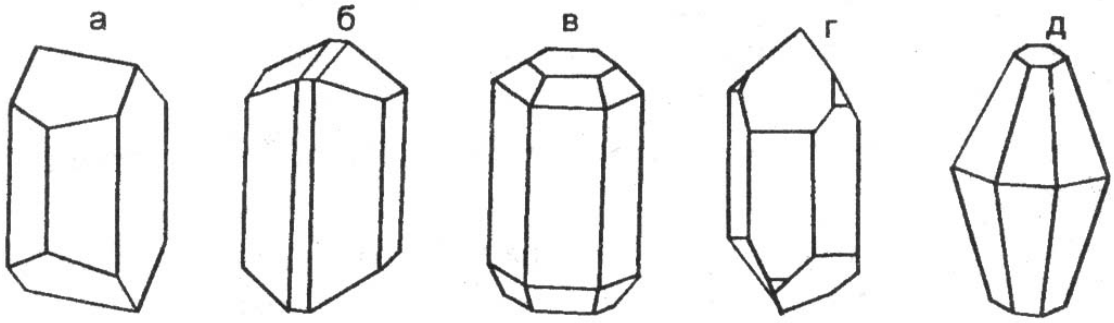


Рис. 4. Удлиненные формы кристаллов:
а – полевого шпата; б – роговой обманки; в – апатита; г – кварца; д - корунда

1.1.2. Минеральные агрегаты

В природе чаще встречаются не единичные кристаллы минералов, а скопления или срастания различной формы зерен. Эти скопления называют минеральными агрегатами.

Агрегаты бывают мономинеральными (моно - один), т. е. состоящими из зерен одного минерала, и полиминеральными (поли - много), сложенными несколькими различными минералами. Выделяют несколько видов минеральных агрегатов.

Зернистые агрегаты обладают наибольшим распространением в земной коре. В зависимости от формы слагающих зерен различают собственно зернистые (состоящие из изометричных зерен), а также пластинчатые, листоватые, чешуйчатые, волокнистые, игольчатые, шестоватые и другие агрегаты. По величине зерен можно выделять агрегаты крупнозернистые, более 5 мм в поперечнике, среднезернистые - от 1 до 5 мм и мелкозернистые - с зернами менее 1 мм.

Землистые агрегаты - порошкообразные, рыхлые мягкие минеральные массы скрытокристаллического строения, обычно пачкают руки, легко распадаются на мелкие комочки.

Сажистые - (черные цвета) или охристые (желтого, бурого и других ярких цветов). Образуются в процессе химического выветривания. Примером являются минерал каолинит и марганцевые руды.

Натечные формы выделений минералов образуются на стенках пустот при медленном испарении или охлаждении поступающих туда растворов. Эти образования имеют разнообразную форму: почковидную, гроздевидную, неправильную, цилиндрическую. Натеки, свисающие в виде сосулек со сводов пустот, называются сталактитами, а поднимающиеся им навстречу со дна пустот - сталагмитами. Характерным примером натечных образований являются: лимонит, малахит, кальцит.

Друзы - это сростки более или менее хорошо ограненных кристаллов на стенках каких-либо пустот. Примером могут служить довольно часто встречающиеся друзы кристаллов кварца или пирита.

Реже встречаются другие виды минеральных агрегатов: *секреции* -выполнение пустот изометричной, часто округлой формы, отличающиеся концентрически-зональным строением. Мелкие секреции в излившихся эффузивах называют миндалинами, крупные – жеодами; *конкреции* — шарообразные или неправильной формы стяжения и желваки, образующиеся в рыхлых осадочных породах (илах, глинах, песках и др.); *оолиты* - (от греч.-яйцо) - мелкие стяжения сферической формы размером от долей миллиметра до нескольких миллиметров, образующиеся путем наслоения коллоидального материала на песчинки в подвижной водной среде.

1.2. Физические свойства минералов

Минералы отличаются друг от друга по многим внешним признакам: цвету, блеску, твердости, форме и другим свойствам. Все физические свойства находятся в прямой зависимости от химического состава и кристаллической структуры, поэтому каждый из минералов характеризуется своим набором физических свойств, позволяющим проводить их диагностику (определение).

1.2.1. Оптические свойства

Цвет

У минералов различают идиохроматическую, аллохроматическую и псевдохроматическую окраски.

Идиохроматическая (от греч. «идиос» - свой, собственный и «хрома» - цвет) окраска обусловлена внутренними свойствами минерала, особенностями строения кристаллической решетки. Такую окраску имеют латунно-желтый пирит, черный магнетит, свинцово-серый галенит и др.

Аллохроматическая (от греч. «аллос» - посторонний) окраска связана с присутствием в минералах либо элементов-хромофоров (красителей), либо тонкорассеянных механических примесей. Например, очень сильным элементом-красителем является хром. Даже незначительная примесь Cr_2O_3 (0,1 %) окрашивает бесцветный минерал корунд в ярко-красный цвет, прозрачная разновидность которого называется рубином.

Наличие тонкорассеянных механических примесей оксидов и гидрооксидов железа в бесцветных минералах окрашивает последние во всю гамму красно-желтых тонов. Тонкорассеянное органическое вещество дает серые, черные цвета и т. д. Примером окраски такого рода может служить цвет галита. Чистые минералы галита прозрачны и бесцветны или имеют белый цвет. Но часто те или иные красящие пигменты обусловливают окраску различных цветов: серый (обычно глинистые частицы), желтый (*гидроксиды* железа), красный (*оксиды* железа), бурый и черный (органические вещества).

Природа окрашивания некоторых минералов кроется в нарушении однородности строения их кристаллических решеток, в возникновении в них различных дефектов (черный кварц, аметист и др.).

Псевдохроматическая (от греч. «псевдос» - ложный) окраска не имеет ничего общего с природой самого минерала. Некоторые минералы меняют окраску в зависимости от освещения. Например, на полированной поверхности минерала лабрадорита при некоторых углах поворота освещения появляются густые синие и зеленовато-синие переливы, вызванные интерференцией световых лучей, отраженных от плоскостей спайности лабрадорита. Такое явление называется иризацией.

Иногда минералы бывают покрыты тонкой поверхностной пленкой другого минерала, которая обычно имеет радужную окраску, напоминающую окраску тонких пленок нефти на поверхности воды. Подобные пленки на минералах называют побежалостью.

При определении окраски минерала обычно широко применяется метод сравнения с окраской хорошо известных предметов или веществ: яблочно-зеленый, лазурно-синий, шоколадно-коричневый и т. п. Эталонами считаются названия цветов следующих минералов: фиолетовый у аметиста, зеленый у малахита, красный у киновари, бурый у лимонита, свинцово-серый у галенита, железо-черный у магнетита, латунно-желтый у пирита, металлически-золотистый у золота.

Прозрачность - способность минерала пропускать свет. В зависимости от этой способности все минералы делятся: на прозрачные - горный хрусталь, топаз, исландский шпат и др.; полупрозрачные - флюорит, сильвин и др.; непрозрачные - пирит, магнетит и др.

Цвет черты

Это цвет тонкого порошка минерала, который легко получить, если провести испытуемым минералом черту на матовой (неглазурованной) поверхности фарфоровой пластики, называемой бисквитом. Цвет черты является более надежным признаком по сравнению с окраской минералов. В ряде случаев он соответствует цвету минерала (серая черта у серого галенита), но иногда цвет черты резко отличается от цвета минерала (латунно-желтый пирит оставляет черную черту). Для некоторых минералов этот признак является диагностическим. Например, очень похожие друг на друга минералы группы железа легко распознаются по цвету черты: магнетит имеет черную черту, гематит – вишневую, лимонит – желто-бурую.

Цвет черты определяется только у минералов с металлическим блеском, потому что другие минералы имеют белую или светлоокрашенную черту.

Блеск

Блеск – способность минералов отражать от своей поверхности световой поток. Установлено, что блеск зависит от показателя преломления минерала, т. е. величины, характеризующей разницу в скорости света при переходе из воздушной в кристаллическую среду. Минералы с показателем преломления 1,3-1,9 имеют *стеклянный* блеск, с 1,9-2,6 — *алмазный* блеск. *Полуметаллический* блеск отвечает минералам с показателем преломления 2,6-3,0 и *металлический* – выше 3,0. Металлический блеск отвечает отражению полированной поверхности металла. Такой блеск характерен для непрозрачных минералов. Примером могут служить минералы пирит, галенит, халькопирит. Полуметаллический блеск напоминает блеск потускневшего металла. Он характерен для гематита, графита и др. Наиболее широко распространен стеклянный блеск, на его долю приходится около 70 % минералов. Стеклянным блеском обладают горный хрусталь, кальцит, корунд, флюорит, амфиболы, пироксены, полевые шпаты и другие минералы.

Более сильным, чем стеклянный, является алмазный блеск, характерный, например, для алмаза, серы.

Блеск минерала зависит также от характера его поверхности. Если поверхность неровная, то отраженный свет несколько рассеивается, преобразуя стеклянный и алмазный блески в так называемый жирный. Порошковатые рыхлые минералы, обладающие тонкой пористостью, имеют матовый блеск, так как микроскопические поры являются своего рода «ловушками» для света. Примерами могут служить каолинит, землистые массы лимонита и др.

У минералов с параллельно-волокнистым строением наблюдается типичный шелковистый блеск (асбест), полупрозрачные «слоистые» и пластинчатые минералы имеют перламутровый отлив.

1.2.2. Механические свойства

Спайность и излом

Спайностью называют свойство минералов раскалываться по определенным направлениям, обусловленным строением их кристаллических решеток, образуя при этом ровные площади – плоскости спайности. Это свойство минералов связано исключительно с внутренним их строением и не зависит от внешней формы кристаллов. Например, при раскалывании кристаллов кальцита самой разнообразной формы получается спайный выколок всегда одной и той же формы – ромбоэдр, кристаллов флюорита – октаэдр, галенита и галита – куб.

По степени совершенства различают следующие виды спайности: *весьма совершенная* - минералы легко расщепляются на тонкие листочки, чешуйки (мусковит, биотит, хлорит, тальк, графит); *совершенная* — минералы при ударе раскалываются на обломки, со всех сторон ограниченные тремя и более плоскостями спайности (кальцит, флюорит, галенит, галит); *средняя* – минералы раскалываются на обломки, ограниченные двумя плоскостями спайности и неровными поверхностями по случайным направлениям (полевые шпаты, роговая обманка, пироксен); несовершенная – минералы раскалываются

на обломки, ограниченные неровными поверхностями и одной плоскостью спайности (корунд, апатит); весьма несовершенная или отсутствует – минералы раскалываются только по случайным направлениям с неровными поверхностями (кварц, магнетит, пирит).

Чтобы не спутать грани кристаллов с плоскостями спайности необходимо помнить, что направление спайности дает систему взаимопараллельных плоскостей или трещин. При определении спайности в агрегате выбирается одно или несколько наиболее крупных зерен и в них наблюдаются плоскости спайности. Если угол спайности, например, равен 90 градусам, то излом *ступенчатый*, а если угол спайности острый – излом *занозистый.*

Неровные поверхности, получаемые при расколе минерала по случайным направлениям, называют *изломом.* Наиболее распространен *неровный* излом, но иногда наблюдаются и другие виды: *гладкий*, *раковистый* – излом характерен для минералов с весьма несовершенной спайностью, напоминает поверхность раковины с концентрической скульптурой (кварц, пирит); *ступенчатый*, *занозистый* – излом характерен для игольчатых или волокнистых минералов (селенит). Излом, как и спайность, определяется внутренним строением минерала, его кристаллической решеткой.

Твердость, хрупкость, ковкость, упругость

Под твердостью минерала подразумевается степень его сопротивления внешним механическим воздействиям. В минералогической практике применяют наиболее простой способ определения твердости - царапанье одного минерала другим, т. е. устанавливается относительная твердость минерала. Для оценки относительной твердости немецким минералогом Ф. Моосом была предложена шкала, состоящая из десяти минералов, каждый из которых, обладая более высокой твердостью, своим острым концом царапает все предыдущие с меньшими номерами. Твердость минералов-эталонов в шкале условно обозначена целыми числами.

Шкала Мооса представлена следующими минералами:

Тальк	$Mg_3[Si_4O_{10}](OH)_2$	1
Гипс	$CaSO_4 \cdot 2H_2O$	2
Кальцит	$CaCO_3$	3
Флюорит	CaF_2	4
Апатит	$Ca_5[P0_4]_3(F,C1)$	5
Ортоклаз	$K[A1Si_30_8]$	6
Кварц	SiO_2	7
Топаз	$A1_2[SiO_4]F_2$	8
Корунд	$A1_20_3$	9
Алмаз	C	10

Для определения твердости исследуемого минерала устанавливают, какой эталон с максимальным номером он царапает. Например, если испытуемый минерал царапает апатит, но оставляет порошок, т. е. истирается на ортоклазе, значит его твердость выше 5, но ниже 6 и оценивается в 5.5.

Относительную твердость можно определить, не имея шкалы Мооса, используя некоторые заменители. Так, твердость ногтя – 2,5; медной монеты – 3,0-3,5; оконного

стекла – 5,0; стального ножа – 6,0; напильника – 7,0. Твердость порошковатых разностей бывает занижена по сравнению с твердостью этого минерала в крупных зернах.

Под хрупкостью понимают свойство минерала крошиться при проведении по нему черты ножом. Противоположный эффект – гладкий блестящий след – свидетельствует о свойстве минерала деформироваться пластически. Ковкие минералы расплющиваются под ударом молотка в тонкую пластинку, упругие – способны восстанавливать форму после снятия нагрузки (слюды, асбест).

1.2.3. Прочие свойства

Удельный вес

Удельный вес может быть точно замерен только в лабораторных условиях различными методами; приблизительное суждение об удельном весе можно получить путем сопоставления с распространенными минералами, удельный вес которых принимается за эталон. Все минералы по удельному весу можно разделить на три группы: *легкие* - с удельным весом меньше 3 г/см^3 (галит, гипс, кварц и др.); *средние* - с удельным весом порядка 3-5 г/см^3 (апатит, корунд, пирит и др.); *тяжелые* - с удельным весом больше 5 г/см^3 (галенит, золото и др.).

1.2.4. Специфические свойства

Некоторые минералы обладают особыми, характерными только для них свойствами, когда нет необходимости определять их в других индивидах.

Магнитность. Сравнительно небольшое число минералов обладает свойством воздействовать на магнитную стрелку. Для минералов, обладающих магнитностью, это свойства имеет важное диагностическое значение. Минералы, обладающие ярко выраженными ферромагнитными свойствами, могут притягивать даже мелкие железные предметы - опилки, булавки (магнетит). Менее магнитные минералы (парамагнитные) слабо притягиваются магнитом (пирротин), и, наконец, имеются минералы, которые отталкивают магнитную стрелку, - самородный висмут.

Реакция с соляной кислотой. С соляной кислотой взаимодействуют минералы из класса карбонатов:

- кальцит $CaCO_3$ - бурно реагирует, "вскипая" в кислоте;
- доломит $CaMg(CO_3)_2$ - «вскипает» только в порошке;
- магнезит $MgCO_3$ - не реагирует с кислотой.

Двойное лучепреломление. Двупреломление света – разложение светового луча, входящего в кристалл, на два. Это свойство характерно для карбонатов, особенно для прозрачной разновидности кальцита – исландского шпата. При наложении исландского шпата на рисунок или текст явственно заметно раздвоение изображения.

Физиологические свойства. (Воздействие на вкусовые, обонятельные и тактильные анализаторы человека). Ряд минералов можно определить по вкусу. Например, галит имеет соленый вкус, сильвин – горько-соленый. Эти минералы, кроме того, растворяются в воде. Другие минералы можно различить по запаху. При горении серы ощущается запах сернистого газа, в то время как горящий янтарь издает ароматический запах. Существенна также степень шероховатости минералов, т. е. ощущение, возникающее при прикосновении к минералу. Есть минералы жирные на ощупь (тальк), гладкие (горный хрусталь) и шершавые (каолин).

1.3. Классификация минералов

Существует несколько классификаций минералов, в основу каждой из которых положены различные признаки. Наиболее признанной является кристаллохимическая классификация, в основе которой лежит в равной мере химический состав и кристаллическая структура минералов. По этой классификации выделяется большое

количество классов, из которых в данном курсе будут рассмотрены лишь следующие: 1 - самородные элементы, 2 - сульфиды 3 - галогениды, 4 - оксиды и гидрооксиды, 5 - карбонаты, 6 - сульфаты, 7 - фосфаты и 8 - силикаты.

Класс 1 - самородные элементы – некоторые химические элементы в свободном минеральном состоянии. К ним относят: *металлы* - золото (Au), серебро (Ag), медь (Cu) и др.; *полуметаллы* - мышьяк (As), висмут (Bi); *неметаллы* - графит (C), сера (S) и др.

Класс 2 – сульфиды – соли сернистой кислоты H_2S. Наиболее характерными признаками, свойственными большинству сульфидов, являются сильный металлический блеск и высокий удельный вес. Сюда относят минералы: пирит – FeS_2, халькопирит – $CuFeS_2$ и галенит – PbS.

Класс 3 – галогениды – соли соляной кислоты HCl (*хлориды*) и соли плавиковой кислоты HF (*фториды*). Для них характерны низкая твердость (2-4), прозрачность и совершенная спайность. К этому классу относят галит – NaCl, сильвин – КС1 и флюорит – CaF_2.

Класс 4 – оксиды и гидрооксиды – соединения металлов и неметаллов с кислородом и водой H_2O. Для оксидов характерна прочность кристаллической решетки, чем обусловлена их высокая твердость (5-9). К этому классу относят корунд – $A1_2O_3$, кварц – SiO_2, опал – $SiO_2 \cdot nH_2O$ и минералы группы железа: магнетит – Fe_3O_4, гематит – $Fe_2O_3 \cdot n\,H_2O$.

Класс 5 – карбонаты – соли угольной кислоты H_2CO_3. Большая часть карбонатов бесцветна, твердость невысокая (3), характерна совершенная спайность по ромбоэдру и эффект двойного лучепреломления. К этому классу относят кальцит – $CaCO_3$, доломит – $CaMg(CO_3)_2$, магнезит – $MgCO_3$.

Класс 6 – сульфаты – соли серной кислоты H_2SO_4. В технических науках их называют купоросами. Для минералов этого класса характерна низкая твердость (2-3,5) и пестрые цвета окраски. К ним относят гипс – $CaSO_4 \cdot 2H2O$ и ангидрит – $CaSO_4$, медный купорос – $CuSO_4$ и железный купорос – $FeSO_4$.

Класс 7 – фосфаты – соли ортофосфорной кислоты H_3PO_4. Характерна средняя твердость (5) и светлая окраска. Сюда относят минерал апатит – $Ca_5[PO_4]_3(F,C1)$.

Класс 8 – силикаты – самая обширная группа породообразующих минералов, содержащих SiO_2. Основой кристаллической решетки силикатов является скелет из кремнекислородных тетраэдров $[SiO_4]^{-4}$ (рис.5,а). Кремнекислородные тетраэдры в структурах силикатов могут находиться либо в виде изолированных друг от друга структурных единиц $[SiO_4]$, либо сочленяются друг с другом разными способами. В зависимости от способа их сочленения выделяют следующие подклассы:

Островные силикаты с изолированными тетраэдрами (см. рис.5, а) представлены оливином. Для них характерны повышенные твердость и удельный вес, а также изометричные формы кристаллов.

Цепочечные силикаты с одинарными цепочками тетраэдров (см. рис. 5, б) представленные пироксенами;

Ленточные силикаты со сдвоенной цепочкой тетраэдров (см. рис. 5, в) представлены роговой обманкой. Несмотря на существенное различие в количественных соотношениях компонентов, цепочечные и ленточные силикаты имеют много общих свойств: удлиненная форма кристаллов, средняя спайность в двух направлениях, твердость 5-6, темный цвет.

Листовые силикаты с непрерывными слоями кремнекислородных тетраэдров представлены слоями кремнекислородных тетраэдров (рис. 5, г). Сюда относят слюды (биотит, мусковит), хлорит, тальк, каолинит, серпентинит. В прямой зависимости от

кристаллической структуры находится важное диагностическое свойство этих силикатов - весьма совершенная спайность, а также гексагональная форма кристаллов.

Каркасные силикаты с непрерывными трехмерными каркасами тетраэдров $[SiO_4]^{-4}$ представлены почти исключительно алюмосиликатами, в которых часть ионов Si^{4+} в кремнекислородных тетраэдрах замещена на ионы $A1^{3+}$. Для этих силикатов характерна светлая окраска и твердость 5-7.

3. МЕТОДИКА ВЫПОЛНЕНИЯ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ

Основная цель работы – знакомство с минералами и изучение их физических свойств. Исследование физических свойств выполняется в соответствии с рекомендациями, изложенными в разделе 1. Вначале определяется форма и характер минеральных агрегатов, затем цвет, блеск и другие физические свойства. Полученные данные сводятся в таблицу описания минералов.

Название минерала, формула	Форма кристаллов или минераль-ных агрегатов	Физические свойства минералов						Приме-чание
		цвет	цвет черты	блеск	спай-ность	твер-дость	спец. св-ва	
1	2	3	4	5	6	7	8	9

Часть 2

МАГМАТИЧЕСКИЕ ГОРНЫЕ ПОРОДЫ

2.1. Общие сведения о магматических горных породах

Магматические горные породы образуются в результате затвердевания магмы на глубине или на земной поверхности при вулканических извержениях. Магматические породы также называют изверженными.

Магма (от греч. «густая мазь») — огненно жидкий, главным образом силикатный расплав, возникающий в верхней мантии или в земной коре. Магма содержит большое количество растворенных газов и паров воды (F, C1, CO_2, H_2O и др.). На большой глубине магма находится под очень большим всесторонним давлением и обладает высокой температурой.

Поднимаясь вверх, магма внедряется в твердые и относительно холодные породы, которым она отдает свое тепло, начинает охлаждаться и кристаллизоваться. Большую роль в процессе кристаллизации играют летучие компоненты: пары воды и газа, способствующие и часто определяющие скорость кристаллизации минералов.

Поднимаясь вверх, магма оказывается в различных термодинамических условиях.

На значительных глубинах при медленном остывании магмы и сохраняющемся большом давлении происходит постепенная, последовательная и полная кристаллизация расплава. Последовательность в кристаллизации магмы связана с существованием минералов с разной температурой плавления. Тугоплавкие минералы

кристаллизуются при более высоких температурах, когда другие еще находятся в расплаве.

К тугоплавким относят минералы, содержащие Fe и Mg (железисто-магнезиальные силикаты: оливин, авгит, роговая обманка, биотит и др.). При понижении температуры последовательно кристаллизуются и другие минералы.

Таким образом, на больших глубинах весь силикатный расплав превращается в агрегат тех или иных минералов, образуется полнокристаллическая горная порода. Долго сохраняющиеся условия высоких температур и давления создают благоприятные условия роста для всех минералов, в результате образуются полнокристаллические и равнокристаллические структуры пород с более или менее одинаковым размером зерен всех минералов.

На средних и небольших глубинах условия кристаллизации магмы менее стабильны и более разнообразны.

Если масса и температура расплава, внедрившегося на средних глубинах, достаточно велики для прогрева вмещающих пород и давление является достаточным для удержания в расплаве летучих компонентов, происходит также полная раскристаллизация расплава и образуется полнокристаллическая порода. При этом центральные части получают равнокристаллическое, а краевые — неравнокристаллическое строение в связи с относительно быстрым охлаждением на контакте с вмещающими породами и частичной потерей летучих компонентов. Летучие компоненты для некоторых минералов являются катализаторами и заметно повышают скорость их роста, тогда при полнокристаллическом строении возникает большая разница в размерах зерен разных минералов, могут возникать порфировидные структуры.

На небольших глубинах температура и давление магмы могут быть недостаточными для ее полной кристаллизации. В таких условиях часть магмы успевает раскристаллизоваться и превратиться в минеральные зерна — вкрапленники, а другая часть затвердевает в виде вулканического стекла — аморфной массы, в которой могут быть зародыши кристаллов — микролиты, хорошо различимые только под микроскопом. В этих условиях образуются неполнокристаллические породы.

При вулканических извержениях магма либо изливается на земную поверхность (или на дно водного бассейна) в виде лавы, либо при взрывах выбрасывается в воздух на разную высоту, застывает и падает на поверхность в виде твердых частиц и обломков разного размера (вулканический пепел, песок, лапилли, вулканические бомбы), давая начало пирокластическим горным породам обломочного строения. Последние образуют особую группу вулканических пород и будут рассмотрены ниже.

Магма, излившаяся на поверхность в виде лавы, попадает в условия резкого понижения температуры и давления и связанной с этим почти полной потери летучих компонентов, что приводит к быстрому затвердеванию лавы. При этом если расплав поднимается медленно и с больших глубин и до выхода на поверхность в нем произошла частичная кристаллизация, то есть образовались кристаллы минералов, то при затвердевании на поверхности образуются неполнокристаллические породы. При быстром движении расплав не успевает кристаллизоваться и застывает на поверхности в виде вулканического стекла, образуя стекловатую породу, в которой кристаллы почти или полностью отсутствуют.

По условиям образования магматические горные породы подразделяют на следующие виды.

1. **Интрузивные** (внедрившиеся):
   - глубинные (абиссальные),
   - полуглубинные (гипабиссальные).
2. **Вулканические**:
   - эффузивные (излившиеся),
   - пирокластические.

Интрузивные, или внедрившиеся (от лат. «интрузио» — внедрение), горные породы образуются при застывании магмы под земной поверхностью и по глубине застывания делятся на глубинные и полуглубинные.

Глубинные, или абиссальные (от греч. «абиссос» — бездонный), или плутонические, породы формируются на больших глубинах, в условиях длительно сохраняющихся высоких температур и давлений и характеризуются полной раскристаллизацией магматического расплава.

Полуглубинные (гипабиссальные) горные породы, затвердевшие на средних и небольших глубинах, по условиям образования являются промежуточными между глубинными интрузивными и эффузивными. Температура и давление магмы на разных глубинах меняются по-разному, и могут возникать как полно-, так и неполнокристаллические породы.

Излившиеся, или **эффузивные,** породы (от лат. «эффузио» — излияние) образуются при излиянии лавы на дневную поверхность, где резко понижаются температура и давление. Эффузивные породы характеризуются неполной кристаллизацией или быстрым затвердеванием расплава в виде вулканического стекла.

Различия в условиях образования магматических пород четко отражаются на их внешнем облике и легко распознаются макроскопически по характеру структуры и текстуры.

2.2. Структуры и текстуры магматических горных пород

Структуры магматических горных пород макроскопически классифицируются по степени кристалличности вещества, относительному и абсолютному размеру зерен.

По *степени кристаллизации* магматического расплава выделяют следующие структуры:

полнокристаллические, когда все вещество раскристаллизовано в агрегат минералов;

неполнокристаллические, когда часть расплава раскристаллизовалась и образовались минеральные зерна, а другая часть затвердела в виде вулканического стекла;

стекловатые, когда вся порода представлена вулканическим стеклом. Для глубинных пород характерны полнокристаллические структуры, для полуглубинных — полно- и неполнокристаллические, а для излившихся — неполнокристаллические и стекловатые структуры.

По *относительному размеру* минеральных зерен выделяют структуры:

равнокристаллические (равномерно-кристаллические). Если порода полнокристаллическая по степени кристаллизации и размеры минеральных зерен близки по величине;

неравнокристаллические структуры выделяются как для полнокристаллических, так и для неполнокристаллических пород.

Для полнокристаллических различают:

неравнокристаллические, когда размер минеральных зерен различается не резко;

порфировидные, если одни зерна по размеру резко отличаются от других.

Для неполнокристаллических пород различают:

порфировые, состоящие из нераскристаллизованной части исходного расплава, которая вне зависимости от ее количества в породе называется «основной массой», и раскристаллизованной — «вкрапленников», представленных кристаллами минералов;

афировые, если порода состоит из основной массы без вкрапленников .

Равно- и неравнокристаллические и порфировидные структуры характерны для интрузивных пород, порфировые и афировые — для эффузивных и близповерхностных полуглубинных пород.

Для пород полно- и равнокристаллических выделяют *структуры по абсолютному размеру зерен*, см:

Гигантокристаллические	> 1
Крупнокристаллические	1-0,3
Среднекристаллические	0,3-0,1
Мелкокристаллические	0,1-0,05
Скрытокристаллические (афанитовые)	< 0,05

Все вышеперечисленные структуры, от гиганто- до скрытокристал-лической, характерны для интрузивных глубинных и полуглубинных пород, афанитовые — для основной массы эффузивных пород (вкрапленники при этом могут иметь различные размеры).

Среди многочисленных структур, выделяемых по взаимоотношениям минералов в породе, макроскопически хорошо различима *пегматитовая (письменная)*, характеризующаяся закономерным прорастанием полевого шпата кварцем, образующим клинообразные зерна, напоминающие древнееврейские письмена, откуда и произошло название структуры.

Текстуры изверженных горных пород подразделяют на компактные, когда нет пор и пустот, и некомпактные, если есть в породе пустоты и поры. К компактным текстурам относят: *массивную, пятнистую, флюидалъную, полосчатую, миндалекаменную;* к некомпактным — *пористую, пенистую, пузырчатую.*

Массивная текстура отличается беспорядочным расположением минеральных зерен, она наиболее характерна для интрузивных пород, нередко встречается и в эффузивных породах.

Пятнистую текстуру выделяет при неравномерном распределении светлых и темных минералов в породе. Встречается реже, главным образом в интрузивных породах.

Флюидальная текстура отличается ориентированным расположением удлиненных кристаллов, например столбиков роговой обманки, что отражает вязкое течение магмы или лавы в процессе застывания, при котором удлиненные кристаллы, как бревна в реке, располагаются своими длинными осями по направлению течения более или менее параллельно друг другу.

Флюидальная текстура может проявляться также в *полосчатости,* характеризующейся различиями в составе или структуре полос.

Некомпактные текстуры характерны для эффузивных пород и связаны с выделением из лавы летучих компонентов, после чего в затвердевшей лаве остаются пустоты округлой или миндалевидной формы.

Если пустоты мелкие (до нескольких миллиметров), образуется *пористая,* более крупные — *пузырчатая текстура*. В особо благоприятных условиях пары и газы могут вспенивать лаву, и при застывании образуется *пенистая,* или *пемзовая, текстура,* в которой пустоты по объему преобладают.

Миндалекаменная (мандельштейновая) текстура характерна для эффузивных горных пород и образуется в результате заполнения пор и пустот в затвердевшей лаве вторичными минералами (кварц, халцедон, кальцит, хлорит и др.). Образовавшиеся миндалины обычно выделяются своим более светлым цветом на фоне темно-серой или черной породы. От вкрапленников миндалины отличаются округлой или миндалевидной формой. Горные породы с миндалекаменной текстурой называют мандельштейнами.

2. 3. Классификация магматических горных пород по химическому и минеральному составам

В основу классификации магматических горных пород положены химический и минеральный составы и структурные особенности пород (см. таблицу).

Химический анализ магматических горных пород показывает, что они состоят в основном из восьми оксидов: SiO_2, $A1_2O_3$, Fe_2O_3, FeO, MgO, CaO, Na_2O, K_2O. В значительно меньших количествах присутствуют TiO_2, MnO, P_2O_5, H_2O и некоторые другие. Из главных оксидов только SiO_2 присутствует во всех магматических породах в значительных количествах. Оксид SiO_2 и принят за основу химической классификации изверженных горных пород.

По содержанию кремнезема (оксида SiO_2) магматические породы подразделяют на четыре группы:

- кислые (SiO_2 = 64-78 %),
- средние (SiO_2 = 53-64 *%),*
- основные (SiO_2 = 44-53 %),
- ультраосновные (SiO_2 = 30-44 %).

Границы между этими группами магматических пород в известной мере являются условными, так как между породами соседних групп существуют постепенные переходы.

Важным показателем для классификации является содержание в магматической породе щелочей. По сумме щелочей ($Na_2O + K_2O$) выделяют три ряда магматических пород: нормальной щелочности (низкощелочные, известково-щелочные), субщелочные (умеренно-щелочные) и щелочные (с высокой щелочностью).

Границы содержаний суммы щелочей для выделения рядов значительно варьируют в зависимости от группы магматических пород по содержанию оксида SiO_2.

По относительному количеству железисто-магнезиальных силикатов в объемных процентах (М — цветное число) магматические породы подразделяют на ультрамафические (М > 70), мафические (70 > М > 20) и салические (М < 20).

Химический состав магматических пород взаимосвязан с комплексом слагающих их минералов. Минералами — показателями степени кислотности (содержания оксида SiO_2) являются кварц и оливин. Кислые породы отличаются значительным содержанием кварца. Для основных и ультраосновных пород характерен оливин, а кварц может встречаться только как второстепенный (менее 5 %) минерал и макроскопически обычно не виден. Средние по степени кислотности породы, занимая промежуточное положение и по минералогическому составу, являются переходными между кислыми и основными породами. В них выделяют средние кварцевые, переходные к кислым, и средние бескварцевые, переходные к основным породы.

Количество железисто-магнезиальных темноцветных минералов постепенно увеличивается от кислых к основным и ультраосновным породам. Некоторые разности основных и все ультраосновные породы состоят почти на 100 % из цветных силикатов и относятся к ультрамафитам.

Содержание полевых шпатов уменьшается от кислых к основным породам. В кислых и средних породах полевые шпаты развиты широко, в основных — количество их уменьшается, а ультраосновные породы являются бесполевошпатовыми.

Высокая щелочность магматических пород определяется присутствием щелочных минералов, таких как нефелин, калиевый полевой шпат и другие.

Химический и минералогический состав определяют цвет магматической породы: чем кислее порода, тем она светлее, чем основнее — тем темнее. Кислые и средние породы обычно бывают серыми или цветными (розовыми, красными, желтыми), основные — темно-серыми или черными, ультраосновные — черными или темно-зелеными.

Условия образования не оказывают существенного влияния на химический и минеральный состав изверженных пород. Поэтому в классификации по степени кислотности

Классификация магматических горных пород нормальной щелочности

	Группы пород по содержанию SiO_2 (в масс. %)							
	кислые (78-64)		средние (64-53)		основные (53-44)		ультраосновные (44-30)	
	глубинные	излившиеся	глубинные	излившиеся	глубинные	излившиеся	глубинные	излившиеся
Породы нормальной щелочности	Гранит, гранодиорит	Риолит, обсидиан, дацит	Диорит	Андезит	Габбро	Базальт	Дунит, перидотит, пироксенит, горнблендит	Пикрит, коматиит
Породо-образующие минералы	**Кварц,** КПШ, биотит, кислый плагиоклаз В обсидиане, пемзе - стекло		Средний плагиоклаз, роговая обманка, пироксен		Основной плагиоклаз, пироксен, роговая обманка, оливин		Оливин, пироксен, роговая обманка	
Количество кварца	15-40 %		-		-		-	
Цвет излившихся пород		Белый, серый, светлые тона		Темно-серый, коричневый		Черный		Черный
Количество темно-цветных минералов в глубинных породах	10-15 ± 5 %		25 ± 15 %		50 ± 15 %		100 %	

изверженных пород в одну группу объединяют различные по происхождению (интрузивные, эффузивные, жильные), но близкие по химическому и минеральному составу.

Первоначальный минералогический состав магматических пород может заметно меняться в результате вторичных изменений.

Магматические горные породы весьма разнообразны, но лишь немногие из них распространены в земной коре широко. Наиболее широко развиты породы основного и кислого состава.

В земной коре среди магматических пород *около 70 %* составляют *основные* породы, а *кислые* и *средние* вместе — *около 30 %*. На ультраосновные породы приходится незначительная доля процента.

При этом среди эффузивов самыми распространенными являются лавы основного состава (базальты), а среди интрузивных образований — кислые породы (граниты и гранодиориты).

Среди всех типов по степени кислотности (кислые, средние и т. д.) наиболее широко распространены магматические породы нормальной щелочности (известково-щелочные). Однако субщелочные и щелочные породы хотя и развиты меньше, но не являются редкими.

В таблицах приводится характеристика наиболее часто встречающихся разновидностей глубинных (плутонических) и эффузивных пород.

Выполнение контрольной работы на этом этапе состоит в изучении и описании магматических горных пород.

Порядок описания интрузивных пород.

1. Цвет.
2. Структура (по степени кристаллизации, по относительному размеру зерен и для равно-, полнокристаллических по абсолютному размеру зерен).
3. Текстура.
4. Минералогический состав в процентах.
5. Характеристика каждого из минералов, входящих в состав породы (размер и форма зерен, цвет, спайность, излом, блеск).
6. Вывод: название породы, условия образования, группа по степени кислотности и щелочности.
7. Эффузивный аналог.

Порядок описания эффузивных пород.

1. Цвет.
2. Структура (по степени кристаллизации, по относительному размеру зерен).
3. Текстура.
4. Соотношение основной массы и вкрапленников в процентах.
5. Характеристика основной массы (цвет, особенности).
6. Характеристика вкрапленников (цвет, форма и размер зерен, спайность, блеск, излом, вторичные изменения).
7. Вывод: название, условия образования, группа по степени кислотности и щелочности.
8. Глубинный аналог.

Часть 3

МЕТАМОРФИЧЕСКИЕ ГОРНЫЕ ПОРОДЫ

3.1. Общие сведения о метаморфизме

Горные породы после формирования могут попасть в такую геологическую обстановку, которая будет существенно отличаться от обстановки образования породы и на нее будут оказывать влияние различные эндогенные силы: тепло, давление (нагрузка) вышележащих толщ, глубинные флюиды, растворы и газы, вода, водород, углекислота и др. Изменение магматических и осадочных пород в твердом состоянии под воздействием эндогенных факторов и называется **метаморфизмом**. Преобразованию могут подвергаться любые горные породы: осадочные, магматические и ранее образовавшиеся метаморфические. В физико-химических условиях, отличных от тех, в которых образовались горные породы, происходит изменение их минерального состава, структуры и текстуры. Изменение минерального состава при метаморфизме может протекать **изохимически**, т. е. без изменения химического состава метаморфизуемой породы, и **метасоматически**, т. е. со значительным изменением химического состава метаморфизуемой породы за счет привноса и выноса вещества. Особенность метаморфических процессов заключается в том, что они протекают с сохранением твердого состояния системы, без существенного расплавления пород. Лишь при определенных физико-химических условиях метаморфизм сопровождается частичной или полной кристаллизацией исходных пород. Процессы подобного характера объединяются под названием **ультраметаморфизма.**

В зависимости от интенсивности метаморфических процессов наблюдается постепенный переход от слабо измененных, сохраняющих состав и структуру исходных разностей, до глубоко преобразованных пород, первичная природа которых практически утрачена. Метаморфические отложения широко распространены в земной коре.

Метаморфизм - процесс преобразования любых исходных пород под воздействием изменившихся физико-химических условий среды. Он реализуется преимущественно путем перекристаллизации пород без существенного плавления под воздействием меняющихся температур, давлений, газовой (флюидной) среды. Преобразуя свой минеральный состав, порода, таким образом, приспосабливается к изменившимся термодинамическим (Т-Р) условиям.

Название термина происходит от греческого слова metamorpho – преобразование, превращение. Метаморфическим преобразованием могут подвергаться изначально осадочные, магматические и (повторно) метаморфические породы. При этом исходные породы, как правило, после таких преобразований полностью теряют свой первоначальный облик.

Факторами метаморфизма, т. е. непосредственными причинами преобразования пород, являются: давление (Р), температура (Т), а также растворы и газы (флюиды), пронизывающие толщи горных пород.

Давление при метаморфических преобразованиях может быть обусловлено рядом причин: давлением нагрузки вышележащих толщ (литостатическим - Рл), динамическим давлением тектонического движения (стрессовым - Рс), давлением движущейся магмы (Рм), а также давлением поровых (гидротермальных и флюидных) растворов (Рф). Главным среди отмеченных причин следует считать тектоническое или стрессовое давление, способное достигать десятков тысяч атмосфер и распространяться на огромные пространства. При проявлении тектонического или стрессового давления роль нагрузки вышележащих пород может оказаться незаметной, а проявление магматического и порового давления флюидов на таком фоне может повлиять на характер минеральных преобразований лишь локально, в местах их проявления.

Температура метаморфических преобразований могут быть обусловлены

несколькими причинами и достигать уровней, когда порода начинает плавиться, т. е. 1000 - 1200 °С. Всегда существует температурный фон, обусловленный глубиной погружения пород, т. е. геотермическим градиентом (Тг), составляющим обычно около 30°/1 км. Однако основные тепловые превращения в породе осуществляются за счет тектонических подвижек (Тс), а также нередко сопровождающих такие движения аномальных глубинных тепловых потоков (Тф). На контакте с магматическими породами преобразование осуществляется за счет прогрева пород очагом остывающей магмы (Тм).

Гидротермальные растворы и флюиды, которые способны привносить или выносить различные химические компоненты, могут влиять на характер минералообразования, создавать специфическую окислительную или восстановительную (Eh), а также кислую либо щелочную (pH) среды.

Глубинные флюиды насыщены, прежде всего, парами воды и углекислоты, а также более редкими соединениями водорода, хлора, фтора и др.

3.2. Типы метаморфизма

В зависимости от сочетания упомянутых выше факторов выделяются те или иные типы метаморфизма. Наиболее простая схема типов метаморфизма, выделяющихся в зависимости от термодинамических (Р, Т) параметров, показана на рис. 1, а геологические условия их проявления - на рис. 2. Можно говорить о контактовом типе метаморфизма, когда порода преобразуется под преимущественным воздействием температуры, а также динамическом, когда основным фактором выступает давление, и динамотермальном, когда проявляются оба фактора одновременно. Каждый из этих типов обладает своими специфическими геологическими условиями проявления (рис. 2).

Контактовый тип метаморфизма проявляется в породах обрамления магматических тел, на контакте с ними, поэтому он называется контактовым. Температура магматических тел колеблется в интервале 800-1200° С, а вмещающие породы, разогретые первоначально за счет геотермического градиента, могут быть относительно «холодным». Ширина зоны (ореол) контактового метаморфизма зависит, главным образом, от объема магматического очага и может достигать нескольких километров. Если вмещающая порода разогрета жильным магматическим телом (пегматитовая жила, дайка гранитоидов и т. д.), то прогретой бывает лишь узкая полоса в несколько метров.

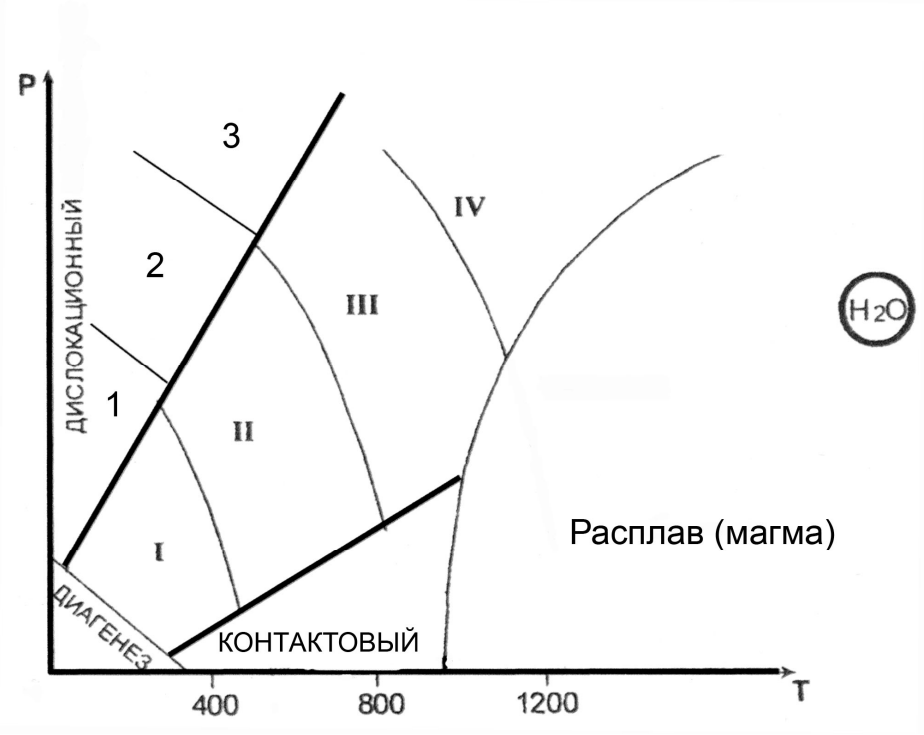


Рис. 1. Типы метаморфизма

Фации умеренного давления: I – зеленосланцевая, II – Эпидот-амфиболитовая, III – амфиболитовая, IV – гранулитовая

Фации высокого давления: 1– глаукофановая, 2 – дистен-мусковитовых сланцев и дистеновых гнейсов, 3 – эклогитовая

Весьма существенную роль при контактовом метаморфизме играет химический состав магмы и вмещающих пород, а точнее, контрастность состава между ними. В случае резкого контраста между многокомпонентной магмой и вмещающими породами на их контакте протекают диффузионные процессы взаимного проникновения, меняющие как состав внешней оболочки магматического тела, так и состав вмещающих пород. Такой процесс перекристаллизации пород, протекающий с существенным изменением их первичного химического состава, называется **метасоматозом**. Обычно метасоматоз сопровождается интенсивной гидротермальной и флюидной проработкой, способствующей привносу и выносу химических компонентов. Типичными представителями таких контактово-метасоматических процессов (на границе между силикатными магмами и известняками) являются скарны. С другой стороны, в случае, если силикатная магма находится в контакте с близкими ей по химическому составу вмещающими породами, то формируются роговики - прогретые и перекристаллизованные продукты метаморфизма первичных пород без проявления метасоматоза.

Дислокационный метаморфизм протекает в условиях высокого стрессового давления, под воздействием тектонических движений по крупным разрывным нарушениям (разломам). При этом происходит дробление пород с

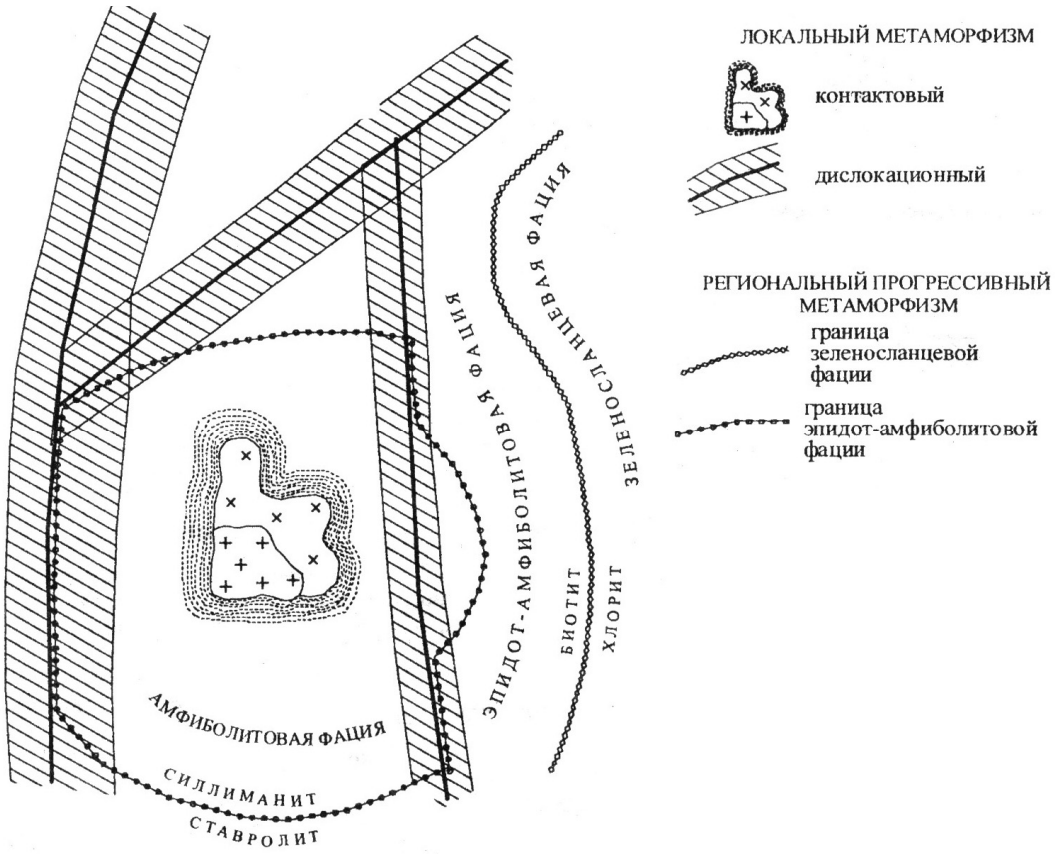


Рис. 2. Схематическая карта метаморфизма

образованием структур катаклаза, а под действием проникающих в ослабленные зоны флюидов (гидротермальных растворов), горные породы подвергаются частичной или полной перекристаллизации и цементации.

Новообразованными минералами - индикаторами высоких давлений являются кианит, глаукофан, пироп, омфацит (пироксен), алмаз. Эти минералы фиксируют давления больших глубин, где всегда имеется и некоторый температурный фон, создаваемый геотермальным градиентом. В приповерхностных условиях можно наблюдать и неперекристаллизованные брекчии, милониты, филлониты.

Процессы контактового и дислокационного типов метаморфизма протекают в ограниченных пространствах, т. е. развиваются локально. Контактовый метаморфизм проявляется в виде узкой полосы вокруг магматических тел, а дислокационный – такой же полосой сопровождает тектонические трещины, в связи с чем эти два тип метаморфизма объединяются под общим названием **локальный метаморфизм** (рис. 3).

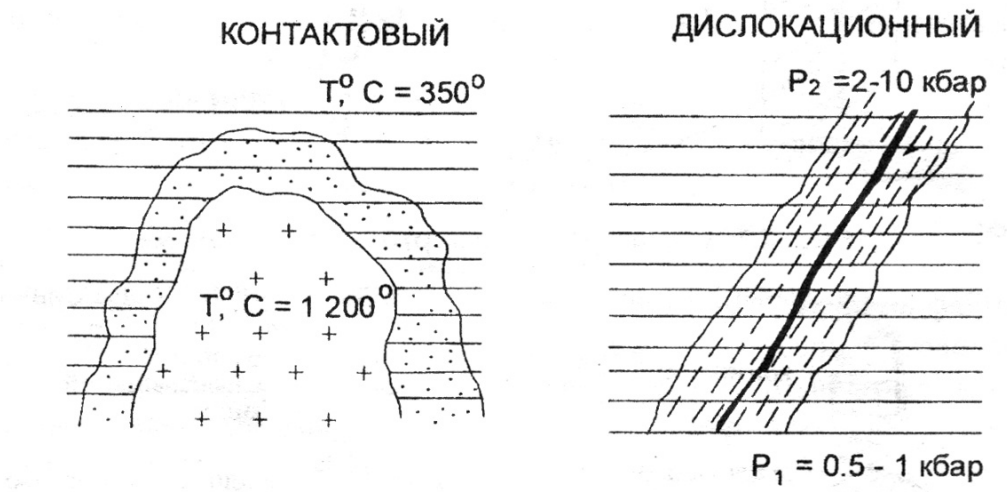


Рис. 3. Локальные типы метаморфизма

В противоположность локальному выделяют **региональный метаморфизм.** Региональный метаморфизм – широкомасштабный процесс, охватывающий огромные территории в пределах подвижных поясов земной коры. Главными его факторами являются температура и давление, а также воздействие воды и углекислоты, содержащихся в исходных породах и способствующих ходу химических реакций. Преобразование горных пород, происходящее на глубине без существенного плавления и метасоматоза, сопровождается перекристаллизацией и развитием новых минералов в условиях расплющивания и пластического течения вещества, что приводит к появлению характерной для метаморфических образований ориентированности (параллельному расположению) минеральных зерен. Породы регионального метаморфизма имеют наиболее широкое распространение.

Метасоматоз контактовый – процесс метасоматического изменения горных пород в контакте с интрузивными телами. При метасоматозе возникают как экзометасоматиты, то есть контактовоизмененные вмещающие породы под воздействием внедрившихся в них интрузий, так и эндометасоматиты, являющиеся продуктами изменения самих интрузивных образований при биметасоматических реакциях. Температурный режим этих процессов изменяется от 900 до 300-200 ^{o}C. Примерами контактового метасоматоза могут служить скарнообразование, грейзенизация и пр.

1.2. Фации метаморфизма

В зависимости от параметров метаморфизма и минерального состава образующихся пород выделяют **фации метаморфизма**, понимая под этим термином совокупности горных пород, минеральный состав которых находится в равновесии при данных условиях метаморфизма.

Для метаморфических пород, в соответствии с типами метаморфизма, выделяют две группы фаций:

- фации умеренных давлений (региональный метаморфизм);

- фации высокого давления (дислокационный метаморфизм).

Метаморфические породы **умеренных давлений** подразделяются на четыре фации. По мере возрастания Р-Т условий регионального метаморфизма выделяют: 1 – зеленосланцевую фацию; 2 – эпидот-амфиболитовую фацию; 3 – амфиболитовую фацию; 4 – гранулитовую фацию. Название фации определяется по типичной породе, сложенной определенной ассоциацией минералов. В области термодинамических условий гранулитовой (иногда амфиболитовой) фации в породе может отмечаться частичное плавление, такое преобразование называют ультраметаморфизмом. Это переходная зона от метаморфизма к магматизму, сложенная мигматитами.

Фация зеленых сланцев (зеленосланцевая) соответствует наиболее низкотемпературной ступени регионального метаморфизма и объединяет породы, сформировавшиеся в температурном интервале 250-450 °С при давлении от 1,5 до 3 кбар. Широкое развитие минералов зеленого, светло-зеленого цвета (хлорита, актинолита, серицита, талька и др.) определило название фации.

Эпидот-амфиболитовая фация отвечает более высокотемпературной ступени регионального метаморфизма (Т = 450-600 °С, Р = 3-6 кбар) и поэтому характеризуются заменой низкотемпературных минералов более высокотемпературными. Граница прорисована линией исчезновения хлорита и замещением его биотитом. В этой фации появляется гранат, эпидот, ставролит, роговая обманка и другие. Наиболее широко распространены кристаллические сланцы с гранатом, биотитом, мусковитом, ставролитом и другие.

Амфиболитовая фация представлена гнейсами, амфиболитами, для образования которых требуются уже значительные температуры и давление (Т = 600-800 °С, Р = 4-8 кбар). При этих условиях исчезает эпидот, ставролит.

При высоком содержании в породах воды наступает частичное их плавление – анатексис с возникновением гранитного расплава, что приводит к образованию мигматитов.

Гранулитовая фация отличается наиболее интенсивными параметрами метаморфизма (Т = 750-1100 °С, Р = 6-11 кбар). Такие условия создавались на больших глубинах, на ранних стадиях развития Земли – архейского и протерозойского эонов. Породы, сформированные в условиях этой фации, почти полностью лишены воды; гидроксилсодержащие минералы в них содержатся редко.

В условиях дислокационного метаморфизма выделяются **фации высокого давления,** которые локализуются в глубинных узких тектонических зонах, формируются в условиях повышенного давления (до 10-20 кбар) и температурах 300-800 °С.

Глаукофановая фация является наиболее низкотемпературной и в этом отношении сопоставимой с зеленосланцевой фацией. Эта фация характеризуется развитием различных сланцев, в которых обычно присутствует хлоритоид, фенгит, парагонит, глаукофан.

Фация дистен-мусковитовых сланцев и дистеновых гнейсов соответствует примерно интервалам температур эпидот-амфиболитовой фации умеренных давлений, но наряду с минералами, свойственными указанной фации появляются новые минералы, индикаторы высокого давления – дистен, омфацит, глаукофан, пироповый гранат, парагонит и ряд других

минералов. Обычными породами этой фации являются дистен-мусковитовые (парагонитовые) сланцы и более высокотемпературные дистеновые гнейсы.

Эклогитовая фация включает весьма своеобразные породы, называемые эклогитами. Главными минералами эклогитов является пироксен (омфацит) и гранат (пироп).

3.3. Особенности минерального состава метаморфических горных пород

Широкий диапазон термодинамических условий проявления метаморфизма обусловил большое разнообразие минерального состава пород. Кроме того, этот набор минералов зависит от состава исходных пород. Сам механизм перекристаллизации пород, протекающий в твердом виде, представляет собой сложный процесс замещения одних минералов (неустойчивых при новых Р-Т- условиях) другими, более устойчивыми. При этом важную роль играют поровые флюиды как катализаторы реакций замещения.

Кроме упоминавшихся минералов, входящих в состав магматических пород, выделяется группа минералов, характерных преимущественно для метаморфических пород.

Тальк – низкотемпературный чешуйчатый минерал, возникающий при гидротермальной проработке магнезиальных пород. Мягкий, с жирным блеском.

Хлорит – низкотемпературный чешуйчатый минерал часто с зеленоватым оттенком. Образуется при гидротермальной проработке основных пород.

Серпентин – возникает как продукт гидротермальной проработки ультраосновных пород. Не обладает четко выраженной формой (иногда образует волокнистые агрегаты), серого с зеленоватыми оттенками цвета.

Серицит – низкотемпературная, мелкочешуйчатая, наиболее гидроксилнасыщенная разновидность слюды - мусковита. Присутствие в породе серицита обусловливает ее шелковистый блеск.

Эпидот – образует призматические кристаллы, лучистые или зернистые агрегаты. Цвет светло-зеленый. Блеск сильный стеклянный.

Гранат – кристаллы изометричные в виде ромбододекаэдров, реже зернистые агрегаты. Цвет – от коричневого до красного. Макроскопически легко узнается по характерному облику кристаллов и цвету.

Актинолит – низкотемпературная разновидность роговой обманки. Образует волосовидные, тонколучистые неориентированные агрегаты. Цвет светло-зеленый.

Глаукофан – разновидность роговой обманки, образующаяся при высоких давлениях. Образует тонколучистые агрегаты. Цвет густо фиолетовый до черного.

Ставролит – кристаллы в виде коротких ромбического сечения призм, характерные двойники, напоминающие прямой или косой (угол 60°) крест. Цвет коричневый, красно-бурый до черного. Легко узнается по цвету и двойниковым формам.

Дистен (кианит) – кристаллы длинные, уплощенные. Имеет анизотропию твердости. Цвет голубой или синий.

3.4. Текстуры и структуры метаморфических горных пород

Текстуры и структуры метаморфических пород зависят от специфических физических условий их образования. Эти условия отличаются от термодинамических параметров кристаллизации магматических пород, для которых действует в полной мере известный закон Паскаля, обеспечивающий при любом направленном тектонических движений одинаковое давление во все стороны. Этим условием обеспечивается повсеместная массивная текстура глубинных магматических пород. Слюды в гранитах, например, благодаря действию закона Паскаля, не ориентированы в одном направлении.

Метаморфические процессы не достигают условий плавления, поэтому породы изменяются в твердом или пластичном состоянии, когда закон Паскаля работает лишь частично или не проявляется вовсе. Для регионального метаморфизма, например, ориентированное давление влияет на форму возникающих минералов, а также на их параллельную или субпараллельную ориентировку. Поэтому у низкотемпературных продуктов регионального метаморфизма отмечаются, как правило, **сланцеватые текстуры** с параллельным и субпараллельным расположением вытянутых, уплощенных или чешуйчатых минералов.

С повышением температуры, в условиях амфиболитовой фации, когда вещество начинает проявлять пластические свойства, а значит, частично проявляется закон Паскаля, четкая ориентировка удлиненных, уплощенных минералов постепенно исчезает, т. к. давление становится, до определенной степени, всесторонним. Такая текстура со слабо выраженной ориентировкой минералов называется **гнейсовой,** по названию главного и типичного представителя пород амфиболитовой фации - гнейса.

Максимальное проявление закона Паскаля достигается в условиях гранулитовой фации, поэтому ее продукты не несут следов ориентировки минералов, а текстура называется **массивной** как у глубинных магматических пород.

Так как региональный метаморфизм протекает в условиях тектонического давления, то сланцеватые текстуры могут усложняться мелкой складчатостью. Тогда такая текстура называется плойчатой. Нередко метаморфические процессы высокотемпературных фаций сопровождаются расслоением первично однородной массы на слои контрастного минерального состава. Образуются темно-окрашенные (с амфиболом, слюдами) и светлоокрашенные (с кварцем, полевым шпатами) слои. В этом случае говорят о **полосчатой** текстуре пород.

Более широкий диапазон текстур характерен для продуктов локального (контактового и дислокационного) метаморфизма. Для скарнов, роговиков, березитов, лиственитов, мраморов, образующихся при контактовом метаморфизме без проявления тектонического (стрессового) давления, наиболее часто отмечается **массивная** текстура, хотя может встречаться пористая, ноздреватая, пятнистая и другие.

Структурные особенности метаморфических пород также в существенной степени определяются Р-Т условиями среды минералообразования. Очевидно, что в условиях полной анизотропии среды, когда относительно «холодная» твердая порода подвергается тектоническому направленному сжатию, легче кристаллизоваться и расти чешуйчатым минералам, которые относительно легко могут наращивать свой размер вкрест, перпендикулярно вектору давления. В то же время в условиях изотропной среды гранулитовой фации, когда давление становится всесторонним, возникают благоприятные условия для кристаллизации изометричных, объемных минералов.

Так как для метаморфических процессов отмечается тесная обусловленность внешними факторами формы минералов, эта особенность заложена в понятие структуры (в противоположность магматическим и осадочным породам, где в понятие структуры вкладывается не форма, а размер минералов, зерен и т. д.). Форма минералов, а значит и структура породы, совместно с ее текстурными особенностями позволяют восстанавливать Р-Т условия образования продуктов метаморфизма.

Конкретные названия структур определяются несколькими латинскими названиями упомянутых форм минералов: лепидос - чешуйка; нематос - нить, иголка; гранос - зерно. Кроме того, следует помнить, что метаморфизм – процесс постоянного обновления минерального состава породы, все минералы вновь выросшие, возникшие. Этот процесс называется бластезом (от греческого «бластос» – росток). В итоге структуры продуктов регионального метаморфизма, в зависимости от формы слагающих ее минералов, могут называться: лепидобластовая, гранобластовая, нематобластовая, либо более сложными комбинированными названиями: лепидо-гранобластовая, немато-гранобластовая или лепидо-немато-бластовая т. д.

Гранобластовая структура чаще отмечается для пород амфиболовой и гранулитовой фаций метаморфизма при наличии зерен изометричной формы кварца, полевых шпатов, гранатов, карбонатов и др.

Лепидобластовая характерна обычно для зеленосланцевой фации при обилии чешуйчатых, листоватых минералов – серицита, мусковита, биотита, хлорита, талька, серпентина.

Нематобластовая в чистом виде встречается редко (амфиболиты, актинолитовые сланцы) и отличаются наличием минералов игольчатой, длиннопризматической формы (эпидот, роговая обманка, актинолит, кианит, рутил).

Иногда в породе отмечаются разнозернистые агрегаты, когда один из новообразованных минералов резко выделяется по размеру среди остальных. В этом случае можно говорить о **порфиробластовой** структуре.

Значительно меньшую информацию об условиях образования несут структуры контактового метаморфизма, продукты которого чаще всего обладают **кристаллобластовыми** структурами.

Среди пород регионального метаморфизма имеется два характерных исключения. В зависимости от Р-Т условий различные формы минералов возникают лишь в том случае, если в исходном химическом составе имелись в наличии необходимые породообразующие компоненты, позволяющие строить все многообразие решеток минералов (чешуйчатых, игольчатых, зернистых). Среди осадочных пород известны две мономинеральные, а значит простые по составу, образования - известняки ($CaCO_3$, $MgCO_3$) и кварцевые пески (SiO_2). При метаморфизме эти простые по составу породы не способны формировать игольчатые, чешуйчатые и другие, кроме зернистых, формы. Поэтому известняки при метаморфизме переходят в мономинеральную (с одним кальцитом) породу – мрамор с возможным укрупнением зерна по мере роста температуры. Аналогично ведут себя кварцевые пески, которые способны образовать только зернистый агрегат кварцита. Так как отмеченные породы не способны реагировать на давление изменением формы зерен, то для них, обычно, трудно восстановить тип метаморфизма – региональный или контактовый.

3.5. Методика выполнения контрольной работы

Основная цель контрольной работы – знакомство с метаморфическими горными породами, их текстурно-структурными особенностями, минеральным составом. Студенты должны научиться определять продукты разных типов метаморфизма (регионального, термального и дислокационного) и, при возможности, устанавливать их исходный состав (эдукт).

Выполнение контрольной работы проводится в определенной последовательности: вначале определяется текстура породы, позволяющая устанавливать тип метаморфизма; затем исследуются структурные особенности, по которым восстанавливают термодинамические условия проявлений метаморфизма (фации – для продуктов регионального метаморфизма), которые уточняются после диагностики минерального состава породы. По совокупности полученных сведений о метаморфической породе делаются выводы об исходной породе (эдукте).

Описание пород ведется в следующей последовательности: цвет породы, текстура, структура, минеральный состав. По совокупности всех описанных признаков студент должен определять тип метаморфизма, фациальный уровень (Р-Т- условия), и при возможности предположить возможный состав эдукта.

Часть 4

ОСАДОЧНЫЕ ГОРНЫЕ ПОРОДЫ

4.1. КРАТКИЕ СВЕДЕНИЯ ОБ ОСАДОЧНЫХ ГОРНЫХ ПОРОДАХ

4.1.1. Литогенез

Формирование осадочных пород представляет собой сложный и длительный процесс, связанный с экзогенными процессами. В образовании осадочных пород выделяют следующие стадии: 1) образование исходного осадочного материала; 2) перенос осадочного материала; 3) накопление осадка (седиментогенез); 4) преобразование осадка в осадочную породу (диагенез); 5) изменение осадочной породы до начала метаморфизма или начача выветривания (катагенез). Процесс формирования осадочной породы, начиная от образования исходного материала и заканчивая превращением осадка в породу, носит название литогенеза. Крупный вклад в изучение этого процесса внесли советские учёные Н. М. Страхов, Л. В. Пустовалов, Г. Ф. Крашенинников, Н. Б. Вассоевич, Л. Б. Рухин, Н. В. Логвиненко, Т. А. Лапинская и др.

Исходным материалом осадочных пород служат продукты разрушения магматических, метаморфических и ранее образовавшихся осадочных пород на поверхности Земли. Разрушаются горные породы и входящие в их состав минералы в результате экзогенных процессов, причём основная масса продуктов разрушения образуется в результате выветривания. Под действием поверхностных вод и в меньшей степени ледников и ветра продукты разрушения переносятся к областям седиментации (осадконакопления). Весь этот материал, находящийся на стадии переноса, при соответствующих условиях рельефа и геохимической обстановки может перейти в осадок. При этом начинается третья стадия образования породы - седиментогенез, или накопление осадка. Осаждение частиц может быть временным, когда частицы вновь подхватываются движением среды, или окончательным, когда происходит накопление осадка, т. е. постепенное закрепление частиц на дне.

Подавляющая масса осадков накапливается в конечных водоёмах стока - озёрах и, главным образом, морях. Такие осадки называют субаквальными. В отличие от них осадки, накапливающиеся на суше, вне водной среды, называют субаэральными. В конечных водоёмах стока в зависимости от характера поступающего материала, а также от гидродинамического и гидрохимического режимов формируются осадки трёх типов: обломочные, органогенные и хемогенные. Характерно, что породы биогенного происхождения встречаются только в толщах субаквальных отложений. Субаэральные отложения обычно представлены только обломочными и хемогенными образованиями, отличными по своим свойствам от тех же разностей, сформировавшихся в субаквальных условиях. На стадии седиментогенеза закладываются такие важные свойства осадка, как минеральный состав, размер и форма слагающих его частиц, слоистость. Следующим этапом формирования породы является стадия диагенеза. Диагенез - совокупность процессов, преобразующих осадок в осадочную породу. Свежесформированные осадки обычно образуют рыхлые, сильно обводнённые слои, насыщенные разнообразными химически активными соединениями. Кроме минеральных веществ в осадке присутствует органическое вещество в виде остатков отмерших организмов и живые бактерии.

Только что образовавшийся осадок представляет собой рыхлое или текучее тело, обильно обводненное, богатое микроорганизмами и состоящее из весьма разнообразного материала, частью твердого, частью жидкого и газообразного. Главная особенность свежесформированного осадка - отсутствие равновесия между входящими в его состав

реакционноспособными соединениями. Из-за неравномерности свежий осадок представляет собой неустойчивую физико-химическую систему. Так, в осадке имеется много кислорода и богатых им веществ, здесь же - живые организмы, нуждающиеся в кислороде для своего существования, и органическое вещество, которое способно к окислению и сгоранию. Пропитывающая иловый осадок вода по составу почти не отличается в первый момент от воды наддонной. Эта вода не насыщена карбонатами, кремнеземом, фосфатами и другими компонентами; в то же время в осадке много биогенно осажденных или перенесенных в виде взвеси кальцита, магнезита, кремнезема и других веществ. В состав глинистых минералов в виде примеси входят также поглощенные ими катионы многих металлов.

После фиксации осадка на дне естественно начинается процесс уравновешивания этой системы. Физико-химическое равновесие достигается при процессах обезвоживания, разложения органических остатков, уплотнения и цементации осадков, образования конкреций.

Стадией диагенеза заканчивается процесс собственно формирования осадочной горной породы. Она продолжает существовать в земной коре до тех пор, пока находится в термодинамических условиях, характерных для верхних горизонтов. Однако и здесь осадочная горная порода не остаётся неизменной. Наступает стадия катагенеза. Катагенез — это совокупность процессов, изменяющих осадочную породу в период её' существования до начала метаморфизма или выветривания. В отличие от диагенетических процессов, обусловленных внутренней неуравновешенностью осадка, причиной катагенез является отсутствие равновесия между породой и средой, в которую она попадает в результате прогибания или подъёма участков земной коры. Основными факторами катагенеза являются температура и воздействие подземных вод. В целом процессы катагенеза протекают менее интенсивно, чем диагенетические, но зато чрезвычайно длительны и приводят к заметным результатам, а именно: уплотнению и обезвоживанию, растворению и выносу ряда минералов подземными водами, перекристаллизации минералов в осадочной породе.

4. 1.2. Химический и минеральный составы осадочных пород

Осадочные горные породы состоят из различных по составу и происхождению компонентов: аллотигенных, органических остатков разного типа и вулканогенного материала.

Аллотигенные (привнесённые извне) компоненты составляют основную массу обломочных и некоторых глинистых пород и представляют собой обломки и частицы пород и минералов различного размера. Как правило, в осадочных породах встречаются обломки наиболее устойчивых минералов и пород. Главным образом это кварц, затем следуют полевые шпаты, слюды. пироксены, амфиболы.

Аутигенные (образовавшиеся на месте нахождения) компоненты образуются за счёт выделения минерального вещества из природных растворов или в результате обменных и других реакций либо в воде бассейна осадконакопления, либо в осадочной горной породе. Наибольшее значение из них имеют глинистые минералы, карбонаты, сульфаты, соли, оксиды и гидроксиды Fe, Mn, Al, Si, а также фосфаты. Эти минералы слагают основную массу хемогенных и часть глинистых пород, а также широко распространены в цементах обломочных пород и конкрециях.

Органические остатки. В осадочных горных породах присутствуют органические останки или следы жизнедеятельности организмов. Это обломки раковин или скелетных частей различных животных и растительных организмов. В породах биогенного происхождения органические останки являются преобладающим компонентом, а в некоторых случаях породы целиком сложены ими (ракушняки, известняки, мел и др.).

В значительной части современных осадков присутствует вулканогенный материал в виде обломков вулканического стекла и эффузивных пород. Вулканогенный материал попадает в осадки обычно как примесь вулканического пепла, песка и более крупных образований при извержениях. При этом название породы состоит из двух слов, например, туфогенный песчаник. Следует иметь в виду, что прилагательное в этом словосочетании (в данном случае «туфогенный») означает, что вулканогенного материале в породе меньше, чем терригенного. В песчанистом туфе меньше терригенного материала, чем вулканогенного.

3.2. Классификация осадочных горных пород

Общепризнанных классификаций осадочных горных пород нет, что связано, прежде всего, с разнообразием процессов и факторов, контролирующих образование осадков. В нашей стране распространением пользуется классификация осадочных пород, предложенная в 1958 г. М. С. Шевцовым, в основу которой положено, с одной стороны, их происхождение, а с другой - их химический и минеральный составы. Упрощенная классификация осадочных пород приведена в виде таблицы.

По генетическим признакам среди осадочных горных пород выделяют три главные группы.

1. Терригенные (обломочные) породы образуются в результате механического разрушения ранее существовавших горных пород и накопления обломочного материала. К ним относят песчаники, гравелиты, конгломераты, а также их не сцементированные и неокатанные разности: пески, гравий, дресву, галечник и щебень. В эту же группу входят глинистые породы, являющиеся продуктом преимущественно химического разрушения пород, а также переотложения глинистых минералов, освободившихся при выветривании глинистых толщ и тончайшего дробления химически стойких минералов.

2. Органогенные породы, которые образуются в результате жизнедеятельности организмов (коралловые постройки) и их отмирания (кости рыб, зубы акул и т. д.). В отдельную группу выделяют каустобиолиты, образующиеся из растительных и животных (планктон) останков, преобразованных под влиянием биохимических, химических и другихгеологических факторов и обладающих горючими свойствами. Это - угли, торф, сапропель и др.

3. Хемогенные породы, образующиеся при химическом разрушении, растворении минералов материнских пород и последующем выпадении новых минералов в осадок из пересыщенных растворов.

Более детальное подразделение осадочных пород в пределах выделяемых генетических групп производится по вещественному и минеральному составам. Терригенные осадочные горные породы по размеру обломков (частиц) подразделяют на грубообломочные (псефиты), песчаные (псаммиты), пылеватые (алевролиты) и глинистые (пелиты). По характеру связи (цементации) обломочного материала их подразделяют на сцементированные и несцементированные (рыхлые).

При классификации органогенных и хемогенных пород определяющим является их химический состав.

3.3. Текстуры и структуры осадочных горных пород

Строение осадочных пород характеризуется текстурой и структурой.

Текстура - это общий рисунок породы, черты ее строения, определяемые способом заполнения пространства, характером сочетания между собой элементарных частиц (минералов, зерен, обломков). Текстура породы формируется с этапа накопления осадка. Возникшие в процессе осадконакопления первичные текстуры отражают состояние среды в момент накопления осадочного материала и результаты её взаимодействия с осадком.

Вторичные текстуры возникают в уже сформировавшейся породе при процессах диагенеза и гипергенеза.

'Структура осадочной породы - это особенности её строения, которые определяются размером, формой, степенью однородности составных частей, а также количеством, размером и степенью сохранности органических остатков. Элементы структуры породы формируются на протяжении всех этапов образования и жизни породы.

Важнейшим признаком, характеризующим строение осадочных пород, является их слоистая текстура. Образование слоистости связано с условиями накопления осадков. Любые перемены этих условий вызывают либо изменение отлагающегося материала, либо обстановку в его поступлении, что внешне выражается в появлении слоев.

Классификация осадочных горных пород

ТЕРРИГЕННЫЕ				
Структура	Рыхлые, несцементированные		Сцементированные	Размер, мм
	неокатанные	окатанные		
псефитовая	Глыбы Щебень Дресва	Валуны Галечник Гравий	>50 Конгломераты 10 Гравелит	> 1-10
псаммитовая	Песок		Песчаник	0,1-1,0
алевритовая	Алевриты		Алевролиты	0,01 -ОД
пелиговая	Глины		Аргшшпы	<0,01
ОРГАНОГЕННЫЕ				
Название			Химический состав	
Известняки, мел			CaCOз	
Доломит			CaMg(CQ,)	
Опоки, трепела			SiQz-nHaO	
Сапропелиты, торф, уголь			Органические соединения углерода	
ХЕМОГЕННЫЕ				
Название			Химический состав	
Соли галоидные: галит сильвин Соли сернокислые: гипс ангидрит Соли фосфатные: аштит Бурые железняки Бокситы			NaCl KCl $CaS0_4$-2H20 $CaS0_4$ АЩз • nH_2O, Al(OHb A10(OH)	

Слои представляют собой более или менее плоские тела, горизонтальные размеры которых во много раз больше их толщины (мощности), и отделяющиеся друг от друга поверхностями напластования. Слоистая текстура обусловлена чередованием слоев нескольких разностей осадочных пород и может быть вызвана резким изменением размера обломочных частиц и вещественного состава пород либо ориентировкой осадочного материала.

Для осадочных пород характерна также пористая текстура, характеризующая степень её проницаемости. По степени пористости выделяют следующие породы:

микропористые, в которых пористость не заметна на глаз, но устанавливается специальными методами;

мелкопористые, в которых можно различить мелкие частые поры;

крупнопористые - с колебанием размера пор в пределах от 0,5 до 2,5 мм;

кавернозные имеют крупные поры (каверны) на месте выщелоченных раковин и остатков других организмов, а также отдельных частей горной породы.

Для однородных, преимущественно зернистых хемогенных и органогенных пород, характерны массивные текстуры. Все несцементированные осадочные горные породы имеют рыхлую текстуру.

Структура осадочных пород отражает их происхождение. Структуры осадочных пород определяются, главным образом, размером и отчасти формой слагающих их частиц.

По величине обломков для терригенных горных пород (мм) выделяют такие структуры, как: галечная (окатанные обломки) - 10 - 100; щебеночная (остроугольные обломки) - 10 - 100; гравийная (окатанные обломки) - 1 - 10 ; дресвяная (остроугольные обломки) — 1-10; псаммитовая -0,1-1; алевролитовая — 0,01 - 0,1; пелитовая - < 0,01.

Для хемогенных пород (известняки, доломит, гипс) характерна кристаллически-зернистая структура. В зависимости от размера слагающих породу зерен выделяют крупнозернистую (преобладают зерна величиной 1,0 -0,5 мм), среднезернистую (0,5 - 0,25 мм), мелкозернистую структуры (0,25 -0,1 мм), иногда, когда порода плохо отсортирована, выделяют разнозернистую структуру.

Оолитовая структура наблюдается в случаях, когда в породе в массовых количествах присутствуют мелкие шаровидные стяжения (оолиты) различного размера (боксит, оолитовый известняк).

Структуры пород, в составе которых большое участие принимают остатки организмов (свыше 20 - 30 % объема породы), определяются степенью сохранности этих останков и их количеством. Выделяются следующие структуры: биоморфная - в случае хорошей сохранности скелетных остатков организмов; детритовая - порода почти полностью состоит из скелетных обломков размером крупнее 0,1 мм.

Осадочные породы имеют самую разнообразную окраску и оттенки. При этом иногда окраска является признаком, характерным для определения этих пород, и зависит: 1) от окраски минералов, слагающих пород; 2) окраски рассеянных в породе примесей и цемента; 3) цвета тончайшей корочки, часто обволакивающей зерна составляющих породу минералов. Белый и светлосерый цвета обычно обусловлены окраской главных минералов осадочных пород (кварца, каолинита, кальцита, доломита и др.) и свидетельствует до некоторой степени о чистоте породы. Темно-серый и черный цвета чаще всего появляются в результате примеси углеродистого вещества и, реже, оксидов и гидрооксидов марганца. Красный и розовый цвета связаны с примесью в породе оксидов железа, а зеленый цвет зависит от примеси закисного железа и присутствия минералов с зеленой окраской - чаще глауконита, реже хлорита и малахита.

4.3. Методика выполнения контрольной работы

Основная цель этого этапа контрольной работы - знакомство с осадочными горными породами, их текстурно-структурными особенностями, минеральным составом.

Правильное определение осадочных горных пород возможно только при полном учете всего комплекса внешних свойств. Подробно должны быть описаны текстура и структура породы, характер слоистости (в случае отсутствия последней это должно быть специально указано), наличие или отсутствие кавернозности и т. д. Необходимо устанавливать и указывать возможно точнее структуру породы со всеми ее особенностями, окраску, твердость, излом, удельный вес и другие признаки, точно определять состав породы. Не менее подробно, чем породу, следует описывать и все инородные включения в нее: органические остатки, конкреции, прожилки, различные выделения, выцветы, примазки и т. д. Полное описание дает возможность установить тип породы и способ ее образования, а тем самым и определить ее.

При описании псефитов следует указывать состав, окраску, величину и характер окатанности обломков, состав и окраску цемента и соотношение в породе обломков и цемента.

Описывая глину, необходимо указать следующие ее внешние признаки: цвет, причем подчеркнуть, в каком состоянии влажности описывается глина; пластичность (глина бывает жирная, пластичная, сухая и песчанистая); характер примесей, часто обусловливающих окраску; структуру; растительные остатки и окаменелости.

МИНОБРНАУКИ РФ
ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебно-методическому комплексу _____ С.А. Дегтярь

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ
ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ СПЕЦИАЛЬНОСТИ 21.05.02 «ПРИКЛАДНАЯ ГЕОЛОГИЯ» ПО ДИСЦИПЛИНЕ Б1.Б.1.15 ОБЩАЯ ГЕОЛОГИЯ

Автор: Огородников В. Н., д.г-м.н., доцент

Одобрены на заседании кафедры геологии	Рассмотрен методической комиссией Факультета геологии и геофизики
(название кафедры)	*(название факультета)*
Зав.кафедрой _____ *(подпись)*	Председатель _____ *(подпись)*
Огородников В.Н.	Бондарев В.И.
(Фамилия И.О.)	*(Фамилия И.О.)*
Протокол № 8 от 17.03.2020	Протокол № 7 от 20.03.2020
(Дата)	*(Дата)*

Екатеринбург
2020

Введение

Естественные науки – совокупность наук о природе. Природа – в широком смысле – все сущее, весь мир в многообразии его форм; объект естествознания. К естественным наукам относятся и география, и геология. **География –** система естественных – физико-географических и общественных – экономико-географических наук, изучающих географическую оболочку Земли, природные и производственно-территориальные комплексы и их компоненты. **Геология –** комплекс наук о составе, строении и истории развития земной коры и Земли (Советский энциклопедический словарь. М.: Изд-во «Советская энциклопедия», 1979).

В школьных программах нет дисциплины «Геологии». Элементарные сведения о Земле как планете и ее внутреннем строении школьники получают на уроках «Географии» в 6 и 7 классах. Для изучения геологических вопросов рекомендуем самостоятельно читать учебники по геологии. В настоящее время выпущено огромное число самых различных учебников, учебных пособий, методических указаний по всем направлениям геологических наук. Любой желающий по своему усмотрению без особого труда может для себя их приобрести. Но следует помнить афоризм Козьмы Пруткова: «Никто не обнимет необъятного!» Нельзя школьникам сразу преподносить геологические знания в объеме читаемой в высшей школе, но знать основы геологии необходимо каждому грамотному человеку для того, чтобы понимать историю развития природы. Без этих знаний невозможно понять процесс формирования как прошлых, так и современных ландшафтов – важнейших составных частей географической оболочки Земли.

Для квалифицированного подхода к встрече с природными объектами рекомендуем иметь элементарные познания по геологии. Аннотации первоочередных лекций приведены в настоящих методических указаниях.

Геология – это наука о Земле, о ее свойствах и изменениях, происходящих на ней в настоящее время, а также совершавшихся во времена прошедшие. Геология – это история Земли, и эту историю она сама записывает. Она сама ведет свою автобиографию; ведет ее без перерыва почти от начала своего образования и до настоящего времени, записывая ее на своих каменных страницах, и человеку остается лишь научиться читать эту занимательную каменную летопись, научиться понимать эти каменные письмена, в которых буквами являются попадающиеся нам под ноги камешки, а чернилами – воды ручьев, рек и морей. Вначале мы должны научиться различать буквы – камни, потом должны постигнуть самый процесс чтения записей Земли, для этого должны изучать геологические процессы, и лишь после того, как мы хорошо освоимся с ними, мы можем приступить к чтению древних страниц этой летописи. В этой великой многотомной летописи Вселенной всякая летопись человека, будь то самый древний папирус, является лишь одной незначительной строчкой, помещенной в конце ее последней страницы. Читая эту великую автобиографию, мы уносимся в бесконечно отдаленные от нас, неизмеримые даже тысячелетиями, времена. Эти далекие времена отдалены от нас во времени так, как отдалены от нас в пространстве далекие, загадочно мерцающие звезды.

Но где и как можно научиться читать эту великую летопись Земли? Где и как надо изучать геологию? Везде и всюду – в каждом овраге, в каждой речке, в любом карьере можно наблюдать результаты геологических процессов. Для изучения геологических процессов необходимо принимать участие в геологических экскурсиях, проходящих по геологическим объектам, доступными непосредственно нашему наблюдению.

1. ОБЪЕКТ И ПРЕДМЕТ ГЕОЛОГИИ

1.1. НАУКА О ЗЕМЛЕ. ФУНДАМЕНТАЛЬНЫЕ И ПРИКЛАДНЫЕ НАУЧНЫЕ НАПРАВЛЕНИЯ

Два греческих слова "гео" — Земля и "логос – учение позволяют трактовать термин "геология" как науку о Земле. Однако в наше время ограничиться таким простым толкованием уже нельзя, поскольку этот термин объединяет в себе целый комплекс самостоятельных направлений, как фундаментальных, так и прикладных.

Под ***фундаментальными*** обычно понимают те направления, которые разрабатывают понятия, открывают явления, закономерности, свойства, определяющие развитие геологии как науки. Фундаментальность не следует отождествлять с теоретическими разработками. К фундаментальным геологическим наукам могут быть отнесены следующие дисциплины: геохимия, минералогия, петрография, геотектоника, общая геология и историческая геология. Названные дисциплины занимаются различными уровнями организации вещества Земли в пространстве и во времени. Именно это обстоятельство в основном и определяет фундаментальность каждого из названных направлений. Все они теснейшим образом связаны между собой.

К ***прикладным направлениям*** принято относить те, которые непосредственно работают на производство: создают приёмы, методы, технологию геологических исследований, связанных в первую очередь, с поисками и разведкой полезных ископаемых, а также охраной и рациональной эксплуатацией земных недр. Их в современной геологии значительно больше, чем фундаментальных. Назовём лишь несколько: региональная геология, структурная геология, геологическое картирование, поиски и разведка месторождений полезных ископаемых, инженерная геология.

1.2. ОБЪЕКТ И ПРЕДМЕТ ГЕОЛОГИИ

Объектом общей геологии является Земля в целом: её возникновение как планеты, формирование внутренних и внешних оболочек, их функционирование и взаимодействие. Иными словами, речь идёт об изучении Земли как геологической системы.

Предметом непосредственного изучения геологии служат минералы, горные породы, ископаемые органические остатки и современные геологические процессы.

В основе научного познания геологической истории Земли, реконструкции процессов и обстановок прошлого лежит ***метод актуализма.*** При использовании этого метода к пониманию прошлого идут от изучения современных процессов, но с осознанием того, что в прошлом, особенно отдалённом от современности, и физико-географическая обстановка, и сами процессы отличались от современных тем больше, чем больше отдалена от нас прошлая геологическая эпоха.

1.3. ЗНАЧЕНИЕ ГЕОЛОГИИ ДЛЯ РАЗВИТИЯ ОБЩЕСТВА

Огромное значение, которое имеет геология, может быть рассмотрено в двух аспектах - общенаучном и народнохозяйственном.

Общенаучное значение геологии заключается в её неоценимой роли в формировании материалистического понимания природы. Данные геологии играют важную роль в диалектико-материалистическом обосновании философских принципов, отражающих материальное единство мира и его развитие,

Практическое значение геологии заключается в обеспечении минерально-сырьевыми ресурсами различных отраслей хозяйства, в инженерно-геологическом

обосновании строительства разнообразных гражданских и промышленных объектов, в решении питьевого и технического водоснабжения.

1.4. КРАТКАЯ ИСТОРИЯ ГЕОЛОГИИ

Геология зародилась в глубокой древности. Задолго до новой эры человек научился выплавлять металлы, использовать минеральную воду. Издавна привлекали внимание человека и природные процессы. Однако временем возникновения геологии как науки принято считать вторую половину ХУШ в. – период зарождения и бурного развития горнодобывающей промышленности. В России основоположником обобщений геологических знаний стал М.В. Ломоносов (1711-1765), в Западной Европе - Д.Геттон (1726-1797) и А.Г.Вернер (1750-1817).

2. ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ О ЗЕМЛЕ

2.1. ЗЕМЛЯ ВО ВСЕЛЕННОЙ

"Вселенная, весь мир, бесконечный во времени и пространстве и бесконечно разнообразный по тем формам, которые принимает материя в процессе своего развития. Вселенная существует объективно, независимо от сознания человека, её познающего. Вселенная содержит гигантское множество небесных тел, многие из которых по размерам превосходят Землю иногда во много миллионов раз (БСЭ, т.5, с. 1315). Доступная для изучения часть Вселенной называется ***Метагалактикой,*** включающей свыше миллиарда звёздных скоплений, или ***галактик*** (греч. "галактика" - молочный, млечный).

Наша ***Галактика Млечного Пути*** - типичная звездная система с массой около 10^{10} масс Солнца относится к типу спиральных и включает свыше 150 миллиардов звёзд. С Земли, расположенной внутри Галактики, Млечный Путь представляется в виде широкой белёсой полосы звезд, пересекающей небо. Период обращения Солнца и звёзд вокруг центра Млечного Пути 200 млн. лет. Возраст Галактики около 12 млрд. лет. Когда речь идёт о Солнечной системе, то имеется в виду Солнце и всё, что находится в поле его тяготения. К наиболее крупным телам этой системы относятся 9 планет, 34 их спутника, многочисленные кометы и астероиды. Согласно современным космогеническим представлениям Земля и другие планеты Солнечной системы образовались 4,6 млрд. лет назад почти одновременно с Солнцем.

Земля обращается вокруг Солнца по эллиптической орбите на среднем расстоянии 149,6 млн. км (144,117 млн. км в перигелии, 152,083 в афелии), период обращения 365,242 средних солнечных суток (год), скорость в среднем 29,765км\с (30,27км\с в перигелии, 29,27км\с в афелии). Период обращения Земли вокруг оси 23 час 56 мин 4,1 с (сутки).

Пожалуй, все согласны с тем, что исходным веществом для формирования Солнечной системы послужили межзвёздная пыль и газы, широко распространенные во Вселенной. Но каким образом в их составе оказался полный набор химических элементов таблицы Менделеева и что послужило толчком для начала конденсации газа и пыли в протосолнечную туманность остается дискуссионной проблемой. Следующая стадия образования Солнечной системы предусматривает распад протопланетного диска на отдельные планеты внутренней и внешней групп с поясом астероидов между ними. Промежуточной фазой было образование сонма твердых и довольно крупных, до сотен километров в диаметре, тел, именуемых планетезималями, последующее скопление и соударение которых и явилось процессом аккреции (наращивания) планеты. Этот процесс занял не более сотни миллионов лет, т.е. был с геологической точки зрения очень быстрым.

Важнейшее отличие Земли от других планет Солнечной системы - существование на ней жизни, появившейся 3-3,5 млрд. лет назад и достигшей с появлением человека (12 млн. лет назад) своей высшей формы.

2.2. ФОРМА И РАЗМЕРЫ ЗЕМЛИ

Поверхность реальной Земли чрезвычайно сложна и во всех деталях навряд ли может быть описана с помощью математических формул. Однако эта сложность существенно уменьшается при переходе от крупномасштабного к мелкомасштабному изображению, когда особенности рельефа Земли рассматриваются для достаточно обширных территорий.

Под фигурой, или формой Земли, понимают форму ее твердого тела, образованную поверхностью материков и дном морей и океанов. Форма планеты определяется ее вращением, соотношением сил притяжения и центробежной, плотностью вещества и его распределением в теле Земли. Геодезические измерения показали, что упрощенная форма Земли приближается к ***эллипсоиду вращения (сфероиду)***. В СССР в качестве эталона в 1946 году был принят эллипсоид Ф.Н.Красовского и его учеников (А.А.Изотов, и др.), основные параметры которого подтверждаются современными исследованиями и с орбитальных станций. По этим данным экваториальный радиус равен 6378,245 км, полярный радиус 6356,863 км, полярное сжатие 1/298,25.

Поверхность реальной Земли чрезвычайно сложна и во всех деталях навряд ли может быть описана с помощью математических формул. Однако эта сложность существенно уменьшается при переходе от крупномасштабного к мелкомасштабному изображению, когда особенности рельефа Земли рассматриваются для достаточно обширных территорий.

В связи с расчлененностью рельефа (наличием высоких гор и глубоких впадин) действительная форма Земли является более сложной, чем трехосный эллипсоид. Наиболее высокая точка на Земле - гора Джомолунгма в Гималаях - достигает высоты 8848 м. Наибольшая глубина - 11 034 м - обнаружена в Марианской впадине. Таким образом, наибольшая амплитуда рельефа земной поверхности составляет немногим менее 20 км. Учитывая эти особенности, немецкий физик Листинг в 1873 г. фигуру Земли назвал геоидом, что дословно обозначает «землеподобный». **Геоид** — некоторая воображаемая уровневая поверхность, которая определяется тем, что направление силы тяжести к ней будет всегда перпендикулярно. Эта поверхность совпадает с уровнем воды в Мировом океане, который мысленно проводится под континентами. Это та поверхность, от которой проводится отсчет высот рельефа. Поверхность геоида приближается к поверхности трехосного эллипсоида, отклоняясь от него местами на величину 100-150 м (повышаясь на материках и понижаясь на океанах, что, по-видимому, связано с плотностными неоднородностями масс в Земле и появляющимися из-за этого аномалиями силы тяжести.

2.4. СТРОЕНИЕ ЗЕМЛИ

Изучение внутреннего строения Земли производится различными методами. Геологические методы, основанные на изучении естественных обнажений горных пород, разрезов шахт и рудников, керна глубоких буровых скважин, дают возможность судить о строении приповерхностной части земной коры. Глубинное внутреннее строение Земли изучается главным образом геофизическими методами: сейсмическими, гравиметрическими, магнитометрическими и др. Одним из важнейших методов является сейсмический, основанный на изучении скорости распространения упругих волн, вызванных естественными и "искусственными" землетрясениями.

На основании скорости распространения сейсмических волн австралийский сейсмолог К. Буллен разделил Землю на ряд зон, дал им буквенные обозначения в

определённых усреднённых интервалах глубин, которые используются с некоторыми уточнениями до настоящего времени.

Выделяются три главные области Земли:

Земная кора (слой А) - верхняя оболочка Земли, мощность которой изменяется от 6-7 км под глубокими частями океанов до 35- 40 км под равнинными платформенными территориями континентов, до 50 - 75км под горными сооружениями (наибольшие под Гималаями и Андами).

Мантия Земли распространяется до глубин 2900км. В её пределах по сейсмическим данным выделяются: верхняя мантия - слой В глубиной до 400км и С - до 800 - 1000км (некоторые исследователи слой С называют средней мантией); нижняя мантия - слой D до глубины 2900 с переходным слоем от 2700 до 2900км.

Ядро Земли подразделяется на внешнее ядро - слой Е в пределах глубин 2900 - 4980км; переходную оболочку - слой Г - от 4980 - 5120км; и внутреннее ядро - слой G до 6971 км.

Земная кора - это верхняя каменная оболочка Земли, сложенная магматическими, метаморфическими и осадочными породами. Она представляет собой наиболее активный слой твердой Земли - сферу деятельности магматических и тектонических процессов. Нижняя граница земной коры как бы зеркально повторяет поверхность Земли. Под материками она глубоко опускается в мантию, под океанами приближается к поверхности Земли,

Мантия Земли является самым крупным элементом Земли - она занимает 83% ее объема и составляет около 66% ее массы.

Верхняя мантия характеризуется резким нарастанием скорости распространения сейсмических волн с глубиной. Выделяется два слоя: В (35-420 км), С (420-1000 км). Внутри слоя В, с глубин 80-100 км под материками и 50-70 км под океанами и до глубин 250-300 км, выделяется слой пониженной вязкости, который носит название *астеносферы.* Астеносфера выделяется по геофизическим данным как слой пониженной скорости, поперечных сейсмических волн и повышенной электропроводности. Повышенная вязкость астеносферы обусловлена, по-видимому, высокой температурой, приводящей, как полагают, к частичному выплавлению базальтовой магмы. Астеносфера играет важную роль в эндогенных процессах, протекающих в земной коре.

Земная кора вместе с твёрдой частью слоя Гутенберга образует единый жесткий слой, лежащий на астеносфере, который называется *литосферой.* По существу литосфера является своеобразной геосферой, отделённой от остальной части мантии активным поясом астеносферы.

Земная кора и верхняя мантия включая астеносферу, представляют собой *тектоносферу* - область Земли, где происходят тектонические явления.

3. ГЕОЛОГИЧЕСКИЕ ПРОЦЕССЫ

3.1.ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ О ГЕОЛОГИЧЕСКИХ ПРОЦЕССАХ

Под воздействием внутренних, или ***эндогеннных,*** и внешних, или ***экзогенных,*** сил земная кора испытывает постоянные изменения, которые называются ***геологическими процессами***. Соответственно различают эндогенные и экзогенные процессы.

Эндогенные процессы определяются глубинными источниками энергии. В результате на поверхности Земли образуются горные хребты и впадины, в земной коре возникают магматические очаги, происходят вулканические извержения, землетрясения. Эндогенные процессы характеризуются сложностью и большим разнообразием.

Экзогенные **процессы** развиваются на поверхности Земли за счёт энергии Солнца, и их интенсивность связана с активностью атмосферных явлений, геологической деятельностью поверхностных и подземных вод, озер, ледников, морей и океанов.

Сформировавшийся под воздействием эндогенных процессов рельеф молодых горных областей подвергается воздействию экзогенных сил, направленных на сглаживание, выравнивание рельефа. Таким образом, эндогенные и экзогенные процессы развиваются одновременно, связанно и взаимно обусловленно.

К эндогенным процессам относятся тектонические движения, магматизм и метаморфизм.

3.2. ТЕКТОНИЧЕСКИЕ ДВИЖЕНИЯ

Совокупность тектонических движений и деформаций, под воздействием которых формируются геологические структуры, называется тектоническими процессами, или *тектогенезом.* Тектонические движения – механические перемещения масс горных пород различного масштаба, сопровождающиеся изменениями их залегания и строения, а также связанными с этими изменениями деформациями (дислокациями). Тектоническим движениям принадлежит ведущая роль в развитии всех геологических процессов, так как они обусловливают перераспределение и трансформацию внутренней энергии Земли, влияют на изменение давления, интенсификацию теплопотока и т.д.

Упрощенно в зависимости от интенсивности, преимущественной направленности и геологических результатов тектонические движения можно разделить на две основные группы - *колебательные и дислокационные.*

3.3. ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА МАГМАТИЗМА

Магматизмом называют явления, связанные с образованием, изменением состава и движением магмы из недр Земли к ее поверхности. Магма представляет собой природный высокотемпературный расплав, образующийся в виде отдельных очагов в литосфере и верхней мантии, главным образом в астеносфере. Подъем магмы и прорыв ее в вышележащие горизонты происходят вследствие инверсии плотностей, при которой внутри литосферы появляются очаги менее плотного, но мобильного расплава. Магматизм - это глубинный процесс, обусловленный тепловым и гравитационными полями Земли.

В зависимости от характера движения магмы различают магматизм интрузивный и эффузивный. При ***интрузивном магматизме*** (плутонизме) магма не достигает земной поверхности, а активно внедряется во вмещающие вышележащие породы, частично расплавляя их, и застывает в трещинах и полостях коры. При ***эффузивном магматизме*** (вулканизме) магма через подводящий канал достигает поверхности Земли, где образует вулканы различных типов, и застывает на поверхности. В обоих случаях при застывании расплава образуются магматические горные породы. Температуры магматических расплавов, находящихся внутри земной коры, судя по экспериментальным данным и результатам изучения минерального состава магматических пород, находятся в пределах 700-1100°С.

Измеренные температуры магм, излившихся на поверхность, в большинстве случаев колеблются в интервале 900-1100°С, изредка достигая 1350°С. Более высокая температура наземных расплавов обусловлена тем, что в них протекают процессы окисления под воздействием атмосферного кислорода. На больших глубинах в магме в растворенном состоянии присутствуют летучие компоненты - пары воды и газов (H_2O, H_2, CO_2, HCl и др.). В условиях высоких давлений их содержание может достигать 12%. Они являются химически очень активными подвижными веществами и удерживаются в магме только благодаря высокому внешнему давлению.

3.4. ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА МЕТАМОРФИЗМА

Метаморфизм - преобразование горных пород под действием эндогенных процессов, вызывающих изменение физико-химических условий в земной коре. Преобразованию могут подвергаться любые горные породы: осадочные, магматические и ранее образовавшиеся метаморфические. Изменение минерального состава при метаморфизме может протекать ***изохимически,*** т. е. без изменения химического состава метаморфизуемой породы, и ***метасоматически,*** т. е. со значительным изменением химического состава метаморфизуемой породы за счет привноса и выноса вещества. Изменение структуры и текстуры пород обычно происходит в процессе перекристаллизации вещества. Особенность метаморфических процессов заключается в том, что они протекают с сохранением твердого состояния системы.

Метаморфизм представляет собой сложное физико-химическое явление, обусловленное комплексным воздействием температуры, давления и химически активных веществ.

3.5. ОСНОВНЫЕ ВИДЫ ЭКЗОГЕННЫХ ГЕОЛОГИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ

Экзогенные геологические процессы в отличие от эндогенных протекают в самых верхних слоях земной коры на её границе с внешними геосферами Земли. Их энергетической основой является энергия солнечной радиации и сил гравитации. Экзогенные процессы протекают при нормальных значениях температуры и давления с поглощением тепла и направлены на дифференциацию вещества земной коры. Выделяют четыре группы (стадии) экзогенных геологических процессов: выветривание, денудацию, аккумуляцию, диагенез.

Выветривание (нем. "веттер" - погода) представляет собой процесс глубокого изменения магматических, метаморфических и осадочных горных пород и минералов, оказавшихся неустойчивыми в условиях земной поверхности. Изменение физического и химического состояния первичных минералов и горных пород происходит в месте их залегания в результате физического, химического и биологического воздействия воды, углекислого газа, различных минеральных и органических кислот, живых организмов, а также непосредственного воздействия солнечной радиации.

Денудация (лат. "денудацио" - обнажение) - это совокупность процессов удаления (сноса и переноса) продуктов выветривания с места их образования и непосредственного разрушения горных пород агентами денудации (силы гравитации, воды континентов, морей и океанов, ветер, ледники). Перемещая материал с возвышенностей в пониженные участки рельефа, денудационные процессы приводят к разрушению земной поверхности и образованию выровненных форм рельефа.

Аккумуляция (осадконакопление) - геологические процессы, в результате которых рыхлые продукты разрушения первичных горных пород накапливаются в понижениях рельефа: в речных долинах, озёрах, болотах, морях и океанах.

Диагенез (перерождение) представляет собой сложный процесс преобразования продуктов экзогенной деятельности (осадков) в осадочные горные породы под влиянием гравитационных сил и изменения физико-химических условий в приповерхностной части земной коры.

Все экзогенные геологические процессы тесно взаимосвязаны. Благодаря выветриванию происходит подготовка материала для денудации, а сами продукты выветривания, оставшиеся на месте, являются материалом для образования новых горных пород.

Основными результатами экзогенных геологических процессов являются изменения вещественного состава верхней части земной коры, дифференциация вещества по физическим и химическим свойствам, создание толщ осадочных горных пород и форм

рельефа земной поверхности. Благодаря экзогенным процессам формируются почвы и полезные ископаемые. Около 60% мировой добычи полезных ископаемых связано с продуктами экзогенной деятельности.

Вместе с тем разрушения берегов рек, озёр и морей, обвалы, оползни, снежные лавины, размыв и разрушение склонов, рост оврагов и заболачивание территорий - это также результаты деятельности экзогенных геологических процессов

4. ВЕЩЕСТВЕННЫЙ СОСТАВ ЗЕМНОЙ КОРЫ

Земную кору — верхнюю твердую оболочку Земли - слагают горные породы (магматические, осадочные и метаморфические), состоящие из определенного сочетания минералов, в состав которых входят различные химические элементы. Изучая такую иерархию: химические элементы – минералы – горные породы, можно судить о строении земной коры в различных структурных зонах.

4.1. МИНЕРАЛЫ

Подавляющие большинство химических элементов образуют в земной коре простые или сложные соединения (исключения составляют инертные газы и некоторые самородные элементы). Химические соединения, образовавшиеся в земной коре в результате природных процессов и обладающие определенными химическим составом и физическими свойствами, называются ***минералами.*** Установлено, что в земной коре содержится около 4000 минералов.

Любой минерал обладает вполне определённым химическим составом и вполне определённой кристаллической структурой, т.е. закономерным расположением в пространстве элементарных частиц (молекул, атомов, ионов). В зависимости от особенностей химического состава и кристаллической структуры минералы образуют многогранники различной формы, называемые кристаллами. Эти же характеристики минералов (химический состав и кристаллическая структура) обуславливают все физические свойства, такие, как цвет, блеск, твёрдость и т.д.

4.2. ГОРНЫЕ ПОРОДЫ

Горными породами называются устойчивые парагенетические ассоциации минералов, возникающие в результате определённых геологических процессов и образующие геологически самостоятельные тела в земной коре. Науки, изучающие горные породы, - петрография, литология, астрофизика и физика горных пород.

Традиционно под горными породами подразумеваются только твёрдые тела, в широком применении к горным породам относят также воду, нефть и природные газы.

Горные породы могут слагаться как одним минералом, так и их комплексом. Минералы, входящие в состав горной породы и определяющие её состав и свойства, называются ***породообразующими***

Если горные породы состоят из одного минерала (кварцит, известняк, каменная соль), они называются ***мономинеральными,*** если же из нескольких -***полиминеральными*** (гравий, глина).

Все горные породы обладают комплексом морфологических особенностей, которые объединяют в понятия структура и текстура. Наряду с химическим и минеральным составом структура и текстура являются важнейшими диагностическими признаками горных пород.

По происхождению горные породы делятся на три класса: осадочные, магматические и метаморфические.

Осадочные горные породы образуются только на поверхности земной коры при разрушении_любых, ранее существовавших горных пород, в результате жизнедеятельности и отмирания организмов и выпадения осадков из пересыщенных растворов.

Магматические горные породы возникают путём кристаллизации природных силикатных расплавов внутри земной коры или на её поверхности.

Метаморфические горные породы возникают путем коренного преобразования магматических, осадочных и ранее существовавших метаморфических пород под влиянием высоких температур, давления и химически активных растворов.

5. СТРОЕНИЕ ЗЕМНОЙ КОРЫ

Строение земной коры рассматривается отдельно по той причине, что эта геосфера является основным объектом геологии и средой горного производства.

Земная кора - это верхняя каменная оболочка Земли, сложенная магматическими, метаморфическими и осадочными породами и имеющая мощностьот 7 до 75 км. Она представляет собой наиболее активный слой твёрдой Земли - сферу деятельности магматических и тектонических процессов. Нижняя граница земной коры как бы зеркально повторяет поверхность Земли. Под материками она глубоко опускается в мантию, под океанами приближается к поверхности Земли.

Выделяют два главных типа земной коры: континентальную и океаническую.

Мощность ***континентальной*** коры в зависимости от тектонических условий меняется в среднем от 25-45 . (на платформах) до 45-75 км (в областях горообразования), однако в пределах каждой геоструктурной области она не остаётся строго постоянной. В континентальной коре различают осадочный, гранитный и базальтовый слои.

Мощность осадочного слоя достигает 20 км , но распространён он не повсеместно. Названия гранитного и базальтового слоев условны и исторически связаны с выделением разделяющей их границы Конрада, хотя последующие исследования показали некоторую сомнительность этой границы.

Основное отличие ***океанической*** коры от континентальной - отсутствие гранитного слоя, существенно меньшая мощность (2-10 км), более молодой возраст (юра, мел, кайнозой), большая латеральная однородность. Океаническая кора состоит из трёх слоев. Первый слой, или осадочный, характеризуется широким диапазоном скоростей и мощностью до 2 км. Второй слой, или акустический фундамент, имеет среднюю мощность 1,2-1,8 км. Глубоководным бурением установлено, что этот слой сложен сильно трещиноватыми и брекчированными базальтами, которые с увеличением возраста океанической коры становятся более консолидированными. Третий слой сложен породами в основном габброидного состава.

Кроме двух главных типов земной коры выделяется кора переходного типа - субконтинентальная в островных дугах и субокеаническая на континентальных окраинах.

Участки земной коры, различающиеся типом геологического строения, называются ***структурными элементами.*** *С* точки зрения закономерностей пространственного строения земной коры океаны и континенты - это ***структуры*** **I** (планетарного) порядка . В пределах структурных элементов I порядка по особенностям геологического строения и развития выделяются структуры П порядка: на материках - платформы и геосинклинальные пояса, на океанической коре - талассократоны и срединно - океанические хребты.

6. ИСТОРИЯ РАЗВИТИЯ ЗЕМНОЙ КОРЫ. ОСНОВЫ ИСТОРИЧЕСКОЙ ГЕОЛОГИИ

Геология - наука естественно-историческая, и поэтому особо важное значение имеет ее раздел, посвященный изучению развития геологических событий по времени. Задачи исторической геологии - восстановление физико-географических обстановок накопления осадков в различные эпохи, последовательности формирования пород и их распределения по относительному возрасту, изучение истории развития органического мира от древнейших эпох до настоящего времени.

6.1. ГЕОХРОНОЛОГИЧЕСКАЯ И СТРАТИГРАФИЧЕСКАЯ ШКАЛЫ

В геологии как в никакой другой науке важна последовательность установления событий, их хронологии, основанной на естественной периодизации геологической истории. Геологическая хронология, или геохронология, основана на выяснении геологической истории наиболее хорошо изученных регионов. На основе широких обобщений, сопоставления геологической истории различных регионов Земли, закономерностей эволюции органического мира в конце прошлого века на первых международных геологических конгрессах была выработана и принята Международная геохронологическая шкала, отражающая последовательность подразделений времени, в течение которых формировались определённые комплексы отложений, и эволюцию органического мира. Таким образом, Международная геохронологическая шкала - это естественная периодизация истории Земли.

Среди геохронологических подразделений выделяются: зон, эра, период, эпоха, век, время. Каждому геохронологическому подразделению отвечает комплекс отложений, выделенный в соответствии с изменением органического мира и называемый стратиграфическим: эонотема, группа, система, отдел, ярус, зона. Таким образом существует две шкалы - геохронологическая и стратиграфическая. Первую мы используем, когда говорим об относительном времени в истории Земли, а вторую, когда имеем дело с отложениями. В настоящее время выделяют три наиболее крупных стратиграфических подразделения - эонотемы: архейскую, протерозойскую и фанерозойскую.

6.2. СОВРЕМЕННЫЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЯ О ФОРМИРОВАНИИ ЗЕМНОЙ КОРЫ

Представления о закономерностях формирования земной коры развивались на протяжении длительного времени по мере накопления фактического материала, совершенствования геологических и геофизических методов исследований. Особое значение на современном этапе развития теоретической геологии имеют данные, полученные при изучении обширных океанических территорий, и результаты космических исследований.

Гипотезы горизонтального дрейфа континентов

Механизм горизонтального перемещения континентальных глыб был разработан в 1929г. американским учёным А.Холмсом. Его гипотеза подкоровых течений предполагает существование в мантии (субстрате) медленных конвективных потоков, обусловленных различным накоплением тепла под континентами и океанами. Восходящие конвективные потоки приводят к разрыву коры, раздвиганию блоков и образованию молодого океанического дна. В районах нисходящих потоков, наоборот, блоки сталкиваются, сминаются, образуя системы надвигов, шарьяжей, а глубинные слои коры даже вовлекаются в мантию, переходя в глубинные аналоги базальтов - эклогиты.

Можно отметить, что с разработкой гипотезы А.Холмса идеи мобилизма получили новый импульс, обусловивший их широкую популярность и в наши дни. Кроме того, в последние годы при изучении строения дна океанов получены новые данные, которые

также используются для подтверждения возможности горизонтального дрейфа. Эти данные послужили основой гипотезы новой глобальной тектоники, или тектоники плит. Гипотеза разработана американскими учёными Г.Хессом и Р.Дицем. Значительный вклад в её развитие внесли зарубежные и советские геологи.

Основные идеи, положенные в основу гипотезы тектоники плит, связаны с открытием зон формирования молодой океанической коры в зонах рифтообразования и зон поглощения коры у глубоководных желобов.

По мнению авторов гипотезы, в зонах рифтообразования происходит "раздвигание" плит литосферы с образованием молодой океанической коры в центральной рифтовой зоне. Это явление называется ***спредингом*** океанического дна, характеризуется прерывистостью, сопровождается внедрениями мантийного вещества из астеносферы и разрывами маломощных базальтов в рифтовой зоне. С этой активной зоной связаны проявления вулканизма, неглубокие зоны землетрясений и аномалии теплового потока.

Образование новой коры в зонах спрединга сопровождается поглощением блоков (плит) литосферы в других участках нашей планеты. По мнению авторов гипотезы, такими участками являются зоны глубоководных океанических желобов, в которых происходит прерывистое поддвигание одной плиты литосферы под другую. Это явление называется ***субдукцией,*** сопровождается кратковременным выделением значительной механической энергии в виде землетрясений, проявлений вулканизма. Длительное поддвигание океанической коры под континентальную приводит к деформации окраинного моря, смещению островной дуги к континенту и складкообразованию. При этом поддвигание может смениться развитием обширных надвигов океанической коры - ***обдукцией***. Другим путём образования орогенных зон, по мнению авторов гипотезы, является столкновение - ***коллизия*** континентов.

Движущие силы механизма перемещения блоков литосферы авторы гипотезы тектоники плит связывают с конвективным перемешиванием мантийного вещества, что близко к взглядам А.Холмса. Однако в отличие от положений гипотезы подкоровых течений, в соответствии с рассматриваемой гипотезой потоки мантийного вещества здесь замыкаются на уровне астеносферы.

Таким образом, в соответствии с гипотезой тектоники плит под действием потоков мантийного вещества происходят глобальные перемещения континентов, но не изолированно, как считал А.Вегенер, а в составе мощных плит литосферы. При таком горизонтальном перемещении плит в зонах спрединга происходит обновление коры, а в зонах субдукции - её поглощение и растворение в астеносфере.

По современным данным, литосфера состоит из семи крупных плит, ограниченных зонами спрединга, субдукции или смятия: Тихоокеанской, Евразиатской, Индийской, Африканской, Антарктической, Северо-Американской и Южно-Американской.

7. ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ О МЕСТОРОЖДЕНИЯХ ПОЛЕЗНЫХ ИСКОПАЕМЫХ И ИХ КЛАССИФИКАЦИЯ

7.1. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И ОПРЕДЕЛЕНИЯ

Важнейший раздел геологии, позволяющий решать обширные прикладные задачи, - учение о полезных ископаемых. Он включает в себя совокупность сведений о геологической позиции и закономерностях размещения месторождений различных полезных ископаемых, методику поисков и экономику минерального сырья, тесно соприкасается с технологий переработки руд и извлечения из них ценных компонентов.

Полезным ископаемым называют природное минеральное образование, которое используется в народном хозяйстве в естественном виде или после предварительной обработки (переработки) путем дробления, сортировки, обогащения для

извлечения ценных металлов или минералов. По физическому состоянию полезные ископаемые бывают газообразными, жидкими и твердыми. К первым относятся горючие газы углеводородного состава и негорючие инертные газы, ко вторым - нефть, рассолы, вода, к третьим - большинство полезных ископаемых, которые применяются как химические элементы или их соединения, а также в виде кристаллов, минералов, горных пород. По промышленному использованию полезные ископаемые разделяются на ***металлические, неметаллические, горючие или каустобиолиты, гидро-и газоминеральные.***

Металлические полезные ископаемые служат для извлечения из них металлов и элементов: черных (железо, титан, хром, марганец и др.); легирующих (никель, кобальт, вольфрам, молибден и др.); цветных (алюминий, свинец, цинк, сурьма, ртуть и др.); благородных (золото, серебро, платина, палладий и др.); радиоактивных (уран, радий, торий и др.); редких и рассеянных (висмут, цирконий, ниобий, тантал, галлий, германий, кадмий, индий и др.); редкоземельных (лантан, церий, иттрий, прометий, самарий, лютеций и др.).

К *неметаллическим* полезным ископаемым принадлежат строительные горные породы (естественные строительные камни, пески, глины, сырье для каменного литья, стекол и керамики и др.), индустриальное (алмаз, графит, асбест, слюды, драгоценные и поделочные камни, пьезокристаллы, оптические минералы и др.), а также химическое и агрономическое сырье (сера, флюорит, барит, галит, калийные соли, апатит, фосфориты и др.).

Горючие ископаемые включают торф, бурый уголь, каменный уголь, антрацит, горючие сланцы, озокерит, нефть, горючий газ. Они служат энергетическим и металлургическим топливом, а также сырьем для химической промышленности.

К ***газоминеральному*** сырью относятся негорючие инертные газы: гелий, неон, аргон, криптон и др.

Гидроминеральные полезные ископаемые разделяются на подземные воды питьевые, технические, бальнеологические или минеральные и нефтяные, содержащие ценные элементы (бром, йод, бор, радий и др.) в количестве, позволяющем извлекать их, а также рассолы (озерные рассолы, минеральные грязи, илы). Важным гидроминеральным сырьем являются воды морей и океанов, используемые для получения пресной воды и извлечения многих ценных элементов.

Рудой называется минеральное сырье, содержащее ценные полезные компоненты (металлы, их соединения, минералы) в количестве, достаточном для промышленного извлечения при современном состоянии экономики, техники и технологии. В зависимости от вида извлекаемого компонента выделяются руды металлические (железные, медные, свинцово-цинковые и т. д.) и неметаллические (серные, асбестовые, графитные, апатитовые и др.). По количеству компонентов руды различают монометалльные (мономинеральные), биметалльные (биминеральные) и полиметалльные (полиминеральные).

Месторождением **полезного ископаемого** называется его природное в виде геологических тел скопление в земной коре, которое по условиям залегания, количеству и качеству минерального сырья при данном состоянии экономики и техники может служить объектом промышленной разработки в настоящее время или в ближайшем будущем. К месторождениям полезных ископаемых промышленность предъявляет требования, определяемые технической возможностью и экономической целесообразностью их разработки.

Совокупность требований промышленности к минеральному сырью называется ***кондициями*** - они не являются постоянными и зависят от экономических условий и состояния техники и технологии добычи и переработки минерального сырья.

Площади распространения полезных ископаемых в порядке их уменьшения разделяются на провинции, области (пояса, бассейны), районы (узлы), поля, месторождения, тела.

Телом полезного ископаемого называют ограниченное со всех сторон скопление минерального вещества, которое приурочено к отдельным структурным элементам или их комбинациям.

7.2. ВЕЩЕСТВЕННЫЙ СОСТАВ ПОЛЕЗНЫХ ИСКОПАЕМЫХ

Являясь природными минеральными образованиями, все полезные ископаемые обладают определенным вещественным (минеральным и химическим) составом, строением или структурно-текстурными особенностями, а также некоторым комплексом физических, физико-химических и технологических свойств. Все эти характеристики в общем случае обусловливают качество полезных ископаемых, которое имеет важнейшее значение для оценки месторождений с целью их промышленного использования.

Вещественный состав металлических и неметаллических руд определяется соотношением рудных, или ценных, и сопутствующих им нерудных, или жильных, минералов. В металлических рудах рудные минералы являются носителями ценных металлов, в неметаллических - минералы сами представляют практический интерес благодаря специфическим свойствам.

По составу преобладающей части минералов выделяются следующие типы руд:

самородные - самородные металлы и интерметаллические соединения - медь, золото, платина и др.;

сернистые **и им** подобные - сульфиды, арсениды и антимониды тяжелых металлов - меди, цинка, свинца, никеля, кобальта, молибдена и др.;

оксидные - оксиды и гидроксиды железа, марганца, хрома, олова, урана, алюминия и др.;

карбонатные - карбонаты железа, марганца, магния, свинца, цинка, меди и др.;

сульфатные - сульфаты бария, стронция, кальция и др.;

фосфатные - *апатитовые и фосфоритовые неметаллические руды, а также фосфаты некоторых металлов и др.;*

силикатные - *сравнительно редкие руды железа, марганца, меди; широко распространенные неметаллические полезные ископаемые - слюды, асбест, тальк и др.;*

галоидные - *минеральные соли и флюорит и др.*

По вещественному составу, определяющему промышленную ценность и технологические свойства, полезные ископаемые разделяются на природные типы и промышленные сорта.

7.3. ГЕНЕТИЧЕСКАЯ КЛАССИФИКАЦИЯ МЕСТОРОЖДЕНИЙ ПОЛЕЗНЫХ ИСКОПАЕМЫХ

В настоящее время известно несколько десятков генетических классификаций месторождений полезных ископаемых. Наиболее известной является классификация В.И.Смирнова.

Эндогенные месторождения, к числу которых относятся скопления полезных ископаемых, прямо или косвенно связанные с магматической деятельностью, подразделяют на: собственно магматические, пегматитовые и постмагматические.

Магматическими называются месторождения, образующиеся из жидких магматических расплавов в процессе их внедрения и раскристаллизации. При подъеме магматических расплавов в верхние горизонты земной коры и остывании происходит их дифференциация, с чем связана концентрация, а иногда и полное обособление рудных компонентов. Процессы образования магматических месторождений достаточно сложны. В одних случаях месторождения образуются в результате внедрения

магмы, обогащенной рудными компонентами еще на глубине, в других - рудные концентрации возникают из магм при ее подъеме, в третьих - лишь на месте становления интрузива.

Главная особенность всех магматических месторождений - их связь с материнскими интрузивами, которые рассматриваются как вещественный или энергетический источник оруденения. Магматические месторождения разделяются на генетические подгруппы: ликвационные, раннемагматические и позднемагматические.

В группу ***экзогенных*** включаются скопления полезных ископаемых, которые образуются при экзогенных процессах в результате химической, биохимической и механической дифференциации вещества земной коры. По способу накопления осадочного материала различают месторождения выветривания и осадочные.

К ***месторождениям выветривания*** относятся остаточные и инфильтрационные месторождения. ***Остаточные*** месторождения полезных ископаемых образуются при физическом и химическом выветривании горных пород, которое сопровождается гидролизом породообразующих минералов, растворением и выносом неустойчивых компонентов.

К **осадочным месторождениям** относятся аллювиальные и прибрежно-морские россыпи, химические и биохимические осадочные месторождения.

Метаморфизованными называют месторождения любого происхождения, испытавшие метаморфические преобразования одновременно с вмещающими породами. При этом процессы метаморфизма могут выражаться в изменении и преобразовании структур и текстур, изменении характера минерального состава руд, а также в переотложении рудного вещества, изменении формы рудных тел, рассланцевании и изменении состава вмещающих пород.

Под ***метаморфическими*** месторождениями понимают такие месторождения, которые возникли в результате метаморфизма горных пород, до того не содержащих промышленных рудных скоплений и не представляющих собой полезного ископаемого. К возникающим в процессе метаморфизма собственно метаморфическим месторождениям относятся месторождения высокоглиноземистого сырья (кианит, андалузит, силлиманит), графита, гранулированного кварца, слюды, амфибол-асбеста, корунда, наждака, граната, титана и др.

8. СИСТЕМА ГЕОЛОГИЧЕСКОГО ИЗУЧЕНИЯ НЕДР

Геологическое изучение недр в России производится последовательно и планомерно с тем, чтобы не только получить необходимую геологическую информацию о недрах, но и своевременно выявить промышленные и отбраковать непромышленные скопления полезных ископаемых. В общей системе геологического изучения недр можно выделить три крупных этапа. Этапы геологического изучения включают несколько последовательных стадий.

Этап I. Работы общегеологического и минерагенического назначения.

Стадия 1. Региональное геологическое изучение недр прогнозирование полезных ископаемых.

Этап II. Поиски и оценка месторождений.

Стадия 2. Поисковые работы.

Стадия 3.Оценочные работы.

Этап III. Разведка и освоение месторождений.

Стадия 4. Разведка месторождения.

Стадия 5. Эксплуатационная разведка.

На каждой стадии геологического изучения недр осуществляется их геолого-промышленная оценка, заключающаяся в определении действительной или возможной

значимости изучаемого участка земной коры, в котором содержатся или могут содержаться скопления полезной минерализации или же предполагается горное строительство. С этой целью исследуются состав и строение горных пород и полезного ископаемого, условия залегания, степень и характер тектонической нарушенности, гидрогеологические и инженерно-геологические характеристики месторождения, географо-экономические условия района и т. п.

РЕКОМЕНДАЦИИ

Для более углубленного изучения отдельных разделов геологических дисциплин рекомендуем воспользоваться следующими методическими указаниями.

Часть 1. Минералы.

Часть 2. Магматические горные породы.

Часть 3. Метаморфические горные породы.

Часть 4. Осадочные горные породы.

Часть 5. Организация геологических экскурсий.

Часть 6. Художественная обработка камнесамоцветного сырья.

МИНОБРНАУКИ РФ

ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебно-методическому комплексу
_____С.А.Упоров

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ К САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЕ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Б1.Б.1.16 ЭЛЕКТРОТЕХНИКА И ЭЛЕКТРОНИКА

Специальность:
21.05.02 Прикладная геология

Специализация № 3:
Геология нефти и газа

форма обучения: очная

Автор: Стожков Д.С.

Одобрены на заседании кафедры
Электротехники
(название кафедры)
Зав.кафедрой _____
(подпись)
к.т.н., доц. Угольников А.В.
(Фамилия И.О.)
Протокол № 6 от 19.03.2020
(Дата)

Рассмотрены методической комиссией
факультета геологии и геофизики
(название факультета)
Председатель _____
(подпись)
д.г.-м.н., проф. Бондарев В.И.
(Фамилия И.О.)
Протокол № 7 от 20.03.2020
(Дата)

Екатеринбург
2020

Методические материалы по дисциплине «ЭЛЕКТРОТЕХНИКА И ЭЛЕКТРОНИКА» согласованы с выпускающей кафедрой **литологии и геологии горючих ископаемых**

Заведующий кафедрой ЛГГИ _____к.г.-м.н., С.А. Рыльков____

подпись *И.О. Фамилия*

_

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ 4
ВИДЫ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТА 5
МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ПОДГОТОВКЕ КО ВСЕМ ВИДАМ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ 5
Повторение материала лекций и самостоятельное изучение курса 5
Подготовка к практическим занятиям и лабораторным работам 6
Подготовка и написание контрольной работы 7
Подготовка к выполнению и написанию курсовой работы (проекта) 8
МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ПОДГОТОВКЕ К ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ 9
Подготовка к зачёту 9
Подготовка к экзамену 9

ВВЕДЕНИЕ

Самостоятельная работа студентов – это разнообразные виды деятельности студентов, осуществляемые под руководством, но без непосредственного участия преподавателя в аудиторное и/или внеаудиторное время.

Это особая форма обучения по заданиям преподавателя, выполнение которых требует активной мыслительной, поисково-исследовательской и аналитической деятельности.

Методологическую основу самостоятельной работы студентов составляет деятельностный подход, когда цели обучения ориентированы на формирование умений решать типовые и нетиповые задачи, то есть на реальные ситуации, где студентам надо проявить знание конкретной дисциплины, использовать внутрипредметные и межпредметные связи.

Цель самостоятельной работы – закрепление знаний, полученных на аудиторных занятиях, формирование способности принимать на себя ответственность, решать проблему, находить конструктивные выходы из сложных ситуаций, развивать творческие способности, приобретение навыка организовывать своё время

Кроме того самостоятельная работа направлена наобучение студента осмысленно и самостоятельно работать сначала с учебным материалом, затем с научной информацией, заложить основы самоорганизации и самовоспитания с тем, чтобы привить умение в дальнейшем непрерывно повышать свой профессиональный уровень.

Самостоятельная работа реализует следующие задачи:

- систематизация и закрепление полученных теоретических знаний и практических умений студентов;
- углубление и расширение теоретических знаний;
- формирование умений использовать нормативную, правовую, справочную документацию и специальную литературу;
- развитие познавательных способностей и активности студентов: творческой инициативы, самостоятельности, ответственности и организованности;
- формирование самостоятельности мышления, способностей к саморазвитию, самосовершенствованию и самореализации;
- формирование практических (общеучебных и профессиональных) умений и навыков;
- развитие исследовательских умений;
- получение навыков эффективной самостоятельной профессиональной (практической и научно-теоретической) деятельности.

В учебном процессе выделяют два вида самостоятельной работы:

- аудиторная;
- внеаудиторная.

Аудиторная самостоятельная работа по дисциплине выполняется на учебных занятиях под непосредственным руководством преподавателя и по его заданию.

Внеаудиторная самостоятельная работа– планируемая учебная, учебно-исследовательская, научно-исследовательская работа студентов, выполняемая во внеаудиторное время по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия.

Самостоятельная работа, не предусмотренная образовательной программой, учебным планом и учебно-методическими материалами, раскрывающими и конкретизирующими их содержание, осуществляется студентами инициативно, с целью реализации собственных учебных и научных интересов.

Для более эффективного выполнения самостоятельной работы по дисциплине преподаватель рекомендует студентам источники и учебно-методические пособия для работы, характеризует наиболее рациональную методику самостоятельной работы, демонстрирует ранее выполненные студентами работы и т. п.

ВИДЫ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТА

Основные формы организации самостоятельной работы студентов определяются следующими параметрами:

- содержание учебной дисциплины;
- уровень образования и степень подготовленности студентов;
- необходимость упорядочения нагрузки студентов при самостоятельной работе.

В соответствии с реализацией рабочей программы дисциплины в рамках самостоятельной работы студенту необходимо выполнитьследующиевиды работ:

для подготовки ко всем видам текущего контроля:

- повторение материала лекций;
- самостоятельное изучение курса;
- подготовка к практическим занятиям и лабораторным работам;
- подготовка к контрольной работе, написание контрольной работы;
- выполнение и написание курсовой работы (проекта);

для подготовки ко всем видам промежуточной аттестации:

- подготовка к зачёту;
- подготовка к экзамену.

Особенностью организации самостоятельной работы студентов является необходимость не только подготовиться к сдаче зачета /экзамена, но и собрать, обобщить, систематизировать, проанализировать информацию по темам дисциплины.

Технология организации самостоятельной работы студентов включает использование информационных и материально-технических ресурсов образовательного учреждения.

Самостоятельная работа может осуществляться индивидуально или группами студентов как online, так и на занятиях в зависимости от цели, объема, конкретной тематики самостоятельной работы, уровня сложности, уровня умений студентов.

В качестве форм и методов контроля внеаудиторной самостоятельной работы студентов могут быть использованы обмен информационными файлами, семинарские занятия, тестирование, опрос, доклад, реферат, самоотчеты, контрольные работы, защита контрольных и курсовых работ (проектов), защита зачётных работ в виде доклада с презентацией и др.

Текущий контроль результатов внеаудиторной самостоятельной работы студентов осуществляется в пределах времени, отведенного на обязательные учебные занятия по дисциплине.

Промежуточный контроль результатов внеаудиторной самостоятельной работы студентов осуществляется в пределах времени, отведенного для сдачи экзамена / зачёта.

В методических указаниях по каждому виду контроля представлены материалы для самостоятельной работы и рекомендации по организации отдельных её видов.

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ПОДГОТОВКЕ КО ВСЕМ ВИДАМ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ

Повторение материала лекций и самостоятельное изучение курса

Лекционный материал по дисциплине излагается в виде устных лекций преподавателя во время аудиторных занятий. Самостоятельная работа студента во время лекционных аудиторных занятий заключается в ведении записей (конспекта лекций).

Конспект лекций, выполняемый во время аудиторных занятий, дополняется студентом при самостоятельном внеаудиторном изучении некоторых тем курса.Самостоятельное изучение тем курса осуществляется на основе списка основной и дополнительной литературы к дисциплине.

Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины приведён в рабочей программе дисциплины.

Рекомендуемые задания для самостоятельной внеаудиторной работы студента, направленные на повторение материала лекций и самостоятельное изучение тем курса:

для овладения знаниями:

- конспектирование текста;
- чтение основной и дополнительной литературы;
- составление плана текста;
- работа со словарями, справочниками и нормативными документами;
- просмотр обучающих видеозаписей.

для закрепления и систематизации знаний:

- работа с конспектом лекций;
- повторная работа над учебным материалом;
- составление таблиц для систематизации учебного материала;
- изучение нормативных материалов;
- составление плана и тезисов ответа на вопросы для самопроверки;
- ответы на вопросы для самопроверки;
- составление библиографических списков по изучаемым темам.

для формирования навыков и умений:

- выполнение рисунков, схем, эскизов оборудования;
- рефлексивный анализ профессиональных умений.

Тематический план изучения дисциплины и содержание учебной дисциплины приведены в рабочей программе дисциплины.

Вопросы для самопроверки приведены учебной литературе по дисциплине или могут быть предложены преподавателем на лекционных аудиторных занятиях после изучения каждой темы.

Подготовка к практическим занятиям и лабораторным работам

Практические занятия по дисциплине выступают средством формированияу студентов системы интегрированных умений и навыков, необходимых для освоения профессиональных компетенций, а также умений определять, разрабатывать и применять оптимальные методы решения профессиональных задач.

На практических занятиях происходит закрепление теоретических знаний, полученных в ходе лекций, осваиваются методики и алгоритмы решения типовых задач по образцу и вариантных задач, разбираются примеры применения теоретических знаний для практического использования, выполняются доклады с презентацией по определенным учебно-практическим, учебно-исследовательским или научным темам с последующим их обсуждением.

Рекомендуемые задания для самостоятельной внеаудиторной работы студента, направленные на подготовку к практическим занятиям:

для овладения знаниями:

- чтение основной и дополнительной литературы;
- работа со словарями, справочниками и нормативными документами;
- просмотр обучающих видеозаписей.

для закрепления и систематизации знаний:

- работа с конспектом лекций;
- ответы на вопросы для самопроверки;
- подготовка публичных выступлений;
- составление библиографических списков по изучаемым темам.

для формирования навыков и умений:

- решение задач по образцу и вариативных задач;
- выполнение рисунков, схем, эскизов оборудования;

– рефлексивный анализ профессиональных умений.

Тематический план изучения дисциплины и содержание учебной дисциплины приведены в рабочей программе дисциплины.

Лабораторные занятия по дисциплине выступают средством формированияу студентов навыков работы с использованием лабораторного оборудования, планирования и выполнения экспериментов, оформления отчётной документации по выполнению лабораторных работ.

Рекомендуемые задания для самостоятельной внеаудиторной работы студента, направленные на подготовку к лабораторным занятиям:

для овладения знаниями:

– изучение методик работы с использованием различных видов и типов лабораторного оборудования;
– изучение правил безопасной эксплуатации лабораторного оборудования;
– работа со словарями, справочниками и нормативными документами.

для закрепления и систематизации знаний:

– составление плана проведения эксперимента;
– составление отчётной документации по результатам экспериментирования;
– аналитическая обработка результатов экспериментов.

для формирования навыков и умений:

– выполнение рисунков, схем, эскизов оборудования;
– оформление отчётной документации по выполнению лабораторных работ.

Подготовка и написание контрольной работы

Контрольная работа – индивидуальная деятельность обучающегося по концентрированному выражению накопленного знания, обеспечивает возможность одновременной работы всем обучающимся за фиксированное время по однотипным заданиям, что позволяет преподавателю оценить всех обучающихся. Контрольная работа является средством проверки умений применять полученные знания для решения задач определенного типа по теме или разделу.

Рекомендуемые задания для самостоятельной внеаудиторной работы студента, направленные на подготовку к контрольной работе:

для овладения знаниями:

– чтение основной и дополнительной литературы;
– работа со словарями, справочниками и нормативными документами.

для закрепления и систематизации знаний:

– работа с конспектом лекций;
– ответы на вопросы для самопроверки.

для формирования навыков и умений:

– решение задач по образцу и вариативных задач;
– выполнение рисунков, схем, эскизов оборудования;
– оформление отчётной документации по выполнению контрольной работы.

Контрольная работа может быть выполнена в виде доклада с презентацией.

Доклад с презентацией – это публичное выступление по представлению полученных результатов знаний по определенной учебно-практической, учебно-исследовательской или научной теме.

При подготовке доклада с презентацией обучающийся должен продемонстрировать умение самостоятельного изучения отдельных вопросов, структурирования основных положений рассматриваемых проблем, публичного выступления, позиционирования себя перед коллективом, навыки работы с библиографическими источниками и оформления научных текстов.

В ходе подготовки к докладу с презентацией обучающемуся необходимо:

- выбрать тему и определить цель выступления;
- осуществить сбор материала к выступлению;
- организовать работу с источниками;
- -во время изучения источников следует записывать вопросы, возникающие по мере ознакомления, ключевые слова, мысли, суждения; представлять наглядные примеры из практики;
- сформулировать возможные вопросы по теме доклада, подготовить тезисы ответов на них;
- обработать материал и представить его в виде законченного доклада и презентации.

При выполнении контрольной работы в виде доклада с презентацией самостоятельная работа студента включает в себя:

для овладения знаниями:

- чтение основное и дополнительной литературы по заданной теме доклада;
- составление плана доклада;
- работа со словарями, справочниками и нормативными документами;
- просмотр обучающих видеозаписей по теме доклада

для закрепления и систематизации знаний:

- составление плана и тезисов презентации по теме доклада;
- составление презентации;
- составление библиографического списка по теме доклада;
- подготовка к публичному выступлению;
- составление возможных вопросов по теме доклада и ответов на них.

для формирования навыков и умений:

- публичное выступление;
- выполнение рисунков, схем, эскизов оборудования;
- рефлексивный анализ профессиональных умений.

Варианты контрольных работ и темы докладов приведены в комплекте оценочных средств дисциплины.

Подготовка квыполнению и написанию курсовой работы (проекта)

Курсовая работа (проект) – форма контроля для демонстрации обучающимся умений работать с объектами изучения, критическими источниками, справочной и энциклопедической литературой, логично и грамотно излагать собственные умозаключения и выводы, обосновывать и строить априорную модель изучаемого объекта или процесса, создавать содержательную презентацию выполненной работы.

При выполнении и защите курсовой работы (проекта) оценивается умение самостоятельной работы с объектами изучения, справочной литературой, логично и грамотно излагать собственные умозаключения и выводы, обосновывать выбранную технологическую схему и принятый тип и количество оборудования, создавать содержательную презентацию выполненной работы (пояснительную записку и графический материал).

Рекомендуемые задания для самостоятельной внеаудиторной работы студента, направленные на подготовку к курсовой работе (проекту):

для овладения знаниями:

- чтение основной и дополнительной литературы;
- работа со словарями, справочниками и нормативными документами;
- составление плана выполнения курсовой работы (проекта);
- составление списка использованных источников.

для закрепления и систематизации знаний:

- работа учебно-методическими материалами по выполнению курсовой работы (проекта);
- изучение основных методик расчёта технологических схем, выбора и расчёта оборудования;
- подготовка тезисов ответов на вопросы по тематике курсовой работы (проекта).

для формирования навыков и умений:

- решение задач по образцу и вариативных задач;
- выполнение рисунков, схем, компоновочных чертежей;
- оформление текстовой и графической документации.

Тематика курсовых работ (проектов) приведены в комплекте оценочных средств дисциплины.

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ПОДГОТОВКЕ К ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

Подготовка кзачёту

Зачёт по дисциплине может быть проведён в виде теста или включать в себя защиту контрольной работы (доклад с презентацией).

Тест – это система стандартизированных заданий, позволяющая автоматизировать процедуру измерения уровня знаний и умений обучающегося.

При самостоятельной подготовке к зачёту, проводимому в виде теста, студенту необходимо:

- проработать информационный материал (конспект лекций, учебное пособие, учебник) по дисциплине; проконсультироваться с преподавателем по вопросу выбора дополнительной учебной литературы;
- выяснить условия проведения теста:количествовопросов в тесте,продолжительностьвыполнения теста, систему оценки результатов и т. д.;
- приступая к работе с тестом, нужно внимательно и до конца прочитать вопрос и предлагаемые варианты ответов, выбрать правильные (их может быть несколько), на отдельном листке ответов вписать цифру вопроса и буквы, соответствующие правильным ответам.

В процессе выполнения тестарекомендуется применять несколько подходов в решении заданий. Такая стратегия позволяет максимально гибко оперировать методами решения, находя каждый раз оптимальный вариант. Не нужно тратить слишком много времени на трудный вопрос, а сразу переходить к другим тестовым заданиям, к трудному вопросу можно обратиться в конце. Необходимо оставить время для проверки ответов, чтобы избежать механических ошибок.

Зачёт также может проходить в виде защиты контрольной работы (доклад с презентацией). Методические рекомендации по подготовке и выполнению доклада с презентацией приведены в п. «Подготовка и написание контрольной работы».

Подготовка к экзамену

Промежуточная аттестация по итогам освоениядисциплиныпроводится в форме экзамена.

Билет на экзамен включает в себя теоретические вопросы и практико-ориентированные задания.

Теоретический вопрос – индивидуальная деятельность обучающегося по концентрированному выражению накопленного знания, обеспечивает возможность

одновременной работы всем обучающимся за фиксированное время по однотипным заданиям, что позволяет преподавателю оценить всех обучающихся.

Практико-ориентированное задание – средство проверки умений применять полученные знания для решения задач определенного типа по определенной теме.

При самостоятельной подготовке к экзаменустуденту необходимо:

- получить перечень теоретических вопросов к экзамену;
- проработать пройденный материал (конспект лекций, учебное пособие, учебник) по дисциплине, при необходимости изучить дополнительные источники;
- составить планы и тезисы ответов на вопросы;
- проработать все типы практико-ориентированных заданий;
- составить алгоритм решения основных типов задач;
- выяснить условия проведения экзамена:количествотеоретических вопросов и практико-ориентированных заданий в экзаменационном билете,продолжительностьи форму проведения экзамена (устный или письменный), систему оценки результатов и т. д.;
- приступая к работе с экзаменационным билетом, нужно внимательно прочитать теоретические вопросы и условия практико-ориентированного задания;
- при условии проведения устного экзамена составить план и тезисы ответов на теоретические вопросы, кратко изложить ход решения практико-ориентированного задания;
- при условии проведения письменного экзамена дать полные письменные ответы на теоретические вопросы; изложить ход решения практико-ориентированного задания с численным расчётом искомых величин.

МИНОБРНАУКИ РФ
ФГБОУ ВО
«Уральский государственный горный университет»

Л. И. Кралина, Г. А. Усов, Ф. П. Сердюков

БУРОВЫЕ СТАНКИ И БУРЕНИЕ СКВАЖИН

Методические указания
по выполнению курсового проекта
по дисциплине
«Буровые станки и бурение скважин»

для студентов специальности
21.05.02 Прикладная геология

очного и заочного обучения

Екатеринбург
2018

Оглавление

1. Общие положения ……3
2. Объем курсового проекта и его оформление ……3
3. Содержание основных разделов проекта…….4
Введение……4
3.1. Гидрогеологическая характеристика разреза……..4
3.2. Выбор и характеристика средств откачки ……..……4
3.3. Выбор и расчет фильтра ……...5
3.4. Выбор способа бурения и расчет
конструкции скважины …….....5
3.5. Технология бурения скважин……...6
3.6. Выбор бурового оборудования и инструмента……...7
3.7. Вскрытие и освоение водоносного пласта …….8
3.8. Промсанитария, техника безопасностии
охрана окружающей среды.....8
Рекомендуемая литература…….8
Приложение 1. Пример выполнения титульного листа
курсового проекта…….9
Приложение 2. Пример бланка задания ……10
Приложение 3. Геолого-технический наряд……...12

1. Общие положения

Студенты специальности Прикладная геология выполняют курсовой проект по бурению скважин на воду после изучения дисциплины «Буровые станки и бурение скважин». Это самостоятельная работа, характеризующая умение студентам решать комплексные инженерные задачи в зависимости от конкретных технико-экономических и гидрогеологических условий производства работ.

Целью курсового проекта является закрепление и углубление знаний по дисциплине «**Буровые станки и бурение скважин**» и их практическое применение к решению конкретных инженерных задач, знакомство с методикой пользования специальной и справочной литературой. Курсовой проект можно рассматривать как важнейший этап подготовки к работе над технической частью дипломного проекта.

Курсовой проект разрабатывается на основании фактических материалов, собранных студентами на производственной практике. Эти материалы включают геологическую карту района производства работ, геологический разрез с указанием места заложения проектной скважины, гидрогеологическую характеристику разреза с подробными данными о всех водоносных горизонтах и ориентировочном проектном дебите каждого из них.

Курсовой проект выполняется под руководством преподавателя кафедры технологии и техники разведки месторождений полезных ископаемых. Каждый студент перед началом проектирования получает у руководителя индивидуальное задание, в котором содержатся формулировка темы проекта, характеристика проектного геологического разреза, данные о проектном дебите скважины, статическом уровне подземных вод и условиях производства работ.

2. Объем курсового проекта и его оформление

Курсовой проект выполняется на бумаге формата А4 (210×297) с одной стороны листа. С левой стороны листа оставляется поле для подшивки 30 мм; с верхней – 20 мм; с правой – 15 мм; с нижней –35 мм, на котором посередине проставляется порядковый номер страницы.

После титульного листа (приложение 1) помещается задание на курсовой проект, затем содержание, и далее следует текст. В конце проекта приводится список используемой литературы и приложения.

Текст пояснительной записки должен быть выполнен на компьютере. Общий объем записки курсового проекта –25-30 с.

Графические приложения к тексту выполняются на плотной бумаге, кальке или миллиметровке формата 210×297 мм и подшиваются вместе с текстом записки. На отдельном листе формата А3 выполняется чертеж, на котором могут быть представлены геолого-технический наряд, схемы различных устройств, технологические схемы откачки, вскрытия, освоения водоносных пластов.

Пример оформления геолого-технического наряда представлен в приложении 3.

Текст курсового проекта включает следующие основные разделы.

Вводная часть – 5% от всего объема.

Гидрогеологическая часть – 5-10% объема.

Технико-технологическая часть – 85-90% объема.

Разработка и изложение отдельных вопросов в проекте должны быть осуществлены в следующей последовательности.

Содержание курсового проекта:

Введение

1. Гидрогеологическая характеристика разреза.
2. Выбор и характеристика средства откачки.

3. Выбор и расчет фильтра.
4. Выбор способа бурения и расчет конструкции скважины.
5. Выбор бурового оборудования и инструмента.
6. Вскрытие и освоение водоносного пласта.
7. Техника безопасности и охрана окружающей среды.

Список использованной литературы.
Приложения.

3. Содержание основных разделов проекта

Введение.

Во введении обосновывается назначение проектируемой скважины. Приводятся общие сведения о районе работ, дается его краткая физико-географическая и экономическая характеристика, оцениваются условия производства работ по бурению и оборудованию скважин, отмечается обеспеченность электроэнергией, топливом, водой, глиной и т. д.

3.1. Гидрогеологическая характеристика разреза

Приводится описание литологического состава горных пород, указываются их мощность, физические свойства, категория буримости, дается характеристика коллекторских свойств пород водоносных горизонтов (трещиноватость, гранулометрический состав, пористость, проницаемость), величина дебита каждого водоносного горизонта и статический уровень подземных вод.

Затем приводится характеристика тектонических зон и указываются возможные осложнения при их бурении.

Геологический разрез составляется в масштабе 1:200 или 1:500.

3.2. Выбор и характеристика средств откачки

В зависимости от целевого назначения скважины и ее дебита выбирается наиболее рациональный способ подъема воды из скважины. Выбор водоподъемной установки производится с учетом следующих исходных данных:

1) проектного дебита скважины;
2) глубины установки водоподъемных средств;
3) особых условий производства откачки, обусловленных повышенной температурой, минерализацией или высоким загрязнением воды. При этом фактические производительности и напор выбранного водоподъемника должны быть равны или несколько больше проектных. Особое внимание уделяется размерам водоподъемника, особенно его диаметру, который влияет на выбор размера водоподъемных труб и, следовательно, на конструкцию скважины. Обычно необходимо выбирать водоподъемники с минимально возможными размерами рабочих органов, что упрощает и удешевляет конструкцию скважины.

Водоподъемные установки выбираются по справочникам на основании данных о проектном дебите и динамическом уровне откачки.

Эрлифты применяются на стадии испытания, освоения водоносных горизонтов и при откачке из разведочных скважин. Выбранная схема эрлифта должна быть рассчитана для определения основных его параметров: глубины погружения смесителя, удельного расхода воздуха и производительности эрлифта, диаметров водоподъемных и воздухопроводных труб.

3.3. Выбор и расчет фильтра

Производительность скважины в процессе откачки зависит от правильного выбора водоприемной части скважины (типа фильтра и от его геометрических размеров).

Тип, конструкция фильтра выбираются в зависимости от характера пород (гранулометрического состава) водоносного горизонта, назначения скважины, ее производительности и глубины, агрессивности вод и ряда других факторов.

Необходимые конструктивные размеры фильтра для конкретных условий откачки определяются расчетом.

Диаметр и длина рабочей части фильтра подбираются и рассчитываются с учетом дебита скважины, коэффициента фильтрации пород водоносного горизонта и его мощности.

При этом необходимый диаметр фильтра рассчитывается исходя из диаметра выбранного водоподъемника, а точнее диаметра эксплуатационной колонны. При мощности водоносного горизонта, не превышающей 10 м, диаметр фильтра рассчитывается с учетом проектного дебита скважины, рабочей длины фильтра и коэффициента фильтрации пород. В данном случае длина рабочей части фильтра принимается равной мощности водоносного горизонта (10 м), а при мощности более 10 м рассчитывается на основании проектного дебита скважины диаметра фильтра. Скважность фильтра выбирается с учетом характеристики пород водоносного горизонта и должна обеспечивать водопропускную способность фильтра с минимальным сопротивлением движению и с допустимой скоростью движения воды, которая не приводит к переносу частиц шлама в скважину.

При правильном выборе и расчете параметров фильтра его водопропускная способность должна быть равна или более проектного дебита скважины.

3.4. Выбор способа бурения и расчет конструкции скважины

Выбор способа бурения скважин на воду производится с учетом гидрогеологических условий, проектной глубины скважины, ее целевого назначения, экономичности и качественных показателей по вскрытию и освоению водоносного горизонта.

В настоящее время применяются следующие способы бурения скважин на воду: роторный, колонковый, ударно-вращательный и ударно-канатный.

Роторный способ применяется при бурении разведочно-эксплуатационных и эксплуатационных скважин на воду в твердых, трещиноватых породах с промывкой водой, в мягких породах, а также в тектонических зонах сильнорассланцованных, перемятых пород с промывкой глинистым раствором. В районах с затрудненным водоснабжением (Крайний Север, Средняя Азия) роторное бурение целесообразно использовать с продувкой воздухом или применять пневмоударное бурение. Роторное бурение рекомендуют использовать при вскрытии глубокозалегающих водоносных горизонтов, и оно отличается более высокой производительностью и экономичностью по сравнению с другими способами.

Канатно-ударное бурение применяется для бурения разведочно-эксплуатационных, эксплуатационных и дренажных скважин большого диаметра (свыше 500 м) при вскрытии низконапорных горизонтов. Оно отличается высокой металлоемкостью конструкции скважин и является более дорогостоящим по сравнению с роторным бурением. Канатно-ударный способ рекомендуется при бурении скважин глубиной до 150 м в породах осадочного комплекса, представленного средне- и крупнозернистыми песками, плывунами, валунно-галечными отложениями, а также сильно трещиноватыми и

кавернозными породами, в которых использование роторного бурения весьма затруднительно. Колонковый способ в основном применяется при бурении разведочных скважин на воду небольшого диаметра (до 200 мм) в породах различной крепости.

После выбора способа бурения проектируется конструкция скважины. При бурении скважин на воду выделяют следующие элементы конструкции скважин: кондуктор (направление), эксплуатационную колонну и фильтр.

При проектировании конструкции скважины необходимо учитывать специфику и возможности выбранного способа бурения. В частности, расчетные диаметры бурения обсадных труб должны быть указаны со стандартными размерами бурового инструмента конкретно для выбранного способа бурения.

3.5. Технология бурения скважин

Технология бурения разрабатывается на основании составленного ранее геологического разреза с учетом физико-механических свойств горных пород и характеристик водоносных горизонтов. При этом для каждой разновидности горных пород выбираются рациональные конструкции буровых наконечников и определяются технологические параметры режима бурения этими наконечниками.

Прежде всего необходимо выбрать типы буровых наконечников (коронки, долота) и установить их необходимые характеристики в соответствии с конструкцией скважины.

Затем для вращательных способов бурения выбирается вид промывочной жидкости и определяются необходимые параметры (например, глинистых растворов), характеризующие их качество. Параметры промывочных жидкостей (удельный вес, вязкость, водоотдача, статическое напряжение сдвига, содержание песка и др.) применяются в зависимости от возможных осложнений при бурении скважин.

После этого рассчитываются рациональные величины технологических параметров режима бурения. Для вращательных способов бурения это – осевая нагрузка на породоразрушающий инструмент, частота вращения бурового снаряда и количество промывочной жидкости, нагнетаемой в скважину. Для ударно-канатного бурения определяются вес, высота сбрасывания и частота ударов бурового инструмента.

Необходимо также разработать мероприятия по борьбе с возможными осложнениями при бурении скважин (обвалы стенок скважин, поглощения промывочной жидкости и др.).

Устье скважины оборудуется направлением или кондуктором. Эксплуатационная колонна обеспечивает крепление ствола скважины, в ней обычно устанавливают насос для подъема воды.

В скважинах со сложным геологическим разрезом, в котором может встречаться несколько зон осложнений, устанавливают иногда промежуточную колонну, которая обычно следует после кондуктора. Выбор конструкции разведочно-эксплуатационной скважины необходимо начинать с определения типа водоподъемника и его диаметра, который определяет внутренний диаметр эксплуатационной колонны:

$$D_{\text{в.эк}} = D_{\text{в}} + 2\Delta ,$$

где $D_{\text{в}}$ - наружный диаметр водоподъемника, мм; Δ - зазор между водоподъемником и эксплуатационной колонной, мм.

Диаметр долота под эксплуатационную колонну определяется из условия:

$$D_{\text{д}} = D_{\text{м}} + 2\delta ,$$

где $D_м$ - наружный диаметр муфты, мм; δ - зазор между муфтой и скважиной, мм.

Для $D_м$ <250 мм δ = 25 мм; для $D_м$ >250 мм δ =20-50 мм.

Чем больше выход колонны из-под башмака обсадных труб, тем больше должен быть зазор δ.

Диаметр фильтра подбирают из условия обеспечения необходимого водопритока. Конечный диаметр скважины определяется необходимостью проведения комплекса гидрогеологических исследований и наблюдений.

Особое внимание уделяется технологии бурения скважин в интервалах водоносных горизонтов, направленной насохранение естественной водопроницаемости водоносных пластов.

В случае бурения разведочных скважин устанавливаются интервалы бурения с отбором керна для составления детального геологического разреза и проведения исследований образцов горных пород. Особое внимание необходимо уделить разработке мероприятий по обеспечению получения качественного керна с интервалов водоносных горизонтов. С целью обеспечения получения качественных образцов горных пород при бурении необходимо выбрать комплекс технических средств и разработать специальные технологические и организационные мероприятия.

3.6. Выбор бурового оборудования и инструмента

Буровое оборудование выбирается с учетом целевого назначения скважины, ее конструкции, характера пород геологического разреза, способа бурения и разработанной технологии бурения.

В настоящее время буровое оборудование комплектуется в буровые агрегаты и установки, которые выпускаются отечественной промышленностью. Поэтому выбор основного бурового оборудования сводится к выбору буровой установки.

Выбор буровой установки производится по способу бурения, по проектной глубине бурения, по величине начального и конечного диаметра, которые обычно даются в ее характеристике. Также учитываются и другие данные характеристики буровой установки, такие как скорости вращения, осевое усилие, развиваемое механизмом подачи, которые обеспечивают необходимые технологические параметры режима бурения. В зависимости от наличия источников энергосбережения в районе бурения скважин буровые установки выбираются с электроприводом (от электролинии) или с автономным приводом от двигателя внутреннего сгорания (при отсутствии электролинии).

Вспомогательное буровое оборудование (труборазвороты, глиномешалки, КИП, талевая оснастка, вертлюги-сальники и др.) выбирается в зависимости от его потребности и условий производства работ.

После выбора всего комплекса бурового оборудования, необходимого для бурения проектируемой скважины, приводятся его технические характеристики.

Выбор породоразрушающего инструмента (коронок, долот) производится с учетом физико-механических свойств горных пород и их буримости.

Для вращательного бурения выбираются типы бурильных труб и их диаметры, конструкция и тип колонковой трубы для обеспечения качественного выхода керна; длина и диаметр утяжеленных труб при бурении скважин сплошным забоем большого диаметра (более 150 мм).

Для ударно-канатного бурения выбирается конструкция и размеры ударного снаряда, тип и размеры долот. Для ликвидации наиболее распространенных аварий (обрывы бурильных канатов, колонковых, обсадных труб) необходимо предусмотреть ловильный аварийный инструмент (метчики, колокола, труболовки, крючки, штопоры, овершоты).

В приложении нужно дать спецификацию всего бурового оборудования и инструмента с указанием его наименования и количества, необходимого для бурения скважины.

На основании геологического задания, выбора бурового оборудования, конструкции скважины и разработанной технологии бурения составляется геолого-технический наряд на бурение скважины, форма которого приведена в приложении 2.

3.7. Вскрытие и освоение водоносного пласта

Ответственными операциями при сооружении скважин на воду являются вскрытие и освоение водоносного пласта, которые оказывают большое влияние на производительность и долговечность скважины.

Вскрытие водоносного пласта включает комплекс технологических операций, направленных на успешное бурение горных пород водоносного пласта при обеспечении их устойчивости и сохранения естественной водопроницаемости.

Выбор технологии вскрытия водоносного пласта зависит от глубины его залегания, устойчивости и коллекторских свойств горных пород, слагающих водоносный пласт, пластового давления, мощности водоносного пласта и дебита скважины.

Неустойчивые горные породы водоносного пласта не рекомендуется вскрывать с применением глинистого раствора, так как глинистые частицы вызывают кольматацию пор и трещин и резкое снижение их водопроницаемости. В этом случае применяют специальные промывочные жидкости: малоглини-стые, меловые, полимерные, аэрированные, самораспадающиеся промывочные жидкости, пены и др.

Безнапорные пески при наличии устойчивой кровли водоносного пласта могут вскрываться гидровмывом фильтра, а также формированием каверны в водоносном пласте. Существуют и другие методы с применением различных схем промывки.

Освоение скважины обычно включает такие технологические операции, как установка фильтра в скважину, восстановление естественной водопроницаемости или ее искусственное увеличение, устройство гравийной обсыпки фильтров, откачки воды из скважины с целью формирования водоприемной части скважины и осветления воды.

При выборе способа освоения скважины необходимо учитывать его эффективность и простоту его технологического выполнения.

3.8. Промсанитария, техникабезопасности и охрана окружающей среды

В этом разделе необходимо предусмотреть мероприятия по охране здоровья работающего персонала и средства по оказанию первой помощи пострадавшим.

Мероприятия по технике безопасности, противопожарной технике и охране окружающей среды проектируются в соответствии с действующими инструктивными указаниями при выполнении различного вида работ: монтаж установок, бурение скважины, транспорт, демонтаж установки, эксплуатация скважин.

Рекомендуемая литература

*Бейсебаев А. М., Туякбаев Т. Н., Федоров Б. В.*Бурение скважин и горно-разведочное бурение. –М.: Недра, 1990. – 303 с.

Соломин Б. Н. Проектирование скважин на воду. –М.: Недра, 1983. –107 с.

Справочник по бурению скважин на воду / Д. Н. Башкатов, С. С. Сулакшин, С. Л. Драхлис, Г. П. Квашнин. –М.: Недра, 1979. –560с.

Справочник по бурению и оборудованию скважин на воду / В. В. Дубровский [и др.]. – М.: Недра, 1972. – 512с.

Разведочное бурение/ О. В. Ошкордин [и др.] –М.: Недра,2000. –748 с.

Приложение 1

Пример выполнения титульного листа курсового проекта



МИНОБРНАУКИ РФ
ФГБОУ ВО

«УРАЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ГОРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

ФАКУЛЬТЕТ ГЕОЛОГИИ И ГЕОФИЗИКИ

Кафедра ТЕХНОЛОГИИ И ТЕХНИКИ РАЗВЕДКИ МПИ

КУРСОВОЙ ПРОЕКТ

НА ТЕМУ: «Сооружение разведочно-эксплуатационной скважины на воду»

Руководитель_____
Студент_____
Группа _____

Екатеринбург 201__г.

Приложение 2

Пример бланка задания

З А Д А Н И Е

по курсовому проекту на бурение гидрогеологической скважины

Студентугруппы _____

Тема проекта _____

_____

Содержание проекта

I. Исходные данные

1. Геологический разрез скважины.

№ п/п	Наименование пород и горизонты	Интервалы, м	Примечание
1			
2			
3			
4			
5			

2. Проектная глубина скважины _____
3. Проектный дебит скважины __$м^3$/час из горизонта_____
4. Статический уровень _____
5. Проектный динамический уровень _____
6. Период работы _____

7 . Особые условия (обеспеченность электроэнергией, водой, глиной и т.п.)_____

II. Задачи проектирования

1) выбрать и обосновать тип и размеры откачных средств;
2) обосновать выбор типа фильтра и произвести его расчет;
3) выбрать и обосновать способ бурения скважины;
4) составить и обосновать конструкцию скважины;
5) разработать рациональную технологию бурения для каждого горизонта:
   а) выбрать породоразрушающий инструмент;
   б) выбрать промывочную жидкость и обосновать ее качественные параметры;
   в) рассчитать технологические параметры режима бурения.
6. Выбрать буровое оборудование:
   а) буровой агрегат (буровой станок, насос, привод);
   б) буровой копер или мачту.
7. Разработать конструкцию бурового снаряда:

а) колонкового набора;
б) колонны бурильных труб;
в) колонны обсадных труб.

Примечание: для выбранного оборудования приводится краткая техническая характеристика.

8. Уточнить режим бурения с учетом технических характеристик выбранного оборудования.
9. Произвести проверочный расчет выбранного бурового оборудования:
а) насоса (по производительности и рабочему давлению);
б) привода бурового станка и насоса;
в) бурового копра или мачты (по грузоподъемности);
г) колонны бурильных труб.
10. Запроектировать способ вскрытия водоносного горизонта и опробования.
11. Предусмотреть мероприятия по технике безопасности, противопожарной технике и промсанитарии.
12. Составить спецификации основного оборудования, инструмента и материалов, необходимых для бурения скважин.

III. Графические приложения
1. Геолого-технический наряд.
2. Схема конструкции скважины.
3. Схема бурового снаряда.
4. Схема фильтра.
5. Схема оборудования скважины для откачки.

Дата сдачи проекта на кафедру _____
Руководитель проекта _____

Приложение 3

Геолого-технический наряд

ГРО, ГРЭ _____
Проектная глубина, м _____
Начало бурения _____
Окончание бурения _____

Буровой станок_____
Буровой насос _____
Двигатель _____
Мачта_____
Буровые трубы _____

Скважина _____

Геологическая часть							Техническая часть										
Масштаб глубин	Наименование горных пород	Категория пород по буримости	Литология	Интервал и вид отложений	Статический уровень Динамический уровень	Мощность слоев, м	Конструкция скважины	Тип и диаметр ПРИ, мм	Длина и диаметр УБТ	Режимы бурения			Качество бурового раствора	Способы борьбы с осложнениями	Способ вскрытия водоносного пласта	Тип фильтра	Примечание
										Осевая нагрузка, кН	Частота вращения, об/мин.	Расход промывочной жидкости, л/мин.					
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18

МИНОБРНАУКИ РФ

ФГБОУ ВО
«Уральский государственный горный университет»

Л. И. Кралина, Ф. П. Сердюков, Г. А. Усов

ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЕ РАСЧЕТЫ В БУРЕНИИ

Учебно-методическое пособие
к практическим занятиям и самостоятельной работе
по профилирующим дисциплинам
для студентов специальности

21.05.02 Прикладная геология
очного, заочного обучения

Екатеринбург
2018

ВВЕДЕНИЕ

Настоящее учебно-методическое пособие предназначено в помощь преподавателям и студентам при проведении занятий побурению скважин, а также для подготовки курсовых и квалификационных работ по профилирующим дисциплинам. Сборник выполнен для студентов специальности21.05.02Прикладная геология. При выполнении работ используются справочные материалы, которые приведены в таблицах каждого расчета. Большинство работ рассчитано на выполнение и оформление непосредственно на занятиях. Если работа не закончена, то с разрешения преподавателя она может быть оформлена и сдана к следующему занятию.

В конце приводится список литературы, использованной при написании данного учебно-методического пособия.

Расчет №1
Расчет предельного значения кернопотерь

1. Расчет предельного значения кернопотерь

$$B_k^{\min}=F(\text{НП, И},[m_k]).$$

При НП, И$[m_k]$ табличные значения (см. таблицу) расчет по формуле для реального (различного) B_k и по данным лабораторных анализов P, $P_к$, $P_{сред}$

$$B_k^{\min} = \frac{(\text{НП}-1)*\text{И}}{(\text{НП}-1)*\text{И}+m_k^{доп}} * 100\ \%$$

где $B_k^{\min}$ - выход керна минимальный, %;
НП- неоднородность оруденения, %;
И- избирательность кернопотерь, %;
$m_k^{доп}$ - погрешность опробования, %.

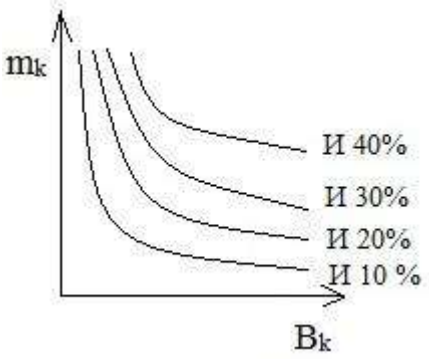
Группировка месторождений по значениям НП и И

Группы и типы руд	Примеры руд и месторождений	Характерные значения	
		НП, %	И
I. Сплошные массивные			
I.1. Мономинеральные	Сплошные мартитовые, магнетитовые, гидромагнетитовые и другие богатые железные руды криворожского типа, сплошные мономинеральные руды каменной соли, бокситы Боксонского месторождения, тальк Алгуйского месторождения и т.п.	1,2±10	40±15
I.2. Полиминеральные	Сплошные колчеданные медные и медно-цинковые месторождения ураль-ского типа, сплошные полиметаллические руды Горевского, Риддер-Сокольного и других месторождений. Апатиты Ошурковского месторождения и т.п.	4±10 2,5±10	15±10 20±10
II. Вкрапленные			
II. 1. В массивных изверженных и осадочных породах	Вкрапленные руды полиметаллических месторождений Садовое, Миргалимсай. медные руды Алмалыка, редкометалльных месторождений Белозиминское, Африкандское и т.п.	6,5±10	7± 5
II. 2. В жилах и дайках	Руды жильных золоторудных месторождений Средней Азии, Забайкалья, Якутии, оловянных и вольфрамовых месторождений Приморья, Якутии и др.	16±5	5±4
III. Прожилково- и слоисто-вкрапленные			
III. 1. Руды штокверковых месторождений	Руды вольфрамовых, молибденовых, медно-молибденовых месторождений Забайкалья, Казахстана и Средней Азии	6,5±5	10±8
III. 2**.** В линейно-вытянутых зонах трещиноватости	Руды полиметаллических месторождений Алтая, Средней Азии, Прибайкалья, оловорудных месторождений Комсомольского района, ртутных месторождений Терлиг-Хая и частично Никитовки и т.п.	8,3±6	10±8
IV.Прожилковые, слоистые и переливающиеся			
IV. 1. Прожилковые	Медные руды месторождения Дальнего: никель-кобальтовые руды Тувинской АССР, асбестовое месторождение Молодежное; оловянные - Тарбальджей, Иигода, Хрустальное; золотые - Советское, Коммунар и др.	3,3±15	25±15
IV. 2.Переслаивающиеся и полосчатые	Железистые кварциты Кольского полуострова, Кривого Рога, сферосидериты Дагестана	1,7±10	30±15
V. Прожилково-гнездовые			
V.Прожилково-гнездовые	Руды ртутных месторождений Средней Азии (Хайдаркан, Акташ,Чувай), отдельных участков Никитовки и др. Мусковит Луговского, Чуйского и Согдиондонского месторождений	20±10 6,5±5	4±3 8±5

2. Изучение влияния выхода керна на погрешность опробования для различных сортов руд (для бакалаврской работы)

Слабонеоднородные руды **НП=2**

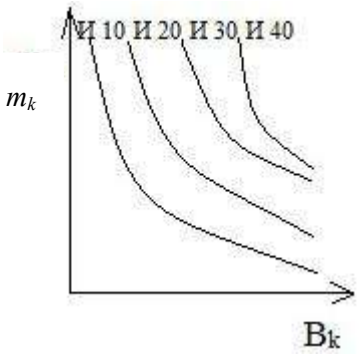
m_k\И	10 %	20 %	30 %	40 %
5%	B_k^{1-1}	B_k^{1-2}	…	…
10%	…	B_k		B_k^{2-4}
15%	B_k^{3-1}			
20%	…			B_k^{4-4}
25%	B_k^{5-1}	…	…	B_k^{5-4}



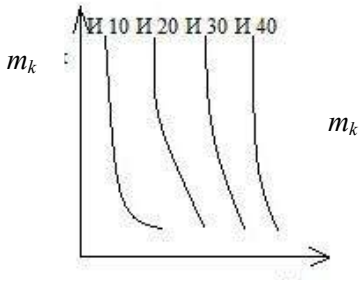
B_k

Средненеоднородные руды **НП=6**

m_k\И	10%	20%	30%	40%
5%	B_k^{1-1}	B_k^{1-2}	…	…
10%	…	B_k		B_k^{2-4}
15%	B_k^{3-1}			
20%	…			B_k^{4-4}
25%	B_k^{5-1}	…	…	B_k^{5-4}



Сильнонеоднородные руды **НП=15**



B_k

m_k\И	10 %	20 %	30 %	40 %
5 %	B_k^{1-1}	B_k^{1-2}	…	…
10 %	…	B_k		B_k^{2-4}
15 %	B_k^{3-1}			
20 %	…			B_k^{4-4}
25 %	B_k^{5-1}	…	…	B_k^{5-4}

3. Основные аналитические задачи:

3.1. Для каких руд избирательность истирания более всего влияет на погрешность опробования?

3.2. При какой избирательности и в каких сортах руд наибольший эффект дают мероприятия по повышению выхода керна?

3.3. Постройте таблицу нормативных значений минимального выхода керна, при допустимой погрешности m_k=5% (10%,15%, 20%, 25%) для всех сортов руд (для всех табличных комбинаций НП и И).

Расчет №2

Определение рациональной частоты вращения бурового снаряда при твердосплавном бурении, рад/с

$$n = \frac{60*0{,}105\omega_0}{\pi*D_0} \approx \frac{2*\omega_0}{D_0};$$

$$n = \frac{60*\omega_0}{\pi*D_0} \approx \frac{20*\omega_0}{D_0}.$$

Таблица исходных данных

Обозначение	Наименование	Ед.изм	Пределы изменения		Примечание
			от	до	
ω_0	Окружная скорость движения резцов	м/с	1,0 крепкие породы (YI-YIII кат.)	3,0 мягкие породы (II-IYкат.)	Ограничивается сверхнормативным износом
D_0	Средний диаметр коронки	м	$46*10^{-3}$	$223*10^{-3}$	Стандарт
n_0	Частота вращения	Рад/с об/мин	9,3 93	65 500	Ограничение техническими условиями бурения

Расчет №3

Минимальная (критическая) частота вращения шнекового снаряда, рад/с

$$n_{\min} = \frac{30}{\pi} * \frac{\sqrt{g*(\tan a + f)}}{f'*R*(1-f*\tan a)}.$$

Таблица исходных данных

Параметр	Наименование	Единица измерения	Пределы измерения	
			от	до
R	Радиус вала шнека	м	$50*10^{-3}$	$89*10^{-3}$
a	Угол подъема винтовой ленты	град	10	30
f	Коэффициент трения породы о шнек	-	0,25	1,4
f'	Коэффициент трения породы о породу	-	0,2	1,5
g	Ускорение силы тяжести	м/с^2	9,8	

Основные аналитические задачи

1.1. Оцените влияние коэффициента трения породы о шнек и породы о породы на $n_{\min}$. Постройте графики зависимости $n_{\min}$от *f*и *f'* для различных значений *R* и *a*.

1.2. Оцените влияние конструктивных параметров шнека (*R* и *a*) на $n_{\min}$ для вязких (*f'*=1,5;*F*=0,25). Постройте графики.

Расчет №4

Определение критической скорости восходящего потока и расхода очистного агента по предельным нормативным характеристикам (для воды малоглинистых растворов)

1. Критическая скорость восходящего потока очистного агента, м/с:

$$U_{kp} = K_{\text{ф}}\sqrt{\frac{d_u(\gamma_{\text{п}}-\gamma_{\text{р}})}{\gamma_{\text{р}}}}.$$

2. Рациональная скорость восходящего потока, м/с:

$$U_{\text{р}} = U_{\text{кр}} + U.$$

3. Расход промывочной жидкости, обеспечивающий рациональную скорость движения восходящего потока, м^3/с:

$$Q_{\text{кр}} = U_{\text{р}} * \frac{\pi(D_{\text{скв}}^2 - d_{\text{бур.тр.}}^2)}{4}.$$

Пара-метр	Наименование	Ед. изм.	Пределы изменения	
			от	до
$K_{\text{ф}}$	Коэффициент формы частиц шлама	-	2,5 (плоские)	5,11 (ид.шар)
d_u	Диаметр (средний размер) частиц	м	$0{,}1*10^3$	$1{,}5*10^3$
$\gamma_{\text{п}}$	Удельный вес горной породы, руды	т/м^3	2,0	5,5
$\gamma_{\text{р}}$	Удельный вес раствора	т/м^3	1	1,15
U	Желательная скорость движения шлама вверх	м/с	0,1	0,3
$d_{\text{бур.тр.}}$	Диаметр бурильной колонны, номинальный (без учета износа)	м	$32*10^{-3}$	$73*10^{-3}$
$d'_{\text{бур.тр.}}$	Диаметр бурильной колонны, с учетом износа	м	$30*10^{-3}$	$70*10^{-3}$
$D_{\text{скв}}$	Диаметр скважины, номинальный	м	$46*10^{-3}$	$225*10^{-3}$
$D'_{\text{скв}}$	Диаметр скважины, с учетом разработки ствола	м	$47*10^{-3}$ $230*10^{-3}$	$50*10^{-3}$ $250*10^{-3}$
$D''_{\text{скв}}$	Диаметр скважины, с учетом каверн	м	По геолого-геофизическим и гидрогеологическим данным $D_{\text{скв}}$ $500*10^{-3}$	
Q	Расход очистного агента	м^3/с л/мин	0,0002 10,0	0,003 160

Расчет №5

Критический расход глинистого раствора с учетом реологии раствора

$$Q_{\text{кр}} = 0{,}392 * \text{ŋ} * \frac{D+d}{\gamma}\left[1+\sqrt{1+\frac{2*10^{-3}*\gamma*t_0*(D-d)^2}{3*\text{ŋ}}}\right]$$

Таблица исходных данных

Пара-метр	Наименование	Ед. изм.	Пределы измерения		Примечания
			от	до	
D	Диаметр долота	мм	46	225	
d	Диаметр колонны	мм	32	73	
ŋ	Пластическая вязкость	Пуаз (Па*с)	0,05	0,4	В зависимости от содержания глины в качестве раствора
γ	Уд. вес раствора	г/см^3	1,01	1,2	
t_0	Динамическое напряжение сдвига	Дин/ см^2	50	600	
Q	Расход глинистого раствора Критическая скорость восходящего потока	л/с м/с	0,1	5,0	В зависимости от диаметра скважины

Расчет №6

Расчет осевой нагрузки при твердосплавном бурении, кН

$$P = \frac{b^2 * m}{\eta \sqrt{\frac{2\omega * \mu_к * D_н * n * K * \tan a}{b * P_ш}}}.$$

Таблица исходных данных

Параметр	Наименование	Ед. изм.	Пределы изменения	
			от	до
b	Ширина резца	м	$3*10^3$	$30*10^3$
K	Количество резцов на ширине кольца	шт	2 (М-1)	4 (СТ-2)
m	Количество основных резцов	шт	8 (М-1)	30 (СА-3)
$\boldsymbol{\mu_к}$	Коэффициент резцов о породу	-	0,2	1,0
$\boldsymbol{\omega}$	Удельный износ резца	$м^3$/Н*м	2	60
$D_н$	Наружный диаметр коронки	М	$46*10^3$	$225*10^3$
n	Частота вращения снаряда	рад/с	60	360
a	Угол приострения резца	град	45	90
ŋ	Коэффициент угла приострения	-	0,97	0,9
$P_ш$	Твердость породы по штампу	Па	$1*10^6$	$70*10^3$

Расчет №7

Определение механической скорости (интенсивности) углубки скважины при твердосплавном бурении, м/ч

$$V_м = V_0 * e^{-\gamma t} = V_0 * (\frac{1}{e})^{\gamma t}.$$

Если $V_0 = 60 * n * h_0 * K * m$,

то $V_м = 60 * n * h_0 * K * m * e^{-\gamma t}$.

Таблица исходных данных

Пара-метр	Наименование	Ед. изм.	Пределы изменения	
			от	до
n	Частота вращения снаряда	об/мин	40	600
h_0	Торцовый вылет основных резцов	М	$0,1*10^{-3}$	$5*10^{-3}$
m	Количество резцов	шт	4	20
K	Коэффициент включения резцов	-	0,3	0,5
e	Основание натуральных логарифмов	1/град	2,71	2,71
γ	Декремент затухания	-	0,1	1
t	Текущее время (длительность рейса)	Ч	0,5	6
$V_м$	Интенсивность углубки (механическая скорость)	м/ч	0,15	25
V_0	Начальная механическая скорость	м/ч		

Здесь $V_м$ - величина приращения глубины скважины в единицу времени на данный момент (интенсивности углубки). Выражается показательной функцией постепенного замедления от максимального начального значения V_0 в соответствии сγ.

V_0 и γ зависят от технологических условий: прочности пород, абразивности, характеристик инструмента, параметров бурения $\{P_ш, K_{абр}, X_и, P_б\}$.

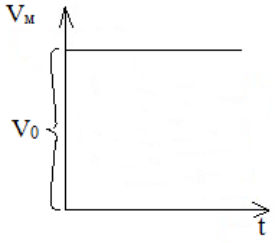
Чем легче условия бурения и лучше инструмент, тем больше V_0 (↑) и меньше γ (↓) - долго не замедляется бурение.

Чем интенсивнее режим бурения (максимальные параметры), тем больше V_0 (↑) и γ (↑) - вначале углубка идет быстро, но очень быстро замедляется - на малой глубине приемлемо.

Чем слабее режим бурения, тем меньше V_0 , но и тем медленнее затухание $V_м$ (см. рисунок).

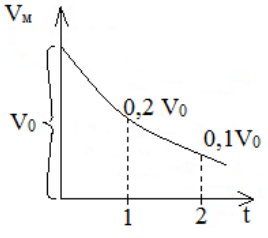
γ=0; $V_м=V_0$

Незатупл. инструмент



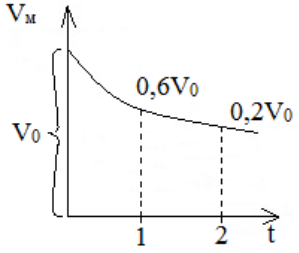
γ =1; $V_м=V_0*\left(\frac{1}{2,7}\right)^t$

Интенсивное затупление



γ =0,5; $V_м=V_0*\left(\frac{1}{2,7}\right)^t$

Интенсивное затупление



Графики изменения механической скорости
от декремента затухания

Расчет №8

Определение механической скорости бурения на основе физико-механических свойств пород при алмазном бурении, м/ч

$$V_{\text{м}} = L * F_{\text{д}}^{-a} * K_{\text{абр}}^{-a}.$$

Параметр	Наименование	Ед. изм.	Пределы изменения	
			однослойные алмазные коронки	импрегнированные алмазные коронки
$F_{\text{д}}$	Коэффициент динамической прочности	-	10-15	15-30
$K_{\text{абр}}$	Коэффициент абразивности пород	-	1,1-2,0	2,1-2,6
L	Коэффициент конструктивности коронки	-	5,9	0,14
$-a$	Коэффициент влияния прочности пород	-	0,36	0,2
-β	Коэффициент влияния абразивности пород	-	0,5	0,2
$V_{\text{м}}$	Механическая скорость бурения	м/ч	1,8-1,9	0,15-0,12

Расчет №9

Расчет шпинделя бурового станка

Шпиндель испытывает осевую нагрузку от механизма подачи и крутящий момент.

1. Напряжение от осевой нагрузки, Н/м^2:

$$\sigma = \frac{4Q}{\pi*(D^2-d^2)}.$$

2. Крутящий момент на шпинделе, Н·м:

$$M = 9750\frac{N^{max}}{n}.$$

$$N_{\max} = N_g * \eta * \lambda \text{ , кВт}$$

3. Касательные напряжения от крутящего момента, снимаемого со шпинделя, Н/м^2:

$$\tau = \frac{M}{2W};$$

$$W = \frac{\pi}{16} * \frac{D^4-d^4}{D} \text{ , м}^3.$$

4. Полное приведенное напряжение в теле шпинделя, Н/м^2:

$$\sigma_{\Sigma} = \sqrt{\sigma^2 - \tau^2}.$$

Таблица исходных данных

Пара-метр	Наименование	Ед. изм.	Пределы изменений	
			от	до
Q	Усилие подачи станка	Н	40000	50000
D	Наружный диаметр шпинделя	м	$51*10^{-3}$	$61*10^{-3}$
d	Внутренний диаметр шпинделя	м	$43*10^{-3}$	$53*10^{-3}$
$N_{\max}$	Мощность, передаваемая на шпиндель	кВт	-	-
n	Число оборотов шпинделя	-	80	1500
N_g	Номинальная мощность шпинделя	-	0,8	
η	КПД передачи от вала двигателя до шпинделя	-		
λ	Коэффициент возможной перегрузки: - электродвигатель -двигатель внутреннего сгорания	 - -	 1,5 1,1	 2,0 1,15

Расчет №10

Расчет механического зажимного патрона

Расчет патрона приведен для двух плашек, управляемых двумя болтами.

1. Допустимое осевое усилие по болту из условий его прочности на сжатие, Н:

$$P = F[\sigma_{сж}].$$

2. Допустимое осевое давление, развиваемое болтом, Н:

$$P' = \frac{\pi*(d^2-d_t^2)*I*P}{4t}.$$

3. Сила трения, при закреплении ведущей трубы в двух патронах, Н:

$$T = 4P' * f.$$

4. Окружное усилие, передаваемое патроном, Н:

$$P_0 = \sqrt{T_0^2 - Q^2}$$

5. Передаваемая мощность патронами, кВт:

$$N = \frac{P_v*V}{75}.$$

Таблица исходных данных

Пара-метр	Наименование	Ед. изм.	Пределы изменений	
			от	до
F	Площадь поперечного сечения	$м^2$	0,04	0,06
$[\sigma_{сж}]$	Допустимое напряжение сжатия	$Н/м^2$	$1000*10^5$	$1400*10^5$
d	Наружный диаметр резьбы болта	м	0,03	0,5
d_1	Внутренний диаметр резьбы болта	м	0,025	0,4
I	Длина резьбы болта	м	0,03	0,5
P	Наибольшее удельное давление болта	$Н/м^2$	$65*10^5$	$75*10^5$
t	Шаг резьбы болта	м	0,003	0,004
f	Коэффициент трения между плашками и бурильной трубой	-	0,35	0,4
Q	Осевое усилие	Н	40000	120000
V	Окружная скорость	м/с	0,2	0,85

Расчет №11

Расчет фрикционной лебедки

1. Скорость вращения подъемного вала лебедки, мин$^{-1}$:

$$n_2 = n_1 \frac{d_1}{d_2} \varphi.$$

2. Скорость навивки каната на барабан, м/с:

$$V = \frac{(D + d)n_2}{60}.$$

3. Окружная скорость на ободе большого фрикционного колеса, м/с:

$$V_1 = \frac{\pi * d_2 * n_2}{60}.$$

4. Окружное усилие на ободе барабана, Н:

$$P = \frac{75 * N * \eta}{V}.$$

5. Окружное усилие на ободе фрикционного колеса, Н:

$$P_ф = \frac{75 * N * \eta}{V_1}.$$

6. Необходимое усилие нажатия фрикционных колес друг на друга, Н:

$$Q = \frac{k * P_ф * \sin \alpha}{f}$$

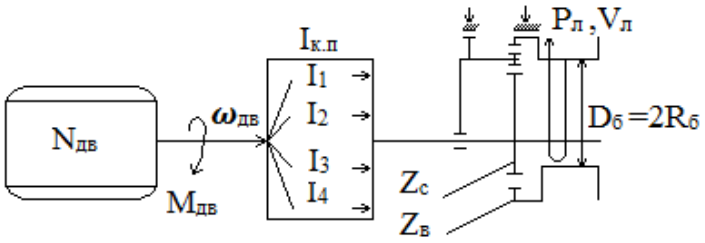
Таблица исходных данных

Параметр	Наименование	Ед. изм.	Пределы изменений	
			от	до
n_1	Число оборотов приводного вала станка	мин$^{-1}$	80	
d_1	Диаметр малого фрикционного колеса	м	0,15	
d_2	Диаметр большого фрикционного колеса	м	0,8	
φ	Коэффициент скольжения при фрикционной передаче	-	0,98	
D	Диаметр барабана	м	0,22	
d	Диаметр каната	м	0,12	
N	Мощность электродвигателя станка	кВт	11	
η	КПД передачи от двигателя до барабана	-	0,8	
k	Коэффициент запаса	-	1,5	
α	Угол наклона боковых поверхностей клиньев	град	12	15
f	Коэффициент трения чугуна по стали	-	0,2	

Расчет №12

Анализ взаимосвязи мощности привода, конструктивных параметров и эксплуатационных характеристик планетарной лебедки бурового станка

1. Принципиальная расчетная схема



2. Основные расчетные формулы:

$$N_{\text{дв}} = 713 * M_{\text{дв}} * \omega_{\text{дв}}(\text{л.с.}) = 973 * M_{\text{дв}} * \omega_{\text{дв}}, \text{кВт}$$

$$M_{\text{Б}} = \frac{N_{\text{дв}}}{\omega_{\text{дв}}} * i_{\text{к.п.}} * \frac{Z_{\text{с}}}{Z_{\text{В}}}, \text{Н*м};$$

$$\text{Р}_{\text{л}} = \frac{M_{\text{Б}}}{R_{\text{Б}}}, \text{Н};$$

$$\omega_{\text{Б}} = \frac{N_{\text{ДВ}}}{M_{\text{Б}}} * \frac{i}{i_{\text{К.П.}}} * \frac{Z_{\text{В}}}{Z_{\text{С}}}, \text{об/мин};$$

$$V_{\text{Л}} = \omega_{\text{Б}} * 2\pi * R_{\text{Б}}, \text{м/мин}.$$

Таблица основных исходных данных

Пара-метр	Наименование	Ед. изм.	Пределы изменения	
			от	до
$N_{\text{дв}}$	Мощность двигателя	кВт л.с.	10 15	150 220
$\boldsymbol{\omega}_{\text{дв}}$	Число оборотов двигателя	об/мин	1200	5000
$I_{\text{к.п.}}$	Передаточное число коробки перемены передач	-	1 (прямая передача)	10 (высшая передача)
$D_{\text{б}}$	Диаметр барабана лебедки	м	0,2	0,7
$Z_{\text{с}}$	Число зубьев солнечной шестерни лебедки	шт	50	150
$Z_{\text{в}}$	Число зубьев венца лебедки	шт	250	1500

3. Основные эксплуатационные характеристики лебедки

$P_{\text{л}}$ – рабочее усилие (грузоподъемность на прямом канате, кГс, Тс, кН, даН) на конкретной передаче ($P_{\text{л}1}$, $P_{\text{л}2}$, $P_{\text{л}3}$, …);
$V_{\text{л}}$ – скорость подъема груза (на прямом канате, м/мин) на конкретной передаче ($V_{\text{л}1}$, $V_{\text{л}2}$, $V_{\text{л}3}$, …).

4. Основное задание

4.1. Рассчитать и построить графики зависимости эксплуатационных характеристик лебедки ($V_{\text{л}}$, $P_{\text{л}}$) от конкретных параметров бурового станка: $Z_{\text{с}}$и $Z_{\text{в}}$, $D_{\text{б}}$, i_{i}.

4.2. Рассчитать и построить графики зависимости мощности и механической характеристики ($\boldsymbol{\omega}_{\text{дв}}$=F($N_{\text{дв}}$)) двигателя.

Расчет №13

Расчет талевой системы

1. Натяжение на струне талевой системы, Н:

$$P_m = \frac{P_л}{\beta^m}.$$

2. Натяжение каната наматываемого на барабан лебедки, Н:

$$P_л = Q * \frac{\beta^m(\beta-1)}{\beta^m-1}.$$

3. Натяжение закрепленного конца каната, Н:

$$P_m = Q * \frac{\beta-1}{\beta(\beta^m-1)}.$$

4. КПД талевой системы, Н:

$$\eta = \frac{1}{m} * \frac{(\beta^m-1)}{\beta^m*(\beta-1)}.$$

Таблица исходных данных

Параметр	Наименование	Ед. изм.	Пределы изменений	
			от	до
β	Коэффициент сопротивления узла одного ролика	-	1,03	1,04
m	Число струн талевой системы	шт	1	6
Q	Нагрузка на крюке	Н	15000	55000

Расчет №14

Расчет колонны бурильных труб на прочность

Сечение I-I

1. Напряжение растяжения, Н/м^2:

$$\sigma_{\text{р}} = \frac{Q_{\text{кр}}}{F}.$$

2. Напряжение кручения, Н/м^2:

$$\tau = \frac{M_{\text{б}}}{W_{\text{р}}}.$$

3. Крутящий момент при бурении, Н*м:

$$M_{\text{б}} = \frac{N_{\text{б}}}{\omega}.$$

4. Мощность, затрачиваемая на бурение, кВт:

$$N_{\text{б}} = N_{\text{тр}} + N.$$

5. Первый момент сопротивления, м^3:

$$W_{\text{р}} = 0{,}1 * \frac{d_{\text{н}}^4 - d_{\text{в}}^4}{d_{\text{н}}}.$$

6. Суммарное напряжение в сечение I-I:

$$\sigma_{\Sigma} = \sqrt{\sigma_{\text{р}}^2 + 4\tau^2} \leq [\sigma_g].$$

Сечение II-II

7. Напряжение сжатия, Н/м^2:

$$\sigma_{\text{сж}} = \frac{P_{\text{ос}}}{F}.$$

8. Напряжение изгиба, Н/м^2:

$$\sigma_{\text{из}} = \frac{\pi^2 * E * D * f}{2 * 1^2}.$$

9. Напряжения кручения, Н/м^2:

$$\tau = \frac{M_{\text{б}}}{W_{\text{р}}}.$$

10. Мощность, затрачиваемая на бурение, кВт:

$$N_{\text{б}} = 1{,}5 * N_{\text{з}}.$$

11. Суммарное напряжение в сечение II-II, Н/м^2:

$$\sigma_{\Sigma} = \sqrt{(\sigma_{\text{сж}} + \sigma_{\text{из}})^2 + 4\tau^2} \leq [\sigma_g].$$

12. Запас статической прочности колонны:

$$n = \frac{\sigma_г}{\sigma_\Sigma} \geq 1{,}7.$$

13. Запас прочности по нормальным напряжениям:

$$n_\sigma = \frac{\sigma_{-1}}{\sigma_{из} * k_g}.$$

14. Запас прочности по касательным напряжениям:

$$n_\tau = \frac{\tau_г}{\tau}.$$

15. Суммарный запас прочности:

$$n_\Sigma = \frac{n_\sigma * n_\tau}{\sqrt{n_\sigma^2 * n_\tau^2}}.$$

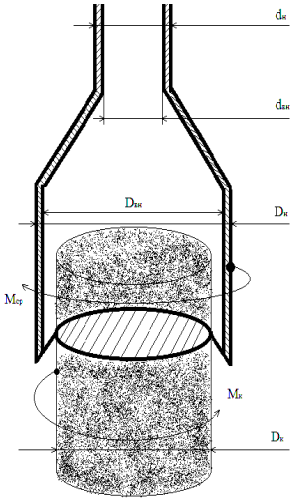
Таблица исходных данных

Пара-метр	Наименование	Ед. изм.	Пределы изменений	
			от	до
$Q_{кр}$	Нагрузка на крюке	Н	0	55000
F	Площадь опасного сечения	$м^2$	$2{,}16*10^{-4}$	$7{,}06*10^{-4}$
$M_б$	Крутящий момент при бурении	Н*м	70	6500
$W_р$	Полярный момент сопротивления	$м^3$	$5{,}4*10^{-6}$	$10{,}6*10^{-6}$
$N_б$	Мощность, затрачиваемая на бурение	кВт	1,5	70
$d_н$	Наружный диаметр бурильных труб	м	42	54
$d_в$	Внутренний диаметр бурильных труб	м	22	40
$P_{ос}$	Осевая нагрузка на забой	Н	0	120000
E	Модуль упругости	$Н/м^2$	$0{,}7*10^{11}$	$2{,}1*10^{11}$
D	Диаметр скважины	м	0,037	0,133
f	Стрела прогиба	м	0,01	0,025
I	Длина полуволны	м	5	30
$\boldsymbol{\omega}$	Угловая скорость вращения снаряда	$с^{-1}$	8,3	156
$N_{гр}$	Затраты мощности на вращение колонны бурильных труб	кВт	12	40
$N_з$	Затраты мощности на разрушение забоя	кВт	1,2	2,5
$[\sigma_g]$	Предел прочности материала, из которого изготовлены бурильные трубы	$Н/м^2$	$230*10^5$	$683*10^5$

Расчет №15

Сопоставление конструктивных характеристик бурового снаряда и параметров керна при срыве вращением

1. Принципиальная схема и таблица исходных расчетных данных



Пара-метр	Наименова-ние	Ед. изм.	Пределы изменения	
			от	до
$d_н$	Наружный диаметр бурильных труб	м	$32*10^{-3}$	$73*10^{-3}$
$d_{вн}$	Внутренний диаметр бурильных труб	м	$22*10^{-3}$	$59*10^{-3}$
$D_н$	Наружный диаметр колонковой трубы	м	$34*10^{-3}$	$219*10^{-3}$
$D_{вн}$	Внутренний диаметр колонковой трубы	м	$27*10^{-3}$	$203*10^{-3}$
$D_к$	Диаметр керна	м	$23*10^{-3}$	$199*10^{-3}$
$[\tau_{тр}]$	Прочность материала труб при кручении	МПа	162	284
$[\tau_к]$	Прочность горных пород при кручении	МПа	1,5	56,0

2. Основные аналитические зависимости.

Момент срыва керна $M_{ср}$равен моменту реакции керна $M_к$, Н*м :

$$M_{ср} = [\tau_{тр}] * W_{тр} = [\tau_к] * W_к = M_к$$

где $W_{тр}$- момент сопротивления поперечного сечения труб, м^3:

а) бурильных труб:

$$W_{тр}^{б.тр} = \frac{\pi}{16} * \frac{d_н^4 - d_{вн}^4}{d};$$

б) колонковых труб:

$$W_{тр}^{к} = \frac{\pi}{16} * \frac{D_{н.к.т.}^4 - D_{вн.к.т}^4}{D_{н.к.т}};$$

$W_к$- момент сопротивления поперечного сечения керна, м^3:

$$W_к = \frac{\pi * D_к^4}{32}.$$

3. Основные аналитические задачи

3.1. Задайте некоторое значение прочности горной породы и материала труб. Постройте графики зависимости минимальных значений наружного диаметра бурильных труб (при постоянной толщине стенок) от диаметра керна.

3.2. При тех же условиях постройте график зависимости диаметра колонковой трубы от диаметра срываемого керна.

3.3. Задайте некоторый постоянный диаметр керна и материала труб. Постройте графики зависимости минимального диаметра бурильных труб от прочности горной породы.

3.4. При тех же условиях постройте график зависимости диаметра колонковой трубы от прочности горной породы.

3.5. Задайте диаметры труб и керна, постройте график зависимости необходимой прочности труб от диаметра срываемого керна.

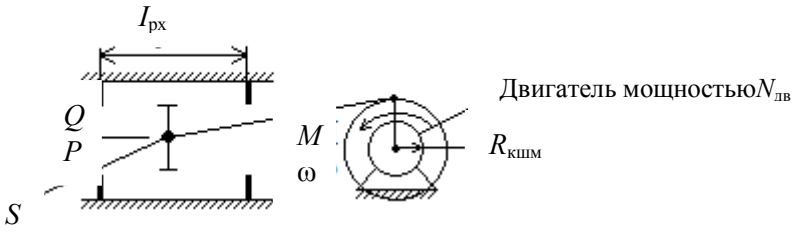
3.6. Задайте диаметры труб, прочность горной породы и постройте график зависимости необходимой прочности труб от диаметра срываемого керна.

3.7. Повторите расчеты 3.1, 3.2, 3.3, 3.4, 3.5,3.6 при измененных начальных условиях.

Расчет №16

Анализ взаимосвязи мощности привода, конструктивных параметров и эксплуатационных характеристик бурового промывочного насоса

1. Принципиальная расчетная схема



2. Основные расчетные формулы

$$N_{дв} = K_i * M * \beta,$$

где М– крутящий момент, кГс*м;
ω- частота вращения, об/мин;
$N_{дв}$- мощность двигателя (при K_1=973кВт, а при K_2=713 л.с.).

$$Q = S * I_{рх} * \omega;$$

$$P = \frac{M}{R_{кшм}} * \frac{1}{S};$$

$$I_{рх} = 2 * R_{кшм},$$

где Q – расход промывочной жидкости, м^3/мин;
S –площадь поршня, м^2;
$I_{рх}$–ход поршня, м;
P – рабочее давление в напорной магистрали, кГс/м^2
$R_{кшм}$–радиус кривошипа, м.

3. Расчетно-аналитические задачи

3.1. При постоянной мощности асинхронного двигателя:
- Как влияет площадь поршня S на эксплуатационные характеристики насоса (построить графики $P=f_1(S)$ и $Q=f_2(S)$ для N=10, … 50 кВт).
- Как влияет радиус кривошипа и величина рабочего хода поршня на эксплуатационные характеристики насоса.

3.2. С изменяемой мощностью:
- До какой глубины возможно применение насоса с приводом 10, 20, …50 кВт, если гидросопротивления на каждые 100 м скважины при алмазном бурении (Q=300 л/мин) составляют 10 атмосфер, при твердосплавном бурении (Q=60 л/мин) 7 атмосфер, при шарошечном бурении (Q=100 л/мин) 15 атмосфер.

Расчет №17

Расчет эрлифта для откачки воды из скважины

Условия откачки:

- Проектный дебит откачки Q, м^3/ч.
- Глубина статического уровня в скважине h_0, м.
- Проектное понижение уровня воды при откачке $h_п$, м.
- Мощность водоносного горизонта m, м.
- Глубина залегания водоносного горизонта L, м.
- Конструкция эрлифта с расположением эрлифтных труб по схеме «рядом».

Расчетная схема представлена на рисунке.

1. Расчет глубины погружения смесителя

1.1 Определяется проектный динамический уровень воды в скважине, при откачке воды относительно излива:

$$h_g = h_0 + h_п + h_и \ ,$$

где h_g– проектный динамический уровень, м;

h_0– статический уровень, м;

$h_п$– проектное понижение уровня, при откачке ($h_п \leq 0{,}4\ m$), м;

m –мощность водоносного горизонта, м;

$h_и$– высота расположения излива относительно устья скважины (0,5м), м.

1.2. Определяется глубина погружения смесителя относительно уровня излива, при проектном динамическом уровне воды в скважине:

$$H = K + h_g \ ,$$

где H- погружение смесителя относительно уровня излива, м;

h_g- динамический уровень относительно излива, м;

K- коэффициент погружения смесителя.

Абсолютная величина коэффициента погружения смесителя K в зависимости от динамического уровня определяется опытным путем и поэтому принимается при расчетах согласно табл.1.

Таблица 1

Зависимость коэффициента погружения смесителя эрлифта от динамического уровня

h_g	70-40	60-20	30-10
K	1,4-1,6	1,7-2	2,5-3

2. Расчет расхода и давления воздуха, нагнетаемого в эрлифтную систему

2.1. Определяется удельный расход воздуха для откачки из скважины 1м^3 воды:

$$W_0 = \frac{h_g}{C_0 * \log_{10} \frac{h_g * (K-1) + 10}{10}} \ ,$$

где W_0– удельный расход воздуха, приводимый к 1 атм или 0,1 МПа, м^3/мин;

h_g– динамический уровень воды в скважине, м;

K– принятый коэффициент погружения смесителя;

C_0– опытный коэффициент, зависящий от коэффициента погружения смесителя, принимается согласно табл.2.

Таблица 2

Зависимость коэффициента C_0 от K

K	4	3,35	2,85	2,5	2,2	2	1,8	1,7	1,55
C_0	14,3	13,9	13,6	13,1	12,4	11,5	10	9	8

При расчете удельного расхода воздуха для откачки из скважины жидкостей, имеющих удельный вес больше единицы ($\gamma_ж > 1$), г/см^3, необходимо W_0 умножить на $\gamma_ж$.

2.2. Определяется полный расход воздуха для откачки воды из скважины с проектной производительностью Q, м^3/ч:

$$\sum W_0 = \frac{Q * W_0}{60},$$

где $\sum W_0$– суммарный полный расход воздуха, приведенный к 1 атм или 0,1 МПа, м^3/мин;
Q – проектный дебит откачки, м^3/мин
W_0– удельный расход воздух, приведенный к 1 атм или 0,1 МПа, м^3/мин.

3. Расчет необходимого давления и производительности для выбора компрессора

3.1. Определение необходимого давления сжатого воздуха, при спуске компрессора:

$$P_п = 0{,}01 * \left(K * (h_g - h_0\right) + P_1),$$

где $P_п$– пусковое давление компрессора, МПа;
K – принятый коэффициент погружения смесителя;
h_g– динамический уровень воды в скважине, м;
h_0–статический уровень воды в скважине, м;
P_0– потери напора в воздухопроводах, при спуске компрессора:$P_1 =$ 1м.вод.ст.

3.2. Определение рабочего давления компрессора в процессе откачки воды из скважины:

$$P_р = 0{,}01 * (h_g * (K - 1) + P_2,$$

где $P_р$– рабочеедавление компрессора, МПа;
h_g– динамический уровень воды в скважине, м;
K – принятый коэффициент погружения смесителя;
$P_р$–потери напора в воздухопроводах, при процессе откачки.

3.3.Определение рабочего расхода сжатого воздуха в процессе откачки воды из скважины с проектной производительностью Q, м^3/ч:

$$W_р = \sum W_0 * \frac{P_0}{P_p},$$

где $W_р$– рабочий расход промывочной жидкости, м^3/мин;
$\sum W_0$– полный расход воздуха, приведенный к 1 атм или 0,1 МПа, м^3/мин;
P_0– атмосферное давление воздуха, P_0=0,1 МПа;

$P_р$– рабочее давление сжатого воздуха, МПа.

3.4. Выбор компрессора для оборудования эрлифта.

Для откачки воды из скважины м проектной производительностью Q давление компрессора $P_к$ и производительностью компрессора $q_к$ выбирается согласно следующим условиям:

$$Р_к \geq Р_п; \quad P_к \geq Р_р; \quad q_к \geq W_р.$$

4. Расчет внутренних диаметров эрлифтных колон

4.1. Выбор скоростей движения потоков воздуха и аэрированной воды в эрлифтных колоннах труб.

Для устойчивой и эффективной работы эрлифта необходимо обеспечить следующие скорости движения потоков воздуха и аэрировонной воды в эрлифтных колоннах труб:

$V_в$– скорость потока в воздухопроводной колонне труб:

$$V_в=10 \text{ м/с};$$

$V_с$– скорость потока аэрированной воды в водоподъемной колонне труб над смесителем

$$V_с=(2\text{-}4) \text{ м/с};$$

$V_н$– скорость потока аэрированной воды в водоподъемной колонне труб, перед изливом

$$V_н=(6\text{-}12) \text{ м/с}.$$

$V_с$ и $V_н$ зависят от h_g (чем больше h_g, тем больше $V_с$ и $V_н$).

4.2. Расчет площади сечения потока воздуха в воздухопроводной колонне:

$$\omega_в = \frac{W_р}{60 * V_в},$$

где $\omega_в$– площадь сечения потока воздуха в воздухопроводной колонне, м^2;

$W_р$– рабочий расход сжатого воздуха, м^3/мин;

$V_р$– скорость потока воздуха в воздухопроводной колонне, м/с.

4.3. Расчет площади потока аэрированной воды в водоподъемной колонне

4.3.1. Определение расхода воды над смесителем:

$$q_c = \frac{Q}{360} + \frac{W_p}{60},$$

где $q_с$– расход аэрированной воды над смесителем, м^3/с;

Q – проектный дебит откачки, м^3/ч;

$W_р$ – рабочий расход сжатого воздуха, м^3/мин.

4.3.2. Расчет площади сечения потока аэрированной воды над смесителем:

$$\omega_с = \frac{q_с}{V_с},$$

где $\omega_с$– площадь сечения потока над смесителем, м^2;

$q_с$ – расход потока над смесителем, м^3/ч;

$V_с$– скорость потока над смесителем, м/с.

4.3.3. Определение расхода аэрированной воды перед изливом:

$$q_н = \frac{Q}{3600} + \frac{\sum W_0}{60},$$

где $q_н$– расход аэрированной воды перед изливом, м^3/ч;

Q – проектный дебит откачки, м^3/ч;

$\sum W_0$– суммарный полный расход воздуха, приведенный к 1 атм или 0,1 МПа, м^3/мин.

4.3.4. Расчет площади сечения аэрированного воды перед изливом:

$$\omega_{н} = \frac{q_{н}}{V_{н}},$$

где $\omega_{н}$– площадь потока перед изливом, м^3;

$q_{н}$– расход потока перед изливом, м^3/ч;

$V_{н}$– скорость потока перед изливом, м/с.

4.4. Расчет внутренних диаметров внутренних эрлифтных колонн

Внутренние диаметры эрлифтных колонн определяются на основании площадей сечений потоков воздуха в воздухопроводной колонне и аэрированной воды в водоподъемной колонне по формуле:

$$d = \sqrt{\frac{4\omega_{н}}{\pi}},$$

где d- внутренний диаметр трубы, м;

$\omega_{н}$- площадь сечения потока в трубе, м^2.

Таблица исходных данных

Параметр	Наименование	Ед.изм.	Пределы изменений	
			от	до
L	Глубина залегания водоносного горизонта	м	50	150
h_0	Статический уровень воды	м	8	26
$h_{н}$	Понижение уровня воды	м	1	5
Q	Дебит	м^3/ч	10	130
m	Мощность водоносного горизонта	м	2	14

Расчет №18

Цементирование скважин

Основная цель цементирования – получение прочного водогазонефтенепроницаемого, концентрично расположенного в затрубном пространстве кольца цементного камня, который по всей высоте обеспечивал бы разобщение и надежную изоляцию вскрытых скважиной продуктивных горизонтов и зон осложнений.

Способ цементирования выбирается в зависимости от температуры в ее стволе, опасности поглощения при заданной высоте подъема цементного раствора и возникновения затрубных проявлений в период ОЗЦ для каждой конкретной скважины.

Расчет цементирования сводится к определению:

- потребного количества сухого цемента, воды, промывочной жидкости;
- конечного давления при цементировании и выбора типа и потребного количества цементировочных агрегатов и цементно-смесительных машин;
- продолжительности цементирования.

1. Определение потребного количества сухого цемента, воды, продавочной жидкости при цементировании обсадной колонны

1.1. Определение потребного количества цементного раствора, м^3:

$$V_{\text{п.р.}} = \frac{\pi}{4}\left[(k^2 \cdot D^2 - d^2) \cdot h_{\text{ц}} + h_0 \cdot d_{\text{в}}^2\right],$$

где k – коэффициент увеличения ствола скважины (k = 1,1÷1,25).

1.2. Определение удельного веса цементного раствора, г/с^3:

$$\gamma_{\text{ц.р}} = \frac{\gamma_{\text{ц}} \cdot \gamma_{\text{в}} \cdot (1+m)}{m \cdot \gamma_{\text{ц}} + \gamma_{\text{в}}},$$

где $\gamma_{\text{ц}}$, $\gamma_{\text{в}}$ - соответственно удельный вес сухого цемента и воды ($\gamma_{\text{ц}}$ = 3,15г/см^3, $\gamma_{\text{в}}$ =1,0г/см^3);

m – цементное отношение.

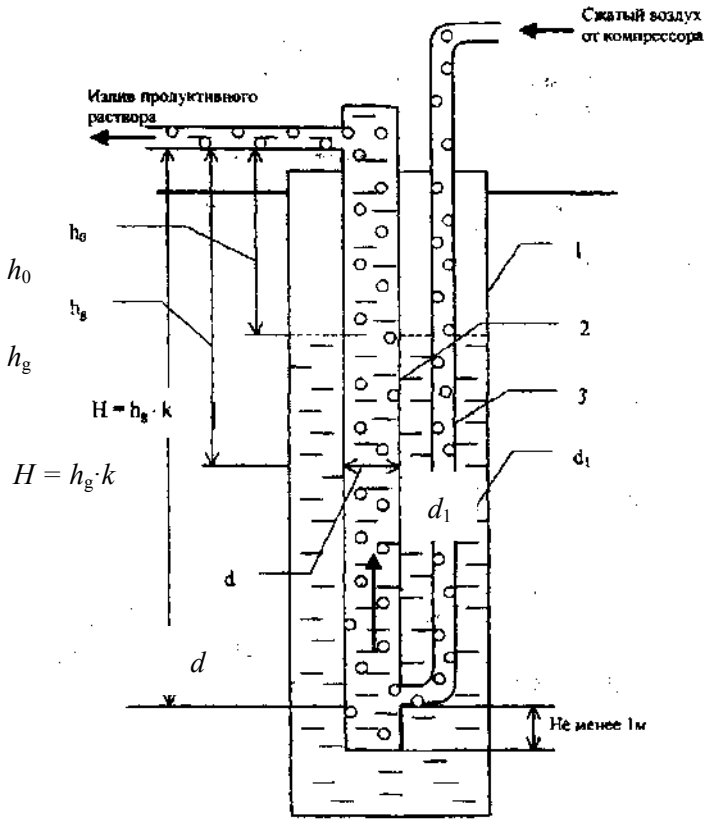


Схема эрлифта с расположением труб «рядом»:

1 – обсадные трубы; 2 – водоподъемные трубы; 3 – воздухопроводные трубы

1.3. Определение потребного количества сухого цемента, т:

$$Q_{\text{ц}} = e \cdot \frac{1}{1+m} \cdot \gamma_{\text{ц.р}} \cdot V_{\text{ц.р}} \ ,$$

где e – коэффициент, учитывающий потери сухого цемента при транспортировке и затворении (e = 1,03÷1,05).

1.4. Определение потребного количества воды для затворения цемента, м^3:

$$V_{\text{в}} = m \cdot Q_{\text{ц}}.$$

1.5. Определение объема продавочной жидкости, м^3:

$$V_{\text{пр}} = \Delta \cdot \frac{\pi}{4} \cdot d^2_{\text{вн.ср}} \cdot (L - h_0) \ ,$$

где Δ - коэффициент, учитывающий сжатие жидкости (Δ = 1,03÷1,05).

Таблица исходных данных

Пара-метр	Наименование	Ед. изм.	Пределы измерений		Примечание
			от	до	
D	Диаметр долота	м	161	445	D (161, 172, 190, 214, 243, 269, 295, 320, 346, 370, 394, 445)
d	Диаметр обсадных труб	м	114	340	d (114, 127, 146, 168,178, 194, 219, 245, 273, 299, 324, 340, 508)
δ	Толщина стенки обсадных труб	мм	6,5	12	
$d_{\text{вн.ср}}$	Средний внутренний диаметр обсадных труб	м	$(d-\delta)$		
$h_{\text{ц}}$	Высота подъема цементного раствора за колонной	м	50	4000	
h_0	Высота цементного стакана в колонне	м	20	20	
L	Глубина спуска обсадных труб	м	50	4000	

2. Определение конечного давления при цементировании

2.1 Определение давления в цементировочной головке в конце цементирования, атм:

$$P_{\max} = P_{\text{гидр}} + 0{,}1 \cdot \left[\left(L - h_{\text{ц}}\right)\gamma_{\text{г.р}} + \left(h_{\text{ц}} - h_0\right)\gamma_{\text{г.р}} - \left(L - h_0\right)\gamma_{\text{пр.ж}}\right] + (15 \div 20),$$

где $P_{\text{гидр}}$ – гидравлические сопротивления, атм.:

$$P_{\text{гидр}} = 0{,}01L + 8, (V_{\text{восх}} \leq 1 \text{ м/с и 1 агрегатом}),$$

$P_{\text{гидр}} = 0{,}02L + 16, (V_{\text{восх}} > (1 \div 2)\text{м/с});$

L– длина эксплуатационной колонны, м;

$h_{\text{ц}}$ - высота цементирования, м;

h_0 - высота цементного стакана, м;

$\gamma_{\text{г.р}}$ - плотность глинистого раствора, г/см^3;

$\gamma_{\text{п}}$ – плотностьпродавочнойжидкости, г/см^3.

$(15 \div 20)$-скачок давления на манометре в момент посадки продавочной пробки на упорное кольцо, атм.

Выбор ЦА $P_{\text{агр}} \geq P_{\max}$(выписываем характеристику ЦА – P и q).

2.2. Определение производительности цементировочного кольца агрегата в конце цементировочного агрегата в конце цементирования,м^3/с:

$$\sum q = \frac{\pi}{4} \cdot (K^2 \cdot D^2 - d^2) \cdot V_{\text{восх}},$$

где K – коэффициент кавернозности;

$V_{\text{восх}}$ - скорость восходящего потока, м/с.

2.3. Определение необходимого количества цементировоч-ных агрегатов по скорости, шт:

$$n = \frac{\sum q}{q^{\text{v}}} + 1,$$

где $\sum q$ – необходимый расход для обеспечения заданной скорости поднятия цементного раствора за эксплуатационную колонну, м^3/с;

q^v – производительность выбранного агрегата на высшей скорости, л/с.

Характеристика 3ЦА-400

Скорость	Число двойных ходов поршня насоса в 1мин	*d* = 100мм		*d* = 115мм		*d* = 127мм	
		подача, л/с	давление, атм	подача, л/с	давление, атм	подача, л/с	давление, атм
I	53,2	6,5	400	8,6	305	11,25	232
II	76,2	9,6	270	12,7	205	16,10	163
III	112,5	14,2	182	18,7	138	23,8	110
IV	156,0	19,7	131	26,0	100	33,0	79

Характеристика ЦА-320М

Режим работы	Скорость	Число двойных ходов поршня насоса в 1мин	*d* = 90мм		*d* = 100мм		*d* = 115мм		*d* = 127мм	
			подача, л/с	подача, л/с	давление, атм	давление, атм	давление, атм	давление, атм	давление, атм	давление, атм
Максимальная производительность	I	28	2,4	390	3,0	305	4,1	225	5,1	182
	II	54	4,5	202	5,8	159	7,9	117	9,9	95
	III	97	8,3	113	10,4	88	14,2	65	17,6	52
	IV	125	10,6	87	13,5	69	18,3	50	22,8	40
Максимальное давление	I	27	2,3	400	2,9	320	3,9	230	4,9	185
	II	41	3,5	231	4,4	182	6,0	134	7,5	109
	III	73	6,2	130	7,8	103	10,7	75	13,3	61
	IV	94	8,0	102	10,1	80	13,8	59	17,1	47

2.4. Определение количества цементно-смесительных машин, шт:

$$i = \frac{Q_{\text{ц}}}{20},$$

где $Q_{\text{ц}}$ - количество цемента, необходимое для цементирования эксплуатационной колонны, т.

Таблица исходных данных

Параметр	Наименование	Ед. изм.	Пределы измерений	
			от	до
D	Диаметр долота	м	161	445
d	Диаметр обсадных труб	м	114	340
L	Глубина спуска обсадной колонны	м	50	4000
$h_{\text{ц}}$	Высота подъема цементного раствора за колонной	м	50	4000
h_0	Высота цементного стакана в колонне	м	20	20
$\gamma_{\text{г.р}}$	Удельный вес глинистого раствора	г/см³	1,2÷1,25÷ 1,3	
$\gamma_{\text{ц.р}}$	Удельный вес цементного раствора	г/см³	1,9÷ 1,85 ÷ 1,8	
$\gamma_{\text{п}}$	Удельный вес продавочной жидкости	г/см³	1,0÷ 1,25	
$V_{\text{восх.}}$	Скорость подъема восходящего потока цементного раствора в затрубном пространстве: - для кондукторов и технических колонн - для эксплуатационных колонн	м/с	 (0,6÷ 0,8) (1,2÷1,5)	
k	Коэффициент увеличения диаметра ствола скважины	-	1,1	1,25

3. Определение продолжительности цементирования обсадной колонны

Возможность начала закачки определяется следующим условием:

$$P^V > P_г,$$

где P^V – максимальное давление, развиваемое ЦА на наивысшей скорости, атм;
$P_г$ - давление на преодоление в скважине в скважине гидравлических сопротивлений, атм.

$$P_г = 0{,}01L + 8 \text{ (при } V_{восх} \leq 1 \text{ м/с)};$$

$$P_г = 0{,}02L + 16 \text{ (при } V_{восх} \leq 2 \text{ м/с)}.$$

Если условие не выполняется, выбираем ближайшую скорость, на которой

$$P_{агр} > P_г.$$

3.1. Определяем, сколько цементного раствора будет закачано на этих скоростях:

$$h_{ц.р}^{IV} = \frac{10(P_г - P^V)}{(\gamma_{ц.р} - \gamma_{гл.р})},$$

где $h_{ц.р}^{IV}$ - высота столба цементного раствора, который необходимо закачать на IV скорости, м;

P^V – давление, создаваемое насосом агрегата на V скорости.

Определяем объем раствора, закачанного на IV скорости, м^3:

$$V_{ц.р}^{IV} = \frac{\pi \cdot d_{вн.ср}^2}{4} \cdot h_{ц.р}^{IV},$$

Определяем объем цементного раствора, закачанного на V скорости, м^3:

$$V_{ц.р}^{V} = V_{ц.р} - V_{ц.р}^{IV}.$$

3.2. Определение высоты столба продавочной жидкости в колонне при работе агрегата на V скорости, м:

$$I_i^V == \frac{L \cdot (d_{вн}^2 + k^2 \cdot D_с^2 - d_{э.к}^2) + (k^2 \cdot D_с^2 - d_{э.к}^2) \cdot \frac{10(P_н^V - P_г)}{\gamma_{ц.р} - \gamma_{гл.р}} - \frac{4V_{ц.р}}{\pi}}{(k^2 \cdot D_с^2 - d_{э.к}^2)\frac{\gamma_{ц.р} - \gamma_{пр.ж}}{\gamma_{ц.р} - \gamma_{гл.р}} + d_{вн}^2}.$$

Определяем постоянные элементы для данной формулы:

$$a = L \cdot (d_{вн}^2 + k^2 \cdot D_с^2 - d_{э.к}^2);$$

$$b=(k^2 \cdot D_с^2 - d_{э.к}^2);$$

$$c = \frac{\gamma_{ц.р} - \gamma_{пр.ж}}{\gamma_{ц.р} - \gamma_{гл.р}};$$

$$Z = \frac{4V_{ц.р}}{\pi};$$

$$I_1^V = \frac{a + b \cdot \frac{10(P_н^V - P_г)}{\gamma_{ц.р} - \gamma_{гл.р}} - Z}{b \cdot c + d_{вн}^2}.$$

3.3. Определение высоты подъема цементного раствора за колонной на V скорости агрегата, м:

$$I_2^V = \frac{a + b \cdot \frac{10(P_н^V - P_г)}{\gamma_{ц.р} - \gamma_{гл.р}} - Z}{b \cdot c + d_{вн}^2},$$

т. е.

$$I_2^v = \frac{Z - d^2(L - I_1^v)}{b}.$$

3.4. Высота столба продавочной жидкости на IV скорости агрегата, м:

$$I_1^{IV} = \frac{a + b \cdot \frac{10(P^{IV} - P^V)}{\gamma_{ц.р} - \gamma_{гл.р}} - Z}{b \cdot c + d_{вн}^2}.$$

3.5. Высота подъема цементного раствора за колонной на IV скорости агрегата, м:

$$I_2^{IV} = \frac{Z - d^2(L - I_1^{IV})}{b}.$$

3.6. Высота столба продавочной жидкости на III скорости агрегата, м:

$$I_2^{III} = \frac{a + b \cdot \frac{10(P^{III} - P^{IV})}{\gamma_{ц.р} - \gamma_{гл.р}} - Z}{b \cdot c + d_{вн}^2}.$$

3.7. Высота подъема цементного раствора за колонной, на III скорости агрегата, м:

$$I_2^{III} = \frac{Z - d^2(L - I_1^{III})}{b}.$$

3.8. Определяем количество продавочной жидкости, закачиваемой на различных скоростях агрегата, м^3:

$$V_{пр}^V = e \cdot \frac{\pi \cdot d_{вн}^2}{4} \cdot I_1^V;$$

$$V_{пр}^{IV} = e \cdot \frac{\pi \cdot d_{вн}^2}{4} \cdot (I_1^{IV} - I_1^V);$$

$$V_{пр}^{III} = e \cdot \frac{\pi \cdot d_{вн}^2}{4} \cdot (I_1^{III} - I_1^{IV});$$

$$V_{пр}^{II} = V_{пр} - V_{пр}^I - V_{пр}^{III} - V_{пр}^{IV} - V_{пр}^V;$$

$$V_{пр}^I = 2.$$

3.9. Определяем время работы одним агрегатом на разных скоростях, мин:

$$t^V = \frac{(V_{ц.р}^V + V_{пр}^V)}{q^V \cdot 60};$$

$$t^{IV} = \frac{(V_{ц.р}^{IV} + V_{пр}^{IV})}{q^{IV} \cdot 60};$$

$$t^{III} = \frac{(V_{\text{ц.р}}^{III} + V_{\text{пр}}^{III})}{q^{III} \cdot 60};$$

$$t^{II} = \frac{(V_{\text{ц.р}}^{II} + V_{\text{пр}}^{II})}{q^{II} \cdot 60};$$

$$t^{I} = \frac{(V_{\text{ц.р}}^{I} + V_{\text{пр}}^{I})}{q^{I} \cdot 60}.$$

3.10. Общее время цементирования, мин:

$$T' = t^{\text{I}} + t^{\text{II}} + t^{\text{III}} + t^{\text{IV}} + t^{\text{V}}.$$

С учетом подготовительно-заключительных работ

$$T_{\text{ц}} = T' + 15 \text{ мин}.$$

3.11. Определяем температуру на забое скважины, ℃:

$$t_{\text{заб}} = t_{\text{ср}} + 0{,}025L,$$

где $t_{\text{ср}}$ −среднегодовая температура воздуха, ℃,

L – глубина скважины, м.

3.12. Определяем количество агрегатов, шт:

По времени схватывания

$$n_{ЦА} = \frac{T}{0{,}75T_{\text{скв}}} + 1,$$

по скорости

$$n = \frac{\sum q}{q^{\text{v}}} + 1,$$

где $\sum q$ – необходимый расход для обеспечения заданной скорости поднятия цементного раствора за эксплуатационную колонну, л/с;

q^{v} – производительность выбранного агрегата на высшей скорости, л/с.

ЛИТЕРАТУРА

Основная:

1. Технология бурения разведочных скважин/ А.Г. Калинин, В.И.Власюк, О.В.Ошкордин, Р.М.Скрябин.- М.: Техника, ТУМА ГРУПП, 2004. - 528 с.
2. Башкатов Д.Н., Кривошеев В.В., Соловьев Н.В. Бурение разведочных скважин: учебник для вузов. - М.: Высшая школа, 2007.
3. Гусман А.М., Порожский К.П. Буровые комплексы. Современные технологии и оборудование. – Екатеринбург, 2002. - 592 с.

Дополнительная:

1. Ошкордин О. В. Технологическое проектирование в разведочном бурении на твердые полезные ископаемые: учебное пособие. – Екатеринбург: УГГГА, 1994.
2. Калинин А. Г., Ошкордин О.В. Разведочное бурение. – М.: Недра, 2000.
3. Михайлова Н.Д. Техническое проектирование колонкового бурения. – М.: Недра, 1985.
4. Ганджумян Р.А. Практическое расчеты в разведочном бурении. – М.: Недра, 1986.
5. Поляков Г.Д., Булгаков Е.С. Проектирование, расчет и эксплуатация буровых установок. – М.: Недра, 1983.
6. Кирсанов А.Н., Зиненко В.П., Кардыш В.Г. Буровые машины и механизмы. –М.: Недра, 1986.
7.Элияшевский И.В., Орсуляк А.М. Типовые задачи и расчеты в бурении. – М.: Недра, 1974.
8. Справочник по бурению и оборудованию скважин на воду /под общей ред. В.В.Дубровского – Второе издание, перераб. и доп. – М.: Недра, 1972.
9. Справочник по бурению скважин на воду / под общей ред. Д.Н.Башкатова. – М.: Недра, 1979.
10. Справочник инженера по бурению геологоразведочных скважин /авторский колл.;гл. ред. проф. Е.А.Козловский. – СПб, 2000.

Министерство образования и науки
Российской Федерации
ФГБОУ ВО
«Уральский государственный горный университет»

Г. А. Усов, Ф. П. Сердюков, С. В. Холкин

Методическое пособие
к комплексу практических работ
по дисциплине «Буровые станки и бурение скважин»

для студентов специальности
21.05.02 Прикладная геология

очного и заочного обучения

Приборы, методика оценки параметров

Екатеринбург
2018

ВВЕДЕНИЕ

За последние годы в разведочном колонковом бурении достигнуты значительные успехи по улучшению качества и совершенствовании составов промывочных жидкостей. Этому в большой степени способствовало применение прогрессивных способов бурения малыми диаметрами и увеличение глубин скважин.

При бурении разведочных скважин стали широко применяться малоглинистые и безглинистые промывочные жидкости, аэрированные растворы, активные промывочные жидкости с улучшенными смазочными свойствами. Значительное внимание стало уделяться реологии промывочных жидкостей.

В связи с этим расширился ассортимент приборов для оценки качества промывочных жидкостей и были разработаны новые методы их определения.

Настоящие методические разработки имеют цель ознакомить студентов со всеми приборами и методами оценки структурно-механических, реологических и смазочных свойств промывочных жидкостей, применяемых в разведочном бурении.

В соответствии с ГОСТ 8.002-71 все средства измерений должны пройти государственную или ведомственную поверку. На пригодный к измерениям прибор выдается свидетельство или наносится клеймо с указанием даты поверки.

Приборы и методы оценки структурно-механических свойств промывочных жидкостей

Основными структурно-механическими свойствами промывочных жидкостей являются:

1) удельный вес, г/см^3;
2) условная вязкость, с ;
3) водоотдача, см3 за 30 мин;
4)содержание песка, %;
5)стабильность, г/см3;
6)суточный отстой, %;
7) статическое напряжение сдвига, Па ;
8)динамическое напряжение сдвига, Па ;
9)пластическая или структурная вязкость, Па . с;
10) эффективная вязкость, Па ˙ с;

Первые шесть параметров определяются непосредственно на буровых вышках с помощью приборов и лабораторной посуды, входящих в комплект переносной лаборатории ЛРГ-3. Приборы и лабораторная посуда размещены в специальном деревянном ящике с гнездами и креплениями для каждого предмета, входящего в комплект лаборатории.

Статическое и динамическое напряжение сдвига, а также пластическая и эффективная вязкость определяются в стационарных лабораториях геологоразведочных партий и экспедиций с помощью приборов СНС-2 и ВСН-3.

АРЕОМЕТР АГ-2
НАЗНАЧЕНИЕ

Ареометр АГ-2 предназначен для измерения удельного веса глинистых и цементных растворов, применяющихся при бурении скважин.

ОПИСАНИЕ АРЕОМЕТРА

Ареометр АГ-2 (рис. 1) состоит из поплавка 3 со шкалой 2, соединяющегося на байонете 4 с мерным стаканом 5, и съемного груза 6, крепящегося к стакану. В комплекте с ареометром поставляется ведро-футляр 1 с крышкой, в котором он укладывается между резиновыми гнездами.

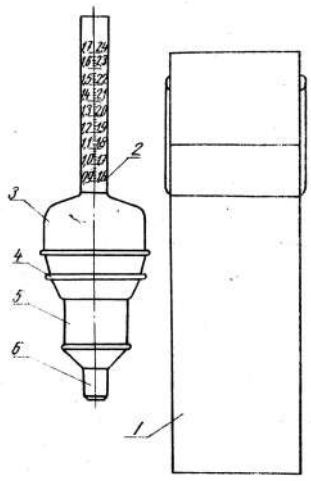


Рис. 1. Ареометр АГ-2 в сборе и ведро-футляр

Техническая характеристика

Ареометр АГ-2 имеет два предела измерения: от 0,90 до 1,70 г/см^3 - при навернутом съемном грузе, от 1,60 до 2,40 г/см^3 - при снятом съемном грузе.

Цена деления ареометра на шкале.....0,02
Точность измерения,
г/см^3……..……..…… $\pm$0,01
Габаритные размеры, мм:
ареометра.....100х450
ведра-футляра.....120х480
Вес комплекта, кг.....2

ИНСТРУКЦИЯ ПО ПРОИЗВОДСТВУ ИЗМЕРЕНИЯ

Подготовка прибора к измерению

Подготовку прибора к измерению следует производить в следующей последовательности:

открыть крышку ведра и вынуть ареометр, налить воду в ведро (рекомендуется применять чистую пресную воду, так как в этом случае получаются наиболее точные результаты измерения и не требуется вносить поправку на удельный вес воды), поворотом поплавка относительно мерного стакана открыть байонетный затвор и отделить стакан от затвора,

проверить чистоту мерного стакана и поплавка и при надобности вымыть их водой.

Проверка прибора

Проверку прибора следует производить в следующей последовательности:

налить в мерный стакан ареометра воду до края гофра, соединить поплавок с мерным стаканом, выдавив при этом избыток воды из него, и погрузить собранный ареометр в воду. Стакан заполняется той же водой, что и ведро.

При пресной воде ареометр должен погрузиться под уровень воды в ведре до деления на шкале поплавка, обозначенного "1,0", при навернутом съемном грузе, с точностью >0,005 г/см^3 (четверть деления).

Если удельный вес воды больше 1,00 г/см^3 (морская вода, соленая, буровая), то ареометр погрузится на несколько делений ниже деления, обозначенного "1,0". В этом случае к результатам измерений удельного веса глинистых растворов необходимо прибавить поправку, определяемую как разность между 1,00 и показанием ареометра, заполненного водой.

Ниже приводится пример измерения.

Измерение производится погружением ареометра в морскую воду. Ареометр, заполненный морской водой, при погружении в эту же воду показал на шкале 0,96. Поправка составляет 1,00-0,96=0,04г/см^3

При измерении удельного веса глинистого раствора при погружении в эту же морскую воду показание было 1,41. Истинный удельный вес раствора получается прибавлением поправки, а именно:

$$1{,}41 + 0{,}04 = 1{,}45 \text{ г/см}^3$$

Измерение удельного веса

Измерение удельного веса при помощи ареометра АГ-2 следует производить в следующей последовательности.

Принести в вымытой крышке ведра пробу раствора и перемешать её.

Налить в мерный стакан ареометра раствор до края гофра. Стакан держать в вертикальном положении.

Соединить поплавок со стаканом - вставить штифты на нижней части поплавка в байонетные прорези мерного стакана и повернуть поплавок относительно стакана слева направо до упора. При этом из стакана выдавить избыток раствора. Таким образом отмерится объем пробы.

Смыть водой выдавленный раствор с поверхности мерного стакана, удерживая ареометр в вертикальном положении.

Погрузить ареометр в ведро с водой, дать ему успокоиться и прочесть показание по шкале ареометра на уровне воды в ведре

При навернутом съемном грузе отсчет вести по левой шкале с оцифровкой от 0,9 до 1,7 г/см^3. Если ареометр при навернутом съемном грузе погрузился выше последнего оцифрованного деления на шкале - 1,7 г/см^3, то следует снять груз и отсчет вести по правой шкале с оцифровкой от 1,6 до 2,4 г/см^3.

При погружении ареометра в соленую, морскую или буровую воду обязательно вносить поправку, как указано выше.

После окончания измерения ареометр следует вымыть, насухо вытереть и положить в тумбочку.

Крышку ведра вымыть и закрыть её ведром с водой. При частых намерениях воду из ведра можно не выливать, но обязательно следует следить за её чистотой.

2. ВИСКОЗИМЕТР СПВ-5

Назначение:

Стандартный полевой вискозиметр СПВ-5 предназначен для определения условной вязкости глинистого раствора. Вязкость определяется в секундах времени истечения 500 см^3 раствора из стандартной воронки через трубку диаметром проходного сечения 5 мм и длиной 100 мм при заполнении воронки 700 см^3 раствора.

Комплект вискозиметра (рис. 2) состоит из стандартной воронки и мерной кружки.

В верхнюю часть воронки встроена сетка для очистки раствора от крупных твердых частиц. Воронка заканчивается латунной трубкой с калиброванным отверстием.

Мерная кружка имеет два отделения.

Техническая характеристика

Размеры воронки, мм:
Высота.....400
верхний диаметр.....150
время истечения из воронки 5ООсм3 воды, с.....15-+0,4
Объем мерной кружки, $см^3$:
первого отделения.....500
второго отделения.....200
Размеры кружки, мм.....70х190

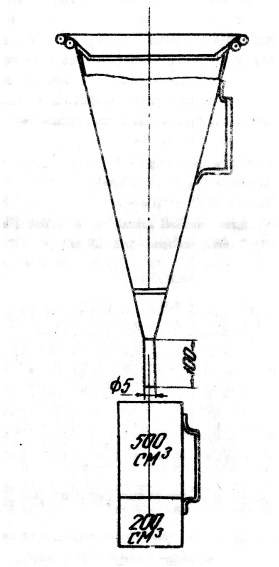


Рис. 2. Вискозиметр СПВ – 5 с кружкой

ИНСТРУКЦИЯ ПО ПРОИЗВОДСТВУ ИЗМЕРЕНИЙ

Определение условной вязкости глинистых растворов при помощи вискозиметра СПВ-5 следует производить в следующей последовательности:

a) промыть воронку вискозиметра и кружку водой и подготовить пробу раствора;

b) закрыть отверстие трубки пальцем правой руки и налить в воронку через сито 700 $см^3$ испытуемого раствора мерной кружкой - 500 $см^3$ и 200 $см^3$

c) подставить кружку объемом 500 $см^3$ под трубку вискозиметра, слить в нее часть раствора и влить обратно его в воронку. Повторить эту операции два-три раза;

d) подставить кружку объемом 300 $см^3$ под трубку вискозиметра и одновременно открыть отверстие трубки, убрать палец, и пустить левой рукой секундомер;

e) в момент заполнения кружки до края остановить секундомер, закрыть отверстие трубки пальцем и прочесть показание секундомера;

f) для определения условной вязкости испытуемого раствора провести 10-15 замеров и, применяя распределение Стьюдента, определить среднее значение /Ā/ и доверительный интервал /*б*/ при выбранной вероятности /Р/;

g) вымыть и вытереть воронку и кружку и вложить их в ящик лаборатории в соответствующие гнезда.

3. ПРИБОР ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЙ ВОДООТДАЧИ ГЛИНИСТЫХ РАСТВОРОВ ТИПА ВМ-6

Назначение:

Прибор ВМ-6 предназначен для определения фильтруемости водоотдачи глинистых растворов в производственных условиях бурения.

Показатель водоотдачи глинистых растворов представляет собой количество фильтрата в см3, выделяющегося в течение 30 мин под избыточным давлением в 1 кг/см3 при диаметре фильтра 75 мм.

Показатель водоотдачи характеризует способность глинистого раствора отдавать свободную воду под давлением через пористую перегородку в пласт и образовывать на этих перегородках глинистую корку.

Прибор градуирован в кубических сантиметрах при диаметре фильтра 75 мм.

При измерении водоотдачи раствора одновременно определяют толщину образующейся на фильтре глинистой корки.

Описание конструкции

Прибор ВМ-6 (рис. 3.) состоит из трех основных узлов; фильтрационного стакана 6 с принадлежностями, напорного цилиндра 4 и Кронштейна 13.

Фильтрационный стакан 6 на верхнем конце имеет горловину с наружной резьбой и отверстием. Нижний конец его имеет расточку

диаметром 53 мм, выточку под решетку фильтра и наружную резьбу М68х3 под поддон 10, которым крепится решетка 7.

Для предупреждения проворачивания решетки и поддержания в связи с этим фильтровальной бумаги на решетке сделан пав под выступ, имеющийся в выточке фильтрационного стакана. В нижней части поддона 10 имеется резьба, в которую ввернут винт 11 с перекидной ручкой 12. В поддон вложен клапан 9 с резиновой прокладкой, который винтом 11 прижимается к решетке 7 и таким образом запирает отверстие.

При определенной водоотдачи раствор наливается в стакан с закрытой клапаном решеткой и вложенной фильтровальной бумагой.

Узел напорного цилиндра состоит из собственно цилиндра 4 в ввернутой в него на красно-медной прокладке втулкой и напрессованной в горячем виде чашкой, плунжера 1, притертого по втулке, и груза-шкалы 3, укрепленного на плунжере. Шкала нанесена на прозрачную пластмассу (оргстекло) и прикреплена к грузу винтами; шкала прикрывает сквозную прорезь на снятой вдоль груза лыске. Сквозь эту прорезь видна отсчетная риска 2 на верхнем конце втулки цилиндра.

Для установки шкалы прибора на ноль и для спуска масла из цилиндра в нижней части цилиндра имеется отверстие, перекрываемое иглой 5. Масло из этого отверстия сливается в чашку.

Нижний конец цилиндра имеет внутреннюю резьбу для соединения с фильтрационным станком. Для уплотнения места соединения цилиндра со стаканом предусмотрена прокладка из маслостойкой резины, которая меняется по мере износа. Размеры прокладки: наружный диаметр - 35 мм, диаметр отверстия - 20 мм, толщина 3 * 4 мм.

Кронштейн 13 литой, в нижней части его предусмотрено место для чашки, в которую стекает фильтрат. Кронштейн стоит на трех резиновых ножках 14. В кольцо 10 кронштейна вставляется прибор в собранном виде.

Техническая характеристика

Предел измерения за 30 мин при диаметре фильтра 75 мм, $см^3$..... 40
Цена деления шкалы при диаметре фильтра 75 мм, $см^3$..... 1
Точность измерения, $см^3$.....±0,5
Давление фильтрации, Па 9,81*104
фактический диаметр фильтра, мм …….....53
Габаритные размеры, мм……..……....120x160x360
Вес (без упаковки),
кг…….....……..0,7

Принцип действия:

Испытуемый раствор наливается в фильтрационный стакан 6, (рис. 3) с фильтром на решетке 7; закрытым клапаном 9, впредь до открытия которого фильтрация не начинается. На фильтрационный стакан навернут цилиндр 4, заполненный поверх раствора маслом. В этот цилиндр входит плунжер 1 с грузом-шкалой 3, создающий давление фильтрации 98066,5 Па фильтрация начинается после открытия клапана 9.

По мере фильтрации объем пробы раствора в фильтрационном стакане уменьшается на количество выделившегося фильтрата и плунжер под действием груза соответственно опускается. Количество выделившегося фильтрата определяется по перемещениям плунжера, градуированным на шкале в см3.

В притертой паре плунжер-втулка возникает трение, влияющее на постоянство давления фильтрации. Для устранения трения плунжер необходимо периодически вращать рукой. С целью уменьшения этих вращений в плунжере имеется глухое сверление - воздушный буфер.

Принцип действия прибора обеспечивает:

a) точное определение момента, начала фильтрации при помощи запорного клапана на решетке фильтра;
b) точное измерение количества фильтрата, которое выделяется за любой промежуток времени;
c) постоянство давления с момента начала фильтрации.

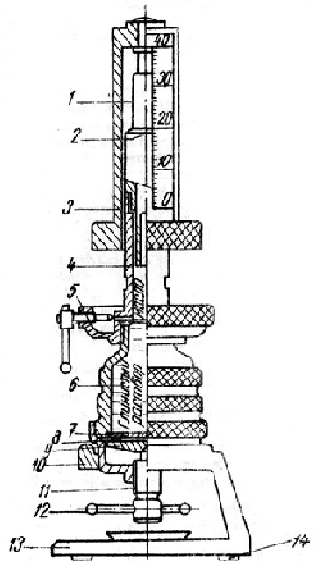


Рис. 3. Прибор ВМ-6 в сборе

Подготовка прибора к работе

Для предупреждения ржавления прибор ВМ-6 при упаковке на заводе смазывается снаружи и внутри вазелином. При длительном хранении в неблагоприятных условиях вазелин может загустеть и частично окислиться, в результате чего плунжер

будет трудно вынуть из цилиндра. Поэтому по получении со склада прибор следует разобрать в следующем порядке:

a) отвернуть цилиндр от стакана;

вынуть плунжер из цилиндра (при необходимости плунжер можно извлечь осторожными ударами деревянного молотка по его нижнему концу);

b) вывернуть винт из поддона;
c) вывернуть стакан из поддона и извлечь решетку и клапан.

Все детали прибора вымыть бензином или горячей водой и насухо вытереть, а плунжерную пару вымять керосином и смазать маслом. Не смазанный маслом плунжер во втулку не вставлять.

Чтобы убедиться в исправности прибора, необходимо проверить:

a) резьбовые соединения (при надобности их следует расходить, чтобы они легко заворачивались от руки);
b) герметичность плунжерной пары и места соединения цилиндра со стаканом;
c) плавность движения плунжера.

Проверка герметичности производится следующим образом:

a) в собранный фильтрационный стакан с вложенной в него фильтровальной бумагой и закрытым на решетке фильтра клапаном наливается густой глинистый раствор;
b) стакан устанавливается в кронштейне и на него навертывается цилиндр без плунжера;
c) цилиндр заполняется маслом до верха, после чего в него вставляется плунжер;
d) с помощью иглы из цилиндра спускается масло, и нулевое деление на шкале подводится к риске на цилиндре. При такой операции плунжер следует вращать рукой;
e) места резьбовых соединений и поверхность цилиндра должны быть насухо вытерты, чтобы можно было обнаружить места утечки;
f) периодически вращая плунжер, в течение 30 минут наблюдают за его показаниями, В исправном приборе заметного изменения показаний не должно быть; максимальное изменение может быть не более 1/2 деления.

Если утечка больше 1/2 деления, то необходимо выявить место утечки. Утечка может быть в плунжерной паре, местах крепления втулки к цилиндру и соединения цилиндра со стаканом, в местах неплотного прилегания клапана, в месте прижатия решетки к стакану.

Об утечке в плунжерной паре и в месте крепления втулки к цилиндру свидетельствуют подтеки, появляющиеся в верхней части цилиндра, который до пуска прибора в работу должен быть чисто вытерт.

Утечки в месте соединения цилиндра со стаканом легко обнаруживается по появлению масла под резьбой. Это место также должно быть тщательно вытерто. Ликвидировать утечку можно сменой прокладки

или подтягиванием резьбы. Слишком туго затягивать резьбу не следует, так как при этом прокладка может иногда выворачиваться.

Утечки через клапан в месте прижатия решетки к стакану не оказывают влияния на работу прибора, но при проверке на герметичность их необходимо устранять, для этого клапан следует туго прижать.

Утечки через место прижатия решетки к стакану обнаруживается по появлению раствора или фильтрата на выходе резьбы.

Плавность движения плунжера проверяется при промытой и смазанной машинным маслом плунжерной паре и заключается в том, что плунжер с любого положения должен свободно и равномерно опускаться без поворачивания. Если плунжер задерживается или движется очень медленно, его следует вновь промыть керосином и смазать маслом, после чего расходить во втулке.

ПРОМЫВАТЬ ПЛУНЖЕРНУЮ ПАРУ БЕНЗИНОМ НЕЛЬЗЯ - ЭТО МОЖЕТ ВЫЗВАТЬ ЗАЕДАНИЕ!

ИНСТРУКЦИЯ ПО ПРОИЗВОДСТВУ ИЗМЕРЕНИЯ

Измерения водоотдачи должно быть произведено при температуре не ниже 10 °С , так как при более низких температурах водоотдача раствора уменьшается.

Работу по определению водоотдачи глинистых растворов следует вести в следующей последовательности:

1. Установить прибор на ровной поверхности.
2. Вынуть плунжер из цилиндра и положить рядом с кронштейном.
3. Отвернуть цилиндр, проверить, закрыта ли игла, и положить цилиндр на тумбочку.
4. Разобрать стакан - вывернуть из поддона, вынуть решетку и клапан - вытереть насухо все детали.
5. Взять заготовленный кружок фильтровальной бумаги, смочить его водой и наложить на решетку, после чего удалить избыток воды с поверхности бумаги, промокнув её сухим кружком. При непрочной фильтровальной бумаге следует положить на решетку два кружка.
6. Решетку с фильтровальной бумагой вложить в выточку стакана, бумагой внутрь так, чтобы паз на решетке попал на штифт в выточке стакана. Наложить на решетку клапан и навернуть поддон на стакан. Винт, крепящий клапан, должен быть вывернут. Вставить собранный стакан в кронштейн и прочно затянуть руками резьбу, после

чего клапан закрыть винтом.

7. Подготовить секундомер и положить его рядом с прибором.
8. Взять ведро с пробой раствора, последнюю тщательно пере-мешать и налить в стакан кружкой от вискозиметра (стороной объемом 200 $см^3$). После окончания вытереть резьбу стакана. Стакан следует заполнить на 3-4 мм ниже края горлышка.
9. Навернуть цилиндр на стакан, предварительно проверить исправность прокладки.
10. Налить в цилиндр машинное масло (масло должно быть не очень густым; слишком густое масло разбавляется керосином). Масло наливается на внутренний край цилиндра так, чтобы оно стекало по стенкам цилиндра. Масло следует наливать до такого уровня, чтобы до верхнего края втулки оставался 1 см.
11. Вставить плунжер в цилиндр. При этом плунжер за счет сжатия воздуха в его плотности просядет на 2-3 см.
12. Приоткрыть спускную иглу и, вращая плунжер рукой за накатку на грузе, подвести нулевое деление на шкале к отсчетной риске на верхнем крае втулки цилиндра.

Неопытному исполнителю это не всегда удается, и нулевое деление опускается ниже риски. В этом случае надо записать показание по шкале против риски, принять его за нуль и из всех следующих показаний вычитать нулевое показание (например: нулевое показание 1,5 $см^3$, показание за 30 минут - 23 $см^3$. Вычитая из 23см3 1,5 $см^3$, получаем 21,5 $см^3$).

Нулевое деление может опускаться ниже риски и в случае определения водоотдачи раствора, насыщенного газом (из-за сжатия газа в растворе под давлением). Если в этом случае нулевое деление опустится ниже риски не более чем на шесть делений и водоотдача у раствора будет небольшая, то следует пользоваться тем же приемом, что и в первом случае, т.е. из показаний вычитать нулевое показание.

Если же нулевое деление опустится ниже, чем на десять делений, то следует вынуть плунжер, перевернуть его, залить его полость маслом, прикрыть отверстие пальцем и вновь вставить в цилиндр. В этом случае шкала остановится на 6-8 делений выше, чем при незаполненной полости плунжера.

Примечание. Операции, перечисленные в пунктах 7, 8, 9, 10 и 11 следует производить быстро, так как при нестабильных растворах за время от момента налива раствора в стакан до момента начала фильтрации может образоваться осадок, из-за чего исказится результат измерения.

13. Взять в левую руку секундомер, а правой открыть клапан, вывернув винт на один - два оборота. В момент открытия клапана пустить секундомер.

14. При производственных измерениях достаточно веять один отсчет через 30 минут. В течение этого времени периодически вначале чаще, вращать плунжер за накатку на грузе.

При взятии отсчетов глаз исполнителя должен находиться на уровне отсчетной риски на втулке цилиндра и на расстоянии от нее около 30-40 см.

15. После взятия отсчета открыть спускную иглу, выпустив масло из цилиндра и опустить плунжер с грузом. После этого при открытой игле вынуть плунжер с грузом. После этого при открытой игле вынуть плунжер из цилиндра и, если его конец запачкан раствором, смыть последний.

16. Закрыть иглу, отвернуть цилиндр со стакана и слить масло из чашки цилиндра в бачок для масла.

17. Промыть фильтрационный стакан, не разбирая его. Для этого подставить его горлышко под слабую струю воды; масло при этом всплывет и уйдет ив стакана вместе с водой и раствором. Затем вылить воду и остаток раствора из стакана и разобрать его.

18. Поставить стакан на ладонь левой руки так, чтобы он опирался на нее краями, а не решеткой, и легкими ударами правой ладони по горлышку выбить корку с решеткой.

Если корка прочно прилипла к стенкам стакана, её следует выдуть ртом.

19. Смерить толщину корки и записать.

20. Вымыть и вытереть детали фильтрационного стакана и собрать их.

Вымыть и вытереть цилиндр; проверить, не загрязнена ли внутренняя поверхность втулки цилиндра глинистым раствором, прочистить втулку, смазать её маслом и навернуть цилиндр на стакан.

Вставить смазанный маслом плунжер в цилиндр и установить прибор на кронштейн.

21. Прибор следует хранить в собранном виде, в защищенном от пыли месте - в ящике переносной лаборатории или в шкафу.

Примечание: 1. Так как прибор точно воспроизводит кинетику процесса фильтрации, т.е. зависимость количества выделившегося фильтрата по времени, и так как эта зависимость, изображенная в логарифмических координатах, представляет собой прямую линию, то на приборе ВМ-6 можно производить фильтрацию в течение 10-15 минут с последующей экстерполяцией по графику. Для этого в комплекте прибора поставляются бланки со специальной логарифмической сеткой.

В этом случае за время определения следует взять не менее двух отсчетов - один за 2 или 3 минуты фильтрации и второй за 10 или 15 минут. Полученные отсчеты наносятся на бланк, который разграфлен девятью вертикальными линиями на минуты (левая крайняя линия соответствует 1-ой минуте, следующие - 2-ой, 3-ей, 4-ой, 5-ой, 10-ой, 15-оР, 20-ой и 30 минутам), горизонтальными линиями на кубические сантиметры (от 1 до 100 $см^3$). Часть этих линий обозначена цифрами, соответствующими числу кубических сантиметров.

На вертикальной линии, соответствующей 2-ой минуте, в месте её пересечения с горизонтальной линией, соответствующей отсчитанному числу кубических сантиметров, ставится точка. Таким же образом наносится точка, соответствующая отсчету за 10 и 15 минут. Через полученные две точки карандашом проводится прямая линия до пересечения с правой крайней вертикальной линией, соответствующей 30-ти минутам

фильтрации.

По шкале горизонтальных линий отсчитывается величина водоотдач в кубических сантиметрах за 30 минут фильтрации, поскольку за единицу водоотдачи глинистых растворов принято количество фильтрата, выделяющегося из раствора за 30 минут через фильтр диаметром 75 мм.

Пользуясь этим приемом, можно сократить время фильтрации до 10 минут и, кроме того, определять водоотдачу раствора большую, чем 40 $см^3$ за 30 минут.

Ошибка в определении водоотдачи за 30 минут по 10-минутному замеру не превышает 0,5 $см^3$ при водоотдачах до 20 $см^3$ и не больше 2 $см^3$ при больших водоотдачах.

Для сопоставления результатов измерения водоотдачи прибором ВМ-6 с другими приборами, градуированными в кубических сантиметрах, при фильтре диаметром 75 мм, необходимо применять нерасчетный коэффициент. Последний определяется как отношение площадей фильтрации, так как количество фильтрата прямо пропорционально площади фильтрации.

4. ОТСТОЙНИК - ОМ

Назначение:

Металлический отстойник ОМ-2 предназначен для определения процента содержания песка в глинистом растворе.

Содержание в глинистом растворе твердых частиц разбуренных пород и нерастворенных комков глины определяется процентом песка в пробе раствора, отстоенного за одну минуту покоя в отстойнике из пробы разжиженной водой в отношении 1:9.

Описание прибора:

Отстойник ОМ-2 (рис.4) представляет собой цилиндрический сосуд 2 с плотной крышкой 1, в нижней части которого укреплена сменная бюретка 3, защищенная чехлом. В верхней части цилиндра на уровне объема 500 $см^3$ имеется отверстие Ø 3 мм.
Крышка отстойника служит для отмеривания раствора.
Крепление бюретки 3 осуществляется при помощи винта 4, черев перекладину 5 и шайбу 6 с резиновой прокладкой 7.

Герметизация крепления бюретки обеспечивается резиновой прикладкой 8.

Техническая характеристика

Объем отстойника, $см^3$..... 600
Объем крышки, $см^3$..... 50
Объем бюретки, $см^3$..... 10
Габаритные размеры, мм:
Диаметр.....60
Высота.....345
Вес.....0,3
Бюретка градуирована через 0,1 $см^3$, каждое десятое деление шкалы обозначено цифрой.

ИНСТРУКЦИЯ ПО ПРОИЗВОДСТВУ ОПРЕДЕЛЕНИЯ

Определение процента содержания песка в глинистом растворе при помощи отстойника ОМ-2 следует производить в следующей последовательности:

a) промыть отстойник и вытереть его;
b) снять крышку отстойника, отмерить ею 50 $см^3$ раствора и влить его в отстойник через горлышко;
c) не вынимая крышки, зачерпнуть ею воду, растворить в ней оставшийся на её внутренних стенках раствор и влить в отстойник.

С помощью крышки наполнить отстойник водой до уровня трехмиллиметрового отверстия на его боковой поверхности, держа отстойник вертикально. Подождать, пока вода прекратит вытекать из этого отверстия;

d) плотно закрыть отстойник крышкой и повернуть его в горизонтальное положение трехмиллиметровым отверстием вверх.
Прижимая крышку ладонью правой руки и прикрывая отверстие пальцем той же руки, интенсивно взболтать содержимое отстойника

e) повернуть отстойник в вертикальное положение, выждать одну минуту по часам или секундомеру и прочесть показание по шкале бюретки против уровня осевшего песка
ПРОЧИТАННОЕ ПОКАЗАНИЕ, УМНОЖЕННОЕ НА ДВА, БУДЕТ ПОКАЗАТЕЛЕМ СОДЕРЖАНИЯ ПЕСКА В РАСТВОРЕ, ВЫРАЖЕННОМ В ПРОЦЕНТАХ.

f) вылить из отстойника содержимое, промыть его водой, вытереть и вложить на место в ящик лаборатории.

СМЕНА БЮРЕТКИ

При поломке бюретки или необходимости извлечь её для чистки следует вывернуть винт 4 (рис. 4), извлечь перекладину 5 и шайбу 6 с резиновой прокладкой 7, а за ними - бюретку 3.

Перед тем как вставить бюретку, следует проверить исправность верхней прокладки 8 и при надобности сменить её.

Сборка ведется в следующем порядке: вставить бюретку, плотно уперев её в верхнюю прокладку, вложить шайбу 6 с резиновой прокладкой 7, вставить перекладину 5 в овальные отверстия чехла, ввернуть винт 4 и прижать им бюретку.

5. ЦИЛИНДР ЦС-2

Назначение:

Цилиндр ЦС-2 предназначен для определения стабильности глинистых растворов.

Показатель стабильности глинистого раствора определяется как разность удельных весов верхней и нижней половины пробы раствора отстоенной в течение суток в цилиндре высотой 200 мм.

ОПИСАНИЕ ПРИБОРА

Цилиндр ЦС-2 (рис. 5) выполнен из тонкого листового железа и окрашен нитроэмалью. Посредине высоты цилиндра имеется отвод с резиновой пробкой для слива верхней половины раствора.

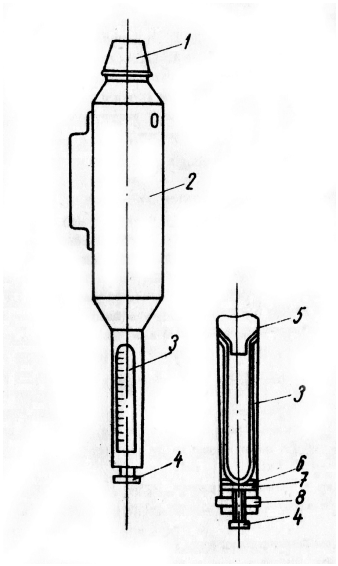


Рис. 4 Отстойник ОМ-2

Техническая характеристика

Высота столба раствора в цилиндре..... 200
Объем цилиндра, $см^3$..... 800
Габаритные размеры, мм..... 100х210х110
Вес, кг..... 0,5

ИНСТРУКЦИЯ ПО ПРОИЗВОДСТВУ ОПРЕДЕЛЕНИЯ

Определение стабильности глинистых растворов при помощи цилиндра ЦС-2 следует производить в следующей последовательности:

a) Вымыть цилиндр водой и вытереть насухо снаружи и внутри;

b) Влить пробу раствора в цилиндр до края, предварительно тщательно перемешать её;

c) Установить заполненный цилиндр в спокойном месте на сутки, отметив время по часам;

d) Через 24 часа открыть пробку, слить верхнюю часть пробы раствора вместе с отстоявшейся водой в кружку, тщательно перемешать слитый раствор и определить его удельный вес ареометром АГ-2, закрыть отвод пробкой, тщательно перемешать в цилиндре отстоявшуюся нижнюю половину раствора и определить её удельный вес.1

e) При определении удельного веса ареометром АГ-2 обязательно погружать его при обоих измерениях в одну и ту же воду;

f) Определить показатель стабильности глинистого раствора вычитанием первого показания ареометра из второго;

g) Вымыть цилиндр, вытереть насухо и вложить на место в ящик лаборатории.

6 . ИНСТРУКЦИЯ ПО ОПРЕДЕЛЕНИЮ СУТОЧНОГО ОТСТОЯ ГЛИНИСТЫХ РАСТВОРОВ МЕРНЫМ ЦИЛИНДРОМ

Показатель суточного отстоя глинистого раствора определяется как процент воды, отстоявшейся за сутки на пробы раствора.

Определение суточного отстоя глинистых растворов производится стандартным мерным цилиндром объемом 100 см3 с ценой деления 1 см. Для этих определений также необходимы часы.

Определения следует производить в следующей последовательности:

a) вымыть мерный цилиндр водой и вытереть насухо снаружи и внутри;
b) тщательно перемешанную пробу раствора налить в цилиндр до сотого деления на шкале;
c) поставить цилиндр с раствором в спокойное место, отметить время и оставить на 24 часа;
d) черев 24 часа прочесть на шкале цилиндра отсчет положения уровня раздела раствора и отстоявшейся воды и вычесть полученное показание из 100. Результат вычитания является показателем суточного отстоя в .процентах;
e) вымыть цилиндр и вложить его в ящик лаборатории.

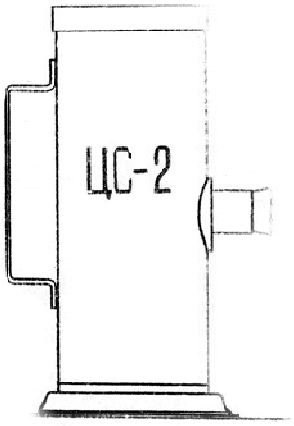


Рис.5. Цилиндр ЦС-2

7. ПРИБОР ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ СТАТИЧЕСКОГО НАПРЯЖЕНИЯ СДВИГА ГЛИНИСТЫХ РАСТВОРОВ ТИПА СНС-2

Прибор СНС-2 предназначен для измерения статического напряжения сдвига глинистых растворов и применяется в условиях лабораторий геологоразведочных партий и экспедиций.

Прибор переносной и может быть использован в полевых условиях на буровой вышке.

ПРИНЦИП ДЕЙСТВИЯ

Прибор для определения статического напряжения сдвига основан на принципе вискозиметра с соосными цилиндрами.

На тонкой упругой нити подвешен цилиндр, погруженный в соосный полый цилиндр, заполненный испытуемой жидкостью, при вращении внешнего цилиндра жидкость, находящаяся в нем, увлекает за собой подвешенный цилиндр до тех пор, пока момент закрученной нити не станет равным крутящему моменту, определяемому вязкостью испытуемой жидкости и размерами подвешенного цилиндра.

Измерение статического напряжения сдвига глинистых растворов является частным случаем применения вискозиметра с соосными цилиндрами и производится при весьма малых скоростях вращения внешнего цилиндра, й данном приборе принята скорость вращения внешнего цилиндра 0,0032 с-1, что соответствует линейной скорости 4 . 10-6 м/с; эта скорость несколько превышает предел скорости так называемой вариантной зоны, в которой определяемая величина строго соответствует понятию статического напряжения сдвига любых известных глинистых растворов. Однако уменьшение скорости влечет за собой либо снижение точности отсчета и измерении либо увеличение производства измерений.

Время для производства измерений при наличии тиксотропии растворов должно быть как можно меньше и в соответствии с принятой методикой измерения не должно превосходить 60 секунд, чему соответствует поворот внешнего цилиндра прибора на 72°, а шкалы прибора - на несколько меньшую величину.

Нити для различных пределов измерения подбираются из этих соображений, а именно: закручивание нити на угол 65-70° должно соответствовать крутящему моменту, определяемо ну по предельному значению измеряемого статического напряжения сдвига.

В приборах с соосными цилиндрами на результаты измерения оказывает влияние момент, возникающий на донной части подвешенного внутреннего цилиндра. С целью уменьшения этого влияния нижняя часть внутреннего цилиндра расточена,

благодаря чему при погружении цилиндра в испытуемую жидкость в расточке остается воздух. Таким образом, дно цилиндра не имеет контакта с испытуемой жидкостью.

ОПИСАНИЕ КОНСТРУКЦИИ

Прибор для измерения статического напряжения сдвига глинистых растворов (рис. 8) состоит из измерительной части и привода, смонтированных на прямоугольной плите 1 . Для регулировки положения прибора плита снабжена двумя регулируемыми опорами 2 и одной неподвижной 11. Измерительная часть состоит из двух узлов: узла внешнего подвижного цилиндра и уела подвесного цилиндра с упругой измерительной системой.

Узел внешнего цилиндра состоит из корпуса 10, расположенном на стояке 12, имеющем строго концентрическую расточку под внешний цилиндр и канавку под спиральную бесконечную пружину.

Узел подвесного цилиндра, монтирующийся на вертикальном кронштейне 3, состоит из:

1. Цилиндра 9 с расточкой под конус Морзе № 1 и расточка в донной части для защитного пузыря. Цилиндр имеет накатанную наружную поверхность, обеспечивающую прочную связь с испытуемым раствором.

Выполнен цилиндр из латуни с матовым никелевым покрытием.

2, Трубки 6, один конец которой имеет конусную поверхность и резьбу под винт соосного соединения с цилиндром, а второй конец выполнен открытым для размещения в нем упругой нити 5. Крепление нити в трубке и регулирование соосности нити с трубкой осуществляется тремя винтами в утолщении трубки над конусом. Средняя часть трубки имеет концентричную площадку с уступом для установки шкалы 7.

3. Шкала 7 с делениями, нанесенными через 1° на её конической поверхности. Для грубой установки шкалы на нуль предусмотрены 8 отверстий, одним из которых она надевается на штифт, имеющийся на соответствующей площадке трубки.

4 Стрелки 3, укрепленной на кронштейне и имеющей наконечник из прозрачного оргстекла и нанесенными на нем с обеих сторон рисками, исключающими ошибку параллакса при отсчете.

5 . Нити 5, изготавливаемой из стальной пружинной проволоки и имеющей 2 наконечника: нижний в виде втулки, входящий в трубку с зазором в 1 мм на сторону, и верхний в виде диска с фаской, на которой выгравирован номер нити.

Весь узел подвешивается на конусной пробке 13, которая в свою очередь плотно устанавливается в конусной втулке, запрессованной в кронштейн. Поворотом пробки шкала прибора устанавливается на нуль по стрелке.

Привод внешнего цилиндра осуществлен от синхронного электрического двигателя СД-2 (2 позиции 4) через редуктор и гибкую передачу 1:2.

Привод прикреплен к плите прибора через амортизатор из губчатой резины, предназначенный для защиты измерительной части прибора от вибраций двигателя.

Для включения двигателя предусмотрены тумблер, укрепленный на кронштейне прибора, и шнур с вилкой для подключения к сети.

Для заполнения внешнего цилиндра испытуемым глинистым раствором предусмотрена специальная мерная кружка объемом 120 мл.

Прибор поставляется в специальном ящике.

ПОДГОТОВКА ПРИБОРА К РАБОТЕ

Лабораторные занятия выполняются на уже отградуированном приборе; данные градуировки приводятся в паспорте для каждой поставляемой нити.

Для работы прибор должен быть установлен на устойчивом и прочном столе. Подвесная система подвешивается за верхний конец нити в пробке кронштейна и прибор устанавливается регулировочными нитями так, чтобы подвесной цилиндр встал соосно с вращающимся столиком прибора (регулировка соосности нити с трубкой подвесной

системы выполнена при сборке прибора).

Устанавливают "О" шкалы против риски на стрелке указателя. Установку нуля можно производить грубо путем поворота шкалы на трубке и точно: путем осторожного и плавного поворота в гнезде кронштейна. Чтобы убедиться, что установка на ноль произведена правильно, следует выждать, пока подвесная система успокоится. Затем следует снять подвесную систему, не трогая и не сдвигая пробку в гнезде кронштейна, и установить на вращающийся столик внешний цилиндр.

Подготовленный для работы прибор подключить к сети напряжением 220 вольт и, включая тумблер, проверить работу электродвигателя.

ПРОИЗВОДСТВО ИЗМЕРЕНИЙ

При производстве измерений следует:

1. Пробу раствора сильно взболтать.
2. Снять подвесной цилиндр.
3. Взболтанный раствор зачерпнуть меркой объемом 120 мл, прилагаемой к прибору, и валить установленный на вращающемся столике прибора внешний цилиндр.
4. Погрузить подвесной цилиндр во внешний цилиндр и подвесить нить на пробку. При погружении подвесного цилиндра нужно следить за тем, чтобы его верхний конец не погрузился под уровень раствора. Если раствор не достигает верхнего края подвесного цилиндра, следует осторожно долить раствор. Подвесной цилиндр должен быть погружен в раствор точно до верхнего края.
5. Взять в левую руку секундомер, а правой осторожно поворачивать подвесную систему и перемешивать раствор. После окончания перемешивания раствора поставить на "О" шкалу против риски на стрелке прибора и одновременно включить секундомер. Во время этой операции следует следить за тем, чтобы подвесной цилиндр был в центре внешнего цилиндра.
6. По истечении одной минуты нажатием тумблера в клочить

электродвигатель и наблюдать за движением подвесного цилиндра по шкале прибора. Увлекаемый глинистым раствором, подвесной цилиндр вращается вместе с внешним цилиндром до тех пор, пока момент в закручивающейся нити не станет равным моменту, обусловленному статическому напряжению сдвига раствора на подвесном цилиндре. Когда подвесной цилиндр остановится, произвести отсчет по шкале в градусах.

7. Включить электродвигатель.

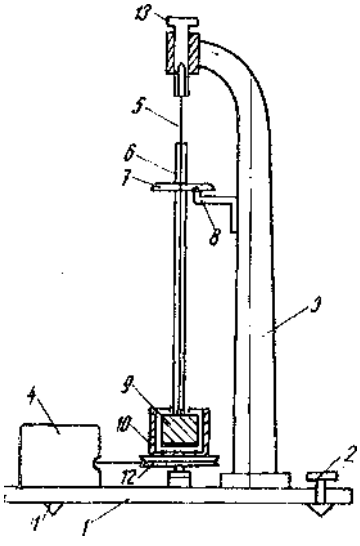


Рис. 6. Прибор СНГ-2

Для определения тиксотропии раствора выполняется повторное измерение, но уже по истечении 10 минут по секундомеру. С этой целью сразу же после первого измерения осторожно внутренним цилиндром размешать раствор, установить "0" шкалы против риски и дать глинистому раствору стабилизироваться в течение 10 минут и выполнить измерение.

При работе и установке шкалы "0" наблюдающий должен следить за совпадением рисок, нанесенных с обеих сторон, чтобы исключить ошибку параллакса при отсчете.

Производство каждого замера от момента пуска электродвигателя до момента остановки подвесного цилиндра не должно продолжаться более 1 минуты, чему соответствует максимальный отсчет 70°.

Если замер продолжался более 1 минуты, его следует признать некачественным, а выбранный предел измерения недостаточным. В этом случае следует заменить нить на более толстую с большим пределом измерения.

Если показания прибора было в пределах 10°, замер следует признать неточным, а выбранный предел измерения слишком большим.

В этом случае следует заменить нить на более тонкую с меньшим пределом измерения.

Полученное в результате измерения показание в градусах следует пересчитать в мг/см^2 путем умножения на коэффициент, соответствующий данной нити и приведенный в паспорте.

Например, в процессе измерения статического напряжения сдвига глинистого раствора внутренний цилиндр, подвешенный на упругой нити 5 с коэффициентом 2,725 м г/см · град. повернулся на 21°. Статическое напряжение сдвига в этом случае будет 2,725 мг/см · град · 21 = 57 мг/см^2 = 5,7 Па.

После измерений все детали, испачканные глинистым раствором, следует вымыть и насухо вытереть.

ПРИБОР ДЛЯ ИЗМЕРЕНИЯ РЕОЛОГИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ ПРОМЫВОЧНЫХ ЖИДКОСТЕЙ ВСН – 3

К реологическим параметрам относятся:

а) предельное напряжение сдвига – θ_1 и θ_{10} Па, характеризующее прочность структуры, образующейся в промывочной жидкости после 1 и 10 минут ;

б) эффективная вязкость $\eta_{эф}$, спз характеризующая вязкое сопротивление промывочной жидкости при данной скорости сдвига;

в) пластическая вязкость $\eta_{пл}$, спз - условная величина, являющаяся долей эффективной вязкости, которая возникает вследствие структурообразования в потоке промывочной жидкости;

г) предельное динамическое напряжение сдвига τ_0 , условная величина, характеризующая предел текучести в потоке промывочной жидкости.

Реологические показатели измеряются с помощью ВСН-3 по величине усилия, возникающего на подвесном цилиндре, погруженном в буровой раствор, при заданной скорости вращения наружного цилиндра.

Прибор ВСН-3 (рис. 7) состоит из корпуса 15, измерительного механизма 7-12, привода к нему 1,2 и подвесного кронштейна 14, на который ставится стакан с буровым раствором 13. Измерительный механизм имеет два коаксиально расположенных цилиндра, наружный (ротор) 11 и внутренний 12, укрепленный на оси, в верхней части которой расположен манометр 9 и измерительная шкала с делениями в градусах. Установка шкалы на "0" производится с помощью крутильной головки 8. Привод ротора осуществляется двигателями через многоступенчатую коробку передач. Прибор работает от сети переменного тока.

ИЗМЕРЕНИЕ СТАТИЧЕСКОГО НАПРЯЖЕНИЙ СДВИГА

Перед измерением чистый сухой стакан заполняют буровым раствором и ставят на кронштейн. Прибор включают и размешивают раствор при 9,600 $с^{-1}$ в течение 0,5 мин. По окончании перемешивания устанавливают шкалу на ”0" и раствор оставляют на 1 минуту. Одновременно переключают скорость вращения ротора на 0,0032 $с^{-1}$, снова включают прибор и отмечают угол максимального закручивания нити в градусах ($У_1$). Замер $У_{10}$ производят аналогично после 10 минут покоя. Статическое напряжение сдвига определяется по формуле:

$$Q_1 = k \cdot y_1$$
$$Q_{10} = k \cdot y_{10}$$

где: k- коэффициент прибора.

ИЗМЕРЕНИЕ ЭФФЕКТИВНОЙ И ПЛАСТИЧЕСКОЙ ВЯЗКОСТИ, ДИНАМИЧЕСКОГО НАПРЯЖЕНИЙ СДВИГА

Стакан прибора заполняют буровым раствором до метки и устанавливают на кронштейн. Включают прибор со скоростью вращения ротора 9,600 $с^{-1}$ и замеряют угол поворота (у) по установившимся показателям шкалы. Замер повторяют последовательно при 6,400; 4,800 и 3,200 $с^{-1}$. По окончании измерения прибор выключают, цилиндры моют и вытирают насухо.

По результатам измерений, полученных на приборе ВСН-3, рассчитывают реологические показатели - эффективную и пластическую вязкости, а также динамическое напряжение сдвига. Для расчета необходимо сделать графическое построение в координатах n – $У_1$, аналогичное изображенному на рис. 3.

Через точки, соответствующие значениям У при различных n проводят плавную линию 1 - реологическую кривую течения. Прямолинейный участок кривой продолжают до пересечения с осью абсцисс в точке $У_1$, и получают прямую 2.

Опустив перпендикуляр на ось абсцисс от точки прямой 2, соответствующей 9,600 $с^{-1}$ получают точку $ф_2$.

Реологические показатели рассчитывают по формулам:

$$\eta_{эф(n)} = \beta \frac{y_2}{n} \quad ;$$
$$\eta_{пл} = \beta \frac{\varphi_2 - \varphi_1}{n} \quad ;$$
$$\tau_0 = A \cdot y_1$$

где:

η эф - эффективная вязкость, спз;

$\eta_{пл}$ - пластическая вязкость, спз;

$Ъ_0$ – предельное динамическое напряжение сдвига, Па ;

А и В – коэффициенты приборов (указываются в паспортах);

$У_1$ и $У_2$ - углы в градусах (определяются по графику и соответствуют отрезкам ОУ1 и ОУ2).

Примечание: Если реологическая кривая имеет обратный наклон или не содержит прямолинейного участка (аналогично кривой 3 на рис.8) определяют только эффективную вязкость по формуле (1) с углом

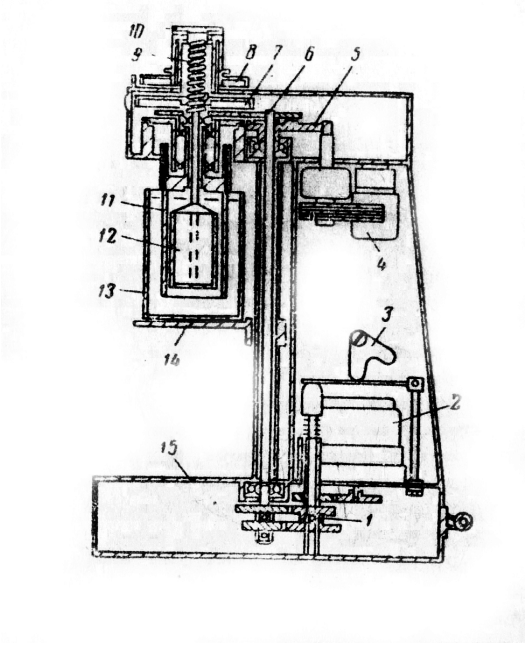


Рис. 7. Вискозиметр ВСН-3
1 - двухскоростной редуктор;
2 - синхронный двигатель СД-54;
3 - переключатель редуктора; 4 - синхронный двигатель СД-2;
5 - шестерня обгонной муфты; 6 - трансмиссионный вал; 7 - шкала измерительная; 3 - шкала крутильной головки; 9 - пружинный динамометр; 10 - наружный цилиндр; 11 - внутренний цилиндр, 13 - стакан с раствором; 14 - кронштейн; 15 - корпус.

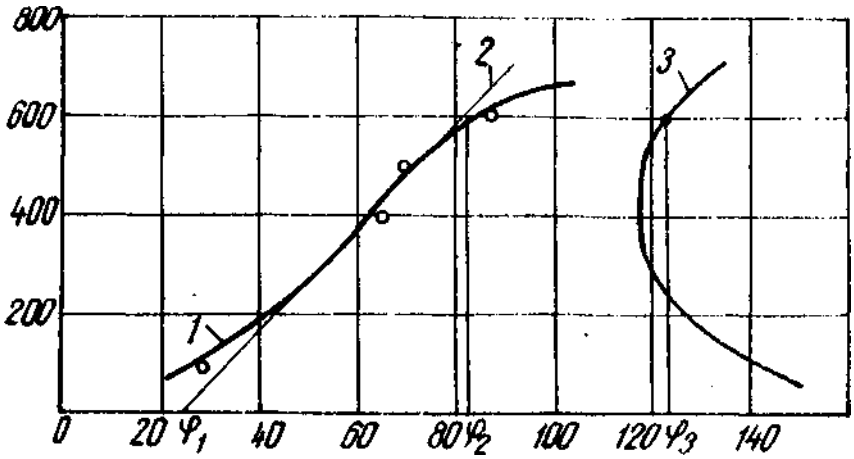


Рис. 8. Типы реологических кривых
1 - кривая, построенная по опытным точкам; 2 - прямая для расчета η пл и Ʈ0 ; 3 – кривая с обратным наклоном.

2. ПРИБОРЫ ДЛЯ ОЦЕНКИ ПОВЕРХНОСТЕЙ АКТИВНОСТИ И СМАЗОЧНЫХ СВОЙСТВ ПРОМЫВОЧНЫХ ЖИДКОСТЕЙ

Смазочные свойства промывочных жидкостей проявляются при введении в них активных добавок и эмульсолов.

Смазочные свойства в основном связаны с формированием смазочных пленок, в результате адсорбции поверхностно-активных веществ на трущихся поверхностях (бурильных трубах, стенках скважин, буровых наконечниках). Вольную роль на смазочные свойства оказывает pH среды.

Оценку адсорбционной активности ПАВ и их смазочных свойств можно осуществить по следующим параметрам:

1) поверхностное натяжение, Н/м ;
2) смачиваемость, В = Cos θ ;
3) стабильность, %*;*
4) порог быстрой коагуляции Пб·к, к/л;
5) водородный показатель, pH;
6) коэффициент трения, Кт;
7) предельная прочность смазочной пленки, $p_{кр}$ Па

ПРИБОРЫ И МЕТОДЫ ИЗМЕРЕНИЯ ВОДОРОДНОГО ПОКАЗАТЕЛЯ (pH)

Водородный показатель определяет концентрацию ионов водорода в промывочной жидкости, которые оказывают существенные влияния на физико-химические процесса, протекающие в жидкости и на эффективность химической обработки.

Для различных промывочных жидкостей существует своя оптимальная концентрация водородных ионов, при которой они более полно удовлетворяют требованиям технологии бурения в конкретных геолого - технических условиях. Контроль за концентрацией водородных ионов позволяет определить причины изменения свойств промывочной жидкости в процессе бурения и принять меры по восстановлению её качества.

Вода является слабо диссоциирующим веществом, в 1 л при 22 °С диссоциирует одна десятимиллионная часть грамм-молекулы с образованием $1 \cdot 10^{-7}$ г. ион водорода H^+ и $1 \cdot 10^{-7}$ г. ион гидроксильной группы ОН. Концентрация диссоциированных молекул H_2O в воде и разбавленных водных растворов является величиной постоянной, постоянным является и произведение концентраций водородных и гидроксильных ионов - так называемое ионное произведение воды (численное значение равно $1 \cdot 10^{-14}$).

Кислотность и щелочность раствора можно выражать через концентрации ионов H^+. Чтобы избежать неудобств, связанных с применением степенных отрицательных чисел, концентрацию водородных ионов принято выражать и логарифмом с обратным знаком и называть водородным показателем pH.

$pH = - \lg H^+$

В нейтральных растворах pH = 7 и уменьшается с ростом кислотности. В щелочных растворах pH>7 и повышается с ростом щелочности.

При повышении щелочности АГЖ ухудшаются щелочные свойства, происходит быстрое удаление адсорбционных пленок ПАВ с трущихся поверхностей, а у глинистого раствора наблюдается коагуляция, растет вязкость.

Для измерения pH в лабораторных условиях применяют специальные приборы pH-метры. Для измерения величины pH в этих приборах используется система со стеклянным электродом, электродвижущая сила которой зависит от активности ионов водорода в растворе.

Схема для измерения величины pH приведена на рис. 13. Стеклянный электрод 2

представляет собой трубку с пожни шариком 1 из специального стекла на конце. При погружении электрода в раствор между поверхностью шарика электрода и раствором происходит обмен ионами, в результате которого ионы лития в поверхностных слоях замещаются ионами водорода, и стеклянный электрод приобретает свойства водородного электрода.

Между поверхностью стекла и контролирующим раствором возникает разность потенциалов, величина которой определяется активностью ионов водорода в растворе.

Для создания электрической цепи при измерении применяются контактные электроды: внутренний контактный электрод, осуществляющий электрический контакт с раствором, заполняющим внутреннюю полость стеклянного электрода, и внешний контактный электрод (вспомогательный электрод), осуществляющий электрический контакт с контролируемым раствором. Для защиты от воздействия высоких температур (при измерении pH растворов, температуры которых выше температуры окружающей среды) вспомогательный электрод помещают вне контролируемого раствора и соединяют с ним при помощи электролитического ключа трубки, наполненной раствором хлористого калия и заканчивающейся пористой перегородкой

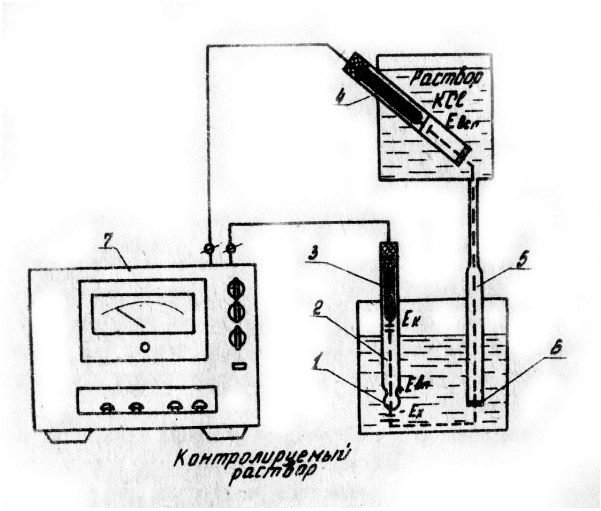


Рис. 9. Схема измерения pH раствора
1- полый шарик ив электродного стекла; 2- стеклянный электрод; 3- внутренне контактный электрод; 4- вспомогательный электрод; 5- электролитический ключ; 6- пористая перегородка; 7- pH-метр - pH-262 (измерительный прибор).

Раствор хлористого калия непрерывно просачивается через пористую перегородку, предотвращая проникновение из контролируемого раствора в систему электрода посторонних ионов, которые могли бы изменить величину ЭДС электрода.
Для измерения ЭДС электродной системы применяется компенсационная схема, позволяющая существенно уменьшить потребляемый ток электродной системы при измерении. При намерении электродвижущая сила Е электродной системы сравнивается с падением напряжения на сопротивлении, через которое протекает ток конечного каскада усилителя pH-метра. Этот ток пропорционален ЭДС электродвижущей системы, а следовательно, и величине pH контролируемого раствора.

Измерение поверхностного натяжения

Поверхностное натяжение - это величина удельной работы, которую нужно затратить, чтобы образовать единицу свободной поверхности (капли).

Измерение поверхностного натяжения в лабораторных условиях наиболее удобно производить на сталагмометре БашНИИнефть (рис.14). Определяется число капель в единице объема, формирующихся на границе раздела: водный раствор ПАВ -

воздух.

Основными частями прибора являются: 1 - микрометр, определяющий объем выдавливаемого раствора ; 2 - медицинский шприц, куда заливается исследуемый раствор ПАВ; 3 - капилляр с внутренним диаметром 0,8 мм и 4 - кронштейн.

Перед началом опыта внутреннюю поверхность шприца и капилляр обезжиривают хромовой смесью (5% порошка двухромового калия, растворенного в концентрированной серной кислоте) или ацетоном, а потом промывают дистиллированной водой.

Перед началом замеров необходимо определить постоянную капиляра. Для этого берут дистиллированную воду, поверхностное натяжение которой известно, и замеряют количество капель, появляющихся при выдвижении микрометренного винта на 1 см. Поверхностное натяжение води при данной температуре берется из табл.

Постоянная капилляра определяется по формуле:

$$K = б_в \cdot n_в$$

где: $б_в$ - поверхностное натяжение воды при данной температуре Н/м

$n_в$ - число капель воды при выдвижении шприца на 1 см.

Затем 50 $см^3$ активной промывочной жидкости профильтровывают через складчатый фильтр < менее 50 $см^3$ фильтрата брать не рекомендуется, так как в этом случае концентрация ПАВ существенно изменится вследствие адсорбции на фильтровальной бумаге).

При работе с глинистым раствором можно использовать для получения фильтра прибор ВМ-6.

Определяют температуру фильтрата, После получения равенства температур воды и фильтрата приступают к измерению. Подсчитывают число капель фильтрата при выдвижении микрометренного винта на 1 см. Замеры проводят три раза и находят среднее количество капель.

Поверхностное натяжение фильтрата определяется по формуле:

$$б_и = \frac{б_в \cdot n_п}{n_и} = \frac{K}{n_и}$$

где: $П_и$- число капель исследуемой жидкости;
K - постоянная капилляра.

Рис. 10. Сталагмометр
1- микрометр, 2-медицинский шприц;
3-капилляр; 4 - кронштейн

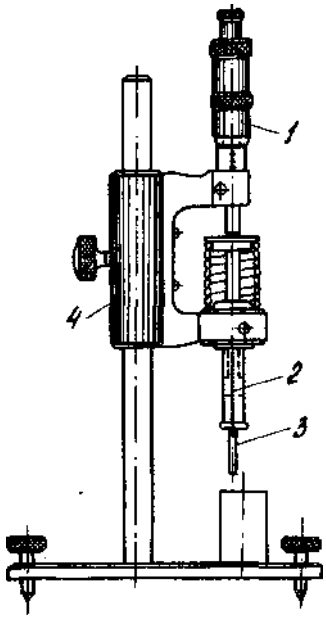


Таблица 1

Изменение поверхностного натяжения воды в зависимости от температуры

Температура воды, °С	Поверхностное натяжение, Н/м	Температура воды, °С	Поверхностное натяжение, Н/м
15	73.49	22	72,44
16	73,34	23	72,28
17	73,19	24	72,12
18	73,05	25	71,96
19	72,90	26	71,80
20	72,75	27	71,64
21	72,59	28	71,47

ОПРЕДЕЛЕНИЕ СМАЧИВАЕМОСТИ АПЖ

Способность АПЖ смачивать твердые поверхности характеризуется косинусом краевого угла смачивания, которая навивается смачиваемостью (В = Cos *в*)

Краевой угол смачивания на исследуемой поверхности (бурильная труба, горная порода) измеряется по форме капли, сфотографированной на пластинке.

Для снятия капли на пластинку применяется установка, схема которой приведена на рис. 11.

Установка состоит ив источника света 1, испытуемой поверхности 2, увеличителя с длинно-фокусной линзой 3, экрана 4, рамки 6.

Для измерения краевого угла смачивания исследуемых поверхностей готовится АШ с концентрациями ПАВ 0,5; 1; 2; 3; 4%. Перед нанесением капли на исследуемую поверхность её нужно обезжирить ацетоном или хромовой смесью, промыть дистиллированной водой и хорошо просушить. Для нанесения капель на поверхность дается выдержка 4 минуты с целью придания каппе равновесного кривого угла.

В течение данного времени капля проектируется на экран путем установки максимальной резкости в изображении контура капли перемещением увеличителя 3 по направляющей рамки 5.

После снятия капли на пластинку и её проявления, замеряется краевой угол. Для этого измеряется высота капли h и радиус площади контакта с поверхностью $r_к$. Зная эти размеры, рассчитывается смачиваемость по формулам:

при $\theta < 90°$ $$C_{o\phi}\theta = \frac{r_k^2 - h^2}{r_k^2 + h^2}$$

при $\theta > 90°$ $$C_{o\phi}\theta = 1 - \frac{h}{r_k}$$

Полученные расчетные данные заносятся в таблицу, на основании которых строятся графики *CosΘ=f(c)*. Данные графики позволяют оценить смачиваемость АПК поверхности горных пород и бурильных труб в зависимости от концентрации ПАВ. На основании полученных данных вычисляется работа адгезии, которая характеризует энергию сцепления смазочной пленки с трущимися поверхностями.

$$C_{o\phi}\theta = 1 - \frac{h}{r_k}$$

$$W_a = \sigma_{жг}(1 + C_{o\phi}\theta)$$

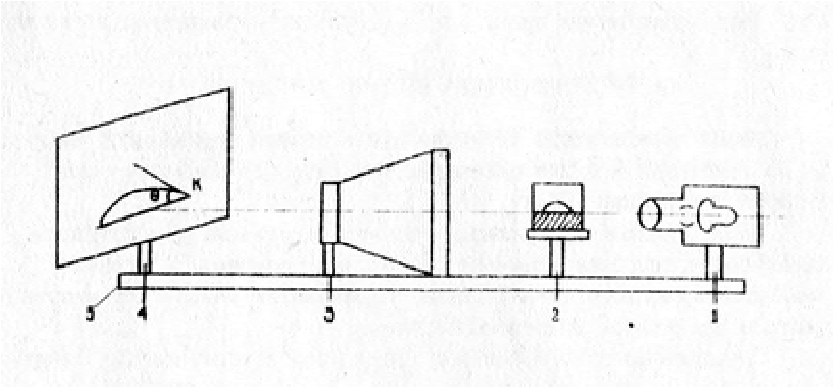


Рис.11. Установка для определения краевого угла смачивания.
источник света; 2 - испытуемая поверхность; 3 - увеличитель экран-пластинка; 5 - рама.

W_a - работа адгезии, Н/м ;
$б_{ж.г}$ - поверхностное натяжение на границе раздела жидкость-газ, *Н/м ;*
Cos θ - смачиваемость.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ СТАБИЛЬНОСТИ АПЖ

Под стабильностью, или устойчивостью понимается способность АПЖ сохранить свое агрегативное состояние, не расслаиваться в течение продолжительного времени.

Проба АПК заливается в мерный цилиндр, который оставляют в покое в течение трех часов при комнатной температуре. Если за это время расслоение жидкости не произойдет, то она считается стабильной. Расслоение может произойти в результате повышенной жесткости воды.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПОРОГА БЫСТРОЙ КОАГУЛЯЦИИ

Мерой агрегативной устойчивости активной промывочной жидкости по отношении к солям поливалентных металлов является порог быстрой коагуляции (Пб К).

Порог быстрой коагуляции - это та наименьшая концентрация электролита, которая вызывает снятие энергетического барьера электростатического отталкивания сближающихся коллоидных частиц и быстрое расслоение дисперсной системы.

Определение порога быстрой коагуляции осуществляется следующим образом. В начале готовятся растворы активной промывочной жидкости с концентрациями эмульсолов или ПАВ 0,5; 1; 2; 3; 4%. Затем приготовляются растворы с концентрациями электролитов ($CaCl_2$, $MgCl_2$) от О ,25 до 10/Ь в зависимости от коагулирующей активности электролита.

Раствор электролита заливается в бюретки объемом 10 мл с ценой деления 0,1 мл. Для проведения наблюдений берется пробирка и заполняется 2 мл активной промывочной жидкости. Потом исследуется раствор с помощью бюретки вводится электролит небольшими дозами (по 0,1 мл). После каждой добавки раствор интенсивно встряхивается и просматривается при просвечивании электрической лампой. Интенсивное помутнение раствора и выделение коагулированных хлопьев ПАВ свидетельствует о начале быстрой коагуляции раствора. Концентрация электролита, выраженная в г/л, которая вызывает быструю коагуляцию АПЖ, применяется за порог быстрой коагуляции.

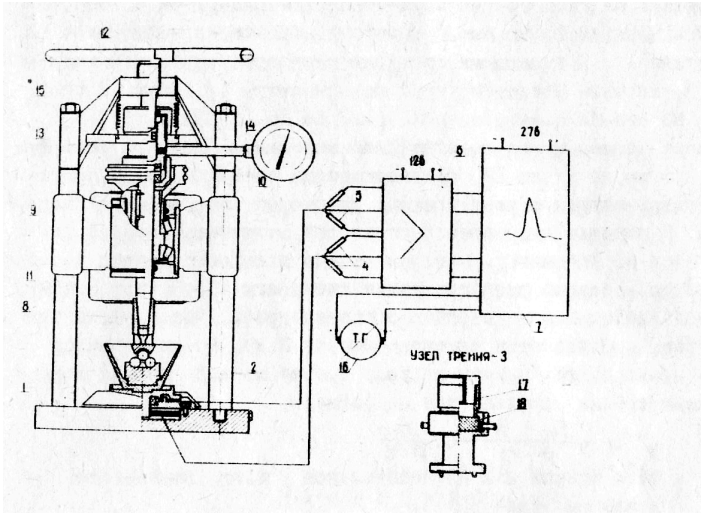


Рис. 12. Установка трения 1 - опорная станина; 2,3 - узлы трения; 4,5 - тенаодатчик; 6 - тензоусилитель; 7 - осциллограф; 8 - шпиндель; 0 - корпус шпинделя; 10 - шкив; 11 - электродвигатель; 12 - нагрузочный винт; 13 - гидропресс; 14 - манометр, 15 - нагрузочная траверса; - тахогвнератор

ИЗМЕРЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ТРЕНИЯ

Коэффициент трения определяется на установке трения, которая монтируются узлы трения 2 и 3. Узел 2 служит для измерения коэффициента трения на контакте металл-металл, и узел 3 - на контакте металл-горная порода. Узел 2 представляет собой четырехшариковую пирамиду, установленную на поверхности стола, который связан с измерительной пружиной, с наклеенными на ней тензодатчиками 4. К тензодатчику подсоединяется тензоусилитель 8, и осциллограф 7. Давление на узел трения осуществляется шпинделем 8, смонтированным в корпусе 9. Вращение шпинделя передается черев шкив 10 от двигателя 11. Нагрузка на шпиндель создается винтом 12 гидропресса 13, которая регистрируется по манометру 14. Винт 12 перемещается по резьбе в нагрузочной траверсе 15.

Замеры производятся по следующей методике. Стальные шары диаметром 8,5 мм из стали IX, предварительно обезжиривается ацетоном, устанавливаются в узел трения, в который заливается исследуемая АПЖ. С помощью гидропресса создается нагрузка, которая регистрируется по манометру. Латером плавно включается мотор до полных оборотов, которые регистрируется счетчиком 16. В этот момент включается записывающее устройство осциллографа. После обработки осциллограмм определяется крутящий момент М кр. По аналогичной методике производятся замеры на узле трения металл- горная порода Коэффициент трения определяется по формуле:

$$K_T = \frac{F_{TP} \cdot R}{P \cdot r} = \frac{M_{кр}}{P \cdot r}$$

где: $F_{тр}$ - сила трения или горизонтальное усилие, вызывающее движение стола, Н;
R - радиус подвижного стола, и ;
Р - осевая нагрузка на шпиндель, Н ;
r - радиус четырехшариковой пирамиды, м ;
М кр - крутящий момент на подвижном столе, кг · $м^2$;

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПРЕДЕЛЬНОЙ ПРОЧНОСТИ СМАЗОЧНОЙ ПЛЕНКИ

Под предельной прочностью смазочной пленки подразумевается критическое. давление на площадь контакта, при котором происходит выдавливание (разрушение) смазочной пленки.

Определение предельной прочности смазочной пленки производится на установке трения в следующей последовательности.

Исследуемая активная промывочная жидкость заливается в узел трения, создается последовательно нагрузка на шпиндель, ступенями включается вращение и замеряется величина крутящего момента при каждом нагружении.

Затем строится график в логарифмических координатах, М кр =*f* (Р). На графике находится точка резкого возрастания величины крутящего момента. Нагрузка, соответствующая этой точке принимается за $P_{мах}$.

Величина предельной прочности смазочной пленки в месте контакта определяется по формуле Герца-Беляева:

$$P_{кр} = 0{,}388\sqrt{\frac{1{,}64P_k E^2}{r^2}}$$

Где $Р_{кр}$ – критическое давление на площадь контакта, кг · $м^2$,

$Р_к$ - контактная нагрузка, Н;

Е – модуль упругости, кг/$мм^2$ (для стали Е = 2,1х10^{-4} кг/$м^2$);

r - радиус шара, м;

$Р_к$ = 0,41 Р;

где $Р_{мах}$ - осевая нагрузка в момент выдавливания пленки.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Контроль параметров промывочных жидкостей в процессе бурения является важным условием сохранения качества промывочной жидкости и поддержания устойчивости ствола скважины.

В методических разработках приведено описание основных приборов для измерения структурно-механических и антифрикционных параметров промывочных жидкостей и изложена методика их определения.

МИНОБРНАУКИ РФ

ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебно-методическому комплексу
_____ С.А.Упоров

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ К САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЕ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Б1.Б.1.19 ОСНОВЫ ГИДРОГЕОЛОГИИ И ИНЖЕНЕРНОЙ ГЕОЛОГИИ

Специальность:
21.05.02 Прикладная геология

Специализация № 3:
Геология нефти и газа

квалификация выпускника: горный инженер-геолог

Автор: Рубан Н. В., к. г.-м. н.

Одобрены на заседании кафедры
Гидрогеологии, инженерной геологии и геоэкологии
(название кафедры)
Зав. кафедрой _____
(подпись)
д.т.н., проф. Тагильцев С.Н.
(Фамилия И.О.)
Протокол № 194 от 12.02.2020
(Дата)

Рассмотрены методической комиссией
факультета геологии и геофизики
(название факультета)
Председатель _____
(подпись)
д.г.-м.н., проф. Бондарев В.И.
(Фамилия И.О.)
Протокол № 7 от 20.03.2020
(Дата)

Екатеринбург
2020

Методические указания по дисциплине «ОСНОВЫ ГИДРОГЕОЛОГИИ И ИНЖЕНЕРНОЙ ГЕОЛОГИИ» согласованы с выпускающей кафедрой **литологии и геологии горючих ископаемых**

Заведующий кафедрой ЛГГИ _____ к.г.-м.н., С.А. Рыльков____

подпись *И.О. Фамилия*

ОГЛАВЛЕНИЕ

	Введение	3
1.	Общие положения	4
2.	Самостоятельная работа студентов, обеспечивающая подготовку к аудиторным занятиям	7
	2.1. Повторение материала лекций	7
	2.2. Самостоятельное изучение тем курса	8
	2.3. Подготовка к практическим и лабораторным работам	8
3.	Другие виды самостоятельной работы	8
	3.1. Подготовка к зачёту	8

Введение

Самостоятельная работа в современном образовательном процессе рассматривается как форма организации обучения, которая способна обеспечивать самостоятельный поиск необходимой информации, творческое восприятие и осмысление учебного материала в ходе аудиторных занятий, разнообразные формы познавательной деятельности студентов на занятиях и во внеаудиторное время, развитие аналитических способностей, навыков контроля и планирования учебного времени, выработку умений и навыков рациональной организации учебного труда.

Таким образом, самостоятельная работа – форма организации образовательного процесса, стимулирующая активность, самостоятельность, познавательный интерес студентов.

В методических указаниях рассматриваются вопросы организации самостоятельной работы для студентов Уральского государственного горного университета.

Методическое указание включает три главы, которые логически связаны друг с другом. Первая глава знакомит читателя с теоретическими основами самостоятельной работы студентов и особенностями подготовки к ней в вузе. Во второй и третьей главах представлен материал, который содержит информацию о видах самостоятельной работы по данной дисциплине, а также об источниках информации для осуществления самостоятельной работы. Эмпирической основой разработки системы критериев и показателей оценки форм самостоятельной работы стал практический опыт работы преподавателей кафедры геодезии и кадастров.

1. ОБЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ

Самостоятельная работа студентов всех форм и видов обучения является одним из обязательных видов образовательной деятельности, обеспечивающей реализацию требований Федеральных государственных стандартов высшего образования (ФГОС), созданных на основе Федерального закона от 29.12.2012 г. № 273-ФЗ «Об образовании в Российской Федерации».

Конкретные требования к самостоятельной работе студентов определяются в Федеральных государственных образовательных стандартах высшего образования по направлению.

Нормативные требования к самостоятельной работе студентов дополняются документами локального характера: Уставом Уральского государственного горного университета, рабочей программой дисциплины.

Согласно требованиям нормативных документов, самостоятельная работа студентов является обязательным компонентом образовательного процесса, так как она обеспечивает закрепление получаемых на лекционных занятиях знаний путем приобретения навыков осмысления и расширения их содержания, навыков решения актуальных проблем формирования общекультурных и профессиональных компетенций, подготовки к практическим занятиям, сдаче зачета и экзамена.

Самостоятельная работа студентов представляет собой совокупность внеаудиторных занятий и работ, обеспечивающих успешное освоение образовательной программы высшего образования в соответствии с требованиями ФГОС.

Навыки самостоятельной работы по освоению каких-либо знаний приобретаются человеком с раннего детства и развиваются в течение всей жизни. К началу обучения в вузе каждый студент имеет личный опыт и навыки организации собственных действий, полученные в процессе обучения в школе, учреждениях дополнительного образования, во время внешкольных занятий и в

быту. Однако при обучении в вузе требования к организации самостоятельной работы существенно возрастают, так как они связаны с освоением сложных общекультурных и профессиональных компетенций.

Практика показывает, что студенты различаются по уровню готовности к реализации требований к самостоятельной работе. Выделяются две основные группы студентов. Первая характеризуется тем, что ее представители ориентированы на выполнение заданий самостоятельной работы и обладают универсальными учебными компетенциями, позволяющими успешно справиться с требованиями к ее выполнению (умением понимать и запоминать приобретаемую информацию, логически мыслить, воспроизводить материал письменно и устно, проводить измерения, вычисления, проектировать и т. д.). Студенты второй группы не имеют устойчивой ориентации на постоянное выполнение самостоятельной работы при освоении учебного материала и отличаются низким уровнем развития универсальных учебных компетенций и навыков самоорганизации.

Самостоятельная работа в рамках образовательного процесса в вузе решает следующие *задачи:*

- закрепление и расширение знаний, умений, полученных студентами во время аудиторных и внеаудиторных занятий, превращение их в стереотипы умственной и физической деятельности;

- приобретение дополнительных знаний и навыков по дисциплинам учебного плана;

- формирование и развитие знаний и навыков, связанных с научно-исследовательской деятельностью;

- развитие ориентации и установки на качественное освоение образовательной программы;

- развитие навыков самоорганизации;

- формирование самостоятельности мышления, способности к саморазвитию, самосовершенствованию и самореализации;

- выработка навыков эффективной самостоятельной профессиональной теоретической, практической и учебно-исследовательской деятельности.

Для реализации задач самостоятельной работы студентов и ее осуществления необходим *ряд условий*, которые обеспечивает университет:

- наличие материально-технической базы;

- наличие необходимого фонда информации для самостоятельной работы студентов и возможности работы с ним в аудиторное и внеаудиторное время;

- наличие помещений для выполнения конкретных заданий, входящих в самостоятельную работу студентов;

- обоснованность содержания заданий, входящих в самостоятельную работу студентов;

- связь самостоятельной работы с рабочими программами дисциплин, расчетом необходимого времени для самостоятельной работы;

- развитие преподавателями у студентов навыков самоорганизации, универсальных учебных компетенций;

- сопровождение преподавателями всех этапов выполнения самостоятельной работы студентов, текущий и конечный контроль ее результатов.

Специфическими *принципамиорганизации* самостоятельной работы в рамках современного образовательного процесса являются:

- принцип интерактивности обучения (обеспечение интерактивного диалога и обратной связи, которая позволяет осуществлять контроль и коррекцию действий студента);

- принцип развития интеллектуального потенциала студента (формирование алгоритмического, наглядно-образного, теоретического стилей мышления, умений принимать оптимальные или вариативные решения в сложной ситуации, умений обрабатывать информацию);

- принцип обеспечения целостности и непрерывности дидактического цикла обучения (предоставление возможности выполнения всех звеньев дидактического цикла в пределах темы, раздела, модуля).

Самостоятельная работа студентов планируется преподавателем в рабочей программе дисциплины.

Объем времени, отведенный на внеаудиторную самостоятельную работу, находит отражение: в учебном плане в целом по теоретическому обучению, по каждому из циклов дисциплин, по каждой дисциплине; в рабочих программах учебных дисциплин с ориентировочным распределением по разделам или конкретным темам.

Самостоятельная работа студентов классифицируется: по месту организации (аудиторная и внеаудиторная); по целям организации (цели дисциплины, сформулированные и обоснованные в рабочей программе); по способу организации (индивидуальная, групповая).

Выбор формы организации самостоятельной работы студентов (индивидуальная или групповая) определяется содержанием учебной дисциплины и формой организации обучения (лекция, семинар, практическое занятие, контрольное занятие и др.).

В зависимости от формы промежуточной аттестации виды самостоятельной работы дополняются подготовкой к экзамену, зачету и процедурами текущей аттестации.

2.САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА СТУДЕНТОВ, ОБЕСПЕЧИВАЮЩАЯ ПОДГОТОВКУ К АУДИТОРНЫМ ЗАНЯТИЯМ

2.1. Повторение материала лекций

Источники информации по теме лекции:

1) раздаточный материал, который предоставляется студенту в электронном виде перед каждым лекционным занятием;

2) конспект лекции, который студент пишет во время проведения лекционного занятия;

3) учебная литература, которая указана в рабочей программе дисциплины.

2.2. Самостоятельное изучение тем курса

Самостоятельное изучение тем осуществляется при обучении на заочной форме обучения.

Источники информации для самостоятельного изучения тем:

1) раздаточный материал, который предоставляется студенту в электронном виде перед сессией;

2) учебная литература, которая указана в рабочей программе дисциплины.

2.3. Подготовка к практическим и лабораторным занятиям

Типовые задания (примеры) работ, выполняемые на практических занятиях представлены в комплекте оценочных материалов.

Принципы работы на практических занятиях озвучиваются преподавателем на соответствующих лекционных занятиях.

Источники информации для подготовки к практическим занятиям:

1) раздаточный материал, который предоставляется студенту в электронном виде перед каждым лекционным занятием либо в начале сессии;

2) конспект лекции, который студент пишет во время проведения практического или лабораторного занятия (при наличии);

3) учебная литература, которая указана в рабочей программе дисциплины;

4) методические указания по выполнению практических и лабораторных занятий.

3. ДРУГИЕ ВИДЫ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ

3.1. Подготовка к зачету

В комплекте оценочных средств представлен перечень тестовых заданий, теоретических вопросов и практико-ориентированных заданий, которые входят в постав билетов.

Источники информации для подготовки к зачету:

1) раздаточный материал, который предоставляется студенту в электронном виде перед каждым лекционным занятием либо в начале сессии;

2) конспект лекции, который студент пишет во время проведения лекционного занятия (при наличии);

3) учебная литература, которая указана в рабочей программе дисциплины.

МИНОБРНАУКИ РФ

ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебно-методическому комплексу
_____С.А.Упоров

МЕТОДИЧЕСКОЕ ПОСОБИЕПО ВЫПОЛНЕНИЮ ИНДИВИДУАЛЬНОЙ ГРАФИЧЕСКОЙ РАБОТЫ «БЛОК-ДИАГРАММА»ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Б1.Б.1.20 ИНЖЕНЕРНО-ГЕОЛОГИЧЕСКАЯ ГРАФИКА

Специальность:
21.05.02 Прикладная геология

Специализация № 3:
Геология нефти и газа

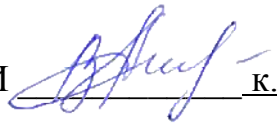
Авторы: Бабич В.Н., к.т.н, Шангина Е.И., д.пед.н.

Одобрено на заседании кафедры
Инженерной графики
(название кафедры)
Зав. кафедрой _____
(подпись)
д.п.н., проф. Шангина Е.И.
(Фамилия И.О.)
Протокол № 4 от 19.03.2020
(Дата)

Рассмотрено методической комиссией
факультета геологии и геофизики
(название факультета)
Председатель _____
(подпись)
д.г.-м.н., проф. Бондарев В.И.
(Фамилия И.О.)
Протокол № 7 от 20.03.2020
(Дата)

Екатеринбург
2020

Методическоепособие подисциплине «ИНЖЕНЕРНО-ГЕОЛОГИЧЕСКАЯ ГРАФИКА» согласовано с выпускающей кафедрой **литологии и геологии горючих ископаемых**

Заведующий кафедрой ЛГГИ  к.г.-м.н., С.А. Рыльков

подпись *И.О. Фамилия*

ВВЕДЕНИЕ

Эпюр выполняется на формате Al(594× 841) в масштабе 1:1000 и включает в себя решение следующих задач:

- построение линии выхода пласта на поверхность;
- построение прямого разреза (вкрест простирания);
- построение вертикальных профилей АВ, ВС, СД, ДА, определяемых сторонами заданного плана;
- построение линии среза пласта по горизонту 92,5;
- построение блок-диаграммы (ячеечной), ограниченного вертикальными профилями АВ, ВС, CD, DA и плоскостью нулевого уровня ваксонометрии с линией выхода пласта на поверхность.

Исходные параметры всех вариантов сведены в таблицу №1и задаютсяследующим образом:

1. Месторождение ограничено двумя параллельными плоскостями - плоскостью кровли пласта (верхняя плоскость) и плоскостью подошвы (нижняя плоскость). Плоскость кровли пластазадаётся точкой **F**(x,y,z), азимутом падения α, интервалом **l** (масштабом паденияплоскости), параметры которых представлены в табл.l.

2. Горизонтальнаямощность$\mathbf{H_г}$ пласта нужна для построения плоскости, называемой подошвой, которая также задана в табл. 1.

3. Построение блок-диаграммы осуществляется в стандартной аксонометрической проекции, указанной ее номером. В конце таблицы для каждой стандартной аксонометрической проекции этот номер присвоен. Пример выполнения графической работы представлен на рис.7.

Построение линии выхода пласта на поверхность

Для нахождения линии пересечения плоскости с топографической поверхностью необходимо найти ряд общих точек, которые одновременно принадлежат плоскости и заданной поверхности. На плане топографическая поверхность задается изогипсами - плоскими линиями, параллельными горизонтальной плоскости проекций, каждая из которых имеет свою высотную отметку. Надо построить горизонтали плоскости кровли, имеющие такие жевысотные отметки, что и изогипсы на плане.

Плоскость кровли задана точкой **F**, азимутом падения α и интервалом**l** (см. табл.1). Построив плоскость кровли на плане (задав ее масштабом заложения), находим линию пересечения плоскости кровли с топографическойповерхностью. Точки, принадлежащие линии пересечения, получаются в ре –

зультате пересечения соответствующих изогипс и горизонталей плоскости кровли, т. е. имеющих одинаковые высотные отметки, если таковые имеются в пределах плана (рис. 1).

Найденные общие точки соединяют плавной кривой, которая будет являться линией пересечения плоскости и топографической поверхности.

Полученная линия кровли пласта обводится красным цветом.

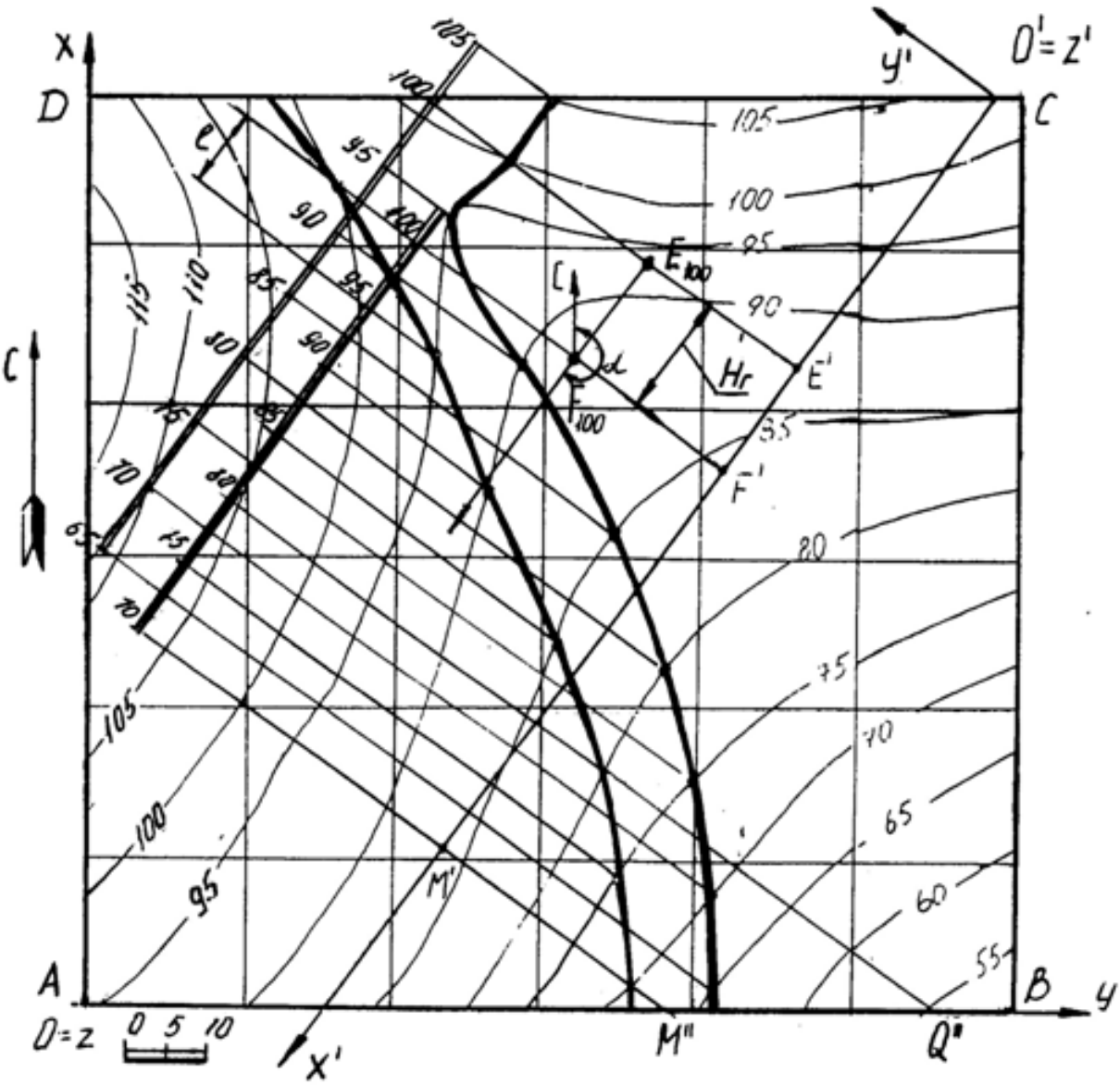


Рис 1

Пересечение плоскости подошвы пласта и топографической поверхности

Плоскость кровли пласта и плоскость подошвы пласта - две параллельные плоскости. Следовательно, на чертеже горизонтали этих плоскостей будут соответственно параллельны, масштабы заложения равны, направления падения их совпадают.

Горизонтальная мощность пласта определяется расстоянием между плоскостями кровлии подошвы пласта, измеряемое в горизонтальном направлении и в нашем случае равна $\mathbf{H}_г$ (см. табл.1). Следовательно, отложив отточки **F** расстояние, равное $\mathbf{H}_г$по направлению восстания плоскости пласта(т. к. плоскость подошвы ниже плоскости кровли), получим точку**E** с такойже высотной отметкой, как и у точки **F** (рис.1). Направление и масштаб заложения подошвы пласта будут такими же, как и у кровли пласта. Плоскостьподошвы пласта определяется точкой**E**, азимутом падения αи интервалом **l**.

Строят те горизонтали подошвы пласта, высотные отметки которых совпадают с высотными отметками изогипс. Находят общие точки, которые соединяют плавной кривой линией. Полученная линия подошвы пласта обводится синим цветом.

Полное построение линии выхода пласта на поверхность показано на рис.1.

Построение прямого разреза (вкрест простирания)

На планевыбирают вертикальную плоскость, перпендикулярную к горизонталям пласта (в удобном месте, как показано на рис. 1). Полученныйразрез называется прямым или вкрест простирания.

Разрез ограничивается нулевой плоскостью, топографической поверхностью и прямыми пересечения плоскости прямого разреза с ближайшимивертикальными плоскостями, ограниченными прямоугольником ABCD.

Для построения прямого разреза вводят декартову систему координат x'O'y' на плане, где ось O'x' совпадает с плоскостью разреза, ось O'y' перпендикулярна к оси O'x' (по часовой стрелке), ось z' проецируется в точку(рис. 1).

Вертикальный прямой разрез будет определяться осьюO'x' и осью O'z', где координата z' будет равна числовой отметке соответствующей изогипсы (рис. 2). Таким образом, получают построение вертикального прямого (вкрест простирания) разреза, на котором строят следы пласта.

Для построения следов пласта на разрезе вкрестпростирания поступают так. По горизонтали переносят точку **F** на след плоскости вертикального

разреза – осьO'x' и любую из горизонталей (например, 70) – точки F'и M'(рис. 1). На профиле (рис. 2) через полученные точки F'и M' проводят перпендикуляры, на которых откладывают высотные отметки кровли пласта. Затем проводят прямую линию – след кровли пласта.

Подошва пласта отстоит от кровли пласта на расстоянии, равном горизонтальной мощности пласта и строится параллельно плоскости кровли (рис. 2 – профиль ограничен нижней плоскостью с отметкой 40).

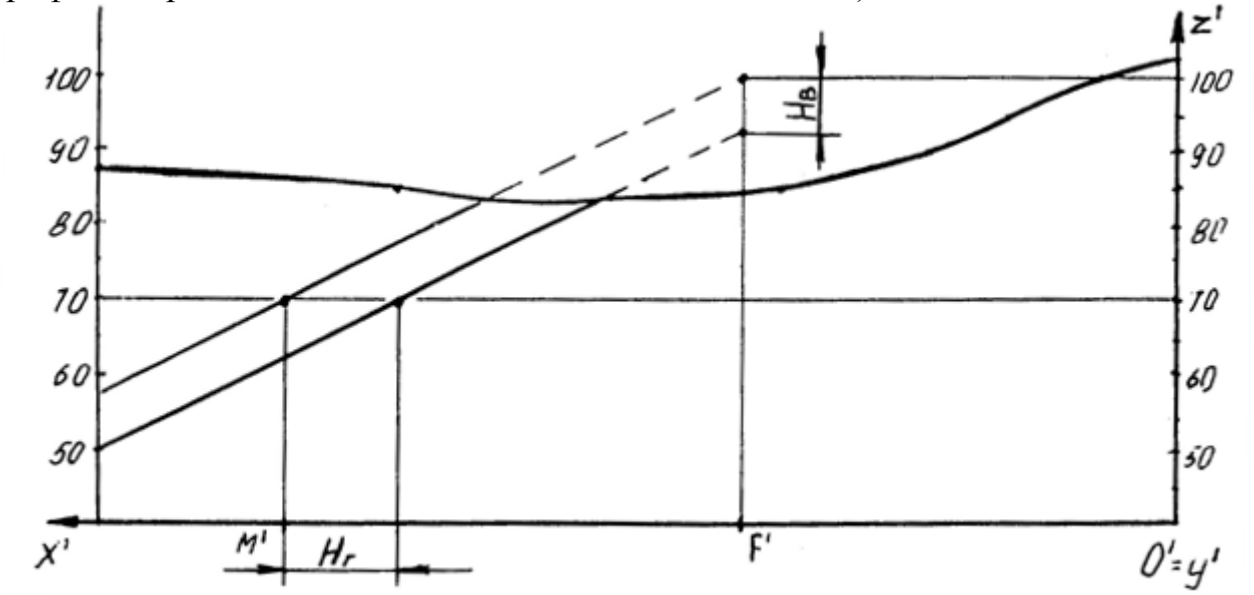


Рис. 2

Построение вертикальных профилей AB, BC, CD, DA выполняется аналогично. Пример построения вертикального профиля AB показан на рис. 3. Для построения подошвы от прямой следа плоскости кровли пласта откладывают вертикальную мощность $\mathbf{H_в}$, взятую с разреза вкрест простирания и проводят прямую, параллельную следу плоскости кровли.

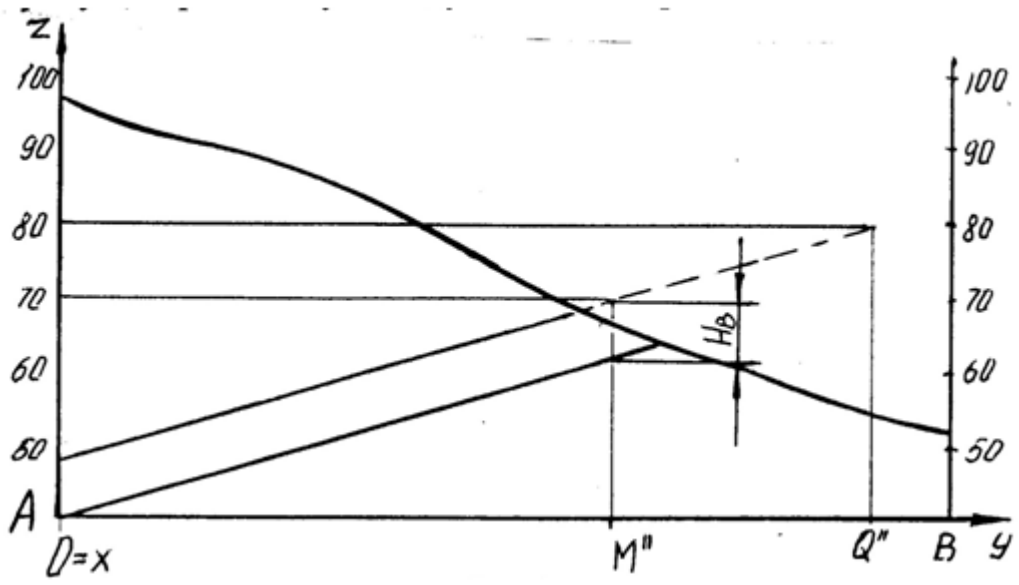


Рис. 3

Нахождение высотной отметки точки, не лежащей на изогипсе

Для построения высотной отметки точки а (рис. 4), не лежащей на изогипсе, поступают следующим образом:

- через точку А проводят кратчайшую прямую III между изогипсами 50 и 60;

- из точки пересечения с изогипсой 60 проводят прямую под произвольным углом, на которой откладывают отрезок, равный разности высотных отметок (т. е. 10) в заданном масштабе – точка II';

- соединяют полученную точку II' с точкой II, имеющей отметку 50 и с помощью подобных треугольников переносят точку А на прямую III', которую называют «высотной шкалой».

Таким образом точка А имеет высотную отметку 57.

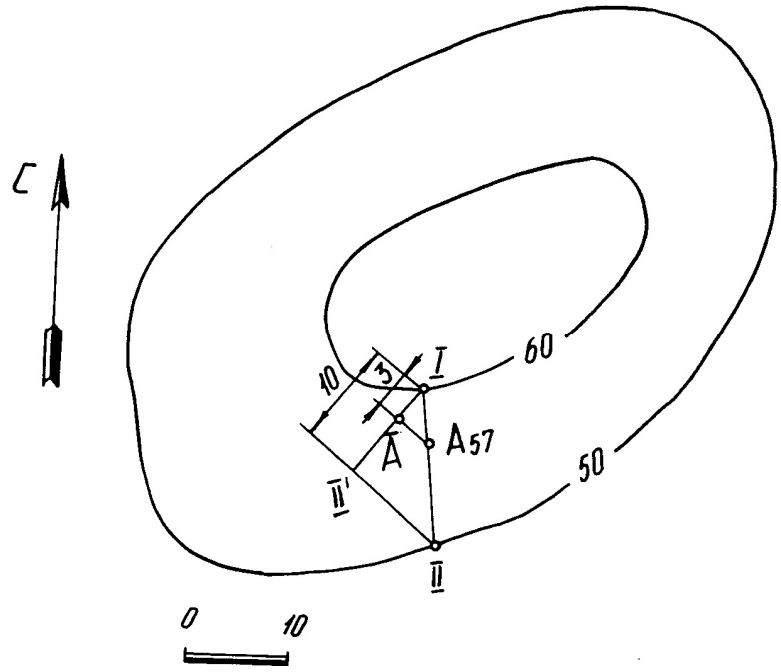
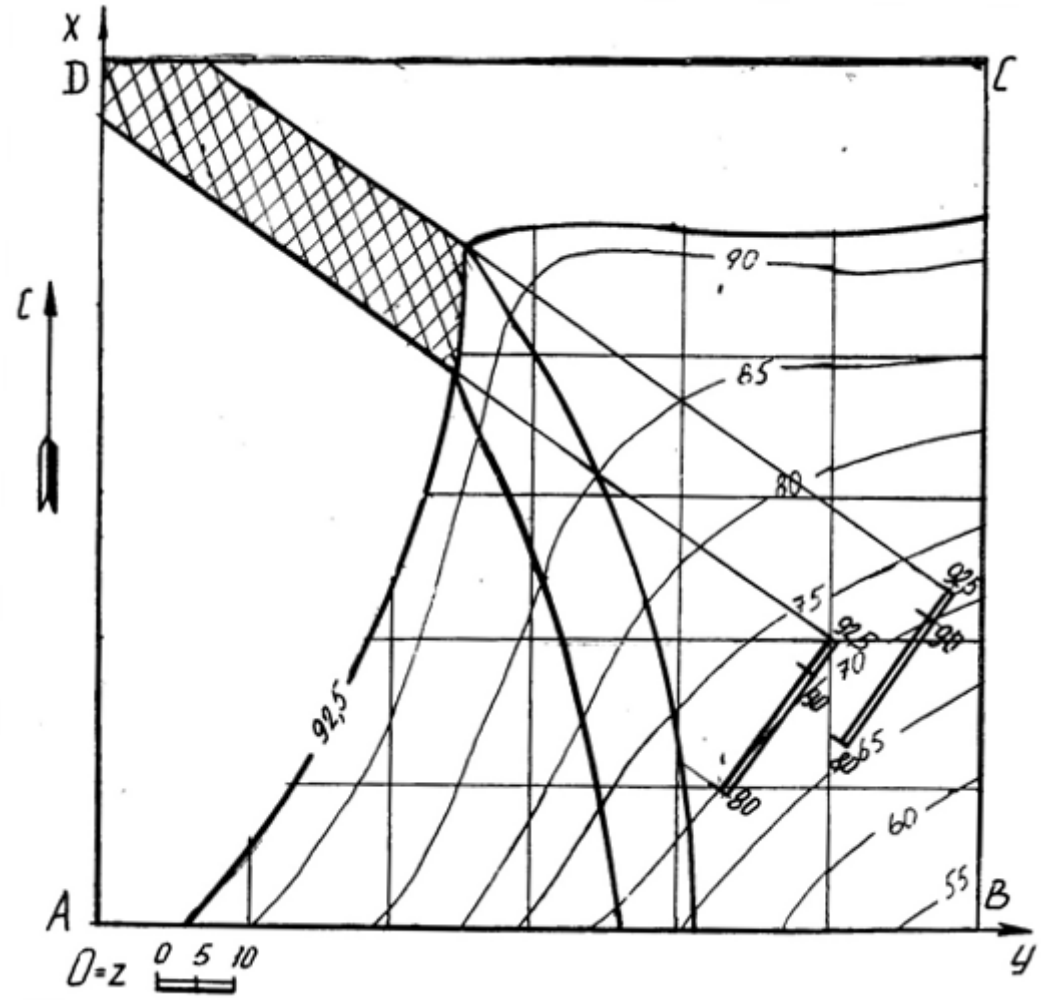


Рис. 4

Построение плана среза по горизонту 92,5

Для построенияплана среза воспользуемся умением находить высотные отметки точек, не лежащих на изогипсах, который был рассмотрен ранее.

Количество точек, необходимых для построения изогипсы 92,5, определяется самостоятельно в зависимости от конфигурации рядом лежащих изогипс. План среза по горизонту 92,5 показан на рис. 5.



Построение блок диаграммы части месторождения, ограниченного вертикальными профилями AB, BC, CD, DA и плоскостью нулевого уровня в аксонометрии с линией выхода пласта на поверхность

Блок диаграммой будем называть аксонометрическую проекцию части земной коры, ограниченную четырьмя вертикальными плоскостями, горизонтальной плоскостью (например, с отметкой ноль) и топографической поверхностью. Блок диаграмма строится ячеечная, т. е. заданный план разбивается на квадраты, размеры которых 250×250. Затем построения осуществляются по следующему алгоритму.

Алгоритм построения:

- на план наносим декартову систему координат, у которой ось X совпадает с AD, ось Yсовпадает с DC, ось Zсовпадает с точкой D;

- строим декартову систему координат в указанной аксонометрической проекции (прямоугольная изометрия, прямоугольная диметрия, косоугольная фронтальная диметрия, косоугольная горизонтальная изометрия - военная пер-

спектива, косоугольнаяфронтальнаяизометрия – кавальерная проекция) согласно ГОСТ 2.317 – 69;

- построение осуществляется по координатам тех точек, которые имеют точные высотные отметки, с учетом коэффициентов искажения по координатным осям. Пример построения показан на рис. 6.

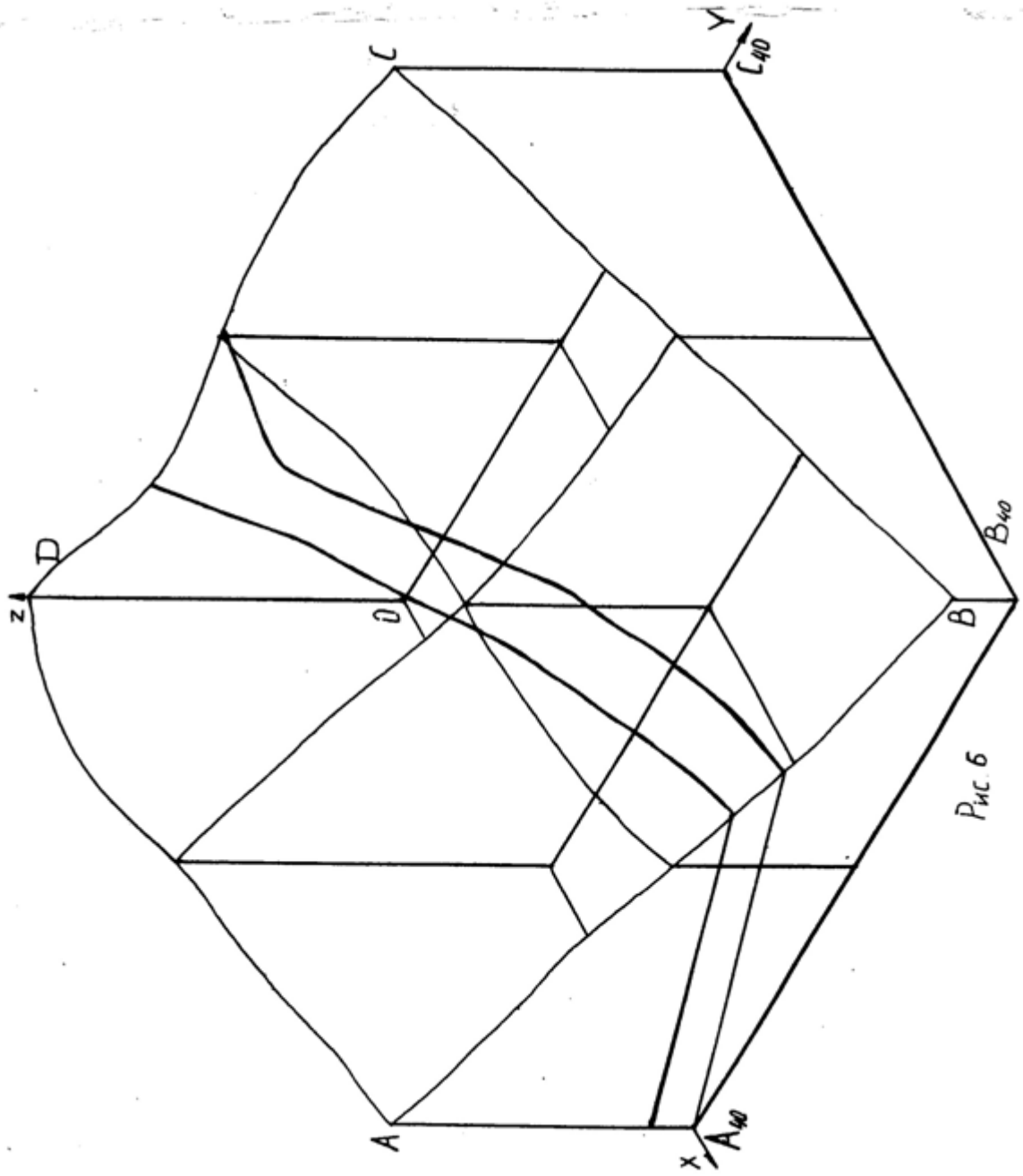


Рис. 6

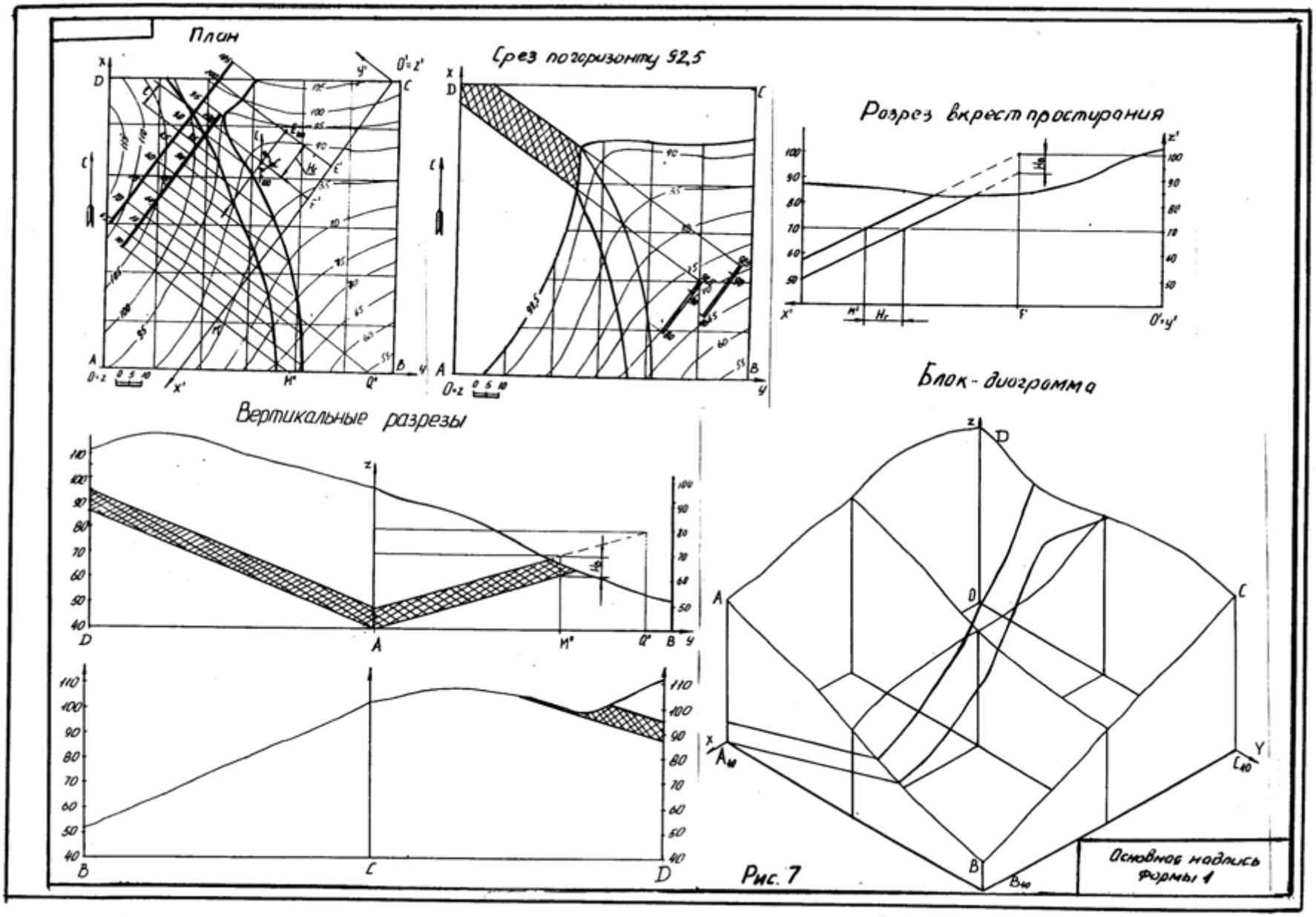

План
Срез погоризонту 92,5
Разрез вкрест простирания
Блок-диаграмма
Вертикальные разрезы
Основной надпись формы 1

Рис. 7

Таблица 1

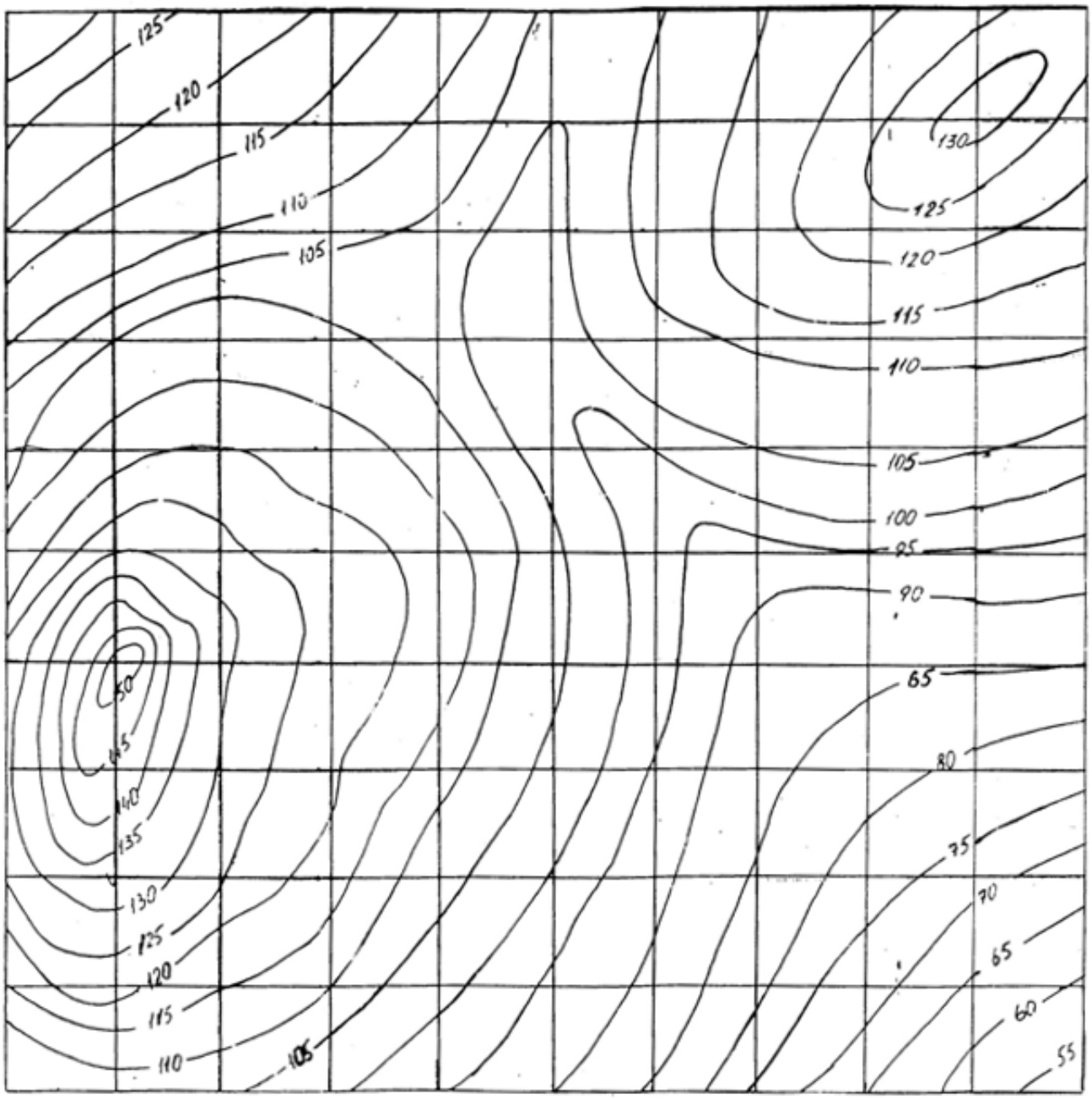
Номер варианта	Точка **F**			Азимут падения α°	Интервал плоскости кровли **l**, мм	Горизонтальная мощность $\mathbf{H}_г$, мм	Вид аксонометрии
	x	**y**	**z**				
1	2	3	4	5	6	7	8
1	46	10	120	210	20	180	1
2	20	85	110	170	20	75	2
3	67	40	100	210	20	30	3
4	78	25	120	190	20	50	4
5	98	110	105	80	20	30	5
6	40	135	105	30	20	15	1
7	60	60	85	225	20	45	2
8	38	105	100	135	14	17	3
9	46	10	120	210	20	155	4
10	20	85	110	170	20	95	5
11	67	40	100	210	20	100	1
12	78	25	120	190	20	85	2
13	98	100	105	80	20	15	3
14	40	135	105	30	20	45	4
15	60	60	85	225	20	65	5
16	38	105	100	135	14	31	1
17	55	40	95	190	20	70	2
18	46	10	120	210	20	135	3
19	20	85	110	170	20	110	4
20	67	40	100	210	20	125	5
21	78	25	120	190	20	105	1
22	135	20	120	260	20	135	2
23	20	110	115	30	20	30	3
24	98	35	80	225	20	45	4
25	38	105	100	135	14	60	5
26	46	10	120	210	20	115	1
27	115	135	130	170	20	20	2
28	27	42	100	210	20	75	3
29	115	135	130	170	20	50	4
30	97	95	115	210	20	70	5
31	135	20	120	260	20	145	1
32	58	177	80	135	14	31	2
33	27	42	100	210	20	95	3
34	115	135	130	170	20	65	4
35	97	95	115	210	20	95	5

Продолжение табл. 1

1	2	3	4	5	6	7	8
36	58	177	80	135	14	42	1
37	27	42	100	210	20	115	2
38	98	35	80	225	20	25	3
39	58	177	80	135	14	68	4
40	27	42	100	210	20	140	5

1 -прямоугольная изометрия (изометрия)
2 - прямоугольная диметрия (диметрия)
3 – косоугольная фронтальная диметрия (кабинетная проекция)
4 -косоугольнаяфронтальнаяизометрия (кавальерная проекция)
5 -косоугольная горизонтальная изометрия (военная перспектива)

ПЛАН ТОПОГРАФИЧЕСКОЙ ПОВЕРХНОСТИ



СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бабич В. Н., Шангина Е. И. Начертательная геометрия в проекциях с числовыми отметками: Учебное пособие.- Екатеринбург: Изд-во УГГГА, 1999. – 152 с.
2. Горная графическая документация. – Издание стандартов, 1983. – 200 с.
3. Ломоносов Г. Г. Инженерная графика. – М.: Недра, 1984. – 287 с.
4. Русскевич Н. Л. Начертательная геометрия. – Киев: «Вища школа», 1978. – 312 с.
5. Тарасов Б. Ф. Методы изображения в транспортном строительстве. – Ленинград: Стройиздат, 1987. – 248 с.

Бабич Владимир Николаевич
Шангина Елена Игоревна

Методическое пособие
по выполнениюиндивидуальной графической
работы «Блок-диаграмма» по дисциплине
«Начертательная геометрия. Инженерная графика»
для студентов направления 553200 –
«Геология и разведка полезных ископаемых»

2-е издание, стереотипное

Корректура кафедры инженерной графики

Подписано в печать 17.10.2003 г.
Бумага писчая. Формат бумаги 60×84 1/8
Печ. л. 0,9 Уч. - изд. 0,83. Тираж 100 экз. Заказ №128

Лаборатория педагогики
620144, г. Екатеринбург, ул. Куйбышева, 30
Уральская государственная горно-геологическая академия
Лаборатория множительной техники

МИНОБРНАУКИ РФ

ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебно-методическому комплексу
_____ С.А.Упоров

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЕ СТУДЕНТОВ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Б1.Б.1.20 ИНЖЕНЕРНО-ГЕОЛОГИЧЕСКАЯ ГРАФИКА

Специальность:
21.05.02 Прикладная геология

Специализация № 3:
Геология нефти и газа

Авторы: Фролов А.П., к.т.н.

Одобрены на заседании кафедры
Инженерной графики
(название кафедры)
Зав. кафедрой _____
(подпись)
д.п.н., проф. Шангина Е.И.
(Фамилия И.О.)
Протокол № 4 от 19.03.2020
(Дата)

Рассмотрены методической комиссией
факультета геологии и геофизики
(название факультета)
Председатель _____
(подпись)
д.г.-м.н., проф. Бондарев В.И.
(Фамилия И.О.)
Протокол № 7 от 20.03.2020
(Дата)

Екатеринбург
2020

Методические указания дисциплины «ИНЖЕНЕРНО-ГЕОЛОГИЧЕСКАЯ ГРАФИКА» согласованы с выпускающей кафедрой **литологии и геологии горючих ископаемых**

Заведующий кафедрой ЛГГИ _____к.г.-м.н., С.А. Рыльков____

подпись *И.О. Фамилия*

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ 6
1. ОБЩИЕ УКАЗАНИЯ 6
2. МЕТОДИКА РЕШЕНИЯ ЭПЮРА 6
3. ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЬ ВЫПОЛНЕНИЯ ЭПЮРА 8
4. ПРИЛОЖЕНИЕ 1 16
5. СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ 17

ВВЕДЕНИЕ

Данное пособие предназначено для оказания помощи студентам при выполнении графической работы «Эпюр №1» по курсу «Начертательная геометрия».

Цель работы - научиться строить линию пересечения заданных плоских фигур, определять видимость этих фигур на проекциях.

Графическая работа «Эпюр №1» является первым самостоятельным заданием студента по дисциплине «Начертательная геометрия». Для выполнения этой работы студент должен изучить следующие разделы начертательной геометрии: «Точка и прямая», «Плоскость», «Взаимное положение прямой и плоскости», «Взаимное положение двух плоскостей».

1. ОБЩИЕ УКАЗАНИЯ

Графическая работа «Эпюр №1» выполняется в масштабе 1:1 на формате А3 (297×420 мм). В правом нижнем углу формата А3 студент выполняет основную надпись – форма 1 по ГОСТ 2.104-68. Пример заполнения основной надписи приведен в Приложении I. В левом верхнем углу формата выполняется дополнительная графа 26 (14×70 мм). Пример выполнения графической работы дан в Приложении I.

В соответствии с ГОСТ 2.303-68 задание выполняется следующими типами линий:

- линии видимого контура толщиной S, равной 0,6÷0,8 мм;
- линии построения – сплошные тонкие, толщиной от $\frac{S}{3}$ до $\frac{S}{2}$;
- линии невидимого контура – штриховые, толщиной от $\frac{S}{3}$ до $\frac{S}{2}$;
- следы вспомогательных плоскостей-посредников изображаются разомкнутыми линиями, длиной 8-10 мм, толщиной от 1,5 *S* до 2*S*.

2. МЕТОДИКА РЕШЕНИЯ ЭПЮРА

Вариант задания включает в себя три различные геометрические плоские фигуры:

- фигура № 1 задана координатами трех точек, фигура № 2 (многоугольник) полностью задана координатами трех точек и оставшимися точками, у которых одна из координат заменяется условием их принадлежности к плоской фигуре № 2;

- фигура № 3 занимает проецирующее положение (фронтально-проецирующее или горизонтально-проецирующее) и задается очерком в виде кольца, серпа, круга или его части.

Выполнение эпюра состоит из графического решения нескольких задач:

1) достроить недостающую проекцию многоугольника;
2) построить проекции линии пересечения треугольника *ABC* и многоугольника;
3) построить проекции линии пересечения: треугольника с плоскостью частного положения; многоугольника с плоскостью частного положения;
4) определить видимость элементов фигур на чертеже, считая фигуры непрозрачными.

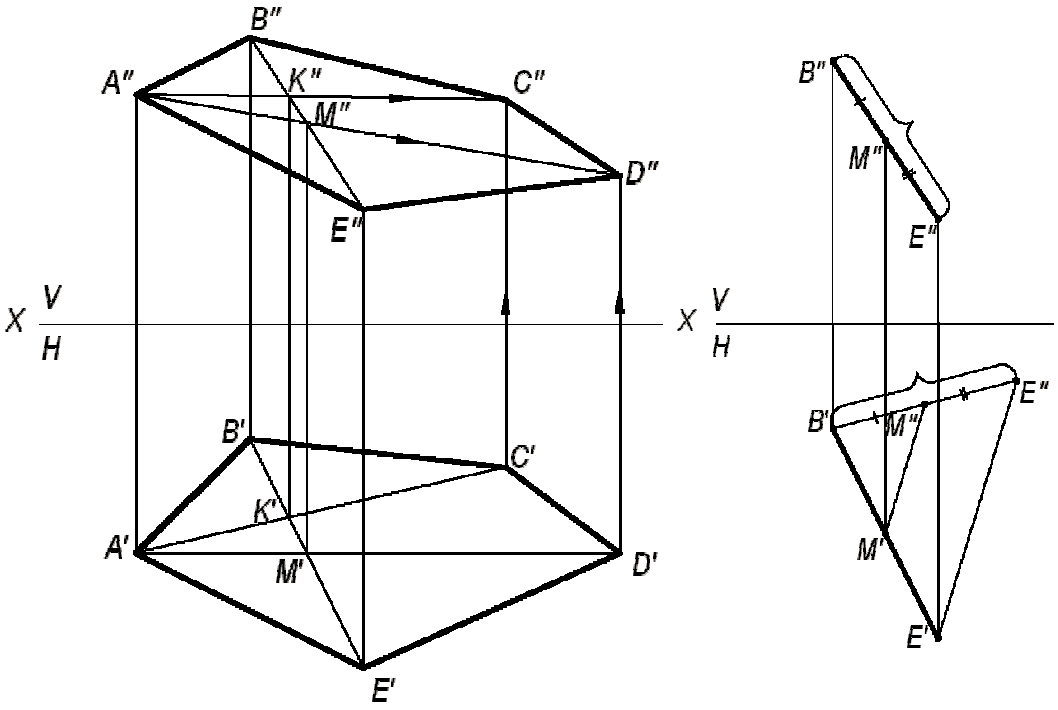
Исходные данные заданы численными значениями координат и сведены в таблицу.

3. ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЬ ВЫПОЛНЕНИЯ ЭПЮРА

Для выполнения графической работы студенту необходимо решить ряд задач.

Задача 1. Построение исходного чертежа многоугольника (рис. 1).

Горизонтальная проекция многоугольника *ABCDE* задана полностью, а фронтальная проекция только тремя проекциями точек *A″B″E″*. Необходимо достроить фронтальную проекцию точек *C* , *D*. При построении недостающей проекции заданного многоугольника необходимо соблюдать условие принадлежности точек данной фигуры к плоскости. Чтобы точки *C, D* лежали в плоскости, определенной тремя точками *A*, *B* и *E*, необходимо, чтобы они находились на прямых, лежащих в этой плоскости. Этими прямыми являются диагонали *AC*, *AD* и *BE*, горизонтальные проекции которых можно построить (рис. 1*а*).



а) *б*)

Рис. 1. Построение исходного чертежа многоугольника:

а- построение недостающих проекций вершин многоугольника; *б*- пропорциональное деление отрезка *BE*

На фронтальной проекции пятиугольника проводят проекцию диагонали *B″E″*. В плоскости пятиугольника лежат точки пересечения диагоналей *K* и *M*, горизонтальные проекции которых *K′* и *M′* имеются, а фронтальные проекции получаются в результате пересечения линий проекционной связи, проведенных из *K′* и *M′*, с диагональю *B″E″*. По двум точкам строятся фронтальные проекции других двух диагоналей *A″K″* и *A″M″*, на них должны лежать проекции точек *C″* и *D″*, которые определяются по их горизонтальным проекциям.

В случае, если линия совпадает по направлению с линией проекционной связи или круто наклонена к оси проекций, то недостающая проекция точки строится из условия пропорционального деления отрезка: если точка делит отрезок на пропорциональные части, то проекция этой точки делит проекции этого отрезка в том же отношении. На рис. 1*б* нужно построить горизонтальную проекцию точки *M′*. Из проекции точки *B′* проводят линию под углом меньше 90° к *B′E′* и на ней от проекции точки *B′* откладывают отрезки равные *B″M″* и *B″E″*. Соединяют *E′* и *E″* и параллельно этому направлению проводят от M″ линию до пересечения с *B′E′*. Получают искомую горизонтальную проекцию *M′*.

Задача 2. Построить точку пересечения прямой *MN* с плоскостью треугольника *ABC*.

Если прямая линия не параллельна плоскости, то она пересекает эту плоскость в действительной точке (см. рис. 2).

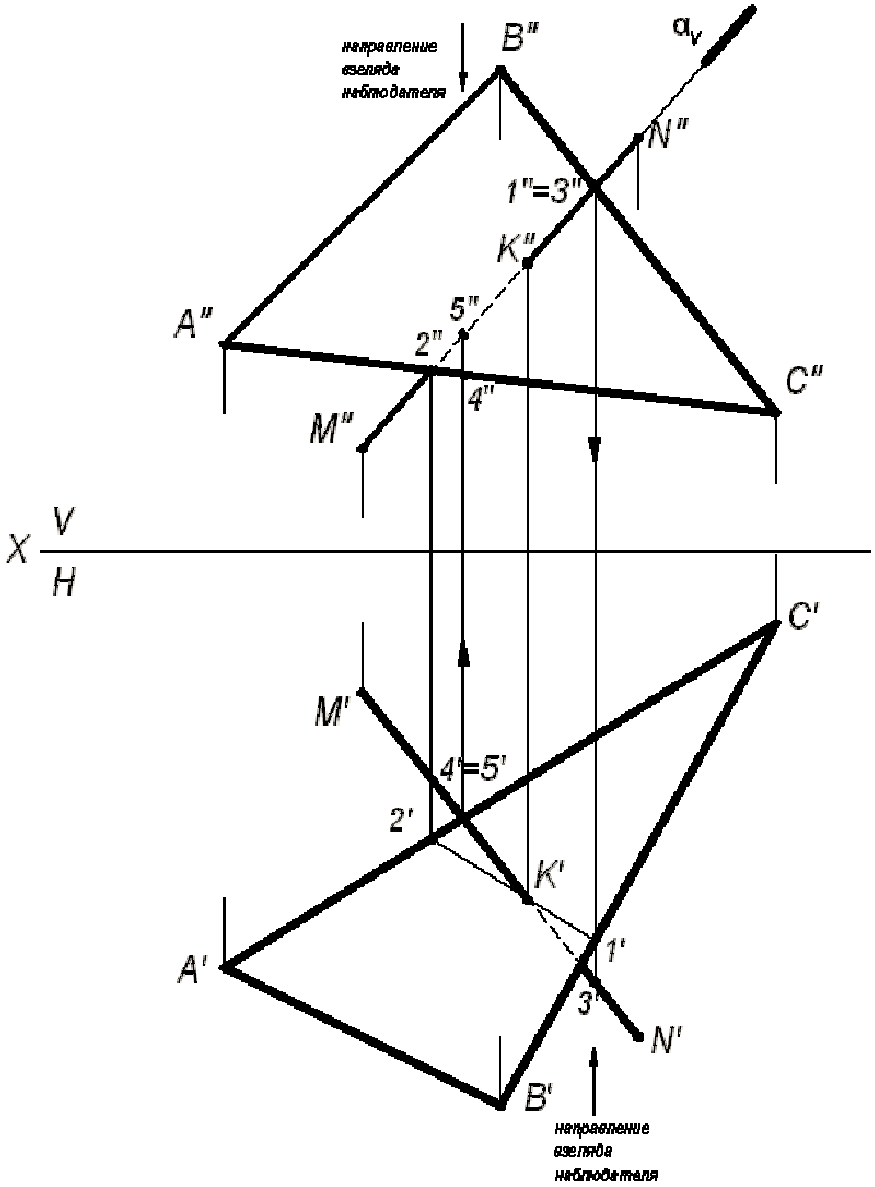


Рис. 2. Построение точки пересечения прямой с плоскостью

Алгоритм решения задачи:

1) Через заданную прямую *MN* проводим вспомогательную плоскость-посредник α, перпендикулярную фронтальной плоскости проекций. Следовательно, на фронтальной плоскости проекций *V* все точки плоскости-посредника α будут проецироваться в прямую линию, совпадающую с фронтальной проекцией прямой *M″N″*.

2) Находим линию пересечения вспомогательной плоскости-посредника α с заданной плоскостью треугольника *ABC*. На чертеже линия (1,2).

3) Находим искомую точку пересечения *K* прямой *MN* с плоскостью треугольника *ABC*. Она определяется как пересечение искомой прямой с найденной линией пересечения вспомогательной плоскости-посредника с плоскостью треугольника *ABC*.

Определение видимости на чертеже.

В начертательной геометрии плоскости считаются непрозрачными, поэтому необходимо на проекциях определить видимость.

Для определения видимости на чертеже используем метод конкурирующих точек, сущность которого заключается в выборе двух скрещивающихся прямых.

Для определения видимости на фронтальной плоскости проекций *V* поступают так. Выбираем две скрещивающиеся прямые *B″C″* и *M″N″*, фронтальные проекции которых пересекаются в точках 1 и 3. По горизонтальной проекции определяем, что проекция точки 3′, лежащая на проекции прямой *M′N′*, будет закрывать проекцию точки 1′, лежащую на проекции прямой *B′C′*, т. к она будет ближе к наблюдателю. На чертеже направление взгляда наблюдателя показано стрелкой. Следовательно, на фронтальной плоскости проекций проекция *M″N″* будет закрывать проекцию *B″C″*. Границей видимости является проекция точки пересечения К″.

Для определения видимости на горизонтальной плоскости проекций *H* выбираем две скрещивающиеся прямые *A′C′* и *M′N′*, горизонтальные проекции которых пересекаются в точках 4′ и 5′. По фронтальной проекции определяем, что проекция точки 5″, лежащая на проекции прямой *M″N″*, будет закрывать проекцию точки 4″, лежащую на проекции прямой *A″C″*, т. к. она будет ближе к наблюдателю. На чертеже направление взгляда наблюдателя показано стрелкой. Следовательно, на горизонтальной плоскости проекций проекция *M′N′* будет закрывать проекцию *A′C′*. Границей видимости является проекция точки пересечения *K′*.

Задача 3. Построение линии пересечения двух плоскостей, одна из которых занимает частное положение.

Даны две плоскости: плоскость Δ*ABC* – плоскость общего положения, плоскость Δ*DEK* – плоскость частного положения, которая расположена перпендикулярно фронтальной плоскости проекций (рис. 3).

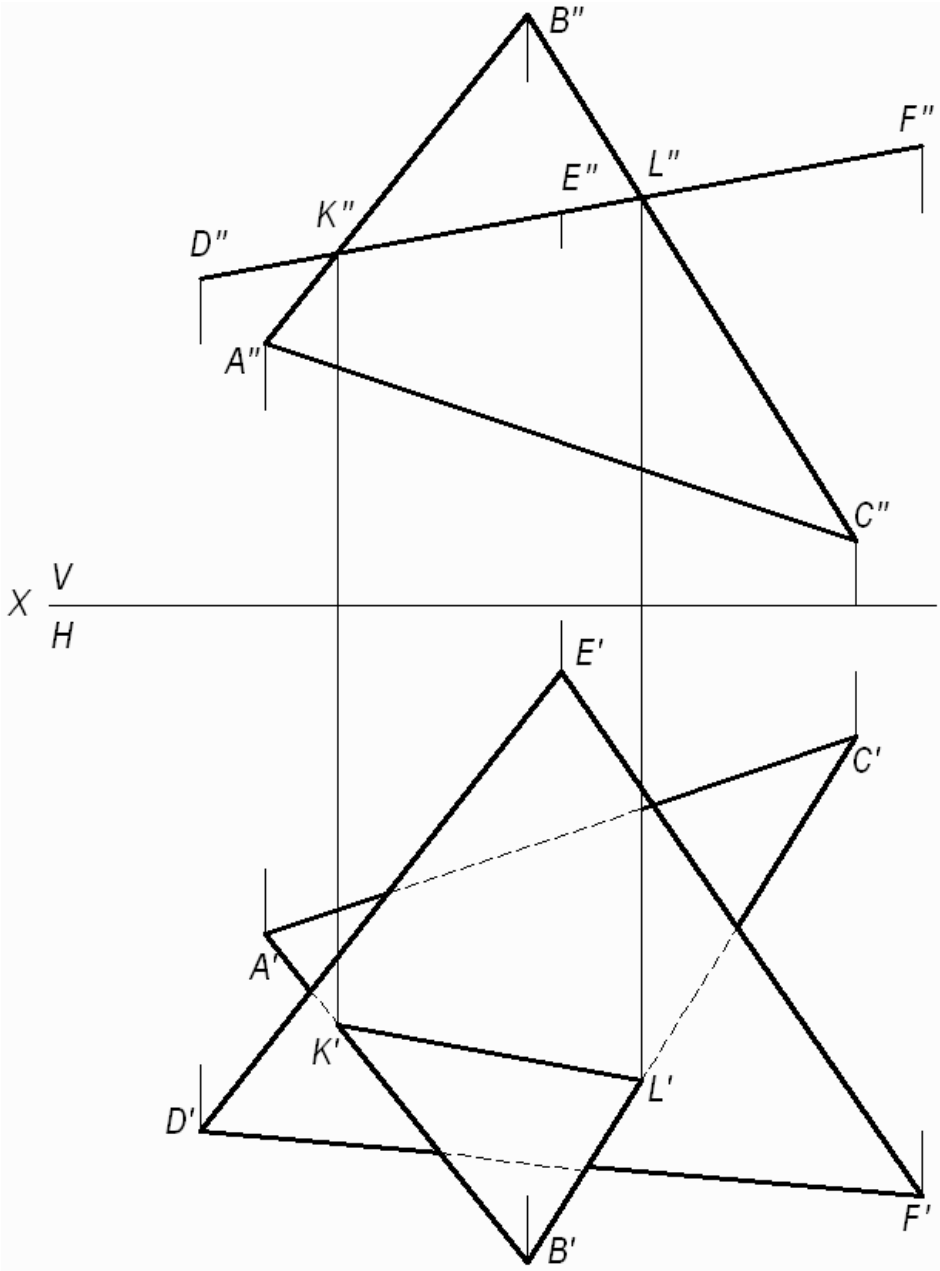


Рис. 3. Построение линии пересечения двух плоскостей, одна из которых занимает частное положение

Фронтальная проекция ΔDEK совпадает с фронтальным следом плоскости и фронтальной проекцией линии пересечения треугольников.

(*KL*) - линия пересечения двух треугольников. Проекции этой линии пересечения – фронтальную и горизонтальную строят исходя из свойства принадлежности точек *K* и *L* сторонам (*AB*) и (*BC)*, соответственно. Видимость треугольников на горизонтальной плоскости проекций определяем методом конкурирующих точек, рассмотренном в задаче 2.

Задача 4. Построение линии пересечения двух плоскостей общего положения.

Даны две плоскости общего положения, заданные треугольниками *ABC* и *DEK*. Построить линию пересечения двух треугольников, определить видимость треугольников на проекциях.

Прямая линия, получаемая при взаимном пересечении двух плоскостей, определяется двумя точками, каждая из которых одновременно принадлежит обеим плоскостям. Общие точки определяются решением основной позиционной задачи начертательной геометрии – построение точки пересечения прямой с плоскостью (см. рис. 2).

Для решения данной задачи проводят вспомогательные плоскости-посредники частного положения (проецирующие плоскости). Решение задачи приведено на рис. 4.

Алгоритм решения задачи:

1. Определяют первую точку линии пересечения двух треугольников – точку *M*.

1.1. Фронтально-проецирующая плоскость α проведена через сторону *DK* и задана на чертеже фронтальным следом α_V.

1.2. Плоскость α пересекает плоскость треугольника *ABC* по прямой (1,2), на чертеже строят две проекции этой прямой.

1.3. Прямая (1,2) пересекает сторону *DK* в точке *M*, строят две проекции точки *M*″ и *M*′.

2. Определяют вторую точку искомой линии пересечения двух треугольников – точку *N*.

2.1. Горизонтально-проецирующая плоскость β проведена через сторону *AB* и задана на чертеже горизонтальным следом β_H.

2.2. Плоскость β пересекает плоскость треугольника *DEK* по прямой (3,4), на чертеже строят две проекции этой прямой.

2.3. Прямая (3,4) пересекает *AB* в точке *N*, строят две проекции точки *N*″ и *N*′.

Плоскости треугольников *ABC* и *DEK* пересекаются по прямой *MN*.

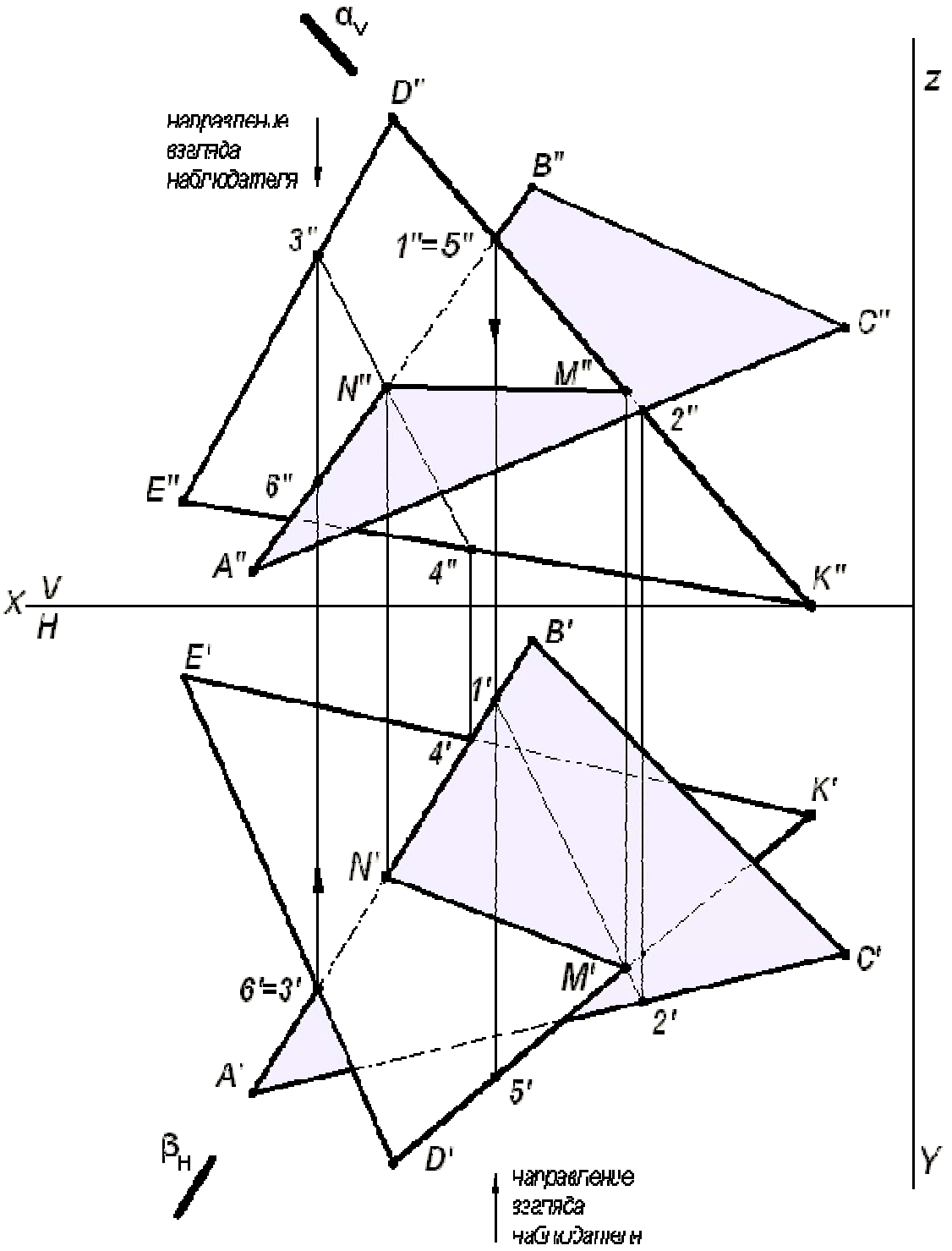


Рис. 4. Построение линии пересечения двух треугольников

3. Видимость плоских фигур на проекциях определяют методом конкурирующих точек.

Для определения видимости на фронтальной плоскости проекций *V* выбираем две скрещивающиеся прямые *D″K″* и *A″B″*, фронтальные проекции которых пересекаются в точках 1″ и 5″. По горизонтальной проекции определяем, что проекция точки 5′, лежащая на проекции прямой *D′K′*, будет закрывать про-

екцию точки 1′, лежащую на проекции прямой $A'B'$, т. к. она будет ближе к наблюдателю. Следовательно, на фронтальной плоскости проекция $D''K''$ будет закрывать проекцию $A''B''$. Границей видимости является проекция линии пересечения $M''N''$.

Для определения видимости на горизонтальной плоскости проекций H выбираем две скрещивающиеся прямые $A'B'$ и $D'E'$, горизонтальные проекции которых пересекаются в точках 3′ и 6′. По фронтальной проекции определяем, что проекция точки 3″, лежащая на проекции прямой $D''E''$, будет закрывать проекцию точки 6″, лежащую на проекции прямой $A''B''$, т.к. она будет ближе к наблюдателю. Следовательно, на горизонтальной плоскости проекция $D'E'$ будет закрывать проекцию $A'B'$. Границей видимости является проекция линии пересечения $N'M'$.

Задача 5. Построить две проекции линии пересечения плоскости α - общего положения, заданной следами и плоскости β - общего положения, заданной параллельными прямыми a и b.

Для решения данной задачи проводят вспомогательные плоскости-посредники частного положения (плоскости уровня), пересекающие заданные плоскости по прямым, недостающие проекции которых легко строятся и пересекаются в пределах чертежа.

Графическое решение задачи приведено на рис. 5.

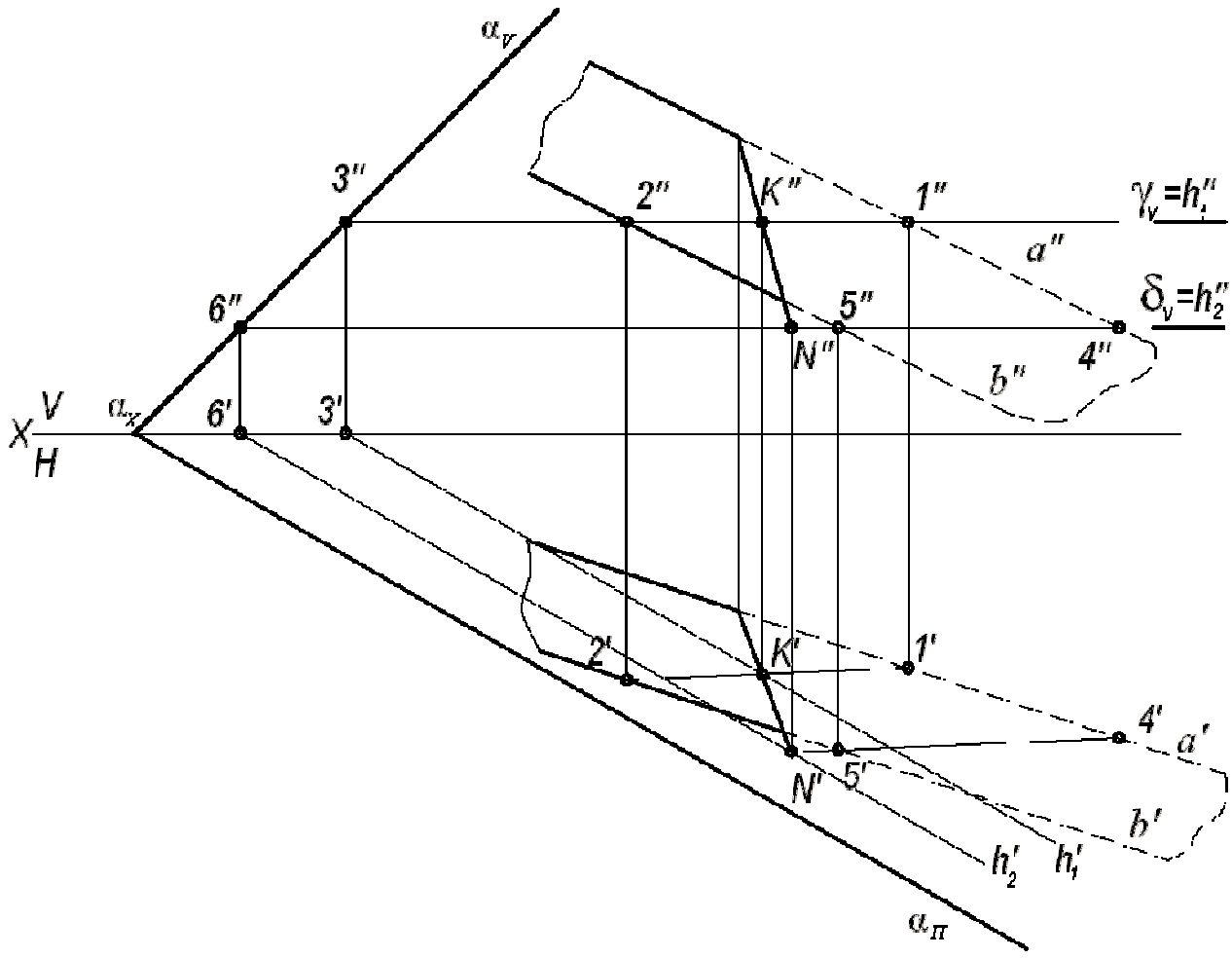
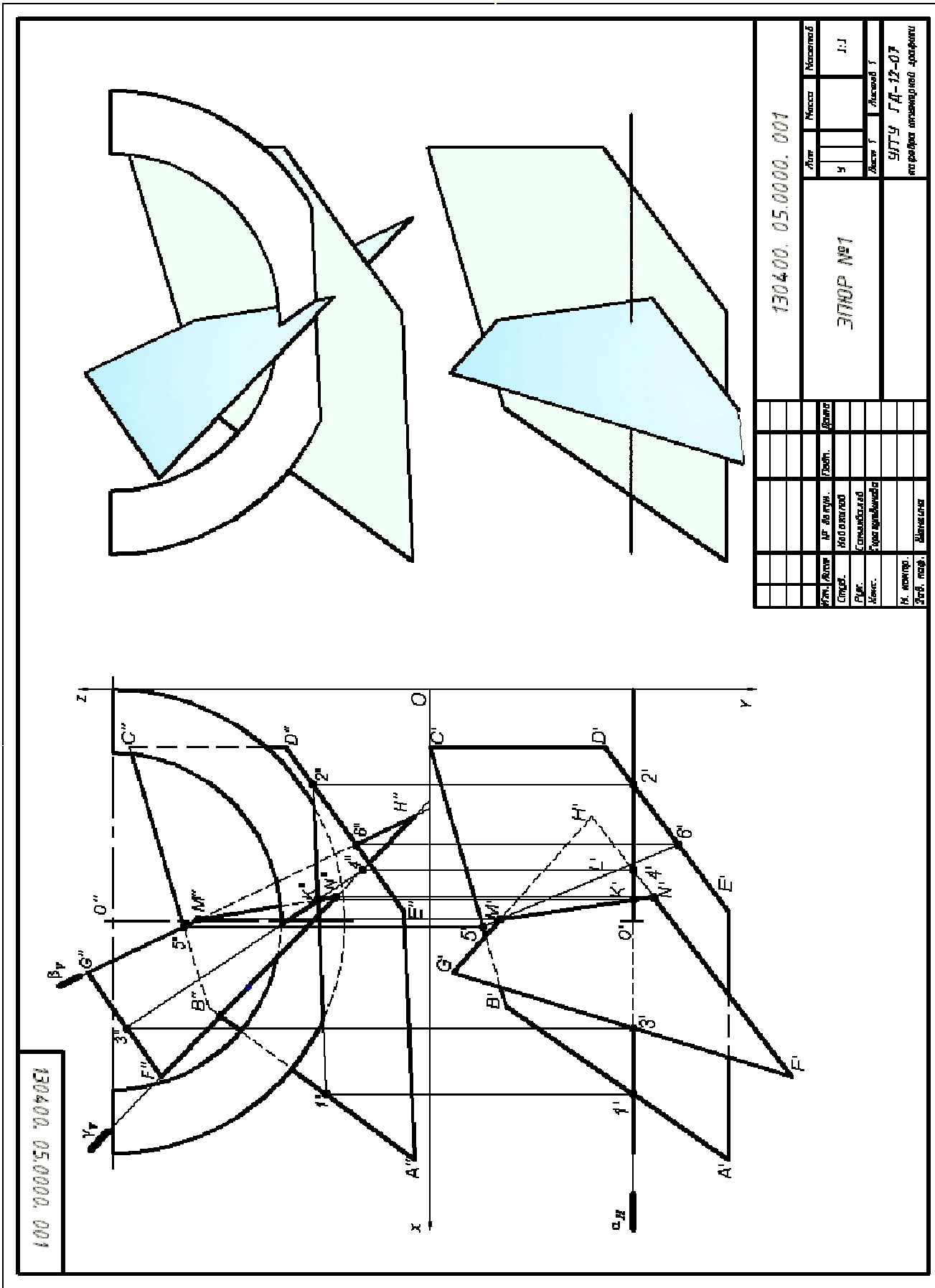


Рис. 5. Построение линии пересечения двух плоскостей

Вспомогательная горизонтальная плоскость-посредник γ задана следом γ_V и пересекает плоскость α по горизонтали, проходящей через точку 3, а плоскость β по горизонтали (1, 2). Горизонтальные проекции этих горизонталей пересекаются в точке *K*. Строят фронтальную проекцию точки *K*, используя свойство принадлежности точки прямой линии. Точка *K* принадлежит обеим плоскостям α и β. Вторая точка *N*, общая для двух плоскостей α и β, определяется второй вспомогательной плоскостью-посредником частного положения δ (на чертеже задана следом δ_V). Искомая прямая (*KN*) является линией пересечения двух плоскостей α и β.

ПРИЛОЖЕНИЕ 1



СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Гордон В.О., Семенцов-Огиевский М. А. Курс начертательной геометрии. Учеб. пособие. М.: Высшая школа. 2007.272 с.

2. Самохвалов Ю. И. Начертательная геометрия. Учебное пособие. Екатеринбург: Изд-во УГГУ. 2011. 121 с.

3. Самохвалов Ю. И., Шангина Е. И. Начертательная геометрия. Инженерная графика. Учебно-методическое пособие. Екатеринбург: Изд-во УГГУ. 2011. 96 с.

МИНОБРНАУКИ РФ

ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по учебно-методическому комплексу

_____С.А.Упоров

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ К КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЕ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Б1.Б.2.01 ЛИТОЛОГИЯ

Специальность:
21.05.02 Прикладная геология

Специализация № 3:
Геология нефти и газа

форма обучения: очная

Автор: Кривихин С.В., д.г.-м.н.

Одобрены на заседании кафедры
Литологии и геологии горючих ископаемых
(название кафедры)

Зав. кафедрой _____
(подпись)
к.г.-м.н., доц. Рыльков С.А.
(Фамилия И.О.)

Протокол № 7 от 03.03.2020
(Дата)

Рассмотрены методической комиссией
факультета геологии и геофизики
(название факультета)

Председатель _____
(подпись)
д.г.-м.н., проф. Бондарев В.И.
(Фамилия И.О.)

Протокол № 7 от 20.03.2020
(Дата)

Екатеринбург
2020

Введение

Учебным планом специальности 21.05.02 Прикладная геология по дисциплине «Литология» предусматривается написание контрольной работы на тему «Литолого-фациальное изучение образцов осадочных горных пород». Этосамостоятельный труд студента, который способствует углублённому изучению пройденного материала.

Задания контрольной работы направлены на оценку уровня умений и навыков, формирующих компетенцию:

ПСК-3.2:Способность обрабатывать и интерпретировать вскрытые глубокими скважинами геологические разрезы.

Результаты обучения, достижение которых свидетельствует об освоении компетенции:

*Знания:*предмет литологии, этапы её развития; современные разделы литологии; характеристику основных этапов формирования и «бытия» осадочных пород; основные внешние и внутренние факторы, влияющие на осадочный процесс; эволюцию основных типов осадочных пород во времени; закономерности распределения и формирования основных типов осадочных полезных ископаемых, их экономическое значение; эволюцию литосферы, гидросферы, атмосферы, биосферы в истории Земли; основные типы осадочных толщ, обстановки их формирования и типичные для них полезные ископаемые

*Умения:*работать с текстовой и графической литологической документацией; составлять различные виды первичной литологической документации обнажений и керна скважин (колонки, гистограммы, циклограммы, фациальные профили, формационные профили и т.д.); ориентироваться в пространстве, определять координаты геологических объектов, горных выработок и скважин, наносить их на карты, планы и разрезы; собирать и обрабатывать фондовую и опубликованную геологическую, информацию; выполнять графические документы горно-геологического содержания в различных видах проекций

Владения: навыками полевых литологических исследований, макроскопического (текстурно-структурного) изучения обнажений и образцов керна; навыками работы с литологическими колонками, картами терригенно-минеральных ассоциаций, литолого-палеогеографическими картами, схемами распределения осадочных формаций; другими типами литологических материалов; способностью анализировать и обобщать фондовые геологические, геохимические данные, регламентом составления геологических и методических разделов проектов производственных подразделений в составе творческих коллективов и самостоятельно.

Цель выполняемой работы:получить специальные знания по заданной теме.

Основные задачи выполняемой работы:

1) закрепление полученных ранее теоретических знаний;
2) выработка навыков самостоятельной работы;
3) оценка уровня подготовленности студента к будущей практической работе.

Задания к контрольной работе

Задание:

I Выполнить зарисовку образцов с выделением наиболее характерных текстурно-структурных признаков.

II. Выполнить детальное описание диагностических признаков образцов в следующей последовательности:

1. Порода, структура, состав:

а) гранулометрический состав (название породы);

б) изменение крупности зерна;

в) сортировка зерен;
г) окатанность зерен;
д) минеральный состав зерен;
е) характер галек и неокатанных включений (форма, состав, распределение).
2. Текстура:
а) тип слоистости (или соотношение нескольких типов);
б) четкость серий и слоев;
в) причины, обусловившие слоистость;
г) распределение материала в слойках;
д) толщина слоев и серий, углы наклона слойков;
е) переходы внутри слоя, однородность и другие признаки текстуры слоя в целом.
3. Органические остатки (растительные остатки и фауна)
а) чем представлены,
б) степень сохранности.
в) форма захоронения,
г) распределение в породе
4. Минеральные включения:
а) конкреции – форма, состав, строение, распределение в породе;
б) отдельные минералы – пирит и др.
5. Вскипаемость с соляной кислотой.
6.Физико-механические свойства
а) степень цементации,
б) трещиноватость
7. Контакты и переходы (нижний и верхний).

III. На основании описания и в соответствии с предложенной классификацией литолого-фациального состава пород определить фациальную принадлежность образцов

Вариативность работы осуществляется выдачей студентам индивидуальных наборов образцов

Порядок выполнения контрольной работы

Подготовку контрольной работы следует начинать с повторения соответствующего раздела учебника, учебных пособий по данной теме и конспектов лекций прочитанных ранее. Приступать к выполнению работы без изучения основных положений и понятий науки, не следует, так как в этом случае студент, как правило, плохо ориентируется в материале, не может отграничить смежные вопросы и сосредоточить внимание на основных, первостепенных проблемах рассматриваемой темы.

После выбора темы необходимо внимательно изучить методические рекомендации по подготовке контрольной работы, составить план работы, который должен включать основные вопросы, охватывающие в целом всю прорабатываемую тему.

Результат выполнения контрольной работы представляет собой решение задачи, выполненное в рукописном варианте, согласно представленному в задании плану.

Текст работы должен демонстрировать:

- знакомство автора с основными внешними и внутренними факторами, влияющими на осадочный процесс;
- умение проводить литологическое описание осадочных пород
- владение навыкамифациального расчленения отложений по комплексу диагностических признаков;
- приемлемый уровень языковой грамотности, включая владение функциональным стилем научного изложения.

Общий объем контрольной работы не должен превышать 2-3 страниц.

Пример описания образца:



Нижний слой представлен крупнозернистым алевролитом темно-серогодо черного цвета, с примесью в нижнейчасти светло-серого мелкозернистогопесчаного материала в виде тонкихслойков и линз. Сортированность средняя до плохой. Слоистость меняется откосо-волнистой прерывистой слабо срезанной в низах до пологоволнистойсплошной (полосовидной) в верхах; подчеркнута большим количеством разнообразной (от сечки до крупных фрагментов), неравномерно распределенной растительной органики. Повышение концентрации органики, наряду с утонением материала, имеет направленный (снизу вверх) характер.

Верхний слой представлен крупнозернистым темно-серым алевролитом –тонкозернистым песчаником, плохосортированным, с неоднородной косо-волнистой слоистостью, вплоть до узловатой текстуры, обусловленной неравно-мерным распределением большого количества крупной растительной органики иединичных слабоокатанных (1-2 балла) обломков темно-серых алевролитов, размером до 0,5 см.

Контакт слоев (по стрелкам) неровный, со взмучиваниями и соответствует межслоевому перерыву (диастеме), с относительно небольшой (по близкому составу и признакам слоев) длительностью.

Отложения макрофации пойменного аллювия (АП) Переход от фации АПС (внизу) к АПП вверху.

Оценивание результатов контрольной работы

Оценивание результатов контрольной работы должно быть проведено до начала промежуточной аттестации и проводится по традиционной четырехбалльной шкале: «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».

Решение об оценке контрольной работы принимается по результатам проверки предъявленной работы и ответов студента на вопросы в случае неполного ее содержания.

Свои критерии оценки из КОМа

Критерии оценивания: Правильность выполнения задания - (определения всех признаков) по каждому из образцов: 0-3 балла; аккуратность и детальность зарисовки каждого из образцов и обоснованное определение фации: 0-1 балл;использование профессиональной терминологии 0-1 балл

Критерии оценки:

Оценка «отлично» выставляется обучающемуся, если:

- зарисовка оформлена аккуратно, с выделением всех характерных признаков породы, по всем трем образцам диагностические признаки определены правильно и в полном объеме, в соответствии с требованиями; описание проведено в рамках профессиональной терминологии; генезис отложений определен верно.

Оценка «хорошо» выставляется обучающемуся, если:

-зарисовка оформлена аккуратно, с выделением всех характерных признаков породы; есть небольшие замечания по определению диагностических признаков по одному из трех образцов; описание в целом соответствует профессиональной терминологии; допускаются небольшие неточности при определении генезиса отложений.

Оценка «удовлетворительно» выставляется обучающемуся, если

- зарисовка не отражает всех особенностей образцов, диагностические признаки определены правильно как минимум по двум образцам (из трех), профессиональная терминология соблюдается не всегда; замечания по определению генезиса отложений..

Оценка «не удовлетворительно» выставляется обучающемуся, если зарисовки оформлены неаккуратно и не отражает особенностей образца; как минимум по двум образцам имеются замечания по определению диагностических признаков и генезису отложений.

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебно-методическому комплексу _____С.А. Чинаров

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ К САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЕ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Б1.Б2.01 ЛИТОЛОГИЯ

Специальность:
21.05.02 Прикладная геология

Специализация № 3:
Геология нефти и газа

Автор: Маслов А.В., д.г.-м.н.

Одобрены на заседании кафедры
Литологии и геологии горючих ископаемых
(название кафедры)
Зав. кафедрой _____
(подпись)
к.г.-м.н., доц. Рыльков С.А.
(Фамилия И.О.)
Протокол № 7 от 03.03.2020
(Дата)

Рассмотрены методической комиссией
факультета геологии и геофизики
(название факультета)
Председатель _____
(подпись)
д.г.-м.н., проф. Бондарев В.И.
(Фамилия И.О.)
Протокол № 7 от 20.03.2020
(Дата)

Екатеринбург
2020

Введение

Самостоятельная работа студента является важнейшей составной частью образовательной программы подготовки дипломированного специалиста. По курсу «Литология» обязательная самостоятельная работа студента осуществляется в следующих направлениях:

- ✓ выполнение домашних заданий;
- ✓ освоение материалов по отдельным темам, входящим в Рабочую программу дисциплины [5];
- ✓ подготовка к экзамену;

Самостоятельная работа студентов направлена на развитие интеллектуальных умений, повышение творческого потенциала студентов и заключается в:

– поиске, анализе, структурировании и презентации информации, анализе научных публикаций по вопросам литологии осадочных пород-коллекторов нефти и газа;

– исследовательской работе и участии в научных студенческих конференциях, семинарах и олимпиадах.

Оценка результатов самостоятельной работы организуется как единство двух форм: самоконтроль и контроль со стороны преподавателей.

Данные методические указания предназначены для организации самостоятельной работы студентов при освоении отдельных тем дисциплины.

Методические указания к самостоятельной работе студента

В последующем разделе пособия приведена развернутая программа дисциплины «Литология». Здесь указаны наименование и содержание лекционных тем в соответствии с рабочей программой дисциплины [5]. Каждая тема является основой вопросов в экзаменационном билете. При чтении лекций по курсу преподаватель указывает те темы дисциплины, которые выносятся на самостоятельную проработку студентами. Основной объем информации по каждой теме содержится в учебнике по курсу [1]. Для углубленного освоения темы рекомендуется дополнительная литература [2, 3, 4, 5]. Для самоконтроля и приобретения навыков решения задач по отдельным разделам дисциплины в последнем разделе приведены контрольные вопросы и упражнения, которые являются основой подготовки к экзамену.

При освоении указанных ниже тем рекомендуется следующий порядок самостоятельной работы студента.

1. Ознакомьтесь со структурой темы.
2. По учебнику [1] освойте каждый структурный элемент темы. Во всех темах указаны разделы и страницы учебника, содержащие данный материал.
3. При необходимости используйте указанную дополнительную литературу. Консультацию по использованию дополнительной литературы Вы можете получить у преподавателя.
4. Ответьте на контрольные вопросы и выполните рекомендованные упражнения. При затруднениях в ответах на вопросы вернитесь к изучению рекомендованной литературы.
5. Законспектируйте материал. При этом конспект может быть написан в виде ответов на контрольные вопросы и упражнения.

При самостоятельной работе над указанными темами рекомендуется вести записи в конспектах, формируемых на лекционных занятиях по курсу, и в том порядке, в котором данные темы следуют по учебной программе.

Данное учебно-методическое пособие может быть использовано при подготовке ответов на вопросы во время экзамена.

Содержание курса

Тема 1. **Объект и предмет литологии. История развития науки** [1], с. 3-8.

Литология - наука об осадочных горных породах и осадочных комплексах, связанных с ними полезных ископаемых, их составе, строении, происхождении, закономерностях пространственного распространения и эволюции во времени. Основная учебная литература. Основные разделы литологии. Этапы изучения осадочных пород. Основные направления настоящего этапа.

Дополнительная литература: [2, 3, 4, 5].

Контрольные вопросы и упражнения:

1. Что такое литология?
2. Составные части литологии, их содержание.
3. Области исследования, относящиеся к теоретической литологии.
4. Основные направления теоретической литологии.
5. Суть стадиального направления литологических исследований.

Тема 2**. Осадочные горные породы: состав, строение, классификация** [1], с. 9-57.

Осадочные горные породы и стратисфера. Химический состав осадочных пород. Минеральный состав. Осадочные породы и их составные части. Общие черты строения осадочных горных пород. Общие принципы классификации и названия осадочных горных пород. Примеры классификаций некоторых типов осадочных горных пород.

Дополнительная литература: [2, 3, 4, 5].

Контрольные вопросы и упражнения:

1. Пути/способы образования осадочного материала. Общая их характеристика.
2. Вулканизм и его влияние на процессы седиментации.
3. Основные агенты выветривания.
4. Суть процессов физического выветривания. Обстановки в которых проявляется физическое выветривание.
5. Устойчивость различных минералов к воздействию процессов химического выветривания.

Тема 3. **Стадии образования и преобразования осадочных пород** [2], с. 16-17.

Мобилизация материала на водосборах. Источники и механизмы образования осадочного материала. Перенос и осаждение обломочного материала. Агенты переноса. Водный и воздушные перенос. Процессы гравитационного перемещения кластики. Перенос материала льдом. Растворенный материал и его перенос. Осаждение обломочного материала. Диагенез, катагенез (метагенез).

Дополнительная литература: [1, 3, 4, 5].

Контрольные вопросы и упражнения:

1. Роль обвалов, оползней и других подобных процессов в переносе обломочного материала.
2. Водный перенос обломочного материала и его особенности
3. Процессы выветривания в холодном климате.
4. Отличие (или сходство) минерального состава пород осадочных и магматических.

5. Процессы выветривания в жарком и сухом климате.

Тема 4: **Внешние факторы, влияющие на осадочный процесс.** Основные факторы - тектоника, климат, органическое вещество. Климатические типы литогенеза. Основные области осадконакопления и строение осадочных комплексов. Строение осадочных комплексов. цикличность разрезов. [2], с. 4-15.

Дополнительная литература: [1, 3, 4, 5].

Контрольные вопросы и упражнения:

1. Прямое и косвенное воздействие жизни на осадочный процесс.
2. Основные агенты химического выветривания.
3. Суть процессов физического выветривания. Обстановки в которых проявляется физическое выветривание.
4. Прямое и косвенное влияние климата на процессы осадконакопления.
5. Основные агенты выветривания.

Тема 5: **Фации и основы фациального анализа**. Понятие фации и значение фациального анализа. Общие принципы фациального анализа. Литологическое изучение осадочных пород для целей фациального анализа. Генетическое значение структуры и текстуры осадочных пород. Использование остатков древних организмов и следов жизнедеятельности для целей фациального анализа. Изучение строения и формы осадочных тел и их взаимоотношений с окружающими образованиями. Основные приемы фациального картирования. [2], с.48-75.

Дополнительная литература: [1, 3, 4, 5].

Контрольные вопросы и упражнения:

1. Укажите основные обстановки современного осадконакопления.
2. Сформулируйте сходство и различие понятий "генетический тип" и "фация".
3. Перечислите основные области активного осадконакопления, обусловленные рельефом земной поверхности
4. Каковы основные черты аккумуляции в дельтовых конусах выноса?
5. Перечислите основные диагенетические признаки, используемые для установления генезиса отложений.

Тема 6: Становление учения об эволюции осадочного процесса в истории Земли. Внешние факторы эволюции осадочного породообразования. Эволюция обломочного породообразования. Эволюция карбонатонакопления. Эволюция соленакопления. Эволюция кремненакопления. Эволюция накопления органического вещества. Основные черты эволюции осадочного породообразования.[1], с. 365-377.

Дополнительная литература: [2, 3, 4, 5].

Контрольные вопросы и упражнения:

1. Имеет ли место в геологической истории Земли эволюция состава гидросферы?
2. Внешние факторы, влияющие на эволюцию процессов осадконакопления.
3. Имеет ли место в геологической истории Земли эволюция состава атмосферы?
4. Эволюция карбонатонакопления в истории Земли.
5. Имеет ли место эволюция кремненакопления в истории Земли?

Тема 7: Формационный анализ. Определение и содержание понятия формация. Главные подходы в учении о формациях. Принципы классификации и главные группы формаций. Формации и полезные ископаемые [3], с. 169-174.

Дополнительная литература: [1, 2, 4, 5].

Контрольные вопросы и упражнения:

1. Осадочная формация. Основные подходы к выделению осадочных формаций.
2. Основные факторы, определяющие появление различных осадочных формаций.

3. Основные типы формаций, сложенные преимущественно обломочными породами.

4. Формации областей гумидного климата.

5. Формации областей аридного климата.

Тема 8: Отдельные типы осадочных пород. Фосфориты. Соляные породы (эвапориты). Алюминиевые, железистые (железные) и марганцевые породы. [1], с. 479-487.

Дополнительная литература: [2, 3, 4, 5].

Контрольные вопросы и упражнения:

1. Назовите и охарактеризуйте главные типы песчаных пород.

2. Назовите и охарактеризуйте главные типы карбонатных пород.

3. Что такое гравититы? Какими типами пород они представлены?

4. Перечислите породы, содержащие в своем составе значительную долю оксида алюминия.

5. Назовите породы – источники редких и редкоземельных элементов для промышленности.

Тема 9: Использование литогеохимических данных для реконструкции обстановок формирования осадочных последовательностей. Методы, подходы и приемы реконструкции палеоклимата, палеогеодинамических обстановок, состава пород в областях размыва. [4], с. 84-141.

Дополнительная литература: [1, 2, 3, 5].

Контрольные вопросы и упражнения:

1. Можно ли на основе данных химического анализа судить о климатических обстановках накопления глинистых пород?

2. Дают ли сведения о содержаниях в песчаниках и глинистых породах редких и рассеянных элементов возможность судить о составе пород в областях размыва?

3. Вы рассчитали величину CIA для образца глинистых сланцев и получили значение 78. О чем оно говорит?

4. Можно ли на основе данных химического анализа судить о палеогеодинамических обстановках накопления глинистых пород?

5. Для кислых магматических пород более типичен Th или Cr?

Вопросы
к экзамену по курсу «Литология»

1. Суть эволюционного направления литологических исследований.

2. Роль живых организмов в формировании осадочных образований.

3. Периоды глобальных похолоданий и теплые климатические эпохи в истории Земли.

4. Этапы изучения осадочных образований.

5. Выветривание. Что это такое? Типы выветривания и их общая характеристика.

6. Гумидный тип литогенеза Н.М. Страхова.

7. Суть первого этапа литологических исследований.

8. Основные агенты выветривания.

9. Аридный тип литогенеза Н.М. Страхова.

10. Суть второго этапа литологических исследований.

11. Суть процессов физического выветривания. Обстановки в которых проявляется физическое выветривание.

12. Геологическая роль жизни. Формы биогенной миграции.

13. Суть третьего этапа литологических исследований.

14. Суть процессов химического выветривания. Обстановки, в которых проявляется химическое выветривание.

15. Причины/факторы, обусловившие интенсивное изучение осадочных пород после Второй мировой войны.

16. Основные агенты химического выветривания.

17. Роль кислорода в формировании осадочных пород.

18 Основные направления исследований третьего этапа развития литологии.

19. Устойчивость различных минералов к воздействию процессов химического выветривания.

20. Прямое и косвенное воздействие жизни на осадочный процесс.

Рекомендуемая литература

1. Ежова А.В. Литология. Краткий курс [Электронный ресурс]: учебное пособие / А.В. Ежова. — Электрон. текстовые данные. — Томск: Томский политехнический университет, 2014. — 102 c. — 978-5-4387-0492-8. — Режим доступа: http://www.iprbookshop.ru/34674.html.

2. Кузнецов В.Г. Литология. Осадочные горные породы и их изучение: Учеб. пособие для вузов. М.: ООО «Недра-Бизнесцентр», 2007. 511 с.

3. Стерленко З.В. Литология [Электронный ресурс]: учебное пособие / З.В. Стерленко, К.В. Уманжинова. — Электрон. текстовые данные. — Ставрополь: Северо-Кавказский федеральный университет, 2016. — 219 c. — 2227-8397. — Режим доступа: http://www.iprbookshop.ru/66047.html

4. *Япаскурт О.В.* Литология. М.: Издательский центр «Академия». 2008. 336 с.

5. Литология: рабочая программа дисциплины для студентов специальности 21.05.02 Прикладная геология специализация № 3 Геология нефти и газа / А.В. Маслов. Екатеринбург: УГГУ, 2019. 16 с.

МИНОБРНАУКИ РФ

ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебно-методическому комплексу
_____ С.А. Упоров

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ К ВЫПОЛНЕНИЮ КУРСОВОГО ПРОЕКТА ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Б1.Б.2.03 ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ПОИСКОВ И РАЗВЕДКИ НЕФТИ И ГАЗА

Специальность:
21.05.02 Прикладная геология

Специализация № 3:
Геология нефти и газа

форма обучения: очная

Автор: Ворожев Е.С., к.г.-м.н.

Одобрены на заседании кафедры
Литологии и геологии горючих ископаемых
(название кафедры)
Зав. кафедрой _____
(подпись)
к.г.-м.н., доц. Рыльков С.А.
(Фамилия И.О.)
Протокол № 7 от 03.03.2020
(Дата)

Рассмотреныметодической комиссией
факультета геологии и геофизики
(название факультета)
Председатель _____
(подпись)
д.г.-м.н., проф. Бондарев В.И.
(Фамилия И.О.)
Протокол № 7 от 20.03.2020
(Дата)

Екатеринбург
2020

ОГЛАВЛЕНИЕ

1. **ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ КУРСОВОЙ РАБОТЫ** 4
2. **СТРУКТУРА КУРСОВОЙ РАБОТЫ, ТРЕБОВАНИЯ К ЕЕ ОФОРМЛЕНИЮ** 6
3. **СОДЕРЖАНИЕ КУРСОВОЙ РАБОТЫ** 7
   - 3.1. Введение 7
   - 3.2. Общие сведения об объекте (участке, месторождении) 7
   - 3.3. Геологическое описание района и месторождения 7
   - 3.4. Методика и объемы проектируемых работ 7
   - 3.5. Подсчет запасов 10
   - 3.6. Заключение с краткой геолого-экономической оценкой 10
4. **ГРАФИЧЕСКИЕ ПРИЛОЖЕНИЯ** 11

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ 12

ПРИЛОЖЕНИЕ 1. Пример оформления титульного листа 13

ПРИЛОЖЕНИЕ 2. Пример выполнения штампа 14

1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ КУРСОЙ РАБОТЫ

Целью курсовой работы является приобретение студентами необходимых навыков в составлении проекта на геологоразведочные работы. В ходе выполнения курсовой работы студент должен самостоятельно решить следующие инженерные задачи:

- осветить степень геологической изученности, разведанности оцениваемого объекта (месторождения, участка); дать оценку достоверности ранее выполненных работ;
- обосновать целевое геологическое задание для следующей стадии геологоразведочных работ;
- выбрать и обосновать комплекс методов для эффективного выполнения целевого задания с учетом геологических особенностей объекта;
- дать оценку проектных запасов (прогнозных ресурсов) по объекту работ, произвести геолого-экономическую оценку ожидаемых результатов.

Курсовая работа выполняется студентом по материалам, собранным им в геологоразведочной партии, на месторождении, в процессе прохождения производственной практики. При выполнении работы должны быть обязательно использованы личные наблюдения.

Основным содержанием курсовой работы должно явиться обоснование методики геологоразведочных работ на определенном этапе поисков или разведки. Во всех случаях тема работы должна отвечать документу - Приказ МПР России № 126 от 07.02.2001 г. «Об утверждении временных положений и классификаций», где утверждены «Временные положения об этапах и стадиях геологоразведочных работ на нефть и газ».

При наличии у студентов достаточно представительных материалов по тем или иным вопросам методики оценки изучаемого объекта, в курсовой работе может быть помещен соответствующий раздел.

Темой курсовой работы может быть:

- оценка зон нефтегазонакопления;
- поиски в пределах конкретной площади или структуры;
- поисково-оценочные работы на участке конкретного нефте- или газопроявления или в пределах геохимической (геофизической) аномалии;
- разведка нефтяной или газовой залежи, а также флангов или глубоких горизонтов месторождения.

В курсовой работе, независимо от выбранной темы, производится самостоятельная углубленная разработка специального методического вопроса. В соответствии с его содержанием, спецвопрос излагается в определенном разделе работы (геологическом или методическом).

Рекомендуются следующие темы специальных вопросов:

- поисковые критерии и признаки локализации углеводородов на

изучаемой площади;
- разработка прогнозно-поискового комплекса на углеводороды на конкретной площади работ;
- анализ контролирующих факторов и поисковых признаков для обоснования рационального комплекса поисковых методов;
- комплексный анализ геологических, геохимических и геофизических полей, аномалий с целью выбора объектов для постановки дальнейших работ;
- исследование состава и строения пород коллекторов и флюидоупоров с целью обоснования перспектив изучаемой территории;
- изучение состава и зональности первичных геохимических ореолов с целью оценки перспектив глубоких горизонтов;
- установление мест заложения поисковых скважин;
- анализ изменчивости мощности нефтенасыщенной части методами геометризации и математической статистики с целью определения основных параметров подсчета;
- исследование корреляционных зависимостей между различными характеристиками ФЕС;
- исследование пространственного положения ГНК, ВНК;
- системы размещения скважин при поисково-оценочных и разведочных работах;
- получение и обработка данных промыслово-геофизических наблюдений;
- выбор рационального комплекса ГИС при поисковом и разведочном бурении;
- геолого-технологические особенности строительства поисковой (разведочной) скважины;
- исследование в открытом стволе и в колонне продуктивных объектов;
- методы усиления нефтеотдачи (МУН) при эксплуатации месторождений на завершающей стадии разработки;
- сопоставление данных разведки и опытно-промышленной эксплуатации для совершенствования техсхемы разработки месторождения.

Основанием для начала работы над курсовой работой является задание, выдаваемое преподавателем после собеседования со студентом. В задании формулируется название работы, пространственные границы оцениваемой площади, срок представления работы. По специальному вопросу руководитель помогает студенту составить план работы, рекомендует необходимую литературу.

В процессе проектирования преподаватель проводит групповые и индивидуальные консультации. На выполненную работу подготавливается рецензия. Окончательная оценка выставляется после защиты работы.

2. СТРУКТУРА КУРСОВОЙ РАБОТЫ, ТРЕБОВАНИЯ К ЕЕ ОФОРМЛЕНИЮ

Курсовая работа состоит из текстовой части и графических приложений. Текст работы включает в себя:

- титульный лист;
- содержание;
- введение (1 - 2 с.);
- геологическая часть (8 - 10 с.);
- методическая часть (15 – 20 с.)
- заключение с краткой геолого-экономической оценкой (3 - 5 с.);
- список использованной литературы;
- список графических приложений.

Титульный лист курсовой работы изготавливается из ватмана и является обложкой (прил. 1). Допускается компоновка курсовой работы в скоросшиватель – в этом случае титульный лист печатается на бумаге формата А4. Объем текстовой части работы составляет примерно 25 - 35 страниц текста на одной стороне бумаги формата А4 (210х297 мм) с полями: слева – 30 мм, справа - 10 мм, сверху - 15 мм, снизу - 20 мм (ГОСТ 7.32-81). Текст иллюстрируется зарисовками, схемами, фотографиями. Желательно выполнение работы в пакете прикладной программы Microsoft Word (величина шрифта – 14, расположение строк через интервал 1,5). Текстовые иллюстрации выполняются на отдельных листах, по возможности того же формата, белой бумаги, миллиметровки или кальки. Фотографии наклеиваются на отдельные листы. Все текстовые иллюстрации должны иметь номер рисунка, его наименование, масштаб, условные обозначения. Допускается выполнение текстовых иллюстраций на ПК.

Кроме того, работа сопровождается графическими приложениями на одном, реже на двух листах ватмана формата А1, на которых должна быть представлена геологическая карта с планом подсчетов запасов, два или три типичных разреза (в том числе, один проектный). На указанной графике показываются пройденные и проектные геологоразведочные выработки. Графические приложения выполняются тушью, или на компьютере. Они складываются по формату текста.

3. СОДЕРЖАНИЕ КУРСОВОЙ РАБОТЫ

3.1. Введение

Указывается место работы, выполнявшиеся студентом производственные задания. Связь планируемых работ с задачами в области развития минерально-сырьевой базы региона в свете утвержденной Правительством России программы "Энергетическая стратегия России на период до 2020 года», или с задачами конкретного недропользователя на ближайший период. Геологические материалы, на основе которых составлена курсовая работа.

3.2. Общие сведения об объекте (участке, месторождении)

Местоположение объекта (месторождения): расстояние от ближайшего районного центра, от ближайшей железнодорожной станции. Инфраструктура района (дороги, линии электропередач, магистральные нефте- газопроводы), население, рынок труда. Краткие сведения об орогидрографии, климате, экономике (положение месторождения показывается на прилагаемой в тексте обзорной карте). Краткий обзор геологических и геофизических работ, проведенных ранее; их основные результаты. Обзор дается в хронологическом порядке.

3.3. Геологическое описание района и месторождения

3.3.1. Геологическое строение района. В сжатой форме излагаются данные по стратиграфии, магматизму, тектонике, геологической истории развития, гидрогеологии, газо-нефтяным комплексам района и другим полезным ископаемым, особенно общераспространенным.

3.3.2. Геология месторождения (участка или залежи при поисках). Позиция месторождения (участка, залежи) в геологической структуре района. Стратиграфия, литология, фациальный анализ. Структура месторождения: породы-коллекторы, породы-флюидоупоры. Пликативная и дизъюнктивная тектоника и ее влияние на формирование ловушки локализации залежи УВ. Гидрогеологическая характеристика, инженерно-геологические свойства пород.

3.4. Методика и объемы проектируемых работ

3.4.1. Анализ разведанности и выбор направления для дальнейших работ. Приводится анализ результатов предыдущих геологоразведочных работ, на основе которых выбираются участки для дальнейших поисков или разведки, производится обоснование необходимости постановки работ следующей стадии. При этом необходимо, в первую очередь,

обращать внимание на те вопросы, которые не были решены в предшествующий период.

Перспективы объекта на основе анализа контролирующих факторов и поисковых признаков, возможные параметры залежей по простиранию и на глубину. Степень разведанности объекта, изученность вещественного состава с точки зрения комплексного использования полезных ископаемых, (попутный газ нефтяных месторождений, металлы, сопутствующие залежам нефти, – ванадий и т. п.), горнотехнические и гидрогеологические условия. Возможные перспективы продолжения залежи по латерали, возможность встречи новых залежей. На основе проведенного анализа формулируются конкретные задачи дальнейших работ.

3.4.2. Методика разведки (поисков) и объемы работ. На основании анализа особенностей структуры участка, формы, размеров и условий залегания залежей УВ, изменчивости параметров (мощности коллектора, его ФЕС, нефтегазонасыщенности) выбирается комплекс геологоразведочных работ и исследований, необходимый для выполнения геологического задания [2, 3, 4].

В порядке значимости для решения целевого задания описываются виды геологоразведочных работ с обоснованием назначения, способа выполнения, плотности сети наблюдений, объемов проектируемого вида работ.

Так, при проектировании разведочных работ, рекомендуется следующая примерная структура изложения материала:

- обоснование группы сложности месторождения в соответствии с классификацией ГКЗ;
- требования ГКЗ к степени разведанности;
- перечень основных видов работ, необходимых для решения задач данной стадии;
- обоснование системы геологоразведочных работ и технических средств для ее реализации;
- расположение геофизических профилей (разведочных скважин), порядок их проходки (строительства).

Обоснование плотности разведочной сети производится, в зависимости от величины месторождения, по запасам, занимаемой площади, толщины продуктивного пласта, методами аналогии, математических, экономических и других расчетов. Каждый вид работ завершается расчётом проектируемых объемов.

При проектировании поисков по каждому виду работ необходимо осветить целевое назначение, методику проведения, плотность сети наблюдений, объем работ. Например, при обосновании геохимических поисков по газовым эманациям необходимо указать площадь работ, глубину отбора проб, вес пробы, ее полевую обработку, проектируемую сеть отбора, общее количество проб.

При проектировании поисков и разведки особое внимание следует уделить проектированию строительства буровой скважины. Следует отметить, что для геолога специальности ГН вопрос проектирования строительства глубокой скважины является основным при подготовке к дипломному проектированию. При проектировании строительства буровой скважины, в подразделе, посвященном буровым работам, должны быть рассмотрены следующие вопросы:

- выбор точек заложения проектных скважин, их глубина;
- сводный геологический разрез, распределение вскрываемых скважиной горных пород по категории буримости;
- ожидаемые осложнения при проходке скважин;
- интервалы опробования в открытом стволе;
- рациональный комплекс ГИС;
- интервалы отбора керна.

2.2.3

3.4.3. Геофизические работы. Анализ предпосылок для применения геофизических методов. Выбор наиболее эффективных методов, их краткая характеристика.

2.2.4

3.4.4. Опробование и аналитические работы. Сведения о применяемых на месторождении (участке) видах опробования; возможности использования геофизических методов при опробовании. Обоснование способов отбора проб, необходимых для решения поставленных задач. Специфика отбора проб из керна продуктивных пластов и флюидоупоров. Количество проб по каждому пласту с учетом характера их исследования. Опробование пластов с помощью боковых стреляющих грунтоносов. Их представительность. Подготовка проб для испытания. Геохимическое опробование скважин. Методика и плотность сети отбора проб, их подготовка для анализа. Схемы обработки проб. Возможности механизации, автоматизации обработки проб.

Изучение качества нефтей (фракционный, элементарный и другие анализы).

Литолого-петрографические и петрофизические исследования (определение объемной массы, влажности, пористости, проницаемости, остаточной водонасыщенности, нефтенасыщенности, и т. д.). Моделирование пластовых условий при проведении специфических видов исследования керна.

Обоснование объемов исследований с учетом контрольных определений (внутреннего и внешнего контроля). Возможности сокращения числа определений за счет использования корреляционных связей по уравнениям регрессии.

2.2.5

3.4.5. Прочие виды работ. Топо-геодезические, инженерно-геологические и гидрогеологические исследования, выполнение которых необходимо: для технического обеспечения основных видов работ, с одной

стороны, и для комплексной геолого-экономической оценки объекта, с другой. Указывается их назначение, методика проведения и объемы. В заключении дается сводная таблица объемов разведочных и аналитических работ.

2.3

3.5. Подсчет запасов

В данном разделе необходимо осветить следующие вопросы:

Дать характеристику как ранее разведанных запасов, так и прогнозных ресурсов. Указать кондиции, принятые для оконтуривания залежей и подсчета блоков. Привести данные о цифрах запасов различных категорий и их соотношениях. Отметить, какие способности подсчета запасов были приняты, их обоснованность. Методы определения параметров при подсчёте запасов. Указать степень обеспеченности действующего предприятия разведанными запасами, перспективы их дальнейшего увеличения [5, 6].

Изложить методику подсчета прогнозных ресурсов на основании проектируемых работ. Изложить принципы выделения категории запасов по степени разведанности (плотности разведочной сети) и изученности (выхода керна, изученности вещественного состава, технологических, горнотехнических и гидрогеологических условий) для месторождений различных групп по инструкции ГКЗ. Раскрыть принципы выделения подсчетных блоков, их границ на флангах. Обосновать параметры подсчета запасов, методику их расчета (площади подсчетных блоков, мощности, среднее содержание, объемная масса). Произвести подсчет запасов по одному из блоков. Привести сводный формуляр подсчета общих проектных запасов по категориям.

Контуры категорий запасов, выделенных на основании проектируемых работ, подлежат закраске следующими цветами:

- нефть: категория А – густой коричневый, кат. В – коричневый средней интенсивности, кат. C_1 - слабокоричневый, кат. C_2 - бледнокоричневый;
- газ: та же интенсивность цветов, только желтого цвета;
- прогнозные ресурсы – серый;
- вода – голубой.

2.4

3.6. Заключение с краткой геолого-экономической оценкой

Геолого-экономическая оценка разведанных месторождений должна проводиться по общепринятой методике, с привлечением конкретного цифрового материала и с использованием разработок, имеющихся на кафедре. В этом случае конечным итогом оценки должно явиться определение рентабельности месторождения при вовлечении его в промышленное освоение. В данном разделе рассчитывается также эффективность запроектированных геологоразведочных работ: стоимость разведки 1 т запасов нефти, конденсата (1000 куб. м свободного газа), а также

попутных металлов по категориям запасов [1].

В заключении делается вывод о хозяйственной значимости месторождения. Даются рекомендации о постановке дальнейших геологоразведочных работ или ставится вопрос о прекращении разведки и консервации месторождения до более благоприятного времени.

Завершенная работа подписывается исполнителем и представляется на кафедру. За текстом работы помещается список использованной литературы (в алфавитном порядке). В тексте ссылки даются указанием порядкового номера.

4. ГРАФИЧЕСКИЕ ПРИЛОЖЕНИЯ

Графическими иллюстрациями в тексте являются: обзорная географическая карта (с указанием объекта работ), тектоническая (или геолого-структурная) карта, схема обработки проб.

На отдельном листе ватмана формата А1 представляется геологическая карта, 2 - 3 типичных разреза (один обязательно проектный), план подсчета запасов или продольная вертикальная проекция залежи.

При оформлении работы по разведке месторождения (залежи) план подсчета запасов по одному из пластов может быть выполнен на кальке. На всех указанных видах графики обязательно показываются пройденные (черной тушью) и проектные (красной) сейсмические профили и скважины. В правом нижнем углу листа располагается штамп установленного образца (прил.2). Графические приложения складываются по формату текста.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Дворник Г. П., Угрюмов А. Н.* Геолого-экономическая оценка месторождений полезных ископаемых и техногенного сырья: Учебное пособие. Екатеринбург: Изд-во УГГГА, 2004. 220 с.

2. *Мясникова Г. П., Шпильман В. И.* Методы выявления перспективных зон и месторождений нефти и газа: Учебное пособие. Тюмень: ТюмГНГУ, 1995. 125 с.

3. *Нестеров И. И., Васильев В. Б.* Теория и практика нефтегазоразведочных работ: Учебное пособие .– М.: Недра, 1993. 330 с.

4. *Основы методики геологоразведочных работ на нефть и газ*: Учеб. пособие. / Под ред. Э. А. Бакирова. М.: Недра, 1991. 159 с.

5. *Подсчет запасов нефти, газа, конденсата и содержащихся в них компонентов:* Справочник / И. Д. Амелин, В. А. Бадьянов, Б. Ю. Вендельштейн и др.: Под ред. В. В. Стасенкова. М.: Недра, 1989. 270 с.

6. *Сырьевая база и добыча газа в России в XXI веке* / А. И. Гриценко, В. А. Пономарев, Н. А. Крылов и др. М.: ООО «Недра-Бизнесцентр», 2000. 148 с.

МИНОБРНАУКИ РФ

ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебно-методическому комплексу
_____ С.А.Упоров

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ К САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЕ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Б1.Б.2.03 ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ПОИСКОВ И РАЗВЕДКИ НЕФТИ И ГАЗА

Специальность:
21.05.02 Прикладная геология

Специализация № 3:
Геология нефти и газа

форма обучения: очная

Автор: Ворожев Е.С., к.г.-м.н.

Одобрены на заседании кафедры
Литологии и геологии горючих ископаемых
(название кафедры)
Зав. кафедрой _____
(подпись)
к.г.-м.н., доц. Рыльков С.А.
(Фамилия И.О.)
Протокол № 7 от 03.03.2020
(Дата)

Рассмотрены методической комиссией
факультета геологии и геофизики
(название факультета)
Председатель _____
(подпись)
д.г.-м.н., проф. Бондарев В.И.
(Фамилия И.О.)
Протокол № 7 от 20.03.2020
(Дата)

Екатеринбург
2020

Введение

Самостоятельная работа студента является важнейшей составной частью образовательной программы подготовки дипломированного специалиста. По курсу «Теоретические основы поисков и разведки нефти и газа» обязательная самостоятельная работа студента осуществляется в следующих направлениях:

- ✓ выполнение домашних заданий;
- ✓ освоение материалов по отдельным темам, входящим в Рабочую программу дисциплины [4];
- ✓ подготовка к экзамену;

Самостоятельная работа студентов направлена на развитие интеллектуальных умений, повышение творческого потенциала студентов и заключается в:

– поиске, анализе, структурировании и презентации информации, анализе научных публикаций по вопросам методики геологоразведочных работ;

– исследовательской работе и участии в научных студенческих конференциях, семинарах и олимпиадах.

Оценка результатов самостоятельной работы организуется как единство двух форм: самоконтроль и контроль со стороны преподавателей.

Данные методические указания предназначены для организации самостоятельной работы студентов при освоении отдельных тем дисциплины.

Методические указания к самостоятельной работе студента

В последующем разделе пособия приведена развернутая программа дисциплины «Теоретические основы поисков и разведки нефти и газа». Здесь указаны наименование и содержание лекционных тем в соответствии с рабочей программой дисциплины [4]. Каждая тема является основой вопросов в экзаменационном билете. При чтении лекций по курсу преподаватель указывает те темы дисциплины, которые выносятся на самостоятельную проработку студентами. Основной объем информации по каждой теме содержится в учебнике по курсу [1]. Для углубленного освоения темы рекомендуется дополнительная литература [2, 3, 4]. Для самоконтроля и приобретения навыков решения задач по отдельным разделам дисциплины в последнем разделе приведены контрольные вопросы и упражнения, которые являются основой подготовки к экзамену.

При освоении указанных ниже тем рекомендуется следующий порядок самостоятельной работы студента.

1. Ознакомьтесь со структурой темы.
2. По учебнику [1] освойте каждый структурный элемент темы. Во всех темах указаны разделы и страницы учебника, содержащие данный материал.
3. При необходимости используйте указанную дополнительную литературу. Консультацию по использованию дополнительной литературы Вы можете получить у преподавателя.
4. Ответьте на контрольные вопросы и выполните рекомендованные упражнения. При затруднениях в ответах на вопросы вернитесь к изучению рекомендованной литературы.
5. Законспектируйте материал. При этом конспект может быть написан в виде ответов на контрольные вопросы и упражнения.

При самостоятельной работе над указанными темами рекомендуется вести записи в конспектах, формируемых на лекционных занятиях по курсу, и в том порядке, в котором данные темы следуют по учебной программе.

Данное учебно-методическое пособие может быть использовано при подготовке ответов на вопросы во время экзамена.

Содержание курса

Тема № 1 Общие сведения о нефти. История ее изучения. Добыча нефти. Добыча газа. Место России в мировой нефтедобыче. Зависимость энергетики от добычи углеводородов [3].

Дополнительная литература: [2, 4].

Контрольные вопросы и упражнения:

1. Мировые тенденции добычи нефти и газа в мире.
2. Место России в мировой нефтедобыче.

Тема № 2: Современное состояние геологоразведочных работ на нефть и газ. Основные территории – Западно-Сибирская и Волго-Уральская нефтегазоносные провинции. Развитие геологоразведочных работ на этих территориях [3], с.

Дополнительная литература: [2, 4].

Контрольные вопросы и упражнения:

1. Современное направление геологразведочных работ в Западной Сибири.
2. Современное направление геологразведочных работ в Волго-Уральской НГП.

Тема №3: Методика системного решения задач нефтяной геологии. Системный подход – методология специального научного познания. Концепция возникновения материального мира. Гипотезы нафтидогенеза [3], с. 36-54.

Дополнительная литература: [2, 3, 4].

Контрольные вопросы и упражнения:

1. Поясните сущность разработки многопластового месторождения.
2. Что дает гидропрослушивание?

Тема №4: Основные объекты нефтегазовой геологии. Основные понятия и принципы в выделении залежей углеводородов. Объекты геологоразведочных работ. Понятие о запасах и ресурсах их классификация, Временная Классификация (2001 г.) Действующая Классификация запасов и ресурсов (2013 г.) [3], с.

Дополнительная литература: [2, 4].

Контрольные вопросы и упражнения:

1. Определение системы локальных поднятий..
2. Какие классификационные признаки положены в основу классификации систем разработки месторождений?

Тема № 5: Буровые скважины для геологоразведочных работ на нефть и газ. История развития буровых работ.. Основные типы скважин на нефть и газ: опорные, параметрические, структурные, поисково-оценочные, разведочные, эксплуатационные, специальные [3], с.

Дополнительная литература: [2, 4].

Контрольные вопросы и упражнения:

1. Какие буровые установки применяются для поиска и разведки залежей нефти и газа?

2. Как можно выделить слои на многопластовом месторождении? Нарисуйте принципиальные схемы выделения слоев?.

3. Как определяется вес на крюке?

4. Как определяется давление бурового раствора на стояке манифольда?

5. Основные технологические задачи решаемые отрядом ГТИ.

6. Как можно выделить слои на многопластовом месторождении? Нарисуйте принципиальные схемы выделения слоев?.

7. Поясните сущность разработки многопластового месторождения.

8. Что дает гидропрослушивание?

9. Установка дебита флюида.

10. Значение изучения удельного электрического сопротивления раствора.

11. Вторичное вскрытие пласта.

12. Отбор образцов стреляющими и сверлящими грунтоносами.

13. Отбор проб флюидов.

14. Для чего проводится геофизическое изучение всего разреза скважины?

15. Опробование пласта.

16. Метод заложения скважин «Шаг поискового бурения».

17. Метод заложения поисковых скважин на литологически экранированных ловушках.

Тема № 6: Общие положения о стадийности работ. Региональный этап. Стадия прогноза нефти и газа. Стадия оценки зон нефтегазонакоплений. Качественная и количественная оценка нефтегазоносности. Поисково-оценочный этап. Разведочный этап. Лабораторные работы. Подсчет запасов нефти, газа, конденсата [], с.

Дополнительная литература: [2, 3, 4].

Контрольные вопросы и упражнения:

1. Стадийность геологоразведочных работ на нефть и газ.

2. Формула подсчета геологических запасов газа.

3. Формула подсчета геологических запасов нефти.

Тема № 7: Государственная экологическая политика при поисках и разведке нефти и газа. Экологические проблемы геологоразведочных работ на нефть и газ. Охрана недр и окружающей природной среды Природоохранные мероприятия. Рациональное использование недр [2], с.

Дополнительная литература: [3, 4].

Контрольные вопросы и упражнения:

1. Кто сегодня занимается экологическими вопросами?

2. Основной документ, определяющий требования в области охраны недр

3. Позиции определяющие воздействие на окружающую среду при геофизических работах.

4. Позиции определяющие воздействие на окружающую среду при бурении поисковых и разведочных скважин.

5. Выбросы вредных веществ в атмосферный воздух.

6. Воздействие на окружающую среду при проведении региональных работ.

7. Воздействие на окружающую среду при проведении поисково-оценочных работ.

8. Воздействие на окружающую среду при проведении разведочных работ.

9. Аварийные ситуации. Последствия.

10. Воздействие на окружающую среду при проведении строительно-монтажных работ.

11. Воздействие на окружающую среду при бурении и креплении скважин.

12. Воздействие на окружающую среду при порыве трубопроводов

13. Охрана поверхностных и подземных вод.

14. Охрана растительного и животного мира.

15. Охрана атмосферного воздуха

16. Основные природоохранные мероприятия.

17. Воздействие на природно-ландшафтные комплексы окружающей среды.

18. Гидрологическое воздействие.

19. Экологическая безопасность - важнейшая составная часть национальной безопасности

20. Принятые в конце нулевых годов нормативные кодексы

Вопросы
к экзамену по курсу «Теоретические основы поисков и разведки нефти и газа»

1. Системный подход в естественных науках.

2. Основные отличия Классификации запасов и ресурсов нефти и газа России 2001 г. от Классификации запасов и ресурсов нефти и газа России 2013г.

3. Стадийность геологоразведочных работ на нефть и газ (приказ МПР РФ от 07.02.2001 г. № 126)

3. Методика поиска нефти в начале XX столетия и во второй половине XX столетия.

4. Ресурсы категории C_3 (по Классификации 2001 г.), D_0 (по Классификации 2013 г). Где и на какой стадии геологоразведочных работ выделяются.

5. Скважины опорного бурения.

6. Вакуумная концепция строения природных систем.

7. Стадия оценки зон нефтегазонакоплений.

8. Скважины параметрические.

9. Существующие гипотезы образования нефти и связь их с геологоразведочными работами.

10. Стадия выявления объектов поискового бурения.

11. Сверхглубокие скважины.

12.Роль моделирования природных систем в геологоразведочном процессе.

13. Стадия подготовки объектов к поисковому бурению.

14. Скважины поисковые.
Характеристика природной системы.

15. Стадия поиска и оценки месторождений (залежей) .

16. Скважины разведочные.

17. Уровни добычи нефти в России на рубеже XIX и XX века и на рубеже XX и XXI века. Добыча нефти в Уральском федеральном округе .

18. Разведочный этап.

19. Скважины эксплуатационные, специальные.

20. Основные методы геологоразведочных работ на нефть и газ в настоящее время и динамика их развития.

21. Региональный этап геологоразведочных работ.

22. Опробование скважины.

23. Финансирование геологоразведочных работ на нефть и газ в России в XXI веке.

24. Основные принципы производства геологоразведочных работ.

25. Определение ГВК методом В.П. Савченко.

26. Роль Классификации запасов и ресурсов. Отечественная и зарубежные Классификации.

27. Лабораторные работы на образцах керна скважин.

28. Количественная оценка ресурсов.

29. Ожидаемое воздействие на окружающую среду при производстве ГРР на нефть и газ.

30. Понятие о государственной экспертизе запасов. Государственный баланс.

31. Развитие буровых работ (XIX –XXI век).

32. Методы размещения поисковых скважин (шаг поискового бурения, по радиальным профилям, метод клина, заложение на антиклинальных ловушках).

33. Проект геологоразведочных работ (основные разделы) .

Рекомендуемая литература

1. Гайворонский И.Н. Коллекторы нефти и газа Западной Сибири. Их вскрытие и опробование [Электронный ресурс] / И.Н. Гайворонский, Г.Н. Леоненко, В.С. Замахаев. — Электрон. текстовые данные. — М. : Геоинформцентр, Геоинформ, 2003. — 364 c. — 5-900357-91-0. — Режим доступа: http://www.iprbookshop.ru/17093.html

2. Геология нефти и газа. Электрон. текстовые данные. — М. : Геоинформмарк, 2010-2014. - Режим доступа: http: http://www.iprbookshop.ru/17107.html

3. Теоретические основы поисков и разведки нефти и газа : учебник : в двух книгах / А. А. Бакиров [и др.] ; под ред.: Э. А. Бакирова, В. Ю. Керимова. - Москва : Недра. - ISBN 978-5-8365-0379-6. Книга 2 : Методика поисков и разведки скоплений нефти и газа. - [4-е изд., перераб. и доп.]. - 2012. - 416 с. : рис., фот., табл. - Библиогр.: с. 413. - ISBN 978-5-8365-0386-4

4. Теоретические основы поисков и разведки нефти и газа: рабочая программа дисциплины для студентов специальности 21.05.02 Прикладная геология специализация № 3 Геология нефти и газа / Е.С. Ворожев. Екатеринбург: УГГУ, 2019. 11 с.

МИНОБРНАУКИ РФ

ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебно-методическому комплексу
_____С.А.Упоров

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ К ВЫПОЛНЕНИЮ КУРСОВОГО ПРОЕКТА ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Б1.Б.2.04 ГЕОЛОГИЯ И ГЕОХИМИЯ НЕФТИ И ГАЗА

Специальность:
21.05.02 Прикладная геология

Специализация № 3:
Геология нефти и газа

форма обучения: очная

Автор: Кривихин С.В., к.г.-м.н.

Одобрены на заседании кафедры
Литологии и геологии горючих ископаемых
(название кафедры)
Зав. кафедрой _____
(подпись)
к.г.-м.н., доц. Рыльков С.А.
(Фамилия И.О.)
Протокол № 7 от 03.03.2020
(Дата)

Рассмотреныметодической комиссией
факультета геологии и геофизики
(название факультета)
Председатель _____
(подпись)
д.г.-м.н., проф. Бондарев В.И.
(Фамилия И.О.)
Протокол № 7 от 20.03.2020
(Дата)

Екатеринбург
2020

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ....4
1. ПАЛЕОТЕКТОНИЧЕСКИЕ ПРОФИЛИ....7
2. ИЗОПАХИЧЕСКИЕ ТРЕУГОЛЬНИКИ....14
3. МОДЕЛИ ПРОГРЕВА....24
3.1. Построение моделей прогрева....24
3.2. Особенности установления степени катагенеза осадочных пород (на примере мезозойских отложений Западно-Сибирской плиты)....34
3.3. Пример построения и интерпретации модели прогрева....44

ЗАКЛЮЧЕНИЕ....51
АББРЕВИАТУРА....52
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ....53

ВВЕДЕНИЕ

Изучение дисциплины «Геология и геохимия нефти и газа» для студентов специализации «Геология нефти и газа» предусматривает помимо лекционных и практических занятий также и написание курсовой работы, направленной на выработку у студентов навыков извлечения геолого-геохимической информации из результатов бурения скважин и лабораторных исследований, а также приемов изображения этой информации. Известно, что в геологии основной формой анализа полученных первичных данных являются графические документы – стратиграфические и литологические колонки; разрезы; геологические, структурные, литолого-фациальные и другие карты. Грамотно построенные графические документы, отражающие геологическое строение и основные этапы геологического развития территории, создают надежную основу для последующего выявления закономерностей размещения месторождений (залежей) нефти и газа.

Настоящее учебно-методическое пособие имеет целью помочь студентам освоить приемы интерпретации, в первую очередь материалов бурения скважин и графического изображения результатов их обработки. Пособие содержит описание приемов изображения анализа материалов бурения для определенных условий генерации углеводородов (УВ), определения объемов пород, участвующих в этой генерации (очаги нефтегазообразования), направления миграции образующих УВ и мест их скопления в зонах нефтегазонакопления (ЗНГН) и локальных ловушках различного типа. В конечном счете пособие имеет целью помочь студентам в написании курсовой работы по дисциплине «Геология и геохимия нефти и газа».

Задачи курсовой работы:

– закрепление и углубление знаний по изучаемой дисциплине путем проработки специальной литературы и реферативного изложения отдельных вопросов курса;

– овладение приемами графического изображения и анализа истории геологического развития конкретной нефтегазоносной площади, анализа и обобщения фактического и литературного материала по этой территории, прогнозирование положения по площади и в разрезе возможных скоплений УВ.

Для выполнения курсовой работы студент получает задание по конкретной площади (как правило в пределах известныхнефтегазопоисковых районов или областей Западно-Сибирской, Волго-Уральской и Лено-Тунгусской нефтегазоносных провинций (НГП)), на которой есть пять скважин с реальным геологическим разрезом, полученным по результатам бурения. По этим скважинам для определенных интервалов (обычно не менее 5-6) разреза приводятся следующие сведения:

1) возраст отложений (индекс), название свиты, индекс отражающего горизонта;

2) литологический состав пород, наличие нефтегазоносности;

3) мощности (толщины) отложений по выбранным интервалам.

Курсовая работа должна состоять из двух частей.

В первой части для конкретной территории по литературным источникам следует дать характеристику геологии и нефтегазоносности анализируемой территории, входящей в конкретный нефтегазоносный район (НГР) или нефтегазоносную область (НГО) по схеме:

1) стратиграфия и литология;

2) тектоника;

3) нефтегазоносность (коллекторы, флюидоупоры, ловушки, залежи, нефтегазоматеринские (НГМ) свиты, нефтегазоносные комплексы, положение площади в иерархии нефтегазоносных территорий, состав нефти (газа)).

Основная литература, рекомендуемая для написания первой части курсовой работы, приведена в конце настоящего учебного пособия [5, 7, 14]. Кроме этих обзорных работ желательно использование и более конкретной литературы – монографий, журнальных статей по объекту исследования – месторождению, НГР и т. д.

Во второй части курсовой работынеобходимо по исходным данным (сводный геолого-геофизический разрез месторождения (площади), геологические (или сейсмические) разрезы, структурные карты по поверхности фундамента и различным горизонтам осадочного чехла, литологический состав отложений, колонки и план расположения 5 скважин) расчленить осадочный разрез на оценочные литолого-стратиграфические комплексы и построить:

– сводный литолого-стратиграфический разрез;

– сводный геохронологический разрез;

– палеотектонические профили;

– изопахический треугольник;

– модель прогрева (при отсутствии других данных принять для верхней границы главной зоны нефтеобразования (ГЗН) температуру 60 °С и глубину 1,5 км, для нижней – соответственно 120 °С и 3 км).

С методикой построения сводных литолого-стратиграфического и геохоронологического разрезов студенты должны быть знакомы по предыдущему изучению ими таких дисциплин, как «Основы палеонтологии и общая стратиграфия» и «Историческая геология». Здесь отметим только, что в первом должны быть последовательно показаны: эратема, система, отдел, ярус, свита (горизонт, ЛСК, сейсмический интервал), пласт, глубина залегания подошвы конкретного интервала разреза, литологическая колонка, мощность (толщина) рассматриваемого интервала и его краткое литологическое описание. Во втором,соответственно, приводятся: эра, период, эпоха, век, литологическая колонка, мощность (толщина) интервала (в метрах), длительность его накопления (в млн лет) и скорость седиментации

(представляется в м/млн лет в цифровом и графическом виде). Вертикальный масштаб первого разреза выбирается в метрах, второго – в млн лет.

На изопахическом треугольнике по возможности следует показать элементы эволюционного треугольника [2]. По результатам выполненных построений дается анализ истории формирования структуры, глубины погружения отложений в определенные этапы геологического развития территории; прогнозируется время вхождения и длительность пребывания отложений в катагенезе, прослеживается, по возможности, изменение пространственного положения очага(ов) нефтегазообразования (НГОг) в ходе развития рассматриваемой площади, условия миграции и аккумуляции образующихся углеводородов.

Первая часть курсовой работы сопровождается картами, схемами, разрезами из литературных источников, вторая – выполненными построениями.

Объем курсовой работы должен составлять не менее 10 страниц текста, срок представления – по действующему рабочему учебному плану специализации 130101 – «Геология нефти и газа» 2011 г. – конец шестого семестра обучения (перед весенней экзаменационной сессией).

1. ПАЛЕОТЕКТОНИЧЕСКИЕ ПРОФИЛИ

Палеотектонические профили отражают глубину погружения отложений в определенные этапы геологического развития территории (рис. 1, 2) или акватории (рис. 3). Такие профили позволяют прогнозировать степень прогревания различных частей разреза и, таким образом, предположить время вхождения и длительность пребывания НГМ-отложений в определенных зонах генерации УВ. Построение палеотектонических профилей позволяет также оценивать палеогидрогеологические условия, определяющие условия миграции образующихся в ГЗН углеводородов. Их отрисовка является составной частью палеотектонического анализа, проводимого с целью оценки влияния кон- и постседиментационных тектонических процессов на формирование резервуаров УВ и нефтегазовых залежей на основе изменения толщин стратиграфических пачек пород.

Методика палеотектонических реконструкций, основанная на анализе мощностей, впервые была предложена Н. С. Шатским (1924) и получила дальнейшее развитие в работах В. В. Белоусова (1940), Р. Г. Гарецкого (1960), К. А. Машковича (1976), В. Б. Неймана (1984) и др. Она базируется на утверждении, что толщины стратиграфических пачек в осадочных бассейнах (ОБ) зависят от амплитудытектонических движений. По В. В. Белоусову (1940), «размер мощностей осадков связан прежде всего и главным образом с масштабом погружения земной коры». Ее погружение постепенно компенсируется накоплением осадков, а различие в мощностях на разных участках является следствием неравномерного погружения земной коры: на тех участках, где погружение происходит медленно, накапливаются осадки малой мощности, а где погружение происходит быстрыми темпами, там накапливаются осадки большей мощности. Отсутствие осадков объясняется тем, что участок находился в области размыва. Такая интерпретация мощностей позволяет использовать профили и карты толщин для восстановленияистории тектонических движений как регионального, так и локального уровней. По разности мощностей одновозрастных толщ, отложившихся на соседних участках, можно судить об амплитудах вертикальных движений блоков относительно друг друга: чем больше разность мощностей, тем интенсивнее были блоковые тектонические перемещения.

Таким образом, в основу построения палеотектонических профилей положен принцип выравнивания. При выравнивании выбранная опорная поверхность принимается за горизонтальную плоскость или линию, от которой строятся палеотектонические профили. Выравнивание является в значительной степени условным, так как не всегда выбранный для построения опорный пласт мог образовываться в «горизонтальных» условиях. То есть не всегда при завершении формирования циклов осадконакопления формируются поверхности выравнивания и реализуется процесс компенсированного осадконакопления. Погрешности метода анализа тол-

щин могут быть связаны и с неравномерным уплотнением разреза в процессе литификации пород.

По мнению А. В. Лобусева с соавторами (2008), метод анализа толщин не применим для восстановления истории тектонического развития по стратиграфическим границам бокового наращивания клиноформных комплексов, стратиграфических несогласий, размывов, перекомпенсированного формирования осадков (рифы, литологические границы баров и др.). В связи с этим и во избежание ошибок некомпенсированного прогибания рекомендуют принимать значительные интервалы разреза с законченным седиментационным мегациклом, внутри которого произошла компенсация неровностей палеорельефа трансгрессивной серией осадков, или строить их с учетом фациальных палеогеоморфологических условий образования (в соответствии с разной глубиной древних водных бассейнов и первичного уклона дна). Поэтому при построении палеотектонических профилей целесообразно, по мнению А. А. Бакирова с соавторами [3], составление корреляционных схем, анализ которых позволяет выявить причины изменения мощностей изучаемых комплексов и тем самым правильно выбрать горизонтальные плоскости уровней компенсации. Палеотектонические профили широко применяют в практике нефтегазопоисковых работ. Они являются наиболее простым геологическим документом, позволяющим наглядно демонстрировать изменения во времени геологического строения изучаемой территории одновременно по различным опорным поверхностям в одной выбранной плоскости.

Как уже было сказано выше, построение палеотектонических профилей основано на принципе выравнивания. Для этого по выбранному направлению строят современный геологический профиль и затем, начиная сверху, путем последовательного выравнивания различных стратиграфических границ получают серию палеотектонических профилей, показывающих изменение геологического строения по линии от эпохи к эпохе. Число палеотектонических профилей должно определяться расчлененностью стратиграфических разрезов и, в основном, количеством фаз проявления тектонических движений. Число последних устанавливается в зависимости от крупных несогласий, наблюдаемых в стратиграфическом разрезе изучаемой территории. Профили мощностей (профили компенсации) отдельных горизонтов и комплексов строят следующим образом. От горизонтальной линии, теоретически принимаемой за уровень компенсации (подошва перекрывающих отложений), в различных точках (скважинах) по профилю откладывают мощность стратиграфического комплекса, получая структурную поверхность его подошвы. В качестве примера на рис. 1 (*б*, *в*, *г*) представлена серия профилей мощностей, позволяющая проследить формирование крупных тектонических элементов Предкавказья в мезозойское время [2, 3]. Эти структуры в западной части Предкавказья в общем плане характеризовались унаследованным геологическим развитием с проявле-

нием преимущественно положительных тектоническихдвижений в Ейско-Березанском районе и преимущественно отрицательных движений в Тихорецко-Кропоткинской впадине. В центральной и восточной частях Предкавказьяунаследованность тектонического развития крупных структурных элементов в начале палеогенового времени ($Р_1$-$Р_2$) была нарушена. Ставропольский свод, постоянно испытывающий в мезо-кайнозое положительные движения, в этот период был вовлечен в глубокое погружение. Наоборот, территория Восточного Предкавказья, постоянно характеризовавшаяся преобладанием относительно нисходящих движений, в палеоцен-эоценовое время испытывала более замедленное опускание. Заканчивается серия описываемых профилей геологическим профилем, показывающим современное тектоническое строение (см. рис. 1, *а*).

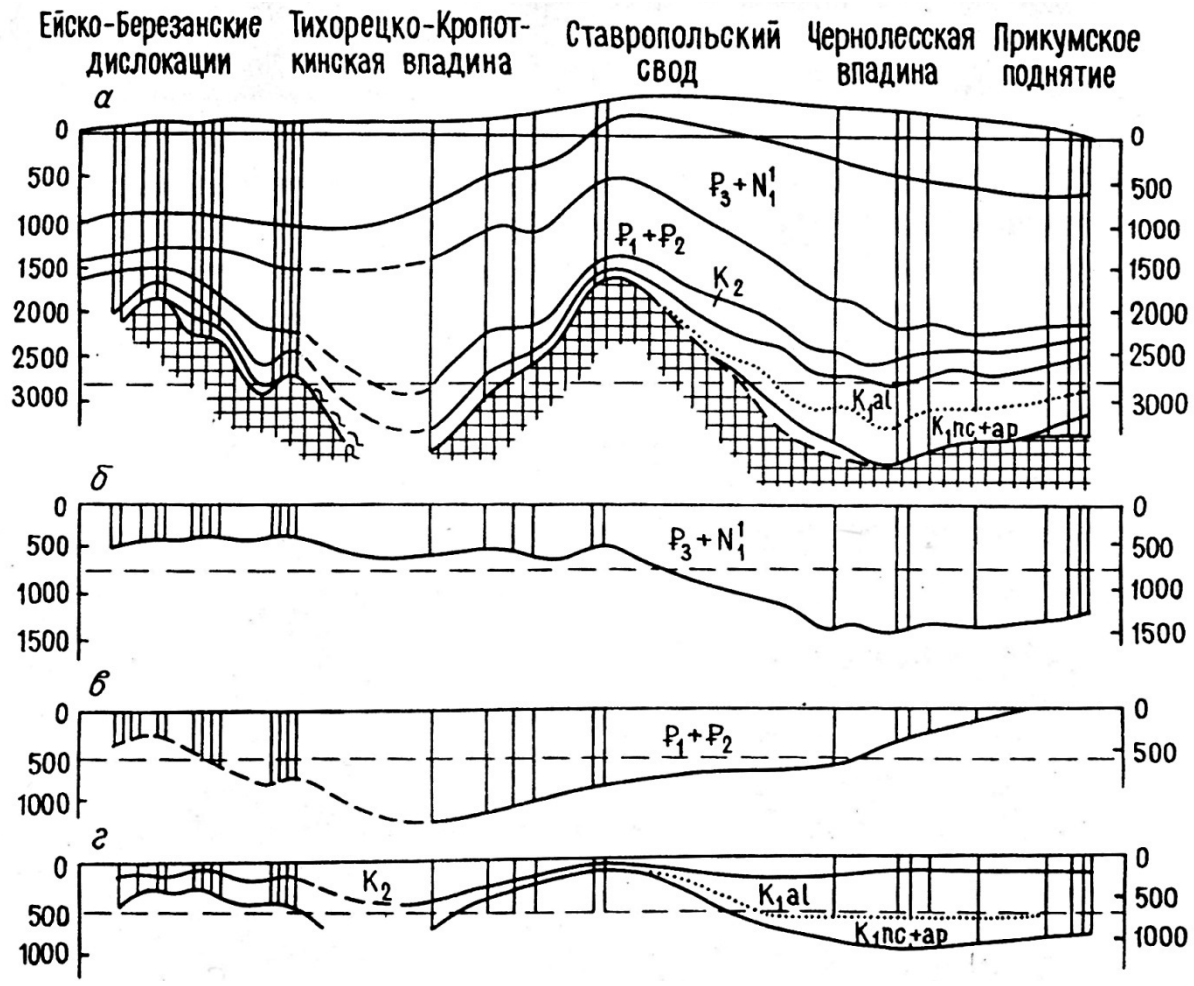


Рис. 1. Современный и палеотектонические профили (профили компенсации) Предкавказья (по Ю. А.Сударикову [2, 3]):
а – современный профиль; палеотектонические профили: *б* – к началу среднего миоцена (мощность майкопской серии), *в* – к началу майкопского времени (мощность палеоцена и эоцена), *г* – к началу палеогена (мощность мела)

На практике построение палеотектонических профилей часто начинают снизу и при этом последовательно наращивают мощности отложений вверх по разрезу, т. е. практически производят последовательное складывание профилей компенсации. В результате этого общая мощность геологических отложений на профилях постоянно увеличивается (см. рис. 2, 3).

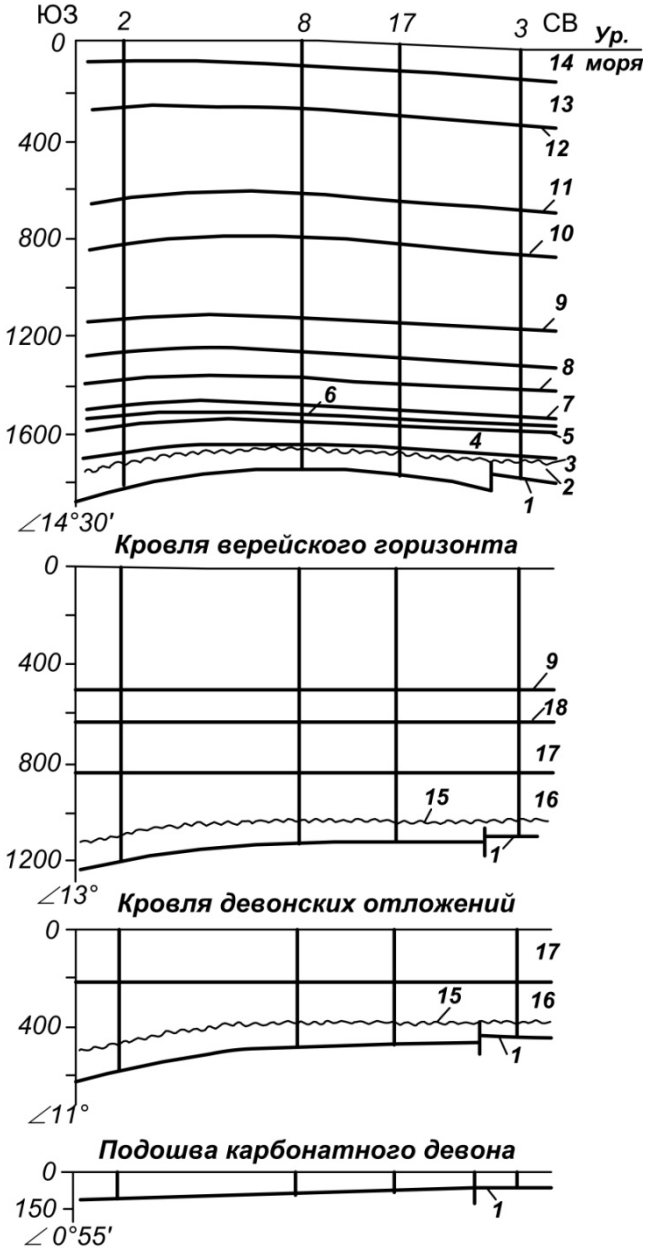


Рис. 2. Современный и палеотектонические профили вкрест простирания Генеральского поднятия (Саратовское Поволжье) [1]:

1 – кровля пласта D_2-V; отложения: *2* – живетские, *3* – кыновско-пашийские (D_3f_1),*4* – семилукские (D_3f_1), *5* – воронежские (D_3f_2), *6* – евлановско-ливенские (D_3f_2), задонско-елецкие (D_3fm_1), *7* – задонско-елецкие (D_3fm_1), *8* – данково-лебедянские (D_3fm_2); кровли: *9* – тульского горизонта (C_1v_2), *10* – нижнебашкирскогоподъяруса (C_2b_1), *11* – верейского горизонта (C_2m); *12* – поверхность палеозойских отложений; отложения: *13* – юрские, *14* – меловые, *15* – размытая поверхность живетских отложений, *16* – франские, *17* – фаменские; *18* – кровля девонских отложений

Вот как описывает эту методику построения Е. М. Максимов [10], основываясь на данных А. К. Машковича (1970): «…Профили выравнивания строятся вдоль линии скважин, начиная с наиболее древнего слоя. Мощности этого слоя (например, пласта D_2-Vживетского яруса, Саратовское Поволжье) откладывается вниз от горизонтальной линии, которая принимается за линию выравнивания (см. рис. 2). Концы отрезков линий, в масштабе изображающих мощность в каждой скважине, соединяются плавной линией. Эта линия будет изображать положение подошвы живетского яруса к началу франского века. Второй профиль выравнивания строится аналогичным образом, но к мощности слоя 1 (живетский ярус) добавляется мощность слоя 2 (франский ярус). Получится профиль выравнивания, изображающий положение подошв живетского и франского ярусов к началу фаменского века. Так же строятся и истолковываются все другие профили выравнивания, которые при палеогеологической интерпретации именуются палеоструктурными профилями…». Анализируя последовательно историю тектонического развития кровли пласта D_2-Vживетского яруса, характеризующую строение живетских отложений, и приняв поверхность размыва за практически горизонтальную, мы увидим, что к этому времени в пределах современного свода поднятия по пласту D_2-Vживетские отложения залегалимоноклинально с падением слоев на юго-запад под углом 0°55′ (на рис. 2 – подошва карбонатного девона). Рассматривая положение кровли пласта D_2-V к концу малевского времени (C_1t_1), можно увидеть, что и к этому времени сохранилось моноклинальное залегание живетских отложений с увеличением угла наклона на запад до 4°40′.* Залегание этих отложений продолжало оставаться моноклинальным и к концу верейского времени (C_2m) и, вероятно, только к началу мезозойской эры произошло опускание восточной части Генеральской площади и образование северо-восточного крыла складки в живетских отложениях. В современном структурном плане живетские отложения образуют асимметричную брахиантиклиналь с углами падения от 14°30′ на юго-западном крыле до 4°40′ на северо-восточном. Предполагается, что свод поднятия осложнен погребенным сбросом амплитудой около 40 м (из анализа структурных и палеоструктурных карт Генеральского поднятия [1]).

В качестве еще одного примера сошлемся на палеотектонический анализ, выполненный Ю. Ф. Федоровским и Е. В.Захаровым [17] в связи с геологическим прогнозированием нефтегазоносности карбонатных отложений в пределах российского шельфа Баренцева моря. Здесь Адмиралтейский вал и Центрально-Баренцевская зона поднятий, по данным Ю. Ф. Федоровского (2006, 2008), рассматриваются как крупные и наиболее

* Из-за сложности изображения в настоящем учебно-методическом пособии структурных и палеоструктурных карт Генеральского поднятия, знакомство с которыми облегчило бы понимание истории формирования этой структуры, мы адресуем заинтересованного читателя к первоисточнику [1]

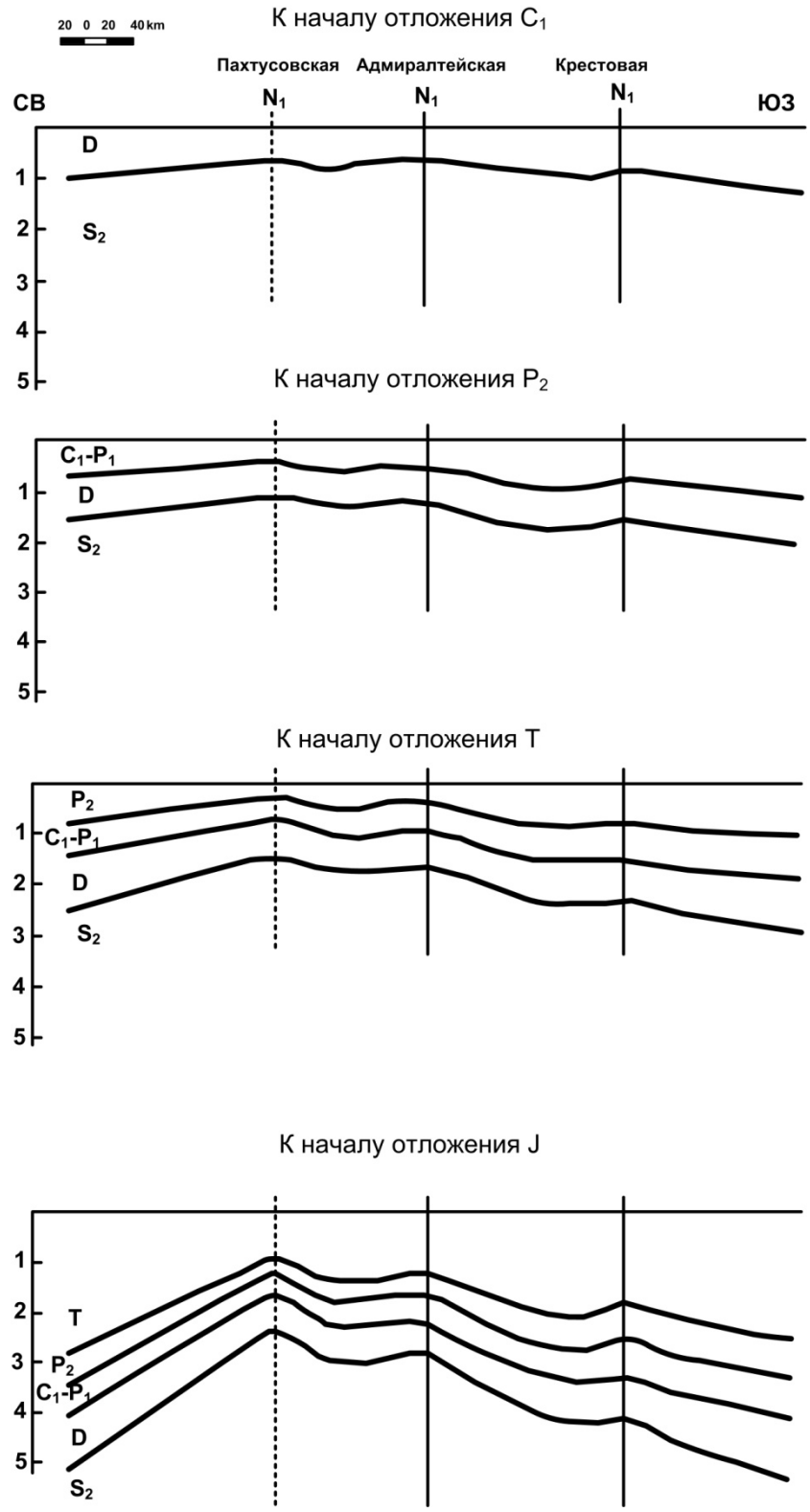


Рис. 3. Палеотектонические профили через Адмиралтейский вал [17]

перспективные в восточной части Баренцева моря зоны преимущественно-гонефтенакопления в карбонатных верхне-среднепалеозойских отложениях. В частности, в современном палеозойском разрезе Адмиралтейскойп-

лощади нефтегенерирующими могут считаться глинисто-аргиллитовые отложения верхнего девона, карбона и перми на глубинах от 2700 до 4200 м (0,70 % ≤ R_0 ≤ 1,30 %). Структуры в пределах Адмиралтейского вала по указанным отложениям попадают в «нефтяное окно» [ГЗН, – *В. Р.*]. При наличии коллекторов и покрышек, упомянутые нефтематеринские породы могли в течение мела и кайнозоя сформировать месторождения нефти на Адмиралтейской и Пахтусовской (к востоку от Адмиралтейского вала) площадях.На палеотектонических профилях, построенных по простиранию Адмиралтейского вала и свода Федынского, отчетливо видно, что на протяжении многих отрезков времени палеозойской и мезозойской эр они характеризовались устойчивым конседиментационным развитием. Эти поднятия развивались одинаково по основным этапам – позднедевонское, каменноугольное и раннепермское время (см. рис. 3).

Для дополнения истории геологического развития на палеотектонических профилях рекомендуют показывать размывы и несогласия между анализируемыми комплексами, а также внутри них. Желательно помечать также штриховкой или цветом тип осадков и условия их происхождения (континентальные, морские, мелководные, глубоководные). По мнению А. А. Бакирова с соавторами [3], все указанные данные в совокупности дают более или менее точную картину истории геологического развития по выбранному направлению.

После построения изопахического треугольника и модели прогрева (см. соответственно разделы 2 и 3 настоящего пособия) на отрисованные палеотектонические профили можно вынести дополнительную информацию (стадии и градации катагенеза отложений определенного стратиграфического горизонта – через индекс градации катагенеза, направление миграции флюидов и положение возможных залежей УВ).

2. ИЗОПАХИЧЕСКИЕ ТРЕУГОЛЬНИКИ

Для анализа формирования различных структур (чаще – локальных поднятий, в отдельных случаях и более крупных структурных элементов – валов, сводов и т. д.) составляют изопахический треугольник. Впервые метод его построения был предложен сотрудниками ВНИГНИ Ю. А. Каравашкиным и Е. Н. Пермяковым (1951). Он представляет собой комплект карт мощностей, палеоструктурных и структурных карт, показывающих динамику формирования структуры во времени.

Карты мощностей. Они могут быть построены для каждого стратиграфического горизонта (слоя, свиты, яруса и др.). Фактически материалом для таких построений обычно являются мощности, вычисленные по скважинам. По скважинам (и точкам) на карты наносят значения истинных мощностей изучаемого объекта и на основе интерполяции проводят изопахиты. По относительным изменениям мощностей судят о проявлениитектонических движений: положительных – по участкам относительного уменьшения мощностей, отрицательных – по участкам повышенных мощностей. В основе таких суждений лежит положение о связи интенсивности осадконакопления с размахом колебательных движений (подразумевается компенсирование осадконакопления, см. также раздел 1). Как уже отмечалось ранее, изменения мощностей могут быть связаны с размывом, неравномерным уплотнением различных литотипов пород, наличием погребенного рельефа и т. п. Чтобы исключить влияние указанных факторов увеличивают интервалы анализируемых мощностей: интервалы разреза, характеризующиеся наличием эрозионного рельефа, линзовидным строением и т. д., объединяют с другими частями разреза, нивелирующими искажения (в этом случае, однако, затушевываются детали и особенности формирования локальных структур). Для изучения истории геологического развития исследуемой территории обычно составляется серия карт мощностей, позволяющая проследить историю вертикальных движений [2].

Палеоструктурные карты представляют собой карты мощностей определенного стратиграфического комплекса. Они отображают условия залегания его подошвы на момент окончания накопления данного комплекса. Карта строится на основании предположения, что к моменту начала накопления вышележащей толщи произошла полная компенсация погружения осадконакоплением (т. е. верхняя поверхность толщи горизонтальна). При построении палеоструктурной карты выбирается условная нулевая поверхность (для каждой карты своя). За нее принимается поверхность опорного горизонта, на конец времени образования которого строится карта (рис. 4). Для анализа истории формирования структур строят серии палеструктурных карт, на которых изображается гипсометрическая структура опорного горизонта в разные моменты геологического времени. Делается это путем последовательного сложения мощностей изучаемого

комплекса с мощностями вышележащих (графическое суммирование карт мощностей при их наложении) [2].

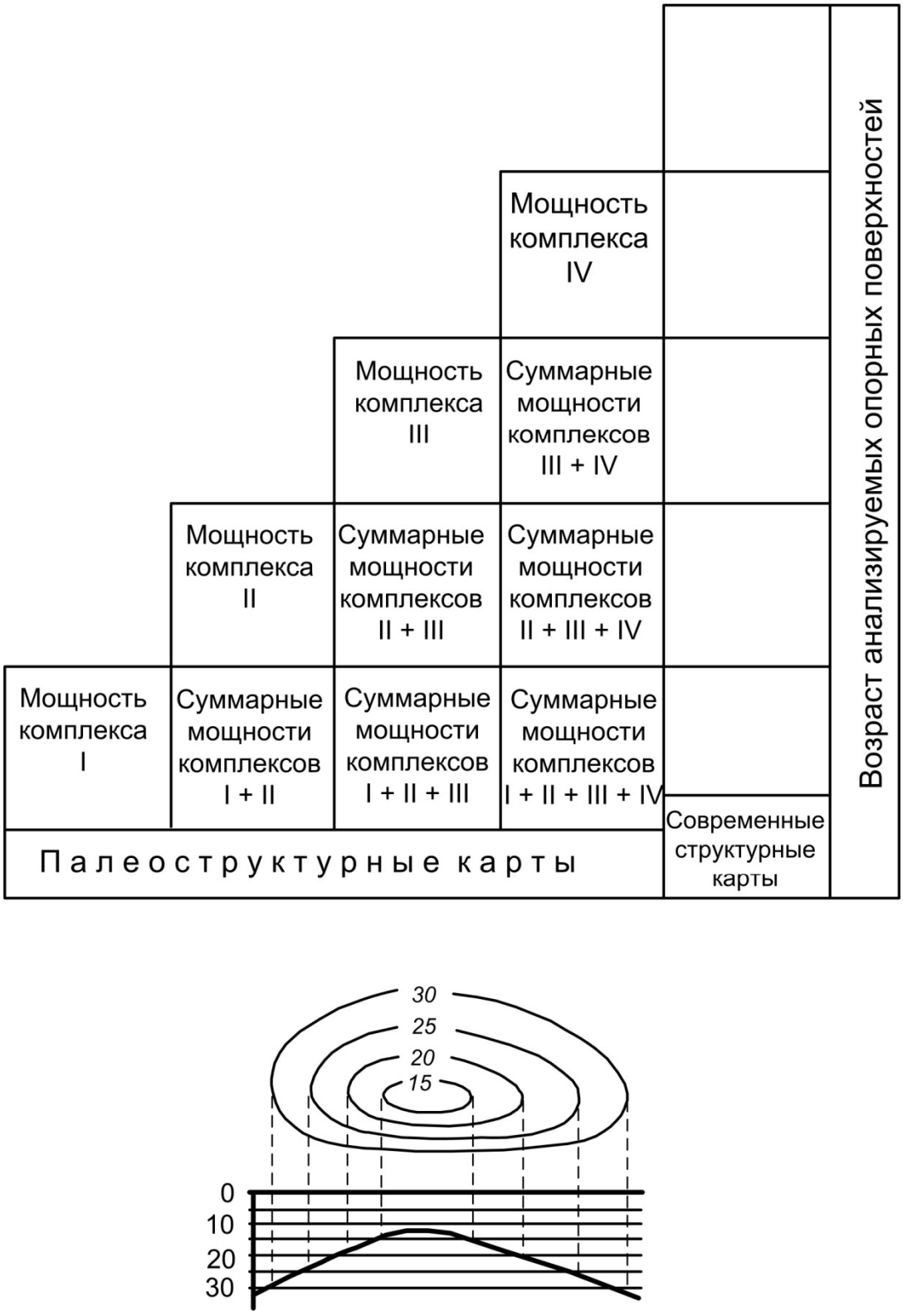


Рис. 4. Схема расположения карт в изопахическом треугольнике и принцип построения палеоструктурных карт [2]

Для построения изопахического треугольника выбирают ряд стратиграфо-тектонических поверхностей (по числу тектонических фаз, имеющих место в истории геологического развития изучаемой территории)* и поверхностей нефтегазоносных комплексов, структурный анализ которых имеет большое значение для оценки перспектив нефтегазоносности изучаемых площадей. Для исследования структур, не изученных бурением, в качестве объектов выбираются сейсмические поверхности (строятся карты мощностей между отражающими горизонтами – изохорический треугольник).

По количеству выбранных для анализа стратиграфо-тетконических поверхностей определяют общее число карт в изопахическом треугольнике

$$m_n = (n + 1)n/2,$$

где n – количество выбранных для анализа объектов стратиграфических поверхностей,

m_n – общее число карт.

Между указанными величинами существует следующая зависимость:

n 2	3	4	5	6	7
m3	6	10	15	21	28

В изопахическом треугольнике в правом вертикальном ряду представлены современные структурные карты по выбранным горизонтам. Они позволяют проследить современное изменение строения по разрезу. Горизонтальные ряды начинаются (слева) с палеоструктурной карты мощностей анализируемого комплекса и продолжаются во времени структурных планов изучаемых горизонтов для различных этапов времени – от самого древнего до современного. Развитие каждого более молодого (вышерасположенного) горизонта начинается на этап позже предыдущего, поэтому каждый новый ряд оказывается на одну карту короче (в результате этого схема и приобретает форму треугольника) (см. рис. 4).

В изопахическом треугольнике применяются различные варианты расположения карт. Одни из них показан на рис. 5, *А*, составленном Б. А. Соколовым с соавторами [2] для Средне-Вилюйского газоконденсатного месторождения (Лено-Вилюйская ГНП). Как видно из рисунка, крайний правый вертикальный ряд карт представляет собой серию современных структурных карт по нескольким выбранным опорным горизонтам, которые позволяют проследить изменение строения рассматриваемой территории по стратиграфическому разрезу. Каждый вертикальный ряд, располагающийся параллельно ряду современных структурных карт, представляет

* При этом рекомендуется выбрать минимальное число стратиграфо-тектонических поверхностей, с тем, чтобы при анализе истории геологического развития изучаемой территории были освещены как эпохи тектонических перестроек, так и периоды спокойного тектонического развития [3].

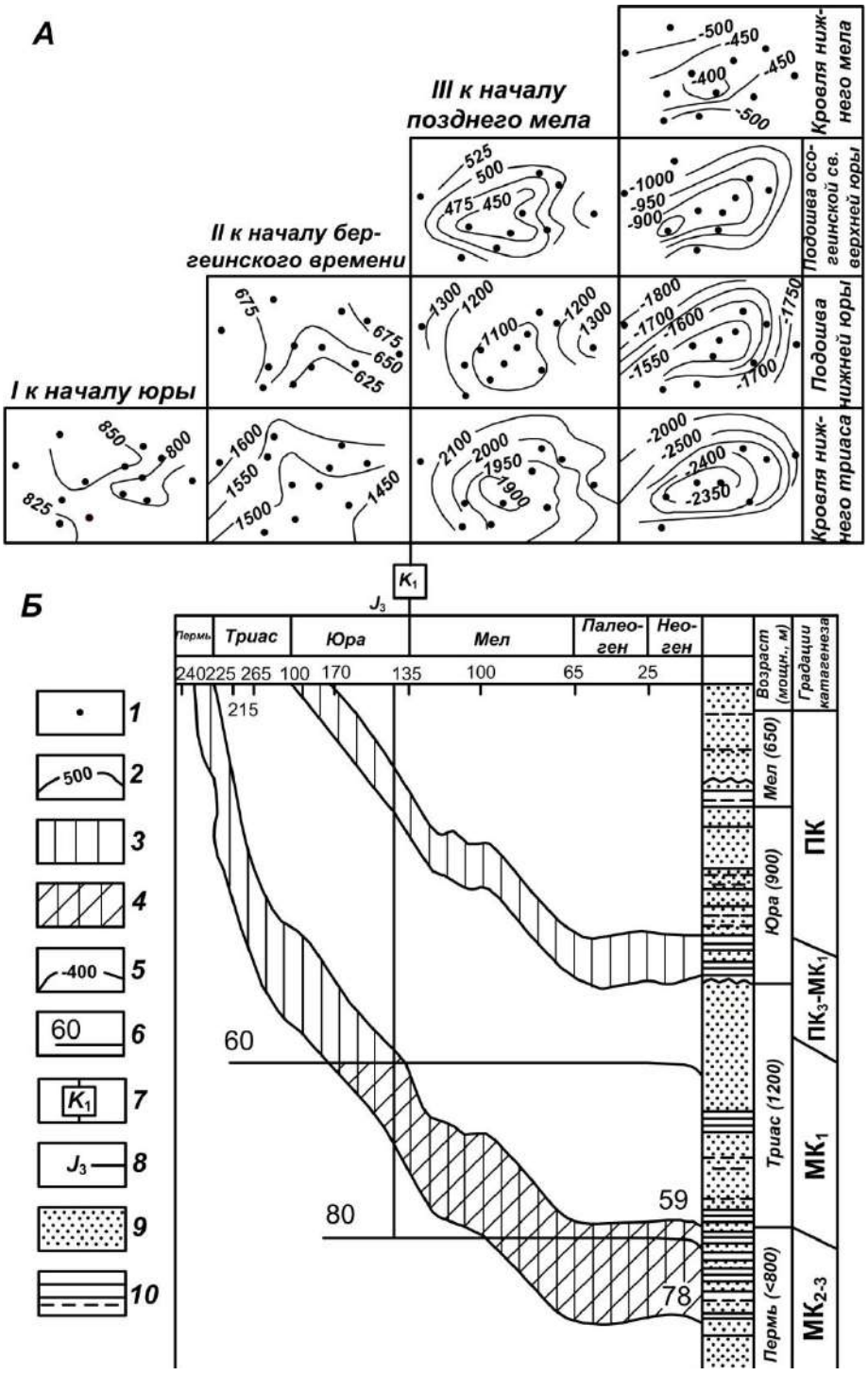


Рис. 5. Генерационно-аккумулятивный хроно-блок. Средне-Вилюйское месторождение (Соколов, Ларченков, 1978):

А – изопахический треугольник; *Б* – модель прогрева*; *1* – скважины; *2* – изопахиты (м); *3* – нефтегазоматеринские отложения; *4*–нефтегазопроизводящие слои (в очаге $НГО_г$); *5* – стратоизогипсы (м); *6* – изотермы (°С); *7* – время формирования ловушки; *8* – время вступления материнской толщи в очаг $НГО_г$; *9* – песчаники и алевролиты; *10* – глины

* Методика построения модели прогрева и комментарий к рис. 5, *Б* приведены в разделе 3 настоящего учебно-методического пособия.

собой серию палеоструктурных карт по нескольким опорным горизонтам, построенным для отдельных этапов геологического времени. Горизонтальные ряды карт изопахического треугольника являются сериями палеоструктурных карт, которые дают возможность проследить изменение во времени структурных планов по одному из выбранных опорных горизонтов. Таким образом, время на схеме как бы «течет» слева направо. По гипотенузе располагаются простейшие палеоструктурные карты (карты мощностей анализируемых комплексов).

Другой вариант изображения изопахических треугольников для унаследованных и «молодых» структур (по «палеотектонической» классификации локальных поднятий К. А. Машковича [1][*] приведен на рис. 6 и 7. На рис. 6 показан изопахический треугольник Соколовогорского поднятия (Степановский вал, Саратовское Поволжье, Волго-Уральская НГП), являющегося представителем унаследованных структур. Структуры этого типа характеризуются относительным совпадением в плане сводовых частей, поднятий по всем слагающим их отложениям, закономерным увеличением со стратиграфической глубиной углов падения на крыльях и для ряда слагающих структуру стратиграфических комплексов сокращением их мощностей по направлению к своду поднятий (конседиментационные поднятия).

Девонское поднятие Соколовогорской структуры отражено в ней в вышележащих каменноугольных и мезозойских отложениях. По кровле пласта $Д_2$-Vживетского яруса это поднятие представляет собой асимметричную брахиантиклинальную складку с более крутым юго-западным крылом, где углы падения достигают 20°. Северо-восточное крыло более пологое, с углами падения до 3°30′(рис. 6, *I*). На своде Соколовогорского поднятия отсутствуют морсовские отложения (D_2gv), вскрываемые скважинами на крыльях. Это позволяет предположить, что оно формировалось уже в среднем девоне. Более детально последовательные этапы тектонической жизни можно проследить, начиная с живетского века. Антиклинальное строение пласта $Д_2$-V фиксируется уже к концу кыновского времени (D_3f_1; рис. 6, *II*). Положение в плане и форма Соколовогорского поднятия с течением времени существенно не изменялись за исключением постепенного увеличения углов падения на крыльях (см. рис.6, *II –V*).

Прослеживая развитие поверхности кыновско-пашийских (D_3f_1) отложений во времени, можно установить, что к малевскому (C_1t_1) времени поднятие в них существовало (см. рис. 6, *VII*). К концу верейского (C_2m_1) времени и батского века оно сохраняло в кыновско-пашийских отложениях свою прежнюю форму и положение в плане с постепенным увеличением углов падения (см. рис. 6, *VIII*, *IX*). В современном структурном плане углы падения в этих отложениях на юго-западном крыле составляют 3°30′, а на северо-восточном – 2° 30′.

[*] К. А. Машкович выделил зоны поднятий трех категорий: древнего заложения и длительного конседиментационного роста, новообразованных и инверсионных.

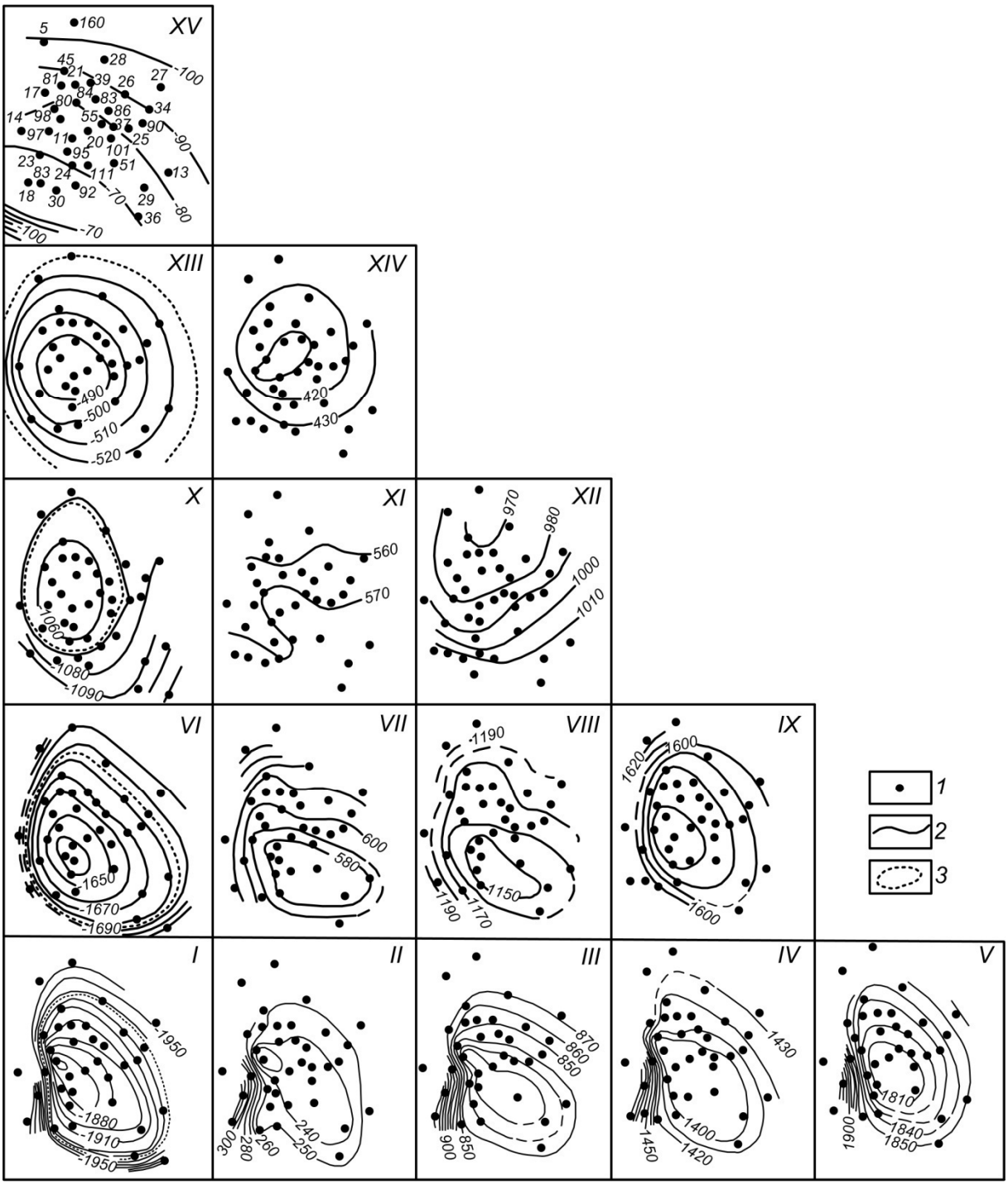


Рис. 6. Структурные и палеоструктурные карты Соколовогорского поднятия [1]:
1 – скважины; 2 – изогипсы и изопахиты; *3* – контуры нефтяных и газовых залежей

Малевские отложения нижнего карбона в современном структурном плане образуют пологое поднятие. Углы падения изменяются от 3°45' на юго-западном крыле до 2°30' на северо-восточном. К концу верейского времени малевские отложения образовали моноклиналь, наклоненную на юг, и только к концу батского (точнее, к началу среднеюрского) времени в

нижнекаменноугольных отложениях сформировалось поднятие. По мнению К. А. Машковича [1], в данном случае мы, по-видимому, получаем искаженное представление о действительном положении древнего свода вследствие регионального (с юга на север) сокращения мощности каменноугольных отложений в интервале от кровли малевского горизонта до кровли верейского (рис. 6, *XI*).

По кровле верейскихотложений Соколовогорское поднятие приобретает более округлую форму и еще более пологие углы падения (до 1°14' в северо-восточном крыле). К концу батского века поднятие в верейскихотложениях уже существовало (рис. 6, *XIII, XIV*).

Разрез палеозойских отложений от кровли пласта $Д_2$-V до поверхности палеозоя на своде Соколовогорского поднятия сокращен на 232 м по сравнению с их мощностью в прогибе, отделяющем это поднятие от соседнего, расположенного к востоку.

В отложениях живетского и франского ярусов девонской системы и в каменноугольных отложениях Соколовогорского месторождения содержится 13 продуктивных горизонтов.

Представителем «молодых» (позднего формирования) структур является Гусихинская, расположенная в Сурско-Мокшинской зоне поднятий (Волго-Уральская НГП). Девонские отложения на Гусихинской площади вскрыты четырьмя скважинами, позволяющими достаточно уверенно осветить историю тектонического развития (рис. 7). При сопоставлении мощности терригенных отложений девонской системы от кровли пласта $Д_2$-Vживетского яруса до кровли кыновско-пашийских отложений (D_3f_1) обращает на себя внимание малая ее изменчивость по всем четырем скважинам (в пределах 268–274 м). Постоянство мощности терригенных девонских отложений на Гусихинской площади позволяет сделать вывод, что к концу кыновско-пашийского времени поднятия в живетских отложениях здесь не существовало. К концу тульского и верейского времени поднятие в девонских отложениях также не сформировалось, о чем свидетельствует моноклинальное залегание живетских отложений к этому времени (см. рис. 7, *II–IV*). В современном же структурном плане живетские отложения образуют антиклинальную складку северо-восточного простирания с более крупным юго-восточным крылом, где углы падения достигают 9–10° (см. рис. 7, *I*).

Положение подошвы карбонатных девонских отложений на конец тульского и верейского времени также свидетельствуют о моноклинальном залегании с падением на юго-восток под углом 0°40′ (см. рис. 7, *VI*, *VII*).

Сопоставление мощности отложений от кровли тульского горизонта до кровли верейского выявляет удивительное, по мнению К. А. Машковича [1], ее постоянство (она изменяется от 332 до 334 м, т. е. всего на 2 м).

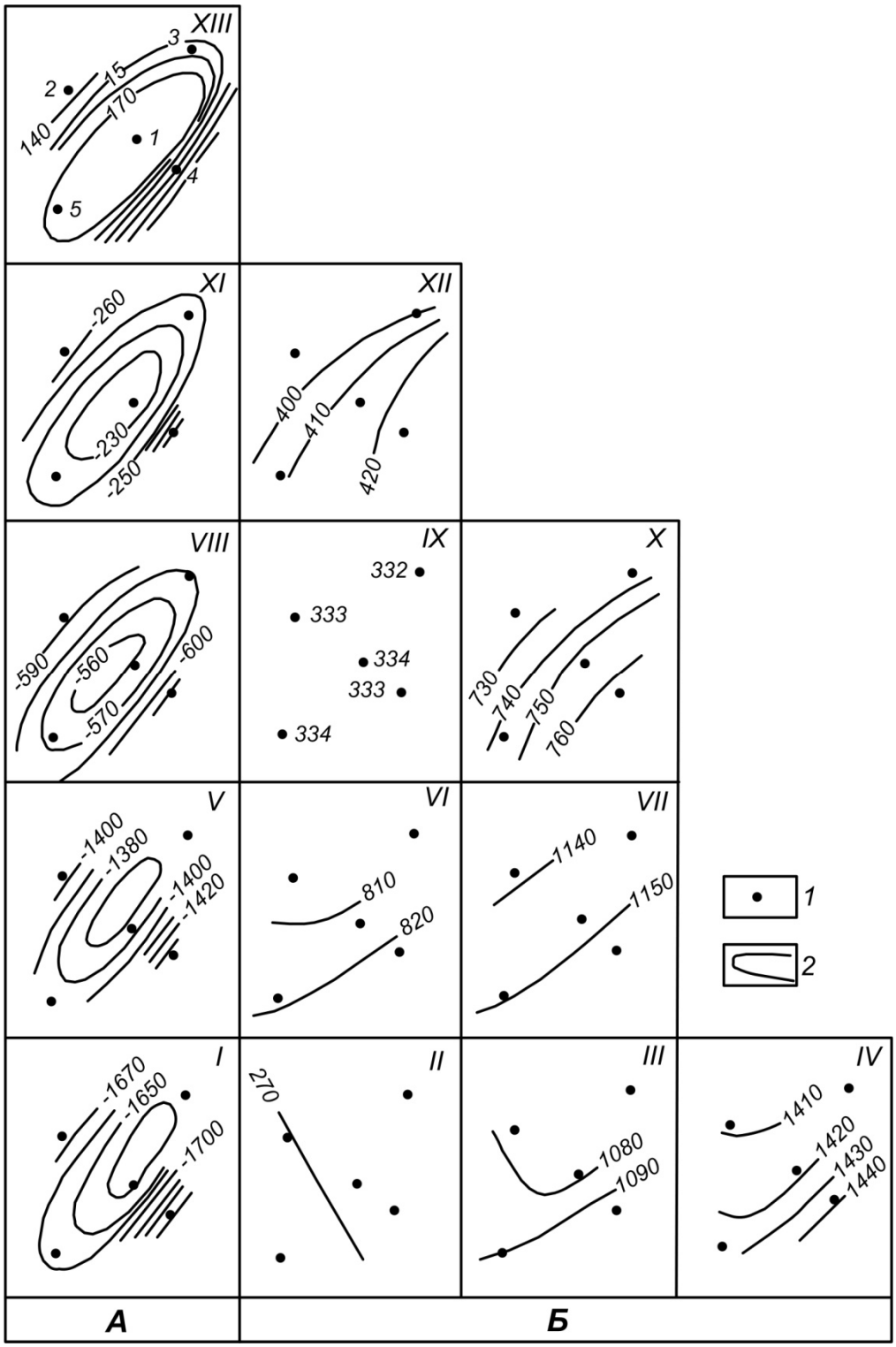


Рис. 7. Структурные и палеоструктурные карты Гусихинского поднятия [1]:
А – структурные карты:*I* – по кровле пласта D_2-V; *V* – по подошве карбонатных девонских отложений; *VIII* – по кровле тульского горизонта (C_1v_2); *XI* – по кровле верейского горизонта (C_2m); *XIII* – по кровле барремского яруса; Б – палеоструктурные карты:*II* – кровля пласта D_2-V; к началу отложения карбонатного девона; кровля пласта D_2-V к концу: *III* – тульского и *IV* – верейского времени; подошва карбонатных девонских отложений к концу: *VI* – тульского и *VII* – верейокого времени; кровля тульского, горизонта к концу: *IX* – верейского времени и *X* – барремского века; *XII* – кровля верейского горизонта к концу барремского века;*1* – скважины; *2* – изогипсы и изопахиты

Это позволяет говорить о практически горизонтальном положении кровли тульского горизонта к концу верейского времени (см. рис. 7, *IX*). К концу барремского века тульские отложения залегали моноклинально с наклоном на юго-восток под углом 0°50′ (см. рис. 7, *X*).

В современном структурном плане в каменноугольных отложениях фиксируется брахиантиклинальная складка северо-восточного простирания с углами падения на северо-западном крыле 1°50′ и на относительно крутом юго-восточном – до 9°.

Гусихинская складка сформировалась в третичный период, так как на основании исследований, проведенных В. Я. Дороховым, палеогеновые отложения, залегающие на ее крутом крыле, достигают 22°. Ближе к своду в верхне- и нижнемеловых отложениях они уменьшаются последовательно до 11°4′.

Пробуренные на описанном поднятии скважины не обнаружили залежей нефти и газа в разрезе девонских и каменноугольных отложений, что, по-видимому, является следствием позднего времени его формирования (миграция УВ в отложениях девона и карбона к этому времени закончилась).

Следует отметить, что вариант построения изопахического треугольника К. А. Машковича (см. рис. 6, 7) позднее был подвергнут критике В. Б. Нейманом [12]. По мнению последнего, в отличие от авторов метода (Ю. А. Каравашкина и Е. Н. Пермякова) на схемах К. А. Машковича(см. рис. 6, 7) «… уже не существует одновременности вертикальных рядов изопахических схем, так как схемы вышерасположенных рядов относительно нижерасположенных последовательно сдвинуты влево. Единовременные схемы приходится находить «по диагонали», что усложняет восприятие построений. К тому же изображаемые на схемах современные структурные карты помещены слева от палеотектонических, хотя направленность времени (слева направо) заставляет помещать их в правой части чертежа…». Поэтому неудивительно, что первичный вариант метода применяется в настоящее время значительно чаще (например, учеными: МГУ – см. рис. 4, 5, [2]; РГУНГ – [3]; ИНГГ им. А. А. Трофимука СО РАН – [18]).

В завершение этого раздела отметим еще раз, что в общем случае на палеоструктурных картах изолиниями максимальных значений мощности отображаются палеовпадины и палеопрогибы, а изолиниями сокращенных значений – палеосводы, палеовалы, палеокупола и другие палеоподнятия – потенциальные структурные ловушки нефти и газа. По разности мощностей можно оценить амплитуду конседиментационного роста и крутизну склонов палеоподнятий для каждого отрезка геологического времени. Построив серию карт изопахит (карт мощности) можно определить как менялись конфигурации и размеры структур за период накопления всей осадочной толщи [10].

В целях прогноза нефтегазоносности площадей по времени формирования локальных структур, не исследованных бурением, рекомендуются первые палеоструктурные построения проводить по данным детальных сейсмических исследований, записанным на магнитных носителях. При благоприятных сейсмогеологических условиях сейсморазведка может дать удовлетворительные материалы для построения карт мощностей между отражающими горизонтами. Палеотектоническая интерпретация их производится так же, как и профилей выравнивания. Примерами таких построений является серия статей ученых ИНГГ им. А. А. Трофимука СО РАН, опубликованных в журнале «Геология нефти и газа», № 5 за 2011 г. (стр. 92–127), и посвященных структурной характеристике и истории тектонического развития ряда нефтегазоносных площадей на северо-востоке и востоке Западно-Сибирской НГП.*

*Из-за большого объема приведенного там материала и сложности воспроизведения представленных там карт показать их в настоящем пособии не представляется возможным.

3. МОДЕЛИ ПРОГРЕВА

3.1. Построение моделей прогрева

Для установления начала времени нефтегазообразования, выделения эпох наибольшей интенсивности этого процесса, прослеживания изменений в пространственном положении (по площади и глубине) очага НГО,* применяется анализ истории погружения НГМ-толщ, названный *методом моделей прогрева*. Этот метод, используемый в комплексе с геохимико-литологическими и палеотемпературными исследованиями, дает возможность не только прогнозировать интервал осадочного разреза, находящегося в ГЗН, но также определить длительность пребывания каждой НГМ-свиты в условиях, оптимальных для нефтегазообразования, выяснить историю нефтегазообразования на фоне общей истории формирования нефтегазоносных бассейнов (НГБ) [16].

Прежде чем рассмотреть методику построения модели прогрева, целесообразно, по нашему мнению, напомнить читателям некоторые общие аспекты вертикальной зональности нефтидогенеза. Накопленный к настоящему времени материал показывает, что глубинное расположение залежей нефти, газа и газоконденсатных систем (ГКС) в недрах НГБ или НГП определяется, главным образом, глубинной зональностью генерации нафтидов различного фазового состояния. Наивысшим достижением в области составления схем вертикальной зональности нафтидогенеза было в нашей стране разработанное Н. Б. Вассоевичем совместно с сотрудниками кафедры геологии и геохимии горючих ископаемых МГУ (1969 г.) учение о главной фазе нефтеобразования (ГФН). В 1974 г. Н. Б. Вассоевич опубликовал «Принципиальную схему вертикальной зональности генерации метана, жирного газа и нефти органическим веществом (ОВ) в процессе литогенеза», в которой присутствовали следующие генерационные зоны (сверху вниз): диагенетическая зона газообразования, верхняя катагенетическая зона газообразования (низов протокатагенеза), ГЗН (градации катагенеза $МК_{1-3}$), зона образования газоконденсатов (градации катагенеза $МК_{3-4}$), нижняя катагенетическая зона или ГЗГ (градации катагенеза $МК_5$ – $АК_1$) (рис. 8). В дальнейшем Н. Б. Вассоевич отказался от термина «главная зона газообразования», полагая, что в зависимости от конкретных условий главной зоной может быть либо верхняя, либо нижняя катагенетические зоны газообразования.

*Очаг нефтегазообразования (НГО) – часть нефтематеринских (НГМ) пород, находящихся в ГЗН и главной зоне газообразования (ГЗГ), где проявляются оптимальные условия для генерации и миграции УВ (Соколов, 1975). Очаг в пределах осадочного бассейна возникает, когда первая из накопившихся нефтематеринских толщ оказывается на глубинах с термобарическим условиями, соотвествующими ГЗН.

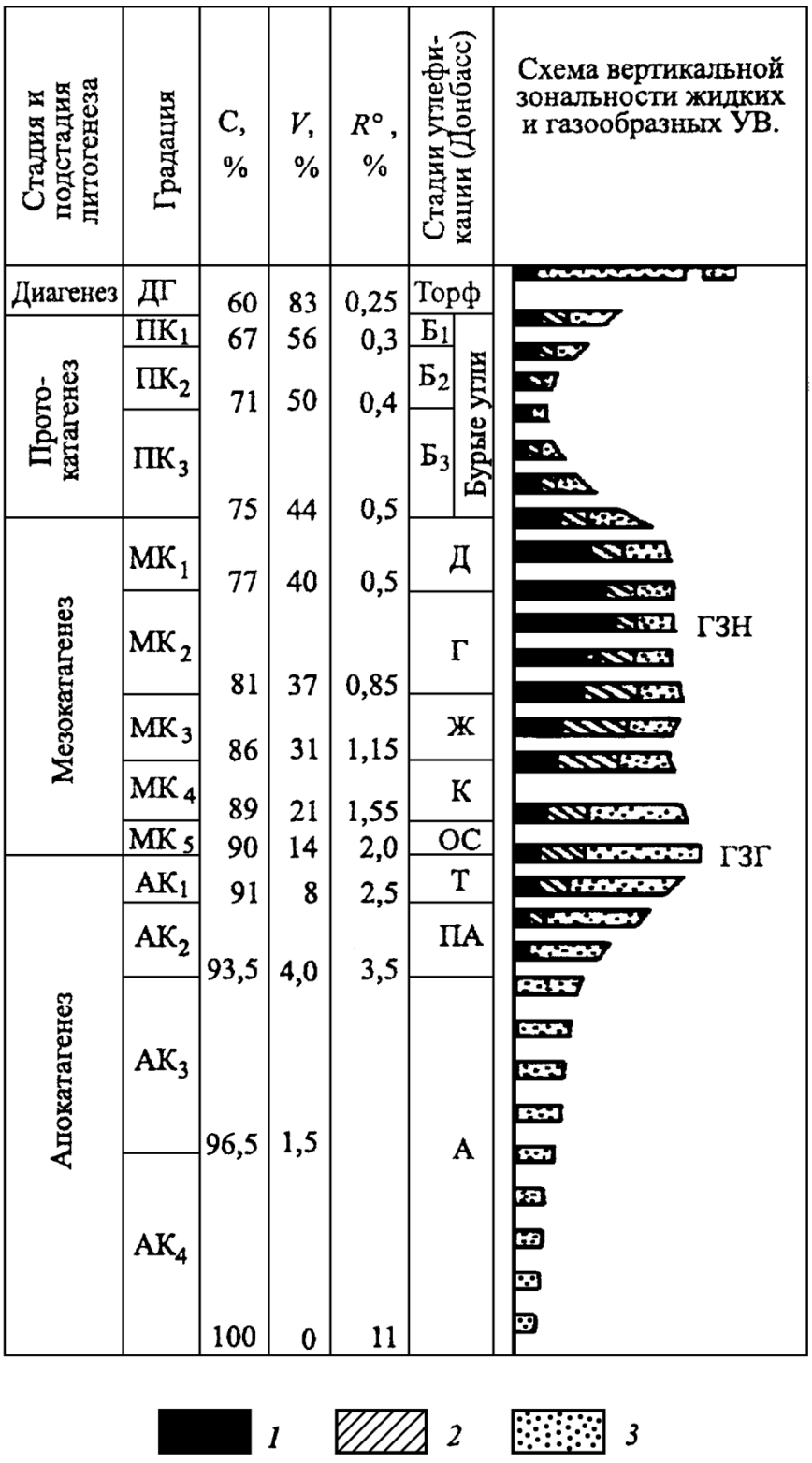


Рис. 8.Соотношение процессов генерации жидких и газообразных УВ с общей шкалой катагенеза (углефикации) (по Н. Б. Вассоевичу) (заимствовано из работы В. Н. Волкова «Основы геологии горючих ископаемых», 2005 г.):

1 – нефть; *2* – жирный газ; *3* – метан; *ГЗН* – главная зона нефтеобразования, «нефтяное окно», *ГЗГ* – главная зона газообразования, *C* – содержание углерода, *V* – выход летучих веществ, *R°* – показатель отражения (все три характеристики – по витриниту)

В 1976 г. А. Э. Конторович и А. А. Трофимук, используя материалы А. М. Акрамходжаева, Н. Б. Вассоевича, В. С. Вышемирского, А. А. Карцева, С. П. Максимова, М. С. Моделевского, С. Г. Неручева, В. А. Соколова, В. А. Успенского, а также данные свои собственные и зарубежных исследователей (Дж. Ханта, Б. Тиссо, Д. Вельте и др.), предложили схему интенсивности генерации нефти и газа и распределения их ресурсов в стратисфере, которая до настоящего времени являлась наиболее признанной. Согласно этой схеме в разрезе НГБ выделяются четыре основные зоны генерации фазоворазличныхнафтидов (сверху вниз): диагенетическая зона газообразования и зона накопления гидратов газов, верхняя зона интенсивного газообразования и газонакопления, ГЗН и, наконец, глубинная зона интенсивного газообразования и газонакопления (рис. 9). В дополнение к схеме вертикальной зональности образования УВ Н. Б. Вассоевича (см. рис. 8) Е. И. Тараненко с соавторами включают в нее данные по изотопному составу углерода метана ($\delta^{13}C$), который, по их мнению, чутко реагирует на катагенетическое преобразование керогена и является «умеренным индикатором степени катагенеза ОВ…». На основе схемы вертикальной зональности нафтидогенеза Н. Б. Вассоевичасотрудниками кафедры геологии и геохимии горючих ископаемых МГУ была разработана методика построения и анализа модели прогрева НГМ-отложений в процессе катагенеза. Для ее построения используется конкретный разрез скважины, принимаемый за ось ординат (рис. 10). По оси абсцисс откладывается время в млн лет, отвечающее геологическому возрасту пород, слагающих разрез. Затем на диаграмму наносятся эпейрогенетические кривые, отражающие постепенное изменение глубины залегания отдельных стратиграфических подразделений, включающих НГМ-свиты, от начала их образования, т. е. от нулевых мощностей, когда толща только появляется, до современного положения, установленного бурением. Так воссоздается картина последовательного достижения конкретными НГМ-толщами различных глубинных интервалов и, следовательно, различных температурных зон. На диаграмме по оси ординат отмечается температурный интервал, соответствующий ГЗН. Для этого используются данные замеров современной температуры в скважине, а также все сведения о палеотемпературах.

Для корректировки положения ГЗН необходимо учитывать имеющиеся геохимические, углепетрографические, литологические и другие показатели катагенеза пород и ОВ, получаемые в процессе изучения разрезов скважин [2]. Все эти показатели различными значками можно показать на вертикальной оси. Верхняя граница ГЗН выделяется на графике

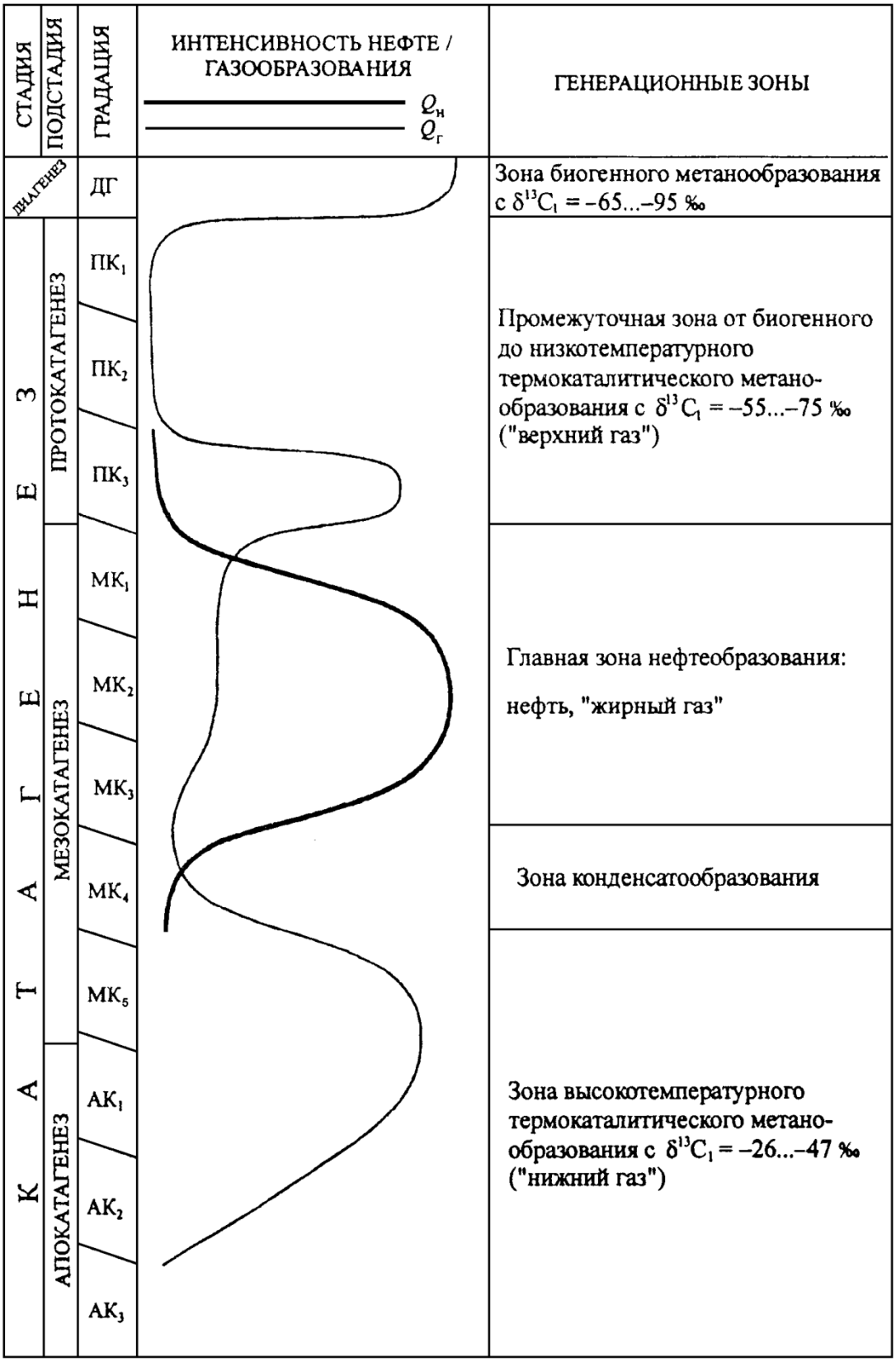


Рис. 9. Обобщенная традиционная схема вертикальной зональности нафтидогенеза (заимствовано из работы Е. И. Тараненко и др. «Современные аспекты вертикальной зональности нафтидогенеза», 2008)

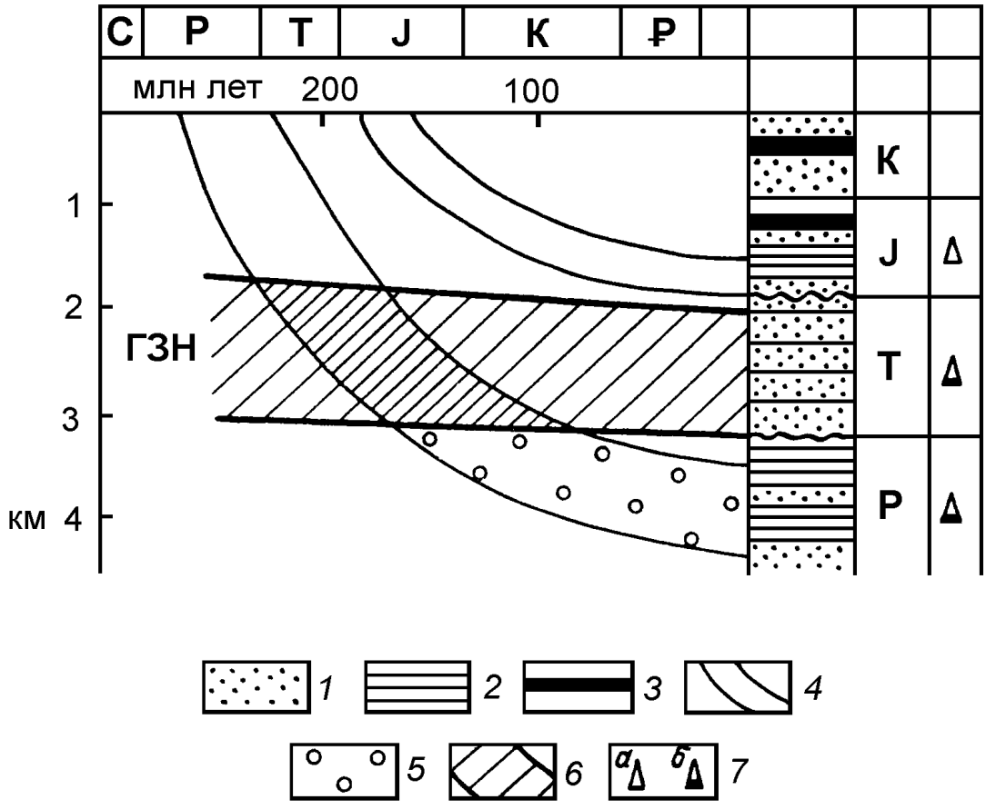


Рис. 10.Принцип построения-модели прогрева (Соколов, Ларченков, 1985):
1 – песчаники; *2* – глины; *3* – каменный уголь; *4* – нефтематеринские породы; *5* – газопроизводящие породы; *6*– ГЗН;*7* – залежи: *а* – газовые, *б* – нефтяные и нефтегазовые

соответствующей линией (60 °С; 1,5 км – при отсутствии других данных).* Нефтематеринские свиты, находящиеся ниже указанной линии, оказываются вочаге $НГО_г$. По модели прогрева можно установить время начала вступления нефтегазопроизводящих пород в очаг $НГО_г$, если спроектировать на временную шкалу точку пересечения этой линии с кривой, соответствующей подошве генерируемой толщи. Точка пересечения кривой, отвечающей кровле производящей свиты с нижней границей ГЗН (120 °С, 3 км – при отсутствии других данных), фиксирует время выхода свиты из ГЗН.**

*В качестве примера расположения верхней границы ГЗН (или так называемого «нефтяного окна») сошлемся на И. М. Гурьева [6], который для юго-восточной части Надымской впадины и Северного Приобья указывает на глубину около 1700 м. По данным В. А. Скоробогатова и Д. А. Соина[15], эта граница в нижнемеловых породах п-ва Ямал залегает в диапазоне 1,25–1,40 км (в зоне Харасовейско-Крузенштерновской геотермической аномалии – геотермический градиент до 4,5 °С/100 м) до 1,8–2,2 км в Тамбейской зоне, или в диапазоне современных температур 55-65 °С на Новопортовской площади.

**Опять же в качестве примера приведем данные И. М. Гурьева [6], который показывает глубину перехода из зоны нефтегенерации в зону газогенерации на отметках 4000–4100 м.

Время вхождения и выхода НГМ-отложений в ГЗН, ГЗГ и длительность пребывания в них обычно указывается в млн лет, для чего используется приводимая в различных источниках общая стратиграфическая шкала. Вот как, например, указывает И. М. Гурьев [6] возраст основных стратиграфических горизонтов при рассмотрении им катагенетических преобразований НГМ-пород в истории развития юго-восточной части Надымской впадины (Западно-Сибирская НГП) (табл. 1).

Таблица 1

Возраст основных стратиграфических горизонтов (Надымская впадина, Надым-Пурской НГО)

Свита, горизонт (кровля)	Абсолютный возраст, млн лет	Свита, горизонт (кровля)	Абсолютный возраст, млн лет
Дневная поверхность	0	ВикуловскаяK_1ap-K_1al	113
Неоген	1,8	ЧеркашинскаяK_1g-br	118
ТавдинскаяP_2^2-P_2^3	33,7	Ахская K_1be_2-K_1g	128
ЛюлинворскаяP_1^3-P_2^1	43,6	Баженовская J_3tt-K_1be_1	144
ТалицкаяP_1	59,0	Абалакская J_2k-J_3km	152
Ганькинская K_2cp_2-K_m	63,6	Тюменская J_2aa-J_2bt	169,5
Березовская K_2cn-K_2cp_1	74,5	Котухтинская J_1p-t	187
Кузнецовская K_2t	88,5	Акустический фундамент	198
Ханты-Мансийская K_2al-K_2cm	97,5		

Примечание. Возрастные индексы взяты из разных литературных источников

Конкретный пример построения модели прогрева приведен на рис. 11 [16]. На нем изотермы 50–60 и 120-150 °С очерчивают глубинный интервал, отвечающий зоне проявления ГФН. Вертикальные линии, проведенные через точки пересечения указанных изотерм с выделенными НГМ-свитами, позволяют установить время вхождения определенных свит в зону ГФН, длительность пребываниях их в зоне и время выхода из нее. Таким образом, устанавливается пространственно-временное положение нефтепроизводящей свиты для конкретного участка бассейна.

При построении моделей прогрева по сериям пересекающих бассейн профилей (что выходит, разумеется, за рамки настоящей курсовой работы, но несомненно расширяет представление студента об эволюции осадочного бассейна и нефтегазообразовании в нем), исследователь будут иметь профильные модели прогрева, показывающие историю нефтегазообразования для бассейна в поперечном или продольном сечении (пример такой профильной модели приведен на рис. 12). По серии такого рода профилей можно получить современное площадное положение нефтепроизводящих

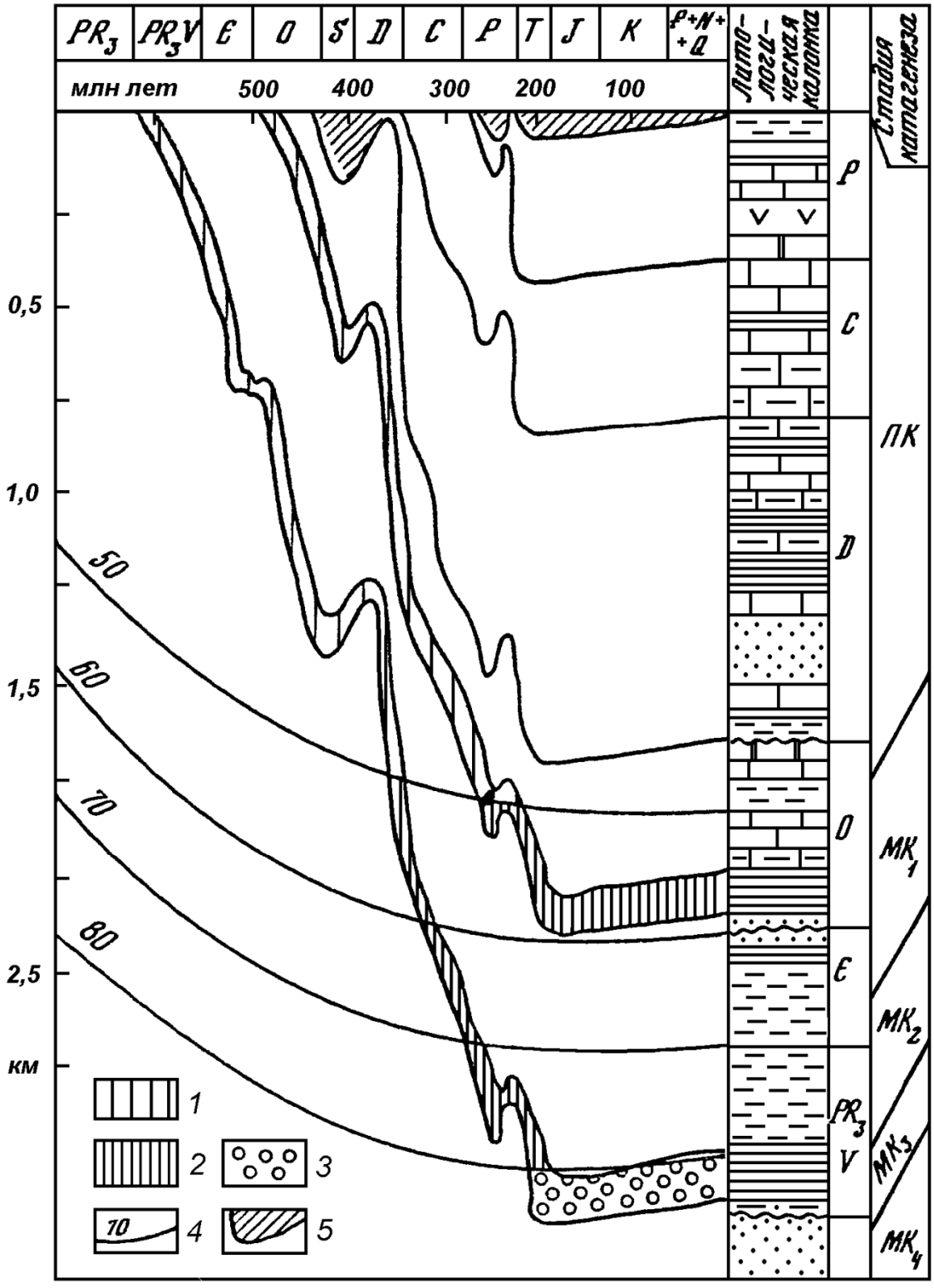


Рис. 11.Модель прогрева отложений для Любимской площади (Среднерусский бассейн) [16]:
отложения: *1*–нефтематеринские, *2* – нефтепроизводящие, *3* –нефтепроизводившие, *4* – изотермы (°С); 5 – перерывы в осадконакоплении;
в литологической колонке показано переслаивание известняков, мергелей, глин, аргиллитов и песчаников

толщ – карт очагов $НГО_г$. При построении их для определения геологических этапов возможно графически выявить эволюцию очагов $НГО_г$ от времени их зарождения, когда они имеют точечный характер, затем приобретают вид сплошного овала и далее переходят к кольцевому виду в плане.

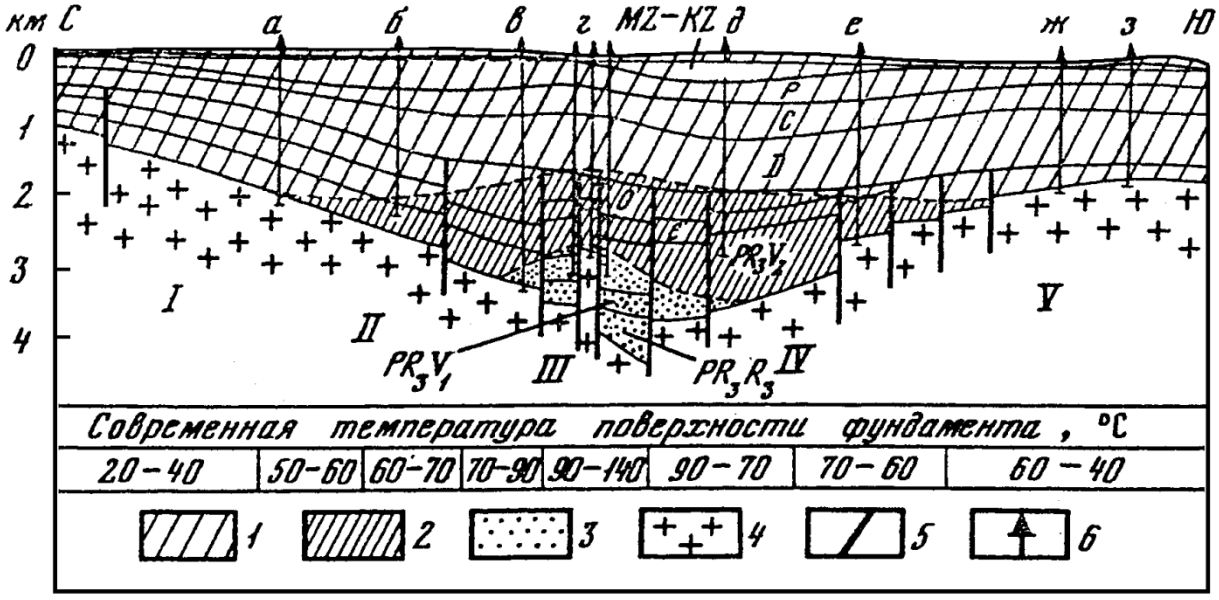


Рис. 12.Схема положения зон генерации УВ Среднерусского бассейна (составили Б. А. Соколов, В. А. Егоров, Ю. И. Корчагина) [16]:
1 – верхняя зона нефтегазообразования (протокатагенетическая); *2* – главная зона нефтеобразования (начало мезокатагенеза); *3* – нижняя зона нефтегазообразования (окончания мезокатагенеза); *4* – фундамент; *5* – разломы; *6* – скважины (*а* – Кубенская, *б* – Вологодская, *в* – Лежская, *г* – Любимские, *д* – Судиславская, *е* – Решминская, *ж* – Балахнинская, *з* – Горьковская); структурные элементы; *I* – склон Балтийского щита, *II* – Вологодский прогиб, *III* – Среднерусский авлакоген, *IV* – Галичский прогиб, *V* – Токмовский свод

Кольцевая форма обусловлена тем, что погружение очага $НГО_г$ приводит к центробежному расширению его площади, центральная его часть постепенно выходит из зоны действия ГФН и очаг превращается в кольцо, расширяющееся и мигрирующее к периферии бассейна до полного исчезновения. Последнее возможно при интенсивном прогреве бассейна и достижении породами НГМ-свиты высоких значений уровня катагенеза (рис. 13). Таким образом, при выполнении курсовой работы студенту постоянно следует помнить, что анализируемый им конкретный объект (участок месторождения, месторождение, площадь) являются составной частью какой-то более крупной единицы нефтегазогеологического районирования: ЗНГН, НГР, $НГО_р$, НГБ (НГП). Необходимо представить себе, в какой части НГБ находится рассматриваемый им участок, какому типу очагов $НГО_г$ [16] он соответствует.

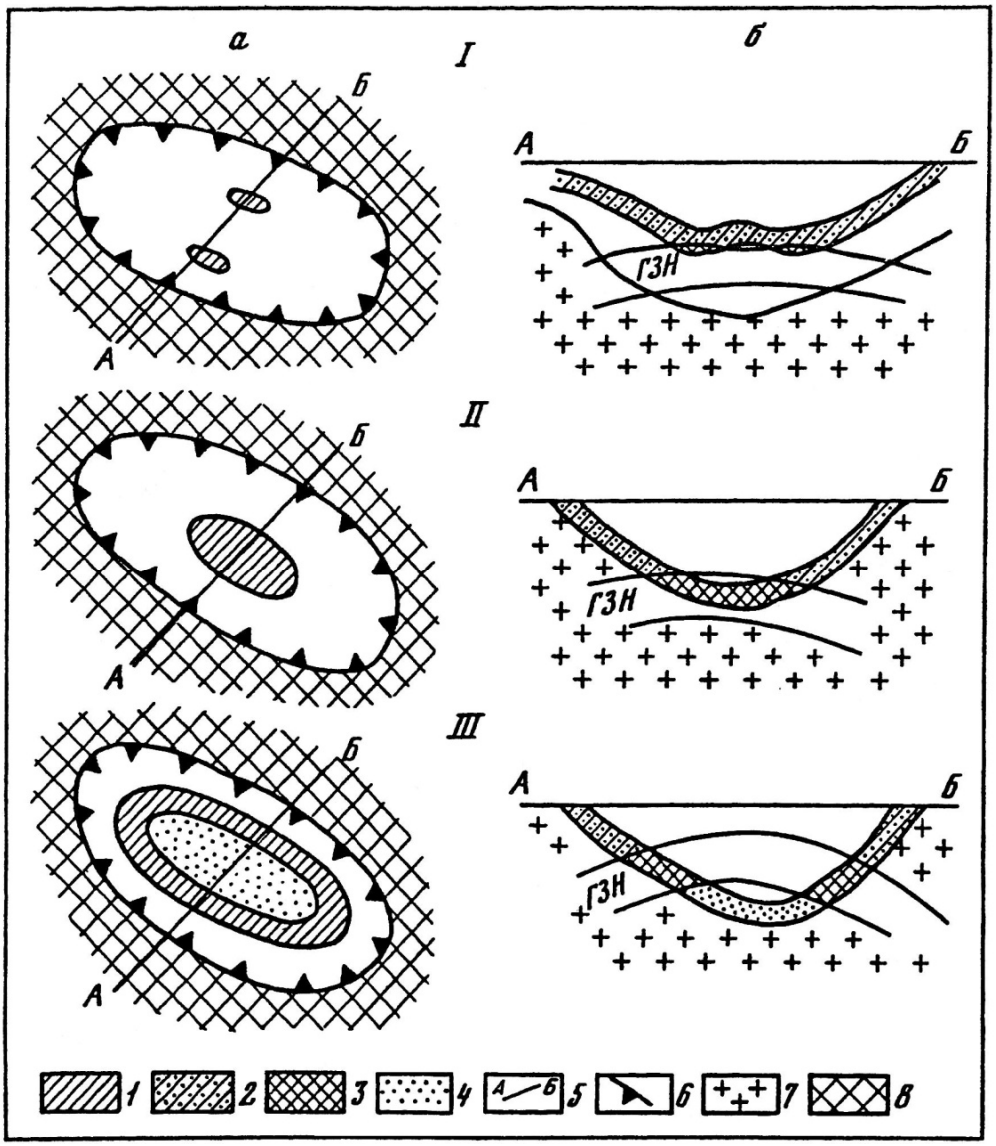


Рис. 13.Типы очагов нефтегазообразования (*а* – плановое положение очага в бассейне, *б* – положение очага в разрезе бассейна) [16]:
1 – очаг нефтегазообразования в плане; нефтематеринские породы: *2* – не вошедшие в ГЗН, *3* – находящиеся в ГЗН, *4* – вышедшие из ГЗН; *5* – линия разреза; 6 – граница бассейна; *7* – фундамент; *8* – обрамление бассейна;типы очагов: *I* – точечный, *II* – овальный. *III* – кольцевой

Студенту следует также определиться с положением объекта его исследования по отношению к конкретной ЗНГН (осуществив необходимый поиск по литературным источникам). В этой связи напомним, что при изучении возможных ЗНГН особое значение имеет установление пространственных и временных взаимоотношений между очагами $НГО_г$ и ЗНГН. По отношению к очагам $НГО_г$ зоны могут быть совмещенными, периферийными и разобщенными [16]. В первых двух случаях формирование залежей будет идти за счет локальной миграции, в последнем – за счет дальней латеральной. Наиболее перспективными могут быть ловушки, располагающиеся в пределах очагов $НГО_г$ и имеющие раннее время образования. Сле-

довательно, поиски ЗНГН следует вести, имея уже представление как о размещении в бассейне очагов $НГО_г$, так и о вертикальной зональности УВ-скоплений.

Напомним еще раз, что время формирования зон возможного нефтегазонакопления устанавливается методами палеотектонического анализа: путем расчленения осадочной толщи на структурные этажи и фиксации времени проявления несогласий между ними; путем построения изопахических треугольников и палетектонических профилей, определяющих тектоническую эволюцию бассейна (см. разделы 1, 2).

По мнению Б. А. Соколова (1990), использование моделей прогрева особенно эффективно при оценке перспектив древних (позднепротерозойских и раннепалеозойских) отложений, поскольку для обоснованных выводов большое значение имеет установление времени начала и продолжительности интенсивной генерации УВ. По моделям прогрева можно проводить сравнительный анализ истории нефтеобразования и оценку перспектив нефтегазоносности для однотипных бассейнов. Как отмечает Б. А. Соколов, использование моделей прогрева правомочно только для тех бассейнов или их частей, где катагенетические изменения ОВ происходили и происходят под воздействием *нормального геотемепературного поля*. При этом имеется, по крайней мере, три ограничения: во-первых, из анализа следует исключить зоны, близкие к областям интенсивного складкообразования, так как уровень катагенеза ОВ в них будет определяться сочетанием нескольких факторов, а не только температурой, и не будет пропорционален глубине погружения отложений. Второе ограничение связано с перерывами – длительные и многократные перерывы в осадконакоплении затрудняют реконструкцию динамики прогибания и прогрева НГМ-толщ. Третье ограничение связано с присутствием в НГБ (НГП) катагенетических аномалий, возникших под воздействием флюидомиграционных процессов в тектонискиактивных зонах. И, наконец, для верхней части разреза таких регионов, как север ЗСП, следует иметь ввиду ее охлажденность под влиянием криолитозоны (см. раздел 3.2).

Б. А. Соколов с соавторами предлагают при историко-генетическом анализе нефтегазоносности локальных поднятий (ЛП) размещать на одном чертежеизопахический треугольник и модель прогрева (см. рис. 5). По ним прослеживаются время формирования ЛП и вхождения НГМ-отложений в ГЗН. Эти построения позволяют наглядно отобразить взаимоотношение во времени процессов образования и накопления нефти и газа в пределах изучаемого участка и определить время образования скопления.

На представленном на рис. 5 генерационно-аккумулятивном хроноблоке Средне-Вилюйского месторождения (Восточная Сибирь, западная часть Хапчагайскогомегавала; Лено-Вилюйская НГП) показано, что основным источником углеводородов служили терригенные угленосные верхнепермские отложения, вошедшие в ГЗН в середине поздней юры.

Окончательное образование ловушки несколько задержалось относительно начала интенсивной генерации УВ. На восточных участках Хапчагайскогомегавала этот разрыв между началом образования и накопления УВ несколько увеличивается, потому что НГМ-породы верхней перми раньше оказались в ГЗН, а ловушки сформировались лишь к концу раннего мела. Следовательно, условия для формирования скоплений нефти и газа были более благоприятными в западной части вала по сравнению с восточной (Ларченков, 1978). Впоследствии это подтвердилось результатами поисково-разведочных работ, установившими большую нефтегазоносность западной части Хапчагайскогомегавала [2].

3.2. Особенности установления степени катагенеза осадочных пород (на примере мезозойских отложений Западно-Сибирской плиты)

Степень катагенетичности преобразования ОВ (в пределах конкретного горизонта, пласта и т. д.) устанавливают в общем случае по величине показателя отражения витринитаR_0, на котором основаны шкалы катагенеза как в нашей стране: С. Г. Неручева, Н. Б. Вассоевича, А. Э. Конторовича, А. Н. Фомина и других исследователей (табл. 2), так и за рубежом (например, Б. Тиссо при анализе условий жизни нефтематеринских пород силура на алжирском месторождении Хасси-Месауд).

Процессы формирования, размещения и сохранности УВ-скоплений в любом ОБ во многом обусловлены и контролируются катагенетической зональностью, определяемой геотермическим режимом бассейна, показателем которого является плотность теплового потока (ТП). ТП – один из главных энергетических источников геологических процессов на Земле, на распределение которого в литосфере влияют различные факторы, в частности литологический, тектонический, физико-географический и др.

Западная Сибирь характеризуется заметными вариациями ТП от 41 до 80 мВт/м^2,* что определяется комплексом причин: различный возраст консолидации фундамента; различные толщины осадочного чехла, многолетних мерзлых пород (ММП); влияние экзотермических эффектов в процессе преобразования ОВ и минеральной матрицы пород и др. [6]. По мнению А. Р. Курчикова и Б. П. Ставицкого [9], на характер ТП может оказывать влияние вертикальная миграция флюидов через слабо проницаемые породы. Большую роль в формировании геотермического режима сыграл рифтогенез (Сурков В. С. и др., 1981). По мнению многих исследователей прогрев осадочных толщ над рифтами продолжается и в последующие геологические эпохи.

*Так, например, плотность ТП изменяется в диапазонах: на юго-востоке Надымской впадины и Северном Приобье – 54–56 мВт/м^2 (при наиболее распространенных значениях геотермического градиента 2,9–3,0 °/100 км [6]; на п-ве Ямал – 47–58 мВт/м^2; в Широтном Приобье – 46–75 мВт/м^2 (максимальные величины – в Салымском районе) [9].

Таблица 2

Шкалы катагенеза органического вещества по данным разных авторов (Неручев С. Г. и др., 1976; Вассоевич Н. Б., 1983; Конторович А. Э. и др, 1994; Фомин А. Н., 2005)

<table>
<tr><th>Стадии катагенеза</th><th colspan="2">Этапы</th><th colspan="2">Подэтапы</th><th colspan="2">Градации катагенеза</th><th>Показатель отражения витинита</th><th>Марка углей</th></tr>
<tr><td>Логвинен-ко и Орло-ва, 1987</td><td colspan="3">литогенеза</td><td>Неручев и др., 1976;Вассоевич, 1983</td><td>Конторович и др., 1994; Фомин, 2005</td><td>R^0,% (по Фомину, 2005)</td><td>ГОСТ 9414-74</td></tr>
<tr><td>Диагенез</td><td colspan="3">Диагенез</td><td>Диагенез</td><td>Диагенез</td><td></td><td>Торф</td></tr>
<tr><td rowspan="3">Ранний катагенез</td><td rowspan="11">Катагенез</td><td colspan="2" rowspan="3">Прото</td><td>$ПК_1$</td><td>$ПК_1$</td><td>0,25</td><td>1Б</td></tr>
<tr><td>$ПК_2$</td><td>$ПК_2$</td><td>0,30</td><td>2Б</td></tr>
<tr><td>$ПК_3$</td><td>$ПК_3$</td><td>0,40</td><td>3Б</td></tr>
<tr><td>Средний катагенез</td><td rowspan="5">Мезо</td><td>Начальный</td><td>$МК_1$</td><td>$МК_1^1$</td><td>0,50</td><td>Д</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Поздний катагенез</td><td>Начальный</td><td>$МК_2$</td><td>$МК_1^2$</td><td>0,65</td><td>Г</td></tr>
<tr><td>Средний</td><td>$МК_3$</td><td>$МК_2$</td><td>0,85</td><td>Ж</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Глубинный (поздний)</td><td>$МК_4$</td><td>$МК_3^1$</td><td>1,15</td><td>К</td></tr>
<tr><td>$МК_5$</td><td>$МК_3^2$</td><td>1,50</td><td>ОС</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Ранний метагенез</td><td colspan="2" rowspan="3">Апо</td><td>$АК_1$</td><td>$АК_1$</td><td>2,00</td><td>Т</td></tr>
<tr><td>$АК_2$</td><td>$АК_2$</td><td>2,50</td><td>ПА</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Поздний метагенез</td><td>$АК_3$</td><td>$АК_3$</td><td>3,50</td><td rowspan="2">А</td></tr>
<tr><td>$АК_4$</td><td>$АК_4$</td><td>5,00</td></tr>
<tr><td colspan="2">Метагенез</td><td>Метагенез</td><td colspan="2">7,00</td><td>–</td></tr>
<tr><td colspan="6">Региональный метаморфизм</td><td>11,00</td><td>–</td></tr>
</table>

Примечание. Марки углей: 1Б – бурый землистый, 2Б – бурый матовый, 3Б – бурый блестящий, Д– длиннопламенный, Г – газовый, Ж – жирный, К – коксовый, ОС – отощенно-спекающийся, Т – тощий, ПА – полуантрацит, А – антрацит

Отличительной особенностью Западной Сибири является нестационарный характер ТП. Современный геотермический режим осадочного чехла ЗСП прошел сложную историю формирования. На его обычную картину, свойственную молодым платформам в мезозое, в кайнозое наложились региональные особенности. В частности, это – похолодание в олигоцен-четвертичном периоде и особенно формирование и деградация криоли-

тозоны в квартере (вследствие чередования очень холодных и относительно теплых периодов на фоне новейших тектонических движений – НТД). Эти события привели к значительному охлаждению недр. По степени влияния процессов формирования и деградации криолитозоны на характер теплового поля территория Западной Сибири подразделяется А. Р. Курчиковым и Б. П. Ставицким на три части: южную – до 61° с. ш., центральную – 61…64° с. ш., и северную – 64° с. ш. [9]. В южной зоне породы охлаждены на всю мощность осадочного чехла. По сравнению с условиями, имевшими место в конце неогенового периода, величина охлажденности увеличивается от 6–8 °С на глубине 0,5-1 км до 15–20 °С на глубине 3–4 км. Охлажденность пород в центральной части сильно зависит от глубин, изменяясь от 20 °С в кровле покурской свиты до 5 °С в кровле доюрского основания. Позднее всего процесс образования криолитозоны начался в северной зоне и в целом продолжается и в настоящее время. Так, на п-ове Ямал развита мощная криолитозона (на большей части ее толщина составляет 200–250 м), оказывающая охлаждающее влияние на геотемпературы осадочного чехла, особенно в его верхней части. Вследствие близости к подошве ММП современная температура в кровле сеноманских отложений изменяется от 10-20 °С на юге п-ова до 25–30 ° на севере [15]. Расчеты А. Р. Курчикова и Б. П. Ставицкого [9] показали, что практически на всей территории ЗСП до глубин 2-3 км геотермические градиенты (а следовательно, и ТП) значительно искажены. Величины отклонений геотермических градиентов (в долях единицы) южнее 60° с. ш. составляют- 0,2 – -0,6 в интервале глубин 0-500 м и уменьшаются до -0,08 – 0,6 на глубине 2000 м. В центральной части ЗС (61–64° с. ш.) величины искажения геотермических градиентов на глубине 500 м составляют -0,1 – -0,2 на глубине 1000 м – -0,1 – 0,2, на глубине 2000 м – 0,05–0,15, а на глубине 3000 м – 0,03–0,1. На севере ЗС на тех же глубинах отклонения геотермических градиентов имеют следующие интервалы значений: 0,3–0,5, 0,3–0,45, 0,05–0,15, 0–0,03.

Расчеты вышеупомянутых исследователей показали, что за позднеолигоценовое – четвертичное время в различных районах ЗСП для пород разновозрастных горизонтов произошло охлаждение на 20–35 °С. Причем это понижение произошло не столько вследствие естественного снижениякондуктивногоТП во времени, сколько в связи с климатическими изменениями и возникновением криолитозоны.

Что касается современных температур осадочного чехла Западной Сибири, то по его подошве они изменяются от 35 до 200 °С и выше, что связано в основном с глубиной залегания доюрского основания. В кровле тюменской свиты температуры варьируют от 30 до 130 °С, по кровле баррремских отложений – от 20 до 82 °С, в кровле сеноманских отложений – от 10 до 60 °С [9].

В свете всего вышеизложенного при использовании палеотеператур для оценки степени катагенетической преобразованности НГМ-толщ ЗС

следует руководствоваться максимальными палеотемпературами, зафиксированными величиной показателя отражения витринита – R_0.

Наряду с показателем отражения витринита при установлении степени катагенеза терригенных осадочных пород учитывают изменения их структурно-минералогических показателей. Вопросы зональности и стадийности преобразования осадочных толщ разработаны Н. В. Логвиненко, Л. А. Орловой, А. Г. Коссовской, В. Д. Шутовым, Н. М. Симановичем, а в последние годы О. В. Бурлевой, А. Д. Коробовым, Л. А. Коробовой, Е. А. Предтеченской и др. учеными. Установлено, что каждая стадия катагенеза характеризуется специфическим парагенезомаутигенных минералов-индикаторов. Н. В. Логвиненко и Л. В. Орловой были выделены стадии раннего (начального), среднего и позднего (глубинного) катагенеза пород, границы между которыми проведены с помощью минеральных, структурных индикаторов, с использованием данных о степени катагенеза ОВ по величине R^0. Так, по минеральному составу и уплотнению глинистых осадков, граница между зонами диа- и катагенеза на континентах проводится на глубине 250–300 м, по данным глубоководного бурения в океанах – на глубине до 200 м. При этом ее положение нестабильно и контролируется Р–Т условиями, глубиной захоронения и тектоническим фактором. Основными критериями выделения границы между зоной среднего и глубинного катагенеза являются полиморфные превращения глинистых минералов – гидрослюд и хлоритов. Это трансформация гидрослюды 1М и монтмориллонит-гидрослюдистых минералов в диоктаэдрическую гидрослюду 2М и низкотемпературного хлорита политипа 7Å в высокотемпературный политип IB 14Å, β 90° (Коссовская, Шутов, 1983).

Как еще один пример приуроченности аутигенных минералов к определенным зонам катагенеза приведем данные О. В. Бурлевой для келловей-оксфордских алеврито-песчаных пород Обь-Иртышского междуречья, в которых отмечены кальцит, кварц, каолинит, сидерит, полевые шпаты и др. (табл. 3). Здесь наибольшее распространение среди катагенетических минералов имеет кальцит. Формирующий разнокристаллический, часто пойкилитовый цемент порово-базального типа, характерный для позднего катагенеза (градации $МК_2$, $МК_3^1$ по классификации А. Э. Конторовича и др., 1994). Кварц в песчаниках и крупнозернистых алевролитах образует неполные регенерационные каемки толщиной 0,02…0,04 мм. Другая форма аутигенного кварца связана с растворением обломочного кварца и перераспределением его в пределах одного слоя. Наиболее широко это явление встречается в терригенно-карбонатных породах пласта $Ю_2^0$, где аутигенный кремнезем выполняет пустоты и замещает карбонат оолитов, остатков фауны. Растворение кварца и развитие кварцевого регенерационного цемента многие исследователи (Коссовская, Шутов, 1961; Предтеченская и др., 1993; Прошляков, 1991) связывают со стадией среднего катагенеза (градации $МК_1^1$, $МК_1^2$ (см. табл. 3)).

Таблица 3

Стадии постдиагенетических изменений келловей-оксфордских алеврито-песчаных породОбь-Иртышского междуречья [4]

Стадии катагенеза	Градации катагенеза поОВ	Объемная плотность, г/см^3		Изменения структур и текстур	Изменения обломочных компонентов	Глинистые минералы и их стадийные изменения
Ранний	$ПК_{1-2}$	–		Уплотнение глин и песков, начало аутигенной цементации, образование цементов пленочного, крустификационного и порового типов	*Аморфизация, каолинитизация, гидратизация, сидеритизация и хлоритизация железистых слюд, начало хлоритизации обломков	*Каолинит, гидрослюда 1М, монтмориллонит, 7Å-хлорит, смешанослойные фазы
	$ПК_3$					
Средний	$МК_1^1$	*2,28...2,3		Цементация и уплотнение, образование пленочных и порово-базальных цементов, формирование мелкозернистых модификаций Mg-Fe-кальцита, тонко-мелкозернистых ромбоэдров доломита	Агрегизация и деформация железистых слюд, хлоритизация, начало коррозии обломочных минералов	*То же и 14Å-хлорит
	$МК_1^2$	*2,31...2,52		Дальнейшее уплотнение и цементация, образование регенерационных цементов, перекристаллизация, инкорпорация, начало микростилолитизации	Частичное преобразование обломков эффузивов, коррозия и регенерация кварца, полевых шпатов, альбитизация, деформация и агрегизацияслюд	Каолинит, гидрослюда 2М, 1М,Mg-Fe-хлорит-14Å, редко 7Å-хлорит, смешанослойные фазы
Поздний	$МК_2$	*	**2,37... 2,41	Цементация и уплотнение, развитие регенерационных, инкорпорационных и микростилолитовых структур; образование по остаточным порам ясно-зернистого кальцита, регенерационных кварца и альбита	Коррозия и регенерация кварца, коррозия и деформация полевых шпатов, интенсивная деформация и агрегизация слюд, появление контактов, осложненных грануляцией и начальным бластезом	Гидрослюда 2М, 1М, 14Å-хлорит, каолинит
	$МК_3^1$	2,5... 2,6	**2,42... 2,46			*Стабилизация монтмориллонита и смешанослойных фаз, гидрослюдизация каолинита
	$МК_3^2$		**2,47... 2,51			**То же и начало дегидратации гидрослюд; гидрослюда $2М_1$, серицит, 14Å-хлорит

Примечание. * – данные Н. В. Логвиненко, Л. В. Орловой, 1987; ** – данные Е. А. Предтеченской и др., 1993.

В порах рассматриваемых песчаников часто встречается катагенетический средне- и крупночешуйчатый каолинит с высокой степенью структурной упорядоченности. По стравнению с каолинитом «сухих» нефтенасыщенных песчаниковкаолинит водонасыщенных песчаников имеет крупные и наиболее морфологически развитые кристаллы, обладающие большей степенью совершенства структуры. Образование его происходит в результате взаимодействия глинозема и кремнезема в порах терригенных пород при фильтрации сквозь них кислых вод.

С этапом катагенеза связно образование пелитоморфного «хлопьевидного» сидерита по биотиту и его сферолитовых и мелкоромбоэдрических модификаций, а также развитие по кальциту более позднего тонкокристаллического доломита. Ряд исследователей (Недоливко и др., 2001; Прошляков, 1991) появление сферолитов сидерита считают индикатором позднего катагенеза.

Возникновение в порах песчано-алевритовых пород аутигенных гидрослюд и хлоритов некоторые исследователи (Пустовалов, 1940) связывают в основном с действием повышенных температур и минерализованных подземных вод. Как было показано Г. Н. Перозио (1967) и О. В. Бурлевой [4], аутигенный альбит и альбит-олигоклаз появляются в разрезах Западной Сибири с готерив-баррема и почти исчезают в келловей-оксфорде.

Исследования трансформации глинистых минералов в процессе уплотнения и дегидратации показали, что с ростом глубины захоронения кристаллическая решетка монтмориллонита изменяется от разбухающей до неразбухающей. Следовательно, ту глубину, где исчезает монтмориллонит, Е. А. Предтеченская предлагает рассматривать как некий маркирующий уровень. Индикаторами начального этапа стадии глубинного катагенеза являются диккит, высокотемпературный кварц, С-Т-опал и халцедон, а также вторичные альбит и адуляр. Таким образом, по составу и ассоциациям глинистых минералов в цементе алеврито-песчаных пород можно судить о степени катагенетической преобразованности последних и ОВ в них. Вместе с тем, ряд исследователей (Коссовская, Шутов, 1976; Соколов, Абля, 1999 и др.) обращали внимание на особенности минеральных ассоциаций в ряде ОБ, свидетельствующие об отклонениях от общепринятых закономерностей. В тектонически активных зонах таких ОБ в условиях повышенного теплового потока степень изменения ОВ не совпадает с фоновыми катагенетическими изменениями алюмосиликатных пород, т. е. имеет место несовпадение границ между стадиями катагенеза, установленными по степени изменения ОВ и пород. В Западной Сибири это проявляется в широком развитии термодинамически неустойчивых минералов (смектитов, гидрослюд модификации 1М, септохлоритов и др.), обнаруженных в породах, испытавших по результатам определения величины R_0 (Матусевич и др., 2008) глубокий катагенез. Примеры вышеупомянутого несоответствия связаны с вторичным разуплотнением песчаников

под действием горячих циркулирующих на глубине растворов. Породы, характеризующиеся высокими стадиями изменения ОВ, в таких случаях становятся рыхлыми, легко проницаемыми (Колокольцев и др., 2008; Матусевич и др., 2008). В прогретых (в том числе и упомянутыми водами) породах ОВ преобразуется легче, чем минеральное.

Напомним, что на бóльшую чувствительность ОВ (углей) к изменению температуры по сравнению с осадочными терригенными породами ранее указывали Ю. Р. Мазор и А. К. Матвеев (1974). Ю. Р. Мазор (1983) писал о невозможности «…прямого сопоставления стадий изменения углей и вмещающих пород и механического перенесения терминов стадийного преобразования осадочных пород на превращения ОВ…, поскольку ни объемы, ни начало и конец одноименных процессов изменения углей и вмещающих их пород не совпадают во времени за исключением двух начальных стадий – седименто- и диагенеза…». По мнению В. М. Матусевича и его коллег (2008), недоучет характера наложенных (эпигенетических) изменений пород, содержащих ОВ, приводит к неправильной оценке регионального уровня литогенеза осадочных толщ и прогнозу нефтегазоносности территорий. На эту же особенность катагенетического преобразования пород Западно-Сибирского ОБ обращает внимание и Е. А. Предтеченская[13]. В своих работах она описывает катагенетические аномалии, индикаторами которых, наряду с повышенными концентрациями аутигенных минералов, а также появлением минералов, не типичных для данных глубин, служит несовпадение границ между зонами катагенеза, установленным по структурным и минеральным индикаторам, и зонами, установленными по степени преобразования ОВ. Аномалии прослеживаются на различных стратиграфических уровнях и приурочены, в основном, к зонам надрифтовых желобов и узлам их пересечений. Следует помнить, что температура в недрах надрифтовых ОБ испытывала значительный подъем в периоды тектонической перестройки региона (А. Д. Коробов называет это явление тектоно-гидротермальной активизацией – ТГА), а затем, во время относительного тектонического покоя, существенно снижались. Всплески такой термальной активности происходили на фоне погружения ОБ. Как известно, имевший место в надрифтовых ОБ тепломассоперенос способствовал продуцированию УВ (Аммосов и др., 1980; Гречишников, 1978, 1991) и являлся причиной возникновения флюидодинамических систем нефтегазообразования (Соколов, Абля, 1999). Показатель отражения витринита, как известно, фиксирует ту максимальную температуру прогрева пород, которая когда-то была достигнута на исследуемом участке (Аммосов и др., 1980). Поэтому в ОБ, испытавших неоднократную ТГА, температура, полученная по маркам метаморфизма углей, как правило, не соответствует современной, а является палеотемпературой (на что мы уже обращали внимание ранее).

А. Д. и Л. А. Коробовыми [8] разработана минералого-катагенетическая шкала фазовой зональности УВ для ОБ с ископаемым континентальным рифтом. Она отражает схему сопоставления шкал катагенеза и углефикации ОВ и вертикальной зональности нафтидогенеза с вертикальной температурой и метасоматической зональностью гидротермальных систем надрифтовых ОБ (рис. 14).

Как отмечалось, при тектонической перестройке седиментационных бассейнов с погребенным континентальным рифтом циркулирующие по ослабленным направлениям горячие воды участвуют в эпигенетическом минералообразовании и, в частности, приводят к возникновению цеолитов и сопутствующихглинистых минералов.

Как известно, в областях тектоно-магматической активизации (ТМА) наиболее высокотемпературные метасоматические формации или зоны (на отметках свыше 3 км) представлены актинолитовой, эпидот-хлоритовой и пренитовой фациями; промежуточные зоны (от 1 до 3 км) – хлорит-альбитовой фацией; приповерхностные зоны (менее 1 км) – цеолитовой и трансильванской фациями. Среднетемпературная (хлорит-альбитовая) пропилитизация характеризуется появлением в метасоматитах равновесного парагенезиса альбит + эпидот + хлорит + пирит + лейкоксен (Коржинский, 1953, 1961). Низкотемпературная пропилитизация подразделяется на цеолитовую (ломонтит, анальцин, вайракит, нотролит + хлорит + адуляр + пирит) и трансильванскую (карбонат + иллит + хлорит + + селадонит + адуляр + пирит; Коробов и др., 2004).

Установлено (Коробов и др., 2004, 2005, 2008), что характер эпигенетических изменений пород фундамента и осадочного чехла Западно-Сибирской плиты (ЗСП) контролируется разрывными нарушениями и определяется вспышками гидротермальной деятельности, которая сопровождала периоды тектонической перестройки региона. В течение мезозоя активизация ЗСП возобновлялась неоднократно. В частности, она наблюдалась в средней юре (180 … 160 млн лет), раннем мелу – неокоме (145 … 120 млн лет) и позднем мелу – раннем палеогене (100 … 60 млн лет) (Федоров и др., 2004). Это увязывается с представлениями В. С. Бочкарева (Бочкарев и др., 2005), согласно которым максимальный разогрев пород осадочного чехла в Западной Сибири, сопряженный с активным погружением бассейна, т. е. с его тектонической активизацией, приходился на среднеюрско-позднемеловое время. Во время этой ТГА эпицентры гидротермальных процессов были сосредоточены в погребенных рифтах и изолированных впадинах, порожденных раннемезозойским континентальным рифтогенезом (Коробов и др., 2004). В наложенных на домезозойское основание структурах, выполненных нижне-среднетриасовыми изверженными породами, зарождались и циркулировали горячие растворы, проникавшие в осадочный чехол по разломам. Различия тектонической позиции рифтов и генетически с ними связанныхизолированных впадин (Сурков,

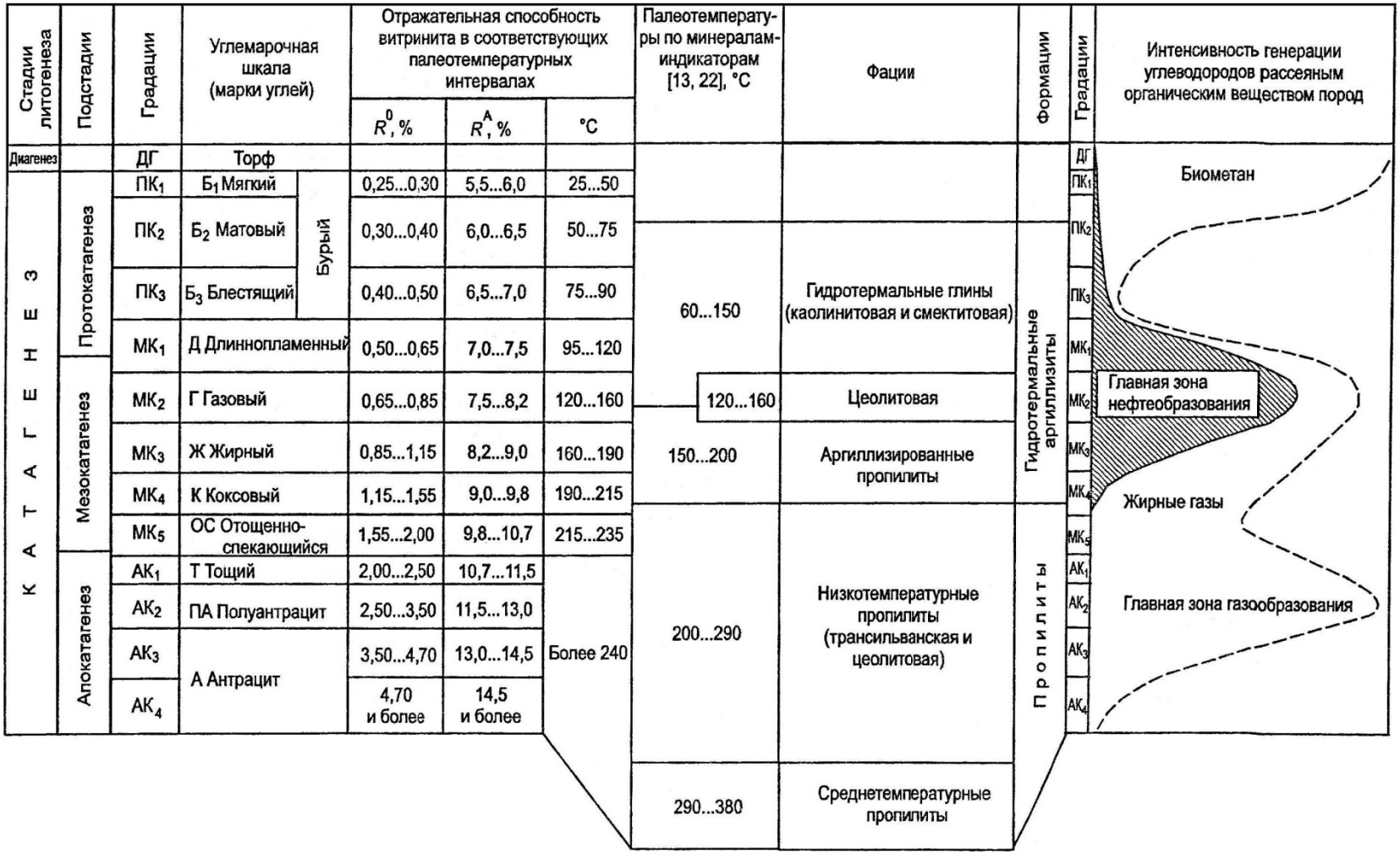


Рис. 14. Принципиальная схема сопоставления шкал катагенеза иуглефикацииОВ(Аммосов и др., 1980; Конторович и др., 1990) и вертикальной зональности нафтидогенеза(Вассоевич, 1986) с вертикальной температурной и метасоматической зональностью гидротермальных систем осадочных бассейнов с погребенным континентальным рифтом (Коробов, 1995; Коробов, Коробова, 2010)

Смирнов, 2003) определили спецификузаполняющего их изверженного материала и протекавших в этих структурах гидротермальных процессов как доплитной, так и более поздней стадий. По данным А. Д. Коробова с соавторами (2004, 2005) в рифтах господствовало высокотемпературное, а в изолированных депрессиях – низкотемпературное гидротермально-метасоматическое минералообразование, что, в частности, подтверждается зональным развитием цеолитов. На примере Тальниковой площади Шаимского НГР (изолированные впадины) установлено (Иванов и др., 2002), что с приближением к кислым экструзивным куполам (породы туринской серии) перлиты сначала метасоматически замещаются клиноптилолитом, а затем более высокотемпературным морденитом (иногда в ассоциации с левинитом), что соответствует цеолитовой фации гидротермальных аргиллизитов. В самих же рифтах (скв. СГ-6) аналогичный изверженный материал в зонах цеолитизацииломонититизирован (Казанский, 1995), что отвечает уже фации низкотемпературных аргиллитов (см. рис. 14). Основываясь на существовании определенных парагенезисов цеолитов и слоистых силикатов (Дриц, Коссовская, 1985, 1991) А. Д. Коробов (1995) утверждает, что увеличение температуры гидротермально-метасоматического минералообразования при переходе от изолированных впадин к рифтам отражается в закономерной смене не только самих цеолитов, но и генетически ассоциируемых с ними глинистых минералов. Это подтверждается и различием современных температур, замеренных на одинаковой глубине в стволах скважин, пробуренных на различных расстояниях от погребенного континентального рифта. Так, непосредственно в надрифтовом желобе центральной части плиты (Черемшанская площадь) на глубине 3007 м зафиксирована пластовая температура 157 °С. На борту желоба (Восточно-Таркосалинская площадь) она составляет уже 105 °С, а на удалении от желоба (Западно-Таркосалинская площадь) подает до 93 °С (Сурков и др., 1982).

По мнению ряда геологов (Коробов, 2010; и др.) глинистый цемент коллекторов месторождений Западной Сибири сформировался за счет кластогенного биотита в процессе его гидротермального перерождения. Вместе с тем, одинаковый механизм формирования таких цементов даже в одновозрастных коллекторах зачастую приводит к новообразованию хлоритов разного состава. Так, на газоконденсатных месторождениях Северо-Хальмерпаютинской площади А. Д. и Л. А. Коробовыми [8] установлен Mg-хлорит, на Ватинском нефтяном месторождении (Широтное Приобье) в валанжинских коллекторах диагностирован Fe-Mg-хлорит (Котельников, Колобова, 1972), на Южно-Ягунском нефтяном месторождении в тех же по возрасту продуктивных алевро-песчаниках присутствует Fe-хлорит (Колокольцев и др., 2008). Установленная смена железистых хлоритов магнезиальными через промежуточные Fe-Mg(Mg-Fe) разности происходит при повышении температуры, а также росте концентрации и активности маг-

ния в гидротермальных растворах. Последнему обстоятельству способствует разрушение нестойких высокомагнезиальных силикатов, а возможно и воздействие мантийных флюидов [8].

Учитывая изложенное, А. Д. и Л. А. Коробовы (2008) дают нижеследующее объяснение полученным фактам с позиции пространственного размещения месторождений УВ разного фазового состава относительно ископаемых рифтов ЗСП. Большехетскаясинеклиза с находящейся в ее пределах Северо-Хальмерпаютинской площадью с трех сторон окружена погребенными континентальными рифтами: на западе и севере – Колтогорско-Уренгойским, на востоке – Худосейским (Сурков, Смирнов, 2003). В них рифтовый комплекс представлен высокомагнезиальными и их пирокластическими аналогами (T_{1-2}). Как уже было отмечено выше, в периоды тектонической активизации именно в рифтовых системах зарождались высокотемпературные богатые магнием растворы, проникавшие по разломам в породы чехла. На удаленных от погребенных рифтов Ватинском и Южно-Ягунском месторождениях в периоды ТГА УВ-производящие породы чехла испытывали воздействие менее нагретых и менее богатых магнием пород. Этими обстоятельствами А. Д. и Л. А. Коробовы объясняют корреляцию зональности состава аутигенных хлоритов из коллекторов с фазовой зональностью находящихся в этих коллекторах нафтидов: нефтяные месторождения (Fe-хлорит, Fe-Mg-хлорит) → газоконденсатные месторождения (Mg-хлорит). Таким образом, по мнению А. Д. и Л. А. Коробовых (2008) в ОБ с погребенным континентальным рифтом устанавливается контроль фазовой зональности УВ прогревом материнских толщ в процессе ТГА, а сама фазовая зональность УВ для Западно-Сибирского НГБ представляется следующим образом: газ (330–280 °С) → газоконденсат (280–200 °С) → нефть + газоконденсат (200–170 °С) → нефть (170–60 °С).

3.3. Пример построения и интерпретации модели прогрева

В этом разделе методических указаний приведен пример построения конкретной модели прогрева и ее интерпретации с учетом результатов изучения НГМ-свойств триасовых отложений севера ЗСП, выполненные учеными Пермского гос. университета и ОАО «КамНИИКИГС» [16]. Здесь объектом исследования явились осадочные породы триаса, вскрытые Ярудейской параметрической скважиной 38 (забой 5010 м, одноименный прогиб в северо-западной части Надым-Тазовскойсинеклизы), а также сопоставление результатов их изучения содновозрастными породами, вскрытыми Тюменской сверхглубокой скважиной СГ-6 (забой 7502 м, осевая часть Нижнепурскогомегапрогиба, Уренгойский НГР) и Ен-Яхинской сверхглубокой скважиной СГ-7 (забой 8250 м, Ен-Яхинский прогиб, в 200 км на СЗ от СГ-6, в седловине между куполами Песцового и Ен-Яхинского поднятий). В результате литолого-стратиграфических исследований возраст тер-

ригенных триасовых отложений по остаткам флоры и данным спорово-пыльцевого метода определен как средне(?)-верхнетриасовый, а вскрытый разрез со стратотипом в интервале 3834…4397,5 м Ю. А. Ехлаковым (2008) назван тыявинской свитой.

Выделение НГМ-пород и свиты в разрезе Ярудейской скважины проводилось на основе следующих диагностических признаков: литолого-фациальных особенностей пород (относительная однородность терригенной толщи, доля глинистых пород не менее 35 %, преимущественно восстановительные геохимические фации), комплекса литолого-геохимических данных (тип и содержание ОВ, плотность которого в НГМ-свите должна быть более 1 млн т/км^2, присутствие автохтонных и параавтохтонныхбитумоидов и др.). Осадконакопление в триасовое время происходило в обстановках периодически меняющихся от прибрежно-морских, опресненных лагун до озерно-болотных. Тыявинскую свиту слагают переслаивающиеся песчаники, алевролиты, аргиллиты, а также гравелиты, конгломераты и туффиты.

По распределению ОВ и битуминозных компонентов в НГМ-свите К. А. Мещеряков с соавторами [11] выделяют две пачки (1 – 3972…4075 м и 2 – 3834…3972 м). Литологически они представлены переслаиванием алевролитов, песчаников с прослоями аргиллитов, а в верхней пачке присутствуют и туфоалевролиты. Что касается $С_{орг}$ и битуминозных компонентов, то их содержание в нижней пачке 1 относительно верхней увеличивается почти в 2 раза.

В отложениях кровли среднетыявинской и верхнетыявинской подсвит в пачке 1 из интервала 3972…4075 м залегают глинистые алевролиты, алевритистые аргиллиты и углистые песчаники. При содержании $С_{орг}$ в среднем 2,5 % породы равномерно обогащены битумоидами (до 0,94 % $Б_{хл.}$), битумоидный коэффициент – от 12,5 до 26,7 %. Широкий диапазон колебаний пиролитических характеристик ОВ пород – S_1 (от 0,02 до 24,5 мг/г породы) и S_2(от 0,02 до 59,6 мг/г породы) связан с развитием процесса генерации УВ в НГМ-породах. Параметр T_{max} не превышает 457 °С, что по мнению К. А. Мещерякова с соавторами, указывает на нахождение отложений в ГЗН. Водородный индекс HJ в основном менее 300 мг/г $С_{ор}$г, что свидетельствует о доминировании гумусового ОВ. Значения индекса нефтяной продуктивности PJ (в основном менее 0,5) указывают на отсутствиемакроаккумуляции УВ нефтяного ряда, несмотря на высокие концентрации битумоидови признаки миграции. Значения общего нефтяного потенциала (S_1 + S_2), особенно в аргиллитах и глинистых алевролитах, отражают богатый нефтематеринский потенциал ($П_{нм}$) пород.

Аргиллиты и глинистые алевролиты пачки 2 при содержании $С_{орг}$ до 3,53 % отличаются от пачки 1 меньшими: концентрациями битумоидов всех видов, степенью битуминозности ($\beta_{хл}$ в среднем 13,7 %), количеством свободных УВ нефтяного ряда (S_1 до 6,48 мг/г), водородным индексом

HJ(в основном до 200 мг/г $C_{орг}$). $T_{мах}$ (от 441 до 457 °С) соответствует градации катагенеза $МК_2$. В прослоях песчаников из этого интервала отмечены повышенные для исследуемого разреза концентрации аллохтонных битумоидов (до 0,156 % $Б_{хл}$ смолистого типа), битумоидный коэффициент изменяется в пределах 22,3…28,6 %, что свидетельствует, по мнению К. А. Мещерякова с соавторами [11], о развитии не только первичной, но и вторичной миграции УВ.

С учетом среднего содержания $C_{орг}$ 1,8 % для всей НГМ-свиты, толщины НГМ-пород 162 м и средней плотности пород 2,3 г/см^3 было определено количество$C_{орг}$ в свите. Оно оказалось равным 6,71 млн т/км^2, что соответствует НГМ-свите с промышленным потенциалом генерации УВ.

На основании моделирования процессов нефтегазообразования с использованием программы PetroMod 1D (рис. 15) установлено, что подошва и кровля НГМ-свиты в триасовых отложениях вступили в ГЗН в первой половине мелового периода: соответственно приблизительно 120 и 113 млн лет назад.В результате, как считает К. А. Мещеряков с соавторами [11], генерированные УВ могли заполнить только ловушки триасовых и юрских отложений. В начале кайнозоя (55 млн лет назад) началось постепенное затухание процессов погружения с последующим *выстуживанием* отложений, следовательно, произошло замедление процессов нефтеобразования.

По результатам моделирования ГЗН в разрезе располагается на глубине 2570…4397,5 м (интервал 2570…3390 м отнесен к градации катагенеза $МК_1$, интервал 3390–4397,5 м – к градации $МК_2$). В целом, полученные данные соответствуют приведенным ниже (табл. 4) геохимическим результатам и указывают на перспективность триасовых отложений на нефть.

Ранее (Т. В. Белоконь-Карасева и др., 2006) в триасовых отложениях, вскрытых скважинами СГ-6 и СГ-7 на глубинах более 6 км, также были выявлены НГМ-свиты. Эти скважины обнаружили сходные отложения триаса, представленные в средней и верхней частях терригенными породами тампейской серии, а в нижней – эффузивамикрасноселькупской серии (рис. 16). По геохимическим парамерам осадочные триасовые породы скважин СГ-6 и СГ-7 обеднены битумоидами по сравнению с Ярудейской-скважиной при сходном гумусовом типе ОВ и распределении содержаний Сорг. По данным определения Тмах (см. табл. 4) НГМ-свиты в разрезе скважин СГ-6 и СГ-7 испытали значительно более жесткие катагенетические преобразования – до АК2. В скважине СГ-6 по литолого-фациальным данным, содержанию ОВ и битуминозных компонентов в разрезе пурской свиты (аргиллиты, алевролиты и песчаники) выделены НГМ-породы в интервале 6012 м (см. рис. 16, Белоконь-Карасева и др., 2006).НГМ-потенциал пород (см. табл. 4): фоновое содержание ОВ более 1 %, Сорг достигает 6,8 %, максимальными концентрациями (> 3 %) отличаются аргиллиты, минимальными (0,11 %) – песчаники. Преобладающий тип ОВ – сапропелево-

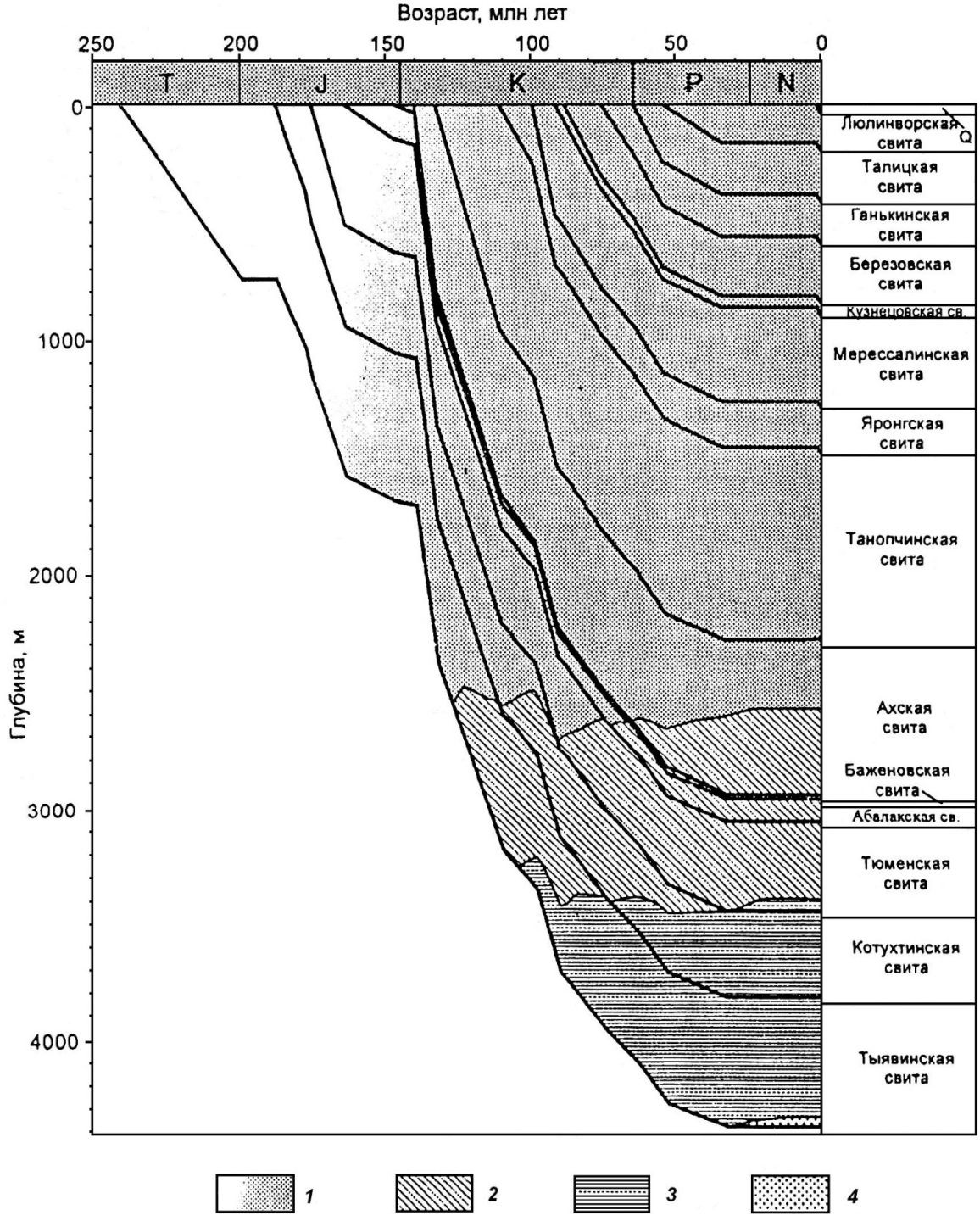


Рис. 15. Модель эволюции катагенетической зональности в районе бурения Ярудейскойскв. 38[11]:

1 – незрелое ОВ; *2–4* – градации катагенеза: *2* – $МК_1$, *3* – $МК_2$, *4* – $МК_3$

Таблица 4

Результаты пиролиза ОВ НГМ-пород триасовых отложений севера Западной Сибири (по К. А. Мещерякову и др., 2010; с сокращениями)

Скважина	Интервал НГМ-пород, м		$C_{орг}$, %	$Б_{хл}$, %	S_1, мг/г породы	S_2, мг/г породы	$T_{мах}$,°С	PJ	HJ, мг/г $C_{орг}$
	кровля, м	подош-ва, м	среднее (число определений)						
Тюменская (СГ-6)	6023	6191	2,06 (13)	0,028 (12)	0,2 (14)	0,28 (14)	555,85 (13)	0,84 (14)	16,47 (13)
Ен-Яхинская (СГ-7)	6260	6504	1,04 (31)	0,002 (37)	0,05 (39)	0,3 (39)	597,2 8 (32)	0,27 (39)	6,22 (31)
Ярудейская-38	3834	4075	1,88 (36)	0,26 (95)	1,15 (95)	5,57 (95)	450 (93)	0,19 (88)	225,0 (34)

гумусовый, битуминозность пород низкая. Степень битуминозности пород (β) достигает 9,4 %;однако для трех образцов β менее 1 %, что связано с высокой степенью их катагенеза. Более 50 % пород относятся к НГМ, реализовавшим нефтяной потенциал (Карасева и др., 1996). S_1 изменяется от 0,04 до 0,62 мг/г. Значения $T_{мах}$ достаточно высоки. Эти НГМ-породы прошли ГЗН и находятся в ГЗГ, достигнув градации катагенеза $АК_1$. В ГЗН отложения свиты вошли приблизительно 150 млн лет назад (J_3), а вышли из нее 125 млн лет назад(K_1g).

В разрезе Ен-Яхинской скважины НГМ-породы выделены в составе пурской свиты в интервале 6226…6504 м и представлены переслаиванием углистых аргиллитов, глинистых алевролитов, реже песчаников и углей. Свободные нефтяные УВ присутствуют в них в очень низких количествах (S_1 до 0,14 мг/г), водородный индекс HJ вследствие исчерпания НГМ-потенциала менее 10 мг/г $C_{орг}$.

НГМ-свита в триасовых отложениях, вскрытыхЕн-Яхинской скважиной, также находится в ГЗГ, но на градации катагенеза $АК_3$. Подошва свиты вошла в ГЗН приблизительно 180 млн лет назад (в начале среднеюрского времени), вышла – 130 млн лет назад (в середине мелового времени). Таким образом, свита находилась в ГЗН около 50 млн лет и полностью реализовала свой нефтяной потенциал. Эмигрировавшие нефтяные УВ, как и в случае со скважиной СГ-6, скорее всего (по мнению пермских ученых [11]), были рассеяны или в последующем подвергались разрушению в условиях жесткого катагенеза.

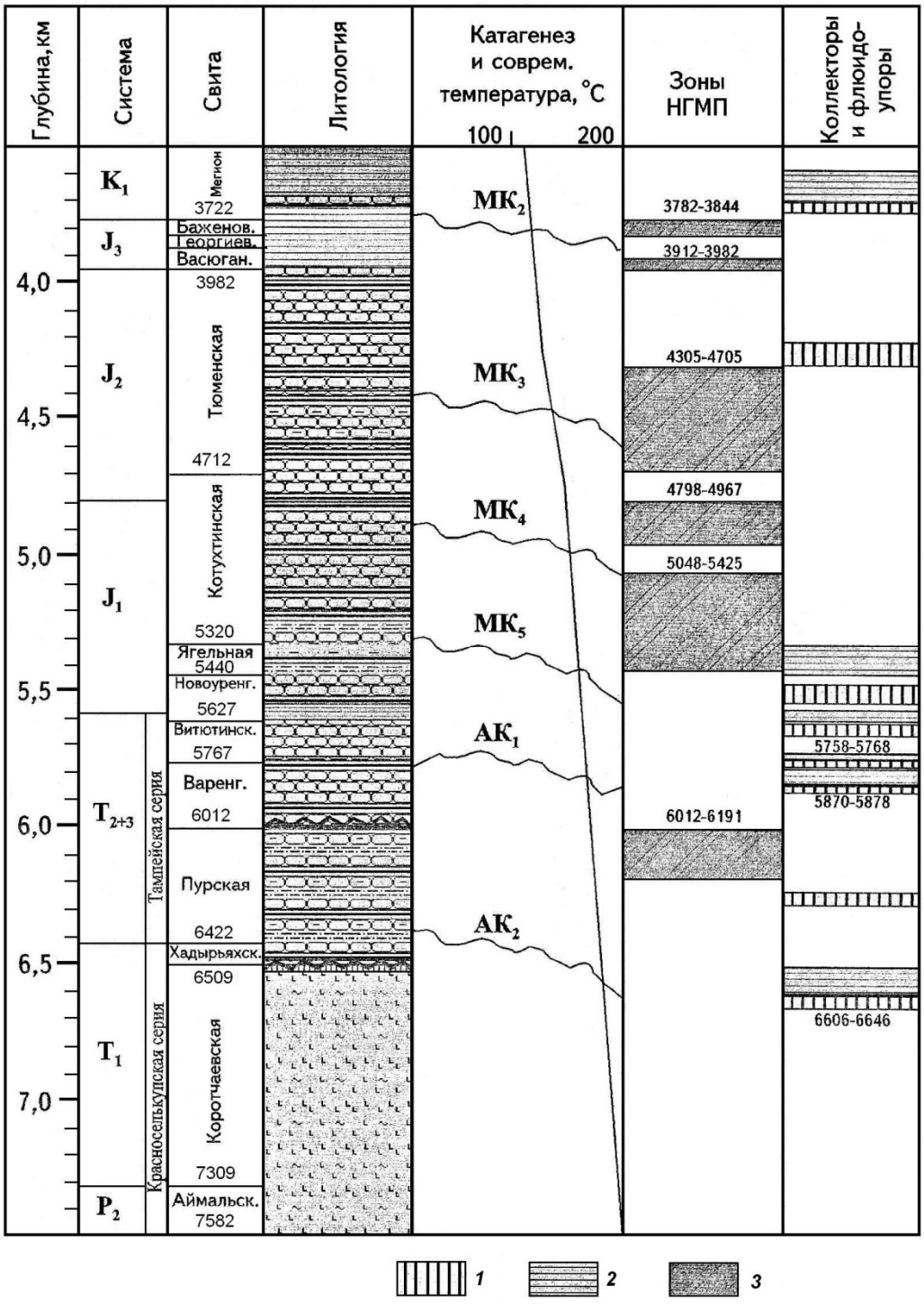


Рис. 16. Схематический геологический разрез СГ-6 (Т. В.Белоконь-Карасева, 2006):
1 – коллекторы; *2* – флюидоупоры; *3* – нефтегазоматеринские породы

Сравнительный анализ в целом близких по исходному потенциалу НГМ-свит (табл. 5) показывает, что основное их различие связано с катагенетическими преобразованиями ОВ пород.

Таблица 5

Характеристика НГМ-свит триасовых прогибов (по К. А. Мещерякову и др., 2010; с изменениями)

Параметры НГМ свиты	Нижнепурский прогиб	Ен-Яхинский прогиб	Ярудейский прогиб
Геологический возраст	T_{2+3}	T_2	T_3
Глубина, м: кровля подошва	6012 6191	6260 6504	3834 4075
Литологический состав	Аргиллиты, глинистые алевролиты, глинистые песчаники	Углистые аргиллиты, глинистые алевролиты, песчаники	Глинистые алевролиты, песчаники с прослоями углистых аргиллитов
Градации катагенеза ОВ пород	$АК_1$-$АК_2$	$АК_3$	$МК_2$
Доминирующий тип ОВ	Гумусовый	Гумусовый	Гумусовый
Тощина НГМ-пород в свите, м	102(51 %)	180 (74%)	162 (70 %)
$С_{орг.ср.}$, %	1,75	1,04	1,8
Плотность содержания $С_{орг.}$, млн т/км^2	4,02	4,31	6,71
Геологическое время вхождения в ГЗН, млн лет назад	150	180	120
Геологическое время выхода из ГЗН, млн лет назад	125	140	55 (прекращение погружения)
Время пребывания в ГФН, млн лет	25	40	65

Если в Ярудейском прогибе относительно невысокий катагенез ($МК_2$) обеспечивает развитие только процессов нефтеобразования, то в Ен-Яхинском и Нижнепурском прогибах НГМ-свиты почти полностью реализовали нефтяной потенциал более 100 млн лет назад и активно участвовали в процессах газообразования. При этом в первом случае прогиб развит в основном в нефтеносном районе по верхним горизонтам, во втором – в газоносном. Такое совпадение свидетельствует о возможном влиянии глубокопогруженных НГМ-свит триаса севера ЗСП на формирование залежей в вышележащих горизонтах вследствие вертикальной миграции УВ разного фазового состояния.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящем учебно-методическом пособии рассмотрены некоторые задачи, решение которых важно при поисково-разведочных работах на нефть и газ. Эти задачи охватывают сравнительно небольшой, но достаточно представительный круг проблем, стоящих перед геологом, изучающим строение перспективной на нефть и газ территории.

Выработка навыков направленной обработки геологических и геофизических данных, в первую очередь глубокого бурения – необходимое условие создания достоверной геологической информации, получившей от профессора МГУ И. О. Брода название «основных геологических документов». Они включают в том числе: схемы корреляции разрезов скважин, геологические профильные разрезы, структурные и палеогеографические карты, а также палеотектонические профильные разрезы, изопахические треугольники и модели прогрева. Первая часть этих документов осваивается студентами в процессе изучения таких дисциплин, как «Структурная геология», «Основы палеонтология и общая стратиграфия», «Историческая геология», «Геофизические методы исследования скважин». Вторая часть, являющаяся предметом настоящего учебного пособия, отражает историю формирования структур, условия и время генерации, миграции и аккумуляции в благоприятных структурах нефти и газа. Все сделанные в процессе выполнения работы построения должны быть увязаны между собой и в конечном счете служить обоснованием перспективности изучаемой площади на предмет обнаружения здесь залежей УВ.

Рассмотренными в настоящем пособии методами историко-генетических построений не исчерпывается вся возможная тематика курсовых работ по дисциплине «Геология и геохимия нефти и газа. При наличии определенного материала и возможностей курсовые работы могут быть посвящены вопросам геохимии нефтей и вмещающих их пород. Такие работы могут быть выполнены под руководством профессоров кафедры – сотрудников Института геологии и геохимии УрО РАН на его лабораторной базе. Объектами курсовых работ могут быть и минералы-индикаторы степени катагенеза терригенных пород, изучаемые в прозрачных шлифах и физическими методами, опять же с привлечением лабораторной базы ФГГ УГГУ и ИГГ УрО РАН.

АББРЕВИАТУРА

ВЗГ – верхняя зона газообразования
ВНИГНИ – Всероссийский научно-исследовательский геологический нефтяной институт
ГЗГ – главная зона газообразования
ГЗН – главная зона нефтеобразования
ГКС – газоконденсатная система
ГНП – газонефтеносная провинция
ГФН – главная фаза нефтеобразования
ЗНГН – зона нефтегазонакопления
ЗС – Западная Сибирь
ЗСНГП – Западно-Сибирская нефтегазоносная провинция
ЗСП – Западно-Сибирская плита
ИГГ УрО РАН – Институт геологии и геохимии УрО РАН
ИНГГ – Институт нефтегазовой геологии и геофизики им. А. А.Трофимука СО РАН
ЛП – локальное поднятие
ЛСК – литолого-стратиграфический комплекс
МГУ – Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова
ММП – многолетнемерзлые породы
НГБ – нефтегазоносный бассейн
НГМ – нефтегазоматеринская (порода, свита, толща)
$НГО_г$ – нефтегазообразование (очаг НГО)
$НГО_р$ – нефтегазоносная область
НГП – нефтегазоносная провинция
НГР – нефтегазоносный район
НТД – новейшие тектонические движения
ОБ – осадочный бассейн
ОВ – органическое вещество
РГУНГ – Российский государственный университет нефти и газа им. И. М. Губкина
СГ – сверхглубокая (скважина)
ТГА – тектоно-гидротермальная активизация
ТМА – тектоно-магматическая активизация
ТП – тепловой поток
УВ – углеводороды
ФГГ УГГУ – факультет геологии и геофизики УГГУ

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

Основная литература

1. *Машкович А. К.* Методы палеотектонических исследований в практике поисков нефти и газа. М.: Недра, 1976. 222 с.

2. *Соколов Б. А., Кравченко Т. П., Трофимук А. А.* Структурные и историко-генетические построения при поисках нефти и газа. М.: Изд-во МГУ, 1991. 96 с.

3. Теоретические основы и методы поисков нефти и газа / А. А. Бакиров, Э. А. Бакиров, В. С. Мелик-Пашаев, Л. П. Мстиславская, В. Ю. Керимов, Г. Т. Юдин /под ред. А. А. Бакирова. М.: Высшая школа, 1987. 384 с.

Дополнительная литература

4. *Бурлева О. В.* Постседиментационные преобразования келловей-оксфордских отложений Обь-Иртышского междуречья: процессы и минеральные ассоциации / Геология, геофизика и разработка нефтяных и газовых месторождений. М.: ОАО «ВНИИОЭН», 2008. № 6. С. 9-22.

5. *Геология и полезные ископаемые России*. Т. 2. Западная Сибирь / Ред. А. Э. Конторович, В. С. Сурков. СПб: Изд-во ВСЕГЕИ, 2000. 479 с.; т. 3. Восточная Сибирь / ред. Н. С. Малич. СПб.: Изд-во ВСЕГЕИ, 2002. 396 с.; т. 1. Запад России и Урал. Кн. 1. Запад России / ред. Б. В. Петров, В. П. Кириков. СПб.: Изд-во ВСЕГЕИ, 2006. 528 с.

6. *Гурьев И. М.* Катагенетические преобразования нефтегазоматеринских пород в истории развития юго-восточной части Надымской впадины // Геология, геофизика и разработка нефтяных и газовых месторождений. М.: ОАО «ВНИИОЭН», 2009. № 9. С. 11-18.

7. *Клещев К. А., Шеин В. С.* Нефтяные и газовые месторождения России: справочник в 2-х книгах. Кн. 1 – европейская часть России, 832 с.; Кн. 2 – азиатская часть России, 720 с. М., 2010.

8. *Коробов А. Д., Коробова Л. А.* Парагенезисы и история формирования глинистых минералов терригенных коллекторов Западной Сибири – ключ к прогнозу зон нефтегазонакопления // Геология, геофизика и разработка нефтяных и газовых месторождений. М.: ОАО «ВНИИОЭН», 2010. № 10. С. 13-21.

9. *Курчиков А. Р., Ставицкий Б. П.* Геотермическая история осадочного чехла Западной Сибири // Осадочные бассейны и их нефтегазоносность. М.: Наука, 1989. С. 167-173.

10.*Максимов Е. М.* Литология природных резервуаров нефти и газа: учебное пособие. М.: ЦентрЛитНефтегаз, 2008. 432 с.

11. *Нефтегазоматеринские свойства триасовых отложений севера Западной Сибири* / Мещеряков К. А., Пестерева С. А., Субботин Н. Б., Карасева Т. В. / Геология, геофизика и разработка нефтяных и газовых месторождений. М.: ОАО «ВНИИОЭН», 2010. № 7. С. 4-8.

12. *Нейман В. Б.* Теория и методика палеотектонического анализа. М.: Недра, 1984. 80 с.

13. *Предтеченская Е. А.* Катагенетические преобразования нижне-среднеюрских нефтегазоносных отложений Западно-Сибирского осадочного мегабассейна: автореф. дис. д-ра геол.-мин. наук. Екатеринбург, 2011. 39 с.

14. *Русский В. И.* Нефтегазоносные провинции России и зарубежных стран. Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2010. 514 с.

15. *Скоробогатов В. А., Соин Д. А.* Геотермические условия газонефтеносностиЯмальской области Западной Сибири / Геология нефти и газа, 2009. № 9. С. 25-29.

16. *Соколов Б. А.* Эволюция и нефтегазоносность осадочных бассейнов. М.: Наука, 1980. 234 с.

17. *Федоровский Ю. Ф., Захаров Е. В.* Геологическое прогнозирование нефтеносности карбонатных верхне-среднепалеозойских отложений на российском шельфе Баренцева моря // Геология, геофизика и разработка нефтяных и газовых месторождений. М.: ОАО «ВНИИОЭН», 2008. № 1. С. 4-9.

18. *Шемин Г. Г.* Геология и перспективы нефтегазоносности венда и нижнего кембрия центральных районов Сибирской платформы (Непско-Ботуобинская, Байкитскаяантеклизы и Катангская седловина). Новосибирск: Изд-во СО РАН, 2007. 467 с.

МИНОБРНАУКИ РФ

ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по учебно-методическому комплексу

_____ С.А.Упоров

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ К САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЕ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Б1.Б.2.04 ГЕОЛОГИЯ И ГЕОХИМИЯ НЕФТИ И ГАЗА

Специальность:

21.05.02 Прикладная геология

Специализация № 3:

Геология нефти и газа

форма обучения: очная

Автор: Кривихин С.В., к.г.-м.н.

Одобрены на заседании кафедры

Литологии и геологии горючих ископаемых

(название кафедры)

Зав. кафедрой _____

(подпись)

к.г.-м.н., доц. Рыльков С.А.

(Фамилия И.О.)

Протокол № 7 от 03.03.2020

(Дата)

Рассмотрены методической комиссией

факультета геологии и геофизики

(название факультета)

Председатель _____

(подпись)

д.г.-м.н., проф. Бондарев В.И.

(Фамилия И.О.)

Протокол № 7 от 20.03.2020

(Дата)

Екатеринбург
2020

Введение

Самостоятельная работа студента является важнейшей составной частью образовательной программы подготовки дипломированного специалиста. По курсу «Геология и геохимия нефти и газа» обязательная самостоятельная работа студента осуществляется в следующих направлениях:

- ✓ выполнение домашних заданий;
- ✓ освоение материалов по отдельным темам, входящим в Рабочую программу дисциплины [4];
- ✓ подготовка к экзамену;

Самостоятельная работа студентов направлена на развитие интеллектуальных умений, повышение творческого потенциала студентов и заключается в:

– поиске, анализе, структурировании и презентации информации, анализе научных публикаций по вопросам характеристик нефтегазоносных комплексов.;

– исследовательской работе и участии в научных студенческих конференциях, семинарах и олимпиадах.

Оценка результатов самостоятельной работы организуется как единство двух форм: самоконтроль и контроль со стороны преподавателей.

Данные методические указания предназначены для организации самостоятельной работы студентов при освоении отдельных тем дисциплины.

Методические указания к самостоятельной работе студента

В последующем разделе пособия приведена развернутая программа дисциплины «Геология и геохимия нефти и газа». Здесь указаны наименование и содержание лекционных тем в соответствии с рабочей программой дисциплины [4]. Каждая тема является основой вопросов в экзаменационном билете. При чтении лекций по курсу преподаватель указывает те темы дисциплины, которые выносятся на самостоятельную проработку студентами. Основной объем информации по каждой теме содержится в учебнике по курсу [1]. Для углубленного освоения темы рекомендуется дополнительная литература [2, 3, 4]. Для самоконтроля и приобретения навыков решения задач по отдельным разделам дисциплины в последнем разделе приведены контрольные вопросы и упражнения, которые являются основой подготовки к экзамену.

При освоении указанных ниже тем рекомендуется следующий порядок самостоятельной работы студента.

1. Ознакомьтесь со структурой темы.
2. По учебнику [1] освойте каждый структурный элемент темы. Во всех темах указаны разделы и страницы учебника, содержащие данный материал.
3. При необходимости используйте указанную дополнительную литературу. Консультацию по использованию дополнительной литературы Вы можете получить у преподавателя.
4. Ответьте на контрольные вопросы и выполните рекомендованные упражнения. При затруднениях в ответах на вопросы вернитесь к изучению рекомендованной литературы.
5. Законспектируйте материал. При этом конспект может быть написан в виде ответов на контрольные вопросы и упражнения.

При самостоятельной работе над указанными темами рекомендуется вести записи в конспектах, формируемых на лекционных занятиях по курсу, и в том порядке, в котором данные темы следуют по учебной программе.

Данное учебно-методическое пособие может быть использовано при подготовке ответов на вопросы во время экзамена.

Содержание курса

Тема 1. **Характеристика природных углеводородных систем** [1], с. 11-73.

Круговорот углерода. Понятие о каустобилитах, их классификации. Каустобиолиты угольного и нефтяного ряда. Химический состав и физические свойства нефти. Хемофоссилии. Химический состав и физические свойства природных горючих газов. Газоконденсатные системы. Газогидраты. Продукты природного преобразования нефтей. Классификации углеводородов.

Дополнительная литература: [2, 3, 4].

Контрольные вопросы и упражнения:

1. Химический состав и физические свойства нефти.
2. Хемофессилии.
3. Химический состав и физические свойства природных горючих газов.
4. Газоконденсатные системы
5. Продукты природного преобразования нефтей.

Тема 2. **Концепции нефтеобразования** [1].с. 172-238.

История взглядов на образование нефти. Распределение и состав органического вещества в стратисфере. Осадочно-миграционная теория. Органическое вещество и его эволюция в литосфере. Факторы, благоприятствующие сохранению органического вещества в осадках при седименто и диагенезе. Трансформация органического вещества при катагенезе Формирование керогена, его генетические типы. Нефтематеринский потенциал органического вещества. Понятие нефтематеринской породы. Формы и виды миграции углеводородных флюидов. Механизм, геологические и геохимические аспекты различных типов миграции. Формирование и разрушение залежей углеводородов. Современные гипотезы абиогенного (неорганического) происхождения углеводородов. Гипотезы полигенного образования залежей углеводородов.

Дополнительная литература: [2, 3, 4].

Контрольные вопросы и упражнения:

1. Понятие о нефтегазоматеринской свите.
2. Современные концепции нефтегазообразования.

Тема 3**. Нефтегазоносные комплексы, природные резервуары и ловушки, покрышки нефти и газа.** [1], с. 239-307.

Пустотное пространство пород. Понятие пористости и проницаемости. Классификации пустот. Фильтрационно-емкостные свойства пород. Факторы, влияющие на изменения фильтрационно-емкостных свойств. Коллекторы, их разновидности и классификация. Традиционные и нетрадиционные коллекторы. Породы флюидупоры, их состав и классификация. Природные резервуары и их классификации. Понятие ловушки. Классификации ловушек по различным параметрам. Фации и формации, благоприятные для нефтегазообразования и нефтегазонакопления. Нефтегазоносные комплексы.

Дополнительная литература: [2, 3, 4].

Контрольные вопросы и упражнения:

1. Природные резервуары и ловушки

2. Коллекторы нефти и газа.

3. Породы флюидоупоры (покрышки).

4. Фации, благоприятные для нефтегазообразования и нефтегазонакопления..

Тема 4**. Локальные и региональные скопления нефти и газа.** [1], 378-417.

Локальные и региональные скопления нефти и газа. Залежи углеводородов. Элементы залежи. Генетическая классификация залежей. Месторождения нефти и газа и их классификации. Принципы нефтегазогеологического районирования. Нефтегазоносный пояс; нефтегазоносная мегапровинция; нефтегазоносная провинция (бассейн); нефтегазоносная область; нефтегазоносный район; зона нефтегазонакопления. Классификации нефтегазоносных провинций. Особенности геологического строения провинций различных типов. Распределение нефти и газа в земной коре.

Дополнительная литература: [2, 3, 4].

Контрольные вопросы и упражнения:

1. Локальные и региональные скопления нефти и газа.
2. Элементы залежи.
3. Генетическая классификация залежей.
4. Месторождения нефти и газа.
5. Зоны нефтегазонакоплений.
6. Нефтегазоносные провинции (бассейны).

Вопросы
к экзамену по курсу «Геология и геохимия нефти и газа»

1. Что такое нефть (дать определение) ?
2. Из каких видов (классов) состоит нефть?
3. Что такое гетероорганические соединения нефтей?
4. Чем объяснить различия в плотности нефтей?
5. Какие физические свойства нефтей используются при проведении геологоразведочных работ на нефть?
6. По каким принципам классифицируются нефти?
7. В чем особенности химического состава газов нефтяных и газовых месторождений?
8. В чем различие эффузии и диффузии УВ-газов?
9. Что такое газовый фактор, газоконденсат, конденсат?
10. Какая сегодня цена нефти и газа на внешнем и внутреннем рынке?
11. Как осуществлялся поиск нефтяных залежей в начальный период развития ее добычи?
12. Опишите методику поиска нефтяных залежей в начале XX столетия.
13. Опишите методику поиска нефтяных и газовых залежей во второй половине XX столетия.
14. Какие Вы знаете основные методы геологоразведочных работ на нефть и газ?
15. Охарактеризуйте состояние мировой базы УВ-сырья.
16. Какое место занимает Россия в мировом рейтинге по разведанным запасам и суточной добыче?
17. Назовите основные регионы добычи нефти и газа в России.
18. Каковы действующие ориентиры Энергетической стратегии России?
19. Охарактеризуйте финансирование геологоразведочных работ.
20. В чем заключается проблема изучения полярного шельфа
21. Что является основой системного подхода в естественных науках?
22. Дайте характеристику природной системы.
23. О чем говорит вакуумная концепция строения природных систем?
24. Что такое статическая и динамическая природные системы?

25. Какие известны гипотезы образования нефти и газа?

26. В чем состоит цель геологоразведочных работ на углеводороды?

27. Какова роль моделирования природных систем в геологоразведочном процессе?

28. Что такое запасы и ресурсы?

29. Исторический экскурс первых подсчетов запасов.

30. Охарактеризуйте Временную классификацию запасов и ресурсов 2001 г. В чем заключается отличие ее от предыдущих (без деталей)?

31. Охарактеризуйте Классификацию 2005 г. (общие положения).

32. Охарактеризуйте Классификацию 2005 г. (категории запасов А, В, $С_1$, $С_2$).

33. Охарактеризуйте Классификацию 2005 г. (категории ресурсов $Д_1$, $Д_2$, $Д_3$).

34. Охарактеризуйте Классификацию 2005 г. (группы запасов и ресурсов нефти и газа по экономической эффективности).

35. Охарактеризуйте Классификацию 2005 г. (группы запасов по величине и сложности месторождений).

36. Перечислите наименование газонефтяных скважин.

37. Охарактеризуйте сверхглубокие скважины.

38. Перечислите объемы отбора керна, шлама в скважинах различного назначения.

39. Как осуществляется опробование скважины в открытом стволе с ОПК?

40. Как осуществляется опробование скважины в открытом стволе с ИПТ?

41. Расскажите об испытании продуктивного пласта в колонне.

42. Какой обязательный для Западной Сибири комплекс ГИС?

43. Какие геологические задачи решает отряд ГТИ?

44. Какие технологические задачи решает отряд ГТИ?

45. Какие работы сопутствуют бурению?

46. Кто обладает собственностью на геологическую информацию? Какова возможность ее получения?

47. Что означает понятия: Государственная экспертиза запасов, Государственный баланс?

48. Что означает стадийность геологоразведочных работ (Объекты изучения, основные задачи, результаты)?

49. Какова структура НСР России (нефть, газ)?

50. Какова доля Уральского федерального округа в структуре НСР России?

51. Назовите основные задачи стадии прогноза нефтегазоносности и типовой комплекс ГРР на этой стадии.

52. Как дается качественная оценка нефтегазоносности осадочного бассейна?

53. Как дается количественная оценка нефтегазоносности (методы: удельных плотностей ресурсов, историко-статистический, объемно-генетический)?

54. Каковы основные задачи ГРР на стадии оценки зон нефтегазонакоплений?

55. Что дает дешифрирование фото-, аэро-, космоснимков на региональном этапе работ?

56. Какие задачи решают сейсморазведка, гравиразведка на региональном этапе работ?

57. Каковы основные принципы производства региональных работ?

58. Какие стадии входят в поисково-оценочный этап?

59. Какие трудности возникают при финансировании поисково-оценочных работ на углеводороды?

60. Какие основные задачи стоят перед стадией выявления объектов поискового бурения?

61. Какой комплекс геологоразведочных работ рекомендуется на стадии выявления объектов поискового бурения?

62. Какая задача решается построением изопахического треугольника?

63. Какой конечный результат работ стадии выявления объектов поискового бурения?

64. Какие основные задачи стоят перед стадией подготовки объектов к поисковому бурению?

65. Что представляет собой паспорт на локальную структуру?

66. Какие документы прилагаются к паспорту на структуру?

67. Как производится оценка перспектив локальных структур?

68. Какие основные задачи стоят перед стадией поиска и оценки месторождений (залежей)?

69. Какое количество скважин рекомендуется бурить на данной стадии?

70. Как определяется эффективность поискового бурения?

71. Как закладывают поисковые скважины на асимметричной складке?

72. Какие методы заложения скважин используют на антиклинальных ловушках?

73.Объясните принцип заложения поисковых скважин по радиальным профилям?

74. Расскажите о методе заложения поисковых скважин по методу «шаг поискового бурения»?

75.Как размещают скважины на сводовых ловушках, осложненных литологическими экранами?

76. Как осуществляется опробование скважин в открытом стволе?

77. Как проводится испытание объектов в колонне?

78. Какие геолого-технологические исследования проводятся в процессе бурения скважины?

79. Как проходят исследования продуктивных скважин?

80. Как осуществляется подсчет запасов?

81. Какие вопросы решаются на разведочном этапе работ (цель, объекты работ, решаемые задачи)?

82. Какой типовой комплекс геологоразведочных работ применяется на разведочном этапе?

83. Какие особенности разведки массивных залежей?

84. Как производится разведка неантиклинальных залежей нефти и газа в терригенных отложениях?

85. Как производится разведка неантиклинальных залежей нефти и газа в карбонатных отложениях?

86. Какие вы знаете особенности разведки газовых, газоконденсатных и газонефтяных залежей?

87. Какая применяется сеть разведочных скважин на различных объектах разведки?

88. Какое количество скважин рекомендуется для разведки мелких месторождений?

89. Какие известны методы определения контура продуктивной части залежи (ВНК, ГВК)?

90. Какие задачи решает объемная сейсморазведка?

91. Что достигается при проведении пробной эксплуатации продуктивных скважин (залежи)?

92. Что дают аналитические исследования керна, грунтов, шлама, флюидов?

93. Какие основные документы определяют государственную экологическую политику?

94. Назовите объекты окружающей среды, на которые ожидается воздействие при проведении региональных геологоразведочных работ.

95. Назовите объекты окружающей среды, на которые ожидается воздействие при проведении поисково-оценочных геологоразведочных работ.

96. Объясните понятие «аварийность при проведении геологоразведочных работ».

97. Какие существуют регламентные документы природоохранных мероприятий при проведении геологоразведочных работ?

98. Как осуществляются природоохранные мероприятия атмосферного воздуха, по-

верхностных и подземных вод?

99. Как проводится охрана растительного и животного мира?

100. Какие разрабатываются мероприятия по предотвращению ущерба окружающей среде при строительстве и эксплуатации скважин?

Рекомендуемая литература

1. Геология и геохимия нефти и газа [Электронный ресурс]: учебник / О.К. Баженова [и др.]. — Электрон. текстовые данные. — М. : Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, 2012. — 432 c. — 978-5-211-05326-7. — Режим доступа: http://www.iprbookshop.ru/13049.html.

2. Геология нефти и газа : учебно-методическое пособие / В. И. Русский, С. В. Кривихин [и др.]. ; ред. С. В. Кривихин ; Уральский государственный горный университет. - Екатеринбург : УГГУ, 2010. - 139 с. - Библиогр. в конце разд.

3. Геология нефти и газа : учебное пособие / Е. С. Ворожев ; Уральский государственный горный университет. - Екатеринбург : УГГУ, 2014. - 198 с. : рис., табл. - Библиогр.: с. 190-191.

4. Геология им геохимия нефти и газа: рабочая программа дисциплины для студентов специальности 21.05.02 Прикладная геология специализация № 3 Геология нефти и газа / С.В. Кривихин. Екатеринбург: УГГУ, 2019. 14 с.

МИНОБРНАУКИ РФ

ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по учебно-методическому комплексу

_____ С.А.Упоров

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ К КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЕ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Б1.Б.2.05 ГЕОХИМИЯ ОСАДОЧНЫХ ПОРОД

Специальность:

21.05.02 Прикладная геология

Специализация № 3:

Геология нефти и газа

форма обучения: очная

Автор: Маслов А.В., д.г.-м.н.

Одобрены на заседании кафедры

Литологии и геологии горючих ископаемых

(название кафедры)

Зав. кафедрой _____

(подпись)

к.г.-м.н., доц. Рыльков С.А.

(Фамилия И.О.)

Протокол № 7 от 03.03.2020

(Дата)

Рассмотрены методической комиссией

факультета геологии и геофизики

(название факультета)

Председатель _____

(подпись)

д.г.-м.н., проф. Бондарев В.И.

(Фамилия И.О.)

Протокол № 7 от 20.03.2020

(Дата)

Екатеринбург

2020

Введение

Учебным планом специальности 21.05.02 Прикладная геология по дисциплине «Геохимия осадочных пород» предусматривается написание контрольной работы на тему «Установление типа/типов пород-источников сноса по геохимическим данным для конкретной нефтегазоносной территории». Этосамостоятельный труд студента, который способствует углублённому изучению пройденного материала.

Задания контрольной работы направлены на оценку уровня умений и навыков, формирующих компетенцию:

ПСК-3.4:Способность выделять породы-коллекторы и флюидоупоры во вскрытых скважинами разрезах, на сейсмопрофилях, картировать природные резервуары и ловушки нефти и газа.

Результаты обучения, достижение которых свидетельствует об освоении компетенции:

*Знания:*методические основы и область применения на практике базовых и общепрофессиональных знаний в области геохимии осадочных пород и процессов, и иметь представление об особенностях использования их при решении практических/производственных задач.

*Умения:*использовать на практике базовые и общепрофессиональные знания и навыки геохимических работ при решении практических/производственных задач.

*Владения:*навыками применения на практике базовых и общепрофессиональных знаний, полученных при знакомстве с комплексом геохимических методов и подходов, используемых при решении практических/производственных задач.

Цель выполняемой работы:получить специальные знания по заданной теме.

Основные задачи выполняемой работы:

1) закрепление полученных ранее теоретических знаний;
2) выработка навыков самостоятельной работы;
3) оценка уровня подготовленности студента к будущей практической работе.

Задания к контрольной работе

На основе известных данных по содержанию породообразующих оксидов, редких и рассеянных элементов в песчаниках и глинистых породах установить состав пород питающих провинций и вероятный тектонический режим времени седиментации.

Вариант 1

1) для юрских терригенных отложений Шаимского НГР.

Исходные данные для выполнения задания: сведения о содержании породообразующих оксидов (данные РФА), редких и рассеянных элементов (данные ИСП-МС) в песчаниках и глинистых породах.

Вариант 2

1) для территории Покачевского месторождения (Западная Сибирь).

Исходные данные для выполнения задания: сведения о содержании породообразующих оксидов (данные РФА), редких и рассеянных элементов (данные ИСП-МС) в песчаниках и глинистых породах

Вариант 3

1) для нижнерифейских отложений западного склона Южного Урала.

Исходные данные для выполнения задания: сведения о содержании породообразующих оксидов (данные РФА), редких и рассеянных элементов (данные ИСП-МС) в песчаниках и глинистых породах

Вариант 4
1) для среднерифейских отложений западного склона Южного Урала.
Исходные данные для выполнения задания: сведения о содержании породообразующих оксидов (данные РФА), редких и рассеянных элементов (данные ИСП-МС) в песчаниках и глинистых породах

Вариант 5
1) для верхнерифейских отложений западного склона Южного Урала.
Исходные данные для выполнения задания: сведения о содержании породообразующих оксидов (данные РФА), редких и рассеянных элементов (данные ИСП-МС) в песчаниках и глинистых породах

Вариант 6
1) для нижневендских отложений западного склона Среднего Урала.
Исходные данные для выполнения задания: сведения о содержании породообразующих оксидов (данные РФА), редких и рассеянных элементов (данные ИСП-МС) в песчаниках и глинистых породах

Вариант 7
1) для верхневендских отложений западного склона Среднего Урала.
Исходные данные для выполнения задания: сведения о содержании породообразующих оксидов (данные РФА), редких и рассеянных элементов (данные ИСП-МС) в песчаниках и глинистых породах

Вариант 8
1) для нижнерифейских отложений Юдомо-Майского прогиба.
Исходные данные для выполнения задания: сведения о содержании породообразующих оксидов (данные РФА), редких и рассеянных элементов (данные ИСП-МС) в песчаниках и глинистых породах

Вариант 9
1) для среднерифейских отложений Учуро-Майского района.
Исходные данные для выполнения задания: сведения о содержании породообразующих оксидов (данные РФА), редких и рассеянных элементов (данные ИСП-МС) в песчаниках и глинистых породах

Вариант 10
1) для нижнее и среднерифейских отложений Камско-Бельского авлакогена.
Исходные данные для выполнения задания: сведения о содержании породообразующих оксидов (данные РФА), редких и рассеянных элементов (данные ИСП-МС) в песчаниках и глинистых породах

Вариант 11
1) для верхнерифейских и вендских отложений Камско-Бельского авлакогена.
Исходные данные для выполнения задания: сведения о содержании породообразующих оксидов (данные РФА).редких и рассеянных элементов (данные ИСП-МС) в песчаниках и глинистых породах

Вариант 12
1) для вендских отложений Юго-Восточного Беломорья.
Исходные данные для выполнения задания: сведения о содержании породообразующих оксидов (данные РФА), редких и рассеянных элементов (данные ИСП-МС) в песчаниках и глинистых породах

Вариант 13
1) для вендских отложений Вычегодского прогиба.
Исходные данные для выполнения задания: сведения о содержании породообразующих оксидов (данные РФА), редких и рассеянных элементов (данные ИСП-МС) в песчаниках и глинистых породах

Вариант 14
1) для вендских отложений юго-восточного склона Балтийского щита.
Исходные данные для выполнения задания: сведения о содержании породообразующих оксидов (данные РФА), редких и рассеянных элементов (данные ИСП-МС) в песчаниках и глинистых породах

Вариант 15
1) для нижнепермских отложений Бельской впадины.
Исходные данные для выполнения задания: сведения о содержании породообразующих оксидов (данные РФА), редких и рассеянных элементов (данные ИСП-МС) в песчаниках и глинистых породах

Порядок выполнения контрольной работы

Подготовку контрольной работы следует начинать с повторения соответствующего раздела учебника, учебных пособий по данной теме и конспектов лекций прочитанных ранее. Приступать к выполнению работы без изучения основных положений и понятий науки, не следует, так как в этом случае студент, как правило, плохо ориентируется в материале, не может отграничить смежные вопросы и сосредоточить внимание на основных, первостепенных проблемах рассматриваемой темы.

После выбора темы необходимо внимательно изучить методические рекомендации по подготовке контрольной работы, составить план работы, который должен включать основные вопросы, охватывающие в целом всю прорабатываемую тему.

Результат выполнения контрольной работы представляет собой пояснительную записку, выполненную в рукописном варианте, согласно представленному в задании плану.

Текст работы должен демонстрировать:

- знакомство автора с особенностями использования геохимических данных при решении практических/производственных задач;
- умение использовать геохимические данные для решения геологических задач;
- владение применения на практике базовых и общепрофессиональных знаний, полученных при знакомстве с комплексом геохимических методов и подходов, используемых при решении практических/производственных задач;
- приемлемый уровень языковой грамотности, включая владение функциональным стилем научного изложения.

Общий объем контрольной работы не должен превышать 3-5 страниц.

Оценивание результатов контрольной работы

Оценивание результатов контрольной работы должно быть проведено до начала промежуточной аттестации и проводится по традиционной шкале: «зачтено», «не зачтено».

Решение об оценке контрольной работы принимается по результатам проверки предъявленной работы и ответов студента на вопросы в случае неполного ее выполнения.

Критерии оценки контрольной работы	*Количество баллов*
Правильность отнесения терригенных пород конкретной нефтегазоносной территории к различным классификационным типам на основе валовых химических анализов	0-1
Правильность установления источников обломочного материала для песчаников конкретной нефтегазоносной территории на основе анализа соотношений основных породообразующих оксидов	0-1
Правильность установления источников тонкой силикокластики для глинистых пород конкретной нефтегазоносной территории на основе анализа соотношений основных породообразующих оксидов	0-1
Правильность установления источников обломочного материала для песчаников конкретной нефтегазоносной территории на основе анализа соотношений ряда индикаторных отношений редких и рассеянных элементов	0-1
Правильность установления источников тонкой силиколкастики для глинистых пород конкретной нефтегазоносной территории на основе анализа соотношений ряда индикаторных отношений редких и рассеянных элементов	0-1
Итого	0-5

3-5 баллов (50-100%) - оценка «зачтено»
0-2 балла (0-49%) - оценка «не зачтено»

Критерии оценивания:

правильность отнесения терригенных пород конкретной нефтегазоносной территории к различным классификационным типам на основе валовых химических анализов – 1 балл; правильность установления источников обломочного материала для песчаников конкретной нефтегазоносной территории на основе анализа соотношений основных породообразующих оксидов – 1 балл; правильность установления источников тонкой силикокластики для глинистых пород конкретной нефтегазоносной территории на основе анализа соотношений основных породообразующих оксидов – 1 балл; правильность установления источников обломочного материала для песчаников конкретной нефтегазоносной территории на основе анализа соотношений ряда индикаторных отношений редких и рассеянных элементов – 1 балл, правильность установления источников тонкой силиколкастики для глинистых пород конкретной нефтегазоносной территории на основе анализа соотношений ряда индикаторных отношений редких и рассеянных элементов – 1 балл, итого – 5 баллов.

Критерии оценки:

Оценка «зачтено» выставляется обучающемуся, если:

- работа выполнена без ошибок или с незначительными замечаниями, исправляемыми самостоятельно – 5 баллов.

- задание выполнено в полном объеме, но с некоторыми погрешностями, обучающийся ошибся и не смог обосновать выбор отдельных позиций работы – 4 балла.

- задание выполнено с ошибками, ответы неполные, аргументация выбора отдельных позиций работы ошибочна – 3 балла.

Оценка «не зачтено» выставляется обучающемуся, если задание не выполнено или выполнено неверно, выбор позиции не аргументирован – 0-2 балла.

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебно-методическому комплексу _____ С.А. Ушаров

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ К САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЕ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Б1.Б.2.05 ГЕОХИМИЯ ОСАДОЧНЫХ ПОРОД

Специальность:
21.05.02 Прикладная геология

Специализация № 3:
Геология нефти и газа

Автор: Маслов А.В., д.г.-м.н.

Одобрены на заседании кафедры
Литологии и геологии горючих ископаемых
(название кафедры)
Зав. кафедрой _____
(подпись)
к.г.-м.н., доц. Рыльков С.А.
(Фамилия И.О.)
Протокол № 7 от 03.03.2020
(Дата)

Рассмотрены методической комиссией
факультета геологии и геофизики
(название факультета)
Председатель _____
(подпись)
д.г.-м.н., проф. Бондарев В.И.
(Фамилия И.О.)
Протокол № 7 от 20.03.2020
(Дата)

Екатеринбург
2020

Введение

Самостоятельная работа студента является важнейшей составной частью образовательной программы подготовки дипломированного специалиста. По курсу «Геохимия осадочных пород» обязательная самостоятельная работа студента осуществляется в следующих направлениях:

- ✓ выполнение домашних заданий;
- ✓ освоение материалов по отдельным темам, входящим в Рабочую программу дисциплины [3];
- ✓ подготовка к экзамену;

Самостоятельная работа студентовнаправлена на развитие интеллектуальных умений, повышение творческого потенциала студентов и заключается в:

– поиске, анализе, структурировании и презентации информации, анализе научных публикаций по вопросам геохимических особенностей осадочных пород;

– исследовательской работе и участии в научных студенческих конференциях, семинарах и олимпиадах.

Оценка результатов самостоятельной работы организуется как единство двух форм: самоконтроль и контроль со стороны преподавателей.

Данные методические указания предназначены для организации самостоятельной работы студентов при освоении отдельных тем дисциплины.

Методические указания к самостоятельной работе студента

В последующем разделе пособия приведена развернутая программа дисциплины «Геохимия осадочных пород». Здесь указаны наименование и содержание лекционных тем в соответствии с рабочей программой дисциплины [3]. Каждая тема является основой вопросов в экзаменационном билете. При чтении лекций по курсу преподаватель указывает те темы дисциплины, которые выносятся на самостоятельную проработку студентами. Основной объем информации по каждой теме содержится в учебнике по курсу [1]. Для углубленного освоения темы рекомендуется дополнительная литература [2]. Для самоконтроля и приобретения навыков решения задач по отдельным разделам дисциплины в последнем разделе приведены контрольные вопросы и упражнения, которые являются основой подготовки к экзамену.

При освоении указанных ниже тем рекомендуется следующий порядок самостоятельной работы студента.

1. Ознакомьтесь со структурой темы.
2. По учебнику [1] освойте каждый структурный элемент темы. Во всех темах указаны разделы и страницы учебника, содержащие данный материал.
3. При необходимости используйте указанную дополнительную литературу. Консультацию по использованию дополнительной литературы Вы можете получить у преподавателя.
4. Ответьте на контрольные вопросы и выполните рекомендованные упражнения. При затруднениях в ответах на вопросы вернитесь к изучению рекомендованной литературы.
5. Законспектируйте материал. При этом конспект может быть написан в виде ответов на контрольные вопросы и упражнения.

При самостоятельной работе над указанными темами рекомендуется вести записи в конспектах, формируемых на лекционных занятиях по курсу, и в том порядке, в котором данные темы следуют по учебной программе.

Данное учебно-методическое пособие может быть использовано при подготовке ответов на вопросы во время экзамена.

Содержание курса

Тема 1: Строение и химический состав внешних оболочек Земли. [1]

Осадочная оболочка Земли (стратисфера). Средний химический состав стратисферы и его отличие от среднего состава земной коры. Гидросфера. Масса гидросферы. Химический состав морской воды, контролирующие его физико-химические факторы. Определяющая роль взаимодействия вод с породами земной коры и атмосферой. Воды континентов, закономерности их состава и контролирующие его факторы. Сопоставление состава морских и континентальных вод. Океан как динамическая система. Соотношение процессов поступления материала в океан и вывода из него (осадконакопления). Круговорот воды. Понятие среднего времени пребывания элемента в океане. Величины времени пребывания для разных групп элементов. Источник вещества гидросферы. Происхождение анионного и катионного состава морской воды. Атмосфера. Внешние границы, состав. Строение атмосферы, распределение ее компонентов по высоте. Факторы, контролирующие химический состав атмосферы. Происхождение важнейших газов атмосферы. Вулканические газы и гипотезы "первичной" атмосферы. Биосфера. Современные представления о биосфере и живом веществе. Химический состав живого вещества, биофильные элементы. Понятие о биогеохимических процессах. Геохимические функции живого вещества и его роль в процессах литогенеза. Живое вещество как мощный геологический фактор в истории земной коры. Органическое вещество осадков и осадочных пород. Ассоциация элементов, накапливающихся с органическим веществом.

Дополнительная литература: [2].

Контрольные вопросы и упражнения:

1. Средний химический состав стратисферы и его отличие от среднего состава земной коры.
2. Гидросфера. Масса гидросферы. Химический состав морской воды, контролирующие его физико-химические факторы.
3. Определяющая роль взаимодействия вод с породами земной коры и атмосферой.
4. Воды континентов, закономерности их состава и контролирующие его факторы. Сопоставление состава морских и континентальных вод.
5. Соотношение процессов поступления материала в океан и вывода из него (осадконакопления).
6. Источник вещества гидросферы. Происхождение анионного и катионного состава морской воды.

Тема 2: Общие сведения об осадочных породах.[1]

Минеральный состав осадочных пород (терригенные и аутигенные минералы. Характерные минеральные ассоциации. Терригенно-минералогические провинции. Глинистые минералы, условия их образования и ассоциации). Химический состав основных типов осадочных пород (основные породообразующие оксиды, редкие и рассеянные элементы).

Дополнительная литература: [2].

Контрольные вопросы и упражнения:

1. Минеральный состав осадочных пород (терригенные и аутигенные минералы).
2. Характерные минеральные ассоциации.

3. Терригенно-минералогические провинции.

4. Глинистые минералы, условия их образования и ассоциации).

5. Химический состав основных типов осадочных пород (основные породообразующие оксиды, редкие и рассеянные элементы).

Тема 3: Геохимическая классификация осадочных пород. [1]

Остаточные породы. Гидролизаты. Окисленные породы. Восстановленные породы. Карбонаты. Соли. Биогенные осадки.

Дополнительная литература: [2].

Контрольные вопросы и упражнения:

1. Остаточные породы.
2. Гидролизаты.
3. Окисленные породы.
4. Карбонаты.
5. Биогенные осадки.

Тема 4: Основные геохимические факторы поверхностных процессов. [1]

Характеристика среды выветривания. Минеральные равновесия при низких температурах и давлениях. Роль кислотности и щелочности среды (pH), интервалы их изменений в главных типах природных обстановок. Влияние окислительно-восстановительных процессов (Eh). Интервалы изменений значений Ehв главных типах природных обстановок. Значение биогеохимических факторов. Роль кристаллохимических свойств элементов. Физико-химические условия выветривания в различных климатических зонах. Профили выветривания основных и кислых кристаллических: пород. Типы химических реакций при процессах выветривания.

Дополнительная литература: [2].

Контрольные вопросы и упражнения:

1. Роль кислотности и щелочности среды (pH), интервалы их изменений в главных типах природных обстановок.
2. Влияние окислительно-восстановительных процессов (Eh).
3. Интервалы изменений значений Ehв главных типах природных обстановок.
4. Значение биогеохимических факторов.

Тема 5. Процессы современной седиментации. [1]

Питающие провинции и поставка осадочного материала в океаны. Роль физического и химического выветривания. Растворенный и взвешенный сток (их химический состав). Барьерные зоны. Эоловый материал и его вклад в океанскую седиментацию. Роль айсбергового и ледового материала в океанской седиментации. Особенности геохимии терригенного (алевро-песчаного и глинистого) материала океанских осадков. Особенности геохимии биогенной (карбонатной и кремнистой) седиментации в океанах. Вулканогенные осадки океанов и влияние вулканизма на состав океанских осадков. Металлоносные осадки. Циркумконтинентальная и климатическая зональность в океанах и их влияние на распределение элементов в осадках.

Дополнительная литература: [2].

Контрольные вопросы и упражнения:

1. Растворенный и взвешенный сток (их химический состав).
2. Эоловый материал и его вклад в океанскую седиментацию.
3. Роль айсбергового и ледового материала в океанской седиментации.
4. Особенности геохимии биогенной (карбонатной и кремнистой) седиментации в океанах.

Тема 6. Геохимические условия среды осадконакопления. [1]

Влияние внешних факторов среды (соленость, газовый режим, температура, pH и Eh) на образование осадков в морских, лагунных и континентальных бассейнах в условиях аридного, гумидного и ледового климатов. Типы важнейших химических реакций, контролирующих минеральный состав осадков в бассейнах седиментации. Геохимические фации. Механическая и химическая дифференциации. Зональность в распределении минералов и элементов в: осадках на площади современных и древних бассейнов седиментации, ее зависимость от климата и тектонического режима, различия в составе платформенных осадочных пород и осадочных пород подвижных поясов.

Дополнительная литература: [2].

Контрольные вопросы и упражнения:

1. Типы важнейших химических реакций, контролирующих минеральный состав осадков в бассейнах седиментации.
2. Геохимические фации.
3. Механическая и химическая дифференциации.
4. Зональность в распределении минералов и элементов в осадках на площади современных и древних бассейнов седиментации, ее зависимость от климата и тектонического режима, различия в составе платформенных осадочных пород и осадочных пород подвижных поясов.

Тема 7. Геохимические преобразования осадков в стадию диагенеза и катагенеза. [1]

Перераспределение элементов в процессе уплотнения осадков. Влияние органического углерода на подвижность элементов. Особенности восстановительного и окислительного диагенеза Физико-химические условия и химические реакции на ранней и поздней стадиях диагенеза. Проблема привноса и выноса элементов. Формирование состава пластовых вод. Диагенетические преобразования осадков и важнейших типов осадочных пород. Минеральные новообразования и конкреции.

Дополнительная литература: [2].

Контрольные вопросы и упражнения:

1. Особенности восстановительного и окислительного диагенеза.

Физико-химические условия и химические реакции на ранней и поздней стадиях диагенеза.

Тема 8. Биогеохимические процессы. [1]

Представления о биогеохимических процессах. Учение о биогеохимических провинциях. Связь условий жизнедеятельности организмов с химическим составом среды. Факторы формирования биогеохимических провинций. Значение биогеохимических провинций в хозяйственной деятельности человека. Роль биогеохимических процессов в концентрации химических элементов. Геохимические условия образования месторождений горючих газов, углей. Биогеохимические методы поисков месторождений полезных ископаемых. Биогеохимические циклы элементов. Их нарушение в результате деятельности человека.

Дополнительная литература: [2].

Контрольные вопросы и упражнения:

1. Представления о биогеохимических процессах.
2. Учение о биогеохимических провинциях.
3. Связь условий жизнедеятельности организмов с химическим составом среды.
4. Факторы формирования биогеохимических провинций.

Тема 9. Геохимия отдельных элементов в осадочном цикле. [1]

Основные черты геохимии в осадочном цикле главных и редких элементов (щелочных, щелочноземельных, элементов-гидролизатов, редкоземельных элементов).

Дополнительная литература: [2].

Контрольные вопросы и упражнения:

1. Основные черты геохимии в осадочном цикле главных и редких элементов (щелочных, щелочноземельных, элементов-гидролизатов, редкоземельных элементов).

Тема 10. Эволюция химического состава атмосферы, гидросферы и важнейших типов осадочных и вулканических пород. [1]

Эволюция химического и изотопного состава атмосферы и гидросферы Земли в геологической истории. Модели изменения состава атмосферы. Факты, свидетельствующие об эволюции; факторы, вызывающие эволюцию, и факторы, стабилизирующие состав океана. Гипотезы о составе древнейшей гидросферы. Вулканические газы и гипотезы о так называемой "первичной" атмосфере; факторы эволюции атмосферы. Эволюция химического состава пород осадочной оболочки и земной коры. Общие тенденции геохимической эволюции осадочных и вулканических пород. Значение состава осадочных пород для оценки среднего состава "верхней" земной коры. Эволюция процессов осадкообразования в истории Земли. Основные тренды изменения во времени химического и изотопного состава пород и их вероятные причины.

Дополнительная литература: [2].

Контрольные вопросы и упражнения:

. Гипотезы о составе древнейшей гидросферы.

2. Вулканические газы и гипотезы о так называемой "первичной" атмосфере; факторы эволюции атмосферы.

3. Эволюция химического состава пород осадочной оболочки и земной коры.

4. Общие тенденции геохимической эволюции осадочных и вулканических пород.

5. Значение состава осадочных пород для оценки среднего состава "верхней" земной коры.

6. Эволюция процессов осадкообразования в истории Земли.

Вопросы
к зачету по курсу«Геохимия осадочных пород»

1. Типы важнейших химических реакций, контролирующих минеральный состав осадков в бассейнах седиментации.

2. Геохимические условия образования месторождений горючих газов, углей.

3. Современные представления о биосфере и живом веществе.

4. Осадочная оболочка Земли (стратисфера). Средний химический состав стратисферы и его отличие от среднего состава земной коры.

5. Современные представления о биосфере и живом веществе. Химический состав живого вещества, биофильные элементы.

6. Физико-химические условия выветривания в различных климатических зонах. Профили выветривания основных и кислых кристаллических: пород.

7. Особенности геохимии биогенной (карбонатной и кремнистой) седиментации в океанах.

8.Циркумконтинентальная и климатическая зональность в океанах и их влияние на распределение элементов в осадках.

9. Роль биогеохимических процессов в концентрации химических элементов.

10. Биогеохимические циклы элементов. Их нарушение в результате деятельности человека.

11. Эволюция химического и изотопного состава атмосферы и гидросферы Земли в геологической истории.

12. Учение о биогеохимических провинциях.

13.Вулканогенные осадки океанов и влияние вулканизма на состав океанских осадков. Металлоносные осадки.

14. Геохимические функции живого вещества и его роль в процессах литогенеза. Живое вещество как мощный геологический фактор в истории земной коры.

15. Строение атмосферы, распределение ее компонентов по высоте. Факторы, контролирующие химический состав атмосферы. Происхождение важнейших газов атмосферы

Рекомендуемая литература

1 Геология и геохимия нефти и газа [Электронный ресурс] : учебник / О.К. Баженова [и др.]. — Электрон.дан. — Москва : МГУ имени М.В.Ломоносова, 2012. — 432 с. — Режим доступа: https://e.lanbook.com/book/114581.

1 Стерленко, З. В. Общая геохимия [Электронный ресурс] : практикум / З. В. Стерленко, А. А. Рожнова. — Электрон.текстовые данные. — Ставрополь : Северо-Кавказский федеральный университет, 2016. — 148 c. — 2227-8397. — Режим доступа: http://www.iprbookshop.ru/66070.html

3. Геохимия осадочных пород:рабочая программа дисциплины для студентов специальности 21.05.02 Прикладная геология специализация № 3 Геология нефти и газа / А.В. Маслов. Екатеринбург: УГГУ, 2019. 16 с.



МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«Уральский государственный горный университет»

Н. В. Блинкова, Н. С. Земцов

ГЕОФИЗИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ ИССЛЕДОВАНИЯ ГОРИЗОНТАЛЬНЫХ СКВАЖИН

Методические указания
к лабораторным и практическим работам по дисциплине «Геофизические методы исследования горизонтальных скважин» для студентов специальности 21.05.02 *ПРИКЛАДНАЯ ГЕОЛОГИЯ*

Екатеринбург
2020

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Уральский государственный горный университет»

ОДОБРЕНО:
Методической комиссией
Факультета геологии и геофизики УГГУ
20 МАРТА 2020 г.
Председатель комиссии
_____ проф. Бондарев В. И.

Н. В. Блинкова, Н. С. Земцов

ГЕОФИЗИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ ИССЛЕДОВАНИЯ ГОРИЗОНТАЛЬНЫХ СКВАЖИН

Методические указания
к лабораторным и практическим работам
по дисциплине «Геофизические методы
исследования горизонтальных скважин»

Издание УГГУ Екатеринбург, 2020

Б 69

Рецензенты: *Иголкина Г. В.*, д-р геол.-мин. наук, зав. лабораторией промысловой геофизики (Институт геофизики УрО РАН);
Скобелев А. Н., канд. техн. наук, главный геолог, (группа компаний «НЕДРА»).

Методические указания рассмотрены на заседании кафедры геофизики 5 МАРТА 2020 г. (протокол № 12) и рекомендованы для издания в УГГУ.

Блнкова Н. В., Земцов Н. С.

Б 69 ГЕОФИЗИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ ИССЛЕДОВАНИЯ ГОРИЗОНТАЛЬНЫХ СКВАЖИН: методические указания / Н. В. Блинкова, Н. С. Земцов; Урал. гос. горный ун-т. – Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2020. – 71 с.

Методические указания содержат семь практических работ. В каждой работе имеется описание геофизической аппаратуры для исследования горизонтальных скважин в процессе бурения и на этапе их исследования после бурения. В работах приводятся планы заданий для анализа полевых материалов (каротажных диаграмм), полученных с этой аппаратурой (АМК «ГОРИЗОНТ», АК «АЛМАЗ-2И», АМАК «Обь», СБК «АМАК», АМК «Горизонталь»). Две работы включают в себя интерпретацию данных метода инклинометрии в горизонтальных скважинах с использованием программного обеспечения станции геолого-технологических исследований «Мега АМТ» и построения этих скважин в трехмерном пространстве, а также построение корреляционного разреза по одному из месторождений Западной Сибири с использованием геофизических данных горизонтальных скважин.

Выполнение этих работ позволит подготовиться студентам к производственной и преддипломной практикам, которые они проходят, в основном, на месторождениях Западно-Сибирской нефтегазовой провинции.

.

© Блинкова Н. В., Земцов Н. С., 2020
© Уральский государственный горный университет, 2020

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ 5
Работа 1. АППАРАТУРНО-МЕТОДИЧЕСКИЙ КОМПЛЕКС «ГОРИЗОНТ-90» 6
1. Состав и краткое описание 6
2. Основные технические характеристики 6
3. Автономный скважинный прибор 8
4. Прочие конструктивные особенности комплекса 14
Задание 15
Контрольные вопросы 15
Работа 2. АВТОНОМНЫЙ КОМПЛЕКС «АЛМАЗ-2И» 16
1. Состав и краткое описание 16
2. Основные технические характеристики 18
3. Устройство и работа комплекса 21
Задание 25
Контрольные вопросы 25
Работа 3. АППАРАТУРНО-МЕТОДИЧЕСКИЙ АВТОНОМНЫЙ КОМПЛЕКС «ОБЬ» 26
1. Состав и краткое описание 26
2. Основные технические характеристики 26
3. Устройство и работа комплекса 27
4. Прочие особенности комплекса 33
Задание 34
Контрольные вопросы 35
Работа 4. СТАНЦИЯ БЕЗКАБЕЛЬНОГО КАРОТАЖА СБК «АМАК» 36
1. Состав и краткое описание 36
2. Геохимическая подсистема, предназначенная для проведения газового каротажа 37
3. Прочие компоненты комплекса 40
Задание 42
Контрольные вопросы 43
Работа 5. АВТОНОМНАЯ ГЕОФИЗИЧЕСКАЯ СИСТЕМА «ГОРИЗОНТАЛЬ» 44
1. Состав и краткое описание 44
2. Основные технические характеристики 46
3. Устройство и работа комплекса 49
4. Проведение геофизических исследований скважин (ГИС) 56
Задание 57
Контрольные вопросы 57

Работа 6. ИНТЕРПРЕТАЦИЯ ДАННЫХ ИНКЛИНОМЕТРИИ
В ГОРИЗОНТАЛЬНЫХ СКВАЖИНАХ 58
1. Краткое описание 58
Задание 63
Контрольные вопросы 63
Работа 7. ПОСТРОЕНИЕ КОРРЕЛЯЦИОННОГО РАЗРЕЗА
ПО ДИАГРАММАМ АМК «ГОРИЗОНТ» 64
1. Краткое описание 64
Задание 68
Контрольные вопросы 68
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ 69

ВВЕДЕНИЕ

Наиболее эффективными и прогрессивными технологиями в нефтедобывающей отрасли в настоящее время является переход от бурения одиночных скважин к бурению и широкомасштабному промышленному освоению горизонтальных, разветвленно-горизонталь-ных, многозабойных горизонтальных скважин, а также боковых стволов из старого фонда скважин. За последние годы в горизонтальных скважинах опробован целый ряд технологий бурения забойными телеметрическими системами с гидравлическим, электромагнитным и комбинированным каналами связи, а также исследования скважин на этапе «после бурения» применение аппаратурно-методических комплексов с различными способами доставки аппаратуры на забой. Такими способами является доставка с помощью бурильных труб, гибких пластиковых труб «COILED TUBING» (в переводе с англ. – гибкая труба), жёсткого геофизического кабеля и др. [2, 11, 12, 15, 16, 17]. В методических указаниях описываются примеры такой аппаратуры, как аппаратурно-методический комплекс (АМК) «ГОРИЗОНТ-90», автономный комплекс (АК) «АЛМАЗ-2И», аппаратурно-методический автономный комплекс (АМАК) «Обь», станция бескабельного каротажа (СБК) «АМАК», аппаратурно-методический комплекс (АГС) «Горизонталь».

В методических указаниях содержатся семь работ, пять из которых по аппаратуре, шестая по интерпретации данных инклинометрии в горизонтальных скважинах, седьмая – по построению корреляционного разреза по диаграммам АМК «ГОРИЗОНТ».

Работа 1. АППАРАТУРНО-МЕТОДИЧЕСКИЙ КОМПЛЕКС «ГОРИЗОНТ-90»

1. Состав и краткое описание

АМК «ГОРИЗОНТ-90» содержит в своем составе скважинный прибор ПСК-3, устройство сопряжения, персональный компьютер 386, 486 или Pentium, термоплоттер KST-216-8MP01-KICC, программное и методическое обеспечение, глубиномер, индикатор нагрузки талевого каната буровой лебедки, вспомогательное оборудование [3, 4, 5, 7, 8, 9, 10].

2. Основные технические характеристики

АМК «ГОРИЗОНТ-90» обеспечивает измерение и обработку следующих параметров: кажущееся электрическое сопротивление (КС) – 0–2000 Ом·м; потенциал собственной поляризации (ПС) – ±0,5 В; уровень естественного гамма-излучения (ГК) – 0–50 мкР/ч; поток нейтронов (НК1, НК2) – до 250000 имп/мин; уровень радиационного гамма-излучения (НГК) – 0–200 мкР/ч; зенитный угол наклона скважины, град. – (0–180)±0,2; азимут наклона скважины, град. – (0–360)±1.

Конструктивные данные скважинного прибора: длина – 7720±100 мм; диаметр – 90 мм; присоединительная резьба для бурового инструмента – З-76; диаметр проточки под элеватор – 73 мм; промывка скважины через переводник в верхней части скважинного прибора.

Условия эксплуатации скважинных приборов: диаметр исследуемых скважин – не менее 110 мм; давление на забое – не более 60 МПа; температура окружающей среды – не более 80 °С; конструкция скважинного прибора выдерживает осевую сжимающую и растягивающую нагрузку 5-8 тонн; радиус искривления скважины – не менее 40 м; для получения качественных материалов измерения в скважине рекомендуется проводить на аварийном приводе буровой лебедки при скорости 90, 180 или 360 м/ч.

При использовании АМК «ГОРИЗОНТ-90» геофизические измерения в скважине могут проводиться в широком диапазоне изменения удельного сопротивления промывочной жидкости (0,05–5 Ом·м).

В целях безопасности работы с источником нейтронов предусмотрена возможность его извлечения из скважины в случае аварии. Для этого источник устанавливается в специальном контейнере в верхней части скважинного прибора.

Непрерывное время работы скважинного прибора в режиме измерений – не менее 7 часов. Дискретность измерения и регистрации в блоке памяти всех параметров в цифровой форме – 2 сек. В связи с ограниченной емкостью источников питания и блока хранения информации в скважинном приборе предусмотрено включение измерительной схемы с задержкой до 19 часов на время спуска до интервала исследований. Дискретность установки времени задержки – 4,5 мин.

Глубиномер и датчик нагрузки рассчитаны для работы с талевым канатом буровой лебедки диаметром 25–28 мм. Погрешность измерения глубины в интервале каротажа не более 0,1 %. Дискретность измерения перемещения бурового инструмента – не более 4 мм.

3. Автономный скважинный прибор

Общий вид скважинного прибора показан на рис. 1.1. Корпус скважинного прибора выполнен из немагнитного сплава. На его наружную поверхность до диаметра 90 мм нанесено изоляционное покрытие, на котором установлены токовые и измерительные кольцевые электроды. Эти электроды с помощью проводов, проложенных в теле изоляционного покрытия, электровводов и разъема в нижней части прибора соединяются с измерительной схемой электрического каротажа. В верхней части корпуса прибора имеется стальной переводник, предназначенный для соединения с колонной бурильных труб с помощью замковой резьбы З-76. Переводник имеет отверстия для прохождения промывочной жидкости. Внутри переводника устанавливается герметичный контейнер с радиоактивным источником, который в аварийной ситуации может быть извлечен из скважины.



Рис. 1.1. Общий вид скважинного прибора

Внутри охранного корпуса установлены шасси с электронной измерительной схемой, выполненной в виде конструктивно законченных модулей. Модули между собой соединены с помощью разъемов и накидных гаек. С целью предотвращения повреждений измерительных схем каждый модуль закрыт цилиндрическим защитным кожухом.

Прибор содержит шесть модулей: модуль НК, батарея питания, модуль центрального процессора, модуль ГК, модуль инклинометра и модуль электрического каротажа.

Структурная схема, приведенная на рис. 1.2, дает общее представление о принципе работы скважинного прибора. В модуле центрального процессора (МЦП) напряжение батареи питания, состоящей из химических источников тока, преобразуется в ряд напряжений, необходимых для работы электронных схем. Нормальное функционирование скважинного прибора осуществляется под управлением процессора, выполненного на базе однокристальной микро-ЭВМ К1816ВЕ39. МЦП по шине управления формирует сигналы, обеспечивающие синхронную работу остальных модулей прибора. Обмен данными МЦП со всеми модулями производится по 8-разрядной шине данных. По командам, вырабатываемым в МЦП, периодически через две секунды производится опрос датчиков и измерение всех параметров. В модуле электрического каротажа (МЭК) за счет коммутации токовых и измерительных электродов обеспечивается измерение кажущегося сопротивления (КС) тремя симметричными градиент-зондами, тока зондирования и потенциала собственной поляризации (ПС). Значения измеренных параметров передаются по шине данных в МЦП. В модулях ГК (МГК) и НК (МНК), сформированные из гамма-квантов радиоактивного излучения, электрические импульсы накапливаются в счетчиках в течение двух секунд и считываются в МЦП. В модуле инклинометра (ИНКЛ) через каждые две секунды регистрируются три составляющие магнитного поля Земли и поля силы тяжести, по которым затем вычисляются зенитный угол и азимут наклона скважины. В МЦП измеренная информация дополнительно обрабатывается, а затем записывается в память блока регистрации информации (МРИ), емкость которого составляет 512 Кбайт.

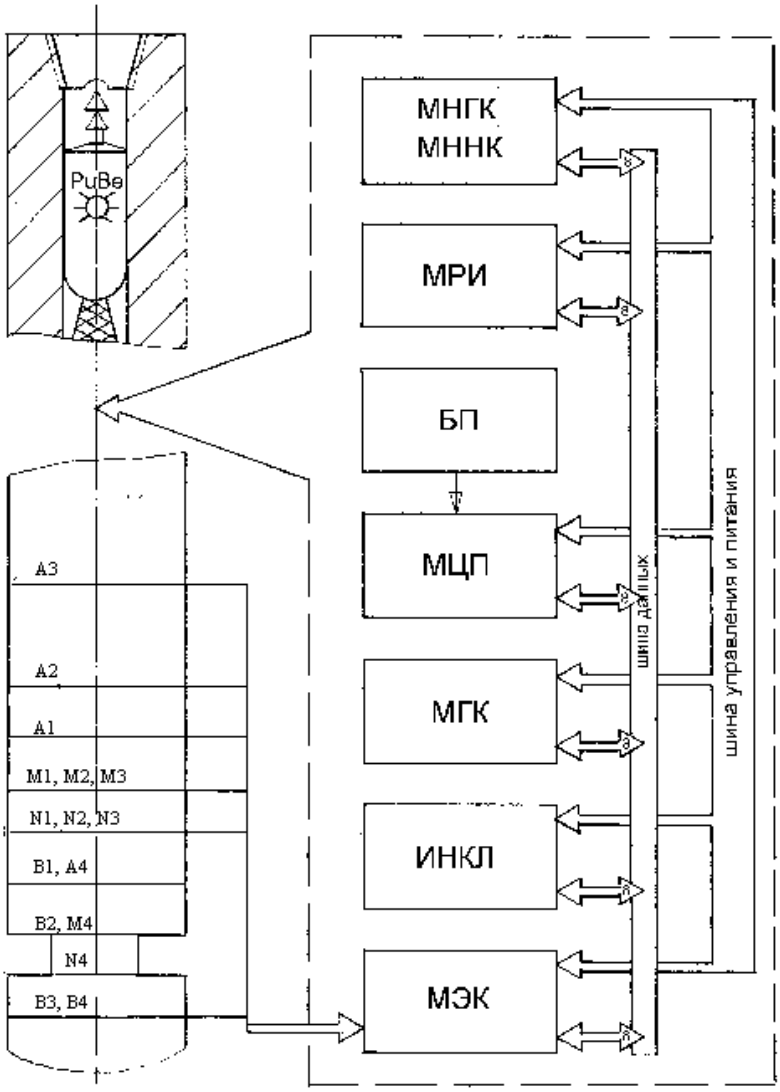


Рис. 1.2. Структурная схема скважинного прибора

Этой емкости достаточно для регистрации информации скважинным прибором в течение семи часов. МРИ в отличие от предыдущих модификаций АМК «ГОРИЗОНТ» размещен в МЦП. После заполнения МРИ происходит автоматическое выключение скважинного прибора.

Вышеуказанные модули можно охарактеризовать следующими параметрами:

• *Модуль центрального процессора* (*МЦП*)

МЦП выполнен на базе ОЭВМ серии К1816ВЕ39. Предназначен для управления работой остальных модулей скважинного прибора, регистрации информации в блоке памяти (512 кбайт) и обмена информацией с наземной частью АМК «ГОРИЗОНТ-90».

• *Модуль ГК и НК*

Радиоактивный каротаж в скважинном приборе осуществляется двумя идентичными модулями: модуль гамма-каротажа (МГК), модуль нейтронного каротажа (МНК).

Модуль ГК предназначен для измерения естественного гамма-излучения горных пород. Он выполнен на базе фотоумножителя ФЭУ-74 и сцинтилляционного детектора NaJ(Tl), размером 30×70 мм. Электрические импульсы с выхода фотоумножителя после усиления и ограничения поступают на вход счетчика, где преобразуются в двоичный код. Через каждые две секунды центральный процессор обращается к модулю и считывает 16-разрядное слово с двоичного счетчика, после чего счетчик обнуляется и начинается накопление импульсов в течение следующих двух секунд, далее цикл повторяется.

Для нормальной работы фотоэлектронного умножителя необходимо стабильное напряжение около 1800 В, которое формируется с помощью высоковольтного преобразователя напряжения и стабилизатора напряжения.

Модуль нейтронного каротажа предназначен для измерения потока нейтронов двумя зондовыми установками ННК (20 и 40 см) и радиационного гамма-излучения НГК (60 см), возникающего при облучении породы потоком нейтронов.

Для регистрации потока нейтронов используются нейтронные трубки СНМ-56, а для регистрации гамма-излучения – ФЭУ-74 и сцинтилляционный детектор NaJ(Tl), размером 30×40 мм. Для защиты сцинтилляционного детектора от потока тепловых нейтронов используется экран из кадмия и бора. В остальном работа модуля НК аналогична работе модуля ГК.

• *Модуль электрического каротажа*

Для электрического каротажа в скважинном приборе используются четыре четырехэлектродных симметричных градиент-зонда:

– *A*1 0,5 *M*1 0,25 *N*1 0,5 *B*1, диаметром 90 мм;

– *A*2 0,5 *M*2 0,25 *N*2 0,5 *B*2, диаметром 75 мм;

– *A*3 1,0 *M*1 0,25 *N*1 1,0 *B*3, диаметром 90 мм;

– *A*4 1,75 *M*1 0,25 *N*1 1,74 *B*3, диаметром 90 мм.

При измерении одноименные токовые электроды *A* и *B* через коммутатор тока подключаются к генератору зондирующего тока, а соответствующие измерительные электроды *M* и *N* через коммутатор напряжения к измерительному усилителю с программно изменяющимся коэффициентом усиления.

При измерении параметра кажущегося удельного сопротивления (КС) ток зондирования, протекая по породе между токовыми электродами *A* и *B*, создает между измерительными электродами *M* и *N* переменное напряжение прямоугольной формы, амплитуда которого пропорциональна измеряемому кажущемуся удельному сопротивлению породы. Это напряжение после усиления преобразуется синхронным детектором в напряжение постоянного тока, которое через аналоговый коммутатор поступает на вход

интегрирующего аналого-цифрового преобразователя (АЦП). Преобразованное в двоичный код измеряемое напряжение считывается центральным процессором с двоичного реверсивного счетчика и записывается в блок ОЗУ.

• *Модуль инклинометра*

Модуль инклинометра предназначен для одновременного измерения трех взаимно ортогональных составляющих величины магнитного поля Земли, и трех взаимно ортогональных составляющих вектора поля силы тяжести, по которым определяются зенитный угол и азимут наклона скважины. В модуле используются феррозондовые датчики магнитометра и акселерометра.

С выходов датчика акселерометра электрические сигналы, пропорциональные составляющим вектора силы тяжести, поступают через аналоговый коммутатор (АК) на вход аналого-цифрового преобразователя (АЦП), на выходе которого формируются цифровые коды, пропорциональные выходным напряжениям акселерометра.

С выходов датчика магнитометра электрические сигналы, пропорциональные составляющим величины магнитного поля Земли, поступают на вход времяимпульсного преобразователя (ВрИП), на выходе которого формируются цифровые коды, пропорциональные измеряемому магнитному полю. Полученные коды через магистральные приёмопередатчики (МПП) пересылаются в ЦП. После обработки считанной информации ЦП пересылает результат в модуль регистрации информации.

4. Прочие конструктивные особенности комплекса

Глубиномер

Глубиномер предназначен для измерения приращений глубины в процессе каротажа скважин. Состоит из головки, в которой размещен индукционный датчик, демпфирующего устройства, зажимного хомута, стойки, узла крепления и 4-контактного разъема.

Конструктивно головка датчика выполнена в виде двух «ш»-образных магнитопроводов, разнесенных между собой на расстояние несколько меньше шага навивки талевого каната. На магнитопроводах размещены питающая и измерительная обмотки. Вся система залита эпоксидной смолой в дюралюминиевом корпусе.

Датчик нагрузки талевого каната буровой лебедки

Датчик нагрузки предназначен для отключения счетчика глубиномера во время каротажа при отсутствии нагрузки на крюке буровой лебедки. Состоит из жесткого основания в виде балки, на концах которой закреплены два неподвижных упора для талевого

каната и один подвижный в центре, узла регулировки жесткости упорной пружины, концевого переключателя, индикатора нагрузки, 4-контактного разъе-ма и защитного кожуха.

Задание

1. Изучить технические характеристики аппаратурно-методичес-кого комплекса «ГОРИЗОНТ-90».

2. Изучить устройство скважинного прибора АМК «ГОРИЗОНТ-90» на уровне блок-схемы.

3. Проанализировать комплекс каротажных диаграмм, полученных с помощью АМК «ГОРИЗОНТ-90», и описать возможности литологического расчленения разреза этим комплексом.

4. Составить пояснительную записку.

Контрольные вопросы

1. Из каких основных блоков состоит АМК «ГОРИЗОНТ-90»?
2. Какие основные параметры измеряет и обрабатывает АМК «ГОРИЗОНТ-90»?
3. Каковы условия эксплуатации скважинных приборов?
4. Из каких устройств состоит функциональная схема модуля центрального процессора?
5. Изобразите функциональную схему модулей ГК и НК.
6. Расскажите принцип работы модуля инклинометра.
7. Изобразите функциональную схему модуля электрического каротажа.
8. Изобразите функциональную схему модуля инклинометра
9. Каков принцип работы датчика нагрузки талевого каната буровой лебедки?
10. Каково назначение устройства сопряжения?

Работа 2. АВТОНОМНЫЙ КОМПЛЕКС «АЛМАЗ-2И»

1. Состав и краткое описание

Автономный комплекс «АЛМАЗ-2И» (далее комплекс) предназначен для геофизических исследований открытых стволов наклонных скважин и скважин с горизонтальным завершением, в том числе боковых стволов, диаметром 124–144 мм, бурящихся на нефть и газ [18]. Комплекс позволяет за одну спускоподъёмную операцию произвести измерение и регистрацию следующих геофизических параметров: кажущегося удельного электрического сопротивления девятью индукционными зондами разной глубинности, потенциала естественной поляризации скважины (ПС), азимут скважины, зенитный угол скважины, угол отклонителя (угол вращения прибора), естественной гамма-активности пород (ГК), удельного электрического сопротивления (УЭС) бурового раствора, температуры бурового раствора.

Автономная скважинная система комплекса «АЛМАЗ-2И» предназначена для доставки на забой буровым инструментом. Этот способ доставки обеспечивает возможность проведения каротажа протяжённых горизонтальных участков обследуемых скважин.

Комплекс состоит из следующих систем: скважинной автономной системы, средства доставки в скважину, наземной системы определения глубины, системы программных модулей RealDepth v4.x.x.

Автономная скважинная система предназначена для измерения и записи геофизических и технологических параметров различного назначения. Автономная скважинная система состоит из трёх модулей: модуль памяти и питания (МПП), измерительный модуль ВЭМКЗ, измерительный модуль интегрального ГК и резистивиметра (МГКР).

Средство доставки состоит из рассекателя и муфты переходной с конической замковой резьбой З-86.

Наземная система определения глубины автономного измерительного комплекса предназначена для измерения перемещений талевого блока (крюка) во время проведения каротажа с учётом нагрузки и разгрузки крюка и вычисления перемещения буровой колонны.

Наземная система определения глубины включает: преобразователь линейных перемещений (ПЛП) талевого блока, преобразователь натяжения троса (ПНТ), блок интерфейса (БИ), компьютер, источник бесперебойного питания (Back-UPS), комплект соединительных кабелей.

Система программных модулей RealDepth v4.x.x предназначена для сбора информации об измерениях со скважинной и наземной измерительных систем, и взаимной увязки данных на основе записи точного времени событий.

Система также осуществляет автоматическую пакетную интерпретацию данных измерений, все необходимые операции по документированию и преобразованию данных в распространённые форматы представления геофизических данных (*.las, *.rtx).

Использование программы МФС ВИКИЗ для дальнейшей интерпретации данных каротажа скважин позволяет представить их в виде удельного электрического сопротивления пород с нормированными погрешностями измерения.

2. Основные технические характеристики

Перечень параметров с нормированной погрешностью (геофизических и технологических), измеряемых комплексом, приведён в табл. 2.1. В таблице также приведены число каналов измерения комплекса, единицы измерения, диапазон, основная погрешность и дополнительная температурная погрешность.

Таблица 2.1

Перечень метрологических характеристик комплекса «АЛМАЗ-2И»

Измеряемый параметр	Число каналов	Единица измерения	Диапазон	Дискрет-ность	Основная погрешность
УЭС породы		Ом·м	1÷200	–	(5+20·к/в) %
ПС		мВ	+/-1250	1	+/-0,6мВ
Уровень интегральной гамма активности породы		мкР/час	0÷250	0,1	15 %
УЭС бурового раствора		Ом·м	0,02÷10	0,00015	(3+20·к/в) %
Температура бурового раствора		град	5÷85	0,01	+/-0,5
Магнитный азимут		угл. град.	0÷360°	0,1°	±1,5°÷3°
Зенитный угол		угл. град.	0÷180°	0,05°	±0,25°
Угол отклонителя		угл. град.	0÷360°	0,1°	±3°

Примечание: к – измеряемое значение; в – верхний предел измерения.

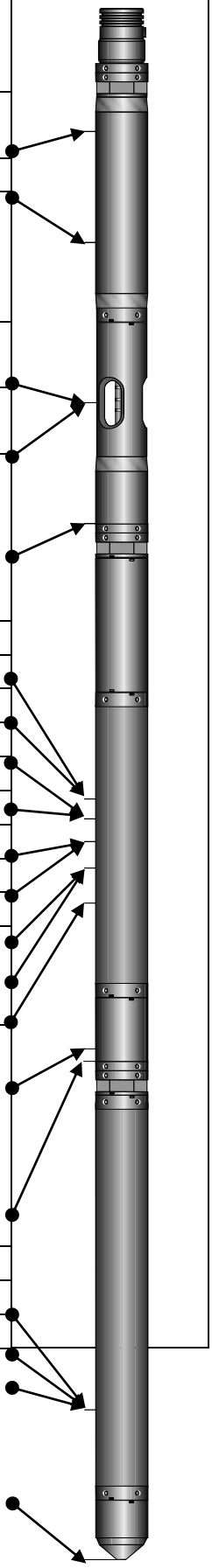
В зондовой скважинной системе точки записи смещены относительно нижнего окончания модуля ВЭМКЗ. Значения смещений приведены в табл. 2.2.

Перечень доступных для контроля технологических измеряемых величин приведён в табл. 2.3.

Таблица 2.2

Расположение точек записи ВЭМКЗ

Наименование параметра	Обозначение	Частота	Длина зонда	Смещение точки записи
Гамма 2	MGKR_GK2			**8,268**
Гамма 1	MGKR_GK1			**7,808**
Температура бурового раствора	MGKR_T			**7,305**
УЭС бурового раствора	MGKR_R			**7,303**
Модуль ВЭМКЗ 7**,067**				
Разность фаз зонда **0,5**	DF5	14,00 МГц	0,500	**5,1**
Разность фаз зонда **0,6**	DF6	7,0 МГц	0,566	**5,1**
Разность фаз зонда **0,7**	DF7	7,00 МГц	0,707	**4,959**
Разность фаз зонда **0,8**	DF8	3,50 МГц	0,800	**4,959**
Разность фаз зонда **1,0**	DF10	3,50 МГц	1,000	**4,759**
Разность фаз зонда **1,1**	DF11	1,75 МГц	1,131	**4,759**
Разность фаз зонда **1,4**	DF14	1,75 МГц	1,414	**4,471**
Разность фаз зонда **1,6**	DF16	0,875 МГц	1,600	**4,471**
Разность фаз зонда **2,0**	DF20	0,875 МГц	2,000	**4,071**
Потенциал скважины	PS			**3,52**
Инклинометр **3,42**				
Зенит	Zenith_Angle			**0,5**
Вращение	Standoff_Angle			**0,5**
Азимут	Azimuth_Angle			**0,5**



Точка отсчёта смещений	

Таблица 2.3

Технологические измеряемые величины

Наименование параметра	Число каналов	Единица измерения	Диапазон	Дискретность
Вес на крюке	1	у.е.	0…4095	1 у.е.
Ход талевого блока	1	м	0…25	±5 мм
Скорость каротажа	1	м/ч	0…700	
Глубина	1	м	5000	±5 мм
Текущее время	1	час, мин, сек	00:00:01 23:59:59	0,01 сек
Температура в МПП	1	град.	-10÷85	±0,5 град.
Напряжение батареи МПП	1 (или 8)	Вольт	14…17,5	±0,2 В
Ускорение при ударах МПП	3 по *x*, *y*, *z*	g	0…50	0,5 g

Рабочие условия наземной аппаратуры:

диапазон температур окружающего воздуха, °С +10...+45;

относительная влажность окружающего воздуха при 30 °С, % 5-90;

конденсация влаги на элементах не допустима.

Рабочие условия скважинной аппаратуры

При каротаже автономная скважинная система может выдерживать следующие рабочие условия:

максимальное гидростатическое давление, МПа не более 60;

диапазон рабочих температур, °С от +10 до +85;

виброударные нагрузки по ГОСТ 26116-84, группа МС2-3 не более 15g;

радиус кривизны скважины, м не менее 60;

осевая нагрузка сжатие, т не более 10;

осевая нагрузка на разрыв, т не более 30;

скорость спуско-подъёма, м/ч не более 2000;

скорость спуско-подъёма в интервале зарезки, м/ч не более 200;

скорость каротажа, м/ч не более 800.

3. Устройство и работа комплекса

Комплекс регистрирует и интерпретирует геофизическую и технологическую информацию от наземных и скважинных модулей, благодаря взаимодействию нескольких систем:

– автономной скважинной системы;

– системы определения глубины;

– системы сбора информации и интерпретации RealDepth.

Автономная скважинная система производит сбор геофизической и технологической информации в скважине и записывает эту информацию в энергонезависимую память. В зондовой части располагаются часы реального времени (ЧРВ) модуля памяти и питания, текущие показания которых записываются в память. Автономная скважинная аппаратура производит запись геофизической и технологической информации (рис. 2.1).

Синхронизация часов МПП производится во время подготовки зондовой системы к спуску в скважину с часами компьютера. Вторые ЧРВ располагаются в интерфейсном блоке. Синхронизация двух часов происходит в момент переведения зондирующей системы в автономный режим. Данная операция производится непосредственно на скважине после сборки зондирующей системы и подключения её к компьютеру через интерфейсный блок. Значение текущего времени компьютера одновременно заносится в часы реального времени БИ и часы реального времени МПП, после чего автономная скважинная система готова к самостоятельной работе.

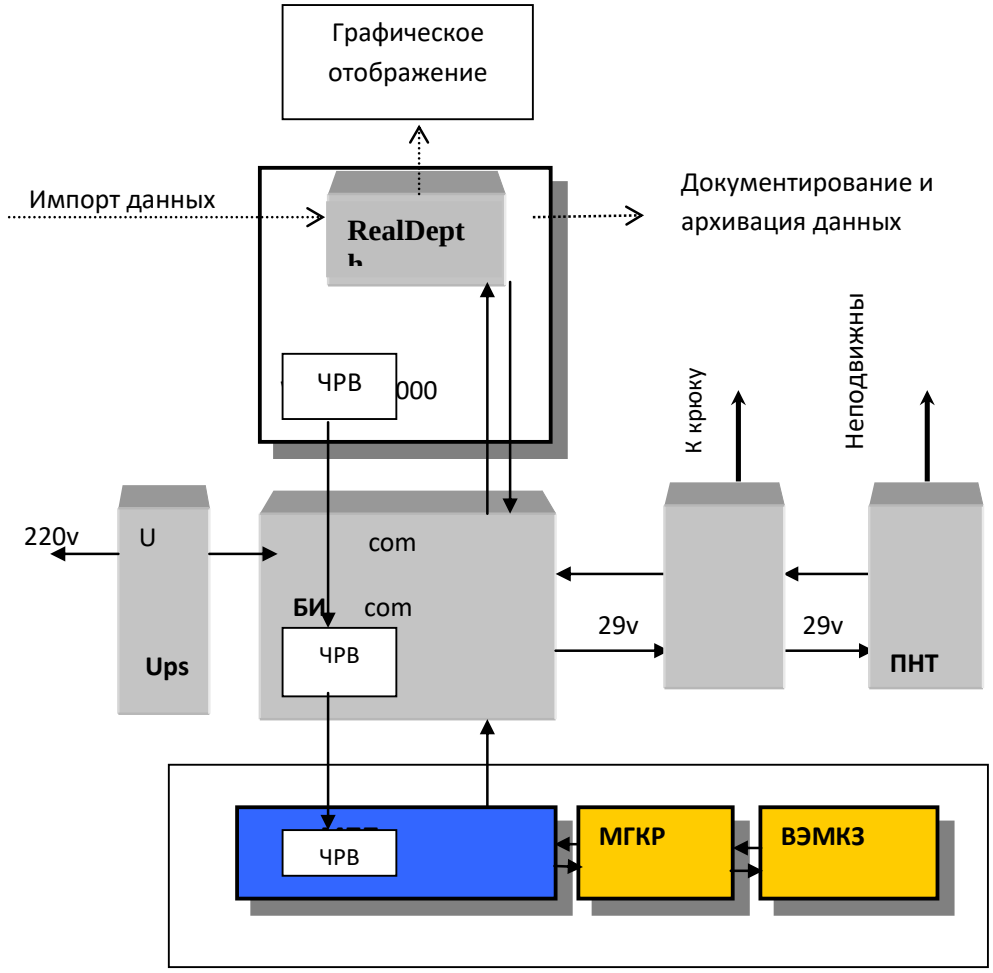


Рис. 2.1. Взаимодействие систем комплекса «АЛМАЗ-2И»

Значение времени в обоих ЧРВ после операции синхронизации будет одинаковым, допустимый уход не более чем 1 сек за 12 часов при условии, если обе части не обесточивались.

Если данное условие не выполняется и происходит отключение часов реального времени, расположенных в блоке интерфейса на длительное время, произойдёт утеря исходных установок времени, что затруднит восстановление информации о глубине. Чтобы восстановить установки времени в часах интерфейсного блока необходимо снова провести операцию синхронизации часов от компьютера. При этом возможна ошибка синхронизации между скважинной и наземной частями системы на несколько секунд из-за ухода часов компьютера. Не следует забывать, что компьютер может самостоятельно переводить поясное время на час вперёд или назад, учитывая зимнее и летнее время, вследствие чего возможно скачкообразное смещение данных глубины на час. Для увеличения надёжности системы синхронизации применяются источники бесперебойного питания для блока интерфейса (в

экстремальных ситуациях для увеличения времени работы часов в отсутствии сетевого питания рекомендуется отключать ПЛП от интерфейсного блока и подключать при возобновлении сетевого питания). Наземная система определения глубины работает непосредственно с компьютером через интерфейсный блок под управлением оболочки RealDepth и использует часы БИ, преобразователи перемещения талевого блока (ПЛП) и натяжения троса (ПНТ). Информация с преобразователя натяжения троса под управлением оболочки RealDepth записывается в файл глубины и в дальнейшем используется для вырезания моментов разгрузки талевого блока, так как в эти моменты движения зондовой системы не производится. Измеренные перемещения талевого блока во время каротажа аналогично записываются и используются в дальнейшем для вычисления глубины зондирующей системы (с учётом смещения её точек записи). Для привязки глубин регистрируемой информации, необходимо указать глубину, на которую произведён спуск зондирующей системы, а затем относительно этой величины будут определены все остальные отсчёты глубины с учётом направления перемещения зондовой системы.

После проведения каротажа производится чтение геофизической и технологической информации из памяти МПП зондовой системы и сохраняется в файл *.mpp.

RealDepth осуществляет увязку глубин, используя данные системы определения глубины и системы синхронизации времени. Вся зарегистрированная информация приводится к стандартному шагу по глубине – 0,1 м, отсутствующие отсчёты восстанавливаются путём интерполяции по соседним точкам, а лишние отсчёты усредняются. Далее данные преобразовываются в удобный для отображения вид в единицах физических величин.

RealDepth также используется для документирования результатов каротажа различными способами и форматами (*.las, *.rtx); анализа данных каротажей, произведённых ранее, или другими аналогичными комплексами; контроля функционирования скважинных модулей и преобразователей в интерактивном режиме; калибровки измерительных модулей и преобразователей.

Для проведения каротажа требуется: заблаговременно запрограммировать зондовую систему на расчётное время достижения забоя и самостоятельное включение; спустить зондовую систему на буровых трубах в точку начала каротажа к расчётному времени; включить систему определения глубины на запись файла глубины; после достижения времени включения осуществить подъём (спуск) зондовой системы с допустимой скоростью каротажа; поднять зондовую систему на поверхность и извлечь из скважины; отсоединить МПП и произвести чтение информации из памяти; произвести увязку глубин.

Задание

1. Изучить технические характеристики автономного комплекса «Алмаз-2И».

2. Изучить устройство скважинного прибора АК «Алмаз-2И».

3. Проанализировать комплекс каротажных диаграмм, полученных с помощью АК «Алмаз-2И», и описать возможности литологического расчленения разреза этим комплексом.

4. Составить пояснительную записку.

Контрольные вопросы

1. Для чего предназначен автономный комплекс «АЛМАЗ-2И»?

2. Какие параметры измеряются с помощью комплекса «АЛМАЗ-2И»?

3. Назовите максимальный диаметр скважинного комплекса «АЛМАЗ-2И».

4. При каком максимальном гидростатическом давлении возможна работа с данным комплексом?

5. Расшифруйте аббревиатуру модуля – МПП.

6. Какие параметры измеряются с помощью модуля МГКР?

7. Каков диапазон регистрации естественной интегральной гамма-активности пород в модуле МГКР?

8. Для чего предназначен программный комплекс RealDepth?

9. В каком формате документируются результаты каротажа?

10. Назовите массу системы привязки по глубине.

Работа 3. АППАРАТУРНО-МЕТОДИЧЕСКИЙ АВТОНОМНЫЙ КОМПЛЕКС «ОБЬ»

1. Состав и краткое описание

АМАК «Обь» предназначен для проведения комплекса ГИС на буровом инструменте в открытом стволе скважин, бурящихся диаметром 190, 215,9 и 243 мм, и имеющих горизонтальное или пологое (более 450 м) окончание [6].

Отдельные модули АМАК «Обь» (модуль РК, акустический модуль) могут быть спущены и в обсаженную часть ГС и ПС на буровом инструменте малого диаметра или НКТ для проведения радиоактивного каротажа и акустической цементометрии в обсадной колонне (и хвостовиках) диаметром 4, 5 и 6 дюйма.

2. Основные технические характеристики

Диаметр защитных кожухов модулей АМАК «Обь» – 73 мм, длина нерасчлененной части одного модуля не превышает 4 м.

Условия эксплуатации АМАК «Обь»:

температура в скважине	не выше 90 °С;
давление в скважине	не выше 600 МПа;
скорость подъема при каротаже	не более 800 м/ч (на первой скорости лебедки);
скорость спуска и подъема без записи	не более 3000 м/ч;
продолжительность записи	не более 10 ч;

количество модулей в сборке не ограничивается, однако на первом этапе внедрения общая длина сборки рекомендуется до 25 м;

расход промывочной жидкости при выталкивании сборки из инструмента и промывке скважины	28–42 л/сек;
наружная температура воздуха, при которой возможна работа с АМАК «Обь» (сборка, разборка, считывание информации и т. п.)	от –50 °С до +50 °С.

3. Устройство и работа комплекса

Аппаратурно-методический автономный комплекс содержит автономные модули различных методов исследований, соединенные между собой в сборку, к верхней части которой присоединяется устройство для удержания сборки внутри бурильной колонны на замковом соединении в процессе спуска бурильной колонны на забой горизонтальной скважины и выталкивания сборки из бурильной колонны в открытый ствол циркуляцией бурового раствора. Удерживающее и выталкивающее устройство соединены со штоком обратного хода, длина которого превышает величину обратного хода бурового инструмента при посадке его на клинья для отворота очередной свечи.

Выталкивание сборки из бурильной колонны и приведение модулей в рабочее положение происходит только при сбросе в буровую колонну специального запорного приспособления и продавливания его циркуляцией бурового раствора до посадки на гнездо выталкивающего устройства. Нижняя часть бурильной колонны заканчивается специальным обтекателем, имеющим посадочное седло, на которое садится нижняя часть выталкивающего устройства и циркуляционные отверстия, обеспечивающие циркуляцию бурового раствора. Автономные модули соединены со штоком обратного хода и между собой шарнирными соединениями с регулируемым углом перекоса. Включение каждого автономного модуля происходит при его выходе из обтекателя за счет изменения сигнала на феррозондовом датчике, помещенном в диамагнитном корпусе автономного модуля, а выключение при подъеме бурильной колонны – при обратном изменении сигнала на феррозондовом датчике при вхождении автономного модуля в башмак ранее спущенной обсадной колонны. Все автономные модули дополнительно содержат автономные блоки питания, блоки преобразования сигналов и памяти.

На рис. 3.1 представлена схема компоновки модулей в бурильной трубе во время спуска в скважину.

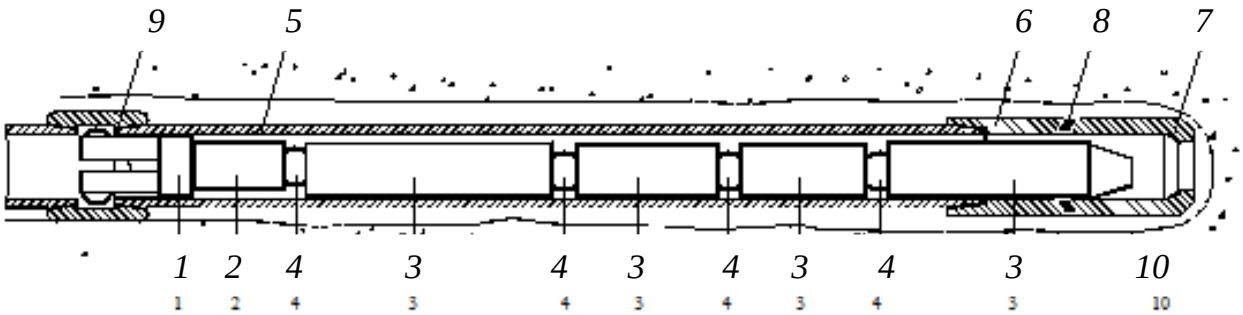


Рис. 3.1. Аппаратурно-методический комплекс

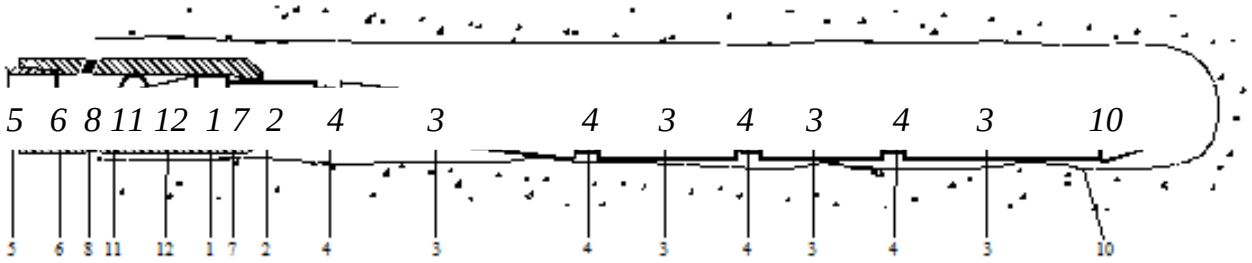
для каротажа горизонтальных скважин на бурильных трубах

Верхняя часть сборки содержит удерживающее и выталкивающее устройство *1*, шток обратного хода *2*, набор функциональных модулей *3*, соединенных между собой шарнирными соединениями *4*.

Бурильная труба *5*, в которой размещена сборка автономных модулей, заканчивается обтекателем *6* с посадочным седлом *7* и промывочными (циркуляционными) отверстиями *8*. Удерживающее и выталкивающее устройство *1* садится на замковое соединение *9* и опускается в скважину *10*.

На рис. 3.2 представлена схема расположения сборки модулей в открытом стволе горизонтальной скважины *10* после ее выталкивания из бурового инструмента *5* (рабочее положение) за счет повышения перепада давления при посадке специального запорного приспособления *11* на посадочное гнездо *12* выталкивающего устройства *1*.

Рис. 3.2. Аппаратурно-методический комплекс
для каротажа в открытом стволе горизонтальных скважин



Аппаратурно-методический автономный комплекс работает следующим образом.

На мостках буровой производится сборка автономных скважинных приборов, реализующая необходимый комплекс ГИС. К верхней части сборки подсоединяется удерживающее и выталкивающее устройства *1* и шток обратного хода *2*. В скважину опускается свеча (25 м) бурового инструмента, на конце которой имеется обтекатель *6*. После этого сборка поднимается вспомогательной лебедкой над устьем скважины и медленно опускается в бурильные трубы *5* до посадки на замковое соединение *9*. Далее производится наращивание очередной свечи бурового инструмента и осуществляется обычный спуск бурового инструмента на забой горизонтальной скважины. В случае необходимости может осуществляться промывка скважины, а также вращение бурового инструмента ротором, при этом сборка скважинных приборов остается на месте, надежно зафиксированная удерживающим устройством. Процесс спуска аппаратурно-методического комплекса на

забой горизонтальной скважины, его выталкивание из бурового инструмента и каротаж сопровождаются записью в компьютер (с отображением на экране монитора) информации от наземных датчиков: глубины, веса инструмента, давления, положения клиньев ротора. При достижении забоя горизонтальной скважины, что фиксируется по глубиномеру и разгрузке инструмента через датчик веса, инструмент поднимается из скважины на длину сборки и устанавливается на клинья ротора, после чего внутрь бурового инструмента сбрасывается специальное запорное приспособление *11*, на верхнюю часть инструмента наворачивается квадрат и дается циркуляция. При посадке специального запорного приспособления *11* на гнездо *12* происходит частичное перекрытие проходного сечения в удерживающем и выталкивающем устройстве *1*, что приводит к повышению перепада давления на нем и к срыву удерживающего устройства *1* с замкового соединения *9* бурильной трубы *5*. Сборка под перепадом давления начинает двигаться вдоль бурильной трубы *5* и выходит из обтекателя *6*. После прохождения выталкивающего устройства *1* мимо циркуляционных отверстий 8 и посадки его на седло *7* происходит падение давления, что является сигналом о выходе сборки из бурильной трубы *5* в открытый ствол скважины *10* и готовности ее модулей *3* к работе. Включение питания модулей *3* происходит поочередно при выходе из обтекателя *6* по сигналу феррозондовых датчиков, устанавливаемых в диамагнитных корпусах модулей *3*. Питание самих феррозондовых датчиков подключается заранее при программировании работы модулей *3* через специальный персональный компьютер (дежурный режим с минимальным потреблением энергии).

Далее начинается подъем бурового инструмента и каротаж спущенным комплексом. В горизонтальной части ствола скважины *10* и в интервале выхода на горизонталь до углов 40–450 сборка будет лежать на нижней стенке ствола скважины, так как модули соединены между собой шарнирными соединениями с регулируемым углом перекоса, позволяющим автономным модулям *3* свободно вращаться относительно друг друга.

При подъеме и отвинчивании очередной свечи буровой инструмент сажают на клинья ротора. При этом происходит движение инструмента вниз в диапазоне 0,5–1,0 м. В заявляемом комплексе движение инструмента вниз при посадке на клинья ротора не приводит к обратному движению сборки модулей, так как при этом происходит перемещение обтекателя *6* относительно штока обратного хода *2*, а сборка остается на месте. Этим достигается исключение повторной записи измеряемых параметров, которые являются излишними и требуют корректного устранения при обработке полученного материала. Таким образом, при наличии штока обратного хода запись геофизической информации будет осуществляться только при движении сборки снизу вверх. Отключение питания модулей *3* (перевод их в дежурный режим) осуществляется при вхождении

модулей *3* в башмак ранее спущенной колонны (технической или кондуктора) по сигналу феррозондовых датчиков, экранируемых стальной колонной. В качестве дополнительного варианта предусматривается включение и выключение модулей по заранее установленному времени.

После выхода из интервала исследований скорость подъема инструмента может быть увеличена до 1500–2000 м/ч. После извлечения сборки из скважины ее опускают на мостки для разборки. Зарегистрированная информация из автономных приборов через считывающее устройство переписывается в компьютер, в который ранее записывалась информация в функции времени: давление на насосах, вес на крюке, положение клиньев, глубина нахождения обтекателя, положение талевого блока. Совмещение информации от наземных датчиков, зарегистрированной на компьютере во время подъема инструмента с забойной информацией от сборки, переписанной в компьютер после ее подъема на дневную поверхность, осуществляется путем совмещения шкалы времени в хронометрах компьютера и автономных приборов. Таким образом, вся геофизическая информация оказывается зарегистрированной в функции глубин, как и при обычном каротаже. После перенесения зарегистрированной информации из сборки в компьютер осуществляется просмотр и редактирование полученной информации, а затем отредактированная информация в виде каротажных диаграмм выводится через принтер/плоттер для передачи Заказчику непосредственно на скважине. В случае необходимости на скважине может быть выдано и предварительное заключение. Информация по радиомодемной связи может быть также передана на базу для глубокой интерпретации.

Так как все наземное оборудование, необходимое для реализации технологии проведение ГИС в горизонтальных скважинах с помощью аппаратурно-методического автономного комплекса, входит в комплект компьютеризированных станций геолого-технологических исследований, устанавливаемых на всех бурящихся горизонтальных скважинах, на скважину требуется транспортировать только забойную часть комплекса в разобранном виде (скважинные приборы + оснастка).

В настоящее время максимальная длина сборки АМАК «Обь» может содержать следующие модули:

- модуль ВИКИЗ;
- модуль инклинометра 1;
- модуль инклинометра 2;
- модуль 4-зондовой аппаратуры индукционного каротажа;
- модуль РК (ГК + 2ННК).

Сборка (разборка) модулей может осуществляться как на мостках буровой, так и поэлементным спуском (подъемом) отдельных модулей на устье скважины с использованием подкладной вилки и специального приспособления для подъема (спуска) модулей.

4. Прочие особенности комплекса

Прикладное программное обеспечение (ПО) предназначено для поддержки полного технологического цикла проведения геофизических исследований скважин (ГИС) автономным прибором АМАК «Обь» и обеспечивает: тестирование отдельных модулей АМАК «Обь»; проведение базовых калибровок приборов с записью калибровочных данных на жесткий диск; настройку модулей перед регистрацией данных ГИС; считывание и контроль записанной информации; формирование базового файла ВРЕМЯ и ГЛУБИНА в формате LAS по данным станции ГТИ; первичное редактирование данных каротажа с привязкой к глубине по данным станции ГТИ и совмещением точек записи по глубине; выдачу первичных материалов каротажа на твердую копию; просмотр и редактирование материалов каротажа; первичную обработку каротажных данных с вводом поправок за геолого-технические условия проведения измерений; выдачу результатов обработки на твердую копию.

Прикладное ПО обеспечивает выполнение этих функций в полном объеме при проведении каротажных работ с аппаратурой радиоактивного каротажа (СРК-73Г), электромагнитного (ВИКИЗ), индукционного (ИК-4Г) и инклинометром.

Задание

1. Изучить технические характеристики автономного комплекса АМАК «Обь».
2. Изучить устройство скважинного прибора АМАК «Обь».
3. Проанализировать комплекс каротажных диаграмм, полученных с помощью АМАК «Обь», и описать возможности литологического расчленения разреза этим комплексом.
4. Составить пояснительную записку.

Контрольные вопросы

1. Какие датчики работают в дежурном режиме?
2. Какая компания осваивала технологию АМАК «Обь»?

3. Какую предшествующую технологию должен заменить комплекс АМАК «Обь»?

4. Каким образом осуществляется привязка данных по глубине в технологии АМАК «Обь»?

5. Какой комплекс методов применяется в технологии АМАК «Обь» на сегодняшний день?

6. Назовите способ осуществления записи геофизической информации (при спуске, подъеме, не имеет значения).

7. На каком этапе исследования ГС применяется аппаратура АМАК «Обь»?

8. Какое наземное оборудование необходимо иметь в комплексе АМАК «Обь»?

9. Из каких основных блоков состоит аппаратура АМАК «Обь»?

10. Каким образом осуществляется доставка скважинных приборов, входящих в состав комплекса АМАК «Обь», на забой скважины?

Работа 4. СТАНЦИЯ БЕЗКАБЕЛЬНОГО КАРОТАЖА СБК «АМАК»

1. Состав и краткое описание

Станция бескабельного каротажа (СБК «АМАК») предназначена для проведения геофизических, геолого-технологических и геохимических исследований наклонных и горизонтальных скважин, бурящихся из старого фонда, и включает в себя следующие подсистемы: лаборатория, размещенная на базе полноприводного трехосного шасси КамАЗ; аппаратура скважинная автономная геофизическая; контейнеры бурового инструмента для размещения скважинной аппаратуры; газоаналитическая аппаратура; комплект датчиков технологических; система сбора информации; компьютерное оборудование; комплект инструментов и приборов технического обслуживания и калибровки аппаратуры [14].

Аппаратурный методический автономный комплекс «АМАК-45» предназначен для геофизических исследований скважин следующими методами: радиоактивного каротажа (ГК, ННК), инклинометрии и ПС, индукционного каротажа (3 ИК-45, имеется возможность работы с ВЭМКЗ-9А), двойного микробокового сканирующего каротажа.

Геолого-технологическая подсистема предназначена для проведения детально-механического каротажа, измерения глубины забоя для привязки геофизической и геохимической информации, раннего обнаружения газонефтеводопроявлений и поглощений при бурении, оптимизации процесса углубления скважины с контролем отработки долот, диагностики предаварийных ситуаций в реальном масштабе времени.

2. Геохимическая подсистема, предназначенная для проведения газового каротажа

Основные технические характеристики СБК «АМАК»

Аппаратурный методический автономный комплекс «АМАК-45» предназначен для проведения ГИС на буровом инструменте в открытом стволе крутонаклонных и горизонтальных скважин, диаметром 127-160 мм, с записью информации в память без применения бронированного геофизического кабеля.

Модульное построение комплекса позволяет в любой момент дополнять комплекс новыми приборами по мере окончания их разработки.

Доставка комплекса в горизонтальный ствол осуществляется путем навинчивания приборных контейнеров на конец колонны бурильных труб.

Область применения комплекса: эксплуатационные нефтяные и газовые скважины с горизонтальными и крутонаклонными положениями, радиусом искривления более 40 м.

Рабочие условия применения для скважинных модулей комплекса:

температура рабочей среды	от 0 до +125 °С;
гидростатическое давление	до 60 МПа;
диаметр защитных кожухов модулей АМАК-45	45 мм;
допустимая растягивающая и сжимающая нагрузка на стеклопластиковый контейнер	до 30000 кг;
допустимый крутящий момент	1000 кг·м;
внутренний диаметр контейнера	60 мм.

Общий вид комплекса представлен на рис. 4.1. Комплекс состоит из модулей: ДМБК, 3 ИК, инклинометра, СРК-45, МПП. Модули устанавливаются в контейнеры,



соответствующие каждому виду аппаратуры: 3 ИК в стеклопластиковый контейнер длиной 4550 мм; СРК-45 в контейнер из сплава В95 длиной 4600 мм; инклинометр вкручивается в контактное устройство стеклопластикового контейнера.

Рис. 4.1. Общий вид комплекса

ДМБК выполнен в силовом несущем корпусе и устанавливается оконечным модулем длиной 4100 мм.

Контейнеры предназначены для доставки в интервал исследований и предохранения от механических повреждений скважинных приборов, установленных в них. Оканчиваются контейнеры замковыми соединениями с резьбой З-88 из сплава Д16Т.

Основные модули прибора

Модуль питания и памяти (МПП) предназначен для совместной работы со скважинной аппаратурой, имеющей напряжение 12 В и ТТ1, совместимые интерфейсные сигналы. МПП обеспечивает питание, прием регистрируемых данных и хранение их в энергонезависимой памяти. Питание приборов осуществляется от встроенных аккумуляторных батарей номинальным напряжением 12 В и емкостью 4500 мА·час. Объем памяти 2 МБ или 4 МБ с использованием процедуры упаковки и привязки по времени.

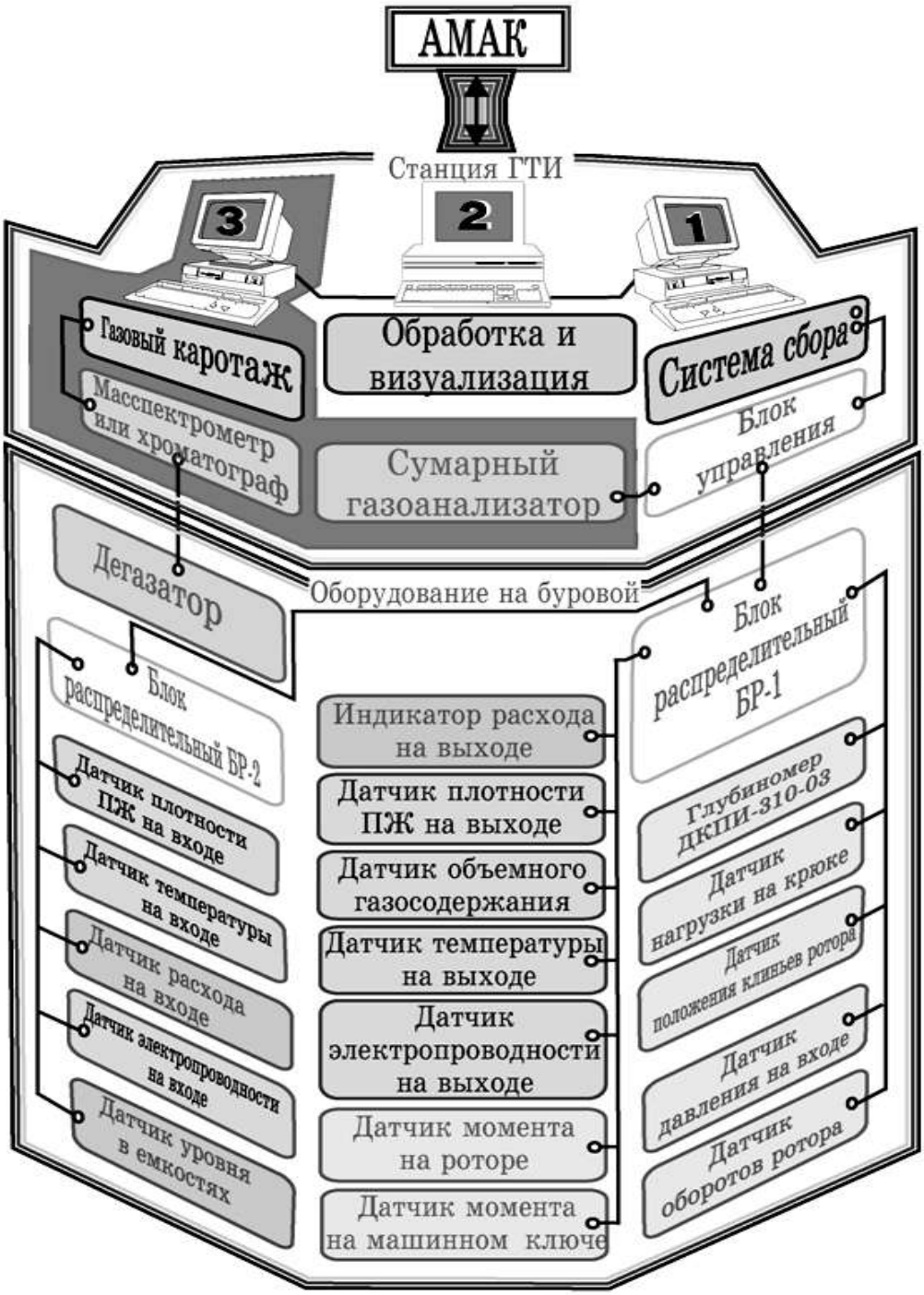


Рис. 4.2. Схема обмена данных СБК «АМАК»

Модуль радиоактивного каротажа предназначен для измерения мощности экспозиционной дозы (МЭД) естественного гамма-излу-чения (гамма-каротаж – ГК) и водонасыщенной пористости пород (компенсированный нейтрон-нейтронный каротаж по тепловым нейтронам – 2 ННКт), применяется для исследования открытых и обсаженных нефтяных и газовых скважин, заполненных любой промывочной жидкостью с доставкой к

забою через инструмент. Детекторы нейтронов расположены на двух различных расстояниях от источника – ближнем и дальнем. Параметры и конструкция зондов выбраны так, чтобы максимально ослабить влияние скважинных условий на вычисляемую водонасыщенную пористость горных пород.

Общая схема обмена данных комплекса представлена на рис. 4.2.

3. Прочие компоненты комплекса

Глубиномер. Датчик ДКПИ-310-03 предназначен для измерения параметров перемещения талевого блока и рабочего инструмента вдоль ствола скважины (табл. 4.1).

Датчик усилия натяжения каната. Датчик предназначен для измерения усилия натяжения неподвижной ветви талевого каната, что позволяет рассчитать вес бурового инструмента и контроля нагрузки на долото в процессе бурения, а также для измерения веса на крюке буровой установки в процессе различных технологических операций при строительстве скважин.

Таблица 4.1

Основные параметры датчиков

Датчик	Контролируемые параметры	Пределы измерения
Датчик контроля перемещения инструмента (глубиномер)	Положение талевого блока, м	0-50
	Глубина забоя, м	0-10000
	Положение долота над забоем, м	0-10000
	Мгновенная скорость перемещения талевого блока, м/с	0-10
Датчик усилия натяжения каната измерительный	Натяжение неподвижной ветви каната талевой системы, тс	0-40
Датчик давления	Давление на входе в скважину, МПа	25, 40, 60, 100
Датчик давления в привода клиньев ротора	Давление в пневмосистеме, МПа	0-0,6
Датчик оборотов ротора	Число оборотов ротора в минуту	30-650
	Суммарное число оборотов ротора	
Датчик крутящего момента на роторе	Сила переменного тока электропривода ротора, А	0-500

	Механический момент на роторе (реактивный момент стола ротора относительно станины), кН-м	0-30
	Механический момент на роторе (для карданного привода), кН·м	0-30
Ультразвуковой датчик уровня	Диапазоны измерения уровня	0-3
Расходомер ультразвуковой доплеровский	Скорость потока жидкости, м/с	0,5-10
Датчик температуры	Температура раствора на выходе из скважины, °С	0-85
	Температура раствора на входе в скважину, °С	0-85
Датчик плотности бурового раствора	Плотность промывочной жидкости в емкости, т/м^3	0,8-2,5
Датчик электро-проводности бурового раствора	Электропроводность промывочной жидкости в емкости, См/м	0,05-100

Датчик давления. Датчик может использоваться в условиях, где необходимо непрерывное измерение давления жидкости от 25 до 100 МПа. Датчик применяется для измерения давления бурового раствора в нагнетательной линии, давления скважины в линии под превентором, давления на цементировочном агрегате, момента на роторе в буровых установках с гидравлическим приводом ротора, момента на машинном ключе для конструкций с гидроприводом.

Датчик приближения магнита. Датчик предназначен для измерения частоты и общего количества циклических перемещений различных механизмов, например, частоты вращения вала и т. п. На буровых установках датчик применяется для измерения частоты вращения бурильной колонны при роторном бурении и измерения частоты ходов поршня буровых насосов. Датчик срабатывает при приближении к нему постоянного магнита, измеряет частоту срабатываний и считает общее их количество. Передаёт результаты измерений по однопроводной цифровой линии связи. Кроме цифрового выхода имеется логический: магнит есть/магнита нет.

Датчик плотности бурового раствора. Датчик предназначен для непрерывного измерения плотности промывочной жидкости (ПЖ) в рабочих емкостях буровой установки, а также плотности в любых технологических емкостях.

Задание

1. Изучить технические характеристики автономного комплекса СБК «АМАК».

2. Изучить устройство скважинного прибора СБК «АМАК».

3. Проанализировать комплекс каротажных диаграмм, полученных с помощью СБК «АМАК», и описать возможности литологического расчленения разреза этим комплексом.

4. Составить пояснительную записку.

Контрольные вопросы

1. Для каких исследований предназначена система СБК «АМАК»?

2. В каких скважинах применяется комплекс СБК «АМАК»?

3. Какие блоки входят в станцию СБК «АМАК»?

4. Какой комплекс методов содержит станция СБК «АМАК»?

5. Из чего состоит геолого-технологический комплекс?

6. В скважинах какого диаметра возможно проведение ГИС с помощью СБК «АМАК»?

7. Назовите способ доставки системы СБК «АМАК» на забой.

8. Какие рабочие условия для СБК «АМАК»?

9. Каково назначение модуля НК в сборке СБК «АМАК»?

10. При каких скважинных условиях возможна работа модуля инклинометра в сборке СБК «АМАК»?

Работа 5. АВТОНОМНАЯ ГЕОФИЗИЧЕСКАЯ СИСТЕМА «ГОРИЗОНТАЛЬ»

1. Состав и краткое описание

Автономная геофизическая система «Горизонталь» предназначена для проведения ГИС на буровом инструменте с записью информации в память без применения геофизического кабеля. Комплекс может эксплуатироваться совместно со станцией ГТИ или специальной передвижной лабораторией и состоит из приборов: гамма-каро-тажа (ГК), радиоактивного каротажа (РК-42), электрического и индукционного каротажа (ЭКМ-45А), инклинометрии (ИМА-42) [1]. Время работы в автономном режиме до 8 часов. Допустимые осевые растягивающая и сжимающая нагрузки на стеклопластиковый контейнер до 20000 кг.

Самая главная особенность проведения исследований с применением автономной аппаратуры – отсутствие возможности регистрации данных измерений в режиме реального времени. Поэтому информация записывается на физические носители, не имеющие связи между собой, в автономном режиме. В скважинном приборе информация с геофизических датчиков измеряется и записывается в автономном блоке памяти, в компьютере наземной станции регистрируются данные о перемещении прибора в скважине.

Для реализации технологии исследования горизонтальных скважин в составе АГС «Горизонталь» имеются автономный скважинный прибор, датчик глубины, датчик нагрузки на крюке и наземный обрабатывающий комплекс.

С помощью датчика глубины (датчик оборотов вала буровой лебедки), установленного на станине буровой лебедки, измеряют и регистрируют в компьютере все перемещения бурового инструмента в процессе измерений в скважине.

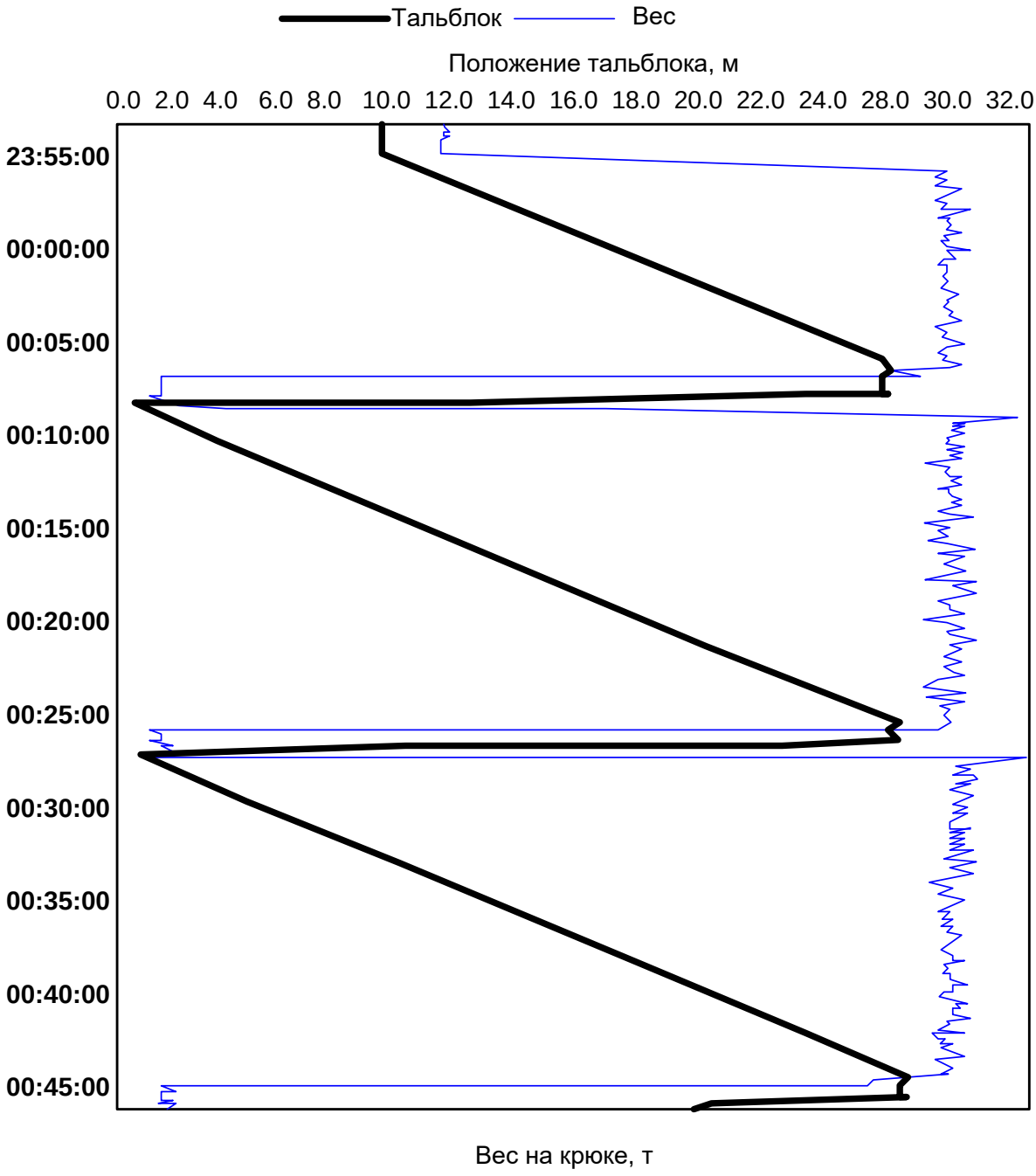


Рис. 5.1. Изображение положения талевого блока и веса на крюке на диаграмме

Датчик нагрузки на крюке талевого каната буровой лебедки предназначен для устранения холостых пробегов талевого блока буровой лебедки при наращивании бурового инструмента, устанавливается на неподвижном конце талевого каната буровой лебедки. Наземный обрабатывающий комплекс содержит персональный компьютер с программным обеспечением, устройство сопряжения (УСО), принтер (термоплоттер). Комплекс предназначен для ввода в компьютер информации со скважинных приборов, с датчика глубины и датчика нагрузки, обработки и вывода информации в виде диаграмм (рис. 5.1).

Типовые условия применения:

– необсаженные горизонтальные и крутонаклонные скважины с радиусом искривления более 40 м, диаметром более 127 мм, заполненные любым флюидом;

– температура рабочей среды до 120 °С, гидростатическое давление – до 60 МПа.

2. Основные технические характеристики

***Модуль ЭКМ-45А*:**

• содержит два фокусированных зонда индукционного каротажа ЗИ 1,0 и ЗИ 0,5 (табл. 5.1):

– индукционный резистивиметр с рабочим диапазоном 0,02-10 Ом·м;

– канал ПС с диапазоном изменения потенциалов самопроизвольной поляризации ± 250 мВ;

– симметричный потенциал-зонд (*AM* 0,5 *NB*);

– симметричный градиент-зонд (*A* 0,45 *M* 0,5 *N* 0,45 *B*);

• диапазон изменения:

– градиент-зонд 5-1000 См/м;

– потенциал-зонд 5-1000 См/м.

Таблица 5.1

Характеристики индукционных зондов

Шифр зонда	Глубина исследования, м	Диапазон измерения УЭС, Ом·м	Рабочая частота генераторов, кГц
ЗИ 1,0	1,4	0,5-200	50
ЗИ 0,5	0,7	0,5-200	100

Примечание. Диапазон измерений УЭС с учетом поправки за скин-эффект.

***Модуль РК-42*:**

• регистрация гамма-каротажа и компенсированного нейтрон-нейтронного каротажа по тепловым нейтронам;

• диапазон измерения:

– гамма-излучение 0-250 мкР/ч;

– водонасыщенная пористость 0-40 %.

***Модуль ГК*:**

• эксплуатируется в связке с инклинометром ИМА-42;

• диапазон измерения:

– гамма-излучение 1-250 мкР/ч.

***Модуль ИМА-42*:**

• эксплуатируется в связке с ГК;

• диапазон измерения:

– азимут 0-360°;

– зенитный угол 0-180° ± 0,2°;

• допускаемая основная погрешность измерения азимута:

– в диапазоне зенитных углов 3-6° и 174-177° ±2°;

– в диапазоне зенитных углов 6-174° ±1°.

Применяется для решения следующих задач:

• литологическое расчленение продуктивного пласта на горизонтальном участке;

• определение характера насыщения коллекторов;

• определение удельного электрического сопротивления пласта, параметров зоны проникновения;

• определение траектории горизонтального участка;

• представление данных ГИС в абсолютных глубинах.

Таблица 5.2

Сборка АГС «Горизонталь»

Название модуля	Длина	Диаметр внутренний	Диаметр наружный	Масса, кг
Контейнер из сплава Д16 для прибора ГК+2ННК-Т	4 924	60	90	55
Стеклопластиковый контейнер для прибора ИК+РЕЗ+ПС	5145	60	90	55
Контейнер из сплава Д16 для прибора ГК + инклинометр	4970	60	90	50
Прибор РК (ГК+2ННК-Т)	2225		45	15
Прибор ИК+РЕЗ+ПС	3150		45	13
Прибор ГК + инклинометр	2580		45	10
Блок батарей и регистрации ББР для РК	1675		45	8
ББР для ИК	1675		45	8
ББР для ГК + инклинометр	1675		45	8

Диаметр защитных кожухов приборов АГС «Горизонталь» – 45 мм; осевые растягивающая и сжимающая нагрузки на стеклоплас-тиковый контейнер – до 20000 кГ; габаритные размеры и массы составных частей комплекса с применением специальных контейнеров приведены в табл. 5.2.

3. Устройство и работа комплекса

Контейнеры предназначены для доставки в интервал исследований и предохранения от механических повреждений скважинных приборов, установленных в них. На концах контейнеры имеют замковые соединения с резьбой МК76.

Скважинные приборы устанавливаются в контейнеры, соответствующие каждому виду аппаратуры:

– РК в контейнер из сплава Д16 на посадочное седло, диаметром 70 мм, расположенное на муфте контейнера;

– ИК в стеклопластиковый контейнер на посадочное седло, диаметром 70 мм, расположенное на муфте контейнера;

– ГК + инклинометр в контейнер из сплава Д16 на посадочное седло, диаметром 70 мм, расположенное на муфте контейнера.

Общие виды приборов представлены на рис. 5.2 – 5.4.

Настоящий регламент разработан на технологию проведения промыслово-геофизических исследований (далее по тексту ГИС) бескабельной линии связи, проводимых в крутонаклонных (свыше 55°) и горизонтальных частях скважин, бурящихся из старых стволов, с доставкой геофизических приборов на бурильных трубах с применением специальных контейнеров.

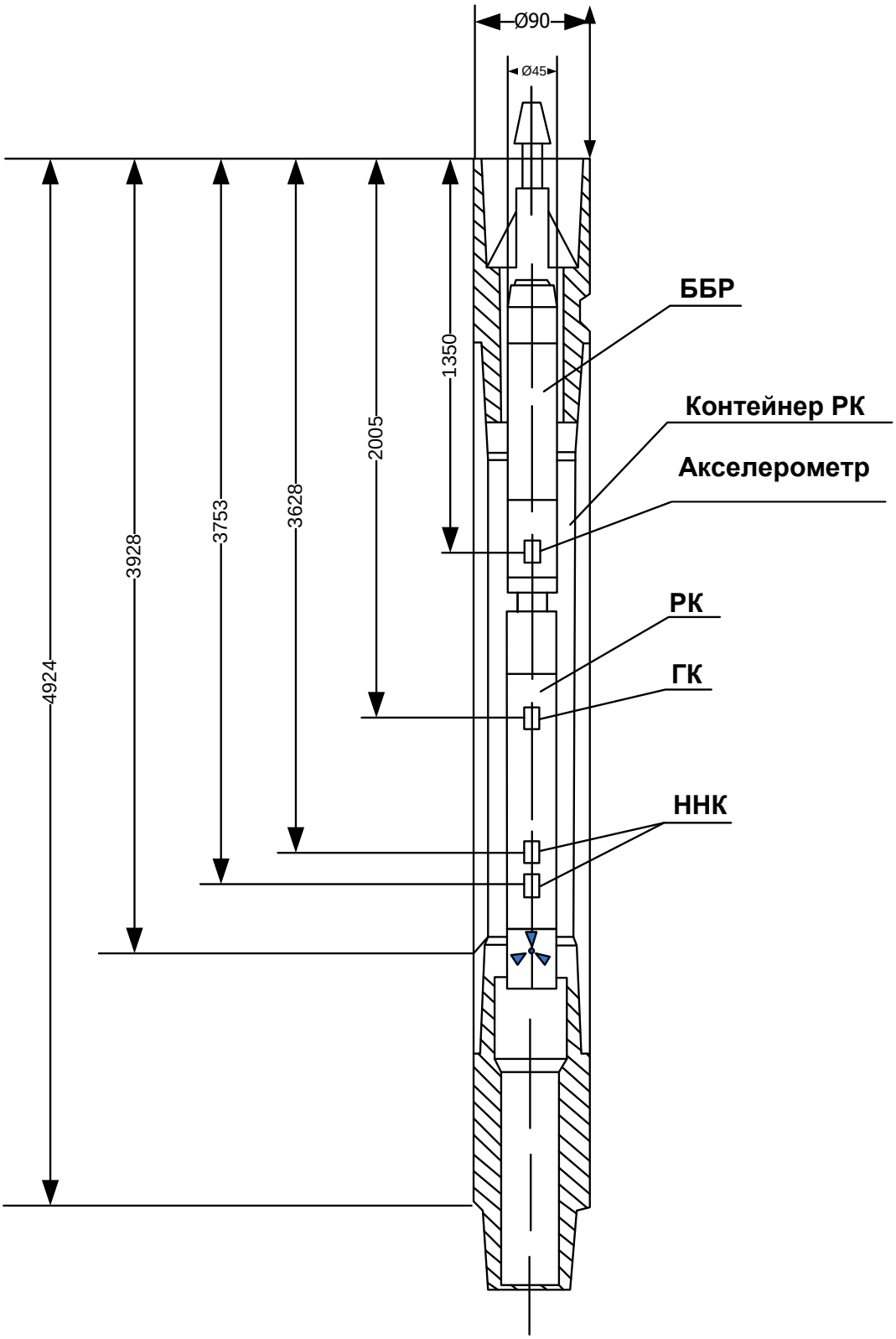


Рис. 5.2. Прибор РК

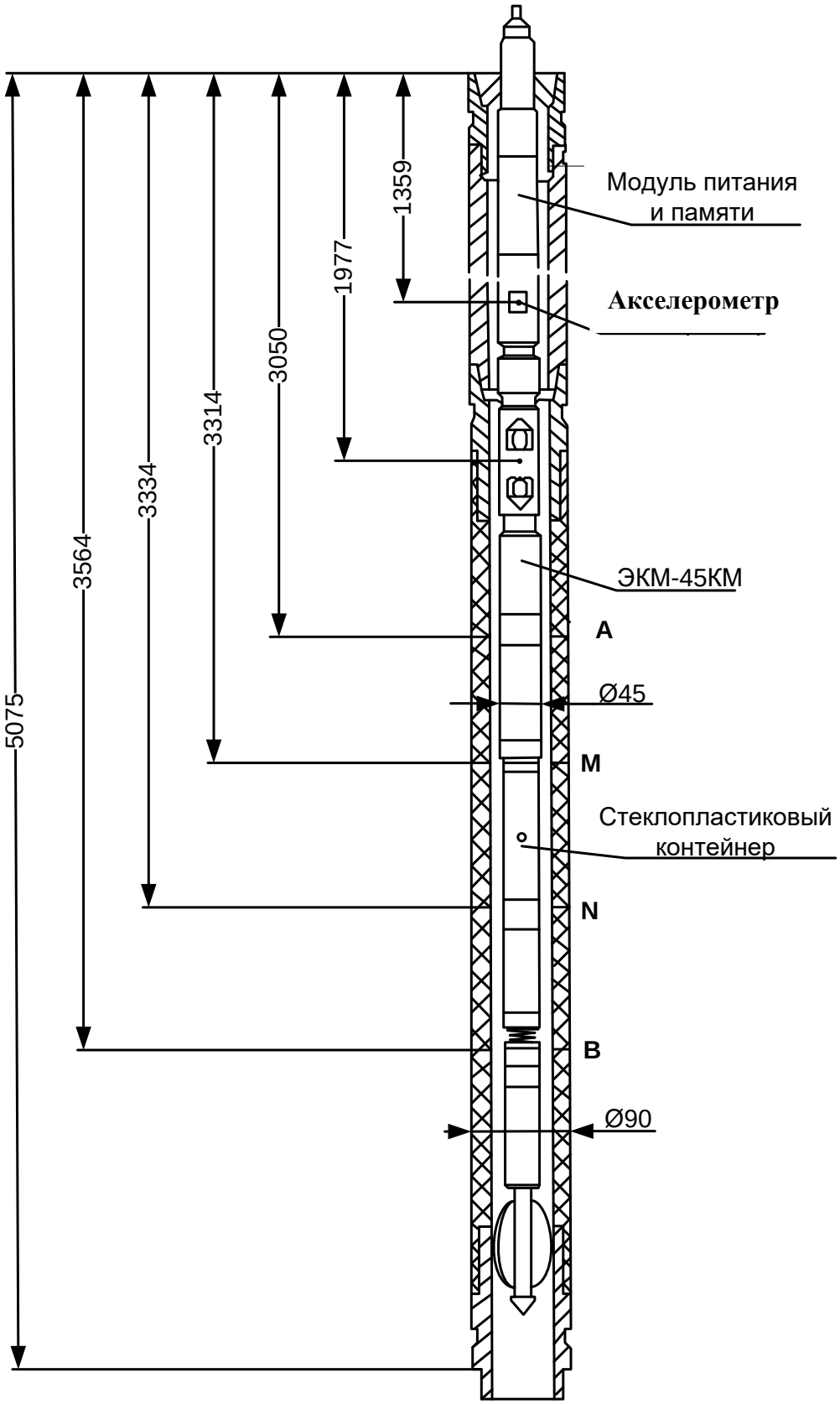


Рис. 5.3. Прибор ЭКМ-45А

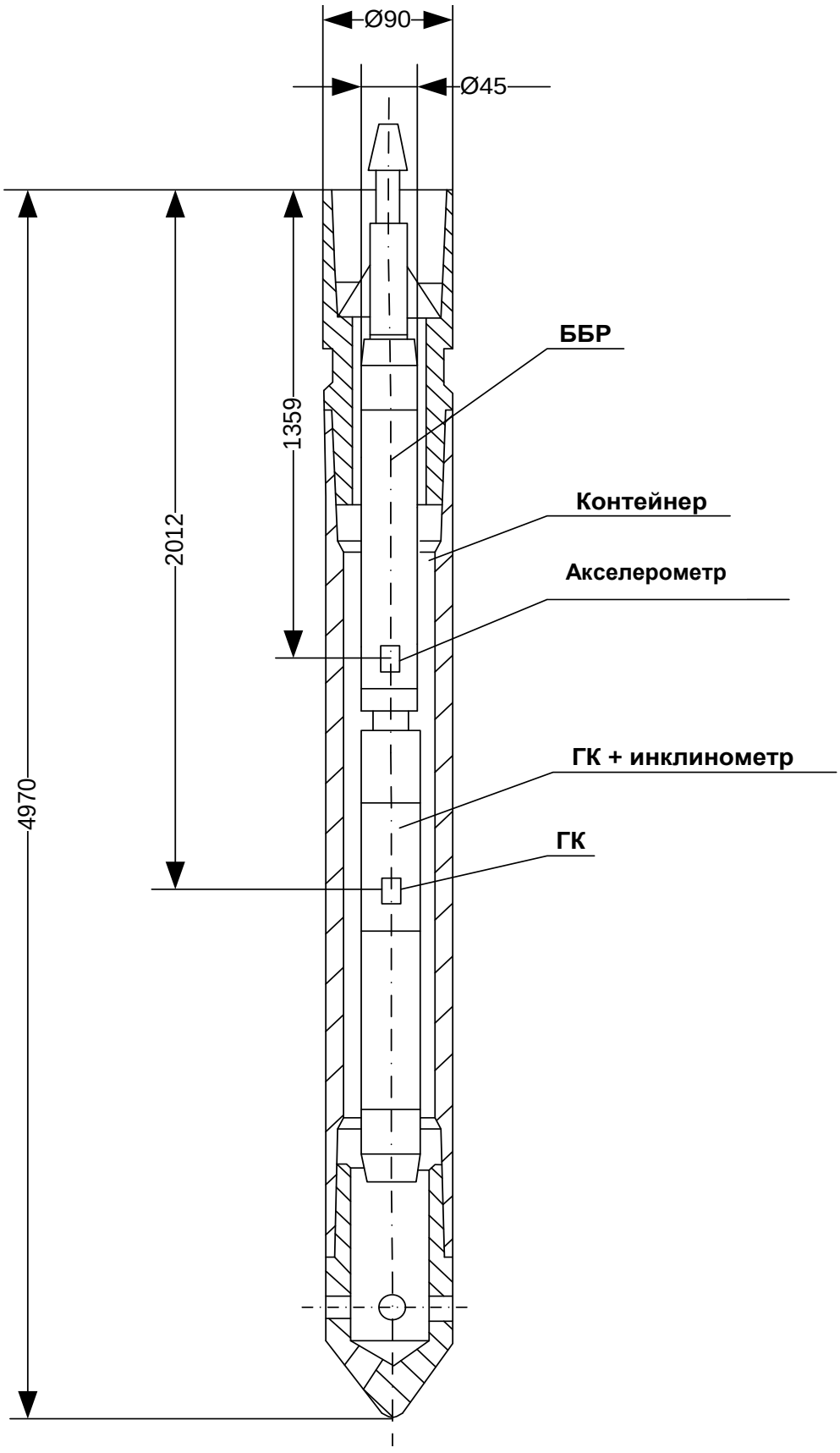


Рис. 5.4. Прибор ГК + инклинометр

Регламент разработан на основании опыта проведения ГИС с применением комплексов АГС «Горизонталь» и АМАК «Обь» в горизонтальных скважинах различной конструкции, пробуренных структурными подразделениями ОАО «Сургутнефтегаз».

Регламент является основным документом на бескабельную технологию в процессе производства ГИС и направлен на организацию и координацию действий исполнителей работ буровых бригад и геофизических партий.

Соблюдение требований, изложенных в настоящем регламенте, обязательно для всех подразделений, выполняющих ГИС с технологическим бескабельным комплексом АГС «Горизонталь».

Настоящий регламент действует на время испытания и внедрения комплекса АГС «Горизонталь». По мере освоения АГС «Горизонталь» и расширения комплекса исследований регламент будет соответствующим образом дополняться и уточняться.

Подготовительные работы буровой бригады

Перед проведением ГИС составляется акт на готовность скважины для проведения геофизических исследований в скважине согласно НРБ.

Перед началом ГИС провести инструктаж, с отметкой в журнале, членам буровой бригады (с каждой вахтой) по технологии проведения СПО при производстве ГИС в горизонтальных скважинах с комплексом АГС «Горизонталь». Ответственный – технолог бригады.

Подготовительные работы геофизической партии:

1. При получении заявки с указанием комплекса и интервала геофизических исследований начальник партии обязан проверить работоспособность скважинных приборов и наземного оборудования. На основании заказанного комплекса работ определяется перечень необходимой геофизической аппаратуры. Ответственный – начальник геофизической партии.

2. Прибыв на скважину, и установив спецтехнику, начальник геофизической партии проверяет готовность скважины к проведению ГИС согласно акту готовности скважины. При этом кроме акта на готовность скважины заполняется технико-технологический паспорт на подготовку и проведение ГИС в горизонтальной скважине.

3. Организовать оперативную связь: начальник партии – бурильщик. Ответственный – начальник геофизической партии.

4. Производится установка датчика веса на крюке согласно руководству по эксплуатации на модуль измерения глубины. Ответственный – буровой мастер, начальник партии.

5. Производится установка и проверка на работоспособность датчика оборотов лебедки (ДОЛ) согласно руководству по эксплуатации на модуль измерения глубины. Ответственный – буровой мастер, начальник партии.

6. Производится монтаж соединительных кабелей и проверка работоспособности модуля измерения глубины согласно руководству по эксплуатации на модуль измерения глубины. Ответственный – буровой мастер, начальник партии.

7. Производится проверка работоспособности модулей, синхронизация системного времени компьютера и часов модуля памяти, программирование ББР на время включения согласно руководствам по эксплуатации на модули. Ответственный – начальник геофизической партии. Сборка комплекса АГС «Горизонталь».

8. Подготовленные к работе контейнеры с приборами переносятся на мостки буровой.

9. На контейнере с прибором ГК+инклинометр в пазы муфты вставляется вилка-подвеска. Затем переводник закрывается планкой и фиксируется болтом. Собранный контейнер с установленной в нем аппаратурой спускается в скважину и удерживается на клиньях. При этом необходимо снять дужку с вилки-подвески.

Так же готовится следующий контейнер с прибором ИК, который скручивается с первым с помощью двух вилок-подвесок. Общая связка приподнимается и снимается нижняя вилка-подвеска. Оба контейнера опускаются в скважину и удерживаются на клиньях. При этом необходимо снять дужку с вилки-подвески. Вилка-подвеска, установленная на накручиваемом контейнере, не снимается! Ответственный – буровой мастер.

Установка контейнера для прибора РК производится аналогично установке второго контейнера, но без прибора РК. РК с радиоактивным источником устанавливается на седло муфты контейнера после его накручивания на предыдущие контейнеры. Для установки РК используется специальная подвеска грузозахватная. Ответственные – буровой мастер и начальник геофизической партии.

4. Проведение геофизических исследований скважин (ГИС)

Бурова бригада, наращивая свечи бурового инструмента, производит спуск инструмента на забой скважины. Спуск инструмента производится со скоростью не более 1500 м/ч. При подходе к окну врезки и забою скважины скорость спуска должна быть

снижена до 500 м/ч. При необходимости осуществляется промер свечей, спускаемых в скважину. Ответственный – буровой мастер.

В случае посадки при спуске инструмента произвести подъем АГС «Горизонталь», ствол скважины проработать компоновкой согласно регламенту данного вида скважин.

При достижении забоя инструмент расхаживают в ожидании времени каротажа. Допустима циркуляция с расходом до 15 л/с (буровой инструмент разгружают не более чем на 15000 кг).

Буровая бригада, в согласованное с начальником геофизической партии время, начинает подъем инструмента от забоя со скоростью не более 400 м/ч в интервале исследования скважины. При этом аппаратура в автономном режиме производит запись информации. После прохождения интервала каротажа производится вновь спуск трех свечей для повторной записи ГИС в интервале исследования со скоростью не более 400 м/ч. Скорость подъема инструмента после выхода из интервала исследований может быть увеличена до 1500 м/ч. После подъема инструмента и отворота последней свечи от транспортного контейнера прибор РК вынимается из контейнера лебедкой и укладывается на мостки буровой.

Разборка осуществляется в обратной последовательности, описанной выше сборки АГС «Горизонталь». С резьбовых соединений контейнеров и с аппаратуры должна быть удалена грязь. Приборы переносятся на станцию, где с них считывается информация.

Задание

1. Изучить технические характеристики АГС « Горизонталь».
2. Изучить принцип действия каждого датчика АГС «Горизонталь».
3. Проанализировать комплекс каротажных кривых, полученных с помощью АГС «Горизонталь», и описать возможности литологического расчленения разреза этим комплексом.
4. Написать пояснительную записку.

Контрольные вопросы

1. Для чего предназначена система «Горизонталь»?
2. Назовите рабочие условия системы без использования аккумуляторов.
3. Каково время работы системы в автономном режиме?

4. Чему равна допустимая растягивающая и сжимающая нагрузки?

5. Из каких измерительных приборов состоит автономная система «Горизонталь»?

6. Какие компоненты входят в состав АГС «Горизонталь»?

7. Назовите максимальную скорость спуска инструмента.

8. Назовите минимальный диаметр скважины.

9. Каково максимальное допустимое гидростатическое давление?

10. Каков максимальный радиус искривления?

Работа 6. ИНТЕРПРЕТАЦИЯ ДАННЫХ ИНКЛИНОМЕТРИИ В ГОРИЗОНТАЛЬНЫХ СКВАЖИНАХ

1. Краткое описание

При исследовании горизонтальных скважин в процессе бурения, после бурения и в процессе эксплуатации меняется приоритет методов в комплексе ГИС. Метод инклинометрии становится самым важным, так как при бурении горизонтальных скважин увеличиваются требования к попаданию в горизонтальный круг.

В данной работе необходимо проинтерпретировать результаты инклинометрии по реальной горизонтальной скважине, используя программное обеспечение станции «АМТ МЕГА» [13, 19]:

– менеджер программ «АМТ МЕГА»;

– утилита администратора;

– настройка на объект;

– контроль бурения;

– настройка на цементирование;

– контроль цементирования;

– АРМ;

– редактор кривых;

– справочники;

– работа с архивом;

– выпуск документов.

Необходимо сначала войти в меню «Настройка на объект» менеджера программ «АМТ МЕГА», и создать скважину через меню «Скважина»/«Создать скважину», т. е. вводим площадь, номер куста и номер скважины – «Февральская», куст № 1, скважина № 214.

Далее выбираем созданную скважину «Февральская», куст № 1, скважина № 214 через меню «Скважина»/«Выбрать скважину».

Входим через меню «Настройки»/«Паспортные данные» и заполняем паспортные данные по скважине. Обязательное заполнение:

1. Местонахождение/координаты устья – альтитуда устья 8 м, альтитуда ротора – 46 м.

2. Общие сведения/категория и профиль – эксплуатационная, наклонная, радиус круга допуска – 50 м, магнитное склонение – 18 гр, допустимое сближение на кусте – 11 м.

3. Общие сведения/глубина и горизонт – проектная глубина 2400 м, фактическая глубина – 2388 м, проектная глубина по вертикали – 1670 м, фактическая глубина по вертикали – 1667 м, стратиграфический горизонт *Q*.

Остальные пункты можно заполнить потом.

Входим через меню «Настройки»/«Зоны осложнений» и заполняем таблицу по зонам осложнений по скважине (табл. 6.1).

Таблица 6.1

Зоны осложнений

Интервал, м		Технологический процесс	Название зоны осложнений
от	до		
1000	1050	Бурение	Поглощение

Для ввода данных по инклинометрии необходимо войти в меню «АРМ» менеджера программ «АМТ МЕГА». После запуска приложения выбираем скважину «Февральская», куст № 1, скважина № 214. В главном меню выбираем «Данные»/«фактические»/«профиль». Заполняем данные по скважине, т. е. вводим значения глубины, угла и азимута по скважине в табл. 6.2.

Таблица 6.2

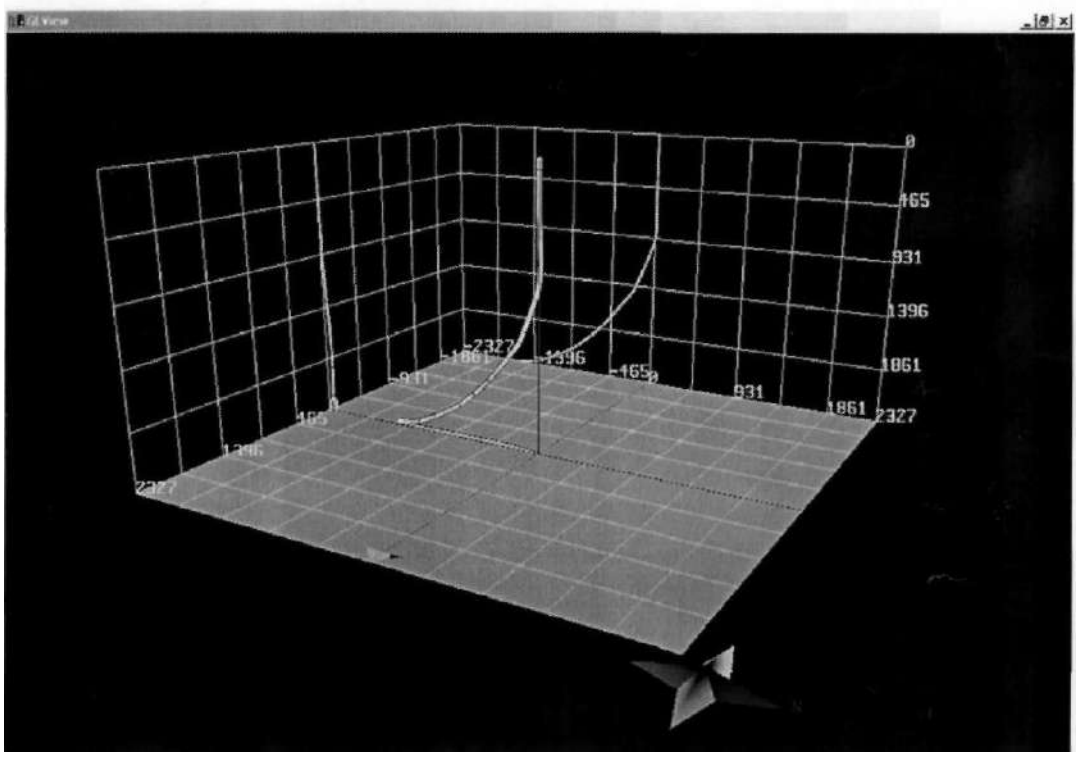
Таблица ввода данных

Глубина, м	Зенитный угол, град.	Азимут, град.	Северные координаты, м	Восточные координаты, м	Вертикальные координаты, м	Удлинение ствола, м	Смещение забоя, м	Дирекционный угол, град.	Интенсивность, град./10 м	Абсолютные отметки, м
10,00	0,00	281,00	0,00	0,00	0,00	10,00	0,00	0,00	0,00	16,70
100,00	0,18	281,00	0,15	-0,24	90,00	10,00	0,28	56,94	0,02	-73,30
300,00	0,30	281,00	0,50	-0,76	290,00	10,00	0,91	56,94	0,02	-273,30
400,00	0,30	281,00	0,78	-1,20	390,00	10,00	1,43	56,94	0,00	-373,30
500,00	2,06	281,00	2,74	-4,22	489,93	10,07	5,03	56,94	0,18	-473,23
600,00	2,06	298,00	5,50	-6,52	589,87	10,13	8,53	49,86	0,06	-573,17
800,00	1,48	285,00	9,88	-10,63	789,77	10,23	14,52	47,10	0,07	-773,07
900,00	3,30	94,06	7,35	-5,46	889,61	10,39	9,16	36,64	0,19	-872,91
1000,00	10,30	186,12	-8,41	-13,91	988,00	12,00	16,25	58,83	0,98	-971,30
1100,00	23,48	170,00	-47,38	-22,23	1079,72	20,28	52,33	25,14	1,40	-1063,02
1200,00	24,24	168,54	-87,73	-29,78	1170,90	29,10	92,65	18,75	0,10	-1154,20
1400,00	25,00	166,48	-170,26	-41,15	1352,71	47,29	175,17	13,59	0,10	-1336,01
1500,00	27,48	168,36	-215,65	-49,49	1441,43	58,57	221,25	12,93	0,26	-1424,73
1600,00	39,06	165,00	-278,18	-57,24	1519,08	80,92	284,01	11,63	1,17	-1502,38
1700,00	43,18	162,24	-346,42	-62,37	1592,00	108,00	351,99	10,21	0,45	-1575,30
1900,00	42,00	160,06	-480,33	-68,57	1740,42	159,58	485,20	8,12	0,07	-1723,72
2000,00	43,36	157,36	-548,98	-67,88	1813,12	186,88	553,16	7,05	0,23	-1796,42
2100,00	47,54	156,42	-622,73	-65,92	1880,63	219,37	626,21	6,04	0,42	-1863,93

Окончание таблицы 6.2

Глубина, м	Зенитный угол, град.	Азимут, град.	Северные координаты, м	Восточные координаты, м	Вертикальные координаты, м	Удлинение ствола, м	Смещение забоя, м	Дирекционный угол, град.	Интенсивность, град./10 м	Абсолютные отметки, м
2200,00	49,54	157,36	-698,82	-65,15	1945,52	254,48	701,85	5,33	0,21	-1928,82
2400,00	54,24	158,24	-859,08	-66,24	2065,11	334,89	861,63	4,41	0,19	-2048,41
2500,00	59,36	156,06	-945,07	-63,41	2116,08	383,92	947,20	3,84	0,54	-2099,38
2600,00	62,48	156,48	-1033,73	-61,15	2162,28	437,72	1035,54	3,39	0,31	-2145,58
2700,00	65,18	154,24	-1124,30	-55,30	2204,26	495,74	1125,66	2,82	0,34	-2187,56
2900,00	67,24	160,42	-1308,47	-57,78	2282,02	617,98	1309,74	2,53	0,32	-2265,32
3000,00	76,12	166,24	-1404,53	-71,79	2306,01	693,99	1406,37	2,93	1,05	-2289,31
3100,00	81,42	165,54	-1502,54	-84,87	2320,93	779,07	1504,94	3,23	0,53	-2304,23
3190,00	86,24	165,00	-1591,67	-95,91	2326,83	863,17	1594,56	3,45	0,54	-2310,13

а



б

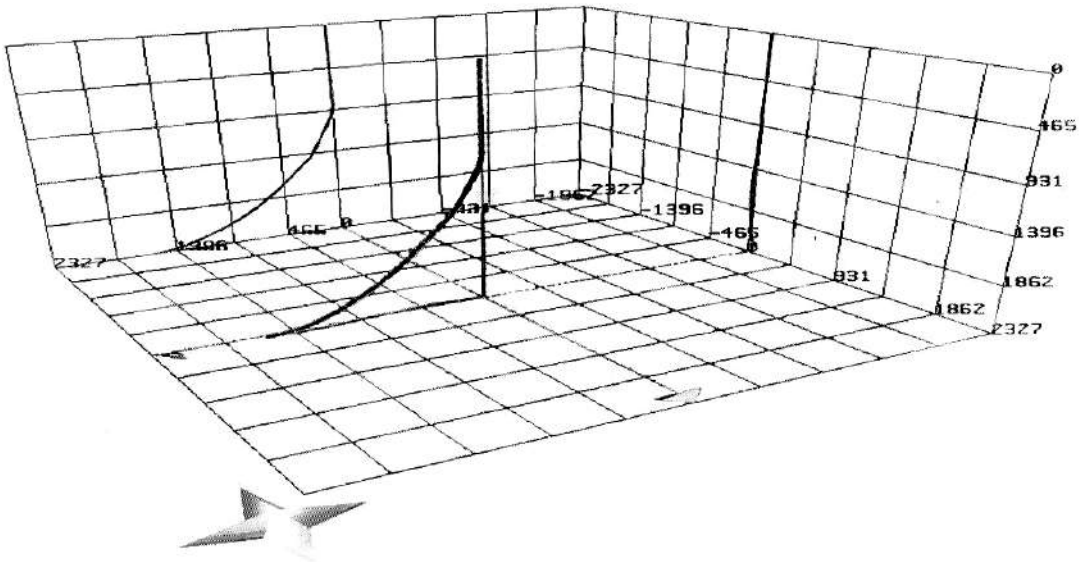


Рис. 6.1. Пространственное изображение горизонтальной скважины

После заполнения данных выбираем «Метод расчета профиля»/ «Метод осреднения углов». Можно выбрать и другой метод расчета, так как метод выбирается по согласованию с

Заказчиком. Программа рассчитывает по введенным значениям параметры согласно нижеприведенной табл. 6.2 и рис. 6.1.

Задание

1. Ввести данные инклинометрии в программу «АМТ МЕГА».
2. Провести интерпретацию по предложенной схеме.
3. Вывести изображение скважины на экран.
4. Проанализировать полученный результат.
5. Написать пояснительную записку.

Контрольные вопросы

1. Каков назначение метода инклинометрии?
2. Объясните принцип работы инклинометра-акселерометра.
3. Какие знаете принципы работы инклинометров?
4. Какие бывают зоны осложнений в процессе бурения?
5. Дайте определение зенитному и азимутальному углу скважин.
6. Каково допустимое сближение скважин на кусте?
7. Каково требование при бурении горизонтальных скважин к попаданию в горизонтальный круг?

Работа 7. ПОСТРОЕНИЕ КОРРЕЛЯЦИОННОГО РАЗРЕЗА ПО ДИАГРАММАМ АМК «ГОРИЗОНТ»

1. Краткое описание

Для наиболее точного представления о строении продуктивных пластов и месторождения в целом на месторождении Комсомольском предусматривается построение корреляционных разрезов с использованием данных геофизических исследований наклонных и горизонтальных скважин.

Исходя из ранее проведенных исследований, наиболее перспективными для доразведки и применения современных технологий горизонтального бурения считаются нефтеносные коллекторы, находящиеся в нижнемеловых отложениях Покурской свиты. К таким коллекторам относятся продуктивные пласты ПК18, ПК19 и ПК22. Наибольший интерес для нефтяников представляет продуктивный пласт ПК 18(1).

Для полного использования данных ГИС и правильной интерпретации необходимо проводить их тесную увязку со стратиграфическим расчленением, литологической характеристикой и структурной особенностью данного месторождения. Обработка многочисленных геофизических материалов ранее проводимых исследований позволила построить структурную карту по кровле продуктивного горизонта на Комсомольском месторождении нефти по пласту ПК18(1) (рис. 7.1). Данное месторождение достаточно хорошо изучено, особенно в центральной его части.

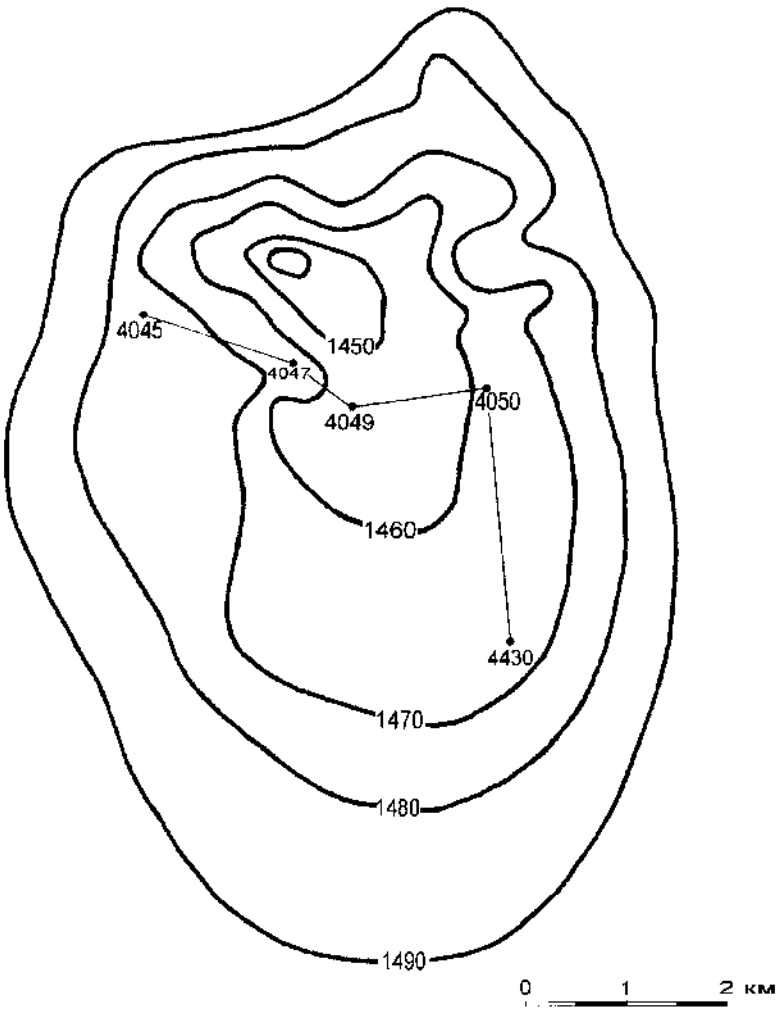


Рис. 7.1. Структурная карта по кровле пласта ПК18(1)
(по материалам ООО «Сургутнефтегаз»)

Для того чтобы проследить характер залегания продуктивного пласта ПК18(1) и его мощность, были проведены измерения в горизонтальных стволах аппаратурой АМК «ГОРИЗОНТ».

В скважинах № 4045, № 4049, № 4050 был проведен полный комплекс исследований, включающий методы КС, ПС, ГК, НГК и инклинометрии. Современные компьютерные технологии позволяют диаграммы по горизонтальной части ствола скважины привести к вертикали для удобства привязки к геологическому разрезу и между собой.

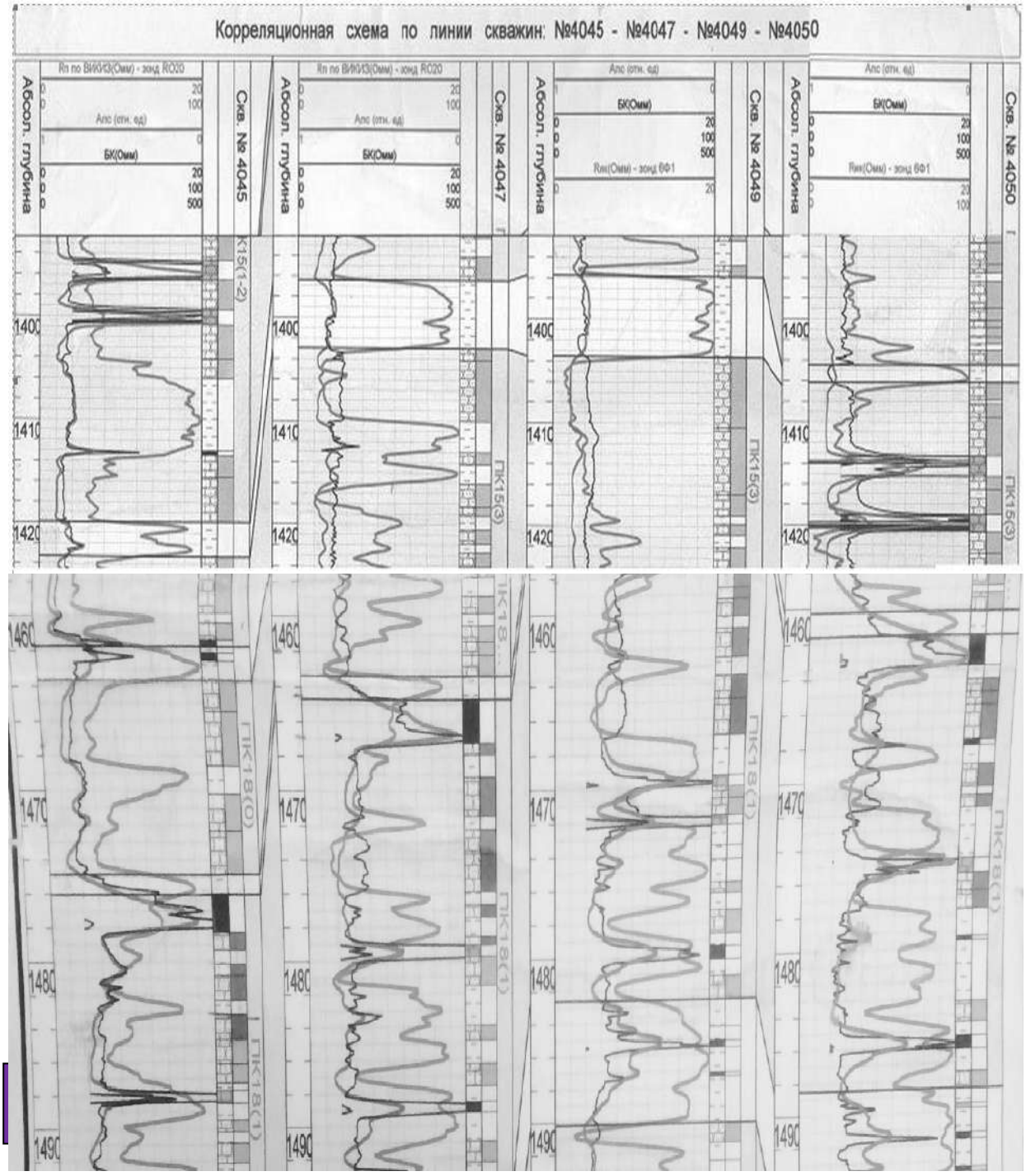


Рис. 7.2. Выбор геологического репера.

Условные обозначения:

$R_{ик}$ – кажущееся удельное электрическое сопротивление пласта по ИК, в Ом·м;

$R_{п}$ – удельное электрическое сопротивление пласта, Ом·м;

$A_{пс}$ – коэффициент снижения самопроизвольной поляризации ПС, отн. ед.;

БК – кажущееся удельное сопротивление по БК, Ом·м

скв. 4045 скв. 4047 скв. 4049 скв. 4050 скв. 4430

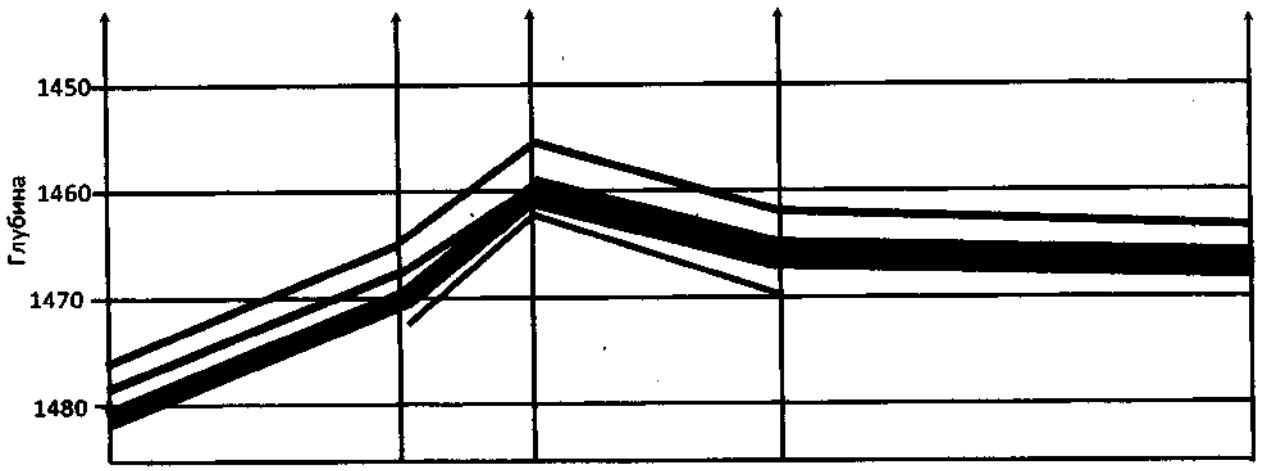


Рис. 7.3. Кореляционный разрез

Для наиболее полного представления о строении продуктивного пласта необходимы кривые каротажа по скважине № 4430.

Данные исследования обеспечивают выделение стратиграфических реперов и разделение разреза на литолого-стратиграфические комплексы и типы (терригенный, карбонатный, кристаллический и т. д.); идентификацию литолого-стратиграфических комплексов, к которым приурочены продуктивные и/или перспективные на нефть и газ отложения; расчленение разреза на пласты, их привязку по относительным и абсолютным отметкам глубины, внутри- и межплощадную корреляцию разрезов. В производственных условиях обработка материалов каротажа производится при помощи пакета геодезических программ «ГеоПоиск». Пример выбора геологического репера приводится на рис. 7.2. В результате проведенной интерпретации может быть получен корреляционный разрез (рис. 7.3).

Задание

1. Выбрать опорные пласты. Для этого использовать пласты глин, прослеживающиеся по всему разрезу (достаточно два опорных пласта глин).

2. Выделить угольный пласт, представляющий собой в данном разрезе покрышку нефтяного месторождения, использовать его так же, как опорный.

3. Выделить все нефтеносные пласты в разрезе, применяя каротажные диаграммы пяти скважин: 4045, 4049, 4047, 4050, 4430.

4. Построить корреляционный разрез. Рекомендуемый вертикальный масштаб 1:500, горизонтальный масштаб 1:4000. Проанализировать тип структуры, максимальное

возвышение относительно своих границ, строение месторождения по высоте, мощности нефтеносных пластов.

Контрольные вопросы

1. Что такое стратиграфический репер?
2. Что такое покрышка нефтяного месторождения?
3. Как определить размеры месторождения, используя структурную карту по одному из продуктивных пластов?

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Автономная геофизическая система* АГС «Горизонталь» / Рекламный проспект. ОАО НПФ «Геофизика». – Режим доступа: http://www.npf-geofizika.ru

2. *Акбулатов Т. О., Левинсон Л. М., Самигуллин В. Х.* Телеметрические системы для бурения направленных скважин. – 2-е изд. перераб. и доп. – Уфа: БашНИПИнефть, 2004. – 59 с.

3. *АМК «Горизонт»* / Рекламный проспект. – Октябрьский: ВНИИГИС.

4. *Геофизическая лаборатория* АМК «Горизонт» / Рекламный проспект. – Октябрьский: ВНИИГИС.

5. *Технология геофизических исследований* ГС автономной аппаратурой на бурильных трубах на примере использования АМК «Горизонт» / Л. Г. Леготин, С. В. Вячин, А. М. Султанов и др. // НТЖ АИС «Каротажник». – № 113. – 2003.

6. *Лукьянов Э. Е., Хаматдинов Р. Т.* Аппаратурно-методический комплекс для проведения ГИС в горизонтальных скважинах АМАК «Обь» // НТЖ АИС «Каротажник». – № 30. – 1997.

7. *Леготин Л. Г., Султанов А. М., Вячин С. В.* Применение АМК Горизонт для геофизических исследований ГС // НТЖ АИС «Каротажник». – № 36. – 1997. – С. 85-92.

8. *Леготин Л. Г., Султанов А. М., Вячин С. В.* АМК «Горизонт-100» для геофизических исследований скважин малого диаметра и боковых стволов // НТЖ АИС «Каротажник». – № 51. – 1998.

9. *Леготин Л. Г., Султанов А. М., Вячин С. В.* Аппаратурно-методический комплекс АМК «Горизонт-90» для исследования гори-

зонтальных скважин и боковых стволов // НТЖ АИС «Каротажник». – № 86. – 2001.

10. *АМК «Горизонт-ВАК-90»* для исследования горизонтальных стволов методов волнового акустического каротажа / Л. Г. Леготин, А. М. Султанов, В. Н. Еникеев, В. Г. Рафиков, И. В. Кузьмин // НТЖ АИС «Каротажник». – № 96. – 2002.

11. *Молчанов А. А., Лукъянов Э. Е., Рапин В. А.* Геофизические исследования горизонтальных нефтегазовых скважин: учебное пособие. – СПб.: МАНЭБ, 2001. – 298 с.

12. *Молчанов А.А., Абрамов Г. С.* Бескабельные измерительные системы для исследований нефтегазовых скважин: теория и практика / под общ. ред. А. А. Молчанова. – М.: ОАО «ВНИИОЭНГ», 2004. – 515 с.

13. *Рекламный проспект станции* геолого-технологического контроля бурения и исследования скважин «МЕГА АМТ». – Мегион: Изд-во «Тюменьпромгеофизика», 2002. − 18 с. – Руководство оператора по программе регистрации данных. – Уфа: Изд-во «Эликом», 2007. − 37 с. – Режим доступа: http://amt-s.spb.ru/amt121.html

14. *Станция бескабельного каротажа* СБК «АМАК» / Научно-производственное предприятие по геофизическим работам, строительству и заканчиванию скважин (ОАО НПП «ГЕРС»). – Тверь, 2003. – 33 с. – Режим доступа: http://www.gers.ru http://www.geo.oilru.ru/catalog/group/product/?2162

15. *Стрельченко В. В.* Геофизические исследования скважин: учебник. – М.: Недра-Бизнесцентр, 2008. – 551 с.

16. *Термогазохимическое воздействие* на малодебитные и осложнённые скважины / Г. А. Чазов, В. И. Азаматов, С. В. Якимов, А. И. Савич. – М.: Недра, 1986. – 153 с. – Режим доступа: http://www.twirpx.com/file/964637/

17. *Ярулин Р. К. Валиуллин Р. А.* Методические рекомендации по геофизическим исследования действующих горизонтальных скважин / Разработаны специалистами ООО НПР «ГЕОТЭК» (г. Уфа) в рамках выполнения ОМР по договору № БНФ/9/3 – 1/8/328/04/ПРУ.

18. *ЗАО Научно-производственное предприятие* геофизической аппаратуры «Луч». Продукция. – Новосибирск, 2013. – Режим доступа: http://looch.ru/products/index.html

19. *Рекламный проспект* станции геолого-технологического контроля бурения и исследования скважин «МЕГА АМТ». – Мегион: Изд-во «Тюменьпромгеофизика», 2002. – 18 с.Учебное издание

Надежда Владимировна БЛИНКОВА
Николай Сергеевич ЗЕМЦОВ

ГЕОФИЗИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ ИССЛЕДОВАНИЯ ГОРИЗОНТАЛЬНЫХ СКВАЖИН

Методические указания
к лабораторным и практическим работам
по дисциплине «Геофизические методы
исследования горизонтальных скважин»
для студентов специальности
21.05.03 Технология геологической разведки,
специализации «Геофизические методы
исследования скважин (ГИС)»
всех форм обучения

Редактор *Н. Л. Сайгина*
Компьютерная вёрстка *Н. Л. Сайгиной*

Подписано в печать 04.05.2018 г.
Бумага писчая. Формат бумаги 60 × 84 1/16. Печать на ризографе.
Печ. л. 4,5. Уч.-изд. л. 2,4. Тираж 50 экз. Заказ №

Издательство УГГУ
620144, г. Екатеринбург, ул. Куйбышева, 30.
Отпечатано с оригинал-макета
в лаборатории множительной техники УГГУ